IQTISODIY MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR
fanidan
“Iqtisodiyjarayonlardaoptimallashtirishusullariniq o‘llashdatransportmasalasi” mavzusida №2 laboratoriyamashg’ulotinio’tkazishbo’yicha

USLUBIY KO’RSATMA

SAMARQAND 2016

O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

“OLIY MATEMATIKA” KAFEDRASI

Z.Q.SHUKUROV

Iqtisodiyot, menejment, marketing, kasb ta’limi iqtisodiyot, mehmonxona xo’jaligini tashkil etish va boshqarish, turizm(faoliyati yo’nalishlari bo’yicha)ta’lim yo’nalishlari talabalari uchun

IQTISODIY MATEMATIK USULLAR VA MODELLAR

fanidan“Iqtisodiy jarayonlarda optimallashtirish usullarini qo‘llashdatransport masalasi”mavzusida №2 laboratoriya mashg’ulotini o’tkazish bo’yicha

USLUBIY KO’RSATMA

Samarqand-2016 yil

Z.Q.Shukurov "Iqtisodiy matematik usullar va modellar"fanidan "Iqtisodiy jarayonlarning optimallashtirish usullarini qo'llashdatransport masalasi" mavzusida №2 laboratoriya mashg'ulotini o'tkazish bo'yichauslubiy ko'rsatma SamISI,-Samarqand 2016 yil. -29 bet.

Taqrizchilar:
SamDU, "Amaliy matematika" kafedrasidotsenti, tex.f.n.E.O'runbayev
SamISI "Oliy matematika" kafedrasi katta o'qituvchisi, tex.f.n. I.E.Shodmonov

Ushbu uslubiy ko'rsatma laboratoriya ishlarini bajarish uchun talabalarga amaliy yordam sifatida tuzilgan. Laboratoriya ishlarini bajarishning o'ziga xos xususiyatlari shundaki, talaba fanni o'rganish jarayonida olgan bilimlarini bevosita amaliyot masalalarini yechishga tadbiq etishni o'rganadi.

Uslubiy ko'rsatma "Iqtisodiy matematik usullar va modellar" fani uchun tuzilgan ishchi dastur asosida tuzilgan bo'lib talabalarda nazariy va amaliy ko'nikmalarni hosil qilish uchun xizmat qiladi.

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti, O'quv-uslubiy Kengashning
2016 yil 20 yanvardagi №6 majlis bayonnomasi bilan ko'rib chiqilgan va chop etishga tavsiya etilgan.

MUNDARIJA

Kirish

Bir necha ishlab chiqarish korxonalarida bir xil maxsulot zaxiralari mavjud. Ularni istemolchilarga yetkazib berish zarur. Har bir ishlab chiqarish korxonasi taklif qiladigan mahsulotlarning hajmi, istemolchilarning talab hajmi, har bir taminotchidan har bir iste’molchiga bir birlik mahsulot tashish uchun ketgan transport harajatlari ma’lum.
Ta’minotchilar va istemolchilar orasidagi shunday optimal xo’jalik aloqalarni aniqlash kerakki natijada istemolchilarning mahsulotga bo’lgan talabi ishlab chiqaruvchilarning imkoniyatiga qarab qondirilsin va yuklarni tashishga ketgan transport harajatlari eng kam bo’lsin.

Transport modeli mahsulot turiga ko’ra bir mahsulotli va ko’p mahsuloli transport modellarga bo’linadi.

Ko’p mahsulotli model o’z o’rnida o’zaroalmashunuvchi va o’zaroalmashishi mumkin bo’lmagan mahsulotlar uchun alohida tuziladi. Agar tovarlar o’zaroalmashinuvchi bo’lsa bu holda ularni shartli mahsulotga keltirib oddiy, bir mahsulotli transportli masalasi usullari bilan yechish mumkin. Masalan sut, sut mahsulotlari.

Mahsulot iste’molchilarga yetkazib berishdan avval, qayta ishlash jarayonidan o’tish zarur bo’lsa, bu holda ko’p bosqichli transport masalasi hosil bo’ladi va xususiy usullar bilan yechiladi. Tuzilgan davrga ko’ra statik va dinamik transport masalalari mavjud.

Ba’zi bir masalalarda transport harajatlaridan tashqari ishlab chiqarish harajatlari ham e’tiborga olinadi.

Transport masalasi chiziqli dasturlash masalalari ichida nazariy va amaliy nuqtai nazaridan eng yaxshi o’zlashtirilgan masalalardan biri bo’lib, unda sanoat qishloq xo’jalik maxsulotlarini tashishni optimal rejalashtirish ishlarida muvaffaqiyatli ravishda foydalanilmoqda.

Transport masalasining qo’yilishi

Chiziqli programmalash masalalaridan bir turi “transport masalasi” nomi bilan ma'lum bo'lgan matematik masalalarga keltiriladigan iqtisodiy masalalardan iborat bo'ladi. Ma'lumki, ishlab chiqaruvchi bilan iste'molchi orasidagi mol almashinuvi ya'ni ishlab chiqarilgan mahsulot yoki tayyrolangan homashyoni korxonalarga yetkazib berish transport vositalari va ularga sarflanadigan moliyaviy harajatlar bilan bog'liq. Bu harajatlarni minimallashtiruvchi variantlarni tanlash transport masalasining asosiy muammosi hisoblanadi.

Transport masalasining matematik modelini ifodalashda umumiyatni cheklamagan holda sxematik tarzda quyidagi muammoni tahlil qilamiz. Faraz qilaylik, ma'lum homashyo turi zaxiralari saqlanuvchi yoki tayyorlanuvchi n ta punkt bo'lsin. Bu punktlardagi homashyo miqdorlari mos ravishda $b_1 , b_2 , \ldots , b_n$ birliklardan iborat bo'lsin. Bu yerda homashyo turiga ko'ra ma'lum bir o'lchov birligi (tonna, metr, va xakozo) tanlangan bo'ladi. Shuningdek, keltirilgan homashyo asosida ishlaydigan m ta korxona bo'lib, bu korxonalarning shu homashyoga bo'lgan extiyojlari mos ravishda $a_1, a_2, \ldots , a_m$birliklardan iborat bo'lsin. Shuningdek homashyo punktlari hamda korxonalar orasidagi yo'l sifati va masofasiga ko'ra homashyoni yetkazish uchun ketadigan yo'l harajatlari koeffisientlari ma'lum bo'lsin. Ularni $C=(c_{ij})$, $1\le i\le m$, $1\le j\le n$; matritsa ko'rinishida ifodalaymiz. Bunda matritsaning har bir elementi c_{ij} mos ravishda i- korxonaga $j-$punktdan bir birlik homashyo yetkazish uchun ketadigan transport harajatlarini ifodalaydi. Aksariyat hollarda ishlab chiqarish korxonalari va homashyo yetkazib beruvchi punktlar muqobil, ya'ni moslashtirilgan holda ishlaydi deb hisoblanadi. Homashyo zaxiralari va korxonalarning bu homashyoga bo'lgan ehtiyojlari bir-biriga to'la mos keladi. Matematik tarzda bu shart

$$\sum_{j=1}^{n} b_j = \sum_{i=1}^{m} a_i \qquad (1)$$

ko'rinishdaifodalanadi. Ayrim j chetlashishlarni hisobga olmaganda korxonalar to'liq quvvat bilan ishlaganda homashyolar to'liq sarflanadi. Faqat bu homashyolarni korxonalarga yetkazib berish kerak.

