

**ЯДРО ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ, АСТРОНОМИЯ ИНСТИТУТИ,
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ
ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.27.06.2017.FM/Т.33.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ
КЕНГАШ**

**ЯДРО ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ
АСТРОНОМИЯ ИНСТИТУТИ**

АТАМУРОТОВ ФАРРУХ ШУҲРАТОВИЧ

**АЙЛАНУВЧИ РЕЛЯТИВИСТИК КОМПАКТ ОБЪЕКТЛАР
АТРОФИДА ОПТИК ВА ЭНЕРГЕТИК ЖАРАЁНЛАР**

01.03.01-Астрономия

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PHD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент – 2018

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)
диссертацияси автореферати мундарижаси
Content of the dissertation abstract of the doctor of philosophy (PhD) on
physical and mathematical sciences
Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по
физико-математическим наукам**

Атамуротов Фаррух Шухратович Айланувчи релятивистик компакт объектлар атрофида оптик ва энергетик жараёнлар	3
Atamurotov Farruh Shuxratovich Optical and energetic processes in vicinity of rotating relativistic compact objects.....	21
Атамуротов Фаррух Шухратович Оптические и энергетические процессы вокруг вращающихся релятивистских компактных объектов	39
Эълон қилинган ишлар рўйхати List of published works Список опубликованных работ	48

**ЯДРО ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ, АСТРОНОМИЯ ИНСТИТУТИ,
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ
ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.27.06.2017.FM/T.33.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ
КЕНГАШ**

**ЯДРО ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ
АСТРОНОМИЯ ИНСТИТУТИ**

АТАМУРОТОВ ФАРРУХ ШУҲРАТОВИЧ

**АЙЛАНУВЧИ РЕЛЯТИВИСТИК КОМПАКТ ОБЪЕКТЛАР
АТРОФИДА ОПТИК ВА ЭНЕРГЕТИК ЖАРАЁНЛАР**

01.03.01-Астрономия

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент – 2018

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида В2017.3.PhD/FM113 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси Ядро физикаси институти ва Астрономия институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, инглиз, рус (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (www.inp.uz) ва «Ziynet» ахборот-таълим порталига (www.ziynet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар: **Ахмедов Бобомурат Жўраевич,**
физика-математика фанлари доктори, профессор

Расмий оппонентлар: **Миртаджиева Каромат Тахировна,**
физика-математика фанлари доктори, доцент

Файзуллаев Бируни Амануллаевич,
физика-математика фанлари номзоди, доцент

Етакчи ташкилот: **Ал-Фаробий номидаги Қозоғистон Миллий Университети,**
Алмата, Қозоғистон.

Диссертация ҳимояси Ядро физикаси институти, Астрономия институти, Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.27.06.2017.FM/T.33.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2018 йил _____ соат _____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент шаҳри, Улуғбек қўрғони, Ядро физикаси институти. Тел. (+99871) 289-31-41; факс (+99871) 289-31-50; e-mail: info@inp.uz).

Диссертация билан Ядро физикаси институтининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (_____ рақам билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100214, Тошкент шаҳри, Улуғбек қўрғони, ЯФИ. Тел. (+99871) 289-31-19).

Диссертация автореферати 2018 йил « » _____ куни тарқатилди.
(2018 йил “ ” _____ даги _____ рақамли реестр баённомаси.)

М. Ю. Ташметов
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш раиси ф.-м.ф.д., катта илмий ходим

Р. Ярмухамедов
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш илмий котиби ф.-м.ф.д., профессор

И. Нуриддинов
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси
ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Бугунги кунда жаҳонда релятивистик компакт объектлар атрофида оптик ва энергетик жараёнлар назарий тадқиқоти замонавий астрофизиканинг долзарб фундаментал масаларини ҳал қилишга катта аҳамият берилмоқда. Маълумки, қора ўра кўринмас объект, аммо уни ёруғ фонда кузатсак, у сояга айланади ва қора ўрани кузатиш имконияти пайдо бўлади. Event Horizon Telescope (ЕНТ) ва Black hole Cam (ВНС) лойиҳасининг ҳам мақсади М87 ва Сомон йўли галактикалари марказида жойлашган, қора ўралар бўлиши мумкин деб тахмин қилинган объектлар (номзод қора ўралар)нинг соясининг тасвирини олиш. Галактикамиз ва М87 марказидаги супермассив номзод қора ўраларни давомий кузатишлардан мақсад ҳам айнан унинг соясини аниқлашдир. Қора ўра соясини назарий ўрганишнинг долзарблиги кучли гравитация режимидаги назариялар хусусиятларини соянинг шаклига боғлиқлигини аниқлашдир.

Мустақиллик йилларида мамлакатимиз илм-фанининг ривожига катта аҳамият берилмоқда. Айниқса, релятивистик астрофизиканинг фундаментал муаммоларини ҳал қилишда назарий ҳамда амалий тадқиқотлар олиб борилди ва салмоқли натижаларга эришилди. Гравитациявий линза системаларини, айниқса, қора ўралар соялари ва фазо – вақт хусусиятларини, компакт объектлар релятивистик астрофизикаси доирасида фундаментал тадқиқотлар орқали назарий ҳамда кузатувлар орқали ўрганиш Ўзбекистонни янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегиясида муҳим аҳамиятга эга.

Ҳозирги кунда қора ўраларнинг оптик хусусиятлари ва фазо-вақт тузилишини ўрганиш ҳамда умумий нисбийлик ва бошқа гравитация назарияларининг янги қирраларини очиш замонавий релятивистик астрофизиканинг энг муҳим вазифаларидан биридир. Гравитациянинг турли назарияларида қора ўралар соялари ва гравитация линзаларини ўрганиш унинг фундаментал хусусиятларини англашга ёрдам беради. Бундай имкониятни бизга амалда, галактикамиз марказида жойлашган марказий объект яқинида бўлаётган жараёнларни кузатиш ва ундан маълумотларни олишда, Black Hole Cam (ВНС) ва Event Horizon Telescope (ЕНТ) Халқаро лойиҳаси тақдим эта олади. Юқорида келтирилганлар мазкур йўналишдаги илмий изланишларнинг глобал даражадаги долзарблигини кўрсатади.

Ушбу тадқиқотлар республикамизнинг низомда кўзда тутилган ҳужжатларига ва шу билан бирга Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2013 йил 1 мартдаги ПҚ-4512 сонли “Муқобил энергия манбаларини янада ривожлантириш бўйича ишлар тўғрисида”ги, ПҚ-2789-сонли “Ёнилғи энергетика тўғрисида”ги, 2017 йил 17 февралдаги “Фанлар академияси фаолиятини янада такомиллаштириш, илмий ишларни ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштириш бўйича чора тадбирлар тўғрисида”ги, 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш

бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги ПҚ-4947 сонли қарорларига мос келади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялари ривожланишининг II. «Энергетика, энергия ва ресурс тежамкорлиги» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Жаҳоннинг бир қатор кўзга кўринган олимлари, жумладан: германиялик (C. Laemmerzahl, J. Kuntz, E. Hackmann, A. Grezenbach, V. Perlick), ҳиндистонлик (N. Dadhich, S. Ghosh, P. Joshi, M. Patil), италиялик (C. Bambi, L. Rezzolla, L. Modesto, D. Malafarina, O. Zanotti), россиялик (O. Tsupko, G. Bisnovati-Kogan, A. Zaxarov, D. Galtsov), чехиялик (Z. Stuchlik, M. Kolos, J. Schee, J. Kovar, V. Karas), ўзбекистонлик (Б. Ахмедов, А. Абдужабборов, В. Морозова) ва бошқа кўплаб олимлар томонидан турли хил назарий изланишлар, кузатувларда қора ўралар сояси ҳамда унинг яқинидаги энергетик жараёнлар ўрганилган.

Ўзбекистонлик олимлар (Б. Ахмедов, А. Абдужабборов, В. Морозова ва б.) эгриланган фазо-вақтда Максвелл тенгламаларининг аналитик ечимларини олиш методи ва қора ўра сояларини тавсифлашнинг янги формализмини ишлаб чиқиш бўйича назарий тадқиқотлар олиб боришган.

Олдинги илмий ишларда гравитациявий линзаларнинг фақатгина кучсиз гравитацияга эга бўлган, сферик симметрияли компакт объектлар атрофидаги эффектлари ўрганилган. Бироқ кучли гравитация майдон режимида эса кучли гравитация линза ёки ретролензинг эффектларини инобатга олиш керак бўлади. Бу эффектлар орқали гравитация назариясининг кучли майдон режимларидаги хусусиятларини текшириш мумкин.

Қора ўралар сояси тўғрисидаги ғоя XX асрнинг 70-йилларидан бошлаб маълум бўлсада, 2000-йилларга келиб уни Сомон йўли галактикаси марказидаги қора ўранинг тасвирига татбиқ қилиш ғояси илк бор Falcke томонидан чоп этилган илмий мақолада илгари сурилган. Соянинг шакли ва ўлчами қора ўранинг массаси ва айланишига боғлиқдир. Қора ўра соясининг шакли унинг электр заряди, бран-параметри ва айланиш ўқининг оғиш бурчагига боғлиқлиги кўпгина адабиётларда келтирилган.

Аммо унинг муқобил гравитация назарияларидаги эффектлари кенг ўрганилмаган. Яъни деформация, Born-Infeld, НУТ параметрларга эга бўлган ва 5D Myers-Perry қора ўраларнинг соялари ҳозиргача тадқиқ қилинмаган.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган илмий-тадқиқот муассасаси илмий-тадқиқот ишлари билан боғлиқлиги. Диссертация иши Ядро физикаси ва Астрономия институтларидаги қуйидаги илмий лойиҳалар доирасида олиб борилди: Ф2-ФА-Ф113 "Релятивистик астрофизика ва космологияда гравитацион ва электромагнит жараёнлар, паст температуралардаги бозонлар системалари" (2012-2016); ЁФ2-ФА-0-12477 "Компакт гравитация объектлари яқинида электромагнит майдонларнинг тарқалиши ва айланувчи зарралар ҳаракати" (2014-2015); ВА-ФА-Ф2-008

"Стационар ва динамик релятивистик гравитацион объектларда астрофизик жараёнлар" (2017-2020).

Тадқиқотнинг мақсади айланувчи қора ўра соясининг радиуси ва шакл ўзгариши, ҳамда айланувчи қора ўранинг иссиқлик нурланишини тавсифлашнинг назарий методини ривожлантиришдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

гравитациявий линза эффектлари орқали ёруғлик нурларининг қора ўра яқинидаги оғиш бурчакларини, тасвирини ва унинг ёрқинлигини ўрганиш;

қора ўраларнинг иссиқлик нурланиши орқали энергияларини баҳолаш;

қора ўралар яқинида зарраларнинг тўқнашувларини тадқиқ қилиш;

турли гравитация моделларида қора ўралар соясининг шакли ва ўлчамларига уларнинг турли параметрлари таъсирини аниқлаш;

турли гравитация моделларида қора ўралар ҳодисалар горизонти тузилишига уларнинг турли параметрлари таъсирини таҳлил қилиш;

айланувчи қора ўраларнинг энергия нурланиш механизмларини ўрганиш ва нурланиш энергияси учун энг катта қийматни баҳолаш;

қора ўраларнинг сояларини 4 ўлчовли ва кўп ўлчовли гравитация назарияларидаги параметрларини таққослаш.

Тадқиқотнинг объекти релятивистик компакт объектлар, қора ўралардан иборат.

Тадқиқотнинг предмети қора ўраларнинг оптик хусусиятлари, қора ўралардан энергия ажралиши ва нурланиши ҳисобланади.

Тадқиқотнинг усуллари. Умумий нисбийлик назариясининг математик амаллари, дифференциал геометрия метрикаси, қора ўралар атрофидаги зарралар ҳаракати ва майдонларни ҳисоблашда дифференциал тенгламаларнинг аналитик ва рақамли ечиш усуллари.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

Braneworld гравитация моделида қора ўраларнинг кучсиз гравитациявий линза режимида ёруғлик нурларининг оғиш бурчаклари учун ифодалар топилган ва бран параметрининг ўлчамсиз қиймати баҳоланиб, $W^2/R^2 = 0.96 \cdot 10^{-7}$ қиймати олинган;

Қора ўралар бран зарядларининг ортиши энергия чиқариш жараёнининг кучайишига олиб келиши ва 5-ўлчовли қора ўраларнинг энергия нурланиши айланиш параметрининг ортиши билан кучайиши кўрсатилган;

Kerr-Taub-NUT моделида қора ўраларнинг ҳодисалар горизонти гравитомагнетик заряднинг ортиши билан катталашиши кўрсатилган ҳамда ўлчамсиз гравитомагнит заряд $I/M < 0.85$ ва деформация параметри учун $|\varepsilon| < 80$ чегаравий қийматлар олинган;

Einstein-Born-Infeld моделида айланиш параметрининг ёки электр зарядининг ортиши билан зарраларнинг марказий объектга яқинроқ ҳаракатланиши кўрсатилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

Деформацияланган айланувчи қора ўра атрофидаги астрофизик жараёнларни тадқиқ этишда олинган натижалар ўзаро таъсир назарияларини кучли гравитацион майдон шароитида синаш учун қўлланилган.

Рентген манбалар маълумотларини қайта ишлашда деформация параметрининг ушбу ишда олинган чегаравий қийматини ҳисобга олиш қора ўраларнинг турли параметрларини аниқлаштиришга олиб келади, чунки параметрларнинг чегаравий қийматлари астрофизикада фазо-вақтнинг структураси ва компакт объектлар атрофидаги энергетик жараёнларни тавсифлашда қўлланилган.

Турли гравитация моделлари учун олинган қора ўралар сояларининг шакллари ва параметрлари у ёки бу гравитация назариясини текшириш учун кузатув маълумотлари ва назарий натижалар солиштирма таҳлилида қўлланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги Назарий физиканинг ва Умумий нисбийлик назариясининг замонавий методлари ҳамда юқори аниқликдаги рақамли методлар ва алгоритмлардан фойдаланилганлиги; назарий йўл билан олинган натижалар кузатув маълумотлари ва бошқа муаллифларнинг шу ишга доир олинган натижалари бўйича текширилганлиги билан асосланади; хулосалар гравитацион компакт объектлар назариясининг асосий қоидаларига мос келади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти яқин келажақдаги галактика марказларидаги супермассив қора ўралар соялари билан ўрганилган қора ўралар сояларини таққослаган ҳолда турли гравитация назарияларига чекловлар қўйиш учун қўллаш мумкинлиги билан аниқланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти диссертация ишида назарий олинган натижаларни гравитацион линзаларга доир кузатув натижалари билан таққослаган ҳолда, муқобил гравитация назарияси доирасида, қора ўралар параметрларини баҳолаш ёки тахминий қийматларини олишда қўлланилади.

Шунингдек, натижалар табиатдаги гравитация ўзаро таъсирнинг фундаментал тамойилларини тушинтиришда фойдаланилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Гравитомагнетик зарядга эга бўлган айланувчи қора ўраларнинг сояларига оид олинган натижалар ва уларнинг гравитомагнетик заряднинг кузатув маълумотларига боғлиқлиги, гравитациянинг бошқа моделлари ҳамда рақамли симуляция ёрдамида олинган қора ўра соялари билан қиёслашда хорижий илмий журналларда (Physical Review D, 2017; Astrophysical Space Sciences, 2017; European Physical Journal C, 2017; Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 2015) фойдаланилган. Илмий натижанинг қўлланилиши шундаки, қора ўралар соялари бўйича олинган натижалар гравитацион моделлар учун чегаравий қийматларни аниқлашга хизмат қилган.

