А. Азамов, Б. Хайдаров, Э. Сариков,
А. Кочкоров, У. Сагдиев

ГЕОМЕТРИЯ 7

ТАШКЕНТ
“YANGIYO‘L POLIGRAPH SERVICE”
2013

22.151
G35

Геометрия. 7: Жалпы билим берүүчү мектептердин 7-класстары үчүн окуу китеби/А. Азамов, Б. Хайдаров, Э. Сариков жана башкалар. – Ташкент: Yangiyul poligraph service, 2013. – 160.

I. Азамов, Абдулла

ББК 22.151я72

Рецензенттер:

А. Я. Нарманов,	физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Өзбекстан Улуттук университетинин геометрия жана колдонмо математика кафедрасынын башчысы;
С. Х. Саидалиева,	педагогика илимдеринин кандидаты, математика жана аны окутуу кафедрасынын доценти;
Б. К. Эшмаматов,	физика-математика илимдеринин кандидаты, Ташкент шаарындагы №6 адистештирилген мектеп директору;
М. М. Шаниязова,	Ташкент шаарындагы №300 мектеп математика мугалими.

7-класста геометриянын планиметрия бөлүгүн – жалпак геометриялык фигуралардын касиеттерин үзгүлтүксүз түрдө үйрөнүүгө киришилет. Мында сен жөнөкөй геометриялык фигуралар жана алардын негизги касиеттери, геометриялык ченөөлөр, үч бурчтуктар, алардын түрлөрү жана касиеттери, үч бурчтуктардын барабардыгы белгилери, параллель түз сызыктар жана алардын касиеттери, үч бурчтуктун жактары жана анын бурчтары ортосундагы катыштар, ошондой эле түзүү боюнча маселелер менен таанышасың.

“Геометрия-7” окуу китеби мазмун жагынан аксиомалык система негизине курулганы менен, теориялык материалдарды эркин түрдө, жөнөкөй жана түшүнүктүү тилде баяндоого аракет жасалган. Бардык темалар жана түшүнүктөр түрдүүчө турмуштук мисалдар аркылуу ачып берилет. Ар бир темадан кийин берилген суроолор, далилдөө, эсептөө жана түзүү боюнча көптөгөн мисалдар жана маселелер сени чыгармачылык менен ой жүгүртүүгө үндөйт, өздөштүргөн билимдериңди тереңдетип жана бышыктап барууга жардам берет.

Окуу китеби өзүнчө дизайны жана окуу материалын көргөзмөлүү түрдө берүүсү менен ажыралып турат. Анда берилген сүрөттөр менен чиймелер сабактын материалдарын мыкты өздөштүрүшүңө кызмат кылат.

“Геометрия-7” окуу китеби жалпы билим берүүчү мектептердин 7-класс окуучуларына арналган, ошондой эле андан геометрияны өз алдынча үйрөнүүнү жана кайталоону каалаган китепкөйлөр да пайдаланышы мүмкүн.

Республикалык максаттуу китеп фондунун каражаты эсебинен ижара үчүн басылды.

ISBN 978-9943-366-03-9

МАЗМУНУ

Акмат Ферганий кайра курган Нил дарыясы суусунун деңгээлин өлчөөчү курулма (IX к.)

I ГЛАВА

ПЛАНИМЕТРИЯ. БАШТАЛГЫЧ ГЕОМЕТРИЯЛЫК МААЛЫМАТТАР

Бул главаны үйрөнүп чыгып, төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

Билимдер:

— геометриянын тарыхына тиешелүү негизги маалыматтар;
— чекит, түз сызык, тегиздик, кесинди, шоола, бурч сыяктуу алгачкы геометриялык түшүнүктөр;
— алгачкы геометриялык түшүнүктөрдүн негизги касиеттери;
— геометриянын жана планиметриянын аныктамасы;
— тик, тар жана кең бурчтар;
— жанаша жана вертикалдуу бурчтар, алардын касиеттери;
— аныктама, аксиома, теорема жана далилдөө түшүнүктөрүнүн мазмуну;
— карама-каршысынан далилдөө усулу.

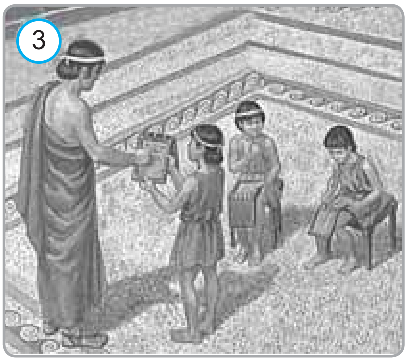
Практикалык көнүккөндүктөр:

— негизги геометриялык фигураларды тегиздикте сүрөттөө, белгилөө, тааный билүү жана белгилери боюнча окуу;
— кесиндилерди которуштуруу, өз ара салыштыруу жана алардын узундуктарын ченей билүү;
— бурчтарды которуштуруу, салыштыруу жана алардын градустук өлчөмдөрүн таба билүү;
— геометриялык фигуралар түзүү жана ченөө иштеринде сызгыч, циркуль, транспортир сыяктуу окуу куралдарынан пайдалана билүү.

1 Геометрия илими жана предмети. Геометрия илиминин милдеттери


1


2


3

Геометрия боюнча алгачкы түшүнүктөр мындан 4-5 миң жыл илгери байыркы Египетте пайда болгон. Ал кездерде Нил дарыясынын суусу ар жылы ташкындап, эгин аянттарын жайпап турган. Ошондуктан эгин аянттарын кайра бөлүштүрүү жана салыктын санын аныктоо үчүн бул майдандарда белгилөө жана ченөө иштерин аткарууга туура келген *(1-сүрөт)*. Байыркы грек окумуштуулары жер ченөө усулдарын египеттиктерден үйрөнүп, аны геометрия деп аташкан. **"***Геометрия***"** грекче сөз болуп, "geo" — жер, "metrio" — ченөө дегенди билдирген.

Геометриялык түшүнүктөр Байыркы Вавилондо да болгон. Алсак, тарыхчылар Пифагордун теоремасын Вавилондо табылган деп эсептешет. Б. з. ч. VII–VI кылымдарда Байыркы Харезмде да Египеттеги сыяктуу Амударыянын төмөнкү бөлүгүндө жер ченөө иштери аткарылган.

Байыркы Египетте геометрия гигант пирамидалар, сарайлар жана турак-жайларды курууда зарыл болгон. Гректер үчүн геометрия курулуштан тышкары, деңизде сүзүү үчүн да зарыл болгон *(2-сүрөт)*. Мына ушундай турмуштук керектөөлөр адамды ар түрдүү фигураларды жана алардын касиеттерин үйрөнүүгө үндөгөн.

Байыркы Грециянын 7 даанышманынын бири болгон Милеттик Фалес геометриянын алгачкы теоремаларын далилдеген.

Б. з. ч. IV кылымга келип, геометрия боюнча үйрөнүлгөн көптөгөн түшүнүктөр жана алардын касиеттери чогулуп калган. Грек окумуштуусу Платон геометрияда укмуш бир мыйзам ченемдүүлүктү байкаган: мурда үйрөнүлгөн, тууралыгы тастыкталган касиеттерден логикалык пикирлөө, ой жүгүртүү аркылуу жаңы касиеттерди келтирип чыгарса болот экен. Мындай көнүгүү окуучулардын пикирлөө жөндөмдүүлүгүн жогорулаткандыктан, геометрия мектептерде негизги предметке айланган. Ал тургай Платон академиясынын порталына “Геометрияны билбегендер үчүн бул мектепке жол жок!” деген жазуу илип коюлган *(3-сүрөт)*.

Байыркы грек окумуштуусу Евклид белгилүү болгон бардык геометриялык түшүнүк жана касиеттерди иреттеп, «Негиздер» деп аталган китебинде баяндаган. Бул китеп эки миң жыл бою мектептер үчүн эң керектүү окуу китебинин милдетин аткарган жана илимдин өнүгүшүндө чоң мааниге ээ болгон. Геометрияны окутуу азыр да мына ошол китептеги идеяларга таянат.

Тарыхта өткөн дээрлик бардык окумуштуулар геометрия менен алектенишкен. Залкар мекендештерибиз Мухаммад ибн Муса ал-Харезмий, Акмат Ферганий, Абу Райкан Беруний, Абу Али ибн Сина, Умар Хайямдар да Евклиддин «Негиздерин» үйрөнүшүп, илимдин өнүгүшүнө салымдарын кошушкан. Чыгыш өлкөлөрүндө геометрия *хандаса* деп аталган жана ага чоң маани берилген. Муну мухандис (инженер) сөзүнүн уңгусу “хандаса” экендиги да ырастайт.

Бизди курчап турган ар бир предмет кандайдыр формага ээ. Мисалга кышты алалы. Ал 6-класстан сага тааныш тик бурчтуу параллелепипеддин формасында *(4-сүрөт)*. Анын 8 чокусу бар — булар чекиттер, 12 кыры бар — булар кесиндилер, 6 капталы бар — булар тик бурчтуктар.

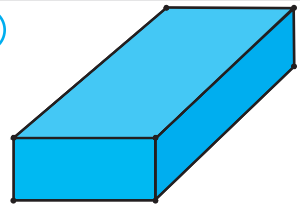
Чекит, түз сызык, кесинди, бурч, үч бурчтук, квадрат, айлана, куб, шар сыяктуу бир топ геометриялык фигуралар менен сен төмөнкү класстарда таанышкансың *(5–7-сүрөттөр)*.

Геометрия — геометриялык фигуралар жана алардын касиеттери жөнүндөгү илим.

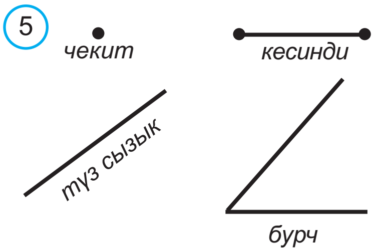
Евклид
(б. з. ч. III кылым)

Байыркы грек окумуштуусу, геометрия илиминин калыптанышында чоң роль ойногон – “Негиздер” аттуу чыгармасы менен белгилүү.

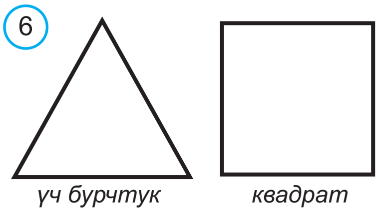
4



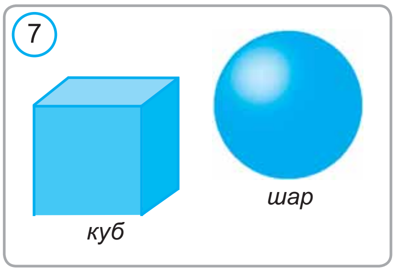
5



6



7



7-сүрөттө берилген фигуралар жаратылыштагы ар түрдүү телолордун геометриялык көрүнүшү. Телолорду геометриялык көз караштан үйрөнгөнүбүздө алардын формасын гана эсепке алабыз.

Биз чекит, кесинди, бурч, үч бурчтук сыяктуу жалпак фигураларды баракка сыза алабыз. Куб, пирамида, шар сыяктуу мейкиндиктеги геометриялык фигураларды өзүндөй сыза албайбыз. Көрүнүшүн гана сүрөттөшүбүз мүмкүн.

Планиметрия – геометриянын башталгыч бөлүмү, ал тегиздиктеги геометриялык фигураларды үйрөнөт. Мейкиндиктеги фигуралардын касиеттерин болсо геометриянын *стереометрия* деп аталган бөлүмү үйрөнөт. Биз геометрияны үйрөнүүнү планиметриядан баштайбыз.

8

9

Планиметрия — геометриянын бөлүмү болуп, ал тегиздиктеги геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөнөт.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Геометрия боюнча алгачкы маалыматтар кай жерде жана качан пайда болгон?

2. Геометрия сөзүнүн мааниси кандай жана эмне үчүн ал ушундай аталыш менен аталган?

3. Геометрияга негиз салган жана анын өнүгүшүнө салымын кошкон кайсы окумуштууларды билесиң?

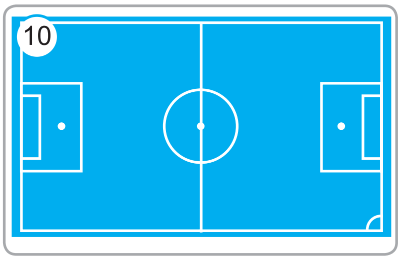
4. 8–9-сүрөттөрдөгү Самарканддын тарыхый эстеликтери менен азыркы доор имараттарында кандай геометриялык фигураларды көрүп жатасың?

5. Геометрия предмети эмнени үйрөнөт?

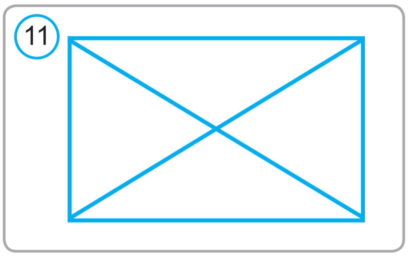
6. Планиметрия геометриянын кандай бөлүмү? Стереометриячы?

7. Геометриялык фигураны эстеткен предметтерге мисалдар келтир, аларды дептериңе жаз.

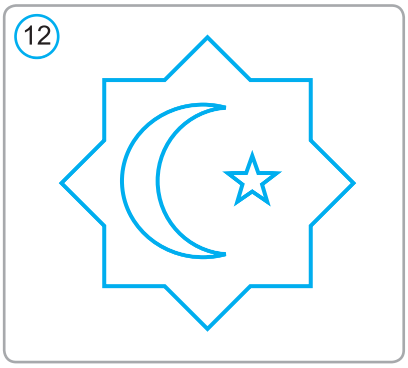
10



8. 5–7-сүрөттөрдө берилген фигураларды кайсы касиеттери боюнча топторго бөлүүгө болот? Алар кандай касиеттер?
9. Планиметрия 5–7-сүрөттөрдөгү фигуралардан кайсыларынын касиеттерин үйрөнөт?
10. 10-сүрөттө футбол аянты берилген. Бул жерден кандай геометриялык фигура көрүнөт?
11. 11-сүрөттө берилген фигурада канча үч бурчтук бар?
12. 12-сүрөттө гербибиздин символу берилген. Ал кайсы геометриялык фигуралардан түзүлгөн?



11

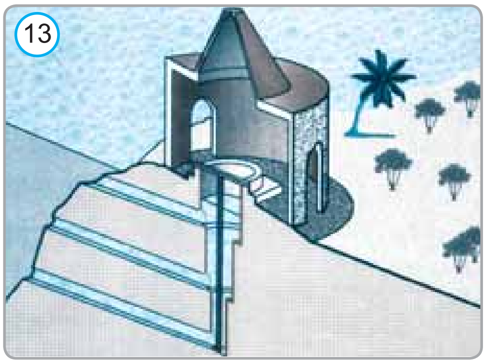


12

Тарыхый маалымат

Нилди укуруктаган ферганалык окумуштуу.

Тарыхый маалыматтар боюнча мекендешибиз Акмат ал-Ферганий 861-жылы Каир шаарына жакын жерде Нил дарыясындагы суунун деңгээлин өлчөй турган “Нилометр” (б. а. “Нилди ченегич”) деп аталган курулма жасаган (13-сүрөт). Илимий-техникалык, архитектуралык жактан өтө татаал жана өзүндө геометрияны камтыган бул курулмада алып барылган ченөө иштери көпкө чейин дыйканчылык үчүн өтө зарыл болгон жана азыркыга чейин сакталып калган. Ал өзүнүн “Устурлаб жасоо жөнүндө китеп” аттуу чыгармасында астрономия үчүн маанилүү касиет — Птолемей теоремасынын кылдат далилин берген. Анын урматына Айда табылган кратер аталган жана Каир шаарында эстелик орнотулган.



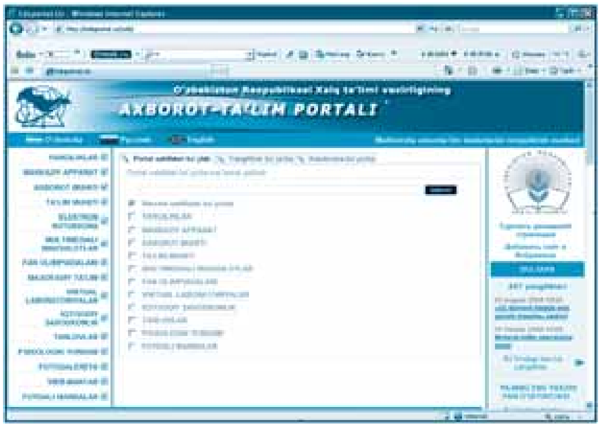
13

Акмат ал-Ферганий
(болжол менен 797—875-жылдарда жашаган)

Астроном, математик жана географ. Орто кылымдар Европа илимий адабиятында аны Алфраганус деп аташкан.

Математикалык маселелер казнасы

Кийинки учурларда маалымат-коммуникациялык технологиялар өтө тез өнүгүүдө жана тез темптер менен билим берүү системасына кирип келүүдө. Учурда Интернеттин World-Wide-Web – Дүйнөлүк маалымат тармагында аябай көп маалымат булактары жайлаштырылган, бул казнадан пайдалануу ар бир жаш муун үчүн абдан зарыл жана пайдалуу. Бул Веб-беттерден сен өзбек, кыргыз,орус, англис жана башка тилдерде математика дүйнөсүндөгү эң акыркы жаңылыктарды, электрондук



китепкана складдарында сакталып жаткан көптөгөн электрондук окуу китептерин тапсаң болот. Алар аркылуу түрдүү теориялык материалдар, методикалык усулдар, сансыз маселелер, мисалдар жана алардын чыгарылыштары, түрдүү өлкөлөрдө математикадан өткөрүлүп жаткан кароо-сынак жана олимпиадалар жөнүндөгү маалыматтар жана алардагы маселелер менен таанышсаң болот.

www.eduportal.uz – Элге билим берүү министрлигинин маалымат билим порталынан да геометрия боюнча кызыктырган маалымат алууну сунуш кылабыз.

Сен үчүн маалымат-ресурс булактарынын даректери:

www.uzedu.uz – маалымат билим берүү порталы (өзбек, орус, англис тилдеринде);
www.pedagog.uz –билим өркүндөтүү мекемелеринин сайты (өзбек жана орус тилдеринде);
www.ixl.com/math/geometry – АКШ математиканы окутуу порталы (англис тилинде);
www.school.edu.ru – Жалпы билим берүү порталы (орус тилинде);
www.allbest.ru – Интернет ресурстарынын электрондук китепканасы (орус тилинде);
www.schulen-ans-netz.de – Германия «Интернет-Мектеп» сайты (немец тилинде);
www.studienkreis.de – Германия окуу ийримдеринин сайты (немец тилинде);
www.educasource.education.fr – Франция билим берүү сайты (француз тилинде);
www.educmath.inrp.fr –Франция математикадан билим берүү цифралуу ресурстары (фр. тил.);
http://mat-game.narod.ru/ – Математикалык гимнастика. (Маселелер, баш катырмалар) (орус т.);
http://mathproblem.narod.ru/ – Математикалык ийримдер, мектептер, олимпиадалар (орус т.);
http://mathtest.narod.ru/ – Математикалык тесттер (орус тилинде);
http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm – Математика тарыхынан материалдар (орус тил.);
http://www.exponenta.ru – Математикадан билим берүү сайты (орус тилинде);
http://zadachi.mccme.ru – Геометриялык маселелер сайты (орус тилинде);
http://www.math-on-line.com – Кызыктуу математика маселелери (орус тилинде).

2 Эң жөнөкөй геометриялык фигуралар: чекит, түз сызык жана тегиздик

Чекит, түз сызык жана *тегиздик* — геометриянын негизги түшүнүктөрү болуп эсептелет.

Калемдин учун кагазга, борду доскага тийгизгенде калган изге же асмандагы жылдыздарга (*1-сүрөт*) карасак, алар көзүбүзгө абдан кичине көрүнгөндүктөн, өлчөмдөрүн эсепке албаса да болот. *Чекит* — мына ошондой, өлчөмдөрүн эсепке албаса да боло турган нерселердин геометриялык көрүнүшү. Евклид "Негиздер" деп аталган чыгармасында чекитти эч бир бөлүккө ээ болбогон фигура иретинде мүнөздөгөн.

Чөлдөгү түз темир жол рельси *(2-сүрөт)*, зым карагайда кере тартылган электр зымы, асманга багытталган лазер нуру, кере тартылган дардын зымы сыяктуу телолордун геометриялык көрүнүшү — түз сызык болот. Жарыктын шооласы түз сызык боюнча таралат. Түз сызык – чексиз улантылган фигура. Биз аны кагазда, класстык доскада сүрөттөгөнүбүздө бир бөлүгүн гана сызабыз. Бирок, түз сызыкты дайыма эки жакка тең улантылган деп элестетүү керек (4-сүрөт).

Пол, столдун бети, дубал, шып, дептердин барагы, тынч көлдөгү суунун бети *(3-сүрөт)* сыяктуулардын геометриялык көрүнүшү *тегиздик болот*.

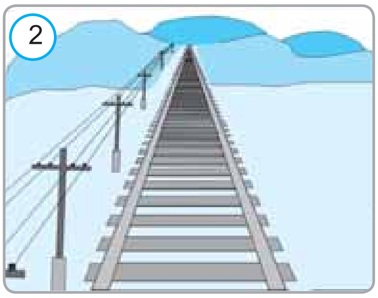
Чекиттер чоң $A, B, C, D, ...$, түз сызыктар болсо кичине латын тамгалары $a, b, c, d, ...$ менен белгиленет жана *"A чекити", "a түз сызыгы"* түрүндө окулат *(4-сүрөт)*.

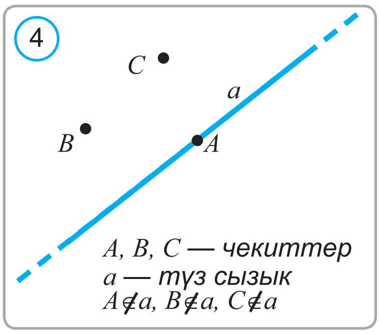
A *Тегиздикте кандай түз сызык алынбасын, бул түз сызыкка тиешелүү болгон да, болбогон да чекиттер бар.*

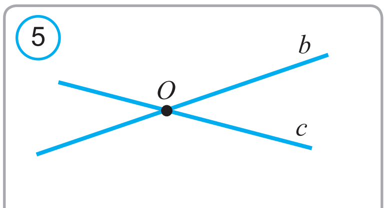
Мисалы, 4-сүрөттө A чекити a түз сызыгына тиешелүү, B жана C чекиттери a түз сызыгына тиешелүү эмес. Муну кыскача

$$A \in a \text{ жана } B \notin a,\ C \notin a$$

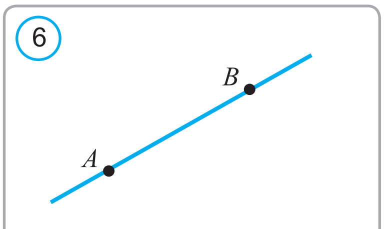
түрүндө белгилейбиз жана "A тиешелүү a" жана "B тиешелүү эмес a" деп окуйбуз.



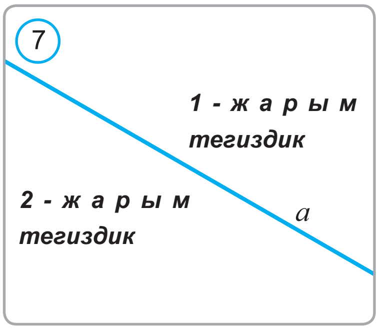




***O* чекити — *b* жана *c* түз сызыктарынын кесилиш чекити.**



***AB* — түз сызык**



Эгерде O чекити b түз сызыгына да, c түз сызыгына да тиешелүү болсо, b жана c түз сызыктары O чекитинде кесилишет *(5-сүрөт)*, бул жерде O чекитине b менен c түз сызыктарынын кесилиш чекити дейилет.

6-сүрөттө берилген түз сызык A жана B чекиттери аркылуу жүрүп жатат.

A *Каалаган эки чекит аркылуу түз сызык жүрөт, бирок бирөө гана.*

Бул касиет боюнча, эгерде түз сызыктын эки чекити көрсөтүлгөн болсо, анда бул түз сызык аныкталган болот. Ошондуктан түз сызыкты анда жаткан эки чекиттин жардамында да белгилеөгө болот. 6-сүрөттө *AB түз сызыгы* берилген.

A *Ар бир түз сызык тегиздикти эки бөлүккө: эки жарым тегиздикке бөлөт.*

Каралып жаткан түз сызык жарым тегиздиктердин экөөсүнө тең тиешелүү деп алынат. Ал өзү бөлгөн жарым тегиздиктердин жалпы чек арасы саналат. 7-сүрөттө a түз сызыгынын тегиздикти эки жарым тегиздикке бөлүшү көрсөтүлгөн.

Эскертүү:* *Мындан ары эки түз сызык (эки чекит, эки жарым тегиздик, ...) дегенде эки башка түз сызыкты (эки чекитти, эки жарым тегиздикти, ...) түшүнөбүз.

1-маселе. a жана b түз сызыктар A чекитинде кесилишет. a түз сызыгы B чекитинен өтөт. b түз сызыгы да B чекитинен өтөбү?

Чыгаруу. b түз сызыгы B чекитинен өтө албайт. Болбосо a жана b түз сызыктарынын экөөсү тең A жана B чекиттеринен өтмөк. Бул болсо эки чекит аркылуу бир гана түз сызык жүргүзүүгө болот деген касиетке каршы келет. Ошондуктан b түз сызыгы B чекитинен өтө албайт.

Бул маселени чыгарып, түз сызыктардын төмөнкү дагы бир маанилүү касиетин билип алдык.

Натыйжа. ***Эгер эки түз сызык кесилишсе, бир чекитте гана кесилишет.***

2-маселе. C чекити AB түз сызыгына тиешелүү. AB жана AC түз сызыктары түрдүүчө болушу мүмкүнбү?

Чыгаруу. AB жана AC түз сызыктарынын экөөсү тең A жана C чекиттеринен өтөт. Белгилүү болгондой, эки чекиттен бир гана түз сызык өтүшү мүмкүн. Ошондуктан бул түз сызыктар дал келишет, б. а. түрдүүчө боло албайт.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. а) Бир; б) эки; в) үч чекиттен канча түз сызык өтүшү мүмкүн? Жообуңду негизде.

2. Эки түз сызык эки чекитте кесилиши мүмкүнбү?

3. Эки чекитти белгиле. Алар аркылуу колдо, сызгычтан пайдаланбастан түз сызык өткөр. Түзүүнүн тууралыгын сызгычтын жардамында текшер. Көнүгүүнү кайтала.

4. a, A, AB көрүнүшүндө кайсы геометриялык фигуралар белгиленет?

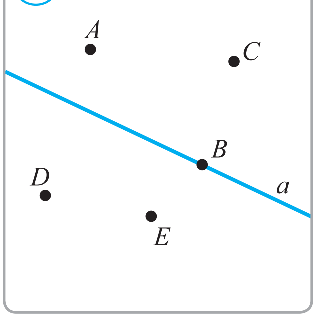
5. Каалагандай үчөөсү бир түз сызыкта жатпаган а) үч; б) төрт чекит аркылуу ошол чекиттерди түгөйү менен туташтырган канча түз сызык жүргүзүүгө болот?

6. Туюнтмаларды оку жана түшүндүр: а) $A \in b$; б) $C \notin b$; в) $C \in AB$. Бул туюнтмаларга ылайык чиймелерди чий.

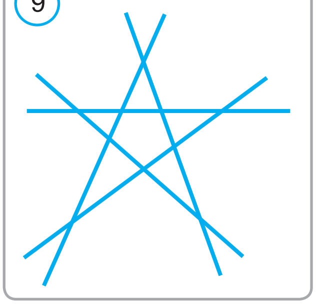
7. Тегиздикте b түз сызыгын сыз жана анда A чекитин белгиле. b түз сызыгынан айырмалуу AB түз сызыгын жүргүз. B чекити b түз сызыгында жатабы?

8. 8-сүрөттөн мүмкүнчүлүктүн барынча көбүрөөк чекит, түз сызык, тегиздик жана жарым тегиздиктер ортосундагы катыштарды айт жана аларды киргизилген белгилердин жардамында жаз.

8



9



9. A жана B чекиттери c түз сызыгына тиешелүү, C чекити болсо c түз сызыгына тиешелүү эмес. AB жана AC түз сызыктары жөнүндө эмне айтууга болот?

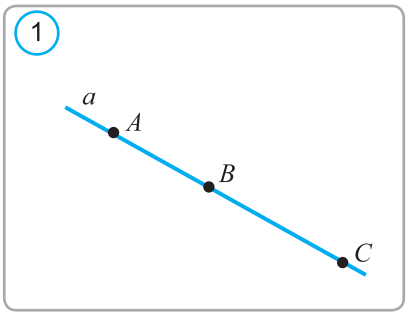
10. AB жана AK түз сызыктары канча жалпы чекитке ээ болушу мүмкүн?

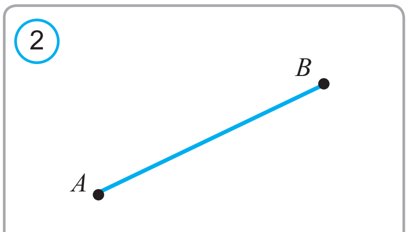
11. 9-сүрөттө канча түз сызык көрсөтүлгөн?

12. Төрт түз сызыктын түгөйлөшүп кесилишкен чекиттери белгиленди. Чекиттердин саны көп дегенде канча болот? Түз сызыктар бешөө болсочу?

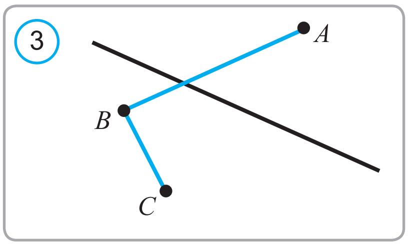
13. Беш чекитти жайлаштыр, түгөйлөштүрүп түз сызык өткөргөнүңдө, түз сызыктар бешөө болсун.

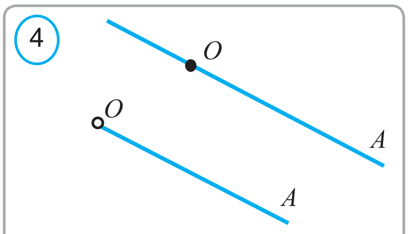
3 Кесинди жана шоола





***AB* — кесинди**
***A*, *B* — кесиндинин учтары**





***OA* — шоола**
***O* — шооланын учу**

A *Бир түз сызыкта алынган каалагандай үч чекиттин бири гана калган экөөсүнүн ортосунда жатат.*

Эгерде a түз сызыгында үч A, B, C чекиттери алынса (*1-сүрөт*), алардын бири — B чекити гана калган экөөсүнүн, A жана C чекиттеринин ортосунда жатат. A жана B чекиттери C чекитинен, B жана C чекиттери болсо A чекитинен бир жакта жатат.

Кесинди деп түз сызыктын эки чекитине жана алардын ортосунда жаткан чекиттерден турган бөлүгүнө айтылат.

2-сүрөттөгү кесиндинин A жана B чекиттерине кесиндинин учтары же четки чекиттери, алардын ортосундагы чекиттерге кесиндинин ички чекиттери дейилет. Кесинди өзүнүн четки чекиттеринин жардамында "*AB кесинди*" түрүндө белгиленет. Аны "*BA кесинди*" түрүндө да жазууга болот.

Эки чекит жарым тегиздикке тиешелүү болсо, учтары ошол чекиттерде болгон кесинди жарым тегиздиктин чек арасын кеспейт, тетирисинче болсо кесет (*3-сүрөт*).

Шоола деп түз сызыктын кандайдыр чекитинен бир жакта жаткан бардык чекиттерден турган бөлүгүнө айтылат.

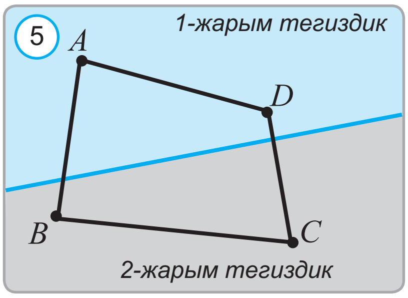
a түз сызыгында жаткан O чекити ошол түз сызыкты (бири-бирин толуктоочу) эки шоолага бөлөт. O чекити шоола учу же башталгыч чекити деп аталат. Шоола учу O жана кандайдыр A чекити аркылуу "*OA шooласы*" түрүндө белгиленет (*4-сүрөт*). Мындай жазууда шооланын учу биринчи орунда жазылат.

Айрым учурларда OA шооласына "O чекитинен чыккан шоола" деп да айтылат.

Шооланы жарык шооласынын геометриялык көрүнүшү деп кароого болот.

Маселе. Кандайдыр түз сызык жана анда жатпаган A, B, C, D чекиттери берил-ген. AB жана CD кесиндилери берилген түз сызык менен кесилишет, BC кесинди болсо кесилишпейт. AD кесинди түз сызыкты кесип өтөбү *(5-сүрөт)*?

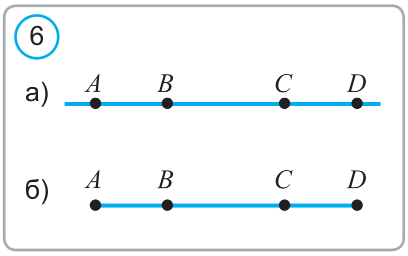
Чыгаруу. Түз сызык тегиздикти эки жарым тегиздикке бөлөт. A чекити ошол жарым тегиздиктердин биринчисине тиешелүү болсун. AB кесинди түз сызык менен кесилишет. Демек, B чекити экинчи жарым тегиздикте жатат. BC кесинди түз сызык менен кесилишпейт. Демек, C чекити да экинчи жарым тегиздикте жатат. CD кесинди болсо түз сызыкты кесип өтөт. Ошондуктан D чекити биринчи жарым тегиздикте, A чекити менен бир жарым тегиздикте жатат.

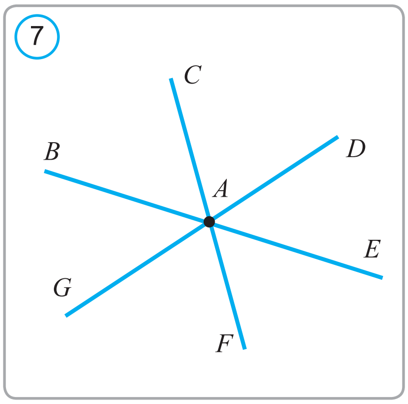


Жообу: AD кесинди түз сызык менен кесилишпейт.

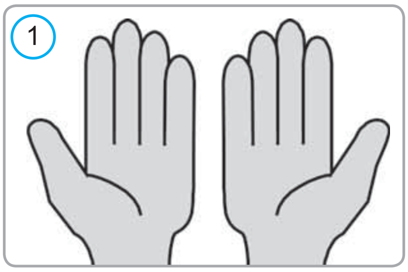
Суроо,маселе жана тапшырмалар

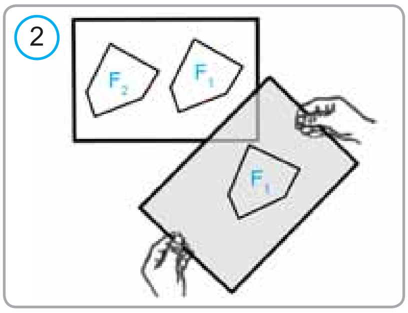
1. 6.а-сүрөттө B чекити кайсы чекиттердин арасында жатат? Кайсылары C чекитинен бир жакта жатат?
2. Кесиндиге жана шоолага мүнөздөмө бер. Алар кандайча белгиленет?
3. Түз сызыкта C жана D чекиттери берилген. CD жана DC кесиндилери дал келишеби? CD жана DC шоолаларычы?
4. Кесинди, шоола жана түз сызык бири-биринен эмнеси менен айырмаланат?
5. а) Бир; б) эки; в) үч; г) 10 ; д) n чекит түз сызыкты канча бөлүккө бөлөт?
6. 6.б-сүрөттө канча кесинди бар?
7. 7-сүрөттө канча шоола бар?
8. Бир түз сызыкта жаткан 2 чекит ошол түз сызыкта жаткан канча шооланы аныктайт? 3 чекитчи?
9. Тегиздикте жаткан эки түз сызык ошол тегиздикти канча бөлүккө бөлөт?
10. Түз сызык жана анда жатпаган A, B, C чекиттери берилген. AB кесиндиси берилген түз сызыкты кесип өтөт, AC кесиндиси болсо кесип өтпөйт. BC кесиндиси бул түз сызыкты кесип өтөбү?

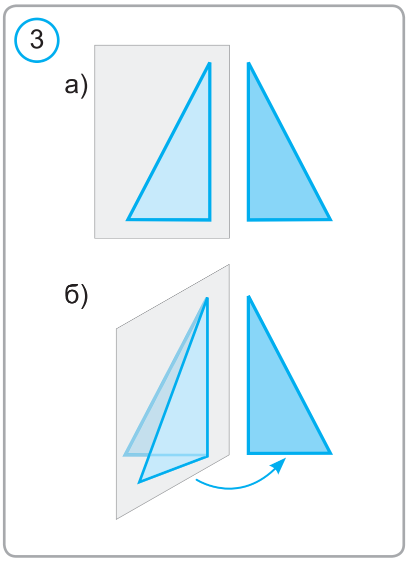




4 Кесиндилерди салыштыруу







Активдештирүүчү көнүгүү

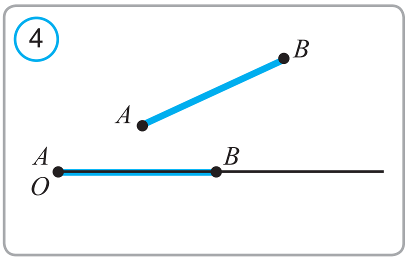
1. Айланаңдан формасы да, өлчөмдөрү да бирдей болгон нерселерге мисал келтир.
2. Дептердин эки барагынын өлчөмдөрү бирдей экендигин кандай практикалык усул менен аныктоого болот?
3. 1-сүрөттө оң жана сол колдор көрсөтүлгөн. Бул фигуралардын бирин экинчисине дал келтирип, үстү-үстүнөн коюуга болобу? Кантип? Муну өз колдоруң менен аткарып көр.

Барабар фигуралар деп бирин экинчисине дал келтирип, үстү-үстүнөн коюуга мүмкүн болгон фигураларга айтылат.

Геометриялык фигураны экинчисинин үстүнө коюу түшүнүгү менен активдештирүүчү көнүгүүлөрдө тааныштык. Фигураны экинчисинин үстүнө коюу үчүн, адегенде тунук кагазга биринчи фигуранын нускасын көчүрүп алабыз. Андан кийин бул кагазды тегиздик боюнча жылдырып, биринчи фигуранын нускасын экинчи фигура менен үстү-үстүнөн түшкөндөй кылып коюуга аракеттенебиз *(2-сүрөт)*. Эгерде фигуралар үстү-үстүнөн түшсө,анда бул фигуралар барабар болот. Кээде фигураны экинчисине үстү-үстүнөн коюу үчүн, мурда нускасы түшүрүлгөн тунук кагазды оодарып алууга туура келет. 3-сүрөттө ошондой учур көрсөтүлгөн.

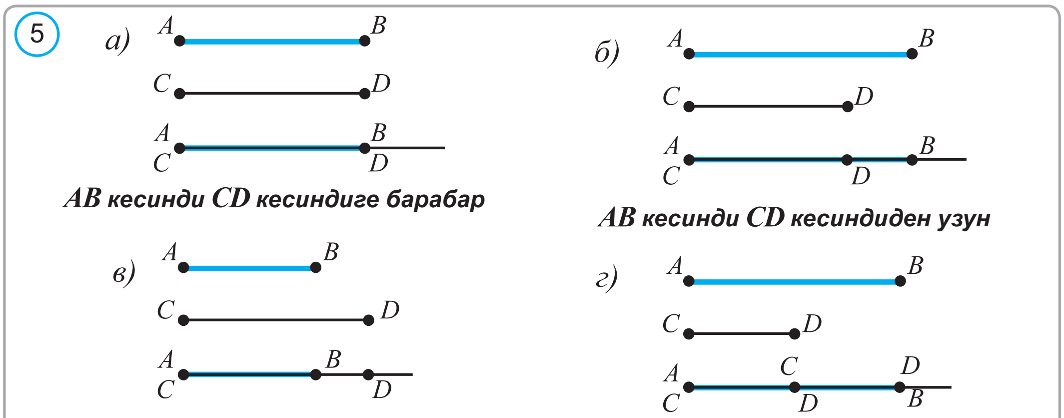
Учу O чекити болгон шоола жана каалаган AB кесиндиси берилген болсун. Көрүнүп тургандай, бир учу ошол шооланын учу, экинчи учу болсо шоолада жаткан жана AB кесиндисине барабар болгон кесиндини шооласынын үстүнө коюуга болот

(*4-сүрөт*). Мындай кесинди бир гана болуп, ага берилген кесиндини берилген шоолага коюу дейилет. Муну мындан ары кыскача “кесиндини нурга коюу" деп айтабыз.



> **A** *Каалаган шооланын үстүнө анын учунан баштап, берилген кесиндиге барабар бир гана кесиндини коюуга болот.*

Эки кесиндини өз ара салыштыруу үчүн алар бир шооланын үстүнө коюлат. Андан кийин төмөнкү учурлардан кайсынысы болушуна карай, алардын өз ара барабардыгы же узун-кыскалыгы (б. а. чоң-кичиктиги) жөнүндө жыйынтык чыгарылат (*5-сүрөт*):



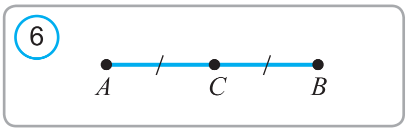
***AB* кесинди *CD* кесиндиге барабар**

***AB* кесинди *CD* кесиндиден узун**

***AB* кесинди *CD* кесиндиден кыска**

***CD* кесинди — *AB* кесиндинин жарымы yarmi**

> **Кесиндинин ортосу** деп, аны өз ара эки барабар кесиндиге бөлгөн чекитке айтылат.

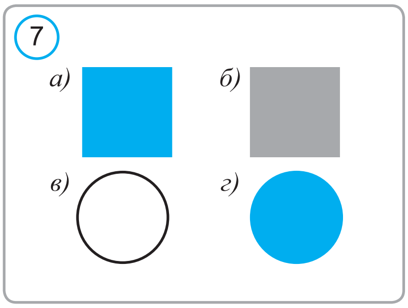


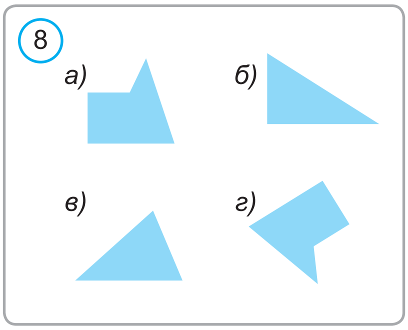
6-сүрөттө AB кесиндисинин ортосу болгон C чекити берилген. Фигурада барабар кесиндилер бирдей сандагы сызыкчалар менен белгиленет.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Кандай фигуралар өз ара барабар болот?
2. 7-сүрөттөгү фигуралардын кайсылары өз ара барабар?
3. Төмөнкү белгилердин кайсылары геометриялык фигура катары өз ара барабар?

a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q

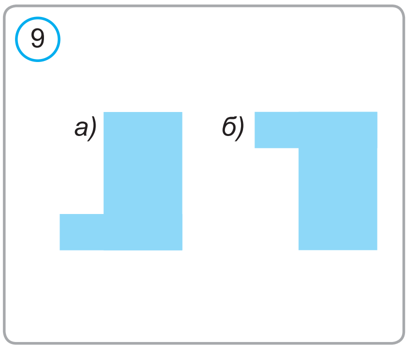


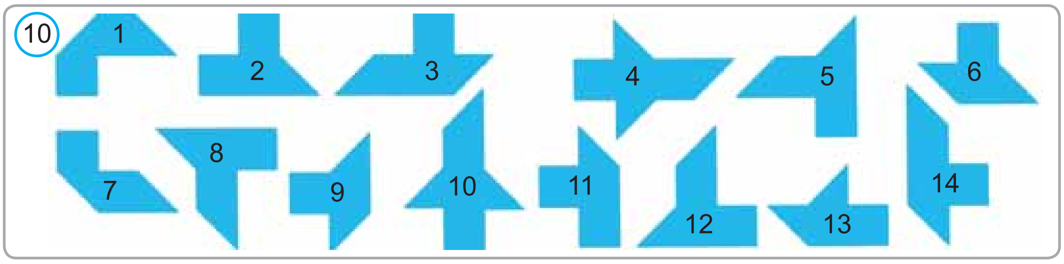


4. Фигуралардан кайсылары барабар? 8-сүрөт.
5. Төмөнкү белгилердин кайсылары геометриялык фигура катары өз ара барабар?

1234567890

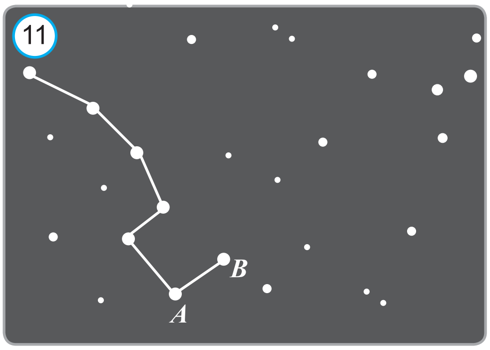
6. 9. a-сүрөттө берилген фигураны кагазга өлчөмдөрүн өзгөртпөгөн түрдө сызып, кыркып ал. Аны 9. $б$-сүрөттөгү геометриялык фигуранын үстүнө коюу аркылуу, алардын өз ара барабар же барабар эместигин аныкта.
7. 10-сүрөттөгү фигуралардын арасынан өз ара барабарларын тап.
8. Кандай кесиндилер өз ара барабар болот?
9. Кесиндилер кандайча салыштырылат?
10. Кесиндинин ортосу деген эмне?
11. Түз сызыкта A, B, C, D чекиттери берилген. Учтары ошол чекиттерде болгон канча кесинди бар? Аларды жаз?
12. Дептериңе каалаган кесиндини сыз жана анын ортосун көз менен болжолдоп тап. Натыйжаны сызгыч менен текшер. Көнүгүүнү кайтала.





Практикалык көнүгүү.

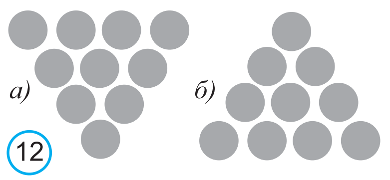
11-сүрөттө “Чоң аюу” жылдыздар түркүмү берилген. Эгерде жылдыздарды кесиндилер менен туташтырсак, “чөмүчкө” окшош фигура алынат. Анын акыркы эки жылдызы түзгөн AB кесиндисин B чекитинен баштап AB шоола боюнча 5 жолу коюлса, Уюл жылдызынын алдына барылат. Сүрөттөн Уюл жылдызын тап.



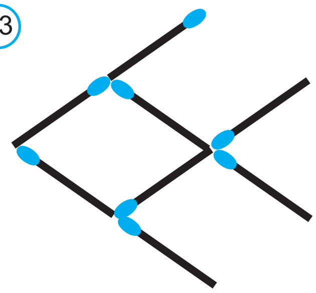
Геометриялык баш катырмалар

1. Бирдей 10 даана тыйын 12.*а*- сүрөттөгүдөй коюлган. Болгону 3 даана тыйындын ордун өзгөртүп, тыйындарды 12.*б*- сүрөттөгү көрүнүшкө келтир.
2. 12-сүрөттөгү 3 чийдин ордун өзгөртүп, “балыкты” артка кайтар.
3. Дыйкан атанын квадрат формасындагы жер үлүшү бар болчу. Ал үлүштүн чейрек бөлүгүн 14-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып өзү үчүн калтырды. Калган бөлүгүн болсо бирдей формадагы барабар бөлүктөргө бөлүп, төрт уулуна бөлүп берди. Карыя бул ишти кандайча аткарган?
4. 15-сүрөттө берилген AB жана CD кесиндилерин көз менен чамалап, өз ара салыштыр. Андан кийин бул ишти тунук кагаздын жардамында аткар.

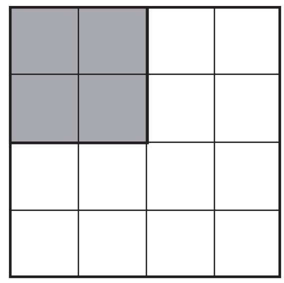
12



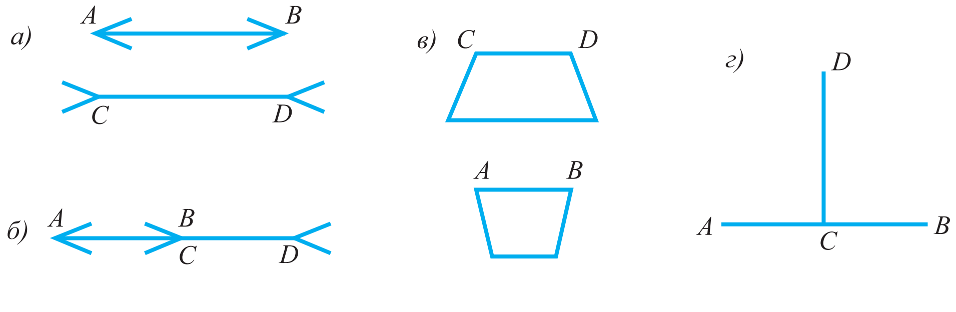
13



14

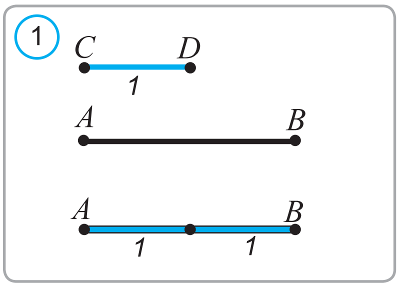


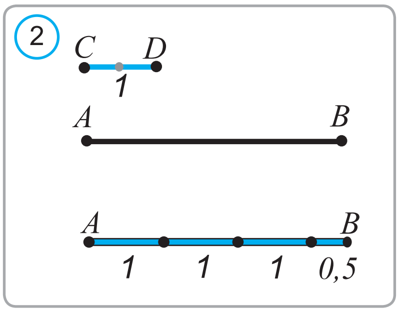
15



Корутунду: Геометрияда тактык зарыл: көз чама алдап коюшу мүмкүн!

5 Кесиндинин узундугу жана анын касиеттери. Кесиндилерди ченөө





Кесиндилерди шооланын үстүнө коюу аркылуу салыштыруу ыңгайлуу эмес. Кесиндилердин кайсы бири узун же кыскалыгын (чоң-кичиктигин) алардын узундуктарын салыштыруу менен аныктаса да болот.

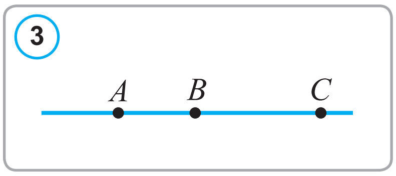
Кандайдыр кесиндини бирдик кесинди, анын узундугун 1 ге барабар деп кабыл алабыз. Калгандарынын узундуктарын ошол бирдик кесиндинин узундугуна салыштырмалуу аныктайбыз. Кесиндинин узундугу оң сан болуп, ал кесиндиге бирдик кесиндини жана анын бөлүктөрүн канча жолу коюуга болорун көрсөтөт. 1-сүрөттөгү CD кесиндини бирдик кесинди, анын узундугун 1 ге барабар десек, анда AB кесиндинин узундугу 2 ге барабар. Анткени, AB кесиндисине CD кесиндиси эки жолу жайлашты.

2-сүрөттөгү CD кесиндисин бирдик кесинди деп алсак, анда AB кесиндисинин узундугу 3,5 ке барабар болот. Анткени, AB кесиндисине CD кесиндиси толугу менен 3 жолу жана анын жарымы жайлашты.

А *Каалаган кесинди нөлдөн айырмалуу анык узундукка ээ болуп, ал оң сан менен туюнтулат.*

Активдештирүүчү көнүгүү.

3-сүрөттө берилген AB, BC жана AC кесиндилеринин узундуктарын сызгычтын жардамында чене. Бул кесиндилердин узундуктарын кандай формуланын жардамында өз ара байланыштырууга болорун аныкта.



Түз сызыкта A, B, C чекиттери берилген. B чекити A жана C чекиттеринин арасында жайлашса, AC кесиндисинин узундугу AB жана BC кесиндилеринин узундуктары суммасынан турат, б. а. $AC = AB + BC$ барабардыгы орундуу*(3-сүрөт)*. Узундук жөнүндөгү бул ырастоону далилдөөсүз кабыл алабыз:

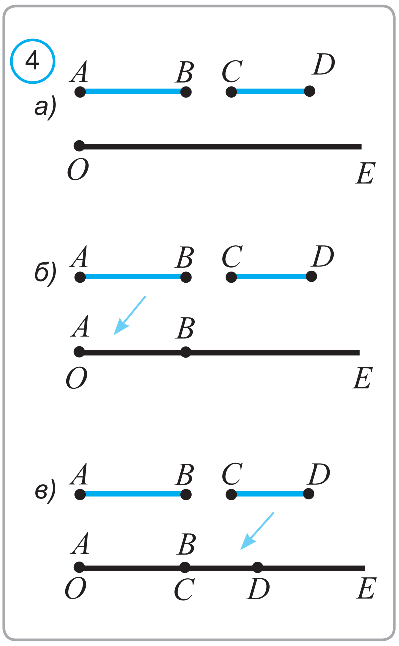
A *Эгерде түз сызыкта B чекити A жана C чекиттеринин арасында жайлашкан болсо, анда AC кесиндисинин узундугу AB жана BC кесиндилери узундуктарынын суммасына барабар болот:* $\boldsymbol{AC = AB + BC}$.

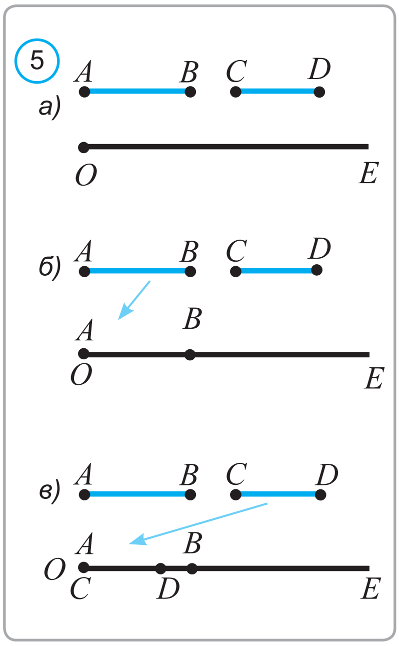
Жогоруда келтирилген ырастоо кесиндилердин үстүндө кошуу жана кемитүү амалдарын аткаруу мүмкүнчүлүгүн берет. OE шоола, AB жана CD кесиндилер берилген болсун *(4.а-сүрөт)*. Баштап OE шоолага AB кесиндини коёбуз *(4.б-сүрөт)*. Андан кийин BE шоолага CD кесиндини коёбуз *(4.в-сүрөт)*.

Натыйжада алынган AD кесинди AB жана CD *кесиндилеринин суммасы* деп аталат жана бул кесиндилер үчүн $AD = AB + CD$ барабардыгы орундуу болот.

Ошондойчо, кесиндилерди бирин-биринен кемитүү амалын да киргизүүгө болот.

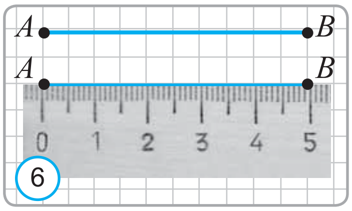
Алсак, OE шоола, AB жана CD кесиндилер берилген жана $AB > CD$ болсун *(5.а-сүрөт)*. OE шоолага баштап узун кесинди AB ны коёбуз *(5.б-сүрөт)*. Андан кийин дагы OE шоолага CD кесиндини коёбуз *(5.в-сүрөт)*. Алынган DB кесинди AB жана CD *кесиндилердин айырмасы* деп аталат жана $DB = AB - CD$ барабардыгы орундуу болот.





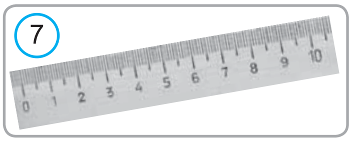
AB кесиндинин узундугуна A жана B шоолаларынын ортосундагы *аралык* деп да айтылат. Демек, бирдей узундукка ээ кесиндилер өз ара барабар болушат.

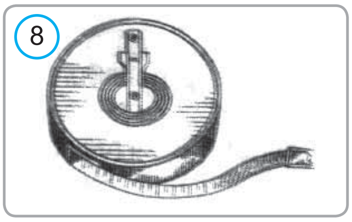
Байыртадан адамдар узундукту ченөөдө түрдүүчө бирдиктерден пайдаланып келишкен. Мисалы, Орто Азияда сөөм, карыш, кулач, чакырым сыяктуу узундук бирдиктери колдонулган. Мындай жагдай ыңгайсыздыктарды туудурган. Ошондуктан XVIII кылымдан баштап дүйнө боюнча эл аралык узундук чен бирдиги иретинде метр кабыл алынган.



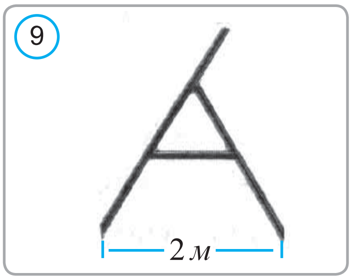
Узундуктун үлгүсү – метр эталону менен 6- класстын “Физика”сынан таанышкансың. Ал жерде метрге караганда кыйла чоң же кичине узундуктарды ченөөдө колдонулган чен бирдиктер да берилген эле. Алсак:

1 *км* = 1 000 *м*;   1 *см* = 0,01 *м*;   1 *мм* = 0,001 *м*.





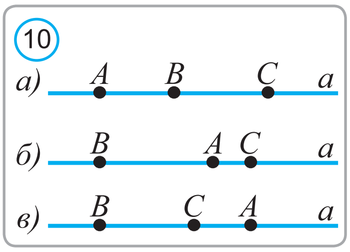
Кесиндилердин узундугу түрдүүчө аспаптардын жардамында ченелет. Алардын эң жөнөкөйү шкалалуу, б. а. бөлүнүш чекиттерине ээ болгон сызгыч. Кесинди узундугунун мааниси тандалган узундук чен бирдигинен көз каранды болот. Эгерде узундук бирдиги иретинде узундугу 1 *см* ге барабар кесиндини алсак, 6-сүрөттөгү кесиндинин узундугу 5 *см* ге барабар болот жана AB = 5 *см* деп жазылат. Ал эми 1 миллиметрге барабар кесиндини алсак, AB = 50 *мм* болот.



