

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

ТАШКЕНТСКИЙ ФИНАНСОВЫЙ ИНСТИТУТ

Шадиев Х., Хабибуллаев И.

СТАТИСТИКА

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
(I часть)**

Ташкент – 2018

Шадиев Х., Хабибуллаев И. Статистика. Методическое пособие. – Т.: ТФИ, 2018. – 120 стр.

Данное методическое пособие подготовлено, в соответствии с действующей учебной программой. В нём приведены методические указания по решению типовых задач, а также задачи для самостоятельного решения студентами, по методам обработки материалов статистического наблюдения, статистических показателей, средних величин, показателей вариации, выборочных наблюдений, статистическим методам изучения взаимосвязи социально-экономических явлений, рядам динамики, статистическим индексам. Данное методическое пособие рассчитано для бакалавриата направлений высшего образования: 5230200 – Менеджмент; 5230600 – Финансы; 5230800 – Налог и налогообложение; 5230700 – Банковское дело; 5230900 – Бухгалтерский учет и аудит; 5231200 – Страхование дело; 5231300 – Пенсионное дело; 5231500 – Оценочное дело, а также для магистров экономических специальностей, научных работников, специалистов-практиков, которые самостоятельно изучают экономические явления и процессы статистическими методами.

Данное методическое пособие обсуждено и рекомендовано к печати Учебно-Методическим Советом Ташкентского финансового института протоколом № 3/6 от 25 октября 2017 года.

Рецензенты: Аюбжанов А.Х. – Заведующий кафедрой “Статистика” Ташкентского Государственного экономического университета, к.э.н.

Кадыров Р. – Доцент кафедры “Высшая и прикладная математика” Ташкентского финансового института, к.п.н.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В условиях инновационной экономики любой специалист, где бы он не работал, должен знать и чувствовать, что нового появляется в той области, где он ведет свою деятельность, чтобы внедрить новшества в своё производство. Для этого ему необходимо овладевать не только теоретическими знаниями, но и практическими навыками. Например, экономисту недостаточно знать суть экономических и финансовых операций, ему необходимо разобраться в методах определения и статистического анализа экономических процессов и явлений и т. д. Исходя из этой необходимости подготовлено методическое пособие по статистике для будущих экономистов.

Целью методического пособия является обучение студентов вычислению социально-экономических показателей статистики, изучение их структуры и динамики, взаимосвязей, а также приобретение навыков обобщения результатов статистических исследований и правильного применения статистических методов. Оказание практической помощи в выполнении вышеуказанных расчетов и в формулировании выводов на основе статистического анализа является главной задачей данного методического пособия.

В методическом пособии рассмотрены вопросы общей теории статистики. Чем он отличается от сборника задач по статистике? Если в сборниках задач по статистике приводятся только задачи для самостоятельного решения, а в некоторых сборниках ответы по задачам, то здесь каждая глава пособия включает методические указания, приемы решения типовых задач и задачи для самостоятельного решения.

Кафедра статистики ТФИ заранее благодарит тех, кто отправит свои замечания и предложения по совершенствованию настоящего методического пособия по адресу: г. Ташкент, ул. А.Темура 60^А, ТФИ, кафедра «Статистика».

Глава I. СТАТИСТИЧЕСКАЯ СВОДКА И ГРУППИРОВКА. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Методические указания и решение типовых задач

Для глубокого изучения материалов курса по данной главе студенту необходимо знать и уметь:

- ✓ построить ряды распределения и знать их виды;
- ✓ что такое сводка и группировка, значение группировки на научной основе для статического исследования;
- ✓ виды группировок по решаемым задачам;
- ✓ виды группировок по группировочным признакам;
- ✓ правильно выбрать группировочный признак;
- ✓ группировать по вариационному признаку с равными и неравными, открытыми и закрытыми интервалами;
- ✓ построить статические таблицы и графики.

Задачей статистической сводки (второго этапа статистического исследования) является упорядочение и обобщение первичного материала (первый этап), свести в группы и на этой основе дать обобщенную характеристику совокупности. Сводка – это комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчетов итогов каждой группы и по всему объекту, предоставления результатов в виде статистической таблицы и графиков.

Статистическая сводка осуществляется по программе, которая должна разрабатываться еще до сбора статистических данных, практических одновременно с составлением плана и программы статистического наблюдения.

Первым и наиболее простым способом обобщения статистических данных являются ряды распределения.

Статистическим рядом распределения называют численное распределение единиц совокупности по изучаемому признаку. В зависимости от признака, ряды могут быть вариационные (количественные) и атрибутивные.

Количественные признаки – это признаки, имеющие количественное выражение у отдельных единиц совокупности. Атрибутивные признаки – это признаки, не имеющие количественной меры. Например, пол человека, отрасли экономики, вид продукции, профессия рабочего и т. д.

Вариационные ряды могут быть дискретными или интервальными.

Дискретный ряд распределения – это ряд, в котором численное распределение признака выражено одним конечным числом. Примером может служить распределение студентов по оценкам (например, по статистике).

Оценки (баллы)	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
Число студентов	10	15	40	20	8

Интервальный ряд распределения – это ряд, в котором значения признака заданы в виде интервала. Например, распределение мини-маркетов по размеру розничного товарооборота можно представить в виде интервального ряда:

Товарооборот, млн сум	10-20	20-30	30-40	40-50	60-70
Число минимаркетов	50	80	100	90	60

При построении интервальных рядов распределения необходимо определить, какое число групп следует образовать и какие взять интервалы: равные, неравные, закрытые, открытые.

Эти вопросы решаются на основе экономического анализа сущности изучаемых явлений, от поставленной цели и характера изменений изучаемого признака.

Однако статистические ряды распределения не дают всесторонней характеристики групп. Для того, чтобы выявить особенности в развитии явлений, обнаружить тенденции, установить зависимости необходимо произвести группировку статистических данных. Для этой цели выбирается в первую очередь группировочный признак, который должен быть более существенным, определяется интервалы групп, образуются группы и разрабатывается система показателей в зависимости от цели исследования и поставленной задачи.

Рассмотрим методику проведения группировок по видам (типологический, аналитический, структурный) группировки на конкретных примерах.

Задача 1. По данным табл. 1.1. произведите группировку рабочих завода по полу. Группы, выделенные по полу, охарактеризуйте двумя показателями: а) числом рабочих; б) начисленной заработной платой за месяц. Подсчитайте групповые и общие итоги по этим показателям и сформулируйте заголовки построенных вами таблиц.

Решение: Рабочие по полу делятся на две группы: 1) мужчины; 2) женщины. Такая группировка называется типологической.

Теперь составим макет итоговой (групповой) таблицы с системой показателей, куда будем заносить результаты группировки.

Распределение рабочих завода по полу

Группы рабочих по полу	Число рабочих	Начисленная заработная плата, тыс. сум
Мужчины		
Женщины		
Итого:		

Таблица 1.1

Известны следующие данные о рабочих завода

№ п/п	Пол	Возраст, лет	Образование	Профессия	Зарботная плата за месяц, тыс. сум
1	муж.	50	начальное	наладчик	900
2	муж.	33	неполное среднее	наладчик	1050
3	жен.	25	среднее	токарь	1200
4	жен.	30	среднее	сверловщик	1500
5	муж.	18	неполное среднее	токарь	1300
6	жен.	20	среднее	наладчик	1000
7	муж.	25	среднее	сверловщик	1900
8	жен.	26	неполное среднее	наладчик	900
9	муж.	38	неполное среднее	сверловщик	1600
10	жен.	38	среднее	фрезеровщик	1300
11	жен.	45	начальное	наладчик	700
12	муж.	40	среднее	токарь	1300
13	муж.	20	среднее	сварщик	2150
14	муж.	26	среднее	фрезеровщик	1300
15	муж.	21	среднее	сверловщик	1500
16	жен.	26	среднее	фрезеровщик	1400
17	муж.	30	неполное среднее	сверловщик	1500
18	жен.	30	неполное среднее	наладчик	1100

19	муж.	34	среднее	сварщик	1900
20	жен.	24	среднее	токарь	1300
21	жен.	55	неполное среднее	наладчик	1000
22	муж.	40	среднее	сварщик	2060
23	муж.	33	среднее	строгальщик	1600
24	жен.	19	среднее	наладчик	900
25	жен.	18	среднее	фрезеровщик	1400

Для заполнения итоговой таблицы предварительно составим рабочие таблицы:

1 группа – мужчины

№ п/п	Зарботная плата, тыс. сум
1	900
2	1050
3	1300
4	1900
5	1600
6	1300
7	2150
8	1300
9	1500
10	1500
11	1900
12	2060
13	1600
Итого	20060

2 группа – женщины

№ п/п	Зарботная плата, тыс. сум
1	1200
2	1500
3	1000
4	900
5	1300
6	700
7	1400
8	1100
9	1300
10	1000
11	900
12	1400
Итого	13700

Групповые показатели рабочих таблиц занесем в соответствующие строки и графы итоговой таблицы и получим окончательную сводную таблицу с результатами группировки.

Таблица 1.2

Распределение рабочих завода по полу

Группы рабочих по полу	Число рабочих	Начисленная заработная плата, тыс. сум
Мужчины	13	20060
Женщины	12	13700
Итого	25	33760

Задача 2. На основе данных табл. 1.3 распределите продовольственные минимаркеты по размеру товарооборота на три группы с равными интервалами. В каждой группе подсчитайте количество магазинов, сумму товарооборота, сумму издержек обращения и вычислите относительные уровни издержек обращения в процентах к товарообороту.

Таблица 1.3

Основные экономические показатели минимаркетов области за отчетный период

№ п/п	Товарооборот в млрд сум.	Издержки обращения в млн сум.	Прибыль в млн сум.	Расстояние баз снабжения (км)
1	3,9	226	41	7
2	1,9	140	7	14
3	1,8	137	10	12
4	1,9	158	16	25
5	3,9	267	40	29
6	2,8	220	21	34
7	4,5	278	60	24
8	4,2	271	51	35
9	2,5	162	35	30
10	2,4	160	25	15
11	4,8	268	48	7
12	2,6	189	18	18
13	2,7	183	31	15
14	1,9	126	12	5
15	4,1	215	45	12
16	2,2	160	20	10
17	2,4	182	17	12
18	4,5	266	45	29
19	2,5	140	26	7
20	2,6	164	30	7
21	4,3	249	40	15
22	3,3	206	24	14
23	3,6	211	40	41
24	2,0	150	11	13
25	2,3	157	27	5
26	2,4	150	25	5
27	3,0	183	37	14
28	3,1	198	36	14
29	2,3	148	16	12
30	3,0	192	34	8

Результаты группировки представьте в табличной форме. К какому виду статических таблиц относится, составленная вами таблица и какой вид группировки она содержит? Сделайте краткие выводы.

Решение. Так как группировочный признак известен (размер товарооборота) работу начнем с определения величины интервала, которая определяется по формуле:

$$i = \frac{X_{max} - X_{min}}{\text{число групп}} \text{ или } i = \frac{X_{max} - X_{min}}{n}$$

где X_{max} и X_{min} – соответственно максимальное и минимальное значения изучаемого признака; n- число групп.

Образуем 3 группы минимаркетов. Тогда величина интервала будет равна:

$$i = \frac{4,8 - 1,8}{3} = \frac{3,0}{3} = 1,0 \text{ млрд сум}$$

Определяем границы групп:

I группа $1,8 + 1,0 = 2,8$ (1,8 - 2,8)

II группа $2,8 + 1,0 = 3,8$ (2,8 - 3,8)

III группа $3,8 + 1,0 = 4,8$ (3,8 - 4,8)

После того, как выбран группировочный признак, намечено число групп и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которыми будут охарактеризованы группы, и определены их величина по каждой группе. В нашем примере каждую группу необходимо охарактеризовать следующими показателями: количеством минимаркетов, суммой товарооборота, издержек обращения и относительным уровнем издержек обращения.

Составим макет итоговой (групповой) таблицы с системой показателей, куда будем заносить результаты группировки.

Группировка минимаркетов области по размеру товарооборота

Группы минимаркетов по размеру товарооборота, млрд сум	Число минимаркетов	Товарооборот, млрд сум	Издержки обращения	
			Абсолютная сумма, млн сум	в % к обороту
1,8 - 2,8				
2,8 - 3,8				
3,8 - 4,8				
Итого				

Для заполнения итоговой таблицы составим предварительно рабочие таблицы.

I. Группа минимаркетов с товарооборотом от 1,8 млрд сум до 2,8 млрд сум

№ п/п	Номер минимаркета	Товарооборот, млрд. сум	Сумма издержек обращения, млн сум
1	2	1,9	140
2	3	1,8	137
3	4	1,9	158
4	6	2,8	220
5	9	2,5	182
6	10	2,4	160
7	12	2,6	189
8	13	2,7	183
9	14	1,9	126
10	16	2,2	160
11	17	2,4	182
12	19	2,5	140
13	20	2,6	164
14	24	2,0	150
15	25	2,3	157
16	26	2,4	150
17	29	2,3	148
Итого	17	33,2	2746

II. Группа минимаркетов с товарооборотом от 2,8 млрд сум до 3,8 млрд сум

№ п/п	Номер минимаркета	Товарооборот, млрд сум	Сумма издержек обращения, млн сум
1	22	3,3	206
2	23	3,6	211
3	27	3,0	183
4	28	3,1	198
5	30	3,0	192
Итого	5	16,0	990

III. Группа минимаркетов с товарооборотом от 3,8 млрд сум до 4,8 млрд сум

№ п/п	Номер минимаркета	Товарооборот, млрд сум	Сумма издержек обращения, млн сум
1	1	3,9	226
2	5	3,9	267
3	7	4,5	278
4	8	4,2	271
5	11	4,8	268
6	15	4,1	215
7	18	4,5	266
8	21	4,3	249
Итого	8	34,2	2040

Групповые показатели рабочих таблиц занесем в соответствующие строки и графы итоговой таблицы и получим окончательную сводную групповую таблицу с результатами группировки.

Группировка минимаркетов области по размеру товарооборота

Группы минимаркетов по размеру товарооборота, млрд сум	Число минимаркетов	Товарооборот, млрд сум	Издержки обращения	
			абсолютная сумма, млн сум	в % к обороту
1,8-2,8	17	39,2	2746	7,01
2,8-3,8	5	16,0	990	6,19
3,8-4,8	8	34,2	2040	5,96
Всего	30	89,4	5776	6,46

По результатам итоговой таблицы можно сделать следующий вывод: с увеличением объема товарооборота минимаркетов уровень издержек обращения снижается. Следовательно, между ними существует обратная связь.

Составленная нами таблица является групповой таблицей, т. к. её подлежащее содержит группы минимаркетов по размеру товарооборота. Она содержит, аналитический вид группировки.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Известны следующие данные о поголовье коров в 40 фермерских хозяйствах района (на начало года):

500	530	505	402	510	495	405	556	390	425
395	494	440	570	462	480	600	650	540	710
705	660	555	610	601	750	560	410	401	544
504	689	586	611	488	598	408	6110	469	601

Постройте по этим данным ряд распределения (вариационный ряд) фермеров по поголовью коров, выделив в нем 5 групп фермеров с постоянным –равным –интервалом. По какому признаку – непрерывному или дискретному – построен этот ряд?

Задача 2. Имеются следующие данные о тарифных разрядах 60 рабочих: 6, 4, 2, 4, 6, 3, 3, 4, 3, 2, 2, 5, 6, 4, 3, 5, 4, 1, 2, 3, 6, 4, 1, 6, 5, 1, 3, 4, 3, 5, 4, 3, 3, 4, 6, 4, 4, 3, 4, 3, 3, 4, 6, 3, 6, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 4, 3, 2, 5, 4, 2, 3.

Постройте по этим данным: а) ряд распределения рабочих по тарифному разряду; б) ряд распределения рабочих по уровню квалификации, выделив в нем три группы рабочих: низкой, средней, высокой квалификации.

Задача 3. Известны следующие данные о степени выполнения норм выработки рабочими завода, %:

109,2	101,2	99,3	105,0	98,3	103,2	105,4	108,2	109,6
105,2	96,8	100,5	90,3	110,8	111,5	150,5	140,3	180,0
89,8	103,6	115,8	125,4	116,5	130,4	90,6	103,4	134,0
170,4	109,2	160,3	122,4	190,3	202,0	130,0	119,6	170,0
99,9	119,4	127,0	130,0	140,0	129,0	150,0	168,0	110,0

Постройте по этим данным: а) ряд распределения рабочих по степени выполнения ими норм выработки, выделив в нем 7 групп рабочих с постоянным интервалом; б) ряд, делящий рабочих на 2 группы: не выполнившие норму выработки, выполнившие норму выработки на 100 и более процентов. По какому группировочному признаку был построен каждый из этих рядов распределения (вариационных рядов) – количественному или качественному.

Задача 4. К каким группировочным признакам относятся следующие признаки: возраст студента, национальность студента,

успеваемость студента, оплата труда рабочих, форма собственности, тарифный разряд рабочего, тип обучения, вид банка ?

Задача 5. На основе данных табл. 1.1. произведите группировку рабочих завода по квалификации. Группы, выделенную по квалификации, охарактеризуйте двумя показателями: а) числом рабочих; б) начисленной заработной платой за месяц. Подсчитайте групповые и общие итоги по этим показателям и сформулируйте заголовки построенных вами таблиц.

Задача 6. На основе данных табл. 1.1. произведите группировку рабочих завода по образованию. Группы, выделенную по образованию, охарактеризуйте двумя показателями: а) числом рабочих; б) начисленной заработной платой за месяц. Подсчитайте групповые и общие итоги по этим показателям и сформулируйте заголовки построенных вами таблиц.

Задача 7. На основе данных табл. 1.1. произведите комбинационную группировку рабочих завода по трем признакам: полу, возрасту и квалификации. По каждой выделенной группе и подгруппе подсчитайте: а) число рабочих; б) начисленную заработную плату за месяц. Результаты подсчета итогов представьте в виде таблицы, сформулируйте ее заголовок.

Задача 8. На основе данных табл. 1.1. постройте таблицы, позволяющие выявить зависимость заработной платы рабочих завода от: а) возраста; б) образования; в) профессии. Проанализируйте данные этих таблиц.

Задача 9. Используя данные табл. 1.3 распределите минимаркеты на 4 группы по размеру товарооборота с такими интервалами: до 2,0 млрд сум, 2,1 – 3,0; 3,1 – 4,0 и свыше 4,0 млрд сум. В каждой группе подсчитайте количество минимаркетов, сумму товарооборота, издержек обращения, прибыли и исчислите относительные уровни прибыли (рентабельности).

Результаты группировки оформите в таблице и на ее основе напишите выводы. К какому виду статистических таблиц относится составленная вами таблица и какой вид группировок она содержит?

Задача 10. Используя данные табл. 1.3 распределите минимаркеты на 2 группы по размеру товарооборота (до 3 млрд сум и свыше

3 млрд сум) и каждую группу на 2 подгруппы по расстоянию от баз снабжения (10 и свыше 10 км.).

В каждой группе и подгруппе подсчитайте число минимаркетов, сумму товарооборота, сумму фактической прибыли и вычислите относительные уровни прибыли в процентах к товарообороту. Результаты оформите в таблице и на ее основе напишите выводы.

Задача 11. По данным табл. 1.4. произведите группировку заводов образовав пять групп заводов с постоянным интервалом. Каждую группу заводов и все заводы в целом охарактеризуйте следующими показателями: а) число заводов; б) стоимость основных фондов – всего и в среднем на один завод; в) стоимость продукции в целом и в среднем на один завод. Полученные результаты представьте в виде таблицы и проанализируйте.

Задача 12. По данным табл. 1.4. произведите группировку заводов по среднему списочному числу рабочих, выделив по группированному признаку три группы предприятий с равным интервалом.

Подсчитайте групповые и общие итоги по следующим показателям: а) число предприятий; б) среднегодовая численность рабочих; в) стоимость продукции. Результаты подсчета итогов представьте в виде таблицы, и проанализируйте полученные данные. К какому виду относится эта таблица? Укажите ее подлежащее и сказуемое.

Таблица 1.4

Основные фонды, списочный состав и стоимость продукции консервных заводов за отчетный год характеризуется следующими данными:

№ п/п	Основные производственные фонды, млн. сум	Среднее списочное число рабочих, чел.	Стоимость продукции, млн. сум
1	4010	4270	9376,0
2	3016	4250	7027,0
3	1950	2850	3896,0
4	4100	4750	9870,0
5	3116	3550	6326,0
6	3266	3900	6650,0
7	2100	2850	3383,0
8	2986	3650	5724,0

9	2160	2750	3683,0
10	3110	3200	4841,0
11	2040	2150	3050,0
12	2540	3150	5276,0
13	3403	3750	6596,0
14	2500	3150	5018,0
15	3146	3550	5816,0
16	2130	3150	5804,0
17	3236	3650	6900,0
18	2866	2950	4268,0
19	3146	3350	5276,0
20	2250	2750	3800,0
21	2610	3150	6476,0
22	2270	2350	4072,0
23	2420	2250	4163,0
24	3760	4150	8100,0
25	4210	4850	9065,0
26	4310	4150	9700,0
27	4120	4170	7136,0
28	4150	4750	12894,0
29	2450	3350	3740,0
30	3316	4350	9182,0
31	4190	3850	9002,0
32	4110	4950	11884,0
33	3056	3250	6720,0
34	3056	4310	6140,0
35	4350	3650	8300,0
36	2660	3250	5914,0
37	4140	3150	84480,0
38	3970	4200	9377,0
39	2952	3150	5228,0
40	3990	4550	10272,0

Задача 13. О распределении одного из видов продукции по сортам имеются следующие данные:

Сорт	1	2	3	Итого
Продукция, % к итогу	20,008	36,0	46,12	102,128

Найдите и исправьте наиболее вероятную ошибку, допущенную в этой таблице.

Задача 14. Разработайте макет статистической таблицы, характеризующей производство важнейших видов промышленной продукции в Узбекистане и России за последний пять лет. Макетом какого вида таблицы является составленная вами таблица и как она озаглавиться?

Задача 15. Имеются следующие данные о распределении коммерческих банков по собственному капиталу:

Ферганская долина		Зарафшанская долина	
Группы банков по собственному капиталу, млрд сум	В % к итогу	Группы банков по собственному капиталу, млрд сум	В % к итогу
До 200	3	До 200	8
200 - 1000	13	200-300	14
1000 - 10000	36	300-1000	18
10000 - 40000	30	1000-8000	28
40000 - 80000	10	8000-40000	12
Свыше 80000	8	40000-60000	7
		60000-70000	6
		70000-75000	5
		Свыше -75000	2
Итого	100	Итого	100

Осуществите вторичную группировку коммерческих банков по собственному капиталу разными способами.

Задача 16. О распределении студентов по полу имеются следующие данные (на начало учебного года):

Факультеты	Мальчики	Девочки	В % к итогу	
			Мальчики	Девочки
Финансовый				
Учетный				
Кредитный				
Успеваемость				

Найдите и исправьте ошибку в таблице?

Задача 17. По данным табл. 1.4 постройте таблицу, выявляющую зависимость производительности труда рабочих от размеров предприятий по численности рабочих. К какому виду относится группировка произведенная вами. Полученные результаты представьте в виде таблицы и проанализируйте.

Задача 18. Иван Абдуллаевич разработал следующий макет таблицы:

Группы студентов по местам жительства	Группы студентов по полу	Число студентов		Собранный балл
		количество	% к итогу	
Сельское	Мальчики Девочки			
Итого Городское	Мальчики Девочки			
Итого				
Всего				

Правильно ли разработан макет таблицы? Каковы его недостатки? Разработайте правильный макет таблицы и сформулируйте его заголовок.