Юқори ўлчовли ва ўзгартирилган гравитация моделларида олинган қора ўраларнинг энергетик ва оптик хусусиятлари тўрт ва юқори ўлчовли фазо-

вақтлари гравитацион ўзаро таъсирларининг фундаментал тамойилларини ривожлантириб беришда бир қатор халқаро журналларда (Physical Review D, 2017; Astrophysical Space Sciences, 2017; European Physical Journal C, 2017; Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 2015) қора ўраларнинг соялари ҳамда гравитациянинг бошқа моделлари билан таққослашни аниқлашга хизмат қилган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 8 та халқаро ва маҳаллий илмий анжуманларда муҳокама қилинган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилиниши. Диссертация мавзуси доирасида жами 20 та илмий мақолалар, шулардан 9 таси PhD диссертацияси учун Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация Комиссияси томонидан тавсия этилган халқаро илмий журналларда чоп этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация таркиби кириш, тўртта боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг ҳажми 119 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида ўтказилган тадқиқотларнинг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг мақсади ва вазифалари, объект ва предмети тавсифланган, республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг илмий ва амалий аҳамияти очиқ берилган, тадқиқот натижаларини амалиётга жорий қилиш, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **“Гравитацион линза ва ретролензинг”** деб номланган биринчи боби плазма мавжудлигида Braneworld моделида гравитациявий линза ҳодисасини ўрганишга бағишланган.

Braneworld гравитацион моделида статик ва сферик симметрик қора ўралар фазо-вақт метрикаси қуйидаги кўринишда берилган:

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{1}{f(r)}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

$f(r)$ функциянинг кўриниши қуйидагича:

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} - \frac{W^2}{r^2}, \quad (2)$$

Бунда W – бран заряди (1) кўринишдаги фазо-вақт метрикаси математик кўриниши Reissner-Nordstrom ечимига ўхшаш, фарқи W заряднинг манфийлигида.

Ушбу бобда Braneworld модели вақт фазоси геометриясида плазма мавжудлигида (1) метрик тензор компоненталаридан фойдаланган ҳолда ёруғликнинг оғиш бурчаги ифодаси қуйидаги кўринишда топилади.

$$\hat{\alpha}_b = \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial b} \left[\left(\frac{R_s}{\sqrt{b^2 + z^2}} - \frac{W^2}{r^2} \right) \frac{z^2}{b^2 + z^2} + \frac{1}{1 - \omega_0^2/\omega^2} \left(\frac{R_s}{\sqrt{b^2 + z^2}} - \frac{W^2}{r^2} \right) \right] dz \quad (3)$$

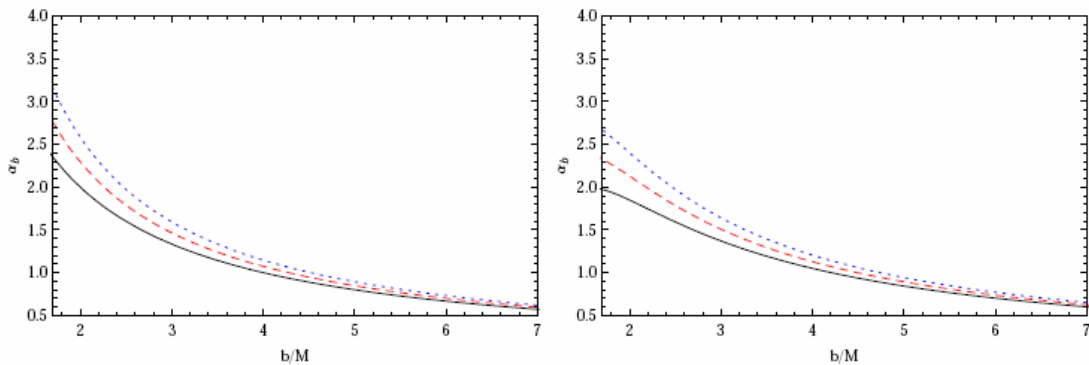
Биз таъсир параметрини қуйидагича киритдик: $b^2 = x_1^2 + x_2^2$, бу ерда x_1 ва x_2 лар z ўқи текислик координаталари. Плазма параметрлари

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N(r)}{m}, \quad \omega^2 = \frac{\omega_\infty^2}{f(r)} \quad (4)$$

Бу ерда ω_0 ва ω мос ҳолда плазма ва фотон частоталари, ω_∞ частотасининг чексизликдаги қиймати. Плазма зичлиги учун даража кўринишидаги функция танлаймиз $N(r) = r_0 N_0 / r$, N_0 плазма зичлигининг r_0 даги қиймати. 1-графикда оғиш бурчагининг импакт параметрга

боғлиқлиги бран зарядининг турли хил қийматларида келтирилган. Гравитацион линза тенгламаси қуйидагича берилган:

$$\theta D_s = \beta D_s + \alpha D_{ls}, \quad (5)$$



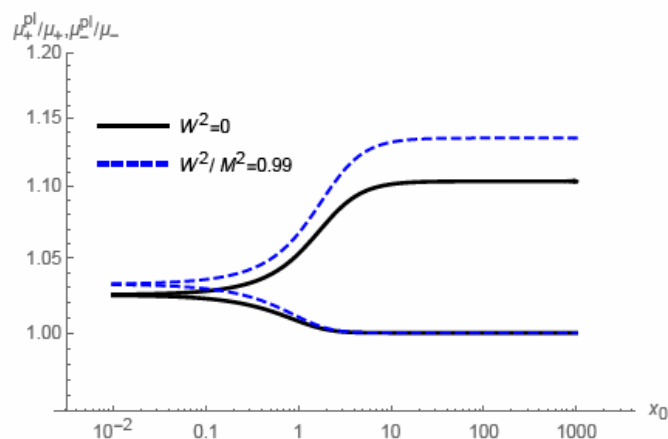
1-расм. Оғиш бурчагининг импакт параметрига боғлиқлиги W бран зарядининг турли хил қийматлари учун: $W^2 = 0$ қалин чизик, $W^2 = 0.5$ узук-узук чизик and $W^2 = 0.99$ узук-нуқта чизик. Чап томондаги вакуум ва ўнг томондаги эса плазмали ҳолат

Бу ерда β кузатувчи ва линза ўқи билан манба орасидаги бурчак, ёруғликнинг α бурчакка оғиши натижасида ҳосил бўлган тасвирнинг бурчаги, D_s and D_{ls} лар мос ҳолда кузатувчидан манбагача ва линзадан ёруғлик манбаигача бўлган масофа. Импакт параметр $b = D_l \theta$, бу ерда D_l кузатувчидан линзагача масофа. Биз қуйидаги муносабатни аниқладик:

$$\beta = \theta - \frac{D_{ls}}{D_s} \frac{F(\theta)}{D_l} \frac{1}{\theta} \quad (6)$$

$F(\theta) = |\alpha_b(\theta)| D_l \theta$ бу янги киритилган катталиқ.

Тасвир ёрқинлиги учун кўпайиш параметрини қуйидаги ифода ёрдамида ҳисоблаш мумкин:



2-расм. μ_+^{pl}/μ_+ ва μ_-^{pl}/μ_- тасвирларни катталаштиришлари вакуумда ва плазмада бран зарядининг W^2 турли хил қийматлари учун келтирилган

$$\mu_{\Sigma} = \frac{I_{\text{tot}}}{I_*} = \sum_k \left| \left(\frac{\theta_k}{\beta} \right) \left(\frac{d\theta_k}{d\beta} \right) \right|, \quad k = 1, 2, \dots, s, \quad (7)$$

2-графикда кўпайиш параметрининг x_0 га боғланиши турли хил бран зарядлари учун келтирилган ва бунда бран заряди кўпайиш параметрининг ортишига олиб келишини кўриш мумкин.

Диссертациянинг “**Айланувчи қора ўраларнинг горизонт тузилиши ва улардан энергия ажратиши**” деб номланган иккинчи бобида айланувчи қора ўралардан энергия ажралиши ва уларнинг ходисалар горизонти тузилиши ўрганилади. Бундан ташқари, биз кўшимча тарзда қора ўраларда абсолют қора жисмнинг нурланиш эффефектини ўргандик.

Яқинда айланувчи Einstein-Born-Infeld қора ўралар учун фазо-вақт метрикаси топилган ва у Boyer-Lindquist координаталари орқали қуйидагича ёзилади:

$$\begin{aligned} ds^2 = & \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 \\ & + 2a \sin^2 \theta \left(1 - \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} \right) dt d\phi - \rho^2 d\theta^2 \\ & - \sin^2 \theta \left[\rho^2 + a^2 \sin^2 \theta \left(2 - \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} \right) \right] d\phi^2, \end{aligned} \quad (8)$$

бунда

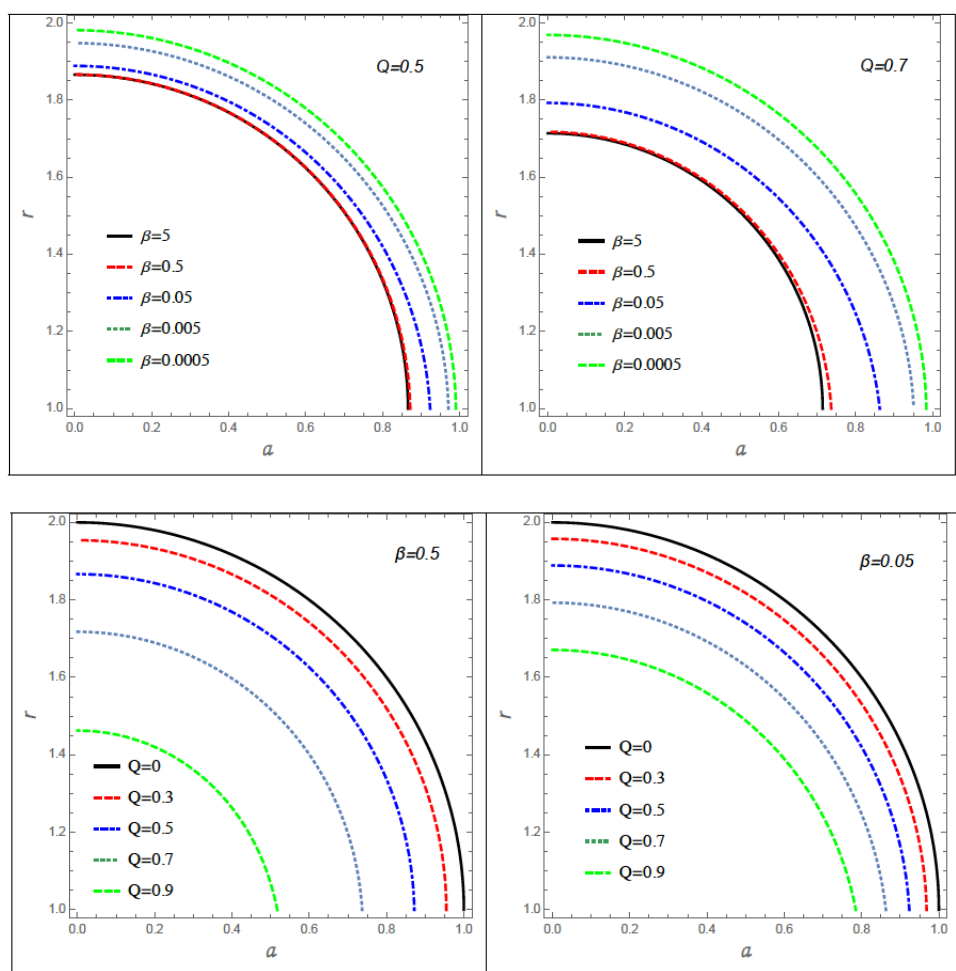
$$\Delta = r^2 - 2GMr + Q^2(r) + a^2, \text{ and } \rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \quad (9)$$

a , M , Q ва β параметрлар мос ҳолда қора ўранинг айланиш, масса, электр заряди ва Born-Infeld параметридир.

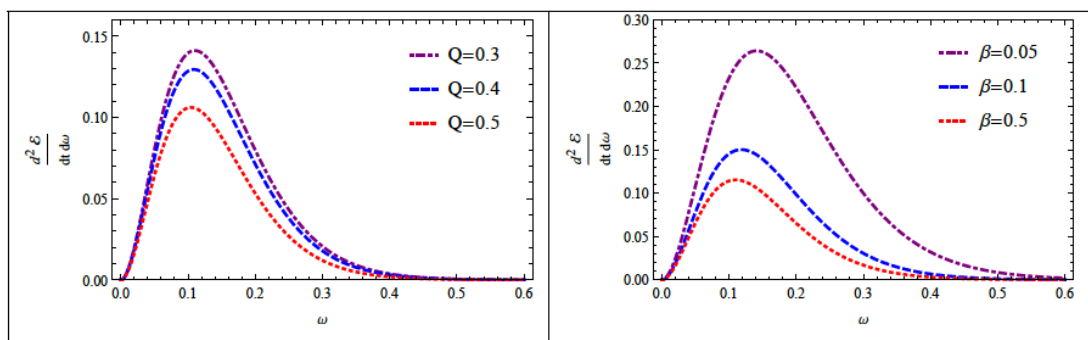
Биз 3-расмда ҳар хил электр заряди Q , β параметр ва айланиш параметрлари учун ходисалар горизонтини чиздик. Kerr-Newman қора ўраларига ўхшаб, айланувчи (8) фазо-вақти ҳам иккита горизонтга эга: ташқи ва ходисалар горизонти. 3-расмда иккита, ички ва ташқи горизонтлар ҳар хил параметр қийматларида тасвирланган. Eynshteyn-Born-Infeld қора ўралари учун энергия нурланиш тезлиги қуйидаги ифода билан келтирилган:

$$\frac{d^2 E(\omega)}{d\omega dt} = \frac{2\pi^2 \sigma_{lim}}{\exp \omega/T - 1} \omega^3, \quad (10)$$

Бунда $T = k/2\pi$ Hawking ҳарорати ва сирт гравитацияси. 4-расмда энергия нурланиш тезлигининг частотага боғланиши турли электр заряди Q ва β параметр қийматларида келтирилган. Кўриб турганимиздек, электр зарядининг Q ёки β параметрининг ортиши, горизонтнинг кичрайиши ҳисобига энергия чиқариш тезлигининг энг катта қийматини камайишига олиб келади.



