Чизиқлимас тенгламаларни ечиш.

Режа .

1. Кириш .
2. Оддий итерация методи.
3. Ньтон методи .
4. Ўзгартирилган Ньютон методи .
5. Интерполяция методи .
6. Тескари инерполяция методи .
7. Оддий интерполиция методининг яқинлашиши .
8. Ньютон методининг яқинлашиши .

1)Кириш.

Ҳақиқий ўзгарувчили узлуксиз f(x) функция берилган бўлсин.

$$f(x)=0 \qquad (1)$$

тенгламанинг илдизлари ёки y =f(x) функциянинг нолларини топиш талаб қилинган бўлсин. Алгебраик кўпхадлар ҳолида тенгламанинг, илдизлари комплекс бўлишини биламиз. Шунинг учун масалани яна ҳам аниқроқ қўйиш лозим. (1) - тенгламанинг комплекс текисликнинг бирор-бир соҳасидаги илдизларини топинг деган масала қўйиш, яна ҳам аниқрок бўлади. Масалани ечиш икки босқичдан иборатдир. Биринчи босқичда илдизларнинг жойлашиш соҳаси аниқланади ва улар ажратилади, яъни ҳар бирида бирта илдизни ўз ичида сақловчи соҳалар аниқланади. Бундан ташқари яна каррали илдизлар ва уларнинг каррали сони аниқланади. Шунинг билан бирга илдизларга бирор-бир бошлағич яқинлашиш топилади. Иккинчи босқичда бошланғич берилганлардан фойдаланиб қидирилаётган илдизни аниқлаштирувчи итерацион жараён танланиб унинг ёрдамида илдизга етарлича яқин сон топилади.

Ихтиёрий тенгламанинг илдизлари жойлашган соҳани аниқлайдиган бирор - бир яхши метод йўқ.

Алгебраик тенгламалар илдизларининг жойлашишини аниқловчи усуллар анча яхши ўрганилган ва бу методларнинг бир қанчаси алгебра курсидан сизга маълум.

Чизиқлимас тенгламаларни ечиш методлари асосан итерацион бўлиб, улар қидирилаётган ечимга (илдизга) етарлича яқин бўлган бошланғич берилганнинг маълумлигини (берилишини) талаб қиладилар.

Итерацион методларни ўрганишга ўтишдан один (1)-тенглама илдизларини ажратишнинг иккита содда методи билан танишамиз.

Биринчи метод: f(x) функциянинг $x_k \in [a,b]$, k=0,1,…,n, нуқталардаги $f(x_k)$ қийматлари топилади. Агар k-нинг бирор-бир қийматида $f(x_k)f(x_{k+1})<0$ бўлса, унда тенгламанинг (x_k,x_{k+1}) интервалда тенгламанинг энг камида бирта илдизи мавжудлиги маълум бўлади. Ундан сўнг бу оралиқ яна ҳам кичикроқ бўлакларга ажратилиб илдизларнинг жойлашишлари аниқлаштирилади.

Ҳақиқий илдизларни ажратишнинг анча содда усулларидан бири **бисекция** методидир. Фараз қиламиз [a,b] оралиқда бирта x_* илдиз жойлашган бўлсин. f(a)>0 , f(b)<0 бўлсин. $x_0 = \dfrac{a+b}{2}$ деб, $f(x_0)$ - ни ҳисоблаймиз. Агар $f(x_0)<0$ бўлса, илдиз (a,x_0), ораликда агар $f(x_0)>0$ бўлса илдиз (x_0,b) да жойлашган бўлади. Бундан сўнг икки интервалдан f(x) чегараларида турли ишорали қийматларни қабул қиладиган интервални қараймиз. Бу интервал ўртаси x_1 - ни топамиз. $f(x_1)$ - ни ҳисоблаб юқоридаги жараённи такрорлаймиз. Натижада ўзларида x_* илдизни сақловчи, узунликлари ҳар гал икки баробар қисқарадиган интервалларни ҳосил қиламиз. Жараён интервалнинг узунлиги $\varepsilon>0$ дан кичик бўлгандан сўнг тўхтатилади ва x_* илдизнинг тақрибий қиймати қилиб шу охирги интервалнинг ўртаси олинади. Агар (a,b) интервалда бир қанча илдиз бўлса, уларнинг қайсисига яқинлашишини билмаймиз.