Кээ бир учурларда кесиндинин узундугу чен бирдигисиз жазылат. Мисалы, AB=5. Муну AB кесиндинин узундугу 5 чен бирдигине барабар деп түшүнөбүз.

Дептерде түрдүү кесиндилердин узундуктарын ченөө үчүн миллиметрлүү бөлүнүштөрү бар окуу сызгычынан *(7-сүрөт)*, доскада – сантиметрлүү бөлүнүштөргө ээ мектеп сызгычынан пайдаланып келдиң. Жер бетинде түрдүү ченөө иштерин аткаруу үчүн тасмалуу ченөө аспабы — рулеткадан *(8-сүрөт)*, талаада болсо саржан — талаа циркулунан *(9-сүрөт)* пайдаланылат.

Маселе. Бир түз сызыкта жаткан A, B жана C чекиттери үчүн AB = 8 *см*. BC = 11 *см* болсо, AC кесиндисинин узундугу эмнеге барабар?



Чыгаруу: Төмөнкү учурларды карап көрөбүз:

1) A, B, C чекиттери a түз сызыгында 8.*a*-сүрөттө берилген тартипте жайлашкан болсун. Кесиндилердин

узундуктарынын касиеттери боюнча $AC = AB + BC = 8 + 11 = 19$ ($см$) болот.

2) 8.$в$-сүрөттөгүдөй чекиттер a түз сызыгында 8.$б$-сүрөтүндө берилген тартипте жайлашкан болсун. Анда кесинди узундугунун касиети боюнча $BA + AC = BC$, же $AC = BC - BA = 11 - 8 = 3$ ($см$) болот.

3) C чекити 8.$в$- сүрөттөгүдөй B жана A чекиттеринин арасында жайлаша албайт. Анткени $AB < BC$.

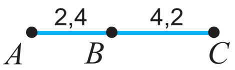
Демек, AC кесиндисинин узундугу чекиттердин өз ара жайлашуусуна карай 19 $см$ же 3 $см$ ге барабар болот. Жообу: 19 $см$ же 3 $см$.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Кесиндилер кандайча ченелет?

2. Кесинди узундугунун негизги касиеттерин айт.

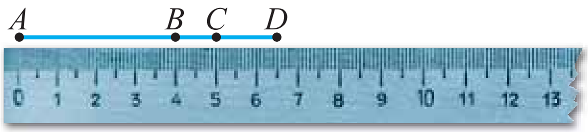
3. $AC=?$



4. $AB = 3$, $AC = 2BC$, $BC = ?$

5. $AB = 24$, $BC = AC + 6$, $AC = ?$

6. Сүрөттөн AB, AC, AD, BC, BD, CD кесиндилеринин узундуктарын аныкта.



7. Эгерде $B \in AC$, $AB = 7{,}2$ $см$, $AC = 2$ $дм$ болсо, BC ны тап.

8. Эгерде $M \in AB$, $N \in AB$, $AB = 5$, $AM = 2{,}2$ жана $BN = 3{,}6$ болсо, MN ди тап.

9. Түз сызыкта көз менен чамалап, а) 3 $см$; б) 7 $см$; в) 10 $см$ болгон кесиндилерди ажырат. Акыркы ишти канчалык так аткарганыңды сызгыч менен текшер.

10. Түз сызыктагы A, B, C чекиттери үчүн $AB = 600$ $м$, $BC = 200$ $м$ болсо, AC ны тап.

11. Түз сызыктагы A, B, C жана D чекиттери үчүн $AB = 2$, $AC = CB$, $2AD = 3BD$ болсо, CD ны тап.

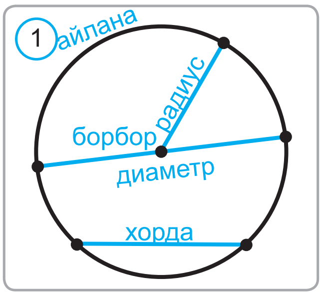
12. Шоола жана узундуктары $AB = 1{,}2$ $см$, $CD = 2{,}8$ $см$ болгон кесиндилер берилген. Ошол кесиндилерден пайдаланып, шоолага узундугу а) 4 $см$; б) 1,6 $см$; в) 0,4 $см$; г) 2,6 $см$ болгон кесиндилерди кой.

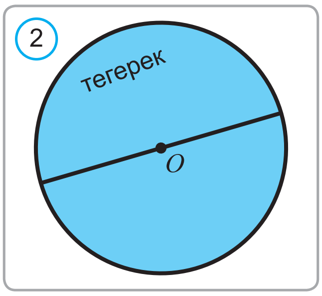
13. Эгерде $AB = 9$ болсо, анда AB кесиндисинде C чекитин белгилегениңде, а) $AC - BC = 1$; б) $AC + BC = 11$; в) $AC + BC = 10$ болсун.

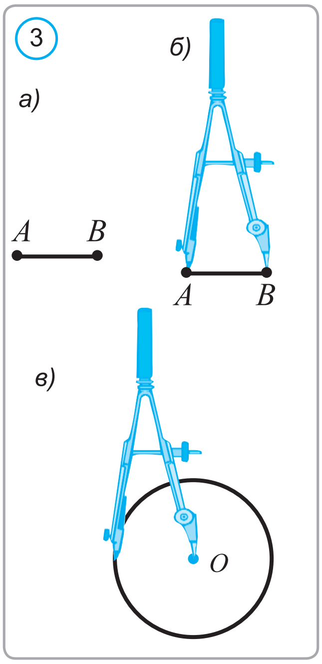
14*. AB кесиндиси берилген. Узундугу: а) $2AB$; б) $AB:2$; в) $AB:4$; г) $0{,}75AB$ болгон кесиндилерди түз.

15. Түз сызыктагы A, B, C чекиттери үчүн $AB = 5{,}6$ $см$, $AC = 8{,}9$ $см$ жана $BC = 3{,}3$ $см$ болсун. A, B, C чекиттеринен кайсы бири калган экөөнүн арасында жатат?

6 Айлана жана тегерек







Бир же бир нече берилген касиеттерди канааттандырган бардык чекиттерден турган фигура *чекиттердин геометриялык орду* деп аталат.

Чекиттердин геометриялык ордуна айлана менен тегерек мисал боло алат.

Бир чекиттен бирдей аралыкта жаткан чекиттердин геометриялык орду *айлана* деп аталат. Бул чекитке айлананын *борбору* дейилет. Айлананын каалагандай чекитинен анын борборуна чейинки аралык айлананын *радиусу* деп аталат (*1-сүрөт*). Айлананын борборун анын каалагандай чекити менен туташтырган кесиндиге да радиус дейбиз. Айлананын каалагандай эки чекитин туташтырган кесинди айлананын *хордасы* деп аталат. Борбордон өткөн хорда болсо *диаметр* деп аталат.

Тегерек деп, тегиздикте берилген чекиттен берилген сандан чоң болбогон аралыкта жаткан чекиттердин геометриялык ордуна айтылат (*2-сүрөт*). Берилген чекит тегеректин *борбору*, сан болсо анын *радиусу* деп аталат.

Айлана циркуль жардамында чийилет. Борбору берилген O чекитинде, радиусу AB кесиндиден турган айлананы чийүү 3-сүрөттө көрсөтүлгөн.

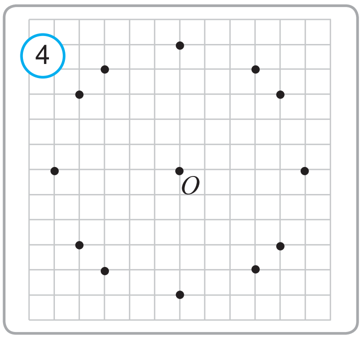
Айлананын (тегеректин) диаметри борбордон өткөндүктөн ал эки радиустан турат *(2-сүрөт)*. Демек, диаметрдин узундугу эки радиустун узундугуна барабар.

Айлананы чакмак дептерде циркулсуз колдо чийүүнүн жол-жобосу.

1. Чакмак дептерге 4-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып чекиттерди белгиле. Мында чекиттердин жайлашкан ордуларына көңүл бур.
2. Алынган 12 чекитти удаалаш жаа сымал сызык менен туташтырып чык.

Натыйжада борбору O чекитинде болгон айлананын болжолдуу сүрөттөлүшү алынат. Бул усулду (чекиттердин ордун) эсте сактап кал. Ал сага колуңда циркуль болбогон учурда айлана чийүүдө жардам берет.

3. O чекитинен ошол 12 чекитке чейин болгон аралыктар өз ара барабар экендигин сызгычтын жардамында текшерип көр.



Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Айланага мүнөздөмө бер жана чиймеде түшүндүр.
2. Айлананын борбору, радиусу, хордасы жана диаметри деген эмне?
3. Айлананын кайсы хордасы эң узун болот?
4. Циркуль иштетпестен айлана чийүүнүн кандай усулдарын билесиң?
5. Эмне үчүн араба, велосипед жана автомобилдердин дөңгөлөктөрү айлана формасында?
6. Эмне үчүн кудуктардын капкагы квадрат формасында эмес, тегерек формада болот?
7. Алдыңда айланага мисал болгон 10 предметтин аттарын жаз.
8. Айлананын радиусу а) 18 *мм*; б) 45 *см*; в) 2 *м* 11 *см* болсо, анын диаметрин тап.
9. Айлананын хордасы анын диаметринен узун болушу мүмкүнбү? Эмне үчүн?
10. Тегеректин диаметриа) 10 *см*; б) 7 *см*; в) 1 *м* 14 см болсо, анын радиусун тап.
11. Борбору берилген түз сызыкта жаткан радиусу а) 5 *см* ге; б) 7 *sm* ге; в) 4,6 *см* ге барабар болгон айлана чий.
12. Төмөнкү туюнтмалардын кайсы бири борбору O чекитинде, радиусу R ге барабар болгон а) айланага; б) тегерекке тиешелүү *А* чекитин туюнтат: $OA = R, OA \leq R, AO > R.$
13. Айлананын радиусунан 65 *см* ге узун болгон диаметрин тап.
14. Радиусу 8 *м* болгон тегеректин эң чоң хордасын тап.

6 Практикалык көнүгүү

Активдештирүүчү практикалык көнүгүүлөр

Карышың менен кадамыңдын узундугун ченеп, эсте сакта. Аларды билүү сага турмушта көп учурларда жардам берет!

1. Колуңдагы окуу китебинин узунун, туурасын жана калыңдыгын сызгычтын жардамында чене.
2. Анын барагынын калыңдыгын кантип ченөөгө болот? Сызгычта кыштын диагоналын ченөөгө болобу?
3. Классташтарыңдын боюн чамалап көр жана салыштыр. Эң бийик классташыңды аныкта.
4. Карышыңды сызгычтын жардамында сантиметрлерде чене. Андан кийин бир нече предметтин өлчөмдөрүн (партанын узунун, туурасын жана бийиктигин, терезенин бийиктигин жана туурасын, досканын бийиктигин жана туурасын) карыштап чене жана натыйжаларды сантиметрлерде туюнт.
5. Кадамыңдын узундугун чене. Мектеп имаратынын жана спорттук аянтчанын узунун жана туурасын кадамдап чене жана метрлерде туюнт.
6. Өзбекстандын картасынан берилген масштаб боюнча түрдүү шаарлардын ортосундагы аралыктарды тап *(1-сүрөт)*.

Үлгү:

Ташкент жана Бухара шаарларынын ортосундагы аралыкты тап.

Картада сызгычтын жардамында ченеп, 4,07 *см* экендигин табабыз. Андан кийин масштаб боюнча, $4{,}07 \cdot 100$ *км* $= 407$ *км* экендигин аныктайбыз. Жообу: 407 *км*.

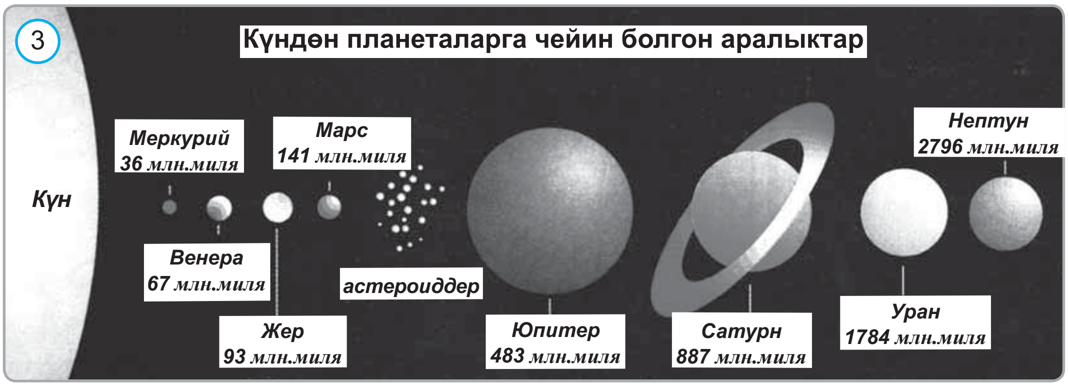
Көптөгөн мамлекеттерде эл аралык чен бирдиктерден тышкары төмөнкү узундук чен бирдиктери да колдонулат.

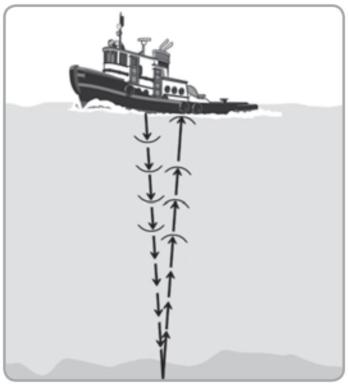
1 *дюйм* = 2,54 *см*, 1 *миля* = 1,609 *км*.

7. Телевизор жана компьютер мониторунун диагоналы *(2-сүрөт)* дюймдарда ченелет. Эгерде 1 дюйм 2,54 *см* болсо, 15, 17 жана19 *дюймдуу* мониторун диагоналын сантиметрлерде туюнт.

8. 3-сүрөттө берилген маалыматтардан пайдаланып, Жерден Күнгө жана башка планеталарга чейин болгон аралыкты тап жана аларды километрлерде туюнт.

9. Эгерде бир чакырым 900 *м* экендиги белгилүү *болсо*, Бухара жана Самарканд шаарларынын ортосундагы аралыкты чакырымдарда туюнт.





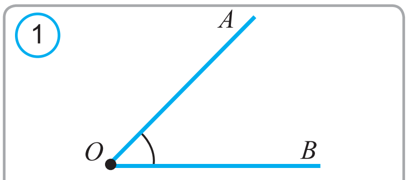
Кызыктуу маселе. Аралыкты үн менен ченөө. Деңизде сүзгөн кеме үчүн деңиздин тереңдигин билүү өтө маанилүү саналат. Ал үчүн деңиздин түбүнө ультра үн сигналы жөнөтүлөт жана анын деңиздин түбүндө чагылып, канча убакытта кайтып келгени эсепке алынат. Бул убакыттын жарымын үндүн суудагы ылдамдыгы — 1490 м/с га көбөйтүп, тереңдик аныкталат.

Эгерде бул убакыт 3 секундду түзсө, деңиздин түбү канча метр тереңдикте?

7 Бурч. Бурчтарды салыштыруу. Биссектриса

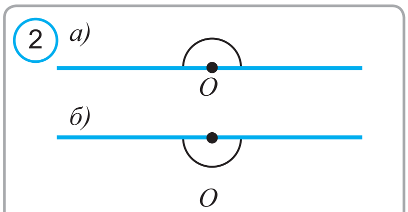
Бурч деп чекиттен жана андан чыккан эки шооладан турган фигурага айтылат.

Бурчту түзгөн шоолалар *бурчтун жактары*, алардын жалпы учу болсо *бурчтун чокусу* деп аталат. 1-сүрөттө бурч көрсөтүлгөн. O чекити бурчтун учу, OA жана OB шоолалары болсо анын жактары болуп эсептелет. Бул бурч "$\angle AOB$" же "$\angle BOA$" түрүндө белгиленет жана "AOB бурчу" же "BOA бурчу" деп окулат. Жазганда бурчтун чокусу ар дайым ортодо жазылат. Ошондой эле бул бурч кыскача "$\angle O$" көрүнүшүндө да белгиленип, *"O бурчу"* деп окулат. Чиймеде бурчту бөлүп көрсөтүү үчүн кээде анын эки жагы 1-сүрөттө көрсөтүлгөндөй жаа сымал сызык менен туташтырып коюлат.



$\angle AOB$ — AOB *бурч*
O — *бурчтун чокусу*
OA, OB шоолалар — *бурчтун жактары*

Жайылган бурч деп жактары бири-бирин толуктаган шоолалардан турган бурчка айтылат.

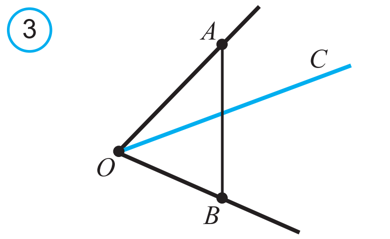


$\angle O$ — *жайылган бурч*

2-сүрөттө жайылган бурчтар берилген.

Жайылган бурч болбогон O бурчу берилген болсун. Учтары ошол бурчтун жактарында болгон кандайдыр AB кесиндини карайбыз (*3-сүрөт*).

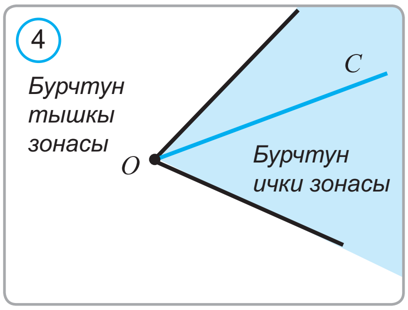
Эгерде бурчтун чокусунан чыккан OC шооласы (*3-сүрөт*) AB кесиндисин кесип өтсө, анда бул шоолага *бурчтун жактары арасынан өтөт* дейбиз. Бурчтун жактары арасынан өткөн шоола бурчту эки бурчка бөлөт.



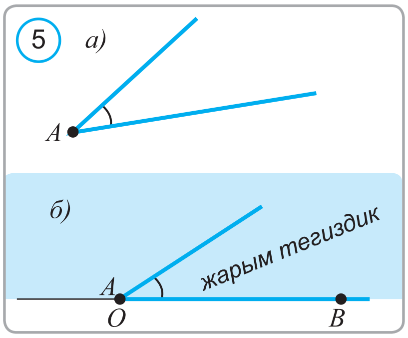
OC — *бурчтун жактары ортосунан өткөн шоола*.

O бурчу жайылган болгондо, анын чокусунан чыккан жана жактарынан айырмаланган ар кандай шооланы анын жактары арасынан өтөт, дейбиз.

Көрүнүп тургандай, 4-сүрөттө берилген O бурчу тегиздикти эки бөлүккө бөлөт.



Тегиздиктин бурчтун жактары арасынан өткөн кандайдыр шоола жаткан бөлүгү *бурчтун ички*



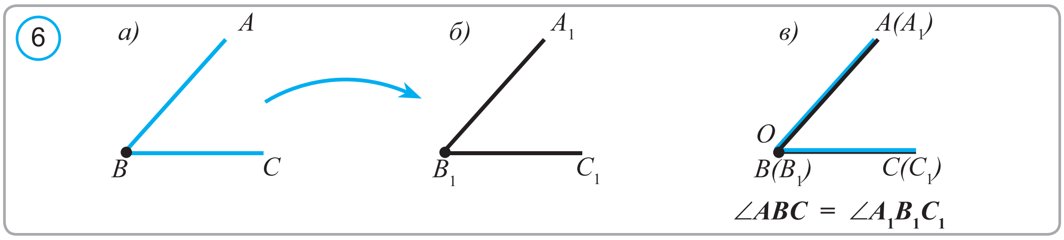
зонасы, экинчиси болсо *бурчтун тышкы зонасы* деп аталат.

OB шооласы жана жайылган эмес A бурчу берилген (*5.а-сүрөт*). OB түз сызыгы тегиздикти эки жарым тегиздикке бөлөт. Мындан, A бурчуна барабар, бир жагы OB шооласы менен үстү-үстүнөн түшкөн, экинчи жагы дайындуу жарым тегиздикте жаткан бурчту коюуга болот (*5.б-сүрөт*). Буга *шооладан баштап дайындуу жарым тегиздикке берилген бурчту* коюу дейилет.

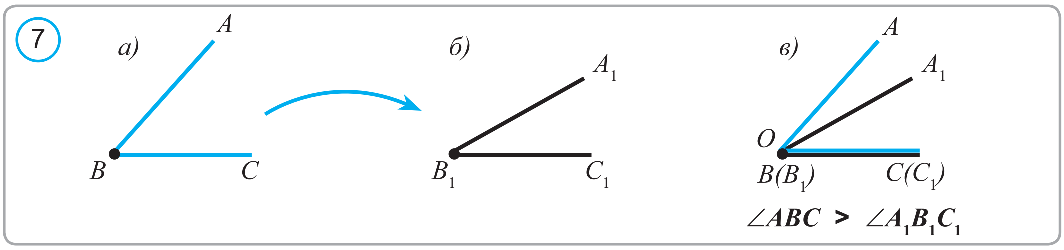
Фигурада бурчтардын барабардыгы бирдей сандагы жаалар менен белгиленет.

A *Каалаган шооладан баштап дайындуу жарым тегиздикке берилген жайылган эмес бурчка барабар бурчту коюуга болот, бирок бирди гана.*

Эки бурчту өз ара салыштыруу үчүн алар кандайдыр шооладан баштап дайындуу жарым тегиздикке коюлат. Андан кийин төмөнкү учурлардан кайсынысы болушуна карай, бурчтардын өз ара барабардыгы же чоң-кичинелиги жөнүндө тыянак чыгарылат:



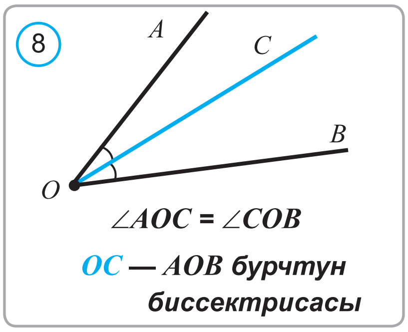
$\angle ABC$ жана $\angle A_1B_1C_1$ ди O чекитине койгонубузда (*6.в-сүрөт*) BA шооласы B_1A_1 менен, BC шооласы B_1C_1 менен дал келишет. Мындай учурда ABC бурчу $A_1B_1C_1$ бурчуна *барабар* дейилет жана бул барабардык $\angle ABC=\angle A_1B_1C_1$ сыяктуу туюнтулат.



7.*в*-сүрөттөгү учурда ABC бурчу $A_1B_1C_1$ бурчунан *чоң* дейилет жана ал $\angle ABC > \angle A_1B_1C_1$ жазуусу менен туюнтулат. Ошондой эле $A_1B_1C_1$ бурчу ABC бурчунан *кичине* дейилет жана ал $\angle A_1B_1C_1 < \angle ABC$ сыяктуу туюнтулат.

Бурчтун биссектрисасы деп анын бурчунан чыгып, бурчту барабар эки бөлүккө бөлгөн шоолага айтылат.

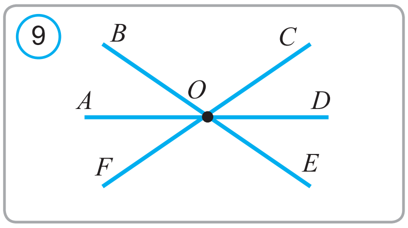
8-сүрөттө AOB бурчунун OC биссектрисасы көрсөтүлгөн.

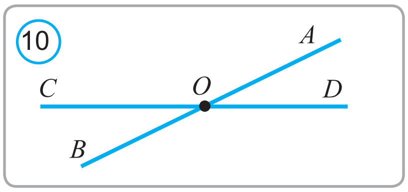


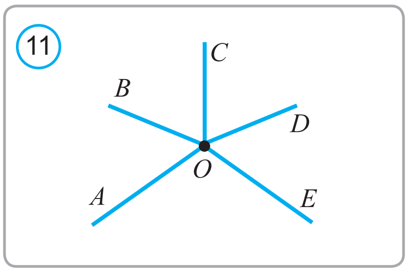
Маселе. 9-сүрөттө канча бурч бар жана алардан кайсылары жайылган бурчтар?

Чыгаруу: 9-сүрөттө жайылбаган AOB, BOC, COD, DOE, EOF, FOA, AOC, BOD, COE, DOF, EOA, FOA — бурчтары жана AOD, BOE, COF, DOA, EOB, FOC — жайылган бурчтары бар.

Жообу: Бардыгы 18 бурч бар, алардан алтоосу жайылган бурч.



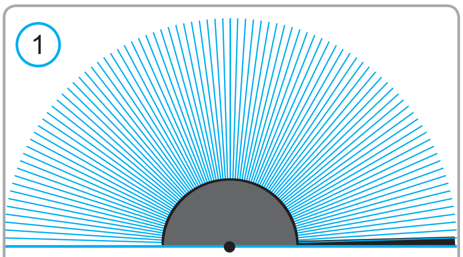




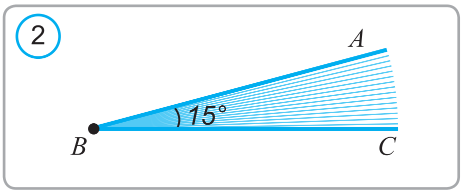
Суроо, маселе жана тапшырмалар

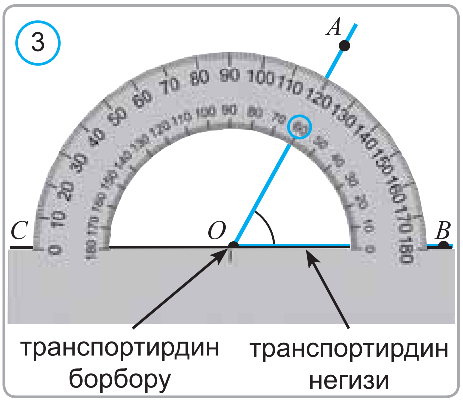
1. Бурч деп эмнеге айтылат жана ал кандайча белгиленет?
2. Жайылган бурч деген эмне?
3. Бурч тегиздикти кандай бөлүктөргө бөлөт?
4. 10-сүрөттө көрсөтүлгөн бурчтарды аныкта жана аларды жаз.
5. 11-сүрөттө канча бурч бар? Алардын аталыштарын дептериңе жаз.
6. “Бурчту шооланын үстүнө коюу” дегенде эмнени түшүнөсүң?
7. Качан бурчтар өз ара барабар болот?
8. Качан бир бурч экинчисинен чоң же кичине болот?
9. Бурчтун биссектрисасына мүнөздөмө бер.
10. $\angle AOB$ берилген. Төмөнкү барабардыктар мааниге ээби? $\angle AOB = \angle BOA$; $\angle AOB = \angle ABO$; $\angle AOB = \angle OAB$.

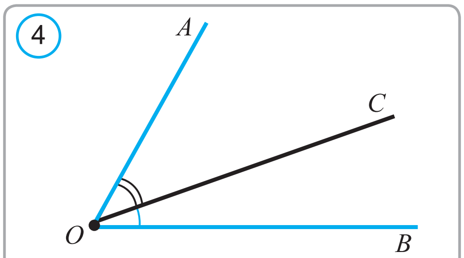
8 Бурчтарды ченөө. Транспортир



1 градустуу бурч







$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$

Жайылган бурч анын жактары арасында жаткан шоолалар менен 180 барабар бурчтарга бөлүнгөн болсун (*1-сүрөт*). Алардан бирин чен бирдиги — *бирдик бурч* катары алуу кабыл алынган. Анын бурч чоңдугу *бир градус* деп аталат жана 1° деп белгиленет. Каалаган бурчтун градустук ченин ошол бирдиктин негизинде аныктоого болот. *Бурчтун градустук чени* бурчтун ички зонасында канча бирдик бурч жана анын бөлүктөрү жайлашканын көрсөтөт.

2-сүрөттө көрсөтүлгөн ABC бурчу 15°ка барабар. Анткени анын ички зонасында 15 бирдик бурч жайлашкан.

A *Ар кандай бурч анык градустук ченге ээ болуп, анын мааниси оң сан менен туюнтулат. Жайылган бурчтун градустук чени 180° ка барабар.*

Бурчтун градустук чени *транспортир* деп аталган аспаптын жардамында ченелет. Аны менен төмөнкү класстарда таанышкансың. Анын шкалалуу жаа сымал бөлүгү сызыкчалар менен 180 барабар бөлүктөргө бөлүнгөн болуп, ар бир бөлүк бир градусту билдирет. 3-сүрөттө транспортирдин жардамында бурчту ченөө процесси көрсөтүлгөн. Сүрөттөн көрүнүп тургандай AOB бурчунун чоңдугу 60 градуска барабар жана ал $\angle AOB = 60°$ көрүнүшүндө жазылат. Бирдей градустук ченге ээ бурчтар өз ара барабар болушат, тескерисинче, өз ара барабар бурчтардын градустук чендери да барабар болот. Чоң бурчтун градустук чени да чоң болот жана тескерисинче.

Бурчтарды ченөөдө градустун үлүштөрүнөн да пайдаланылат. 1° тун 1/60 бөлүгү *“минут”*, 1/3600 бөлүгү *“секунд”* деп аталат жана тиешелүү түрдө “′” жана “″” сыяктуу белгиленет. Мисалы, чоңдугу 45 градус 38 минут 59 секундга барабар бурч 45°38′59″ сыяктуу жазылат. Көрүнүп тургандай, 1° = 60′, 1′ = 60″.

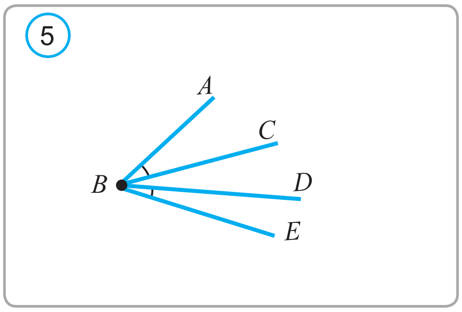
Алсак AOB бурчу берилген болуп, анын жактары арасында жаткан каалаган OC шооласы аны AOC жана COB бурчтарына бөлсүн *(4-сүрөт)*. Анда AOB бурчунун градустук чени AOC жана COB бурчтары градустук чендеринин суммасына барабар болот:

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB.$$

Бул касиетти төмөнкүдөй туюнтууга болот:

A *Бурчтун градустук чени, анын жактары арасынан өткөн, каалаган шоола менен бөлүнгөн бурчтардын градустук чендеринин суммасына барабар.*

1-маселе. Эгерде 5-сүрөттө $\angle ABC$ = $\angle DBE$ болсо, анда $\angle ABD = \angle CBE$ экендигин көрсөт.



Чыгаруу. Берилген $\angle ABC = \angle DBE$ барабардыктын эки жагына тең $\angle CBD$ ту кошобуз:

$\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE$

Бирок, $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ жана $\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE$.

Демек, $\angle ADD = \angle CBE$.

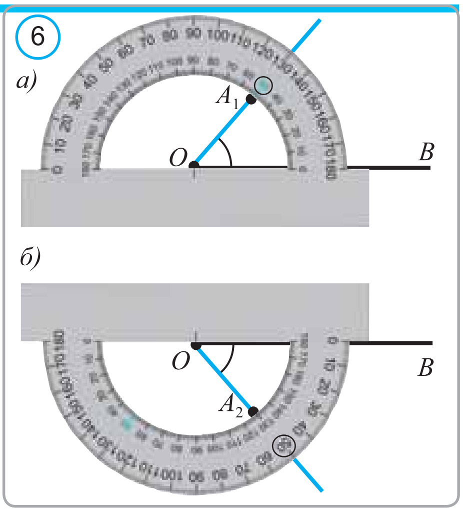
Берилген шоолага берилген градустук чендүү бурчту түзүүнүн практикалык жолу

1. Каалаган OB шооласын сызып алабыз.
2. Транспортирдин негизин берилген OB шооланын үстүнө, борборун болсо O чекитине 6-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып коёбуз.
3. Транспортирдин шкаласынан бурчтун берилген градустук ченин көрсөткөн бөлүнүштү табабыз жана анын тушуна $A_1(A_2)$ чекитин коёбуз.
4. O жана $A_1(A_2)$ чекиттери аркылуу шоола жүргүзөбүз. Натыйжада берилген градустук өлчөмдүү A_1OB (A_2OB) бурчу алынат.

2-маселе. Берилген OB шоолага 50° туу бурчту кой.

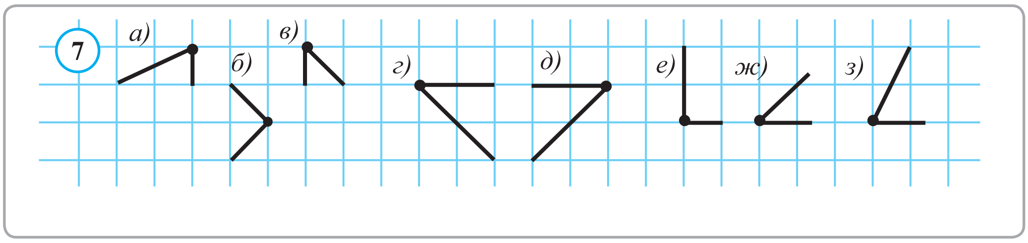
Чыгаруу. OB түз сызыгы тегиздикти эки жарым тегиздикке бөлүшү белгилүү. Транспортирдин негизин OB шооланын үстүнө, борборун болсо O чекитине 2 усулда коюп, анын шкаласында 50° ка дал келген бөлүнүш табылат жана бурчтар түзүлөт. Демек, берилген шооладан ар бир жарым тегиздикке бирден 50° туу бурчту коюуга болот *(6-сүрөт):*

$$\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50°.$$

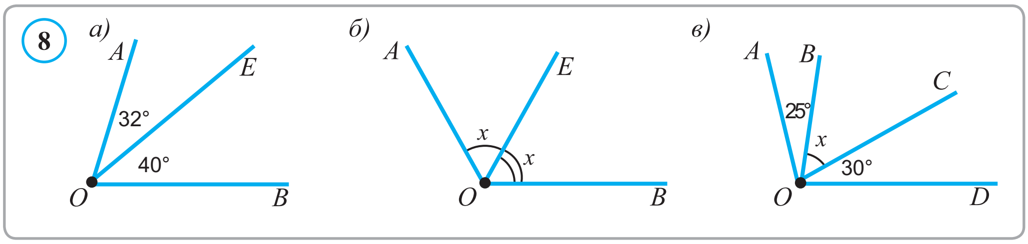


Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Бурчтун градустук өлчөмү деп эмнеге айтылат?
2. Жайылган бурч канча градус?
3. 1° ка барабар бурч дегенде кандай бурчту түшүнөсүң?
4. Эки бурчтун градустук өлчөмдөрү барабар болсо, алар барабар болушабы?
5. 7-сүрөттө берилген бурчтардын арасынан барабар бурчтарды аныкта.

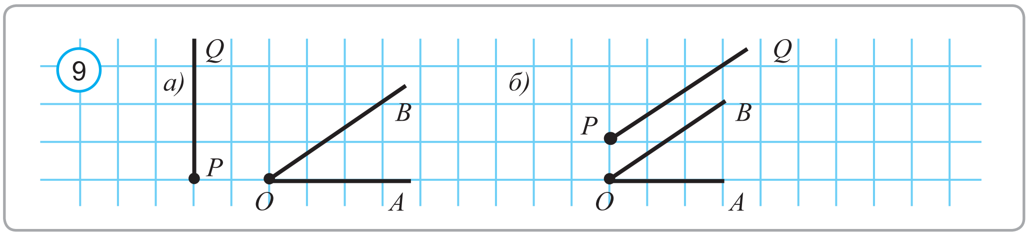


6. Транспортир жардамында 10°, 30°, 70°, 100° жана 160° туу бурчтарды түз.
7. а) $\angle AOB$ = ? *(8.а-сүрөт);* б) $\angle AOB = 120°$, x = ? *(8.б-сүрөт);* в) $\angle AOD = 105°$, x = ? *(8.в-сүрөт).*



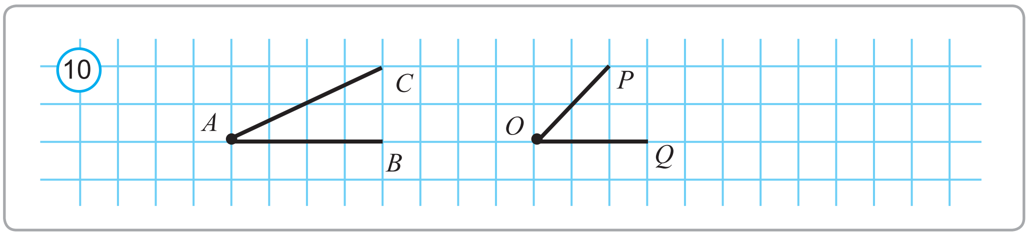
8. Берилген AB шоолага 150° туу OAB бурчун кой.

9. PQ шоолага AOB бурчтарын кой *(9-сүрөт).*

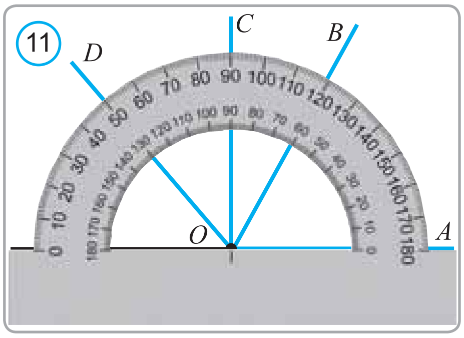


10. Жалпы жакка ээ болгон 60° жана 120° туу бурчтарды түз. Натыйжада кандай бурч алынды?

11. 10-сүрөттө берилген бурчтардан кайсы бири чоң?



12. Эгерде а) $\angle AOE = 20°$, $\angle EOB = 40°$, $AOB = 60°$; б) $\angle AOE = 80°$, $EOB = 120°$; в) $\angle AOE > \angle AOB$ болсо, анда OE шоола $\angle AOB$ жактарынын арасынан өтөбү?

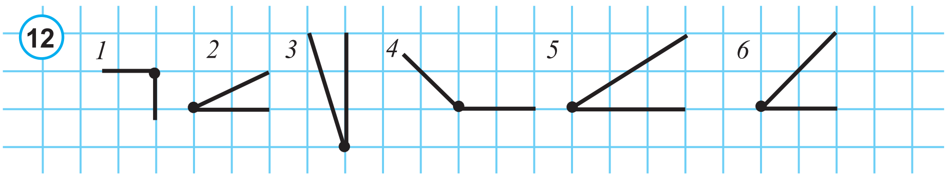


13. Дептериңе шоола чий жана ага көзүң менен чамалап кадимки сызгычтын жардамында 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 120° жана 150° туу бурчтарды кой. Алынган бурчтарды транспортир жардамында чене жана канчалык түз чийгениңди текшер. Көнүгүүнү кайтала.

14. Жебелүү саатта а) 3.00; б) 6.00 болгондо, сааттын жана минуттун жебелери түзгөн бурч канча градуска барабар болушун аныкта.

15. 11-сүрөттөн пайдаланып AOB, AOC, AOD, BOC, BOD жана COD бурчтарынын градустук өлчөмдөрүн аныкта.

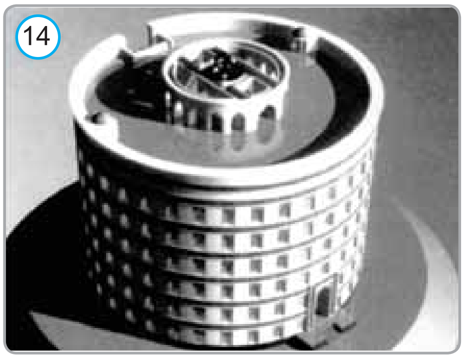
16. 12-сүрөттө берилген бурчтардын цифраларын алардын градустук өлчөмдөрүнүн өсүү тартибинде жаз.

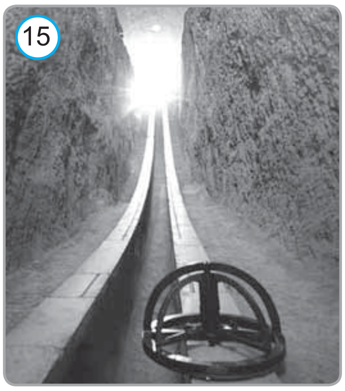


Тарыхый маалымат

Астролябия (Астурлаб) – бурчту ченей турган аспап болуп, ал байыркы грек астроному Гиппарх тарабынан б. з. ч. 180–125 жыл мурда ойлоп табылган (13-сүрөт). Көрүнүшү өтө жөнөкөй болгон бул аспапта ондогон ченөө иштерин аткарууга мүмкүн болгон. Самарканддагы Улукбек астрономиялык обсерваториясында да бурчту ченөө иштери алып барылган. Бул ири цилиндр формасындагы үч кабаттуу обсерваторияда көптөгөн курулма жана аспаптар болгон (14-сүрөт). Анын радиусу 42 м болгон! Улукбек бул курулманын жардамында 1018 жылдыздын

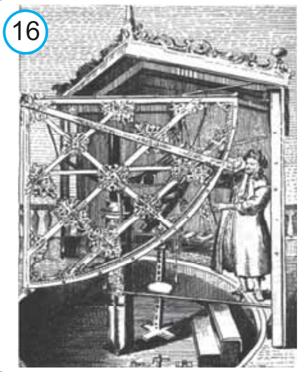

13


14

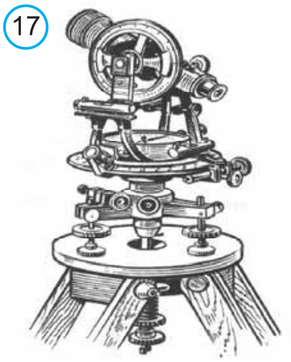

15

космостогу ордун таң каларлык тактыкта ченеп, өзүнүн "Зижи жадиди Көраганий" чыгармасында берген. 15-сүрөттө жер астында сакталып, ушул күнгө чейин жетип келген бөлүгү көрсөтүлгөн. 16-сүрөттө Европалык окумуштуулар телескоп ойлоп табылбастан мурда пайдаланган квадрант көрсөтүлгөн. Ал Улукбектин квадрантынан кыйлага кичине албетте. Учурда жер ченөө иштеринде жогорку тактыкка ээ болгон теодолит (17-сүрөт) деген аспап колдонулат.

16



17



9 1-текшерүү иши

Үлгү текшерүү иши эки бөлүктөн турат:

I. Теориялык бөлүк. Ушуга чейин үйрөнүлгөн геометриялык фигураларды түз. Аларга мүнөздөмө бер жана алардын касиеттерин жаз.

II. практикалык бөлүк. Маселелерди чыгар (4-маселе "эң жакшы" баа алмакчы болгон окуучуларга арналган):

1. Бир түз сызыкта жаткан A, B жана C чекиттери үчүн $AB = 9$ см, $AC = 12$ см болсо, BC кесиндисинин узундугу эмнеге барабар?

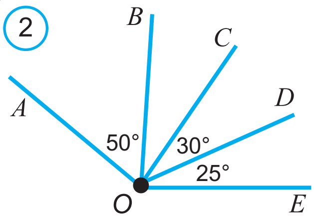
2. $AB = 48$, $AC = 3BC$, $BC = ?$ *(1-сүрөт)*

3. Эгерде 2-сүрөттө $\angle AOE = 140°$ болсо, BOC бурчунун градустук ченин тап.

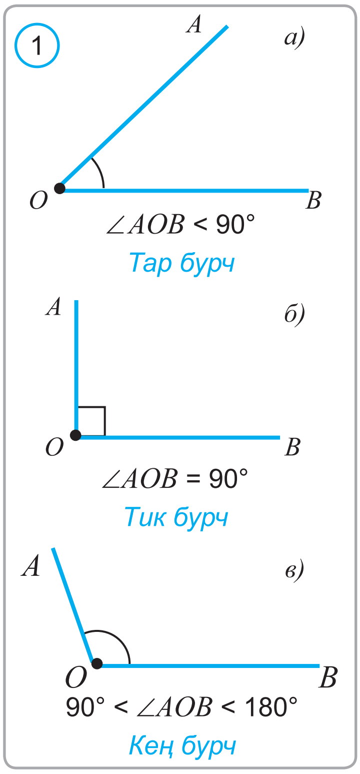
4*. Саат 5.00 болгондо саат жана минуттун жебелери пайда кылган бурч канча градус болот?

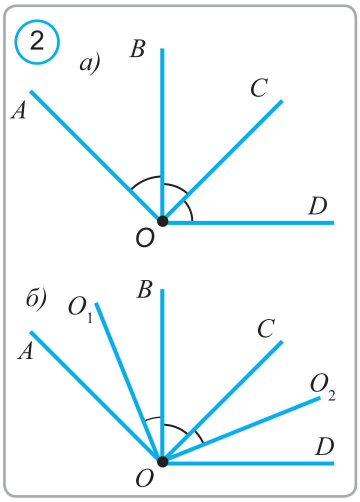
1

2



10 Бурчтун түрлөрү: тик, тар жана кең бурчтар





Мурдагы темаларда айтылгандай, жайылган бурчтун градустук чени 180° ка барабар. Муну кыскача: *“Жайылган бурч 180° ка барабар”* деп да айтабыз. Бурчтар чоңдугуна карай түрлөргө бөлүнөт: Эгерде бурчтун градустук чени

90° тан кичине болсо (*1.а-сүрөт*), *тар бурч*,

90° ка барабар болсо (*1.б-сүрөт*), *тик бурч*,

90° менен 180° аралыгында болсо (*1.в-сүрөт*), *кең бурч* деп аталат.

Чиймеде бурчтун тик бурч экендигин көрсөтүү үчүн өзгөчө, 1.*б*-сүрөттөгүдөй белгиленет.

Маселе. Эгерде $\angle AOD = 135°$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$ болсо *(2.а-сүрөт)*,

а) чиймеде канча тар, кең жана тик бурч бар?

б) AOB жана COD бурчтарынын биссектрисалары арасындагы бурчту тап.

Чыгаруу: а) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$ болсун. Бурчтарды ченөөнүн негизги касиети боюнча, $\angle AOD = \alpha + \alpha + \alpha = 135°$. Бул жерден $\alpha = 45°$. Демек, $\angle AOC = 2\alpha = 90°$, $\angle BOD = 2\alpha = 90°$. Ошентип, чиймеде 3 тар, 2 тик жана 1 кең бурч бар.

б) OO_1 жана OO_2 — биссектрисалар болсун *(2.б-сүрөт)*. $\angle AOB = \angle COD = 45°$ болгондуктан, бурчтун биссектрисасынын аныктамасы боюнча,

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22{,}5°.$$

Изделип жаткан бурчту табабыз:

$$\angle O_1OO_2 = \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 =$$

$$= \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90°,$$

б. а. O_1OO_2 — тик бурч.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Кандай бурчка тик бурч дейилет? Айлана-чөйрөдөн тик бурчка мисалдар келтир.

2. Тар жана кең бурчтар бири-биринен кандайча айырмаланат?

3. Үч даана бурч сыз. Аларды $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ жазууларына ылайыктуу түрдө белгиле. Транспортирде аларды чене жана түрлөрүн аныкта.

4. OA шооласын сыз. Транспортирдин жардамында градустук чени тиешелүү түрдө 25°, 72°, 146° болгон AOB, AOC жана AOD бурчтарын түз.

5. Тик бурчтуктун биссектрисасы анын жагы менен кандай бурчту түзөт?

6. 3-сүрөттө канча: а) тар; б) кең; в) тик; г) жайылган бурч бар?

7. 4-сүрөттө канча тар жана канча кең бурч бар?

8. Кагаздын барагын бүктөп тик бурч түзө аласыңбы?

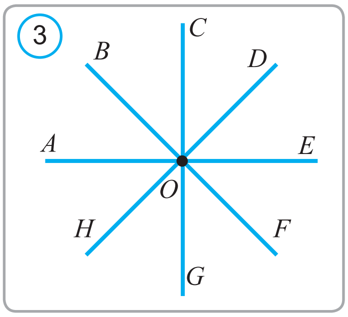
9. Качан сааттын саат жана минут жебелери тик бурчту түзөт?

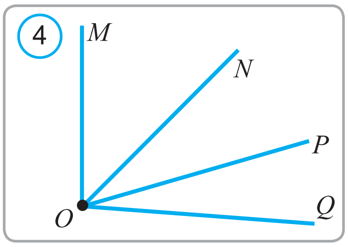
10. Сааттын саат жебеси: а) 1 саатта; б) 6 саатта; в) 2 минутта канча градуска бурулат?

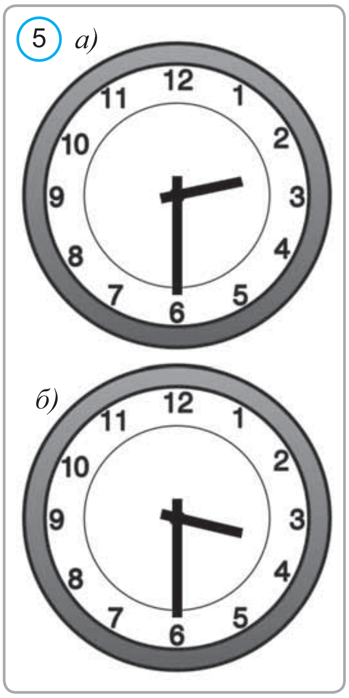
11. Сааттын минут жебеси: а) 1 минутта; б) 5 минутта; в) 0,5 саатта канча градуска бурулат?

12*. Саат: а) 14^{30}; б) 15^{30} болгондо саат жана минут жебелери түзгөн бурчту аныкта *(5-сүрөт)*.

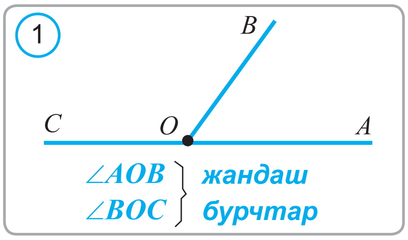
13. AOB бурчу OC, OD жана OE шоолалары менен барабар төрт бурчка бөлүнгөн. Бул шоолалар кайсы бурчтардын биссектрисалары болот ?

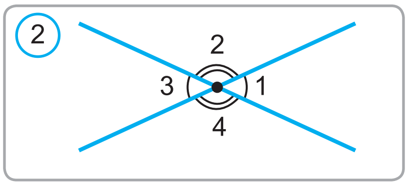


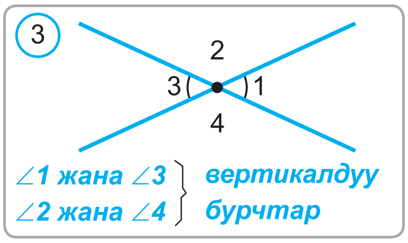


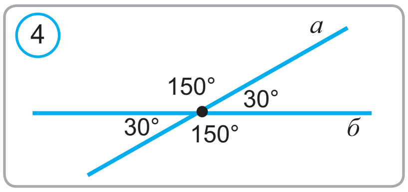


11 Жандаш жана вертикалдуу бурчтар, алардын касиеттери









Жандаш бурчтар деп, бирден жактары жалпы, калган жактары бирин-бири толуктаган бурчтарга айтылат.

1-сүрөттө AOB жана BOC жандаш бурчтар көрсөтүлгөн. Бул жерде OC жана OA шоолалары бир түз сызыкта жатат.

Активдештирүүчү көнүгүү

а) Жандаш бурчтардын суммасы жайылган бурч болушун көрсөт.

б) Эгерде жандаш бурчтар өз ара барабар болушса, алар тик бурч болушун көрсөт.

в) 2-сүрөттө көрсөтүлгөн, эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ жана $\angle 4$ бурчтарынан кайсылары өз ара жандаш бурчтардын түгөйүн түзөт?

Касиет. **Жандаш бурчтардын суммасы 180° ка барабар.**

Вертикалдуу бурчтар деп, эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон, өз ара жандаш болбогон бурчтар түгөйүнө айтылат.

3-сүрөттө $\angle 1$ жана $\angle 3$ вертикалдуу бурчтар болуп эсептелет. Ошондой эле, $\angle 2$ жана $\angle 4$ да вертикалдуу бурчтардын түгөйүн түзөт.

Эми вертикалдуу бурчтардын төмөнкү касиеттерин далилдейбиз.

Касиет. **Вертикалдуу бурчтар өз ара барабар.**

Алсак, $\angle 1$ жана $\angle 3$ вертикалдуу бурчтары берилген болсун *(3-сүрөт)*. $\angle 1 = \angle 3$ болушун далилдейбиз.

Далилдөө: $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, анткени $\angle 1$ жана $\angle 2$ жандаш бурчтар саналат.

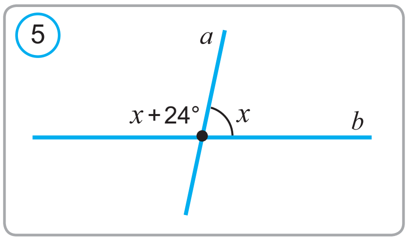
$\angle 2 + \angle 3 = 180°$, анткени $\angle 2$ жана $\angle 3$ тар да жандаш бурчтар.

Бул эки барабардыктан $\angle 1 + \cancel{\angle 2} = \cancel{\angle 2} + \angle 3$, б. а. $\angle 1 = \angle 3$ экендигин алабыз.

Касиет далилденди.

Ошентип, эки түз сызык кесилишкенде вертикалдуу жана жандаш бурчтар алынат. Белгилүү болгондой, жандаш бурчтар түгөйү өз ара жайылган бурчту түзөт. Алардан бири 90° тан чоң болсо, экинчиси 90° тан кичине болот. Жандаш бурчтардан кичигинин градустук чени *түз сызыктардын арасындагы бурч* деп кабыл алынган. 4-сүрөттөгү түз сызыктардын арасындагы бурч 30° ту түзөт. Буга "*түз сызыктар 30° туу бурч менен кесилишет*", деп да айтабыз.

Маселе. Эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон бурчтардан бири экинчисинен 24° ка чоң болсо, ошол бурчтарды тап.

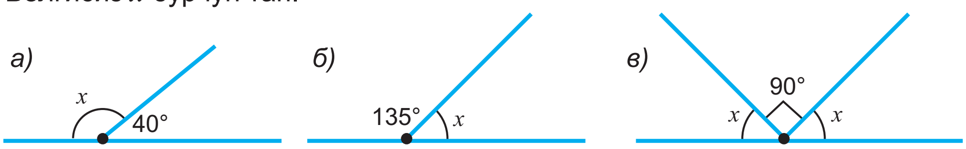


Чыгаруу. Бизге белгилүү, эки түз сызыктын кесилишинен алынган бурчтар жандаш же вертикалдуу бурчтар болушат *(5-сүрөт)*. Вертикалдуу бурчтар өз ара барабар. Демек, маселенин шартында берилген бурчтар жандаш бурчтар экен. Алардан бирин (кичигин) x менен белгилесек, экинчиси $x+24°$ ка барабар болот. Жандаш бурчтардын касиети боюнча, $x+x+24°=180°$. Бул жерден $x=78°$ жана $x+24°=102°$ экендигин аныктайбыз. Демек, a жана b түз сызыктары кесилишкенде 78°, 102°, 78° жана 102° туу бурчтары пайда болот.

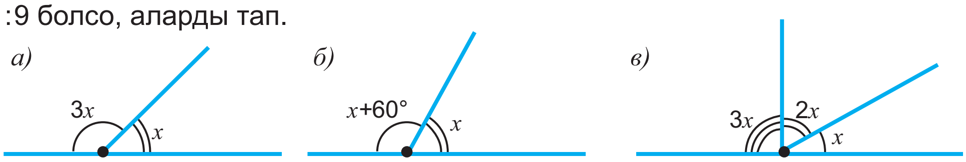
Жообу: 78°, 102°, 78° жана 102°.

Суроо жана маселелер

1. Кандай бурчтарга жандаш бурчтар дейилет?
2. Жандаш бурчтардын суммасы эмнеге барабар? Жообуңду түшүндүр.
3. Жандаш бурчтар өз ара барабар болушу мүмкүнбү?
4. Вертикалдуу бурчтар деген эмне? Чиймеде көрсөт.
5. Вертикалдуу бурчтардын негизги касиетин түшүндүр.
6. 20°, 30°, 45°, 90° туу бурчтарга жандаш болгон бурчтарды тап.
7. Эгерде жандаш бурчтардын бири экинчисинен үч эсе чоң болсо, аларды тап.
8. Жандаш бурчтардын экөөсү тең: а) тар; б) тик; в) кең бурчтар боло алабы?
9. Эгерде эки бурч барабар болушса, аларга жандаш болгон бурчтар да барабар болушабы?
10. Белгисиз x бурчун тап.
11. Белгисиз x бурчун тап.

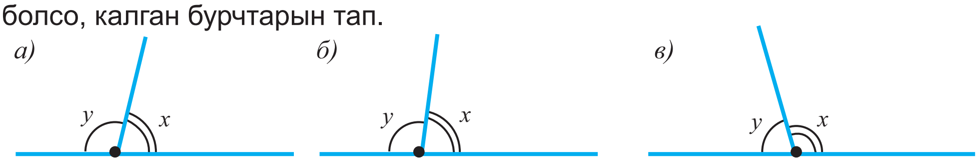


12. Эгерде жандаш бурчтардын градустук чендеринин катышы а) 2:7; б) 11:25; в) 1:9 болсо, аларды тап.



13. Фигура боюнча маселе түз жана аны чыгар.

14. Эгерде эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон бурчтардан бири 40° болсо, калган бурчтарын тап.

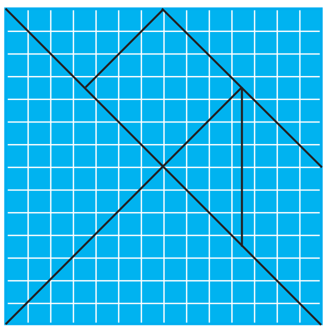


$y - x = 30°$ $\quad x : y = 4 : 5$ $\quad 2x = 3y$

15. "Эгерде бурчтар барабар болушса, анда алар вертикалдуу бурчтар болушат", — деген далил ар дайым туурабы?

Геометриялык баш катырма

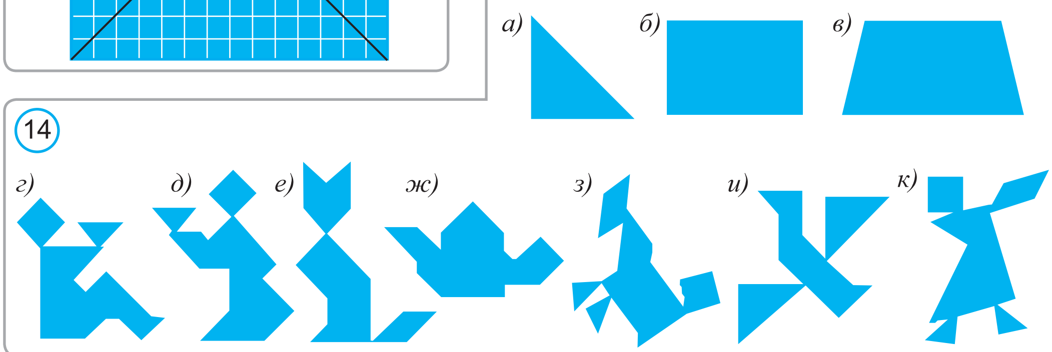
13



Танграм деген кытай оюнчугун жаса. Ал үчүн квадратты калың кагазга сыз жана 13-сүрөттө көрсөтүлгөндөй, аны жети бөлүккө бөлүп, кыркып ал.