3-расм. Айланиш параметрининг ҳар хил электр заряди Q ва β параметрлар учун радиал координатага боғланиши



4-расм. Einstein-Born-Infeld қора ўрада энергия нурланиши. Чап томон $Q=0.5$ ва ўнг томон $\beta = 0.05$ ҳолатлар учун

Диссертациянинг "Аксиал симметрик компакт объектлар атрофида зарралар ҳаракати" деб номланган учинчи боби айланувчи ва айланмайдиган турли параметрларга эга бўлган қора ўралар атрофида ёруғлик нурлари ҳаракатини ўрганишга бағишланади. Биз массага эга бўлмаган зарранинг ҳаракатини масса ва гравитомагнетик зарядга эга бўлган қора ўра атрофида ўрганамиз. Бундай қора ўранинг фазо-вақт метрикаси қуйидаги кўринишга эга:

$$\begin{aligned}
ds^2 = & -\frac{1}{\Sigma} (\Delta - a^2 \sin^2 \theta) dt^2 + \frac{1}{\Sigma} [(\Sigma + a\chi)^2 \sin^2 \theta - \chi^2 \Delta] d\phi^2 \\
& + \Sigma \left(\frac{dr^2}{\Delta} + d\theta^2 \right) + \frac{2}{\Sigma} (\Delta\chi - a(\Sigma + a\chi) \sin^2 \theta) dt d\phi.
\end{aligned} \tag{11}$$

бунда биз қуйидаги белгиланишлардан фойдаланганмиз:

$$\Delta_l = r^2 + a^2 - l^2 - 2Mr, \quad \Sigma = r^2 + (l + a \cos \theta)^2, \quad \chi = a \sin^2 \theta - 2l \cos \theta,$$

Гамильтон Якоби тенгламаси

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} = -\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \frac{\partial S}{\partial x^\alpha} \frac{\partial S}{\partial x^\beta}, \tag{12}$$

дан фойдаланиб, зарра учун ҳаракат тенгламаларни топиш мумкин:

$$\begin{aligned}
\Sigma \frac{dt}{d\tau} &= \frac{r^2 + a^2 + l^2}{\Delta} [(r^2 + a^2 + l^2)\mathcal{E} - a\mathcal{L}] + \frac{\chi}{\sin^2 \theta} (\mathcal{L} - \chi\mathcal{E}), \\
\Sigma \frac{d\phi}{d\tau} &= \frac{a}{\Delta} [(r^2 + a^2 + l^2)\mathcal{E} - a\mathcal{L}] + \frac{1}{\sin^2 \theta} (\mathcal{L} - \chi\mathcal{E}), \\
\Sigma \frac{dr}{d\tau} &= \sqrt{\mathcal{R}}, \\
\Sigma \frac{d\theta}{d\tau} &= \sqrt{\Theta},
\end{aligned}$$

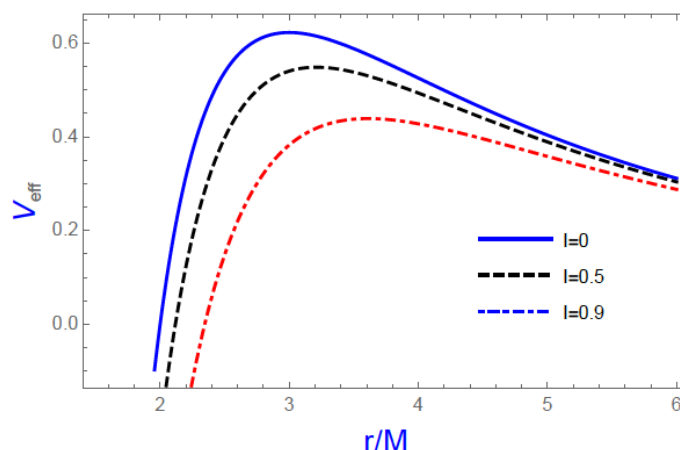
бундаги $R(r) \wedge \Theta(\theta)R(r)$ ва $\Theta(\theta)$ белгиланишлар қуйидаги кўринишга эга:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R} &= [(r^2 + a^2 + l^2)\mathcal{E} - a\mathcal{L}]^2 - \Delta [\mathcal{K} + (\mathcal{L} - a\mathcal{E})^2], \\
\Theta &= \mathcal{K} + \left[\left(a^2 - \frac{4l^2}{\sin^2 \theta} \right) \mathcal{E}^2 - \frac{\mathcal{L}^2}{\sin^2 \theta} \right] \cos^2 \theta + 4l\mathcal{E} \left(a\mathcal{E} - \frac{\mathcal{L}}{\sin^2 \theta} \right) \cos \theta,
\end{aligned}$$

тенгламаларда K бу Картер доимийси. Массага эга бўлмаган зарра учун эффектив потенциални $(dr/d\tau)^2 = V_{eff}$ кўринишда ифодалаб, ёруғлик нурлари учун гравитомагнетик заряд мавжудлигида радиал ҳаракатни ўрганиш мумкин. 5-расмда радиал ёруғлик нурлари ҳаракати учун эффектив потенциални радиал координатага боғланиши келтирилган. 5-Расмдан кўринадики, гравитомагнетик заряднинг ортиши билан эффектив потенциалнинг минимум қиймати ҳам ортади ва у кузатувчи томон силжийди. Буни унинг горизонтини кенгайтириши билан тушунтириш мумкин. Бундан ташқари, минимум қийматнинг ортиши натижасида ёруғлик нурлари сферанинг нотурғун бўлишига ҳам олиб келишини кўриш мумкин.

Худди шундай йўл билан Einshteyn-Born-Infeld қора ўралари учун ёруғлик нурлари сфера тенгламаларини ҳам олиш мумкин. 6-расмда Einshteyn-Born-Infeld қора ўралари атрофидаги ёруғлик нурлари ҳаракати учун электр зарядининг ҳар хил қийматларида эффектив потенциалнинг

радиал боғланиши келтирилган. Шунингдек, электр зарядининг ёки айланиш параметрининг ортиши троекториянинг марказий объектга яқинлашишига олиб келади.



5-расм. Гравитомагнетик заряднинг ҳар хил қийматлари учун ёруғлик нурунинг радиал ҳаракати учун эффектив потенциал энергиянинг радиал координатага боғланиши: $l/M=0$ қалин чизик, $l/M=0.5$ узук-узук чизик, ва $l/M=0.9$ узук-нуқта чизиклари билан келтирилган

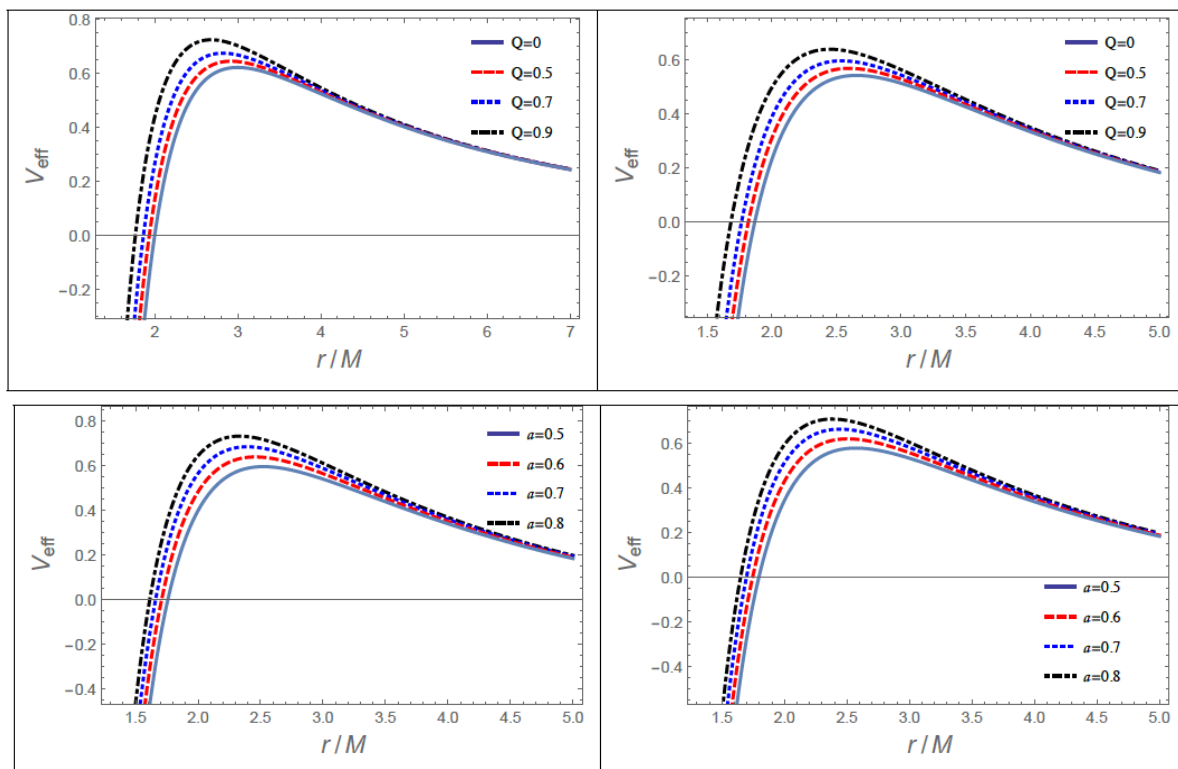
Диссертациянинг “**Аксиал симметрияга эга компакт объектлар сояси ва оптик хусусиятлари**” деб номланган тўртинчи бобида қора ўраларнинг сояси ёруғлик нурлари сфераси ёрдамида ўрганилди. Қора ўралар сояси Коинотда уларнинг мавжудлигини кўрсатадиган келажакдаги муҳим тушинчалардан биридир.

Шундай қилиб, биз қора ўрани ёруғ фон олдида қўйсак, у марказда қора соя сифатида кўринади ва унинг шакли қора ўра чегаралари билан характерланади. Қисқа тўлқинлар диапозонидаги жуда узун базали чизикли интерферометр (very long baseline interferometry (VLBI)) ёрдамида олиб борилаётган кузатувлар яқин келажакда қора ўралар атрофидаги аккрециянинг жуда катта аниқликдаги тасвири олиш имкониятини беради. Осмон координаталари:

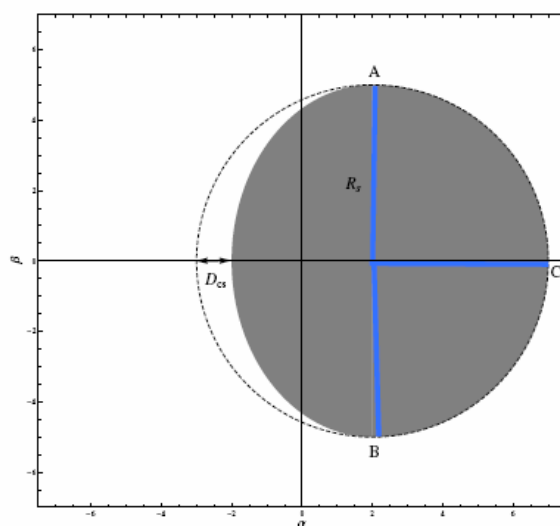
$$\alpha = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \left(-r_0^2 \sin \theta_0 \frac{d\phi}{dr} \right), \quad \beta = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} r_0^2 \frac{d\theta}{dr},$$

осмон координаталаридан фойдаланган ҳолда, осонгина қора ўра соясини келтириш мумкин. Айланувчи қора ўралар учун сояси шакли билан боғлиқ бўлган иккита кузатиладиган параметрни кўриш мумкин. Биринчидан, 7-расмда кўринганидек, соянинг тахминий шакли айлананинг 3 та нуқтасидан: юқоридан, пастдан ва ўнг томондан ўтади. Соянинг радиуси ушбу айлана радиуси билан характерланади. Соянинг бузилиш параметри $\delta_s = D_{cs}/R_s$ формула орқали аниқланади. Астрономик кузатувларда ушбу иккита катталик муҳим саналади: δ_s ва R_s . 8-расмда қора ўранинг сояси деформация параметрининг ҳар хил қийматларида келтирилган, $a=0.35$ (чапдан биринчи), $a=0.4$ (чапдан иккинчи), $a=0.55$ (чапдан учинчи) ва $a=0.6$ (чапдан тўртинчи).

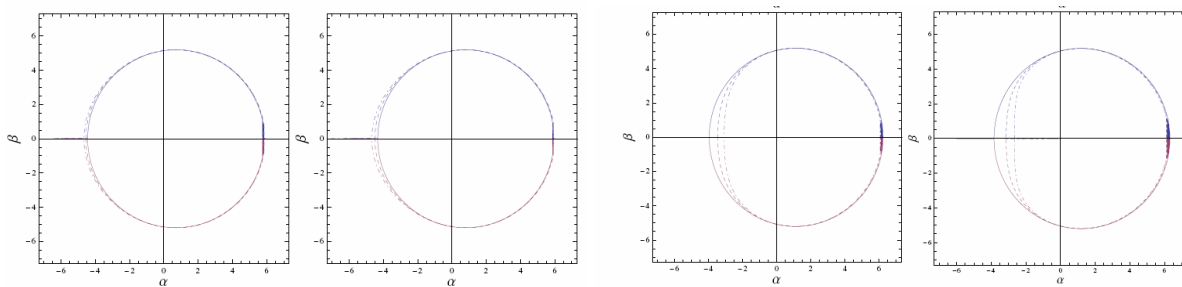
Деформация параметрининг ортиши ёруғлик нурлари орбиталарининг кичрайишига олиб келади, яъни гравитация кучларининг ёруғлик нурлари орбиталарига таъсири камаяди.



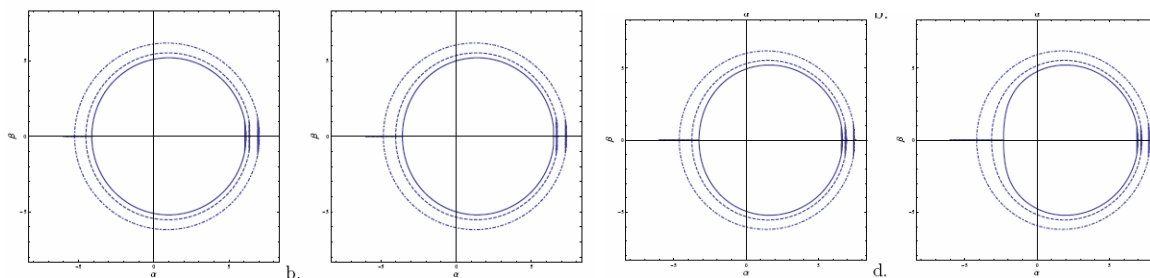
6-расм. Электр зарядива айланиш параметрининг ҳар хил қийматларида ёруғлик нурининг радиал ҳаракати учун эффектив потенциал энергиянинг радиал координатага боғланиши келтирилган



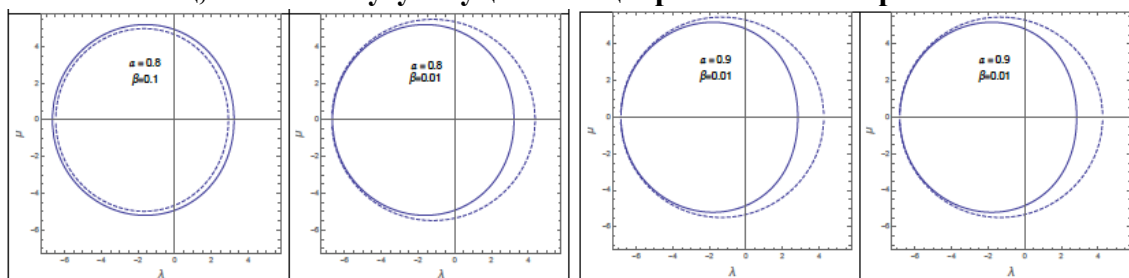
7-расм. Кузатувда айланувчи қора ўраларнинг шакли билан боғлиқ бўлган катталиклар: булар радиус R_s ва бузилиш параметр $\delta_s = D_{cs}/R_s$. Бу ерда D_{cs} соя билан айлананинг энг чекка нуқтаи орасидаги масофа