Задача 19. По данным табл. 1.4 постройте аналитическую таблицу, позволяющую выявить зависимость производительности труда рабочих (выработки продукции на одного рабочего) от размеров предприятий по стоимости основных фондов. Произведите краткий анализ результатов.

Задача 20. На основании данных табл. 1.4 составьте аналитическую таблицу, выявляющую зависимость степени использования основных производственных фондов предприятия (выпуск продукции на один сум основных производственных фондов) от размера предприятий по стоимости основных фондов. Сформулируйте основные выводы, вытекающие из данных этой таблицы.

Задача 21. Постройте макет статистической таблицы, характеризующее распределение банков РУ по объему собственного и заёмного капитала за последний пять лет.

Задача 22. Разработайте макет статистической таблицы характеризующий состав студентов Вашего курса по полу и социальному положению. Сформулируйте заголовок макета таблицы и укажите его подлежащую, сказуемое.

Несмотря на то, что в настоящее время статистические графики имеют очень большое значение, авторы данной книги умышленно не дали методические указания и задания по их составлению для того чтобы читатель самостоятельно нашел материал и построил статистические графики. Для составления статистических графиков можно использовать состав семьи, структуру семейного бюджета, состав студентов по различным признакам, успеваемость и посещаемость студентов, а также данные разных статистических сборников, журналов, юбилейных изданий и т.д.

Построенные Вами графики в виде реферата будут оценены преподавателями кафедры и набранные баллы будут добавлены к общему балу.

Глава II. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Методические указания и решение типовых задач

Для полного усвоения материалов данной темы студент должен знать и уметь:

- ✓ виды статистических показателей и их взаимосвязь;
- ✓ что такое абсолютные величины, как их рассчитывают, в чем они выражаются;
- ✓ что такое относительные величины, как они получаются и в чем выражаются;
- ✓ виды относительных величин и как их определяют;
- ✓ почему комплексно используют абсолютные и относительные величины.

Статистические показатели в зависимости от получения и способа расчета делятся на абсолютные, относительные и средние показатели.

Абсолютные величины – это именованные числа, имеющие определенную размерность и единицы измерения. Их получаем в результате сводки статистического материала или расчетным путем: в результате счета; при измерении величин; при задании норм; в результате вычислений. Они характеризуют либо численность совокупности, либо объем признака, кроме того абсолютные величины по характеру показателей показывают:

- 1) Либо уровни явлений на определенный момент;
- 2) Либо результаты процессов за определенный период времени.

К первой группе относятся показатели остатков товаров, сырья и материалов, численности населения, рабочих предприятий и т.д., ко второй группе – объем товарооборота, производства продукции, затраты труда и материалов и т.д.

Абсолютные величины всегда выражаются в определенных единицах измерения (метрах, штуках, тоннах, сумах и т.д.). Эти единицы измерения могут быть натуральными, условно-натуральными, трудовыми и денежными.

Натуральные единицы измерения бывают простыми и комплексными. Так, объем перевезенных грузов измеряется в тоннах, а грузооборот т.е. объем работы транспорта – в тонно-километрах.

Комплексные единицы измеряют совокупность и отражают два фактора. Например, в объеме работы транспорта: объем грузов и

расстояние перевозок. Кроме того, в статистике применяют условные натуральные единицы измерения. Так, например, консервный завод выпускает разнообразные по емкости банки консервов. Поэтому простой их подсчет в тысячах штуках не дает правильного представления об объеме производства. В связи с этим принято измерять продукцию консервных заводов в тубах, т.е. в тысячах условных банок. За условную банку принята банка емкостью 353,4 см³. За условную единицу измерения мощности тракторов различных видов принимается 15-сильный (Л.С.) трактор, за одну тонну условного топлива коэффициент перевода угля составляет 0,9 т., природного газа 1,2 т. и т.п., а производство мыла учитывается в условном 40 % -ном мыле.

Задача 1. Два консервных завода выработали по 100 тыс. шт. банок томатных консервов. В первом заводе емкость каждой банки составляет 600 см³, а во-втором заводе – 200 см³.

Можно ли сказать, что оба завода работали одинаково? Для того чтобы ответить на этот вопрос необходимо установить коэффициенты перевода (например, по заводу №1 – 600/353,4= 1,698) фактического объема банок в условные банки и затем умножить количество выпущенных банок на эти коэффициенты (100×1,698=169,8 тыс. банок). Представим расчет в таблице.

Заводы	Количество выпущенных банок, тыс. штук	Объем банки, см ³	Коэффициент перевода	Количество выпущенных условных банок, тыс. шт.
№ 1	100	600	1,698	169,8
№ 2	100	200	0,566	56,6
Итого	200	-	-	226,4

Значит завод № 1 по сравнению с заводом № 2 выпустил консервов на 113,2 (169,8 – 56,6) тыс. банок больше.

Когда нет возможности получить информацию об абсолютных величинах из первоисточников, то их можно получить расчетным путем, например, на основе балансовой увязки. Остатки денежных средств в кассах банка можно определить, например, на конец дня или месяца:

$$O_n + П = В - O_k,$$

где: O_n – остаток на начало периода; $П$ – поступление за период; $В$ – выдача за период; O_k – остаток на конец периода.

Отсюда сумма выдачи равна следующему:

$$B = O_{\text{н}} + \Pi + O_{\text{к}} \text{ и т.д.}$$

Относительными величинами в статистике называют показатели выражающие количественное соотношение явлений. Они получаются в результате деления одной абсолютной статистической величины на другую. При этом величина с которой сравнивают, называется основанием или базисной величиной, а сравниваемая величина текущей или отчетной.

Для выражения результата сопоставления одноименных величин могут быть использованы коэффициенты (когда база сравнения принимается за единицу); проценты – % (когда база сравнения принимается за 100); промилле – ‰ (когда база сравнения принимается за 1000); продецимилле – ‰₀₀ (когда база сравнения принимается за 10000).

В статистике применяются разнообразные относительные величины. В зависимости от их познавательной сущности различают относительные величины выполнения плана, планового задания, структуры, динамики, координации, интенсивности и сравнения.

А. Относительная величина выполнения плана – отношение фактически достигнутого уровня в отчетном периоде к уровню планируемого показателя на этот же период и определяется по следующей схеме:

$$\text{ОВВП} = \frac{\text{Фактическое выполнение}}{\text{Плановое задание}} \times 100$$

Задача 2. Фактический товарооборот супермаркета за месяц составил 102 млрд сум, при плане 98 млрд сум.

Определить степень выполнения плана товарооборота супермаркета за изучаемый период.

Решение.

$$\text{ОВВП} = \frac{102}{98} \times 100 = \frac{102 \times 100}{98} = 104,1 \%$$

План товарооборота выполнен на 104,1 %, т.е. перевыполнение плана составило 4,1 %.

Б. Относительная величина планового задания получается в результате сравнения плана будущего года (период) с фактическим уровнем отчетного года (период), принятым за базу т.е. по следующей схеме:

$$\text{ОВПЗ} = \frac{\text{Плановое задание на будущий период}}{\text{Фактическое выполнение за отчетный период}} \times 100$$

Задача 3. Фактический товарооборот торгового предприятия в первом квартале составил 50 млн сум. Во втором квартале планируется его рост до 53 млн сум.

Определить относительную величину планового задания.

Решение.

$$\text{ОВПЗ} = \frac{53}{50} \times 100 = \frac{53 \times 100}{50} = \frac{5300}{50} = 106\%.$$

Значит во втором квартале планируется увеличение товарооборота на 6%.

В. Относительные величины динамики характеризуют темпы развития и определяются по следующей схеме:

$$\text{ОВД} = \frac{\text{Фактические (плановые) данные отчетного периода}}{\text{Фактические (плановые) данные базисного периода}} \times 100$$

Задача 4. В базисном периоде из розничных торговых предприятий города были проданы населению в кредит телевизоры на сумму 398,7 млрд сум, а в отчетном – на сумму 540,1 млрд сум.

Определить относительную величину динамики.

Решение.

$$\text{ОВД} = \frac{540,1}{398,7} \times 100 = \frac{540,1 \times 100}{398,7} = \frac{54010}{398,7} = 135,5\%.$$

Значит продажа в кредит телевизоров за год возрос на 35,5%.

Относительные величины динамики могут быть выражены в коэффициентах или процентах и определяются с использованием переменной базы сравнения – **цепные** и постоянной базой сравнения – **базисные** (см. Ряды динамики).

Г. В статистике для характеристики состава той или иной совокупности используют относительные числа, которые называются показателями структуры совокупности. Следовательно, **относительная величина структуры**, характеризует состав изучаемой совокупности, а также показывает строение совокупности, удельный вес отдельной части совокупности по всей совокупности и определяется следующей схемой:

$$\text{ОВС} = \frac{\text{Часть совокупности}}{\text{Вся совокупность}} \times 100$$

Задача 5. По данным отчета супермаркета из общей суммы товарооборота 540,4 млн сум 198,0 млн сум составлял оборот по продовольственным товарам и 342,4 млн сум – непродовольственным товарам.

Определить относительные величины структуры товарооборота.

Решение.

а) удельный вес продовольственных товаров равен:

$$\text{ОВС} = \frac{198,0}{540,4} \times 100 = \frac{198,0 \times 100}{540,4} = \frac{19800}{540,4} = 36,6\%.$$

б) удельный вес непродовольственных товаров равен:

$$\text{ОВС} = \frac{342,4}{540,4} \times 100 = \frac{342,4 \times 100}{540,4} = \frac{34240}{540,4} = 63,4\%.$$

Сумма этих показателей равна 100% (36,6 + 63,4).

Д. Относительные величины сравнения отражают соотношение двух объемов или уровней в пространстве: соотношение производства тракторов в Узбекистане и США, соотношение уровней оплаты труда у разных фермерах, соотношение уровней производительности на разных предприятиях отрасли и т.д.

Задача 6. Известно, что численность врачей всех специальностей в отчетном году составляло в России 505,9 тыс. чел., в Узбекистане – 166,8 тыс.чел., в Туркменистане 39,3 тыс. чел., в Эстонии 5,7 тыс. чел. Данные по России принимаем за 100%.

Определить относительные величины сравнения.

Решение.

$$1. \text{ ОВСр (Узбекистан:Россия)} = \frac{166,8}{505,9} \times 100 = \frac{16680}{505,9} = 33\%.$$

$$2. \text{ ОВСр (Туркменистан:Россия)} = \frac{39,3}{505,9} \times 100 = \frac{3930}{505,9} = 7,8\%.$$

$$3. \text{ ОВСр (Эстония:Россия)} = \frac{5,7}{505,9} \times 100 = \frac{570}{505,9} = 1,13\%.$$

Е. Относительная величина координации получается посредством деления друг на друга разноименных исходных показа-

телей, она дает типическую характеристику соотношения одно порядковых по значимости исходных показателей, во-первых, непосредственно связанных между собой, во-вторых, обладающих некоторой сущностью. Например, соотношение численности городского и сельского населения, женщин и мужчин, розничного товарооборота продовольственных и непродовольственных товаров, товарооборота продукции собственного производства и покупных товаров и т.д.

Задача 7. В товарообороте предприятий общественного питания г. Бухары оборот по продаже собственной продукции составлял 780 млрд сум., а оборот по продаже покупных товаров – 380 млрд сум. Исчислите относительную величину координации.

Решение.

$$\text{ОВК} = \frac{780}{380} = 2,05.$$

Это значит, что на предприятиях общественного питания г. Бухары на каждую сум оборота по покупным товарам приходится 2,05 сум оборота по продаже собственной продукции.

Ж. Относительная величина интенсивности представляет собой отношение величины явления, обладающего каким-либо специфическим признаком, к размеру среды, которая его породила или в которой он существует и развивается и исчисляется по следующей схеме:

$$\text{ОВИ} = \frac{\text{Одна совокупность, характеризующая явление}}{\text{Другая совокупность, характеризующая среду, в которой распространено это явление}}$$

Задача 8. На 1 июля 2015 года, население Узбекистана составляет 31 млн чел., территория 447,7 тыс. км².

Определите относительную величину интенсивности.

Решение.

$$\text{ОВИ} = \frac{\text{Численность населения}}{\text{Территория}} = \frac{31000000}{447,7} = 62,6 \text{ чел. на } 1\text{км}^2.$$

К относительным величинам интенсивности можно отнести такие показатели, как коэффициент рождаемости, смертности, естественного и механического прироста населения, производительности труда, показателей эффективности использования ресурсов и т.д. и т.п.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. В отчетном периоде Самаркандским консервным заводом было произведено продукции:

Виды продукции	Вес или объем банки, см ³	Количество банок, тыс. шт.
Соус томатный	535	120
Огурцы соленые	1000	300
Томаты натуральные	800	200
Молоко сгущенное	400	500

Примечание. За условную банку принять 400 см³.

Определите общий объем производства в отчетном периоде в условных единицах.

Задача 2. Имеются следующие данные о выпуске отдельных видов продукции (тыс. тонн):

Мыло хозяйственное	60%-ное	42,0
Мыло хозяйственное	40%-ное	29,0
Мыло туалетное		40,0
Порошок стиральный		25,0

Определите общий объем производства путем выражения отдельных видов продукции в условных единицах.

Примечание. Для пересчета отдельных видов продукции в условные единицы используются следующие соотношения:

		Коэффициент пересчета
Мыло хозяйственное	60%-ное	1,75
Мыло хозяйственное	40%-ное	1,0
Мыло туалетное		1,75
Порошок стиральный		0,5

Задача 3. О расходах топлива имеются следующие данные:

Вид топлива	Объем расхода	Коэффициент пересчета
Уголь, т	717	0,90
Моторное и дизельное топливо, т	900	1,43
Мазут топочный, т	600	1,37
Газ природный, тыс. куб. м	800	1,20
Торф, т	430	0,40

Определите общее количество потребленного в отчетном году топлива в условных единицах измерения.

Задача 4. Данные о фактическом и плановом объеме розничного товарооборота по двум супермаркетам приведены в таблице:

Супермаркеты	Розничный товароборот, млн сум		
	Фактический за базисный год	Отчетный год	
		План	Фактически
Самарканд	110000	117700	120000
Дарвоза			
Мегапланет	80000	85600	85038

Определите по каждому и в целом по двум супермаркетам относительные величины:

- а) планового задания;
- б) выполнение плана товарооборота за отчетный год;
- в) динамики фактического товарооборота.

Задача 5. Планом на будущий год предусматривалось увеличение выпуска изделия «А» на 15%, «Б» – 9%, «В» – 6% по сравнению с прошлым годом. Фактический объем производства изделия «А» был в 1,4 раза больше по сравнению с базисным годом, «Б» – 1,8, «В» – 2,05 раза больше.

Определите показатели степени выполнения плана в отчетном году по выпуску изделий «А», «Б» и «В».

Задача 6. Имеются следующие данные о продаже товаров отдельными секциями магазина за 1 квартал (млрд сум.):

Секции	По плану	Фактически
Ткани	425	463
Трикотаж	715	789
Обувь	616	625
Галантерея	318	302

На основе этих данных **определите**:

- 1) выполнение плана за 1 квартал каждой секцией и магазином в целом (в процентах);
- 2) плановую и фактическую структуру товарооборота магазина.

Задача 7. Имеются следующие данные о выпуске продукции заводом (млрд сум.):

Кварталы	Обязательство	Фактически
I	-	30,7
II	-	46,1
III	-	70,4
IV	-	82,6
За год	180,9	229,8

Определите процент выполнения плана выпуска продукции нарастающим итогом.

Задача 8. Динамика число торговых организаций области характеризуется следующими данными (на конец года):

Годы	2013г.	2014г.	2015г.	2016г.	2017г.
Число торговых организаций, тыс.	14821	14819	15114	16101	17819

Определите относительные величины динамики в % к 2013 г. и в % к предыдущему году, т.е. базисным и цепным способами.

Задача 9. Производство автомобилей в Республике в январь-мае месяцах отчетного года характеризуется следующими данными, тыс.шт.:

Автомобили	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май
Всего	65,0	83,2	79,3	89,9	76,6
В том числе:					
– грузовые	11,0	11,5	12,0	11,0	9,3
– легковые	54,0	71,7	67,3	78,9	67,3

Рассчитайте относительные показатели динамики с постоянной и переменной базой сравнения, а также относительные величины структуры.

Задача 10. Число студентов финансового института по формам обучения и по полу характеризуется следующими данными:

Группы студентов по полу	Курсы				Всего
	1	2	3	4	
Мальчики	900	841	730	540	3011
Девочки	230	209	198	172	809
Всего	1130	1050	928	712	3820

Определите: 1) удельный вес мальчиков и девочек, обучающихся по каждому курсу и по всем курсам в общей численности студентов и студентов обучающихся по каждому курсу; 2) удель-

ный вес студентов, обучающихся по каждому курсу в общей численности мальчиков и девочек и всех студентов; 3) удельный вес студентов (мальчики и девочки), обучающихся по курсам в общей численности всех студентов института; 4) представьте вычисленное Вами данные в виде таблицы и проанализируйте их.

Задача 11. По данным статистической отчетности установлено, что удельный вес кандидатов и докторов наук среди профессорско-преподавательского состава института составил 78,3%. Известно, что профессоров – 5 человек или 10% общего числа кандидатов и докторов наук.

Определите численность всего профессорско-преподавательского состава института.

Задача 12. Доля продукции частного предпринимательства (собственность граждан) в общем объеме продукции (работ, услуг) малого бизнеса региона в отчетном году характеризуется следующими данными:

	Объем продукции (работ, услуг) хозяйствующих субъектов малого предпринимательства, млрд сум.	Доля частного сектора в общем объеме продукции (работ, услуг) малого предпринимательства, в %
Промышленность	667,4	45,9
Сельское хозяйство	6889,4	100,0
Строительство	663,1	70,5
Розничный товарооборот	2807,0	83,1
Платные услуги	951,6	85,7
Перевозка грузов, млн т.	187,9	92,2
Перевозка пассажиров, млн пасс.	2543,2	99,0
Экспорт, млн долл. США	418,7	61,3
Импорт, млн долл. США	414,2	27,3

Вычислите объем продукции малого предпринимательства частного сектора.

Задача 13. Средний вес одного быка в базисном году составил 400 кг. Планом на отчетный год намечено увеличение веса одного быка на 48 кг. Фактически средний вес одного быка в отчетном году составил 461 кг.

Определите относительную величину планового задания, выполнения плана, динамики.

Задача 14. Планом розничного товарооборота в отчетном году намечено увеличение объема продажи товаров населению по сравнению с прошлым годом на 8%. В действительности план продажи товаров был перевыполнен на 2,8%.

Определите, насколько процентов увеличился объем продажи товаров в отчетном году по сравнению с прошлым годом.

Задача 15. Имеются следующие данные о численности детей, родившихся в городе А (чел.): мальчики – 40618; девочки – 35017.

Определите относительную величину координации.

Задача 16. В отчетном году товарооборот ресторана «Узбекистан» состоял из реализации продукции собственного производства (220 млн сум) и продажи покупных товаров (55 млн сум). Планом на предстоящей год намечено увеличить объем реализации продукции собственного производства на 25% при сокращении размера продажи покупных товаров на 10%.

Определите: 1. Объем реализации продукции собственного производства и покупных товаров в планируемом году; 2. Исчислите относительные величины, характеризующие соотношение между объемом оборота продукции собственного производства и покупными товарами в отчетном и планируемом году.

Задача 17. В кожаном заводе на 1 января числилось заготовителей кожи – 120 человек, а число административно-управленческого персонала составляло 15 человек. На 1 января следующего года число заготовителей кожи увеличилось на 18 человек, а численность административных рабочих – на 1 человек.

Определите относительные величины, характеризующие соотношения между численностью заготовителей и численностью административно-управленческого персонала на начало и конец года.

Задача 18. Объем государственных закупок по областям в отчетном году характеризуется следующими данными:

Наименование сельхоз-продуктов (тыс. тонн)	Бухарская область	Наманганская область	Ташкентская область
Фрукты и ягоды	1852	2308	545
Виноград	384	470	272
Овощи	6562	4620	1298

Определите относительные величины, определяющие соотношение отдельных видов продукции сельского хозяйства:

- 1) Бухарская и Наманганская области;
- 2) Бухарская и Ташкентская области;
- 3) Наманганская и Ташкентская области.

Задача 19. По одному из районов Самаркандской области получены следующие данные за год:

Число родившихся детей	Число умерших	Число браков	Число разводов	Среднегодовая численность населения
1671	910	712	196	238310

Определите относительную величину интенсивности, характеризующую рождаемость, смертность, заключение браков и расторжение браков (разводов) населением района.

Задача 20. Среднегодовая численность населения района за год увеличилось на 15%, а розничный товарооборот торговых организаций – на 22%.

Как изменился размер среднедушевого оборота и какая относительная величина вами вычислена?

Глава III. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Методические указания и решение типовых задач

Для полного и глубокого усвоения материалов данной главы курса студент должен знать и уметь:

- ✓ что такое средние величины, как их вычисляют, в чем они выражаются, зачем они нужны;
- ✓ различать виды средних: аналитические и структурные;
- ✓ рассчитать среднего показателя по средне арифметической, гармонической и др.;
- ✓ математические свойства средней арифметической;
- ✓ расчет средних по способу “моментов”;
- ✓ способов расчета структурных средних.

Наиболее сложным вопросом при определении средних величин является выбор определенного вида средней, правильно отражающей содержание определяемого признака. Кроме того, при определении средних величин необходимо учесть, что средняя величина должна вычисляться с учетом экономического содержания определяемого показателя. Каждый показатель имеет свое, только ему присущее, содержание.

Например: *Средняя заработная плата* = $\frac{\text{Фонд заработной платы}}{\text{Число работников}}$

В статистике используются различные виды средних величин: арифметическая, гармоническая, геометрическая, хронологическая, квадратическая, структурная и т.д.

Наиболее распространенным видом средних величин в статистике является средняя арифметическая.

А. Средняя арифметическая

Средняя арифметическая бывает в двух видах: средняя арифметическая простая и средняя арифметическая взвешанная.

Средняя арифметическая простая равна сумме отдельных значений признака, деленной на число этих значений. В статистике отдельные значения изучаемого признака называются вариантами и обозначаются через x (x_1, x_2, \dots, x_n), число единиц в совокупности обозначаются через n , среднее значение признака – через \bar{x} . Отсюда средняя арифметическая простая может быть представлена в виде:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

Задача 1. Имеются следующие данные о собранных баллах студентами группы ИКБИ-04:

Студенты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	60	80	40	100	70	50	120	90	65	85

Определите средний балл одного студента.

Решение. Для определения среднего балла (\bar{x}) необходимо сложить баллы всех (10) студентов и полученный результат разделить на число студентов.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{60 + 80 + 40 + 100 + 70 + 50 + 120 + 90 + 65 + 85}{10} = \frac{760}{10} = 76 \text{ балл}.$$

В нашем примере каждая варианта (x) встречается один раз. Если в изучаемой совокупности варианты повторяются, то среднюю арифметическую можно рассчитать по проще: нужно перед суммированием умножить значение признака (варианту) на число единиц, которым это значение присуще (xf) и полученную сумму разделить на сумму весов или частот ($\sum f$). Отсюда средняя арифметическая взвешенная может быть представлена в виде:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$$

Задача 2. Распределение студентов по баллам:

Собранные баллы (x)	40	50	60	70	80	90
Число студентов (f)	2	4	6	8	5	3

Определите средний балл студентов.

