

**A. Azamov, B. Haydarov, E. Sariqov,  
A. Qo'chqorov, U. Sag'diyev**

# **GEOMETRIYA**



**7**

Umumiy o'tra ta'lim maktablarining  
7-sinfi uchun darslik

Tuzatilgan va to'ldirilgan ikkinchi nashr

O'zbekiston Respublikasi  
Xalq ta'limi vazirligi tasdiqlagan

**TOSHKENT**  
**"YANGIYO'L POLIGRAF SERVIS"**  
**2013**

UO'K: 514(075)

KBK 22.151

G35

**G35 Geometriya 7** : umumiy o'tra ta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik /  
A.A. Azamov [va boshq.]. - Tuzatilgan va to'ldirilgan ikkinchi nashr.  
- Toshkent.: «Yangiyo'l poligraf servis», 2013. - 160 b.

ISBN 978-9943-366-94-7

UO'K: 177.7(075)

KBK 22.151ya721

Taqrizchilar:

- A. Ya. Normanov**, fizika-matematika fanlari doktori, professor, O'zbekiston Milliy Universiteti geometriya va amaliy matematika kafedrasini mudiri;  
**S. X. Saidaliyeva**, pedagogika fanlari nomzodi, matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrasini dotsenti;  
**B. Q. Eshmamatov**, fizika-matematika fanlari nomzodi, Toshkent shahar №6 ixtisoslashgan maktab direktori;  
**I. V. Chernyakova**, Toshkent shahar №2 maktab matematika o'qituvchisi.

7-sinfda geometriyaning planimetriya qismini – yassi geometrik shakllarning xossalari muntazam ravishda o'rganishga kirishiladi. Bunda siz sodda geometrik shakllar va ularning asosiy xossalari, geometrik o'lchashlar, uchburchaklar, ularning turlari va xossalari, uchburchaklarning tenglik alomatlari, parallel to'g'ri chiziqlar va ularning xossalari, uchburchakning tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatlar hamda yasashga doir masalalar bilan tanishasiz.

“Geometriya-7” darsligi mazmunan aksiomatik tizim asosiga qurilgan bo'lsa-da, nazariy materiallarni erkin tarzda, sodda va ravon tilda ifoda etishga harakat qilingan. Barcha mavzu va tushunchalar turli hayotiy misollar orqali ochib beriladi. Har bir mavzudan so'ng keltirilgan savollar, isbotlashga, hisoblashga va yasashga doir ko'plab masala va misollar sizni ijodiy fikrlashga undaydi, o'zlashtirilgan bilimlarni chuqurlashtirishga va mustahkamlab borishga yordam beradi.

Darslik o'ziga xos dizayn va dars materialining ko'rgazmali qilib taqdim etishi bilan ajralib turadi. Unda keltirilgan rasm va chizmalar dars materiallarini yaxshiroq uqib olishingizga xizmat qiladi.

“Geometriya-7” darsligi umumta'lim maktablarining 7-sinf o'quvchilariga mo'ljallangan, undan geometriyani mustaqil o'rganmoqchi va takrorlamoqchi bo'lgan kitobxonlar ham foydalanishlari mumkin.

**Respublika maqsadli kitob jamg'armasi mablag'lari  
hisobidan ijara uchun chop etildi.**

ISBN 978-9943-366-94-7

© “Yangiyo'l poligraf servis”, 2009, 2013.

## MUNDARIJA

### I bob. Planimetriya. Boshlang'ich geometrik ma'lumotlar

|     |                                                                             |    |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.  | Geometriya fani va predmeti. Geometriya fanining maqsad va vazifalari ..... | 6  |
| 2.  | Eng sodda geometrik shakllar: nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik .....       | 11 |
| 3.  | Kesma va nur .....                                                          | 14 |
| 4.  | Kesmalarni taqqoslash .....                                                 | 16 |
| 5.  | Kesmaning uzunligi va uning xossalari. Kesmalarni o'lchash .....            | 20 |
| 6.  | Amaliy mashg'ulot .....                                                     | 23 |
| 7.  | Burchak. Burchaklarni taqqoslash. Bissektrisa .....                         | 25 |
| 8.  | Burchaklarni o'lchash. Transportir .....                                    | 28 |
| 9.  | 1-nazorat ishi .....                                                        | 31 |
| 10. | Burchakning turlari: to'g'ri, o'tkir va o'tmas burchaklar .....             | 32 |
| 11. | Qo'shni va vertikal burchaklar hamda ularning xossalari .....               | 34 |
| 12. | Geometriyani o'rganishda fikrlar ketma-ketligi va o'zaro bog'liqligi .....  | 37 |
| 13. | Perpendikular to'g'ri chiziqlar .....                                       | 39 |
| 14. | Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli .....                               | 43 |
| 15. | Amaliy mashg'ulot .....                                                     | 46 |
| 16. | Bilimingizni sinab ko'ring .....                                            | 47 |
| 17. | 2-nazorat ishi .....                                                        | 52 |

### II bob. Uchburchaklar

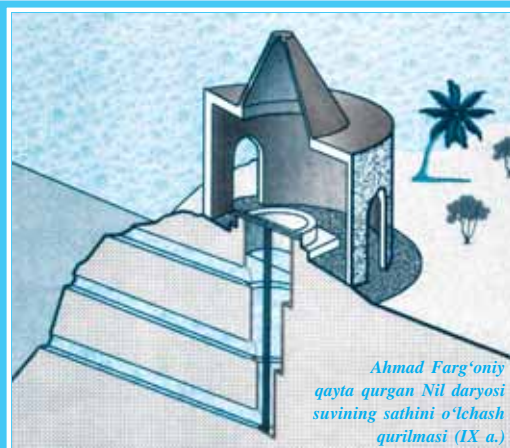
|     |                                                                            |    |
|-----|----------------------------------------------------------------------------|----|
| 18. | Siniq chiziq. Ko'pburchak .....                                            | 54 |
| 19. | Uchburchak. Uchburchakning turlari .....                                   | 57 |
| 20. | Uchburchakning asosiy elementlari: mediana, balandlik va bissektrisa ..... | 59 |
| 21. | Uchburchaklar tengligining birinchi (TBT) alomati .....                    | 62 |
| 22. | Teng yonli uchburchakning xossalari .....                                  | 65 |
| 23. | Uchburchaklar tengligining ikkinchi (BTB) alomati .....                    | 68 |
| 24. | Uchburchaklar tengligining uchinchi (TTT) alomati .....                    | 75 |
| 25. | Kesma o'rta perpendikularining xossasi .....                               | 77 |
| 26. | Amaliy mashg'ulot .....                                                    | 78 |
| 27. | Bilimingizni sinab ko'ring .....                                           | 80 |
| 28. | 3-nazorat ishi .....                                                       | 84 |

### III bob. Yasashga doir masalalar

|     |                                                                                                     |    |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 29. | Aylana .....                                                                                        | 86 |
| 30. | Sirkul va chizg'ich yordamida yasashga doir masalalar .....                                         | 88 |
| 31. | Berilgan burchakka teng burchak yasash .....                                                        | 89 |
| 32. | Berilgan burchak bissektisasini yasash .....                                                        | 91 |
| 33. | Berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziq yasash. Kesmani<br>teng ikkiga bo'lish ..... | 93 |
| 34. | Uchburchakni berilgan uch tomoniga ko'ra yasash .....                                               | 96 |
| 35. | Bilimingizni sinab ko'ring .....                                                                    | 98 |

|                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 36. 4-nazorat ishi .....                                                   | 98  |
| <b>IV bob. Parallel to'g'ri chiziqlar</b>                                  |     |
| 37. To'g'ri chiziqlarning paralleligi .....                                | 100 |
| 38. Ikki to'g'ri chiziq bilan kesuvchi hosil qilgan burchaklar .....       | 102 |
| 39. Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari .....                   | 104 |
| 40. Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari (davomi) .....          | 106 |
| 41. Teskari teorema .....                                                  | 108 |
| 42. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan burchaklar ..... | 110 |
| 43. Mos tomonlari o'zaro parallel bo'lgan burchaklar .....                 | 112 |
| 44. Mos tomonlari o'zaro perpendikular bo'lgan burchaklar .....            | 113 |
| 45. Bilimingizni sinab ko'ring .....                                       | 116 |
| 46. 5-nazorat ishi .....                                                   | 119 |
| 47. Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi haqidagi teorema .....     | 120 |
| 48. Uchburchak tashqi burchagining xossasi .....                           | 123 |
| 49. Masalalar yechish .....                                                | 125 |
| 50. To'g'ri burchakli uchburchakning xossalari .....                       | 126 |
| 51. To'g'ri burchakli uchburchaklarning tenglik alomatlari .....           | 70  |
| 52. Burchak bissektrisasining xossasi .....                                | 73  |
| 53. Uchburchakning tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatlar .....   | 128 |
| 54. Uchburchak tengsizligi .....                                           | 130 |
| 55. Bilimingizni sinab ko'ring .....                                       | 132 |
| 56. 6-nazorat ishi .....                                                   | 136 |
| <b>V bob. Geometriya kursining aksiomatik qurilishi</b>                    |     |
| 57. Planimetriyaning aksiomatik qurilishi .....                            | 138 |
| 58 – 59. Parallellik aksiomasi tarixi va unga teng kuchli jumlar .....     | 143 |
| <b>VI bob. Takrorlash</b>                                                  |     |
| 60. Geometrik masalalarni yechish .....                                    | 146 |
| 61. Hisoblashga doir masalalar .....                                       | 148 |
| 62. Isbotlashga doir masalalar .....                                       | 150 |
| 63 – 64. Takrorlashga doir masalalar .....                                 | 152 |
| 65 – 66. Bilimingizni sinab ko'ring .....                                  | 153 |
| 67 – 68. Yakuniy nazorat ishi .....                                        | 158 |
| Javoblar va ko'rsatmalar .....                                             | 158 |

# I BOB



*Ahmad Farg'oni  
qayta qurgan Nil daryosi  
suvining sathini o'lchash  
qurilmasi (IX a.)*

## PLANIMETRIYA. BOSHLANG'ICH GEOMETRIK MA'LUMOTLAR

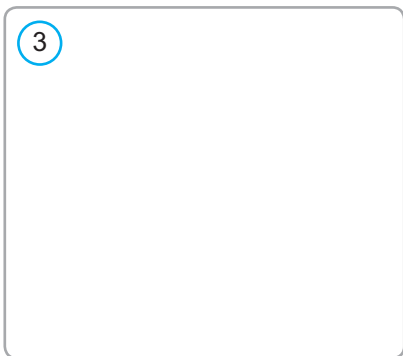
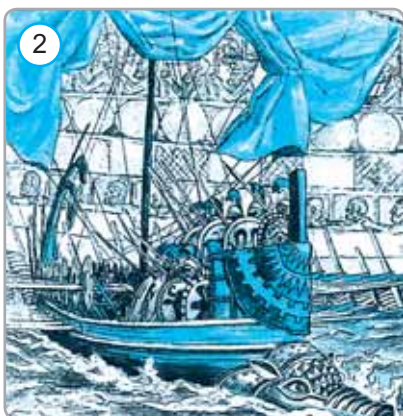
Bu bobni o'rganib chiqqach, quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

### Bilimlar:

- Geometriya tarixiga oid asosiy ma'lumotlarni bilish;
- nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, kesma, nur, burchak kabi dastlabki geometrik tushunchalarga ega bo'lish;
- dastlabki geometrik tushunchalarning asosiy xossalarini bilish;
- geometriya va planimetriya ta'rifini bilish;
- to'g'ri, o'tkir va o'tmas burchaklarni farqlay olish;
- qo'shni va vertikal burchaklar hamda ularning xossalarini bilish;
- ta'rif, aksioma, teorema va isbot tushunchalarining mohiyatiga tushinib yetish;
- teskarisini faraz qilib isbotlash usulini bilish.

### Amaliy ko'nikmalar:

- Asosiy geometrik shakllarni tekislikda tasvirlash, belgilash, taniy olish va belgilariga ko'ra o'qish;
- kesmalarni ko'chirib qo'yish, o'zaro taqqoslash va ularning uzunliklarini o'lchay olish;
- burchaklarni ko'chirib qo'yish, taqqoslash va ularning gradus o'lchovlarini topa olish;
- geometrik shakllarni yasash va o'lchash ishlarida chizg'ich, sirkul, transportir kabi o'quv qurollaridan foydalana olish.



Geometriyaga oid dastlabki tushunchalar, bundan 4-5 ming yil muqaddam qadimgi Misrda paydo bo'lgan. O'sha kezlarda Nil daryosining suvi har yili toshib, ekin maydonlarini yuvib turgan. Shuning uchun, ekinzorlarni qayta taqsimlash va soliq miqdorini aniqlash uchun bu maydonlarda belgilash va o'lchash ishlarini bajarishga to'g'ri kelgan (1-rasm). Qadimgi yunon olimlari yer o'lchash usullarini misrliklardan o'rganib, uni geometriya deb ataganlar. “Geometriya” yunoncha so'z bo'lib, “geo” — yer, “metrio” — o'lchash degan ma'noni anglatuvchi qismlardan tuzilgan.

Geometriyaga oid dastlabki tushunchalar Qadimgi Bobilda ham paydo bo'lgan. Xususan, tarixchilar Pifagor teoremasi Bobilda topilgan deb hisoblashadi. Mil.avv. VII–VI asrlarda Qadimgi Xorazmda ham Misrdagi kabi Amudaryoning quyi qismida yer o'lchash ishlari bajarilgan.

Qadimgi Misrda geometriya bahaybat piramidalar, qasrlar va turar joylarni qurishda ham zarur bo'lgan. Yunonlar uchun geometriya qurilishdan tashqari, dengizda suzishda ham zarur bo'lgan (2-rasm). Mana shunday amaliy ehtiyojlar insonni turli shakllarni va ularning xossalari o'rganishga undagan.

Qadimgi Yunonistonning 7 donishmandidan biri bo'lgan Fales geometriyaning dastlabki teoremlarini isbotlagan.

Eramizdan avvalgi IV asrga kelib, geometriyaga oid o'rganilgan ko'plab tushunchalar va ularning xossalari yig'ilib qolgan. Yunon olimi Platon geometriyada ajoyib bir qonuniyatni payqagan: avval o'rganilgan, to'g'riligi tasdiqlangan xossalardan mantiqiy fikrlash, mushohada yuritish orqali yangi xossalarni keltirib chiqarsa bo'lar ekan. Bunday

maslh'ulot o'quvchilarning fikrlash qobiliyatini o'stirgani uchun geometriya maktablarda asosiy fanga aylangan. Hatto, Platon akademiyasining peshtoqiga "Geometriyani bilmaydiganlar uchun bu maktabga yo'l yo'q!" degan shior osib qo'yilgan ekan (3-rasm).

Qadimgi yunon olimi Yevklid o'sha paytgacha ma'lum bo'lgan barcha geometrik tushuncha va xossalarni tartibga keltirib, «Negizlar» deb nomlangan kitobida bayon etdi. Bu kitob ikki ming yil mobaynida maktablar uchun eng muhim darslik vazifasini o'tadi va fan taraqqiyotida ulkan ahamiyatga ega bo'ldi. Geometriyani o'qitish hozir ham ana shu kitobdagi g'oyalarga tayanadi.

O'tmishda yashab o'tgan deyarli barcha olimlar geometriya bilan shug'llanganlar. Buyuk vatan-doshlarimiz Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy, Ahmad Farg'oniy, Abu Rayhon Beruniy, Abu Ali ibn Sino, Umar Hayyom ham Yevklid «Negizlar»ini puxta o'rganib, bu fan rivojiga o'z hissasini qo'shganlar. Sharq mamlakatlarida geometriya *handasa* deb atalgan va unga katta ahamiyat berilgan. Bu fikrni, muhandis (injener) so'zining o'zagi "handasa" ekanligi ham tasdiqlab turibdi.

Bizni o'rab turgan har bir predmet qandaydir shaklga ega. Masalan g'ishtni olaylik. U 6-sinfdan sizga tanish to'g'ri burchakli parallelepiped shaklidadir (4-rasm). Bundan tashqari uning 8 ta uchi bor — bular nuqtalardir, 12 ta qirrasi bor — bular kesmalardir, 6 ta yog'i bor — bular to'g'ri to'rtburchaklardir.

Nuqta, to'g'ri chiziq, kesma, burchak, uch-burchak, kvadrat, aylana, kub, shar kabi qator geometrik shakllar bilan siz quyi sinflarda tanishgansiz (5–7-rasmlar).



Geometriya — geometrik shakllar va ularning xossalari haqidagi fan.

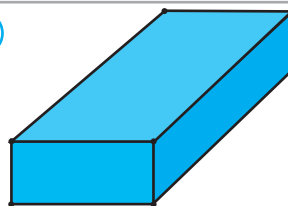


*Yevklid*

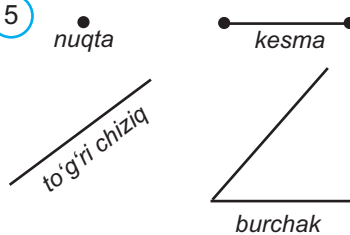
*(eramizdan avvalgi III asr)*

*Qadimgi yunon olimi, geometriya fani shakllanishida katta o'rin tutgan — "Negizlar" asari bilan mashhur.*

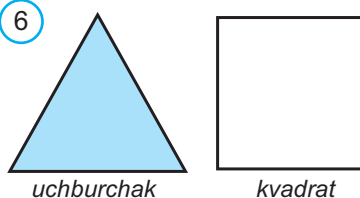
4



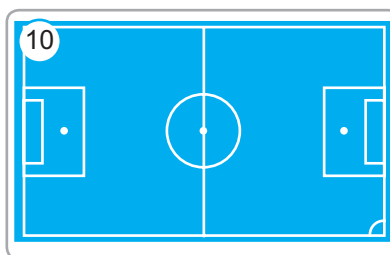
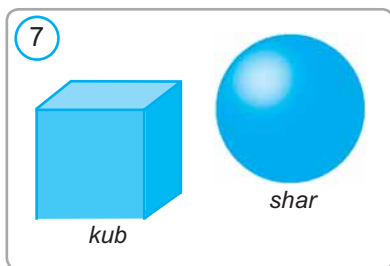
5



6







5-rasmda tasvirlangan shakllar tabiatdagi turli jismlarning geometrik timsolidan iborat. Jismlarni geometrik nuqtai nazardan o'rganganimizda ularning faqat shaklini inobatga olamiz.

Biz nuqta, kesma, burchak, uchburchak kabi yassi shakllarni daftar varag'iga chiza olamiz. Kub, piramida, shar kabi fazoviy geometrik shakllarni esa chiza olmaymiz. Ammo ularning ko'rinishini daftarda tasvirlashimiz mumkin.

*Planimetriya* geometriyaning boshlang'ich bo'limi bo'lib, u tekislikdagi geometrik shakllarning xossalari o'rganadi. Fazoviy shakllarning xossalari esa geometriyaning *stereometriya* deb ataladigan bo'limi o'rganadi. Biz geometriyani o'rganishni planimetriyadan boshlaymiz.



Planimetriya — geometriyaning bo'limi bo'lib, u tekislikdagi geometrik shakllarning xossalari o'rganadi.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Geometriyaga oid dastlabki ma'lumotlar qayerda va qanday paydo bo'lgan?
2. Geometriya so'zining ma'nosi nima va nima uchun u shu nom bilan atalgan?
3. Geometriyaga asos solgan va uning rivojiga hissa qo'shgan qaysi olimlarni bilasiz?
4. Samarqanddagi tarixiy yodgorliklar va hozirgi davrga oid inshootlar (8–9-rasmlar) qurilishida geometriyaga doir bilimlar qanchalik kerak bo'lgan?
5. Geometriya fani nimani o'rganadi?
6. Planimetriya geometriyaning qanday bo'limi? Stereometriya-chi?
7. Tevarak atrofigizdan geometrik shakllarni eslatuvchi predmetlarga misollar keltiring va ularni daftaringizga chizing.



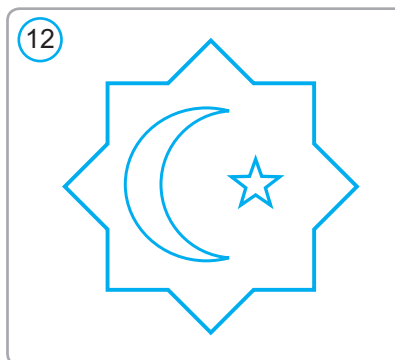
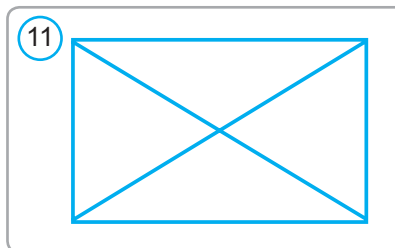
8. 5–7-rasmlarda tasvirlangan shakllarning qaysi xususiyatlariga qarab guruhlarga ajratish mumkin? Bu xususiyatlar qanday?
9. Planimetriya 5–7-rasmlarda tasvirlangan shakllardan qaysilarining xossalari o'rganadi?
10. 10-rasmda futbol maydoni tasvirlangan. Bu tasvirda qanday geometrik shakllarni ko'rayapsiz?
11. 11-rasmda berilgan shaklda nechta uchburchak bor?
12. 12-rasmda davlatimiz gerbidagi timsol tasvirlangan. U qanday geometrik shakllardan tuzilgan?



### Tarixiy lavhalar.

#### *Nilni jilovlagan farg'onalik alloma.*

Tarixiy ma'lumotlarga ko'ra, yurtimizda yetishib chiqqan Ahmad al-Farg'oniy (13-rasm) 861-yili Qohira shahri yaqinida Nil daryosidagi suv sathini o'lchaydigan "Nilometr" (ya'ni "Nil o'lchagich") deb nomlangan inshootni barpo etgan (14-rasm). Ilmiy-texnik va me'moriy jihatdan goyat mukammal hisoblangan hamda o'zida noyob geometrik yechimlarni mujassam etgan bu qurilmada olib borilgan o'lchash ishlari uzoq vaqtlar davomida dehqonchilik uchun juda zarur bo'lgan va u hozirgacha saqlanib qolgan. Ahmad Farg'oniy o'zining "Usturlub yasash haqida risola" asarida astronomiya uchun muhim xossa – Ptolomey teoremasining nafis isbotini bergan. Ahmad al-Farg'oniy sharafiga Oyda topilgan krater nomlangan va Qohira shahrida haykal o'rnatilgan.



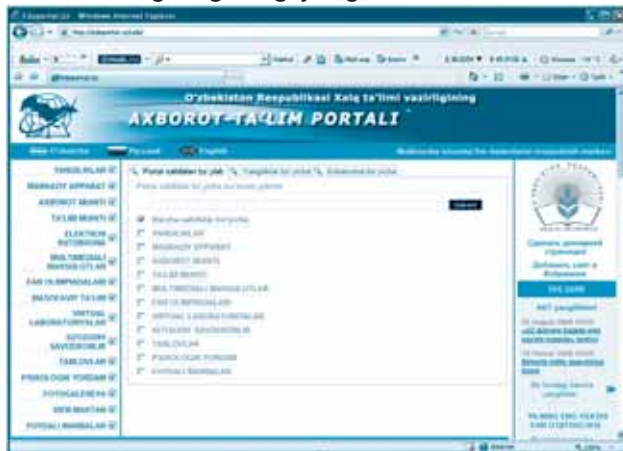
#### *Ahmad al-Farg'oniy*

(taxminan 797 ~ 875-yillarda yashab ijod etgan)

Buynuk astronom, matematik va geograf. O'rta asr Yevropa ilmiy adabiyotida uni Al'fraganus deb ataganlar.

## Matematik masalalar xazinas

Ma'lumki, keyingi paytlarda axborot kommunikatsiya texnologiyalari juda tez rivojlanmoqda va jadal sur'atlar bilan ta'lim tizimiga ham kirib bormoqda. Shu kunga kelib, Internetning World-Wide-Web – Jahon axborot tarmog'ida shunchalik ko'p axborot manbalari joylashtirilganki, bu xazinadan foydalanish har bir yosh avlod uchun juda zarur va foydali. Mazkur web-sahifalardan siz o'zbek, rus, ingliz va boshqa tillarda matematika olamidagi eng oxirgi yangiliklar, elektron kutubxonalar omborida saqlanayotgan ko'p-



lab elektron darsliklarni topishingiz mumkin. Shuningdek, ular orqali turli-tuman nazariy materiallar, metodik tavsiyalar, son-sanoqsiz masalalar, misollar va ularning yechimlari, turli davlatlarda o'tkazilayotgan matematik ko'rik-tanlov va olimpiadalar to'g'risidagi ma'lumotlar va ularda taqdim etilgan masalalar, qiziqarli matematik masalalar va ularning yechimlari bilan tanishishingiz mumkin.

Xususan, [www.eduportal.uz](http://www.eduportal.uz) – Xalq ta'limi vazirligining axborot ta'lim portalidan ham geometriyaga oid o'zingini qiziqtirgan turli ma'lumotlarni olib ko'rishni tavsiya etamiz.



Quyida yana bir qator axborot resurs manbalarining manzillari berilmoqda:

- [www.school.edu.ru](http://www.school.edu.ru) – Umumta'lim portali (rus tilida)
- [www.alledu.ru](http://www.alledu.ru) – "Internetdan ta'lim" portali (rus tilida)
- [www.allbest.ru](http://www.allbest.ru) – Internet resurslari electron kutubxonasi (rus tilida)
- <http://www.mathtype.narod.ru/> – Online-darsliklar (rus tilida)
- <http://mschool.kubsu.ru/> – Elektron qo'llanmalar kutubxonasi. Sirtqi matematik olimpiadalar
- <http://matematika.agava.ru/> – Matematikadan 2000 dan ortiq masalalar (rus tilida)
- <http://mat-game.narod.ru/> – Matematik gimnastika. Matematik masalalar va boshqotirmalar
- <http://mathproblem.narod.ru/> – Matematik to'garaklar, maktablar va olimpiadalar (rus tilida)
- <http://mathtest.narod.ru/> – Matematik testlar (rus tilida)
- <http://www.ams.org/mathweb/> – Math on the Web – Internetda matematika (ingliz tilida)
- <http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm> – Matematika tarixiga oid materiallar (rus tilida)
- <http://www.mccme.ru/free-books/> – Matematikadan masalalar to'plami, o'quv adabiyotlari (rus tilida)
- <http://mat.1september.ru> – «Первое сентября» nashr uyining «Математика» gazetasi (rus tilida)
- <http://www.exponenta.ru> – Matematik ta'lim sayti (rus tilida)
- <http://www.neive.by.ru> – Geometrik portal (rus tilida)
- <http://zadachi.mccme.ru> – Geometrik masalalar sayt (rus tilida)
- <http://www.math-on-line.com> – Qiziqarli matematika masalalari (rus tilida)

## 2

## Eng sodda geometrik shakllar: nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik

*Nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik* — geometriyaning asosiy tushunchalaridir.

Qalam uchini qog'ozga, bo'rni doskaga tekizganda qolgan iz yoki osmondagi yulduzlarni (1-rasm) olib qaraydigan bo'lsak, ular ko'zimizga shu qadar kichik ko'rinadiki, ularning o'lchamlarini hisobga olmasa ham bo'ladi. *Nuqta* — ana shunday, o'lchamlarini hisobga olmasa ham bo'ladigan narsalarning geometrik timsolidir. Yevklid "Negizlar" deb nomlangan asarida nuqtani hech bir qismga ega bo'lmagan shakl sifatida ta'riflagan.

Cho'lda tekis yotqizilgan temir yo'l relslari (2-rasm), simyog'ochga tarang tortilgan elektr simlari, osmonga qarab yo'naltirilgan lazer nuri, tarang tortilgan dor simi kabi jismlarning geometrik timsoli — to'g'ri chiziq bo'ladi. Yorug'lik nuri ham to'g'ri chiziq bo'ylab tarqaladi. Aslida to'g'ri chiziq cheksiz davom etadigan shakldir. Biz uni qog'oz, sinf doskasida tasvirlaganda kichik bo'laginigina chizamiz. Lekin to'g'ri chiziq doim har ikki tomonga cheksiz davom etgan bo'ladi (4-rasm).

Pol, stolning ustki qismi, devor, shift, daftar varag'i, sokin ko'ldagi suv sathi (3-rasm), kabilarning geometrik timsoli *tekislik* bo'ladi.

Nuqtalar katta lotin harflari  $A, B, C, D, \dots$ , to'g'ri chiziqlar kichik lotin harflari  $a, b, c, d, \dots$  bilan belgilanadi va "*A nuqta*", "*a to'g'ri chiziq*" tarzda o'qiladi (4-rasm).

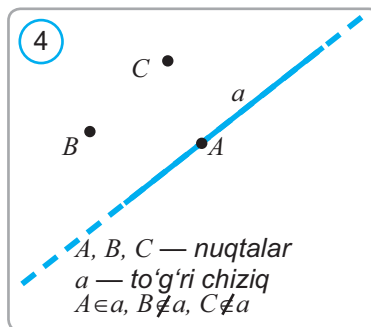
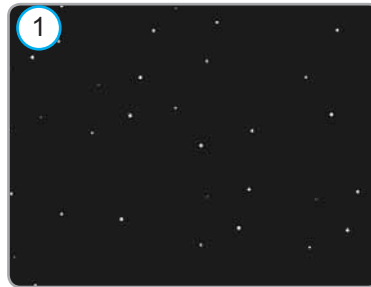
A

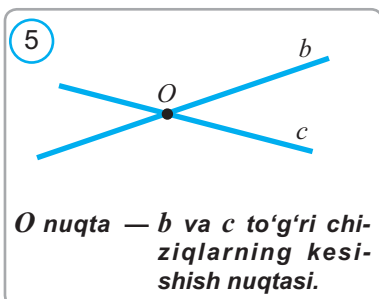
*Tekislikda qanday to'g'ri chiziq olinmasin, bu to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan nuqtalar ham, tegishli bo'lmagan nuqtalar ham mavjud.*

Masalan, 4-rasmda  $A$  nuqta  $a$  to'g'ri chiziqqa tegishli,  $B$  va  $C$  nuqtalar  $a$  to'g'ri chiziqqa tegishli emas. Buni qisqacha

$$A \in a \text{ va } B \notin a, C \notin a$$

tarzda belgilaymiz va "*A tegishli a*" va "*B tegishli emas a*" deb o'qiyamiz.



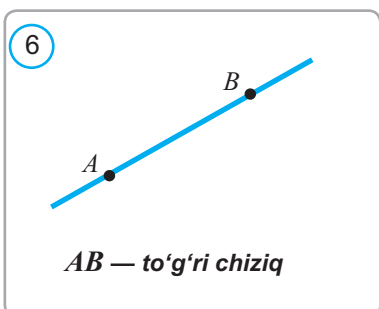


Agar  $O$  nuqta  $b$  to'g'ri chiziqqa ham,  $c$  to'g'ri chiziqqa ham tegishli bo'lsa,  $b$  va  $c$  to'g'ri chiziqlar  $O$  nuqtada kesishadi (5-rasm) va  $O$  nuqta  $b$  bilan  $c$  to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi deyiladi.

6-rasmda tasvirlangan to'g'ri chiziq  $A$  va  $B$  nuqtalardan o'tayapti.