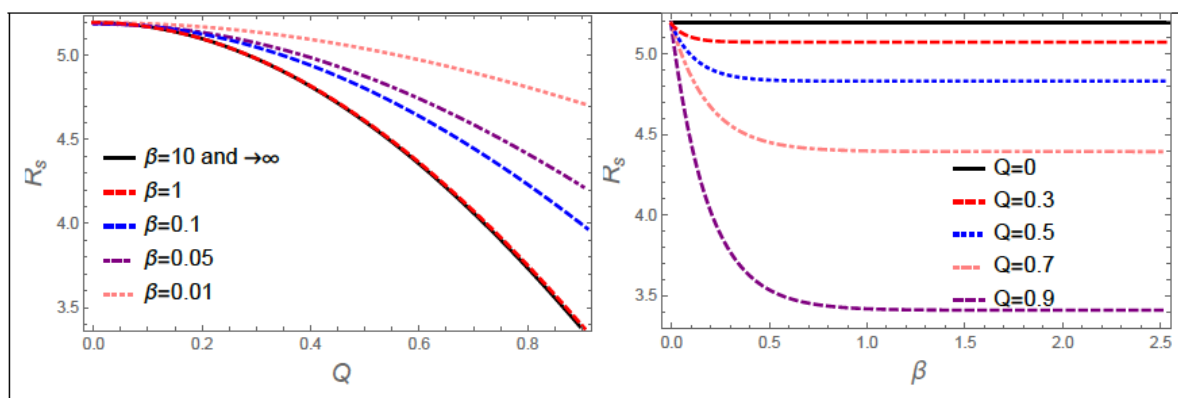
8-расм. $\theta=\pi/2$, деформация ϵ ва айланиш a параметрлари мавжуд ҳоллардаги non-Kerr қора ўра соясининг тасвири



9-расм. $\theta=\pi/2$ ва гравитомагнетик заряднинг турли қийматлари учун қора ўра соясининг тасвири келтирилган. Бу ерда $I/M=0.1$ қалин чизик, $I/M=0.5$ узук-узук чизик, ва $I/M=0.9$ узук-нуқта чизиклари билан келтирилган



10-расм. Электр заряди Q , Born-Infeld параметри β ва параметрига параметрининг ҳар хил қийматларида айланувчи қора ўраларнинг соялари келтирилган



11-расм. Кузатувда қора ўраларнинг шакли билан боғлиқ бўлган катталиклардан бири радиус R_s нинг электр заряди Q ва Born-Infeld параметри β га боғланиши келтирилган. Чап томонда ҳар хил Born-Infeld параметри β ва ўнг томонда эса электр заряди Q нинг қийматлари келтирилган

Бу мусбат деформация ҳисобидан кичикроқ импакт параметрга эга ёруғлик нурлари ҳам ютилмасдан ўтиб кетишини билдиради. Манфий

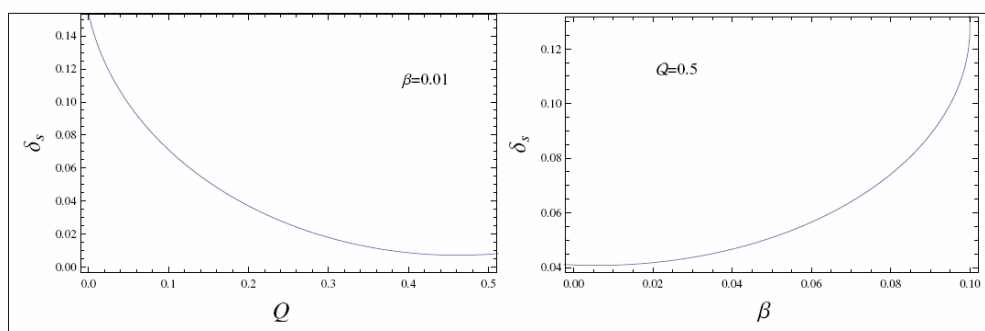
деформация қийматларида эса Керр қора ўраларида ютилмасдан ўта оладиган импакт параметрдаги ёруғлик нурлари ҳам марказий объект томонида ютилиб қолади.

9-расмда айланувчи Taub-NUT қора ўраларнинг рақамли усулда олинган сояларининг шакли айланиш ва гравитомагнетик заряднинг турли қийматларида келтирилган. Расмлардан кўриш мумкинки, гравитомагнетик заряд соя ўлчамининг катталашishiга олиб келади.

Шунингдек, айланиш параметрининг турли қийматларидаги соялар ҳам келтирилган (чапдан ўнгга): $a/M=0.5$, $a/M=0.7$, $a/M=0.8$, and $a/M=0.99$. NUT ва айланиш параметрларининг қора ўра сояси ўзгаришига таъсирларининг бир-бирларига қарама-қарши эканини кўриш мумкин: гравитомагнетик заряд соя ўлчамини оширса, айланиш уни камайтиради. Айланиш параметри соянинг айланадан бузилишига олиб келса, электр зарядини ортиши уни яна айлана ҳолига қайтара бошлайди.

10-расмда Einstein-Born-Infeld қора ўраларининг электр заряди ва Born-Infeld параметрининг турли қийматларидаги соялари келтирилган.

11-расмда соя радиуси R_s нинг электр заряди ва Born-Infeld параметрига боғланиши келтирилган. 12- расмда эса бузилиш параметри δ_s нинг ушбу иккита катталикларга боғлиқлиги келтирилган.



12-расм. Кузатувда қора ўраларнинг шакли билан боғлиқ бўлган катталиклардан бири бузилиш параметри δ_s нинг электр заряди Q , Born-Infeld параметри β ва айланиш параметри $a=0.9$ ларга боғланиши келтирилган. Ўнг томонда ҳар хил Born-Infeld параметри β ва чап томонда эса электр заряди Q нинг қийматлари келтирилган

ХУЛОСА

“Айланувчи релятивистик компакт объектлар атрофида оптик ва энергетик жараёнлар” мавзусидаги диссертация ишининг натижаларидан келиб чиққан ҳолда қуйидаги хулосалар келтирилади:

1. Braneworld моделида қора ўралар атрофида кучсиз гравитация линзалар учун ёруғлик оғиш бурчагининг аниқ аналитик ифодаси олинди. Қора ўранинг бран заряди қиймати ортиши билан тасвир ўлчами кўпайиш параметрининг орттириши кўрсатилган ҳамда манфий бран заряди мавжудлигида манба тасвирининг кўпайиши ва оғиш бурчагининг ортиши ҳам кўрсатилди. Қуёш бўйича кузатув натижалар билан олинган назарий натижаларни таққослаш орқали бран параметри учун юқори чегара олинди $W^2/R^2 < 0.96 \cdot 10^{-7}$.
2. Einstein-Born-Infeld қора ўралари ҳодисалар горизонти структурасини таҳлил этиш асосида, электр заряди ва Born-Infeld параметри ортиши ташқи (ички) горизонт радиусининг камайишини (ортишини) ҳамда қора ўралар бран заряди ортиши энергия ажралиш жараёнининг кучайтириши кўрсатилди. Беш ўлчовли қора ўраларда айланиш параметрининг ортиши натижасида энергия нурланиши эффективлигининг камайтириши кўрсатилди.
3. Ёруғлик нурларининг радиал ҳаракати учун эффектив потенциални таҳлил этиш асосида, Kerr-Taub-NUT қора ўраларида гравитомагнетик заряднинг ортиши, ҳодисалар горизонти радиуси катталашиши ҳисобига эффектив потенциал минимумини кузатувчи томон силжишига олиб келиши кўрсатилди. Einstein-Born-Infeld моделида фойдаланиш параметри ёки электр зарядининг ортиши билан зарралар марказий объектга яқинроқ ҳаракатланиши кўрсатилди.
4. Non-Kerr қора ўраларда манфий деформация параметрининг ортиши билан ёруғлик нурлари сферасининг ортиши ва турғун орбиталар радиусининг камайиб марказий объектга яқинлашиши кўрсатилди.
5. Non-Kerr қора ўраларда деформация параметрининг ортиши билан объект соя ўлчами ўзгариши кўрсатилди. Деформация параметрининг ортиши ёруғлик нурлари орбиталарининг марказий объектга яқинроқ келишига сабаб бўлиши аниқланди. Деформацияга эга бўлган қора ўралар соялари ҳам деформацияланганлиги топилди. Олинган натижаларни қора ўралар сояларини ЕНТ лойиҳасининг кузатув натижалари ($R_s=6M$) билан солиштириш орқали ўлчамсиз деформация параметри $|\epsilon| < 80$ ва гравитомагнетик заряд учун $I/M < 0.85$ чегаравий қийматлар олинди.
6. Einstein-Born-Infeld қора ўраларининг соялари Reissner-Nordstrom қора ўраси соясига қараганда бироз кичик ва кам деформацияланганлиги аниқланди. Born-Infeld параметрининг мавжудлигида кўшимча симметрияга эга бўлган соянинг пайдо бўлиши кўрсатилди. Born-Infeld параметрининг ортиши қора ўра сояси шаклининг бузилиши ортишига олиб келиши аниқланди. Айланиш параметрининг соя ўлчамини

камайтиришига қарамасдан, гравитомагнетик заряд соя ўлчамини орттириши кўрсатилди.

7. 5D Myers-Perry қора ўраларида айланиши параметри соя ўлчамини 4 ўлчовли Керр қора ўраларига айланиш параметрига нисбатан кучсизроқ камайтириши кўрсатилди. Braneworldга қараганда, 5D Myers Perry қора ўралари соясининг ўлчами сезиларли даражада камайтириши аниқланди.

**SCIENTIFIC COUNCIL DSC.27.06.2017.FM/T.33.01 ON AWARD OF
SCIENTIFIC DEGREES AT THE INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS,
ASTRONOMICAL INSTITUTE, NATIONAL UNIVERSITY OF
UZBEKISTAN**

**INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS
ASTRONOMICAL INSTITUTE**

ATAMUROTOV FARRUH SHUHRATOVICH

**OPTICAL AND ENERGETIC PROCESSES IN VICINITY
OF ROTATING RELATIVISTIC COMPACT OBJECTS**

01.03.01 - Astronomy

**DISSERTATION ABSTRACT OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

Tashkent – 2018

The theme of the dissertation of the doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered by the Supreme Attestation Commission of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under No.B2017.3.PhD/FM113.

The doctoral (PhD) dissertation was carried out at the Institute of Nuclear Physics and Astronomical Institute of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation was posted in three (Uzbek, English, Russian (resume)) languages on the website of the Scientific Council at www.inp.uz and on the website of “Ziyonet” informational and educational portal at www.ziyonet.uz.

Scientific consultant:

Ahmedov Bobomurat Juraevich

doctor of sciences in physics and mathematics, professor

Official opponents:

Mirtadjieva Karomat Takhirovna,

Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Assistant Professor

Fayzullaev Biruni Amanullaevich

Doctor of Philosophy (PhD) in Physics and Mathematics,
Assistant Professor

Leading organization:

**Al-Farabi Kazakh National University Almaty,
Kazakhstan**

The defense of the dissertation will be held on “___” _____ 2018, at ___ at the meeting of the Scientific Council No. DSc.27.06.2017.FM/T.33.01 at the Institute of Nuclear Physics, Astronomical Institute, National University of Uzbekistan (Address: INP, Ulugbek settlement, 100124 Tashkent city. tel. (+99871) 289-31-41, fax (+99871) 289-31-50; e-mail: info@inp.uz).

The doctoral (PhD) dissertation can be looked through in the Information Resource Centre of the Institute of Nuclear Physics (registered under No.____) Address: INP, Ulugbek settlement, 100124 Tashkent city. tel. (+99871) 289-31-19.

The abstract of dissertation was distributed on “___” _____ 2018.
(Registry record No. ____ dated “___” _____ 2018.)

M.Yu. Tashmetov

Chairman of the Scientific Council
on Award of Scientific Degrees,
D.Ph.-M.S.

R. Yarmukhamedov

Scientific Secretary of the Scientific Council
on Award of Scientific Degrees,
D.Ph.-M.S., Professor

I.Nuritdinov

Chairman of the Scientific Seminar of the Scientific
Council on Award of Scientific Degrees,
D.Ph.-M.S., Professor

INTRODUCTION (Annotation of PhD dissertation)

Topicality and demand of the theme of dissertation. Nowadays, great attention is paid to solving the important problems of astrophysics through study of optical and energetic processes around relativistic compact objects. Although a black hole is not visible, one can observe it nonetheless - it casts a shadow if it is in front of a bright background from far source. The International Event Horizon Telescope (EHT) and Black Hole Cam (BHC) projects, which are planning to detect for the first time image of the black hole candidate at the center of M87 and our Milky Way galaxies. The main goal is to obtain a shadow of M87 and Sagittarius A* the supermassive black holes in the centers of the galaxies through series of presently ongoing observations. The topicality of theoretical investigation of the shadow of the black hole is related to use the shape of the silhouette to test the corresponding theory of gravity in the strong field regime.

During these years of independence of our country, the science has been developed by providing theoretical and experimental investigations on relativistic astrophysics to solve fundamental problems, and as a results valuable progress have been achieved. Theoretical and observational studies of the gravitational lensing systems, particularly black hole shadow and spacetime structure through the application of fundamental investigations in the area of relativistic astrophysics of compact objects has significant value in the Strategy of Actions on Further Development of Uzbekistan.

The investigation of the optical properties and the spacetime structure of the black hole and construction of new tests of general relativity and other gravity theories are now one of the most important tasks in modern relativistic astrophysics. Theoretical study of the shadow of the black hole in the various gravity theories and study the gravitational lensing contribute an important tool to build the tests of the gravity models using the information events on the central object in our galaxy and M87 within the Black Hole Cam (BHC) and Event Horizon Telescope (EHT) International projects and understand the fundamental properties of the gravity. These objectives justify the topicality of the global level of scientific research.

This research corresponds to the tasks stipulated in governmental regulatory documents and Decree of the President of the Republic of Uzbekistan No.PD-4512 “On works of further development of alternative energy sources” of 1 March 2013, Resolution No.PR-2789 “On measures of further improvement of the activities of the Academy of Sciences, organization, management and financing of scientific research works” of 17 February 2017, and Decree No.PD-4947 “On the Strategy of Actions on Further Development of the Republic of Uzbekistan” of 7 February 2017 and others.

Relevance of the research to the priority areas of science and technology development of the Republic of Uzbekistan. The dissertation research was carried out in accordance with the priority areas of science and technology

development of the Republic of Uzbekistan: II. "Power, energy and resource saving".

Degree of study the problem. Number of scientists of the world, for example German scientists (C. Laemmerzahl, J. Kuntz, E. Hackmann, A. Grezenbach, V. Perlick), Indian scientists (N. Dadhich, S. Ghosh, P. Joshi, M. Patil), Italian scientists (C. Bambi, L. Rezzolla, L. Modesto, D. Malafarina, O. Zanotti), Russian scientists (O. Tsupko, G. Bisnovatyi-Kogan, A. Zakharov, D. Galtsov), Czech scientists (Z. Stuchlik, M. Kolos, J. Schee, J. Kovar, V. Karas), Uzbek scientists (B. Ahmdeov, A. Abdujabbarov and V. Morozova) and others have done huge number of theoretical and observational investigations to study the optical and energetic processes around rotating black hole.

Uzbek scientists (B. Ahmedov, A. Abdujabbarov, V. Morozova and others) worked on developing a new formalism of black hole shadows description and method to derive analytical solutions of the Maxwell equations in curved spacetime.

Earlier research works on gravitational lensing where concentrated only on weak lensing effects around spherical symmetric compact objects. However, in the strong gravitational field limit one may consider strong gravitational lensing or retrolensing. These effects may be used as an useful tool to test the gravity in the strong field regime.

The concept of the black hole shadow was known since 70s of the 20th century but the idea to image it in the black hole in the center of our Milky Way was first presented in a paper by Falcke in early 2000. The shape and the size of the shadow of black hole strongly depend on the main two parameters of the black hole: its mass and spin. The dependence of the black hole's shadow shape on electric charge, brane parameter and angle of inclination of the axis of rotation of the black hole have been widely studied in the literature.

However, the effects due to the parameters of alternative theories of gravity have been remained unstudied. The shadows of the deformed, Born-Infeld, NUT black holes and 5D Myers-Perry black hole have not been investigated.