Андан кийин танграмдын бөлүкчөлөрүнүн бардыгынан пайдаланып, 14-сүрөттө көрсөтүлгөн фигураларды жаса.

14



12 Геометрияны үйрөнүүдө пикирлердин удаалаштыгы жана байланыштуулугу

Мына бир топ геометриялык фигуралар, алардын касиеттери менен таанышып чыктык. Мисалы, өткөн темада вертикалдуу бурчтар менен тааныштык жана алардын өз ара барабар болушун көрсөттүк. Бул касиет менен таанышып гана калбастан, ал тургай аны далилдедик да. “Вертикалдуу бурчтар барабар” деген түшүнүктүн тууралыгын пикирлөө аркылуу негиздедик. Бул “далилдөө” түшүнүгү менен алгачкы таанышканыбыз болду. Геометрияга алгачкы жолу “далилдөө” түшүнүгүн алып кирген математик — б. з. ч. 625 – 527-жылдарда жашаган Милеттик грек окумуштуусу Фалес болуп эсептелет.

Түшүнүктүн тууралыгын логикалык пикирлөөнүн жардамында келтирип чыгаруу *далилдөө* деп аталат. Тууралыгы далилдөө жолу менен негизделе турган түшүнүк болсо *теорема* деп аталат. Теорема шарт жана корутунду бөлүктөрүнөн турат. Анын биринчи – шарт бөлүгүндө эмнелер берилгени баяндалат. Экинчи – корутунду бөлүгүндө болсо эмнени далилдөө керектиги туюнтулат. Мисалы, төмөнкү теореманы алып көрөлү:

Теорема. **Эгерде жандаш бурчтар өз ара барабар болушса, анда алардын экөөсү тең тик бурч болушат.**

Бул теореманын *шарт бөлүгү*, “өз ара жандаш бурчтардын барабардыгы” болсо, *корутунду бөлүгү* “*алардын тик бурч болушунан*” турат. *Теореманы далилдөө* – анын шартынан пайдаланып, ошого чейин белгилүү болгон маалыматтарга таянуу менен ой жүгүртүп, корутунду бөлүгүндө туюнтулган ырастоонун тууралыгын келтирип чыгаруу. Теореманын шарт жана корутунду бөлүктөрүн аныкташтырып алуу аны түшүнүү жана далилдөө процесстерин жеңилдетет. Ошондуктан теореманы далилдөөдөн мурда аны шарт жана корутунду бөлүктөргө ажыратып,кайра жазып алуу максатка ылайыктуу. Мисалы, жогорудагы теореманы төмөнкү көрүнүштө кайра жазып алууга болот:

Берилген: $\angle A$ жана $\angle B$ жандаш бурчтар, $\angle A = \angle B$ ⇨ ***Далилдөө керек:*** $\angle A = \angle B = 90°$

Теореманын шарты — ***Теореманын корутундусу***

Жалпысынан алганда, теореманы шарт жана корутунду бөлүктөргө ажыратып, төмөнкүдөй схема көрүнүшүндө сүрөттөөгө болот:

Эгерде **А далил орундуу** болсо, **В далил орундуу** болот.

Теореманын шарты — ***Теореманын корутундусу***

Башталгыч түшүнүк жана аксиомалар. Чекит, түз сызык, тегиздик сыяктуу түшүнүктөр геометриянын башталгыч түшүнүктөрү болуп эсептелет. Аларга аныктама бергенибиз жок. *Геометриянын башталгыч түшүнүктөрү* аныктамасыз тикеден-тике киргизиле турган ырастоолордон саналат. Геометрияны имарат деп алсак, бул ырастоолор анын фундаменти. Алардын негизинде башка жаңы фигура жана түшүнүктөр жөнүндө ырастоо берилет, б. а. алар *аныкталат*. Китепте аныктамалар ✔ белгиси менен бөлүп көрсөтүлгөн, анткени алар геометрияны үйрөнүүдө чоң мааниге ээ.

Ошондой эле ушуга чейин чекит, түз сызык жана тегиздиктин өзү-өзүнөн белгилүү болгон бир топ касиеттерин да далилдөөсүз, түздөн-түз кабыл алдык. Мындай касиеттер *аксиомалар* деп аталат. Эгерде көңүл бурган болсоң, окуу китебинде бардык аксиомаларды негизги тексттен бөлүп көрсөтүү үчүн, A белгиси астында берип келдик. Ушуга чейин таанышып чыккан аксиомаларга мисалдар келтиребиз (калгандарын окуу китебинин беттеринен таап, жазып чык):

1. Тегиздикте кандай түз сызык алынбасын, бул түз сызыкка тиешелүү болгон да, болбогон да чекиттер бар.

2. Каалаган эки чекит аркылуу түз сызык жүрөт, бирок бирөө гана.

3. Бир түз сызыкта алынган каалагандай үч чекиттин бири гана калган экөөсүнүн ортосунда жатат.

Геометрияда түшүнүктөр белгилүү логикалык удаалаштыкта киргизилет. Баштап геометриянын фундаменти – башталгыч ырастоолор аныктамасыз, аксиомалар далилдөөсүз, түздөн-түз кабыл алынат. Алардын негизинде жаңы ырастоолор мүнөздөлөт, жаңы касиеттери аныкталат. Бул касиеттерден бир нечеси далилдөөсүз, аксиома иретинде кабыл алынат. Калган касиеттер болсо теорема көрүнүшүндө туюнтулат жана аксиомаларга негизделип логикалык ой жүгүртүү аркылуу далилденет. Пикирлөө учурунда далилденбеген касиеттерден, алардын туура экендиги анык көрүнүп турса да, пайдаланууга болбойт – бул геометриянын логикалык түзүлүшүнө каршы келет.

? Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Аныктама деген эмне? Кандай түшүнүктөр аныктамасыз кабыл алынат?
2. Теорема деген эмне? Ал кандай бөлүктөрдөн турат?
3. Теоремалар кандайча далилденет? Далилдөө дегенде эмнени түшүнөсүң?
4. Аксиома деген эмне?
5. Эгерде фигуранын касиети чиймеде ачык-айкын көрүнүп турган болсо, бул касиетти далилдебестен кабыл алууга болобу?
6. Төмөнкү түшүнүктөрдүн кайсылары далилдөөсүз кабыл алынган:
1) каалаган эки чекит аркылуу бир гана түз сызык өткөрүүгө болот;

2) жайылган бурч тик бурчтан эки эсе чоң;
3) жандаш бурчтардын суммасы 180° ка барабар;
4) ар бир бурч биссектрисага ээ;
5) ар бир кесиндинин бир гана ортосу бар;
6) ар бир оң сан үчүн узундугу ошол санга барабар болгон кесинди бар?

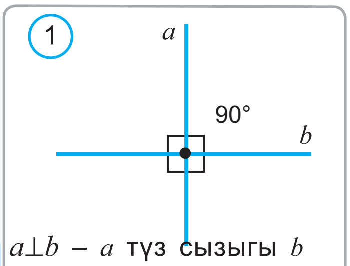
7. Төмөнкү түшүнүктү далилдөөсүз кабыл алса болобу: "Түз сызыкта жаткан A, B, C, D чекиттери үчүн $AB = CD$ болсо, AD жана BC кесиндилеринин ортолору дал келишет".

8. Окуу китебинен мурдагы темаларда далилденген касиеттерди тап.

13 Перпендикулярдуу түз сызыктар

Активдештирүүчү көнүгүү

Эки түз сызыктын кесилишинен алынган бурчтардын бири тик бурч болсо *(1-сүрөт)*, калган бурчтар жөнүндө эмне айтууга болот?



$a \perp b$ – a түз сызыгы b түз сызыгына перпендикулярдуу

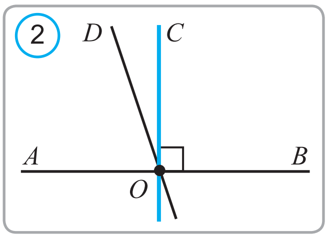
Тик (90° туу) бурч менен кесилишкен түз сызыктар перпендикулярдуу түз сызыктар деп аталат.

1-сүрөттө бири-бирине перпендикулярдуу a жана b түз сызыктары көрсөтүлгөн. Бул түз сызыктардын перпендикулярдуулугу атайын белгинин жардамында $a \perp b$ түрүндө жазылат жана "a түз сызыгы b түз сызыгына перпендикулярдуу" деп окулат. Перпендикулярдуу түз сызыктардын кесилишинен төрт тик бурч пайда болот.

Перпендикулярдуу түз сызыктарда жаткан кесинди, шоола, түз сызыктар да бири-бирине перпендикулярдуу деп айтылат.

Теорема. **Түз сызыктын каалаган чекитинен ага перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүүгө болот, бирок бирди гана.**

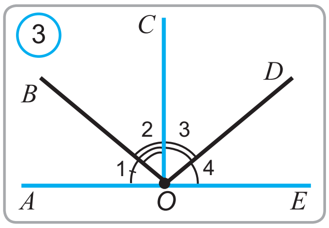
Далилдөө. Алсак, AB түз сызыгы жана андагы O чекити берилген болсун *(2-сүрөт)*. Белгилүү болгондой, OB шооласына чокусу O чекитинде болгон, 90°туу COB бурчун коюуга болот. Анда CO түз сызыгы AB түз сызыгына перпендикулярдуу түз сызык болот.



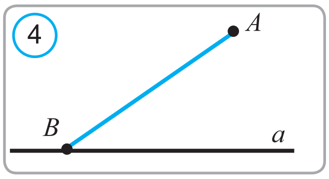
Эми бул түз сызыктын жалгыз экендигин далилдейли. Тескерисин элестетебиз, б. а. O чекитинен өткөн, берилген AB түз сызыгына перпендикулярдуу болгон дагы бир DO түз сызыгы бар болсун. Анда, DOB жана COB бурчтарынын ар бири 90° туу болуп, OB шооласына коюлган бурчтар болуп калат. Бирок, OB шооласына белгилүү градустук ченге ээ жалгыз бурчту коюуга болору жөнүндөгү аксиома боюнча мындай болушу мүмкүн эмес.

Демек, AB түз сызыгына анын O чекитинен бир гана перпендикулярдуу түз сызык өткөрүүгө болот экен. ***Теорема далилденди.***

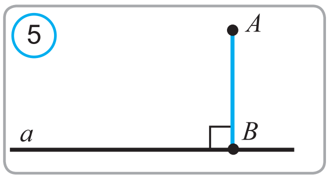
Маселе. Эгер 3-сүрөттө $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$ болсо, $CO \perp AE$ болушун көрсөт.



Чыгаруу: Алсак $\angle 1 = \angle 4 = \alpha$, $\angle 2 = \angle 3 = \beta$ болсун. Бурчтарды ченөөнүн касиети боюнча
$\angle AOE = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + + \angle 4 = \alpha + \beta + \alpha + \beta = 2\alpha + 2\beta = 180°$,
$2(\alpha + \beta) = 180°$, б. а. $\alpha + \beta = 90°$ болот. Анда,
$\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = \alpha + \beta = 90°$ болгондуктан, $CO \perp AE$ болот.



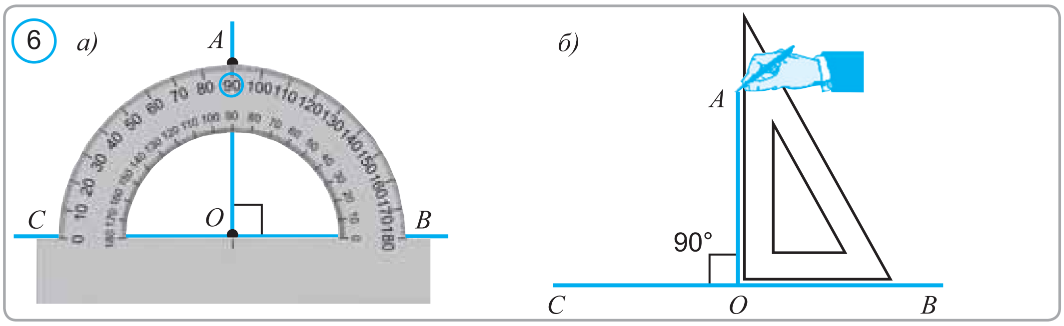
a түз сызыгы жана анда жатпаган A чекити берилген болсун. A чекитин a түз сызыгынын кандайдыр B чекити менен туташтырабыз *(4-сүрөт)*. Эгерде AB кесиндиси a түз сызыгына перпендикулярдуу болбосо, AB кесиндиси *жантайма* деп аталат.



Эгерде тескерисинче болсо, анда AB кесиндисине A *чекитинен a түз сызыгына түшүрүлгөн перпендикуляр* дейилет. 5-сүрөттө A чекитинен a түз сызыгына түшүрүлгөн перпендикуляр көрсөтүлгөн. B чекити *негиз деп аталат*.

Түз сызыкка перпендикуляр өткөрүүнүн практикалык жолдору

1-усул. Транспортирдин жардамында *(6.а-сүрөт)*.
2-усул. Тик бурчтуу сызгычтын (гониянын) жардамында *(6.б-сүрөт)*.

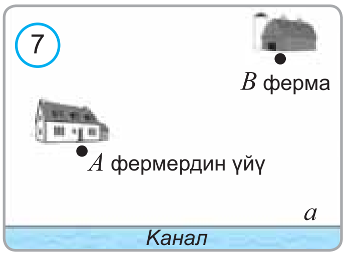


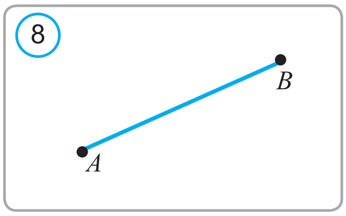
Геометриялык изилдөө

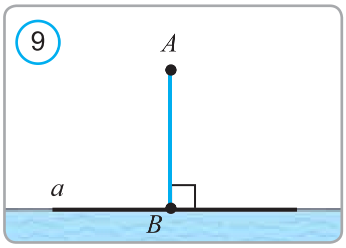
Түз сызык сыз. Анда жатпаган кандайдыр чекиттен түз сызыкка перпендикуляр жана бир нече жантаймалар өткөр. Перпендикуляр жана жантаймалардын узундуктарын чене жана өз ара салыштыр. Кайсы кесиндинин узундугу эң кичине болот? Жообуңду божомол (гипотеза) көрүнүшүндө туюнт. Бул божомолдун тууралыгын далилдөөсүз кабыл алса болобу же аны сөзсүз далилдөө керекпи?

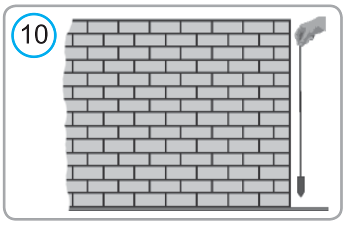
Көнүгүү. Дыйкан-фермер чарбасынын картасы 7-сүрөттө берилген .

1. Фермер үйүнөн фермага алып барган жол салмакчы. Ага жолду кайсы сызык боюнча салууну кеңеш бересиң? Эмне үчүн? Чиймеде бул жолду сызып көрсөт.
2. Фермер фермасынан каналга алып барган жол салмакчы. Ага жолду кайсы сызык боюнча салууну кеңеш бересиң? Эмне үчүн? Чиймеде бул жолду сызып көрсөт.









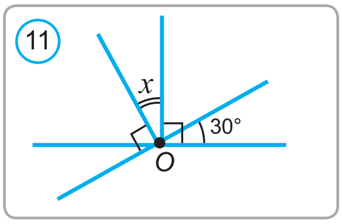
8-сүрөттө көрсөтүлгөн A жана B чекиттерин туташтырган эң кыска “жол”, бул AB кесиндиси. Ошондуктан төмөнкү класстарда AB кесиндисинин узундугун A жана B чекиттеринин арасындагы аралык деп кабыл алаган элек. Ошого окшоп, A чекитинен a түз сызыгына чейин болгон аралык деп, A чекитинен a түз сызыгына түшүрүлгөн AB перпендикулярынын узундугун кабыл алабыз. Көрүнүп тургандай, бул аралык A чекитинен a түз сызыгына түшүрүлгөн бардык жантаймалардын узундугунан кичине болот *(9-сүрөт)*. Мунун далилденишин кийин карайбыз.

Курулушта дубалдар менен устундардын тикелиги (полго салыштырмалуу перпендикулярдуулугу) отвес деген аспаптын жардамында текшерилет *(10-сүрөт)*.

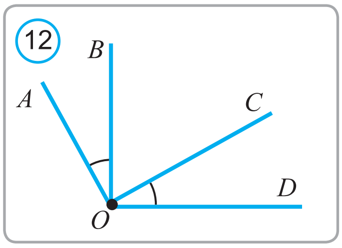
Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Качан түз сызыктарга перпендикулярдуу дейилет? Жообуңду чиймеде түшүндүр.

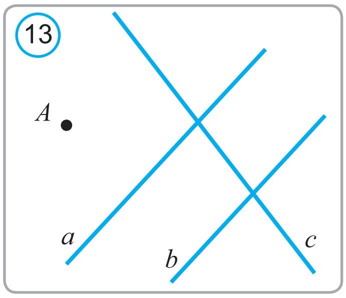
2. Берилген түз сызыкта жаткан чекиттен ага канча перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүүгө болот? Жообуңду түшүндүр.



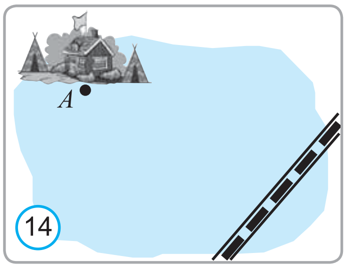
3. Берилген чекиттен түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикуляр деп эмнеге айтылат?
4. Берилген чекиттен түз сызыкка түшүрүлгөн жантайма деп эмнеге айтылат?
5. Берилген A чекитинен түз сызыкка канча жантайма түшүрүүгө болот ?



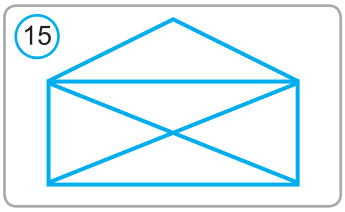
6. Сызгыч жана гониянын жардамында берилген түз сызыкка анда жаткан чекиттен перпендикулярдуу түз сызык түз.
7. a түз сызыгында A, B, C чекиттерин белгиле жана транспортирдин жардамында бул чекиттердин ар бири аркылуу a түз сызыгына перпендикулярдуу болгон түз сызыктарды жүргүз.
8. Тик бурчка вертикалдуу болгон бурч канча градус?



9. a түз сызыгы A бурчунун жактарын B, C чекиттеринде кесип өтөт. AB жана AC түз сызыктары a түз сызыгына перпендикулярдуу боло алабы?
10. Эки түз сызыктын кесилиши натыйжасында 4 барабар бурч алынды. Бул түз сызыктар перпендикулярдуу боло алышабы?
11. 11-сүрөттөгү белгисиз бурч x ти тап.
12. 12-сүрөттө эгерде $OB \perp OD$ жана $OA \perp OC$ болсо, $\angle AOB = \angle COD$ болушун көрсөт.



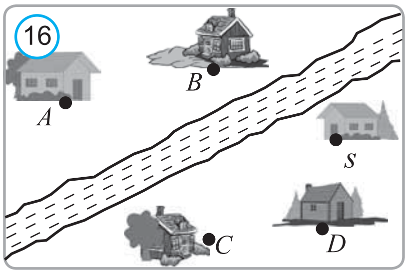
13. Чекиттен түз сызыкка чейинки аралык канча?
14. Гония жардамында A чекитинен a, b, c түз сызыктарына чейинки аралыктарды тап *(13-сүрөт)*.
15. Транспортир жана жөнөкөй сызгычтын жардамында 14-сүрөттө көрсөтүлгөн лагерден темир жолго чейин болгон эң кыска аралыкты аныкта. Масштаб: 1 : 10 000.



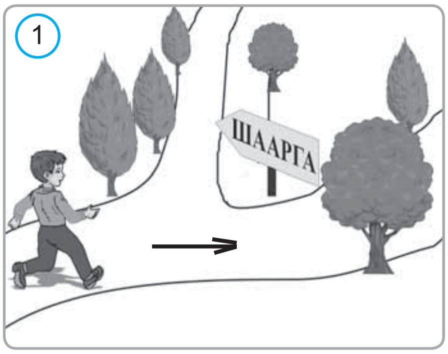
Геометриялык баш катырмалар

3. а) 10; б) 11 бирдей таякчадан 3 барабар квадраттарды түз.
4. 12 бирдей таякчадан, аларды сындырбастан, а) 4; б) 6 барабар квадраттарды түзө аласыңбы?

5. 15-сүрөттө көрсөтүлгөн фигураны калемди кагаздан үзбөстөн жана бир кесиндинин үстүнөн эки жолу жүргүзбөстөн сызып көр.
6. Жээкти бойлой беш айыл болуп, алардан үчөөсү дарыянын берки өйүзүндө, калганы аркы өйүзүндө жайлашкан*(16-сүрөт)*. Эгерде ар бир айыл калган айылдар менен тикеден-тике жолдор аркылуу байланышкан болсо, бул жолдордун канчасы дарыяны кесип өтөт?



14 Карама-каршысынан далилдөө усулу



13-сабакта келтирилген теоремадагы түз сызыктын жалгыздыгын далилдөөдө колдонулган усул “Карама-каршысынан далилдөө усулу” деп аталган. Бул усул төмөнкү жөнөкөй логикалык маселеге негизделген. Жолдо баратып, жолдун айрылышына туш келдиң, дейлик *(1-сүрөт)*. Бул жолдордун бири гана сен барчу жерге, шаарга алып барышын билесиң. Жол көрсөткүч тактайда биринчи жолдун шаарга барышы көрсөтүлгөн. Сен бул жазууга ишенген жоксуң жана экинчи жолдон сапарыңды улантгың. Натыйжада башка жерге, тааныш болбогон айылга барып калдың. Мындай учурда оюңа кандай пикир келет? Албетте, “Тактайдагы жазуу туура экен!”, — деген пикир келет *(2-сүрөт)*.

Карама-каршысынан далилдөө усулунда да ушуга окшош иш жүрөт. Теореманын шартын түзгөн түшүнүк орундуу деп алынат. Мындайда бири-бирин четке каккан эки түрдүү түшүнүктөн (“жол”дон) бири гана орундуу болушу мүмкүн:

1-учур. Теореманын корутундусунда келтирилген түшүнүк туура.

2-учур. Теореманын корутундусунда келтирилген түшүнүк туура эмес.

Теореманын корутундусуна каршы келген түшүнүк – экинчи “жол” тандалат. Эгерде бул “жол”догу логикалык пикирлердин тууралыгы мурда аныкталган (же кабыл алынган) кандайдыр касиетке каршы жыйынтыкка алып келсе, анда тандалган “жол” туура эмес болот. Бул болсо, өз кезегинде, биринчи “жол”дун туура экендигин, б. а. теореманын шартында келтирилген ырастоо орундуу болгондо, анын жыйынтыгында келтирилген ырастоо да орундуу болушун көрсөтөт. Ошентип, теорема далилденген болуп чыгат.

Карама-каршысынан далилдөө усулун колдонуу менен теоремаларды далилдөөдө төмөнкүлөргө көңүл буруу зарыл: а) далилдениши талап кылынган ырастоого каршы келген пикирди туура түзүү; б) болжол алынган ырастоо жана башка белгилүү касиеттердин негизинде туура жыйынтык чыгаруу; в) ой жүгүртүү менен мурда белгилүү болгон касиеттерге каршы келген натыйжаны аныктоо.

Активдештирүүчү көнүгүү

Төмөнкү берилген ырастоого каршы келген ырастоону түз:

а) CD кесиндиси a түз сызыгын кесип өтөт;

б) A жана B чекиттери a түз сызыгынын бир жагында жатат;

в) CD кесиндисинин узундугу 15 ке барабар;

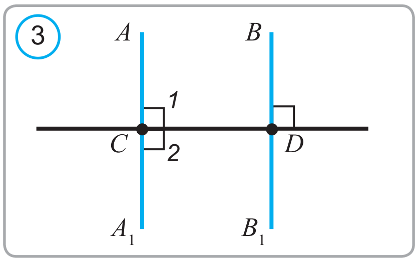
г) AOB бурчу тик бурч эмес;

д) $\angle ABC > \angle MNL$;

е) AB жантаймасы AC перпендикулярынан узун.

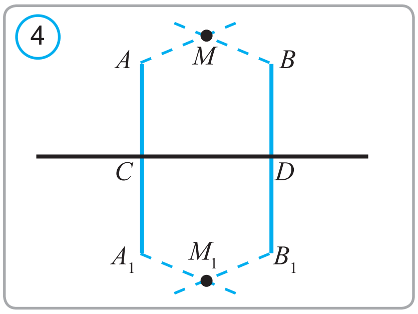
Теорема. **Бир түз сызыкка перпендикулярдуу болгон эки түз сызык өз ара кесилишпейт.**

AA_1, BB_1 жана CD түз сызыктар, $AA_1 \perp CD$ жана $BB_1 \perp CD$ (3-сүрөт) ⇒ AA_1 жана BB_1 түз сызыктары өз ара кесилишпейт



Далилдөө. Ойдо 3-сүрөттү CD түз сызыгы боюнча бүктөп, жогорку жарым тегиздикти төмөнкү жарым тегиздикке дал келтиребиз. 1- жана 2- бурчтар барабар болгондуктан, CA шооласы CA_1 шооласы менен дал келишет. Ушуга окшош DB шооласы да DB_1 шооласы менен дал келишет.

Берилген теореманы далилдөө үчүн «карама-каршысынан далилдөө» усулун колдонобуз. Элестетебиз: теореманын шарты аткарылса да, анын жыйынтыгы орундуу болбосун, б. а. AA_1 жана BB_1 түз сызыктары кандайдыр M чекитинде кесилишсин *(4-сүрөт)*.Анда, жогорку жарым тегиздикти төмөнкү жарым тегиздикке үстү-үстүнөн коюуда M чекити AA_1 жана BB_1 түз сызыктарында жаткан, төмөнкү жарым тегиздиктеги M_1 чекити менен үстү-үстүнөн түшөт. Натыйжада, M жана M_1 чекиттеринен эки AA_1 жана BB_1 түз сызыктары жүрүп калат. Бирок бул "каалаган эки чекиттен бир гана түз сызык жүрөт", деген аксиомага каршы. Демек, биздин божомолубуз туура эмес: AA_1 жана BB_1 түз сызыктары өз ара кесилишпейт. ***Теорема далилденди.***



Натыйжа. Түз сызыкта жатпаган чекиттен ошол түз сызыкка перпендикулярдуу түрдө бирден ашык түз сызык жүргүзүүгө болбойт.

Бул касиетти карама-каршысынан далилдөө усулу жардамында өз алдынча далилде.

? *Суроо, маселе жана тапшырмалар*

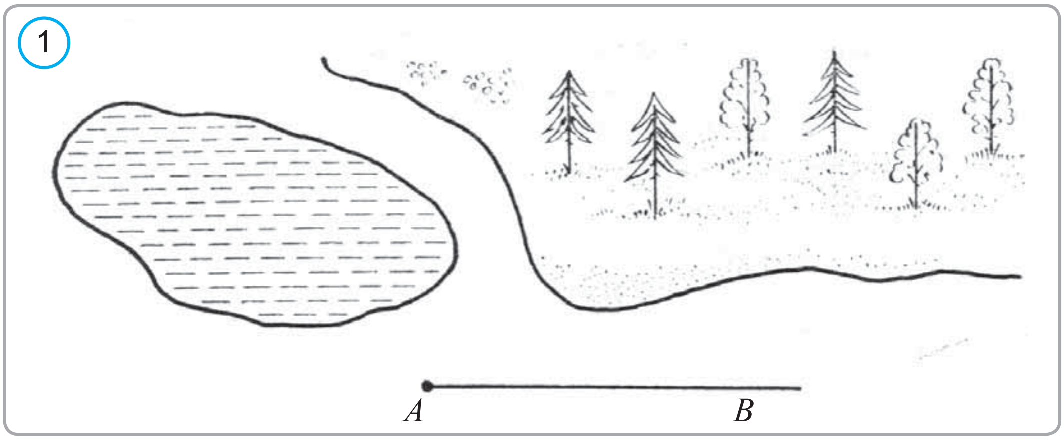
1. Карама-каршысынан далилдөө усулу кандай эрежеге негизделген?
2. A, B, C чекиттери бир түз сызыкта жатышса жана а) $AB = 3{,}6$; $BC = 5{,}4$; $AC = 9$; б) $AB = 2{,}4$; $BC = 4{,}2$; $AC = 1{,}8$ болсо, C чекитинин A жана B чекиттеринин арасында жатпастыгын далилде. Алардан кайсынысы калган экөөсүнүн арасында жатат?
3. Тегиздикте үч A, B, C чекиттери берилген: $AB = 2{,}6$, $AC = 8{,}3$, $BC = 6{,}7$. Бул чекиттердин бир түз сызыкта жатпастыгын далилде.
4. Жандаш бурчтар биссектрисаларынын арасындагы бурчту тап.
5. Вертикалдуу бурчтардын барабардыгын карама-каршысынан далилдөө усулу менен далилде.
6. Вертикалдуу бурчтар биссектрисаларынын бир түз сызыкта жатышын далилде.
7. Эгерде $\angle AOB = 58°$, $\angle BOC = 17°$ жана $\angle AOC = 41°$ болсо, OA, OB жана OC шоолаларынан кайсы бири калган экөөсүнүн арасында жатат?
8. Эки түз сызыктын кесилишинен алынган бурчтардан экөөсүнүн суммасы 120°. Бул бурчтарды тап.
9. Эки түз сызыктын кесилишинен алынган бурчтардан экөөсүнүн айырмасы 20°. Бул бурчтарды тап.
10. Эки түз сызыктын кесилишинен алынган бурчтардан экөөсүнүн суммасы 180° ка барабар эмес. Бул бурчтардын вертикалдуу бурчтар экендигин далилде.

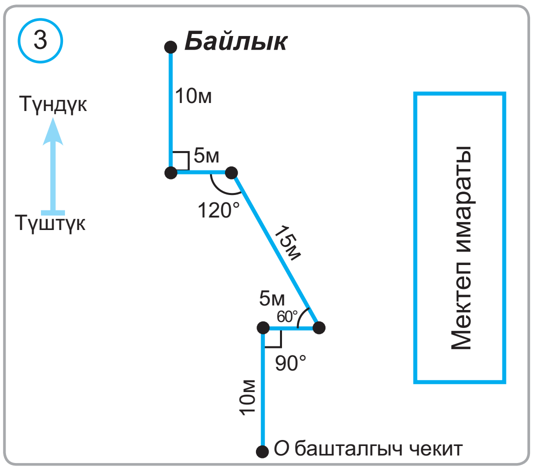
15 Практикалык көнүгүү

1. Байлыкты тап.

1-сүрөттө карта жана AB шооласы көрсөтүлгөн. Шоолага көл жайлашкан жарым тегиздикте жаткан 60° туу бурчту кой. Түзүлгөн бурчтун AB дан башка жагы менен 60 *м* жүр. C чекитине келесиң. CA шооласына кайра ошол көл жайлашкан жарым тегиздикте жаткан 120° туу бурчту кой. Бурчтун CA шооласынан башка жагы менен 120 *м* жүр. Ошол жерде, бийик карагайдын астында байлык көмүлгөн.

Картанын масштабы: 1:2000. Картаны дептериңе чийип ал. Байлык катылган чекитти тап.





2. Ачык абада геометриялык мелдеш.

Мелдеште эки же андан ашык топ катышышы мүмкүн. Топторго рулетка жана чоң транспортирден пайдаланууга уруксат берилет.

Класс топторго бөлүнүп, мектеп аянтынын ар түрдүү бурчтарында иш алып барат. "Байлык" (мисалы, шар, конверттеги кат, ...) мурдатан аянттын бир жерине катып коюлат. Байлыкка алып баруучу карталар да мугалим тарабынан мурдатан түзүлөт жана топторго таратылат (Картанын үлгүсү 2-сүрөттө көрсөтүлгөн). Топтор берилген карталар боюнча байлыкты издөөгө киришет. Кайсы топ биринчи болуп картада көрсөтүлгөн сынык сызык боюнча бардык чекиттерди аныктап, байлыкты тапса, ошол топ жеңген эсептелет.

Тапшырма. Үйүңдөн мектепке барган жолдун 3-сүрөттөгү сыяктуу картасын түз. Чамалап бул жолдун узундугун аныкта.

16 Билимиңди сынап көр

1. Сүйлөмдөрдү мазмунуна карай толукта:

1. Чекит жана учтары ошол чекитте болгон .... турган фигура бурч деп аталат.
2. Тегиздикте эки чекит аркылуу .... түз сызык жүргүзүүгө болот.
3. Жайылган бурчтун градустук чени .... барабар.
4. Эки түз сызык .... гана кесилишет.
5. Бурчтун чокусунан чыгып, аны .... бурчтун биссектрисасы деп аталат.
6. Түз сызыктын кандайдыр чекитинин бир жагында жаткан чекиттерине турган бөлүгү .... деп аталат.
7. Жалпы жакка ээ болуп, калган эки жагы түз сызыкты пайда кылган бурчтар .... деп аталат.
8. Түз сызык тегиздикти .... бөлөт.
9. Вертикалдуу бурчтардын биссектрисалары .... пайда кылат.
10. Кесиндинин барабар .... ошол кесиндинин ортосу деп аталат.
11. Эгерде жандаш бурчтар ...., алар тик бурчтар болот.
12. Барабар кесиндилердин .... да барабар болот.

2. Төмөнкү сүйлөмдөрдө ката болсо, аны тап жана оңдо:

1. Суммасы 180° ка барабар болгон бурчтар жандаш бурчтар болот.
2. Тегиздиктеги каалаган эки түз сызык бир гана жалпы чекитке ээ болот.
3. Бурчтун чокусунан өтүп, аны барабар эки бөлүккө бөлгөн түз сызык бурчтун биссектрисасы деп аталат.
4. Каалаган чекит аркылуу эки гана түз сызык жүргүзүүгө болот.
5. Эки жагы тең шоолаларда жаткан бурч жайылган бурч деп аталат.
6. Тегиздиктеги эки түз сызык аны эки жарым тегиздикке бөлөт.
7. Эки түз сызыктын кесилишинен алынган бурчтар вертикалдуу бурчтар деп аталат.
8. Кесиндини экиге бөлгөн чекит кесиндинин ортосу деп аталат.

9. Берилген шооланын башталышына тик бурчту коюуга болот, бирок бирди гана.
10. Тегиздиктеги каалаган A, B, C чекиттери үчүн $AB + BC = AC$ барабардыгы орундуу.
11. Вертикалдуу бурчтардын суммасы 180° ка барабар.

3. Берилген касиетке ээ болгон геометриялык фигураны оң мамычадагы тиешелүү сапка жаз:

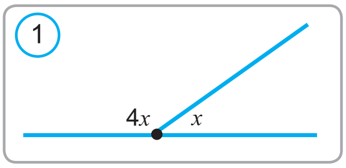
1.	Суммасы 180° ка барабар	
2.	Жактары шоолалардан турат	
3.	Чоңдугу 180° ка барабар	
4.	Дайындуу узундукка ээ	
5.	Кесиндини тең экиге бөлөт	
6.	Далилдөөсүз туура деп кабыл алынган пикир	
7.	Бурчту тең экиге бөлөт	
8.	Түз сызыктар кесилишкенде алынат	
9.	Тууралыгын далилдөө зарыл	
10.	Чени жок	

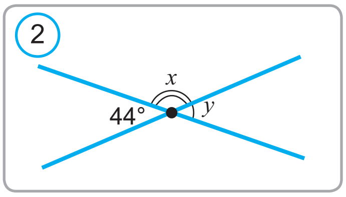
4. Биринчи мамычада берилген геометриялык түшүнүккө экинчи мамычадан тиешелүү касиет же түшндүрмөнү таап кой:

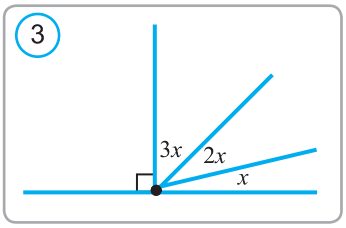
Геометриялык түшүнүк	*Түшүндүрмө, касиет*
1. Чекит 2. Түз сызык 3. Жер ченөө 4. Кесинди 5. Шоола 6. Кесиндинин узундугу 7. Барабар фигуралар 8. Жарым тегиздик 9. Планиметрия 10. Бурч 11. 1 градус 12. Жайылган бурчтун градустук чени 13. Вертикалдуу бурчтар 14. Жандаш бурчтар 15. Теорема 16. Аксиома 17. Биссектриса	А. “Геометрия” сөзүнүн мааниси Б. Суммасы 180° ка барабар В. Өз ара барабар бурчтар Г. Түз сызыктагы чекит жана анын бир жагында жаткан чекиттер Д. 180° Е. Жалпы учка ээ болгон эки шоола Ж. Узундугун ченөөгө болбойт З. Тик бурчтун 1/90 бөлүгү И. Далилдөөсүз кабыл алынган түшүнүк К. Далилдениши керек болгон түшүнүк Л. Түз сызыктын эки чекити жана алардын арасындагы чекиттер М. Тегиздиктеги геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөнөт Н. Бурчту тең экиге бөлөт О. Тегиздиктин тз сызык бөлгөн бөлктөрүнн бири П. Бөлүктөргө ээ эмес Р. Оң сан С. Үстү-үстүнөн дал келтирип коюуга болот

5. Тесттер (берилген жооптордун ичинен эң туура болгон бирин аныкта):

1. Аныктамасыз кабыл алынган негизги геометриялык түшүнүктөрдү көрсөт: а) тегиздик; б) чекит; в) кесинди; г) шоола; д) түз сызык; е) жарым тегиздик.
   A) а; б; в B) б; в; д D) а; б; в; д E) а; б; д.
2. Эки жандаш бурчтун айырмасы 24 °ка барабар болсо, алардан кичинесин тап:
   A) 72°; B) 76°; D) 78°; E) 82°.
3. Геометрия илим катары кайсы мамлекетте калыптанган?
   A) Байыркы Египет; B) Вавилон; D) Греция; E) Кытай.
4. Эки түз сызыктын кесилишинен алынган бурчтардан үчөөсүнүн суммасы 200°ка барабар. Бурчтардан кичигин тап:
   A) 20°; B) 40°; D) 60°; E) 80°.
5. Эч кандай үчөөсү бир түз сызыкта жатпаган 4 чекит берилген. Ошол чекиттердин ар бир түгөйү аркылуу түз сызыктар жүргүзүлдү. Алардын санын тап.
   A) 1; B) 4; D) 5; E) 6.
6. Бурчтун биссектрисасы анын жагы менен 60° туу бурчту түзөт. Берилген бурчка жандаш болгон бурчту тап:
   A) 30°; B) 60°; D) 90°; E) 120°.
7. AB кесиндисин 2 түз сызык кесип өтсө, көп дегенде канча кесинди алынат?
   A) 3; B) 4; D) 5; E) 6.
8. Саат 4 тө, саат жана минут жебелеринин арасындагы бурч канча градус болот?
   A) 60°; B) 75°; D) 105°; E) 120°.
9. $AB = 6,\ C \in AB,\ AC = 3BC,\ BC = ?$
   A) 1; B) 1,5; D) 2; E) 3.
10. Сааттын саат жебеси 30 минутта канча градуска бурулат?
    A) 180°; B) 6°; D) 60°; E) 30°.
11. $AB = 18,\ C \in AB,\ AC - BC = 4,\ BC = ?$
    A) 7; B) 8; D) 10; E) 11.
12. Вертикалдуу бурчтардын суммасы 180°ка барабар. Ошол бурчтарды тап:
    A) 60° жана 120°; B) 45° жанаа 135°;
    D) 90° жана 90°; E) 45° жана 45°.
13. Үч түз сызык тегиздикти эң көп дегенде канча бөлүккө бөлүшү мүмкүн?
    A) 4; B) 5; D) 6; E) 7.
14. 1-сүрөттөгү x = ?
    A) 30°; B) 36°; D) 45°; E) 60°.
15. 2-сүрөттөгү x =?
    A) 136°; B) 72°; D) 56°; E) 96°.
16. 3-сүрөттөгү x = ?
    A) 15°; B) 30 °; D) 45°; E) 60°.







17. Төмөнкү пикирлерден туурасын тап:
   A) Тегиздикте берилген чекиттен түз сызык жүргүзүүгө болот, бирок бирди гана.
   B) Түз сызыктын кандайдыр чекитинин бир жагында жаткан чекиттеринен турган бөлүгүнө шоола деп аталат.
   D) Түз сызыктын эки чекити арасында жаткан чекиттеринен турган бөлүгү кесинди деп аталат.
   E) Каалаган шоолага бурчту коюуга болот, бирок бирди гана.
18. Төмөнкү пикирлерден туурасын тап:
   A) Жандаш бурчтар жайылган бурч болот.
   B) Эгерде AB = 5 см, BC = 6 см болсо, AC = 11 см болот.
   D) Эгерде бурчтар барабар болсо, алар вертикалдуу бурчтар болот.
   E) Эгерде эки бурч барабар болсо, аларга жандаш болгон бурчтар да барабар болот.

6. Маселелер

1. Транспортирдин жардамында бир жагы жалпы болгон 10°, 20°, 40°, 60°, 90°, 130°, 170° туу бурчтарды түз.

2. Жайылган бурчтун биссектрисасы анын жактары менен кандай бурчту түзөт?

3. Бурчтун биссектрисасы анын жактары менен 30° туу бурчту түзсө, анда бурчтун өзү канча градус?

4. Бурчтун биссектрисасы анын жактары менен тар бурчту түзө алабы?

5. $\angle AOB$=50°, $\angle BOC$=80° болсо, анда AOB жана BOC бурчтары биссектрисаларынын арасындагы бурчту тап. Маселе канча чыгарылышка ээ?

6. 15° туу бурчка 10 эсе чоңойтуучу лупа (күзгү) аркылуу каралганда, канча граудустуу бурч көрүнөт?

7. а) 90°; б) 60°; в) 50°; г) 20° туу бурчтун биссектрисасын транспортирдин жардамында түз.

8. $\angle AOB$=120° болгон бурчтун OK биссектрисасын транспортирдин жардамында түз. Андан кийин алынган AOK жана KOB бурчтарынын биссектрисаларын түз жана ошол биссектрисалардын арасындагы бурчту тап.

9. Эгерде $AB = 1{,}8$ *м*, $AC = 1{,}3$ *м* жана $BC = 3$ *м* болсо, анда A, B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатабы?

10. A, B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатышат. Эгерде $AB = 2{,}7$ *м*, $AC = 3{,}2$ *м* болсо, анда BC кесиндисинин узундугун тап. Маселе канча чыгарылышка ээ?

11. Узундугу 15 *м* болгон AB кесиндиде C чекити белгиленген. Эгерде:
а) AC кесиндиси BC кесиндисинен 3 *м* ге узун,
б) C чекити AB кесиндисинин ортосу болсо,

в) AC жана BC кесиндилеринин узундуктары 2:3 катышта болсо, анда AC жана BC кесиндилеринин узундуктарын тап.

12. A, B, C, D чекиттери бир түз сызыкта жатышат. Эгерде B чекити AC, C чекити болсо BD кесиндилеринин ортосу болсо, $AB = BC = CD$ экендигин көрсөт.

13. Эч бир үчөөсү бир түз сызыкта жатпаган: а) 6; б) 7; в) 10 чекит аркылуу түз сызык жүргүзүүгө болобу?

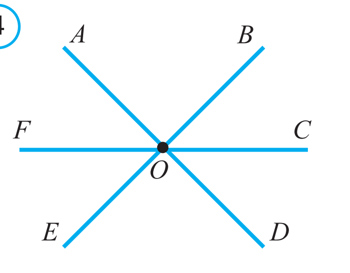
14. OA жана OB шоолалары качан дал келишет?

15. AB шооласында C чекити, BA шооласында D чекиттери алынганда, AC = 0,7 жана BD = 2,1. Эгерде AB = 1,5 болсо, CD ны тап.

16. 4-сүрөттө канча вертикалдуу бурчтар түгөйлөрү көрсөтүлгөн?

17*. Сааттын саат жана минут жебелеринин арасындагы бурч 45° болуп, минуттун жебеси 6 да турса, саат кайсы убакытты көрсөтөт?

4



18. Түз сызыкка анда жатпаган O чекитинен OA жантайма жана OB перпендикуляр жүргүзүлгөн. Алардын узундуктарынын суммасы 13, айырмасы 1 ге барабар болсо, О чекитинен түз сызыкка чейинки аралыкты тап.

19. AOB жана BOC жандаш бурчтар экендиги белгилүү. Эгерде:

а) AOB бурчу BOC бурчунан 40° ка чоң;

б) AOB бурчу BOC бурчунан 4 эсе кичине;

в) $\angle AOB = \angle BOC + 44°$;

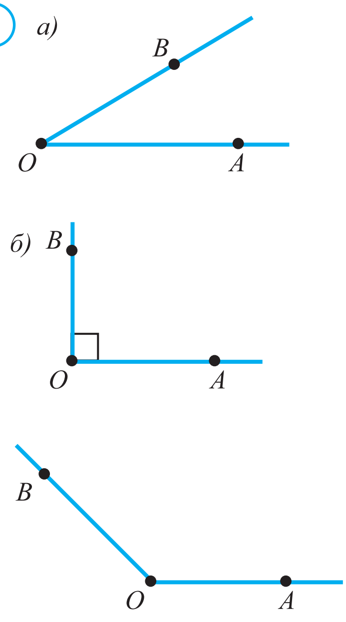
г) $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ болсо, ошол бурчтарды тап.

20. Эки түз сызыктын кесилишинен төрт бурч алынды. Алардан экөөсүнүн градустук чендеринин суммасы 100° ка барабар болсо, ошол төрт бурчтун градустук чендерин тап.

21. A, B жана C чекиттери тегиздикте жайлашканда, а) $AC + CB = AB$; б) $AB + AC = BC$. Кайсы чекит калган экөөсүнүн арасында жатат?

22. 5-сүрөттөгү бурчтардын жактарына A жана B чекиттери аркылуу перпендикулярдуу түз сызыктарды жүргүз. Бул түз сызыктардын кесилиш чекитинде кандай бурчтар алынат?

5



17 2-текшерүү иши

Үлгү текшерүү иши эки бөлүктөн турган болуп, биринчи бөлүккө 49–50-беттерде келтирилген тесттерден бешөөсү киргизилет. Экинчи бөлүктө болсо төмөн жакта келтирилген маселелерге окшош 3 маселе берилет (4-маселе “эң жакшы” баа алмакчы болгон окуучулар үчүн кошумча түрдө сунуш кылынат):

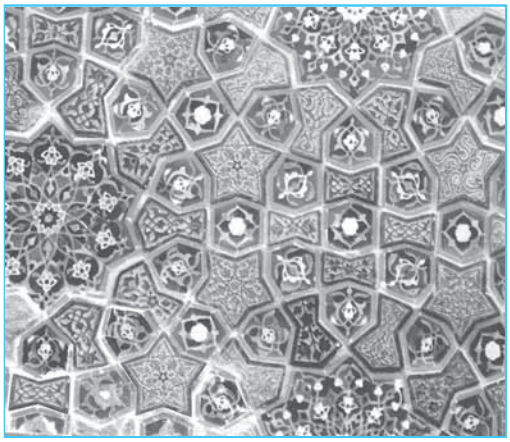
1. MN жана KL түз сызыктарынын кесилишинен алынган MOL жана KON вертикалдуу бурчтарынын суммасы 148° ка барабар. MOK бурчун тап.
2. Жандаш бурчтардын айырмасы 60° ка барабар. Бурчтардын кичинесин тап.
3. Бурчтун биссектрисасы ошол бурчтун жагы менен 66° туу бурчту түзөт. Ошол бурчка жандаш болгон бурчту тап.

4*. Жандаш бурчтардын биссектрисалары тик бурч менен кесилишүүсүн далилде.

Жөндөмдүү окуучулар үчүн кошумча тапшырма.

1. «Геометрия–7» электрондук окуу китебинен жогорудагы главанын беттери менен таанышып чык. Ошол главага киргизилген темаларга тиешелүү интерактивдүү анимациялык тиркемелерде берилген тапшырмаларды аткарып жана тест тапшырмаларын чыгарып, билимиңди сынап көр.

2. Ошондой эле, 10-бетте келтирилген интернет ресурстарынан жогорудагы главага тиешелүү материалдарды тап жана үйрөнүп чык.



II ГЛАВА

ҮЧ БУРЧТУКТАР

Бул главаны үйрөнүп чыгып, төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

Билимдер:

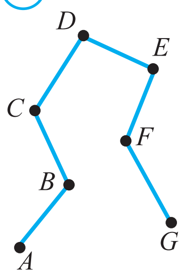
— сынык сызык жана анын түрлөрү;
— көп бурчтуктун аныктамасы;
— үч бурчтук жана анын негизги элементтерин билүү, ошол элементтери боюнча үч бурчтукту түрлөргө ажырата алуу;
— үч бурчтук медианасынын, биссектрисасынын жана бийиктигинин аныктамалары;
— үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси;
— тең капталдуу үч бурчтуктун касиеттери;
— үч бурчтуктардын барабардыгынын БЖБ белгиси;
— үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖЖЖ белгиси;
— тең жактуу үч бурчтуктун касиеттери;
— кесинди орто перпендикулярынын касиети.

Көнүккөндүктөр:

— үч бурчтуктардын барабардыгы белгиси боюнча барабар үч бурчтуктарды аныктай алуу;
— өздөштүрүлгөн билимдерди маселе чыгарууда жана практикалык иштерди аткарууда колдоно билүү;
— геометриянын коздугун жана сулуулугун туя билүү.

19 Сынык сызык. Көп бурчтук

1



$ABCDEFG$ — **сынык сызык;**
A, B, C, D, E, F, G — **сынык сызыктын чокулары;**
AB, BC, CD, DE, EF, FG — **сынык сызыктын муундары (жактары).**

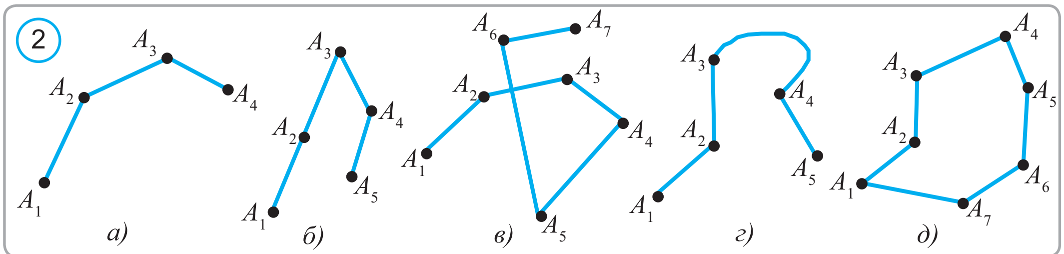
Удаалаш келген экөөсү бир түз сызыкта жатпаган A_1A_2, $A_2A_3, \ldots,$ $A_{n-1}A_n$ кесиндилеринен түзүлгөн фигурага **сынык сызык** дейилет.

1-сүрөттө $ABCDEFG$ — сынык сызыгы көрсөтүлгөн. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ чекиттери сынык сызыктын *чокулары*, A_1A_2, $A_2A_3, \ldots,$ $A_{n-1}A_n$ кесиндилери болсо сынык сызыктын *муундары* же *жактары* деп аталат.

Башталгыч жана акыркы учтары дал келишкен сынык сызыкка — *туюк сынык сызык* деп айтабыз.

Көнүгүү. 2-сүрөттө көрсөтүлгөн сызыктардын сынык сызык болушун же болбостугун аныкта жана түшүндүр.

2

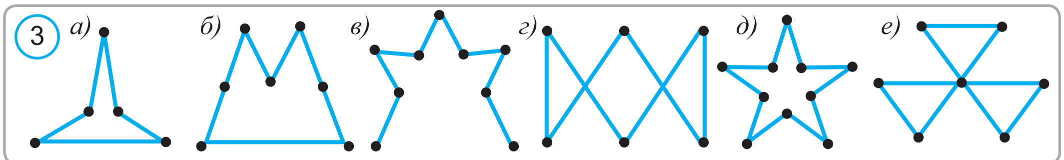


Өзүн-өзү кесип өтпөгөн туюк сынык сызык **көп бурчтук** деп аталат.

Активдештирүүчү көнүгүү.

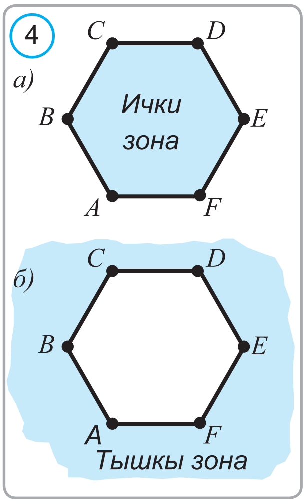
Көп бурчтуктун аныктамасынан келип чыккан өзгөчүлүктөрүн айт жана 3-сүрөттөгү фигуралардын көп бурчтук болуш же болбостугун аныкта жана түшүндүр.

3



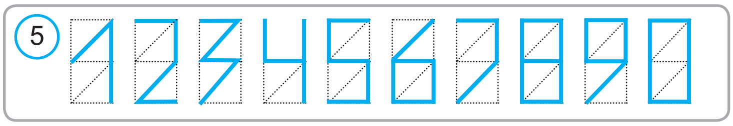
Жактарынын санына карай, көп бурчтуктар үч бурчтук, төрт бурчтук, беш бурчтук, алты бурчтук, жалпы түрдө *n*- бурчтук деп аталат. Сен айрым көп бурчтуктар менен төмөнкү класстарда таанышкансың.

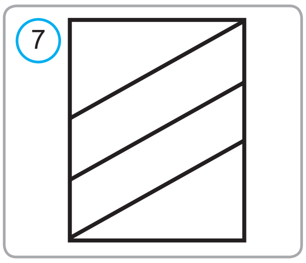
Ар кандай көп бурчтук тегиздикти эки зонага бөлөт. Көп бурчтук менен чектелген *чектүү зона* — көп бурчтуктун *ички зонасы* деп, экинчи — чексиз зона болсо көп бурчтуктун *тышкы зонасы* деп аталат. 4-сүрөттө $ABCDEF$ алты бурчтугунун ички *(а-сүрөт)* жана тышкы *(б-сүрөт)* зоналары боёп көрсөтүлгөн.

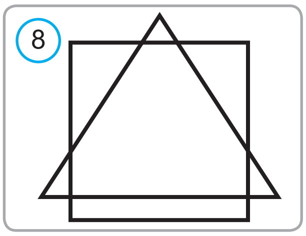


? Суроо, маселе жана тапшырмалар

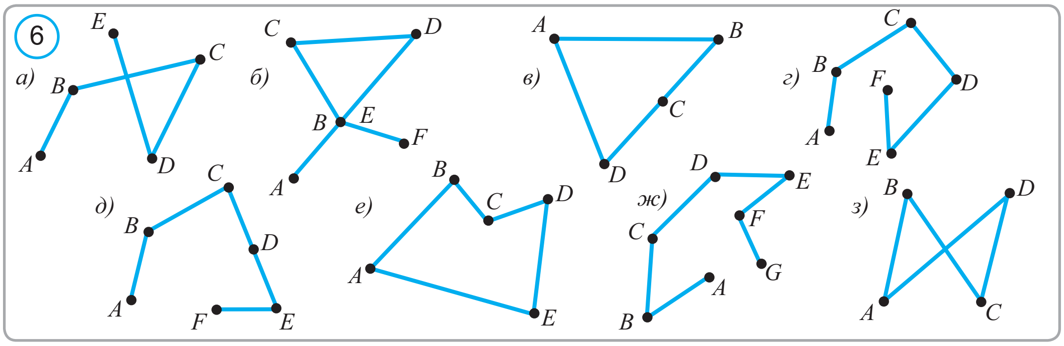
1. Сынык сызык деген эмне?
2. Сынык сызык сыз, анын чокуларын белгиле жана муундарын чиймеде көрсөт.
3. Туюк сынык сызыктарга мисалдар келтир.
4. Класстык бөлмөдө, мектепте, үйдө сынык сызыкты эстеткен нерселерге мисалдар келтир.
5. Көп бурчтук деген эмне? Мисалдар келтир.
6. 5-сүрөттө көрсөтүлгөн цифралар кандай сызыктарды туюнтат.

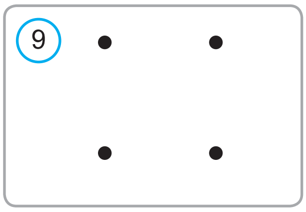


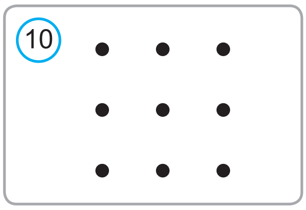




7. 6-сүрөттө көрсөтүлгөн фигуралардын кайсылары а) сынык сызык; б) туюк сынык сызык; в) көп бурчтук болушун аныкта.







8. Жандаш бурчтары түгөйү менен перпендикулярды түзгөн беш муундуу сынык сызык сыз. Мындай сынык сызык канча түрдүү болушу мүмкүн?

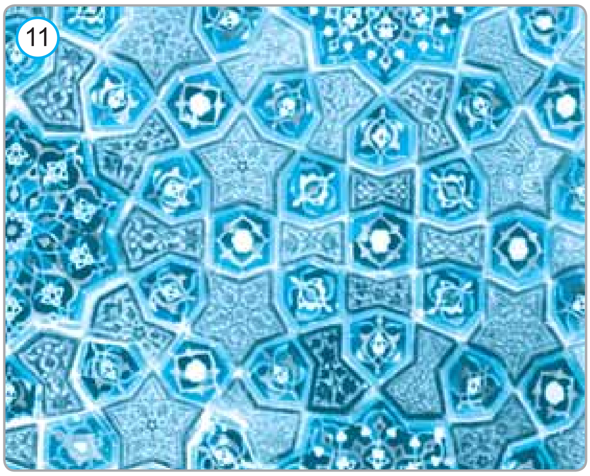
Геометриялык баш катырмалар

1. 7-сүрөттө канча төрт бурчтук бар?
2. 8-сүрөттө көрсөтүлгөн фигураны калемди кагаздан көтөрбөстөн жана бир сынык сызыктын үстүнөн кайрадан жүргүзбөстөн сыз.
3. Жактары 9-сүрөттө берилген төрт чекиттен өткөн үч бурчтук сыз.
4. 10-сүрөттө көрсөтүлгөн 9 чекиттин бардыгынан өткөн, муундарыны саны 4 өө болгон сынык сызык сыза аласыңбы?