Решение. Если каждый вариант встречается по несколько раз среднюю определяем по взвешанной формуле:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{40 \cdot 2 + 50 \cdot 4 + 60 \cdot 6 + 70 \cdot 8 + 80 \cdot 5 + 90 \cdot 3}{2 + 4 + 6 + 8 + 5 + 3} = \\ &= \frac{80 + 200 + 360 + 560 + 400 + 270}{28} = \frac{1870}{28} = 66,8 \text{ балл}. \end{aligned}$$

Таким образом, когда имеются значения варьирующего признака и они встречаются в изучаемой совокупности один (или одинаково) раз, тогда используем формулу средней арифметической

простой, а когда варианты повторяются и это выражено частотами (или частостью) которые не равны между собой используем формулу средней арифметической взвешанной. Однако изучаемые материалы в результате статистической обработки могут быть представлены не только в виде дискретных рядов распределения, но и виде интервальных вариационных рядов с закрытыми или открытыми интервалами. Рассмотрим расчет средней арифметической для таких рядов.

Задача 3. Имеются следующие данные о производительности труда продавцов супермаркета:

Группы продавцов по размеру выработки за год, млн сум	Число продавцов (f)	Середина интервала (\bar{x}_i)	$\bar{x}f$
10-14	12	12	144
14-18	20	16	320
18-22	24	20	480
22-26	14	24	336
26-30	10	28	280
Итого	80	-	1560

Определите среднюю выработку на одного продавца.

Решение. Когда даны варианты в виде интервала и частоты, то необходимо варианты признака выразить одним числом (дискретным). За такое дискретное число принимается средняя арифметическая простая из верхнего и нижнего значений интервала. Так для первой группы дискретная величина \bar{x}_i будет равна:

$$\bar{x}_i = \frac{x_n + x_e}{2} = \frac{10 + 14}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ млн сум.}$$

где x_i – середина интервала;

x_n – нижняя граница интервала;

x_e – верхняя граница интервала.

После того как определены середина интервалов, дальнейший расчет средней производится как во-второй типовой задаче т.е. среднюю выработку определяем по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{144 + 320 + 480 + 336 + 280}{80} = \frac{1560}{80} = 19,5 \text{ млн сум}$$

Если вариационные ряды проводятся с открытыми интервалами (до 5; 5-7; 7-9;...; 15 и более), то величина интервала для первой группы (до 5) будет равна величине интервала последующей, а величина интервала последней группы равна величине интервала предыдущей. Дальнейший расчет средней производится обычным методом.

Среднюю арифметическую можно исчислить способом “моментов”, для чего используем свойства средней арифметической.

$$\bar{x} = i \cdot m_1 + A,$$

где i – величина интервала;

m_1 – момент первого порядка;

A – произвольное число.

В нашем примере (задача 3) $i = 4$ млн сум; $A = 20$ млн сум.

Расчет момента первого порядка приведем в таблице:

Середина интервала (\bar{x}_i)	Число продавцов	$x-A$	$\frac{x-A}{i}$	$\left(\frac{x-A}{i}\right) \cdot f$
12	12	-8	-2	-24
16	20	-4	-1	-20
20	24	0	0	0
24	14	4	1	14
28	10	8	2	20
Итого	80	-	-	-10

Момент первого порядка равен $m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x-A}{i}\right) f}{\sum f} = \frac{-10}{80} = -0,125$.

Теперь все результаты ставим на свои места, т.е. определяем среднюю:

$$\bar{x} = i \cdot m_1 + A = 4(-0,125) + 20 = 19,5 \text{ млн сум}$$

Как ожидали, получился тот же результат.

Б. Средняя гармоническая

В статистике при обобщении общественных явлений и процессов наряду со средней арифметической широко применяется гармоническая. В зависимости от характера имеющегося материала, среднюю гармоническую формулу применяют тогда, когда в исходных данных веса вариантов осредняемого признака непосредственно не заданы, а входят как сомножитель в один из имеющихся

показателей (x), т.е. произведение варианта на частоты (xf) и еще заданы сами варианты (x).

Как и средняя арифметическая, средняя гармоническая может быть простой и взвешенной.

Если даны варианты (x) и произведение вариант на частоты (xf), которые равны между собой, то применяется средняя гармоническая простая, которая имеет следующий вид:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

где n – число вариант; x – варианты.

Задача 4. Имеются следующие данные о ценах и сумме продажи мяса на дехканских рынках г. Ташкента:

Рынки	Цена за единицу (x), сум.	Продано (xf), млн сум
Юнусабадский	20 000	500
Алайский	30 000	500

Определите среднюю цену одного килограмма мяса.

Решение. В соответствии с вышесказанным здесь применяется средняя гармоническая простая:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{2}{\frac{1}{20000} + \frac{1}{30000}} = \frac{2}{\frac{30000 + 20000}{60000}} = \frac{2 \cdot 6}{5} = \frac{12}{5} = 24000 \text{ сум}$$

Если даны варианты (x) и произведение вариант на частоты (xf) и последние не равны между собой, то применяется средняя гармоническая взвешенная, которая имеет следующий вид:

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{\sum xf}{\sum \frac{xf}{x}}$$

Задача 5. Имеются следующие данные о ценах и сумме продажи товара А на дехканских рынках г. Навои:

Рынки	Цена за единицу (x), тыс. сум.	Продано (xf), млн сум.
I	20	400
II	30	300

Определите среднюю цену единицы товара.

Решение.

В соответствии с выше приведенным правилом здесь используем взвешенную формулу.

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{400 + 300}{\frac{400}{20} + \frac{300}{30}} = \frac{700}{30} = 23,333 \text{ тыс сум.}$$

В. Мода и медиана

Для характеристики структуры вариационных рядов применяются показатели особого рода, которые можно назвать структурными средними. К ним относятся мода, медиана, квартили, квинтили и др.

Мода – это наиболее чаще встречающаяся величина признака в данной совокупности.

Медианой называется такое значение варьирующего признака, которое находится в середине вариационного ряда, все варианты которого расположены в порядке возрастания или убывания значений признака.

Определить моду или медиану в дискретных вариационных рядах очень просто. Например, чтобы определить медиану, необходимо сумму частот разделить пополам и к полученному результату добавить 0,5, а мода определяется на глаз.

Для интервальных рядов распределения с равными интервалами мода определяется по формуле:

$$M_0 = x_0 + i \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)},$$

где x_0 – нижняя граница модального интервала; i – величина интервала; f_1 – частота модального интервала; f_2 – частота интервала предшествующего модальному; f_3 – частота интервала, следующего за модальным.

В интервально вариационном ряду медиана вычисляется по формуле:

$$M_e = x_0 + i \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{m-1}}{f_m}$$

где x_0 – нижняя граница медианного интервала; i – величина медианного интервала; $\sum f$ – сумма частот ряда; S_{m-1} – сумма накопленных частот, предшествующих медианному интервалу; f_m – частота медианного интервала.

Задача 6. Имеются следующие данные о выполнении норм выработки рабочими завода:

Группа рабочих по выполнению норм выработки, % (x)	Число рабочих, % к итогу (f)	Накопленные частоты, %
90-100	28	28
100-110	48	76
110-120	20	96
120-130	4	100
Итого	100	

Определите моду и медиану.

Решение. Мода и медиана для нашего интервального ряда равны:

$$I. M_0 = 100 + 10 \frac{48 - 28}{(48 - 28) + (48 - 20)} = 100 + 10 \frac{20}{48} = 104,2\%.$$

$$II. M_e = 100 + 10 \frac{\frac{100}{2} - 28}{48} = 100 + 10 \frac{22}{48} = 104,58\%.$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Работники филиала №1 Ориент Финанс банка за месяц получают (тыс. сум): 970, 1250, 993, 1350, 1800, 2100, 1630, 1711, 1544, 1440, 694, 888.

Определите среднюю оплату труда банковских работников. Какую формулу средней вы применили?

Задача 2. Две бригады рабочих выпускают один и тот же продукт. Дневная выработка первой бригады: 270, 273, 368, 275, 375 штук, второй – 274, 383, 281, 301, 305 штук.

Определите дневную выработку по бригадам и дайте сравнительную характеристику этих средних.

Задача 3. В группе 5 человек в течении семестра собрали по 80 баллов, 8-70; 7-60; 3-50; 2-40 балл.

Определить средний балл по группе.

Задача 4. Урожайность зерновых культур характеризуется следующими данными: пшеница – 40,3 ц/га; рожь – 21,4 ц/га; кукуруза – 25,6 ц/га; ячмень – 29,9 ц/га.

Определите среднюю урожайность зерновых культур. Если нельзя, то почему?

Задача 5. Распределение рабочих салона красоты по заработной плате характеризуется данными следующей таблицы:

Группы рабочих по зарплате (млн сум)	Число рабочих, % к итогу
0,9-1,2	10,3
1,2-1,4	16,6
1,4-1,6	28,5
1,6-1,8	22,4
1,8-2,0	14,6
2,0-2,1	7,6
Итого	100,0

Определите среднюю заработную плату рабочих салона красоты.

Задача 6. Урожайность и посевные площади бобовых культур фермера характеризуются следующими данными:

Культуры	Урожайность, ц/га.	Посевная площадь, га.
Пшеница	20,5	1250
Рожь	11,4	280
Кукуруза	25,6	210
Ячмень	14,5	240

Определите среднюю урожайность зерновых культур по фермерскому хозяйству. Какую формулу средней вы применили при решении задачи?

Задача 7. Для изучения качества пряжи было проведено обследование 100 одинаковых по весу проб пряжи, в результате чего получены следующие результаты:

Группы проб пряжи по крепости нити (г.)	Число проб
До 160	3
160-180	5
180-200	25
200-220	40
220-240	20
240 и более	7
Итого	100

Определите: среднюю крепость нити способом «моментов», моду и медиану.

Задача 8. Имеются следующие данные о выполнении плана товарооборота отделами обувного магазина:

Отделы	III квартал		IV квартал	
	План товарооборота, млн сум.	Выполнение плана, %	Фактический товарооборот, млн сум.	Выполнение плана, %
Мужская обувь	760	103,4	820	100,0
Женская обувь	820	96,5	860	103,5
Детская обувь	420	100,0	460	98,6

На основе приведенных данных определить выполнение плана товарооборота по магазину в целом: 1) за III квартал; 2) за IV квартал; 3) за полугодие в целом.

Дайте обоснование применения соответствующих формул для расчета средних величин.

Задача 9. За два месяца имеются следующие данные о заработной плате кассиров банка:

Банки	Июль		Август	
	Средняя зарплата, тыс. сум	Число кассиров	Средняя зарплата, тыс. сум	Фонд заработной платы, млн сум
1	1956	20	981	2450
2	1898	38	926	4048
3	1905	45	952	5225
4	1923	22	960	2880

Вычислите среднюю месячную заработную плату по четырем банкам в целом: а) за июль месяц; б) за август месяц. Определите на сколько процентов средняя заработная плата за август месяц была выше соответствующего показателя за июль месяц. Дайте обоснование применения соответствующих формул средних для расчета заданных показателей.

Задача 10. Используя приведенные ниже данные по трем овощным базам, определите (за отчетный период):

- 1) средний процент выполнения плана реализации;
- 2) средний процент реализации стандартной продукции по трем базам в целом.

Базы	Фактический объем реализации, млн сум	Процент выполнения плана, %	Удельный вес стандартной продукции, %
1	2220,0	100,0	82,0
2	4312,0	98,2	86,5
3	6425,0	102,3	44,0

Дайте обоснование применения соответствующих формул средних для расчета заданных показателей.

Задача 11. Имеются следующие данные о продаже мяса и мясных продуктов на дехканском рынке Юнусобод:

Категория продукции (мясо)	Продано в декабре месяце		Намечено к продаже в январе месяце	
	Цена за 1 кг. (сум)	Выручка от реализации (млн сум)	Цена за 1 кг. (сум)	Количество (кг.)
Высшая	32500	1500,0	245 20	2600
Первая	30000	1200,0	220 47	1400
Вторая	26700	360,0	178 98	1200

На основе приведенных данных определите среднюю цену реализации этой продукции: а) в декабре месяце; б) в январе месяце. Дайте обоснование применения формулы средних для расчета заданных показателей.

Задача 12. В течении рабочего дня 4 рабочий изготовили одинаковые изделия. В результате оказалось, что на изготовление одного изделия первый рабочий затрачивал 25 мин., второй – 20 мин., третий – 22 мин., четвертый – 26 мин.

Определите, сколько в среднем затрачивалось времени этими рабочими на изготовление одного изделия.

Задача 13. Имеются следующие данные по двум районам области за отчетный период:

Культуры	Жондор		Чиноз	
	Валовой сбор, тыс. ц.	Урожайность, ц.	Валовой сбор, тыс. ц.	Урожайность, ц.
Пшеница	200,0	25,0	282,0	28,2
Рожь	100,0	20,0	99,0	19,8
Овес	182,0	18,2	33,0	16,5

Определите:

- 1) среднюю урожайность зерновых культур по районам;
- 2) среднюю урожайность отдельных зерновых культур в целом по обоим районам;

3) среднюю урожайность зерновых культур по обоим районам в целом.

Задача 14. Имеются данные о стаже работников страховой компании:

Стаж работы, лет	до 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25 и более	Итого
Число работников	70	46	22	20	5	1	164

Определите: средний стаж работников страховой компании; моду и медиану.

Задача 15. Об урожайности зерновых культур имеются следующие данные по 5 фермерским хозяйствам:

Фермерские хозяйства	1	2	3	4	5
Урожайность, ц/га	36	40	44	38	23

Определите среднюю урожайность зерновых культур для всех фермеров вместе.

Задача 16. Некоторая совокупность разбита на 4 группы численностью 70, 60, 55, и 5 единиц с групповыми средними по некоторому признаку, равными 28, 30, 35 и 40 соответственно.

Определите общую среднюю.

Задача 17. Автомобиль проехал 1000 км., из них 480 км. он проехал со скоростью 60 км./час, 320-80 км. час, 200-50 км. час.

Определите среднюю скорость автомобиля.

Задача 18. Просроченная задолженность по кредитам акционерных обществ (АО) за отчетный период характеризуется следующими данными:

Акционерное общество	Задолженность по кредитам, млн сум	Удельный вес просроченной задолженности, %	Объем просроченной задолженности, млн сум
1	5000	30	1500
2	9000	15	1350
3	7500	10	750
Итого	21500	-	3600

Определить средний процент просроченной задолженности АО.

Задача 19. По результатам рейтинга знания студентов по статистике оценены следующим образом:

Собранные баллы	до 55	55-65	65-75	75-85	86 и выше
Число студентов, чел.	36	75	110	60	19

Определите: средний балл студентов; по способу «моментов», моду и медиану.

Задача 20. Доходы банков в отчетном году характеризуются следующими показателями:

Банки	Средняя процентная ставка	Доход банка, млрд. сум.	Сумма кредита
Альфа	50	400	800
Бетта	75	750	1000
Итого	-	1150	1800

Определить среднюю процентную ставку банков.

Задача 21. Имеются следующие данные о Халк банке района:

Сберегательные кассы	Сумма вкладов в кассы, млн. сум	Средний размер вклада, тыс сум	Число вкладов на одну кассу
А	3700	700	1290
Б	2200	770	877
В	5001	810	1900

Определите: а) средний размер вклада; б) среднее число вкладов; в) среднюю сумму вкладов в кассах.

Задача 22. О распределении солдат гарнизона имеются следующие данные:

Группы солдат по объему груди, в дюймах	Число солдат	Группы солдат по объему груди, в дюймах	Число солдат
До-28,5	1	34,5-35,5	204
28,5-29,5	3	35,5-36,5	166
29,5-30,5	11	36,5-37,5	119
30,5-31,5	36	37,5-38,5	68
31,5-32,5	67	38,5-39,5	28
32,5-33,5	119	39,5-40,5	13
33,5-34,5	160	40,5-41,5	4
		41,5и более	1

Определите: а) средний объем груди солдат двумя способами; б) моду и медиану; в) квартили; г) квинтили; д) децили; е) процедили.

Глава IV. ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Методические указания и решение типовых задач

Для полного усвоения материалов курса по данной главе студент должен знать и уметь:

- ✓ значение вариации и необходимость ее статистического изучения;
- ✓ рассчитать показатели вариации;
- ✓ расчет дисперсии по способу «моментов»;
- ✓ расчет дисперсии по альтернативному признаку изучаемых явлений;
- ✓ расчет внутригрупповой, межгрупповой и общей дисперсии;
- ✓ изучения зависимости явлений используя правило сложения дисперсии;
- ✓ рассчитать коэффициенты эмпирического корреляционного отношения и детерминации.

В статистической практике для изучения степени разнородности изучаемой совокупности, исчисляют показатели вариации. К ним относятся: размах вариации; среднее линейное отклонение; средний квадрат отклонений (дисперсия); среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Размах вариации (R) – является наиболее простым измерителем вариации признака и определяется по формуле:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где x_{\max} – наибольшее значение варьирующего признака;
 x_{\min} – наименьшее значение варьирующего признака.

Среднее линейное отклонение (\bar{d}) представляет собой среднюю величину из абсолютных значений отклонений вариантов признака от их средней. В зависимости от вида ряда оно исчисляется либо по формуле средней арифметической простой, либо по средней арифметической взвешенной.

Для простого ряда применяется формула:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}, \text{ а для взвешенного ряда: } \bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}$$

Символы x , \bar{x} и f имеют те же значения, что и выше (см. Средние величины).

Наиболее распространенными показателями вариации являются *средний квадрат отклонения (дисперсия)* и *среднее квадратическое отклонение*, которые исчисляются для простого и взвешенного рядов по разному.

Дисперсия (σ^2) определяется по формуле:

а) для простого ряда $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$;

б) для взвешенного ряда $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}$.

Среднее квадратическое отклонение (σ) – это корень квадратный из дисперсии, формулы которого следующие:

а) для простого ряда $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$;

б) для взвешенного ряда $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}}$.

Относительным показателем уровня вариации признака является *коэффициент вариации* (V). Он представляет собой отношение среднего квадратического отклонения к средней величине признака и выражается обычно в процентах и определяется по формуле:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100$$

Задача 1. На основе нижеприведенных данных определите показатели вариации.

Группы продавцов по выполнению норм выработки, %	90-100	100-110	110-120	120-130	Итого
Число продавцов в % к итогу	28	48	20	4	100

Решение. Расчет дисперсии и среднего квадратического отклонения

Группы продавцов по выполнению норм выработки, % (x)	Число продавцов в % к итогу (f)	Среднее значение интервала (x)	(x - \bar{x})	(x - \bar{x}) ²	(x - \bar{x}) ² f
90-100	28	95	-10	100	2800
100-110	48	105	0	-	-

110-120	20	115	+10	100	2000
120-130	4	125	+20	400	1600
Итого	100	-	-	-	6400

Сначала исчислим среднюю выработку продавцов в целом с помощью формулы средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{95 \cdot 28 + 105 \cdot 48 + 115 \cdot 20 + 125 \cdot 4}{28 + 48 + 20 + 4} = \frac{2660 + 5040 + 2300 + 500}{100} = \frac{10500}{100} = 105\%.$$

Значение отклонения от средней и их квадратов представлены в таблице. Определим дисперсию¹:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{6400}{100} = 64.$$

Отсюда среднее квадратическое отклонение будет равно²

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{6400}{100}} = \sqrt{64} = 8\%.$$

Коэффициент вариации: $v = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 = \frac{8 \cdot 100}{105} = 7,62\%$.

Дисперсия способом “моментов” исчисляются по формуле:

$$\sigma^2 = i^2 [m_2 - (m_1)^2],$$

где i – интервал группы; m_1 и m_2 – моменты первого и второго порядка, который исчисляются по формуле:

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x-A}{i} \right) f}{\sum f}; \quad m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x-A}{i} \right)^2 f}{\sum f}$$

Задача 2. Результаты обследования показали следующее распределения студентов кредитного факультета по проценту выполнения норм сбора хлопка-сырца:

Процент выполнения норм сбора хлопка-сырца, %	Число студентов, чел.
до 90	3
90-100	15
100-110	42
110-120	31
Свыше-120	9
Итого	100

¹ Дисперсия не имеет единицу измерения.

² Среднее квадратическое отклонение выражается в тех единицах измерения, что и варианты.

Исчислите показателей вариации по способу “моментов”.

Решение.

1. Для исчисления средней и дисперсии по способу “моментов” сначала исчисляются моменты первого и второго порядков. Для расчета этих показателей составляется следующая вспомогательная таблица.

Расчет средней и дисперсии способом “моментов”

Процент выполнения норм, %	Число студентов, чел.	Середина интервала (x)	$x - A$	$X_1 = \left(\frac{x - A}{i}\right)$	$X_1 \cdot f$	$X_1^2 \cdot f$
До 90	3	85	-20	-2	-6	12
90-100	15	95	-10	-1	-15	15
100-110	42	105	0	0	0	0
110-120	31	115	10	1	31	31
Свыше 120	9	125	20	2	18	36
Итого	100	-	-	-	28	94

Для расчета искомых показателей сначала необходимо определить середину интервала (графа 3). Она определяется как полусумма значений нижней и верхней границ интервала. Если интервал открытый, то значение его неизвестной границы определяются исходя из величины соседнего интервала. Так, значения нижней границы первого интервала и верхней границы последнего интервала неизвестны. Поэтому обратимся к соседним интервалам. Величина соседних интервалов равняется: второго = $100-90=10$; четвертого = $120-110=10$.

Следовательно, значение нижней границы первого интервала составляет 80 ($90-10$), а верхней границы последнего – 130 ($120+10$). Далее, как указано в таблице, от каждого варианта вычитаем произвольное число “А” (в качестве “А” принято брать значение какого-либо срединного варианта ряда с наибольшей частотой). В нашей задаче $A=105$. Полученный таким образом результат делим на i – величину интервала и умножаем на соответствующие частоты (графа 6). Если сумму гр. 6 разделить на сумму частот, то получится момент первого порядка:

$$m_1 = \frac{\sum X_1 f}{\sum f} = \frac{28}{100} = 0,28;$$

Теперь средний процент выполнения норм выработки определяем по формуле:

$$\bar{x} = i \cdot m_1 + A = 10 \cdot 0,28 + 105 = 107,8\%.$$

Для получения момента второго порядка данные гр. 5 и гр. 6 перемножаются и суммируются. Полученный результат делится на сумму частот:

$$m_2 = \frac{\sum X_1^2 f}{\sum f} = \frac{94}{100} = 0,94.$$

Дисперсия по способу “моментов” определяется по формуле:

$$\sigma^2 = i^2 [m_2 - (m_1)^2] = 10^2 [0,94 - (0,28)^2] = 100 \cdot 0,8616 = 86,16.$$

Среднее квадратическое отклонение равен:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{86,16} = 9,28\%.$$

2. Коэффициент вариации определяется по формуле:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 = \frac{9,28 \cdot 100}{107,8} = 8,6\%.$$

Дисперсия делится на общую, межгрупповую и внутригрупповую.

Общая дисперсия измеряет вариацию признака во всей совокупности под влиянием всех факторов, обусловивших эту вариацию.

Межгрупповая дисперсия характеризует систематическую вариацию, т.е. различия в величине изучаемого признака, возникающего под влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки и определяется по формуле:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i},$$

где \bar{x}_i – групповые средние; \bar{x} – общая средняя, n_i – количество единиц i -ой группы.

Внутригрупповая дисперсия отражает случайную вариацию, т.е. часть вариации, происходящую под влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки и определяется по формуле:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2 \cdot n_i}{\sum n_i},$$

Среднюю из внутри групповых дисперсий определяем по формуле:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i}$$

Существует закон, связывающий три вида дисперсий. Общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповых дисперсий:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta_x^2.$$

Данное соотношение называют **правилом сложения дисперсий**. Согласно этому правилу общая дисперсия, возникающая под влиянием всех факторов, равна сумме дисперсий, возникающих под влиянием всех прочих факторов, и дисперсии, возникающей за счет группировочного признака.