Connection of the topic of dissertation with the scientific researches of the higher educational institutions, where the dissertation was conducted. The PhD dissertation was carried out in the framework of the scientific projects of the Institute of Nuclear Physics and Astronomical Institute: F2-FA-F113 "Gravitational and Electromagnetic Processes in Relativistic Astrophysics and Cosmology" (2012-2016); EF2-FA-0-12477 "Motion of particles with spin and propagation of electromagnetic waves in the vicinity of compact gravitational objects" (2014-2015); VA-FA-F2-008 "Astrophysical Processes in Stationary and Dynamic Relativistic Gravitation Objects" (2017-2020).

The aim of the research is the development and astrophysics application of a theoretical method of description of radius and distortion of the black hole shadow and thermal radiation from the rotating black holes.

The tasks of the research:

to study deflection angle of the light rays around black hole and its images, brightness of the compact objects using gravitational lensing effect;

to estimate the emission energy from the black hole through the thermal radiation;

to consider the collision of particles near the black hole;

to determine the influence of different parameters of the rotating black hole in the different gravity models;

to analyze the effects of the black hole parameters on event horizon structure of the rotating black hole in different gravity models;

to study the energy extraction mechanism and estimate the maximal value of the extractable energy from the rotating black hole;

to obtain and analyze a shadow of a black hole and to find the dependence of the radius and distortion parameter of the shadow from the different parameters of the gravity models;

to compare silhouette of the black hole shadow in four dimensional and higher dimensional gravity theories.

The objects of the research are relativistic compact objects, the black holes.

The subjects of the research are optical properties of the black hole, energy emission and energy extraction from the rotating black holes.

The methods of the research. The research methods are mathematical apparatus of general relativity and metric affine differential geometry, analytical and numerical methods for solving differential equations of motion for particles and field.

The scientific novelty of the research is the follows:

The exact analytical expressions for the deflection angle of the light rays due to the effect of weak gravitational lensing around black hole in braneworld have been obtained and dimensionless brane parameter as $W^2/R^2=0.96 \cdot 10^{-7}$ has been estimated.

It was shown that the increase of the black hole brane tidal charge causes the increase of the energy release process and it was shown that with the increase of the rotation parameter the efficiency of the energy emission decreases in spacetime of five dimensional black hole.

It was shown, that the increase of the gravitomagnetic charge causes the increase of the event horizon of the Kerr-Taub-NUT black hole and the upper limit for the dimensionless gravitomagnetic charge as $l/M < 0.85$ and deformation parameter as $|\varepsilon| < 80$ have been estimated.

It was obtained that with increasing either rotation parameter or electric charge of black hole particle is moving closer to the central object in Einstein-Born-Infeld model.

Practical results of the research are as follows:

Results of the research of astrophysical processes in the vicinity of deformed rotating black holes can be used to develop new tests of alternative theory of gravity in the strong field regime.

Processing the X-ray source data leads to more accurate evaluation of different parameters of black holes, including deformation parameter. The limiting values of the parameters can be used in astrophysical description of the structure of spacetime and energetic processes in the vicinity of compact objects.

Obtained shapes and parameters of black hole shadows in various theories of gravity can be used in comparative analysis of observational data and theoretical results in order to test alternative theories of gravity.

The reliability of the research results is provided by the followings: modern methods of general relativity and the theoretical physics and highly effective numerical methods and algorithms are used; careful check of a consistence of the received theoretical results with observational data and results of other authors is performed; conclusions are well consistent with the main provisions of the field theory of gravitational compact objects.

Scientific and practical significance of the research results. The scientific significance of the research results is determined by the ability of the developed description of black hole shadow to test the different theories of the gravity using the comparative analysis of the future observations of shadow of supermassive black holes at the galactic centers and obtain constraints on the parameters of the black hole in different gravity models.

The practical significance of the results of research lies in the fact that the comparison of the results of this dissertation and the observational data on gravitational lensing can be used to estimate or get the constraints on the parameters of the black hole in alternative theories of gravity. The results can be also used to understand the fundamental aspects of the gravitational interaction in Nature.

Implementaton of the research results. The obtained results on shadows of the rotating black hole with the gravitomagnetic charge and dependence of observable parameters from the gravitomagnetic charge was used by international journals (Physical Review D 2017, Astrophysical Space Sciences 2017, European Physical Journal C 2017, Monthly Notices of Royal Astronomical Society 2015) to compare the results with shadows of black hole in other gravity models and numerical simulations. Application of the scientific results is that obtained results on black hole shadow have been used to get the constraints on different gravity models.

Energetic and optical properties of four and higher dimensional spacetimes in modified theories of gravity have been used in international scientific journals (Physical Review D, 2017; Astrophysical Space Sciences, 2017; European Physical Journal C, 2017; Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 2015) to develop fundamental theories of gravitational interactions using the comparison of the black hole shadow in different gravity models.

Testing the research results. The research results were reported and tested at 8 international and local scientific conferences.

Publication of the research results. On the theme of dissertation 20 scientific works were published, including 9 scientific papers scientific papers in

international scientific journals recommended by the Supreme Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for publishing basic scientific results of PhD dissertations.

Volume and structure of the dissertation. The dissertation is presented on 119 pages consisting of an introduction, four chapters, a conclusion and a bibliography.

THE MAIN CONTENTS OF THE DISSERTATION

In the introduction, the topicality and relevance of the dissertation theme are justified, the aims and objectives are formulated, the scientific novelty and the practical results of the study are set out, the reliability of the obtained results is proved and their theoretical and practical significance are disclosed, a summary of the implementation of the research results and the structure of the dissertation are given.

The first chapter of the dissertation entitled **“Gravitational lensing and retrolensing”** is devoted to study the gravitational lensing in the presence of the plasma and non-vanishing brane tidal charge.

Consider the spacetime metric around the static and spherically symmetric black hole in braneworld, which has the following form

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{1}{f(r)}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

where the function $f(r)$ has the following form

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} - \frac{W^2}{r^2}, \quad (2)$$

and W is brane tidal charge. The spacetime metric (1) mathematically has the form similar to Reissner-Nordstrom solution's and the difference is that values of W are negative.

In this chapter the light deflection angle using the components of the metric (1) in the background geometry of braneworld space-time in the presence of the plasma has been found in the form

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_b = & \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial b} \left[\left(\frac{R_s}{\sqrt{b^2 + z^2}} - \frac{W^2}{r^2} \right) \frac{z^2}{b^2 + z^2} \right. \\ & \left. + \frac{1}{1 - \omega_0^2/\omega^2} \left(\frac{R_s}{\sqrt{b^2 + z^2}} - \frac{W^2}{r^2} \right) \right] dz \end{aligned} \quad (3)$$

where we have introduced the impact parameter $b^2 = x_1^2 + x_2^2$, and x_1 and x_2 are the coordinates on the plane orthogonal to the z axis and for the parameters of the plasma we use

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N(r)}{m}, \quad \omega^2 = \frac{\omega_\infty^2}{f(r)} \quad (4)$$

where ω_0 and ω are the plasma and light rays frequency, respectively, and ω_∞ is the asymptotic value of light rays frequency. Considering the power-law plasma density function as $N(r) = r_0 N_0 / r$ with the density number N_0 at the radial position of the inner edge of plasma environment r_0 .

In the Fig. 1. the dependence of the deflection angle on impact parameter b has been shown for the different values of brane tidal charge W .

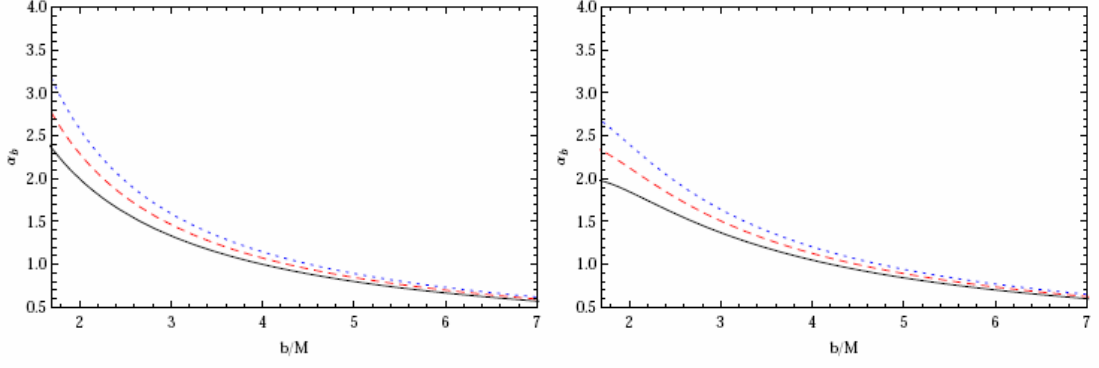


Figure. 1. Deflection angle α_b as a function of the impact parameter b for different brane parameters W : $W^2 = 0$ is black-solid line, $W^2 = 0.5$ is red-dashed line and $W^2 = 0.99$ is blue-dotted line. Left panel is vacuum case and right panel is plasma case

Consider the gravitational lens equation in the following form

$$\theta D_s = \beta D_s + \alpha D_{ls} , \quad (5)$$

where β is the angle of the real source from the observer-lens axis, β is the angle of apparent image of the source due to lensing with the deflection angle α , D_s and D_{ls} are the distances from the observer to the lens and from the lens to the source, respectively. Since impact parameter is $b = D_l \theta$, where D_l is the distance from the observer to the lens, we obtain the relation in the form

$$\beta = \theta - \frac{D_{ls}}{D_s} \frac{F(\theta)}{D_l} \frac{1}{\theta} \quad (6)$$

with the new introduced quantity $F(\theta) = |\alpha_b(\theta)| D_l \theta$.

The magnification of image brightness can be calculated using the formula

$$\mu_\Sigma = \frac{I_{\text{tot}}}{I_*} = \sum_k \left| \left(\frac{\theta_k}{\beta} \right) \left(\frac{d\theta_k}{d\beta} \right) \right| , \quad k = 1, 2, \dots, s , \quad (7)$$

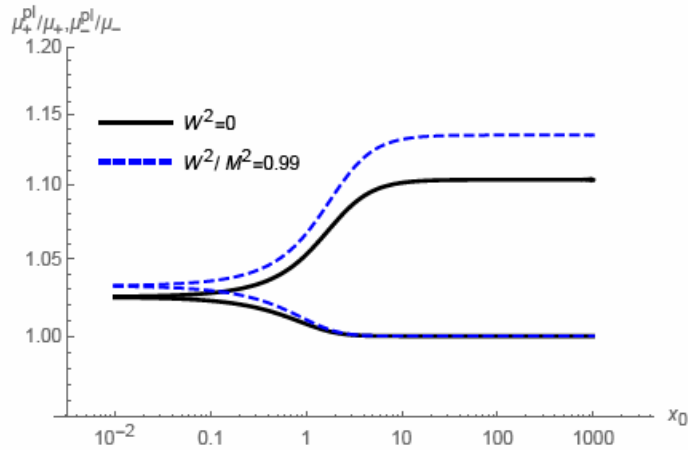


Figure. 2. μ_+^{pl}/μ_+ vs μ_-^{pl}/μ_- of the magnifications of the images in the plasma to the same value in vacuum for different value of brane parameter W^2

In Fig. 2 the dependence of the magnification parameter on x_0 has been shown for the different values of brane charge. The presence of the brane charge causes the increase of the magnification parameter of the image source.

The second chapter of the thesis entitled **“Horizon structure of rotating black hole and energy extraction from it”** is devoted to study the horizon structure of the black hole and energy extraction from the rotating black hole. In addition, we have also investigated the energy emission from the black hole as black body.

Recently the rotating counterpart of the Einstein-Born-Infeld black hole has been obtained. The gravitational field of rotating Einstein-Born-Infeld black hole spacetime is described by the metric which in the Boyer-Lindquist coordinates is given by

$$\begin{aligned}
ds^2 = & \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 \\
& + 2a \sin^2 \theta \left(1 - \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} \right) dt d\phi - \rho^2 d\theta^2 \\
& - \sin^2 \theta \left[\rho^2 + a^2 \sin^2 \theta \left(2 - \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} \right) \right] d\phi^2,
\end{aligned} \tag{8}$$

with

$$\Delta = r^2 - 2GMr + Q^2(r) + a^2, \text{ and } \rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta. \tag{9}$$

The parameters a, M, Q and β correspond to rotation, mass, the electric charge and the Born-Infeld parameter, respectively.

We have plotted the event horizons in Fig. 3 for different values of mass, charge, parameter β and spinning parameter a . Like, the Kerr-Newman black hole, the rotating spacetime (8) has two horizons, the Cauchy horizon and the event horizon. The Fig. 3 reveal that there exists set of values of parameters for which we have two horizons, i.e., a black hole with both inner and outer horizons. One can also find values of parameters for which one gets an extremal black hole where the two horizons coincide.

It was also investigated the rate of the energy emission from the Einstein-Born-Infeld black hole using the relation

$$\frac{d^2 E(\omega)}{d\omega dt} = \frac{2\pi^2 \sigma_{lim}}{\exp \omega/T - 1} \omega^3, \tag{10}$$

where $T = k/2\pi$ the Hawking temperature, and is the surface gravity. The dependence of energy emission rate from frequency for the different values of electric charge Q , parameter β is shown in Fig. 4. One can see that with the increasing electric charge Q or parameter β the maximum value of energy emission rate decreases, caused by horizon area decrease.