Masalaning matematik modelini ifodalash uchun yuqorida keltirilgan barcha shartlarni matematik munosabatlar bilan ifodalaymiz. Avvalo topilishi kerak bo'lgan optimal reja komponentlari $j-$punktdan $i-$korxonaga yetkazilishi kerak bo'lgan homashyo miqdorini X_{ij} deb belgilaymiz. Shartga ko'ra $i-$korxonaga yetkaziladigan barcha homashyo miqdori korxona ehtiyoji b_i ga teng bo'lishi kerak. Bu shartni

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_i, \qquad i = 1,2,\dots,m \qquad (2)$$

ko'rinishda ifodalash mumkin, ya'ni barcha m ta korxona uchun bu shart bajarilishi kerak. Bunday shartni homashyo punktlari uchun ham ifodalash mumkin, ya'ni j-homashyo punktidan chiqarilgan jami homashyo miqdori a_j ga teng bo'lishi kerak.
Bu shart matematik tarzda

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = a_j, \quad j = 1,2,\dots.,n \qquad (3)$$

ko'rinishini oladi. Bu shartlar bajarilgan holda shunday x_{ij} larni topish kerakki jami yo'l harajatlari minimal bo'lsin. Keltirilgan normativlarga ko'ra $i-$korxonaga $j-$punktdan x_{ij} birlik homashyo keltiriladigan bo'lsa, yo'l xarajatlari bir birlik homashyo miqdori uchun C_{ij} ga teng ekanligi ma'lum bo'lgani uchun jami $c_{ij}\cdot x_{ij}$ pul birligiga teng bo'ladi. Bu xarajatlarni barcha korxonalar va homashyo bazalari bo'yicha qo'shib chiqsak jami xarajatlar kelib chiqadi va u quyidagicha ifodalanadi.

$$L(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{mn}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \times x_{ij} \rightarrow \min \qquad (4)$$

Tabiiy, barcha chiziqli programmalash masalalarida bo'lganidek, bu yerda ham $x_{ij} \geq 0$ bo'lishi kerakligi qayd etiladi.

Shunday qilib (1), (2), (3) shartlar bajarilgan holda (4) maqsad funksiyasining minimal qiymatini ta'minlovchi plan matritsasi $X = (x_{ij})$ ni topish masalasi transport masalasi deyiladi. Bu yerda $b_1, b_2, \ldots, b_n, a_1, a_2, \ldots, a_m$ berilgan miqdorlar $C = (c_{ij})$ ham ma'lum matritsa. C(mxn) to'g'ri to'rtburchakli matritsa ham ma'lum matritsa deb hisoblanadi. Aksariyat hollarda x_{ij} noma'lumlar soni $m \times n$ shartlar soni $m + n$ dan katta bo'lib, (1), (2), (3) shartlar bilan berilgan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi. Ana shu cheksiz ko'p yechimlar orasidan (4) maqsad funksiyasining minimumini ta'minlovchi variant, ya'ni optimal plan (reja)ni tanlash talab qilinadi.

Keltirilgan transport masalasining matematik modeli (1)–(4) ko'rinishiga qarab ortiqcha tafsilotlarsiz shuni qayd etishimiz mumkinki, kommunikatsion tizimlar : ular avtombil, poyezd yo'li bo'ladimi, gaz yoki suv yetkazuvchi quvurlar bo'ladimi, elektr quvvatini yetkazuvchi yuqori kuchlanishli elektr uzatish tizimlari bo'ladimi barchasida shartli ravishda yetkazuvchi, iste'molchi va "transport" harajatlarini kiritish mumkin. Bu holda ham aynan (1)–(4) ko'rinishdagi optimallashtirish masalasini hosil qilishimiz mumkin.

Transport masalasi ifodalanishiga ko'ra nisbatan soddadek tuyulishi mumkin. Haqiqatdan ham barcha shartlar koeffitsientlari faqat birlardan iborat tenglamalar bo'ladi. Transport masalasining murakkabligi noma'lumlarni ko'pligida bo'lib unga odatdagi oddiy simpleks usulini tatbiq qilish ham imkoniyat darajasidan ancha yuqori bo'lib ketar ekan. Masalan $n = 10$, $m = 10$ bo'lgan holda ham noma'lumlar soni $n \times m = 100$, shartlar soni esa $m + n - 1 = 19$ ta bo'lib, shartlar matritsasining rangi 19 bo'lgan holda (1)–(3) shartlar bo'yicha kelib chiqadigan tayanch yechimlar soni C_{100}^{19} ta bo'ladi. Simpleks usul esa tayanch yechimlaridan optimal yechimni ajratishga imkoniyat beradi. Bu holda simpleks usul bo'yicha necha qadam qo'yilishi kerak, buni tasavvur qilish ham qiyin. Agar transport masalasini biror tuman (miqyosida, masshtabida) qaralganda ham yetarlicha murakkab bo'ladi. Viloyat yoki respublika (miqyosida, masshtabida) qaraladigan bo'lsa masala yanada murakkablashib ketishi aniq.

Biz bu yerda transport masalasi ham odatdagi chiziqli programmalash masalasi ekanligini, hamda unga ham simpleks usulni tatbiq qilish mumkinligini namoyish qilish maqsadida oddiy bir masalani ko'rib chiqamiz va tahlil qilamiz. Faraz qilaylik 2ta g'isht zavodi bo'lib ularning ishlab chiqarish quvvatlari mos ravishda 35 mashina va 45 mashina g'ishtga teng bo'lsin. Shuningdek bu g'ishtlarga talabgor 2 ta qurilish bo'lib, ularga mos ravishda 30 mashina va 50 mashina g'isht kerak bo'lsin. Talab va taklif muvozanati saqlangan. Agar 1 – qurilishga 1 – zavoddan 1 mashina g'isht keltirish narxi (yo'l xarajati) 15ming so'm, 2 – zavoddan keltirish narxi esa 12 ming so'm; shuningdek 2–qurilishga 1-, 2-zavoddan 1 mashina g'isht keltirish narxi mos ravishda 20 ming va 18 ming so'm bo'lsin. Zavodlardan qurilishlarga g'isht yetkazib berishning shunday rejasini tuzingki, transport harajatlari minimal bo'lsin. Transport masalasining shartlarini jadval ko'rinishida ifodalash tahlil uchun qulay bo'lganligi uchun odatda ularni jadval ko'rinishida ifodalagan ma'qul. Xususan yuqorida keltirilgan masala shartlarini quyidagi jadval ko'rinishida ifodalash mumkin.