Агар x_* илдиз m- каррали бўлса ва топилган бўлса унда бошқа илдизни топиш

$$g(x)=\frac{f(x)}{(x-x_*)^m}$$

функция учун қайтарилади.

2)Оддий итерация методи.

Бу метод (1)- тенгламани эквивалент бўлган

$$x=S(x) \qquad (2)$$

тенгламага алмаштирилиб итерациялар

$$x_{k+1}=S(x_k),\ k=0,1,\ldots \qquad (3)$$

қоида билан ташкил қилинадилар. Бунда x_0 бошланғич яқинлашиш берилади. Итерацион кетма-кетликнинг яқинлашиши учун S(x) функция катта рол ўйнайди. Бу функцияни турли усуллар билан аниқлаш мумкин.

Одатда бу функция

$$S(x)=x+\tau(x)f(x) \qquad (4)$$

кўринишда аниқланади, бунда □(x) илдиз қидирилаётган соҳада ўз ишорасини ўзгартирмайдиган функция. Бу методнинг $|S'(x)|<1$ бўлганда яқинлашишни кейинроқ кўрсатамиз. Хусусий ҳолда □(x)=□□=const бўлганда

$$\frac{x_{k+1}-x_k}{\tau}=f(x_k), \qquad k=0,1,\ldots \qquad (5)$$

релаксация методи деб айтилади.

Оптимал □ параметрни танлаш учун релаксация тенгламасида

$$z_k = x_k - x_*$$

алмаштнриш бажариб

$$\frac{z_{k+1}-z_k}{\tau}= f(x_*+z_k)$$

хатолик тенгламасини ҳосил қиламиз.

Ўрта қиймат ҳақидаги теоремага асосан

$$f(x_*+z_k) = f(x_*) + z_k f'(x_*+\square z_k) = z_k f'(x_*+\square z_k)$$

тенгликка эга бўламиз. Бу ерда □□(0,1). Шундай қилиб релаксация методининг хатолиги учун

$$\frac{z_{k+1}-z_k}{\tau} = f'(x_*+\Theta z_k)z_k$$

тенгликка эга бўламиз.

Бундан

$$|z_{k+1}| \le |1+\tau f'(x_*+\Theta z_k)||z_k| \le \max|1+\tau f'(x_*+\Theta z_k)||z_k|$$

тенгсизлик ҳосил бўлади.

Агар илдизнинг бирор бир атрофида

$$f'(x) < 0, \qquad 0 < m_1 < |f'(x)| < M_1 \tag{6}$$

муносабатлар бажарилса

$$|z_{k+1}| \le \max_x |1+\tau f'(x_*+\Theta z_k)||z_k| \le \max\{|1-\tau m_1|, |1-\tau M_1|\}|z_k|$$

тенгсизликка эга бўламиз.

Шундай қилиб оптимал параметрни аниқлаш

$$q(\tau) = \max\{|1-\tau M_1|, |1-\tau m_1|\}$$

функциянинг τ бўйича минимумини топишга олиб келинди. $q(\tau)$ функциянинг графигидан унинг минимуми

$$\{|1-\tau M_1| = |1-\tau m_1|\}$$

шартдан аниқланиши лозим эканлиги келиб чиқади ва

$$\tau = \tau_0 = \frac{2}{(M_1+m_1)}$$

бўлади. τ- нинг бу қийматида

$$q(\tau_0) = \rho_0 = \frac{1-\xi}{1+\xi}, \qquad \xi = \frac{m_1}{M_1},$$

бўлади.

Шу сабабли хатолик учун

$$|z_k| < \rho_0^k |z_0|, \qquad k = 0,1,\ldots$$

баҳо ўринлидир.

3)Ньютон методи.

Фараз қиламиз бошланғич яқинлашиш x_0 маълум бўлсин. $f(x)$ функцияни Тейлор қаторининг кесмаси билан алмаштирамиз.

$$f(x) \approx H_1(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0)$$

ва кейинги яқинлашиш сифатида $H_1(x) = 0$ тенглама илдизини оламиз, яъни

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

қилиб оламиз.

Умуман, агар x_k яқинлашиш маълум бўлса, Ньютон методи бўйича x_{k+1} яқинлашиши

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0,1,2,... \tag{7}$$

каби аниқланади.