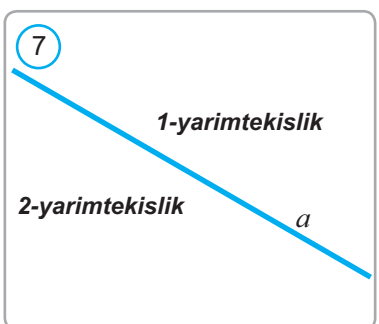
**A** Har qanday ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tadi.

Bu xossaga ko'ra, to'g'ri chiziqning ikkita nuqtasi ko'rsatilsa, bu to'g'ri chiziq aniqlangan bo'ladi. Shuning uchun aniqlangan to'g'ri chiziqni unda yotgan ikki nuqta yordamida ham belgilash mumkin. 6-rasmda  $AB$  to'g'ri chiziq tasvirlangan.



**A** Har bir to'g'ri chiziq tekislikni ikki bo'lakka: ikkita yarimtekislikka ajratadi.

Qaralayotgan to'g'ri chiziq yarimtekisliklarning har ikkalasiga ham tegishli deb qaraladi. U o'zi ajratgan bo'lgan yarimtekisliklarning umumiy chegarasi bo'ladi. 7-rasmda  $a$  to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratishi tasvirlangan.



 **1-masala.**  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar  $A$  nuqtada kesishadi.  $a$  to'g'ri chiziq  $B$  nuqtadan o'tadi.  $b$  to'g'ri chiziq ham  $B$  nuqtadan o'tadimi?

 **Yechilishi.**  $b$  to'g'ri chiziq  $B$  nuqtadan o'ta olmaydi. Aks holda  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlarning ikkalasi ham  $A$  va  $B$  nuqtalardan o'tgan bo'lar edi. Bu esa, ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin degan xossaga zid. Shu bois,  $b$  to'g'ri chiziq  $B$  nuqtadan o'tishi mumkin emas. 

Bu masalani yechib, to'g'ri chiziqlarning quyidagi yana bir muhim xossasini bilib oldik.

**Natija.** Ikki to'g'ri chiziq faqat bitta nuqtada kesishadi.



**2-masala.**  $C$  nuqta  $AB$  to'g'ri chiziqqa tegishli.  $AB$  va  $AC$  to'g'ri chiziqlar turlicha bo'lishi mumkinmi?

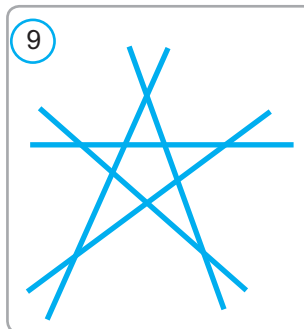
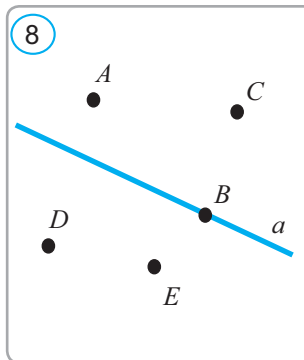


**Yechilishi.**  $AB$  va  $AC$  to'g'ri chiziqlarning har ikkalasi ham  $A$  va  $C$  nuqtalardan o'tadi. Ma'lumki, ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tishi mumkin. Shu sababli bu to'g'ri chiziqlar ustma-ust tushadi, ya'ni turlicha bo'la olmaydi.



### **Savol, masala va topshiriqlar**

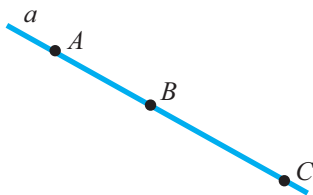
1. a) Bitta; b) ikkita; c) uchta nuqtadan nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin? Javobingizni asoslang.
2. Ikki to'g'ri chiziq ikkita nuqtada kesishishi mumkinmi?
3. Daftaringizda ikkita nuqta belgilang. Ular orqali qo'lda, ya'ni chizg'ichdan foydalanmasdan to'g'ri chiziq o'tkazing. Yasashning to'g'riligini chizg'ich yordamida tekshiring. Mashqni takrorlang.
4.  $a$ ,  $A$ ,  $AB$  ko'rinishda qaysi geometrik shakllar belgilanadi?
5. Ixtiyoriy uchta bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan a) uchta; b) to'rtta nuqta orqali shu nuqtalarni juft-jufti bilan tutashtiruvchi nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
6. Quyidagi ifodalarni o'qing va izohlang: a)  $A \in b$ ; b)  $C \notin b$ ; c)  $C \in AB$ . Bu ifodalarga mos chizmalar yasang.
7. Tekislikda  $b$  to'g'ri chiziq chizing va unda  $A$  nuqtani belgilang.  $b$  to'g'ri chiziqdan dan farqli  $AB$  to'g'ri chiziqni o'tkazing.  $B$  nuqta  $b$  to'g'ri chiziqda yotadimi?
8. 8-rasmdan imkoni boricha ko'proq nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik va yarimtekisliklar orasidagi munosabatlarni ayting va ularni kiritilgan belgilar yordamida yozing.
9.  $A$  va  $B$  nuqtalar  $c$  to'g'ri chiziqqa tegishli,  $C$  nuqta esa  $c$  to'g'ri chiziqqa tegishli emas.  $AB$  va  $AC$  to'g'ri chiziqlar haqida nima deyish mumkin?
10.  $AB$  va  $AK$  to'g'ri chiziqlar nechta umumiy nuqtaga ega bo'lishi mumkin?
11. 9-rasmda nechta to'g'ri chiziq tasvirlangan?
12. To'rtta to'g'ri chiziqning har ikkitasi kesishgan nuqtalar belgilandi. Nuqtalar soni ko'pi bilan nechta bo'ladi? To'g'ri chiziqlar beshta bo'lsa-chi?
- 13\*. Beshta nuqtani shunday joylashtiringki, ularning har ikkitasi orqali to'g'ri chiziq o'tkazganda, to'g'ri chiziqlar beshta bo'lsin.



### 3

## Kesma va nur

1



**A**

Bir to'g'ri chiziqda olingan istalgan uchta nuqtaning faqat bittasi qolgan ikkitasining orasida yotadi.

Agar  $a$  to'g'ri chiziqda uchta  $A, B, C$  nuqtalar olinsa (1-rasm), ularning faqat bittasi —  $B$  nuqta qolgan ikkitasi, ya'ni  $A$  va  $C$  nuqtalarning orasida yotadi.  $A$  va  $B$  nuqtalar  $C$  nuqtaning bir tomonida,  $B$  va  $C$  nuqtalar esa  $A$  nuqtaning bir tomonida yotadi.

2



$AB$  kesma  
 $A, B$  — kesmaning uchlari

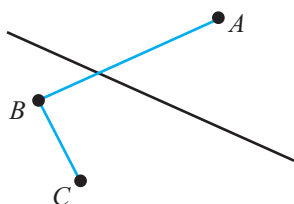
**✓**

**Kesma** deb to'g'ri chiziqning ikki nuqtasi va ular orasida yotgan nuqtalaridan iborat qismiga aytiladi.

2-rasmda kesma tasvirlangan.  $A$  va  $B$  nuqtalar kesmaning uchlari yoki chetki nuqtalari deyiladi. Ular orasidagi nuqtalar esa kesmaning ichki nuqtalari deb yuritiladi. Kesma o'zining chetki nuqtalari yordamida " $AB$  kesma" tarzda belgilanadi. Xuddi shu kesmani " $BA$  kesma" tarzida yozish ham mumkin.

Agar ikkita nuqta bitta yarimtekislikka tegishli bo'lsa, uchlari bu nuqtalarda bo'lgan kesma yarimtekislik chegarasini kesmaydi, aks holda kesadi (3-rasm).

3



**✓**

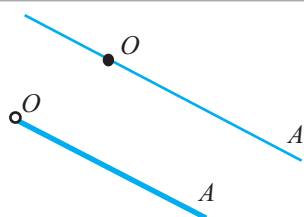
**Nur** deb to'g'ri chiziqning biror nuqtasidan bir tomonda yotgan barcha nuqtalaridan iborat qismiga aytiladi.

$a$  to'g'ri chiziqda yotgan  $O$  nuqta bu to'g'ri chiziqni (bir-birini to'ldiruvchi) ikkita nurga ajratadi.  $O$  nuqta bu nurlarning uchi yoki boshlang'ich nuqtasi deb ataladi. Nur uchi  $O$  va biror bir  $A$  nuqtasi orqali " $OA$  nur" tarzda belgilanadi (4-rasm). Bunday yozuvda nurning uchi birinchi o'rinda yoziladi.

Ayrim hollarda  $OA$  nurni " $O$  nuqtadan chiquvchi nur" deb ham aytiladi.

Nurni yorug'lik nurining geometrik timsoli sifatida qarash mumkin. "Nur" atamasi shundan kelib chiqqan.

4



$OA$  — nur  
 $O$  — nurning uchi



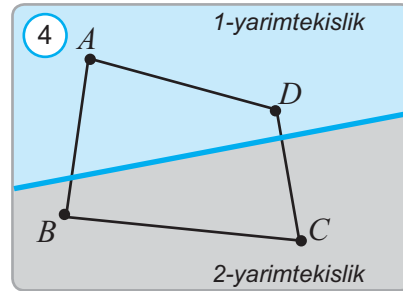


**Masala.** Biror to'g'ri chiziq va unda yotmagan  $A, B, C, D$  nuqtalar berilgan.  $AB$  va  $CD$  kesmalar berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishadi,  $BC$  kesma esa kesishmaydi.  $AD$  kesma to'g'ri chiziqni kesib o'tadimi (4-rasm)?



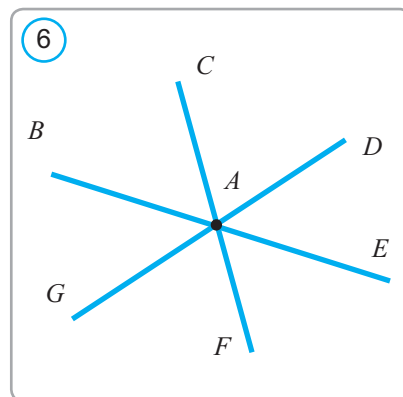
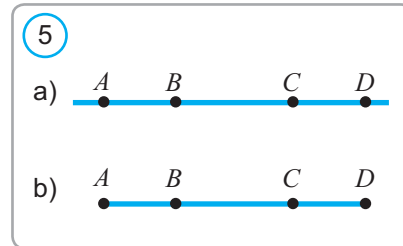
**Yechilishi.** Ma'lumki, to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratadi.  $A$  nuqta shu yarimtekisliklarning birinchisiga tegishli bo'lsin.  $AB$  kesma to'g'ri chiziq bilan kesishadi. Demak,  $B$  nuqta ikkinchi yarimtekislikda yotadi.  $BC$  kesma to'g'ri chiziq bilan kesishmaydi. Demak,  $C$  nuqta ham ikkinchi yarimtekislikda yotadi.  $CD$  kesma esa to'g'ri chiziqni kesib o'tadi. Shuning uchun  $D$  nuqta birinchi yarimtekislikda, ya'ni  $A$  nuqta bilan bitta yarimtekislikda yotadi. Demak  $AD$  kesma to'g'ri chiziq bilan kesishmaydi.

**Javob:**  $AD$  kesma to'g'ri chiziqni kesib o'tmaydi.

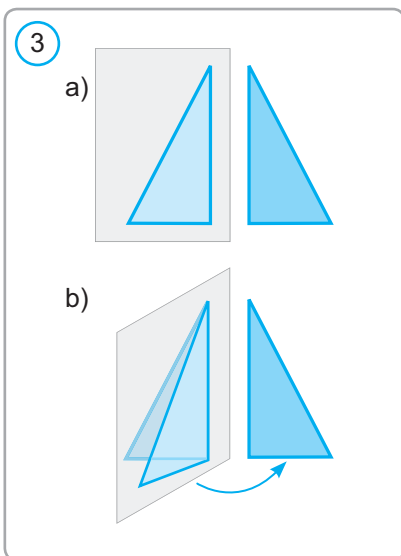
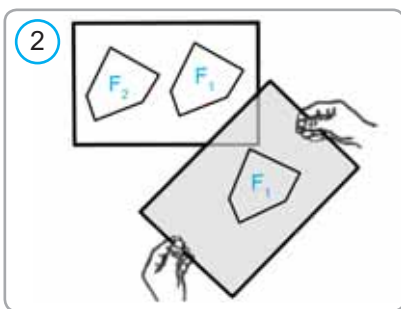
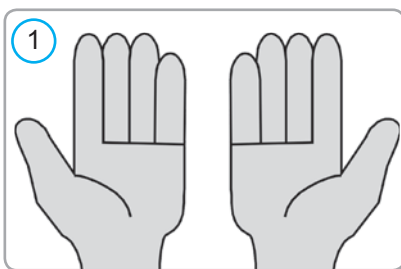


### Savol, masala va topshiriqlar

- 5.a-rasmda  $B$  nuqta qaysi nuqtalar orasida yotibdi? Qaysi nuqtalar  $C$  nuqtadan bir tomonda yotibdi?
- Kesma va nurga ta'rif bering. Ular qanday belgilanadi?
- To'g'ri chiziqda  $C$  va  $D$  nuqtalar berilgan.  $CD$  va  $DC$  kesmalar ustma-ust tushadimi?  $CD$  va  $DC$  nurlarchi?
- Kesma, nur va to'g'ri chiziq bir-biridan nimasi bilan farq qiladi?
- a) Bitta; b) ikkita; c) uchta; d) 10 ta; e)  $n$  ta nuqta to'g'ri chiziqni nechta bo'lakka bo'ladi?
- 5.b-rasmda nechta kesma bor?
- 6-rasmda nechta nur bor?
- Bir to'g'ri chiziqda yotgan 2 ta nuqta shu to'g'ri chiziqda yotgan nechta nurni aniqlaydi? 3 ta nuqta-chi?
- Tekislikda yotgan ikki to'g'ri chiziq shu tekislikni nechta qismga ajratadi?
- To'g'ri chiziq va unda yotmaydigan  $A, B, C$  nuqtalar berilgan.  $AB$  kesma berilgan to'g'ri chiziqni kesib o'tadi,  $AC$  kesma esa kesib o'tmaydi.  $BC$  kesma bu to'g'ri chiziqni kesib o'tadimi?





**Faollashtiruvchi mashq**

1. Tevarak atrofingizdan shakli ham, o'lchamlari ham bir xil bo'lgan narsalarga misollar keltiring.
2. Ikki ta daftar varag'ining o'lchamlari bir xil ekanligini qanday amaliy usul bilan aniqlash mumkin?
3. 1-rasmda chap qo'l va o'ng qo'l tasviri berilgan. Bu shakllarning birini ikkinchisiga roppa-rosa ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkinmi? Qanday qilib? Buni o'z qo'llaringiz bilan bajarib ko'ring.



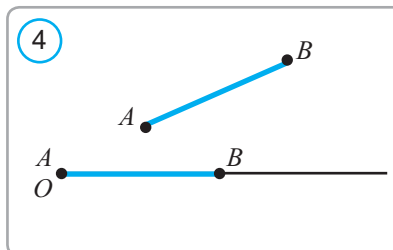
**Teng shakllar** deb birini ikkinchisining ustiga roppa-rosa ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkin bo'lgan shakllarga aytiladi.

Bir geometrik shaklni ikkinchisining ustiga qo'yish tushunchasi bilan faollashtiruvchi mashqlarda tanishdik. Bu tushunchani amalda quyidagicha tasavvur etish mumkin. Bir shaklni ikkinchisining ustiga qo'yish uchun, avval shaffof qog'ozga birinchi shaklning nusxasini ko'chirib andoza olamiz. So'ng, shaffof qog'ozni tekislik bo'ylab siljitib, birinchi shakl andozasini ikkinchi shakl bilan aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yishga harakat qilamiz (2-rasm). Agar buning imkoni bo'lsa, bu shakllar teng bo'ladi. Ba'zida bir shaklni ikkinchisiga aynan ustma-ust qo'yish uchun, avval shakl nusxasi tasvirlangan shaffof qog'ozni ag'darib olishga to'g'ri keladi. 3-rasmda shunday holat tasvirlangan.

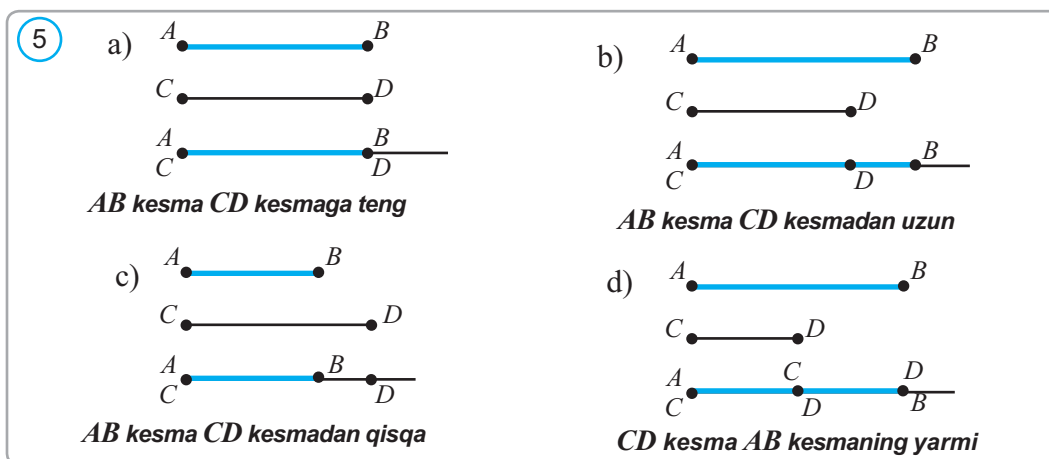
Uchi  $O$  nuqtada bo'lgan nur va ixtiyoriy  $AB$  kesma berilgan bo'lsin. Ravshanki, bir uchi shu nur uchi, ikkinchi uchi esa nurda yotadigan va  $AB$  kesmaga teng bo'lgan kesmani nurining ustiga

qo'yish mumkin (4-rasm). Bunday kesma yagona bo'lib, u berilgan kesmani berilgan nurga qo'yish deyiladi. Buni, kelgusida qisqacha "kesmani nurga qo'yish" deb yuritamiz.

**A** Ixtiyoriy nurning ustiga uning uchidan boshlab, berilgan kesmaga teng yagona kesmani qo'yish mumkin.

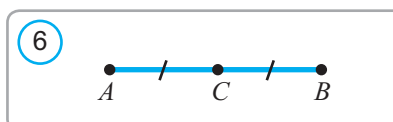


Ikkita kesmani o'zaro taqqoslash uchun har ikkala kesma bitta nurning ustiga qo'yiladi. So'ng esa, quyidagi hollardan qaysi biri bo'lishiga qarab, kesmalarning o'zaro tengligi yoki uzun-qisqaligi (ya'ni katta-kichikligi) haqida xulosa chiqariladi (5-rasm):



**✓ Kesmaning o'rtasi** deb uni teng ikki kesmaga ajratuvchi nuqtaga aytiladi.

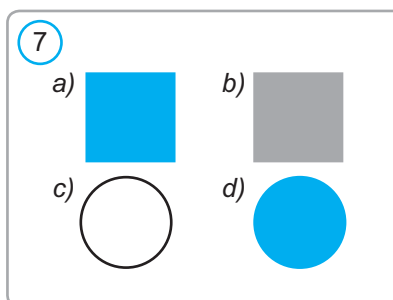
6-rasmda  $AB$  kesmaning o'rtasi bo'lgan  $C$  nuqta tasvirlangan. Shaklda teng kesmalar bir xil sondagi kesachalar bilan belgilanadi.

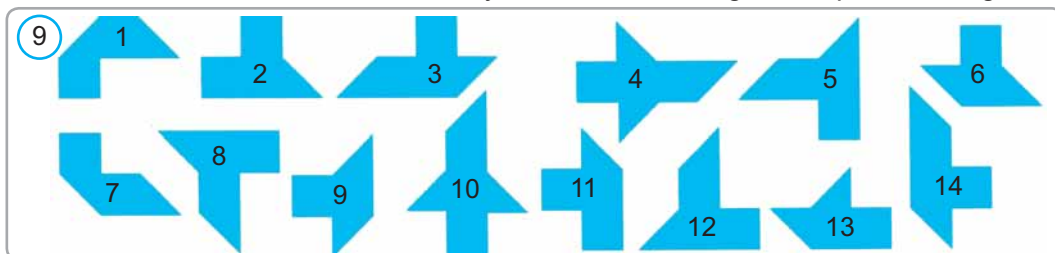
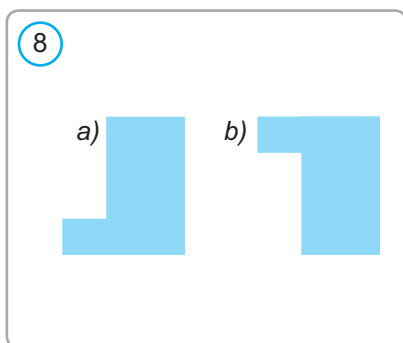
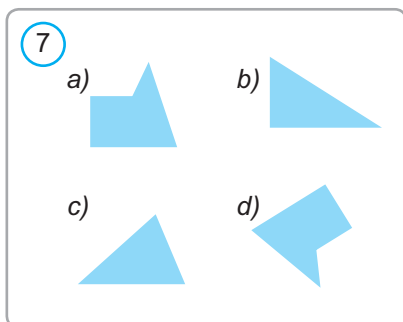


**? Savol, masala va topshiriqlar**

1. Qanday shakllarni o'zaro teng deymiz?
2. 7-rasmdagi shakllarning qaysilari o'zaro teng?
3. Quyidagi harf belgilarining qaysilari geometrik shakl sifatida o'zaro teng?

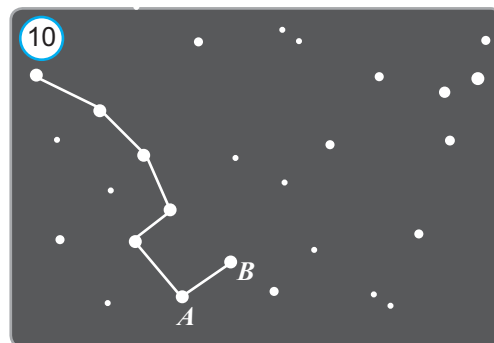
**a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q**





### Amaliy mashq.

10-rasmda "Katta ayiq" yulduz turkumi tasvirlangan. Agar bu yulduzlarni kesmalar bilan tutashtirsak, "chom'ich"ga o'xshash shakl hosil bo'ladi. "Cho'mich"ning oxirgi ikki yulduzi hosil qilgan  $AB$  kesmani  $AB$  nur bo'yicha 5 marta qo'yib chiqilsa, Qutb yulduzining yaqiniga boriladi. Rasmdan Qutb yulduzi qayerda joylashganini aniqlang.



4. 7-rasmdagi shakllardan qaysilari o'zaro teng?
5. Quyidagi raqam belgilarining qaysilari geometrik shakl sifatida o'zaro teng?

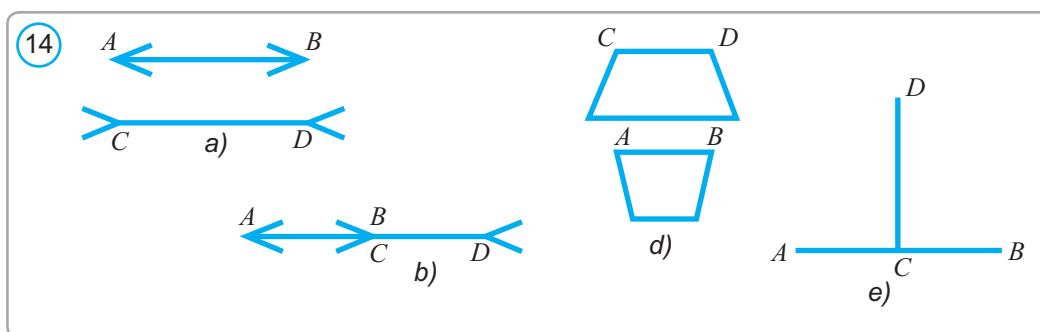
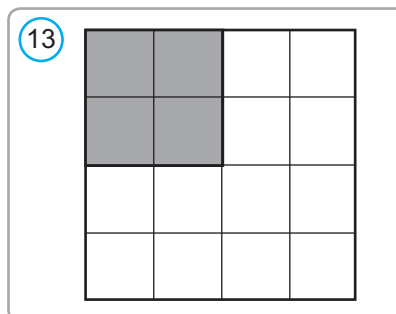
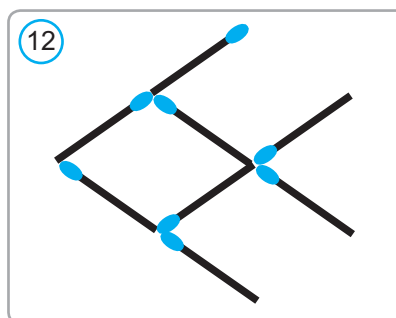
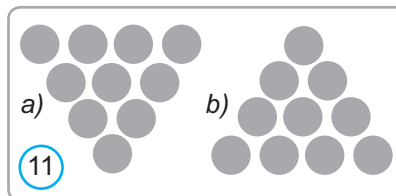
1234567890

6. 8.  $a$ -rasmda tasvirlangan shaklni qog'ozga o'lchamlarini o'zgartirmagan holda chizib, qirqib oling. Uni 8.  $b$ -rasmdagi geometrik shaklning ustiga qo'yish orqali, ularning teng yoki teng emasligini aniqlang.
7. 9-rasmdagi shakllar orasidan o'zaro tenglarini toping.
8. Qanday kesmalar o'zaro teng bo'ladi?
9. Kesmalar qanday taqqoslanadi?
10. Kesmaning o'rtasi nima?
11. To'g'ri chiziqda  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  nuqtalar berilgan. Uchlari shu nuqtalarda bo'lgan nechta kesma bor? Ularni yozing?
12. Daftaringizga biror kesma chizing va uning o'rtasini ko'z bilan chamalab toping. Natijani chizg'ich yordamida tekshiring. Mashqni takrorlang.



### Geometrik boshqotirmalar

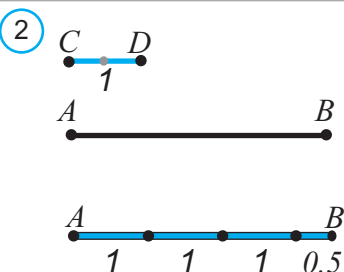
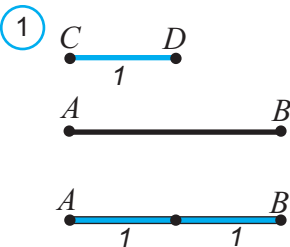
- 10 ta bir xil tanga 11.a-rasmdagidek qilib terilgan. Faqat 3 ta tanganing joyini o'zgartirib tangalarni 11.b-rasmdagi ko'rinishga keltiring.
- 12-rasmdagi 3 ta cho'pning joyini o'zgartirib, "baliq"ni orqaga qaytaring.
- Dehqon buvaning kvadrat shaklidagi tomorqasi bor edi. U tomorqaning chorak qismini 13-rasmda ko'rsatilgandek qilib o'zi uchun qoldirdi. Qolgan qismini esa bir xil shakldagi teng bo'laklarga bo'lib, to'rt o'g'liga taqsimlab berdi. Chol bu ishni qanday amalga oshirgan?
- 14-rasmda tasvirlangan  $AB$  va  $CD$  kesmalarni ko'z bilan chamalab o'zaro taqqoslang. So'ng bu ishni shaffof qog'oz yordamida bajaring.



**Xulosa:** Geometriyaga hushyorlik lozim: ko'z aldashi mumkin!

## 5

## Kesmaning uzunligi va uning xossalari. Kesmalarni o'lchash



Kesmalarni nurning ustiga qo'yish orqali taqqoslash u qadar qulay emas. Kesmalarning qaysi biri uzun yoki qisqaligini (ya'ni katta yoki kichikligini), ularning uzunliklarini taqqoslash asosida aniqlash ham mumkin.

Biror kesmani birlik kesma deb olib, uning uzunligini 1 ga teng deb qabul qilamiz. Qolgan kesmalar uzunliklarini shu birlik kesma uzunligiga nisbatan aniqlaymiz. Kesmaning uzunligi musbat son bo'lib, u kesмага birlik kesma va uning bo'laklarini necha marta joylash mumkinligini ko'rsatadi. Ravshanki, 1-rasmdagi  $CD$  kesmani birlik kesma deb olib, uning uzunligini 1 ga teng desak, u holda  $AB$  kesma uzunligi 2 ga teng bo'ladi. Chunki,  $AB$  kesмага  $CD$  kesma ikki marta joylashayapti.

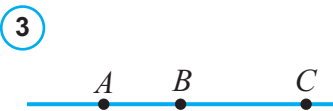
2-rasmdagi  $CD$  kesmani birlik kesma deb olsak, u holda  $AB$  kesma uzunligi 3,5 ga teng bo'ladi. Chunki,  $AB$  kesмага  $CD$  kesma butunligicha uch marta va uning yarmi joylashayapti.



Har qanday kesma tayin uzunlikka ega bo'lib, u musbat son bilan ifodalanadi.

**Faollashtiruvchi mashq.**

3-rasmda tasvirlangan  $AB$ ,  $BC$  va  $AC$  kesmalarning uzunligini chizg'ich yordamida o'lchang. Bu kesmalar uzunliklarini qanday formula yordamida o'zaro bog'lash mumkinligini aniqlang.



To'g'ri chiziqda  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalar berilgan bo'lib,  $B$  nuqta  $A$  va  $C$  nuqtalar orasida joylashgan bo'lsa,  $AC$  kesma uzunligi  $AB$  va  $BC$  kesma uzunliklarining yig'indisidan iborat bo'ladi, ya'ni  $AC = AB + BC$  tenglik o'rinli bo'ladi (3-rasm). Kesmalar uzunliklari haqidagi bu tasdiqni isbotsiz qabul qilamiz:



Agar to'g'ri chiziqda  $B$  nuqta  $A$  va  $C$  nuqtalar orasida joylashgan bo'lsa,  $AC$  kesma uzunligi  $AB$  va  $BC$  kesmalar uzunliklarining yig'indisiga teng bo'ladi:

$$AC = AB + BC.$$

$AB$  kesmaning uzunligi  $A$  va  $B$  nuqtalar orasidagi masofa deb ham yuritiladi. Ravshanki, bir xil uzunlikka ega kesmalar o'zaro teng bo'ladi.

Qadimdan odamlar uzunlikni o'lchashda turli uzunlik birliklardan foydalanib kelishadi. Masalan, O'rta Osiyoda bo'g'in, qarich, quloch, chaqirim kabi uzunlik birliklari qo'llangan. Turli o'lchov birliklaridan foydalanish noqulayliklar tug'dirgan. Shu bois, XVIII asrdan boshlab dunyo bo'yicha xalqaro uzunlik o'lchov birligi sifatida metr qabul qilingan.

1 metr deb Parij meridiani uzunligining 40 milliondan bir qismiga teng namuna (etalon) olingan.