На основании правила сложения дисперсий можно определить показатель тесноты связи между группировочным (факторным) и результативным признаками. Он называется эмпирическим корреляционным отношением, обозначается η («эта») и рассчитывается по формуле:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma^2}}.$$

Задача 3. Имеются следующие данные о распределения рабочих по профессиям и производительности труда:

Группы рабочих по профессиям	Число рабочих	Производительность труда, шт/день
А	2	140, 160
Б	3	120, 200, 160
В	5	140, 180, 200, 220, 260

Вычислить: среднюю производительность труда для каждой группы и для всех рабочих; групповые дисперсии; среднюю из внутригрупповых дисперсий; межгрупповую дисперсию; общую дисперсию; проверить правило сложения дисперсий и сделать выводы.

Решение. В данной задаче требуется определить, как влияют на изменение производительности рабочих постоянные причины, положенные в основание группировки (в данном случае – различия в профессии), и случайные причины. Для этого необходимо определить систематическую и случайную вариации и их роль в общей

вариации. Для решения задачи и вычисления заданных показателей, построим вспомогательную таблицу.

Расчет дисперсии

№ п/п	x	$x - \bar{x}_i$	$(x - \bar{x}_i)^2$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
А					
1	140	-10	100	-38	1444
2	160	10	100	-18	324
Итого:	300	0	200		
Б					
1	120	-40	1600	-58	3364
2	200	40	1600	22	484
3	160	0	0	-18	324
Итого:	480		3200		
В					
1	140	-60	3600	-38	1444
2	180	-20	400	2	4
3	200	0	0	22	484
4	220	20	400	42	1764
5	260	60	3600	82	6724
Итого:	1000	0	8000		
Всего:	1780		11400		16360

Среднюю производительность труда по каждой группе и для всех рабочих определяем по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{x}_1 = \frac{300}{2} = 150 \text{ тыс. сум}; \quad \bar{x}_2 = \frac{480}{3} = 160 \text{ тыс. сум};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1000}{5} = 200 \text{ тыс. сум}; \quad \bar{x}_{\text{общ}} = \frac{1780}{10} = 178 \text{ тыс. сум}.$$

Внутригрупповые дисперсии вычисляем по формуле:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2 \cdot n_i}{\sum n_i}. \quad \sigma_1^2 = \frac{200}{2} = 100 \text{ тыс. сум};$$

$$\sigma_2^2 = \frac{3200}{3} = 1067 \text{ тыс. сум}; \quad \sigma_3^2 = \frac{8000}{5} = 1600 \text{ тыс. сум};$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий равна:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{100 \cdot 2 + 1067 \cdot 3 + 1600 \cdot 5}{2 + 3 + 5} = 1140 \text{ тыс. сум}.$$

Межгрупповая дисперсия определяется как:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{(150-178)^2 \cdot 2 + (160-178)^2 \cdot 3 + (200-178)^2 \cdot 5}{2+3+5} = \frac{4960}{10} = 496 \text{ тыс. сум.}$$

Общая дисперсия равна:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{16360}{10} = 1636 \text{ тыс. сум.}$$

По правилу сложения дисперсий общая дисперсия равна сумме средней внутригрупповых и межгрупповой дисперсии:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta_x^2 = 1140 + 496 = 1636 \text{ тыс. сум.}$$

Эмпирическое корреляционное отношение определяем по следующей формуле:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{496}{1636}} = \sqrt{0,3032} = 0,551.$$

В статистике среднее значение и дисперсия исчисляются и для альтернативного признака.

Среднее значение альтернативного признака определяется по формуле:

$$x = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p + q},$$

где p – доля единиц обладающих этим признаком; q – доля единиц не обладающих этим признаком. $q = 1 - p$.

Дисперсия для альтернативного признака определяется по формуле:

$$\sigma_p^2 = \frac{(1-p)^2 \cdot p + (0-p)^2 \cdot q}{p+q} = p \cdot q. \text{ Отсюда } \sigma = \sqrt{p \cdot q}.$$

Задача 4. В институте 64% профессорско-преподавательского состава имеют ученые степени. Определить дисперсию доли профессорско-преподавательского состава, имеющих ученые степени.

Решение. Дисперсия альтернативного признака равно:

$$\sigma^2 = 0,64 \cdot 0,36 = 0,2304.$$

Задача для самостоятельного решения

Задача 1. Имеются следующие данные по предприятиям одной из отраслей промышленности:

№ предприятия	Численность промышленно-производственного персонала, чел.	Выпуск продукции, млрд сум	№ предприятия	Численность промышленно-производственного персонала, чел.	Выпуск продукции, млрд сум
1	420	99,0	12	600	147,0
2	170	27,0	13	430	101,0
3	340	53,0	14	280	54,0
4	230	57,0	15	210	44,0
5	560	115,0	16	520	94,0
6	290	62,0	17	700	178,0
7	410	86,0	18	420	95,0
8	100	19,0	19	380	88,0
9	550	120,0	20	570	135,0
10	340	83,0	21	400	90,0
11	260	55,0	22	400	71,0

Рассчитайте характеристики ряда распределения предприятий по выпуску продукции и персонала среднюю арифметическую, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

Задача 2. Имеются следующие данные об урожайности тыквы по отдельным участкам фермерского хозяйства:

Участки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Урожайность, т/га	19,2	17,8	20,1	16,9	20,4	18,7	18,3	19,6	19,8	17,5

Определите:

- а) среднюю урожайность тыквы; б) среднее линейное отклонение; в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации.

Задача 3. Распределение рабочих по заработной плате.

Заработной плата, тыс. сум.	Число рабочих
до 600	22
600 – 800	80
800 - 1000	91
1000 – 1200	104
1200 – 1400	70
1400 – 1600	23
1600 и более	10
Итого:	400

Определите: 1) среднюю заработную плату рабочих; 2) моду и медиану; 3) размах вариации; 4) среднее квадратическое отклонение; 5) коэффициент вариации.

Сделайте выводы на основе полученных характеристик.

Задача 4. В целях изучения затрат времени на изготовление одной детали рабочими завода получены следующие данные по затратам времени:

Затраты времени на одну деталь, мин.	Число деталей, шт.
до 20	10
20 – 24	20
24 – 28	50
28 – 32	15
свыше 32	5
Итого	100

На основании вышеприведенных данных вычислите: 1) средние затраты времени на изготовление одной детали; 2) средний квадрат отклонений (дисперсию) и среднее квадратическое отклонение; 3) коэффициент вариации.

Задача 5. При выборочном обследовании 15 % продукции получены следующие результаты о содержании сахара в образцах:

Процент сахаристости	17 – 19	19 - 21	21 - 23	23 - 25	25 - 27	Итого
Число проб (ед.)	14	20	34	22	10	100

Определите среднюю сахаристость и показателей вариации. Сделайте выводы.

Задача 6. Распределение студентов первого курса финансового факультета ТФИ по возрасту характеризуется данными:

Группы студентов по возрасту, лет	18	19	20	21	22	Всего
Девочки	5	20	30	15	4	74
Мальчики	5	30	40	15	6	96
Всего	10	50	70	30	10	170

Вычислите по полам и по всем студентам вместе: а) средний возраст студента; б) среднее линейное отклонение; в) дисперсию; г) среднее квадратическое отклонение; д) коэффициент вариации.

Напишите выводы.

Задача 7. Ниже приводятся распределения АО по числу персонала (на начало года):

Группы АО по числу персонала, чел.	до 100	100-300	300-500	500-700	700-900	900-1100	1100-1300	Всего
Число АО, % итогу	10	20	50	8	5	4	3	100

Вычислите по этим данным: а) среднюю арифметическую; б) показатели вариации и напишите выводы.

Задача 8. Пользуясь методом моментов, определите среднюю арифметическую, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициенты вариации урожайности озимой пшеницы в фермерах района по данным следующей таблицы:

Группы фермеров по урожайности, ц/га	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26	Всего
Посевная площадь, % к итогу	10,0	25,0	35,0	20,0	10,0	100,0

Задача 9. Имеются следующие данные о стаже работы и среднемесячной заработной плате работников банков:

Работники	Стаж, лет	Месячная заработная плата, тыс. сум
1	1	1750
2	6,5	1762
3	9,2	1795
4	4,5	1764
5	6,0	1770
6	2,5	1752
7	2,7	1762
8	16,8	1818
9	14,0	1810
10	11,0	1811
11	12,0	1796
12	10,5	1788
13	9,0	1787
14	5,0	1782
15	10,2	1790
16	5,0	1778

17	5,4	1775
18	7,5	1785
19	8,0	1790
20	8,5	1798

Для изучения тесноты связи между стажем работы (факторный признак – x) и размером заработной платы (результативный признак – y) вычислите эмпирическое корреляционное отношение и поясните его экономический смысл.

Задача 10. Ниже приводятся данные по двум породам коров:

Порода	Средний вес коров, кг	Среднее квадратическое отклонение веса коров
Узбекская	400	50
Голландская	450	50

Определите, какая из этих двух пород коров характеризуется более сильной вариацией веса и почему. Какие показатели необходимо вычислить, для того чтобы ответить на этот вопрос?

Задача 11. Известны следующие данные по молочнотоварной ферме фермера за отчетный месяц:

Показатель	Средняя	Среднее квадратическое отклонение
Удой, кг	400	60
Процент жирности молока	3,8	0,19

Установите, какой из двух признаков – средний удой или жирность молока – характеризуется более сильной вариацией. Какой показатель вариации следует использовать для решения задачи?

Задача 12. Имеются данные о распределении АО по стоимости основных фондов и видам деятельности:

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млрд сум.	Число АО по видам деятельности			Итого
	А	Б	В	
4-6	6	4	12	22
6-8	8	8	14	30
8-10	5	10	10	25
10-12	4	8	2	14

Итого 23 30 38 91

Определите: а) общую дисперсию стоимости основных фондов предприятий этих трех АО; б) среднюю из внутригрупповых дисперсий; в) межгрупповую дисперсию. Проверьте правильность произведенных расчетов с помощью теоремы сложения дисперсий.

Задача 13. Сто минимаркетов с месячным товарооборотом до 50 млн. сум распределены на две группы: I группа – с товарооборотом до 25 млн. сум и II группа – от 25 до 50 млн. сум, с различным в пределах каждой группы товарооборотом. Ниже приводятся результаты группировки:

I группа				II группа			
Группы магазинов по величине товарооборота, млн. сум	Число магазинов	Среднее число работников на 1 магазин	Товарооборот в расчете на 1 работника, тыс. сум	Группы магазинов по величине товарооборота, млн. сум	Число магазинов	Среднее число работников на 1 магазин	Товарооборот в расчете на 1 работника, тыс. сум
До 5	4	2	1500	25-30	12	8	3500
5-10	6	3	2200	30-35	10	8	3900
10-15	5	4	2800	35-40	15	9	4200
15-20	7	5	3300	40-45	15	10	4200
20-25	8	6	3700	45-50	18	11	4500

Определите корреляционное отношение по товарообороту в расчете на одного работника.

Задача 14. Для изучения уровня заработной платы рабочих на предприятии выборочно обследовано 500 мужчин и 300 женщин. Результаты исследования показали, что у мужчин средняя заработная плата составила 1900 тыс. сум при среднем квадратическом отклонении 100 тыс. сум, а у женщин – соответственно 1800 тыс. сум и 150 тыс. сум.

Определите: 1) общую дисперсию зарплаты; 2) среднюю из групповых дисперсий; 3) межгрупповую дисперсию.

Задача 15. В трех партиях продукции, представленных на контроль качества, было обнаружено:

а) первая партия – 1000 изделий, из них 920 годных, 80 бракованных;

б) вторая партия – 800 изделий, из них 730 годных, 70 бракованных;

в) третья партия – 900 изделий, из них 840 годных, 60 бракованных.

Определите в целом по 3 партиям следующие показатели:

- а) средний процент годных продукций и средний процент брака;
- б) дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации годной продукции.

Задача 16. Определить коэффициент вариации, если известно, что средняя величина признака равна 13, а дисперсия – 174.

Задача 17. Определите среднее квадратическое отклонение, если известно, что средняя величина признака – 360, а коэффициент вариации составляет 35 %.

Задача 18. Определите дисперсию, если средняя величина признака равна 30, а коэффициент вариации составляет 30 %.

Задача 19. По данным статистической отчетности вузов города установлено, что доля лиц, имеющих ученые степени, составляет в них 60 %.

Определите дисперсию доли лиц, имеющих ученые степени в этих вузах.

Задача 20. По приведенным ниже данным определите межгрупповую дисперсию, если известно, что общая дисперсия равна 450:

Отделы	Персонал, чел	Групповая оплаты труда, тыс. сум
	А 98	1200
	Б 126	1800
	В 161	2400

Задача 21. Из расчетных данных видно, что дисперсия признака равна 75, а коэффициент вариации 36 %, межгрупповая дисперсия 14, коэффициент детерминации 71 %.

Определите среднюю арифметическую.

Задача 22. Изучаемая совокупность состоит из 23 единиц, сумма квадратов индивидуальных значений признака равна 38, а средняя арифметическая 3,3. Чему равна дисперсия?

Глава V. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Методические указания и решение типовых задач

Для глубокого изучения темы «Выборочное наблюдение» студент должен знать и уметь:

- ✓ что такое выборочное наблюдение и для чего оно проводится;
- ✓ различать генеральную и выборочную совокупность, рассчитывать их численность, среднюю, дисперсию, долю;
- ✓ что такое репрезентативность выборки;
- ✓ определять ошибки выборки для средней и доли;
- ✓ определять предельную ошибку для средней и доли;
- ✓ определять пределы, в которых находится генеральная средняя (доля);
- ✓ определять необходимую численность выборки.

Выборочное наблюдение представляет собой такой вид несплошного наблюдения, при котором обследованию подвергаются часть единиц исследуемой совокупности, отобранная на основе специально разработанных научных принципов, позволяющих по отобранной части совокупности получить данные для характеристики всей совокупности в целом.

Надо различать генеральную и выборочную совокупности. Расхождение между обобщающими показателями этих совокупностей называется ошибкой репрезентативности. Ошибка выборки исчисляется для средних и долевых показателей двумя способами: повторный и бесповторный.

Средняя ошибка выборки рассчитывается по формуле:

$$\text{В повторном отборе } \mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

$$\text{а при бесповторном отборе } \mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

где μ – ошибка выборки; n – численность выборки; N – численность генеральной совокупности; σ^2 – дисперсия выборочной совокупности.

Предельная ошибка выборки для повторной (Δ) выборки рассчитывается по формуле:

$$\Delta = t \cdot \mu \text{ или } \Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}; \text{ для бесповторной выборки } \Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

где t – коэффициент доверия, зависит от значения вероятности $P(t)$. Например, согласно таблице интеграла вероятностей t и P имеют следующие значения.

Интегралы вероятностей

P	0,683	0,954	0,997
t	1	2	3

Задача 1. В городе Бухаре проживает 50 тыс. семей. В порядке случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 семей. В результате обследования получены следующие данные о размере семей:

Число детей в семье	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество семей	2	8	10	13	16	18	17	6	4	4	2

На основе этих данных определите:

- 1) среднее число детей в семье;
- 2) с вероятностью 0,997 среднюю и предельную ошибку выборки, а также пределы, в которых находится среднее число детей в семье.

Решение. Рассчитаем среднее число детей в семье и дисперсию выборочной совокупности, для чего составим таблицу:

Число детей в семье, x	Количество семей, f	xf	$x - \tilde{x}$	$(x - \tilde{x})^2$	$(x - \tilde{x})^2 f$
0	2	0	-4,53	20,5209	41,04
1	8	8	-3,53	12,4609	99,69
2	10	20	-2,53	6,4009	64,01
3	13	39	-1,53	2,3409	30,43
4	16	64	-0,53	0,2809	4,49
5	18	90	+0,47	0,2209	3,98
6	17	102	+1,47	2,1609	36,74
7	6	42	+2,47	6,1009	36,61
8	4	32	+3,47	12,0409	48,16
9	4	36	+4,47	19,9809	79,92
10	2	20	+5,47	29,9209	59,84
Итого:	100	453	–	–	504,91

Определяем выборочную среднюю (\tilde{x}):

$$\tilde{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{453}{100} = 4,53 \text{ человек.}$$

Теперь исчислим дисперсию:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \tilde{x})^2 f}{\Sigma f} = \frac{504,91}{100} = 5,0491 \text{ человек.}$$

Представляем значения μ т.е. исчислим ошибку выборки:

$$\mu = \sqrt{\frac{5,05}{100} \left(1 - \frac{100}{50000}\right)} = \sqrt{0,0504} = 0,22 \text{ человека.}$$

С вероятностью 0,997 рассчитаем предельную ошибку выборочной средней.

Значение t определяется по таблице интеграла вероятностей

При $P = 0,997$, $t = 3$ отсюда $\Delta = t\mu = 3 \times 0,22 = 0,66$ человека.

Теперь определяем интервал, в котором заключена генеральная средняя, по формуле:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \tilde{x} \pm \Delta \\ \bar{x} &= 4,53 \pm 0,66\end{aligned}$$

Генеральная средняя (\bar{x}) находится в пределах

$$4,53 - 0,66 \leq \bar{x} \leq 4,53 + 0,66 \quad \text{или} \quad 3,87 \leq \bar{x} \leq 5,19$$

С вероятностью 0,977 можно утверждать, что число детей в семьях г. Бухары колеблется от 3,87 до 5,19 человека.

Задача 2. Методом случайной повторной выборки товароведы отобрали на проверку на вес 300 шт. деталей. В результате проверки был установлен средний вес деталей (40 г.) при среднем квадратическом отклонении 3г. С вероятностью 0,954 требуется определить пределы, в которых находится средний вес деталей в генеральной совокупности.

Решение. Рассчитаем ошибку выборки по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{300}} = \frac{3}{17,32} = 0,17\text{г.}$$

0,17 г. можно получить и по другому способу. Например,

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{3^2}{300}} = \sqrt{\frac{9}{300}} = \sqrt{0,03} = 0,17\text{г.}$$

Исчислим предельную ошибку выборки с вероятностью 0,954. При этой вероятности $t = 2$. Предельная ошибка равна:

$$\Delta = t\mu = 0,17 \times 2 = 0,34 \text{ г.}$$

Вычислим доверительный интервал для параметра \bar{x} :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \tilde{x} \pm \Delta \\ 40 - 0,34 &\leq \bar{x} \leq 40 + 0,34\end{aligned}$$

$$39,66 \leq \bar{x} \leq 40,34$$

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что средний вес деталей в генеральной совокупности колеблется от 39,66 до 40,34 г.

Ошибка выборки определяется не только для характеристики средних показателей, но и при определении доли признаков.

При повторном отборе, ошибка выборки для доли признаков определяется по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}},$$

где: μ – ошибка выборки; ω – доля признака в выборочной совокупности (определяется по формуле: $\omega = \frac{m}{n}$); n – число единиц в выборочной совокупности; m – число единиц, обладающих данным признаком.

Задача 3. Проверено качество 1000 шт. телевизоров. Результаты проверки показали, что 100 шт. телевизоров имеют дефекты.

С вероятностью 0,954 определите долю телевизоров, имеющих дефекты, в общем числе телевизоров.

Решение. Из условий задачи определим долю (частоту) дефектных телевизоров в общем количестве проверенных телевизоров:

$$\omega = \frac{m}{n} = \frac{100}{1000} = 0,1$$

Исчислим ошибку выборки по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}} = \sqrt{\frac{0,1 \cdot 0,9}{1000}} = \sqrt{\frac{0,09}{1000}} = \sqrt{0,00009} = 0,0095$$

Вычислим предельную ошибку выборки с вероятностью 0,954

$$\Delta = \mu \cdot t = 0,0095 \cdot 2 = 0,019$$

Определим доверительный интервал для параметра P (для генеральной совокупности):

$$0,1 - 0,019 \leq P \leq 0,1 + 0,019$$

$$0,081 \leq P \leq 0,119, \text{ а в процентах: } 8,1\% \leq P \leq 11,9\%.$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что от 8,1% до 11,9% телевизоры имеют дефекты.

При бесповторном отборе ошибка выборки для доли признаков определяется по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

Задача 4. В статистическом анализе состояния материально-технической базы ресторанов республики методом случайного бесповторного отбора было установлено, что в ресторанах из имеющих холодильников 15% работают больше 10 лет. Из общего числа холодильников (30 тыс. шт.) было отобрано 3 тыс. шт.

С вероятностью 0,683 определите пределы, в которых находится доля холодильников, которые работают больше 10 лет.

Решение. Сначала обозначим буквами каждый признак изучаемой совокупности:

$\omega = 0,15$; $n = 3000$; $N = 30000$. Теперь рассчитаем ошибку выборки доли:

$$\mu = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{3000} \left(1 - \frac{3000}{30000}\right)} = 0,0196.$$

Определим предельную ошибку выборки с вероятностью 0,683:

$$\Delta = t\mu = 1 \cdot 0,0196 = 0,0196.$$

Вычислим доверительный интервал для параметра P :

$$0,15 - 0,0196 \leq P \leq 0,15 + 0,0196$$

$$0,1304 \leq P \leq 0,1696 \text{ или } 13,04\% \leq P \leq 16,96\%.$$

Таким образом, с вероятностью 0,683 можно утверждать, что доля холодильников, работающих более 10 лет, колеблется от 13,04% до 16,96%.

Одной из самых важных и ответственных задач при организации и проведении выборочного наблюдения является установление необходимого объема (численности) выборочной совокупности. При определении последнего необходимо учесть: 1) с какой степенью точности следует получить предельную ошибку выборки в результате выборочного наблюдения; 2) какова должна быть вероятность того, что будет обеспечена обусловленная точность резуль-

татов выборочного наблюдения; 3) какова степень колеблемости изучаемых свойств в исследуемой генеральной совокупности.

Необходимая численность выборки (n) устанавливается в зависимости от размеров предельной ошибки выборки (Δ), от величины коэффициента доверия (t) и от размеров величины дисперсии изучаемого признака (σ^2).

Необходимая численность выборки при повторном случайном отборе для определения выборочной средней с определенной точностью вычисляется по формуле:

$$t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \leq \Delta^2 \quad \text{отсюда} \quad n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}.$$

Задача 5. В предприятиях общественного питания на основе выборочного изучения качества картофеля установлено, что убыль картофеля составила 8%, при среднем квадратическом отклонении 0,6%.

На основе этих данных определите:

1) сколько нужно обследовать картофеля, чтобы гарантировать с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки имеющие значение не больше 0,1%;

2) во сколько обойдется такая выборка, если изучение убыли товаров по каждой партии стоит 5000 сумов, подсчитайте сумму дополнительных расходов, необходимых для того, чтобы сократить ошибку выборки вдвое.

Решение. Необходимая численность выборки в данном примере определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2} = \frac{2^2 \cdot 0,6^2}{0,1^2} = \frac{4 \cdot 0,36}{0,01} = \frac{1,44}{0,01} = 144$$

Стоимость выборки равняется $5000 \cdot 144 = 720000$ сум. Для того, чтобы предельную ошибку выборки уменьшить вдвое, необходимо численность выборки увеличить в 4 раза ($n = 576$).

Доказательство:

$$n = \frac{2^2 \cdot 0,6^2}{\left(\frac{0,1}{2}\right)^2} = \frac{4 \cdot 0,36}{0,0025} = \frac{1,44}{0,0025} = 576.$$

Если число наблюдений увеличим до 576, то стоимость обследования составит 2880000 сум ($5000 \cdot 576$). Это влечет за собой дополнительные расходы на сумму 2160000 ($2880000 - 720000$) сум.

Задача для самостоятельного решения

Задача 1. Произведено выборочное обследование качества кирпича. Взято 200 проб, причем в 4 случаях (2%) кирпичи оказались бракованными. Определите в каких пределах заключается доля брака для всей продукции (с вероятностью 0,683).