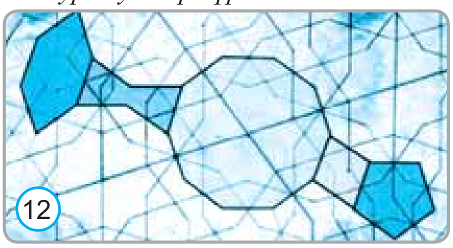
Тарыхый маалымат

Геометрия илиминде өз доорунан беш кылымга озуп кеткен архитектор усталарыбыз.

2007-жылдын февраль айында Америкадан басылган орто кылымдар архитектурасы жөнүндөгү макала илимий дүрбөлөңгө себеп болду. Анткени, 2005-жылы Самарканддагы Абдуллахан медресисинин күмбөзүндөгү порталдын орнаменттерине байкоо жүргүзгөн Гарвард университетинин аспиранты Питер Лу таң калганынан жакасын карманып калды. Анын көз алдында 1970-жылдарда ойлоп табылган деп эсептелинген, Пенроуз орнаменттери деп аталган татаал геометриялык фигуралар турган болчу. Демек, биздин архитектор ата-бабаларыбыз аң-сезимде өз доорунан беш кылымга илгерилеп, илимге жакында киргизилген татаал геометриялык фигураларды билип гана калышпастан, алардан өз иштеринде чыгармачылык менен пайдаланышкан да экен!



Ооба, чындап эле ошондой болуп чыкты. 11-сүрөттө архитектуралык эстеликтеги орнамент көрсөтүлгөн. 12-сүрөт орто кылымдар кол жазмасынан алынган болуп, анда ошол орнаменттин негизин түзгөн көп бурчтуктар сүрөттөлгөн.



20 Үч бурчтук. Үч бурчтуктун түрлөрү

Бир түз сызыкта жатпаган үч чекитти белгилейбиз. Аларды кесиндилер менен өз ара туташтырып чыксак, **үч бурчтук** алынат *(1-сүрөт)*. Белгиленген үч чекит үч бурчтуктун чокуларын, кесиндилер болсо үч бурчтуктун жактарын түзөт. Адатта, "үч бурчтук" сөзүнүн ордуна Δ белгиси колдонулат. "ΔABC" жазуусу "үч бурчтук ABC" же "ABC үч бурчтугу" деп окулат. $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ — үч бурчтуктун **бурчтары** деп айтылат. Аларды кээде тактык үчүн **ички бурчтар** деп да аташат (*1-сүрөт*).

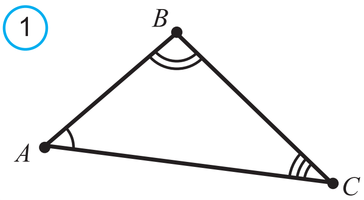
Үч бурчтуктун бурчтарын $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ көрүнүшүндө да белгилөөгө болот. Үч бурчтуктун жактары менен бурчтары анын негизги элементтери деп аталат. Үч бурчтуктун үч жагынын узундуктарынын суммасына, анын **периметри** дейилет. Ал P тамгасы менен белгиленет. Ошондой эле,

BAC бурчу үч бурчтуктун AB жана AC жактарынын арасында жаткан бурчу;

AB жана AC жактары BAC бурчуна жанаша жаткан,

BC жагы BAC бурчунун каршысында жатат өңдүү түшүнүктөр колдонулат.

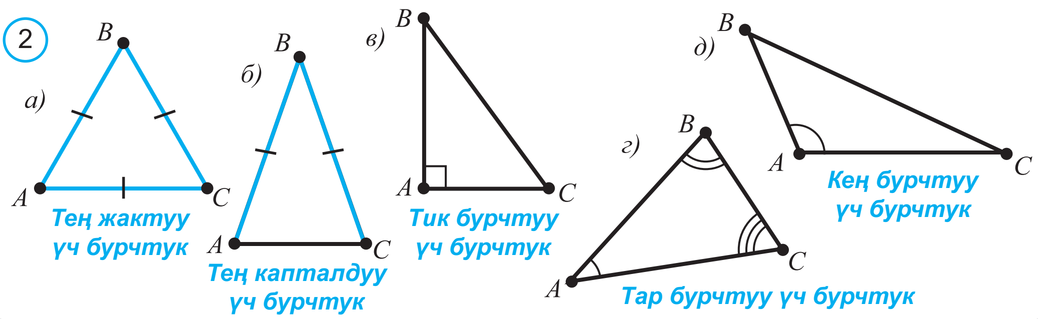
1

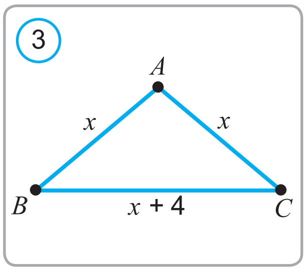


ΔABC — ABC үч бурчтугу
A, B, C чекиттери — үч бурчтуктун чокулары
AB, BC, AC кесиндилер — үч бурчтуктун жактары
$\angle A, \angle B, \angle C$ — үч бурчтуктун бурчтары
$P = AB + BC + AC$ — үч бурчтуктун периметри

Жактары жана бурчтары боюнча үч бурчтуктар төмөнкү түрлөргө бөлүнөт:
үч жагы өз ара барабар болсо, ***тең жактуу үч бурчтук*** *(2.а-сүрөт)*,
жактарынан экөөсү өз ара барабар болсо, ***тең капталдуу үч бурчтук*** *(2.б-сүрөт)*,
бир бурчу тик болсо, ***тик бурчтуу үч бурчтук*** *(2.в-сүрөт)*,
бардык бурчтары тар болсо, ***тар бурчтуу үч бурчтук*** *(2.г-сүрөт)*,
бир бурчу кең болсо, ***кең бурчтуу үч бурчтук*** *(2.д-сүрөт)*.

2





Маселе. Периметри 28 $см$ ге барабар болгон тең капталдуу үч бурчтуктун негизи каптал жагынан 4 $см$ ге узун. Ошол үч бурчтуктун жактарын тап.

Чыгаруу: ABC үч бурчтугунун каптал жагын x деп белгилесек, негизи $x+4$ болот *(3-сүрөт)*. Анда, маселенин шарты боюнча, $P=x+x+x+4=3x+4=28$, $x=8$. Демек, $AB=AC=8$ $см$; $BC=12$ $см$. Жообу: 8 $см$; 8 $см$; 12 $см$.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Кандай фигура үч бурчтук деп аталат?

2. *PQR* үч бурчтугунда

а) $\angle P$ каршысында кайсы жак жатат?

б) PQ жагына кайсы бурчтар жанаша жатат?

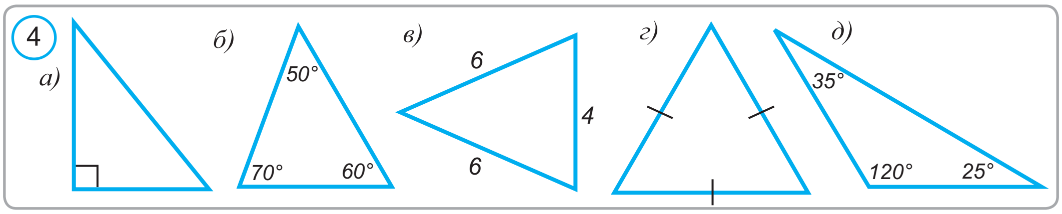
в) PQ жана QR жактарынын арасында кайсы бурч жайлашкан?

г) PR жагы кайсы бурчтун каршысында жатат?

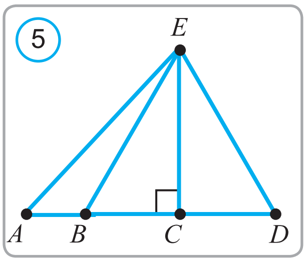
Төмөнкү суроолорго фигурага карабастан жооп берүүгө аракеттен.

3. Үч бурчтуктун кандай түрлөрү бар? Ар бир үч бурчтуктун түрүнөн бирден үч бурчтук сыз. Аларды белгиле. Үч бурчтуктун түрлөрүнүн аныктамасынан келип чыгып, алардын өзгөчөлүктөрүн белгиле.

4. 4-сүрөттөгү үч бурчтуктардын түрлөрүн аныкта.



5. Көз менен чамалап, үч жагы барабар болгон үч бурчтук түз. Андан кийин жактарын ченеп текшерип көр.



6. Тең жактуу үч бурчтук сызып, бурчтарын чене жана тыянак чыгар.

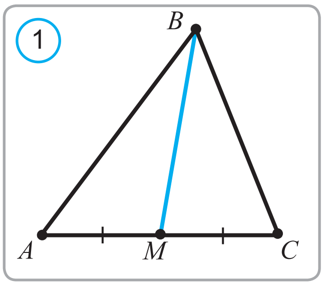
7. 5-сүрөттө бир чокусу: а) A чекитинде; б) B чекитинде; в) C чекитинде болгон канча үч бурчтук бар?

8. 5-сүрөттө үч бурчтуктун кандай түрлөрүн көрүп жатасың? Аларды түрлөрү боюнча дептериңе жаз.

9. Кандайдыр үч бурчтук сыз жана аны белгиле. Сызгычтын жардамында жактарын чене жана үч бурчтуктун периметрин тап.

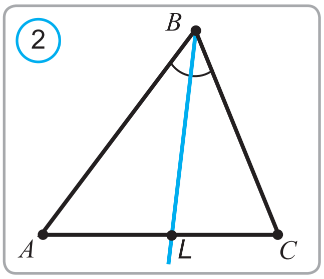
21 Үч бурчтуктардын негизги элементтери: медиана, бийиктик жана биссектриса

ABC үч бурчтугунун B чокусун анын каршысында жаткан жагынын ортосу M чекити менен туташтырабыз *(1-сүрөт)*. Алынган BM кесиндиси ABC үч бурчтугунун *медианасы* деп аталат. Бул медианага B чокусунан чыккан же AC жагына түшкөн дейилет.



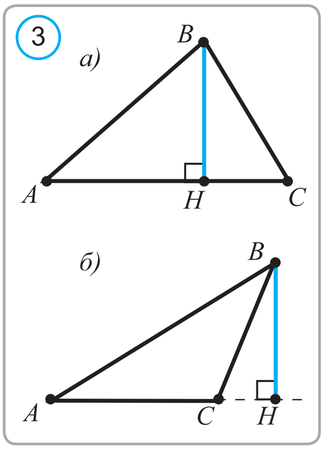
Үч бурчтуктун чокусун ошол чокунун каршысындагы жагынын ортосу менен туташтырган кесинди үч бурчтуктун **медианасы** деп аталат.

ABC үч бурчтугунун B бурчунун биссектрисасын жүргүзөбүз *(2-сүрөт)*. Анын AC жагы менен кесилишкен чекитин L менен белгилейбиз. Алынган BL кесиндиси ABC үч бурчтугунун *биссектрисасы* деп аталат.



Үч бурчтуктун бурчу биссектрисасынын үч бурчтуктун ичинде жаткан бөлүгүнө (кесиндисине) үч бурчтуктун **биссектрисасы** дейилет.

ABC үч бурчтугунун B чокусунан AC жагы жаткан түз сызыкка перпендикуляр түшүрөбүз *(3-сүрөт)*. Перпендикулярдын негизин H менен белгилейбиз. Алынган BH кесиндиси ABC үч бурчтугунун бийиктиги деп аталат.



Үч бурчтуктун чокусунан ошол чокунун каршысындагы жагы жаткан түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикуляр үч бурчтуктун **бийиктиги** деп аталат.

Үч бурчтуктун үч чокусу болгондуктан, ар бир үч бурчтук үчөн медианага, бийиктикке жана биссектрисага ээ болот.

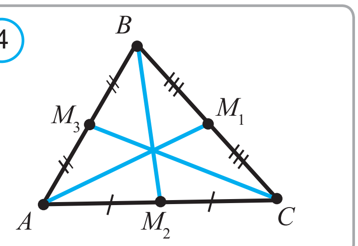
4-сүрөттөгү AM_1, BM_2, CM_3 кесиндилери — ABC үч бурчтугунун медианалары.

5-сүрөттөгү AL_1, BL_2, CL_3 кесиндилери — ABC үч бурчтугунун биссектрисалары.

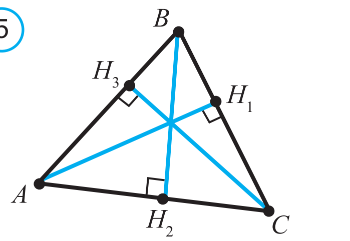
6-сүрөттөгү AH_1, BH_2, CH_3 кесиндилери — ABC үч бурчтугунун бийиктиктери.

Бул ырастоолордун касиеттери менен кийинки сабактарда таанышабыз.

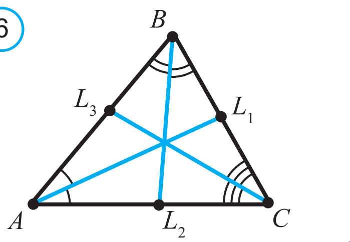
4



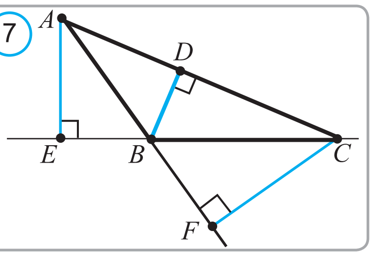
5



6



7



Геометриялык изилдөөлөр

1. Каалагандай үч бурчтук сыз. Анын бардык медианаларын жүргүз *(4-сүрөт)*. Эмнени байкадың? Тажрыйбаны дагы эки үч бурчтук менен аткарып көр жана аныкталган касиетти божомол түрүндө туюнт.
2. Каалагандай үч бурчтук сыз. Анын бардык бийиктиктерин жүргүз *(4-сүрөт)*. Эмнени байкадың? Тажрыйбаны дагы эки үч бурчтук менен аткарып көр жана аныкталган касиетти божомол түрүндө туюнт.
3. Каалагандай үч бурчтук сыз. Анын бардык биссектрисаларын жүргүз *(4-сүрөт)*. Эмнени байкадың? Тажрыйбаны дагы эки үч бурчтук менен аткарып көр жана аныкталган касиетти божомол түрүндө туюнт.

Жүргүзүлгөн тажрыйбалардын негизинде аныкталган касиеттерди теорема деп эсептесек болобу? Эмне үчүн?

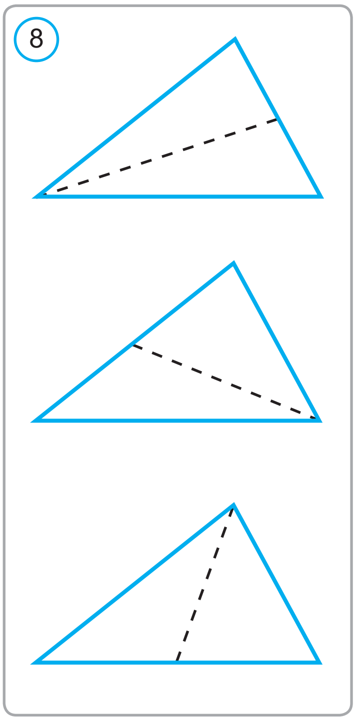
Көнүгүү. Кең бурчтуу үч бурчтуктун бийиктиктерин жүргүз.

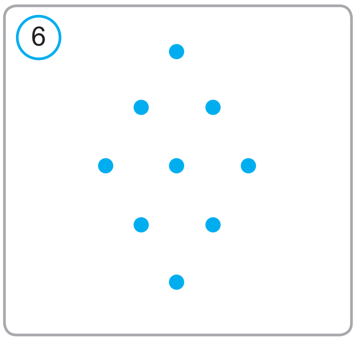
Аткаруу: Үч бурчтуктун, атап айтканда, кең бурчтуу үч бурчтуктун да үч бийиктиги бар. Кең бурчтуу ABC үч бурчтугун карап көрөбүз *(7-сүрөт)*. Кең бурчунун чокусунан түшүрүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун ичинде жатат. Тар бурчунун A чокусунан бийиктик түшүрүү үчүн, ошол бурчтун каршысындагы BC жагын улантабыз жана BC жагынын уландысына A чекитинен AE перпендикулярын түшүрөбүз. Алынган AE кесиндиси ABC үч бурчтугунун A чокусунан түшүрүлгөн бийиктиги болот. Куду ушундай, AB жагынын уландысына CF бийиктигин түшүрүүгө болот.

? Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Үч бурчтуктун медианасы деген эмне? Үч бурчтуктун канча медианасы бар? Чиймеде сызып көрсөт.

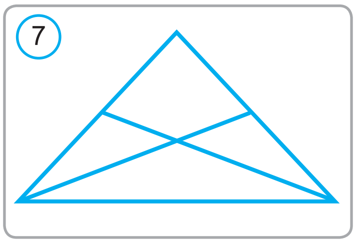
2. Үч бурчтуктун бийиктиги деген эмне? Үч бурчтуктун канча бийиктиги бар? Чиймеде сызып көрсөт.
3. Үч бурчтуктун биссектрисасы деген эмне? Үч бурчтуктун канча биссектрисасы бар? Чиймеде сызып көрсөт.
4. Бурчтун биссектрисасы менен үч бурчтуктун биссектрисасы ортосундагы окшоштукту жана айырмачылыкты айт.
5. *(Практикалык көнүгүү)*. Үч бирдей үч бурчтукту түрдүүчө медианалары боюнча кырк *(8-сүрөт)*. Алынган 6 үч бурчтуктан бир үч бурчтук түз.
6. Үч бурчтуктун кайсы элементтери ар дайым үч бурчтуктун ичинде жатат?
7*. Кайсы үч бурчтукта үч бийиктиги тең үч бурчтуктун бир чокусунда кесилишет?
8*. Үч бурчтуктун бийиктиги анын үч жагынан тең кичине болушу мүмкүнбү?
9. Периметри 36 га барабар болгон үч бурчтуктун бийиктиги аны периметрлери 18 жана 24 кө барабар болгон үч бурчтуктарга бөлөт. Берилген үч бурчтуктун бийиктигин тап.
10. Периметри 36 га барабар болгон үч бурчтуктун биссектрисасы аны периметрлери 24 жана 30 га барабар болгон үч бурчтуктарга бөлөт. Берилген үч бурчтуктун биссектрисасын тап.
11. ABC үч бурчтугунда $AB = BC$ жана BD медианасы 4 $см$. Эгерде ABD үч бурчтугунун периметри 12 $см$ болсо, ABC үч бурчтугунун периметрин тап.



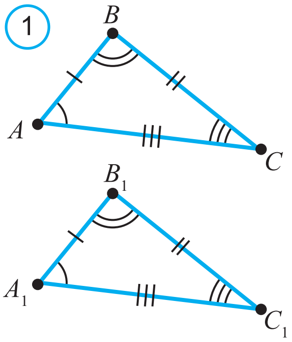


Геометриялык баш катырмалар

1. Бирдей беш таякчадан 2 үч бурчтук түз.
2. Бирдей тогуз таякчадан 5 үч бурчтук түз.
3. Чокулары 6-сүрөттө көрсөтүлгөн чекиттерде жаткан канча тең жактуу үч бурчтук сызууга болот?
4. 7-сүрөттө канча үч бурчтук бар?



22 Үч бурчтуктардын барабардыгынын биринчи (ЖБЖ) белгиси



$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$
$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$
$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$,
$\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$,
$\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$

Геометриялык фигуралардын барабардыгынын аныктамасы боюнча, эгерде эки үч бурчтуктан бирин экинчисине дал келтирип коюуга мүмкүн болсо, алар **барабар** болушат. 1-сүрөттө ABC жана $A_1B_1C_1$ — барабар үч бурчтуктары көрсөтүлгөн. Алардан каалаган бирин экинчисине дал келтирип коюуга болот. Мында, бир үч бурчтуктун үч чокусу менен үч жагы ылайыктуу түрдө экинчи үч бурчтуктун үч чокусу жана үч жагы менен дал келишет. Көрүнүп тургандай, мында үч бурчтуктардын бурчтары да тиешелүү түрдө дал келет.

ABC , $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарынын барабардыгы

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

көрүнүшүндө туюнтулат. Чиймеде тең бурчтар бирдей жаалар менен, тең жактар болсо бирдей сызыкчалар менен 1-сүрөттөгүдөй бөлүп көрсөтүлөт.

Активдештирүүчү суроо.

Үч бурчтук формасындагы эки жер аянтын барабар экендигин иш жүзүндө кантип текшерүүгө болот? Алардан бирин экинчисине дал келтирүүгө болбойт ко?

Эки үч бурчтуктун өз ара барабар же барабар эместигин аныктоо үчүн ар дайым эле аларды дал келтире берүү шартпы? Мунун кажети жок экен. Маселени алардын кээ бир элементтерин салыштырып чыгарууга болот экен. “Үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилери ” деп аталган теоремалар — ошол жөнүндө.

Бул теоремалардын "белгиси" деп аталышына себеп, алардын жардамында үч бурчтуктардын барабар же барабар эместиги жөнүндө бүтүм чыгарууга болот.

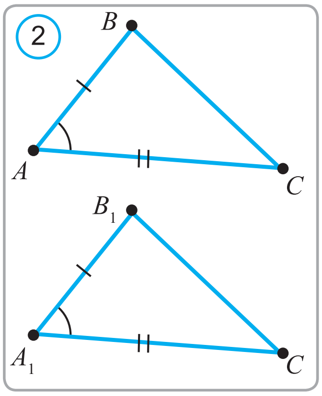
Жалпысынан алганда, геометрияда "белги" — фигуранын кандайдыр өзгөчөлүгүн аныктоого жардам берген шарттар жөнүндөгү теореманы түзөт.

ABC үч бурчтугу берилген болсун. Ага барабар болгон башка үч бурчтукту төмөнкүдөй усул менен түзөбүз. A бурчун алабыз жана тегиздиктин башка бир жерине ага барабар болгон A_1 бурчун түзөбүз. A_1 бурчунун жактарына, тиешелүү түрдө $A_1B_1 = AB$ жана $A_1C_1 = AC$ кесиндилерин коёбуз. B_1 жана C_1 чекиттерин туташтырабыз. Натыйжада, ABC үч бурчтугу менен эки жагы жана алардын арасындагы бир бурчу барабар болгон $A_1B_1C_1$ үч бурчтугун алабыз. Ошондо $A_1B_1C_1$ үч бурчтугу ABC үч бурчтугуна барабар болот.

Төмөнкү теорема ошону ырастайт. Ал "Үч бурчтуктардын эки жагы жана алардын арасындагы бурчу боюнча барабардыгы жөнүндөгү теорема" деп аталат. Биз аны кыскача үч бурчтуктардын барабардыгынын "ЖБЖ белгиси" деп атайбыз. *(ЖБЖ жазуусу, "Жак", "Бурч", "Жак" сөздөрүнүн башкы тамгаларынан түзүлгөн)*.

Теорема. ***(Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгиси)*. Эгерде бир үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчу, экинчи үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчуна тиешелүү түрдө барабар болсо, анда мындай үч бурчтуктар өз ара барабар болушат.** *(2-сүрөт)*

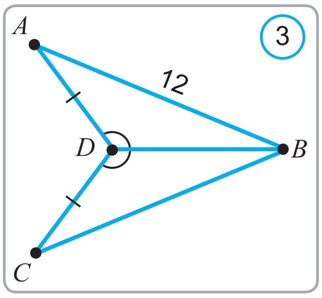
Берилген: ΔABC жана $\Delta A_1B_1C_1$
$AB = A_1B_1,\ AC = A_1C_1,\ \angle A = \angle A_1$ ⇒ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Далилдөө. $\angle A = \angle A_1$ болгондуктан, ABC үч бурчтугун $A_1B_1C_1$ үч бурчтугуна дал келтирүүгө болот, анда A чокусу A_1 чокусуна, AB жана AC жактары болсо тиешелүү түрдө, A_1B_1 жана A_1C_1 шоолаларына дал келет. $AB = A_1B_1$ жана $AC = A_1C_1$ болгондуктан, AB жагы A_1B_1 жагы менен, AC жагы болсо A_1C_1 жагы менен дал келет. Ошондой эле B чекити B_1 чекит менен, C чекити болсо C_1 чекити менен дал келет. Анда, B_1C_1 жана BC жактары да дал келишет. Натыйжада, ABC үч бурчтугунун үч чокусу, $A_1B_1C_1$ үч бурчтугунун үч чокусу менен, тиешелүү түрдө дал келет. Демек, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктары өз ара барабар.

Теорема далилденди.

Маселе. 3-сүрөттө берилген маалыматтар боюнча BC кесиндисин тап.



Чыгаруу: ADB жана CDB үч бурчтуктарын карап көрөбүз. $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$, BD — үч бурчтуктар үчүн жалпы жак. Демек, үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча, $\Delta ADB = \Delta CDB$, ошентип, $CB = AB = 12$ экендиги анык болду.

Жообу: 12.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Кандай үч бурчтуктарга барабар дейилет?

2. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ барабардыгы үч бурчтуктардын кайсы элементтеринин барабардыгын билдирет?

3. 4-сүрөттөн белгисиз кесинди x ти тап.

4. ЖБЖ белгиси боюнча үч бурчтуктардын барабардыгы кандай элементтери боюнча аныкталат?

5. Үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгисин түшүндүр.

6. Эгерде 5-сүрөттө $\angle CAB = \angle ABD$ болсо, $AD = BC$ экендигин көрсөт.

7. 6-сүрөттө $\angle A = \angle C$ экендигин далилде.

8. 7-сүрөттө $\Delta ABC = \Delta CDA$ экендигин далилде.

9. 8-сүрөттө $\Delta ABC = \Delta ABD$ болушун далилде.

10. AB жана CD кесиндилери O чекитинде кесилишет жана ошол чекитте тең экиге бөлүнөт *(10-сүрөт)*.

а) $\Delta AOB = \Delta DOC$ экендигин;

б) $BD = AC$ экендигин;

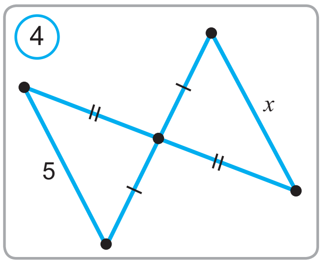
в) $\Delta ABD = \Delta DCA$ экендигин далилде.

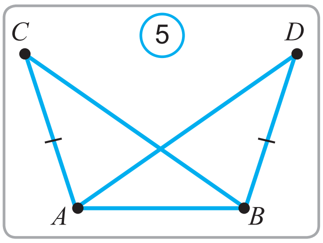
г) Эгерде AOB үч бурчтугунда $\angle A = 35°$ жана $\angle B = 62°$ болсо, DOC үч бурчтугунун D жана C бурчтарын тап.

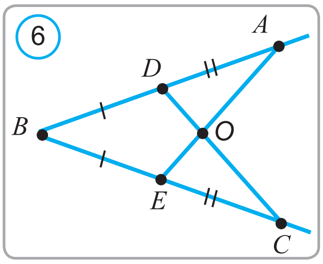
11. 9-сүрөттөгү белгисиз бурч x ти тап.

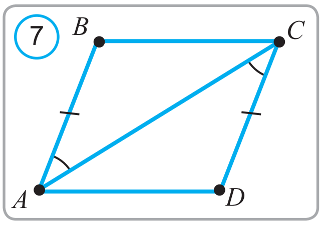
12. Бир үч бурчтуктун периметри экинчи үч бурчтуктун периметринен чоң. Алар барабар боло алышабы?

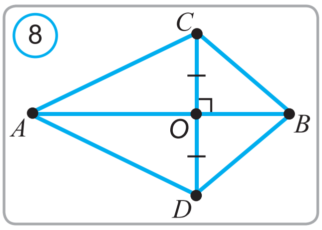
13. ABC үч бурчтугунун AB жагында D чекити, $A_1B_1C_1$ үч бурчтугунун A_1B_1 жагында D_1 чекити алынган. $\Delta ADC = \Delta A_1D_1C_1$ жана $BD = B_1D_1$ барабардыктары белгилүү. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарынын барабардыгын далилде.

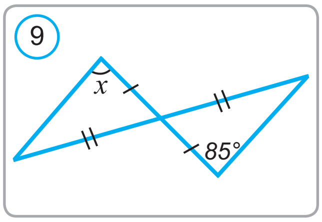


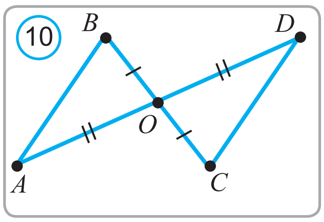






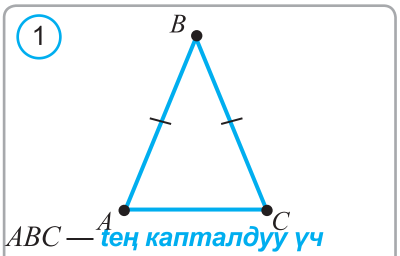






23 Тең капталдуу үч бурчтуктун касиеттери

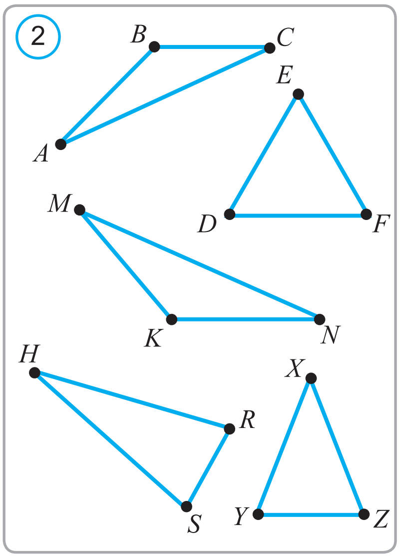
Эки жагы барабар болгон үч бурчтукту **тең капталдуу үч бурчтук** деп атаган элек. Тең капталдуу үч бурчтуктун барабар жактары анын **каптал жактары**, үчүнчү жагы болсо **негизи** деп аталат.



ABC — **тең капталдуу үч бурчтук**
AB, BC — **каптал жактары**
AC — **негизи**

Активдештирүүчү көнүгүү

2-сүрөттөгү үч бурчтуктардын кайсылары тең капталдуу? Алардын негизин жана каптал жактарын айт.



Геометриялык изилдөө

Каалагандай тең капталдуу үч бурчтук түз. Анын негизине жанаша жаткан бурчтарын чене жана аларды салыштыр. Тажрыйбаны дагы башка 2–3 тең капталдуу үч бурчтуктар үчүн кайтала жана божомолуңду ырастоо көрүнүшүндө туюнт. Тажрыйбадан табылган бул касиетти бардык тең капталдуу үч бурчтуктар үчүн орундуу деп айтууга болобу?

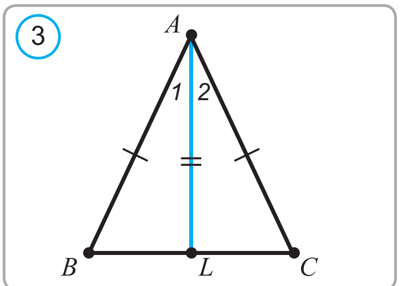
Теорема. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтары барабар.

Берилген: $\Delta ABC,\ AB = AC$ ⇒ $\angle B = \angle C$

Далилдөө. AL — ABC үч бурчтугунун биссектрисасы болсун, дейлик *(3-сүрөт)*. ABL жана ACL үч бурчтуктарын карап көрөбүз. Биринчиден, AL жагы жалпы, экинчиден, теореманын шарты боюнча $AB = AC$ жана ΔABC — тең капталдуу. Үчүнчүдөн, $\angle 1 = \angle 2$, анткени AL — биссектриса.

Демек, үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча, $\Delta ABL = \Delta ACL$ болот.

Анда, $\angle B = \angle C$. ***Теорема далилденди.***



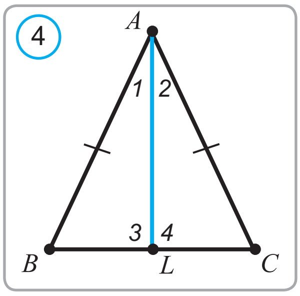
Геометриялык изилдөө

Тең капталдуу үч бурчтук сыз. Анын чокусунан биссектрисасын чыгар. Биссектриса түшкөн чекит бөлгөн негиздин бөлүктөрүнүн узундуктарын ченеп, салыштыр. Мындан кандай жыйынтык чыгат? Андан кийин биссектриса менен негиз түзгөн бурчтарды транспортирде чене жана салыштыр. Мындан кандай жыйынтык чыгат? Жыйынтыктарды ырастоо көрүнүшүндө туюнт. Тажрыйбадан табылган бул касиеттерди бардык тең капталдуу үч бурчтуктар үчүн орундуу деп айтууга болобу?

Теорема. **Тең капталдуу үч бурчтуктун негизине жүргүзүлгөн биссектриса анын медианасы да, бийиктиги да болот** (*4-сүрөт*).

ΔABC, $AB = AC$, AL – биссектриса. ⇒ AL – медиана жана бийиктик

Далилдөө. AL кесиндиси ABC үч бурчтугунун биссектрисасы болсо, теорема боюнча $\Delta ABL = \Delta ACL$ болот. Үч бурчтуктардын барабардыгынан $BL = LC$ жана $\angle 3 = \angle 4$ экендигин табабыз.



Демек, L чекити BC жагынын ортосу, AL болсо ABC үч бурчтугунун медианасы экен.

$\angle 3$ жана $\angle 4$ өз ара барабар жана жандаш бурчтар болгондуктан, алар тик бурчтар болуп эсептелет.

Демек, AL кесиндиси ABC үч бурчтугунун бийиктиги да болот экен.

Теорема далилденди.

Жыйынтык. Ошентип тең капталдуу үч бурчтуктун чокусунан чыгарылган биссектрисасы, медианасы жана бийиктиги дал келишет экен.

Көнүгүү.

1. Тең капталдуу үч бурчтуктун биссектрисалары, медианалары жана бийиктиктери жөнүндө эмнелерди айтууга болот?

Маселе. Тең капталдуу ABC үч бурчтугунун каптал жактарына AD жана CF медианалары жүргүзүлгөн. $\Delta ADC = \Delta CFA$ жана $\Delta ADB = \Delta CFB$ экендигин далилде (*5-сүрөт*).

ΔABC, $AB = BC$, AD жана CF — медианалар ⇒ $\Delta ADC = \Delta CFA; \Delta ADB = \Delta CFB$

Далилдөө. $AB = BC$ болгондуктан, бул жактарынан AD жана CF медианалары бөлгөн кесиндилери өз ара барабар болушат:

$$AF = FB = BD = CD. \qquad (1)$$

а) ADC жана CFA үч бурчтуктарында

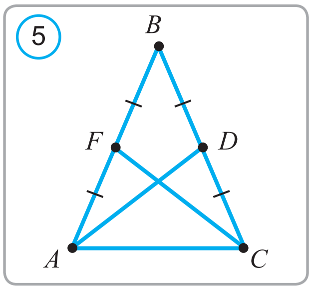
1. $\angle ACD = \angle FAC$, анткени ΔABC — тең капталдуу;
2. AC жагы жалпы;
3. $AF = CD$ — барабардык боюнча.

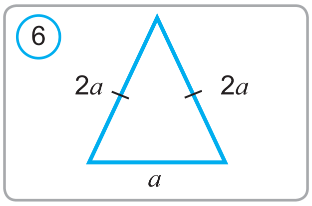
Демек, үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча $\Delta ADC = \Delta CFA$.

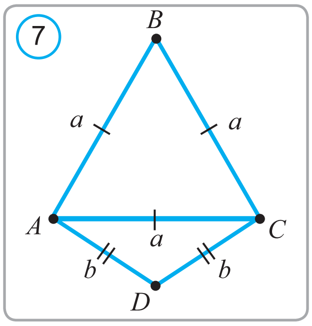
б) $\Delta ADB = \Delta CFB$ экендигин өз алдынча далилде.

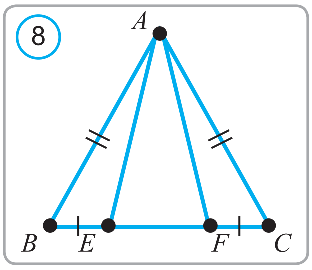
Суроо, маселе жана тапшырмалар

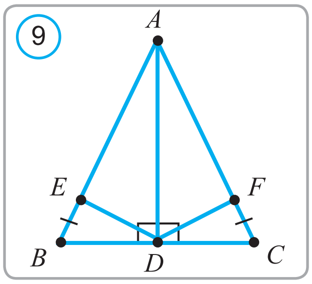
1. Кандай үч бурчтуктарга тең капталдуу дейилет?
2. Тең капталдуу үч бурчтуктун кайсы бурчтары барабар болот?
3. 6-сүрөттө P = 50 *см* болсо, a = ?
4. 7-сүрөттө $P_{ABC} = 36$, $P_{ADC} = 28$ болсо, $a = ?$, $b = ?$
5. Тең капталдууу үч бурчтуктун каптал жактарына жүргүзүлгөн медианалары барабар болушун далилде.
6. 8-сүрөттө $AB = AC$, $BE = FC$. а) $\Delta ABE = \Delta ACF$; б) $AE = AF$; в) $\Delta ABF = \Delta ACE$ экендигин далилде.
7. 9-сүрөттө $AB = AC$, $BE = CF$. а) $\Delta AED = \Delta AFD$; б) $\Delta BED = \Delta CFD$ барабардыктарын далилде.
8. Тең жактуу үч бурчтуктун бардык бурчтары барабар экендигин далилде.
9. Эки тең капталдуу үч бурчтуктардын негиздери жана ошол негиздерге жүргүзүлгөн бийиктиктери тиешелүү түрдө барабар болсо, ошол үч бурчтуктардын барабар болушун далилде.
10. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизи каптал жагынан 3 *см* ге чоң, бирок каптал жактарынын суммасынан 5 *см* ге кичине.Үч бурчтуктун жактарын тап.
11. Тең капталдуу үч бурчтук жактарынын ортолору туташтырылса, тең капталдуу үч бурчтук болушун далилде.









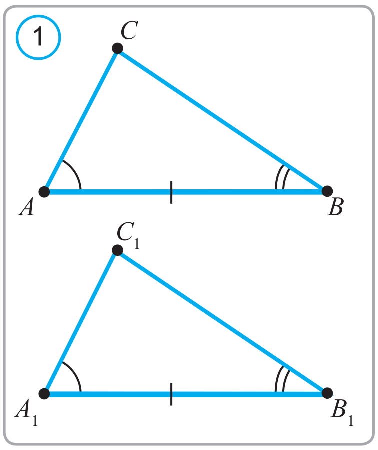


24 Үч бурчтуктардын барабардыгынын экинчи (БЖБ) белгиси

Эми үч бурчтуктардын бир жагы жана ага жанаша жаткан бурчтары боюнча барабардыгы белгисин карап көрөбүз. Аны "БЖБ белгиси" деп айтабыз.

Теорема. ***(Үч бурчтуктардын барабардыгынын БЖБ белгиси)*. Эгерде бир үч бурчтуктун жагы жана ага жанаша жаткан бурчтары экинчи үч бурчтуктун жагына жана ага жанаша жаткан бурчтарына тиешелүү түрдө барабар болсо, анда мындай үч бурчтуктар өз ара барабар болушат.**

Берилген: ΔABC va $\Delta A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ ⇨ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

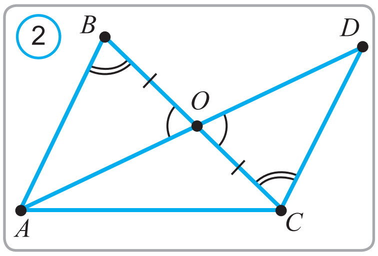


Далилдөө. ABC үч бурчтугун $A_1B_1C_1$ үч бурчтугуна койсок, A чокусу A_1 чокусу менен, AB жагы A_1B_1 жагы менен дал келишсин да, C жана C_1 чокулары A_1B_1 түз сызыгынын бир жагында жатсын.

$\angle A = \angle A_1$ болгондуктан, AC жагы A_1C_1 шооласында, $\angle B = \angle B_1$ болгондуктан, BC жагы B_1C_1 шооласында, С чекити AC жана BC шоолаларынын жалпы чекити катары A_1C_1 жана B_1C_1 шоолаларынын экөөсүндө тең жатат. Анда, C чекити A_1C_1 жана B_1C_1 шоолаларынын жалпы чекити — C_1 менен дал келет. Натыйжада, AC жана A_1C_1, BC жана B_1C_1 жактары да өз ара дал келишет. Демек, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктары дал келишет. Бул болсо алар барабар дегенди билдирет.

Теорема далилденди.

Маселе. 2-сүрөттөн пайдаланып, $\Delta AOB = \Delta DOC$ экендигин далилде.

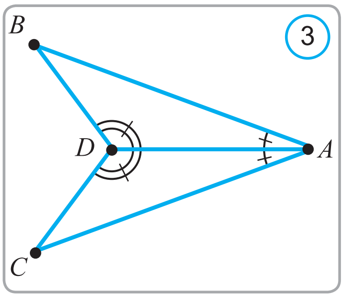


Чыгаруу: $\angle AOB$ жана $\angle DOC$ — вертикалдуу бурчтар болгондуктан өз ара барабар болушат. Демек,

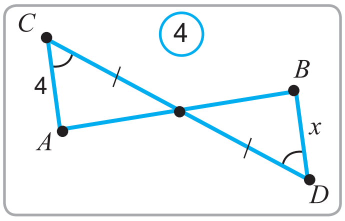
$$BO = OC,\ \angle ABO = \angle DCO,\ \angle AOB = \angle DOC$$

жана үч бурчтуктардын барабардыгынын БЖБ белгиси боюнча, $\Delta AOB = \Delta DOC$.

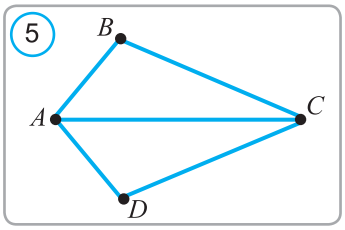
Суроо, маселе жана тапшырмалар



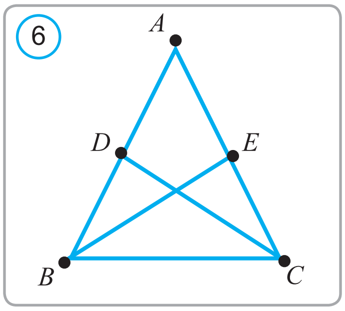
1. Үч бурчтуктардын барабардыгынын БЖБ белгиси кайсы элементтерин салыштыруу аркылуу аныкталат?
2. Үч бурчтуктардын барабардыгынын БЖБ белгисин түшүндүр.
3. 3-сүрөттө $\Delta ABD = \Delta ACD$ экендигин далилде.
4. 4-сүрөттөгү белгисиз x ти тап.



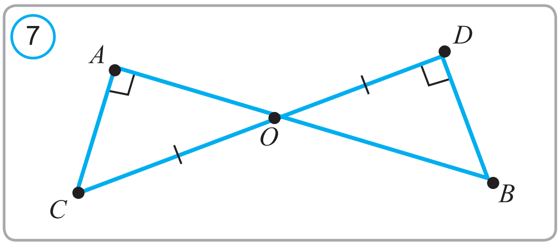
5. 5-сүрөттө AC кесиндиси BAC жана BCD бурчтарынын биссектрисасы болсо, анда $\Delta ABC = \Delta ADC$ экендигин далилде.

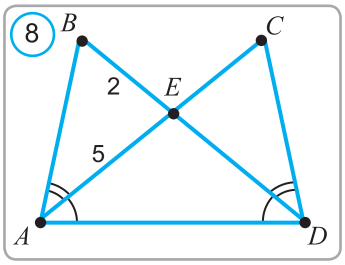


6. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ жана $\angle B = \angle B_1$ экендиги белгилүү. AB жана A_1B_1 жактарына тиешелүү түрдө D жана D_1 чекиттери $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ болгондой кылып алынган. Анда $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$ экендигин далилде.
7. AB жана CD кесиндилери O чекитинде кесилишет. Эгерде $BO = CO$, $\angle ACO = \angle DBO$ болсо, ACO жана DBO үч бурчтуктарынын барабар экендигин далилде.
8. ABC үч бурчтугунда $AB = AC$, BE жана CD — биссектриса болсо, $BE = CD$ экендигин далилде *(6-сүрөт)*.



9. $\Delta OAC = \Delta ODB$ болушун далилде? *(7-сүрөт)*.
10. ABC, ADC үч бурчтуктары барабар. B, D чекиттери AC түз сызыгынын түрдүү жактарында жатат. ABD жана BCD үч бурчтуктары тең капталдуу экенин далилде.
11. 8-сүрөттөгү маалыматтардын негизинде AC жана BD кесиндилерин тап.

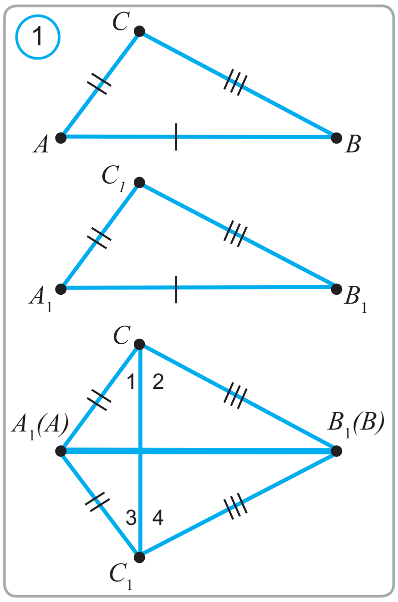




25 Үч бурчтуктардын барабардыгынын үчүнчү (ЖЖЖ) белгиси

Эми үч бурчтуктардын үч жагы боюнча барабардыгы белгиси менен таанышабыз. Мындан ары аны “ЖЖЖ белгиси” деп айтабыз.

Теорема. ***(Үч бурчтуктардын барабардыгынын үчүнчү ЖЖЖ белгиси).*** **Эгерде бир үч бурчтуктун үч жагы экинчи үч бурчтуктун үч жагына тиешелүү түрдө барабар болсо, мындай үч бурчтуктар өз ара барабар болушат.**



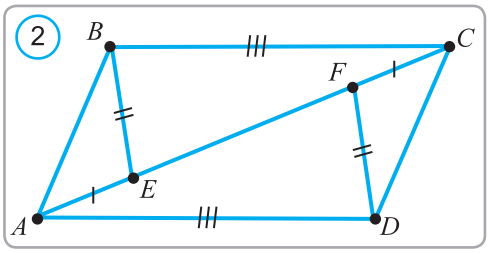
Берилген: ΔABC жана $\Delta A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$. ⇒ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Далилдөө. ABC үч бурчтугунун эң чоң жагы AB болсун, дейлик. ABC үч бурчтугун койгонубузда, AB жагы A_1B_1 жагы менен дал келсин да, C жана C_1 чокулары A_1B_1 түз сызыгынын түрдүү жактарында жатсын. $AC = A_1C_1$ жана $BC = B_1C_1$ болгондуктан, A_1C_1C жана B_1C_1C үч бурчтуктары тең капталдуу болушат. Тең капталдуу үч бурчтуктун касиети боюнча, $\angle 1 = \angle 3$ жана $\angle 2 = \angle 4$ болот. Ошондуктан, $\angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$ болот.

Демек, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында: $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ жана $\angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$. Үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Теорема далилденди.

Көнүгүү. Жогорудагы теореманы далилдөөдө эмне себептен AB жана A_1B_1 жактары эң чоң жактар болсун деп алынды?



Маселе. 2-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, а) $\Delta AFD = \Delta CEB$; б) $\Delta AEB = \Delta CFD$ экендигин далилде.

Далилдөө: 2-сүрөттө берилгендер боюнча $AE=FC$, $BE=FD$ жана $AD=BC$.

а) $AF=AE+EF$ болгондуктан $EC=EF+FC=EF+AE=AF$. Демек, ΔAFD жана

ΔCEB тун тиешелүү жактары өз ара барабар жана үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖЖЖ белгиси боюнча $\Delta AFD=\Delta CEB$.

б) $\Delta AFD=\Delta CEB$ болгондуктан, $\angle BEF=\angle EFD$. BEF жана AEB, EFD жана CFD бурчтары жандаш бурчтар болгондуктан, $\angle AEB=\angle CFD$ болот.

AEB жана CFD үч бурчтуктарында:

1. $AE=FC$;
2. $BE=FD$;
3. $AEB=CFD$.

Демек, үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча, $\Delta AEB=\Delta CFD$ болот.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. ЖЖЖ белгисинде үч бурчтуктардын барабардыгы кандай элементтери боюнча аныкталат?

2. Үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖЖЖ белгисин түшүндүр.

3. 3-сүрөттө берилгендер боюнча $\Delta ABC=\Delta CDA$ экендигин далилде.

4. 4-сүрөттө: а) $\Delta ABC=\Delta ABD$; б) $\Delta BOC=\Delta BOD$; в) $\Delta AOC=\Delta AOD$; г) $AB\perp CD$ экендигин далилде.

5. ABC, ABD — негиздери AB болгон тең капталдуу үч бурчтук болсо, $\Delta ACD=\Delta BCD$ экендигин далилде.

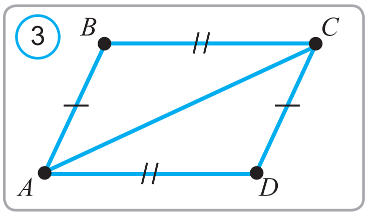
6. Эгерде 5-сүрөттө $BA=AM$, $AC=AN$, $\angle BAC=\angle NAM$ болсо, чокулары A, B, C, M жана N чекиттеринде болгон бардык барабар үч бурчтуктардын түгөйлөрүн тап.

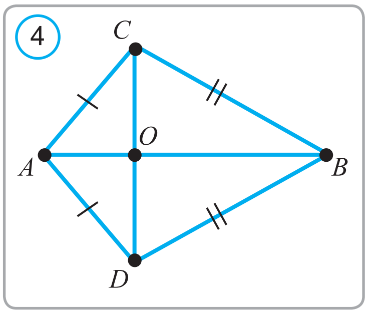
7. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында $AB=A_1B_1$ жана $BC=B_1C_1$ болуп, алардын периметрлери барабар болсо, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ экендигин көрсөт.

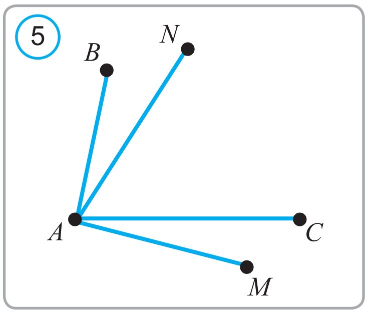
8.* AB жана CD кесиндилери кесилиш чекитинде тең экиге бөлүнөт. $\Delta ACD=\Delta BDC$ экендигин далилде.

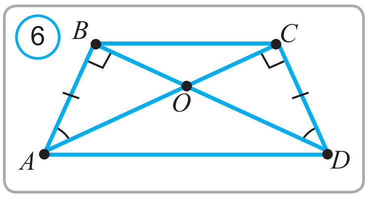
9. 6-сүрөттө канча өз ара барабар үч бурчтуктардын түгөйлөрү бар экендигин аныкта.

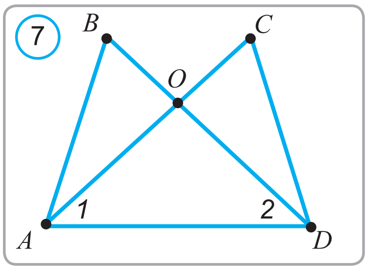
10*. Эгерде 7-сүрөттө: а) $\angle 1=\angle 2$, $AC=BD$; б) $\angle 1=\angle 2$, $BO=OC$, $AB=CD$ болсо, $\Delta ABD=\Delta ACD$ экендигин көрсөт.



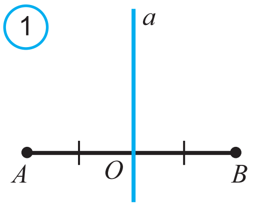








26 Кесинди орто перпендикулярынын касиети

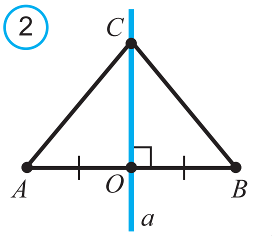
1


Эми үч бурчтуктардын барабардыгы белгилери теоремаларынын далилдөөдө колдонулушун үйрөнөбүз.

AB кесиндиси берилген болсун. Анын ортосу болгон O чекитинен AB кесиндисине перпендикулярдуу a түз сызыгын жүргүзөбүз *(1-сүрөт)*. Бул түз сызык AB кесиндисинин **орто перпендикуляры** деп аталат.

Теорема. **Кесинди орто перпендикулярынын каалаган чекити кесиндинин учтарынан бирдей алыстыкта жайлашкан болот.**

AB кесинди, C — AB кесинди орто перпендикулярынын каалаган чекити *(2-сүрөт)*. ⇒ $AC = BC$

2


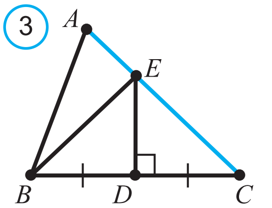
Далилдөө. ACO жана BCO үч бурчтуктарында:

1. OC — жалпы жагы;
2. $AO = BO$ — шарты боюнча;
3. $\angle AOC = \angle BOC = 90°$ — шарты боюнча.

Демек, үч бурчтуктун барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча $\Delta AOC = \Delta BOC$. Тагыраак айтканда, $AC = BC$.

Теорема далилденди.

Маселе. ABC үч бурчтугунун BC жагына жүргүзүлгөн орто перпендикуляр AC жагын E чекитинде кесип өтөт. Эгерде $BE = 6$ *см*, $AC = 8{,}4$ *см* болсо, анда AE жана CE кесиндилерин тап.

3


Чыгаруу: ABC үч бурчтугунун BC жагынын орто перпендикуляры DE болсун *(3-сүрөт)*. Кесиндинин орто перпендикулярынын касиети боюнча, $CE = BE = 6$ *см*.

$AE + EC = AC$ болгондуктан,

$$AE = AC - EC = 8{,}4 - 6 = 2{,}4 \text{ см}.$$

Жообу: $AE = 2{,}4$ *см*, $CE = 6$ *см*.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Кесиндинин орто перпендикуляры деген эмне?

2. Кесиндинин орто перпендикулярынын касиетин түшүндүр.

3. Кандайдыр үч бурчтук сыз жана анын ар бир жагына орто перпендикуляр жүргүз. Эмнени байкадың? Чиймеңди классташыңдын чиймеси менен салыштыр жана аныкталган касиетти божомол түрүндө туюнт.

4. Кандай үч бурчтукта үч бурчтуктун жагына жүргүзүлгөн орто перпендикуляр ошол жагына жүргүзүлгөн бийиктик менен дал келет?

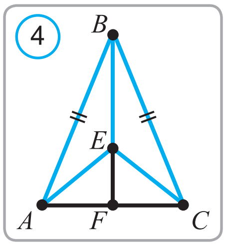
5. ABC үч бурчтугунун BC жагына жүргүзүлгөн орто перпендикуляр AC жагын D чекитинде кесип өтөт. Эгерде BD = 7,2 *см*, AD = 3,2 *см* болсо, AC эмнеге барабар?

6. ABC жана ABD тең капталдуу үч бурчтуктары жалпы AB негизге ээ. CD түз сызыгы AB кесиндисинин орто перпендикуляры болушун далилде.

7*. ABC тең капталдуу үч бурчтугунун AB жагына жүргүзүлгөн орто перпендикуляр BC жагын D чекитинде кесип өтөт. Эгерде ADC үч бурчтугунун периметри 24 *см* жана AB = 16 *см* болсо, AC негизин тап.

8*. Үч бурчтуктун жактарына жүргүзүлгөн орто перпендикулярлардын бир чекитте кесилишин далилде.

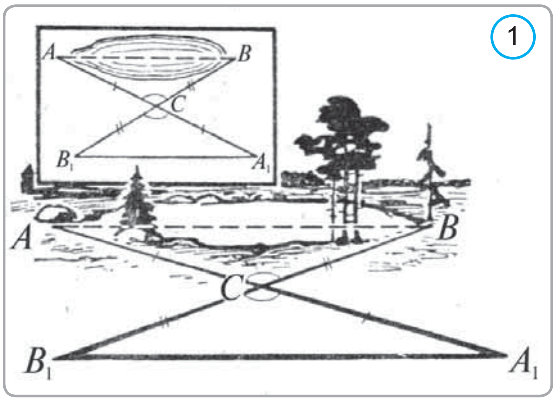
9. Тең капталдуу ABC үч бурчтугунун негизине жүргүзүлгөн BF биссектрисасында E чекити алынган (*4-сүрөт*). $\Delta ABE = \Delta CBE$ барабардыгын ЖЖЖ белгисинен: а) пайдаланып; б) пайдаланбастан түшүндүр.



27 Практикалык көнүгүү

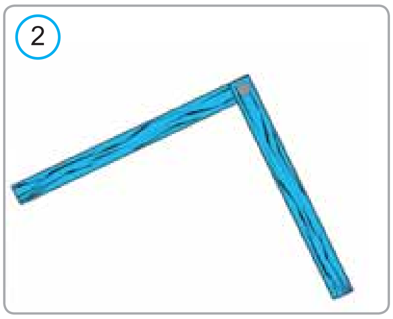
Көлдүн кеңдигин ченөө.

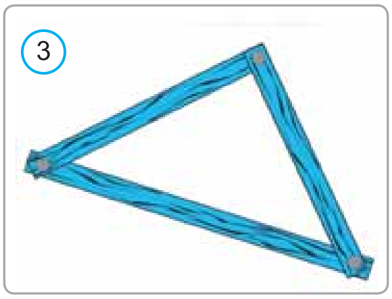
A жана B чекиттери көлдүн четки чекиттери болсун *(1-сүрөт)*. Көрүнүп тургандай, AB кесиндисин түздөн-түз ченөөгө болбойт. Кургактыкта кандай ченөө жумуштарын аткаруу менен бул аралыкты ченөөгө болот?