Metrga nisbatan ancha katta yoki kichik uzunliklarni o'lchash uchun quyidagi uzunlik birliklaridan foydalaniladi:

$1\text{ km} = 1\,000\text{ m}$ ;  $1\text{ sm} = 0,01\text{ m}$ ;  $1\text{ mm} = 0,001\text{ m}$

Kesmalarining uzunligi turli xil asboblarda yordamida o'lchanadi. Ularning eng soddasi shkalali, ya'ni bo'linish nuqtalariga ega bo'lgan chizg'ichdir. Kesma uzunligining qiymati tanlangan uzunlik o'lchov birligiga bog'liq bo'ladi. Agar uzunlik birligi sifatida uzunligi  $1\text{ sm}$  ga teng kesmani oladigan bo'lsak, 4-rasmda tasvirlangan kesmaning uzunligi  $10\text{ sm}$  ga teng bo'ladi va  $AB = 10\text{ sm}$  deb yoziladi. Agar uzunlik o'lchov birligi sifatida uzunligi  $1\text{ millimetr}$  ga teng kesmani oladigan bo'lsak,  $AB = 100\text{ mm}$  bo'ladi.

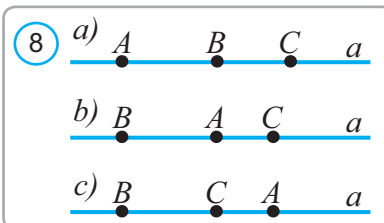
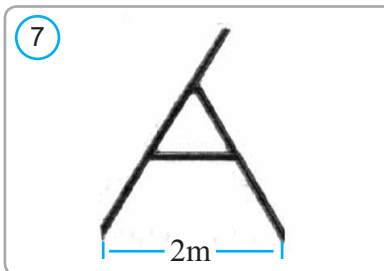
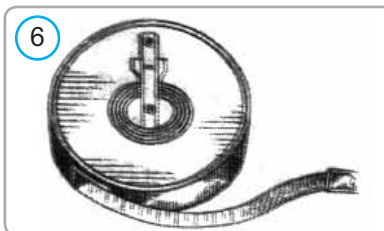
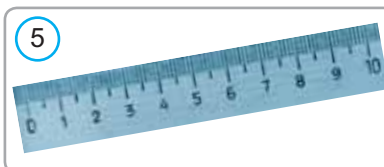
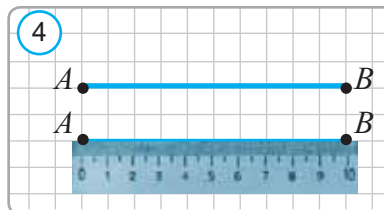
Daftarda turli kesma uzunliklarini o'lchash uchun millimetrli bo'lmalarga ega bo'lgan o'quv chizg'ichidan (5-rasm) foydalanib kelingiz. Dskada kesmalarni chizish uchun santimetrli bo'lmalarga ega maktab chizg'ichidan foydalaniladi. Yer istida turli o'lchash ishlarini amalga oshirish uchun tasmali o'lchov asbobi — ruletkadan (6-rasm), dalada esa hakka — dala sirkulidan (7-rasm) foydalaniladi.



**Masala.** Bir to'g'ri chiziqli yotuvchi  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalar uchun  $AB = 8\text{ sm}$ .  $BC = 11\text{ sm}$  bo'lsa,  $AC$  kesmaning uzunligi nimaga teng?

**Yechilishi:** Quyidagi hollarni qaraymiz:

1)  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nuqtalar  $a$  to'g'ri chiziqli 8.a-rasmda



tasvirlangan tartibda joylashgan bo'lsin. Kesmalar uzunliklarining xossasiga ko'ra  $AC = AB + BC = 8 + 11 = 19 \text{ sm}$  bo'ladi.

2) 8.c-rasmdagidek nuqtalar  $a$  to'g'ri chiziqda 8.b-rasmda tasvirlangan tartibda joylashgan bo'lsin. U holda kesma uzunligining xossasiga ko'ra  $BA + AC = BC$ , yoki  $AC = BC - BA = 11 - 8 = 3 \text{ sm}$  bo'ladi.

3)  $C$  nuqta 8.c-rasmdagidek  $B$  va  $A$  nuqtalar orasida joylasha olmaydi. Chunki  $AB < BC$ .

Demak,  $AC$  kesmaning uzunligi nuqtalarning o'zaro joylashuviga qarab  $19 \text{ sm}$  yoki  $3 \text{ sm}$  ga teng bo'ladi.

Javob:  $19 \text{ sm}$  yoki  $3 \text{ sm}$ .

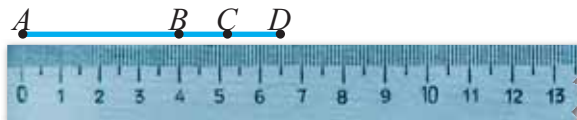


### Savol, masala va topshiriqlar

1. Kesmalar qanday o'lchahnadi?
2. Kesma uzunligining asosiy xossalarini ayting.
3.  $AC = ?$
4.  $AB = 3, AC = 2BC, BC = ?$
5.  $AB = 24, BC = AC + 6, AC = ?$



6. Quyidagi rasmdan  $AB, AC, AD, BC, BD, CD$  kesmalarining uzunligini aniqlang.



7. Agar  $B \in AC, AB = 7,2 \text{ sm}, AC = 2 \text{ dm}$  bo'lsa,  $BC$  ni toping.
8. Agar  $M \in AB, N \in AB, AB = 5, AM = 2,2$  va  $BN = 3,6$  bo'lsa,  $MN$  ni toping.
9. To'g'ri chiziqda ko'z bilan chamalab, a)  $3 \text{ sm}$ ; b)  $7 \text{ sm}$ ; c)  $10 \text{ sm}$  bo'lgan kesma ajrating. So'ngi ishni qanchalik aniq bajarganingizni chizg'ich bilan tekshiring.
10. To'g'ri chiziqdagi  $A, B, C$  nuqtalar uchun  $AB = 600 \text{ m}, BC = 200 \text{ m}$  bo'lsa,  $AC$  ni toping.
11. To'g'ri chiziqdagi  $A, B, C$  va  $D$  nuqtalar uchun  $AB = 2, AC = CB, 2AD = 3BD$  bo'lsa,  $CD$  ni toping.
12. Nur va uzunliklari  $AB = 1,2 \text{ sm}, CD = 2,8 \text{ sm}$  bo'lgan kesmalar berilgan. Bu kesmalardan foydalanib shu nurga uzunligi a)  $4 \text{ sm}$ ; b)  $1,6 \text{ sm}$ ; c)  $0,4 \text{ sm}$ ; d)  $2,6 \text{ sm}$  bo'lgan kesmalarni qo'ying.
13. Agar  $AB = 9$  bo'lsa,  $AB$  kesmada shunday  $C$  nuqta belgilangki, a)  $AC - BC = 1$ ; b)  $AC + BC = 11$ ; c)  $AC + BC = 10$  bo'lsin.
- 14\*.  $AB$  kesma berilgan. Uzunligi: a)  $2AB$ ; b)  $AB:2$ ; c)  $AB:4$ ; d)  $0,75AB$  bo'lgan kesmalarni yasang.
15. To'g'ri chiziqdagi  $A, B, C$  nuqtalar uchun  $AB = 5,6 \text{ sm}, AC = 8,9 \text{ sm}$  va  $BC = 3,3 \text{ sm}$  ekani ma'lum.  $A, B, C$  nuqtalarning qaysi biri qolgan ikkitasining o'rtasida yotadi?



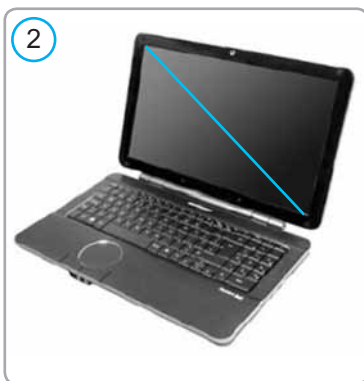


### Faollashtiruvchi amaliy mashqlar

1. Qo'lingizdagi darslikning bo'yi, eni va qalinligini chizg'ich yordamida o'lchang.
2. Qo'lingizdagi darslikning bir varag'i qalinligini qanday o'lchash mumkin? Chizg'ich yordamida g'ishtning diagonalini o'lchay olasizmi?
3. Sinfdoshlaringiz bo'yini chamalab o'lchang va taq-qoslang. Bo'yi eng uzun sinfdoshingizni aniqlang.
4. Qarichingizni chizg'ich yordamida santimetrlarda o'lchang. So'ng bir necha pred-metlarning o'lchamlarini (partaning eni, uzunligi va balandligini, derazaning balandligi va enini, doskaning bo'yi va enini) qarichlab o'lchang va santimetrlarda ifodalang.
5. Qadamingiz uzunligini o'lchang. Maktab binosining bo'yi va enini, sport maydon-chasining bo'yi va enini qadamlab o'lchang va metrlarda ifodalang.
6. O'zbekiston xaritasidan berilgan masshtabga ko'ra turli shaharlar orasidagi masofalarni toping (1-rasm).

**Qarichingiz va qadamingiz uzunligini o'lchab, eslab qoling. Ularni bi-lish sizga kundalik tur-mushda ko'p hollarda asqotadi!**

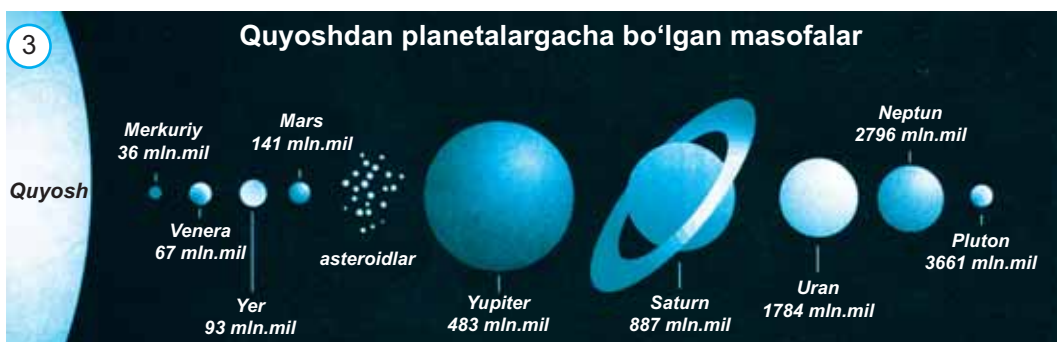




Ko'pgina davlatlarda xalqaro o'lchov birliklaridan tashqari quyidagi uzunlik o'lchov birliklari ham ishlatiladi.

1 dyuym = 2,54 sm,      1 mil = 1,609 km.

7. Televizor va kompyuter monitorining diagonalini (2-rasm) dyuymlarda o'lchanadi. Agar 1 dyuym 2,54 sm bo'lsa, 15, 17 va 19 dyuymli monitor diagonalini santimetrlarlarda ifodalang.
8. 3-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib, Yerdan Quyoshgacha va boshqa planetalargacha bo'lgan masofani toping va uni kilometrlarda ifodalang.
9. Agar bir chaqirim 900 m ekani ma'lum bo'lsa, Buxoro va Samarqand shaharlari orasidagi masofani chaqirimlarda ifodalang.



**Qiziqarli masala.** Masofani tovush bilan o'lchash. Dengizda suzib yurgan kema uchun dengiz chuqurligini bilish juda muhim hisoblanadi. Buning uchun dengiz tubiga tovush signali yuboriladi va tovushning dengiz tubiga urilib qancha vaqtda qaytib kelgani o'lchanadi. Bu vaqtning yarmini tovushning suvdagi tezligi — 500 m/s ga ko'paytirib dengiz tubining chuqurligi aniqlanadi.

Agar bu vaqt 3 sekundni tashkil qilgan bo'lsa, dengiz tubi necha metr chuqurlikda?



**Burchak** deb nuqta va undan chiquvchi ikki nurdan iborat shaklga aytiladi.

Burchak tashkil etgan nurlar *burchakning tomonlari*, ularning umumiy uchi esa *burchakning uchi* deb ataladi. 1-rasmda burchak tasvirlangan. Unda  $O$  nuqta burchakning uchi,  $OA$  va  $OB$  nurlar esa uning tomonlaridir. Bu burchak " $\angle AOB$ " yoki " $\angle BOA$ " tarzida belgilanadi va " $AOB$  burchak" yoki " $BOA$  burchak" deb o'qiladi. Bunday yozuvda burchakning uchi har doim o'rtada yoziladi. Shuningdek bu burchak qisqacha " $\angle O$ " tarzda ham belgilanib, " $O$  burchak" deb o'qiladi. Chizmada burchakni ajratib ko'rsatish uchun, ba'zida uning ikki tomoni 1-rasmda ko'rsatilgandek qilib yoysimon chiziq bilan tutashtirib qo'yiladi.



**Yoyiq burchak** deb tomonlari bir-birini to'ldiruvchi nurlardan iborat burchakka aytiladi.

2-rasmda yoyiq burchaklar tasvirlangan.

Yoyiq burchakdan farqli  $O$  burchak berilgan bo'lsin. Uchlari bu burchakning tomonlarida bo'lgan biror  $AB$  kesmani qaraymiz (3-rasm).

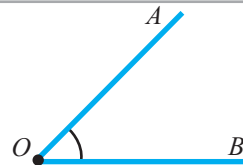
Agar burchakning uchidan chiquvchi  $OC$  nur (3-rasm)  $AB$  kesmani kesib o'tsa, bu nurni burchak tomonlari orasidan o'tadi deymiz. Burchak tomonlari orasidan o'tuvchi nur ikkita burchakka ajraladi.

$O$  burchak yoyiq bo'lganda, uning uchidan chiquvchi va tomonlaridan farqli har qanday nurni uning tomonlari orasidan o'tadi, deymiz.

Ravshanki, 4-rasmda tasvirlangan  $O$  burchak tekislikni ikki bo'lakka ajratadi.

Tekislikning burchak tomonlari orasidan o'tuvchi biror nur yotgan bo'lagi burchakning ichki sohasi

1



$\angle AOB$  —  $AOB$  burchak  
 $O$  — burchakning uchi  
 $OA$ ,  $OB$  nurlar — burchakning tomonlari

2 a)

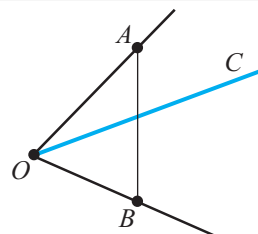


b)



$\angle O$  — yoyiq burchak

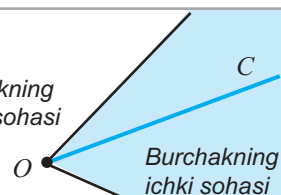
3



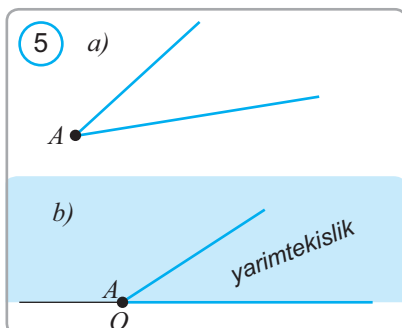
$OC$  — burchak tomonlari orasidan o'tuvchi nur.

4

Burchakning tashqi sohasi



Burchakning ichki sohasi

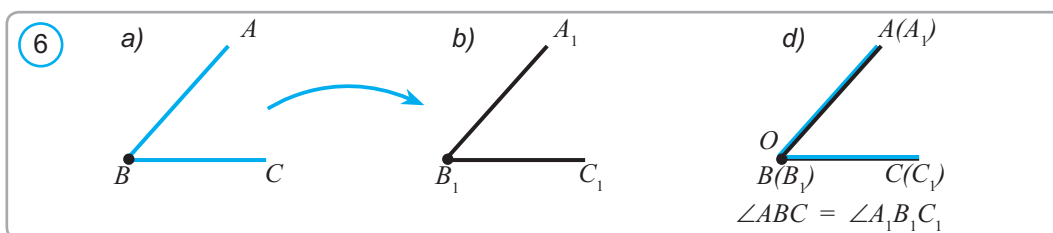


deb, ikkinchisi esa burchakning tashqi sohasi deb ataladi.

Ixtiyoriy  $O$  nur va yoyiq bo'lmagan  $A$  burchak berilgan bo'lsin (5.a-rasm). Ma'lumki,  $O$  nur yotgan to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratadi. Ravshanki,  $A$  burchakka teng, bir tomoni  $O$  nur bilan ustma-ust tushadigan, ikkinchi tomoni tayin yarimtekislikda yotadigan burchakni yagona tarzda qo'yish mumkin (5.b-rasm).

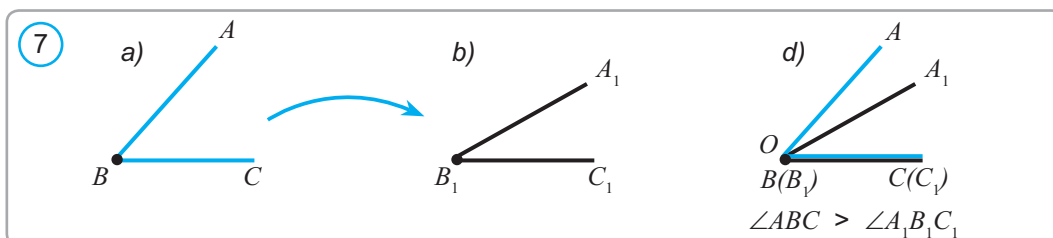
**A** Ixtiyoriy nurdan boshlab tayin yarimtekislikka berilgan yoyiqmas burchakka teng yagona burchak qo'yish mumkin.

Ikkita burchakni o'zaro taqqoslash uchun, bu burchaklar biror nurdan boshlab tayin yarimtekislikka qo'yiladi. So'ng esa, quyidagi hollardan qaysi biri yuz berishiga qarab, burchaklarning o'zaro tengligi yoki katta-kichikligi haqida xulosa chiqariladi:



$\angle ABC$  va  $\angle A_1B_1C_1$  ni  $O$  nurga qo'yganimizda (6.d-rasm)  $BA$  nur  $B_1A_1$  nur bilan,  $BC$  nur esa  $B_1C_1$  nur bilan ustma-ust tushayapti. Bu holatda,  $ABC$  burchak  $A_1B_1C_1$  burchakka **teng** deyiladi va  $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$  kabi ifodalanadi.

Shaklda burchaklarning tengligi bir xil sondagi yoychalar bilan belgilanadi.



7.d-rasmda tasvirlangan holatda,  $ABC$  burchak  $A_1B_1C_1$  burchakdan **katta** deyiladi va  $\angle ABC > \angle A_1B_1C_1$  yozuvi bilan ifodalanadi. Shuningdek, bu holatda  $A_1B_1C_1$  burchak  $ABC$  burchakdan **kichik** deyiladi va  $\angle A_1B_1C_1 < \angle ABC$  kabi ifodalanadi.



**Burchak bissektisasi** deb burchakni teng ikki burchakka ajratuvchi nurga aytiladi.

8-rasmda  $AOB$  burchakning  $OC$  bissektisasi tasvirlangan. Odatda burchaklarning tengligini shaklda ko'rsatish uchun ularning tomonlari teng sondagi yoychalar bilan tutashtirib qo'yiladi (8-rasm).



**Masala.** 9-rasmda nechta burchak bor va ulardan qaysilari yoyiq burchaklar?



**Yechilishi:**  $\angle AOB$ ,  $\angle BOC$ ,  $\angle COD$ ,  $\angle DOE$ ,  $\angle EOF$ ,  $\angle FOA$  — 6 ta,  $\angle AOC$ ,  $\angle BOD$ ,  $\angle COE$ ,  $\angle DOF$ ,  $\angle EOA$ ,  $\angle FOB$  — 6 ta, shuningdek  $\angle AOD$ ,  $\angle BOE$ ,  $\angle COF$ ,  $\angle DOA$ ,  $\angle EOB$ ,  $\angle FOC$  — 6 ta yoyiq burchak.

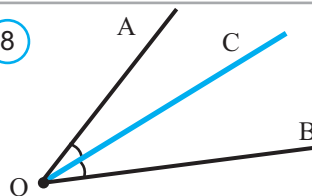
**Javob:** Jami 18 ta burchak bor, ularning 6 tasi yoyiq burchak. 😊



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Burchak deb nimaga aytiladi va u qanday belgilanadi?
2. Yoyiq burchak nima?
3. Burchak tekislikni qanday bo'laklarga ajratadi?
4. 10-rasmda tasvirlangan burchaklarni aniqlang va nomlang.
5. 11-rasmda nechta burchak bor? Ularni nomlab daftaringizga yozing.
6. "Burchakni nurning ustiga qo'yish" deganda nimani tushunasiz?
7. Qachon burchaklar o'zaro teng bo'ladi?
8. Qachon bir burchak ikkinchisidan katta yoki kichik bo'ladi?
9. Burchak bissektisasi ta'rif bering.
10.  $\angle AOB$  berilgan. Quyidagi tengliklar ma'noga egami?  $\angle AOB = \angle BOA$ ;  $\angle AOB = \angle ABO$ ;  $\angle AOB = \angle OAB$ .
- 11\*.  $\angle ABC = \angle DBE$  bo'lsa,  $\angle ABD = \angle CBE$  ekanligini ko'rsating (12-rasm).

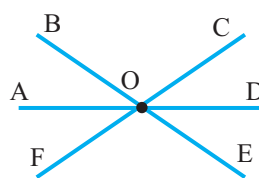
8



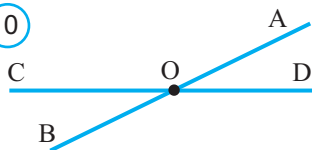
$$\angle AOC = \angle COB$$

$OC$  —  $AOB$  burchak bissektisasi

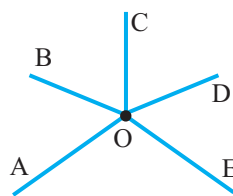
9



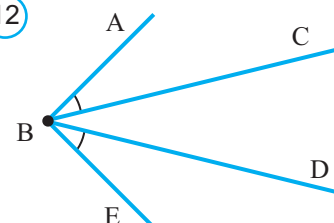
10

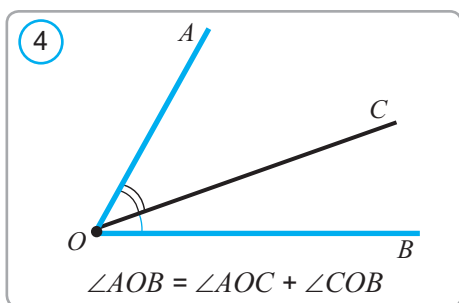
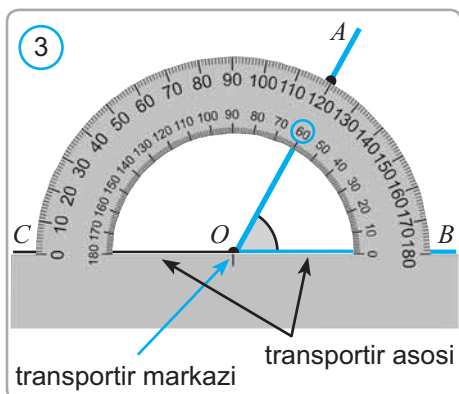
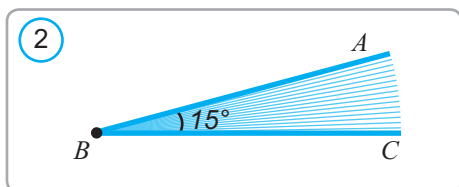
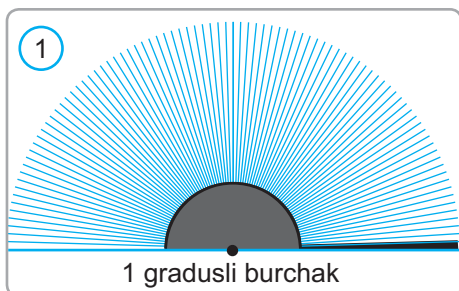


11



12





Yoyiq burchak uning tomonlari orasida yotuvchi nurlar bilan 180 ta teng burchakka bo'lingan bo'lsin (1-rasm). Bu burchaklardan birini o'lchov birligi — birlik burchak sifatida olish qabul qilingan. Uning burchak kattaligi bir gradus deb ataladi va  $1^\circ$  deb belgilanadi. Istalgan burchakning gradus o'lchovini shu birlik asosida aniqlash mumkin. Burchakning gradus o'lchovi burchak ichki sohasiga nechta birlik burchak va uning qismlari joylashishini ko'rsatadi.

2-rasmda tasvirlangan  $ABC$  burchak  $15^\circ$  ga teng. Chunki uning ichki sohasiga 15 ta birlik burchak joylashyapti.

**A**

Har qanday burchak tayin gradus o'lchoviga ega bo'lib, uning qiymati musbat son bilan ifodalanadi. Yoyiq burchakning gradus o'lchovi  $180^\circ$  ga teng.

Burchaklarning gradus o'lchovi *transportir* deb ataladigan asbob yordamida o'lchanadi. Transportir bilan quyi sinflarda tanishgansiz. Uning shkalali yoysimon qismi chiziqchalar bilan 180 ta teng bo'lakka bo'lingan bo'lib, har bir bo'lak bir gradusni anglatadi. 3-rasmda transportir yordamida burchakni o'lchash jarayoni tasvirlangan. Rasmda ko'rib turganingizdek.  $AOB$  burchakning kattaligi  $60$  gradusga teng va bu  $\angle AOB = 60^\circ$  tarzda yoziladi. Ravshanki, bir xil gradus o'lchoviga ega burchaklar o'zaro teng bo'ladi, va aksincha o'zaro teng burchaklar gradus o'lchovlari ham teng bo'ladi. Katta burchakning gradus o'lchovi ham katta bo'ladi va aksincha.

Aytaylik.  $AOB$  burchak berilgan bo'lib, uning tomonlari orasida yotuvchi ixtiyoriy  $OC$  nur uni  $AOC$  va  $COB$  burchaklarga ajratsin (4-rasm). U holda  $AOB$  burchakning gradus o'lchovi  $AOC$  va  $COB$  burchaklar gradus o'lchovlarining yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB.$$

Bu xossani quyidagicha ifodalash mumkin:

**A** Burchakning gradus o'lchovi, burchak tomonlari orasidan o'tuvchi ixtiyoriy nur ajratgan burchaklar gradus o'lchovlarining yig'indisiga teng.



### Berilgan nurga berilgan gradus o'lchovli burchak qurishning amaliy yo'rig'i

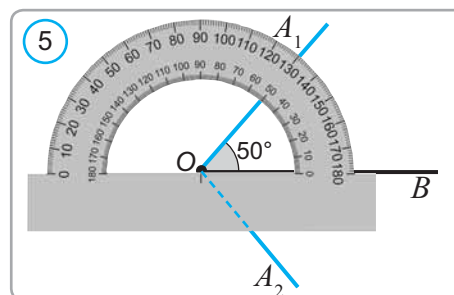
1. Ixtiyoriy  $OB$  nur chizib olinadi.
2. Transportirning asosini berilgan  $OB$  nur ustiga, markazini esa  $O$  nuqtaga 3-rasmda ko'rsatilgandek qilib qo'yiladi.
3. Transportir shkalasidan burchakning berilgan gradus o'lchovini ko'rsatuvchi bo'linmasi topiladi va uning to'g'risiga  $A$  nuqta qo'yiladi.
4.  $O$  va  $A$  nuqtalar orqali nur o'tkaziladi. Natijada berilgan gradus o'lchovli  $AOB$  burchak hosil bo'ladi.



**Masala.** Berilgan  $OB$  nurga  $50^\circ$ li burchakni qo'ying.

**Yechilishi.** Transportirning asosini  $OB$  nur ustiga, markazini esa  $O$  nuqtaga qo'yib, uning shkalasida  $50^\circ$  ga mos keluvchi bo'linma topiladi va burchak yasaladi.  $OB$  nur  $OB$  to'g'ri chiziqlarning bir qismi bo'lib, bu to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratishi ma'lum. Demak, berilgan nurdan har bir yarimtekislikka bittadan  $50^\circ$  li burchak qo'yish mumkin.

$$\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50^\circ \text{ (5-rasm).}$$



Burchaklarni o'lchashda gradusning ulushlaridan ham foydalaniladi.  $1^\circ$ ning  $1/60$  bo'lagi «minut»,  $1/3600$  bo'lagi «sekund» deb nomlanadi va mos ravishda «'» va «''» kabi belgilanadi. Masalan, kattaligi 45 gradus 38 minut 59 sekundga teng burchak  $45^\circ 38' 59''$  kabi yoziladi. Ravshanki,  $1^\circ = 60'$ ,  $1' = 60''$ .

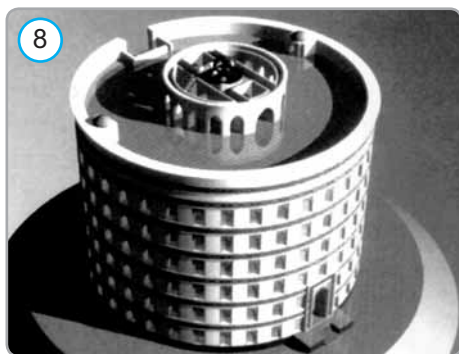
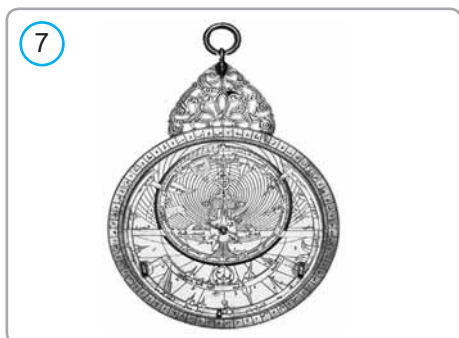
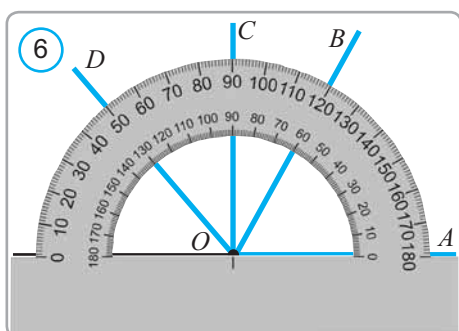
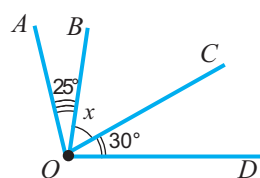
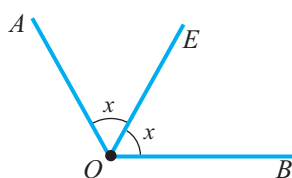
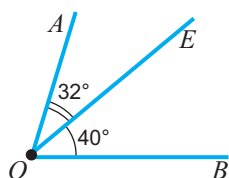


### Savol, masala va topshiriqlar

1. Yoyiq burchak necha gradus?
2.  $1^\circ$ ga teng burchak deganda qanday burchakni tushunasiz?
3. Ikki burchakning gradus o'lchovlari teng bo'lsa, ular teng bo'ladimi?