Задача 2. При выборочном обследовании 400 штук ковровых изделий обнаружено 5 шт. бракованных ковров. С вероятностью 0,954 определите ошибку выборки и пределы бракованных ковровых изделий во всей партии.

Задача 3. Выборочным обследованием 100 партий изделий установлен средний вес партии в 63 кг, при среднем квадратическом отклонения в 4,5 кг. С вероятностью 0,683 определите ошибку выборки и пределы генеральной средней.

Задача 4. Произведено 5-процентное выборочное наблюдение выработки работников салонов красоты г. Ташкента. Результаты наблюдения и группировки приведены в следующей таблице:

Группы работников по размеру выработки, млн сум.	Число работников салона красоты
10 – 14	12
14 – 18	20
18 – 22	24
22 – 26	14
26 – 30	10
Итого:	80

На основе этих данных определите:

- 1) среднюю выработку работников;
- 2) среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации;
- 3) с вероятностью 0,997 пределы, в которых находится средняя выработка всех работников салонов красоты г. Ташкента.

Задача 5. Методом случайной повторной выборки было взято для проверки на вес 300 шт. деталей. В результате был установлен средний вес 30 г., при среднеквадратическом отклонении равным 4 г.

С вероятностью 0,954 требуется определить пределы, в котором находится вес детали в генеральной совокупности.

Задача 6. С вероятностью 0,997 определите предельную ошибку (в процентах к средней) средней крепости волокна хлопка, если выборочному обследованию (выборка случайная повторная) подвергались 400 волокон, а коэффициент вариации крепости волокна по данным выборочного наблюдения оказался равным 30%.

Задача 7. При учете населения обнаружено, что из 500 тыс. чел. 15% старше 60 лет. Отобрали бесповторном способом 500 чел. С вероятностью 0,683 определите пределы, в котором находится доля жителей в возрасте старше 60 лет.

Задача 8. Был произведен в случайном порядке выборочный опрос студентов (отбор случайный бесповторный). Всего из 2126 человек обучающихся на втором курсе учетного факультета было опрошено 125 человек. Среди опрошенных 18 человек получили неудовлетворительные (т.е. 53 и меньше балла) оценки. С вероятностью 0,954 определите долю неуспевающих студентов на всех курсах учетного факультета ТФИ.

Задача 9. Для установления доли бракованной обуви, поступившей с пяти обувных фабрик, произведена 10-процентная бесповторная выборка общим объемом 260 пар. Результаты проверки представлены в следующей таблице:

Номер фабрики	Число пар обуви	Доля брака в процентах
1	75	4
2	30	10
3	80	5
4	25	8
5	50	6
Итого:	260	—

С вероятностью 0,954 ($t = 2,0$) определите доверительные пределы доли брака в генеральной совокупности.

Задача 10. Для установления средней крепости пряжи путем выборочного исследования подвергнута испытанию на крепость пряжа № А. Результаты испытаний приведены в таблице:

Группы образцов пряжи по прочности в граммах	Количество образцов
200 – 210	8
210 – 220	16
220 – 230	36
230 – 240	22
240 – 250	18
Итого:	100

На основе этих данных вычислите: 1) среднюю крепость пряжи (среднюю выборочную); 2) среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации; 3) с вероятностью 0,997 пределы, в которых находится средняя крепость всей партии пряжи.

Задача 11. Из партии готовой продукции в порядке механической выборки проверено 50 лампочек на продолжительность горения. Последняя оказалась равна 840 часов при среднем квадратическом отклонении 620 часов.

Определить:

1) среднюю ошибку (μ) выборочной средней продолжительности горения лампочки;

2) с вероятностью 0,954 доверительные пределы продолжительности горения лампочки в генеральной совокупности.

Задача 12. Для изучения дифференциации процентных ставок по вкладам населения в отделении банка проведена 5% механическая выборка. В результате получено следующее распределение вкладов по срокам хранения:

Группы вкладов по срокам хранения, дней	Число вкладов
До 30	100
30-60	125
60-90	140
90-180	98
180-360	50
360 и более	25

Определить:

1) средний срок хранения вкладов;

2) долю вкладов со сроком хранения более 180 дней по вкладам, включенным в выборку;

3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность хранения вклада и доли вкладов со сроком более 180 дней в целом по отделению банка;

4) необходимую численность выборки при определении доли вкладов со сроком хранения более 180 дней, с вероятностью 0,683 чтобы предельная ошибка выборки не превысила 7%.

Задача 13. На городской телефонной станции в порядке собственно случайной выборки проведено 100 наблюдений и установлено, что средняя продолжительность одного телефонного разговора составляет 10 мин, при среднем квадратическом отклонении 5 мин. С вероятностью 0,997 определить доверительные пределы для генеральной средней.

Можно ли считать данную выборку репрезентативной?

Задача 14. В Госстандарт поступило 1250 шт. трикотажных изделий 1-го сорта. Было подвергнуто дополнительной проверке на соответствие ГОСТу 100 шт.

Результаты проверки показали, что 20 изделий не соответствуют по отдельным показателям ГОСТу, поэтому их перевели на 2-й сорт.

Определите с вероятностью 0,954 генеральную долю и число изделий 2-го сорта во всей партии.

Задача 15. Как изменится мера ошибки выборки, если объем выборки:

а) увеличится в 4 раза; б) уменьшится в 9 раз?

Задача 16. Как следует изменить (увеличить или уменьшить) и во сколько раз, объем выборки, чтобы мера ошибки выборки:

а) уменьшилась в 2 раза; б) уменьшилась в 3 раза; в) уменьшилась в 4 раза?

Задача 17. Сколько магазинов нужно отобрать для определения товарооборота в расчете на 1 м^2 площади торгового зала. Ошибка выборки с вероятностью 0,997 не должна превышать $(+/-)2$ тыс. сум. при среднем квадратическом отклонении 0,5 тыс. сум.

Задача 18. Вычислите, сколько нужно отобрать электроламп для проверки их соответствия стандарту по средней продолжительности горения, чтобы отклонение выборочной средней от генеральной не превышало 2% с вероятностью 0,997. Известно, что коэффициент вариации продолжительности горения электролампы равен 5%. Отбор случайный, бесповторный.

Глава VI. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Методические указания и решение типовых задач

Для полного усвоения материалов курса по данной главе студенту необходимо знать, различать и уметь:

- ✓ какие бывают связи между общественными и экономическими явлениями;
- ✓ какие статистические методы применяются для изучения взаимосвязей;
- ✓ находить теоретической формы связи;
- ✓ определить уровень тесноты связи;
- ✓ проверить значимость корреляционной связи с помощью дисперсионного анализа.

Связи между явлениями в зависимости от характера делятся на функциональные и корреляционные, от направления на прямые и обратные, от формы аналитического выражения – прямолинейные и криволинейные и другие.

Выбор формы связи имеет решающее значение в корреляционно-регрессионном анализе. Форму связи определяют прежде всего качественным анализом содержания рассматриваемой зависимости.

В зависимости характера изменения результативного признака (y) с изменением факторного признака (x) связи могут быть линейными и нелинейными.

Уравнение линейной связи можно написать в следующем виде:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x,$$

где y – индивидуальные значения результативного признака;

x – индивидуальные значения факторного признака;

a_0, a_1 – параметры уравнения линейной связи;

\bar{y}_x – теоретическое значение результативного признака.

Нелинейные связи могут быть весьма разнообразны. В экономическом анализе часто встречающиеся уравнения нелинейной зависимости являются следующие:

уравнения гиперболы:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x};$$

уравнения полулогарифмической кривой:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \lg x;$$

уравнения параболы второго порядка:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2.$$

Необходимо помнить, что когда связь высокая, есть смысл искать и находить теоретическую линию связи. Эта теоретическая линия связи иначе называется линией регрессии, а ее поиск, построение, анализ и практическое применение – регрессионным анализом.

Задача 1. Имеются следующие данные о доходах и потреблении молока за месяц на одного члена семьи, (здесь и далее данные гипотетические):

Доходы, доллар США (x)	65	72	94	110	136	180	210
Потребление молока, л (y)	9	11	13	14	16	18	20

Как видно из вышеприведенных данных зависимость между доходом и потреблением молока – линейная и выражается уравнением прямой:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1x,$$

где \bar{y}_x – потребление молока; x – месячный доход семьи; a_0 , a_1 – параметры уравнения регрессии.

Параметр a_0 показывает усредненное влияние на результативный признак не учтенных факторов, т.е. это значение \bar{y}_x при $x=0$; параметр a_1 – коэффициент регрессии показывает, на сколько изменится в среднем значение результативного признака при увеличении факторного признака на единицу.

Параметры уравнения прямой a_0 , a_1 определяется путем решения системы нормальных уравнений, полученных по методу наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

Для определения параметров этой системы уравнений составим расчётную таблицу.

№п/п	Доходы на члена семьи, доллар США (x)	Потребление молока в квартал на члена семьи, л. (y)	x^2	xy	$\bar{y}_x = 5,882+0,069x$
1	2	3	4	5	6
1	65	9	4225	585	10,37
2	72	11	5184	792	10,85
3	94	13	8836	1222	12,37

4	110	14	12100	1540	13,47
5	136	16	18496	2176	15,27
6	180	18	32400	3240	18,30
7	210	20	44100	4200	20,37
Итого:	867	101	125341	13755	101,0
В среднем	123,857	14,29	17905,857	1965	-

Подставим в систему нормальных уравнений фактические данные из таблицы:

$$\begin{cases} 7a_0 + 867a_1 = 101 \\ 867a_0 + 125341a_1 = 13755 \end{cases}$$

Решаем эту систему нормальных уравнений в следующей последовательности:

делим каждый член обоих уравнений на коэффициент при a_0 :

$$\begin{cases} a_0 + 123,857a_1 = 14,429 \\ a_0 + 144,569a_1 = 15,865 \end{cases}$$

Вычислим из второго уравнения первое и получим:

$$20,712a_1 = 1,436,$$

откуда $a_1 = 1,436 : 20,712 = 0,06933 \approx 0,069$.

Подставим значение a_1 в первое уравнение:

$$7a_0 + 867 \cdot 0,069 = 101$$

$$7a_0 + 59,823 = 101$$

$$7a_0 = 101 - 59,823$$

$$7a_0 = 41,177, \text{ отсюда } a_0 = 41,177 : 7 = 5,882.$$

Уравнение корреляционной связи примет вид:

$$\bar{y}_x = 5,882 + 0,069x.$$

Параметры уравнения можно определить и по следующим формулам:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{101 \cdot 125341 - 13755 \cdot 867}{7 \cdot 125341 - 867^2} \\ &= \frac{12659441 - 11925585}{877387 - 751689} = \frac{733856}{125698} = 5,882; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{n \sum xy - \sum y \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{7 \cdot 13755 - 101 \cdot 867}{7 \cdot 125341 - 867^2} = \frac{96285 - 87567}{877387 - 751689} = \frac{8718}{125698} \\ &= 0,069. \end{aligned}$$

Значение параметров a_0 и a_1 можно определить и по третьему способу:

$$a_1 = \frac{\bar{y} \bar{x} - \bar{x} \bar{y}}{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2} = \frac{1965 - 123,857 \cdot 14,29}{17905,857 - (123,857)^2} =$$

$$= \frac{1965 - 1787,1326}{17905,857 - 15340,556} = \frac{177,8674}{2565,301} = 0,069;$$

$$a_0 = \sum \bar{y} - a_1 \bar{x} = 14,429 - 0,069 \cdot 123,857 = 14,429 - 8,546 = 5,882.$$

После определения параметров необходимо рассчитать теоретическую линию регрессии $\bar{Y}_{\bar{x}}$ путем подстановки значений x в уравнение корреляционной связи.

Если параметры уравнения определены правильно, то будем иметь равенство:

$$\sum y = \sum \bar{y}_x$$

Коэффициент регрессии a_1 уточняет связь между факторами и результативными признаками. Он показывает, на сколько единиц увеличивается результативный признак, при увеличении факторного признака на единицу. В нашем примере $a_1 = 0,069$. Значит при увеличении дохода на члена семьи в месяц на 1 доллар США, увеличивается потребление молока в квартал на члена семьи 0,069г.

Далее, произведем расчет коэффициента корреляции, характеризующего силу связи, по следующей формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}}$$

Для расчёта значения y^2 воспользуемся данными таблицы, и подсчитаем:

$$y^2 = 9^2 + 11^2 + 13^2 + 14^2 + 16^2 + 18^2 + 20^2 = 1547.$$

Теперь можно вычислить коэффициент корреляции:

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{13755 - \frac{867 \times 101}{7}}{\sqrt{\left[125341 - \frac{(867)^2}{7} \right] \left[1547 - \frac{(101)^2}{7} \right]}} \\ &= \frac{1245,4}{\sqrt{(125341 - 107384,1)(1547 - 1457,2)}} = \frac{1245,4}{\sqrt{1612529,6}} \\ &= \frac{1245,4}{1269,9} = 0,981. \end{aligned}$$

Как видно коэффициент корреляции $r_{xy}=0,981$ находится близко к 1. Значит связь тесная, т.е. потребление молока значительно зависит от дохода.

Известно, что когда результирующий признак с увеличением факторного признака возрастает (или снижается) не бесконечно, а стремится к конечному пределу, тогда для анализа связи принимается уравнение гиперболы.

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}.$$

Параметры уравнения a_0 , a_1 определяются путем решения системы нормальных уравнений, полученных по методу наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x} \end{cases}$$

Задача 2. Объем продукции малого предприятия и себестоимость одной единицы продукции характеризуется данными:

Объём продукции, млрд сум	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
Себестоимость единицы продукции, тыс. сум	25,0	23,0	22,0	22,5	22,2	22,0

Установите связь между объёмом продукции и себестоимостью, найдите уравнение корреляционной связи между этими признаками.

Решение. Как видно из приведенных данных связь обратная. Для определения параметров (a_0 и a_1) уравнения составим расчетную таблицу.

Расчёт уравнения регрессии

Объём продукции, млрд сум (x)	Себестоимость, тыс. сум (y)	$\frac{1}{x}$	x^2	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{y}{x}$	$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$
5	25,0	0,200	25	0,0400	5,000	24,4
6	23,0	0,167	36	0,0278	3,841	23,5
7	22,0	0,143	49	0,0204	3,146	22,9
8	22,5	0,125	64	0,0156	2,813	22,3
9	22,2	0,111	81	0,0123	2,464	22,0
10	22,0	0,100	100	0,0100	2,200	21,6
ИТОГО	136,7	0,846	355	0,1260	19,464	136,7

Подставим в систему нормальных уравнений фактические данные из таблицы:

$$\begin{cases} 6a_0 + 0,84a_1 = 136,70 \\ 0,84a_0 + 0,126a_1 = 19,46 \end{cases}$$

Решаем эту систему и получаем: $a_0=18,8$; $a_1=28$.

Теперь уравнение связи примет вид:

$$\bar{y}_x = 18,8 + 28 \frac{1}{x}$$

На основе полученных расчетных данных можно исчислить коэффициент эластичности, который показывает, на сколько процентов изменяется результирующий признак при изменении факторного признака на один процент.

$$\varepsilon = \bar{y}_x' = -a_1 \frac{1}{x^2}; \varepsilon = -28 \frac{1}{25} = -1,12\%$$

Задача 3. Имеются следующие данные по 10 непродовольственным магазинам Юнусабадского района г. Ташкента:

Товарооборот, млрд сум (x)	36	50	58	69	74	85	94	99	103	108
Товарные остатки, млрд сум	2,5	3,9	4,1	4,4	5,0	5,8	6,9	7,1	9,2	8,8

Необходимо найти уравнение корреляционной связи между товарооборотом и товарными остатками.

Решение:

Как видно из приведенных данных, что в непродовольственных магазинах Юнусабадского района связь между товарооборотом и товарными остатками криволинейная и выражается параболой второго порядка, который имеет следующий вид:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2.$$

Расчет параметров параболы второго порядка (a_0, a_1, a_2) производится решением системы нормальных уравнений, полученных с помощью метода наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum yx \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum yx^2 \end{cases}$$

Для определения параметров системы уравнений составим расчётную таблицу:

Расчет параметров уравнения

№ п/п	Товаро- оборот, млрд сум (x)	Товарные остатки, млрд сум (y)	x ²	x ³	x ⁴	xy	x ² y
1	36	2,5	1296	46656	167916	90	3240
2	50	3,9	2500	125000	6250000	195	9750
3	58	4,1	3364	195112	11316496	237,8	13792,4
4	69	4,4	4761	328509	22667121	303,6	20948,4
5	74	5,0	5476	405224	29986576	370,0	27380,0
6	85	5,8	7225	614125	52200625	493,0	41905,0
7	94	6,9	8836	830584	78074896	648,6	60968,4
8	99	7,1	9801	970299	96059601	702,9	69587,1
9	103	9,2	1060	109272	11255088	947,6	97602,8
			9	7	1		
10	108	8,8	1166	125971	13604889	950,4	102643,2
			4	2	6		
Итого:	776	57,7	65532	5867948	546834708	4938,9	447817,3

Подставим в систему нормальных уравнений данные из таблицы:

$$10a_0 + 776a_1 + 65532a_2 = 57,7$$

$$776a_0 + 65532a_1 + 5867948a_2 = 4938,9$$

$$65532a_0 + 5867948a_1 + 546834708a_2 = 447817,3$$

Делим все коэффициенты в уравнениях на соответствующие коэффициенты при a_0 :

$$a_0 + 77,6a_1 + 6553,2a_2 = 5,77$$

$$a_0 + 84,4a_1 + 7561,8a_2 = 6,36$$

$$a_0 + 89,5a_1 + 8344,5a_2 = 6,83$$

Вычитываем из второго уравнения первое и из третьего второе, получаем два уравнения с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} 6,8a_1 + 1008,6a_2 = 0,59 \\ 5,1a_1 + 782,8a_2 = 0,47 \end{cases} \text{отсюда} \begin{cases} a_1 + 147,27a_2 = 0,087 \\ a_1 + 153,64a_2 = 0,092 \end{cases}$$

$$6,37a_2 = 0,005$$

отсюда:

$$a_2 = \frac{0,005}{6,37} = 0,00082.$$

Методом подстановки получаем значения параметров a_1 и a_0

$$a_1 + 147,27 \cdot 0,00082 = 0,087$$

$$a_1 = 0,087 - 0,121$$

$$a_1 = -0,034;$$

$$a_0 + 77,6 \cdot (-0,034) + 6553,2 \cdot 0,00082 = 5,77$$

$$a_0 = 5,77 - 5,3736 + 2,6384$$

$$a_0 = 3,0348.$$

Уравнение параболы имеет вид:

$$\bar{y}_x = 3,0348 - 0,0344x + 0,00082x^2.$$

Далее, подставим значение x и x^2 , находим теоретические значения для каждого предприятия.

Выше исчисленных показателей можно вычислить и с помощью корреляционной таблицы.

Задача 4. В результате группировки работников страховой компании по общему стажу работы и месячной оплате получена следующая корреляционная таблица:

Группы работников по общему стажу работы, лет	Группы работников по размеру оплаты, млн. сум							Итого
	1,0-1,2	1,2-1,4	1,4-1,6	1,6-1,8	1,8-2,0	2,0-2,2	2,2-2,4	
0-5	5	6	14	7				32
5-10		3	4	7	10	2		26
10-15		1	2	6	5	4		18
15-20				4	1	6	1	12
20-25				1	3	1	3	8
25-30					1	2	1	4
ИТОГО:	5	10	20	25	20	15	5	100

Для изучения связи между рассматриваемыми показателями требуется исчислить: 1) уравнение прямой регрессии между оплатой и трудовым стажем работников; 2) коэффициент корреляции.

Решение

Уравнение прямой регрессии между оплатой (y) и трудовым стажем (x) работников будет иметь следующий вид:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1x,$$

Для нахождения параметров этого уравнения необходимо решение следующей системы нормальных уравнений:

$$\begin{aligned} a_0 \sum t + a_1 \sum tx &= \sum ty \\ a_0 \sum tx + a_1 \sum tx^2 &= \sum txy \end{aligned}$$

Для выполнения вычислений необходимых показателей составим расчётную таблицу:

$x \backslash y$	1,10	1,30	1,50	1,70	1,90	2,10	2,30	Итого
2,5	2,75	3,25	3,75	4,25				115,50
	13,75	19,50	52,50	29,75				
	5	6	14	7				32
7,5		9,75	11,25	12,75	14,25	15,75		337,50

		29,25	45,00	89,25	142,50	31,50		
		3	4	7	10	2		26
12,5		16,25	18,75	21,25	23,75	26,25		405,00
			37,50	127,50	118,75	105,00		
		1	2	6	5	4		18
17,5				29,75	33,25	36,75	40,25	403,00
				119,00		220,50		
				4	1	6	1	12
22,5				38,25	42,75	74,25	51,75	
					128,25		155,25	369,00
				1	3	1	3	8
27,5					52,25	57,75	63,25	
						115,50		231,00
					1	2	1	4
Итого	13,75	65,00	135,00	403,75	475,00	519,75	258,75	1871,00
	5	100	20	25	20	15	5	100

Примечание: В левом верхнем углу каждой клеточки таблицы показано произведение xu , в нижнем правом углу – частота такого сочетания, в середине – произведение xu на частоту m (при значении частоты, равным единице, произведение $xu = mxu$, и поэтому произведение xu не показывается).

Из этой таблицы видно, что $\sum mxu = 1871,00$. Для получения остальных величин, входящих в систему нормальных уравнений, составим расчётные таблицы, введя в них одновременно и величины, необходимые для расчёта коэффициента корреляции.

Произведём расчёты вспомогательных величин по факторному признаку.

x	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	Итого
$m x$	32	26	18	12	8	4	100
$mx x$	90	195	225	210	180	110	1000
mx^2	200	1462,5	2812,5	3675	4050	3025	15225

Затем рассчитаем вспомогательные величины по результативному признаку:

y	1,10	1,30	1,50	1,70	1,90	2,10	2,30	Итого
my	5	10	20	25	20	15	5	100
$my \cdot y$	5,50	13,10	30,00	42,50	38,00	31,50	11,50	172,00
$my \cdot y^2$	6,05	1,60	45,00	72,25	7,22	66,15	26,45	305,00

Подставим найденные значения в систему нормальных уравнений и получим:

$$\begin{aligned} 100a_0 + 1000a_1 &= 172 \\ 1000a_0 + 15225a_1 &= 1871. \end{aligned}$$

В результате совместного решения находим:

$$a_0 = 1,43; a_1 = 0,029.$$

Искомые уравнения прямой регрессии примет вид:

$$\bar{y}_x = 1,43 + 0,029x.$$

Это уравнение показывает, что между общим производственным стажем и заработной платой работников имеется прямая связь: с увеличением стажа на один год размер месячной заработной платы возрастает в среднем на 29000 сум (a_1). Коэффициент корреляции исчисляем по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y},$$

$$\text{здесь } \overline{xy} = \frac{\sum mxy}{\sum m}; \bar{x} = \frac{\sum mx}{\sum m}; \bar{y} = \frac{\sum my}{\sum m}.$$

Для нахождения значения знаменателя в формуле коэффициента корреляции исчислим среднее квадратическое отклонение величин факторного признака по формуле:

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \text{ где } \overline{x^2} = \frac{\sum mx^2}{\sum m},$$

а результативного – соответственно по формуле:

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}, \text{ где } \overline{y^2} = \frac{\sum my^2}{\sum m}$$

Подставим найденные величины в формулу коэффициента корреляции и получим:

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{\frac{1871}{100} - \frac{1000}{100} \cdot \frac{172}{100}}{\sqrt{\left[\frac{15225}{100} - \left(\frac{1000}{100} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{305}{100} - \left(\frac{172}{100} \right)^2 \right]}} \frac{18,71 - 10 \cdot 1,72}{\sqrt{(152,25 - 100) \cdot (3,05 - 2,96)}} \\ &= \frac{18,71 - 17,20}{\sqrt{52,25 \cdot 0,09}} = \frac{1,51}{\sqrt{4,71}} = \frac{1,51}{2,17} = 0,69. \end{aligned}$$

Полученное значение коэффициента корреляции указывает на наличие достаточно тесной линейной связи между общим производственным стажем и оплатой работника.