Zavod / qurilish	1	2	Σ
1	15 x_1	12 x_2	30
2	20 x_3	18 x_4	50
Σ	35	45	80

jadvaldagi raqamlar masala mohiyatini aks ettiradi. So'nggi qatorda zavodlar quvvatlari, so'nggi ustunda esa qurilishlar ehtiyojlari aks etgan. Ichki kataklar tepa burchagida yo'l harajatlari koeffitsienti aks etgan. Bu yerda qulaylik uchun noma'lumlarni x_1, x_2, x_3, x_4 deb belgilangan, aslida $x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}$ bo'lishi kerak edi. Bu yerda maqsad, masalani simpleks usulga tushirish qulay bo'lishi uchun shu yo'l tanlangan. Shartlarning matematik ifodasiga o'tamiz.

$$x_1 + x_2 = 30 \quad <1>$$
$$x_3 + x_4 = 50 \quad <2>$$
$$x_1 + x_3 = 35 \quad <3>$$
$$x_2 + x_4 = 45 \quad <4>$$
$$L = 15x_1 + 12x_2 + 20x_3 + 18x_4 \to \min$$

$\langle 1\rangle - \langle 4\rangle$ shartlar orasidan chiziqli erklilari tanlanadi. Bevosita tekshirish yo'li bilan $\langle 1\rangle - \langle 3\rangle$ shartlardan $\langle 4\rangle$ shart kelib chiqishini ko'rishimiz mumkin. Sxematik tarzda tengliklar ustida amallar bajarish qoidasiga ko'ra $\langle 1\rangle + \langle 2\rangle - \langle 3\rangle = \langle 4\rangle$ ekanligini ko'ramiz. Demak, bu yerda Chiziqli dasturlash masalasini

$$x_1 + x_2 = 30$$
$$x_3 + x_4 = 50$$
$$x_1 + x_3 = 35$$
$$L = 15x_1 + 12x_2 + 20x_3 + 18x_4 \to \min$$

ko'rinishda ifodalash mumkin. Bu masalaga simpleks usulni tatbiq qilish uchun chiziqli programmalash masalasi shartlaridan bazislarni ajratish (ustunlari orasida birlik vektorlarni hosil qilish) jarayonini namoyish etamiz. Sistemadagi x_1, x_2, x_3, x_4 ga mos koeffitsientlar A_1, A_2, A_3, A_4 vektorlarni hosil qiladi. Ulardan tuzilgan matritsa ozod hadlar ustuni bilan to'ldirilsa

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 50 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 35 \end{pmatrix}_{(-1)}$$

matritsa hosil bo'ladi. Bu matritsaning 2-,4-ustunlari bazis holatida $A_2^T = (1;\ 0;\ 0)$ ekanligini ko'ramiz. Agar 3 – qatorini -1 ga ko'paytirib 2–qatorga qo'shsak 3–ustun ham bazis ko'rinishini oladi.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 30 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 15 \\ 1 & \underbrace{0 \quad 1 \quad 0}_{bazis} & & & 35 \end{pmatrix}$$

Bu matritsa berilgan shartlarning shakl almashtirilib

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 30 \\ -x_1 + x_4 = 15 \\ x_1 + x_3 = 35 \end{cases}$$

ko'rinishga keltirilganligini aks ettiradi. Bu ko'rinishdan simpleks jadvalga o'tamiz va bu jadvalga mos planni optimallikka tekshiramiz.

C_j / C			15	12	20	18	
	baz	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	Θ_i
12	A_2	30	1	1	0	0	
18	A_4	15	-1	0	0	1	
20	A_3	35	1	0	1	0	
	Δ_j		-1	0	0	0	

Bu yerda $\Delta_1 = C_{baz} \times A_1 - C_1 = 12 \times 1 + 18 \times (-1) + 20 \times 1 - 15 = -1$ formula bo'yicha hisoblangan. Qolganlari ham shunga o'xshash hisoblanadi. Masala minimumini topishga mo'ljallangan bo'lsa, Δ_j lar orasida musbatlari yo'q bo'lsa, jadvalga mos plan optimal plan bo'ladi. Bizda ana shunday hol kuzatilyapti. Demak bu masalada optimal plan $x_1 = 0;\quad x_2 = 30;\quad x_3 = 35;\quad x_4 = 15$ bo'lar ekan. Bu holda harajatlar minimal bo'lib, $L = 12 \times 30 + 18 \times 15 + 20 \times 35 = 1330$ ming so'm bo'lar ekan. Masala shartlari va yechimini ifodalovchi jadval

Zav / qur	1	2	Σ
1	15 / 0	1 / 30	30
2	20 / 35	18 / 15	50
Σ	35	45	80

ko'rinishda bo'ladi.

Tahlil to'laqonli ko'rinishni olishini namoyish qilish uchun yuqoridagi masalada faqat bitta narx 1–zavoddan 2–qurilishga 1 mashina g'isht olib boorish narxi 30 ming so'mga o'zgargan bo'lsin debfaraz qilamiz. Bunda faqat maqsad funksiyasi ko'rinishi o'zgaradi, ya'ni

$$L = 15x_1 + 12x_2 + 30x_3 + 18x_4 \to \min$$

ko'rinishni oladi. Simpleks jadvalda ham faqat narxlar C_i ga mos qator va ustunlargina o'zgaradi va quyidagi ko'rinishni oladi.

C_j / C			15	12	30	18	
	Baz	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	Θ_i
12	A_2	30	$\boxed{1}$	1	0	0	30
18	A_4	15	-1	0	0	1	
30	A_3	35	1	0	1	0	35
			9	0	0	0	

Bu jadvalga mos plan $x_1 = 0;\quad x_2 = 30;\quad x_3 = 35;\quad x_4 = 15$ optimal emas, chunki $\Delta_1 = 9 > 0$. Bu planga ko'ra $L = 12 \times 30 + 18 \times 15 + 30 \times 35 = 1680$ ming so’m. Planni yaxshilash uchun jadvaldan $\theta_i = \frac{a_{i0}}{a_{i1}}$ larni hisoblaymiz (faqat $a_{i1} > 0$ lar uchun). $min\theta_i$ ga mos 1–qatorni hal qiluvchi qator deb belgilaymiz. Uning yordamida 1– ustunni bazis ustunga aylantiramiz. Buning uchun 1–qatorni 2 – qatorga qo'shamiz, hamda (-1) ga ko'paytirib 3 – qatorga qo'shamiz. Natijada yangi simpleks jadvalni hosil qilamiz

C_j / C			15	12	30	18	
	Bazis	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	Ө
15	A_1	30	1	1	0	0	
18	A_4	45	0	1	0	1	
30	A_3	5	0	-1	1	0	
			0	-17	0	0	

Bu jadvalda $\Delta_j > 0$ lari yo'q bo'lgani uchun bu jadvalga mos tayanch yechim $x_1 = 30;\quad x_2 = 0;\quad x_3 = 5;\quad x_4 = 45$ optimal plan bo'ladi. Bu plan bo'yicha ketadigan transport harajatlari $L = 15 \times 30 + 18 \times 45 + 30 \times 5 = 450 + 810 + 150 = 1410$ ming so'm bo'lib avvalgisidan 270ming so'mga kam bo'lar ekan.