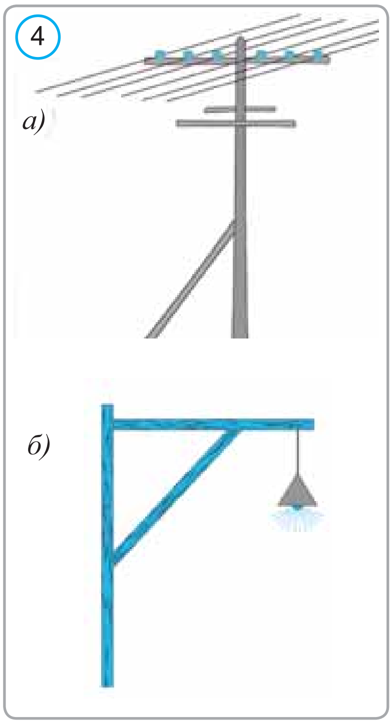


Чыгаруу: CA жана CB кесинди-лерин бойлой A жана B чекиттерине барса боло турган C чекитин тандай-быз жана каалаган ABC үч бурчтугун түзөбүз. AC жана BC жактарын улантып, $A_1C = AC$ жана $B_1C = BC$ кесиндилерин коёбуз. A_1 жана B_1 чекиттерин туташтырабыз. Натыйжада, үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C$ болот. Башкача айтканда, $AB = A_1B_1$ экендиги келип чыгат.

Демек, түзүлгөн A_1B_1 кесиндисинин узундугун ченеп, AB кесиндисинин да узундугун тапкан болобуз.







Үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖЖЖ белгисине негизделип үч бурчтуктун «катуу (бекем)» фигура экендигин негиздөө.

Эки жыгач тактайдын (рейканын) учтарын 2-сүрөттө көрсөтүлгөндөй мык менен бириктиребиз. Алынган фигура бекем болбойт, анткени анын эркин учтарын түрдүү жактарга буруп, жактары арасындагы бурчту каалаганча өзгөртүүгө болот.

Эми бул рейкалардын эркин учтарына үчүнчү рейканы 3-сүрөттө көрсөтүлгөндөй, мык менен согуп, бириктиребиз. Алынган үч бурчтук бекемделген фигура болот. Анткени канча аракет жасасаң да анын жактарын буруп, бурчтарын өзгөртө албайсың.

1. Бул ырастоонун тууралыгы кайсы теоремадан келип чыгат?

2. Үч бурчтуктун бекемделген фигура экендигинен турмушта кай жерлерде пайдаланылышын 10-сүрөт аркылуу түшүндүр.

? *Суроо, маселе жана тапшырмалар*

1. Үч бурчтук – «бекемделген фигура», дегенде эмнени түшүнөсүң?
2. Үч бурчтуктун бекемделгендиги кайсы теореманын жардамында түшүндүрүлөт?
3. Үч бурчтуктун бекемделгендиги кай жерлерде колдонулат? (*4-сүрөт*)
4. $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$ экендиги белгилүү. ABC жана $A_1C_1B_1$ үч бурчтуктарында $\angle A = 30°$, $\angle B = 60°$, $\angle C_1 = 90°$. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарынын калган бурчтарын тап.
5. ABC жана DEF тең капталдуу үч бурчтуктары барабар. ABC үч бурчтугунда $AC=BC$ жана $AB = 2$ *см*. Эгерде $DE = 4$ *см* болсо, ар бир үч бурчтуктун периметрин тап.

28 Билимиңди сынап көр

1. Бош жерлерди логикалык жактан туура сөздөр менен толукта.

1. Эгерде үч бурчтуктун эки жагы барабар болсо, ал .... болот.
2. Тең капталдуу үч бурчтуктун .... анын медианасы да, бийиктиги да болуп эсептелет.
3. Туюк сынык сызыктан турган фигурага .... дейилет.
4. Бардык жактары өз ара барабар болгон үч бурчтуктун .... барабар болот.
5. .... үч бурчтуктун медиана, биссектриса, бийиктиктери өз ара барабар.
6. .... негизине жанаша жаткан бурчтары барабар.
7. Тең капталдуу үч бурчтук .... үч бурчтук да болот.

2. Төмөнкү пикирлерден катаны тап жана оңдо.

1. Тең капталдуу үч бурчтуктун бурчтары барабар.
2. Эгерде эки үч бурчтуктун бурчтары тиешелүү түрдө барабар болушса, бул үч бурчтуктар барабар болушат.
3. Тең капталдуу үч бурчтуктун медианасы анын биссектрисасы да, бийиктиги да болуп эсептелет.
4. Үч бурчтуктун бурчунан чыгып, ошол бурчту тең экиге бөлгөн шоолага үч бурчтуктун биссектрисасы дейилет.
5. Медиана — үч бурчтуктун жагын тең экиге бөлгөн сызык.

6.* Эгерде эки үч бурчтуктун бир жагы жана эки бурчу тиешелүү түрдө барабар болсо, бул үч бурчтуктар барабар болушат.

7. Бир үч бурчтуктун эки жагы жана бир бурчу, экинчи үч бурчтуктун эки жагы жана бир бурчуна тиешелүү түрдө барабар болсо, бул үч бурчтуктар барабар болот.

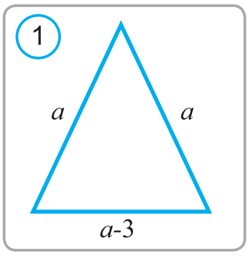
3. Жадыбалда келтирилген касиеттерге, түшүндүрмөлөргө тиешелүү геометриялык түшүнүктөрдү тап.

1.	Бардык медианалары барабар.	
2.	Үч бурчтуктун чокусу менен ошол чокунун каршысындагы жактын ортосун туташтырган кесинди.	
3.	Үч бурчтуктун чокусунан ошол чокунун каршысындагы жагына жүргүзүлгөн перпендикуляр.	
4.	Үч бурчтуктун жактарынын суммасы.	
5.	Туюк сынык сызык.	

4. Биринчи мамычада берилген геометриялык түшүнүккө экинчи мамычадан тиешелүү касиет же түшүндүрмөнү таап кой.

	Геометриялык түшүнүк	Түшүндүрмө же касиет
1.	Сынык сызык	А. Бир бурчу тик бурчтук
2.	Көп бурчтук	Б. Үч бурчтуктун чокусун ошол чокунун каршысындагы жактын ортосу менен туташтырат
3.	Үч бурчтуктун периметри	В. Эки жагы барабар
4.	Тар бурчтуу үч бурчтук	Г. Өзүн-өзү кеспеген туюк сынык сызык
5.	Тең капталдуу үч бурчтук	Д. Удаалаш келген экөөсү бир түз сызыкта жатпаган A_1A_2, A_2A_3, … , $A_{n-1}A_n$ кесиндилерден турат
6.	Тик бурчтуу үч бурчтук	Е. Үч жагынын суммасы
7.	Үч бурчтуктун медианасы	Ж. Бардык бурчтары тар
8.	Үч бурчтуктун биссектрисасы	З. Үч бурчтук бурчу биссектрисасынын үч бурчтуктун ички зонасында жаткан бөлүгү
9.	Үч бурчтуктун бийиктиги	И. Үч бурчтуктун чокусунан ошол чокунун каршысындагы жак жаткан түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикуляр
10.	Кесиндинин орто перпендикуляры	К. Кесиндинин ортосуна түшүрүлгөн перпендикуляр

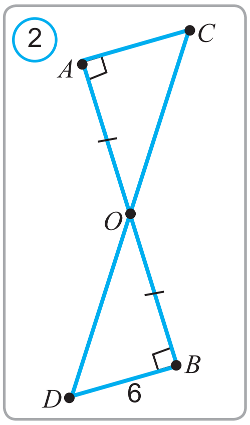
5. Тесттер.



1. Тең капталдуу үч бурчтуктун эки жагы 8 жана 3 кө барабар. Анын үчүнчү жагын тап.
   A) 5; B) 8; D) 11; E) 9.

2. $P = 36$, a = ? *(1-сүрөт)*
   A) 11; B) 12; D) 13; E) 18.

3. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 48, каптал жагы 18 ге барабар. анын негизин тап.
   A) 18; B) 12; D) 16; E) 18.



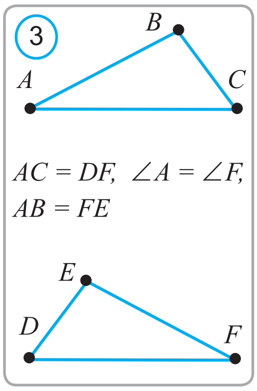
4. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 48 ге барабар. Анын жактарынан бири 12 ге барабар болсо, калган жактарын тап.
   A) 12; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.

5. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 36 га, жактарынан бири болсо 16 га барабар. Үч бурчтуктун калган эки жагынын узундуктарын тап.
A) 16 жана 4; B) 10 жана 10; D) 10 жана 10 же 16 жана 4; E) Мындай үч бурчтук жок.

6. AC=? *(2-сүрөт)*
   A) 6; B) 8; D) 12; E) 10,5.

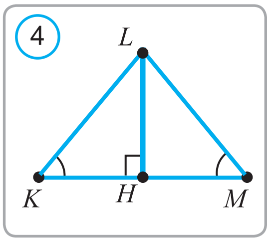
7. Үч бурчтуктун канча медианасы бар?
   A) Бир; B) Эки; D) Үч; E) Алты.

8. Үч бурчтуктун биссектрисасы кандай фигура?
   A) Кесинди; B) Шоола; D) Түз сызык; E) Чекит.



9. Үч бурчтуктун кайсы элементи анын тышкы зонасында жатышы мүмкүн?
   A) Медианасы; B) бийиктиги;
   D) Биссектрисасы; E) Диагоналы.

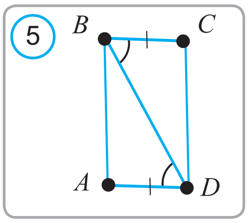
10. "Эгерде үч бурчтуктун эки бурчу барабар болсо, анда бул үч бурчтук тең капталдуу үч бурчтук болот", деген ырастоону кантип атоого болот?
   A) Аныктама; B) касиет;
   D) белги; E) Аксиома.



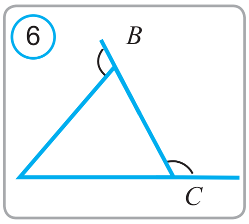
11. 3-сүрөттө берилген ABC жана DEF үч бурчтуктары барабар болобу?
   A) Ооба; B) Жок.

12. 4-сүрөттөгү кайсы үч бурчтуктар өз ара барабар?
   A) $\Delta KLM = \Delta LMH$; B) $\Delta KLH = \Delta MLH$;
   D) $\Delta KLM = \Delta KLH$; E) Эч бири.

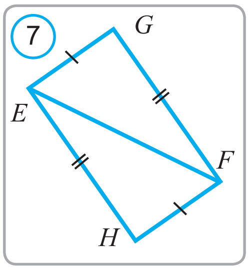
13. 5-сүрөттөгү ABD жана CDB үч бурчтуктары кайсы белгиси боюнча барабар болот?
A) Үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча;
B) Үч бурчтуктардын барабардыгынын БЖБ белгиси боюнча;
D) Үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖЖЖ белгиси боюнча;
E) Бул үч бурчтуктар барабар эмес.



14. 6-сүрөткө карап үч бурчтуктун түрүн аныкта.
A) Тең жактуу; B) Тең капталдуу;
D) тар бурчтуу; E) Эч нерсе айтууга болбойт.



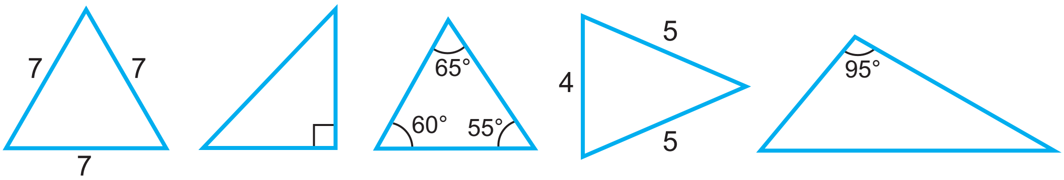
15. 7-сүрөттөгү маалыматтар боюнча төмөнкү барабардыктардан туура эмесин тап.
A) $\angle GEF = \angle HFE$; B) $\angle EGF = \angle FHE$;
D) $\angle EHF = \angle FEG$; E) $\angle EFH = \angle GEF$.



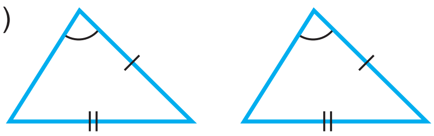
16. Периметри 12 *см* болгон үч бурчтуктун бийиктиги аны периметрлери 7 *см* жана 9 *см* болгон үч бурчтуктарга бөлөт. Бийиктиктин узундугун тап.
A) 2 *см*; B) 3 *см*; D) 1 *см*; E) 4 *см*.

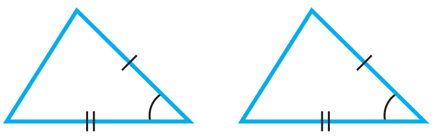
6. Маселелер.

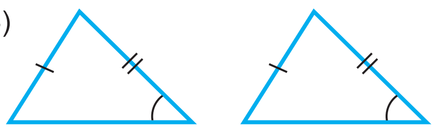
1. Сүрөттөгү маалыматтардын негизинде үч бурчтуктун түрлөрүн аныкта.

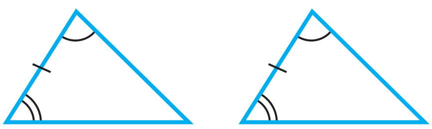


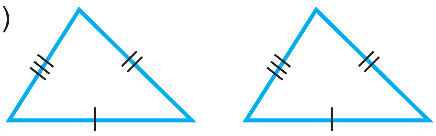
2. Төмөн жакта келтирилген үч бурчтуктардын түгөйлөрүнөн кайсылары өз ара барабар болушат? Кайсы белгиси боюнча?

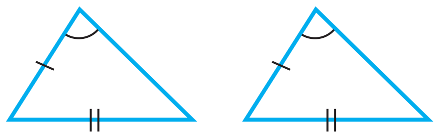
1)


2)


3)


4)


5) 

6) 

3. 8-сүрөттө $\Delta ACD = \Delta ABF$ экендигин далилде.

4. Эгерде 9-сүрөттө $\angle CAB = \angle ABD$ болсо, анда $AD = BC$ экендигин көрсөт.

5. 10-сүрөттө $\Delta ABD = \Delta BCD$ болушун далилде.

6. 11-сүрөттө $\Delta ABC = \Delta ADC$ болушун далилде.

7. Эгерде ΔABC жана ΔPQR ында $AB = PQ$, $AC = PR$, $BC = QR$ болсо, ΔABC жана ΔPQR барабар болобу?

8. Эгерде 12-сүрөттө $AB = AC$, $BE = CF$ болсо, а) $\Delta AED = \Delta AFD$; б) $\Delta BED = \Delta CFD$ экендигин далилде.

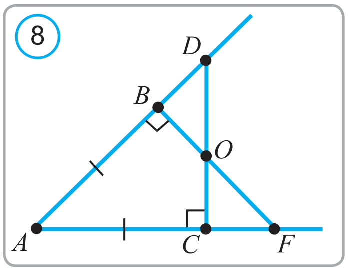
9. 13-сүрөттө $\Delta ABC = \Delta EFD$ болушун далилде.

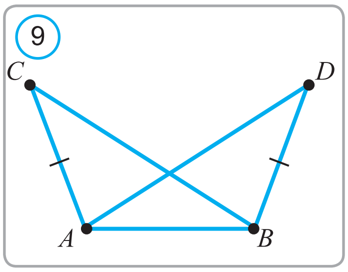
10. 14-сүрөттө $AD = CE$ экендигин далилде.

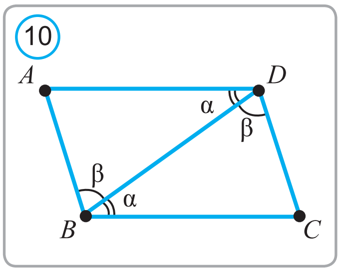
11. 15-сүрөттөгү маалыматтар боюнча x ти тап.

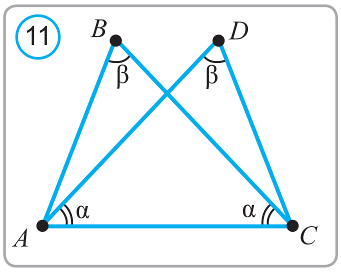
12. AE, BD кесиндилери C чекитинде кесилишет. Эгерде $DC = DE$, $AB = BC$ жана $\angle BAC = 48°$ болсо, $\angle CED$ ту тап.

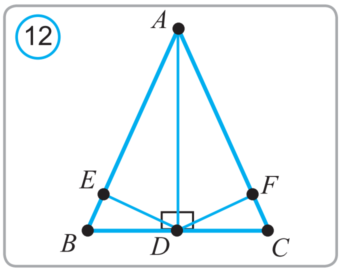
13. ABC үч бурчтугунун ичинде D чекити алынган. Эгерде $AC = AB$, $CD = BD$ жана $\angle BDA = 120°$ болсо, $\angle ADC$ ту тап.

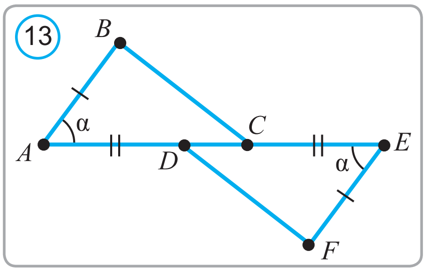


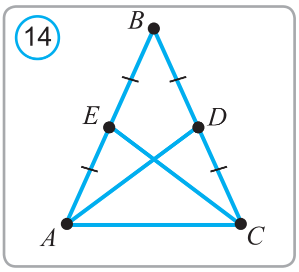


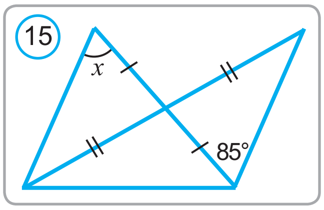




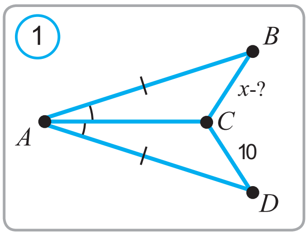








29 3-текшерүү иши



Текшерүү иши эки бөлүктөн турат:

I. 81-83-беттердеги тест суроолоруна окшош 5 тест;

II. Төмөнкү маселелерге окшош 3 маселе (4-маселе "эң жакшы" баа алмакчы болгон окуучулар үчүн кошумча).

1. 1-сүрөттө берилген маалыматтар боюнча белгисиз кесиндини тап.
2. AB жана CD кесиндилери O чекитинде кесилишет. Эгерде $\angle CAB = \angle ABD$ жана $AO = BO$ болсо, $\angle ACO = \angle BDO$ экендигин далилде.
3. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 18,4 $м$ ге барабар, негизи болсо каптал жагынан 3,6 $м$ ге кыска. Бул үч бурчтуктардын жактарын тап.

4*. Үч бурчтуктардын барабардыгын эки жагы жана ошол жактарынын бирине жүргүзүлгөн медиана боюнча далилде.

Жөндөмдүү окуучулар үчүн кошумча тапшырма.

1. «Геометрия–7» электрондук окуу китебинин жогорудагы главасынын беттери менен таанышып чык. Жогорудагы главага киргизилген темалар боюнча интерактивдүү анимациялык тиркемелерде берилген тапшырмаларды аткарып жана тест тапшырмаларын чыгарып, билимиңди сынап көр.

2. Ошондой эле 10-бетте келтирилген интернет ресурстарынан жогорудагы главага тиешелүү материалдарды тап жана үйрөнүп чык.

III ГЛАВА

ПАРАЛЛЕЛЬ ТҮЗ СЫЗЫКТАР

Бул главаны үйрөнүп чыккандан кийин төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

Билимдер:

— параллель түз сызыктардын аныктамасы жана касиеттери;
— эки түз сызыкты кесип өтүүчү кескенде пайда болгон бурчтардын түрлөрү жана аларды чиймеде айырмалай алуу;
— эки түз сызыктын параллелдигинин белгиси;
— берилген теоремага тескери болгон теореманы туюнта алуу.

Көнүккөндүктөр:

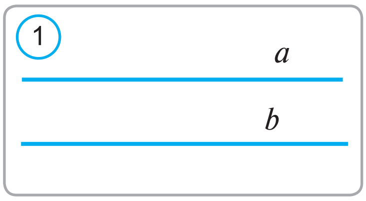
— үч бурчтуу жана жөнөкөй сызгыч менен параллель түз сызыктарды түзүү;
— эки түз сызыкты кесип өтүүчү кескенде пайда болгон бурчтарды чиймеде көрсөтүп бере алуу.

30 Түз сызыктардын параллелдиги

Активдештирүүчү көнүгүү.

Эгерде эки түз сызык бир түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, алар өз ара кесилиши мүмкүнбү? Жообуңду негизде.

Бир тегиздикте жаткан, өз ара кесилишпеген түз сызыктар **параеллель түз сызыктар** деп аталат.



1-сүрөттө параллель түз сызыктар көрсөтүлгөн. a жана b түз сызыктарынын параллелдиги $a||b$ түрүндө жазылат же кыскача "*a түз сызыгы b түз сызыгына параллель*" деп окулат.

Параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилерге (шоолаларга) параллель кесиндилер (шоолалар) деп айтылат. Параллель кесиндилерди турмушта көп кездештиргенсиң. Мисал үчүн темир жолдун рельстери, тик бурчтук формасындгы столдун карама-каршы кырлары, чакмак дептердин барагындагы горизонталь, вертикаль сызыктар ж. б.

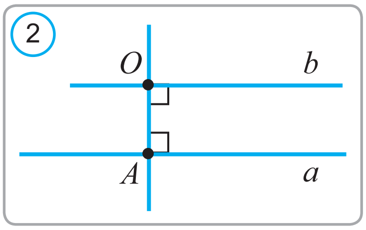
Ошентип, аныктама боюнча түз сызыктар параллель болушу үчүн

— алар бир тегиздикте жатышы;

— жалпы чекитке ээ болбостугу, б. а. кесилишпестиги керек.

14-темада далилденген теореманы эми төмөнкүдөй туюнтууга болот:

Теорема. **Бир түз сызыкка перпендикулярдуу болушкан эки түз сызык өз ара параллель болушат.**

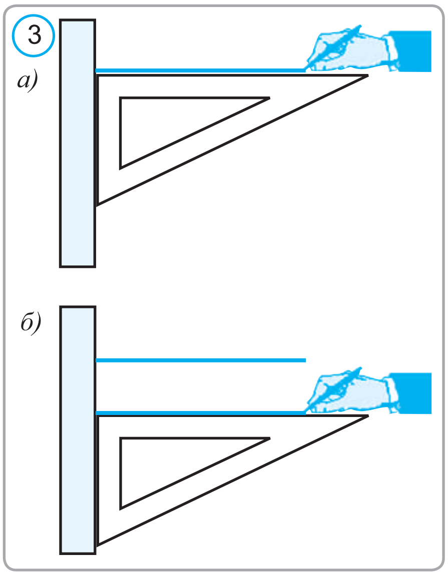


Көнүгүү. a түз сызыгына тиешелүү болбогон O чекитинен ага параллель түз сызык жүргүзүүгө болорун көрсөт.

Чыгаруу: O чекитинен a түз сызыгына перпендикулярдуу OA түз сызыгын жүргүзөбүз *(2-сүрөт)*. Андан кийин O чекитинен OA түз сызыгына перпендикулярдуу b түз сызыгын жүргүзөбүз. Натыйжада, $a \perp OA$ жана $OA \perp b$, б. а. OA түз сызыгына перпендикулярдуу болгон эки a жана b түз сызыктарын алабыз. Жогорудагы теорема боюнча, a жана b түз сызыктары өз ара параллель болот, б. а. b изделген түз сызык.

Параллель түз сызыктарды практикада жөнөкөй жана үч бурчтуу сызгычтардын жардамында 3-сүрөттө көрсөтүлгөн тартипте сызууга болот. Бул усулдун тууралыгын негизде.

Түз сызыкка анда жатпаган чекиттен канча параллель түз сызык жүргүзүүгө болот? *Параллелдиктин аксиомасы* деп аталган төмөнкү ырастоо бул суроого жооп берет.



A *Тегиздиктеги түз сызыкка, анда жатпаган чекиттен бир гана параллель түз сызык жүргүзүүгө болот.*

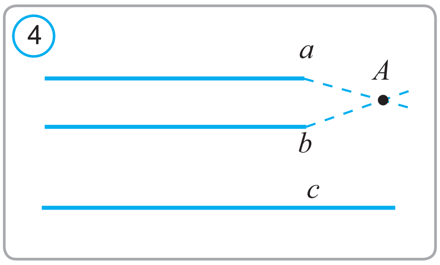
Бул ырастоо аксиома иретинде далилдөөсүз кабыл алынат.

Теорема. **Бир түз сызыкка параллель болгон эки түз сызык өз ара параллель болушат.**

a, b жана c түз сызыктар, $a \parallel c$, $b \parallel c$. ⇒ $a \parallel b$

Далилдөө. $a \parallel c$ жана $b \parallel c$ болсо да, a жана b түз сызыктары параллель эмес, деп карайлы. Анда, алар кандайдыр A чекитинде кесилишет *(4-сүрөт)* жана A чекитинен c түз сызыгына эки a, b параллель түз сызыктары жүргүзүлгөн болуп калат. Бул параллелдик аксиомасына каршы. Демек, оюбуз туура эмес — a жана b түз сызыктары өз ара параллель экен.

Теорема далилденди.



Геометриялык изилдөө

45° ка барабар болгон ABC бурчун сыз. Бурчтун чокусунан баштап BA жагына бири-бирине барабар төрт кесиндини удаалаш кой жана бул кесиндилердин учтары аркылуу бурчтун BC жагын кесип өткөн параллель түз сызыктар жүргүз. Андан кийин BC жагында алынган кесиндилердин узундуктарын өз ара салыштыр. Бул кесиндилер жөнүндө кандай жыйынтыкка келдиң? Натыйжаны башка чоңдуктагы бурчтар үчүн текшерип көр.

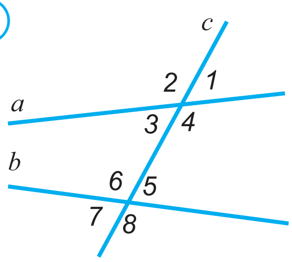
Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Качан түз сызыктарга параллель дейилет?
2. Берилген түз сызыкта жатпаган чекит аркылуу ошол түз сызыкка параллель болгон канча түз сызык жүргүзүүгө болот?
3. Эки кесинди качан параллель болушат?
4. Класстык бөлмөгө назар сал жана параллель кесиндилерди аныкта.
5. Үчүнчү түз сызыкка параллель болгон эки түз сызыктын өз ара параллель болушун көрсөт.
6. Түз сызык сызып анда A, B жана C чекиттерин белгиле. Сызгыч жана үч бурчтуу сызгычтын жардамында A чекитинен, B чекитинен жана C чекитинен өткөн жана бири-бирине параллель болгон түз сызыктарды жүргүз.
7. Кесилишпеген эки кесиндиге параллель кесиндилер деп айтууга болобу? Кесилишпеген эки шоолагачы?
8. Качан кесинди менен шоола параллель болушат?
9. Тик бурчтуктун карама-каршы жактары өз ара параллель экендигин көрсөт.
10. Эгерде түз сызык параллель түз сызыктардын бирин кесип өтсө, экинчисин да кесип өтөбү? Жообуңду негизде.
11. Баракка эки түз сызык сызылды. Эгерде барак ошол сызыктар боюнча кыркылса, канча бөлүк алынат.

31 Эки түз сызык жана кесип өтүүчү түзгөн бурчтар

Тегиздикте берилген a жана b түз сызыктары үчүнчү c түз сызыгы менен кесилишкенде, 8 бурч алынат. Аларды 1-сүрөттө көрсөтүлгөн сыяктуу цифралар менен белгилейли. Бул бурчтардын төмөнкү түгөйлөрүн өз алдынча атайбыз:

1



$\angle 3$ жана $\angle 5$, $\angle 4$ жана $\angle 6$ — **ички кайчылаш бурчтар**

$\angle 4$ жана $\angle 5$, $\angle 3$ жана $\angle 6$ — **ички бир жактуу бурчтар**

$\angle 1$ жана $\angle 5$, $\angle 2$ жана $\angle 6$, $\angle 3$ жана $\angle 7$, $\angle 4$ жана $\angle 8$ — **тиешелүү бурчтар**

Бул бурчтардын төмөнкү касиеттерин келтиребиз:

1-Касиет. **Эгерде эки түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган ички кайчылаш бурчтардын бир түгөйү өз ара барабар болсо, анда алардын экинчи түгөйү да өз ара барабар болот.**

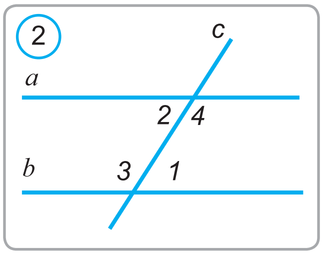
a, b түз сызыктар жана c кесип өтүүчү: $\angle 1 = \angle 2$ (*2-сүрөт*) ⇒ $\angle 3 = \angle 4$

Далилдөө. $\angle 2$, $\angle 4$ жандаш бурчтар болгондуктан: $\angle 2 + \angle 4 = 180$. Мындан $\angle 4 = 180 - \angle 2$.

$\angle 1$ жана $\angle 3$ да жандаш бурчтар болгондуктан: $\angle 1 + \angle 3 = 180$. Мындан $\angle 3 = 180 - \angle 1$.

Шарт боюнча $\angle 1 = \angle 2$ экендигин эсепке алсак: $\angle 3 = 180 - \angle 1 = 180 - \angle 2 = \angle 4$.

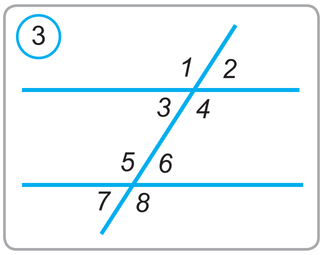
Демек, $\angle 3 = \angle 4$. ***Касиет далилденди.***



2-Касиет. **Эгерде тиешелүү бурчтар барабар болушса, анда ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка барабар болот.**

Далилдөө. Тиешелүү бурчтардан кандайдыр түгөйү, мисалы $\angle 2 = \angle 6$ болсун (*3-сүрөт*). $\angle 6 + \angle 4 = 180°$ экендигин далилдейбиз. $\angle 2$ жана $\angle 4$ жандаш бурчтар болгондуктан, $\angle 2 + \angle 4 = 180°$ болот. Анда, $\angle 2 = \angle 6$ болгондуктан, $\angle 6 + \angle 4 = 180°$ экендиги келип чыгат.

Башка ички бир жактуу бурчтардын суммасы да 180° экендиги ушинтип далилденет. ***Касиет далилденди.***



3-Касиет. **Эгерде ички кайчылаш бурчтар өз ара барабар болушса, анда тиешелүү бурчтар да өз ара барабар болушат.**

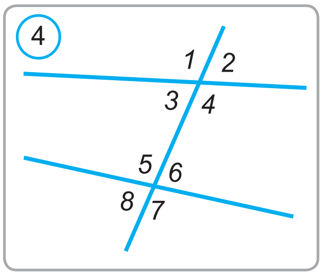
Далилдөө. Барабар тиешелүү бурчтар $\angle 3$, $\angle 6$ болсун (*3-сүрөт*). Анда, $\angle 3$ жана $\angle 2$ вертикалдуу болгондуктан, $\angle 3 = \angle 2$ болот. Демек, тиешелүү бурчтар $\angle 6$ жана $\angle 2$ барабар экен. Башка тиешелүү бурчтар түгөйлөрүнүн барабардыгы да ушинтип далилденет.

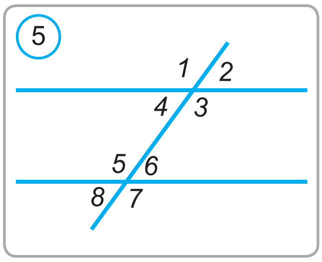
Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Каалагандай эки түз сызык сыз. Аларды үчүнчү түз сызык — кесип өтүүчү менен кес. Ички бир жактуу, кайчылаш жана тиешелүү бурчтарды чиймеден көрсөт.

2. 4-сүрөттөгү бурчтардан кайсылары вертикалдуу, кайсылары жандаш болот?

3. Эгерде 5-сүрөттө $\angle 2 = \angle 6 = 63°$ болсо, калган бурчтарды тап.

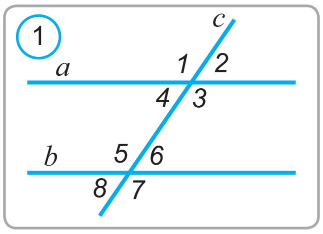




4. Эгерде эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде пайда болгон бурчтардан бири 82° жана дагы бири 110° болсо, калган бурчтарды тап.
5. 5-сүрөттө $\angle 3=\angle 5$ болсо, $\angle 4=\angle 6$ болобу? Эгерде $\angle 1=\angle 7$ болсо, $\angle 2=\angle 8$, $\angle 3=\angle 5$, $\angle 4=\angle 6$ барабардыктары аткарылабы? Жообуңду негизде.
6. Ички бир жактуу бурчтар өз ара барабар болушу мүмкүнбү?
7.* Ички кайчылаш бурчтар барабар болушса, ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка барабардыгын көрсөт. Тескери ырастоо да туурабы?
8.* Эгерде эки түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган тиешелүү бурчтардан бир түгөйү өз ара барабар болсо, тиешелүү бурчтардан экинчи түгөйү да барабар болушун далилде.

32 Эки түз сызыктын параллелдигинин белгилери

Активдештирүүчү көнүгүү.

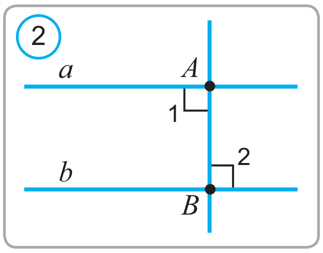


1-сүрөттө a жана b параллель сызыктары жана c кесип өтүүчү көрсөтүлгөн. Төмөнкү тапшырмаларды аткар жана суроолорго жооп бер.

1. Бардык ички кайчылаш бурчтардын түгөйлөрүн жаз жана аларды транпортирде чене. Ар бир түгөй ички кайчылаш бурчтардын градустук чендери жөнүндө эмне айта аласың?
2. Бардык ички бир жактуу бурчтардын түгөйлөрүн жаз жана аларды транпортирде чене. Ар бир түгөй ички бир жактуу бурчтардын градустук чендери жөнүндө эмне айта аласың??
3. Бардык тиешелүү бурчтардын түгөйлөрүн жаз, аларды транпортирде чене.Ар бир түгөй тиешелүү бурчтун градустук чендери жөнүндө эмне айта аласың?
4. Жогоруда аныкталган касиеттер ар дайым орундуу болобу?

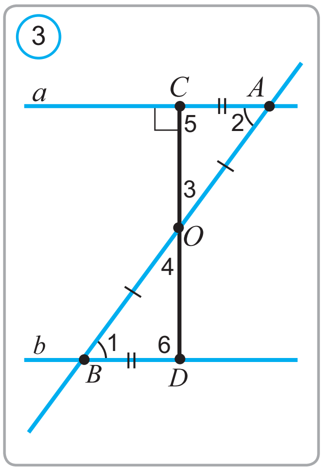
Эки түз сызыктын параллелдигин кандай усулдар менен аныктоого болот? Төмөнкү, эки түз сызыктын параллелдиги белгилери деп аталган теоремалар ушул суроого жооп берет.

Теорема. **Эгерде ички кайчылаш жаткан бурчтар барабар болсо, анда бул эки түз сызык параллель болушат.**



Далилдөө. 1) Баштап $\angle 1$жана $\angle 2$ тик бурчтук болгон учурду карайбыз *(2-сүрөт)*: Мында AB түз сызыгы a жана b түз сызыктарына перпендикулярдуу болот. Анда a жана b түз сызыктары бир түз сызыкка перпендикулярдуу болгон эки түз сызык жөнүндөгү теорема боюнча өз ара параллель болушат (95-бетке кара).

2) Эми $\angle 1$ жана $\angle 2$ тик бурчтук болбогон учурду көрөбүз: AB кесиндисинин ортосу $(AO=BO)$ O чекитинен a түз сызыгына OC перпендикулярын түшүрөбүз *(3-сүрөт)*. b түз сызыгына B чекитинен узундугу AC га барабар BD кесиндисин коёбуз. AOC жана BOD үч бурчтуктарын карайбыз:

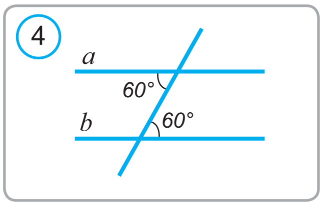


Аларда: 1. түзүү боюнча: $AC=BD$;
2. түзүү боюнча: $AO=BO$;
3. шарт боюнча: $\angle 1 = \angle 2$.

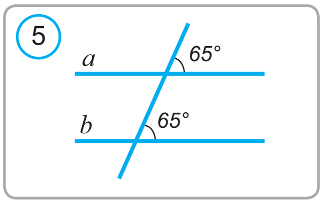
Анда үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча $\Delta AOC = \Delta BOD$ болот. Башкача айтканда, $\angle 3 = \angle 4$ жана $\angle 5 = \angle 6$ болот.

$\angle 3 = \angle 4$ экендигинен D чекити CO шооласынын уландысында жатышы, б. а. C, O жана D чекиттеринин бир түз сызыкта жатышы келип чыгат.

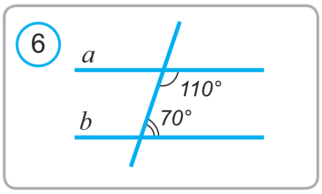
$\angle 5 = \angle 6$ экендигинен, $\angle 6$ да $\angle 5$ сыяктуу тик бурчтук экендиги келип чыгат. Ошентип, a жана b түз сызыктары бир CD түз сызыгына перпендикулярдуу экен. Демек, алар өз ара параллель болушат. ***Теорема далилденди.***

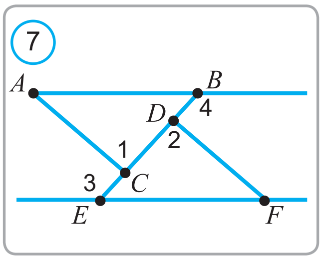


Маселе. Эгерде 1-сүрөттө $\angle 2=55°$ жана $\angle 5=125°$ болсо, a жана b түз сызыктары параллель болобу?



Чыгаруу: $\angle 2$, $\angle 4$ вертикалдуу бурчтар болгондуктан, $\angle 4=\angle 2=55°$. $\angle 5$, $\angle 6$ жандаш болгондуктан, $\angle 6=180°-\angle 5=180°-125°=55°$. Ички кайчылаш бурчтардын барабар экендигин аныктайбыз: $\angle 4=\angle 6$. Демек, далилденген эки түз сызыктын параллелдиги белгиси боюнча a жана b түз сызыктары параллель болушат. ***Жообу:*** Ооба.

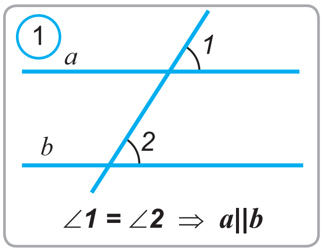




Суроо, маселе жана тапшырмалар

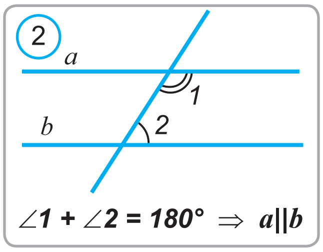
1. Эки түз сызыктын параллелдиги белгисин түшүндүр.
2. 4-сүрөттө $a||b$ болушун көрсөт.
3. 5-сүрөттө $a||b$ болушун көрсөт.
4. 6-сүрөттө $a||b$ болушун көрсөт.
5. Эгерде 1-сүрөттө: а) $\angle 1=132°$, $\angle 8=48°$ б) $\angle 2=36°$, $\angle 5=144°$ в) $\angle 3=113°$, $\angle 6=77°$ г) $\angle 1+\angle 7=180°$ болсо, анда $a||b$ болобу?
6. Эгерде: 7-сүрөттө: а) $\angle 3=\angle 4$, $BD=CE$, $AB=EF$; б) $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$, $BD=CE$; в) $AB=EF$, $BD=EC$, $AC=FD$ болсо, $\Delta ABC=\Delta EFD$ экендигин көрсөт.
7. a түз сызыгы жана анда жатпаган K чекити берилген. K чекити аркылуу төрт түз сызык жүргүзүлдү. Бул түз сызыктардан канчасы a түз сызыгы менен кесилишет?

33 Эки түз сызыктын параллелдигинин белгилери (уландысы)



Теоремадан түздөн-түз келип чыккан касиетке **натыйжа** дейилет. Мурдагы темада далилденген теоремадан жана 38-темада далилденген 2-, 3-касиеттерден төмөнкү ннатыйжалар келип чыгат.

1-натыйжа.* Эки түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган тиешелүү бурчтар барабар болсо, анда бул эки түз сызык параллель болот(1-сүрөт)**.*



2-натыйжа.* Эки түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° болсо, анда бул эки түз сызык параллель болот** *(2-сүрөт).**

Маселе. 3-сүрөттөгү түз сызыктардын кайсылары параллель?

Чыгаруу: Вертикалдуу бурчтардын барабардыгынан, $\angle 1=105°$, $\angle 2=125°$, $\angle 3=115°$. a жана b түз сызыктары параллель эмес, анткени $\angle 1+65°=105°+65°\neq 180°$.

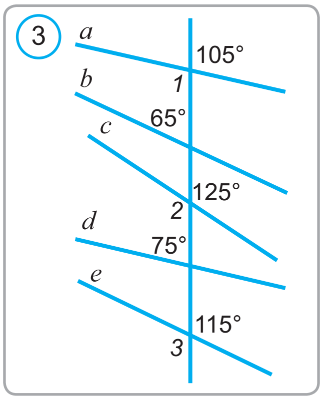
$a||d$ болот, анткени, $\angle 1+75°=105°+75°=180°$ (2-натыйжага кара).

Куду ушундай $b \parallel e$ болот, анткени $65° + \angle 3 = 65° + 105° = 180°$.

a, c, e түз сызыктары параллель эмес, анткени алардын тиешелүү бурчтары барабар эмес (1-натыйжага кара).

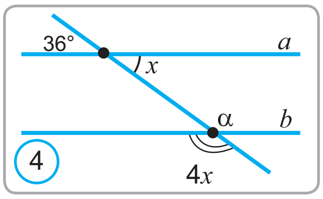
Куду ушундай *b, d* түз сызыктары да параллель эмес, анткени тиешелүү бурчтары барабар эмес: $65° \neq 75°$.

Жообу: $a \parallel d$, $b \parallel e$.



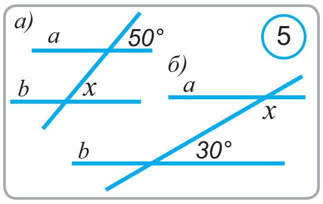
Маселе. 4-сүрөттө $a \parallel b$ болобу?

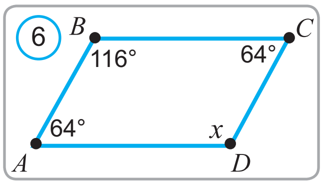
Чыгаруу: Вертикалдуу бурчтардын касиети боюнча $x = 36°$. Анда $\alpha = 4x = 4 \cdot 36° = 144°$ болот. Ички бир жактуу бурчтардын суммасы $x + \alpha = 36° + 144° = 180°$. Демек, 2-натыйжа боюнча $a \parallel b$ болот.

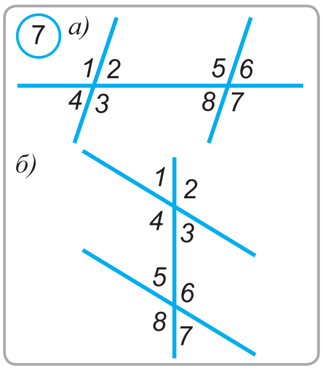


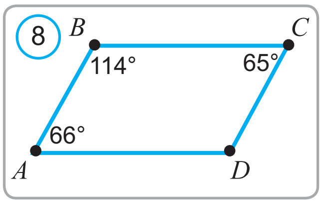
Суроо, маселе жана тапшырмалар

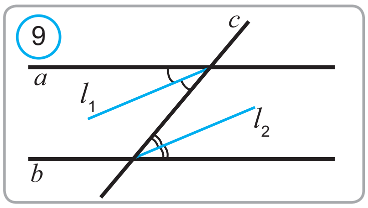
1. Эки түз сызыктын параллелдиги белгилерин айт.
2. 5-сүрөттө *a, b* түз сызыктары параллель болушу үчүн белгисиз бурч канча градус болушу керек?
3. 6-сүрөттөгү белгисиз бурчту тап.
4. Эгерде 7-сүрөттө а) $\angle 1 = \angle 5 = 105°$; б) $\angle 3 = 60°$, $\angle 8 = 120°$ болсо, калган бурчтарын тап.
5. 8-сүрөттөгү төрт бурчтуктун кайсы жактары параллель болот?
6. Эки түз сызыктын кесип өтүүчү менен кесилишинен пайда болгон бурчтардан бири 32°, ага тиешелүү болгон бурч болсо 33° ка барабар болсо, анда бул түз сызыктар параллель болобу?
7. *a, b* параллель түз сызыктарынын *c* түз сызыгы менен кесилишинен алынган ички кайчылаш бурчтардын биссектрисалары параллель экендигин көрсөт (*9-сүрөт*).











34 Тескери теорема

Эгерде теореманын шарты менен корутундуларынын орду алмаштырылса, анда жаңы пикир (б. а. ырастоо) алынат. Эгерде бул пикир да туура болсо (б. а. аны далилдөөгө болсо), ал берилген теоремага **тескери теорема** деп аталат.

Түз теорема: ***Эгерде*** **А ырастоо орундуу** ***болсо,*** **В ырастоо орундуу** ***болот.***

Кыскача: $A \Rightarrow B$

Тескери теорама: ***Эгерде*** **В ырастоо орундуу** ***болсо,*** **А ырастоо орундуу** ***болот.***

Кыскача: $B \Rightarrow A$

Мисал. “Эгерде үч бурчтук тең капталдуу болсо, анын негизиндеги бурчтары барабар болот” — деген теоремага тескери теорема төмөнкүдөн турат: “***Эгерде үч бурчтуктун эки бурчу барабар болсо, ал тең капталдуу үч бурчтук болот***”.

1-көнүгүү. Жогоруда келтирилген тескери теоремага "Үч бурчтуктун тең капталдуу болушунун белгиси", дейилет. Анын тууралыгын өз алдынча далилде.

Айта кетчү нерсе, ар дайым эле берилген түз теоремага тескери болгон ырастоо орундуу боло бербейт.

Мисалы, “Бурчтар вертикалдуу болсо, алар барабар болот”, деген теоремага тескери “Бурчтар барабар болсо, алар вертикалдуу болот” деген ырастоо туура эмес.

2-көнүгүү.

1. “Эгерде жамгыр болсо, асманда булут болот”, дегенге тескери ырастоону түз. Алынган тескери ырастоонун ар дайым эле туура болуш-болбостугун түшүндүр.

2. Төмөнкү түз теоремаларга тескери болгон теоремаларды жазып чык. Ар бир тескери теоремада туюнтулган ырастоонун туура же туура эместигин текшер.

1) Бир түз сызыкка перпендикулярдуу болгон эки түз сызык өз ара кесилишпейт.
2) Эки үч бурчтук барабар болсо, алардын тиешелүү жактары барабар болот.
3) Эгерде жандаш бурчтар барабар болсо, анда алар тик бурч болот.
4) Бир түз сызыкка параллель болгон эки түз сызык өз ара параллель болот.

? *Суроо, маселе жана тапшырмалар*

1. Тескери теорема менен түз теореманын кандай айырмасы бар?

2. Түз теоремага тескери болгон теорема ар дайым эле орундуу боло береби?

3. Түз теореманы далилдеп, ага тескери болгон теореманы далилдөөсүз кабыл алса болобу?

4. Тескери теоремага тескери болгон теорема кандай аталат.

5. Төмөнкү теоремалардын шартын жана корутундуларын жаз. Аларга тескери болгон теоремаларды жаз жана тууралыгын текшер:

1) Эгерде 2-сүрөттө $AC=BD$ болсо, $AB=CD$ болот.

2) Эгерде 3-сүрөттө $\angle 1=\angle 2$ болсо, $\angle 3=\angle 4$ болот.

3) Эгерде 4-сүрөттө $EF||AC$ болсо, $\angle 1=\angle 3$.

4) Эгерде 5-сүрөттө $AO=OB$ жана $CO=OD$ болсо, $\Delta AOD=\Delta BOC$ болот.

6. A жана B чекиттерине бекитилген блоктор аркылуу өткөн жипте P_1 жана P_2 телолору асылган *(6-сүрөт)*. P_3 тело жиптин C чекитине асылган болуп, P_1 жана P_2 телолорун тең салмактуулукта сактап турат. $AP_1||BP_2||CP_3$ экендиги белгилүү болсо, $\angle ACB=\angle A+\angle B$ болушун далилде.

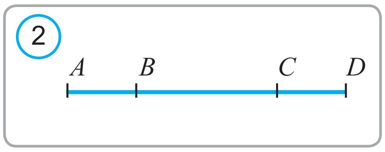
7. Төмөнкү теоремаларга тескери болгон теоремаларды туюнт, алардын тууралыгын текшер:

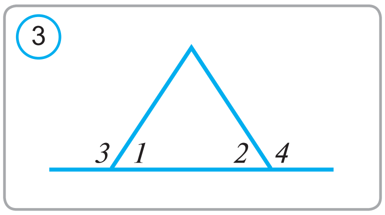
1) Эки түз сызыктын кесип өтүүчү менен кесилишинен алынган тиешелүү бурчтар барабар болсо, бул түз сызыктар параллель болот.

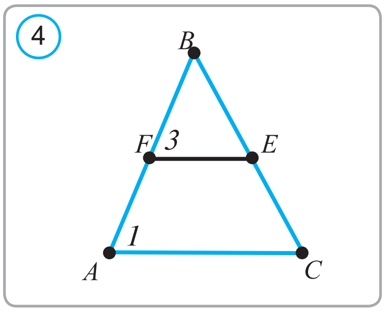
2) Үчүнчү түз сызыкка параллель болгон эки түз сызык параллель болот.

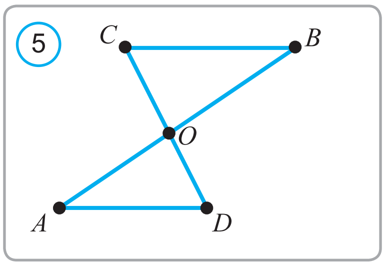
3) Тең жактуу үч бурчтуктун бардык бурчтары өз ара барабар болот.

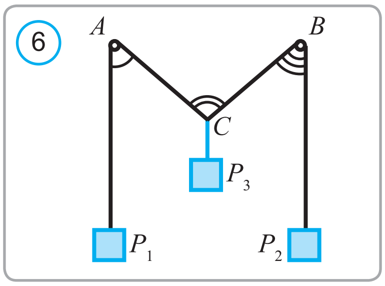
8. Үч бурчтуктардын барабардыгын белгилерине тескери болгон теоремаларды айт. Бул тескери теоремалар туурабы?







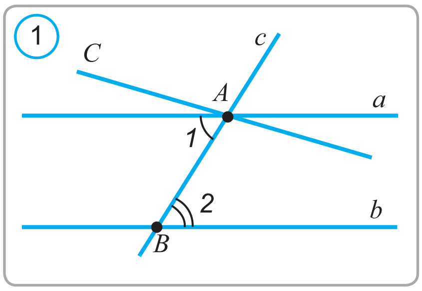




35 Эки параллель түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган бурчтар

Төмөн жакта эки түз сызыктын параллелдигинин белгилерине тескери болгон теоремаларга токтолобуз.

1-теорема. **Эки параллель түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган ички кайчылаш бурчтар өз ара барабар болушат.**



$a \| b$, c – кесип өтүүчү (*1-сүрөт*) ⇒ $\angle 1 = \angle 2$

Далилдөө. Тескерисин элестетебиз: $\angle 1 \neq \angle 2$ болсун. AB шоолага $\angle 2$ ка барабар болгон CAB бурчун коёбуз ($\angle CAB = \angle 2$). Мында, CA жана b түз сызыктарын AB кесип өтүүчү менен кескенде, бири-бирине барабар (түзүү боюнча) ички кайчылаш $\angle CAB$ жана $\angle 2$ бурчтарын алабыз.

Демек, CA жана b түз сызыктары өз ара барабар. Ошентип, A чекитинен b түз сызыгына параллель болгон эки (CA жана a) түз сызыкка ээ болобуз.

Бул болсо параллелдик аксиомасына каршы. Демек, оюбуз туура эмес, $\angle 1 = \angle 2$ экен. ***Теорема далилденди.***

Натыйжа. **Эгерде түз сызык параллель түз сызыктардан бирине перпендикулярдуу болсо, анда экинчисине да перпендикулярдуу болот.**

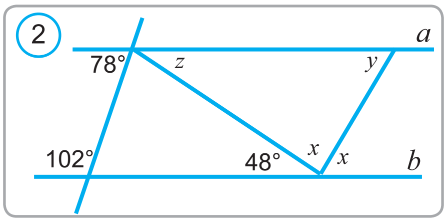
Натыйжа иретинде келтирилген ырастоонун тууралыгын өз алдынча текшер.

2-теорема. **Эки параллель түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган тиешелүү бурчтар өз ара барабар болушат.**

3-теорема. **Эки параллель түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка барабар болот.**

Теоремаларды өз алдынча далилдөөгө урунуп көр.

Маселе. 2-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.



Чыгаруу: Ички бир жактуу бурчтардын суммасы $78° + 102° = 180°$ болгондуктан, $a \| b$ болот. Демек, 1-теорема боюнча $z = 48°$ жана $x = y$ болот. $x + x + 48° = 180°$ болгондуктан, (жайылган бурч), $x = 66°$. Демек, $y = 66°$.

Жообу: $x = 66°$; $y = 66°$; $z = 48°$.

Маселе. 3-сүрөттө $a \nparallel b$, $c \parallel d$. Барабардыктардан кайсылары туура?

1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$; 5) $\angle 1 = \angle 12$;
6) $\angle 7 = \angle 10$; 7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$; 9) $\angle 4 + \angle 13 = 180°$;
10) $\angle 6 + \angle 14 = 180°$; 11) $\angle 7 + \angle 12 = 180°$; 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180°$

Чыгаруу: 3) $\angle 4 = \angle 2$ *(вертикалдуу бурчтардын касиети боюнча)*, $\angle 2$ жана $\angle 16$ – тиешелүү бурчтар болгондуктан, $\angle 2 = \angle 16$. Демек, $\angle 4 = \angle 16$ барабардыгы туура.

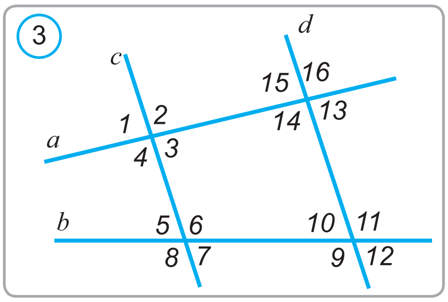
5) $\angle 12 = \angle 7$ жана $\angle 7 = \angle 5$ вертикалдуу бурчтар, $\angle 5$ жана $\angle 1$ тиешелүү бурчтар. $a \nparallel b$, ошондуктан $\angle 1 \neq \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, б. а. $\angle 1 = \angle 12$ барабардыгы туура.

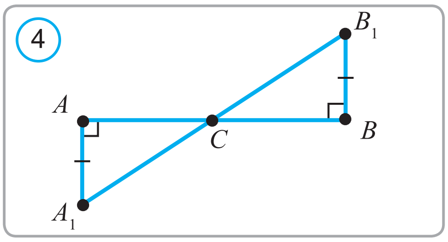
9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ *(вертикалдуу бурчтар)*, $c \parallel d$, $\angle 2$ жана $\angle 15$ – ички бир жактуу бурчтар болгондуктан, $\angle 2 + \angle 15 = 180°$. Демек, $\angle 4 + \angle 13 = 180°$ барабардыгы туура.

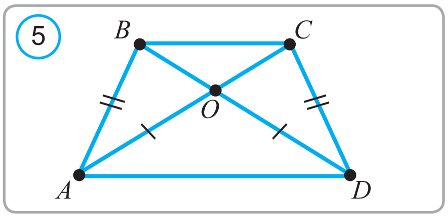
11) $c \parallel d$ болгондуктан $\angle 7 = \angle 10$ *(тиешелүү бурчтар касиети боюнча)* жана $\angle 10 = \angle 12$ *(вертикалдуу бурчтар)*. Демек, $\angle 7 = \angle 12$.

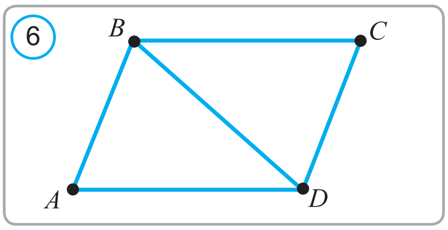
Ошондуктан $\angle 7 + \angle 12 = 180°$ барабардыгы $\angle 7 = \angle 12 = 90°$ болгондо гана орундуу.

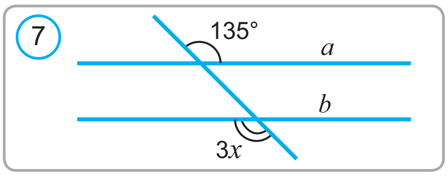
Калган барабардыктарды ушундай түрдө өз алдынча текшерип чык.











Суроо, маселе жана тапшырмалар

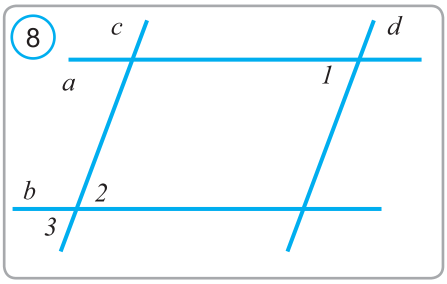
1. 4-сүрөттө $AC = CB$ экендигин көрсөт.
2. Берилген кесиндинин ортосун табууда 1-маселеден кандай пайдаланууга болот?
3. 5-сүрөттө $BC \parallel AD$, $AO = OD$ экени белгилүү. а) $BO = OC$; б) $AC = BD$; в) $\Delta AOB = \Delta COD$; г) $\Delta ABD = \Delta ACD$ барабардыкты далилде.
4. 6-сүрөттө $BC \parallel AD$ жана $AB \parallel CD$ болсо, $\Delta ABD = \Delta CBD$ экендигин далилде.
5. 7-сүрөттө $a \parallel b$ болсо, x ти тап.