Теснота связи изучается и с помощью индекса корреляции, коэффициента детерминации и теоретического корреляционного отношения.

Для исчисления коэффициента необходимо вычислить межгрупповую и общую дисперсию.

Задача 5. Имеются следующие данные о выпущенной продукции и израсходованном топливе:

Выпуск продукции, тыс. шт.	5	6	8	8	10	10	14	20	20	24
Расход топлива, тонна	4	4	6	5	7	8	8	10	12	16

Определите: а) коэффициент детерминации; б) корреляционное отношение; в) индекс корреляции.

Решение. Как выше рассматривали коэффициент детерминации исчисляется путем деления межгрупповой дисперсии к общей дисперсии т.е по формуле:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$$

Индекс корреляции исчисляем по формуле:

$$R = \sqrt{\frac{1 - \sigma_{y-y_x}^2}{\sigma_y^2}} \text{ или } \sqrt{1 - \frac{\sum(y - y_x)^2/n}{\sum(y - \bar{y})^2/n}}$$

Расчёт показателей η^2 , η и R

Выпущенная продукция, тыс. шт.	Расход топлива, т	$\hat{y}_x = a_0 + a_1x$	$\bar{y}_x - \bar{y}$	$(\bar{y}_x - \bar{y})^2$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$y - \bar{y}_x$	$(y - \bar{y}_x)^2$
5	4	3,90	-4,10	16,81	-4	16	0,10	0,01
6	4	4,40	-3,60	13,00	-4	16	-0,40	0,16
8	6	5,50	-2,50	6,25	-2	4	0,50	0,25
8	5	5,50	-2,50	6,25	-3	9	-0,50	0,25
10	7	6,60	-1,40	2,0	-1	1	0,40	0,16
10	8	6,60	1,40	2,0	0	0	1,40	1,96
14	8	8,80	0,80	0,64	0	0	-0,80	0,64
20	10	12,10	4,10	16,81	2	4	-2,10	4,41
20	12	12,10	4,10	16,81	4	16	-0,10	0,01
24	16	14,30	6,30	39,69	8	64	1,70	2,89
125	80	80	-	120,26	-	130	-	10,74

Коэффициент детерминации равен:

$$\eta^2 = \frac{12,026}{13} = 0,93, \text{ отсюда } \eta = \sqrt{0,93} = 0,96.$$

Индекс корреляции равен:

$$R = \sqrt{1 - \frac{1,074}{13}} = 0,96.$$

В статистике теснота связи между изучаемыми явлениями можно изучить и с помощью таких элементарных показателей, как коэффициент Фихнера, Спирмена, Кенделя и другие. Мы умышленно не показываем схему расчета этих показателей по двум причинам: во-первых схема их расчета очень проста, во-вторых содержание и схема их расчета очень подробно освещены во всех учебниках по статистике.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Укажите в приведенных ниже парах признаков, какой признак является факторным, а какой результативным;

- 1) производительность труда, фондовооруженность труда;
- 2) товарооборот магазина, издержки обращения;
- 3) размер потери зерна, сроки уборки зерновых;
- 4) текучесть кадров, производительность труда;
- 5) квалификация рабочих, процент бракованных деталей.

Задача 2. Укажите какие из приведенных ниже зависимостей социально-экономических показателей являются функциональными, а какие корреляционными:

- 1) урожайность зерновых от метрологических условий;
- 2) уровень потребления высококалорийных продуктов питания от уровня среднедушевого дохода населения;
- 3) фонд заработной платы рабочих от средней месячной заработной платы одного рабочего и численности рабочих;
- 4) успеваемость студентов в высших учебных заведениях от уровня успеваемости в школе;
- 5) стоимость валовой продукции от фондоотдачи и стоимости основных фондов.

Задача 3. По семи однородным семьям имеются следующие данные о доходах и расходах на непродовольственные товары за месяц:

Доход на душу населения, тыс. сум	4150	5251	5306	6405	7454	7552	8607
Расходы на приобретение непродовольственных товаров, тыс. сум	961	999	1206	1257	1309	1343	1382

Установите связь между доходом и расходами на непродовольственные товары и найдите корреляционную связь между этими признаками. Изобразите корреляционную связь на графике.

Задача 4. Имеются следующие данные о годовом доходе на душу населения и потребления кондитерских изделий:

Группы семей по годовому доходу на душу населения, тыс. сум	до 2100	2100-2400	2400-2700	2700-3000	3000 и выше
Потребление кондитерских изделий (в пересчете на сахар), кг.	24	29	35	42	46

Определите:

- 1) вид уравнения и значение неизвестных параметров;
- 2) коэффициент корреляции. Напишите соответствующие выводы.

Задача 5. По однородным предприятиям имеются следующие данные:

Выпуск продукции на 1 работающего, млн сум	8,3	7,4	6,2	8,5	8,7	6,0	4,5
Электровооруженность труда на 1 работающего, квт-ч	7	4	5	7	8	5	4

Определите уравнение корреляционной связи между выработкой и электровооруженностью труда. Проанализируйте параметры уравнения регрессии.

Задача 6. По малым предприятиям имеются следующие гипотетические данные:

Выпуск продукции, тыс. шт.	2,5	3,0	4,5	5,0	5,5	6,5	7,0
Себестоимость 1 изделия, тыс. сум.	12,1	12,0	11,9	11,7	11,5	11,4	11,2

Найдите уравнение корреляционной связи между выпуском продукции и себестоимости изделия.

Задача 7. Имеются следующие данные по группе рабочих консервного завода:

Стаж работы, лет	4	5	6	6,5	7,0	8,0	9,0
Выработка продукции на 1 работника, тыс. шт.	23	25	28	31	35	40	44

Найдите уравнение корреляционной связи между стажем работы и выработкой продукции.

Задача 8. По супермаркетам города Ташкента имеются следующие данные:

Товарооборот, млрд сум	8	10	12	14	12	18	13	26
Относительный уровень издержек обращения, %	8,22	4,00	6,74	5,11	4,99	4,24	4,01	2,02

Найдите уравнение корреляционной связи между товарооборотом и относительным уровнем издержек обращения.

Задача 9. Имеются следующие данные о деятельности банков:

Уровень покрытия кредита, процент	Количество кредитов	Объем выданного кредита, млрд сум	Сумма просроченного кредита, млрд сум
до 70	18	242,14	19,1
70-75	14	199,84	15,2
75-80	21	267,74	22,3
80-90	19	250,65	20,4
90-95	20	300,00	21,5
95-100	29	321,01	30,6

Найдите уравнение корреляционной связи между уровнем покрытия кредита и остальными показателями, а также изобразите графически корреляционную связь. Вычислите показатели тесноты связи.

Задача 10. Имеются следующие данные о распределении работников клиринговой компании по общему стажу и годовой оплате:

Группы работников по общему стажу, лет	Группы работников по оплате, тыс. сум					
	До 900	900-1100	1100-1300	1300-1500	1500-1700	1700 и свыше
До 5 лет	3	8	9	12		
5-10		5	4	6	9	2
10-15		2	3	5	4	3
15-20				2	3	6
20-25				1	4	3
25 и свыше					2	7

На основе данных корреляционной таблицы исчислите: 1) уравнение прямой регрессии между оплатой и трудовым стажем работников; 2) коэффициент корреляции.

Задача 11. В результате изучения связи между общим производственным стажем и квалификацией рабочих была получена следующая корреляционная таблица:

Группы рабочих по общему производственному стажу, лет	Численность рабочих (в процентах), имеющих разряд						Итого
	1	2	3	4	5	6	
До 5	15	18	1	1			35
5-10	1	9	15	3	1		29
10-20		1	5	8	5		19
20 и более				4	8	5	17
ИТОГО:	16	28	21	16	14	5	100

Исчислите:

1) теоретическое корреляционное отношение, если линией регрессии служит прямая линия;

2) эмпирическое корреляционное отношение.

Задача 12. О весе и росте новорожденных детей получены следующие данные:

Вес, кг. Рост, см.	До 2	2-3	3-4	4-5	5 и выше
До 38	4	8			
38-40		8	16	8	
40-42		2	32	44	16
42-44			12	32	6
44 и выше			6	4	2

Определите: 1) уравнение линейной корреляционной зависимости веса новорожденных от их роста; 2) коэффициент корреляции; 3) изобразите графически эмпирическую и теоретическую зависимость веса новорожденных от их роста.

Задача 13. По магазинам Юнусабадского района имеются следующие данные за месяц:

Товарооборот, млрд сум	9	12	15	20	25	35	45
Уровень издержек обращения, в процентах к товарообороту	8,2	7,0	6,5	5,0	4,8	4,5	4,3

Найдите уравнение корреляционной связи товарооборота и уровни издержек обращения (связь гиперболическая).

Задача 14. Имеются следующие данные о банках Республики за отчетный год:

№ п/п	Собственный капитал, млрд сум	Рентабельность, %	№ п/п	Собственный капитал, млрд сум	Рентабельность, %
1	711,4	14,2	12	1111,1	19,8
2	720,1	15,1	13	1116,6	18,9
3	790,4	18,3	14	121,7	20,2
4	830,7	16,3	18	1244,4	18,9
5	853,3	14,7	16	1266,6	21,2
6	901,9	15,6	17	1280,8	20,9
7	933,3	16,0	18	1340,4	19,7
8	960,1	17,1	19	1376,4	22,0
9	970,6	18,2	20	1388,8	22,4
10	1020,8	20,1	21	1433,5	22,9
11	1050,9	17,7	22	1444,4	22,9

По этим данным: 1) найдите линейное уравнение регрессии; 2) определите коэффициент корреляции; 3) постройте график.

Задача 15. Имеются следующие данные о распределении студентов второго курса финансового факультета ТФИ:

Курсы	Возраст (лет)		Итого
	До 20	21 и выше	
1-2	80	40	120
3-4	20	60	80
Итого	100	100	200

Определите коэффициент ассоциации между курсом и возрастом студентов.

Задача 16. По 10 районам Навоинской области известны следующие данные о численности жителей и число компьютеров на 1000 человек:

Населения, тыс. чел	160	170	180	190	200	260	250	300	310	520
Компьютеры, шт	10	130	140	160	155	150	175	180	200	222

Вычислите коэффициенты Фехнера, Спирмана и Кендела.

Глава VII. РЯДЫ ДИНАМИКИ

Методические указания и решение типовых задач

Для закрепления полученных теоретических знаний и полного усвоения способов изучения динамики студенту необходимо знать и уметь:

- ✓ что такое ряды динамики;
- ✓ какие виды рядов динамики бывают;
- ✓ привести уровни рядов динамики в сопоставимый вид;
- ✓ определять средний уровень ряда динамики;
- ✓ исчислять абсолютные и относительные показатели ряда динамики: абсолютные изменения, темпы изменения и абсолютные дополнительные изменения, абсолютного значения одного процента роста (снижения), среднегодового темпа роста (снижения) и прироста (дополнительного снижения);
- ✓ интерполировать и экстраполировать уровни ряда динамики;
- ✓ какими методами выравнивают ряды динамики и как выявляется тенденция развития;
- ✓ способов изучения сезонных колебаний.

Ряды динамики характеризуют изменение уровней показателя во времени. Ряды динамики в зависимости от вида приводимых в них статистических показателей могут быть моментными или периодическими (интервальными). Поэтому, приступая к статистическому анализу рядов динамики, необходимо прежде всего правильно их классифицировать.

Уровни динамических рядов по различным признакам могут быть несопоставимыми (по методологии расчета, территории, продолжительности периодов, единицы измерения и т. д.). Чтобы привести уровни в рядах динамики к сопоставимому, т.е. годному для анализа виду, необходимо применить прием, который называют смыканием рядов динамики.

Задача 1. Имеются следующие данные о производстве хлопка-сырца района (тыс.т):

Годы	2012г.	2013г.	2014г.	2015г.	2016г.	2017г.
В старых границах	6,5	7,9	8,6			
В новых границах			12,9	12,1	13,2	13,8

Привести ряд динамики к сопоставимому виду.

Решение. Для приведения ряда динамики к сопоставимому виду определим для 2014 г. коэффициент соотношения уровней двух рядов:

$$12,9:8,6=1,5$$

Умножая на этот коэффициент уровни первого ряда, получаем их сопоставимость с уровнями второго ряда:

$$2012 \text{ г.}, 6,5 \cdot 1,5 = 9,75 \text{ тыс. т.}$$

$$2013 \text{ г.}, 7,9 \cdot 1,5 = 11,85 \text{ тыс. т.}$$

Получен сопоставимый ряд динамики, в новых границах:

Годы	2012г.	2013г.	2014г.	2015г.	2016г.	2017г.
Хлопок-сырец, тыс. т	9,75	11,85	12,9	12,1	13,2	13,8

Анализ рядов динамики начинается с определения среднего уровня ряда. Методы расчета среднего уровня в интервальных и моментных рядах различны. В интервальном ряду динамики расчет среднего уровня ряда производится по формуле средней арифметической.

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

где Y – абсолютные уровни ряда; n – число уровней.

Задача 2. Имеются следующие данные о выдаче кредита банками области (млрд. сум):

Годы	2012г.	2013г.	2014г.	2015г.	2016г.	2017г.
Сумма кредита	14,0	18,1	21,4	25,0	30,1	30,5

Необходимо определить средний уровень кредита за шесть лет.

Решение. Как видно из приведенных данных ряд интервальный. Рассчитаем средний уровень данного интервального ряда по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{14,0 + 18,1 + 21,4 + 25,0 + 30,1 + 30,5}{6} = \frac{139,1}{6} = 23,18 \text{ млрд, сум.}$$

В моментных рядах динамики, если ряд с равноотстоящими датами, то средний уровень ряда определяется по средне хронологической формуле:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n - 1}$$

Задача 3. Имеются следующие данные о товарных остатках супермаркета (млрд сум.):

на I/II	на II/III	на III/IV	на IV/V
30,0	34,3	32,0	38,4

Определите средний уровень ряда.

Решение. Рассчитаем средний уровень данного моментного ряда динамики за квартал:

$$\bar{y} = \frac{\frac{30}{2} + 34,3 + 32,0 + \frac{38,4}{2}}{4 - 1} = \frac{100,5}{3} = 33,5 \text{ млрд сум.}$$

Если ряд с не равноотстоящими датами, то средний уровень ряда определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t}$$

Задача 4. За март месяц произошли следующие изменения в списочном составе работников страховой компании (человек):

Состояло по списку на I/III	280
выбыло с 10/III	5
зачислено с 15/III	3
зачислено с 26/III	2

Определите среднесписочную численность работников компании за март месяц.

Решение. Среднесписочную численность работников компании определяем по средне арифметической взвешенной формуле.

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} = \frac{280 \cdot 9 + 275 \cdot 5 + 278 \cdot 11 + 280 \cdot 6}{31} = \frac{8633}{31} = 278,5 \text{ чел.}$$

В статистике для того, чтобы выявить особенности развития изучаемых явлений и процессов за отдельные периоды времени,

исчисляются абсолютные и относительные показатели изменения ряда динамики: абсолютные приросты; темпы роста; темпы прироста; абсолютное значение одного процента прироста. Эти показатели кроме последнего, исчисляются двумя способами: базисным и цепным.

1. **Абсолютные изменения** (ΔY) определяется по формулам:

$$\Delta_{y_б} = Y_i - Y_0; \Delta_{y_ц} = Y_i - Y_{i-1};$$

где $\Delta_{y_б}$ – абсолютные изменения, исчисленный базисным способом;

$\Delta_{y_ц}$ – абсолютные изменения, исчисленный цепным способом;

Y_i – сравниваемый уровень;

Y_0 и Y_{i-1} – базисные уровни.

2. **Темпы изменения** (Тр) исчисляется путем деления сравниваемого уровня (Y_i) на базисный (Y_0 или Y_{i-1}):

$$\text{Тр}_б = \frac{Y_i}{Y_0} \cdot 100$$

Если за базу сравнения каждый раз принимается предыдущий уровень, то получаются цепные темпы изменения ($K_ц$):

$$\text{Тр}_ц = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100$$

3. **Темпы дополнительного изменения** характеризует относительную величину прироста, т.е. величину абсолютного прироста по отношению к базисному уровню:

$$\text{Тп} = \frac{\Delta y \cdot 100}{y_б} = \text{Тр}_б - 100,$$

где Тп – темпы дополнительного; Δy – абсолютное изменения; $Y_б$ – базисный уровень ряда.

4. **Абсолютное значение одного процента изменения** определяется путем деления абсолютного изменения на выраженный в процентах темп прироста т.е. по формуле:

$$A = \frac{\Delta_{y_ц}}{\text{Тп}_ц} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\frac{(Y_i - Y_{i-10}) \cdot 100}{Y_{i-1}}} = 0,01 \cdot Y_{i-1}.$$

Для суждения о среднем изменении абсолютных изменения исчисляется показатель среднего абсолютного изменения ($\overline{\Delta y}$).

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_n}{n}$$

Этот показатель можно исчислить и непосредственно по абсолютным уровням ряда динамики (У) т.е. по формуле:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_0}{m - 1},$$

где m – число четных единиц времени в ряду динамики.

5. В статистике для того, чтобы дать обобщенную характеристику интенсивности развития за длительной период времени исчисляются средние (обычно среднегодовые) темпы изменения, используя метод средней геометрической.

$$\overline{\text{Тр}} = \sqrt[n]{\text{Тр}_1 \cdot \text{Тр}_2 \cdot \text{Тр}_3 \cdot \dots \cdot \text{Тр}_n},$$

где Тр_i – цепные темпы динамики (в коэффициентах); n – число периодов.

Среднегодовые темпы динамики можно исчислить и по абсолютным уровням ряда динамики:

$$\overline{\text{Тр}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} = \sqrt[n-1]{\text{Тр}_6},$$

y_0 и y_n – соответственно базисный и конечный уровни ряда.

Среднегодовой темп дополнительного изменения определяется по формуле:

$$\overline{\text{Т}}_n = \overline{\text{Тр}} - 1,0 \text{ или } \overline{\text{Т}}_n = \overline{\text{Тр}} - 100.$$

Задача 5. Розничный товарооборот Наманганской области составил:

Годы	2012г.	2013г.	2014г.	2015г.	2016г.	2017г.
Товарооборот за год, трлн сум.	150	168	179	186	191	198

На основе приведенных данных определите: 1) абсолютные изменения; 2) темпы изменения и дополнительного изменения; 3) абсолютное значение одного процента изменения; 4) среднее абсолютное изменение; 5) среднегодовой темп изменения и дополнительного изменения.

1. Исчислим абсолютные изменения по годам и по сравнению с 2012г.

$$\Delta Y_{\text{б}} = Y_i - Y_0 \text{ (базисные)}$$

2013 г. 168 - 150=18 трлн сум.

2014 г. 179 - 150=29 трлн сум.

2015 г. 186 - 150=36 трлн сум.

2016 г. 191 - 150=41 трлн сум.

2017 г. 198 - 150=48 трлн сум.

$$\Delta Y_{\text{ц}} = Y_i - Y_{i-1} \text{ (цепные)}$$

2013 г. 168 - 150=18 трлн сум.

2014 г. 179 - 168=11 трлн сум.

2015 г. 186 - 179=7 трлн сум.

2016 г. 191 - 186=5 трлн сум.

2017г. 198 - 191=7 трлн сум.

2. Определим базисные темпы изменения: $\text{Тр}_{\text{б}} = \frac{Y_i}{Y_0} \cdot 100$

2013 г. $\frac{168}{150} = 1,120$ или 112,0%

2014 г. $\frac{179}{150} = 1,193$ или 119,3%

2015 г. $\frac{186}{150} = 1,240$ или 124,0%

2016 г. $\frac{191}{150} = 1,273$ или 127,3%.

2017 г. $\frac{198}{150} = 1,320$ или 132,0%.

Определим цепные темпы изменения: $\text{Тр}_{\text{ц}} = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100$

2013 г. $\frac{168}{150} = 1,120$ или 112,0%

2014 г. $\frac{179}{168} = 1,065$ или 106,5%

2015 г. $\frac{186}{179} = 1,039$ или 103,9%

2016 г. $\frac{191}{186} = 1,027$ или 102,7%

2017 г. $\frac{198}{191} = 1,036$ или 103,6%

3. Определим базисные темпы дополнительного изменения (в процентах):

$$T_{\Pi_6} = \frac{\Delta Y_6}{Y_0} \cdot 100$$

$$2013 \text{ г. } \frac{18 \times 100}{150} = 12,0\%$$

$$2014 \text{ г. } \frac{29 \times 100}{150} = 19,3\%$$

$$2015 \text{ г. } \frac{36 \times 100}{150} = 24,0\%$$

$$2016 \text{ г. } \frac{41 \times 100}{150} = 27,3\%$$

$$2017 \text{ г. } \frac{48 \times 100}{150} = 32,0\%$$

Определим цепные темпы дополнительного изменения (в процентах):

$$T_{p_{\text{ц}}} = \frac{\Delta Y_{\text{ц}}}{Y_{i-1}} \cdot 100$$

$$2013 \text{ г. } \frac{18 \times 100}{150} = 12,0\%$$

$$2014 \text{ г. } \frac{11 \times 100}{168} = 6,5\%$$

$$2015 \text{ г. } \frac{7 \times 100}{179} = 3,9\%$$

$$2016 \text{ г. } \frac{5 \times 100}{186} = 2,7\%$$

$$2017 \text{ г. } \frac{7 \times 100}{191} = 3,7\%$$

4. Исчислим абсолютное значение одного процента дополнительного изменения:

$$A = 0,01 \cdot Y_{i-1}$$

$$2013 \text{ г. } 150 \times 0,01 = 1,5 \text{ трлн сум.}$$

$$2014 \text{ г. } 168 \times 0,01 = 1,68 \text{ трлн сум.}$$

$$2015 \text{ г. } 179 \times 0,01 = 1,79 \text{ трлн сум.}$$

$$2016 \text{ г. } 186 \times 0,01 = 1,86 \text{ трлн сум.}$$

$$2017 \text{ г. } 191 \times 0,01 = 1,91 \text{ трлн сум.}$$

5. Исчислим средний абсолютное изменения:

$$\bar{\Delta}_y = \frac{\sum \Delta y_n}{n} = \frac{18 + 11 + 7 + 5 + 7}{5} = \frac{48}{5} = 9,6 \text{ трлн сум.}$$

или по другой формуле:

$$\bar{\Delta}_y = \frac{Y_n - Y_0}{m - 1} = \frac{198 - 150}{6 - 1} = \frac{48}{5} = 9,6 \text{ трлн сум.}$$

6. Определим значение среднегодового темпа роста:

$$\overline{\text{Тр}} = \sqrt[n]{\text{Тр}_1 \cdot \text{Тр}_2 \cdot \text{Тр}_3 \cdot \dots \cdot \text{Тр}_n} = \sqrt[4]{1,12 \cdot 1,065 \cdot 1,039 \cdot 1,027 \cdot 1,036} = \sqrt[4]{1,319} = 1,072 \text{ или } 107,2\%$$

или по другой формуле:

$$\overline{\text{Тр}} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}} = \sqrt[4]{\frac{198}{150}} = \sqrt[4]{1,319} = 1,072 \text{ или } 107,2\%.$$

Результаты всех решений приведем в следующей таблице:

Годы	Розничный товарооборот области, трлн сум.	Абсолютное изменение, трлн сум.		Темп изменения, %		Темп дополнительного изменения, %	
		по сравнению с 2012 г.	по годам	по сравнению с 2012 г.	по годам	по сравнению с 2012 г.	по годам
2012	150	-	-	100	-	-	-
2013	168	18	18	112,0	112,0	12,0	12,0
2014	179	29	11	119,3	106,5	19,3	6,5
2015	186	36	7	124,0	103,9	24,0	3,9
2016	191	41	5	127,3	102,7	27,3	2,7
2017	198	48	7	132,0	103,6	32,0	3,7

С помощью среднегодового темпа изменения и уровней ряда динамики можно определить уровни будущих периодов, что называется экстраполяцией и недостающих уровней ряда динамики или уровня предыдущих периодов, что называется интерполяцией. Нахождение уровня будущих периодов (экстраполяция) осуществляется по формуле:

$$y_{n+1} = y_n \cdot (\overline{\text{Тр}})^i$$

Например, для нашего примера розничный товарооборот Наманганской области в 2018 и 2021 год должен быть:

$$y_{2018г.} = 198 \cdot 1,072 = 212,256 \text{ трлн сум.}$$

$$y_{2021г.} = 198 \cdot (1,072)^4 = 198 \cdot 1,3206 = 261,48 \text{ трлн сум.}$$

Формула интерполяции имеет следующий вид:

$$y_{0-i} = y_0 \cdot \frac{1}{(\overline{\text{Тр}})^i}$$

Например, уровень 2009г. равен:

$$Y_{2009г.} = 150 \cdot \frac{1}{((1,072)^3)} = 121,8 \text{ трлн сум.}$$

Одной из важных задач статистики при анализе рядов динамики является определение общей тенденции развития. Общая тенденция в рядах динамики выявляется различными приемами и методами.