Ньютон методи, бошқача яна уринмалар методи ҳам деб айтилади, чунки x_{k+1} нуқта f(x) функция графигининг $(x_k, f(x_k))$ нуқтасида ўтказилган уринманинг абсцисса ўқи билан кесишган нуқтасининг абсциссасидир. Бу методнинг яқинлашиши кейинроқ кўрсатилади. Ҳозир бу методнинг ўзига хос хусусиятларини баён этамиз.

Биринчидан метод квадратик яқинлашишга эга, яъни кейинги қадамдаги яқилашиш хатолиги олдинги қадамдаги хатоликнинг квадратига пропорционал:

$$x_{k+1} - x_* = O((x_k - x_*)^2).$$

Иккинчидан методнинг бундай яқинлашишига, бошланғич яқинлашишнинг илдизга етарлича яқин бўлгандагина кафолат берса бўлади. Агар бошланғич яқинлашиш ноқулай танланган бўлса, метод ё секин яқинлашади, ё умуман яқинлашмаслиги мумкин.

<u>Ўзгартирилган Ньютон методи.</u>

Агар f′(x) ҳосиланинг қийматини кўп марта ҳисоблашдан қутилмоқчи бўлсалар, унда

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_0)}, \qquad k = 0,1,2,... \tag{8}$$

формуладан фойдаланадилар.

Бу метод бошланғич яқинлашишга унча кўп талаб қўймайди, лекин у секин, фақат биринчи тартибли яқинлашади. (10) – метод $f'(x) \neq 0$ бўлганда нолга бўлиш содир бўлмаслигига кафолат беради.

4)Кесувчилар методи

Бу метод Ньютон методидан $f'(x_k)$ ни

$$\frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$$

чекли айирма билан алмаштиришдан ҳосил бўлади.

Натижада

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} f(x_k), \qquad k = 1,2,... \tag{9}$$

икки қадамли итерацион метод ҳосил бўлади. (9) - методда олдин иккита бошланғич x_0 , x_1 яқинлашишларни беришга тўғри келади. Бу методнинг геометрик талқини қуйидагидан иборат: (x_{k-1}, x_k) оралиқда y=f(x) функция графиги $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ ва $(x_k, f(x_k))$ нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқ билан алмаштирилиб унинг абсцисса ўқи билан кесишган нуқтаси кейинги яқинлашиш сифатида олинади.

5)Интерполяция методи.

Интерполяция методларининг асосий ғояси f(x) функцияни бу функциянинг интерполяцион кўпхади билан алмаштириб бу интерполяцион кўпхад илдизларини аниқлашдан иборат. Биринчи тартибли интерполяцион метод, бу кесувчилар методидан иборат. Иккинчи тартибли интерполяцион метод параболалар методи деб айтилади. Ньютон методи эрмит интерполяцион методидан келиб чиқади.

Параболалар методининг формулаларини келтириб чиқарамиз. Бунинг учун x_{k-2},x_{k-1},x_k яқинлашишларни аниқлаб Ньютоннинг иккинчи тартибли интерполяцион

$$P_2(x)=f(x)+(x-x_k)f(x_k,x_{k-1})+(x-x_k)(x-x_{k-1})f(x_k,x_{k-1},x_{k-2}),$$

кўпҳадини қурамиз. $z_k = x-x_k$ деб белгилаб

$$az^2+bz+c=0, \quad (10)$$

бу ерда

$$a=f(x_k,x_{k-1},x_{k-2}),\ \ b=f(x_k,x_{k-1})+(x_k-x_{k-1})f(x_k,x_{k-1},x_{k-2}),\ \ c=f(x_k)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. (10)- тенгламани z_1 ва z_2 илдизларини топиб $x^{(1)}=x_k+z_1$, $x^{(2)}=x_k+z_2$ қийматларини ҳосил қиламиз. Кейинги яқинлашиш сифатида $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ лардан x_k га яқин бўлганини оламиз. Парабола методи комплекс илдизларни топиш учун қулайдир.

6)Тескари интерполяциядан фойдаланиш

f(x) га тескари бўлган $x=\varphi(y)$ функцияни интерполяциялаш билан бир қанча итерацион методларни ҳосил қилиш мумкин.

Агар x_* , f(x)=0 тенгламанинг илдизи бўлса , $\varphi(0)=x_*$ бўлади. Шундай килиб x_* илдизни топиш $\varphi(0)$ қийматни топишга олиб келинади. Фараз қиламиз x_* илдизга $x_0,x_1,...,x_k$ яқинлашишлар маълум бўлсинлар. Унда $y_i = f(x_i)$, i=0,1,...,k қийматларни ҳисоблаш мумкин ва y_0 ,y_1 ,...,y_k тугун нуқталар (қийматлар) берилган деб ҳисоблаш мумкин.