Bu usul bilan ixtiyoriy transport masalasini ham odatdagi chiziqli programmalash masalasi ko'rinishiga keltirish mumkin ekan. Faqat shartli ravishda n ta ishlab chiqaruvchi va ularga bog'langan m ta iste'molchi bo'lgan transport masalasini tasavvur qilsak, bu unchalik oson ish emas ekanligini to'la tasavvur qilishimiz mumkin.

Minimal xarajat usuli

Transport masalasini ba'zi kichik hajmdagi hollarda minimal xarajat usuli asosida ham yechish mumkin ekan. Bunga misol sifatida jadvalda keltirilgan 3 ta ta'minotchi va 4ta iste'molchi bilan bog'liq transport masalasi namunasi keltirilgan.

1-jadval

b_j / a_i	80	120	70	130
100	10	7	6	8
150	6	8	13	11
150	8	10	12	5

Bu masalaning transport xarajatlaridan tuzilgan matrisa

$$C = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 13 & 11 \\ 8 & 10 & 12 & 5 \end{pmatrix}$$ dan iborat.

$$\min_{i,j} c_{ij} = c_{34} = 5,$$

$$x_{34} = \min(150;130) = 130$$

Demak 4-ustun o'chiriladi va a_4 ni qiymati $150 - 130 = 20$ ga o'zgaradi.

Jadvalda bu holni quyidagicha ko'rsatish mumkin:

2-jadval

b_j / a_i	80	120	70	130
100	10	7	6	8
150	6	8	13	11
150	8	10	12	5 130

C matrisasining 4-ustunini o'chirish natijasida hosil bo'lgan

$$C' = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 6 \\ 6 & 8 & 13 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$ matrisaning elementlari ichida eng kichigini topamiz,

$$\min_{i,j} c_{ij} = c_{21} = 6,$$

ni aniqlaymiz.

$$x_{21} = \min(150; \quad 80) = 80$$

Bu holda 1-ustun o'chiriladi va a_2 ni qiymati $150 - 80 = 70$ ga o'zgaradi.

3-jadval

b_j / a_i	80	120	70	130
100	10	7	6	8
150	6 80	8	13	11
150	8	10	12	5 130

C' matrisaning 1-ustunini o'chirish natijasida quyidagi

$C'' = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 8 & 13 \end{pmatrix}$ matrisaga ega bolamiz. Bu matrisaning c''_{ij} elementlari orasida eng kichigini topamiz:

$\min c''_{ij} = c''_{12} = c''_{13} = 6$. Demak, $x_{23} = \min(100;70) = 70$ bu holda C matrisaning 3-ustuni o'chiriladi va a_1 ning qiymati $100-70=30$ ga o'zgaradi.

4-jadval

b_j / a_i	80	120	70	130
100	10	7	6 70	8
150	6 80	8	13	11
150	8	10	12	5 130

Endi C matrisaning 1,3,4-ustunlarini o'chirish natijasida $C''' = (7\ 8\ 10)$-vektor ustunga ega bo'lamiz. Bu vektorning har bir komponentasini o'sish tartibida qarab chiqib, ularga mos keluvchi x_{ij} larni aniqlaymiz:

5-jadval

b_j / a_i	80	120	70	130
100	10	7 30	6 70	8
150	6 80	8 70	13	11
150	8	10 20	12	5 130

Berilgan masalaning tayanch plani:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 30 & 70 & 0 \\ 80 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

matrisadan iborat bo'ladi.

Shimoliy –G'arbiy burchak usuli

Bu usulda jadval kataklari birinchi satr, birinchi ustundagi katakdan boshlab to'ldiriladi, so'ngra zaxira va extiyoj xisobga olinib birinchi satrdagi navbatdagi kataklar to'ldirilib boriladi. birinchi satr kataklari to'ldirilib bulgach, ikkinchi satr kataklari zaxira va extiyojni xisobga olib to'ldirib boriladi va xokazo. Shimoliy-G'arb burchak usulini tushinish uchun quyidagi misolni keltiramiz.

Misol. Quyidagi transport masalasining boshlang'ich planini toping.

1-jadval

b_j / a_i	3	6	2	1
4	2	5	9	5
2	8	3	5	8
3	7	3	1	4
3	5	9	7	2

1-qadam.
$x_{11} = \min(4,3) = 3$. Shuning uchun b_1 va $a_1 = 4 - 3 = 1$ga o'zgaradi. $x_{21} = x_{31} = x_{41} = 0$.

2-qadam.
$x_{12} = \min(1,6) = 1$. Bunda $a_1 = 0$ va $b_2 = 6 - 1 = 5$ga o'zgaradi hamda $x_{13} = x_{14} = 0$ bo'ladi.

3-qadam.
$x_{22} = \min(2,5) = 2$. Bunda $a_2 = 0$ va $b_2 = 5 - 2 = 3$ga o'zgaradi hamda $x_{23} = x_{24} = 0$ bo'ladi.

4-qadam.
$x_{32} = \min(3,3) = 3$. Bunda $a_2 = 0$ va $b_2 = 0$ bo'ladi hamda $x_{33} = x_{34} = x_{42} = 0$ bo'ladi.

5-qadam.
$x_{43} = 0$, $a_4 = 3 - 2 = 1$ga o'zgaradi.

6-qadam.
$x_{44} = \min(1,1) = 1$. Bunda $a_4 = b_4 = 0$bo'ladi va masalaning yechilish jarayoni tugaydi. Topilgan boshlang'ich plan quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

2-jadval

b_j / a_i	3	6	2	1
4	2 3	5 1	9	5
2	8	3 2	5	8
3	7	3 3	1	4
3	5	9	7 2	2 1

Topilgan boshlang'ich plandagi noldan farqli bo'lgan noma'lumlar soni 6 ta bo'lib, u $n + m - 1 = 7$dan kichik. Agar masalaning tayanch planidagi noldan farqli bo'lgan x_{ij} noma'lumlar soni $n+m-1$ dan kichik bo'sa, bunday planni xos plan deb ataymiz.

Taqsimot usuli

Transport masalasini taqsimot usuli bilan yechish. Transport masalasini bu usul bilan yechishni sonli misolda qaraymiz. Transport masalasi 1-jadval bilan berilgan bo'lsin.

1-jadval.

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar				
		V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
A_1	$250\ t$	*7*	*9*	*16*	*10*	*16*
A_2	$350\ t$	*13*	*12*	*18*	*12*	*20*
A_3	$300\ t$	*19*	*15*	*10*	*13*	*13*
Talablar	$900\ t$	$150\ t$	$170\ t$	$190\ t$	$210\ t$	$180\ t$

Yechish: Bu masalada zahiralar miqdori talablar yig'indisiga teng, demak, masala yopiq transport masalasidir.