The third chapter of the dissertation entitled **“Particle motion around axial-symmetric compact object”** is devoted to study the light rays motion around rotating and non-rotating black hole in different space-time metric. We will study light rays motion around a rotating black hole with the total mass M in the

presence of non vanishing gravitomagnetic charge l . This black hole is described by the space-time metric

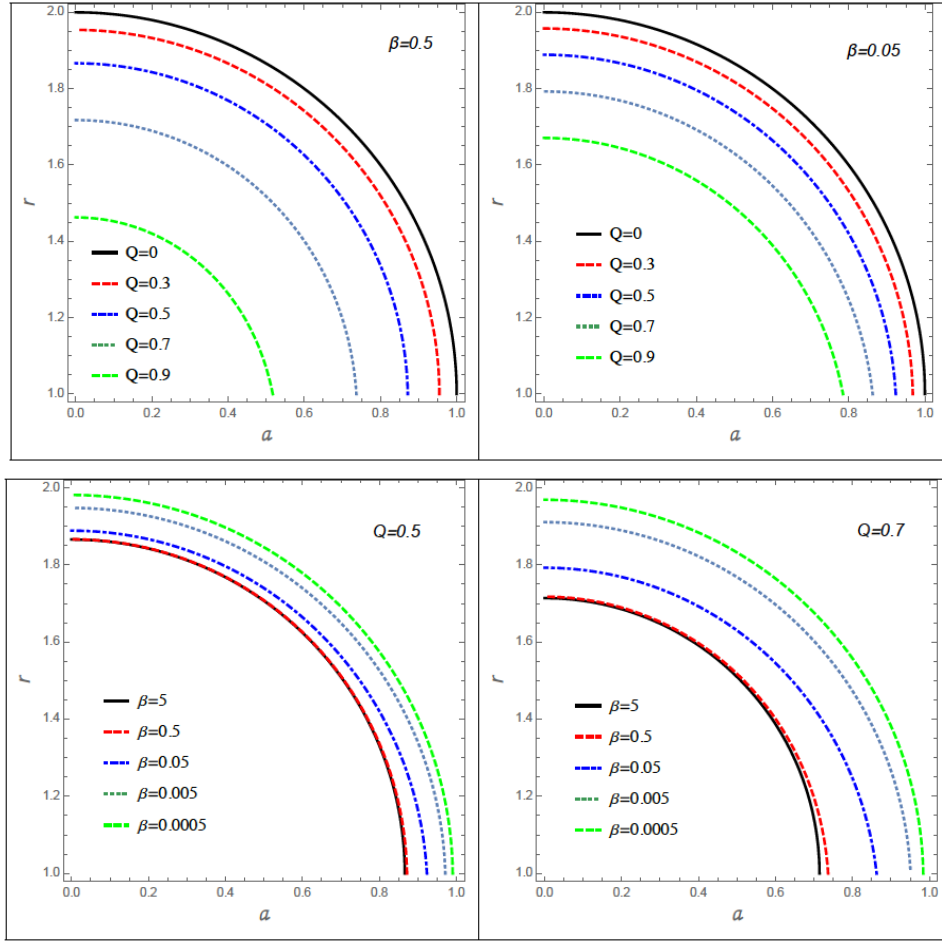


Figure. 3. The rotation parameter a dependence of the radial coordinate r for the different value of electric charge Q and Born-Infeld parameter β . The lines separate the region of black holes with naked singularity ones

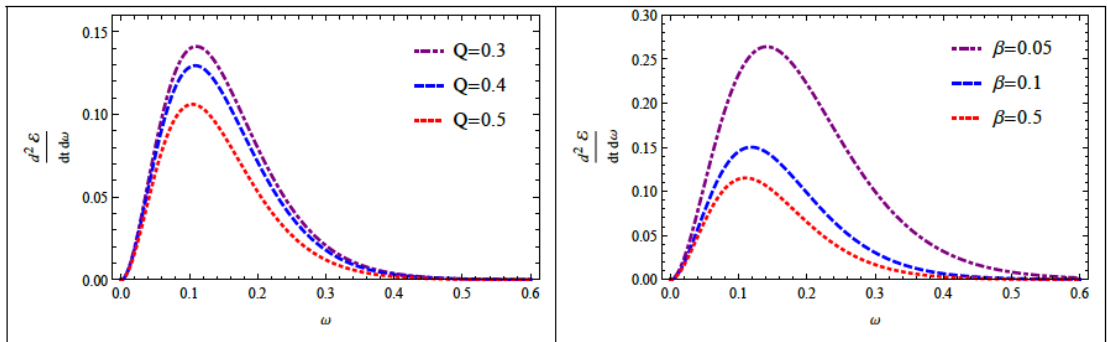


Figure. 4. Energy emission of black hole in Einstein-Born-Infeld gravity. Left panel is for electric charge $Q=0.5$ and right panel is for Born-Infeld parameter $\beta = 0.05$

$$\begin{aligned}
 ds^2 = & -\frac{1}{\Sigma} (\Delta - a^2 \sin^2 \theta) dt^2 + \frac{1}{\Sigma} [(\Sigma + a\chi)^2 \sin^2 \theta - \chi^2 \Delta] d\phi^2 \\
 & + \Sigma \left(\frac{dr^2}{\Delta} + d\theta^2 \right) + \frac{2}{\Sigma} (\Delta\chi - a(\Sigma + a\chi) \sin^2 \theta) dt d\phi.
 \end{aligned} \tag{11}$$

where we have used the following notations

$$\Delta_l = r^2 + a^2 - l^2 - 2Mr, \quad \Sigma = r^2 + (l + a \cos \theta)^2, \quad \chi = a \sin^2 \theta - 2l \cos \theta,$$

Using the Hamilton-Jacobi equation

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} = -\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \frac{\partial S}{\partial x^\alpha} \frac{\partial S}{\partial x^\beta}, \quad (12)$$

one can easily find the equation of motion in the following form:

$$\begin{aligned} \Sigma \frac{dt}{d\tau} &= \frac{r^2 + a^2 + l^2}{\Delta} [(r^2 + a^2 + l^2)\mathcal{E} - a\mathcal{L}] + \frac{\chi}{\sin^2 \theta} (\mathcal{L} - \chi\mathcal{E}), \\ \Sigma \frac{d\phi}{d\tau} &= \frac{a}{\Delta} [(r^2 + a^2 + l^2)\mathcal{E} - a\mathcal{L}] + \frac{1}{\sin^2 \theta} (\mathcal{L} - \chi\mathcal{E}), \\ \Sigma \frac{dr}{d\tau} &= \sqrt{\mathcal{R}}, \\ \Sigma \frac{d\theta}{d\tau} &= \sqrt{\Theta}, \end{aligned}$$

here $R(r)$ and $\Theta(\theta)$ are introduced notations and they have the following form:

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= [(r^2 + a^2 + l^2)\mathcal{E} - a\mathcal{L}]^2 - \Delta [\mathcal{K} + (\mathcal{L} - a\mathcal{E})^2], \\ \Theta &= \mathcal{K} + \left[\left(a^2 - \frac{4l^2}{\sin^2 \theta} \right) \mathcal{E}^2 - \frac{\mathcal{L}^2}{\sin^2 \theta} \right] \cos^2 \theta + 4l\mathcal{E} \left(a\mathcal{E} - \frac{\mathcal{L}}{\sin^2 \theta} \right) \cos \theta, \end{aligned}$$

where K is Carter constant. Defining the effective potential for light rays as $(dr/d\tau)^2 = V_{\text{eff}}$ one may study the radial motion of light rays in the presence of gravitomagnetic charge. In the Fig. 5 the radial dependence of the effective potential of radial light rays motion is shown. From the figure it is seen that with the increase of the gravitomagnetic charge the shape of the effective potential is going to shift to the observer at infinity. This corresponds to increasing the event horizon of the Kerr-Taub-NUT black hole. Moreover, one may conclude from the Fig. 5 that with the increase of the gravitomagnetic charge the circular light rays orbits become unstable.

Using the similar calculations in the spacetime of rotating Einstein-Born-Infeld black hole spacetime described by the metric (8) one can find the equation of motion of the S. The radial dependence of the effective potential of the radial motion have been presented in Fig. 6. In Fig. 6 the light rays motion around Einstein-Born-Infeld black hole for the different values of electric charge Q and parameter have been considered. It is shown that with increasing electric charge Q or rotating parameter a particle is going to come closer to the central object.

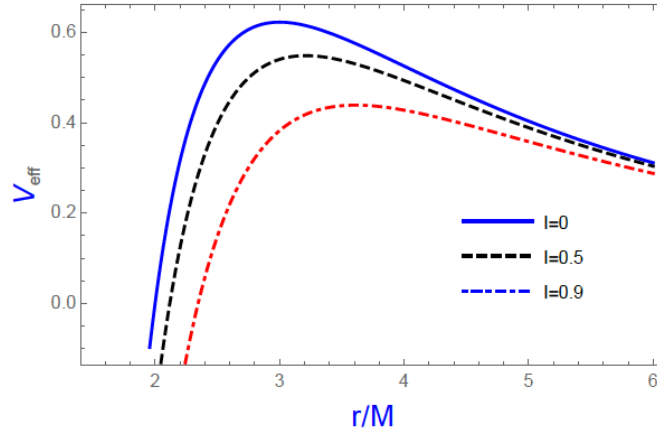


Figure. 5. The radial dependence of the effective potential of radial motion of light rays for the different values of the gravitomagnetic charge: solid line for $l/M=0.1$, dashed line for $l/M=0.5$, and dot-dashed line for $l/M=0.9$

The fourth chapter of the thesis entitled “**Optical properties and shadow of axial-symmetric compact objects**” is devoted to study the shadow of the black hole using light rays sphere. Black hole shadow is one of the important feature showing the exist of the black hole in universe.

Now, it is general belief that a black hole, if it is in front of a bright background produced by far radiating object, will cast a shadow. The apparent shape of a black hole silhouette is defined by the boundary of the black. The ability of very long baseline interferometry (VLBI) observation has been improved significantly at short wavelength which led to strong expectation that within few years it may be possible to observe the direct image of the accretion flow around a black hole with a high resolution corresponding to black hole event horizon Using the celestial coordinates

$$\alpha = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \left(-r_0^2 \sin \theta_0 \frac{d\phi}{dr} \right), \quad \beta = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} r_0^2 \frac{d\theta}{dr},$$

one can easily describe the shadow cast by black hole. In the case of rotating black hole one may introduce two observables which approximately characterize the apparent shape.

First one should approximate the apparent shape by a circle passing through three points which are located at the top position, bottom and the most right end of the shadow as shown in Fig. 7. The radius R_s of the shadow is defined by the radius of this circle. One can also define the distortion parameter δ_s of the black hole shadow as $\delta_s = D_{cs}/R_s$. Two variables (R_s and δ_s) can be interpreted as observables in astronomical observation.

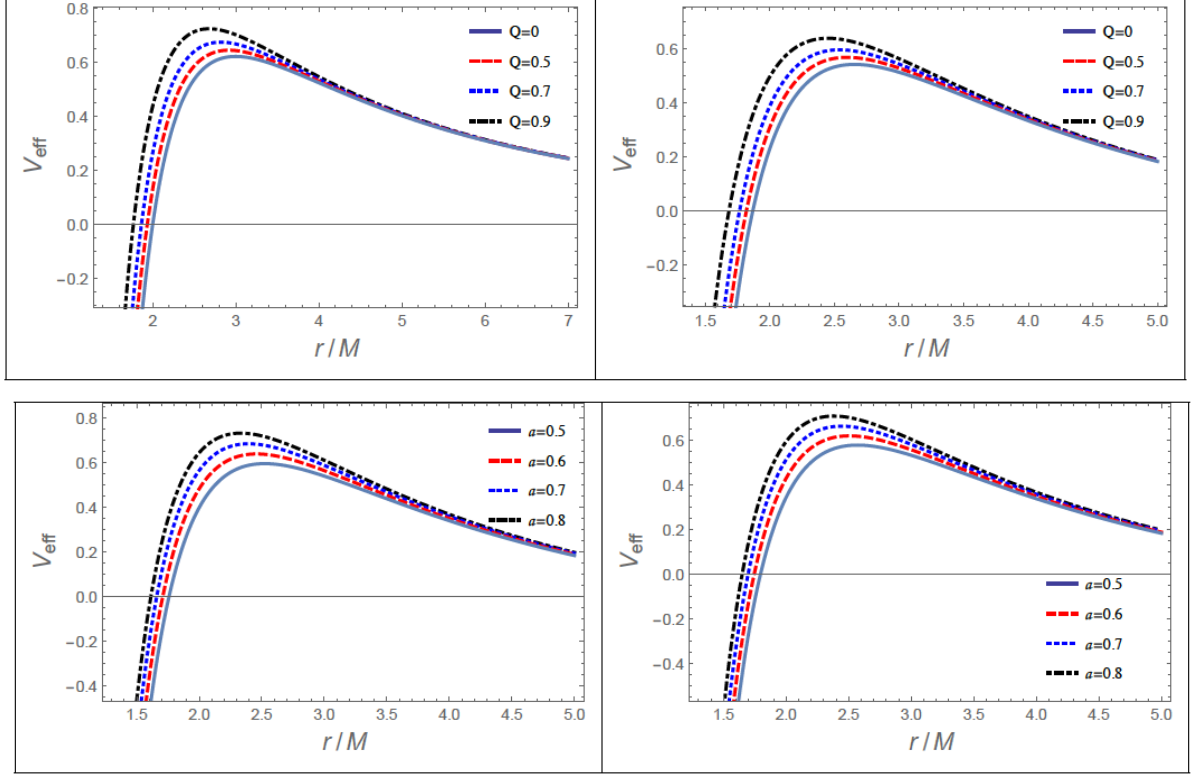


Figure. 6. The radial dependence of effective potential V_{eff} for the light rays for the different values of electric charge Q and rotation parameter a

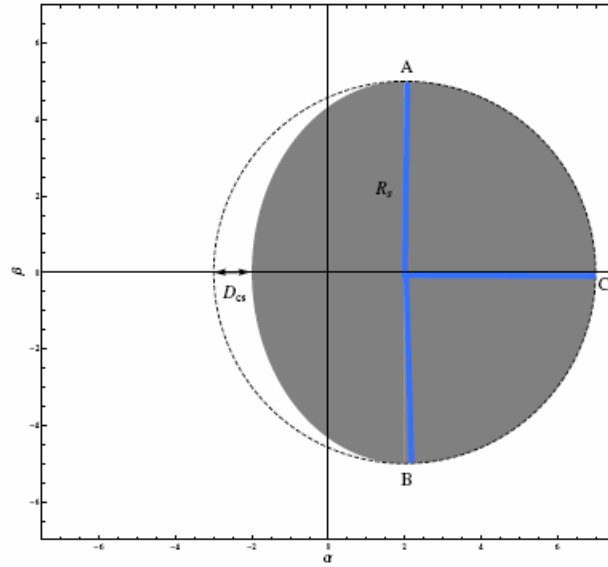


Figure. 7. The observables for the apparent shape of a rotating black hole are the radius R_s and the distortion parameter $\delta_s = D_{cs}/R_s$. Here D_{cs} is the difference between the left endpoints of the circle and of the shadow

In Fig. 8., we show the contour of the shadows of black holes with rotation parameters $a=0.35$ (first plot from the left), $a=0.4$ (second plot from the left), $a=0.55$ (third plot from the left), and $a=0.6$ (fourth plot from the left), for several values of the deformation parameter ϵ .

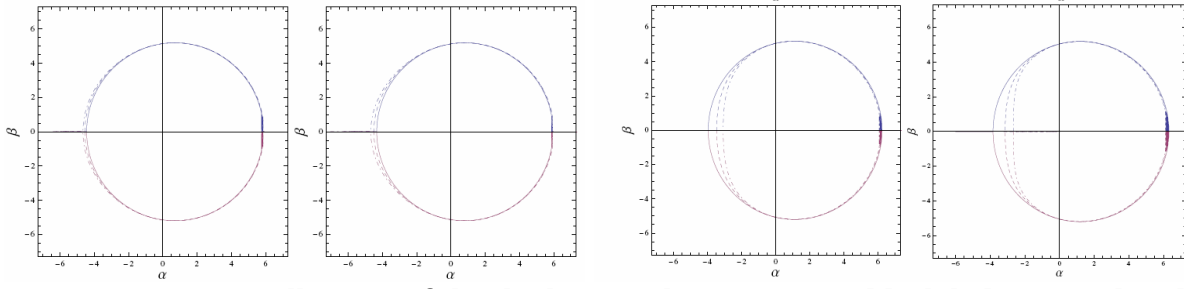


Figure. 8. Silhouette of the shadow cast by a non-Kerr black hole situated at the origin of coordinates with inclination angle $\theta = \pi/2$, having a rotation parameter a and a deformation parameter ϵ

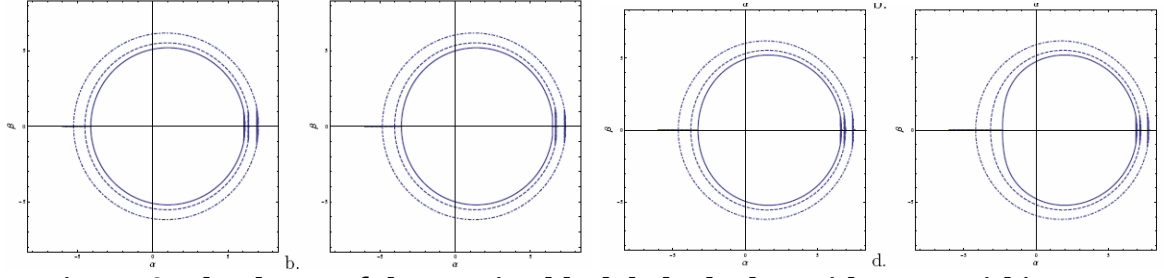


Figure. 9. The shapes of the rotating black hole shadow with non vanishing NUT charge originated at centre of coordinates when $\theta = \pi/2$. In all figures solid lines correspond to $l/M=0.1$, dashed lines correspond to $l/M=0.5$, and dashed-dotted lines correspond to $l/M=0.9$. The region bounded by each curve corresponds to the black hole shadow

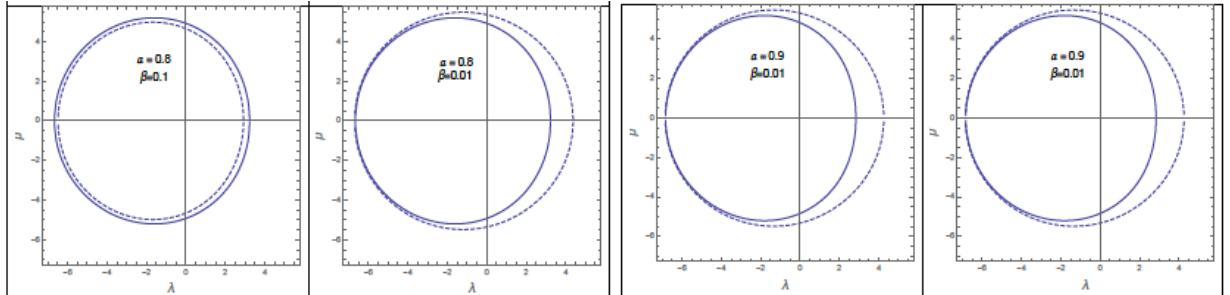


Figure. 10. Shadow of rotating black hole for the different values of Born-Infeld parameter β , rotating parameters a and electric charge Q

From the Fig. 8., one can see that with increasing deformation parameter ϵ , the shadow of the black hole decreases. This phenomena also related to the fact that the increase of deformation parameter forces light rays orbits to come closer which corresponds to the decrease of gravitational force acting on light rays. Light rays with smaller impact parameter could escape from absorbtion by black hole in the presence of positive parameter. In the case of negative the deflected light rays with particular value of impact parameter could be absorbed by central object while they could escape in pure Kerr black hole case with the same impact parameter. This of course corresponds to increasing the gravitational potential of deformed rotating black hole in the case of negative value of the deformation parameter.