Улардан $x_0=\varphi(y_0),x_1=\varphi(y_1)$,..., $x_k=\varphi(y_k)$ маълум бўлади. $(y_i,\varphi(y_i))$, i=0,1,2,...,k нуқталар билан $L_k(y)$ интерполяцион кўпхад қурилади ва x_{k+1} яқинлашиш сифатида $L_k(0)$ олинади. Чизиқли тескари интерполяция (k=1) кесувчилар методига олиб келади. (k=2) квадратик тескари интерполяция

$$x_{k+1} = x_k - x_k\varphi(y_k, y_{k-1}) + x_{k-1}x_k\varphi(y_k, y_{k-1}, y_{k-2}),$$

парабола методидан фарқ қилувчи методга олиб келади. Юқорида баён қилинган итерацион методлар берилган бошланғич яқинлашишларда фақат бирта илдизни топишга имкон берадилар. Бошқа илдизларни топиш учун бошқа бошланғич берилганлар танлаш лозим.

7)Оддий итерация методининг яқинлашиши.

$$f(x)=0 \quad (1)$$

тенгламани эквивалент

$$x=S(x) \tag{2}$$

кўринишда ёзамиз ва x_0 дастлабки яқинлашишни танлаб олиб

$$x_{k+1}=S(x_k), \quad k=0,1,\ldots \tag{3}$$

оддий итерацияни қараймиз. (3)-итерация яқинлашади деб айтилади, агар $\{x_k\}$ кетма-кетлик $k\to\infty$, лимитга эга бўлса. Қуйидаги теоремада (2)-тенгламанинг ечими мавжудлиги ва ягоналигига кафолат берувчи шартлар баён қилинади.

Агар тўпламнинг ихтиёрий x' , x'' нуқталари учун

$$|S(x')-S(x'')| \le q|x'-x''| \tag{4}$$

тенгсизлик бажарилса S(x) функция тўпламда Липщиц шартини қаноатлантирди деб айтилади (ёки липщиц узлуксиз). Келажакда x лар тўплами сифатида

$$U_r(a) = \{x : |x-a| \le r\} \tag{5}$$

маркази a- да бўлган узунлиги 2r га тенг кесма қаралади.

Теорема. Агар S(x) $U_r(a)$ кесмада $q\in(0,1)$ ўзгармасли липщиц узлуксиз бўлиб,

$$|S(a)-a| \le (1-q)r \tag{6}$$

бажарилса, унда (2)- тенглама $U_r(a)$ да ягона x_* ечимга эга бўлиб, (3)-итерацион кетма-кетлик ихтиёрий $x_0\in U_r(a)$ учун x_* га яқинлашади.

Хатолик учун

$$|x_k-x_*| \le q^k|x_0-x_*|, \qquad k=0,1,2,\ldots, \tag{7}$$

(тенгсизлик) баҳо ўринли бўлади.

Исбот. Энг аввал $x_k\in U_r(a)$ k=1,2,.. эканлигини исбот қиламиз. Фараз қиламиз $x_j\in U_r(a)$ бўлсин, $x_{j+1}\in U_r(a)$ эканлигини исбот қиламиз.

$$x_{j+1}-a=S(x_j)-a=(S(x_j)-S(a))+(S(a)-a)$$

тенгликдан

$$|x_{j+1}-a| \le |S(x_j)-S(a)|+|S(a)-a|$$

эканлиги маълум бўлади.

Бундан липщиц - узлуксизликни, индукция фаразини ва (6)- ни инобатга олиб

$$|S(x_j)-S(a)| \le q|x_j-a| \le qr, \qquad |x_{j+1}-a| \le qr+(1-q)r \le r,$$

яъни $x_{j+1}\in U_r(a)$ эканлигини ҳосил қиламиз.

Энди икки қўшни x_{j+1} ва x_j яқинлашишлар орасидаги фарқни баҳолаймиз.

$$x_{j+1}-x_j=S(x_j)-(Sx_{j-1})$$

ва барча x_j лар $U_r(a)$ дан бўлганлиги учун

$$|x_{j+1}-x_j| \le q|x_j-x_{j-1}|$$

ёки

$$\left|x_{j+1}-x_j\right| \le q^k \left|x_1-x_0\right|, \quad j=1,2,\dots \tag{8}$$

тенгсизлик ҳосил бўлади.
(8)- баҳо $\{x_k\}$ кетма-кетликни фундаментал эканлигини кўрсатишга имкон беради. Ҳақиқатдан ҳам p ихтиерий натурал сон бўлсин.