4. Berilgan gradus o'lchoviga ega bo'lgan burchak qanday yasaladi?
5. Transportir yordamida  $10^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $100^\circ$  va  $160^\circ$  li burchaklarni yasang.
6. a)  $\angle AOB = ?$       b)  $\angle AOB = 120^\circ$ ,  $x = ?$       c)  $\angle AOD = 105^\circ$ ,  $x = ?$



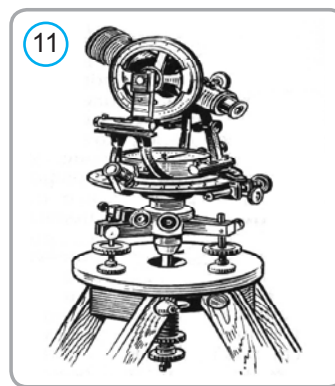
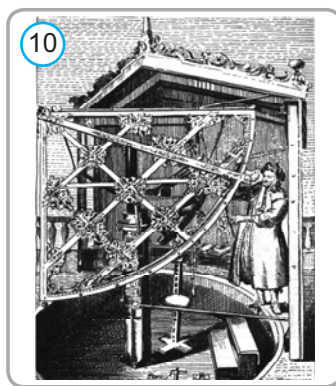
7. Berilgan  $AB$  nurga  $150^\circ$  li  $OAB$  burchakni qo'ying.
8. Umumiy tomonga ega bo'lgan  $60^\circ$  va  $120^\circ$  li burchaklarni yasang. Qanday burchak hosil bo'ldi?
9. Agar a)  $\angle AOE = 20^\circ$ ,  $\angle EOB = 40^\circ$ ,  $\angle AOB = 60^\circ$ ; b)  $\angle AOE = 80^\circ$ ,  $\angle EOB = 120^\circ$ ; c)  $\angle AOE > \angle AOB$  bo'lsa,  $OE$  nur  $\angle AOB$  tomonlari orasidan o'ta-dimi?
10. Daftaringizga nur chizing va unga ko'zingiz bilan chamalab oddiy chizg'ich yordamida  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  va  $150^\circ$  li burchaklarni qo'ying. So'ngra hosil bo'lgan burchaklarni transportir yordamida o'lchang va qanchalik to'g'ri chizganingizni tekshiring. Mashqni takrorlang.
11. Soat: a) 3.00; b) 6.00 bo'lganda soat va minut millari hosil qilgan burchak necha gradusga teng bo'ladi?
12. 6-rasmdan foydalanib  $AOB$ ,  $AOC$ ,  $AOD$ ,  $BOC$ ,  $BOD$  va  $COD$  burchaklarning gradus o'lchovini aniqlang.



### Tarixiy lavhalar

*Astrolyabiya (Asturlab) — burchak o'lchaydigan asbob bo'lib u Gipparx tomonidan eramizdan 180—125 yil avval kashf qilingan (7-rasm). Ko'rinishi juda sodda bo'lgan bu asbobda o'nlab o'lchash ishlarini bajarish mumkin bo'lgan. Samarqanddagi Ulugh'bek*

rasadxonasida ham burchak o'lchash ishlari olib borilgan. Bu ulkan silindr shaklidagi uch qavatli qilib qurilgan rasadxonada ko'plab qurilma va asboblari bo'lgan (8-rasm). Ularning eng asosiysi o'lchami va geometrik yechimiga ko'ra beqiyos bo'lgan vertikal kvadrant hisoblanadi. Uning radiusi 42 m bo'lgan! Ulug'bek bu qurilma yordamida 1018 ta yulduzning koinotdagi o'rnini hayratomuz aniqlikda o'lchab, o'zining "Zij-i jadidi Ko'ragoniy" asarida keltirgan. 9-rasmda uning yer ostida saqlanib, shu kungacha yetib kelgan qismi tasvirlangan. 10-rasmda Yevropalik olimlar teleskop ixtiro qilinishidan avval foydalangan kvadrant tasvirlangan. U Ulug'bek kvadrantidan ancha kichik albatta. Hozirda yer o'lchash ishlarida yuqori aniqlikka ega bo'lgan teodolit (11-rasm) degan asbob qo'llaniladi.



## 9

### 1-nazorat ishi

Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi:

I. Nazariy qism. Shu paytgacha o'rganilgan geometrik shakllarni sanang. Ularga ta'rif bering va ularning xossalari yozing.

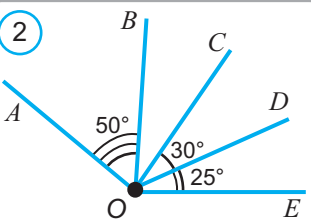
II. Amaliy qism. Quyidagi masalalarni yeching (4-masala "a'lo" baho olmoqchi bo'lgan oquvchilarga mo'ljallangan):

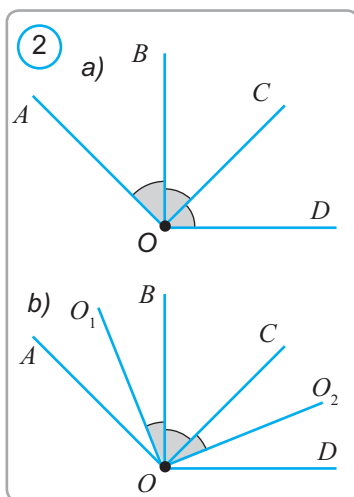
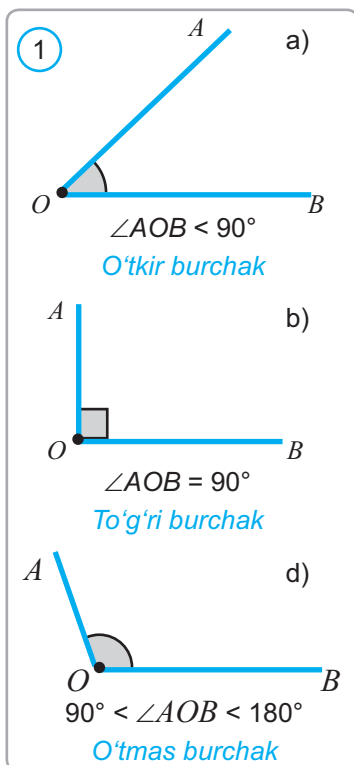
1. Bir to'g'ri chiziqli yotuvchi  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalar uchun  $AB = 9$  sm,  $AC = 12$  sm bo'lsa,  $BC$  kesmaning uzunligi nimaga teng?
2.  $AB = 48$ ,  $AC = 3BC$ ,  $BC = ?$  (1-rasm)
3. Agar 2-rasmda  $\angle AOE = 140^\circ$  bo'lsa,  $\angle BOC$  burchakning gradus o'lchovini toping.
- 4\*. Soat 5.00 bo'lganda soat va minut millari (strelkalari) hosil qilgan burchak necha gradus bo'ladi?

1



2





Oldingi darslarda ta'kidlaganimizdek, yoyiq burchakning gradus o'lchovi  $180^\circ$  ga teng. Buni qisqacha: **"Yoyiq burchak  $180^\circ$  ga teng"** deb ham aytamiz. Burchaklar kattaligiga qarab turlarga ajratiladi: Agar burchakning gradus o'lchovi  $90^\circ$  dan kichik bo'lsa (1.a-rasm), **o'tkir burchak**,  $90^\circ$  ga teng bo'lsa (1.b-rasm), **to'g'ri burchak**,  $90^\circ$  bilan  $180^\circ$  orasida bo'lsa (1.d-rasm), **o'tmas burchak** deb ataladi.

Chizmada burchakning to'g'ri burchak ekanligini ko'rsatish uchun alohida, 1.b-rasmdagidek belgilanadi.



**Masala.** Agar  $\angle AOD = 135^\circ$ ,  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$  bo'lsa (2.a-rasm),

- a) chizmada nechta o'tkir, o'tmas va to'g'ri burchak bor?  
b)  $AOB$  va  $COD$  burchaklarning bissektisalarlari orasidagi burchakni toping.

**Yechilishi:** a)  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$  bo'lsin. U holda, burchaklarni o'lchashning asosiy xossasiga ko'ra,  $\angle AOD = \alpha + \alpha + \alpha = 135^\circ$ . Bundan  $\alpha = 45^\circ$ . Demak,  $\angle AOC = 2\alpha = 90^\circ$ ,  $\angle BOD = 2\alpha = 90^\circ$ . Shunday qilib, chizmada 3 ta o'tkir, 2 ta to'g'ri va 1 ta o'tmas burchak bor.

b)  $OO_1$  va  $OO_2$  — mos bissektisalar bo'lsin (2.b-rasm).  $\angle AOB = \angle COD = 45^\circ$  bo'lgani uchun, burchak bissektisasining ta'rifiga ko'ra,

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22,5^\circ.$$

Izlanayotgan burchak esa,

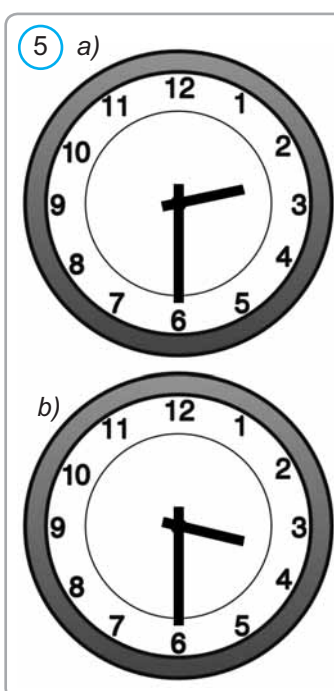
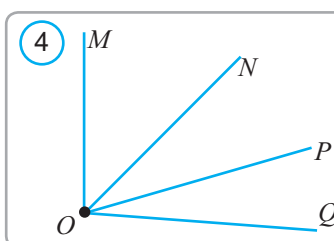
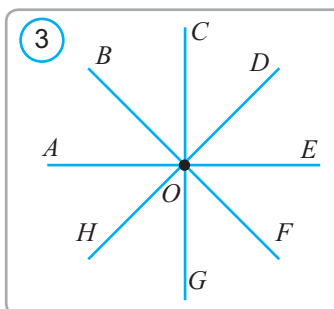
$$\begin{aligned}\angle O_1OO_2 &= \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \\ &= \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90^\circ,\end{aligned}$$

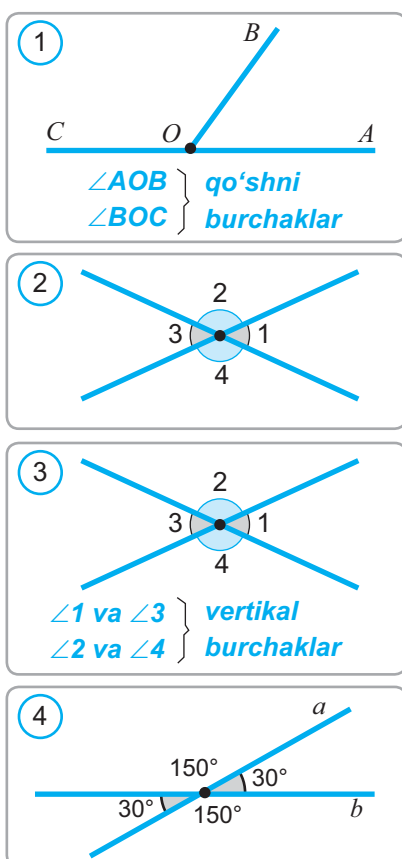
ya'ni  $O_1OO_2$  — to'g'ri burchak.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday burchak to'g'ri burchak deyiladi? Tevarak atrofdan to'g'ri burchakka misollar keltiring.
2. O'tkir va o'tmas burchaklar bir-biridan qanday farqlanadi?
3. Uchta burchak chizing. Ularni mos ravishda  $\angle AOB$ ,  $\angle MNL$ ,  $\angle PQR$  bilan belgilang. Transportirda ularni o'lchang va turlarini aniqlang.
4.  $OA$  nur chizing. Transportir yordamida gradus o'lchovi mos ravishda  $25^\circ$ ,  $72^\circ$  va  $146^\circ$  bo'lgan  $AOB$ ,  $AOC$  va  $AOD$  burchaklarni yasang.
5. To'g'ri burchakning bissektrisasi uning tomoni bilan qanday burchak hosil qiladi?
6. 3-rasmda nechta: a) o'tkir; b) o'tmas; c) to'g'ri; d) yoyiq burchak bor?
7. 4-rasmda nechta o'tkir va nechta o'tmas burchak bor?
8. Qog'oz varag'ini buklab to'g'ri burchak hosil qila olasizmi?
9. Qachon soatning soat va minut millari to'g'ri burchak hosil qiladi?
10. Soatning soat mili: a) 1 soatda; b) 6 soatda; c) 2 minutda necha gradusga buriladi?
11. Soatning minut mili: a) 1 minutda; b) 5 minutda; c) 0,5 soatda necha gradusga buriladi?
- 12\*. Soat: a)  $14^{30}$ ; b)  $15^{30}$  bo'lganda soat va minut millari hosil qilgan burchakni aniqlang (5-rasm).
13.  $\angle AOB$  burchak  $OC$ ,  $OD$  va  $OE$  nurlar bilan teng to'rtta burchakka bo'lingan. Bu nurlar qaysi burchaklarning bissektrisalari bo'ladi?





**Qo'shni burchaklar** deb, bittadan tomoni umumiy, qolgan tomonlari to'g'ri chiziqni tashkil qiluvchi burchaklar juftiga aytiladi.

1-rasmda  $AOB$  va  $BOC$  qo'shni burchaklar tasvirlangan.



### Faollashtiruvchi mashq

- Qo'shni burchaklar yig'indisi yoyiq burchak bo'lishini ko'rsating.
- Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ular to'g'ri burchak bo'lishini ko'rsating.
- 2-rasmda tasvirlangan, ikki to'g'ri chiziqning kesishidan hosil bo'lgan  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$  va  $\angle 4$  burchaklardan qaysilari o'zaro qo'shni burchaklar juftini hosil qiladi?

Qo'shni burchaklarning ta'rifiga ko'ra quyidagi xossa o'rinlidir. Uning to'g'riligini mustaqil tekshiring.

**Xossa.** Qo'shni burchaklar yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.



**Vertikal burchaklar** deb, ikki to'g'ri chiziqning kesishidan hosil bo'lgan va o'zaro qo'shni bo'lmagan burchaklar juftiga aytiladi.

3-rasmda  $\angle 1$  va  $\angle 3$  vertikal burchaklardir. Shuningdek,  $\angle 2$  va  $\angle 4$  ham vertikal burchaklar juftini hosil qiladi.

Endi vertikal burchaklarning quyidagi xossasini isbotlaymiz.

**Xossa.** Vertikal burchaklar o'zaro teng.

Aytaylik,  $\angle 1$  va  $\angle 3$  vertikal burchaklar berilgan bo'lsin (3-rasm).  $\angle 1 = \angle 3$  bo'lishini isbotlaymiz.

**Isbot:**  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ , chunki  $\angle 1$  va  $\angle 2$  qo'shni burchaklardir.

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ , chunki  $\angle 2$  va  $\angle 3$  lar ham qo'shni burchaklardir.

Bu ikki tenglikdan  $\angle 1 + \cancel{\angle 2} = \cancel{\angle 2} + \angle 3$ , ya'ni  $\angle 1 = \angle 3$  ekanligini hosil qilamiz.

**Xossa isbotlandi.**

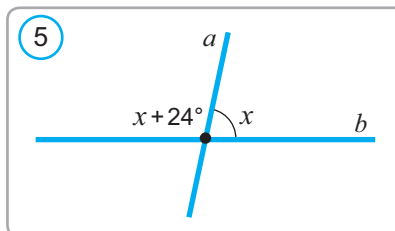
Shunday qilib, ikki to'g'ri chiziqli kesishganda vertikal va qo'shni burchaklar hosil bo'ladi. Ma'lumki, qo'shni burchaklar jufti o'zaro yoyiq burchakni tashkil qiladi. Ularning biri  $90^\circ$  dan katta bo'lsa, ikkinchisi  $90^\circ$  dan kichik bo'ladi. Qo'shni burchaklardan kichigining gradus o'lchovi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak deb qabul qilingan. 4-rasmdagi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak  $30^\circ$  ni tashkil qiladi. Buni boshqa yo'sinda "to'g'ri chiziqlar  $30^\circ$  li burchak ostida kesishadi", deb ham aytamiz.



**Masala.** Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri ikkinchisidan  $24^\circ$  katta bo'lsa, bu burchaklarni toping.

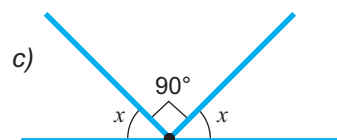
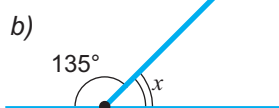
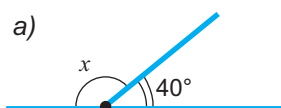


**Yechilishi.** Ma'lumki, ikki to'g'ri chiziqli kesishishidan hosil bo'lgan burchaklar qo'shni yoki vertikal burchaklar bo'ladi (5- rasm). Vertikal burchaklar o'zaro teng bo'ladi. Demak, masala shartida berilgan burchaklar qo'shni burchaklar ekan. Ularning birini (kichigini)  $x$  bilan belgilasak, ikkinchisi  $x+24^\circ$  ga teng bo'ladi. Qo'shni burchaklar xossasiga ko'ra,  $x+x+24^\circ=180^\circ$ . Bundan  $x=78^\circ$  va  $x+24^\circ=102^\circ$  ekanligini aniqlaymiz. Demak,  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar kesishganda  $78^\circ$ ,  $102^\circ$ ,  $78^\circ$  va  $102^\circ$  li burchaklar hosil bo'ladi. **Javob:**  $78^\circ$ ,  $102^\circ$ ,  $78^\circ$  va  $102^\circ$ . 😊

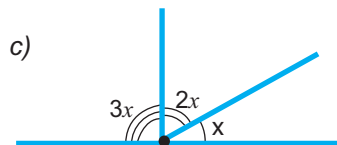
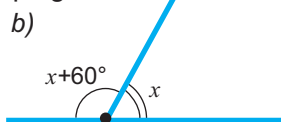
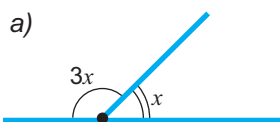


### Savol va masalalar

1. Qanday burchaklar qo'shni burchaklar deyiladi?
2. Qo'shni burchaklarning yig'indisi nimaga teng? Javobingizni izohlang.
3. Qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lishi mumkinmi?
4. Vertikal burchaklar nima? Chizmada ko'rsating.
5. Vertikal burchaklarning asosiy xossasini izohlang.
6.  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  li burchaklarga qo'shni bo'lgan burchaklarni toping.
7. Agar qo'shni burchaklarning biri ikkinchisidan uch marta katta bo'lsa, ularni toping.
8. Qo'shni burchaklarning ikkalasi ham: a) o'tkir; b) to'g'ri; c) o'tmas burchaklar bo'la oladimi?
9. Agar ikki burchak teng bo'lsa, ularga qo'shni bo'lgan burchaklar ham teng bo'ladimi?
10. Noma'lum  $x$  burchakni toping.

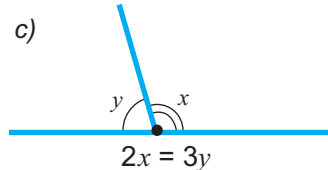
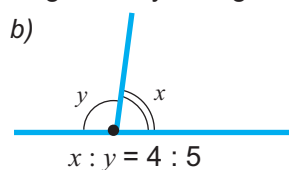
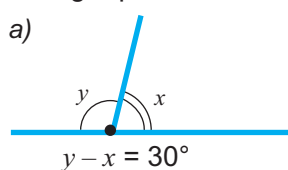


11. Noma'lum  $x$  burchakni toping.



12. Agar qo'shni burchaklar gradus o'lchovlari nisbati a) 2:7; b) 11:25; c) 1:9 bo'lsa, ularni toping.

13. Shaklga qarab masala tuzing va uni yeching.



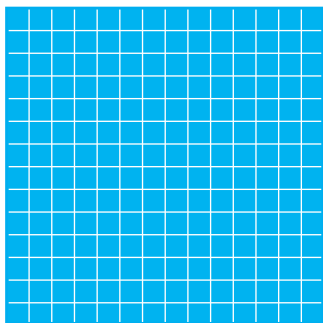
14. Agar ikki to'g'ri chiziqlarning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri  $40^\circ$  bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.

15. "Agar burchaklar teng bo'lsa, ular vertikal burchaklar bo'ladi", — degan tasdiq har doim to'g'rimi?



### Geometrik boshqotirma

13



Tangram nomli xitoy o'yinchog'ini yasang. Buning uchun 13-rasmda ko'rsatilgandek, kvadratni qalin qog'ozga chizing va uni yetti bo'lakka bo'lib, qirqib oling.

So'ng tangram bo'lakchalarini hammasidan foydalanib, 14-rasmda tasvirlangan shakllarni hosil qiling.

a)



b)



d)



14

e)



f)



g)



h)



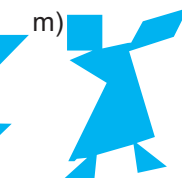
k)



l)



m)





Shu paytgacha qator geometrik shakllar va ularning xossalari bilan tanishib chiqdik. Masalan, o'tgan darsda vertikal burchaklar bilan tanishdik va ularning o'zaro teng bo'lishini ko'rsatdik. Eslasangiz, bu xossa bilan shunchaki tanishmasdan, uni isbotladik: "Vertikal burchaklar teng" degan tasdiqning to'g'riligini mulohaza yuritish orqali asosladi. Bu "isbot" tushunchasi bilan ilk bor tanishishimiz bo'ldi. Geometriyaga birinchi bo'lib "isbot" tushunchasini olib kirgan matematik — eramizdan avvalgi 625–527 yillarda yashagan Miletlik yunon olimi Fales hisoblanadi.

Biror tasdiqning to'g'riligini mantiqiy mulohazalar yordamida keltirib chiqarish **isbot** deb ataladi. To'g'riligi isbotlash yo'li bilan asoslanadigan tasdiq esa **teorema** deb ataladi. Teorema odatda shart va xulosa qismlardan iborat bo'ladi. Teoremaning birinchi – shart qismida nimalar berilgani bayon qilinadi. Ikkinchi – xulosa qismida esa nimani isbotlash lozimligi ifodalanadi. Masalan, quyidagi teoremani olib qaraylik:



**Teorema.** Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ularning har ikkisi ham to'g'ri burchak bo'ladi.

Bu teoremaning shart qismi, "o'zaro qo'shni burchaklarning teng"ligi bo'lsa, xulosa qismi "ularning to'g'ri burchak bo'ladi" deganidan iborat. Teoremani isbotlash – uning shartidan foydalanib, shu paytgacha ma'lum ma'lumotlarga tayanib, mulohaza yuritib, xulosa qismida ifodalangan tasdiqning to'g'riligini keltirib chiqarishdir. Teoremaning shart va xulosa qismlarini aniqlashtirib olish teoremani oydinlashtiradi, uni tushunish va isbotlash jarayonini yengillashtiradi. Shu bois teoremani isbotlashdan oldin uni shart va xulosa qismlarga ajratib, qayta yozib olish maqsadga muvofiq bo'ladi. Masalan, yuqorida keltirilgan teoremani quyidagi ko'rinishda qayta yozib olish mumkin:

**Berilgan:**  $\angle A$  va  $\angle B$  qo'shni burchaklar,  
 $\angle A = \angle B$



**Isbot qilish kerak:**  
 $\angle A = \angle B = 90^\circ$



**Teoremaning sharti**



**Teoremaning xulosasi**

Umuman olganda, teoremani shart va xulosa qismlarga ajratib, quyidagi sxema ko'rinishida tasvirlash mumkin:

Agar **A tasdiq o'rinli** bo'lsa, **B tasdiq o'rinli** bo'ladi.



**Teoremaning sharti**



**Teoremaning xulosasi**

**Boshlang'ich tushuncha va aksiomalar.** Nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik kabi tushunchalar geometriyaning boshlang'ich tushunchalari hisoblanadi. Ularga ta'rif bermadik. Geometriyaning boshlang'ich tushunchalari ta'rifsiz to'g'ridan-to'g'ri kiritiladigan tushunchalardir. Geometriyani bir bino deb olsak, bu tushunchalar uning poydevoridir. Boshlang'ich tushunchalar asosida boshqa yangi shakl va tushunchalar haqida tushuntirish beriladi, ya'ni ular ta'riflanadi. Darslikda ta'riflar  belgisi bilan alohida ajratilgan, chunki ular geometriyani o'rganishda muhim o'rin tutadi.

Shuningdek, shu paytgacha nuqta, to'g'ri chiziq va tekislikning o'z-o'zidan ravshan bo'lgan qator xossalarini ham isbotsiz, to'g'ridan-to'g'ri qabul qildik. Bunday xossalar **aksiomalar** deb ataladi. Agar e'tibor bergan bo'lsangiz, darslikda barcha aksiomalarni asosiy matndan alohida ajratilib,  belgisi ostida berib keldik. Shu paytgacha tanishib chiqqan aksiomalarga misollar keltiramiz (qolganlarini darslik sahifalaridan topib, yozib chiqing):

1. *Tekislikdagi to'g'ri chiziq qanday olinmasin, shu to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan nuqtalar ham, tegishli bo'lmagan nuqtalar ham mavjud.*
2. *Har qanday ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.*
3. *To'g'ri chiziqda olingan istalgan uchta nuqtadan faqat bittasi qolgan ikkitasining orasida yotadi.*

Geometriyada tushunchalar ma'lum uzviy izchillik va mantiqiy ketma-ketlikda kiritiladi. Eng avval geometriyaning poydevori – boshlang'ich tushunchalar ta'rifsiz va aksiomalar isbotsiz, to'g'ridan-to'g'ri qabul qilinadi. So'ngra, bu poydevor asosida yangi tushunchalar ta'riflanadi va ularning yangi xossalari aniqlanadi. Bu xossalardan bir nechitasi isbotsiz, aksioma sifatida qabul qilinadi. Qolgan xossalar esa teoremlar ko'rinishida ifodalanadi va aksiomalarga asoslanib mantiqiy mulohazalar vositasida isbotlanadi. Mulohaza yuritish jarayonida isbotlanmagan xossalardan, garchi ularning to'g'riligi ochiq-oydin ko'rinib turgan bo'lsa ham foydalanish mumkin emas – bu geometriyaning mantiqiy qurilishiga zid bo'ladi.



### **Savol, masala va topshiriqlar**

1. Ta'rif nima? Qanday tushunchalar ta'rifsiz qabul qilinadi?
2. Teorema nima? U qanday qismlardan iborat?
3. Teoremlar qanday isbotlanadi? Isbot deganda nimani tushunasiz?
4. Aksioma nima?
5. Agar shaklning xossai chizmada ochiq-oydin ko'rinib turgan bo'lsa, bu xossani isbotlamasdan qabul qilsa bo'ladimi?
6. Quyida keltirilgan tasdiqlarning qaysilari isbotsiz qabul qilingan:
  - 1) har qanday ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin;

- 2) yoyiq burchak to'g'ri burchakdan ikki marta katta;
- 3) qo'shni burchaklar yig'indisi  $180^\circ$  ga teng;
- 4) har bir burchak bissektrisaga ega;
- 5) har bir kesmaning faqat bitta o'rtasi bor;
- 6) har bir musbat son uchun uzunligi shu songa teng bo'lgan kesma mavjud?
7. Ushbu tasdiqni isbotsiz qabul qilsa bo'ladimi: "To'g'ri chiziqda yotuvchi  $A, B, C, D$  nuqtalar uchun  $AB=CD$  bo'lsa,  $AD$  va  $BC$  kesmalarning o'rtalari ustma-ust tushadi".
8. Darslikdan oldingi darslarda o'tilgan mavzularga oid isbotlangan xossalarni toping.

13

### Perpendikular to'g'ri chiziqlar

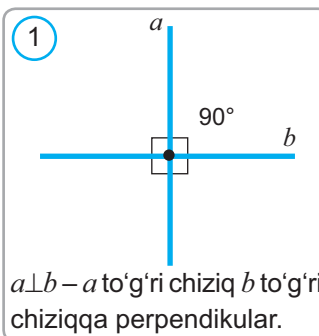


#### Faollashtiruvchi mashq

Ikki to'g'ri chiziq kesishganda hosil bo'lgan burchaklarning bittasi to'g'ri burchak bo'lsa (1-rasm), qolgan burchaklar haqida nima deyish mumkin?



To'g'ri ( $90^\circ$  li) burchak ostida kesishuvchi to'g'ri chiziqlar **perpendikular to'g'ri chiziqlar** deb ataladi.



1-rasmda bir-biriga perpendikular  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar tasvirlangan. Bu to'g'ri chiziqlarning perpendikularligi maxsus belgi yordamida  $a \perp b$  tarzda yoziladi va " $a$  to'g'ri chiziq  $b$  to'g'ri chiziqqa perpendikular" deb o'qiladi. Perpendikular to'g'ri chiziqlar kesishishidan to'rtta to'g'ri burchak hosil bo'ladi.

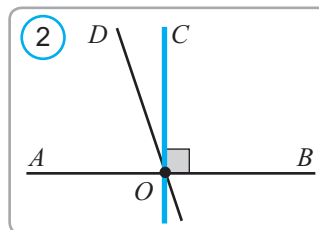
Perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotgan kesmalar (nurlar) ham bir-biriga perpendikular deb yuritiladi.



**Teorema.** To'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasidan unga yagona perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.



**Isbot.** Aytaylik,  $AB$  to'g'ri chiziq va undagi  $O$  nuqta berilgan bo'lsin (2-rasm). Ma'lumki,  $OB$  nurga uchi  $O$  nuqtada bo'lgan,  $90^\circ$  li  $COB$  burchak qo'yish mumkin. Unda  $CO$  to'g'ri chiziq  $AB$  to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziq bo'ladi.

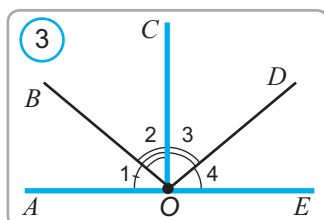


Endi bu to'g'ri chiziqning yagona ekanligini isbotlaylik. Teskarisini faraz qilamiz, ya'ni  $O$  nuqtadan o'tuvchi, berilgan  $AB$  to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan yana bitta  $DO$  to'g'ri chiziq mavjud bo'lsin. U holda,  $DOB$  va  $COB$  burchaklarning har biri  $90^\circ$  li bo'lib,  $OB$  nurga qo'yilgan burchaklar bo'lib qoladi. Lekin,  $OB$  nurga muayyan gradus o'lchovga ega yagona burchak qo'yish mumkinligi haqidagi aksiomaga ko'ra bunday bo'lishi mumkin emas.

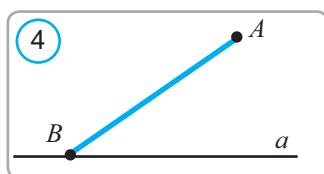
Demak,  $AB$  to'g'ri chiziqqa  $O$  nuqtadan faqat bitta perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin ekan. **Teorema isbotlandi.** 😊



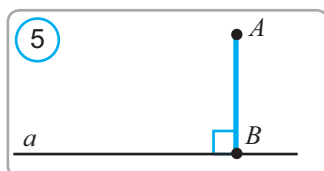
**Masala.** Agar  $\angle 1 = \angle 4$ ,  $\angle 2 = \angle 3$  bo'lsa,  $CO \perp AE$  bo'lishini ko'rsating (3-rasm).



😊 **Yechilishi:** Aytaylik  $\angle 1 = \angle 4 = \alpha$ ,  $\angle 2 = \angle 3 = \beta$  bo'lsin. Burchaklarni o'lchashning xossasiga ko'ra  $\angle AOE = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \alpha + \beta + \alpha + \beta = 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ ,  $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$ , ya'ni  $\alpha + \beta = 90^\circ$  bo'ladi. Unda,  $\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = \alpha + \beta = 90^\circ$  bo'lgani uchun,  $CO \perp AE$  bo'ladi. 😊



$a$  to'g'ri chiziq va unda yotmagan  $A$  nuqta berilgan bo'lsin.  $A$  nuqtani  $a$  to'g'ri chiziqning biror  $B$  nuqtasi bilan tutashtiramiz (4-rasm). Hosil bo'lgan  $AB$  kesma **og'ma** deb ataladi.  $B$  nuqta og'maning **asosi** deb nomlanadi.