6. ABC жана $A_1B_1C_1$ тар бурчтары берилген. Эгерде $AB \| A_1B_1$ жана $BC \| B_1C_1$ болсо, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ болушун далилде.

7*. Тиешелүү жактары параллель түз сызыктарда жаткан бурчтардан бири тар, экинчиси болсо кең. Алардын суммасы 180° ка барабар болушун далилде.

Эскертүү. 6-7-маселелерде келтирилген теоремаларга – тиешелүү жактары параллель болгон бурчтардын касиеттери деп айтылат.

8. Эгерде 8-сүрөттө $a \| b$, $c \| d$ жана $\angle 1 = 55°$ болсо, $\angle 2$ жана $\angle 3$ тү тап.



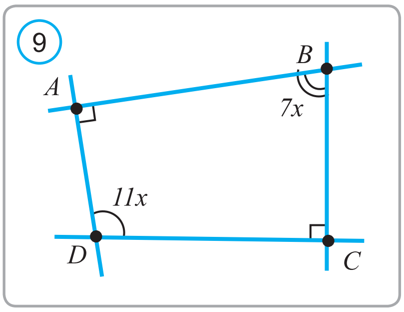
9. Тиешелүү жактары параллель түз сызыктарда жаткан бурчтардын айырмасы 40° ка барабар. Ошол бурчтарды тап.

10*. ABC жана $A_1B_1C_1$ тар бурчтары берилген. Эгерде $AB \perp A_1B_1$ жана $BC \perp B_1C_1$ болсо, анда $ABC = A_1B_1C_1$ болушун далилде.

11*. Тиешелүү жактары перпендикуляр түз сызыктарда жаткан бурчтардан бири тар, экинчиси болсо кең. Алардын суммасы 180° ка барабар болушун далилде.

Эскертүү. 10-11-маселелерде келтирилген теоремаларга – тиешелүү жактары өз ара перпендикуляр болгон бурчтардын касиеттери деп айтылат.

12. 9-чиймедеги ABC жана ADC бурчтарынын тиешелүү жактары перпендикуляр. Белгисиз бурчтарды тап.



36 Билимиңди сынап көр

1. Бош калган жерлерди логикалык жактан туура сөздөр менен толукта.

1. Түз сызыкта жаткан чекит аркылуу ага перпендикулярдуу болгон .... жүргүзүүгө болот.
2. Эгерде эки түз сызыкты кесип өтүүчү менен кескенде пайда болгон............ барабар болсо, бул түз сызыктар параллель болушат.
3. Тегиздиктеги эки түз сызыкка .... , алар параллель түз сызыктар дейилет.
4. Эки параллель түз сызыктан бирин кесип өткөн түз сызык ....
5. Түз сызыкта жатпаган чекит аркылуу ага параллель болгон .... түз сызык жүрөт.
6. Түз сызыктын каалагандай чекити аркылуу .... бир гана түз сызык жүргүзүүгө болот.
7. Тик бурч менен кесилишкен түз сызыктар .... деп аталат.
8. Бир түз сызыкка .... эки түз сызык өз ара параллель болот.
9. Эгерде эки түз сызыкты кесип өтүүчү менен кескенде пайда болгон ички бир жактуу бурчтар .... түз сызыктар параллель болушат.
10. Параллель түз сызыктарды кесип өтүүчү кескенде алынган тиешелүү.......... .

2. Келтирилген пикирлерде ката болсо, аны тап жана оңдо.

1. Түз сызыктын бир гана чекитинен ага перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүүгө болот.
2. Берилген түз сызыкта жатпаган бир гана чекиттен ошол түз сызыкка перпендикуляр түшүрүүгө болот.
3. AB жана AK параллель түз сызыктарынын бирине перпендикулярдуу түз сызык экинчисине да перпендикулярдуу болот.
4. Эки түз сызыктын кесип өтүүчү менен кесилишинен пайда болгон ички кайчылаш бурчтары барабар болот.
5. Эгерде эки кесинди кесилишпесе, алар параллель кесиндилер деп аталат.
6. Тиешелүү жактары параллель болгон бурчтар барабар болушат.
7. Эгерде $a \perp b$, $b \perp c$ болсо, $a \perp c$ болот.
8. Тиешелүү жактары перпендикулярдуу бурчтардын суммасы 180° ка барабар.
9. Эгерде эки түз сызыктын кесип өтүүчү менен кесилишинен пайда болгон ички бир жактуу бурчтар барабар болсо, анда түз сызыктар параллель болот.
10. Перпендикулярдуу түз сызыктарга параллель болгон түз сызыктар да өз ара параллель болушат.
11. Эгерде $a \parallel b$, $b \parallel c$ болсо, анда $a \parallel c$ болот.

3. Жадыбалда келтирилген касиеттерге жана түшүндүрмөлөргө тиешелүү геометриялык түшүнүктөрдү тап.

1.	Жалпы чекитке ээ болбогон түз сызыктар	
2.	Тик бурч менен кесилишет	
3.	Чекиттен түз сызыкка бирди гана түшүрүүгө болот	
4.	Чекиттен түз сызыкка каалаганча түшүрүүгө болот	
5.	Шарт жана корутунду бөлүктөрү алмашкан	
6.	Эки түз сызык менен кесип өтүүчүнүн кесилишинен пайда болгон бурчтар	

4. Биринчи мамычада берилген геометриялык түшүнүккө экинчи мамычадан тиешелүү касиетти же түшүндүрмөнү туура кой.

Геометриялык түшүнүк	*Касиеттер, түшүндүрмөлөр*
1. Параллель түз сызыктар	A. Ар дайым эле туура боло бербейт.
2. Перпендикулярдуу түз сызыктар	B. Кесилишпейт.
3. Кесип өтүүчү эки түз сызыкты кескенде	C. Кесилишкенде тик бурчтар пайда болот.
4. Ички кайчылаш бурчтар	D. Ички кайчылаш, ички бир жактуу жана тиешелүү бурчтар пайда болот.
5. Тескери теорема	E. Бир жарым тегиздикте жатат.
6. Ички бир жактуу бурчтар	F. Барабар болсо, сызыктар параллель болот.

5. Тесттер.

1. Берилген түз сызыкта жатпаган чекит аркылуу ошол түз сызыкка канча параллель түз сызык жүргүзүүгө болот?
   A) 1; B) 2; D) 4; E) каалаганча.
2. Эгерде $a \| b$, $b \perp c$, $c \perp d$ болсо, анда төмөнкү жооптордун кайсылары туура?
   A) $a \perp d$, $b \perp d$ B) $a \perp c$, $b \| d$
   D) $a \| c$, $a \perp d$ E) $a \perp c$, $a \perp d$, $b \perp d$.

3. Тегиздикте берилген түз сызыкта жатпаган чекит аркылуу ошол түз сызыкка канча перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүүгө болот?

A) 1; B) 2; D) 4; E) каалаганча.

4. 1-сүрөттө $a \| b$ болсо, xти тап.

A) 100°; B) 110°; D) 130°; E) 140°.

5. 2-сүрөттө $a \| b$ болсо, xти тап.

A) 30°; B) 45°; D) 60°; E) 36°.

6. xти тап. *(3-сүрөт).*

A) 96°; B) 108°; D) 112°; E) 78°.

7. 4-сүрөттө $a \| b$ жана $\alpha - \beta = 70°$ болсо, α ны тап.

A) 30°; B) 125°; D) 75°; E) 36°.

8. Эки түз сызык үчүнчү түз сызык менен кесилишкенде канча барабар тар бурч алынышы мүмкүн?

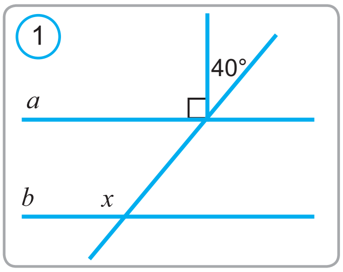
A) 3; B) 8; D) 6; E) 4.

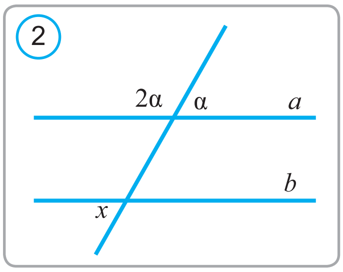
9. Эки түз сызык үчүнчү түз сызык менен кесилишкенде алынган бурчтардан бири 97° ка барабар. Алынган бурчтардан эң кичинесин тап.

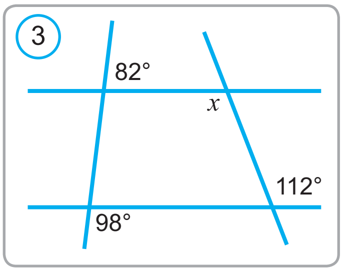
A) 97°; B) 83°; D) 77°; E) 7°.

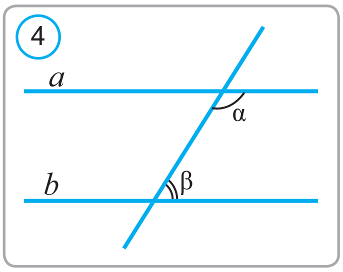
10. Эки түз сызык үчүнчү түз сызык менен кесилишкенде көп дегенде канча барабар тар бурч алынат?

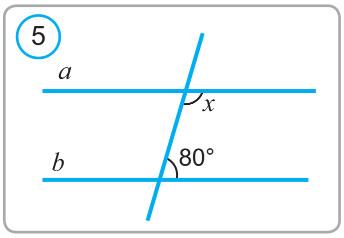
A) 3; B) 4; D) 6; E) 5.

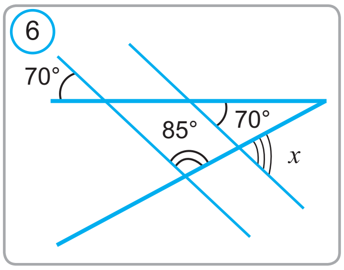


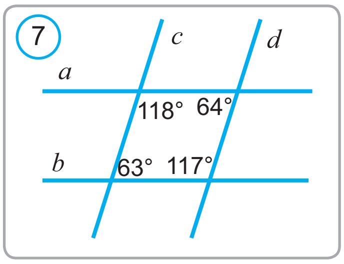


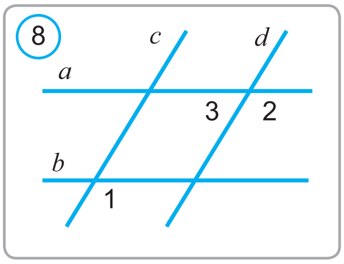


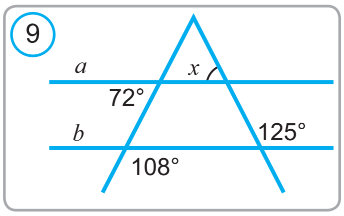












11. Эки түз сызык үчүнчү түз сызык менен кесилишкенде көп дегенде канча тик бурч алынат?

A) 2; B) 6; D) 8; E) 5.

12. Эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде алынган үч ички бурчтун суммасы 290° ка барабар. Төртүнчү бурчту тап.

A) 145°; B) 110°; D) 36°; E) 70°.

13. *5-сүрөттө* $a||b$ болсо, x ти тап.

A) 100°; B) 80°; D) 110°; E) 90°.

14. *6-сүрөттөгү* x бурчту тап.

A) 105°; B) 95°; D) 85°; E) 75°.

15. *7-сүрөттө* кайсы түз сызыктар өз ара параллель болот?
A) $a||b$; B) $a||c$; D) $c||b$; E) $c||d$.

16. *8-сүрөттө* $a||b$, $c||d$ жана $\angle 1=122°$ болсо, $\angle 2$ жана $\angle 3$ тү тап.

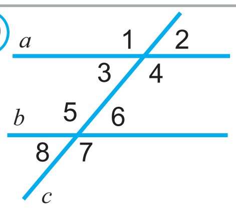
A) $\angle 2 = 122°$, $\angle 3 = 58°$; B) $\angle 2 = 130°$, $\angle 3 = 58°$;
D) $\angle 2 = 122°$, $\angle 3 = 68°$; E) $\angle 2 = 130°$, $\angle 3 = 50°$.

6. Маселелер.

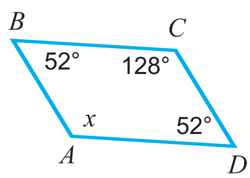
1. 9-сүрөттөгү x бурчту тап.
2. 10-сүрөттө $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ болсо, $a||b$ болобу?
3. 10-сүрөттө $\angle 2 = \angle 6$ болсо, $a||b$ болобу?
4. 10-сүрөттө $\angle 1 = \angle 5 = 118°$ болсо, калган бурчтарды тап.
5. 10-сүрөттө $\angle 2 = 71°$ жана $\angle 7 = 119°$ болсо, $a||b$ болобу?
6. 11-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.

7. Эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде алынган бурчтардан бири 47° ка барабар. Ага тиешелүү бурч канча градус болгондо бул эки түз сызык параллель болот?
8. Эки параллель түз сызыкты кесүүчү менен кескенде алынган ички кайчылаш бурчтардын суммасы 84°. Калган бурчтарды тап.
9. Эки параллель түз сызыкты кесүүчү менен кескенде алынган бурчтардан бири экинчисинен 8 эсе чоң. Алынган бардык бурчтарды тап.
10. Эки параллель түз сызыкты кесүүчү менен кескенде алынган ички бир жактуу бурчтардын айырмасы 30°. Ошол бурчтарды тап.
11. 12-сүрөттөгү белгисиз бурчту тап.
12. Тиешелүү жактары параллель түз сызыктарда жаткан бурчтардын айырмасы 36° ка барабар. Ошол бурчтарды тап.

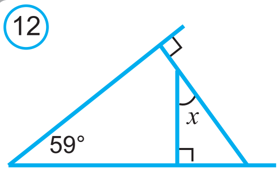
10



11



12



37 4-текшерүү иши

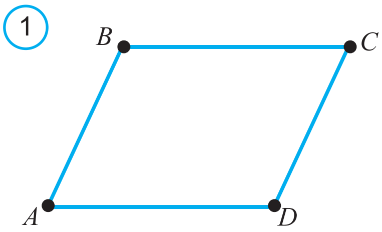
Үлгү текшерүү иши эки бөлүктөн турат:

I. 101–103-беттеги тесттерге окшош 5 тест;

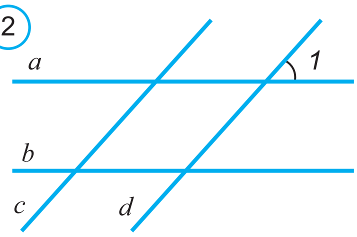
II. Төмөнкү маселелерге окшош 3 маселе (4-маселе мыкты өздөштүрүп жаткан окуучулар үчүн).

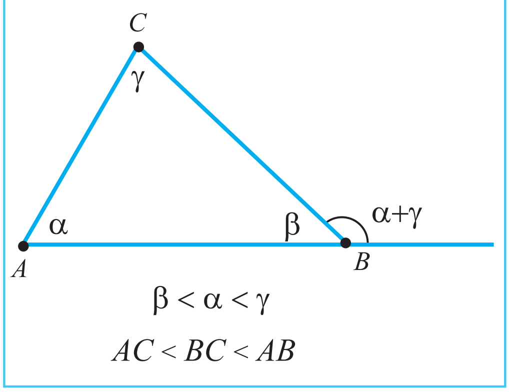
1. Эки параллель түз сызык кесип өтүүчү менен кесишкенде алынган бурчтардан бири 34°ка барабар. Калган бурчтарын тап.
2. Эгерде 1-сүрөттө $BC||AD$ жана $AB||CD$ болсо, $AB=CD$ экендигин далилде.
3. Эгерде 2-сүрөттө $a||b$, $c||d$ жана $\angle 1=48°$ болсо, калган бурчтарды тап.
4. ABC үч бурчтугунун A чокусунан өткөн биссектриса BC жагын D чекитинде кесип өтөт. D чекитинен өткөн түз сызык AC жагын E чекитинде кесип өтөт. Эгерде $AE=DE$ болсо, $DE||AB$ экендигин далилде.

1



2





IV ГЛАВА

ҮЧ БУРЧТУКТУН ЖАКТАРЫ МЕНЕН БУРЧТАРЫНЫН ОРТОСУНДАГЫ КАТЫШТАР

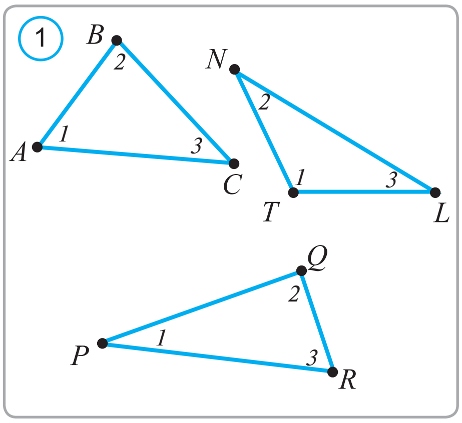
Бул главаны үйрөнүп чыккандан кийин төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

Билимдер:
- үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндө теорема жана аны далилдөө;
- үч бурчтуктун тышкы бурчу жана анын касиети;
- тик бурчтуу үч бурчтуктун касиеттери;
- тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардык белгилери;
- бурч биссектрисасынын касиети;
- үч бурчтуктун бурчтары менен жактары ортосундагы катыштарды туюнткан теоремалар;
- үч бурчтуктун барабарсыздыгы.

Көнүккөндүктөр:
- үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасын практикалык усулда табуу;
- өздөштүрүлгөн теориялык билимдерди, касиеттерди маселелер чыгарууда жана практикалык жумуштарды аткарууда колдоно алуу.

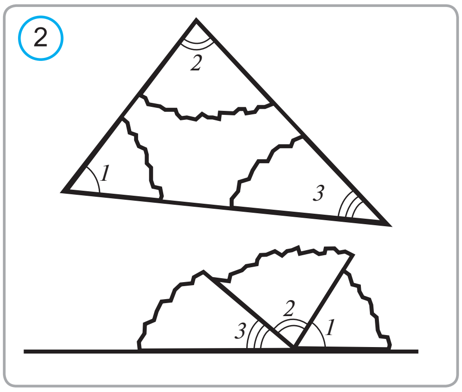
38 Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теорема

Активдештирүүчү көнүгүү.



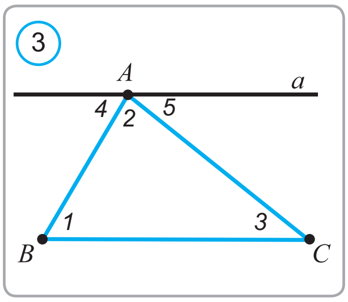
1. Төмөнкү сүрөттө көрсөтүлгөн ABC үч бурчтугунун бардык бурчтарын транспортирдин жардамында чене жана алардын суммасын эсепте. Куду ошол ишти MNL жана PQR үч бурчтуктары үчүн да аткар. Натыйжалардын негизинде жадыбалды толтур. Кандай касиетти аныктадың? Аны бир сүйлөмдө туюнт.

Үч бурчтуктар	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1+\angle 2+\angle 3$
ΔABC				
ΔMNK				
ΔPQR				



2. Бир барак кагазга каалагандай ABC үч бурчтугун сыз жана бурчтарын 1, 2 жана 3 цифралары менен белгиле. Анын бурчтарын 2-сүрөттө көрсөтүлгөндөй жыртып ал жана жанаша кой. Мындан кандай корутунду жасоого болот?

Эми геометриянын эң маанилүү теоремаларынан бири – үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теореманы далилдейбиз.



Теорема. **Үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы 180° ка барабар.**

$\Delta ABC \Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180°$

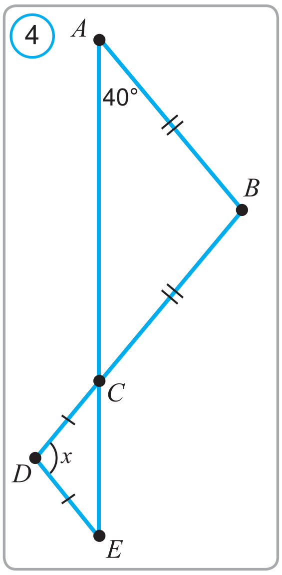
Далилдөө. A чокусунан BC жагына параллель a түз сызыгын жүргүзөбүз *(3-сүрөт)*.

$\angle 1 = \angle 4$, анткени бул бурчтар, a жана BC параллель түз сызыктарын AB кесип өтүүчү кескенде пайда болгон ички кайчылаш бурчтар.

$\angle 3 = \angle 5$, анткени бул бурчтар, a жана BC параллель түз сызыктарын AC кесип өтүүчү кескенде пайда болгон ички кайчылаш бурчтар.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180°$, анткени бул бурчтар жалпы чокуга ээ жана жайылган бурчту түзөт. Алынган бул үч барабардыктан,

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$, б. а. $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ экендигин алабыз. ***Теорема далилденди.***



1-маселе. 4-сүрөттө берилген маалыматтардан пйдаланып белгисиз бурч x ти тап.

Чыгаруу: ΔABC—тең капталдуу үч бурчтук болгондуктан, $\angle ACB = \angle A = 40°$. Вертикалдуу бурчтардын касиети боюнча, $\angle DCE = \angle ACB = 40°$. Шарт боюнча ΔCED да тең капталдуу. Ошондуктан, $\angle DCE = \angle DEC = 40°$.

Демек, үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теорема боюнча, ΔCDE да: $40° + 40° + x = 180°$, же $x = 100°$.

Жообу: 100°.

2-маселе. Үч бурчтуктун бурчтары 2:3:7 сыяктуу катышта болсо, алардын градустук ченин тап.

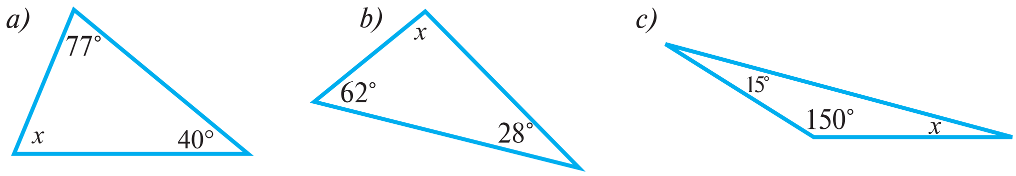
Чыгаруу: Шарт боюнча, үч бурчтуктун бурчтарын $2x$, $3x$ жана $7x$ деп белгилейбиз. Анда үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теорема боюнча $2x + 3x + 7x = 180°$ барабардыгын алабыз. Мындан $x = 15°$ экендигин табабыз.

Демек, үч бурчтуктун бурчтарынын граустук чендери 30°, 45° жана 105° ка барабар экен. ***Жообу:*** 30°, 45°, 105°.

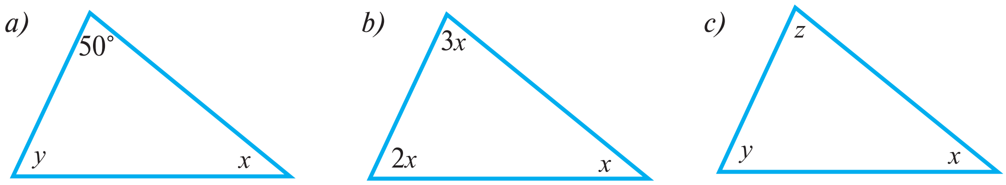
Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теореманы келтир жана сүрөттө түшүндүр.
2. Үч бурчтуктун канча бурчу тик болушу мүмкүн?
3. Үч бурчтуктун канча бурчу тар болушу мүмкүн?
4. Бурчтары: а) 5°, 55°, 120°; б) 46°, 150°, 4°; в) 100°, 20°, 50° болгон үч бурчтук барбы?
5. Эгерде үч бурчтуктун эки бурчу: а) 60° жана 40°;б) 70° жана 85°; в) 90° жана 45°; г) 105° жана 30° болсо, анын үчүнчү бурчун тап.

6. Белгисиз бурчту тап.

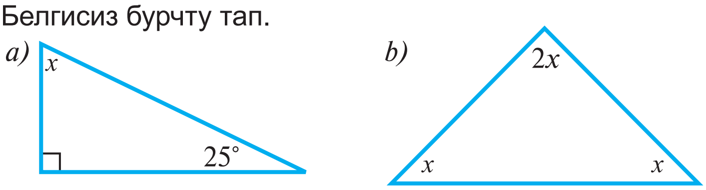


7. Белгисиз бурчту тап.

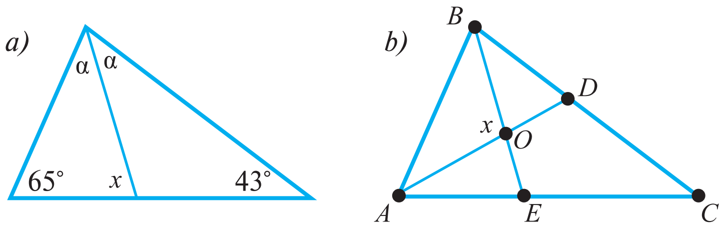


$x : y = 8 : 5$ $\qquad$ $x : y : z = 5 : 6 : 7$

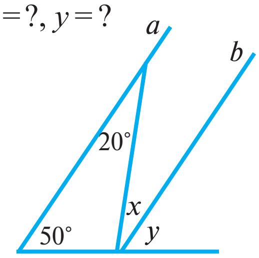
8. Белгисиз бурчту тап.



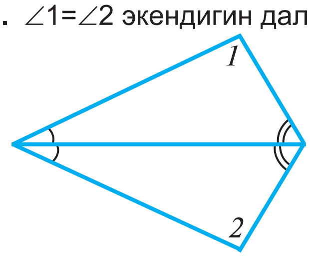
9. а) x=?; б) AD жана BE – биссектрисалар, $\angle BAC$=64°, $\angle ABC$=96°, x=?



10. $a \| b, x = ?, y = ?$



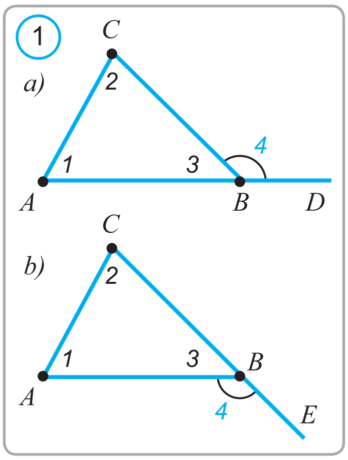
11. $\angle 1 = \angle 2$ экендигин далилде.



12*. Үч бурчтуктун бурчтары α, β, γ үчүн α=(β+γ)/2 болсо, α ны тап.
13. Тең жактуу үч бурчтуктун бурчтарын тап.
14. Тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтуктун бурчтарын тап.
15. Эгерде тең капталдуу үч бурчтуктун бурчтарынан бири а) 50°; б) 60°; в) 105° болсо, анын бурчтарын тап.

39 Үч бурчтуктун тышкы бурчунун касиети

Үч бурчтуктун ички бурчуна жандаш болгон бурч үч бурчтуктун **тышкы бурчу** деп аталат.



1-сүрөттө ABC үч бурчтугунун B бурчуна тышкы болгон CBD жана ABE бурчтары көрсөтүлгөн. Көрүнүп тургандай, бул бурчтар вертикалдуу болгондуктан өз ара барабар болушат. Калган A жана C бурчтарынын тышкы бурчтарын сызып көрсөт.

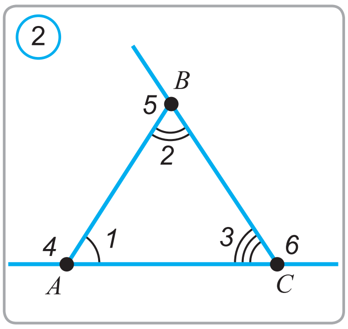
Үч бурчтуктун бурчтарын, анын тышкы бурчтарынан айырмалоо үчүн ички бурчтар деп да атайбыз.

Геометриялык изилдөө.

2-сүрөттөгү ABC үч бурчтугунун бардык ички жана тышкы бурчтарын транспортирде чене жана төмөнкү бурчтардын (ар бир тышкы бурч менен ага жандаш болбогон ички бурчтардын суммасын) чоңдуктарын өз ара салыштыр:

а) $\angle 4$ жана $\angle 2 + \angle 3$
б) $\angle 5$ жана $\angle 1 + \angle 3$
в) $\angle 6$ жана $\angle 1 + \angle 2$

Салыштыруудан кандай жыйынтык чыгардың. Аны болжолдуу ырастоо көрүнүшүндө туюнт.



Теорема. **Үч бурчтуктун тышкы бурчу үч бурчтуктун ага жандаш болбогон эки ички бурчтарынын суммасына барабар.**

ΔABC, $\angle 4$ –
(*1-* ү ө)

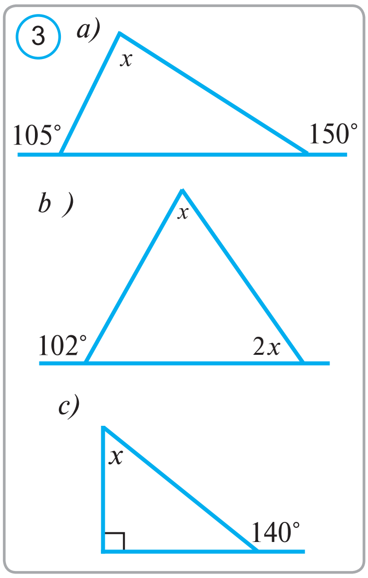
⇨

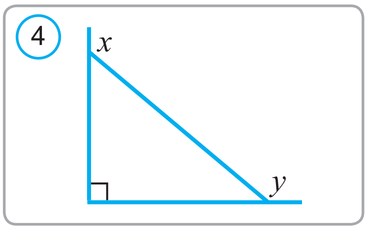
өө :
$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$

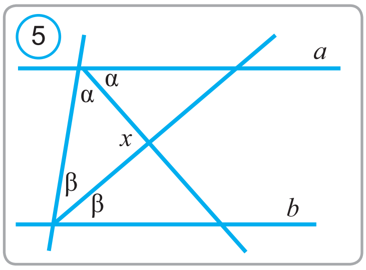
Далилдөө. 1-сүрөткө кайрылабыз. Анда, жандаш бурчтардын касиети боюнча $\angle 3 + \angle 4 = 180°$. Үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теорема боюнча $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

Бул эки барабардыктан, $\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$, б. а. $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ барабардыгын алабыз.

Теорема далилденди.







Бул теоремадан төмөнкү натыйжа келип чыгат.

Натыйжа. ***Үч бурчтуктун тышкы бурчу, ага жандаш болбогон ички бурчтарынын ар биринен чоң.***

Анын тууралыгын өз алдынча текшер.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Үч бурчтуктун тышкы бурчу деген эмне?

2. Үч бурчтуктун тышкы бурчу жөнүндөгү теореманы түшүндүр.

3. Үч бурчтуктун тышкы бурчтары 120° жана 135° болсо, ички бурчтарын тап.

4. Үч бурчтуктун ички бурчтарынан бири 30°ка, тышкы бурчтарынан бири 60°ка барабар. Үч бурчтуктун калган ички бурчтарын тап.

5. 3-сүрөттөгү белгисиз бурчту тап.

6. 4-сүрөттө $x + y$ = ?

7. Эгерде 5-сүрөттө $a \| b$ болсо, x ти тап.

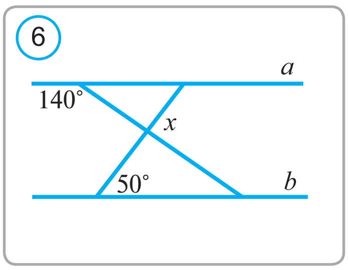
8. Эгерде 6-сүрөттө $a \| b$ болсо, x ти тап.

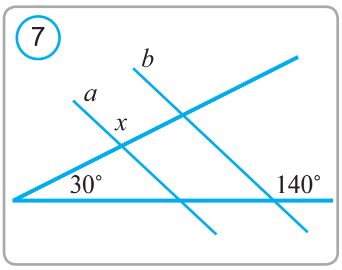
9. Эгерде 7-сүрөттө $a \| b$ болсо, x ти тап.

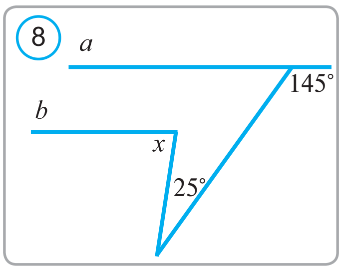
10. Эгерде 8-сүрөттө $a \| b$ болсо, x ти тап.

11. Үч бурчтуктун тышкы бурчу тар болушу мүмкүнбү? Эгерде мүмкүн болсо, канчасы?

12.* Үч бурчтуктун тышкы бурчтарынын суммасын эсепте.



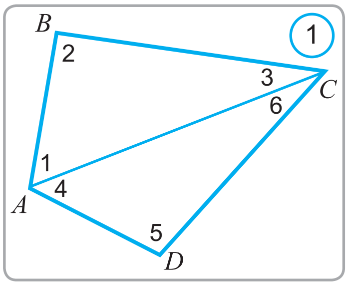




40 Маселелер чыгаруу

Маселе. Төрт бурчтуктун бурчтарынын суммасы 360°ка барабар экендигин далилде.

Чыгаруу: Каалаган $ABCD$ төрт бурчтугун сызабыз. A жана C чекиттерин туташтырып, аны эки үч бурчтукка бөлөбүз. ABC жана ADC үч бурчтуктарынын ички бурчтарынын сумасы 180°ка барабар (*1-сүрөт*):

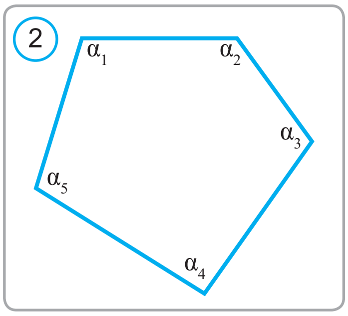


$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°,\quad \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180°.$$

$\angle A = \angle 1 + \angle 4$ va $\angle C = \angle 3 + \angle 6$ болгондуктан,

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = (\angle 1 + \angle 4) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 5 =$$

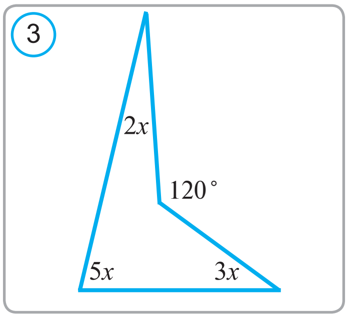
$$= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) = 180° + 180° = 360°.$$



Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Үч бурчтуктун эки бурчунун чендери 5:9 сыяктуу, үчүнчү бурчу ошол бурчтардын кичигинен 10° ка кичине. Үч бурчтуктун бурчтарын тап.

2. Үч бурчтуктун 108° туу тышкы бурчуна жандаш болбогон ички бурчтарынын суммасы 5:4 сыяктуу. Ошол ички бурчтарды тап.



3. Үч бурчтуктун эки жагы үчүнчү жагына перпендикулярдуу болушу мүмкүнбү?

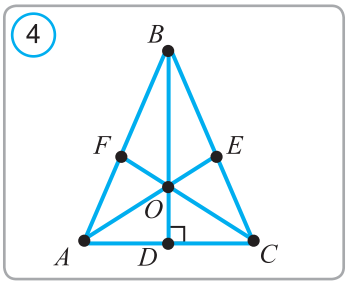
4. Үч бурчтуктун кең тышкы бурчтары: а) бирөө; б) экөө; в) үчөө болушу мүмкүнбү?

5. Үч бурчтуктун бир чокусундагы ички жана тышкы бурчтары барабар болушу мүмкүнбү?

6. 2-сүрөттө көрсөтүлгөн беш бурчтуктун бурчтарынын суммасын тап.

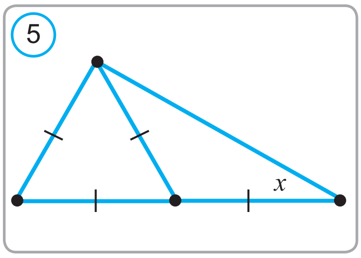
7. Белгисиз бурчтарды тап *(3-сүрөт)*.

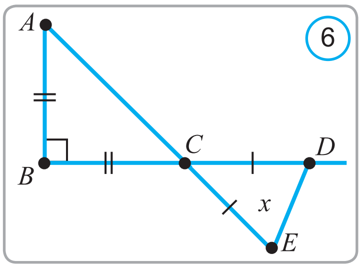
8. Эки жагы барабар болгон үч бурчтуктун тең капталдуу экендигин көрсөт.



9. Тең капталдуу үч бурчтуктун бир бурчу: а) 120°; б) 70° ка барабар болсо, калган бурчтарын тап.

10. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтарынан бири а) 15°; б) 75° болсо, калган бурчтарын тап?





11. Эки үч бурчтуктун тиешелүү жактары параллель болсо, аларга тиешелүү бурчтардын барабар болушун далилде.

12. Эгерде 4-сүрөттө $AB=BC$, $\angle ABC=50°$, AE жана FC — биссектрисалар болсо, AOB жана EOC бурчтарын тап.

13. 5-сүрөттөгү белгисиз x бурчун тап.

14. 6-сүрөттөгү белгисиз x бурчун тап.

15. Эки үч бурчтуктун тиешелүү жактары перпендикулярдуу болсо, анда алардын тиешелүү бурчтары барабар болобу? Жообуңду негизде.

16. Кандайдыр үч бурчтукту бир гана түз сызык боюнча кыркып, эки тар буртуу үч бурчтук алууга болобу? Жообуңду негизде.

41 Тик бурчтуу үч бурчтуктун касиеттери

Эскерте кетебиз, тик бурчтуу үч бурчтуктун бир бурчу тик (90°) болуп, калган эки бурчу болсо тар бурчтардан турат. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунун каршысындагы жагы **гипотенуза**, калган эки жагы болсо **катет** деп аталат. Тик бурчтуу үч бурчтуктун кээ бир касиеттерин карап көрөлү.

1-касиет. **Тик бурчтуу үч бурчтуктун эки тар бурчунун суммасы 90° ка барабар.**

Чындыгында да, үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° ка барабар. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир бурчу болсо 90° ка барабар. Ошондуктан, анын калган эки бурчунун суммасы 90°ка барабар болот.

1-маселе. Тик бурчтуу үч бурчтуктун 30° туу бурчунун каршысындагы катети гипотенузасынын жарымына барабар.

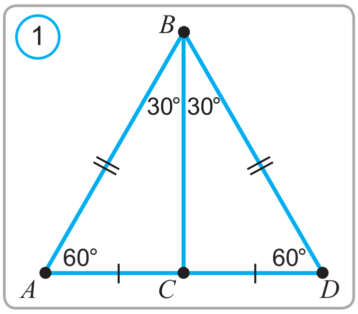
1-сүрөттө ABC тик бурчтуу үч бурчтугу берилген болуп, анда $\angle ACB=90°$ жана $\angle ABC=30°$ ка барабар болсун, дейли. Анда $\angle BAC=60°$ болот.

$AC=\dfrac{AB}{2}$ экендигин көрсөтөбүз.

Берилген үч бурчтукка барабар BCD үч бурчтугун 1-сүрөттө көрсөтүлгөндөй түзөбүз. Натыйжада, бардык бурчтары 60° ка барабар болгон ABD үч бурчтугуна ээ болобуз. Демек, ABD үч бурчтугу тең капталдуу. Мындан, $AB = AD$ болот. Бирок,

$$AD = AC + CD = 2AC.$$

Ошентип, $AB = 2AC$, Б. а. $AC = \dfrac{AB}{2}$.



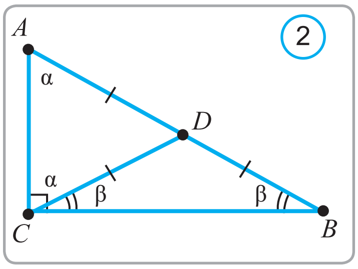
Касиет далилденди.

2-касиет. **Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттеринен бири гипотенузасынын жарымына барабар болсо, бул катет 30° туу бурчтун каршысында жатат.**

Бул касиет 2-касиетке тескери болуп, аны өз алдынча далилде.

2-Маселе. ABC тик бурчтуу үч бурчтугунда C тик бурч жана $AB=12$, $CD=DB$ болсо, анда CD ны тап *(2-сүрөт)*.

Чыгаруу: CDB — тең капталдуу үч бурчтук, анткени $CD=DB$ *(2-сүрөт)*. Демек, $\angle B=\beta$ десек, $\angle A+\angle B=90°$ болгондуктан, $\angle A+\beta=90°$. Бирок, $\alpha+\beta=90°$ болгондуктан, $\angle A=\alpha$. Демек, ADC — тең капталдуу үч бурчтук. Ошондуктан $AD=CD=DB$, б. а. D чекити AB кесиндисинин ортосу.



Демек, $CD = \dfrac{AB}{2} = 6$. ***Жообу:*** $CD = 6$

Бул маселени чыгаруу менен $AD=DB$ жана $AD = CD$ барабардыктарын да алдык. Алар тик бурчтуу үч бурчтуктун төмөнкү касиеттерин туюнтат.

3-касиет. **Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузага түшүрүлгөн медианасы гипотенузанын жарымына барабар.**

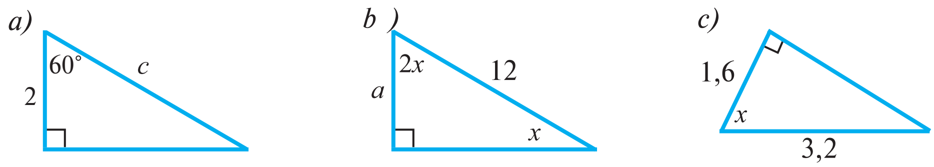
Бул маанилүү касиетке 8-класста дагы кайрылабыз.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

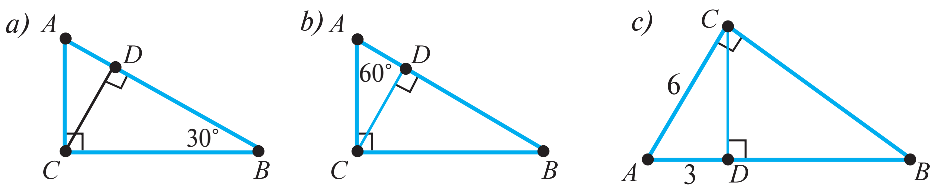
1. Тик бурчтуу үч бурчтуктун жактары кандай аталат?
2. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчтарынын суммасы эмнеге барабар?
3. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бурчтарынан кандайдыр бири кең болушу мүмкүнбү?
4. Тик бурчтуу үч бурчтуктун канча бийиктиги бар?
5. 30° туу бурчтун каршысындагы катет менен гипотенузанын ортосунда кандай көз карандылык бар?

6. Тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасына түшүрлгөн бийиктик гипотенузанын жарымына барабар экендигин көрсөт.

7. а) $c=?$ б) $a=?$ в) $x=?$



8. а) $AB=20$, $AD=?$ б) $AB=18$, $BD=?$ в) $BD=?$



9. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузага түшүрүлгөн медианасы 8 см. Эгерде анын бир бурчу 60°ка барабар болсо, ошол бурчка жанаша жаткан бурчту тап.

Геометрияда анықтык жана кыскалык

Белгилүү болгондой, анык математикалык пикир толук жана ошону менен бирге кыска, артык баш сөздөрсүз болууга тийиш.

1. Төмөнкү пикирлердеги артык баш сөздөрдү аныктап көрчү?

а) Тик бурчтуу үч бурчтуктун эки тар бурчунун суммасы 90° ка барабар.

б) Эгерде тик бурчтуу үч бурчтукта катет гипотенузанын жарымына барабар болсо, анда анын каршысында жаткан тар бурч 30°ка барабар болот.

2. Тиешелүү терминдерден пайдаланып, төмөнкү пикирлерди кыскарт.

а) Эң аз жактуу көп бурчтук;

б) айлананын борборунан өткөн хорда;

в) негизи каптал жагына барабар болгон тең капталдуу үч бурчтук.

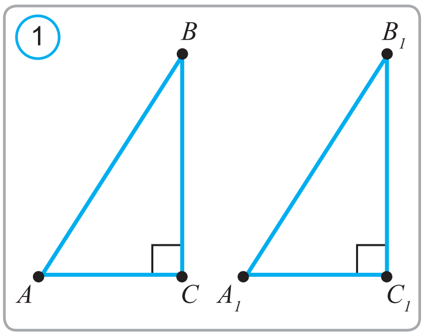
42 Тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилери

Көнүгүү. ABC жана $A_1B_1C_1$ тик бурчтуу үч бурчтуктары берилген болсун. Бул үч бурчтуктардын бирден бурчтары тик болгондуктан, алар ар дайым өз ара барабар. Ошондуктан, тик бурчтуу үч бурчтуктар үчүн үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилери кыйла жөнөкөйлөшөт.

Тик бурчтуу үч бурчтуктар үчүн эки катети (КК белгиси), катети менен тар бурчу (КБ белгиси), гипотенузасы менен тар бурчу (ГБ белгиси) жана гипотенузасы менен катети боюнча (ГК белгиси) сыяктуу барабардык белгилерин келтиребиз:

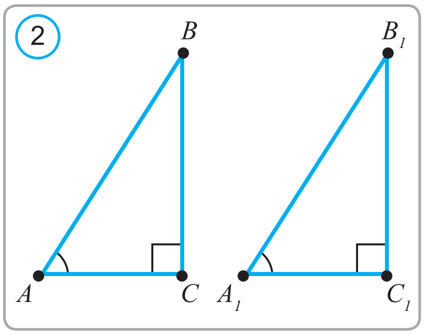
Теорема. КК белгиси. **Бир тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттерине тиешелүү түрдө барабар болсо, анда бул үч бурчтуктар барабар болушат** *(1-сүрөт)*.

Бул белги үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ-белгисинен келип чыгат.



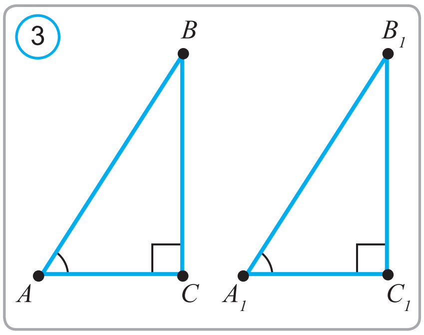
Теореме. КБ белгиси. **Бир тик бурчтуу үч бурчтуктун катети жана ага жанаша жаткан тар бурчу, экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун катети жана ага жанаша жаткан тар бурчуна барабар болсо, анда бул үч бурчтуктар барабар болушат***(2-сүрөт)*.

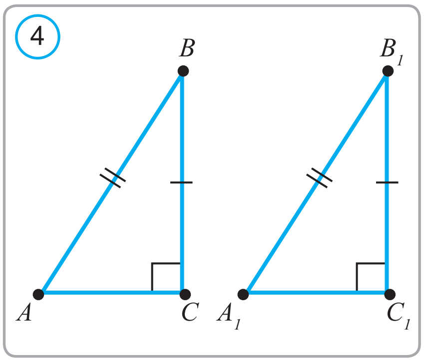
Бул белги үч бурчтуктардын барабардыгынын БЖБ-белгисинен келип чыгат.

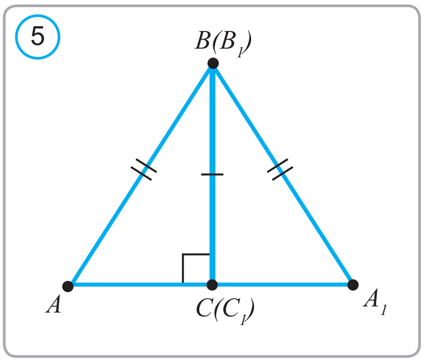


Теорема. ГБ белгиси. **Бир тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы менен бир тар бурчу, экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы менен бир тар бурчуна барабар болсо, анда бул үч бурчтуктар барабар болушат** *(3-сүрөт)*.

Бул белги үч бурчтуктардын барабардыгынын БЖБ-белгисинен келип чыгат.







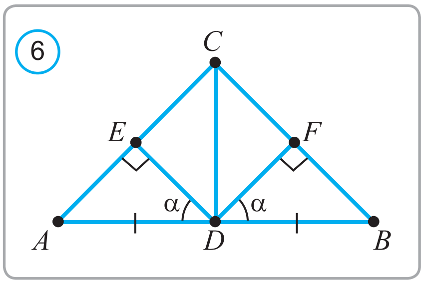
Теорема. ГК белгиси. **Бир тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы менен бир катети экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы менен бир катетине барабар болсо, анда бул үч бурчтуктар барабар болушат** *(4-сүрөт)***.**

Белгини далилдейбиз. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктары берилген *(4-сүрөт)* жана аларда $\angle C$ = 90°, $\angle C_1$ = 90°, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ болсун. Анда $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ экендигин көрсөтөбүз.

Далилдөө. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарынын экиден жагы өз ара барабар: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. Эгерде ABC жана $A_1B_1C_1$ бурчтарынын барабардыгын көрсөтсөк, ЖБЖ белгиси боюнча үч бурчтуктар барабар болушат.

Ал үчүн, $A_1B_1C_1$ үч бурчтугун ABC үч бурчтугу менен, BC жана B_1C_1 катеттери дал келгендей кылып жанаша коёбуз *(5-сүрөт)*. Анда, $\angle C$ жана $\angle C_1$ тик бурчтар болгондуктан CA жана C_1A_1 шоолалары жайылган бурчту түзүшөт, б. а. A, C, C_1 жана A_1 чекиттери бир түз сызыкта жатышат. Натыйжада, ABA_1 тең капталдуу үч бурчтук болот. Бирок, тең капталдуу үч бурчтукта негизге түшүрүлгөн бийиктик биссектриса да болот (66-бет теоремасынын жыйынтыгы боюнча). Демек, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. ***ГК белгиси далилденди.***

Маселе. 6-сүрөттө берилген маалыматтардын негизинде ABC — тең капталдуу үч бурчтук экендигин далилде.



Чыгаруу: $\Delta AED = \Delta BFD$, анткени алардын гипотенузалары менен бирден тар бурчтары барабар. CED жана CFD — тик бурчтуу үч бурчтуктар, $ED = FD$, ал эми CD гипотенуза жалпы болгондуктан, тик бурчтуу үч бурчтуктарыдн барабардыгынын $ГК$ белгиси боюнча $\Delta CED = \Delta CFD$.

Демек, $\Delta ADC = \Delta BDC$, б. а. $AC = BC$ жана ABC — тең капталдуу үч бурчтук.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилерин айт жана түшүндүр.

2. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын бир катети менен бир бурчу тиешелүү түрдө барабар болсо, бул үч бурчтуктар барабар болушабы?

3. Эгерде 6-сүрөттө:

а) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$;

б) $BC = DE$, $AB = CE$;

в) $AC = CD$, $BC = CE$;

г) $AB = DE$

болсо, анда ACB жана DCE үч бурчтуктары барабар болушабы?

4. Эгерде 7-сүрөттө: а) $OC = OB$; б) $AC = BD$; в) $AO = OD$; г) $AC = OD$; д) $\angle OCA = \angle OBD$ болсо, анда OAC жана ODB үч бурчтуктары барабар болушабы?

5. Тик бурчтуу ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында A жана A_1 тик бурчтар, BD менен BD_1 лер биссектрисалар, $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ болсо, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ экендигин далилде.

6. Эгерде 8-сүрөттө:

а) $AC = BD$;

б) $OA = OD$;

в) $\angle OCB = \angle OBC$;

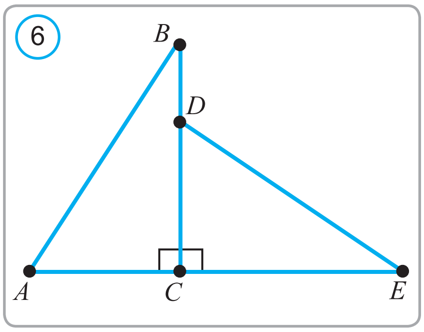
г) $BC = OD$;

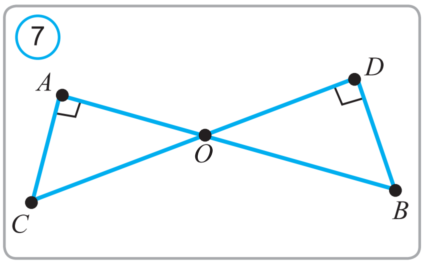
д) $\angle ACB = \angle DBC$ болсо,

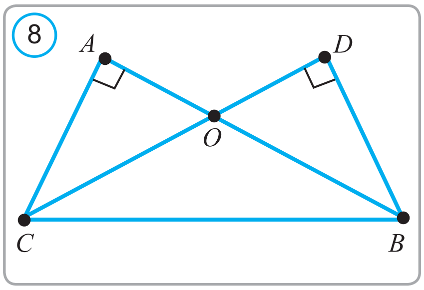
BAC, CDB үч бурчтуктары барабар болобу?

7. ABC үч бурчтугунда BD бийиктиги жүргүзүлгөн. Эгерде $AD = DC$ болсо, ABC үч бурчтугунун тең капталдуу экендигин далилде.

8. Тар бурчтуу ABC үч бурчтугунда AA_1 жана CC_1 бийиктиктери барабар. $\angle BAC = \angle BCA$ барабардыгын далилде.



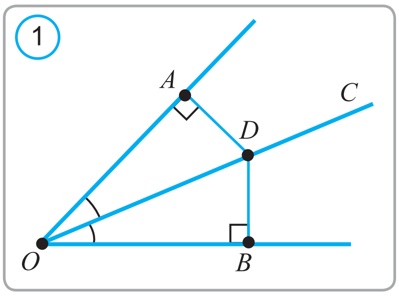




43 Бурч биссектрисасынын касиети

Эсиңде болсо, чекиттен түз сызыкка чейин болгон аралык деп, чекиттен түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикулярдын узундугуна айтылган эле.

Теорема. **Бурч биссектрисасынын каалаган чекитинен бурчтун жактарына чейин болгон аралыктар өз ара барабар.**



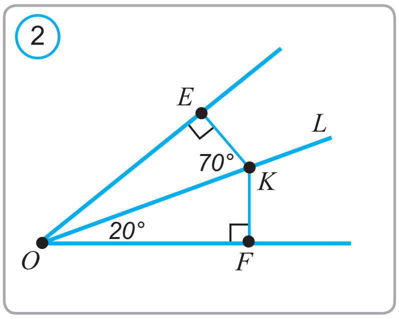
Далилдөө. O бурчу жана анын биссектрисасы OC берилген (*1-сүрөт*). OC биссектрисадан каалаган D чекитин алабыз жана берилген бурчтун жактарына DA жана DB перпендикулярларын түшүрөбүз.

OAD жана OBD тик бурчтуу үч бурчтуктарында:

1. $\angle AOD = \angle BOD$ — шарт боюнча;
2. OD — жалпы гипотенуза.

Тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардыгынын ГБ белгиси боюнча, $\Delta OAD = \Delta OBD$. Мындан, $DA = DB$.

Теорема далилденди.



Маселе. EOF үч бурчтугунун OL биссектрисасында K чекити алынган (*2-сүрөт*). Эгерде $EK \perp OE$, $KF \perp OF$, $\angle OKE = 70°$ жана $\angle KOF = 20°$ болсо, а) EOK жана OKF бурчтарын; б) EOF жана EKF бурчтарын тап.

Чыгаруу: а) Жогоруда көрүлгөндөй, $\Delta EOK = \Delta FOK$. Ошондуктан, $\angle EOK = \angle FOK = 20°$ жана $\angle OKF = \angle OKE = 70°$.

б) $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40°$,

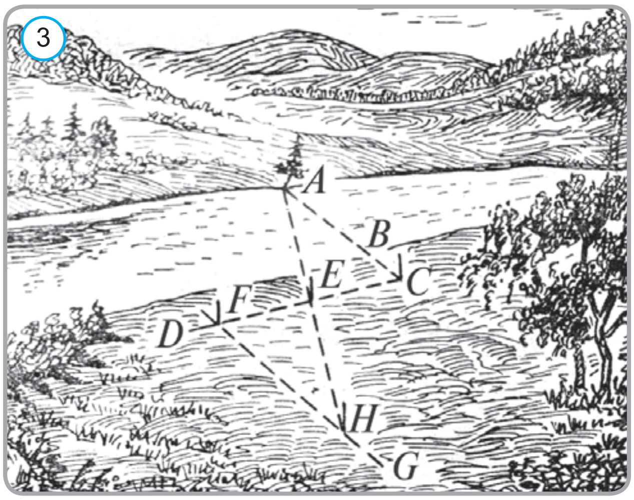
$\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70° + 70° = 140°$

Жообу: а) 20° жана 70°; б) 40° жана 140°.

Практикалык тапшырма

Тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардыгы белгилеринен пайдаланып, 3-сүрөттө көрсөтүлгөн дарыянын кеңдигин аныктоо үчүн аткарылган түзүү иштерин түшүндүр жана дарыянын кеңдигин табуу усулун баянда.

3

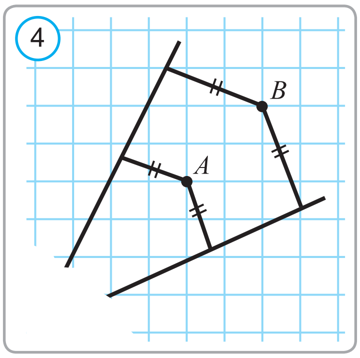


Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Бурч биссектрисасынын каалаган чекити анын жактарынан бирдей алыстыкта жайлашканын далилде.
2. Бурчтун AOB биссектрисасында алынган чекиттен OA шоолага чейин болгон аралык 7 $см$ болсо, ошол чекиттен OB шоолага чейин болгон аралыкты тап.
3. O бурчу жана анын биссектрисасында C чекити берилген. Эгерде $\angle O = 60°$ жана OC = 14 $см$ болсо, C чекитинен бурчтун жактарына чейинки аралыкты тап.
4. AOB бурчунун ичинде N чекити алынган. Эгерде $AN=BN$, $OA \perp AN$ жана $OB \perp BN$ болсо, анда N чекити AOB бурчунун биссектрисасында жатышын далилде.

5*. 4-сүрөттө чакмактуу кагазга сызылган бурчтун бир бөлүгү көрсөтүлгөн. Кагаздын бурчтун чокусу жайлашкан бөлүгү жыртылган. A жана B чекиттери бурчтун жактарынан бирдей алысташканы белгилүү. Бурчтун биссектрисасын кантип түзөбүз?