Унда

$$x_{k+p}-x_k=(x_{k+1}-x_k)+(x_{k+2}-x_{k+1})+\ldots+(x_{k+p}-x_{k+p-1})=\sum_{j=1}^{p}(x_{k+p+1}-x_{k+p-1}).$$

(8)- га асосан

$$\left|x_{k+p}-x_k\right| \le \left|x_1-x_0\right|\sum_{j=1}^{p} q^{k+j-1}=q^k\,\frac{1-q^p}{1-q}\left|x_1-x_0\right| \le \frac{q^k}{1-q}\left|x_1-x_0\right|,$$

яъни

$$\left|x_{k+p}-x_k\right| \le \frac{q^k}{1-q}\left|x_1-x_0\right|, \qquad k,p=1,2,\dots \tag{9}$$

бу тенгсизликдан $k\to\infty$, ўнг томони нолга интиладиган бўлганлиги учун ва p- га боғлиқ бўлмаганлиги учун $\{x_k\}$ нинг фундаменталлиги келиб чиқади.

Демак

$$\lim_{k\to\infty} x_k = x_* \in U_r(a)$$

(3)- да лимитга ўтиб ва S(x) функциянинг узлуксизлигини ҳисобга олиб

$$x_*=S(x_*)$$

эканлигига, яъни x_* илдиз эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Фараз қиламиз x_*' (2)- нинг $U_r(a)$- га тегишли бошқа бирор бир илдизи бўлсин. Унда

$$|x_*-x_*'|=|S(x_*)-S(x_*')|$$

ва теореманинг шартига кўра

$$|x_*-x_*'|\le q|x_*-x_*'|.$$

Бунда $q<1$ бўлганлиги учун, охирги тенгсизлик $x_* = x_*'$ бўлгандагина бажарилади, яъни ечим бирдан-бир эканлиги келиб чиқади.
(7)- тенгсизликни исбот қиламиз.
(3)- муносабатдан

$$x_{k+1} - x_* = S(x_k) - S(x_*)$$

x_k ва x_*□$U_r(a)$

бўлганлиги учун

$$|x_{k+1}-x_*|\le q|x_k-x_*|$$

ҳосил бўлади. Бу тенгсизлик барча k=0,1,2,... учун бажарилади.

Шунинг учун

$$\left|x_{k+1}-x_*\right| \le q^k\left|x_k-x_*\right| \le q^2\left|x_{k-1}-x_*\right| \le \ldots \le q^{k+1}\left|x_0-x_*\right|.$$

1-Изоҳ. Агар бирор бир итерацион метод учун $\left|x_k-x_*\right| \le M_1 q^k \left|x_0-x_*\right|$ бажарилса, бунда q□□□□□□□□□M_1 k-га боғлиқмас бўлса, унда итерацион метод

чизиқли q махражли геометрик прогрессия тезлигида яқинлашади деб айтилади.
2-Изоҳ. (9) - да k- ни танлаб олиб p- ни чексизга интилтирамиз,

унда

$$\left|x_* - x_k\right| \le \frac{q^k}{1-q}\left|x_1 - x_0\right|$$

ҳосил бўлади. Бу тенгсизликнинг ўнг томонида x_1 ва x_0 яқинлашишлар туради, q- маълум сон. Шу сабабли бу тенгсизликдан итерация жараёнини тўхтатиш учун фойдаланиш қулайдир.

1-Натижа: Агар барча□x□U_r(a) учун

$$\left|S'(x)\right| \le q < 1 \tag{12}$$

бажарилиб, (6) -шарт ўринли бўлса ва x_0□U_r(a) бўлса, (2)- тенглама бирдан бир x_*□U_r(a) ечимга эга, (3)- метод яқинлашади ва (7)- баҳо ўринлидир.