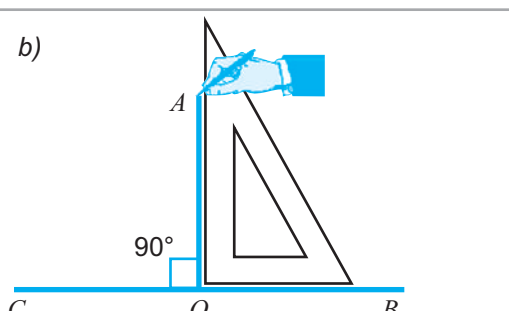
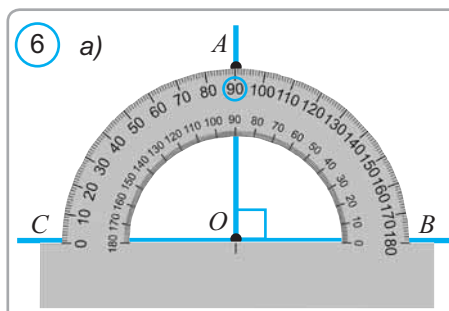


Agar  $AB$  kesma yotgan to'g'ri chiziq,  $a$  to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, u holda  $AB$  kesma  $a$  to'g'ri chiziqqa **tushirilgan perpendikular** deb nomlanadi. 5-rasmda  $A$  nuqtadan  $a$  to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular tasvirlangan.

**To'g'ri chiziqqa perpendikular o'tkazishning amaliy yo'riqlari**

**1-usul.** Transportir yordamida (6.a-rasm).

**2-usul.** To'g'ri burchakli chizg'ich (go'niya) yordamida (6.b-rasm).





## Geometrik tadqiqot

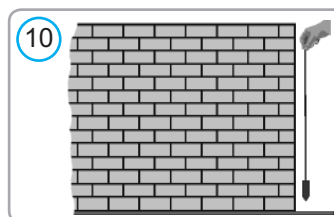
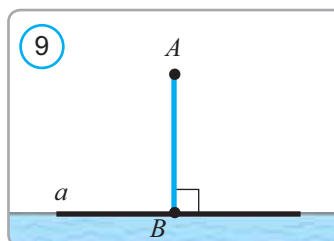
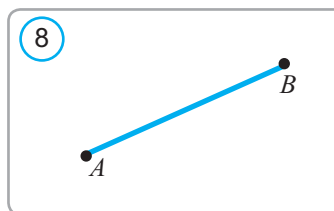
Biror to'g'ri chiziqli chizing. Unda yotmaydigan biror nuqtadan to'g'ri chiziqqa perpendikular va bir nechta og'malar o'tkazing. Perpendikular va og'malarning uzunliklarini o'lchang va o'zaro taqqoslang. Qaysi kesmaning uzunligi eng kichik bo'ladi? Javobingizni faraz (gipoteza) ko'rinishida ifodalang. Bu farazning to'g'riligini isbotsiz qabul qilsa bo'ladimi yoki uni albatta isbotlash kerakmi?

**Mashq.** Dehqon-fermer xojaligining xaritasi 7-rasmda berilgan.

1. Fermer uyidan fermaga olib boruvchi yo'l qurmoqchi. Unga yo'lni qaysi chiziqli bo'yicha qurishni maslahat berasiz? Nega? Chizmada bu yo'lni chizib ko'rsating.
2. Fermer fermasidan kanalga olib boruvchi yo'l qurmoqchi. Unga yo'lni qaysi chiziqli bo'yicha qurishni maslahat berasiz? Nega? Chizmada bu yo'lni chizib ko'rsating.

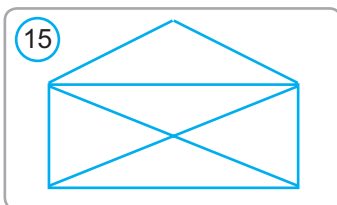
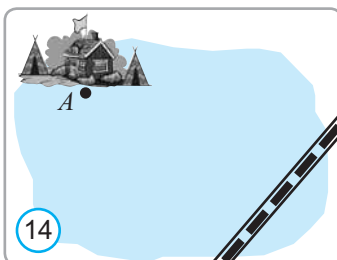
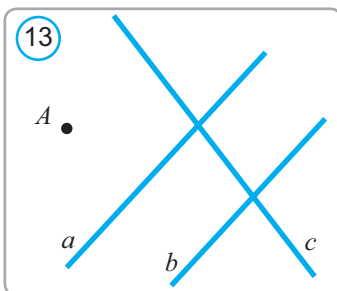
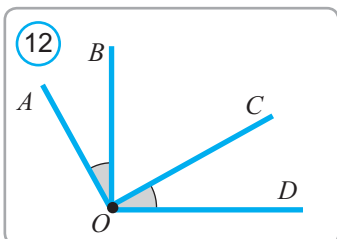
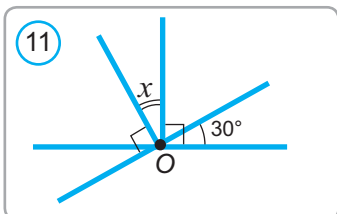
Ma'lumki, 8-rasmda tasvirlangan  $A$  va  $B$  nuqtalarni tutashtiruvchi eng qisqa "yo'l", bu  $AB$  kesmadir. Shu bois quyi sinflarda  $AB$  kesma uzunligini  $A$  va  $B$  nuqtalar orasidagi masofa deb qabul qilgan edik. Shunga o'xshash,  $A$  nuqtadan  $a$  to'g'ri chiziqli bo'lgan masofa deb,  $A$  nuqtadan  $a$  to'g'ri chiziqli tushirilgan  $AB$  perpendikularning uzunligini qabul qilamiz. Ravshanki, bu masofa  $A$  nuqtadan  $a$  to'g'ri chiziqli tushirilgan barcha og'malar uzunligidan kichik bo'ladi (9-rasm). Bu tasdiqning isbotiga keyin to'xtalamiz.

Qurilishda devorlar va ustunlarning tikligi (polga nisbatan perpendikularligi) sho'qul degan asbob yordamida tekshiriladi (10-rasm).



## Savol, masala va topshiriqlar

1. Qachon to'g'ri chiziqlar perpendikular bo'ladi? Javobingizni chizmada sharhlang.
2. Berilgan to'g'ri chiziqli yotuvchi nuqtadan unga nechta perpendikular to'g'ri chiziqli o'tkazish mumkin? Javobingizni izohlang.



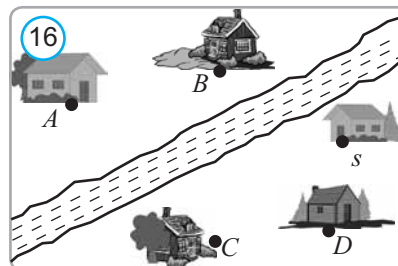
3. To'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular deb nima aytiladi?
4. Berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan og'ma nima?
5. Berilgan  $A$  nuqtadan to'g'ri chiziqqa nechta og'ma tushirish mumkin?
6. Chizg'ich va go'niya yordamida berilgan to'g'ri chiziqqa unda yotuvchi nuqtadan perpendikular tushiring.
7.  $a$  to'g'ri chiziqda  $A, B, C$  nuqtalarni belgilang va transportir yordamida bu nuqtalarning har biri orqali  $a$  to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqlarni o'tkazing.
8. To'g'ri burchakka vertikal bo'lgan burchak necha gradus?
9.  $a$  to'g'ri chiziq  $A$  burchakning tomonlarini  $B$  va  $C$  nuqtalarda kesib o'tadi.  $AB$  va  $AC$  to'g'ri chiziqlar  $a$  to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'la oladimi?
10. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishi natijasida 4 ta teng burchak hosil bo'ldi. Bu to'g'ri chiziqlar perpendikular bo'ladimi?
11. 11-rasmdagi noma'lum burchak  $x$  ni toping.
12. Agar  $OB \perp OD$ ,  $OA \perp OC$  bo'lsa,  $\angle AOB = \angle COD$  bo'lishini ko'rsating (12-rasm).
13. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa nima?
14. Go'niya yordamida  $A$  nuqtadan  $a, b$  va  $c$  to'g'ri chiziqlargacha bo'lgan masofalarni toping (13-rasm).
15. Transportir va oddiy chizg'ich yordamida 14-rasmda tasvirlangan oromgohdan temir yo'lgacha bo'lgan eng qisqa masofani aniqlang. Masshtab(Miqyos):  $1 : 10000$ .



### Geometrik boshqotirmalar

3. a) 10 ta; b) 11 ta bir xil cho'pdan 3 ta teng kvadrat tuzing.
4. 12 ta bir xil cho'pdan, ularni sindirmasdan, a) 4 ta; b) 6 ta teng kvadrat yasay olasizmi?

5. 15-rasmda ko'rsatilgan shaklni qalamni qo'g'ozdan uzmasdan va bir kesma ustidan ikki marta yurgizmasdan chizib ko'ring.
6. Daryo bo'yida beshta qishloq bo'lib, ulardan uchta daryoning bir tomonida, qolgan ikkita esa daryoning ikkinchi tomonida joylashgan (16-rasm). Agar har bir qishloq qolgan qishloqlar bilan bevosita yo'llar bilan bog'langan bo'lsa, bu yo'llarning nechta daryoni kesib o'tadi?



## 14

### Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli



13-darsda keltirilgan teoremadagi to'g'ri chiziqning yagonaligini isbotlashda qo'llanilgan usul "Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli" deb nom olgan. Bu usul quyidagi sodda mantiqiy masalaga asoslangan. Aytaylik, yo'lida ketayotib, yo'lning ikkiga ajralgan qismiga duch keldingiz (1-rasm). Bu yo'llarning faqat bittasi manzilingizga, shaharga olib borishini bilasiz. Yo'l ko'rsatuvchi taxtachada birinchi yo'l manzilingizga olib borishi ko'rsatilgan. Siz bu yozuvga ishonmadingiz va ikkinchi yo'l bo'yicha yo'lingizda davom etdingiz. Yurib-yurib boshqa joyga, notanish qishloqqa borib qoldingiz. Bu holatda birinchi bo'lib xayolingizga qanday fikr keladi? Albatta, "Taxtachadagi yozuv to'g'ri ekan!", — degan fikr keladi (2-rasm).

Teskarisini faraz qilib isbotlash usulida ham shunga o'xshash yo'l tutiladi. Teorema shartini tashkil qilgan tasdiq o'rinli deb olinadi. U holda bir-birini inkor etuvchi ikki xil tasdiqdan ("yo'l"dan) faqat bittasi o'rinli bo'lishi mumkin:



**1-holat.** Teoremaning xulosasida keltirilgan tasdiq to'g'ri.

**2-holat.** Teoremaning xulosasida keltirilgan tasdiq to'g'ri emas.

Teorema xulosasiga teskari bo'lgan tasdiq – ikkinchi “yo'l” tanlanadi. Agar bu “yo'l”dagi mantiqiy mulohazalar to'g'riligi oldin aniqlangan (yoki qabul qilingan) biror xossaga zid xulosaga olib kelsa, bu tanlangan “yo'l”ning noto'g'riligini bildiradi. Bu esa, o'z navbatida, birinchi “yo'l” to'g'ri ekanligini, ya'ni teorema shartida keltirilgan tasdiq o'rinli bo'lganda uning xulosasida keltirilgan tasdiq ham o'rinli bo'lishini ko'rsatadi. Shu tariqa, teorema isbotlangan bo'lib chiqadi.

Teskarisini faraz qilib isbotlash usulini qo'llab teoremalarni isbotlashda quyidagilarga e'tibor berish kerak: a) isbotlanishi talab qilingan tasdiqqa teskari bo'lgan jumlaning to'g'ri tuzish; b) faraz qilingan tasdiq va boshqa ma'lum xossalarni asosida to'g'ri xossalarni chiqarish; d) mulohaza yuritish davomida oldin ma'lum bo'lgan xossalarga zid bo'lgan natijani aniqlash.



### Faollashtiruvchi mashq

Quyida berilgan tasdiqqa teskari bo'lgan tasdiqni tuzing:

- a)  $CD$  kesma  $a$  to'g'ri chiziqni kesib o'tadi;
- b)  $A$  va  $B$  nuqtalar  $a$  to'g'ri chiziqning bir tomonida yotadi;
- d)  $CD$  kesmaning uzunligi 15 ga teng;
- e)  $AOB$  burchak to'g'ri burchak emas;
- f)  $\angle ABC > \angle MNL$ ;
- g)  $AB$  og'ma  $AC$  perpendikulardan uzun.



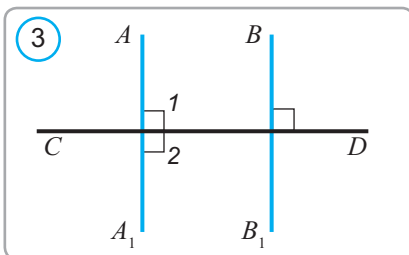
**Teorema.** Bitta to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishmaydi.



$AA_1$ ,  $BB_1$  va  $CD$  to'g'ri chiziqlar,  
 $AA_1 \perp CD$  va  $BB_1 \perp CD$  (3- rasm)

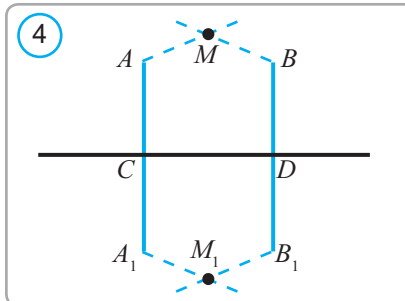


$AA_1$  va  $BB_1$  to'g'ri chiziqlar  
o'zaro kesishmaydi



**Isbot.** Xayolan 3-rasmni  $CD$  to'g'ri chiziq bo'y-lab buklab, yuqori yarimtekislikni pastki yarim-tekislikka ustma-ust qo'yamiz. 1- va 2- burchaklar teng bo'lgani uchun  $CA$  nur  $CA_1$  nur bilan ustma-ust tushadi. Shunga o'xshash  $DB$  nur  $DB_1$  nur bilan ustma-ust tushadi.

Berilgan teoremani isbotlash uchun «teskari-sini faraz qilib isbotlash» usulini qo'llaymiz. Faraz qilamiz: teoremaning sharti bajarilgan bo'lsada, uning xulosasi o'rinli bo'lmasin, ya'ni  $AA_1$  va  $BB_1$  to'g'ri chiziqlar qandaydir  $M$  nuqtada kesishsin (4-rasm). U holda, yuqori yarimtekislikni pastki yarimtekislikka ustma-ust qo'yishda  $M$  nuqta  $AA_1$  va  $BB_1$  to'g'ri chiziqlarda yotuvchi, pastki yarimtekislikdagi  $M_1$  nuqta bilan ustma-ust tushadi. Natijada,  $M$  va  $M_1$  nuqtalardan ikkita  $AA_1$  va  $BB_1$  to'g'ri chiziq o'tib qoladi. Lekin bu ... aksiomaga zid. Demak, bizning farazimiz noto'g'ri:  $AA_1$  va  $BB_1$  to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishishi mumkin emas.



**Teorema isbotlandi.** 😊

**Natija.** To'g'ri chiziqdan tashqaridagi nuqtadan shu to'g'ri chiziqqa perpendikular qilib bittadan ortiq to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin emas.

Bu xossani mustaqil isbotlashga urinib ko'ring.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli qanday qoidaga asoslangan?
2. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan ikkita burchakning yig'indisi  $180^\circ$  ga teng emas. Bu burchaklarning vertikal burchaklar ekanligini isbotlang.
3.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotsa va: a)  $AB=3,6$ ;  $BC=5,4$ ;  $AC=9$ ; b)  $AB=2,4$ ;  $BC=4,2$ ;  $AC=1,8$  bo'lsa,  $C$  nuqtaning  $A$  va  $B$  nuqtalar orasida yotmasligini isbotlang. Bu nuqtalardan qaysi biri qolgan ikkitasi orasida yotadi?
4. Tekislikda uchta  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nuqta berilgan:  $AB=2,6$ ,  $AC=8,3$ ,  $BC=6,7$ . Bu nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotmasligini isbotlang.
5. Qo'shni burchaklar bissektrisalari orasidagi burchakni toping.
6. Vertikal burchaklar tengligini teskari faraz qilish usuli bilan isbotlang.
7. Vertikal burchaklarning bissektrisalari bir to'g'ri chiziqda yotishini isbotlang.
8. Agar  $\angle AOB = 58^\circ$ ,  $\angle BOC = 17^\circ$  va  $\angle AOC = 41^\circ$  bo'lsa,  $OA$ ,  $OB$  va  $OC$  nurlardan qaysi biri qolgan ikkitasining orasida yotadi.
9. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining yig'indisi  $120^\circ$ . Bu burchaklarni toping.
10. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining ayirmasi  $20^\circ$ . Bu burchaklarni toping.



Xarita masshtabi (miqyosi): 1:2000. Xaritani daftaringizga chizib oling. Xazina yashirilgan nuqtani toping.



Musobaqada ikki yoki undan ortiq guruhlar qatnashishi mumkin. Har bir guruhga ruletka va katta transportirdan foydalanishga ruxsat beriladi.

Sinf guruhlarga bo'linib, maktab maydonining turli burchaklarida ish olib borishadi. "Xazina" (masalan, pufakcha, konvertida xat, ...) oldindan maydonning biror joyiga ko'mib qo'yiladi. Xazinaga olib boruvchi xaritalar ham o'qituvchi

tomonidan oldindan tuziladi va guruhlariga tarqatiladi (Xarita namunasi 2-rasmda ko'rsatilgan). Guruhlar o'z xaritalari asosida xazinani topishga kirishadi. Qaysi guruh birinchi bo'lib xaritada ko'rsatilgan siniq chiziqli bo'ylab hamma nuqtalarni aniqlab, xazinani topsa, o'sha guruh g'olib deb topiladi.



**Topshiriq.** Uyingizdan maktabga keladigan yo'lning 3-rasmdagi kabi xaritasini tuzing. Chamalab bu yo'lning uzunligini aniqlang.

## 16

### Bilimingizni sinab ko'ring

#### 1. Jummalarni mohiyatidan kelib chiqib to'ldiring:

1. Nuqta va uchlari shu nuqtada bo'lgan ..... iborat shakl burchak deb ataladi.
2. Tekislikda ikki nuqta orqali ..... to'g'ri chiziqli o'tkazish mumkin.
3. Yoyliq burchakning gradus o'lchovi ..... teng.
4. Ikkita to'g'ri chiziqli faqat ..... kesishadi.
5. Burchakning uchidan chiqib, uni ..... burchak bissektrisasi deb ataladi.
6. To'g'ri chiziqlining biror nuqtasidan bir tomonda yotgan nuqtalardan iborat qismi ..... deb ataladi.
7. Umumiy tomonga ega bo'lib, qolgan ikkita tomoni to'g'ri chiziqli hosil qiluvchi burchaklar ..... deb ataladi.
8. To'g'ri chiziqli tekislikni ..... ajratadi.
9. Vertikal burchaklarning bissektrisalari ..... hosil qiladi.
10. Kesmani teng ..... shu kesmaning o'rtasi deb ataladi.
11. Agar qo'shni burchaklar ....., ular to'g'ri burchaklar bo'ladi.
12. Teng kesmalarning ..... ham teng bo'ladi.

#### 2. Quyida keltirilgan jummalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating:

1. Yig'indisi  $180^\circ$ ga teng bo'lgan burchaklar qo'shni burchaklar bo'ladi.
2. Tekislikdagi ixtiyoriy ikki to'g'ri chiziqli faqat bitta umumiy nuqtaga ega bo'ladi.
3. Burchakning uchidan o'tib, uni teng ikkiga bo'luvchi to'g'ri chiziqli burchakning bissektrisasi deb ataladi.
4. Ixtiyoriy nuqta orqali faqat ikkita to'g'ri chiziqli o'tkazish mumkin.
5. Ikkala tomoni ham nurlarda yotuvchi burchak yoyliq burchak deb ataladi.
6. Tekislikdagi ikki to'g'ri chiziqli uni ikkita yarimtekislikka ajratadi.
7. Ikki to'g'ri chiziqlining kesishishidan hosil bo'lgan burchaklarga vertikal burchaklar deb ataladi.
8. Kesmani ikkiga bo'luvchi nuqta kesmaning o'rtasi deb ataladi.

9. Berilgan nurning boshiga faqat bitta to'g'ri burchak qo'yish mumkin.
10. Tekislikdagi ixtiyoriy  $A, B, C$  nuqtalar uchun  $AB + BC = AC$  tenglik o'rinli.
11. Vertikal burchaklarning yig'indisi  $180^\circ$ ga teng.

**3. Berilgan xossaga ega bo'lgan geometrik shaklni o'ng ustundagi mos qatorga yozing:**

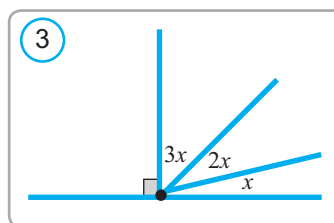
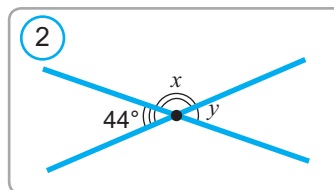
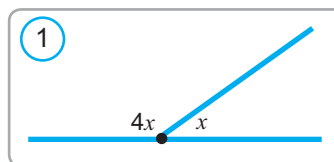
|     |                                             |  |
|-----|---------------------------------------------|--|
| 1.  | Yig'indisi $180^\circ$ ga teng              |  |
| 2.  | Tomonlari nurlardan iborat                  |  |
| 3.  | Kattaligi $180^\circ$ ga teng               |  |
| 4.  | Tayin uzunlikka ega                         |  |
| 5.  | Kesmani teng ikkiga bo'ladi                 |  |
| 6.  | Isbotsiz to'g' deb qabul qilingan jumla     |  |
| 7.  | Burchakni teng ikkiga bo'ladi               |  |
| 8.  | To'g'ri chiziqlar kesishganda hosil bo'ladi |  |
| 9.  | To'g'riligini isbotlash zarur               |  |
| 10. | O'lchovga ega emas                          |  |

**4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinlarni mos qo'ying:**

| Geometrik tushuncha               | Talqin, xossa                                                    |
|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1. Nuqta                          | A. "Geometriya" so'zining ma'nosi                                |
| 2. To'g'ri chiziq                 | B. Yig'indisi $180^\circ$ ga teng                                |
| 3. Yer o'lchash                   | C. O'zaro teng burchaklar                                        |
| 4. Kesma                          | D. To'g'ri chiziqdagi nuqta va undan bir tomonda yotgan nuqtalar |
| 5. Nur                            | E. $180^\circ$                                                   |
| 6. Kesma uzunligi                 | F. Umumiy uchga ega bo'lgan ikki nur                             |
| 7. Teng shakllar                  | G. Uzunligini o'lchab bo'lmaydi                                  |
| 8. Yarimtekislik                  | H. To'g'ri burchakning $1/90$ qismi                              |
| 9. Planimetriya                   | I. Isbotsiz qabul qilinadigan tasdiq                             |
| 10. Burchak                       | J. Isbotlanishi lozim bo'lgan tasdiq                             |
| 11. 1 gradus                      | K. To'g'ri chiziqning ikki nuqtasi va ular orasidagi nuqtalar    |
| 12. Yoyiq burchak gradus o'lchovi | L. Tekislikdagi geometrik shakllarning xossalarini o'rganadi     |
| 13. Vertikal burchaklar           | M. Burchakni teng ikkiga bo'ladi                                 |
| 14. Qo'shni burchaklar            | N. Tekislikning to'g'ri chiziq ajratgan qismlaridan biri         |
| 15. Teorema                       | O. Qismlarga ega emas                                            |
| 16. Aksioma                       | P. Musbat son                                                    |
| 17. Bissektrisa                   | Q. Aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkin               |

**5. Testlar (berilgan javoblar ichidan eng to'g'ri bo'lgan bittasini aniqlang):**

1. Ta'rifsiz qabul qilingan asosiy geometrik tushunchalarni ko'rsating: a) tekislik; b) nuqta; c) kesma; d) nur; e) to'g'ri chiziq; f) yarimtekislik.  
A) a; b; c    B) b; c; e    C) a; b; c; e    D) a; b; e.
2. Ikki qo'shni burchakning ayirmasi  $24^\circ$  ga teng bo'lsa, ulardan kichigini toping:  
A)  $72^\circ$ ;    B)  $76^\circ$ ;    C)  $78^\circ$ ;    D)  $82^\circ$ .
3. Geometriya fan sifatida qaysi mamlakatda shakllangan?  
A) Qadimgi Misr; B) Bobil; C) Yunoniston; D) Xitoy.
4. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'gan burchaklardan uchtasining yig'indisi  $200^\circ$  ga teng. Burchaklardan kichigini toping:  
A)  $20^\circ$ ;    B)  $40^\circ$ ;    C)  $60^\circ$ ;    D)  $80^\circ$ .
5. Hech qanday uchta bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan 4 ta nuqta berilgan. Shu nuqtalarning har bir jufti orqali to'g'ri chiziqlar o'tkazildi. Ularning sonini toping.  
A) 1;    B) 4;    C) 5;    D) 6.
6. Burchak bissektisasi uning tomoni bilan  $60^\circ$  li burchak hosil qiladi. Berilgan burchakka qo'shni bo'lgan burchakni toping:  
A)  $30^\circ$ ;    B)  $60^\circ$ ;    C)  $90^\circ$ ;    D)  $120^\circ$ .
7.  $AB$  kesmani 2 ta to'g'ri chiziq kesib o'tsa, ko'pi bilan nechta kesma hosil bo'ladi?  
A) 3;    B) 4;    C) 5;    D) 6.
8. Soat 4 bo'lganda, soat va minut millari orasidagi burchak necha gradus bo'ladi?  
A)  $60^\circ$ ;    B)  $75^\circ$ ;    C)  $105^\circ$ ;    D)  $120^\circ$ .
9.  $AB = 6$ ,  $C \in AB$ ,  $AC = 3BC$ ,  $BC = ?$   
A) 1;    B) 1,5;    C) 2;    D) 3.
10. Soatning soat mili 30 minutda necha gradusga buri-ladi?  
A)  $180^\circ$ ;    B)  $6^\circ$ ;    C)  $60^\circ$ ;    D)  $30^\circ$ .
11.  $AB = 18$ ,  $C \in AB$ ,  $AC - BC = 4$ ,  $BC = ?$   
A) 7;    B) 8;    C) 10;    D) 11.
12. Vertikal burchaklarning yig'indisi  $180^\circ$  ga teng. Bu bur-chaklarni toping:  
A)  $60^\circ$  va  $120^\circ$ ;    B)  $45^\circ$  va  $135^\circ$ ;  
C)  $90^\circ$  va  $90^\circ$ ;    D)  $45^\circ$  va  $45^\circ$ .
13. Uchta to'g'ri chiziq tekislikni eng ko'pi bilan nechta qismga ajratishi mumkin?  
A) 4;    B) 5;    C) 6;    D) 7.
14. 1-rasmdagi  $x = ?$   
A)  $30^\circ$ ;    B)  $36^\circ$ ;    C)  $45^\circ$ ;    D)  $60^\circ$ .
15. 2-rasmdagi  $x = ?$   
A)  $136^\circ$ ;    B)  $72^\circ$ ;    C)  $56^\circ$ ;    D)  $96^\circ$ .
16. 3-rasmdagi  $x = ?$   
A)  $15^\circ$ ;    B)  $30^\circ$ ;    C)  $45^\circ$ ;    D)  $60^\circ$ .



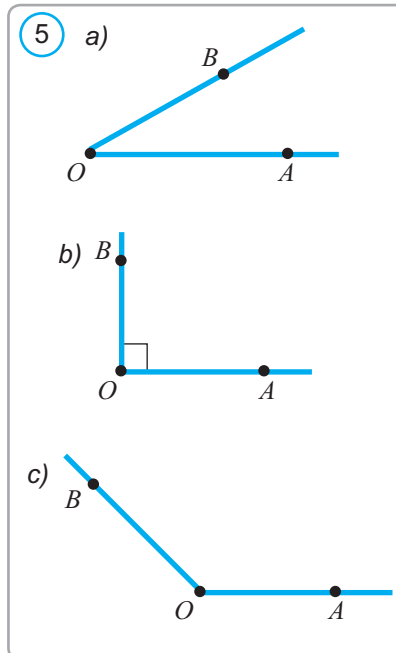
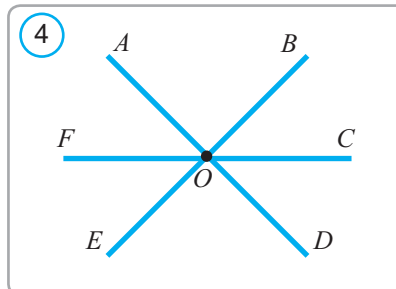
17. Quyidagi mulohazalardan to'g'risini toping:
  - A) Tekislikda berilgan nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
  - B) To'g'ri chiziqning biror nuqtasidan bir tomonda yotgan nuqtalaridan iborat qismiga nur deb ataladi.
  - C) To'g'ri chiziqning, ikki nuqtasi orasida yotgan nuqtalaridan iborat qismi kesma deb ataladi.
  - D) Har qanday nurga faqat bitta burchak qo'yish mumkin.
18. Quyidagi mulohazalardan to'g'risini toping.
  - A) Qo'shni burchaklar yoyiq burchak bo'ladi.
  - B) Agar  $AB = 5$  sm,  $BC = 6$  sm bo'lsa,  $AC = 11$  sm bo'ladi.
  - C) Agar burchaklar teng bo'lsa, ular vertikal burchaklar bo'ladi.
  - D) Agar ikkita burchak teng bo'lsa, ularga qo'shni bo'lgan burchaklar ham teng bo'ladi.