4



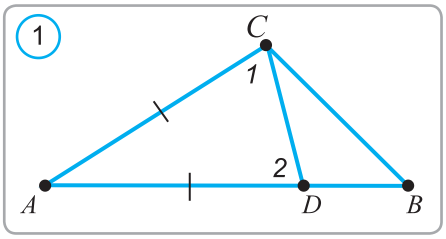
6*. Үч бурчтуктун эки биссектрисасы кесилишкен чекит үч бурчтуктун үч жагынан тең бирдей алыстыкта болушун далилде.

7. Тең капталдуу ABC, $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарынын AC, A_1C_1 негиздери жана аларга түшүрүлгөн BD, B_1D_1 бийиктиктери барабар. $ABC=A_1B_1C_1$ ди далилде.

44 Үч бурчтуктун жактары менен бурчтары ортосундагы катыштар

Теорема. **Үч бурчтуктун чоң жагы каршысында чоң бурчу жатат.**

$\Delta ABC,\ AB>AC$ *(1-сүрөт)* ⇨ $\angle C > \angle B$



Далилдөө. AB шооласына AC жагына барабар AD кесиндисин коёбуз. $AB> AD$ болгондуктан, D чекити AB кесиндисине тиешелүү болот. Демек, CD шооласы C бурчунун ички зонасында жатат жана C бурчун эки бурчка бөлөт. Ошону үчүн, $\angle C > \angle 1$.

ACD үч бурчу тең капталдуу түзүлгөндүгү үчүн, $\angle 1 = \angle 2$. $\angle 2$ — CBD үч бурчтуктун тышкы бурчу болгондуктан, $\angle 2 > \angle B$.

Бул бөлүп көрсөтүлгөн үч катыштан,

$\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$, б. а. $\angle C > \angle B$ экендигин алабыз.

Теорема далилденди.

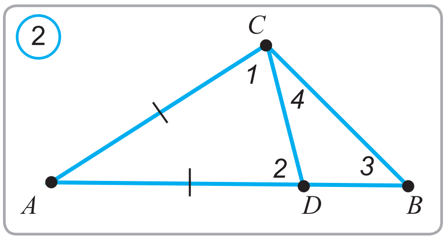
Ошондой эле бул теоремага тескери теорема да орундуу.

Тескери теорема. **Үч бурчтуктун чоң бурчу каршысында чоң жагы жатат.**

Бул теореманы далилдөөнү өз алдынча аткар.

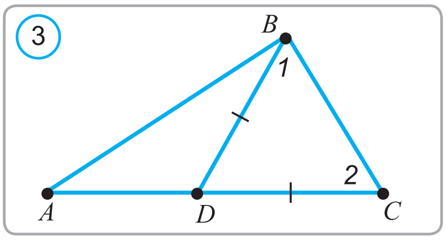
Натыйжа. ***Тең капталдуу үч бурчтукта барабар капталдардын каршысында барабар бурчтар жатат.***

Мунун тууралыгын мурда далилдегенбиз.



1-маселе. 2-сүрөттө берилген маалыматтардан пайдаланып, $\angle 1 > \angle 3$ экендигин далилде.

Чыгаруу: $\angle 2 > \angle 3$ экендиги анык, анткени $\angle 2$ — BDC үч бурчтуктун тышкы бурчу болуп, тышкы бурчтун касиети боюнча, $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ жана $\angle 4 > 0$. ACD — тең капталуу үч бурчтук болгондуктан, $\angle 1 = \angle 2$. Демек, $\angle 1 > \angle 3$ болот.



2-маселе. 3-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, $AB<AC$ экендигин көрсөт.

Чыгаруу: BDC — тең капталдуу үч бурчтук (анткени $BD=DC$), демек, $\angle 1=\angle 2$ болот. $\angle 1<\angle ABC$ болгондуктан, $\angle 2<\angle ABC$. Чоң бурчтун каршысында чоң жак жаткандыктан, $AB<AC$ болот.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

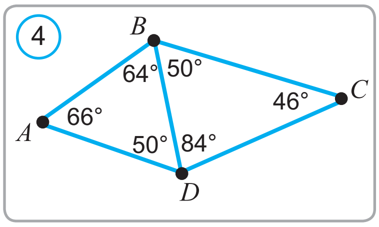
1. Үч бурчтуктун чоң жагынын каршысында чоң бурчу жана, тескерисинче, чоң бурчунун каршысында чоң жагы жатышын далилде.
2. ABC үч бурчтугунда $AB=12$ *см*, $BC=10$ *см*, $CA=7$ *см* болсо, үч бурчтуктун эң чоң жана эң кичине бурчтары кайсылар?
3. ABC үч бурчтугунда а) $AB<BC<AC$; б) $AB=AC<BC$ болсо, үч бурчтуктун бурчтарын салыштыр. A бурчу кең болушу мүмкүнбү?
4. Тең капталдуу үч бурчтуктун чокусундагы бурчу 62° болсо, анын кайсы жагы чоң болот? 58° болсочу?
5. Үч бурчтуктун кең бурчу каршысында кичине жагы жатышы мүмкүнбү?
6. ABC үч бурчтугунда а) $\angle A>\angle B>\angle C$; б) $\angle A=\angle B<\angle C$ болсо, үч бурчтуктун жактарын салыштыр.
7. Үч бурчтуктун чоң бурчу 60° тан кичине болушу мүмкүнбү? Үч бурчтуктун чоң бурчу 60° тан чоң болушу мүмкүнбү?
8. Тең капталдуу үч бурчтуктун эки биссектрисасы кесилишкенде пайда болгон бурчтарды тап.

9*. ABC үч бурчтугунда $AB>BC$ жана $\angle A=60°$ болсо, B бурчу кандай маанилерди кабыл алат?

10.* Үч бурчтуктун α, β жана γ бурчтары үчүн $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\alpha+\gamma$, $\gamma<\alpha+\beta$ катыштар орундуу болсо, бул кандай үч бурчтук болот?

11.* 4-сүрөттөн эң чоң жана эң кичине кесиндилерди көрсөт. Жообуңду түшүндүр.

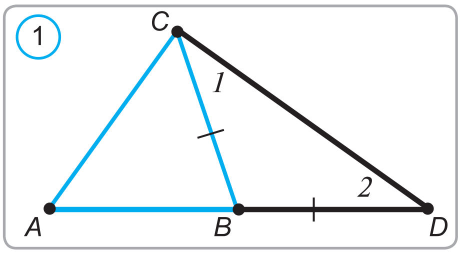
12. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы чоңбу же катетиби?



45 Үч бурчтуктун барабарсыздыгы

Үч бурчтуктун каалаган бир жагы калган эки жагынын суммасынан кичине.

ΔABC *(1-сүрөт)* ⇨ $AC < AB + BC$



Далилдөө. AB түз сызыгына BC кесиндиге барабар BD кесиндисин коёбуз жана C менен D чекиттерин туташтырабыз *(1-сүрөт)*. Натыйжада, BCD тең капталдуу үч бурчтугу алынат. Анда, $\angle 1 = \angle 2$, анткени $BC = BD$. Фигурадан көрүнүп тургандай,

$$\angle ACD > \angle 1.$$

Анда, $\angle ACD > \angle 2$, анткени $\angle 1 = \angle 2$.

Бул бурчтар ACD үч бурчтугуна таандык. Эми чоң бурчтун каршысында чоң жак жатышын эсепке алсак, анда $AC < AD$ барабарсыздыгын алабыз.

Анда, $AC < AB + BD$, анткени $AD = AB + BD$. Мындан $BD=BC$ экендигин эсепке алсак, $AC < AB + BC$ ны алабыз.

Теорема далилденди.

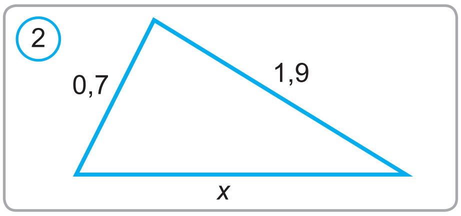
Бул теоремадан төмөнкү натыйжа келип чыгат.

Натыйжа. **Бир түз сызыкта жатпаган каалаган үч A, B жана C чекиттери үчүн $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$, $BC < AB + AC$ барабарсыздыктары орундуу.**

Бул барабарсыздыктардын ар бири **үч бурчтуктун барабарсыздыгы** деп аталат.

Маселе. Үч бурчтуктун эки жагы 0,7 жана 1,9. Эгерде үчүнчү жагы бүтүн сан экендиги белгилүү болсо, аны тап *(2-сүрөт)*.

Чыгаруу: Берилген үч бурчтуктун эки жагы белгилүү: 0,7 жана 1,9. Үчүнчү жагын үч бурчтуктун барабарсыздыгынан пайдаланып табабыз:



$x + 0,7 > 1,9$, же $x > 1,2$

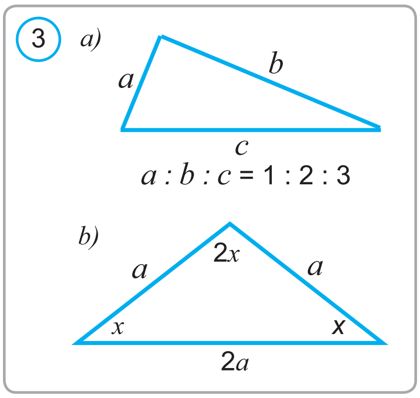
$1,9 + 0,7 > x$, же $x < 2,6$.

Бул эки барабарсыздыктан $1,2 < x < 2,6$ ны алабыз.

x – бүтүн сан, x=2 маани гана бул кош барабарсыздыкты канааттандырат. Демек, үч бурчтуктун белгисиз жагы 2 ге барабар.

Жообу: 2.

Суроо, маселе жана тапшырмалар



1. Үч бурчтук барабарсыздыгынын мазмунун эмне түзөт?

2. Үч бурчтуктун барабарсыздыгы кандай маселелерди чыгарууда колдонулат?

3. Узундуктары 1 *м*, 2 *м* жана 3 *м* болгон кесиндилерден үч бурчтук түзүүгө болобу?

4. Жактары : а) 2; 3; 4; б) 2; 2; 4; в) 3,6 ; 1,8; 5; г) 56; 38; 19; болгон үч бурчтук барбы?

5. Тең капталдуу үч бурчтуктун жактары: а) 7 жана 3; б)10 жана 5; в) 8 жана 5 болсо, үчүнчү жагын тап.

6. Маселенин берилиши тууррабы (*3-сүрөт*)?

7. Үч бурчтуктун каалаган жагы анын калган эки жагынын айырмасынан чоң болушун далилде.

8. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 25 *см*, бир жагы экинчи жагынан 4 *см* ге чоң жана тышкы бурчтарынан бири тар болсо, анда үч бурчтуктун жактарын тап.

9.* Узундуктары 2; 3; 4; 5 жана 6 га барабар кесиндилерден канча түрдүү үч бурчтук түзүүгө болот?

10. Тегиздиктеги үч A, B, C чекиттери үчүн $AB+BC \geq AC$ барабарсыздыгы аткарылса, AB, BC жана AC кесиндилери кандай геометриялык фигураны туюнтушат?

11.* Үч бурчтуктун медианасы үч бурчтуктун жарым периметринен (периметринин жарымынан) кичине экендигин далилде.

12. Айлананын эң чоң хордасы анын диаметри болушун далилде.

46 Билимиңди сынап көр

1. Бош калган жерлерди логикалык жактан туура сөздөр менен толукта.

1. Үч бурчтуктун ички бурчуна .... үч бурчтуктун тышкы бурчу деп аталат.
2. Үч бурчтуктун .... 180° ка барабар.
3. Эки бурчунун суммасы 90° ка барабар болгон үч бурчтук .... болот.
4. Үч бурчтуктун тышкы бурчу ага жандаш болбогон .... ка барабар.
5. Эгерде үч бурчтуктун бир бурчу кең болсо, калган эки ....
6. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бурчтары .... боло алышпайт.
7. Үч бурчтуктун ар бир жагы калган бурчтарынын суммасынан ....

8. Эки тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы менен .... барабар болсо, бул үч бурчтуктар барабар болушат.
9. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери барабар болсо, ал .... болот.
10. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасына түшүрүлгөн .... ошол гипотенузанын жарымына барабар.
11. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катети .... болсо, ал 30° туу бурчтун каршысында жатат.
12. Бурчтун жактарынан бирдей аралыкта алысташкан чекит ошол бурчтун .... жатат.

2. Төмөнкү пикирлерде ката болсо, аны тап жана оңдо.

1. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын гипотенузасы жана бирден бурчу барабар болсо, мындай үч бурчтуктар барабар болушат.
2. Үч бурчтуктун тышкы жана ички бурчтарынын суммасы 180° ка барабар.
3. Үч бурчтуктун тышкы бурчу, эки ички бурчунун суммсына барабар.
4. Үч бурчтуктун чоң жагынын каршысында кичине бурчу, чоң бурчунун каршысында кичине жагы жатат.
5. Үч бурчтуктун ар бир жагы калган жактарынын айырмасынан кичине.
6. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир гана бийиктиги бар.
7. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катети гипотенузасынын жарымына барабар.
8. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бийиктиги гипотенузасынын жарымына барабар.
9. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузалары барабар болсо, бул үч бурчтуктар да барабар болушат.
10. Үч бурчтуктун ички бурчу анын калган эки бурчунун суммасынан ар дайым кичине болот.
11. Үч бурчтуктун тышкы бурчтары ар дайым кең болот.

3. Жадыбалда келтирилген касиеттерге жана түшүндүрмөлөргө тиешелүү геометриялык түшүнүктөрдү тап.

1.	Ички бурчтарынын суммасы 180° ка барабар	
2.	Тар бурчтарынын суммасы 90° ка барабар	
3.	Жактары кесиндилерден турат	
4.	Үч бурчтуктун жактары ортосундагы катыш	
5.	Гипотенузанын жарымына барабар	
6.	Үч бийиктиги да бир чокуда кесилишет	
7.	Катеттен ар дайым чоң	
8.	Чекиттери бурчтун жактарынан бирдей алысташкан	

4. Тесттер.

1. Эгерде үч бурчтуктун бурчтары 2:3:4 сыяктуу катышта болсо, анын бурчтарын тап.

   A) 20°, 30°, 40°; B) 40°, 60°, 80°; C) 36°, 54°, 90°; D) 18°, 27°, 36°.

2. Эгерде үч бурчтуктун бурчтары 3:2:1 сыяктуу катышта болсо, анын түрүн аныкта.

   A) Тар бурчтуу; B) Кең бурчтуу;
   C) Тик бурчтуу; D) Аныктоого болбойт.

3. Эгерде үч бурчтуктун бир тышкы бурчу тар болсо, анын түрүн аныкта.

   A) Тар бурчтуу; B) Кең бурчтуу;
   C) Тик бурчтуу; D) Аныктоого болбойт.

4. Эгерде үч бурчтуктун бир бурчу анын калган эки бурчунун суммасынан чоң болсо, анын түрүн аныкта.

   A) Тар бурчтуу; B) Кең бурчтуу;
   C) Тик бурчтуу; D) Аныктоого болбойт.

5. Кайсы үч бурчтуктун бийиктиктери анын бир чокусунда кесилишет?

   A) Тең капталдуу үч бурчтук;
   B) Тең жактуу үч бурчтук;
   D) Тик бурчтуу үч бурчтук;
   E) Мындай үч бурчтук жок.

6. ABC үч бурчтугунда A чокусундагы тышкы бурч 120° ка, C чокусундагы ички бурчу болсо 80° ка барабар. B чокусундагы тышкы бурчун тап..

   A) 120°; B) 140°; D) 160°; E) 40°.

7. Үч бурчтуктун тышкы бурчтарынан бири 120° ка, ошол бурчка жандаш болбогон ички бурчтарынын айырмасы 30° ка барабар. Үч бурчтуктун ички бурчтарынан чоңун тап.

   A) 70°; B) 75°; D) 85°; E) 90°.

8. Үч бурчтуктун ички бурчтары маанилеринин катышы 1:2 сыяктуу. Үчүнчү бурчу ошол бурчтардын кичинесинен 40° ка чоң. Үч бурчтуктун чоң бурчун тап.

   A) 105°; B) 75°; D) 80°; E) 90°.

9. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 48 ге барабар. Анын жактарынан бири 12 ге барабар болсо, анда калган жактарын тап.

   A) 18; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.

10. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунан биссектриса жана бийиктик чыгарылган

болуп, алардын арасындагы бурч 24° ка барабар. Үч бурчтуктун кичине бурчун тап.

A) 21°; B) 24°; D) 36°; E) 16°.

11. 1-сүрөттөгү $\angle A$ на тап.

A) 10°; B) 20°; D) 60°; E)100°.

12. Узундуктары 3, 5, 7 жана 11 ге барабар болгон кесиндилерден канча түрдүү жактуу үч бурчтук түзүүгө болот?

A) 2 B) 3 D) 5 E) 6.

13. 2-сүрөттөгү $x + y$ ти тап.

A) 90°; B) 180°; D) 270°;
E) аныктоого болбойт.

14. 3-сүрөттөгү $\angle BCA$ ны тап.

A) 90°; B) 96°; D) 144°; E) 84°.

15. 4-сүрөттөгү $a \| b$ болсо, x ти тап.

A) 35°; B) 45°; D) 25°; E) 20°.

16. 5-сүрөттөгү x ти тап.

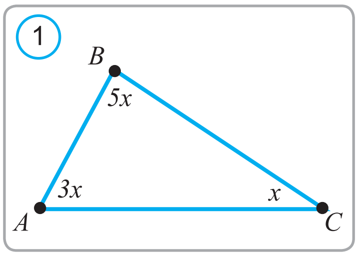
A) 60°; B) 55°; D) 65°; E) 70°.

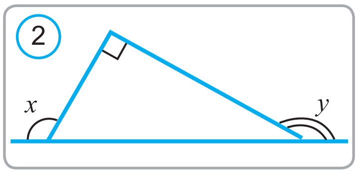
17. 6-сүрөттөгү x ти тап.

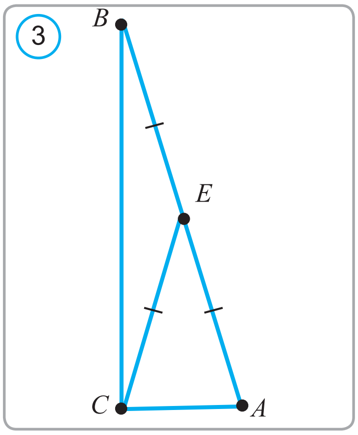
A) 30°; B) 45°; D) 15°; E) 75°;

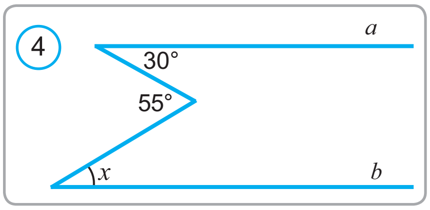
18. Узундугу 2 см, 3 см, 4 см жана 5 см болгон кесиндилерден канча үч бурчтук түзүүгө болот?

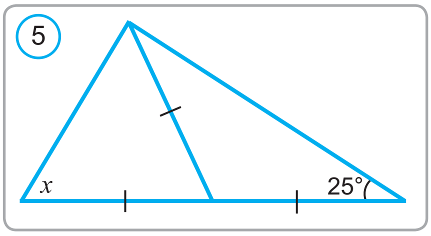
A) 1; B) 2; D) 3; E) 4.

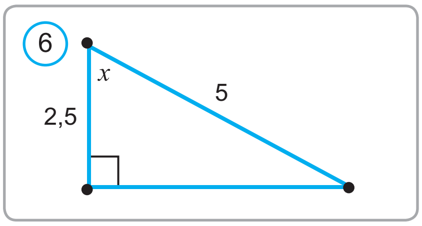












5. Маселелер

1. Муундарынын узундуктары 1 $м$, 2 $м$, 4 $м$, 8 $м$ жана 16 $м$ болгон туюк сынык түзүүгө болобу?

2. Эгерде үч бурчтуктун жактары бүтүн сандар болуп, периметри 15 ке барабар болсо, анын жактарын аныкта.

3. Үч бурчтуктун бийиктиги анын жактарынан ар дайым кичине болобу?

4. Чоң жагы 36 га барабар болгон үч бурчтуктун бурчтары 1:2:3 сыяктуу катышта болсо, ошол үч бурчтуктун кичине жагын тап.

5. Үч бурчтуктун негизине түшүрүлгөн бийиктик анын каптал жактары менен 27° жана 36° туу бурчтарды түзөт. Үч бурчтуктун бурчтарын тап.

6. Тик бурчтуу ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында A менен A_1 тик бурчтар, BD ме-нен B_1D_1 биссектрисалар жана $\angle B=\angle B_1$, $BD=B_1D_1$ болсо, анда $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ экендигин далилде.

7. 7-сүрөттөгү x ти тап.

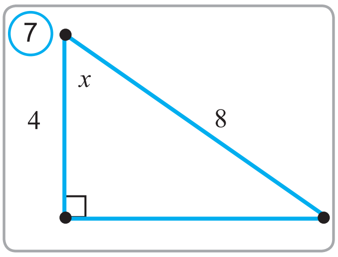
8. 8-сүрөттөгү $\angle ABC$ ны тап.

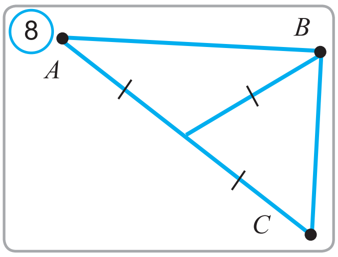
9. 9-сүрөттө $AB||CD$ экендигин далилде.

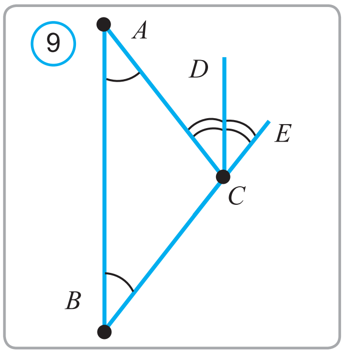
10. Тең капталдуу үч бурчтуктун бир бурчу 100° ка барабар. Үч бурчтуктун калган жактарын тап.

11. Эгерде тең капталдуу үч бурчтуктун бурчтарынан бири 60° ка барабар болсо ошол үч бурчтук тең жактуу болобу?

12. Негизи AC жана B бурчу 36° ка барабар болгон тең капталдуу ABC үч бурчтугунун AD биссектрисасы өткөрүлгөн. CDA жана ADB үч бурчтуктарынын тең капталдуу экендигин аныкта.







14. Бир үч бурчтук 60° жана 38° туу бурчтарга, экинчи үч бурчтук болсо 38° жана 82° туу бурчтарга ээ. Бул үч бурчтуктар барабар болушу мүмкүнбү?

15. Үч бурчтуктун периметри жактарынан 14 *см*, 16 *см* жана 24 *см* ге чоң болсо, үч бурчтуктун эң чоң жагын тап.

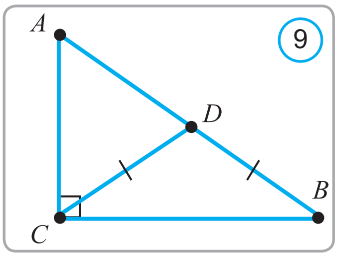
16. Тик бурчтуу ABC үч бурчтугунун тик бурчу чокусунан CD бийиктик түшүрүлгөн. Эгерде 1) A = 24°; 2) A = 70° болсо, CDB бурчун тап.

17. Тең капталдуу үч бурчтуктун бир тышкы бурчу 70° ка барабар. Анын ички бурчтарын тапg.

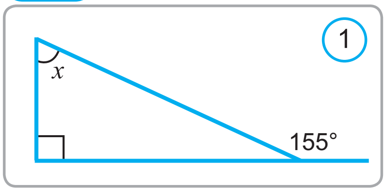
18. ABC үч бурчтугунун A жана C чокуларынан түшүрүлгөн бийиктиктер N чекитинде кесилишет. Эгерде $\angle A$ = 50° жана $\angle C$ = 84° болсо, ANC бурчун тап.

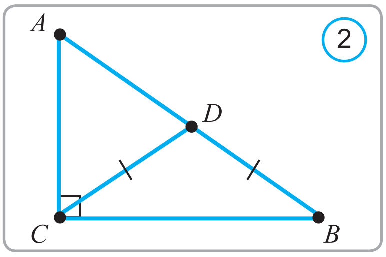
19. ABC үч бурчтугунда BD медиана AC жагынын жарымына барабар. Үч бурчтуктун B бурчун тап.

20. 9-сүрөттө BD = CD = 10 болсоа, AB ны тап.



47 6-текшерүү иши





Үлгү текшерүү иши эки бөлүктөн турат:

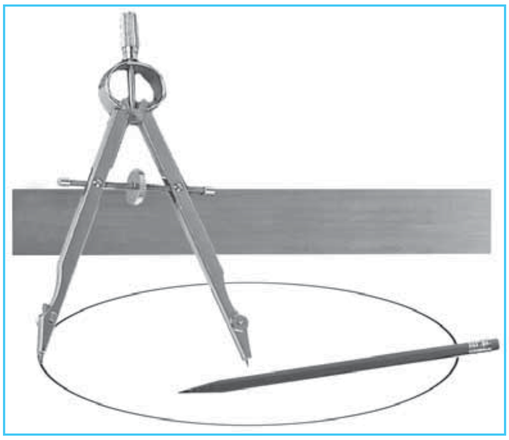
I. 125-беттеги тесттерге окшош 5 тест;

II. Төмөнкү маселелерге окшош 3 маселе (4-маселе мыкты өздөштүргөн окуучулар үчүн).

1. Белгисиз бурчту тап *(1-сүрөт)*.
2. Үч бурчтуктун тышкы бурчу 120° болуп, ага жандаш болбогон ички бурчу 1:2 катышта болсо, анда үч бурчтуктун бурчтарын тап.
3. Эгерде 2-сүрөттө $\angle ACB$=90°, CD=BD жана AB = 24 *см* болсо, CD кесиндисин тап.
4. ABC үч бурчтугунун BD биссектрисасы AC жагын 100° бурч менен кесет. Эгерде BD=BC болсо, үч бурчтуктун жактарын тап.

Жөндөмдүү окуучулар үчүн кошумча тапшырма.

«Геометрия–7» электрондук окуу китеби менен таанышып чык. Өтүлгөн темалар боюнча интерактивдүү анимациялык тиркемелерде берилген тапшырмаларды аткарып жана тест тапшырмаларын чыгарып, билимиңди сынап көр.



V ГЛАВА

ТҮЗҮҮГӨ ТИЕШЕЛҮҮ МАСЕЛЕЛЕР

Бул главаны үйрөнүп чыккандан кийин төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

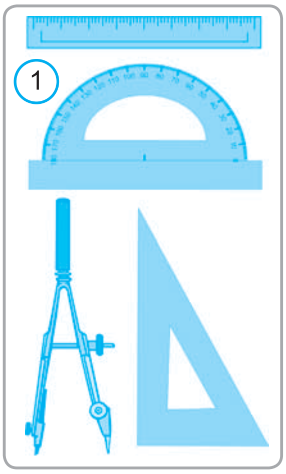
Билимдер:

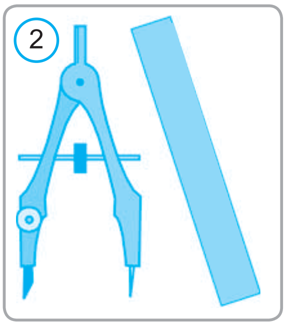
— циркуль жана жөнөкөй сызгычтын жардамында түзүүгө тиешелүү маселелерди чыгарууда амал кылынчу атайын эрежелер;
— түзүүгө тиешелүү маселелерди чыгаруунун баскычтары.

Көнүккөндүктөр:

— сызгыч жана циркулдун жардамында түзүү иштерин аткаруу;
— берилген бурчка барабар бурчту түзө алуу;
— бурчтун биссектрисасын түзө алуу;
— перпендикулярдуу түз сызыктарды түзө алуу;
— кесиндини тең экиге бөлүү;
— берилген элементтери боюнча үч бурчтуктарды түзө алуу.

48 Циркуль жана сызгычтын жардамында түзүүгө тиешелүү маселелер





Түзүүгө тиешелүү маселелерди жөнөкөй сызгыч менен циркулдун жардамында чыгаруу Байыркы Грецияда көркөм өнөр деңгээлине чыккан. Геометриялык түзүүлөрдү каалаган аспап менен аткарууга болот. Бирок жөнөкөй сызгычтын жардамында маселе чыгаруу логикалык пикирлөөнү өнүктүрөт.

Ушуга чейин ар түрдүү аспаптар менен түрдүүчө геометриялык түзүүлөрдү аткардык. Мисалы, сызгыч менен түз сызык, шоола, кесинди, үч бурчтук жана башка фигураларды; сызгыч жана транспортир менен түрдүүчө бурчтарды сыздык. Циркуль менен айлана жана жааларды сүрөттөдүк *(1-сүрөт)*.

Белгилүү болушунча, көптөгөн геометриялык фигураларды масштабдуу бөлүнүштөргө ээ болбогон, бир жагы түз сызгыч жана циркулдун *(2-сүрөт)* жардамында гана түзүүгө болот экен. (Мындай сызгычка жөнөкөй сызгыч деп айтабыз.)

Ошондуктан, геометрияда ушул эки аспаптын жардамында түзүүгө тиешелүү маселелер атайын бөлүп каралат.

Алардан пайдалануунун атайын эрежелери бар — алардын жардамында төмөнкү иштерди гана аткарууга уруксат берилет:

Жөнөкөй сызгычтын жардамында :

1. Каалаган түз сызык сызуу;
2. Дайындуу чекиттен өткөн түз сызык сызуу;
3. Эки чекиттен өткөн түз сызык сызуу.

Циркулдун жардамында:

1. Каалагандай айлана сызуу;
2. Борбору берилген чекитте болгон каалаган радиустуу айлана сызуу;
3. Радиусу анык, борбору болсо каалагандай айлана сызуу;
4. Борбору берилген чекитте, радиусу берилген кесиндиден турган айлана сызуу;
5. Берилген кесиндиге барабар кесиндини берилген түз сызыкка анын берилген чекитинен баштап эки багытта тең коюу.

Башка ар кандай түзүү мына ушул амалдарга келтирилүүгө тийиш. Ал тургай сызгычта миллиметрлүү бөлүнүштөр болсо да кесиндилердин узундуктарын ченөөгө жана белгилүү узундуктагы кесиндини кандайдыр түз сызыкка коюуга уруксат берилбейт.

Түзүүгө тиешелүү маселелерде кандайдыр геометриялык фигураны түзүүнүн жолун жана усулун табуу гана эмес, ошондой эле алынган геометриялык фигура чындыгында да берилген шарттарды канааттандырышын негиздөө, б. а. далилдөө керек болот.

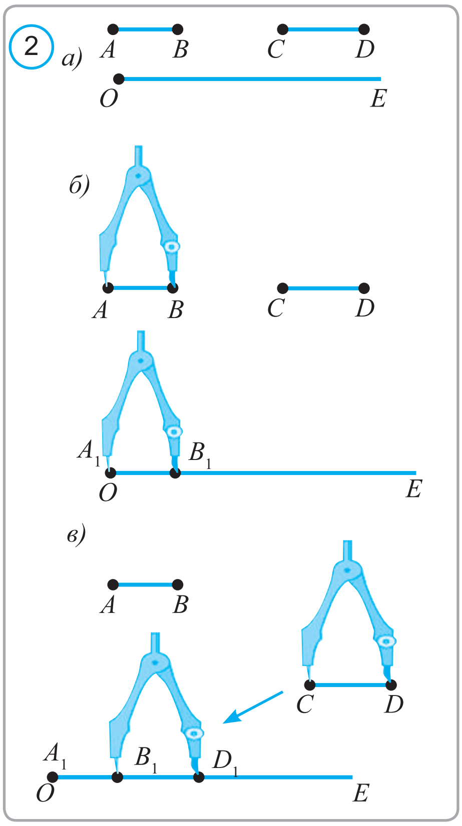
1-маселе. AB жана CD кесинди, OE шоола берилген *(2.а-сүрөт).* Жөнөкөй сызгыч менен циркулдун жардамында OE шоолага узундугу $AB + CD$ га барабар кесиндини кой.

Түзүү:

1-кадам. Циркуль жардамында AB кесиндиге тең A_1B_1 кесиндини OE шоолага коёбуз *(2.б-сүрөт).*

2-кадам. Циркуль жардамында CD кесиндиге тең C_1D_1 кесиндини B_1E шоолага коёбуз *(2.в-сүрөт).*

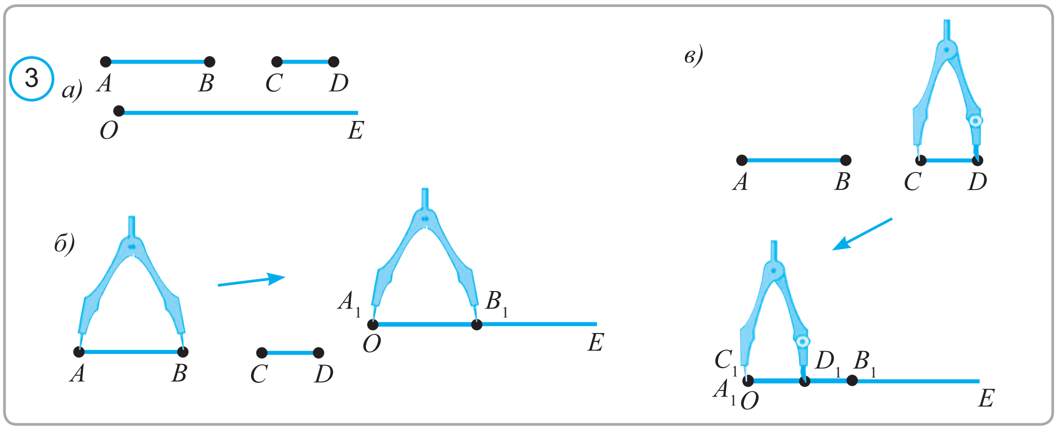
Алынган A_1D_1 кесинди – узундугу $AB + CD$ га тең болгон кесиндиден турат.



2-маселе. AB, CD кесиндилер, OE шоола берилген *(3.а-сүрөт).* $AB > CD$ экендиги белгилүү болсо, жөнөкөй сызгыч менен циркуль жардамында OE шоолага узундугу $AB – CD$ болгон кесиндини кой.

Түзүү:

OE шоолага баштап AB кесиндиге барабар A_1B_1 кесиндини *(3.б-сүрөт)*, андан кийин CD кесиндиге барабар C_1D_1 кесиндини коёбуз *(3.в-сүрөт)*. Алынган D_1B_1 кесинди – узундугу $AB – CD$ га барабар болгон кесиндиден турат.



Ошондуктан, түзүүгө тиешелүү маселелер фигураны түзүүнүн усулун, жол-жосундарын табууну, ошондой эле аларды далилдөөнү талап кылат.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

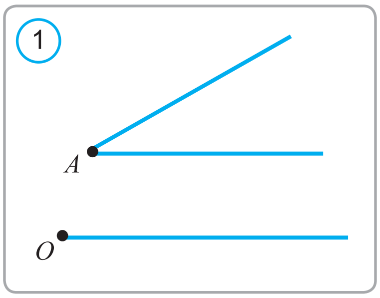
1. Жөнөкөй сызгычтын жардамында кандай фигураларды сызууга болот?
2. Циркулдун жардамында түзүүгө тиешелүү кандай иштерди аткарууга болот?
3. Түз сызыкта A жана B чекиттери берилген. BA чекитине B чекитинен баштап BC кесиндисин койгонуңда, $BC = 2AB$ болсун.
4. Эгерде айланадан тыштагы чекиттен айлананын эң жакынкы жана алыскы чекиттерине чейин болгон аралыктар тиешелүү түрдө 2 см жана 10 см болсо, анда айлананын радиусун тап.
5. A жана B чекиттери берилген. Циркулдун өзүнөн гана пайдаланып C чекитин түзгөнүңдө, $AC = 3AB$ болсун.
6. a жана b узундуктардагы кесиндилер берилген. а) $a + b$; б) $a - b$; в) $2a + 3b$; г) $2a - b$ узундуктагы кесиндилерди түз.
7. Узундугу 12 $см$ жана 5 $см$ болгон кесиндилер берилген. Узундугу а) 17 $см$; б) 7 $см$; в) 12 $см$; г) 22 $см$; д) 29 $см$ болгон кесиндилерди түз.

Геометриялык баш катырма

Сабыр айлана сызып болгондон кийин, анын борборун калем менен белгилөөнү унутканын билип калды. Өчөшкөндөй, изи да калбаптыр. Бирок айлананын радиусу 12 $см$ экендиги анын эсинде болчу. Ушул маалыматтан пайдаланып, циркулдун өзү менен гана сызылган айлананын борборун табууга болобу?

49 Берилген бурчка барабар бурчту түзүү

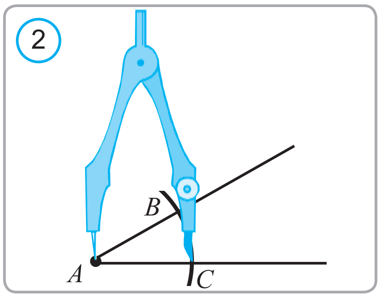
1-маселе. A бурчу берилген. O шооласына *(1-сүрөт)* A бурчуна барабар бурчту кой.

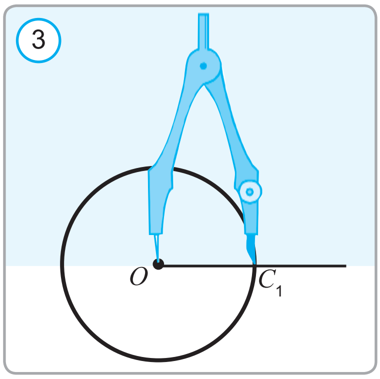


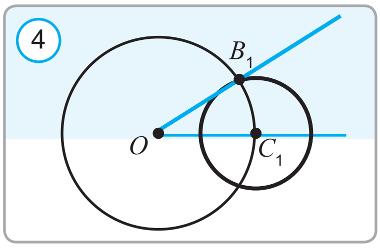
Түзүү:

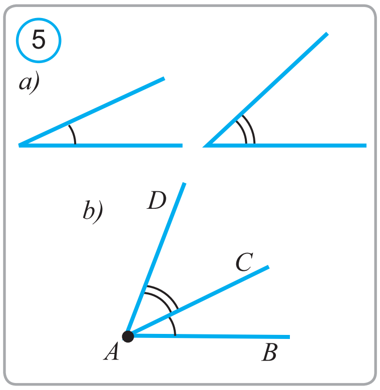
1-кадам. Борбору A чекитинде болгон каалаган айлана сызабыз *(2-сүрөт)*. Ал берилген A бурчунун жактарын B жана C чекиттеринде кесип өтсүн.

2-кадам. Радиусу сызылган айлананын









радиусуна барабар, борбору O чекитинде болгон айлана сызабыз *(3-сүрөт)*. Анын O шооласы менен, кесилишүү чекитин C_1 менен белгилейбиз.

3-кадам. Борбору C_1 чекитинде, радиусу болсо BC га барабар болгон үчүнчү айлананы сызабыз *(4-сүрөт)*. Анын экинчи айлана менен кесилиш чекиттеринен бирин, жогорку жарым тегиздикте жатканын B_1 менен белгилейбиз.

4-кадам. OB_1 шооласын жүргүзөбүз *(4-сүрөт)*. Алынган B_1OC_1 бурчу O шооласына коюлган, берилген A бурчуна барабар бурч болот.

Негиздөө: 2- жана 4-сүрөттөрдө көрсөтүлгөн ABC жана OB_1C_1 үч бурчтуктарында түзүү боюнча: $AB = OB_1$, $AC = OC_1$ жана $BC = B_1C_1$.

Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖЖЖ белгиси боюнча $\Delta ABC = \Delta OB_1C_1$. Б. а., $\angle B_1OC_1 = \angle A$.

Эскертме: Маселе эки чыгарылышка ээ. Натыйжалар 3-кадамда O шооласы жаткан түз сызык бөлгөн кайсы жарым тегиздик алынышынан көз каранды.

2-маселе. Берилген эки бурчтун суммасына барабар болгон бурчту түз *(5. а-сүрөт)*.

Түзүү: 1-кадам. Адегенде биринчи бурчка барабар болгон BAC бурчун түзөбүз *(5. б-сүрөт)*.

2-кадам. AC шооласына экинчи бурчка барабар болгон CAD бурчун коёбуз. Алынган BAD бурчу берилген бурчтардын суммасына барабар бурч болот.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. а) 30°; б) 60°; в) 15°; г)120°; д) 45° туу бурчтар берилген. Жөнөкөй сызгыч жана циркулдан пайдаланып, аларга барабар бурчтарды түз.

2. $\angle A = \alpha$ жана $\angle B = \beta$ бурчтары берилген ($\alpha > \beta$). Чендери: а) 2α; б) $\alpha - \beta$; в) $2\alpha + \beta$ болгон бурчтарды түз.

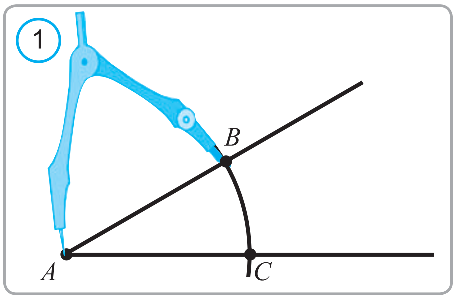
3. 45° жана 30° бурчтары берилген. Чендери а) 15°; б) 75°; в) 105°; г) 120° болгон бурчтарды түз.

50 Бурчтун биссектрисасын түзүү

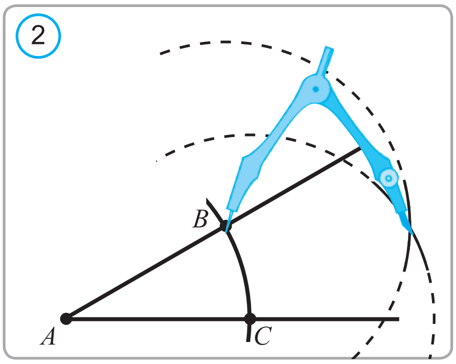
1-сүрөттө көрсөтүлгөн A бурчу берилген болсун. Бул бурчту тең экиге бөлүү үчүн төмөнкү жолдон барылат:

Түзүү:

1-кадам.Борбору A чекитинде болгон каалаган радиустуу айлана сызылат жана анын бурчунун жактары менен кесилиш чекиттери B жана C белгиленет;



2-кадам. Радиусту өзгөртпөстөн, борборлору B жана C чекиттеринде болгон эки айлана сызылат (*2-сүрөт*). Бул эки айлананын кесилишинен алынган D чекити белгиленет (*3-сүрөт*).



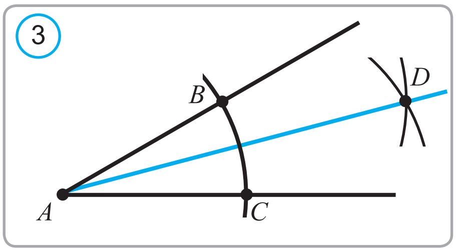
3-кадам. A жана D чекитинен өткөн AD шооласы жүргүзүлөт (*4-сүрөт*).

AD шооласы — берилген бурчтун биссектрисасы болот.

Негиздөө. ABD, ACD үч бурчтуктарында

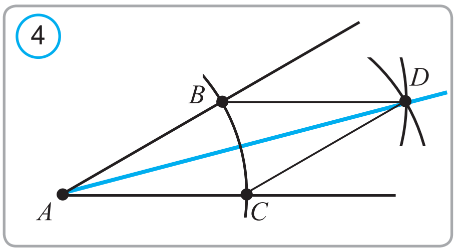
1) түзүү боюнча $AB = AC$;
2) түзүү боюнча $BD = CD$;
3) AD — жалпы жагы.

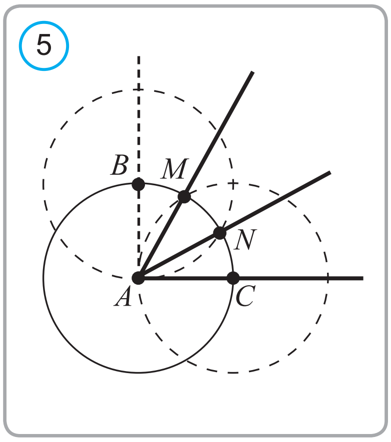
Үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖЖЖ белгиси боюнча, $\Delta ABD = \Delta ACD$. Б. а., $\angle BAD = \angle CAD$.



Маселе. Берилген тик бурчту тең үчкө бөл.

Чыгаруу: $\angle A$ тик бурчтугу берилген. Анын чокусун борбор деп, каалаган радиустагы айлана сызабыз. Ал тик бурчтун жактарын B жана C чекиттеринде кесип өтсүн. Радиусту өзгөртпөстөн, борбору B жана C чекиттеринде болгон дагы эки айлана сызабыз. Айлана-





лардын биринчи айлана менен кесилишкен чекиттеринен тик бурчтун ичинде жаткандарын M жана N менен белгилейбиз. AM жана AN шоолаларын сызабыз. Алар берилген тик бурчту барабар үч бурчка бөлөт. Мунун тууралыгын өз алдынча негизде.

Эскертме. *Берилген каалаган бурчту үчкө бөлүү маселеси өтө байыркы жана белгилүү маселе болуп, ал жөнүндө көптөгөн окумуштуулар ой толгошкон. XIX кылымга келип гана, айрым бурчтарды эсептебегенде, адатта бурчту тең үчкө бөлүүгө болбостугу далилденген. Мисалы, 60° туу бурчту тең үчкө бөлүүгө болбойт. Сөз, албетте, жөнөкөй сызгыч жана циркуль менен анык түзүү жөнүндө жүрүп жатат. Бул аспаптар менен өтө так аныктыкта болжолдуу түзүүгө же башка аспаптардан пайдаланып анык түзүүгө болот.*

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Жөнөкөй сызгыч жана циркуль менен: а) 90°; б) 60°; в) 30° туу бурчтарды тең экиге бөл.

2. Бурчту сыз жана аны төрт барабар бурчтарга бөл.

3. 45° туу бурчту үч барабар бурчтарга бөл .

4. Берилген гипотенузасы жана тар бурчу боюн-ча тик бурчтуу үч бурчтук түз.

5. 36° туу бурч берилген. Циркуль менен жөнөкөй сызгычтын жардамында 99° туу бурч түз.

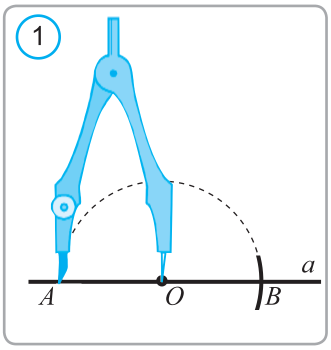
6*. 54° туу бурч берилген. Циркуль менен жөнөкөй сызгычтын жардамында бул бурчту тең үчкө бөл.

51 Берилген түз сызыкка перпендикулярдуу түз сызык түзүү. Кесиндини тең экиге бөлүү

1-маселе. Берилген a түз сызыгына анын O чекитинен өткөн перпендикулярдуу түз сызык түз.

Түзүү:

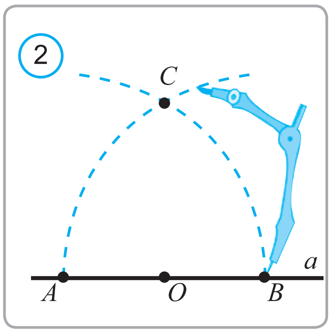
1-кадам. O чекитин борбор деп, каалагандай айлана сызабыз. Ал берилген түз сызыкты A жана B чекиттеринде кесип өтсүн *(1-сүрөт)*.



2-кадам. A жана B чекиттерин борбор деп, радиусу AB га барабар айланалар сызабыз *(2-сүрөт)*. Алардын кесилиш чекиттеринен бирин C деп белгилейбиз.

3-кадам. C жана O чекиттеринен өткөн OC түз сызыгын түзөбүз *(3-сүрөт)*.

OC түз сызыгы берилген a түз сызыгына анын O чекитинен өткөн перпендикуляр болот.



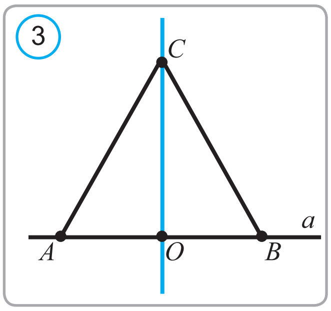
Негиздөө. AOC жана BOC үч бурчтуктарын карайбыз. Аларда, түзүү боюнча:

1. $AO = BO$;
2. $AC = BC$;
3. CO болсо жалпы жак.

Демек, үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖЖЖ белгиси боюнча, $\Delta AOC = \Delta BOC$. Анда, $\angle AOC = \angle BOC$. Бирок $\angle AOC + \angle BOC = 180°$. Мындан $\angle AOC = \angle BOC = 90°$ экендиги келип чыгат.

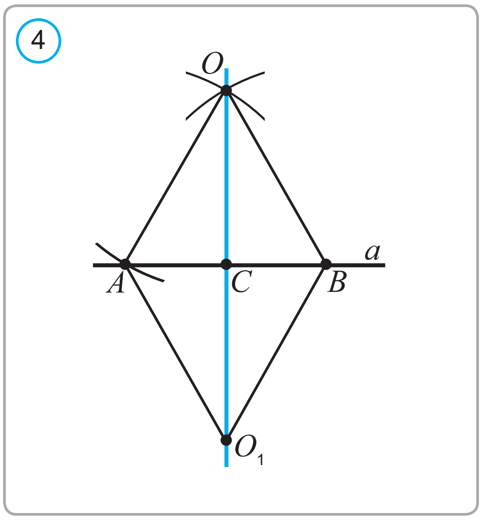
Демек, чындыгында да $OC \perp a$.

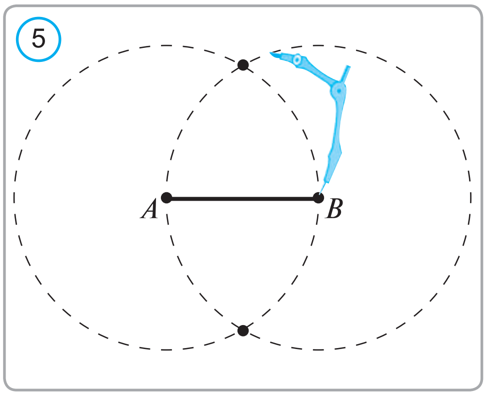
2-маселе. Берилген a түз сызыгына анда жатпаган O чекитинен өткөн перпендикулярдуу түз сызык түз.

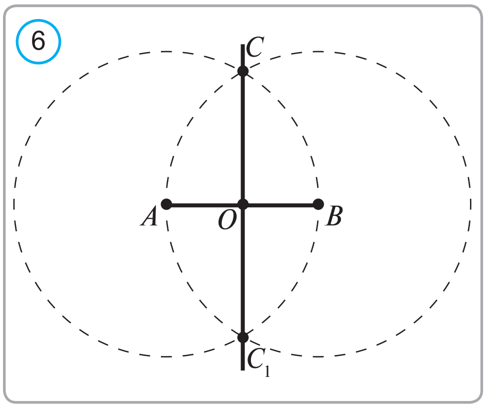


Түзүү:

1-кадам. Борбору O чекитинде болгон каалагандай айлана сызабыз. Ал берилген түз сызыкты A жана B чекиттеринде кесип өтсүн *(4-сүрөт)*.







2-кадам. Борборлору A жана B чекиттеринде, радиусу биринчи айлананын радиусуна барабар айланалар сызабыз. Бул айланалардын кесилиш чекиттеринен бири O чекитинде болот. Экинчисин O_1 менен белгилейбиз *(4-сүрөт)*.

3-кадам. O жана O_1 чекиттеринен өткөн түз сызык сызабыз. OO_1 — берилген a түз сызыгына перпендикулярдуу жана анда жатпаган O чекитинен өткөн түз сызык болот.

Негиздөөнү өз алдынча аткар.

Маселени чыгаруу менен, a түз сызыгынан тышта жаткан чекит аркылуу a түз сызыгына перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүүгө болот деген тыянакка келебиз. Мындан жана 14-сабакта келтирилген теореманын натыйжасынан төмөнкү теореманын орундуу экендиги келип чыгат.

Теорема. **Түз сызыкта жатпаган чекит аркылуу ошол түз сызыкка перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүүгө болот, бирок бирди гана.**

3-маселе. Берилген кесиндини тең экиге бөл.

Түзүү:

AB кесиндиси берилген болсун дейли. Бул кесиндини тең экиге бөлгөн чекитти табуу үчүн төмөнкү жолдон барылат:

1-кадам. Радиусу AB кесиндисине барабар, борборлору A, B чекиттеринде болгон эки айлана сызылат*(5-сүрөт)*;

2-кадам. Айланалар кесилишкен C жана C_1 чекиттери туташтырылат *(6-сүрөт)*.

CC_1 түз сызыгы жана AB кесиндисинин кесилиш чекити берилген кесиндинин ортосу болот.

Көнүгүү. Кесилиш чекити O нун чындыгында да AB кесиндисинин ортосу болушун негизде.

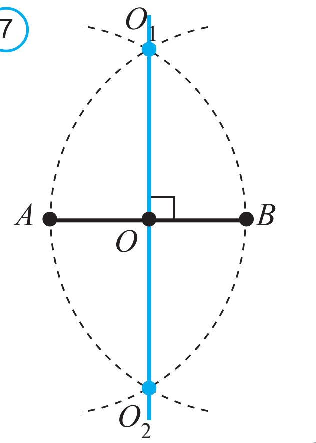
4-маселе. Берилген кесиндинин ортосунан өткөн перпендикулярды түз.

Чыгаруу: AB кесиндиси берилген болсун. Борборлору A жана B чекиттеринде болгон AB радиустуу айланалар сызабыз *(7-сүрөт)*. Бул айланалар O_1 жана O_2 чекиттеринде кесилишет:

$$AO_1 = AO_2 = BO_1 = BO_2.$$

O_1O_2 түз сызыгын жүргүзөбүз. Бул түз сызык AB кесиндисинин орто перпендикуляры саналат. Анткени, O_1 жана O_2 чекиттери AB кесиндисинин учтарынан бирдей алыстагандыктан ошол кесиндинин ортосунан өткөн перпендикулярда жатат.

7



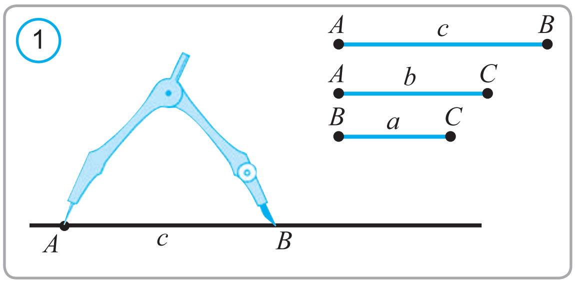
Суроо, маселе жана тапшырмалар

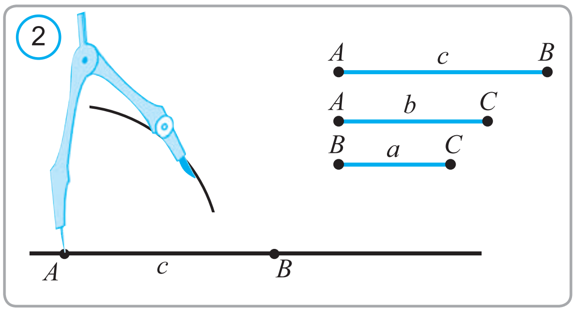
1. Кесиндини тең экиге бөлүүнүн кандай усулун билесиң? Кесинди сыз жана аны тең экиге бөл.
2. Тик бурчту кантип түзүүгө болот?
3. Бир гана жарым тегиздикте түзүү иштерин аткарып, берилген кесиндини тең экиге бөл.
4. Үч бурчтуу сызгычтан гана пайдаланып берилген кесиндини тең экиге бөл .
5. Берилген гипотенузасы боюнча тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтук түз.
6. Негизи жана ага түшүрүлгөн бийиктиги боюнча тең капталдуу үч бурчтук түз.
7. AB кесиндисинин ортосун түздөн-түз аныктоонун мүмкүнчүлүгү болбосо, анда анын ортосунан өткөн перпендикулярды түзүүгө болобу?
8. Берилген кесиндини төрт барабар бөлүктөргө бөл.
9. Үч бурчтук сыз. Анын бийиктиктерин түз.
10. Берилген үч бурчтуктун медианаларын түз.

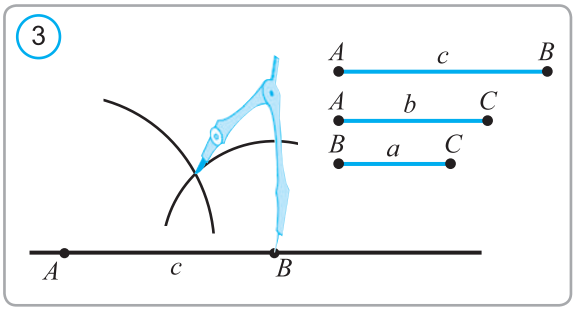
11*. A жана B чекиттеринен бирдей алысташкан жана a түз сызыгында жаткан чекитти тап.

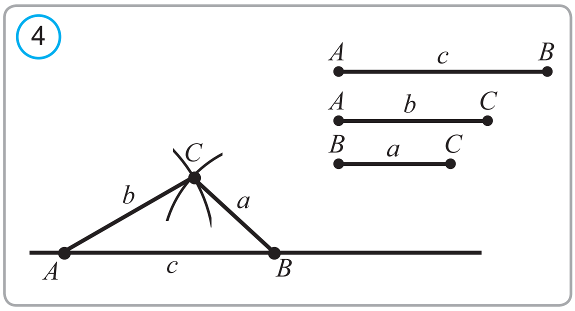
12. Бир гана сызгыч менен a түз сызыгында жатпаган M чекити аркылуу a түз сызыгына параллель болгон b түз сызыгын жүргүз.

52 Үч бурчтукту берилген үч жагы боюнча түзүү









1-сүрөттө көрсөтүлгөндөй, узундуктары a, b жана c га барабар кесиндилер берилген болуп, c алардан эң чоңу болсун, дейли. Жактары тиешелүү түрдө $AB = c$, $BC = a$ жана $AC = b$ болгон ABC үч бурчтук түзүү үчүн төмөнкү жолдон барылат:

1-кадам. Каалагандай түз сызык сызылат. Түз сызыкта узундугу c га барабар болгон AB кесиндиси циркулдун жардамында алынат.

2-кадам. $AC = b$ болушу керек. Ошондуктан, борбору A чекитинде радиусу b болгон айлана сызылат.

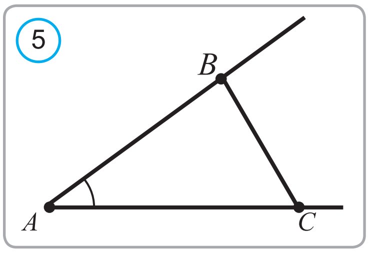
3-кадам. $BC = a$ болушу керек. Ошондуктан, борбору B чекитинде радиусу a болгон айлана сызылат.