Birinchi rejani shimoliy-g'arb, burchak usulidan foydalanib tuzamiz. V_1 iste'molchiga A_1 ta'minlovchidan $150\ t$ rejalashtirib, A_1 ta'minlovchidagi yuk $150\ t$ ga kamayib $100\ t$ bo'ladi va V_1 iste'molchi qanoatlantiriladi. A_1 ta'minlovchidagi qolgan $100\ t$ yukni V_2 iste'molchiga rejalashtiramiz, uning talabi $170\ t$ bo'lganligi uchun A_2ta'minlovchidan $70t$ berilib, V_2 iste'molchi ham qanoatlantiriladi va A_2 ta'minlovchidagi yuk $70\ t$ ga kamayib, $280\ t$ bo'ladi. A_2 ta'minlovchidagi yukdan $190t$ yukni V_3 iste'molchiga rejalashtirib, qolgan yukni V_4iste'molchiga va hokazo, bu jarayonni davom ettirib, oxiri A_3ta'minlovchida $180\ t$ yuk qolib, uni V_5 iste'molchiga rejalashtirib, hamma talablar qanoatlantiriladi, zahirada yuk qolmaydi. Bularni quyidagi jadvalda yozamiz.

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar				
		V_1	$V2$	$V3$	$V4$	$V5$
$A1$	$250\ t$	7 150	9 100	16	10	16
$A2$	$350\ t$	13	12 70	18 190	12 90	20
$A3$	$300\ t$	19	15	10	13 120	13 180
Talablar	$900\ t$	$150\ t$	$170\ t$	$190\ t$	$210\ t$	$180t$

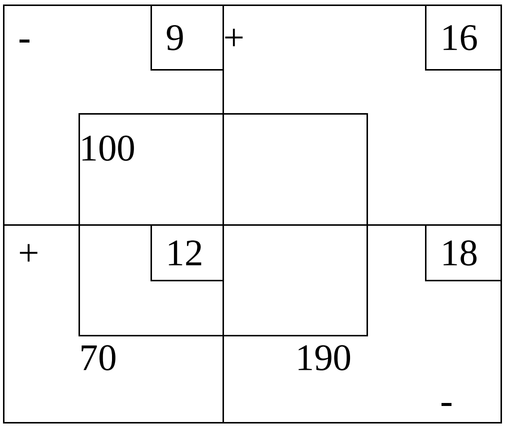
Shunday qilib, boshlang'ich rejani shimoliy-g'arb burchak usulidan foydalanib tuzdik. Bu masalada ta'minlovchilar soni $m = 3$, iste'molchilar soni $n = 5$, to'ldirilgan katakchalar soni 7 ta. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ bo'lganligi uchun, olingan reja maxsusmas bo'ladi.

Boshlang'ich taqsimlash uchun umumiy tashish harajatini hisoblaymiz:

$S_1 = 150 \cdot 7 + 100 \cdot 9 + 70 \cdot 12 + 190 \cdot 18 + 90 \cdot 12 + 120 \cdot 13 + 180 \cdot 13 =$

$= 1050 + 900 + 840 + 3420 + 1080 + 1560 + 2340 = 11190$ so'm (ta'riflar so'mlarda deb olindi).

Endi tuzilgan rejaning optimal yoki optimalmasligini tekshiramiz. Buning uchun har bir bo'sh katakcha uchun yopiq siniq chiziq zanjiri (sikl) hosil qilib, bular bo'yicha baholarning algebraik yig'indisini hisoblaymiz. Masalan, 1-satr va 3-ustun uchun yopiq siniq chiziq zanjiri quyidagicha bo'ladi:



Bunda bo'sh katak ishorasi (+) bo'lib, qolganlari navbat bilan almashinadi (bu yerda navbat soat strelkasi yo'nalishi yoki unga qarama-qarshi yo'nalishda bo'lishi mumkin, uning farqi yo'q).

Bu baholar algebraic yig'indisini Δ_{13} bilan belgilasak, $\Delta_{13} = 16 - 18 + 12 - 9 = 1;$ bo'ladi. Xuddi yuqoridagidek qolgan bo'sh kataklar uchun ular quyidagicha bo'ladi:

$\Delta_{14} = 10 - 12 + 12 - 9 = 22 - 21 = 1;$

$\Delta_{15} = 16 - 13 + 13 - 12 + 12 - 9 = 7;$

$\Delta_{21} = 13 - 7 + 9 - 12 = 22 - 19 = 3;$

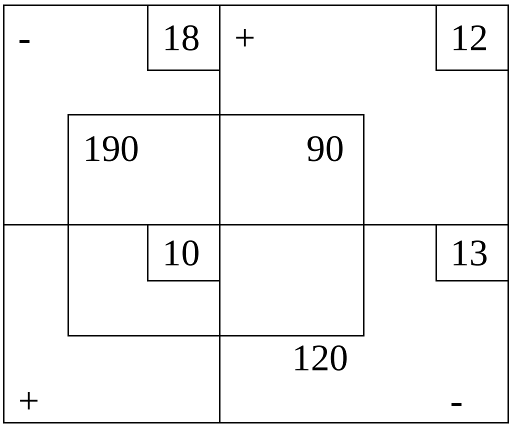
$\Delta_{25} = 20 - 12 + 13 - 13 = 8;$

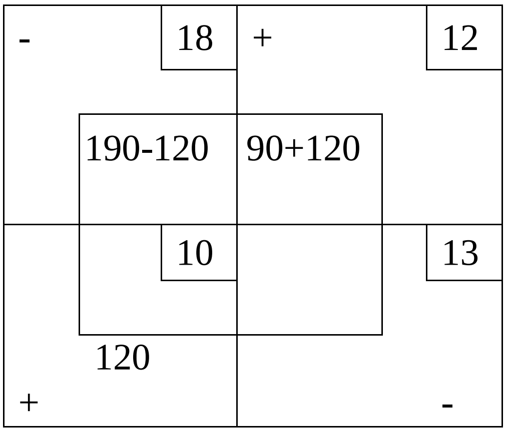
$\Delta_{31} = 19 - 7 + 9 - 12 + 12 - 13 = 18 - 20 = -2;$

$\Delta_{32} = 15 - 12 + 12 - 13 = 15 - 13 = 2;$

$\Delta_{33} = 10 - 18 + 12 - 13 = 22 - 31 = -9.$

Baholar (ta'riflar) algebraic yig'indilarida manfiy sonlarning bo'lishi, tuzilgan reja optimal emasligini ko'rsatadi va rejani yaxshilash mumkin bo'ladi. Endi yangi reja tuzamiz, buning uchun manfiy sonlardan eng kichigi olinadi, ular bir necha bo'lsa, ixtiyoriysini olib taqsimlashni shu katak uchun tuzilgan yopiq siniq chiziq zanjiri bo'yicha o'zgartiramiz. Qaralayotgan misolda eng kichik manfiy algebraic yig'indi (-9) bo'lganligi uchun 3-satr 3-ustundagi katakcha uchun yopiq siniq chiziq zanjiri (sikl)ni qaraymiz:





Manfiy kataklardagi yuk miqdorining eng kichigini (bu 13 baholi katakchada bo'lib, 120 gateng) olib, uni manfiy burchaklardan ayirib, musbat burchaklarga qo'shib, yangi rejahosil qilamiz. Bu o'zgarishni jadvalda amalga oshirib (boshqa katakchalardagi sonlar o'zgarmaydi) quyidagi yangi rejani olamiz:

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar				
		$V1$	$V2$	$V3$	$V4$	$V5$
$A1$	$250\ t$	7 150	9 100	16	10	16
$A2$	$350\ t$	13	12 70	18 70	12 210	20
$A3$	$300\ t$	19	15	10 120	13	13 180
Talablar	$900\ t$	$150\ t$	$170\ t$	$190\ t$	$210\ t$	$180\ t$

Bu tuzilgan yangi reja uchun yuk tashish jami bahosini hisoblaymiz:

$$S_2 = 150\cdot 7 + 100\cdot 9 + 70\cdot 12 + 70\cdot 18 + 210\cdot 12 + 120\cdot 10 + 180\cdot 13 =$$
$$= 1050 + 900 + 840 + 1260 + 2520 + 1200 + 2340 = 10110 \quad so'm$$

Demak, umumiy harajat $S_1 - S_2 = 11190 - 10110 = 1080$ ga kamaydi.

Endi tuzilgan rejaning optimalligini tekshiramiz. Buning uchun yangi tuzilgan rejadagi bo’sh katakchalar uchun baholarning algebraik yig’indisini hisoblaymiz:

$$\Delta_{13} = 16 - 18 + 12 - 9 = 28 - 27 = 1;$$
$$\Delta_{14} = 10 - 12 + 12 - 9 = 10 - 9 = 1;$$
$$\Delta_{15} = 16 - 13 + 10 - 18 + 12 - 9 = 38 - 40 = -2;$$
$$\Delta_{21} = 13 - 7 + 9 - 12 = 22 - 19 = 3;$$
$$\Delta_{25} = 20 - 18 + 10 - 13 = 30 - 31 = -1;$$
$$\Delta_{31} = 19 - 7 + 9 - 12 + 18 - 10 = 46 - 29 = 17;$$
$$\Delta_{32} = 15 - 12 + 18 - 10 = 33 - 22 = 11;$$
$$\Delta_{34} = 13 - 12 + 18 - 10 = 31 - 22 = 9.$$

Δ_{15} va Δ_{25} baholar manfiy, bulardan kichigi $\Delta_{15} = -2$ bo’lganligi uchun shu katakcha uchun yopiq siniq chiziqlar zanjirini qaraymiz:

	− 9 100		+ 16
	+ 12 70	− 18 70	
		+ 10 120	- 13 180

-	100 − 70		70 + 0	+
	70 + 70	70 − 70		
	+	-		
	+	120 + 70	180 − 70	-

Bu zanjirda manfiy burchaklardagi eng kichik yuk 70 bo’lib, uni manfiy burchaklardan ayirib, musbat burchaklarga qo’shib, yaxshilangan planni tuzamiz:

Ta’minlovchilar	Zahiralar	Iste’molchilar				
		$V1$	$V2$	$V3$	$V4$	$V5$
$A1$	$250\ t$	7 150	9 30	16	*10*	16 70
$A2$	$350\ t$	18	12 140	18	12 210	20
$A3$	$300\ t$	19	15	10 190	13	13 110
Talablar	$900\ t$	$150\ t$	$170\ t$	$190\ t$	$210\ t$	$180\ t$

Bu olingan reja bo’yicha umumiy harajat:

$S_3 = 150 \cdot 7 + 30 \cdot 9 + 70 \cdot 16 + 140 \cdot 12 + 210 \cdot 12 + 190 \cdot 10 + 110 \cdot 13 = 9940$ so’m

bo'lib oldingi rejaga nisbatan $S_2 - S_3 = 170$ so'mga yaxshilandi.
Olingan rejadagi bo'sh katakchalar uchun baholarning algebraik yig'indisini hisoblaymiz:

$$\Delta_{13} = 16 - 16 + 13 - 10 = 29 - 26 = 3;$$
$$\Delta_{14} = 10 - 12 + 12 - 9 = 1;$$
$$\Delta_{21} = 13 - 12 + 9 - 7 = 22 - 19 = 3;$$
$$\Delta_{23} = 18 - 10 + 13 - 16 + 9 - 12 = 40 - 38 = 2;$$
$$\Delta_{25} = 20 - 16 + 9 - 12 = 29 - 28 = 1;$$
$$\Delta_{31} = 19 - 13 + 16 - 7 = 35 - 20 = 15;$$
$$\Delta_{32} = 15 - 13 + 16 - 9 = 31 - 22 = 9;$$
$$\Delta_{34} = 13 - 13 + 16 - 9 + 12 - 12 = 7.$$

Shunday qilib, tuzilgan reja uchun baholarning algebraik yig'indilari ichida manfiylari yo'q, shuning uchun bu tuzilgan reja optimal bo'lib, umumiy harajat $S_3 = 9940$ so'm bo'ladi va uni endi yaxshilash mumkin emas.

Potentsial usuli

Potentsiallar usuli transport masalasini yechish uchun qo'llangan birinchi aniq usul bo'lib, u 1949 yilda rus olimlari L.V.Kantorovich va M.K.Gavurin tomonidan yaratilgan. Bu usulning asosiy g'oyasi trasport masalasiga moslashtirilgan simpleks usuldan iborat bo'lib, birinchi marta chiziqli dasturlashtirish masalalarini yechish usullariga bog'liq bo'lmagan holda tasvirlangan. Keyinroq xuddi shunga o'xshash usul Amerika olimi Dantsig tomonidan yaratilgan. Dantsig usuli chiziqli dasturlashtirishning asosiy g'oyalariga asoslangan bo'lib, Amerika adabiyotida bu usul modifitsirlangan taqsimot usuli deb yuritiladi.Potentsiallar usuli yordami bilan boshlangich tayanch rejadan boshlab, optimal yechimga yaqinroq bo'lgan yangi tayanch rejaga o'tib borib, chekli sondagi iteratsiyadan so'ng masalaning optimal yechimi topiladi. Har bir iteratsiyada topilgan tayanch reja optimal reja ekanini tekshirish uchun har bir ishlab chiqaruvchi (A_i) va iste'mol qiluvchi (B_j) punktga uning potentsiali deb ataluvchi miqdor u_i va v_j mos qo'yiladi .