## 6. Masalalar

1. Transportir yordamida bir tomoni umumiy bo'lgan  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $130^\circ$ ,  $170^\circ$  li burchaklarni yasang.
2. Yoyiq burchakning bissektrisasi uning tomonlari bilan qanday burchak hosil qiladi?
3. Burchakning bissektrisasi uning tomoni bilan  $30^\circ$  li burchak hosil qilgan bo'lsa, burchakning o'zi necha gradus?
4. Burchakning bissektrisasi uning tomonlari bilan o'tmas burchak tashkil qilishi mumkinmi?
5.  $\angle AOB = 50^\circ$ ,  $\angle BOC = 80^\circ$  bo'lsa,  $AOB$  va  $BOC$  burchaklarning bissektrisalari orasidagi burchakni toping. Masala nechta yechimga ega?
6.  $15^\circ$  li burchakka 10 marta kattalashtiruvchi lupa (ko'zgu) orqali qaralganda, necha gradusli burchak ko'rinadi?
7. a)  $90^\circ$ ; b)  $60^\circ$ ; c)  $50^\circ$ ; d)  $20^\circ$  li burchakning bissektrisasini transportir yordamida yasang.
8.  $\angle AOB = 120^\circ$  bo'lgan burchakning  $OK$  bissektrisasini transportir yordamida yasang. So'ngra hosil bo'lgan  $AOK$  va  $KOB$  burchaklarning bissektrisalarini yasang va bu bissektrisalar orasidagi burchakni toping.
9. Agar  $AB = 1,8$  m,  $AC = 1,3$  m va  $BC = 3$  m bo'lsa,  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadimi?
10.  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar  $AB = 2,7$  m,  $AC = 3,2$  m bo'lsa,  $BC$  kesmani uzunligini toping. Masala nechta yechimga ega?
11. Uzunligi 15 m bo'lgan  $AB$  kesmada  $C$  nuqta belgilangan. Agar:
  - a)  $AC$  kesma  $BC$  kesmadan 3 m uzun,
  - b)  $C$  nuqta  $AB$  kesmaning o'rtasi bo'lsa,



- c)  $AC$  va  $BC$  kesmalarning uzunliklari 2:3 nisbatda bo'lsa,  $AC$  va  $BC$  kesmalar uzunliklarini toping.
12.  $A, B, C, D$  nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar  $B$  nuqta  $AC$  kesmaning,  $C$  nuqta esa  $BD$  kesmaning o'rtasi bo'lsa,  $AB = BC = CD$  ekanligini ko'rsating.
13. Hech bir uchasi bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan: a) 6; b) 7; c) 10 ta nuqta orqali nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
14.  $OA$  va  $OB$  nurlar qachon ustma-ust tushadi?
15.  $AB$  nurda  $C$  nuqta,  $BA$  nurda  $D$  nuqta shunday olinganki,  $AC = 0,7$  va  $BD = 2,1$ . Agar  $AB = 1,5$  bo'lsa,  $CD$  ni toping.
16. 4-rasmda nechta vertikal burchaklar juftligi tasvirlangan?
- 17\*. Agar soatning soat va minut millari orasidagi burchak  $45^\circ$  bo'lib, minut mili 6 da turgan bo'lsa, soat qaysi vaqtni ko'rsatayotgan bo'ladi?
18. To'g'ri chiziqqa unda yotmagan  $O$  nuqtadan  $OA$  og'ma va  $OB$  perpendikular o'tkazilgan. Ularning uzunliklari yig'indisi 13, ayirmasi esa 1 ga teng bo'lsa,  $O$  nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani toping.
19.  $AOB$  va  $BOC$  qo'shni burchaklar ekanligi ma'lum. Agar:  
a)  $AOB$  burchak  $BOC$  burchakdan  $40^\circ$  katta;  
b)  $AOB$  burchak  $BOC$  burchakdan 4 marta kichik;  
c)  $\angle AOB = \angle BOC + 44^\circ$ ;  
d)  $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$  bo'lsa, bu burchaklarni toping.
20. Ikki to'g'ri chiziq kesishishidan to'rtta burchak hosil bo'ldi. Ulardan ikkitasining gradus o'lchovlari yig'indisi  $100^\circ$  ga teng bo'lsa, bu to'rtta burchakning gradus o'lchovlarini toping.
21.  $A, B$  va  $C$  nuqtalar tekislikda shunday joylashganki, a)  $AC + CB = AB$ ; b)  $AB + AC = BC$ . Qaysi nuqta qolgan ikkitasining orasida yotadi?
22. 5-rasmdagi burchaklarning tomonlariga  $A$  va  $B$  nuqtalar orqali perpendikular to'g'ri chiziqlar o'tkazing. Bu to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasida qanday burchaklar hosil qiladi?



Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'lib, birinchi qismga 49–50-betlarda keltirilgan testlardan beshtasi kiritiladi. Ikkinchi qismda esa quyida keltirilgan masalalarga o'xshash 3 ta masala beriladi (4-masala “a’lo” baho olmoqchi bo'lgan o'quvchilar uchun qo'shimcha tarzda havola etiladi):

1.  $MN$  va  $KL$  to'g'ri chiziqlarning kesishishidan hosil bo'lgan  $MOL$  va  $KON$  vertikal burchaklarning yig'indisi  $148^\circ$  ga teng.  $MOK$  burchakni toping.
2. Qo'shni burchaklarning ayirmasi  $60^\circ$  ga teng. Bu burchaklarning kichigini toping.
3. Burchak bissektrisasi shu burchakning tomoni bilan  $66^\circ$  li burchak hosil qiladi. Bu burchakka qo'shni bo'lgan burchakni toping.
- 4\*. Qo'shni burchaklar bissektrisalari to'g'ri burchak ostida kesishishini isbotlang.

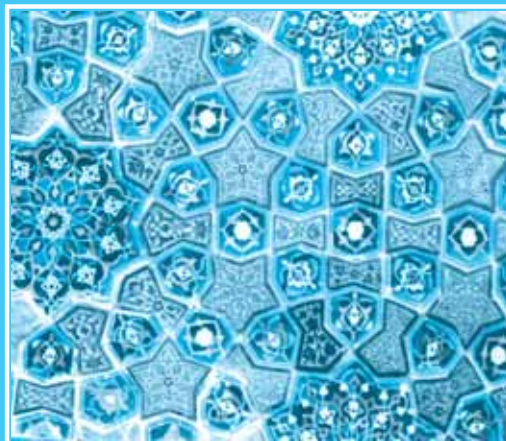


**Qobiliyatli o'quvchilar uchun qo'shimcha topshiriq.**

1. «Geometriya–7» elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib o'z bilimingizni sinab ko'ring.

2. Shuningdek, 10-betda keltirilgan internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

## II BOB



### UCHBURCHAKLAR

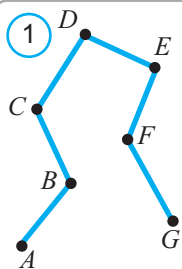
Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

#### Bilimlar:

- Siniq chiziq va uning turlarini bilish;
- ko'pburchak ta'rifini bilish;
- uchburchak va uning asosiy elementlarini bilish, bu elementlar bo'yicha uchburchakni turlarga ajrata olish;
- uchburchak medianasi, bissektisasi va balandligining ta'riflarini bilish;
- uchburchaklar tengligining TBT alomatini bilish;
- teng yonli uchburchakning xossalarini bilish;
- uchburchaklar tengligining BTB alomatini bilish;
- uchburchaklar tengligining TTT alomatini bilish;
- teng tomonli uchburchak xossalarini bilish;
- kesma o'rta perpendikularining xossasini bilish.

#### Ko'nikmalar:

- Uchburchaklar tengligining alomatlariga ko'ra teng uchburchaklarni aniqlay olish;
- o'zlashtirilgan bilimlarni masalalar yechishda va amaliy ishlarni bajarishda qo'llay olish;
- geometriyaning go'zalligi va jozibasini his etish.



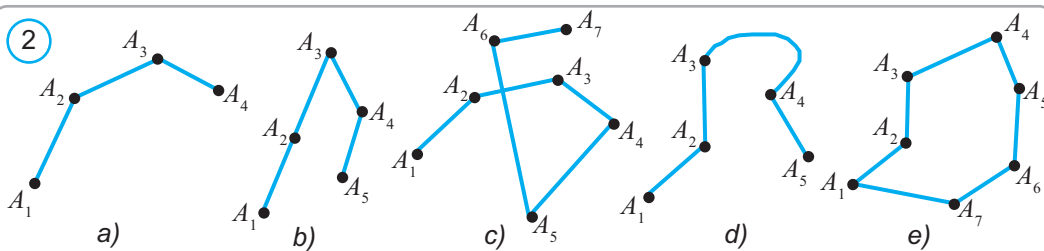
$ABCDEFG$  — **siniq chiziq**;  
 $A, B, C, D, E, F, G$  — **siniq chiziqning uchlari**;  
 $AB, BC, CD, DE, EF, FG$  — **siniq chiziqning bo'g'inlari (tomonlari)**.



Ketma-ket kelgan ikkitasi bir to'g'ri chiziqda yotmagan  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$  kesmalardan tashkil topgan shaklga **siniq chiziq** deyiladi.

$A_1, A_2, \dots, A_n$  nuqtalar siniq chiziqning *uchlari*,  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$  kesmalar esa siniq chiziqning *bo'g'inlari* yoki *tomonlari* deb ataladi. 1-rasmda  $ABCDEFG$  — siniq chiziq tasvirlangan. Boshlang'ich va oxirgi uchlari ustma-ust tushadigan siniq chiziqni — **yopiq siniq chiziq** deb ataymiz.

**Mashq.** 2-rasmda tasvirlangan chiziqlarning siniq chiziq bo'lishi yoki bo'lmasligini aniqlang va izohlang.

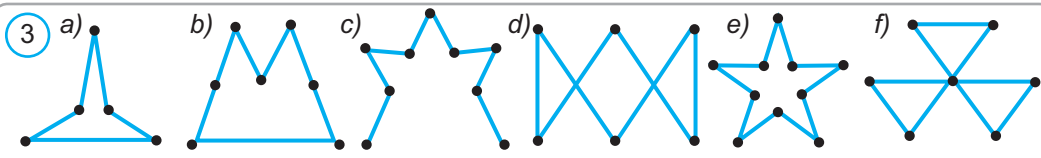


O'z-o'zini kesmaydigan yopiq siniq chiziq **ko'pburchak** deb ataladi.



### Faollashtiruvchi mashq.

Ko'pburchakning ta'rifidan kelib chiqadigan xususiyatlarini sanang va 3-rasmdagi shakllarning ko'pburchak bo'lish yoki bo'lmasligini aniqlang va izohlang.



Tomonlarining soniga qarab, ko'pburchaklar uchburchak, to'rtburchak, beshburchak, oltiburchak, umumiy holda  $n$ -burchak deb nomlanadi. Siz ba'zi ko'pburchaklar bilan quyi sinflarda tanishgansiz.

Har qanday ko'pburchak tekislikni ikki sohaga ajratadi. Ko'pburchak bilan chegaralangan *chekli soha* — ko'pburchakning *ichki sohasi* deb, ikkinchi — cheksiz soha esa ko'pburchakning *tashqi sohasi* deb ataladi. 4-rasmda  $ABCDEF$  oltiburchakning ichki (a-rasm) va tashqi (b-rasm) sohalari bo'yab ko'rsatilgan.

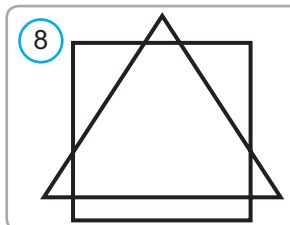
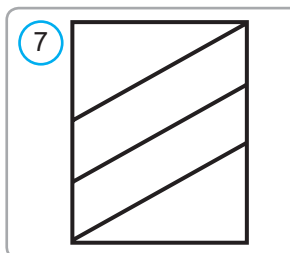
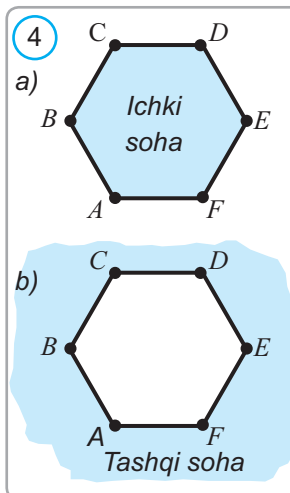
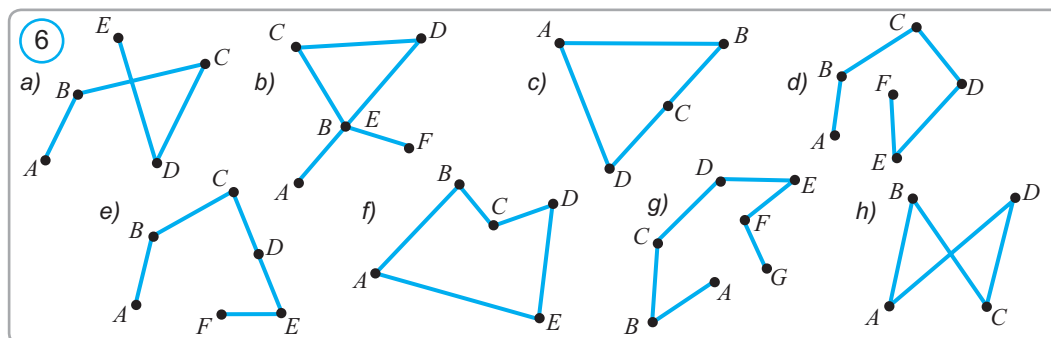


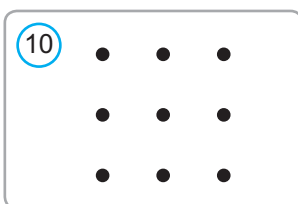
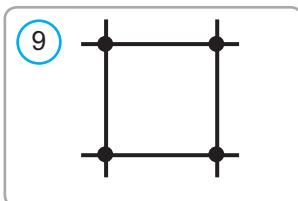
### Savol, masala va topshiriqlar

1. Siniq chiziq nima?
2. Siniq chiziq chizing, uni belgilang va uning uchlari va bo'g'inlarini chizmada ko'rsating.
3. Yopiq siniq chiziqlarga misollar keltiring.
4. Sinf xonasida, maktabda, uyda siniq chiziqni eslatuvchi narsalarga misollar toping.
5. Ko'pburchak nima? Misollar keltiring.
6. 5-rasmda tasvirlangan raqamlar qanday chiziqlarni ifodalayapti.



7. 6-rasmda tasvirlangan shakllarning qaysilari a) siniq chiziq; b) yopiq siniq chiziq; c) ko'pburchak bo'lishini aniqlang.





8. Har ikki qo'shni bo'g'ini perpendikular bo'lgan besh bo'g'inli siniq chiziq chizing. Bunday siniq chiziq necha xil bo'lishi mumkin?



### Geometrik boshqotirmalar

1. 7-rasmda nechta to'rtburchak bor?
2. 8-rasmda ko'rsatilgan shaklni qalamni qog'ozdan uzmasdan va bir chiziq ustidan qayta yuritmasdan chizing.
3. Tomonlari 9-rasmda berilgan to'rtta nuqtadan o'tuvchi uchburchak chizing.
4. 10-rasmda tasvirlangan 9 ta nuqtaning hammasidan o'tuvchi, bo'g'inlari soni 4 ta bo'lgan siniq chiziq chiza olasizmi?

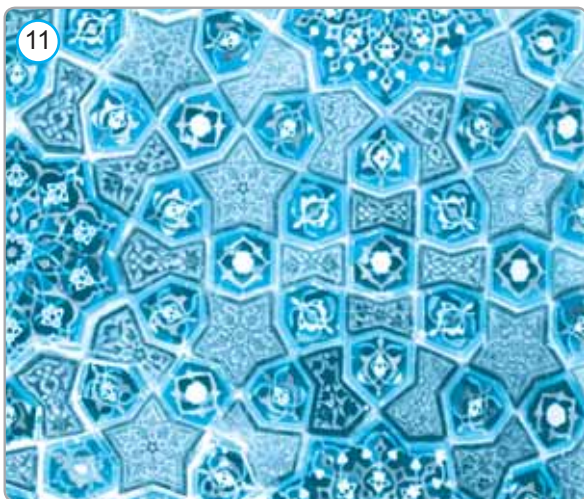


### Tarixiy lavhalar.

#### Handasa ilmida o'z davridan besh asr o'zib ketgan me'mor ustalarimiz.

2007-yil fevral oyida Amerikada bosilgan o'rta asr me'morchiligi haqidagi maqola ilmiy shov-shuvga sabab bo'ldi. Gap shundaki, 2005-yilda Samarqanddagi Abdullaxon madrasasi gumbazidagi qoshin naqshlarni ko'zdan kechirgan Garvard universitetining aspiranti Piter Lu hayratdan yoqasini yshlab qoldi. Uning ko'z ongida 1970-yillarda kashf qilingan deb hisoblangan, Penrouz naqshlari deb nomlangan murakkab geometrik shakllar turar edi. Bundan chiqdi, bizning me'mor ajdodlarimiz aqlu-zakovatda o'z davridan besh asr ilgari ketib, fanga yaqindagina kiritilgan murakkab geometrik shakllarni bilibgina qolmasdan, ulardan o'z

ishlarida ijodiy foydalanishgan ekan-da! Ha, darhaqiqat shunday bo'lib chiqdi. 11-rasmda me'morchilik obidasidagi naqsh tasvirlangan. 12-rasm o'rta asr qo'lyozmalaridan olingan bo'lib, unda mazkur naqsh asosini tashkil qiluvchi ko'pburchaklar tasvirlangan.



Bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtani belgilaymiz. Ularni o'zaro kesmalar bilan tutashtirub chiqsak, **uchburchak** hosil bo'ladi (1-rasm). Belgilangan uchta nuqta uchburchakning uchlari, kesmalar esa uchburchakning tomonlaridan iborat bo'ladi. Odatda, "uchburchak" so'zi o'rniga  $\Delta$  belgisi ishlatiladi. " $\Delta ABC$ " yozuvi "uchburchak  $ABC$ " yoki " $ABC$  uchburchak" deb o'qiladi.  $\angle BAC$ ,  $\angle ABC$ ,  $\angle ACB$  — uchburchakning **burchaklari** deb yuritiladi. Ularni ba'zida aniqlik uchun **ichki burchaklar** deb ham atashadi (1-rasm).

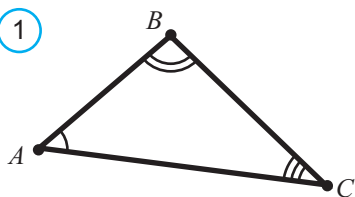
Uchburchak burchaklarini  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  tarzda ham belgilash mumkin. Uchburchakning tomonlari va burchaklari uning asosiy elementlari deb ataladi. Uchburchakning uchala tomoni uzunliklari yig'indisiga, uning **perimetri** deyiladi. U  $P$  harfi bilan belgilanadi. Shuningdek,

$BAC$  burchak uchburchakning  $AB$  va  $AC$  tomonlari orasida yotuvchi burchagi;

$AB$  va  $AC$  tomonlar  $BAC$  burchakka yopishgan,

$BC$  tomon  $BAC$  burchak qarshisida yotibdi kabi iboralar qo'llaniladi.

1



$\Delta ABC$  —  $ABC$  uchburchak

$A, B, C$  nuqtalar — uchburchakning uchlari

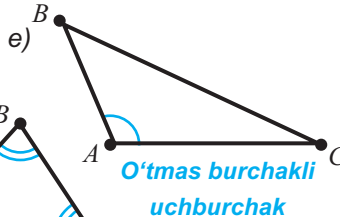
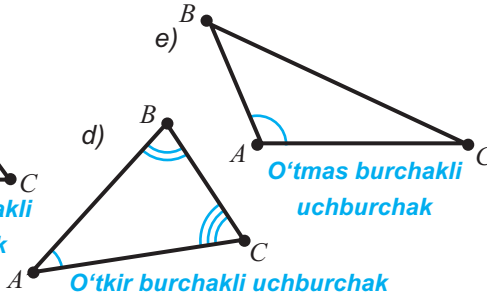
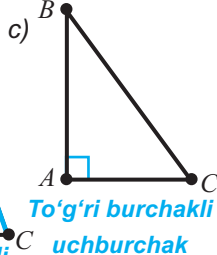
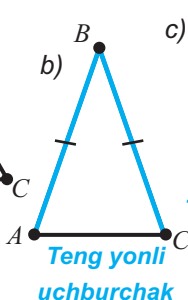
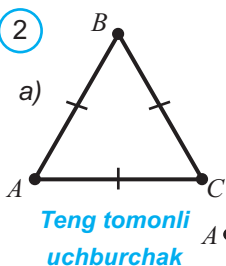
$AB, BC, AC$  kesmalar — uchburchakning tomonlari

$\angle A, \angle B, \angle C$  — uchburchakning burchaklari

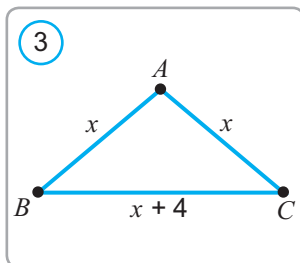
$P = AB + BC + AC$  — uchburchakning perimetri

Tomonlari va burchaklariga ko'ra uchburchaklar quyidagi turlarga ajratiladi: uchala tomoni o'zaro teng bo'lsa, **teng tomonli uchburchak** (2.a-rasm), tomonlaridan ikkitasi o'zaro teng bo'lsa, **teng yonli uchburchak** (2.b-rasm), bitta burchagi to'g'ri bo'lsa, **to'g'ri burchakli uchburchak** (2.c-rasm), hamma burchaklari o'tkir bo'lsa, **o'tkir burchakli uchburchak** (2.d-rasm), bitta burchagi o'tmas bo'lsa, **o'tmas burchakli uchburchak** (2.e-rasm)

2







**Masala.** Perimetri 28 sm ga teng bo'lgan teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 4 sm uzun. Shu uchburchakning tomonlarini toping.



**Yechilishi:**  $ABC$  uchburchakning yon tomonini  $x$  deb belgilasak, asosi  $x + 4$  bo'ladi (3-rasm). Unda, masala shartiga ko'ra,  $P = x + x + x + 4 = 3x + 4 = 28$ ,  $x = 8$ . Demak,  $AB = AC = 8$  sm;  $BC = 12$  sm. **Javob:** 8 sm; 8 sm; 12 sm. 😊

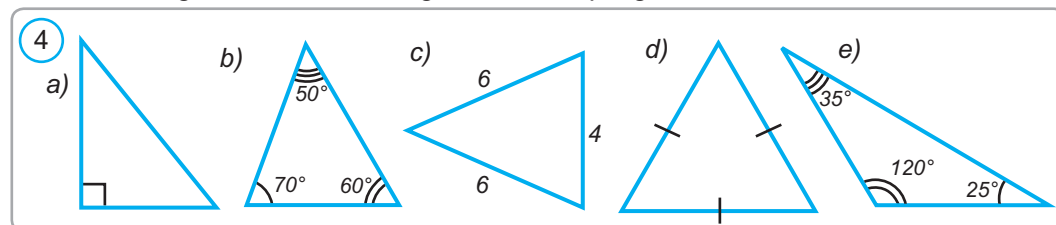


### Savol, masala va topshiriqlar

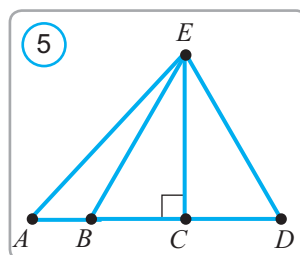
1. Qanday shakl uchburchak deb ataladi?
2.  $PQR$  uchburchakda
  - a)  $\angle P$  qarshisida qaysi tomon yotadi?
  - b)  $PQ$  tomonga qaysi burchaklar yopishgan?
  - c)  $PQ$  va  $QR$  tomonlar orasida qaysi burchak joylashgan?
  - d)  $PR$  tomon qaysi burchak qarshisida yotibdi?

Bu savollarga shaklga qaramay javob berishga harakat qiling.

3. Uchburchakning qanday turlari bor? Har bir uchburchak turidan bittadan uchburchak chizing. Ularni belgilang. Uchburchak turlarining ta'rifidan kelib chiqib, ularning xususiyatlarini ifodalang.
4. 4-rasmdagi uchburchaklarning turlarini aniqlang.



5. Ko'z bilan chamalab, uchala tomoni teng bo'lgan uchburchak yasang. So'ngra tomonlarini o'lchab tekshirib ko'ring.

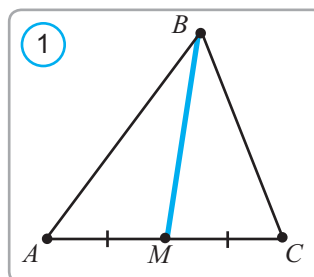


6. Teng tomonli uchburchak chizib, burchaklarini o'lchang va xulosa chiqaring.
7. 5-rasmda bir uchi: a)  $A$  nuqtada; b)  $B$  nuqtada; c)  $C$  nuqtada bo'lgan nechta uchburchak bor?
8. 5-rasmda uchburchakning qanday turlarini ko'rayapsiz? Ularni turlari bo'yicha daftaringizga yozing.
9. Birorta uchburchak chizing va uni belgilang. Chizg'ich yordamida tomonlarini o'lchang va uchburchak perimetrini toping.

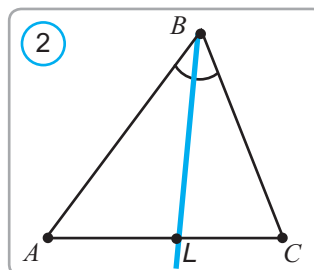
$ABC$  uchburchakning  $B$  uchini uning qarshisida yotuvchi tomonning o'rtasi  $M$  nuqta bilan tutashtiramiz (1-rasm). Hosil bo'lgan  $BM$  kesma  $ABC$  uchburchakning *medianasi* deb ataladi. Bu mediana  $B$  uchdan chiqqan yoki  $AC$  tomonga tushgan deyiladi.



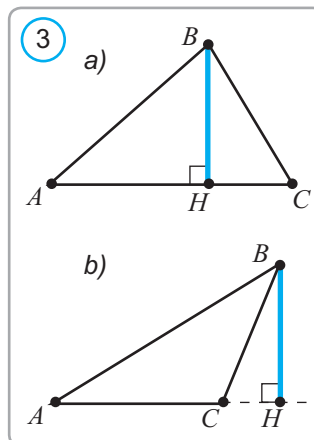
Uchburchak uchini shu uch qarshisidagi tomonning o'rtasi bilan tutashtiruvchi kesma uchburchakning **medianasi** deb ataladi.



Uchburchak burchagi bissektrisasining uchburchak ichida yotgan qismi (kesmasi) uchburchak **bissektrisasi** deyiladi.



Uchburchak uchidan shu uch qarshisidagi tomon yotgan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular, uchburchakning **balandligi** deb ataladi.



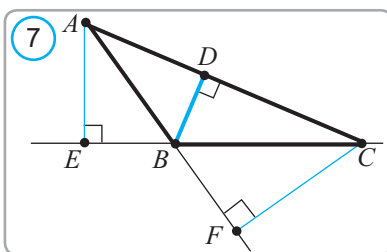
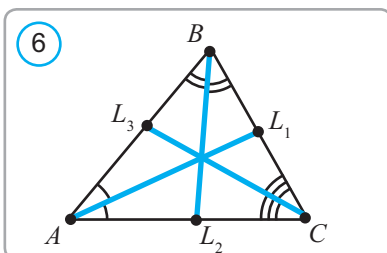
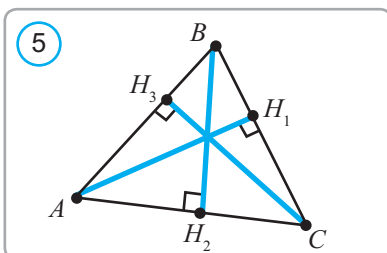
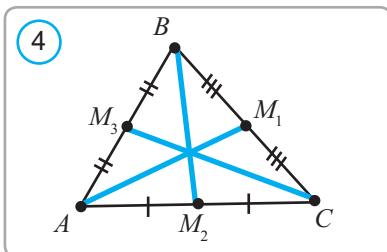
Uchburchakning uchta uchi bo'lgani sababli har bir uchburchak uchtdan mediana, balandlik va bissektrisaga egadir.

4-rasmdagi  $AM_1$ ,  $BM_2$  va  $CM_3$  kesmalar —  $ABC$  uchburchak medianalari.

5-rasmdagi  $AL_1$ ,  $BL_2$  va  $CL_3$  kesmalar —  $ABC$  uchburchak bissektrisalari.

6-rasmdagi  $AH_1$ ,  $BH_2$  va  $CH_3$  kesmalar —  $ABC$  uchburchak balandliklari.

Bu muhim tushunchalarning xossalari bilan keyingi darslarda tanishamiz.



toimon davomiga  $A$  nuqtadan  $AE$  perpendikular tushiramiz. Hosil bo'lgan  $AE$  kesma  $ABC$  uchburchakning  $A$  uchidan tushirilgan balandligi bo'ladi. Huddi shunday,  $AB$  tomon davomiga  $CF$  balandlikni tushirish mumkin. 😊

### 🔍 Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning medianasi nima? Uchburchakning nechta medianasi bor? Chizmada chizib ko'rsating.



### Geometrik tadqiqotlar

1. Ixtiyoriy uchburchak chizing. Uning hamma medianalarini o'tkazing (4-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.
2. Ixtiyoriy uchburchak chizing. Uning hamma balandliklarini o'tkazing (5-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.
3. Ixtiyoriy uchburchak chizing. Uning hamma bissektisalarini o'tkazing (6-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.

O'tkazilgan tajribalar asosida aniqlangan xossalarni teorema deb hisoblasak bo'ladimi? Nega?

**Mashq.** O'tmas burchakli uchburchakning balandliklarini o'tkazing.

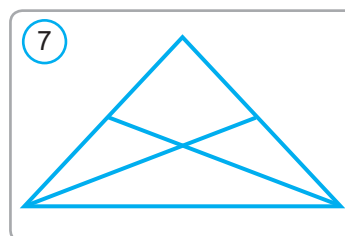
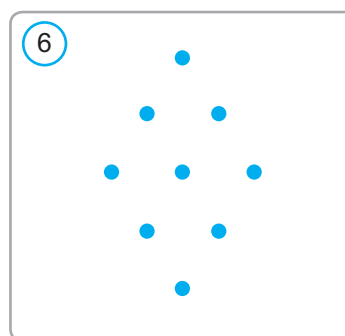
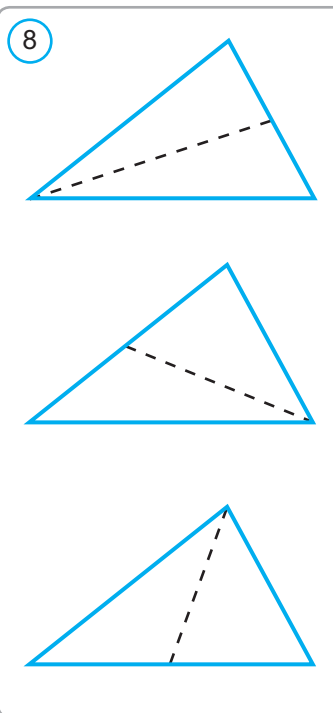
😊 **Bajarish:** Uchburchakning, xususan, o'tmas burchakli uchburchakning ham uchta balandligi bor. O'tmas burchakli  $ABC$  uchburchakni qaraymiz (7-rasm). O'tmas burchagi uchidan tushirilgan  $BD$  balandlik uchburchakning ichida yotadi. O'tkir burchagi  $A$  uchidan balandlik tushirish uchun, shu burchak qarshisidagi  $BC$  tomonni davom ettiramiz va  $BC$

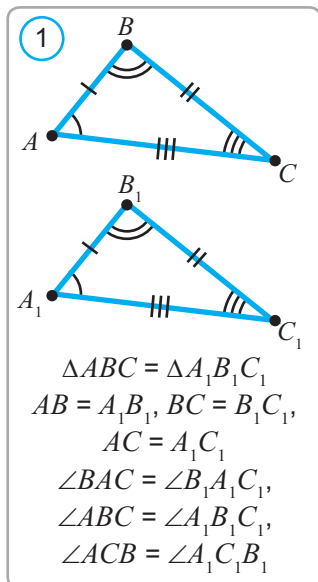
2. Uchburchakning balandligi nima? Uchburchakning nechta balandligi bor? Chizmada chizib ko'rsating.
3. Uchburchakning bissektisasi nima? Uchburchakning nechta bissektisasi bor? Chizmada chizib ko'rsating.
4. Burchak bissektisasi bilan uchburchakning bissektisasi o'rtasida o'xshashlik va farqlarni ayting?
5. (*Amaliy mashq*). Uchta bir xil uchburchakni turli medianalari bo'ylab qirqing (*8-rasm*). Hosil bo'lgan 6 ta uchburchakdan bitta uchburchak yasang.
6. Uchburchakning qaysi elementlari har doim uchburchakning ichida yotadi?
- 7\*. Qaysi uchburchakda uchta balandligi ham uchburchakning bir uchida kesishadi?
- 8\*. Uchburchakning balandligi uning uchala tomonidan ham kichik bo'lishi mumkinmi?
9. Perimetri 36 ga teng bo'lgan uchburchakning balandligi uni perimetrlari 18 va 24 ga teng bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Berilgan uchburchakning balandligini toping.
10. Perimetri 36 ga teng bo'lgan uchburchakning bissektisasi uni perimetrlari 24 va 30 ga teng bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Berilgan uchburchakning bissektisasi toping.
11.  $ABC$  uchburchakda  $AB = BC$  va  $BD$  medianasi  $4\text{ sm}$ . Agar  $ABD$  uchburchak perimetri  $12\text{ sm}$  bo'lsa,  $ABC$  uchburchak perimetrini toping.