Одним из наиболее простых способов изучения общей тенденции в рядах динамики является укрупнение интервалов. Данный способ обоснован на объединение периодов, которым относятся уровни ряда динамики.

Задача 6. Имеются следующие данные о вкладах населения по месяцам (млрд сум.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
11,6	9,5	11,2	12,5	12,2	13,6	14,2	12,0	13,0	14,6	15,1	13,2

Из приведенных данных нельзя сказать, что вклады населения имеют тенденцию к снижению или повышению. Поэтому, для выявления общей тенденции роста вкладов произведем укрупнение интервалов. Для этой цели исходные (месячные) данные о вкладах объединяем в квартальные и получаем показатели вкладов по кварталам:

I квартал	32,3 (11,8 + 9,5 + 11,2) млрд сум.
II квартал	38,3 (12,5 + 12,2 + 13,6) млрд сум.
III квартал	39,2 (14,2 + 12,0 + 13,0) млрд сум.
IV квартал	42,9 (14,6 + 15,1 + 13,2) млрд сум.

Общая тенденция в рядах динамики выявляется и с помощью подвижной (скользящей) средней.

С помощью этого метода, на основе исходных данных (эмпирических данных) динамического ряда определяем расчетные (теоретические) уровни. При этом посредством осреднения эмпирических данных индивидуальные колебания погашаем и общая тенденция развития явления выражаем в виде некоторой плавной линии (теоретические уровни).

Задача 7. Имеются следующие данные о торговле сельскохозяйственными продуктами в дехканских рынках города (млрд сум):

Кварталы	Годы			
	2013г.	2014г.	2015г.	2016г.
I	87	123	210	213
II	131	149	220	224
III	163	183	226	241
IV	148	170	199	230

Как видно из приведенных данных, объем реализации сельскохозяйственных продуктов до IV квартала имеет тенденцию к повышению, а в IV квартале по сравнению с III кварталом, иногда даже по сравнению I и II кварталами уменьшается.

Для выявления общей тенденции развития явления методам сглаживания рядов динамики необходимо прежде всего определить по эмпирическим данным подвижные (скользящие) средние.

Основное требование этого метода состоит в вычислении звеньев подвижной (скользящие) средней из такого числа уровней ряда, которое соответствует длительности наблюдаемых в ряду динамики циклов.

Для нашего ряда динамики принимают четырехчленные скользящие средние. Их расчет состоит в определении средних величин из четырех уровней ряда с отбрасыванием при вычислении каждой новой средней одного уровня ряда слева и присоединением одного уровня справа т. е. по формуле:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}$$

первая средняя:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} = \frac{87 + 131 + 163 + 148}{4} = 132,25;$$

вторая средняя:

$$\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4} = \frac{131 + 163 + 148 + 123}{4} = 141,25;$$

третья средняя:

$$\bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5 + y_6}{4} = \frac{163 + 148 + 123 + 149}{4} = 145,75;$$

.....

тринадцатая средняя:

$$\bar{Y}_{13} = \frac{Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16}}{4} = \frac{213 + 224 + 241 + 230}{4} = 227,0 \text{ млрд сум.}$$

Чтобы получить значения сглаженных уровней необходимо провести центрирование расчетных средних.

Так, для определения сглаженного среднего уровня III квартала 2013 г. произведем центрирование первой средней (\bar{Y}_2)

$$\bar{Y}_{III \text{ кв}} = \frac{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2}{2} = \frac{132,25 + 141,25}{2} = 136,75;$$

$$\bar{Y}_{IV \text{ кв}} = \frac{\bar{Y}_2 + \bar{Y}_3}{2} = \frac{141,25 + 145,75}{2} = 143,50;$$

$$\bar{Y}_I \text{ кв} = \frac{\bar{Y}_3 + \bar{Y}_4}{2} = \frac{145,75 + 150,50}{2} = 148,12;$$

$$\bar{Y}_{II \text{ кв}} = \frac{\bar{Y}_4 + \bar{Y}_5}{2} = \frac{150,50 + 156,25}{2} = 153,37 \text{ и т. д.}$$

Ход расчета необходимых данных для получения средних (теоретических) уровней представим в таблице сглаживания ряда динамики по четырехчленной переменной (скользящей) средней.

Сглаженные уровни динамического ряда за 2013-2016 гг.

Периоды	Исходные уровни ряда	Средняя из суммы четырех уровней ряда	Сглаженный средний уровень
2013г.	I квартал	87	
	II квартал	131	
	III квартал	163	529:4=131,25
	IV квартал	148	565:4=141,25
	I квартал	123	583:4=145,75
	II квартал	149	602:4=150,50
2014г.	III квартал	183	625:4=156,25
			712:4=178,00

2015г.	IV квартал	170		186,87
			783:4=195,75	
	I квартал	210		201,12
			826:4=206,50	
2016г.	II квартал	220		210,12
			855:4=213,75	
	III квартал	226		214,12
			858:4=214,50	
2016г.	IV квартал	199		215,00
			862:4=215,50	
	I квартал	213		217,37
			877: 4=219,25	
2016г.	II квартал	224		223,25
			902: 4=227,00	
	III квартал	241		
	IV квартал	230		

Из приведенных (расчетных) данных графы 4 видна довольно отчетливая тенденция роста торговли продукцией сельскохозяйственного производства.

В статистике при выявлении общей тенденции развития кроме метода сглаживания рядов динамики применяется метод аналитического выравнивания. Последний является более совершенным методом изучения общей тенденции в рядах динамики.

Рассмотрим применение метода аналитического выравнивания по прямой для выражения общей тенденции на следующем примере.

Задача 8. Имеются следующие данные о местном бюджете района за последний пятнадцать лет (млрд сум):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
58	59	61	58	65	67	63	69	70	71	68	67	72	75	75

Произведем выравнивание ряда по прямой. Для этого необходимо найти функцию $\bar{Y}_t = a_0 + a_1 t$, где t – показатели времени. Как известно, способ наименьших квадратов дает следующую систему двух уравнений для нахождения параметров a_0 и a_1 :

$$\begin{cases} a_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Так как показатели времени у нас – это числа года, мы можем их условно обозначить так, чтобы $\sum t = 0$. Это облегчит расчеты. Тогда уравнения примут такой вид: $a_0 n = \sum Y$, откуда $a_0 = \frac{\sum Y}{n}$, что представляет собой среднюю арифметическую уровней ряда, и $a_1 \sum t^2 = \sum Yt$, откуда $a_1 = \frac{\sum Yt}{\sum t^2}$. Следовательно, для того чтобы исчислить параметры (a_0 и a_1) уравнение ($\bar{Y}_t = a_0 + a_1 t$) нам сперва необходимо определить: $\sum Y$; $\sum Yt$; $\sum t^2$.

Эту работу выполним в следующей таблице:

t	t^2	y	yt	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$
-7	49	58	-406	58,27
-6	36	59	-354	59,45
-5	25	61	-305	60,63
-4	16	58	-232	61,81
-3	9	65	-195	62,99
-2	4	67	-134	64,17
-1	1	63	-63	65,35
0	0	69	0	66,53
1	1	70	70	67,71
2	4	71	142	68,89
3	9	68	204	70,07
4	16	67	268	71,25
5	25	72	360	72,43
6	36	75	450	73,61
7	49	75	525	74,79
Итого:	280	998	330	998,00

На основе данных этой таблицы (кроме графы 5) исчислим параметры a_0 и a_1 :

$$a_0 = \frac{\sum Y}{n} = \frac{998}{15} = 66,53; \quad a_1 = \frac{\sum Yt}{\sum t^2} = \frac{330}{280} = 1,18.$$

Значит, уравнение прямой будет равно:

$$\bar{Y}_t = 66,53 + 1,18t.$$

Подставляя вместо t конкретные значения, исчислим показатели \bar{Y}_t (последняя графа):

1. $\bar{Y}_t = 66,53 + 1,18(-7) = 66,53 - 8,26 = 58,27$
2. $\bar{Y}_t = 66,53 + 1,18(-6) = 66,53 - 7,08 = 59,45$

$$3. \bar{y}_i = 66,53 + 1,18(-5) = 66,53 - 5,90 = 60,63$$

$$4. \bar{y}_i = 66,53 + 1,18(-4) = 66,53 - 4,72 = 61,81 \text{ и т.д.}$$

В изучении общей тенденции в рядах динамики широко применяется и индекс сезонности.

Задача 9. Реализация помидора на дехканских рынках города за три года характеризуется следующими данными (тыс. т.):

Годы	Месяцы											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2014	60	65	72	96	145	170	200	245	172	135	80	36
2015	63	68	75	104	156	182	215	256	168	139	83	40
2016	62	72	78	100	159	178	205	249	183	138	87	44

Определить индексы сезонности.

Решение. Индекс сезонности определяется по формуле:

$$J_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100,$$

где \bar{y}_i – среднемесячные уровни ряда;

\bar{y} – общий средний уровень ряда.

Определим среднемесячные уровни за три года:

$$\text{Январь } \bar{y}_i = \frac{60 + 63 + 62}{3} = 61,7;$$

$$\text{Февраль } \bar{y}_i = \frac{65 + 68 + 72}{3} = 68,3 \text{ и т.д.}$$

Исчислим общую (постоянную) среднюю $\left(\frac{\sum y_i}{\sum n_i}; \frac{\sum \bar{y}_i}{n} \right)$,

$$\bar{y} = \frac{1776 + 1549 + 1555}{3} = 127,2; \text{ или}$$

$$\bar{y} = \frac{61,7 + 68,3 + 75,0 + 100,0 + 153,3 + 176,7 + 206,7 + 250,0 + 174,3 + 137,3 + 83,3 + 40,0}{12} =$$

=127,2 тыс. сум.

Индекс сезонности имеет следующие значения:

$$\text{Январь } J_s = \frac{61,7}{127,2} \cdot 100 = 48,5\%$$

$$\text{Февраль } J_s = \frac{68,3}{127,2} \cdot 100 = 53,7\% \text{ и т.д.}$$

Результаты всех расчетов приведены в таблице:

Расчет индекса сезонности

Месяцы	Продажа, тыс т.			Сумма за три года ($\sum \bar{y}_i$)	Средне-месячная \bar{y}_i	Индекс сезонности (J_s), %
	2014г.	2015г.	2016г.			
I	60	63	62	185	61,7	48,5
II	65	68	72	205	68,3	53,7
III	72	75	78	225	75,0	59,0
IV	96	104	100	300	100,0	78,6
V	145	156	159	460	153,3	120,5
VI	170	182	178	530	176,7	138,9
VII	200	215	205	620	206,7	162,4
VIII	245	256	249	750	250,0	196,5
XI	172	168	183	523	174,3	137,0
X	135	139	138	412	137,3	107,9
XI	80	83	87	250	83,3	65,5
XII	36	40	44	120	40,0	31,4
	1776	1549	1555	4580	127,2	100,0

Индексы сезонности показывают, что наименьший объем продажи помидора приходится на январь, декабрь, а наибольший на месяцы: июнь-сентябрь.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Имеются следующие данные о остатках денег в кассе банка на начало месяца (млрд сум):

Месяцы	I/I	I/II	I/III	I/IV	I/V	I/VI	I/VII
Остатки	12	14	16	15	17	13	18

Укажите, к какому виду динамических рядов относится данный ряд динамики? Определите средний уровень ряда.

Задача 2. Производство мяса в фермерских хозяйствах области характеризуется следующими данными (млн т.).

Годы	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.
Производство	12,3	15,0	13,6	14,7	15,2

Укажите, к какому виду динамических рядов относится данный ряд динамики? Определите средний уровень ряда.

Задача 3. Укажите, к какому виду относятся ряды, характеризующие динамику:

- 1) объема кредита;
- 2) годового объема розничного товарооборота;
- 3) среднемесячной численности банковских работников;
- 4) удельного веса продукции собственного производства в общем объеме оборота;
- 5) остатков денег в кассе (по состоянию на начало каждого года);
- 6) размера основных фондов (по состоянию на конец года);
- 7) производства хлебо-булочных изделий по кварталам;
- 8) числа родившихся по годам;
- 9) числа посещений стадиона по месяцам.
- 10) размера жилищного фонда (по состоянию на начало каждого года);
- 11) числа студентов (по состоянию на начало каждого учебного года).

Задача 4. Имеются следующие данные о закупках молока молочными домиками города (тыс. т).

	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.
В старых границах	8,0	9,6	10,0	-	-
В новых границах	-	-	12,1	13,9	14,1

Приведите уровни ряда динамики к сопоставимому виду. Установите вид ряда динамики и изобразите закупки молока в виде линейной диаграммы.

Задача 5. Производство мяса и мясных изделий области характеризуется следующими данными (тыс т):

	Месяцы											
	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
В старых границах	500	530	450	600	550	-	-	-	-	-	-	-
В новых границах	-	-	-	-	430	480	560	700	801	900	600	590

На основе этих данных приведите ряд динамики к сопоставимому виду.

Задача 6. Имеются следующие данные об изменениях в списочном составе работников АО за январь и февраль месяцы (человек):

Состояло по списку на 1/І	200
выбыло с 7/І	2
выбыло с 18/І	5
выбыло с 31/І	1
зачислено с 3/ІІ	4
выбыло с 13/ІІ	6
зачислено с 27/ІІ	11

Определите: 1. Среднесписочную численность работников АО а) за январь, б) за февраль. 2. Абсолютный прирост численности работников в феврале по сравнению с январем.

Задача 7. Имеются следующие данные о производстве кирпича в районе (млн шт.):

Годы	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.
Производство кирпича	600	610	620	650	700

Определите:

- абсолютные приросты (по годам и по отношению к 2013г.);
 - темпы роста и прироста (по годам и по отношению к 2013г.);
 - для каждого года абсолютное значение одного процента прироста.
- Представьте полученные данные в табличной форме.
 - Средний абсолютный прирост.
 - Среднегодовые темпы роста и прироста.

Задача 8. Имеются следующие данные по консервному заводу о выпуске продукции за 2013-2017 гг. (млрд сум):

Годы	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.
Выпуск продукции	25,6	28,1	29,8	32,0	34,8

Определите:

- Показатели, характеризующие рост выпуска продукции (по годам и отношению к базисному 2013г.):
 - абсолютные приросты;

- б) темпы роста;
- в) темпы прироста.

2. Для каждого года абсолютное значение одного процента прироста.

3. Представьте полученные расчетные данные в табличной форме.

4. Средний абсолютный прирост за изучаемый период времени.

Задача 9. Имеются следующие данные о складском обороте Алайского рынка (млрд сум):

Годы	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.
Складской оборот	25,6	28,1	29,8	32,0	34,8

Определите:

1. Абсолютные приросты (базисными и цепными способами);
2. Темпы роста и прироста (базисными и цепными способами);
3. Абсолютное значение одного процента прироста;
4. Среднегодовые темпы роста.

Задача 10. Имеются следующие данные о темпах роста продажи культтоваров (в процентах к предыдущему году):

Годы	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.
Рост продажи	111	117	108	110	109

Определите среднегодовые темпы роста продажи культтоваров за изучаемый период.

Задача 11. Оборот денег в банке увеличился в 2016 г. по сравнению с 2015 г. на 15%, а в 2015 г. по сравнению с 2014г. еще на 5%.

Определите объем оборота в 2014, 2015, 2016 гг., если абсолютный прирост оборота денег в 2015 г. по сравнению с 2014 г составил 450 млн сум.

Задача 12. Среднегодовой темп прироста вкладов в сберегательной кассе составил за 2012-2016 гг. 6,5 %. Определите среднегодовой абсолютный прирост вкладов в сберегательную кассу за этот период, если сумма вкладов в сберегательной кассе на начало 2012 г. составила 3138 млн сум.

Задача 13. Ежегодные темпы прироста реализации тканей составили (в % к предыдущему году): в 2012 г. – 8%, 2013 г. – 9%,

2014 г. – 10%, 2015 г. – 7%, 2016 г. – 8,4%. Определите общий прирост и среднегодовой темп прироста за изучаемый период.

Задача 14. Имеются следующие данные о продаже картофеля на дехканских рынках города за вторую половину сентября месяца (тыс. т.):

Число месяца	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Продажа	75	73	78	60	80	90	66	74	82	88	70	85	88	99	78

Произведите сглаживание ряда методом пятидневной скользящей средней, выравняйте ряд по прямой.

Задача 15. Имеются следующие данные о дневной реализации кондитерских изделий в фабрике «Мустакиллик» за март месяц:

Число месяца	Объем реализации, кг.	Число месяца	Объем реализации, кг.	Число месяца	Объем реализации, кг.
1	321	11	342	21	347
2	308	12	382	22	346
3	330	13	318	23	363
4	344	14	279	24	416
5	291	15	389	25	373
6	309	16	395	26	322
7	314	17	362	27	420
8	293	18	414	28	409
9	325	19	394	29	368
10	322	20	343	30	403

Произведите преобразование исходных данных путем укрупнения периодов: а) в пятидневные уровни; б) десятидневные уровни; в) нанесите на линейный график исходные уровни и полученные пятидневные и десятидневные уровни.

Задача 16. Известны следующие данные о собственном капитале микрофирмы:

Годы	2010г.	2011г.	2012г.	2013г.	2014г.	2015г.	2016г.
Собственный капитал, млн сум	120	138	119	131	124	130	161

Произведите выравнивание динамического ряда по прямой.

Задача 17. Объем кредита банка в отчетном году составил 200 млрд сум. Через 5 лет намечено увеличить до 450 млрд сум. Определите ежегодной темп прироста и объем кредита в каждом году.

Задача 18. Имеются следующие данные о производстве яиц по месяцам (млрд.шт.)

Месяцы	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Январь	12	9	13
Февраль	18	15	18
Март	21	34	37
Апрель	48	38	54
Май	40	71	49
Июнь	60	70	89
Июль	66	76	96
Август	71	81	100
Сентябрь	64	71	89
Октябрь	56	65	75
Ноябрь	40	44	46
Декабрь	9	12	17

Определите индексы сезонности и постройте график сезонной волны.

Задача 19. Имеются следующие данные о реализации муки в продовольственных магазинах города по месяцам 2013-2016 г.г.

Месяцы	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Январь	38	78	99	120
Февраль	38	77	98	119
Март	56	76	100	123
Апрель	67	102	122	144
Май	53	83	109	123
Июнь	56	81	117	128
Июль	60	94	133	169
Август	56	84	116	134
Сентябрь	51	78	107	105
Октябрь	75	94	122	129
Ноябрь	67	88	113	125
Декабрь	72	106	126	128

Для изучения общей тенденции реализации данной продукции:

1) произведите преобразование исходных данных путем укрепления периодов времени: а) в квартальные уровни; б) в годовые уровни;

2) произведите сглаживание квартальных уровней с применением четырехчленной скользящей средней;

3) нанесите полученные при сглаживании данные на график с квартальными уровнями;

4) сделайте выводы о характере общей тенденции изучаемого явления.

Глава VIII. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ

Методические указания и решение типовых задач

Для полного усвоения материалов курса по данной главе студенту необходимо знать и уметь:

- ✓ классификацию индексов по различным признакам;
- ✓ как исчисляются индивидуальные и общие индексы и в чем их различия;
- ✓ агрегатный индекс как основная форма общих индексов;
- ✓ исчислять средний арифметический и гармонический индексы;
- ✓ исчислять индексы переменного, постоянного состава и структурных сдвигов;
- ✓ как исчисляются цепные и базисные индексы и какова взаимосвязь между ними;
- ✓ исчислять территориальные индексы;
- ✓ проводить факторный-индексный анализ.

В статистике под индексом понимается относительный показатель, характеризующий изменение объема или уровня какого-либо экономического явления во времени, пространстве или по сравнению с планом, например изменение товарооборота, физического объема товарооборота или продукции, цены, рыночного фонда, себестоимости, производительности труда, урожайности и т.д.

В зависимости от охвата элементов совокупности индексы разделяются на индивидуальные, общие и групповые, в зависимости от объектов исследования – на объемные и качественные показатели, в зависимости от методологии расчета – общие и групповые, индексы подразделяются на агрегатные и средние из индивидуальных, в зависимости от базы сравнения индексы делятся на базисные и цепные.

Индивидуальные индексы определяем путем деления одной индексируемой величины на другую.

Например, для того чтобы выяснить как изменилась цена одного какого-либо товара в отчетном году по сравнению с базисным годом определяем индивидуальный индекс цен по формуле:

$$i_p = \frac{p_I}{p_o},$$

где: i_p – индивидуальный индекс цен; p_1 – цена отчетного года (периода); p_0 – цена базисного года (периода).

Индивидуальный индекс количества товаров (или физического объема) определяется по формуле:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

где: i_q – индивидуальный индекс количества товаров;

q_1 – количество товаров отчетного года (периода);

q_0 – количество товаров базисного года (периода).

Индивидуальные индексы можно исчислять в виде индексного ряда за несколько периодов. При этом существуют два способа расчета индивидуальных индексов: цепной и базисный. Расчеты этих индексов полностью совпадают с показателями рядов динамики (см. Ряды динамики).

Агрегатным индексом называется индекс, который характеризует изменение совокупности в целом. Например, изменение объема производства или продажи продуктов, уровней цен, себестоимости, производительности труда и т.д. в отношении совокупности ряда продуктов (двух и более).

При определении агрегатных индексов возникает проблема соизмерения показателей по отдельным видам продуктов. Данная проблема в статистике решается с ведением весов индекса.

В индексах цен в качестве весов берутся натуральные, а в индексах объема качественные показатели.

Индексы объемных показателей рассчитываются по весам базисного периода, а индексы качественных показателей (цен, урожайности, себестоимости и т.д.) – по весам отчетного периода.

Например, общий индекс цен определяется по формуле:

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1},$$

где: $p_1 q_1$ – товарооборот отчетного периода в фактических ценах;

$p_0 q_1$ – товарооборот отчетного периода в ценах базисного периода (в сопоставимых ценах).