Ҳақиқатдан ҳам ,(12)-дан

$$\left|S(x') - S(x'')\right| = \left|S'(\xi)\right|\left|x' - x''\right| \le \left|S'(\xi)\right|\left|x' - x'\right| \le q\left|x' - x''\right|$$

2- Натижа. Фараз қиламиз (2)- тенглама x_*- ечимга эга бўлсин, S(x) функция

$$U_r(x_*) = \{x : |x - x_*| \le r\} \tag{13}$$

кесмада узлуксиз дифференциалланувчи ва $|S'(x_*)|<1$ бўлсин. Унда шундай □□> 0 мавжудки $U_r(x_*)$ кесмада (2)- тенглама бошқа илдизга эга бўлмайди ва фақат x_0□$U_r(x_*)$ бўлганда (3)- метод яқинлашади.

8)Ньютон методининг яқинлашиши.

Оддий ҳақиқий илдиз. Фараз қиламиз

$$f(x)=0 \tag{1}$$

тенглама оддий ҳақиқий x_* илдизга эга бўлсин, $f(x_*)=0$ ва $f'(x_*)\neq 0$
бўлсин. Фараз қиламиз f(x) функция x_* илдизнинг етарлича яқин атрофида икки марта узлуксиз ҳосилаларга эга бўлсин.

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0,1,\ldots, \tag{2}$$

Ньютон методини тадқиқ этамиз. Энг аввал (2)- ни оддий итерация методининг хусусий ҳоли сифатида қараймиз:

$$x_{k+1} = S(x_k), \qquad k = 0,1,\ldots \tag{3}$$

$$S(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}. \tag{4}$$

Олдин, биз (3)- методнинг яқинлашиши учун илдизнинг етарлича яқин атрофида

$$\left|S'(x)\right| \le q < 1 \tag{5}$$

тенгсизликнинг бажарилиши етарли эканлигини кўрсатган эдик.
(4)- функция учун

$$S'(x) = \frac{f(x)f''(x)}{(f'(x))^2}$$

муносабат ўринли.

Агар x*, f(x) нинг илдизи бўлса, унда S′(x*)=0 бўлади. Шу сабабли илдизнинг шундай атрофи борки (5) - тенгсизлик бажарилади. Демак x_0 бошланғич яқинлашишни шундай танлаб олиш мумкинки Ньютон методи яқинлашади. Бу яқинлашиш оддий яқинлашиш бўлмасдан у аслида квадратик яқинлашишдир.

Қуйидаги теорема Ньютон методининг квадратик яқинлашувчи эканлигини кўрсатади.

<u>1-теорема.</u> Фараз қиламиз x* (1)-тенгламанинг оддий ҳақиқий илдизи бўлиб

$$U_r(x_*)=\{x : |x-x_*|<r\}$$

атрофда $f'(x) \neq 0$ бўлсин. Фараз қиламиз f′′(x) , U_r(x*) атрофда узлуксиз ва

$$0 < m_1 = \inf_{x \in U_r(x)} |f'(x)|, \qquad M_2 = \sup_{x \in U_r(x_*)} | f''(x) | \tag{6}$$

бўлиб ,

$$\frac{M_2 |x_0 - x_*|}{2m_1} < 1 \tag{7}$$

бўлсин. Унда агар x_0□U_r(x*) бўлса, (2)- Ньютон методи яқинлашади ва хатолик учун

$$|x_k - x_*| = q^{2^k - 1} |x_0 - x_*| \tag{8}$$

баҳо ўринли , бунда

$$q = \frac{M_2 |x_0 - x_*|}{2m_1} < 1.$$

Таянч иборалар :

1. Илдиз (ечим) .
2. Оралиқни тенг иккига бўлиш .
3. Илдизларни ажратиш .
4. Илдизга кетма-кет яқнлашиш .
5. Тақрибий илдизнинг хатолиги .
6. Яқинлашиш тезлиги .
7. Интерполяцион метод .

Текшириш учун саволлар :

1. Ечим нима ?
2. Тақрибий ечиш нима ?
3. Хатолик нима ?
4. Итерацион метод нимадан иборат ?
5. Бисекция методи нимадан иборат ?
6. Оддий итерация методи қандай ?
7. Ньютон методи нимадан иборат ?
8. Интерполяция методи нимадан иборат ?
9. Яқинлашиш қандай аниқланади ?
10. Қайси метод тез яқинлашади ?

Адабиётлар :

1. А.А. Самарский , А.В. Гулин , Численные методы . Ук.Кул ., М., Наука ., 1989 .
2. М.И. Исраилов ., Ҳисоблаш методлари , Тошкент , ´қитувчи ., 1988 .