### Geometrik boshqotirmalar

1. Beshta bir xil cho'pdan 2 ta uchburchak yasang.
2. To'qqizta bir xil cho'pdan 5 ta uchburchak yasang.
3. Uchlari 6-rasmda ko'rsatilgan nuqtalarda yotadigan nechta teng tomonli uchburchak chizish mumkin?
4. 7-rasmda nechta uchburchak bor?





Geometrik shakllarning tengligi ta'rifiga ko'ra, agar ikkita uchburchakdan birini ikkinchisiga roppa-rosa ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkin bo'lsa, ular **teng** bo'ladi. 1-rasmda  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  — teng uchburchaklar tasvirlangan. Ulardan ixtiyoriy bittasini ikkinchisiga ustma-ust qo'yish mumkin. Bunda, bir uchburchakning uchta uchi va uchta tomoni mos ravishda ikkinchi uchburchakning uchta uchi va uchta tomoni bilan ustma-ust tushadi. Ravshanki, bunda uchburchaklarning burchaklari ham mos ravishda ustma-ust tushadi.

$ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarning tengligi

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

tarzda ifodalanadi. Chizmada teng burchaklar bir xil yoychalar bilan, teng tomonlar esa bir xil chiziqlar bilan 1-rasmda tasvirlanganidek ajratib ko'rsatiladi.



### Faollashtiruvchi savol.

Uchburchak shaklidagi ikkita katta yer maydonining o'zaro tengligini amalda qanday tekshirish mumkin? Axir ulardan birini ikkinchisining ustiga qo'yib bo'lmaydi-ku?

Ikki uchburchakning o'zaro teng yoki teng emasligini aniqlash uchun har doim ham ularni ustma-ust qo'yish shartmi? Bunga hojat yo'q ekan. Bu masalani uchburchaklarning ba'zi elementlarini solishtirib hal etish mumkin ekan. "Uchburchaklarning tenglik alomatlari" deb nom olgan teoremlar — shu haqda.

Bu teoremlarning "alamat" deb yuritilishiga sabab, ular yordamida uchburchaklarning teng yoki teng emasligi haqida hukm chiqarish mumkin.

Umuman olganda, geometriyada "alamat" — shaklning biror xususiyatini aniqlashga yordam beruvchi shartlar haqidagi teoremdan iborat bo'ladi.

$ABC$  uchburchak berilgan bo'lsin. Unga teng bo'lgan boshqa uchburchakni quyidagi usul bilan yasaymiz.  $A$  burchakni o'lchaymiz va tekislikning boshqa bir joyiga unga teng bo'lgan  $A_1$  burchak yasaymiz.  $A_1$  burchakning tomonlariga, mos ravishda  $A_1B_1 = AB$  va  $A_1C_1 = AC$  kesmalarni qo'yamiz.  $B_1$  va  $C_1$  nuqtalarni tutashtiramiz. Natijada,  $ABC$  uchburchak bilan ikki tomoni va ular orasidagi bitta burchagi teng bo'lgan  $A_1B_1C_1$

uchburchakni hosil qilamiz. Shunda  $A_1B_1C_1$  uchburchak  $ABC$  uchburchakka teng bo'ladi.

Quyidagi teorema shuni tasdiqlaydi. U "Uchburchaklarning ikki tomoni va ular orasidagi burchagi bo'yicha tengligi haqidagi teorema" deb ataladi. Biz uni qisqacha uchburchaklar tengligining "TBT alomati" deb yuritamiz. (TBT yozuvi, "tomon", "burchak", "tomon" so'zlarining bosh harflaridan tuzilgan).



**Teorema.** (Uchburchaklar tengligining TBT alomati). Agar bir uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagi ikkinchi uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagiga mos ravishda teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi. (2-rasm)



Berilgan:  $\triangle ABC$  va  $\triangle A_1B_1C_1$   
 $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $\angle A = \angle A_1$



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

**Isbot.**  $\angle A = \angle A_1$  bo'lgani uchun,  $ABC$  uchburchakni  $A_1B_1C_1$  uchburchakka shunday qo'yish mumkinki, unda  $A$  uch  $A_1$  uchga,  $AB$  va  $AC$  tomonlar esa mos ravishda,  $A_1B_1$  va  $A_1C_1$  nurlar ustiga tushadi.  $AB = A_1B_1$  va  $AC = A_1C_1$  bo'lgani uchun,  $AB$  tomon  $A_1B_1$  tomon bilan,  $AC$  tomon esa  $A_1C_1$  tomon bilan ustma-ust tushadi. Xususan,  $B$  nuqta  $B_1$  nuqta bilan,  $C$  nuqta esa  $C_1$  nuqta bilan ustma-ust tushadi. Unda,  $B_1C_1$  va  $BC$  tomonlar ham ustma-ust tushadi. Natijada,  $ABC$  uchburchakning uchta uchi,  $A_1B_1C_1$  uchburchakning uchta uchi bilan, mos ravishda ustma-ust tushdi. Demak,  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklar o'zaro teng.

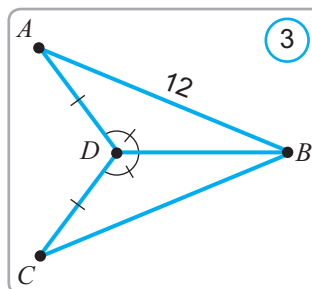
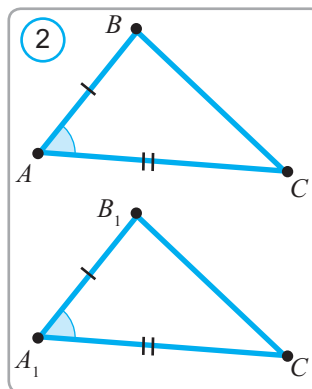
**Teorema isbotlandi.** 😊

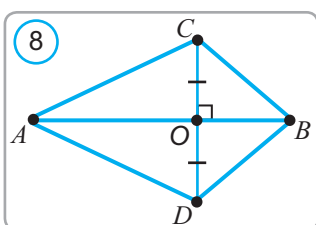
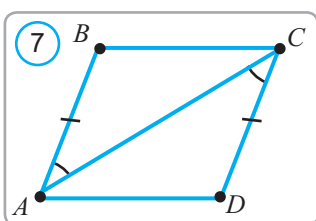
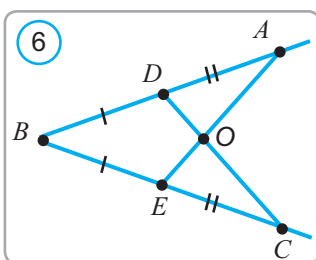
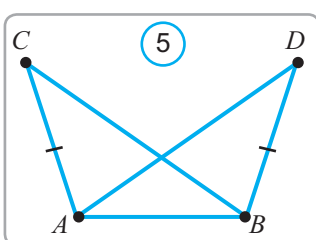
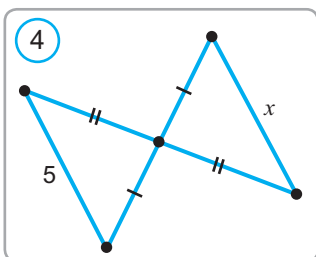


**Masala.** 3-rasmda berilgan ma'lumotlar bo'yicha  $BC$  kesmani toping.

**Yechilishi:**  $ADB$  va  $CDB$  uchburchaklarni qaraymiz.  $AD = DC$ ,  $\angle ADB = \angle CDB$ ,  $BD$  — bu uchburchaklar uchun umumiy tomon. Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra,  $\triangle ADB = \triangle CDB$ , xususan,  $CB = AB = 12$  ekanligi ma'lum bo'ladi.

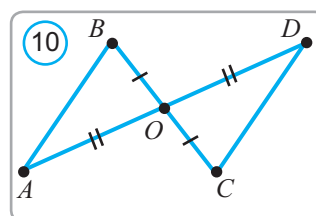
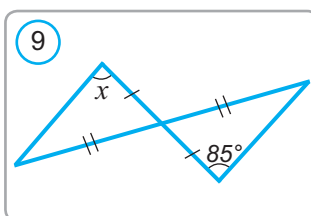
**Javob:** 12. 😊





### Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday uchburchaklar teng deyiladi?
2.  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  tenglik uchburchaklarning qaysi elementlarining tengligini bildiradi?
3. 4-rasmdan noma'lum kesma  $x$  ni toping.
4. TBT alomatga ko'ra uchburchaklar tengligi qanday elementlar bo'yicha aniqlanadi?
5. Uchburchaklar tengligining TBT alomatini izohlang.
6. Agar 5-rasmda  $\angle CAB = \angle ABD$  bo'lsa,  $AD = BC$  ekanligini ko'rsating.
7. 6-rasmda  $\angle A = \angle C$  ekanligini ko'rsating.
8. 7-rasmda  $\triangle ABC = \triangle CDA$  ekanligini isbotlang.
9. 8-rasmda  $\triangle ABC = \triangle ABD$  bo'lishini isbotlang.
10.  $AB$  va  $CD$  kesmalar  $O$  nuqtada kesishadi va bu nuqtada teng ikkiga bo'linadi (10-rasm).  
a)  $\triangle AOB = \triangle DOC$  ekanligini;  
b)  $BD = AC$  ekanligini;  
d)  $\triangle ABD = \triangle DCA$  ekanligini isbotlang.  
e) Agar  $AOB$  uchburchakda  $\angle A = 35^\circ$  va  $\angle B = 62^\circ$  bo'lsa,  $DOC$  uchburchakning  $D$  va  $C$  burchaklarini toping.
11. 9-rasmdagi noma'lum burchak  $x$  ni toping.
12. Bir uchburchak perimetri ikkinchi uchburchak perimetridan katta. Bu uchburchaklar teng bo'lishi mumkinmi?
13.  $ABC$  uchburchakning  $AB$  tomonida  $D$  nuqta,  $A_1B_1C_1$  uchburchakning  $A_1B_1$  tomonida  $D_1$  nuqta olingan.  $ADC = A_1D_1C_1$  va  $BD = B_1D_1$  tengliklar ma'lum.  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklar tengligini isbotlang.





Ikkita tomoni teng bo'lgan uchburchakni **tengyonli uchburchak** deb atagan edik. Teng yonli uchburchakning teng tomonlari uning **yon tomonlari**, uchinchi tomoni esa **asosi** deb ataladi.



### Faollashtiruvchi mashq

2-rasmdagi uchburchaklarning qaysilari tengyonli? Ularning asosi va yon tomonlarini ayting.



### Geometrik tadqiqot

Ixtiyoriy teng yonli uchburchak yasang. Uning asosiga yopishgan burchaklarini o'lchang va ularni solishtiring. Tajribani yana 2–3 boshqa teng yonli uchburchaklar uchun qaytaring va o'z taxminingizni tasdiq ko'rinishda ifodalang. Tajriba natijasida topilgan bu xossani barcha teng yonli uchburchaklar uchun o'rinli deb aytish mumkinmi?



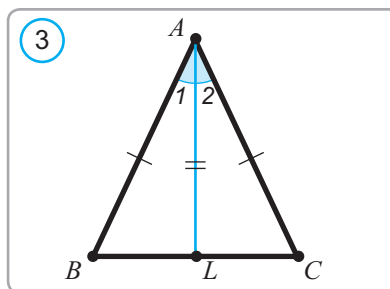
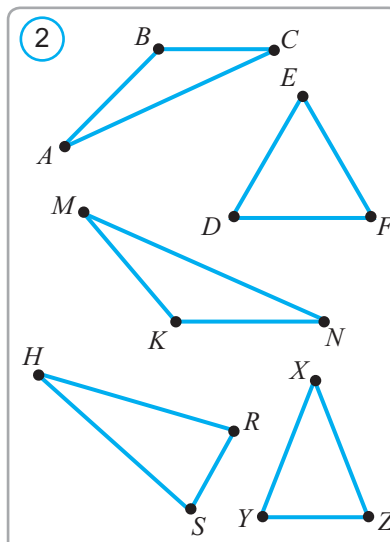
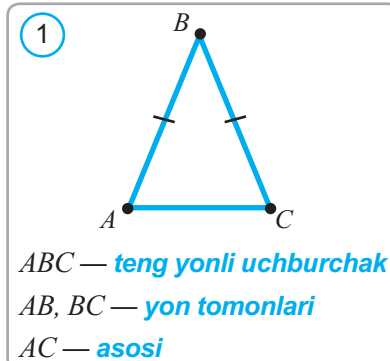
### Teorema. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari teng.

Berlgan:  $\triangle ABC, AB = AC$   $\Rightarrow \angle B = \angle C$

**Isbot.** Aytaylik,  $AL$  —  $ABC$  uchburchakning bissektrisasi bo'lsin (3-rasm).  $ABL$  va  $ACL$  uchburchaklarni qaraymiz. Birinchidan,  $AL$  tomon umumiy, ikkinchidan, teorema shartiga ko'ra  $AB = AC$  va  $\triangle ABC$  — teng yonli. Uchinchidan,  $\angle 1 = \angle 2$ , chunki  $AL$  — bissektrisa.

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra,  $\triangle ABL = \triangle ACL$  bo'ladi.

U holda,  $\angle B = \angle C$ . **Teorema isbotlandi.**





### Geometrik tadqiqot

Teng yonli uchburchak chizing. Uning uchidan bissektrisasini chiqaring. Bissektrisa tushgan nuqta asosni bo'lgan bo'laklar uzunligini o'lchab taqqoslang. Bundan qanday xulosa chiqadi? So'ng bissektrisa asos bilan hosil qilgan burchaklarni transportirda o'lchang va taqqoslang. Bundan qanday xulosa chiqadi? Bu xulosalarni tasdiq ko'rinishida ifodalang. Tajriba natijasida topilgan bu xossalarni barcha teng yonli uchburchaklar uchun o'rinli deb aytish mumkinmi?



**Teorema.** Teng yonli uchburchak asosiga tushirilgan bissektrisa uning ham medianasi, ham balandligi bo'ladi (3-rasm).

$\triangle ABC$ ,  $AB = AC$ ,  $AL$  – bissektrisa.



$AL$  – mediana va balandlik



**Isbot.**  $AL$  kesma  $ABC$  uchburchakning bissektrisasi bo'lsa, yuqorida isbotlangan teoremaga ko'ra  $\triangle ABL = \triangle ACL$  bo'ladi. Uchburchaklar tengligidan  $BL = LC$  va  $\angle 3 = \angle 4$  ekanligini topamiz.

Demak,  $L$  nuqta  $BC$  tomonning o'rtasi,  $AL$  esa  $ABC$  uchburchakning medianasi ekan.

$\angle 3$  va  $\angle 4$  o'zaro teng va qo'shni burchaklar bo'lgani uchun, ular to'g'ri burchaklardir.

Demak,  $AL$  kesma  $ABC$  uchburchakning balandligi ham bo'lar ekan.

**Teorema isbotlandi.** 😊

**Xulosa.** Shunday qilib teng yonli uchburchakning uchidan chiqarilgan bissektrisasi, medianasi va balandligi ustma-ust tushar ekan.

### Mashq.

1. Teng tomonli uchburchakning bissektrisalari, medianalari va balandliklari haqida nima deyish mumkin?



**Masala.** Teng yonli  $ABC$  uchburchakning yon tomonlariga  $AD$  va  $CF$  medianalar tushirilgan.  $\triangle ADC = \triangle CFA$  va  $\triangle ADB = \triangle CFB$  ekanligini isbotlang (4-rasm).



$\triangle ABC$ ,  $AB = BC$ ,  $AD$  va  $CF$  — medianalar



$\triangle ADC = \triangle CFA$ ;  $\triangle ADB = \triangle CFB$



**Isbot.**  $AB = BC$  bo'lgani uchun, bu tomonlardan  $AD$  va  $CF$  medianalar ajratgan kesmalar o'zaro teng bo'ladi:

$$AF = FB = BD = CD. \quad (1)$$

a)  $\triangle ADC$  va  $\triangle CFA$  uchburchaklarda

1.  $\angle ACD = \angle FAC$ , chunki  $\triangle ABC$  — teng yonli;
2.  $AC$  tomon umumiy;
3.  $AF = CD$  — tenglikka ko'ra.

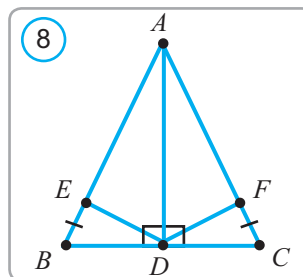
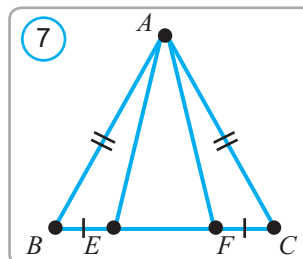
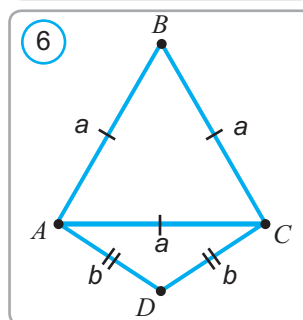
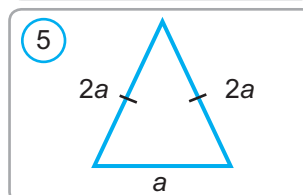
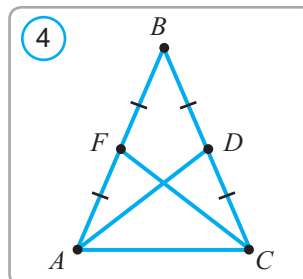
Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra  $\triangle ADC = \triangle CFA$ .

b)  $\triangle ADB = \triangle CFB$  ekanligini mustaqil isbotlang. 😊



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday uchburchaklar teng yonli deyiladi?
2. Teng yonli uchburchakning qaysi burchaklari teng bo'ladi?
3. 5-rasmda  $P = 50^\circ$  bo'lsa,  $a = ?$
4. 6-rasmda  $P_{ABC} = 36$  va  $P_{ADC} = 28$  bo'lsa,  $a = ?$ ,  $b = ?$
5. Teng yonli uchburchakning yon tomonlariga tushirilgan medianalari teng bo'lishini isbotlang.
6. 7-rasmda  $AB = AC$ ,  $BE = FC$ . a)  $\triangle ABE = \triangle ACF$ ; b)  $AE = AF$ ; c)  $\triangle ABF = \triangle ACE$  ekanligini isbotlang.
7. 8-rasmda  $AB = AC$ ,  $BE = CF$ . a)  $\triangle AED = \triangle AFD$ ; b)  $\triangle BED = \triangle CFD$  tengliklarni isbotlang.
8. Teng tomonli uchburchakning barcha burchaklari teng ekanligini isbotlang.
9. Ikkita teng yonli uchburchaklarning asoslari va shu asosga tushirilgan balandliklari mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'lishini isbotlang.
10. Teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 3 sm katta, lekin yon tomonlarining yig'indisidan 5 sm kichik. Uchburchakning tomonlarini toping.
11. Teng yonli uchburchak tomonlarining o'rtalari tutashtirilsa, teng yonli uchburchak hosil bo'lishini isbotlang.



Endi uchburchaklarning bir tomoni va unga yopishgan burchaklari bo'yicha tenglik alomatini ko'ramiz. Kelgusida uni "BTB alomat" deb yuritamiz.



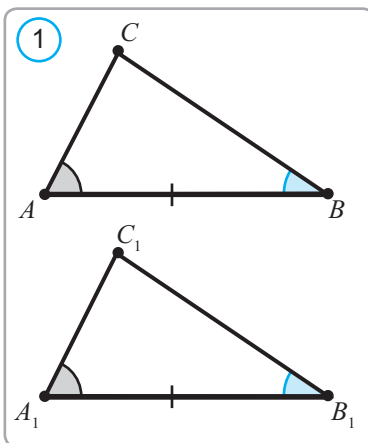
**Teorema.** (Uchburchaklar tengligining BTB alomati). Agar bir uchburchakning bir tomoni va unga yopishgan ikki burchagi ikkinchi uchburchakning bir tomoni va unga yopishgan ikki burchagiga mos ravishda teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi.



Berilgan:  $\triangle ABC$  va  $\triangle A_1B_1C_1$ ,  
 $AB = A_1B_1$ ,  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



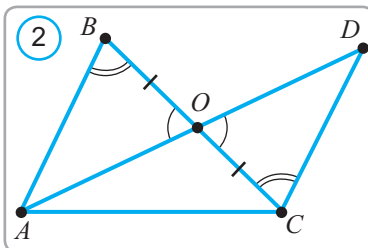
**Isbot.**  $ABC$  uchburchakni  $A_1B_1C_1$  uchburchak ustiga shunday qo'yaylikki,  $A$  uch  $A_1$  uch bilan  $AB$  tomon  $A_1B_1$  tomon bilan ustma-ust tushsin va  $C$  va  $C_1$  uchlar  $A_1B_1$  to'g'ri chiziqning bir tomonida yotsin.

U holda,  $\angle A = \angle A_1$  bo'lgani uchun,  $AC$  tomon  $A_1C_1$  nurda yotadi,  $\angle B = \angle B_1$  bo'lgani uchun,  $BC$  tomon  $B_1C_1$  nurda yotadi. Shuning uchun  $C$  nuqta  $AC$  va  $BC$  nurlarning umumiy nuqtasi sifatida  $A_1C_1$  va  $B_1C_1$  nurlarning har ikkalasida ham yotadi. U holda,  $C$  nuqta  $A_1C_1$  va  $B_1C_1$  nurlarning umumiy nuqtasi —  $C_1$  bilan ustma-ust tushadi. Natijada,  $AC$  va  $A_1C_1$ ,  $BC$  va  $B_1C_1$  tomonlar ham o'zaro ustma-ust tushadi. Demak,  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklar aynan ustma-ust tushadi, bu esa ular teng deganidir.

**Teorema isbotlandi.** ☺



**Masala.** 2-rasmda berilganlardan foydalanib,  $\triangle AOB = \triangle DOC$  ekanligini isbotlang.



**Yechilishi:**  $\angle AOB$  va  $\angle DOC$  — vertikal burchaklar bo'lgani uchun o'zaro teng bo'ladi.

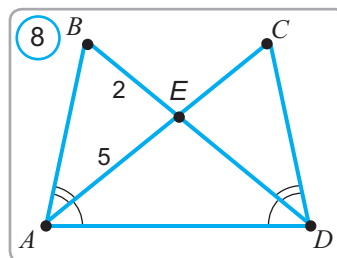
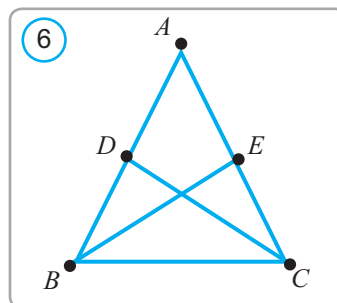
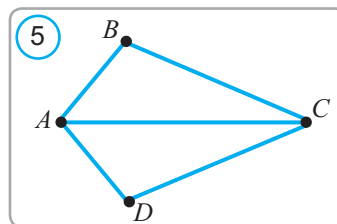
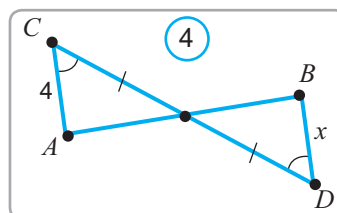
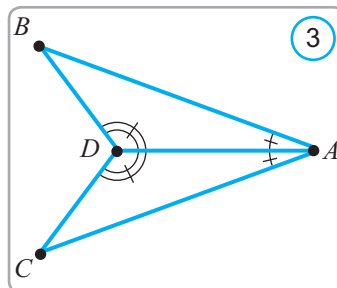
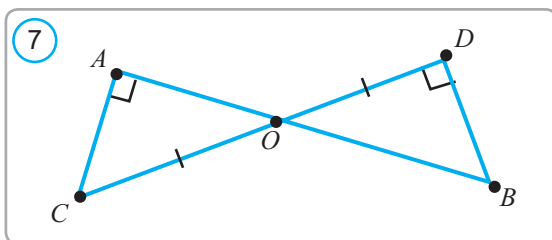
Demak,

$$BO = OC, \angle ABO = \angle DCO, \angle AOB = \angle DOC$$

va uchburchaklar tengligining BTB alomatiga ko'ra,  $\triangle AOB = \triangle DOC$ . ☺

## Savol, masala va topshiriqlar

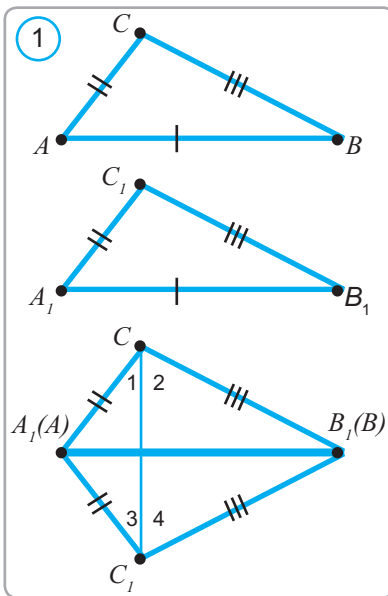
1. Uchburchaklarning tengligi BTB alomat bo'yicha qaysi elementlarni solishtirish orqali aniqlanadi?
2. Uchburchaklar tengligining BTB alomatini izohlang.
3. 3-rasmda  $\triangle ABD = \triangle ACD$  ekanligini isbotlang.
4. 4-rasmdagi noma'lum  $x$  ni toping.
5. 5-rasmda  $AC$  kesma  $BAC$  va  $BCD$  burchaklarning bissektisasi bo'lsa,  $\triangle ABC = \triangle ADC$  ekanligini isbotlang.
6.  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarda  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$  va  $\angle B = \angle B_1$  ekanligi ma'lum.  $AB$  va  $A_1B_1$  tomonlarda mos ravishda  $D$  va  $D_1$  nuqtalar  $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$  bo'ladigan qilib olingan. Unda  $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$  ekanligini isbotlang.
7.  $AB$  va  $CD$  kesmalar  $O$  nuqtada kesishadi. Agar  $BO = CO$  va  $\angle ACO = \angle DBO$  bo'lsa,  $\triangle ACO$  va  $\triangle DBO$  uchburchaklar teng ekanligini isbotlang.
8. Agar  $ABC$  uchburchakda  $AB = AC$ ,  $BE$  va  $CD$  — bissektisa bo'lsa,  $BE = CD$  ekanligini isbotlang (6-rasm).
9.  $\triangle OAC = \triangle ODB$  bo'lishini isbotlang? (7-rasm).
10.  $ABC$  va  $ADC$  uchburchaklar teng.  $B$  va  $D$  nuqtalar  $AC$  to'g'ri chiziqning turli tomonida yotadi.  $ABD$  va  $BCD$  uchburchaklarni teng yonli ekanligini isbotlang.
11. 8-rasmdagi ma'lumotlar asosida  $AC$  va  $BD$  kesmalarni toping.



Endi uchburchaklarning uchta tomoni bo'yicha tenglik alomati bilan tanishamiz. Kelgusida uni "TTT alomat" deb yuritamiz.



**Teorema.** (Uchburchaklar tengligining TTT alomati). Agar bir uchburchakning uchta tomoni ikkinchi uchburchakning uchta tomoniga mos ravishda teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi.



*Berilgan:*  $\triangle ABC$  va  $\triangle A_1B_1C_1$ ;  $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $BC = B_1C_1$ .



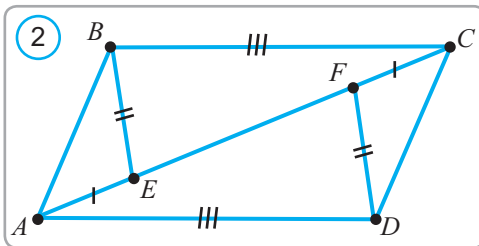
$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

**Isbot.** Aytaylik,  $ABC$  uchburchakning eng katta tomoni  $AB$  bo'lsin.  $ABC$  uchburchakni shunday qo'yamizki,  $AB$  tomon  $A_1B_1$  tomon bilan ustma-ust tushsin hamda  $C$  va  $C_1$  uchlar  $A_1B_1$  to'g'ri chiziqning turli tomonlarida yotsin. U holda,  $AC = A_1C_1$  va  $BC = B_1C_1$  bo'lgani uchun  $A_1C_1C$  va  $B_1C_1C$  uchburchaklar teng yonli bo'ladi. Teng yonli uchburchak xossasiga ko'ra,  $\angle 1 = \angle 3$  va  $\angle 2 = \angle 4$  bo'ladi. Shuning uchun,  $\angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$  bo'ladi.

Demak,  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarda:  $AC = A_1C_1$ ,  $BC = B_1C_1$  va  $\angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$ . Uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra,  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ .

**Teorema isbotlandi.** 😊

**Mashq.** Yuqoridagi teoremani isbotlashda nima sababdan  $AB$  va  $A_1B_1$  tomonlar eng katta tomonlar bo'lsin deb olindi?



**Masala.** 2-rasmda berilganlardan foydalanib, a)  $\triangle AFD = \triangle CEB$ ; b)  $\triangle AEB = \triangle CFD$  ekanligini isbotlang.

**Isbot:** 2-rasmda berilganlarga ko'ra  $AE = FC$ ,  $BE = DF$  va  $AD = BC$ .

a)  $AF = AE + EF$  bo'lgani uchun  $EC = EF + FC = EF + AE = AF$ . Demak,  $\triangle AFD$  va  $\triangle CEB$

ning mos tomonlari o'zaro teng va uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra  $\triangle AFD = \triangle CEB$ .

b)  $\triangle AFD = \triangle CEB$  bo'lgani uchun  $\angle BEF = \angle EFD$ . U holda, qo'shni burchaklar bo'lgani uchun

$$\angle AEB = \angle CFD$$

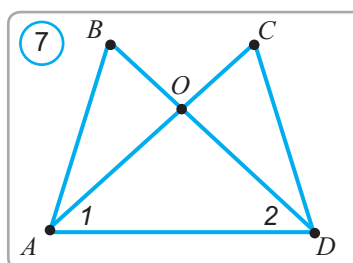
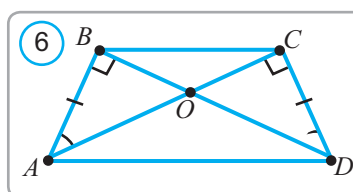
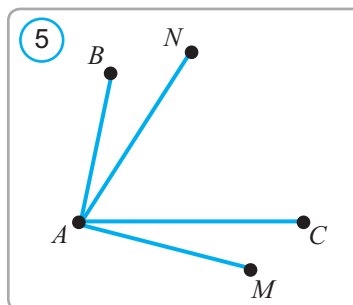
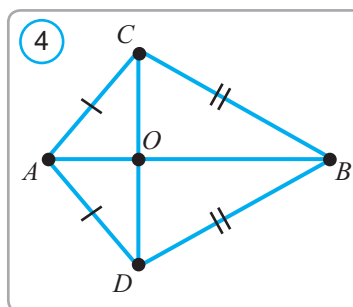
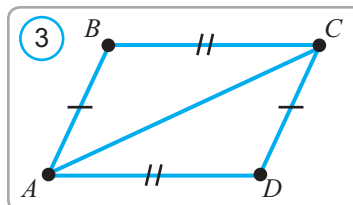
$\triangle AEB$  va  $\triangle CFD$  da:

1.  $AE = FC$ ;
2.  $BE = FD$ ;
3.  $\angle AEB = \angle CFD$ .