4-кадам. Айланалардын кесилиш чекити — C чекит A жана B чекиттери менен туташтырылат. Алынган ABC үч бурчтугунун жактары a, b жана с га барабар болот.

Иликтөө. Көрүнүп тургандай, 2-жана 3-кадамда түзүлгөн айланалар кесилишсе гана маселе чыгат. Ал үчүн $a + b > c$ болууга тийиш.

Алынган ABC үч бурчтугунун чындыгында да жактары a, b жана c га барабар болушун өз алдынча далилде.

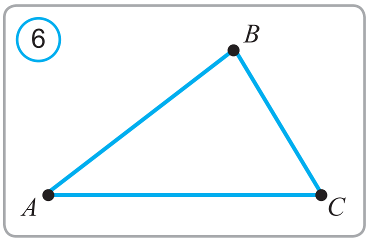
1-маселе. Берилген бурчка барабар болгон бурчту түз *(5-сүрөт)*.



Чыгаруу: Маселени берилген үч бурчтукка барабар болгон үч бурчтукту түзүү аркылуу чыгарса болот. Ал үчүн берилген бурчтун чокусун A менен белгилейбиз, бурчтун жактарында да каалаган B жана C чекиттерин белгилейбиз. Андан кийин ABC үч бурчтугуна барабар үч бурчтукту түзсөк, A бурчуна барабар болгон бурчту да түзгөн болобуз.

Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Каалагандай узундуктардагы кесиндилерден үч бурчтук түзүүгө болобу?
2. Жактары a = 3 $см$, b = 8 $см$ жана c = 9 $см$ болгон үч бурчтук түз.
3. а) Жактары a = 3 $см$, b = 4 $см$ жана c = 7 $см$ болгон үч бурчтук түзүүгө болобу?
   б) Үч бурчтук түзүү үчүн, анын a, b жана c жактары кандай шартты канааттандырууга тийиш?
4. Эки катети боюнча тик бурчтуу үч бурчтук түз.
5. Гипотенузасы жана катети боюнча тик бурчтуу үч бурчтук түз.
6. a түз сызыгы берилген. Бир жагы a да жаткан, 6-сүрөттө көрсөтүлгөн ABC үч бурчтугуна барабар болгон үч бурчтук түз.



7*. Узундуктары $a + b$, $b + c$, $a + c$ кесиндилери берилген. Жактары a, b, c болгон үч бурчтук түз.
8. Эки жагы жана алардын арасындагы бурчу боюнча үч бурчтук түз.
9. Берилген жагы боюнча квадрат түз.
10. Жагы жана ага жанаша жаткан бурчу боюнча үч бурчтук түз.

Жөндөмдүү окуучулар үчүн кошумча тапшырма.

1. «Геометрия–7» электрондук окуу китебинин жогорудагы главасынын беттери менен таанышып чык. Жогорудагы главага киргизилген темаларга тиешелүү интерактивдүү анимациялык тиркемелеринде берилген тапшырмаларды аткарып жана тест тапшырмаларын чыгарып, билимиңди сынап көр.

2. Ошондой эле 10-бетте келтирилген интернет ресурстарынан жогорудагы главага тиешелүү материалдарды тап жана үйрөнүп чык.

53 Билимиңди сынап көр

1. Тесттер.

1. Кесиндилердин узундуктары a, b жана c лардын кайсы маанилеринде бул кесиндилерден үч бурчтук түзүүгө болбойт?
   A) $a = 1, b = 2, c = 3$; B) $a = 2, b = 3, c = 4$; D) $a = 3, b = 4, c = 5$; E) $a = 6, b = 4, c = 3$.
2. Геометриялык түзүүлөрдү аткаруу үчүн кайсы окуу куралдарынан пайдаланууга уруксат берилет? A) Транспортир; B) Транспортир, сызгыч; D) Циркуль, сызгыч; E) Циркуль, транспортир.
3. Геометриялык түзүүлөрдү аткарууда сызгычтан кандай милдеттерди аткарууга уруксат берилет. A) Кесиндини ченөөгө; B) Кесинди, түз сызык сызууга; D) Чекиттен өткөн жана берилген түз сызыкка перпендикулярдуу түз сызыкты чамалап сызууга; E) Кесиндини ченеп, анын ортосун табууга.

2. Маселелер.

1. Кандайдыр бурч түз. Ошол бурчка барабар башка бурч түз.
2. Кандайдыр бурч түз. Анын биссектрисасын түз.
3. Түз сызык түз жана анда жатпаган чекитти белгиле. Ошол чекиттен өткөн жана ошол түз сызыкка перпендикулярдуу түз сызык түз.
4. Түз сызык сыз жана анда жатпаган чекитти белгиле. Ошол чекиттен өткөн жана ошол түз сызыкка параллель түз сызык түз.
5. Кандайдыр кесинди сыз жана аны тең экиге бөл.
6. Үч кесинди түз. Жактары ошол кесиндилерге барабар болгон үч бурчтук түз.
7. Кандайдыр үч бурчтук түз. Анын бир а) медианасын; б) биссектрисасын, в) бийиктигин түз.

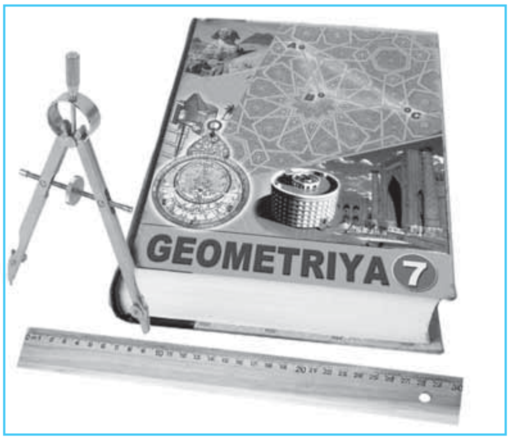
54 4-текшерүү иши

Үлгү текшерүү иши эки бөлүктөн турат:

I. Теориялык 5 тест.

II. Төмөнкү маселелерге окшош 3 маселе (4-маселе мыкты окуган окуучулар үчүн кошумча берилет)

1. 120° туу бурч берилген. Циркуль жана сызгыч менен ага барабар бурч түз.
2. Жактары a = 5 $см$, b = 12 $см$ жана c = 15 $см$ болгон үч бурчтук түз.
3. 2-маселеде түзүлгөн үч бурчтуктун a жагына медиана жүргүз.
4. Үч бурчтукту анын негизи, жагы жана негизине түшүрүлгөн бийиктиги боюнча түз.



VI ГЛАВА

КАЙТАЛОО

Бул главаны үйрөнүп чыккандан кийин сен төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

Билимдер:
- геометриялык маселелерди чыгаруунун баскычтары;
- геометриялык маселелердин түрлөрү;
- маселе чыгарууда кездешкен кээ бир каталыктар.

Көнүккөндүктөр:
- геометриялык маселелерди түрлөргө ажыратуу жана чыгаруунун баскычтары боюнча ишти уюштуруу;
- маселе чыгарууда кездешкен каталардын алдын алуу;
- планиметрия боюнча жылдык жыйынтыктоочу текшерүү ишине даяр болуу.

55 Геометриялык маселелерди чыгаруу

Геометриялык маселелерди чыгарууда төмөнкүлөргө көңүл буруу керек:

1. Геометриянын негизги түшүнүктөрүн, алардын касиеттерин мыкты билүү жана эсте сактоо;
2. Түрдүүчө геометриялык фигуралардын касиеттери жөнүндөгү теоремаларды далилдөө усулдарына ээ болуу;
3. Берилген геометриялык маселенин маани-маңызын түшүнүп жетүү.

Адатта геометриялык маселелерди чыгаруу баскычтары төмөнкүлөрдөн турат:

1-баскыч. ***Маселени түшүнүү.*** Бул баскычта маселенин шарты жана корутундусу өз алдынча ажыратып алынат. Эмнелер берилгендиги, эмнени табуу, далилдөө же түзүү керектиги аныкталат. Маселеге тиешелүү чийме чийилет. Чийменин чоң жана анык болушу максатка ылайыктуу. Берилген маалыматтар чиймеде белгиленет.

2-баскыч. ***Пландаштыруу.*** Бул баскычта маселени чыгаруу усулу тандалат. Аны колдонуу үчүн кандай кошумча маалыматтар керектиги аныкталат. Жардамчы фигуралар чийилет.

3-баскыч. ***Чыгаруу.*** Бул баскычта маселе түздөн-түз, берилген пландын негизинде чыгарылат.

4-баскыч. ***Текшерүү.*** Бул баскычта маселенин алынган чыгарылышы текшерилет. Чыгаруу процессине сын көз караш менен байкоо жүргүзүлөт. Эгерде ката аныкталса, ал оңдолот. Оңдоонун мүмкүнчүлүгү болбосо, анда маселе чыгаруунун баштапкы баскычына кайтылат жана бардык иш жаңыдан башталат.

Маселе чыгарууну үйрөнүү үчүн көбүрөөк маселе чыгаруу керек!

Маселеге тиешелүү чиймени туура чийүү – маселенин теңин (жарымын) чыгарганга тете.

Геметриялык маселелер коюлушу, мазмуну боюнча үч түрдүү болушу мүмкүн:

1. Эсептөөгө тиешелүү маселелер
2. Далилдөөгө тиешелүү маселелер
3. Түзүүгө тиешелүү маселелер

Геометриялык маселелерди чыгаруу кандайдыр геометриялык фигуранын касиетин үйрөнүүдөн гана турган ишкердик эмес, албетте. Ал туура пикирлөө, логикалык ой жүгүртүү жана ошолордун негизинде туура жана акылдуу чечимдер кабыл алуу, жыйынтык чыгаруу көнүккөндүк жана тажрыйбаларын да калыптандырат. Мындай көнүккөндүк жана тажрыйбалар математикада гана эмес, ошондой эле күндөлүк турмушта кездешкен көйгөйлөрдү чечүүдө да жардам берет.

Маселени чыгаруу – бул туура жоопту табуу дегени гана эмес. Мында белгилүү касиеттерди, теоремаларды, алардын натыйжаларын колдоно билүү зарыл.

Төмөнкү маселени чыгаруу процессине байкоо жүргүзүп көрөлү.

Маселе. Чокулары тең жактуу үч бурчтук жактарынын ортолору болгон үч бурчтуктун тең жактуу экендигин далилде.

1. *Маселени түшүнүү баскычы.*

ΔABC — тең жактуу, M — AB жактын ортосу, N — BC жактын ортосу, L — AC жактын ортосу $\Rightarrow$ ΔMNL — тең жактуу

Маселе шартынын негизинде чийме чийип алабыз *(1-сүрөт)*.

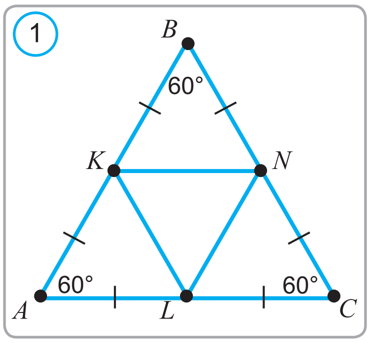
2. *Пландаштыруу баскычы.* Тең жактуу үч бурчтуктун касиетинен жана үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгисинен пайдаланабыз.

3. *Чыгаруу баскычы.* Шарт боюнча,

$LA = AK = KB = BN = NC = CL$ жана $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$. Анда ΔLAK нын AL, AK жактары менен A бурчу ΔKBN дин BK, BN жактары менен B бурчуна жана ΔNCL дин CN, CL жактары менен C бурчуна тиешелүү түрдө барабар.

Демек, $\Delta LAK = \Delta KBN = \Delta NCL$. Анда бул үч бурчтуктардын үчүнчү жактары да өз ара барабар болушат: $KL = KN = NL$.

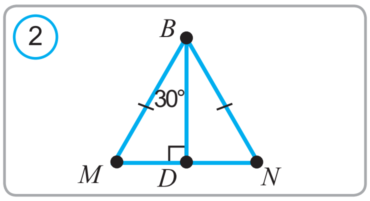
Демек, ΔKNL — тең жактуу.



4. *Текшерүү баскычы.*

Маселени чыгаруу процессине дагы бир жолу байкоо жүргүзүп, анда ар бир ой жүгүртүү логикалык жактан туура алып барылганын текшеребиз.

Маселени башка усулда чыгарууга да болот. Мында чокусундагы бурчу 60° болгон тең жактуу үч бурчтуктун касиетинен пайдаланабыз. ΔKBN тең капталдуу үч бурчтугунун BD бийиктигин түшүрөбүз *(2-сүрөт)*. BD биссектриса да болгондуктан $\angle KBD = 60°/2 = 30°$ жана $\angle BKD = \angle BND = 90° - 30° = 60°$ Болот.



Демек, ΔKBN тең жактуу үч бурчтук экен. Ушундайча ΔKAL жана ΔNCL тар да тең жактуу үч бурчтуктар экендиги аныкталат жана $BK=KN=NL=LN$

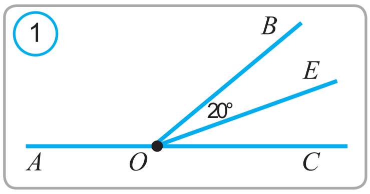
экендиги белгилүү болот. Мындан болсо ΔKNL дин тең жактуу үч бурчтук экендиги гана эмес, ошондой эле, $\Delta KNL = \Delta KBN = \Delta NCL = \Delta KAL$ экендиги да белгилүү болот.

56 Эсептөөгө тиешелүү маселелер

Эсептөөгө тиешелүү маселелер арифметикалык жана алгебралык маселелерге окшоп кетет. Түрдүүчө формулалардын жардамында, берилген сандуу чоңдуктардын негизинде удаалаш эсептөө иштери аткарылат жана изделген чоңдук табылат.

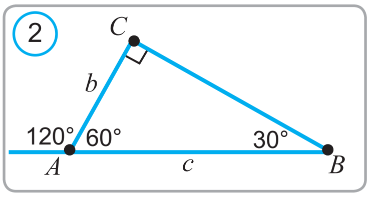
Мында көбүнесе чиймени туура чийүү жана керектүү белгилөөлөрдү киргизүү ишти кыйла жеңилдетет.

1-маселе. Жандаш бурчтардан биринин биссектрисасы экинчи бурчтун жактарынын бири менен 20° туу бурчту түзөт. Ошол бурчту тап.



Чыгаруу. Маселенин шартын чиймеде көрсөтөбүз *(1-сүрөт)*. Мындан OE биссектрисасы тар бурчтун биссектрисасы экендиги белгилүү болот. Демек, $\angle BOC = 2 \cdot 20° = 40°$, $\angle AOB = 180° - 40° = 140°$ болот.

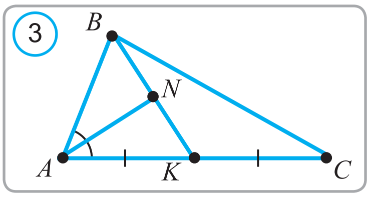
2-маселе. ABC тик бурчтуу үч бурчтугунда $\angle C$ – тик бурч, A чокусундагы тышкы бурч 120° ка барабар. Эгерде $AC + AB = 18$ *см* болсо, үч бурчтуктун гипотенузасын тап.



Чыгаруу. Маселенин шарты боюнча чийме түзөбүз *(2-сүрөт)*. Үч бурчтуктун тышкы бурчунун аныктамасынан, $\angle A = 180° - 120° = 60°$, $\angle B = 90° - \angle A = 30°$ экендигин аныктайбыз. $AC = b$, $AB = c$ болсун. Анда $b + c = 18$. Тар бурчу 30° ка барабар болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун касиети боюнча, $c = 2b$ болот. Мындан $b + c = b + 2b = 18$, б. а. $b = 6$. Анда $c = 12$ экендиги белгилүү болот. ***Жообу:*** 12.

3-маселе. ABC үч бурчтугунда $AB = 1$, A бурчунун биссектрисасы B чокусунан түшүрүлгөн медианага перпендикуляр. Эгерде BC жагынын узундугу бүтүн сан менен туюнтулса, анда үч бурчтуктун периметрин тап.

Чыгаруу. Маселенин шартын чиймеде көрсөтөбүз *(3-сүрөт):* $AK = KC$. $AN \perp BK$. $\Delta ANB = \Delta ANK$ экендигин аныктайбыз, анткени AN катети жалпы жана бирден бурчтары барабар (катет жана ага жанаша жаткан тар бурчу боюнча). Мындан болсо $AB = AK = KC = 1$, б. а. $AC = 1 + 1 = 2$ экендиги белгилүү болот.

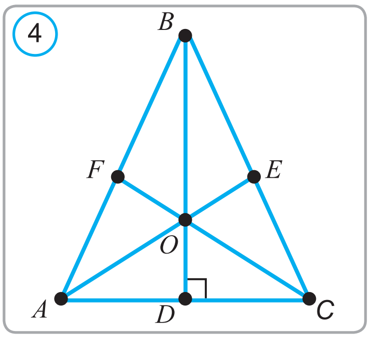


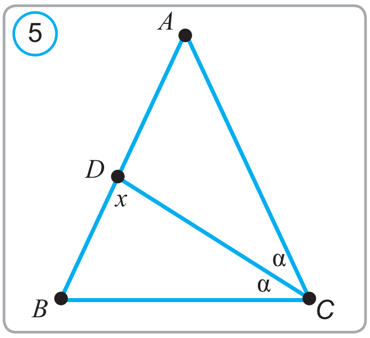
$BC = x$ – бүтүн сан, үч бурчтуктун барабарсыздыгы боюнча $2 + 1 > x$ жана $x + 1 > 2$, же $x < 3$ жана $x > 1$, б. а. $1 < x < 3$ болушу керек. 1 менен 3 түн арасында бир бүтүн сан бар: 2. Демек. $BC = 2$ ва $P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$.

Жообу: 5.

? *Суроо, маселе жана тапшырмалар*

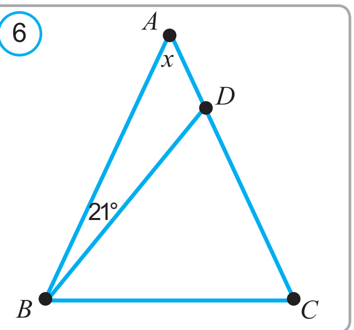
1. AB кесиндиси узундуктары $1 : 2 : 3 : 4$ сыяктуу катыштагы кесиндилерге (ошол удаалаштыкта) бөлүнгөн. Эгерде четки кесиндилеринин ортолорундагы аралык 15 *см* ге барабар болсо, AB кесиндисинин узундугун тап.
2. $\angle ABC = 160°$ болгон бурчтун чокусунан ошол бурчтун жактары арасында жаткан BO жана BE шоолалары чыгарылган. Эгерде BO шооласы берилген бурчту тең экиге, BE шооласы болсо $3 : 5$ катышта бөлсө, OBE бурчун тап.
3. AOB бурчу OC шооласы аркылуу бири экинчисинен 30° ка чоң болгон эки бурчка бөлүнгөн. Берилген бурчтун биссектрисасы менен OC шооласынын арасындагы бурчту тап.
4. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчу 30° ка барабар. Ошол үч бурчтуктун каптал жагы менен экинчи капталына түшүрүлгөн бийиктиктин ортосундагы бурчту тап.
5. Үч бурчтуктун бир тышкы бурчу 100°, ага жандаш болбогон бурчтарынын катышы 2:3 сыяктуу. Үч бурчтуктун бурчтарын тап.
6. A, B, C, D чекиттери көрсөтүлгөн тартипте бир түз сызыкта жатат жана $AB = BC = 1$, $CD = 2$. K чекити BC кесиндисине жайлашканда, BC жана AD кесиндилеринин узундуктары бирдей катышта болот: $BK : KC = AK : KD$. Катыштарды тап.





7. Үч бурчтуктун эки бурчунун биссектрисалары кесилишинен алынган бурч 128° ка барабар. Үч бурчтуктун үчүнчү бурчун тап.
8. Тең капталдуу үч бурчтуктун чокусундагы бурчу 96° ка барабар. Негизиндеги бурчтарынын биссектрисалары кесилишинен алынган тар бурчту тап.
9. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунан биссектриса жана бийиктик чыгарылган болуп, алардын арасындагы бурч 24° ка барабар. Үч бурчтуктун калган бурчтарын тап.

6



10. Эгерде 4-сүрөттө $AB = BC$, $\angle ABC = 50°$, AE жана FC — биссектрисалар болсо, $\angle AOB = ?$, $\angle EOC = ?$
11. Эгерде 5-сүрөттө $AB{=}AC$, $AD{=}DC$ болсо, x=?
12. Эгерде 6-сүрөттө $AB{=}AC$, $BD{=}BC$ болсо, x=?

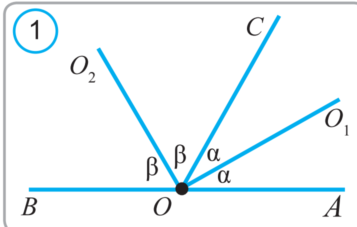
57 Далилдөөгө тиешелүү маселелер

Далилдөөгө тиешелүү маселелер өзүнчө бир чакан теоремалар болуп эсептелет. Аларды чыгаруу маселеде келтирилген ырастоону далилдөөдөн турат. Мисал иретинде төмөнкү маселени карап көрөбүз.

1-маселе. Жандаш бурчтардын биссектрисалары өз ара перпендикуляр экендигин далилде.

$\angle AOC$ va $\angle BOC$ — жандаш бурчтар, OO_1 жана OO_2 –биссектрисалар *(1-сүрөт)*. ⇒ $OO_1 \perp OO_2$.

1



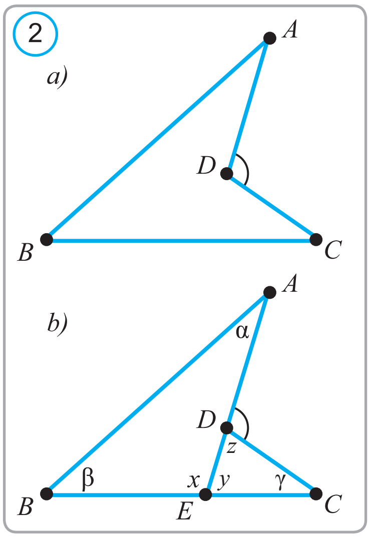
Далилдөө. OO_1 жана OO_2 биссектрисалары бөлгөн бурчтарды тиешелүү түрдө (1-сүрөттө көрсөтүлгөндөй) α жана β деп белгилейбиз. Анда, $2\alpha + 2\beta = 180°$, же $\alpha + \beta = 90°$, б. а. $\angle O_1OO_2 = \alpha + \beta = 90°$. Демек, $OO_1 \perp OO_2$. Ушуну далилдөө талап кылынган болчу.

2-маселе. 2.а-сүрөттө көрсөтүлгөн $ABCD$ төрт бурчтугунда $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$ экендигин далилде.

Далилдөө. AD түз сызыгынын BC жагы менен кесилишкен чекитин E менен белгилейбиз *(AD* жагын улантабыз) жана бурчтар үчүн зарыл белгилөөлөрдү киргизебиз *(2.б-сүрөт.* $\alpha+\beta+x=180°$ жана $y+z+\gamma=180°$ экендиги белгилүү. Бул барабардыктарды кошуп, $\alpha+\beta+\gamma+x+y+z=360°$ барабардыгын алабыз. Жандаш бурчтардын касиети боюнча, $x+y=180°$ болгондуктан, $\alpha+\beta+\gamma+180°+z=360°$, же $\alpha+\beta+\gamma=180°-z=\angle D$, б. а. $\angle D=\alpha+\beta+\gamma=\angle A+\angle B+\angle C$ болот.

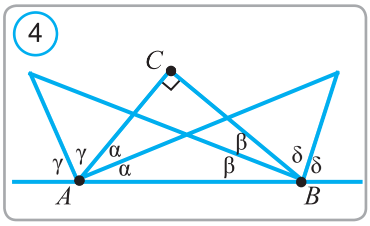
Барабардык далилденди.

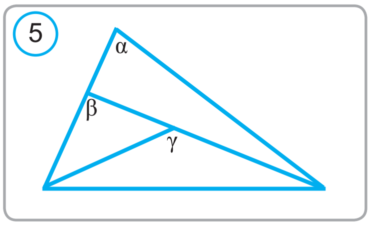
Жогорудагы эки маселени даяр чиймеге таянып чыгардык, 2-маселеде кошумча түзүүнү жана зарыл белгилөөлөрдү ишке ашырдык, бул болсо маселени оңой чыгарууга жардам берди.



Суроо, маселе жана тапшырмалар

1. Үч бурчтуктун бир бурчу өзүнө жандаш болбогон тышкы бурчтарынын айырмасына барабар. Бул үч бурчтуктун тик бурчтуу үч бурчтук экендигин далилде.
2. Бир бурчу 150° болгон тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги чокуларынан түшүрүлгөн бийиктиктери барабар болушун далилде.
3. Тең капталдуу үч бурчтуктун медианалары кесилиш чекитинде 2 : 1 катышта болушун далилде.
4. Тең капталдуу үч бурчтуктун чокусундагы тышкы бурчунун биссектрисасы үч бурчтуктун негизине параллель болушун далилде.
5. 4-маселеге тескери теореманы туюнт жана аны далилде.
6. Тең капталдуу үч бурчтуктун каалаган эки медианасы 60° туу бурч менен кесилишин далилде.
7. Үч бурчтуктардын барабардыгын алардын эки жагы жана үчүнчү жагына түшүрүлгөн медианасы боюнча далилде.
8. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында BM жана B_1M_1 медианалар жүргүзүлгөн. Эгерде $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$ жана $BM=B_1M_1$ болсо, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ экендигин далилде.
9. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында AD, A_1D_1 – биссектрисалар. Эгерде $AB=A_1B_1$, $BD=B_1D_1$ жана $AD=A_1D_1$ болсо, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ экенин көрсөт.





10. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында BH жана B_1H_1 бийиктиктери жүргүзүлгөн. Эгерде $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ жана $BH = B_1H_1$ болсо, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ болушун далилде.

11. Үч бурчтуктун эки бийиктиги барабар болсо, анын тең капталдуу үч бурчтук экендигин далилде.

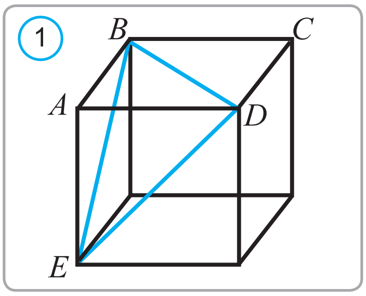
12. 4-сүрөттө $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90°$ экендигин далилде.

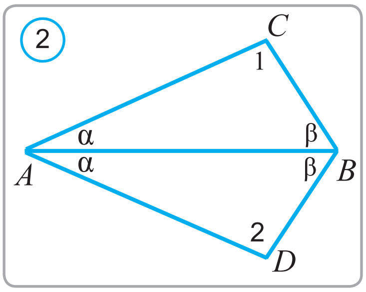
13. 5-сүрөттө $\alpha < \beta < \gamma$ экендигин далилде.

58-59 Кайталоого тиешелүү маселелер

1. Эки параллель түз сызык жана кесип өтүүчү пайда кылган ички кайчылаш жаткан бурчтардын биссектрисалары параллель болушун далилде.
2. Үч бурчтуктун каалаган бир жагы анын калган эки жагынын айырмасынан чоң болушун далилде.
3. Үч бурчтуктун α, β жана γ бурчтары үчүн $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ катыштары орундуу болсо, ал кандай үч бурчтук болот?
4. Берилген эки чекиттен жүргөн айлана түз. Маселе канча чыгарылышка ээ.
5. ABC үч бурчтугунун AA_1 жана BB_1 биссектрисалары O чекитинде кесилишет. Эгерде а) $\angle AOB = 136°$; б) $\angle AOB = 111°$ болсо, ACB бурчун тап.
6. 1-сүрөттөгү кубда $BD = 6$ болсо, $BE = ?$, $DE = ?$, $AC = ?$, $\angle BED = ?$
7. Периметри 42 *см* болгон ABC үч бурчтугунун медианасы ана периметри 33 *см* жана 35 *см* болгон эки үч бурчтукка бөлөт. Медиананын узундугун тап.
8. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчтарынын биссектрисалары кандай бурч менен кесилишет?
9. 2-сүрөттө $\angle 1 = \angle 2$ экендигин далилде.
10. MN жана NM шоолаларынын жалпы бөлүгү кандай фигура болот?
11. A, B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатат. Эгер $AB = 2$ *см*, $BC = 3$ *см*, $AC = 5$ *см* болсо, B чекити AC кесиндисине тиешелүү болобу? Жообуңду негизде.
12. A чекити BC түз сызыгынын B, C чекиттери арасында жатат. Эгер $BC = 15$ *см*, AC кесиндиси AB дан 3 *см* ге кыска болсо, AB кесиндисинин узундугун тап.
13. 60° жана 30° туу бурчтарды түз.

14. Айлананын өз ара перпендикулярдуу диаметрлерин түз.
15. Жандаш бурчтардан бири экинчисинен 4 эсе кичине болсо, ошол бурчтардан чоңун тап.
16. Эки түз сызыктын кесилишинен алынган бурчтардын катышы 7 : 3 кө барабар. Ошол бурчтардан кичинесин тап.
17. A, B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатышат. BC кесиндисинин узундугу AC кесиндисинин узундугунан 3 эсе чоң, AB кесиндисинин узундугу болсо BC нын узундугунан 3,6 *см* ге кыска. AC кесиндисинин узундугун тап.
18. Эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык кескенде тышкы бир жактуу жаткан бурчтарынын суммасы180° ка барабар болсо, анда бул түз сызыктардын өз ара параллель экендигин далилде.
19. Эки параллель түз сызыкты үчүнчү түз сызык кескенде пайда болгон бурчтардан бири 55° ка барабар. Калган бурчтарын тап.





60-61 Билимиңди сынап көр

1. Пикирлерди мазмунунан келип чыгып толукта:

1. Тегиздикте .... аркылуу бир түз сызык жүргүзүүгө болот.
2. Бурчтун .... бурчту эки өз ара барабар бурчка бөлөт.
3. Кесиндинин ортосу аны эки .... бөлөт.
4. Тегиздикте түз сызыкка тиешелүү болгон да .... , тиешелүү болбогон да .... бар.
5. Эгерде үч бурчтук тең капталдуу болсо, ... бурчтары барабар болот.
6. Эки барабар үч бурчтуктардын тиешелүү .... жана .... барабар болот.
7. Тең капталдуу үч бурчтуктун ар бир .... градуска барабар.
8. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар .... 90° ка барабар.
9. Жайылган бурчтун биссектрисасы аны .... бурчка бөлөт.
10. Үчүнчү түз сызыкка параллель болгон эки түз сызык .... болот.

12. Бир түз сызыкка перпендикулярдуу болгон эки түз сызык .... болот.
13. Параллель түз сызыктарды кесип өтүүчү менен кескенде пайда болгон ички бир жактуу бурчтар .... болот.
14. Кесиндинин учтарынан барабар .... анын орто перпендикулярында жатат.
15. Айланадагы чекиттер айлананын борборунан барабар............ .

2. Төмөнкү пикирлерде ката болсо, аны тап жана оңдо:

1. Тегиздикте эки чекит аркылуу эки түз сызык жүргүзүүгө болот.
2. Тик бурч 180° ка барабар болот.
3. Жандаш бурчтар барабар болушат.
4. Вертикалдуу бурчтардын суммасы 180° ка барабар.
5. Үч бурчтуктун чокусу менен ошол чокусу каршысындагы жагынын ортосун туташтырган кесиндиге, үч бурчтуктун биссектрисасы дейилет.
6. Үч бурчтуктун периметри деп, анын бурчтарынын суммасына айтылат.
7. Үч бурчтуктун жактарынын суммасы 180° ка барабар.
8. 90° ка барабар бурч менен кесилишкен түз сызыктарга параллель дейилет.
9. Параллель түз сызыктар бир чекитте кесилишет.
10. Айлананын диаметри радиусуна барабар.
11. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери барабар болсо, анын кичине бурчу 30° ка барабар болот.
12. Тең капталдуу үч бурчтуктун ар бир бурчу 60° ка барабар.
13. Биссектрисада жаткан чекиттер бурчтун чокусунан бирдей аралыкта жатышат.

3. Берилген касиетке ээ болгон геометриялык фигураны оң мамычадагы тиешелүү сапка жаз:

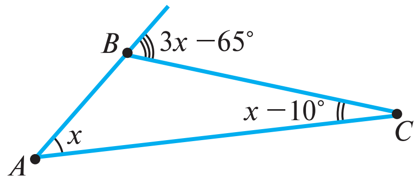
1.	Узундугу 5 см.	
2.	Чекит жана учтары ошол чекиттерде болгон эки шооладан турат.	
3.	Кесилишпей турган түз сызыктар.	
4.	Чокусунан чыккан бийиктиги медиана да, биссектриса да болот.	
5.	Бардык жактары барабар үч бурчтук.	
6.	Эки жагы барабар үч бурчтук.	
7.	Бурчту эки тең бурчка бөлөт.	
8.	Эки катети бар.	
9.	Эки бурчунун суммасы 90° тан чоң болгон үч бурчтук.	

4. Биринчи мамычада берилген геометриялык түшүнүккө экинчи мамычадан тиешелүү касиет же түшүндүрмөлөрдүн ылайыктуусун кой:

Геометриялык түшүнүк	*Түшүндүрмө, касиет*
1. Перпендикуляр түз сызыктар 2. Тең жактуу үч бурчтук 3. Айлана 4. Бурч биссектрисасындагы чекит 5. Үч бурчтуктун бийиктиги 6. 30° бурч каршысындагы катет 7. Медиана 8. Үч бурчтуктун тышкы бурчу 9. Тең капталдуу үч бурчтук 10. Кесинди 11. Параллель түз сызыктар	А. Дайындуу узундукка ээ Б. Эки бурчу бар В. Гипотенузанын жарымына барабар Г. Чокусу менен каршысындагы жагынын ортосун туташтырат Д. Бир ички бурчуна жандаш жана калган эки бурчунун суммасына барабар Е. Кесилишпейт Ж. 90° туу бурч менен кесилишет З. Жактары барабар И. Чекиттери борбордон бирдей алыста К. Анын жактарынан бирдей алыста жатат Л. Бир жагынан өтөт жана бир жагына перпендикулярдуу

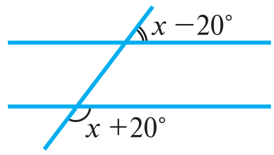
5. Тесттер

1. Берилген чекиттен берилген түз сызыкка параллель кылып канча түз сызык жүргүзүүгө болот?
   A) 1   B) 2   D) 3   E) 4
2. Жайылган бурч канча градуска барабар?
   A) 90°;   B) 90° тан чоң;   D) 90° тан кичине;   E) 180°.
3. Фигура боюнча $\angle BCA$ бурчун тап.



   A) 25°   B) 35°
   D) 45°   E) 55°

4. Фигура боюнча x ти тап.



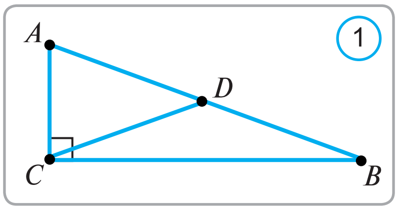
   A) 80°   B) 90°
   D) 100°   E) 70°

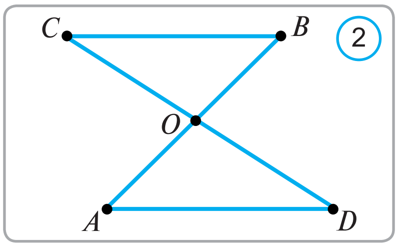
5. Эгерде ABC үч бурчтугунда $\angle B$ = 30°, $\angle C$ = 90° жана AC = 10 *см* болсо, AB гипотенузасын тап.
   A) 10 *см*   B) 12 *см*   D) 15 *см*   E) 20 *см*

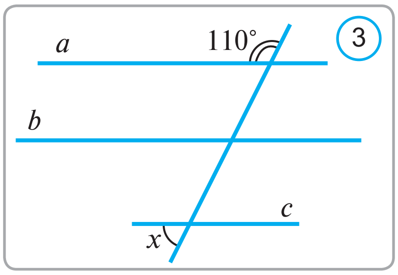
6. *ABC* үч бурчтугунда $AB = BC$, $AB = AC + 7$ (*см*). Эгерде ABC үч бурчтугунун периметри 23 *см* болсо, үч бурчтуктун кичине жагын тап.
A) 3 *см* B) 5 *см* D) 7 *см* E) 9 *см*

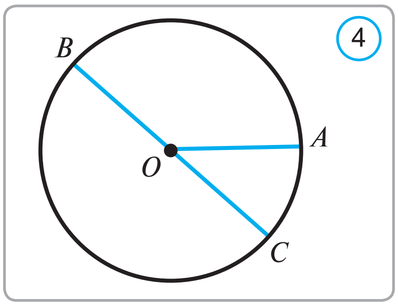
7. Жандаш бурчтардан бири экинчисинен үч эсе чоң. Бул бурчтардын айырмасын тап.
A) 45° B) 60° D) 75° E) 90°

8. Айлананын радиусу 3,2 *см*. Анын диаметрин тап.
A) 3,2 B) 5,2 D) 6,4 E) 1,6









9. ABC — тик бурчтуу үч бурчтук (*1-сүрөт*), $\angle C = 90°$, CD — медиана. $\angle BDC = 130°$ болсо, $\angle A$ ны тап.
A) 45° B) 65° D) 75° E) 85°

10. ABC — тең капталдуу үч бурчтуктун чокусундагы B бурчу 80° ка барабар. Анын A чокусундагы тышкы бурчун тап.
A) 130° B) 120° D) 110° E) 100°

11. Эгерде $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ болсо, анда төмөнкү жооптордон кайсы бири туура.
A) $a||c$ B) $b \perp d$ D) $a||d$ E) $b||c$

12. Эгерде 2-сүрөттө $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5$ *см* жана $AO + OC = 7$ *см* болсо, AOD үч бурчтугунун периметрин тап.
A) 5 *см* B) 7 *см*
D) 12 *см* E) 17 *см*

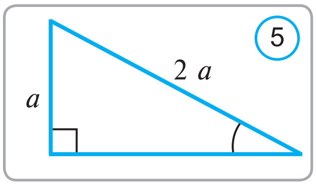
13. Эгерде 3-сүрөтт $a||b$ жана $b||c$ болсо, $x = ?$
A) 60° B) 70° D) 80° E) 90°

14. ABC үч бурчтугунда $\angle A = 50°$ жана $\angle B = 70°$ болсо, анда анын чоң жагын аныкта.
A) AB B) BC D) AC
E) аныктоого болбойт.

15. Эгерде 4-сүрөттө O — айлананын борбору, $AO = 4$ *см* болсо, BC кесиндинин узундугун тап.
A) 4 *см* B) 5 *см*
D) 2 *см* E) 8 *см*

16. 5-сүрөттө көрсөтүлгөн үч бурчтуктун кичине бурчун тап.
A) 30° B) 45° D) 60° E) 90°

17. Үч бурчтуктун бир бийиктиги аны периметрлери 25 см жана 29 см болгон үч бурчтуктарга бөлөт. Эгерде берилген үч бурчтуктун периметри 40 см болсо, анда анын бийиктигин тап.



A) 10 *см* B) 7 *см* D) 5 *см* E) 9 *см*

18. 120°ка барабар бурчка жандаш бурчтардын суммасын тап.
A) 30° B) 45° D) 180° E) 120°

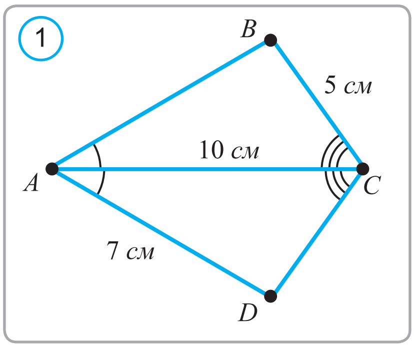
19. ABC үч бурчтугунун C бурчу 70° ка барабар болсо, анда A жана B бурчтары биссектрисаларынын арасындагы бурчту тап.
A) 55° B) 60° D) 65° E) 75°

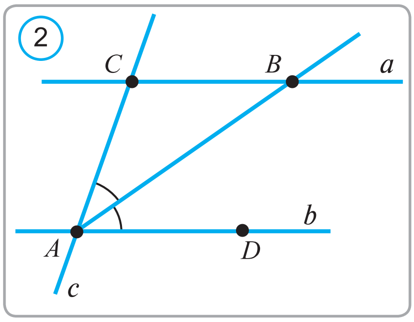
20. $ABCD$ тик бурчтугунун A жана D чокуларынан чыгарылган биссектрисалар BC жагын 3 барабар бөлүктөргө бөлөт. Эгерде тик бурчтуктун жактары бүтүн сандардан турган болуп, AB = 5 болсо, анын периметрин тап.
A) 20 B) 30 D) 40 E) 80

6. Маселелер

1. Тең капталдуу ABC үч бурчтугунун чокусунан AB негизине жүргүзүлгөн биссектрисасы аны эки үч бурчтукка бөлөт. Үч бурчтуктардын барабардыгын далилде.
2. Периметри 30 *см* болгон үч бурчтуктун бир жагы экинчи жагынан 2 *см* ге чоң, үчүнчү жагынан болсо 2 *см* ге кичине. Үч бурчтуктун чоң жагын тап.
3. Үч бурчтуктун негизине түшүрүлгөн медианасы аны периметри 18 *см* жана 24 *см* ге барабар эки үч бурчтукка бөлөт. Берилген үч бурчтуктун кичине каптал жагы 6 *см* ге барабар. Үч бурчтуктун чоң каптал жагын тап.
4. Үч бурчтуктун 5 ке барабар болгон бийиктиги аны периметри 18 жана 26 болгон эки үч бурчтукка бөлөт. Берилген үч бурчтуктун периметрин тап.
5. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 7,6 *см* ге, негизи болсо 2 *см* ге барабар. Каптал жагын тап.
6. AB жана CD түз сызыктары O чекитинде кесилишет. BOC жана AOD бурчтарынын суммасы 194° ка барабар. AOC бурчун тап.
7. ABC үч бурчтугунда A бурчу C бурчуна барабар, AD бийиктиги болсо BC жагын тең экиге бөлөт. Эгерде BD = 7,8 см болсо, AC ны тап.
8. Тең капталдуу үч бурчтуктун каптал жагына түшүрүлгөн бийиктиги менен экинчи каптал жагынын арасындагы бурч 20° ка барабар. Негизиндеги бурчун тап.
9. B бурчунун биссектрисасында жаткан D чекитинен бурчтун жактарына DA жана DC перпендикулярлары жүргүзүлгөн. DA = DC экендигин далилде.
10. Эгерде A, B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатып, AC = 7 *м* жана BC = 9 *м* болсо, анда AB кесиндисинин узундугун тап.

62-63 Жыйынтыктоочу текшерүү иши





Жыйынтыктоочу текшерүү иши эки бөлүктөн турат. Биринчи бөлүктө 65 – 66-сабактарда көрүлгөн диктант жана тест суроолоруна окшош 5 диктант, 10 тест сунушталат. Экинчи бөлүгүндө төмөнкү вариантта берилген маселелерге окшош 5 маселе берилиши мүмкүн.

Жыйынтыктоочу жазма текшерүү ишинин үлгүсү.

1. Жандаш бурчтардан бири экинчисинен 17°ка кичине. Ошол бурчтарды тап.
2. 1-сүрөттө берилген маалыматтарды негизинде
   а) $\Delta ABC = \Delta ADC$ экендигин далилде;
   б) ACD үч бурчтугунун периметрие тап.
3. 2-сүрөттө $a||b$ жана AB — CAD биссектриса, AC = 7 $см$. BC нын узундугун тап.
4. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунан түшүрүлгөн бийиктиги анын биссектрисасы да болот. Бул үч бурчтуктун бурчтарын түз.
5. Берилген бурчка барабар бурчту жана анын биссектрисасын түз.

Жооптор жана көрсөтмөлөр

2. **7.** 1. **9.** а) каалаганча; б) 1; в) 1 же таптакыр жүргүзүүгө болбойт. **10.** 5; 10. **11.** а) 3; б) 6. **12.** 6; 10.

3. **1.** А жана С; А жана D; А жана В. **3.** Ооба; жок. **5.** а) 2; б) 3; в) 11; г) $(n+1)$. **6.** 6. **7.** 6. **8.** 4, 6. **9.** 4. **10.** ооба.

4. **4.** а жана г. **5.** 2 менен 5; 6 менен 9. **7.** 3 жана 14; 4 жана 10; 6 жана 9; 5 жана 12. **11.** 6: *AB, BC, CD; AC; AD; BD.*

5. **3.** 4 *см*; 5 *см*; 6,5 *см*; 1 *см*; 2,5 *см*; 1,5 *см*. **4.** 6,6. **5.** 1. **6.** 9. **7.** 12,8 *м*. **8.** 0,8. **10.** 2 учур болушу мүмкүн. B чекит AC кесиндиде болсо, $AC=800$ *м*. C чекит AB кесиндиде болсо, $AC=400$ *м*. **11.** 5. **15.** B чекит A жана C чекиттеринин ортосунда жатат.

6. **8.** а) 36 *мм*; b) 90 *см*; c) 4 *м* 22 *см*. **10.** а) 5 *см*; б) 3,5 *см*; в) 57 *см*. **13.** 130 *см*; **14.** 16 *м*.

8. **4.** $\angle AOD$, $\angle COB$, $\angle DOB$, $\angle AOC$. **5.** 10, алар: $\angle AOE$, $\angle EOD$, $\angle DOC$, $\angle COB$, $\angle BOA$, $\angle EOB$, $\angle EOC$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOD$. **10.** Ооба; жок, жок.

9. **4.** Ооба. **7.** а) 72°; б) 60°; в) 50°. **12.** а) ооба; б) Жок; в) Жок. **14.** а) 90°; б) 180°. **15.** $\angle AOB = 60°$, $\angle AOC = 90°$, $\angle AOD = 130°$, $\angle BOC = 30°$, $\angle BOD = 70°$; $\angle COD = 40°$.

10. **1-текшерүү иши:** **1.** $BC = 3$ *см*. **2.** $BC = 12$ *см*. **3.** $\angle BOC = 35°$. **4.** 150°.

11. **5.** 45°. **6.** а) 8; б) 8; в) 8; г) 8. **7.** 5 тар; 1 кең. **10.** а) 30°; б) 180°; в) 1°. **11.** а) 0,5°; б) 2,5°; в) 15°. **12.** а) 105°; б) 75°. **13.** OC шоола $\angle AOD$ нын; OD шоола $\angle COE$ нин; OE шоола $\angle DOB$ нын; OD шоола $\angle AOB$ нын биссектрисасы болот.

12. **2.** 180°. **6.** а) 160°; б) 150°; в) 135°; г) 90°. **7.** 45°; 135°. **8.** а) Жок; б) Ооба; в) Жок. **9.** Ооба. **10.** а) 140°; б) 45°; в) 45°. **11.** а) 45°; б) 60°; в) 30°. **12.** а) 40°; 140°; б) 55°; 125°; в) 18°; 162°. **14.** 140°, 40°, 140°. **15.** Жок.

13. **6.** 1), 2), 3), 6). **7.** Жок, кесиндилердин ортосу үстү-үстүнөн түшпөй калышы мүмкүн.

14. **2.** 1. **5.** Каалаганча. **8.** 90°. **9.** Жок. **10.** Ооба.

15. **3.** 90°. **5.** OC. **6.** 60°; 60°.

17. **5-тесттер:** **1.** E; **2.** D; **3.** D; **4.** A; **5.** E; **6.** B; **7.** E; **8.** E; **9.** B; **10.** B; **11.** A; **12.** D; **13.** E; **14.** B; **15.** A; **16.** A; **17.** B; **18.** E. **6-маселелер:** **2.** 90°. **3.** 60°. **4.** Жокq. **5.** Маселе 2 чыгарылышка ээ: 1) 15°; 2) 65°. **6.** 15°. **9.** Жок. **10.** Маселе эки чыгарылышка ээ: 1) 0,5 *м*; 2) 5,9 *м*. **11.** а) $AC = 9$ *м*, $BC = 6$ *м*; б) $AC = 7{,}5$ *м*, $BC = 7{,}5$ *м*; в)

$AC=6$ *м*, $BC=9$ *м*. **13.** а) 15; б) 2; в) 45. **15.** 1,3. **16.** 6. **17.** 4.30 же 7.30. **18.** 6. **19.** $\angle AOB=110°$, $\angle BOC=70°$; б) $\angle AOB=36°$, $\angle BOC=144°$; в) $\angle AOB=112°$, $\angle BOC=68°$; г) $\angle AOB=150°$, $\angle BOC=30°$. **20.** 50°, 130°, 50°, 130°. **21.** а) $C\in AB$; б) $A\in BC$.

18. **2-текшерүү иши:** **1.** 106°. **2.** 60°. **3.** 48°.

19. **7.** а) a, b, d, e, g; б) c, f, h; в) c, f.

20. **2.** а) QR; б) $\angle RPQ$ жана $\angle RQP$; в) $\angle Q$ же $\angle PQR$; г) $\angle PQR$. **4.** а) тик; б) тар; в) тең капталдуу; г) тең жактуу; д) кең бурчтуу. **7.** а) 3; б) 3; в) 3.

21. **7.** Тик бурчтуу үч бурчтукта. **8.** Ооба. **9.** 3. **10.** 9 **11.** 16.

22. **11.** 85°. **12.** г) $\angle D=35°$, $\angle C=62°$. **13.** Жок.

23. **2.** Негизиндеги. **3.** 10. **4.** $a=12$, $b=8$. **10.** 8,8; 11.

24. **4.** 4. **11.** $AC=BD=7$.

25. **6.** $\Delta BAC=\Delta KAN$, $\Delta BAN=\Delta KAC$. **9.** 3.

26. **4.** Тең жактуу үч бурчтукта. **5.** 10,4 *см*. **7.** 8 *см*.

27. **4.** $\angle C_1=90°$, $\angle A_1=30°$, $\angle B_1=60°$. **5.** 10 *см*, 10 *см*.

28. **5-тесттер:** **1.** B; **2.** D; **3.** B; **4.** E; **5.** D. **6.** A. **7.** D; **8.** A; **9.** B; **10.** D; **11.** B; **12.** B; **13.** A; **14.** B; **15.** D; **16.** A. **6-маселелер:** **7.** ооба. **11.** 85°. **12.** 48°. **13.** 120°.

29. **3-текшерүү иши:** **1.** 10. **3.** $3\frac{11}{15}$, $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$.

30. **7.** Жок, жок. **10.** Ооба.

31. **3.** $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=117°$, $\angle 4=\angle 8=63°$. **4.** 98°, 82°, 98°; 70°, 110°, 70°.

32. **5.** а) Ооба; б) Ооба; в) ооба; г) Жок. **7.** 1 и кеспестиги мүмкүн же бардыгы кесип өтөт.

33. **4.** $\angle 3=\angle 7=105°$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=75°$. **6.** Жок.

34. **7.** 1) туура; 2) туура; 3) туура.

35. **5.** 45°. **8.** $\angle 2=\angle 3=53°$. **9.** 70°, 110°. **12.** 70°, 110°.

36. **5-тесттер:** **1.** A; **2.** B; **3.** A; **4.** E; **5.** D; **6.** D; **7.** D; **8.** E; **9.** B; **10.** B; **11.** D; **12.** E; **13.** A; **14.** B; **15.** E; **16.** A. **6-маселелер:** **1.** 55°. **2.** Ооба. **3.** Ооба **4.** $\angle 3=\angle 7=118°$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=62°$. **6.** 128°. **11.** 59°

37. **4-текшерүү иши:** **1.** 34°, 146°, 146°. **3.** 48°, 132°.

38. **2.** 1. **3.** 1. **4.** а) бар; б) жок; в) жок. **5.** а) 80°; б) 25°; в) 45°; г) 45°. **6.** а) 63°; б) 90°; в) 15°. **7.** а) 80°, 50°; б) 30°; 60°; 90°; в) 50°, 60°, 70°. **8.** а) 65°; б) 45°; 90°; 45°. **9.** а) 79°; б) 100°. **10.** $x=20°$, $y=50°$. **12.** 60°. **13.** 60°, 60°, 60°. **14.** 45°, 90°, 45°. **15.** а) 50°, 80° же 65°, 65°; б) 60° жана 60°; в) 37,5°; 37,5°.

39. **3.** 60°, 45°, 75°. **4.** 30°, 120°. **5.** 75°. **6.** 270°. **7.** 90°. **8.** 90°. **9.** 110°. **10.** 60°. **11.** мүмкүн бирөөсү. **12.** 360°.

40. **1.** 50°; 90°; 40°. **2.** 60°; 48°. **5.** мүмкүн. **6.** 540°. **7.** 24°, 36°, 60°. **9.** а) 30°, 30°; б) 70°, 40° же 55°, 55°. **10.** а) 15°, 150°; б) 75°, 30°. **12.** 15°; 65°. **13.** 30°. **14.** 67,5°.

41. **5.** гипотенуза 30° каршысындагы катеттен 2 эсе чоң болот. **7.** а) 4; б) 6; в) 60°. **8.** а) 5; б) 13,5; в) 9. **10.** 8 жана 16.

42. **3.** а) Жок; б) жок; в) болот; г) жок. **4.** а) болот; б) болот; в) болот; г) жок; д) жок. **6.** а) болот; б) болот; в) болот; г) жок; д) болот.

43. **2.** 7 *см*. **3.** 7 *см*, 7 *см*.

44. **2.** эң чоңу $\angle ACB$, эң кичинеси$\angle ABC$. **3.** а) $\angle ABC > \angle BAC > \angle ACB$ мүмкүн эмес; б) $\angle ACB = \angle ABC < \angle BAC$ мүмкүн . **4.** Негизи, каптал жагы. **5.** Жок. **6.** а) $BC > AC > AB$; б) $BC < AC < AB$. **7.** Жок, жок. **8.** 60°; 60°; 120°; 120°. **9.** $0 < \angle B < 60°$. **10.** Тар бурчтуу. **12.** Гипотенузасы.

45. **3.** Жок. **4.** а) бар; б) жок; в) бар; г) бар. **5.** а) 7; б) 10; в) 8 же 5. **8.** 7; 7; 11. **9.** 6. **10.** Үч бурчтук же кесинди.

46. **4-тесттер:** **1.** B; **2.** D; **3.** B; **4.** B; **5.** D; **6.** B; **7.** B; **8.** B; **9.** E; **10.** A; **11.** D; **12.** A; **13.** D; **14.** A; **15.** D; **16.** D; **17.** D; **18.** D.

47. **5-текшерүү иши:** **1.** 65°. **2.** 40°,60°,80°. **3.** 12 *см* **4.** 40°,60°,80°.

53. **1-тесттер:** **1.** A; 2. D; 3. B.

56. **1.** 20 см. **2.** 20°. **3.** 15°. **4.** 30°. **5.** 40°; 60°; 80°. **6.** 1 : 2. **7.** 76°. **8.** 42°. **9.** 21°, 69°. **10.** $\angle AOB$ =122,5°. **11.** 72°. **12.** 46°.

58-59. **3.** тар бурчтуу. **5.** а) 92°; б) 42°. **6.** 6; 6; 6; 60°. **8.** 45°. **10.** Кесинди. **11.** Ооба. **12.** 9 *см*. **15.** 144°. **16.** 54°. **17.** 3,6 *см*. **19.** Төрт 55° туу жана төрт 125°.

60-61. **5-тесттер:** **1.** A; **2.** E; **3.** D; **4.** B; **5.** E; **6.** A; **7.** E; **8.** D. **9.** B. **10.** A. **11.** A; **12.** D; **13.** B; **14.** D; **15.** E; **16.** A; **17.** B; **18.** E; **19.** A; **20.** D. **6-Маселелер:** **2.** 12 *см*. **3.** 12 *см*. **4.** 34. **5.** 2,8 *см*. **6.** 83°. **7.** 15,6 *см*. **8.** 55°. **10.** 2 *м* же 16 *м*.

60-61. **Жыйынтыктоочу текшерүү иши:** **1.** 81°, 99°. **2.** б) 22 *см*. 3. 7 *см*.

ABDULLA AZAMOV, BAHODIR HAYDAROV, ERGASHVOY SARIQOV
ATAMURAT QO'CHQOROV, ULUG'BEK SAG'DIYEV

"GEOMETRIYA"

(Qirg'iz tilida)

Umumta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik

Toshkent — "Yangiyul poligraph service" — 2013

Которгон — *А. Зулпихаров*
Редактору — *А. Зулпихаров*
Техникалык редактору — *А. Золоторева*
Корректору — *Р. Анваржонов*
Компьютерде даярдаган — *О. Мамадалиев*

Оригинал-макеттен басууга уруксат берилди __.__.2013. Форматы 70x90 1/16. «Arial» гарнитурасы. Офсеттик басма усулда басылды. Шарттуу басма табагы 14,0. Басма табагы13,0. Нускасы __________. Заказ N______.

Келишим N___.

"Yangiyul poligraph service" ЖЧК басмаканасында басылды.
Янгиюль ш., Самарканд көчөсү, 44.

Ижарага берилген окуу китебинин абалын көрсөткөн жадыбал

№	Окуучунун фамилиясы жана аты	Окуу жылы	Окуу китебинин алынгандагы абалы	Класс жетекчисинин колу	Окуу китебинин тапшырылгандагы абалы	Класс жетекчисинин колу
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Окуу китеби ижарага берилип, окуу жылынын аягында кайтарып алынганда жогорудагы жадыбал класс жетекчиси тарабынан баалоонун төмөнкү критерийлери негизинде толтурулат:

Жаңы	Окуу китебинин алгачкы ирет пайдаланууга берилгендеги абалы.
Жакшы	Мукабасы бүтүн, окуу китебинин негизги бөлүгүнөн ажырабаган. Бардык барактары бар, жыртылбаган, көчпөгөн, беттеринде жазуулар жана сызыктар жок.
Канааттандырарлуу	Мукабасы эзилген, кыйла сызылып, четтери тытылган, окуу китебинин негизги бөлүгүнөн ажыралуу абалы бар, пайдалануучу тарабынан канааттандырарлуу ремонттолгон. Көчкөн барактары кайра калыбына келтирилген, кээ бир беттерине сызылган.
Канааттандырарлуу эмес	Мукабасына сызылган, жыртылган, негизги бөлүгүнөн ажыраган же таптакыр жок, канааттандырарлуу эмес ремонттолгон. Беттери жыртылган, барактары жетишпейт, сызып, боёп ташталган. Окуу китебин калыбына келтирүүгө болбойт.