Potentsial sharti

Bu potentsiallar shunday tanlanadiki,bunda o'zaro bog'langan A_i va B_j punktlarga mos keluvchi potentsiallar yig'indisi C_{ij} ga (A_i dan B_j ga birlik maxsulotni tashish uchun sarf qilinadigan transport xarajatiga) teng bo'lishi kerak.
Agar $H^* = (h_{ij}*)$ reja transport masalasining optimal rejasi bo'lsa, u holda unga

$$u_i^* + v_j^* = c_{ij} \; (x_{ij}^* > 0), \qquad (5)$$

$$u_i^* + v_j^* \le c_{ij} \; (x_{ij}^* = 0) \qquad (6)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $n + m$ ta u_i^* va v_j^*potentsiallar mos keladi.Boshlang'ich reja bo'lishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

a) Har bir to'ldirilgan (maxsulot taqsimlangan) katakcha uchun

$$u_i + v_i = c_{ij} \qquad (7)$$

b) Har bir bo'sh (maxsulot taksimlanmagan) katakcha uchun

$$u_i + v_j = c_{ij}^* \qquad (8)$$

Agar kamida bitta bo'sh katakcha uchun (8)shart bajarilmasa, topilgan boshlang'ich reja optimal reja bo'lmaydi va

$$max(u_i + v_j) = \Delta_{ij}\,, \;\; (\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}) \qquad \Delta_{ij} > 0$$

shartni qanoatlantiruvchi (i, j)katakchani to'ldirilgan katakchaga aylantirish kerak bo'ladi.

Potentsialusulining algoritmi

Shunday qilib, potentsial usulining algoritmi quyidagilardan iborat:

1.Yuqoridagi ko'rilgan usullarning biridan foydalanib, boshlang'ich reja topiladi.

2.Topilgan rejani optimal reja ekanligini tekshirish uchun potentsiallar sistemasi tuziladi. Buning uchun (6) formuladan foydalanib, har bir to'ldirilgan katakcha uchun (7) ko'rinishdagi potentsial tenglamalar tuziladi. Ma'lumki, transport masalasining rejadagi 0 dan farqli bo'lgan o'zgaruvchilar soni $n+m-1$ ta. Demak, potentsial tenglamalar sistemasi $n+m$ ta noma'lumli $n+m-1$tenglamalar sistemasidan iborat bo'ladi.Bu sistemada noma'lumlar soni tenglamalarsonidan ortiq bo'lganligi sababli , potentsiallarning son qiymatini topish uchun ulardan ixtiyoriy bittasiga ixtiyoriy qiymat, soddalik uchun nol qiymat berib, qolganlarini birin-ketin topish mumkin.

Faraz qilaylik ,a_i ma'lum bo'lsin,u xolda (6) dan v_j topiladi:

$$v_j = c_{ij} - u_i.$$

Agar $v_j$ma'lum bo'lsa , u xoldau_i quyidagicha topiladi :

$$u_i = c_{ij} - v_j.$$

Barcha potentsiallarning son qiymatini aniqlab bo'lgach, hamma bo'sh katakchalar uchun

$$\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}. \qquad (9)$$

hisoblanadi. Agarda barcha i va j lar uchun

$$\Delta_{ij} \le 0, (i = \overline{1, m};\; j = \overline{1, n})$$

o'rinli bo'lsa , topilgan boshlangich reja optimal reja bo'ladi.

3. Agar i va j larning kamida bir qiymati uchun $\Delta_{ij} \ge 0$ bo'lsa , boshlang'ich tayanch reja almashtiriladi. Buning uchun potentsiallik sharti buzilmagan katak uchun yopiq zanjir, tsikl tuziladi. Tsiklda ushbu katak bo'sh qolgan kataklarda yuk qo'yilmagan bo'lishi kerak. So'ngra soat strelkasi bo'yicha potentsiallik sharti buzilgan katakka

(+)navbatdagi katakka (-) va xakazo ishoralari qo'yib boramiz . (-) ishorali katakdan (+) ishorali katakka (-) ishorali kataklardagi eng kam yuk miqdoridagi yukni ko'chirib yangi reja tuzamiz.

4.Tuzilgan yangi reja uchun potentsiallar shartini tekshiramiz. Agar topilgan yangi reja optimal bo'lmasa yana shu qadam takrorlanadi.

Misol. $A_{1,}A_2,\ A_3$ omborlarda mos ravishda $a_1 = 510,\ a_2 = 90,\ a_3 = 120$ tonnadan yuk bor.Bu yukni V_1, V_2, V_3, V_4 do'konlarga mos ravishda $v_1 = 270,\ v_2 = 140,\ v_3 = 200,\ v_4 = 110$ tonnadan qilib taqsimlanishi kerak. Agar bir tonna yukni $A_i(i = 1,2,3)$ ombordan $V_j(j = 1,2,3,4)$ gaolib borish uchun ketadigan xarajat.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 3 \\ 5 & 6 & 8 & 9 \\ 7 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

ga teng bo'lsa, yukni tashishning optimal rejasini tuzing.

Yechish:

A₁ ombordan V_1, V_2, V_3, V_4dukonlarga olib borilishi kerak bo'lgan yuklarni $h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{14}$ bilan, A_2 ombordan V_1, V_2, V_3, V_4 do'konlarga olib borilishi kerak bo'lgan yuklarni $h_{21}, h_{22}, h_{23}, h_{24}$bilan A_3 ombordan V_1, V_2, V_3, V_4 do'konlarga olib borilishi kerak bo'lgan yuk miqdori $h_{31}, h_{32}, h_{33}, h_{34}$ bilan belgilab olaylik. U xolda masala shartiga ko'ra ;

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 510 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 90 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 120 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 270 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 140 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 200 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 110 \end{cases} \qquad (10)$$

$$x_{i,j} \geq 0,\ \ i = 1,2,3;\ j = 1,2,3,4 \qquad (11)$$

Tenglamalar sistemasining ichidan

$$Z = h_{11} + 4h_{12} + 7h_{13} + 3h_{14} + 5h_{21} + 6h_{22} + 8h_{23} + 9h_{24} + 7h_{31} + 2h_{32} + 4h_{33} + 8h_{34}$$

Maqsad funktsiyasiga minimal qiymat bera oladiganini topamiz. (10) va (11) lar uqoridagi masalaning matematik modelidir. Masalani jadvallar yordamida yechamiz.

1-jadval

Jo'natish punkti	Qabul qilish punktlari				Zaxira
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	4	7	3	

	270	20	110	110	510
A_2	5	6	8 90	9	 90
A_3	7	2 120	4	8	 120
Extiyoj	270	140	200	110	720

Tuzilgan boshlangich reja bo'yicha yuk tashish uchun ketadigan xarajat

$Z = 270 * 1 + 4 * 20 + 7 * 110 + 3 * 110 + 8 * 90 + 2 * 120 = 2610$ so'm

Bu tuzilgan rejani optimallikka potentsiallar usuli bilan tekshiramiz. Yuk qo'yilgan kataklar uchun

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 1, \quad \alpha_1 = 0 \\ \alpha_1 + \beta_2 = 4, \quad \beta_1 = 1 \\ \alpha_1 + \beta_3 = 7, \quad \beta_2 = 4 \\ \alpha_1 + \beta_4 = 3, \quad \beta_3 = 7 \\ \alpha_2 + \beta_2 = 2, \quad \beta_4 = 3, \quad \alpha_2 = 1, \quad \alpha_3 = -2 \end{cases}$$

Yuk qo'yilmagan kataklar uchun

$$\alpha_2 + \beta_1 = 1 + 1 = 2 < 5$$
$$\alpha_2 + \beta_2 = 1 + 4 = 5 < 6$$
$$\alpha_2 + \beta_4 = 1 + 3 = 4 < 9$$
$$\alpha_3 + \beta_1 = -2 + 1 = -1 < 7$$
$$\alpha_3 + \beta_3 = -2 + 7 = 5 > 4$$
$$\alpha_3 + \beta_4 = -2 + 3 = 1 < 8$$

Potentsiallik sharti A_3B_3 katakda buzildi shu katak uchun tsikl tuzib yangi jadval tuzamiz.