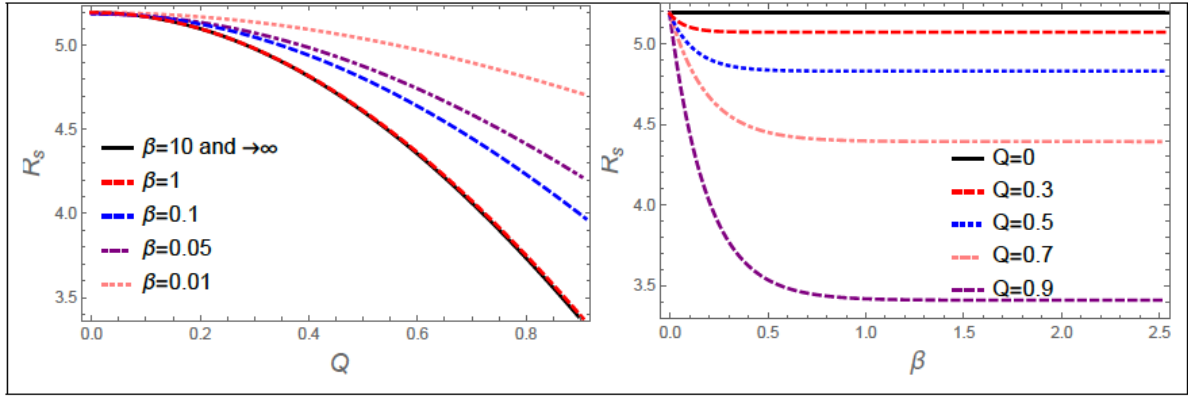


Figure. 11. The dependence of observable radius of black hole shadow R_s from the electric charge Q and Born-Infeld parameter β . Left panel is showing graphs for the different values of Born-Infeld parameter β . The right panel is showing graphs for the different values of electric charge Q

Obtained numerical results are shown in Fig. 9. where the shape of the silhouettes of rotating Taub-NUT black hole for the different values of the rotation parameter and gravitomagnetic charge are presented. From the plots one can see that the presence of the gravitomagnetic charge will increase the effective size of the shadow. In the figure the shapes of the silhouette of rotating black hole with the gravitomagnetic charge are given for the different values of black hole angular momentum a (from the left to the right): $a/M=0.5$, $a/M=0.7$, $a/M=0.8$, and $a/M=0.99$. One can easily compare the effect of the NUT parameter and the black hole rotation parameter on modification of the shape of the shadow of black hole. It appears they have opposite effects on black hole shadow size. The gravitomagnetic charge increases the size of the shadow shape while black hole's angular momentum decreases its size.

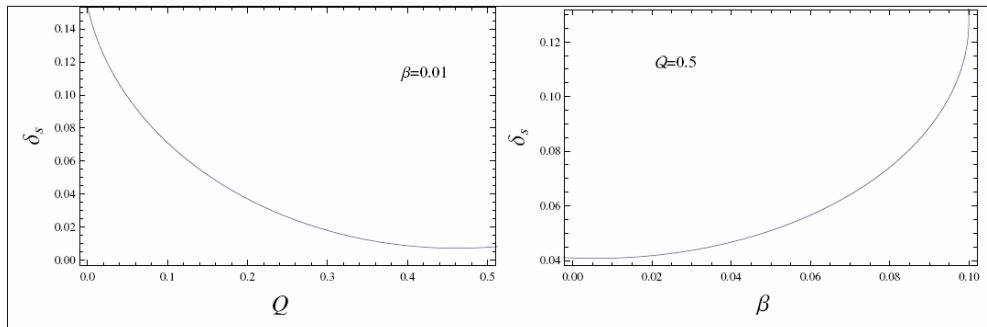


Figure. 12. The dependence of observable distortion parameter of black hole shadow δ_s from the electric charge Q , Born-Infeld parameter β and rotation parameter $a=0.9$. The right panel is showing graphs for the different values of Born-Infeld parameter β and the Left panel is showing graphs for the different values of electric charge Q

As is shown from the Fig. 10, the shadow of rotating Einstein-Born-Infeld black hole has been considered for various values of electric charge Q and Born-Infeld parameter β . The influence of rotating parameter a on the shadow of black hole is distorted, while with increasing electric charge of black hole the shadow starts becoming circle.

The two observable parameters as radius of shadow R_s and distortion parameter δ_s can be used to make comparison with observation data. In Fig. 11 the dependence of the parameter R_s from the charge and Born-Infeld parameter has been shown. Other observable parameter is distortion parameter, the dependence of which has presented in Fig. 12.

CONCLUSION

According to the results of the research carried out on the theme of the PhD dissertation “Optical and energetic processes in vicinity of rotating relativistic compact objects”, the following conclusions are presented:

1. The exact expressions for the deflection angle of the light rays have been obtained due to the effect of weak gravitational lensing around black hole in braneworld. It was shown, that the increase of the module of brane tidal charge of the black hole causes the increase the magnification of the size image. It was also shown that the presence of the negative brane charge sufficiently increases the image source magnification and deflection angle. A comparison of the obtained theoretical results on the deflection angle with the observational data for the Sun provides the upper limit for the dimensionless brane parameter as $W^2/R^2 < 0.96 \cdot 10^{-7}$.
2. Based on the analysis of the Einstein-Born-Infeld black hole's event horizon structure demonstrated that outer (inner) horizon radius decreases (increases) with the increase in the electric charge and Born-Infeld parameter. It was shown that the increase the black hole brane tidal charge causes the increase the energy release process. It was shown that with the increase of the rotation parameter the efficiency of the energy emission decreases in five dimensional black hole.
3. Based on the analysis of the effective potential of radial motion of the light rays show, that with the increase of the gravitomagnetic charge the shape of the effective potential is going to shift to the observer at infinity which corresponds to increasing the event horizon of the Kerr-Taub-NUT black hole. It was obtained that with increasing either rotation parameter or electric charge of black hole particle is moving closer to the central object in Einstein-Born-Infeld model.
4. It was obtained that the decrease of the negative values of the deformation parameter of non-Kerr black holes causes the increase of light rays sphere. The stability of circular orbits is decreasing with the increase the module of negative deformation parameter. It was shown that the increase of deformation parameter stable circular light rays orbits come closer to the central object.
5. It was shown that with increasing deformation parameter of non-Kerr black hole the shadow of the shape changes. This phenomena also related to the fact that the increase of deformation parameter forces light rays orbits to

come closer which corresponds to the decrease of gravitational force acting on light rays. It was obtained that the deformed rotating black hole's shadow is also going to be deformed independently on sign of deformation parameter. A comparison of the obtained theoretical results on the shadow of black hole size with the observational data (for $R_s=6M$) in the EHT project provides the upper limit for the dimensionless deformation parameter as $|\varepsilon|<80$ and gravitomagnetic charge $l/M<0.85$.

6. It was shown that the shadow of Einstein-Born-Infeld is slightly smaller and less deformed than that for its Reissner-Nordstrom counterpart. It was shown that the presence of Born-Infeld parameter causes appearance additional asymmetries in the shape of the black hole's shadow. It was obtained that the increase of Born-Infeld parameter causes the shape of the black hole shadow to be more distorted. It was shown that the gravitomagnetic charge increases the size of the shadow shape while black hole's angular momentum decreases its size.
7. It was shown that the size of the shadow decreases with rotation parameter in 5D Myers-Perry black hole resulting in a smaller shadow than in the four dimensional Kerr black hole. It was found that, on the contrary to the Braneworld where the size of shadow does not changes much for fixed tidal charged as a function of rotation parameter, the size of 5D Myers Perry black hole shadow decreases significantly.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.27.06.2017.FM/T.33.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ПРИ ИНСТИТУТЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ,
АСТРОНОМИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ, НАЦИОНАЛЬНОМ
УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

**ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

АТАМУРАТОВ ФАРРУХ ШУХРАТОВИЧ

**ОПТИЧЕСКИЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ВОКРУГ
ВРАЩАЮЩИХСЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ КОМПАКТНЫХ ОБЪЕКТОВ**

01.03.01- Астрономия

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

Ташкент – 2018

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за номером B2017.3.PhD/FM113.

Диссертация выполнена в Институте ядерной физики и Астрономическом институте Академии наук Республики Узбекистан.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.inp.uz) и Информационно-образовательном портале «Ziyounet» (www.ziyounet.uz).

Научный руководитель:

Ахмедов Бобомурат Жураевич
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты:

Миртаджиева Каромат Тахировна,
доктор физико-математических наук, доцент

Файзуллаев Бируни Амануллаевич,
кандидат физико-математических наук, доцент

Ведущая организация:

Казахский национальный университет имени Ал-Фараби

Защита диссертации состоится «___» _____ 2018 года в ___ часов на заседании Научного совета DSc.27.06.2017.FM/T.33.01 при Институте ядерной физики, Астрономическом институте, Национальном университете Узбекистана (Адрес: 100174, г. Ташкент, пос. Улугбек, ИЯФ. Тел.: (+99871) 289-31-41; факс: (+99871)289-31-50; e-mail: info@inp.uz).

Диссертация зарегистрирована в Информационно-ресурсном центре Института ядерной физики (регистрационный номер ___), с диссертацией можно ознакомиться в ИРЦ (Адрес: 100214, г. Ташкент, поселок Улугбек, НУУз. Тел. (+99871) 289-31-19).

Автореферат диссертации разослан «___» _____ 2018 г.
(протокол рассылки № _____ от _____ 2018 г.).

М. Ю. Ташметов

председатель Научного совета по присуждению
ученой степени, д.ф.-м.н., старший научный сотрудник

Р. Ярмухамедов

ученый секретарь Научного совета по присуждению
ученой степени, д.ф.-м.н., профессор

И. Нуритдинов

председатель научного семинара при Научном совете
по присуждению ученой степени, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В настоящее время уделяется огромное внимание решению важных задач астрофизики, посвященных исследованию оптических и энергетических процессов вокруг компактных гравитационных объектов. Хотя чёрные дыры нельзя наблюдать непосредственно, можно наблюдать их силуэты на фоне яркого электромагнитного излучения от далекого источника. Целью международных проектов Event Horizon Telescope (ЕНТ) и Black Hole Cam (ВНС) также является обнаружение изображения силуэтов сверхмассивных черных дыр М87 и Sagittarius A* в центрах галактик. Актуальность теоретических исследований силуэтов чёрных дыр обусловлена тем, что они могут выполнять роль инструмента или лаборатории по проверке общей теории относительности (ОТО) в режиме сильного гравитационного поля.

В годы независимости в Узбекистане уделяется большое внимание развитию экспериментальных и теоретических работ в области релятивистской астрофизики, а также проведению фундаментальных исследований в этом направлении на мировом уровне. В этом плане удалось достичь определенных результатов, в частности, в понимании структуры пространства-времени вокруг черных дыр. Теоретические и наблюдательные исследования гравитационно-линзирующих систем, в частности, силуэтов и структуры пространства-времени вокруг черной дыры, путем проведения фундаментальных исследований в области релятивистской астрофизики компактных объектов имеют большое значение и отражены в Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017–2021 гг.

Исследование оптических свойств и структуры пространства-времени вокруг черных дыр, а также разработка новых тестов общей теории относительности и альтернативных теорий гравитации является одной из важнейших задач современной релятивистской астрофизики. Теоретическое исследование силуэта черной дыры в различных теориях гравитации и исследование гравитационного линзирования способствуют построению новых тестов гравитационных моделей с использованием наблюдательных данных об объектах в центрах нашей галактики и М87 в рамках проектов Black Hole Cam (ВНС) и Event Horizon Telescope (ЕНТ) и пониманию фундаментальных свойств гравитационного взаимодействия. Именно эти задачи обосновывают актуальность на мировом уровне данного научного исследования.

Данная научно-исследовательская работа соответствует задачам, предусмотренным в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-4512 «О мерах по дальнейшему развитию альтернативных источников энергии» от 1 марта 2013 года, № УП-4947 «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017–2021 гг.» от 2 февраля 2017 года, Постановлении Президента Республики Узбекистан № ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской

деятельности» от 18 февраля 2017 года, а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан – II. «Энергетика, энерго- и ресурсосбережение».

Степень изученности проблемы. До сегодняшнего дня ведущими учеными мира, например немецкими (C.Laemmerzahl, J.Kuntz, E.Hackmann, A.Grezenbach, V.Perlick), индийскими (N.Dadhich, S.Ghosh, P.Joshi, M.Patil), итальянскими (C.Bambi, L.Rezzolla, L.Modesto, D.Malafarina, O.Zanotti), российскими (О.Цупко, Г.Бисноватый-Коган, А.Захаров, Д.Гальцов), чешскими (Z.Stuchlik, M.Kolos, J.Schee, J.Kovar, V.Karas), узбекскими (Б. Ахмедов, А. Абдужаббаров, В. Морозова) и другими проведен огромный объем работы по теоретическому и наблюдательному изучению оптических и энергетических процессов в окрестности вращающейся черной дыры.

Узбекские ученые (Б. Ахмедов, А. Абдужаббаров, В. Морозова и другие) провели теоретические работы по разработке нового формализма описания силуэта черной дыры и методов получения точных аналитических решение уравнений Максвелла в искривленном пространстве-времени.

Более ранние исследования по гравитационному линзированию включали в себя только эффекты линзирования в приближении слабого гравитационного поля вокруг сферически симметричных компактных объектов. Однако в приближении сильного гравитационного поля можно рассматривать сильное гравитационное линзирование или эффект ретролинзирования. Эти эффекты могут быть использованы в качестве полезного инструмента для проверки гравитационных сил в режиме сильного поля.