Задача 1. Имеются следующие данные об объеме продажи и ценах на дехканском рынке:

Товары	Продано (кг.)		Цена 1 кг. (тыс. сум.)	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
	q_0	q_1	p_0	p_1
Мясо	200	300	35	30
Орехи	1000	1200	30	28
Фисташки (Иранские)	150	120	60	40

Определите:

- 1) общие индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота в фактических ценах;
- 2) абсолютную сумму экономии (переплаты) денежных средств у населения от снижения (роста) цен;
- 3) абсолютное изменение товарооборота за счет изменения цен и за счет изменения количества проданных товаров;
- 4) укажите связь между исчисленными индексами.

Решение. Общий индекс цен определяем по формуле:

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{30 \cdot 300 + 28 \cdot 1200 + 40 \cdot 120}{35 \cdot 300 + 30 \cdot 1200 + 60 \cdot 120} = \frac{47400}{53700} = 0,883 \text{ (88,3\%)}.$$

Общий индекс физического объема товарооборота равен:

$$J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{300 \cdot 35 + 1200 \cdot 30 + 120 \cdot 60}{200 \cdot 35 + 1000 \cdot 30 + 150 \cdot 60} = \frac{53700}{46000} = 1,167 \text{ (116,7\%)}.$$

Общий индекс товарооборота в фактических ценах:

$$J_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{300 \cdot 30 + 1200 \cdot 28 + 120 \cdot 40}{200 \cdot 35 + 1000 \cdot 30 + 150 \cdot 60} = \frac{47400}{46000} = 1,03 \text{ (103,0\%)}.$$

Абсолютную сумму экономии (переплаты) денежных средств у населения от снижения (роста) цен определяем по формуле:

$$\Delta = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 47400 - 53700 = -6300 \text{ тыс. сум.}$$

Стоимость товаров в ценах базисного периода ($p_0 q_1$) больше фактической, значить покупатели заплатили в отчетном периоде на 6300 тыс. сум меньше в связи со снижением цен.

Теперь исчислим абсолютное изменение товарооборота за счет изменения цен и за счет изменения количества проданных товаров:

$$\Delta = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 47400 - 46000 = 1400 \text{ тыс. сум.}$$

Следовательно, товарооборот в фактических ценах в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 1400 тыс. сум, из них:

за счет изменение цен:

$$\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 47400 - 53700 = -6300 \text{ тыс. сум.}$$

за счет изменение количества проданных товаров:

$$\Delta_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 53700 - 46000 = 7700 \text{ тыс. сум.}$$

Значит товарооборот в фактических ценах в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет снижения цен уменьшился на 6300 тыс. сум, а за счет увеличения количества проданных товаров увеличился на 7700 тыс. сум.

Между индексами цен, физического объема товарооборота и товарооборота в фактических ценах существует следующая связь:

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \text{ или } J_{pq} = J_p \times J_q \text{ или } 1,03 = 0,883 \times 1,167.$$

Из агрегатных общих индексов цен и физического объема видно, что для их применения необходимо иметь данные о ценах и количествах проданного товара. А эти данные имеются не везде. В отчетности торговых организации имеются только данные о товарообороте товарных групп (по кварталам и годам) и имеются еще данные об изменении цен на отдельные виды или группы товаров (индивидуальных индексах цен).

Известно, что общий индекс одновременно является индексом средним из индивидуальных индексов. Поэтому всякий агрегатный индекс может быть преобразован в средний гармонический или арифметический из индивидуальных индексов.

Рассмотрим, как производится преобразование агрегатного индекса в индекс средний гармонический. В качестве примера можно взять любые индексы, которые исчисляются по качественным показателям. Например, индекс цен:

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Для преобразования используем формулу индивидуального индекса цен $i_p = \frac{p_I}{p_o}$, из которой следует, что $p_o = \frac{1}{i_p} p_I$. Воспользуемся этим равенством и в знаменателе агрегатного индекса заменим p_o через $\frac{1}{i_p} p_I$. Числитель этого индекса оставим без изменения. Тогда формула индекса цен примет такой вид:

$$J_p = \frac{\sum p_I q_I}{\sum p_o q_I} = \frac{\sum p_I q_I}{\sum \frac{1}{i_p} p_I q_I} = \frac{\sum p_I q_I}{\sum \frac{p_I q_I}{i_p}}$$

Эта формула называется средним гармоническим индексом цен.

Задача 2. Имеются следующие данные о товарообороте мини-маркета:

Товарная группа	Продано товаров в фактических ценах (млн сум)		Процент изменения цен в отчетном году по сравнению с базисным
	Базисный год	Отчетный год	
Овощи	50,0	63,0	- 10
Мясо	22,0	24,0	+ 2
Фрукты	36,0	40,0	Без изменения

Определите: индивидуальные и общий индекс цен.

Решение. Индивидуальные индексы цен равняются:

1) по овощам $i_p = 0,90$

2) по мясу $i_p = 1,02$

3) по фруктам $i_p = 1,00$

Общий индекс цен равен:

$$J_p = \frac{\sum p_I q_I}{\sum \frac{p_I q_I}{i_p}} = \frac{63,0 + 24,0 + 40,0}{\frac{63,0}{0,90} + \frac{24,0}{1,02} + \frac{40,0}{1,00}} = \frac{63,0 + 24,0 + 40,0}{70,0 + 23,5 + 40,0} = \frac{127,0}{133,5} = 0,951$$

или 95,1% (- 4,9%).

Следовательно, в отчетном году по сравнению с базисным годом цены в среднем снизились на 4,9%.

Агрегатный индекс может быть преобразован не только в средний гармонический, но и в средний арифметический индекс.

Рассмотрим, как производится преобразование агрегатного индекса физического объема товарооборота в индекс средний арифметический:

$$J_q = \frac{\sum q_I p_o}{\sum q_o p_o}$$

Для преобразования используем формулу индивидуального индекса физического объема $i_q = \frac{q_I}{q_o}$, из которой следует, что $q_I = i_q \cdot q_o$. Воспользуемся этим равенством и в числителе агрегатного индекса заменим q_I через $i_q q_o$. Знаменатель индекса оставим без изменения. Тогда формула индекса объема продукции примет такой вид:

$$I_q = \frac{\sum q_I p_o}{\sum q_o p_o} = \frac{\sum i_q q_o p_o}{\sum q_o p_o}$$

Задача 3 Имеются данные об обороте дехканских рынков города Самарканда:

Рынки	Продано в базисном году (млрд сум)	В отчетном году по сравнению с базисным годом физический объем продукции изменился (%)	i_q
I	20,0	+ 5	1,05
II	28,4	- 11	0,89
III	17,9	- 18	0,82

Определите общий индекс физического объема оборота дехканских рынков.

Решение. Определяем средний арифметический индекс физического объема оборота дехканских рынков по трем товарам:

$$J_q = \frac{\sum i_q q_o p_o}{\sum q_o p_o} = \frac{1,05 \cdot 20,0 + 0,89 \cdot 28,4 + 0,82 \cdot 17,9}{20,0 + 28,4 + 17,9} = \frac{21,0 + 25,3 + 14,7}{20,0 + 28,4 + 17,9} = \frac{61,0}{66,3} = 0,920 \text{ или } 92\% (-8\%).$$

Следовательно, физический объем оборота дехканских рынков г. Самарканда в отчетном году по сравнению с базисным снизился на 8%.

Статистические индексы применяются также для изучения динамики средних величин (показателей) или анализа структурных сдвигов на динамику тех или иных явлений.

Рассмотрим методику расчета индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов на следующем примере.

Задача 4. Динамика продажи сливы двух рынков г. Бухары характеризуется следующими данными:

Рынки	Июль		Август	
	Продано, тыс. кг.	Цена 1 кг., сум	Продано, тыс. кг.	Цена 1 кг., сум
А	30	3000	22	2500
Б	10	2800	22	2000

Определите: Индексы цен переменного (средних цен), постоянного состава и структурных сдвигов. Укажите взаимосвязь исчисленных индексов.

Решение.

1. Индекс цен переменного состава равен:

$$J_p = \bar{p}_1 \cdot \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{2500 \cdot 22 + 2000 \cdot 22}{22+22} \cdot \frac{3000 \cdot 30 + 2800 \cdot 10}{30+10} =$$

$$= \frac{55000 + 44000}{22+22} \cdot \frac{90000 + 28000}{30+10} = \frac{99000}{44} \cdot \frac{118000}{40} = 2250 : 2950 = 0,763$$

или 76,3% (-23,7%).

2. Индекс цен постоянного состава равен:

$$J_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{2500 \cdot 22 + 2000 \cdot 22}{3000 \cdot 22 + 2800 \cdot 22} = \frac{55000 + 44000}{66000 + 61600} =$$

$$= \frac{99000}{127600} = 0,776 \text{ или } 77,6\% (-22,4\%).$$

3. Индекс структурных сдвигов равен:

$$J_{с.с.} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{3000 \cdot 22 + 2800 \cdot 22}{22 + 22} \cdot \frac{3000 \cdot 30 + 2800 \cdot 10}{30 + 10} =$$

$$= \frac{66000 + 61600}{22 + 22} \cdot \frac{90000 + 28000}{30 + 10} = \frac{127600}{44} \cdot \frac{118000}{40} =$$

$$= 2900 : 2950 = 0,987 \text{ или } 98,7\% (-1,3\%).$$

Следовательно, средняя цена в августе по сравнению с июлем месяц снизилась на 23,7%, в том числе за счет изменения цен по рынкам – 22,4%, а за счет изменения структуры – 1,3%.

Надо помнить, что $J_{\bar{p}} = J_p \cdot J_{с.с.}$,

откуда $J_{с.с.} = J_{\bar{p}} : J_p$ или $0,987 = 0,763 : 0,776$.

В статистике исчисляют и территориальные индексы, которые характеризуют изменение явлений и процессов в пространстве.

Задача 5. Приведены следующие данные по двум супермаркетам о количестве и ценах проданных товаров:

Товары	Мегапланет (А)		Узбегим (Б)	
	Продано, кг.	Цена 1 кг., тыс. сум.	Продано, кг.	Цена 1 кг., тыс. сум.
Сметана	4000	2,0	5000	1,8
Творог	6000	1,8	7000	1,5

Определите:

1) индивидуальные территориальные индексы цен и физического объема товаров;

2) общие территориальные индексы цен и физического объема товарооборота.

Решение.

1. Индивидуальные территориальные индексы:

А. - Цен $i_{P_{A/B}} = \frac{P_A}{P_B} = \frac{2}{1,8} = 1,111$ или 111,1% (+ 11,1%).

- Цен $i_{P_{A/B}} = \frac{P_A}{P_B} = \frac{1,8}{1,5} = 1,2$ или 120,0% (+ 20,0%);

Б. - Количество $i_q = 0,8$ или 80,0% (-20,0%).

- Количество $i_q = 0,857$ или 85,7% (-14,3%).

2. Общий индекс цен определяется по формуле:

$$J_{P_{A/B}} = \frac{\sum P_A Q}{\sum P_B Q},$$

где Q – объем продажи по двум супермаркетам.

$$J_{P_{A/B}} = \frac{2,0 \cdot 9000 + 1,8 \cdot 13000}{1,8 \cdot 9000 + 1,5 \cdot 13000} = 1,160 \text{ или } 116,0\% (+ 16,0\%).$$

Общий индекс физического объема определяется по формуле:

$$J_{q_{A/B}} = \frac{\sum q_A \bar{p}}{\sum q_B \bar{p}}, \text{ откуда } \bar{p} = \frac{q_A P_A + q_B P_B}{q_A + q_B}.$$

Надо помнить, что \bar{p} - определяется по каждому товару.

$$J_q = \frac{4000 \cdot 1,89 + 6000 \cdot 1,64}{5000 \cdot 1,89 + 7000 \cdot 1,64} = 0,831 \text{ или } 83,1\% (- 16,9\%).$$

Следовательно, в супермаркете «Мегапланет» по сравнению с «Узбегим» цены на 16% выше, а продано товаров на 16,9% меньше.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Имеются следующие данные о производстве и себестоимости мебели:

Вид мебели	Произведено, тыс. шт.		Себестоимость ед. продукции, тыс. сум.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Мягкий	88	92	860	997
Столовой	43	63	322	507
Шкафы	76	77	270	358

Определите индивидуальные и общие индексы себестоимости, физического объема и общих затрат.

Задача 2. Имеются следующие данные о фермерском хозяйстве:

Виды продукции	Посевная площадь, га		Валовой сбор, тыс. тонн	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Пшеница	500	600	10	17
Горох	100	80	12	13
Ячмень	150	180	4	5

Определите:

1. Индивидуальные и общие индексы урожайности и валового сбора.

2. Прирост валового сбора:

а) за счет изменения урожайности;

б) за счет изменения посевной площади.

Задача 3. Имеются следующие данные:

Товары	Продано, тонна		Цена 1 кг., сум.	
	Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
Картофель	500	600	1500	2000
Капуста	200	250	600	550
Свекла	80	90	800	950

Определите индивидуальные и общие индексы цен и физического объема товарооборота и сумму экономии (перерасхода) покупателей за счет изменения цен.

Задача 4. Имеют данные о кредитовании банками предприятия текстильной промышленности (млрд. сум):

Отрасли	Погашенный кредит		Средний остаток кредита	
	Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
А	540,5	487,8	12,9	10,6
Б	637,0	557,8	8,8	6,1

Определите индивидуальные и общий индекс среднего числа оборотов кредита.

Задача 5. Имеются следующие данные о ценах и количестве товаров, проданных на дехканских рынках города:

Товары	Продано, тонна		Цена 1 кг. (сум.)	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Картофель	2500	2600	1800	2150
Капуста	1200	1250	900	950
Свекла	180	190	750	800

Определите:

- 1) индивидуальные индексы цен и физического объема реализации;
- 2) общие индексы цен и физического объема товарооборота;
- 3) сумма экономии (перерасхода) покупателей за счет изменения цен.

Задача 6. Имеются данные о ценах и количестве проданных товаров:

Товары	Продано (кг)		Цена 1 кг (сум)	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Говядина	300	280	18800	29000
Баранина	40	50	22300	31127
Свинина	150	160	22000	21222

Определите:

- А. Общие индексы цен и физического объема товарооборота;

Б. Используя взаимосвязь индексов индекс товарооборота в ценах соответствующих лет.

Задача 8. Известны следующие данные о продаже товаров:

Товары	Количество проданных товаров (кг)		Цена 1 кг (тыс. сум)	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	500	600	10,0	11,4
Б	200	250	3,6	4,0

Определите индивидуальные и общие индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота в ценах соответствующих лет, а также изменение товарооборота за счет изменения цен и за счет изменения количества проданных товаров.

Задача 9. Имеются следующие данные о себестоимости произведенной продукции на заводе им. «Мустакил Узбекистон»:

Изделия	Себестоимость единицы продукции (тыс. сум)		Произведено продукции в отчетном периоде (тыс. шт.)
	Базисный период	Отчетный период	
А	75	73	5000
Б	83	80	6000
В	15	12	2000

Определите: 1) индивидуальные и общий индекс себестоимости; 2) общий индекс затрат на продукцию; 3) общий индекс физического объема продукции.

Задача 10. Известны следующие данные:

Товарные группы	Товарооборот в ценах соответствующих лет (тыс. сум)		Снижение цен, %
	Базисный период	Отчетный период	
Продтовары	2500	2700	2,5
Не продтовары	900	1100	4,0

Определите:

- 1) общий индекс цен;
- 2) общий индекс товарооборота в ценах соответствующих лет;
- 3) общий индекс физического объема товарооборота.

Задача 11. Имеются следующие данные о товарообороте:

Товары	Фактический товарооборот в периоде (млн сум)		Индексы физического объема товарооборота, %
	Базисный период	Отчетный период	
Овощи	105	107	104,1
Мясо	810	860	98,7
Крупа	300	301	110,0

Определите:

- 1) общий индекс физического объема товарооборота;
- 2) общий индекс товарооборота в фактических ценах;
- 3) общий индекс цен.

Задача 12. Имеются следующие данные о вкладах населения области:

Группы населения	Размер вклада (тыс. сум.)		Доля вкладов в общем их числе	
	План	Фактический	План	Фактический
А	640	680	0,5	0,1
Б	560	540	0,2	0,3
В	426	400	0,3	0,6

Определите: Общие индексы среднего размера вклада для всего населения: переменного, постоянного состава, структурных сдвигов.

Задача 13. Имеются данные о товарообороте по супермаркету – «Самарканд дарвоза»:

Товары	Продано товаров в фактических ценах (млрд сум)		Процент изменения цен во II кв. по сравнению с I кв.
	I кв.	II кв.	
А	170	186	– 10
Б	95	100	+ 3
В	196	200	без изменения

Определите:

- 1) общие индексы цен и товарооборота в фактических ценах;
- 2) используя взаимосвязь индексов товарооборота в фактических ценах и цен, исчислите общий индекс физического объема товарооборота;
- 3) сумма экономии (перерасхода) от изменения цен, полученную населением при покупке товаров.

Задача 14. Себестоимость и объем продукции кондитерской фабрики характеризуется следующим данными:

Фабрики	Изделия	Себестоимость ед. продукции (тыс. сум)		Выработано конфеты (тонна)	
		Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	К-V	19	18	430	800
	К-IV	22	21	450	500
Б	К-V	16	15	450	500

Вычислите:

Для фабрики «А»:

- 1) общий индекс себестоимости;
- 2) общий индекс физического объема продукции;
- 3) общий индекс затрат на продукцию;
- 4) покажите взаимосвязь между индексом (1, 2, 3).

Для двух фабрики вместе (по изделию К-V):

- 1) индекс себестоимости постоянного состава;
- 2) индекс себестоимости переменного состава;
- 3) индекс структурных сдвигов.

Задача 15. Себестоимость продукции снизился на 3%, а объём производство возрос на 20%. **Определите** индекс затрат на продукцию.

Задача 16. Если в кирпичном заводе объём производство увеличился в 4 раза, а численность рабочих на 42%, то как изменится производительность труда?

Задача 17. Имеются следующие данные о численности и оплаты труда работников ведущих банков города:

Банки	Среднегодовая численность работников (тыс. чел.)		Среднегодовая оплата труда работников (тыс. сум.)	
	Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
А	3,1	2,8	1280	1300
Б	2,0	2,2	1374	1410
В	5,0	6,1	1400	1350
Г	1,8	2,0	970	1000
Д	0,5	0,3	1000	950

Определит по всем банком вместе:

1) индексы средней оплаты труда работников банка переменного и постоянного состава;

2) влияние на динамику средней оплаты изменения структуры среднегодовой численности работника банка.

Задача 18. В отчетном году было продано меховых изделий на 300 млн сум, головных уборов – 500 млн сум, галантереи – 400 млн сум.

Определите общий индекс цен на эти три товара, если известно, что цены на меха были снижены на 5%, головные уборы – 8%, галантерею – 10%.

Задача 19. О производстве банковских пластиковых карточек имеются следующие данные:

Цехи	Дневная выработка в периоде (тыс. шт.)		Отработано в периоде (чел.-дней)	
	Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
Цех №-1	4,0	5,0	200	300
Цех №-2	5,0	5,6	400	350

Определите индекс производительности труда переменного, постоянного состава и структурных сдвигов. Что показывает разность между числителем и знаменателем каждого индекса?

Задача 20. Имеются следующие данные о производстве чулочно-носочной продукции:

Произведенные товары	Произведено по кварталам (млн. пар.)				Сопоставимые цены за 1 пару, сум
	I	II	III	IV	
Чулки	40	41	42	45	4600
Носки	60	62	55	55	2100
Колготки	120	120	110	110	1500

Исчислите базисные и цепные индексы физического объема продукции.

Задача 21. Имеются следующие данные о фермерском хозяйстве:

Виды продукции	Цена за 1 продукции (тыс. сум)			Объем продажи, (кг)		
	Май	Июнь	Июль	Май	Июнь	Июль
Вишня, кг.	3,5	2,0	1,8	4800	2000	500
Персик, кг.	4,0	1,5	1,0	1400	6000	1000
Молоко, л.	1,9	1,0	1,2	1800	2000	1700

Определите базисные и цепные индексы цен и физического объема с постоянными и переменными весами. Правильность исчисленных Вами индексов (цен и физического объема) проверьте используя взаимосвязь базисных и цепных индексов.

Задача 22. Имеются следующие данные о продаже товаров по двум городам:

Товары	г. Бухара		г. Урганч	
	Продано, т.	Цена за 1 кг сум.	Продано, т.	Цена за 1 кг сум.
Баранина	500	19000	300	18000
Говядина	700	23000	600	24000
Рис	250	4000	350	3000

Определите: Индивидуальные и общие территориальные индексы цен и физического объема. Сделайте выводы.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Предисловие.....	3
I глава	Статистическая сводка и группировка. Статистические таблицы.....	4
	1.1. Методические указания и решение типовых задач.....	4
	1.2. Задачи для самостоятельного решения.....	12
II глава	Статистические показатели.....	18
	2.1. Методические указания и решение типовых задач.....	15
	2.2. Задачи для самостоятельного решения.....	24
III глава	Средние величины.....	30
	3.1. Методические указания и решение типовых задач.....	30
	3.2. Задачи для самостоятельного решения.....	36
IV глава	Показатели вариации.....	42
	4.1. Методические указания и решение типовых задач.....	42
	4.2. Задачи для самостоятельного решения.....	50
V глава	Выборочное наблюдение.....	56
	5.1. Методические указания и решение типовых задач.....	56
	5.2. Задачи для самостоятельного решения.....	62
VI глава	Корреляционный и регрессионный анализ.....	66
	6.1. Методические указания и решение типовых задач.....	66
	6.2. Задачи для самостоятельного решения.....	77
VII глава	Рыды динамики.....	82
	7.1. Методические указания и решение типовых задач.....	82
	7.2. Задачи для самостоятельного решения.....	96
VIII глава	Статистические индексы.....	102
	8.1. Методические указания и решение типовых задач.....	102
	8.2. Задачи для самостоятельного решения.....	110
	Литература.....	118

Литература

1. Елисеева И. Статистика: учебник. – М.: Юрайт, 2012. – 559с.
2. Ефимова М.Р. Ганченко О.И. и др. Практикум по общей теории статистики. Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2004, – 358стр.
3. Общая теория статистики. Учебник. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. – М.: ИНФРА-М, 2006. – 413 стр.
4. Статистика: Учебник для вузов/Под.ред. И.И. Елисеевой. – СПб.: Питер, 2010. – 368 стр.
5. Статистика. Дарслик. Х.Шодиев ва И.Хабибуллаевлар тахрири остида. – Т.: Тафаккур бўстони, 2013. – 384 бет.
6. Statistika bo'yicha praktikum (2-nashir), O'quv qo'llanma/ X.Shodiyev va I.Habibullayevlarning umumiy tahriri ostida. – Т.: IQTISOD-MOLIYA, 2015. – 336 bet.
7. McClave, James T. Statistics /James T. McClave, Terry Sincich. – 12th ed. 2013. – 814 p.
8. Statistics for Managers: Using Microsoft Excel, Seventh Edition by David M. Levine, David F. Stephan and Kathryn A. Szabat. Pearson Education, Inc, 2014, 759 p.

Шадиев Х., Хабибуллаев И.

СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
(I часть)

Редактор	Икрамов М.
Компьютерная верстка	Ниязова Н.

Разрешено на печать	24.01.2018 г.
Учетно-издательский лист	7,5
Размер бумаги	60x84 _{1/16}
Тираж	5
Заказ №	11

Лицензия типографии № 10-1289
Напечатано в Ташкентском финансовом институте методом
ризографии
Ташкент, 100000, просп. Амира Темура, 60^a