Junatish punkti	**Qabul qilish punkti**				**Zaxira**
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1 270	4 130	7	3 110	 510
A_2	5	6	8 90	9	 90
A_3	7	2 10	4 110	8	 120
Extiyoj	270	140	200	110	720

$$\begin{array}{lll}
 & \alpha_1 = 0 & \\
\alpha_1 + \beta_1 = 1 & \beta_1 = 1 & \alpha_1 + \beta_3 = 6 < 7 \\
\alpha_1 + \beta_2 = 4 & \beta = 4 & \alpha_2 + \beta_1 = 3 < 5 \\
\alpha_1 + \beta_4 = 3 & \beta_4 = 3 & \alpha_2 + \beta_2 = 6 = 6 \\
\alpha_2 + \beta_3 = 8 & \alpha_3 = -2 & \alpha_2 + \beta_4 = 6 < 9 \\
\alpha_3 + \beta_2 = 2 & \beta_3 = 6 & \alpha_3 + \beta_1 = -1 < 7 \\
\alpha_3 + \beta_3 = 4 & \alpha_2 = 2 & \alpha_3 + \beta_4 = 1 < 8
\end{array}$$

potentsiallik sharti bajariladi demak tuzilgan reja optimal ekan.

$Z = 1 \cdot 270 + 4 \cdot 130 + 3 \cdot 110 + 8 \cdot 90 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 110 = 2290$ so’m
yuk tashishning eng arzon narxi $\text{Z} = 2290$ so′m ekan.

Laboratoriya ishini bajarish bo’yicha topshiriqlar variantlari

Masala. Viloyatning uchta A_1, A_2 va A_3 korxonalarida birjinsli mahsulotlar ishlab chiqarilib, ishlab chiqarilgan mahsulotlarni beshta B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 istemolchilarga jo’natish kerak. $A_1, A_2, va\ A_3$ korxonalarda mos ravishda, a_1, a_2, a_3 tonna birjinsli ishlab chiqarilgan mahsulotni B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 istemolchilarga, mos ravishda, b_1, b_2, b_3, b_4 va b_5 tonnadan jo‘natish kerak.

Ishlab chiqarish korxonalaridan iste’molchilargacha bo‘lgan xarajatlar quyidagi T matritsada berilgan:

$$T = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} \end{pmatrix}$$

Ishlab chiqarish korxonalaridan mahsulotlarni iste’molchilarga tashish harajatlarining minimal variantini toping:

Masalalar: Keltirilgan jadval qiymatlariga mos transport masalasini tuzing. Masala tayanch yechimini minimal harajatlar usuli bo’yicha aniqlang va uni optimallikka tekshiring.

1-misol

i	1	2	3	$\sum$
1	11	15	13	200
2	14	12	10	300
$\sum$	150	250	100	500

2-misol

j / i	1	2	3	∑
1	60	45	60	400
2	55	60	58	500
∑	200	400	300	900

3-misol

j / i	1	2	3	∑
1	30	25	35	500
2	25	35	20	300
∑	250	350	200	800

4-misol

j / i	1	2	3	∑
1	25	20	18	400
2	15	22	24	300
∑	250	150	300	700

5-misol

j / i	1	2	3	∑
1	40	50	30	600
2	30	40	50	400
∑	300	500	200	

6-misol

i \ j	1	2	3	4	Σ
1	17	3	6	12	330
2	14	10	2	10	270
3	14	11	5	8	300
Σ	230	170	300	200	900

7-misol

i \ j	1	2	3	4	Σ
1	10	12	14	20	250
2	12	14	19	16	150
3	16	17	15	18	200
Σ	100	170	130	200	600

8-misol

i \ j	1	2	3	4	Σ
1	17	19	20	10	200

2	10	10	13	13	300
3	16	17	19	11	300
Σ	270	100	230	200	800

9-misol

$i \backslash j$	1	2	3	4	Σ
1	17	3	6	12	200
2	14	10	2	10	300
3	14	11	5	8	200
Σ	150	150	200	200	700

10-misol

$i \backslash j$	1	2	3	4	Σ
1	10	12	20	10	300
2	12	20	19	16	200
3	16	17	15	18	350
Σ	230	270	150	200	850

11-misol

i \ j	1	2	3	4	Σ
1	17	13	16	12	250
2	14	10	12	10	300
3	14	11	15	8	200
Σ	100	250	300	200	750

12-misol

i \ j	1	2	3	4	Σ
1	17	19	20	10	330
2	20	10	13	13	270
3	16	17	19	21	150
Σ	230	270	150	100	750

13-misol

i \ j	1	2	3	4	Σ
1	17	10	16	19	300
2	19	17	20	16	200

3	12	14	16	18	350
Σ	150	250	150	300	850

14-misol

i \ j	1	2	3	4	Σ
1	10	12	14	10	200
2	12	12	19	16	300
3	16	17	15	18	300
Σ	270	200	130	200	800

15-misol

i \ j	1	2	3	4	Σ
1	10	12	20	10	330
2	12	12	19	16	270
3	16	17	15	18	300
Σ	230	270	150	250	900

Adabiyotlar

1. T. Shodiyev va boshqalar. “Iqtisodiy - matematik usullar va modellar” o‘quv qo‘llanma– T.: TDIU, 2007 y
2. Шапкин А.С. математическийе методи и модели исследования операция. Учебной пособийе.-М.: Дашков К., 2009 г.
3. Фомин Г.П. Математическойе методи и модели в коммерчиской деятелности Учебник. –М.: ИНФРА-М, 2009 г.
4. Д.Б. Юдин, Э.Т.Толдштейн; Линейноэ программирование . М. “Наука”, 1969.
5. Канторович Л. В. О методах анализа некоторых экспериментальных планово-производственних задач. ДАН СССР 115, Н3 1957.
6. Жураев Х. И. Отаниёзов Б. ва бошқалар Метематик программалаштириш. Тошкент ОЎМТВ, 2005
7. Акулич И. И. Математическоэ программирование в примерах и задачах (учебное пособие) М. “Высшая школа ” 1986
8. G’ofurov M. va boshqalar. Iqtisodiy matematik usullar va modellar (O’quv qo’llanma) Toshkent 2000.
9. К.Сафаева, Н.Бекназарова Операцияларни текширишнинг математик усуллари. Тошкент “Ўқитувчи”, 1984.