Концепция силуэта черной дыры известна еще с 70-х годов XX века, но идея применить ее к черной дыре в центре нашей галактики впервые была представлена в работе Фальке в 2000 году. Форма и размеры силуэта черной дыры сильно зависят от двух ее основных параметров – массы и параметра вращения. Зависимость формы силуэта от электрического заряда, бран параметра, угла наклона оси вращения черной дыры широко изучена в литературе.

Однако эффекты альтернативных теорий гравитаций остаются неизученными. Силуэты черных дыр с ненулевыми параметрами деформации, Борна-Инфельда, НУТ и 5-мерной черной дыры Myers-Perry до сих пор не исследованы.

Связь темы диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научных проектов Института ядерной физики и Астрономического института по темам: Ф2-ФА-Ф113 «Гравитационные и электромагнитные

процессы в релятивистской астрофизике и космологии, системы бозонов при сверхнизких температурах» (2012–2016); ЁФ2-ФА-0-12477 «Движение частиц со спином и распространение электромагнитных волн в окрестности компактных гравитационных объектов» (2014–2015); ВА-ФА-F2-008 «Астрофизические процессы в стационарных и динамических релятивистских гравитационных объектах» (2017–2020).

Целью исследования является развитие теоретического метода описания радиуса и искажения формы силуэта и термического излучения от вращающейся черной дыры.

Задачи исследования:

вычислить угол отклонения световых лучей вокруг черной дыры и исследовать изображение и светимость источника с использованием эффекта гравитационного линзирования;

оценить энергию, выделяемую из черной дыры через тепловое излучение;

рассмотреть и исследовать столкновение частиц вблизи черной дыры;

определить и проанализировать влияние различных параметров на структуру пространства-времени и горизонта событий вращающейся черной дыры в различных гравитационных моделях;

изучить механизм извлечения энергии и оценить максимальное значение извлекаемой энергии из вращающейся черной дыры;

получить и проанализировать силуэты черной дыры, а также найти зависимость радиуса и параметра искажения силуэта от различных параметров гравитационных моделей;

провести сравнительный анализ силуэтов черных дыр в четырехмерном и высокомерных теориях гравитации.

Объектом исследования являются релятивистские компактные объекты, черные дыры.

Предметом исследования являются оптические свойства черных дыр, испарение и извлечение энергии от вращающейся черной дыры.

Методы исследования. Математический аппарат общей теории относительности и метрической аффинной дифференциальной геометрии, аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений движения и поля.

Научная новизна исследования заключается в следующем.

Получены точные выражения для угла отклонения световых лучей за счет эффекта гравитационного линзирования в приближении слабого поля вокруг черной дыры на бранах и оценка величины безразмерного бран параметра $W^2/R^2 = 0.96 \cdot 10^{-7}$.

Показано, что увеличение бран параметра черной дыры приводит к увеличению процесса извлечения энергии, с увеличением параметра вращения пятимерной черной дыры эффективность извлечения энергии уменьшается.

Установлено, что с увеличением гравитомагнитного заряда происходит увеличение горизонта событий черной дыры Керр-Тауб-НУТ, получены оценки безразмерного параметра деформации $|\varepsilon| < 80$ и гравитомагнитного заряда $I/M < 0.85$.

Показано, что с увеличением параметра вращения черных дыр или электрического заряда пробные частицы приближаются к центральному объекту в модели Эйнштейна-Борна-Инфельда.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

Полученные результаты исследований астрофизических процессов вокруг деформированной вращающейся черной дыры использованы для разработки новых тестов теории взаимодействия в режиме сильного гравитационного поля.

Учет полученного предельного значения параметра деформации при обработке данных рентгеновских источников приводит к дальнейшему уточнению различных параметров черных дыр, поскольку предельные значения параметров использованы для описания структуры пространства-времени и энергетических процессов в окрестности компактных объектов в астрофизике.

Полученные формы и параметры силуэтов черных дыр в различных гравитационных моделях использованы при сравнительном анализе наблюдательных данных с теоретическими результатами с целью проверки той или иной теории гравитации.

Достоверность результатов исследования обосновывается использованием современных методов общей теории относительности, теоретической физики, высокоэффективных численных методов и алгоритмов; проводится тщательная проверка согласованности полученных теоретических результатов с данными наблюдений и результатами других авторов; выводы хорошо согласуются с основными положениями теории поля гравитационных компактных объектов.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследований определяется возможностью применения разработанного метода описания силуэта к будущим результатам наблюдений по силуэту сверхмассивных черных дыр в центре галактик и получения ограничений на параметры черной дыры в различных гравитационных моделях.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что сравнение результатов диссертации и наблюдательных данных о гравитационном линзировании можно использовать для оценки или получения ограничений на параметры черных дыр в альтернативных теориях гравитации. Результаты также могут быть использованы для понимания фундаментальных аспектов гравитационного взаимодействия в природе.

Внедрение результатов исследования. Полученные результаты по силуэтам вращающейся черной дыры с гравитомагнитным зарядом и зависимость наблюдаемых параметров от гравитомагнитного заряда были

использованы в зарубежных журналах (Physical Review D 2017, Astrophysical Space Sciences 2017, European Physical Journal C 2017, Monthly Notices of Royal Astronomical Society 2015) для сравнения результатов по силуэтам черных дыр в других гравитационных моделях и численного моделирования. Полученные результаты по силуэтам черных дыр использованы для определения предельных значений для различных теорий гравитации.

Энергетические и оптические свойства четырехмерного и многомерных пространств-времени в рамках модифицированных теорий гравитации использованы в международных журналах (Physical Review D, 2017; Astrophysical Space Sciences, 2017; European Physical Journal C, 2017; Monthly Notices of Royal Astronomical Society, 2015) для развития фундаментальных основ гравитационного взаимодействия путем сравнения силуэтов черных дыр в различных моделях гравитации.

Апробация результатов исследования. Результаты исследований были обсуждены на 8 международных и республиканских конференциях.

Публикации результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 20 научных работ, в том числе 9 научных статей в международных научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертации доктора философии (PhD).

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 119 страницы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам исследования, проведенного по теме диссертации доктора философии (PhD) «Оптические и энергетические процессы вокруг вращающихся релятивистских компактных объектов», представлены следующие выводы.

1. Получены точные выражения для угла отклонения световых лучей за счет эффекта слабого гравитационного линзирования вокруг черной дыры в модели мира на бранах. Показано, что увеличение модуля бран параметра черной дыры приводит к увеличению размера изображения источника; наличие отрицательного бран параметра существенно увеличивает размер изображения и угол отклонения. Получен верхний предел для безразмерного бран параметра $W^2/R^2 < 0.96 \cdot 10^{-7}$ из сравнительного анализа теоретических результатов с наблюдательными данными по отклонению света в гравитационном поле Солнца.
2. На основе анализа структуры горизонтов событий черной дыры Эйнштейна-Борн-Инфельда показано, что внешний (внутренний) радиус горизонта уменьшается (увеличивается) с увеличением электрического заряда и параметра Борна-Инфельда. Показано, что увеличение бран параметра черной дыры вызывает увеличение процесса извлечения энергии. Обнаружено, что с увеличением параметра вращения эффективность испарения энергии уменьшается для пятимерной черной дыры.
3. На основе анализа эффективного потенциала радиального движения световых лучей показано, что с увеличением гравитомагнитного заряда форма эффективного потенциала смещается к наблюдателю на бесконечности, что соответствует увеличению горизонта событий черной дыры с ненулевым гравитомагнитным зарядом. Обнаружено, что с увеличением параметра вращения или электрического заряда черных дыр частицы приближаются к центральному объекту в модели Эйнштейна-Борна-Инфельда.
4. Обнаружено, что уменьшение отрицательных значений параметра деформации черных дыр приводит к увеличению световых лучей сферы. Устойчивость круговых орбит уменьшается с увеличением модуля отрицательного параметра деформации. Показано, что с увеличением параметра деформации световые лучи стабильных круговых орбит приближаются к центральному объекту.
5. Показано, что при увеличении параметра деформации черной дыры размер силуэта изменяется. Определено, что увеличение параметра деформации заставляет круговые орбиты световых лучей уменьшаться, что соответствует уменьшению гравитационного потенциала, действующего на световые лучи. Обнаружено, что силуэт деформированной вращающейся черной дыры также будет искажаться независимо от знака параметра деформации. С помощью

сравнительного анализа полученных результатов по силуэтам черных дыр с наблюдательными данными ($R_s=6M$) на телескопе ЕНТ получен верхний предел для безразмерного параметра деформации $|\varepsilon|<80$ и гравитомагнитного заряда $I/M<0.85$.

6. Обнаружено, что силуэт черной дыры в модели Эйнштейна-Борн-Инфельда более компактен и менее деформирован по сравнению с силуэтом черной дыры Рейсснера-Нордстрема. Показано, что наличие параметра Борна-Инфельда вызывает появление дополнительных асимметрий в форме силуэта черной дыры. Обнаружено, что увеличение параметра Борна-Инфельда приводит к увеличению искажения формы силуэта черной дыры. Показано, что гравитомагнитный заряд увеличивает размер силуэта, а угловой момент черной дыры уменьшает его размер.
7. Показано, что размер силуэта уменьшается с увеличением параметра вращения пятимерной Майерс-Перри черной дыры. Обнаружено, что в отличие от модели мира на бранах, где размер силуэта изменяется не существенно в зависимости от параметра вращения, размер силуэта пятимерной Майерс-Перри черной дыры существенно уменьшается.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; part I)

1. Atamurotov F.S., Abdujabbarov A.A., Ahmedov B.J. Shadow of rotating non-Kerr black hole // Physical Review D. - New York (USA), 2013. - vol. 88. - id.064004. - 11p. (№ 1. Web of Science; IF = 4.568).

2. Abdujabbarov A.A., Atamurotov F.S., Kucukakca Y., Ahmedov B.J., Camci U., Shadow of the Ker-Taub-NUT black hole // Astrophysics and Space Science. - Berlin Heidelberg: Springer (Germany), 2013. - vol. 344. - pp.429-435. (№ 1. Web of Science; IF = 1.622).

3. Atamurotov F.S., Abdujabbarov A.A., Ahmedov B.J., Shadow of rotating Horava-Lifshitz black hole // Astrophysics and Space Science. -- Berlin Heidelberg: Springer (Germany), 2013. - vol. 348. - pp.179-188. (№ 1. Web of Science; IF = 1.622).

4. Papnoi U., Atamurotov F.S., Ahmedov B.J. Shadow of five-dimensional rotating Myers-Perry black hole // Physical Review D. - New York (USA), 2014. - vol. 90. - id.024073. - 9p. (№ 1. Web of Science; IF = 4.568).

5. Abdujabbarov A.A., Atamurotov F.S., Dadhich N., Ahmedov B.J., Stuchlik Z., Energetics and optical properties 6-dimensional rotating black hole in Gauss-Bonnet gravity // European Physical Journal C. - Berlin Heidelberg: Springer (Germany), 2015. - vol. 75. -11p. (№ 1. Web of Science; IF = 5.331).

6. Atamurotov F.S., Ghosh S. G, Ahmedov B.J., Horizon structure of rotating Einstein-Born-Infeld black holes and shadow // European Physical Journal C. - Berlin Heidelberg: Springer (Germany), 2016. - vol. 76. - 16p. (№ 1. Web of Science; IF = 5.331).

7. A. Abdujabbarov, B. Ahmedov, N. Dadhich, and F. Atamurotov, Optical properties of a braneworld black hole: Gravitational lensing and retrolensing // Physical Review D. - New York (USA), 2017. - vol. 96. - id. 084017. (№ 1. Web of Science; IF = 4.568).

8. Atamurotov F.S., Shadow of the rotating Horava-Lifshitz black hole // UzMU xabarlari. – Tashkent, 2013. -N2/1. -pp. 195-197. (01.00.00. № 8)

9. Atamurotov F.S., Hakimov A. A, Shaymatov S. R., Silhouette of rotating Kerr-like black hole with deformation parameter // Uzbek Journal of Physics. – Tashkent, 2015. -N2(17), -pp. 17-21. (01.00.00. № 5)

II бўлим (II часть; part II)

10. Atamurotov F.S., Papnoi U., Silhouette of rotating black hole in Myers-Perry gravity // NEWS of the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan, 2014. -N2, 294. - pp. 29-32.

11. Atamurotov F.S., Horizon structure and shadow of rotating Einstein-Born-Infeld black holes, Star Clusters and Black Holes in Galaxies across Cosmic

Time // Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium. - Beijing, 2016. - Vol 312. -pp. 135-136.

12. Atamurotov F.S., Observing shadow of the Schwarzschild black hole in presence of a plasma, New Frontiers in Black Hole Astrophysics // Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium. – Ljubljana, 2017. -Vol 324. -pp. 351-352.

13. A. Abdujabbarov, F. Atamurotov, Shadow of Kerr-Taub-NUT black hole // International Conference on Nuclear Science and Its Application. – Samarkand, Uzbekistan. – September 25-28, 2012.– pp. 178-179.

14. F. Atamurotov, A. Abdujabbarov, Shadow of rotating black hole with Gravitomagnetic charge // Материалы международной конференции, посвященной 75-летию академика НАН РК Абдильдина М.М. «Актуальные проблемы современной физики» - Алматы, 15-16 марта, 2013. – С. 25.

15. F. Atamurotov, D. Fayzullaev, Spin down of rotating compact magnetized strange stars in general relativity // Материалы международной конференции, посвященной 75-летию академика НАН РК Абдильдина М.М. «Актуальные проблемы современной физики» - Алматы, 15-16 марта, 2013. – С. 23.

16. S. Tojiev, F. Atamurotov, D. Fayzullyev, Particle capture cross sections for black hole with NUT charge // Республиканская конференция «Актуальные проблемы теоретической и ядерной физики», НУУЗ, Ташкент, 2011. -С. 33-35.

17. F. Atamurotov, B. Toshmatov, Image of rotating Kerr-like black hole // “Фундаментальные и прикладные вопросы физики”, Book of Abstract, Tashkent, November 14-15, 2013. -pp. 50-52.

18. F. Atamurotov, A. Hakimov, The magnetized particles motion around non-Schwarzschild black hole immersed in external magnetized field // “Фундаментальные и прикладные вопросы физики”, Tashkent, Book of Abstract, November 6-7, 2014. -pp.12.

19. F. Atamurotov, Optical properties of Kerr-like black hole:shadow // IV Республиканская конференция молодых физиков Узбекистана «Ядерная физика и ядерные технологии». 2-3 декабря, 2014. – ИЯФ, Ташкент, Узбекистан. – С. 51-57.

20. F. Atamurotov, Y. Turayev, S. Tojiev, Observing the shadow of rotating 5D black hole // “Физика фанининг ривожиди истеъдодли ёшларнинг ўрни”, ИАК-VIII, Илмий-амалий конференция материаллари, Тошкент, 24 – 25 – апрель, 2015. -С. 27-28.

Автореферат “Тил ва адабиёт таълими” журнали таҳририятида
таҳрирдан ўтказилди (19.02.2018 йил)

Босишга рухсат этилди: 12.03.2018 йил
Бичими 60x84 $\frac{1}{16}$, «Times New Roman»
гарнитурда рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табағи 3.25. Адади: 60. Буюртма: № 22.

Ўзбекистон Миллий университети,
100174, Тошкент, Талабалар шаҳарчаси, Университет кўчаси-4.

Ўзбекистон Миллий университети босмахонаси