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra,  $\triangle AEB = \triangle CFD$  bo'ladi. 😊

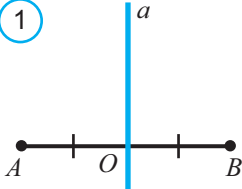
### ? Savol, masala va topshiriqlar

1. TTT alomatda uchburchaklar tengligi qanday elementlar bo'yicha taqqoslanib aniqlanadi?
2. Uchburchaklar tengligining TTT alomatini izohlang.
3. 3-rasmda berilganlarga ko'ra  $\triangle ABC = \triangle CDA$  ekanligini isbotlang.
4. 4-rasmda: a)  $\triangle ABC = \triangle ABD$ ; b)  $\triangle BOC = \triangle BOD$ ; c)  $\triangle AOC = \triangle AOD$ ; d)  $AB \perp CD$  ekanligini isbotlang.
5.  $ABC$  va  $ABD$  — asoslari  $AB$  bo'lgan teng yonli uchburchaklar bo'lsa,  $\triangle ACD = \triangle BCD$  ekanligini isbotlang.
6. Agar 5-rasmda  $BA = AM$ ,  $AC = AN$ ,  $\angle BAC = \angle NAM$  bo'lsa, uchlari  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $M$  va  $N$  nuqtalarda bo'lgan barcha teng uchburchaklar juftligini aniqlang.
7.  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarda  $AB = A_1B_1$  va  $BC = B_1C_1$  bo'lib, ularning perimetrlari teng bo'lsa,  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  ekanligini ko'rsating.
- 8.\*  $AB$  va  $CD$  kesmalar kesishish nuqtasida teng ikkiga bo'linadi.  $\triangle ACD = \triangle BDC$  ekanligini isbotlang.
9. 6-rasmda nechta teng uchburchaklar jufti borligini aniqlang.
- 10\*. Agar 7-rasmda: a)  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $AC = BD$ ; b)  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $BO = OC$ ,  $AB = CD$  bo'lsa,  $\triangle ABD = \triangle ACD$  ekanligini ko'rsating.





1



Endi uchburchaklar tenglik alomatlarining teoremlarini isbotlashda qo'llanilishini o'rganamiz.

$AB$  kesma berilgan bo'lsin. Uning o'rtasi bo'lgan  $O$  nuqtadan  $AB$  kesmaga perpendikular  $a$  to'g'ri chiziqni o'tkazamiz (1-rasm). Bu to'g'ri chiziq  $AB$  kesmaning **o'rta perpendikulari** deb ataladi.



**Teorema.** Kesma o'rta perpendikularining ixtiyoriy nuqtasi kesma uchlaridan teng uzoqlikda joylashgan bo'ladi.

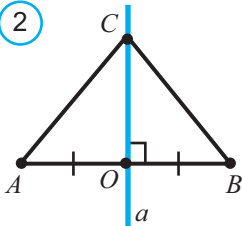


$AB$  kesma,  $C$  —  $AB$  kesma o'rta perpendikularining ixtiyoriy nuqtasi (2-rasm).



$$AC = BC$$

2



**Isbot.**  $ACO$  va  $BCO$  uchburchaklarda:

1.  $OC$  — umumiy tomon;
2.  $AO = BO$  — shartga ko'ra;
3.  $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$  — shartga ko'ra.

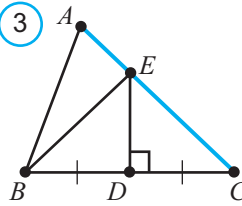
Demak, uchburchak tengligining TBT alomatiga ko'ra  $\triangle AOC = \triangle BOC$ . Xususan,  $AC = BC$ .

**Teorema isbotlandi.**



**Masala.**  $ABC$  uchburchakning  $BC$  tomoniga tushirilgan o'rta perpendikular  $AC$  tomonni  $E$  nuqtada kesib o'tadi. Agar  $BE = 6$  sm,  $AC = 8,4$  sm bo'lsa,  $AE$  va  $CE$  kesmani toping.

3



**Yechilishi:**  $ABC$  uchburchak  $BC$  tomonning o'rta perpendikulari  $DE$  bo'lsin (3-rasm). Kesma o'rta perpendikularining xossasiga ko'ra,  $CE = BE = 6$  sm.

$AE + EC = AC$  bo'lgani uchun,

$$AE = AC - EC = 8,4 - 6 = 2,4 \text{ sm.}$$

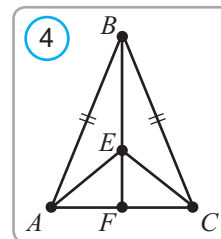
**Javob:**  $AE = 2,4$  sm,  $CE = 6$  sm. ☺



**Savol, masala va topshiriqlar**

1. Kesmaning o'rta perpendikulari nima?
2. Kesma o'rta perpendikularining xossasini izohlang.

3. Biror uchburchak chizing va uning har bir tomoniga o'rta perpendikular o'tkazing. Nimani payqadingiz? Chizmangizni sinfdoshingiz chizmasi bilan solishtiring va aniqlangan xossani faraz sifatida ifodalang.
4. Qanday uchburchakda uchburchak tomoniga tushirilgan o'rta perpendikular shu tomonga tushirilgan balandlik bilan ustma-ust tushadi?
5.  $ABC$  uchburchakning  $BC$  tomoniga o'tkazilgan o'rta perpendikular  $AC$  tomonni  $D$  nuqtada kesib o'tadi. Agar  $BD = 7,2 \text{ sm}$ ,  $AD = 3,2 \text{ sm}$  bo'lsa,  $AC$  nimaga teng?
6.  $ABC$  va  $ABD$  teng yonli uchburchaklar umumiy  $AB$  asosga ega.  $CD$  to'g'ri chiziq  $AB$  kesmaning o'rta perpendikulari bo'lishini isbotlang.
- 7\*.  $ABC$  teng yonli uchburchakning  $AB$  tomoniga o'tkazilgan o'rta perpendikular  $BC$  tomonni  $D$  nuqtada kesib o'tadi. Agar  $ADC$  uchburchakning perimetri  $24 \text{ sm}$  ga teng va  $AB = 16 \text{ sm}$  bo'lsa,  $AC$  asosni toping.
- 8\*. Uchburchakning tomonlariga tushirilgan o'rta perpendikularlar bir nuqtada kesishishini isbotlang.
9. Tengyonli  $ABC$  uchburchakning asosiga tushirilgan  $BF$  bissektrisasida  $E$  nuqta olingan (4-rasm).  $\triangle ABE = \triangle CBE$  tenglikni TTT alomatidan: a) foydalanib; b) foydalanmasdan isbotlang.



## 26

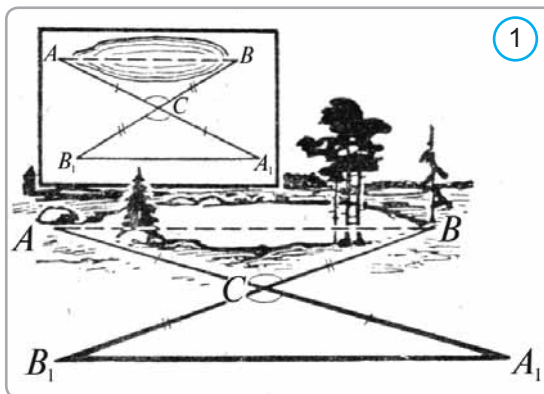
### Amaliy mashg'ulot

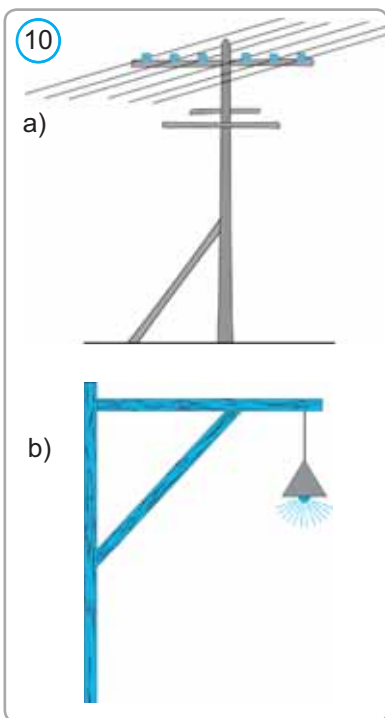
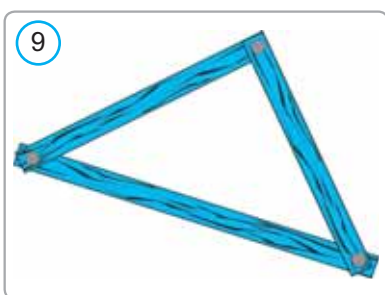
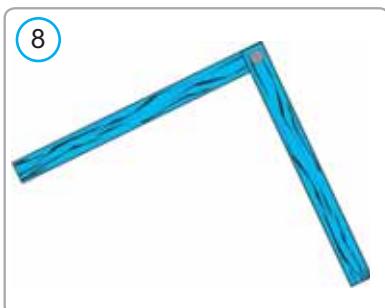
#### Ko'lining kengligini o'lchash.

Aytaylik,  $A$  va  $B$  nuqtalar ko'lining chetki nuqtalari bo'lsin (1-rasm). U holda rav-shanki,  $AB$  kesmani bevosita o'lchab bo'lmaydi. Quruqlikda qanday yasash ishlarini bajarib bu masofani o'lchash mumkin?

**Yechilishi:**  $CA$  va  $CB$  kesmalar orqali  $A$  va  $B$  nuqtalarga borib bo'ladigan  $C$  nuqtani tanlaymiz va ixtiyoriy  $ABC$  uchburchak yasaymiz.  $AC$  va  $BC$  tomonlarni davom ettirib,  $A_1C = AC$  va  $B_1C = BC$  kesmalarni qo'yamiz.  $A_1$  va  $B_1$  nuqtalarni tutashtiramiz. Natijada, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C$  bo'ladi. Xususan,  $AB = A_1B_1$  ekani kelib chiqadi.

Demak, yasalgan  $A_1B_1$  kesmaning uzunligini o'lchab,  $AB$  kesmaning ham uzunligini topgan bo'lamiz.





**Uchburchaklar tengligining TTT-alo-matiga asoslanib uchburchakning «qattiq (mahkam)» shakl ekanligini asoslash.**

Ikki yog'och taxtacha (reyka)larning uchlarini bir-biriga 8-rasmda ko'rsatilgandek qilib mix bilan birlashtiramiz. Hosil bo'lgan shakl mahkam bo'lmaydi, chunki uning erkin uchlarini turli tomonga burib, tomonlari orasidagi burchakni istalgancha o'zgartirish mumkin.

Endi bu reykalarning erkin uchlariga uchinchi reykani 9-rasmda ko'rsatilgandek qilib, mix bilan qoqib, birlashtiramiz. Hosil bo'lgan uchburchak mahkam shakl bo'ladi. Chunki har qancha urinmang uning tomonlarini burib, burchaklarini o'zgartira olmaysiz.

1. Bu tasdiqning to'g'riligi qaysi teoremadan kelib chiqadi?

2. Uchburchakning mahkam shakl ekanligidan turmushda qayerlarda foydalanishini 10-rasm orqali sharhlang.



**Savol, masala va topshiriqlar**

1. Uchburchak – «mahkam shakl», deganda nimani tushunasiz?
2. Uchburchakning mahkamligi qaysi teorema yordamida izohlandi?
3. Uchburchakning mahkamligi qayerlarda qo'llanadi?
4.  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$ ,  $CA = C_1A_1$  ekanligi ma'lum.  $ABC$  va  $A_1C_1B_1$  uchburchaklarda  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$  va  $\angle C_1 = 90^\circ$ .  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklar qolgan burchaklarini toping.
5.  $ABC$  va  $DEF$  teng yonli uchburchaklar teng.  $ABC$  uchburchakda  $AC = BC$  va  $AB = 2 \text{ sm}$ . Agar  $DE = 4 \text{ sm}$  bo'lsa, har bir uchburchak perimetrini toping.

**1. Bo'sh qoldirilgan joylarni mantiqan to'g'ri so'zlar bilan to'ldiring.**

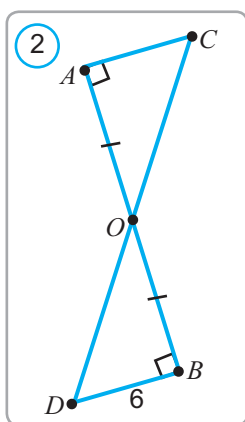
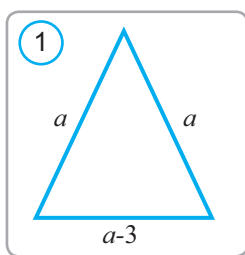
1. Agar uchburchakning ikkita tomoni va teng bo'lsa, u ..... bo'ladi.
2. Teng yonli uchburchakning ..... uning medianasi ham, balandligi ham bo'ladi.
3. Yopiq siniq chiziqdan iborat shakl ..... deyiladi.
4. Hamma tomonlari o'zaro teng bo'lgan uchburchakning ..... teng bo'ladi.
5. .... uchburchakning medianalari, bissektrisalari va balandliklari o'zaro teng.
6. .... asosiga yopishgan burchaklari teng.
7. Teng tomonli uchburchak ..... uchburchak ham bo'ladi.

**2. Quyida keltirilgan jumalardagi xatoni toping va tuzating.**

1. Teng yonli uchburchakning burchaklari teng.
2. Agar ikki uchburchakning burchaklari mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
3. Teng yonli uchburchakning medianasi uning bissektrisasi va balandligi ham bo'ladi.
4. Uchburchakning burchagidan chiqib, shu burchakni teng ikkiga bo'luvchi nurga uchburchak bissektrisasi deyiladi.
5. Mediana — uchburchak tomonini teng ikkiga bo'luvchi chiziq.
- 6.\* Agar ikki uchburchakning bir tomoni va ikkita burchagi mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
7. Bir uchburchakning ikki tomoni va bir burchagi, ikkichi uchburchakning ikki tomoni va bir burchagiga mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.

**3. Jadvalda keltirilgan xossalar, talqinlarga mos keluvchi geometrik tushunchalarni toping.**

|    |                                                                                       |  |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------|--|
| 1. | Hamma medianalari teng.                                                               |  |
| 2. | Uchburchakning bir uchi va shu uch qarshisidagi tomon o'rtasini tutashtiruvchi kesma. |  |
| 3. | Uchburchakning bir uchidan shu uch qarshisidagi tomonga tushirilgan perpendikular.    |  |
| 4. | Uchburchak tomonlari yig'indisi.                                                      |  |
| 5. | Yopiq siniq chiziq.                                                                   |  |

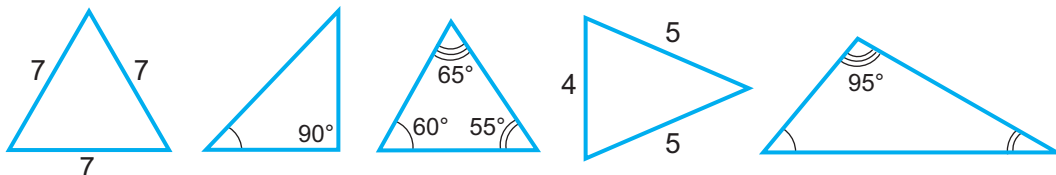


#### 4. Testlar.

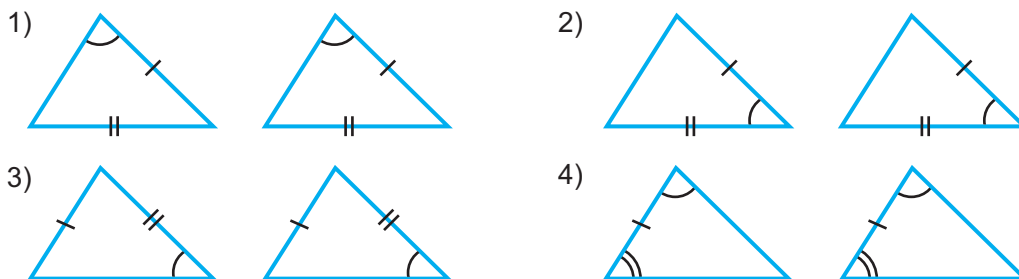
1. Teng yonli uchburchakning ikki tomoni 8 va 3 ga teng. Uning uchinchi tomonini toping.  
A) 5; B) 8; D) 11; E) 9.
2.  $P = 36$ ,  $a = ?$  (1-rasm)  
A) 11; B) 12; D) 13; E) 18.
3. Teng yonli uchburchakning perimetri 48, yon tomoni 18 ga teng. Uning asosini toping.  
A) 18; B) 12; D) 16; E) 18.
4. Teng yonli uchburchakning perimetri 48 ga teng. Uning tomonlaridan biri 12 ga teng bo'lsa, qolgan tomonlarini toping.  
A) 12; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.
5. Teng yonli uchburchakning perimetri 36 ga, tomonlaridan biri esa 16 ga teng. Uchburchakning qolgan ikki tomonining uzunligini toping.  
A) 16 va 4; B) 10 va 10; D) 10 va 10 yoki 16 va 4; E) Bunday uchburchak mavjud emas.
6.  $AC = ?$  (2-rasm)  
A) 6; B) 8; D) 12; E) 10,5.

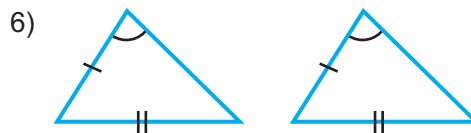
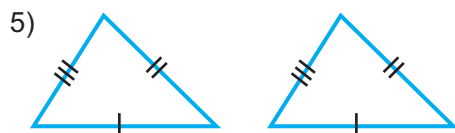
#### 5. Masalalar.

1. Rasmda berilgan ma'lumotlar asosida uchburchaklarning turlarini aniqlang.

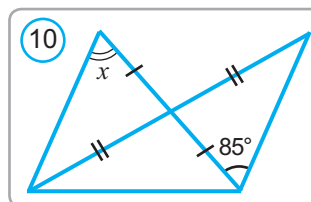
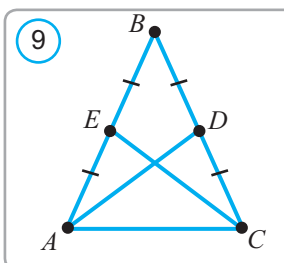
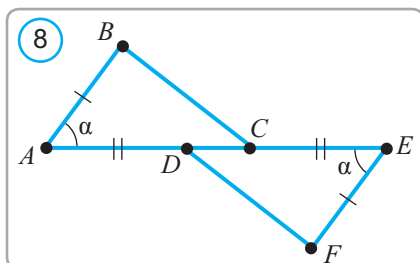
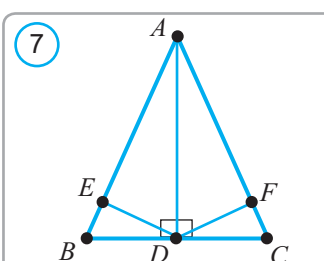
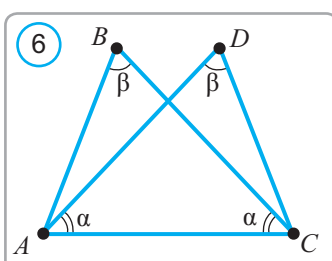
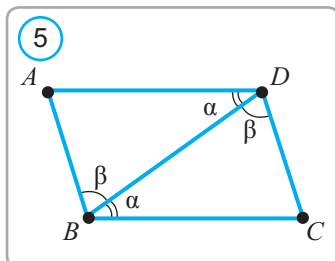
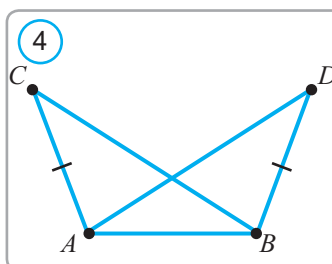
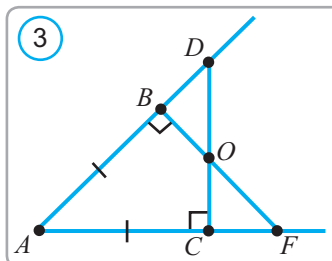


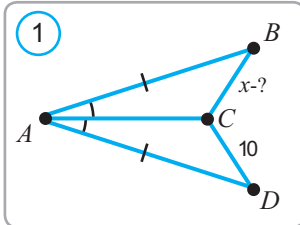
2. Quyida keltirilgan uchburchaklar juftliklaridan qaysilari o'zaro teng bo'ladi? Qaysi alomatga ko'ra?





3. 3-rasmda  $\triangle ACD = \triangle ABF$  ekanligini isbotlang.
4. Agar 4-rasmda  $\angle CAB = \angle ABD$  bo'lsa,  $AD = BC$  ekanligini ko'rsating.
5. 5-rasmda  $\triangle ABD = \triangle BCD$  bo'lishini isbotlang.
6. 6-rasmda  $\triangle ABC = \triangle ADC$  bo'lishini isbotlang.
7. Agar  $\triangle ABC$  va  $\triangle PQR$  da  $AB = PQ$ ,  $AC = PR$  va  $BC = QR$  bo'lsa,  $\triangle ABC$  va  $\triangle PQR$  teng bo'ladimi?
8. Agar 7-rasmda  $AB = AC$ ,  $BE = CF$  bo'lsa, a)  $\triangle AED = \triangle AFD$ ; b)  $\triangle BED = \triangle CFD$  ekanligini isbotlang.
9. 8-rasmda  $\triangle ABC = \triangle EFD$  bo'lishini isbotlang.
10. 9-rasmda  $AD = CE$  ekanligini isbotlang.
11. 10-rasmdagi ma'lumotlarga ko'ra  $x$  ni toping.
12.  $AE$  va  $BD$  kesmalar  $C$  nuqtada kesishadi. Agar  $DC = DE$ ,  $AB = BC$  va  $\angle BAC = 48^\circ$  bo'lsa,  $\angle CED$  ni toping.
13.  $ABC$  uchburchak ichida  $D$  nuqta olingan. Agar  $AC = AB$ ,  $CD = BD$  va  $\angle BDA = 120^\circ$  bo'lsa,  $\angle ADC$  ni toping.





Nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi:

I. 76-betdagi test savollariga o'xshash 5 ta test;

II. Quyidagi masalalarga o'xshash 3 ta masala (4-masala "a'lo" baho olmoqchi bo'lgan o'quvchilar uchun qo'shimcha).

1. 1-rasmda berilgan ma'lumotlar bo'yicha noma'lum kesmani toping.
2.  $AB$  va  $CD$  kesmalar  $O$  nuqtada kesishadi. Agar  $\angle CAB = \angle ABD$  va  $AO = BO$  bo'lsa,  $\angle ACO = \angle BDO$  ekanligini isbotlang.
3. Teng yonli uchburchakning perimetri  $18,4 \text{ m}$  ga teng, asosi esa yon tomonidan  $3,6 \text{ m}$  ga qisqa. Bu uchburchakning tomonlarini toping.
- 4\*. Uchburchaklar tengligini ikki tomon va shu tomonlarning biriga tushirilgan mediana bo'yicha isbotlang.



#### Qobiliyatli o'quvchilar uchun qo'shimcha topshiriq.

1. «Geometriya–7» elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib o'z bilimingizni sinab ko'ring.
2. Shuningdek, 10-betda keltirilgan internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.



## III BOB



### YASASHGA DOIR MASALALAR

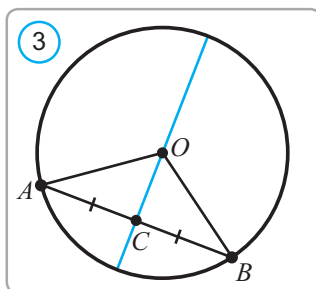
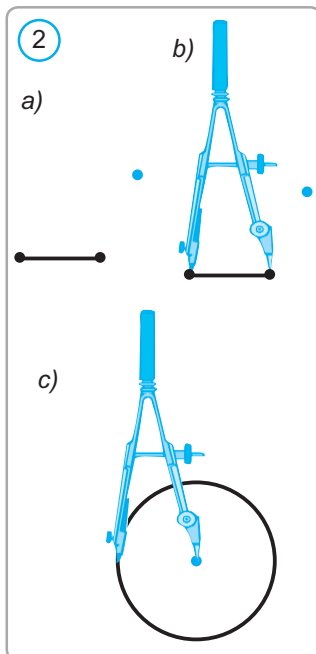
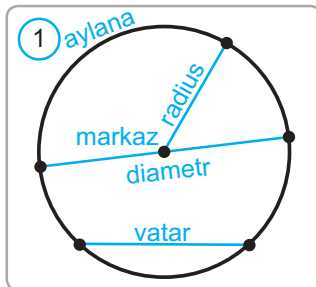
Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

#### Bilimlar:

- Aylana, aylana markazi, radiusi va diametri ta'riflarini bilish;
- Sirkul va oddiy chizg'ich yordamida qanday masalalar yechish mumkinligini bilish.

#### Ko'nikmalar:

- Chizg'ich va sirkul yordamida yasash ishlarini amalga oshirish;
- Berilgan burchakka teng burchakni yasay olish;
- Burchak bissektrisasini yasay olish;
- Perpendikulyar to'g'ri chiziqlarni yasay olish;
- Kesmani teng ikkiga bo'lish;
- Berilgan elementlariga ko'ra uchburchaklarni yasay olish.



Tayin nuqtadan teng uzoqlikda yotgan nuqtalardan uborat shakl **aylana** deb ataladi. Bu tayin nuqta aylananing **markazi** deyiladi. Aylananing ixtiyoriy nuqtasidan uning markazigacha bo'lgan masofa aylananing **radiusi** deb ataladi (1-rasm). Shuningdek, aylananing markazini uning ixtiyoriy nuqtasi bilan tutashtiruvchi kesmani ham radius deb yuritamiz. Aylananing ixtiyoriy ikki nuqtasini tutashtiruvchi kesma aylana **vatari** deb ataladi. Markazdan o'tuvchi vatar esa **diametr** deb ataladi. Tekislikning aylana bilan chegaralangan qismi (chekli qismi) **doira** deb ataladi.

Aylana sirkul yordamida chiziladi. Markazi berilgan  $O$  nuqtada, radiusi  $a$  kesmadan iborat aylanani sirkul yordamida chizish 2-rasmda ko'rsatilgan.



**Masala.** Aylana vatari o'rtasidan o'tuvchi diametr vatarga perpendikular bo'lishini isbotlang.



**Isbot.** Aytaylik,  $AB$  — aylananing vatari va  $C$  uning o'rtasi bo'lsin (3-rasm).  $AOB$  uchburchakning  $OA$  va  $OB$  tomonlari aylana radiuslari bo'lgani uchun, bu uchburchak teng yonli bo'ladi. Shartga ko'ra,  $OC$  —  $AOB$  teng yonli uchburchakning medianasi. U holda teng yonli uchburchak medianasi xossasiga ko'ra,  $OC$  kesma balandlik ham bo'ladi.

Demak, vatar o'rtasiga tushirilgan diametr vatarga perpendikular bo'ladi. **Teorema isbotlandi.** 😊

**Aylanani katak daftarda sirkulsiz qo'lda chizish yo'l-yo'rig'i.**

1. Katak daftarga 4-rasmda ko'rsatilgandek qilib, nuqtalarni belgilang.
2. Hosil bo'lgan 12 ta nuqtalarni ketma-ket yoysimon chiziq bilan tutashtirib chiqing.

Natijada, markazi  $O$  nuqtada bo'lgan aylananing taxminiy tasviri hosil bo'ladi. Bu usulni (nuqtalarning o'rnini) yodda

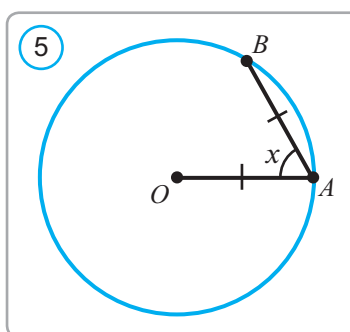
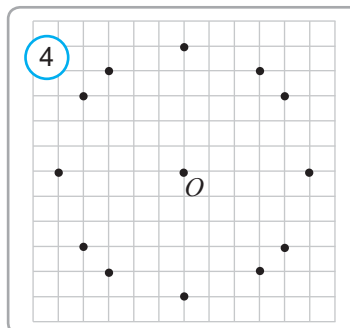
saqlab qoling. U sizga sirkul qo'l ostingizda bo'lmaganda aylana chizishda asqotadi.

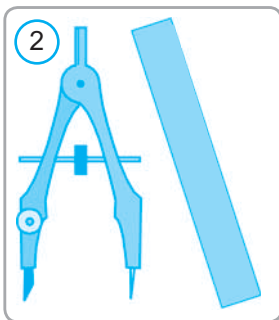
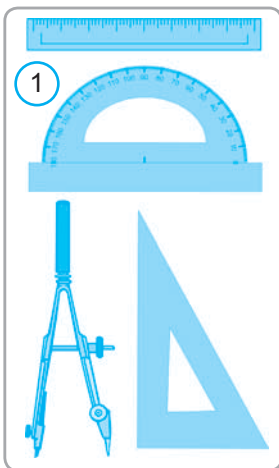
3.  $O$  nuqtadan ana shu 12 ta nuqtaga masofalar o'zaro tengligini tekshirib ko'ring.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Aylanaga ta'rif bering va chizmada sharhlang.
2. Aylananing markazi, radiusi, vatari va diametri nima?
3. Aylananing qaysi vatari eng uzun bo'ladi?
4. Sirkul ishlatmasdan aylana chizishning qanday usullarini bilasiz?
5. Nima uchun arava, velosiped, avtomobillarning g'ildiraklari aylana shaklida?
6. Nega quduqlarning qopqog'i kvadrat shaklida emas, doira shaklida bo'ladi?
7. Atrofingizda aylanaga misol bo'ladigan 10 tadan predmetlarning nomini yozing.
8.  $AB$  va  $CD$  kesmalar  $O$  markazli aylananing diametrlari. a)  $\angle BCD = \angle ABC$ ; b)  $\angle BAD = \angle BCD$ ; c)  $AD = BC$ ; d)  $AC = BD$  ekanligini ko'rsating.
9. Markazi berilgan to'g'ri chiziqda yotuvchi radiusi a)  $5\text{ sm}$  ga b)  $7\text{ sm}$  ga c)  $4,6\text{ sm}$  ga teng bo'lgan aylana chizing.
10.  $AB$  va  $CD$  kesmalar — markazi  $O$  nuqtada bo'lgan aylananing diametrlari. Agar  $CB = 10\text{ sm}$ ,  $AB = 12\text{ sm}$  bo'lsa,  $\triangle AOD$  ning perimetrini toping.
11. 5-rasmdagi noma'lum burchak  $x$  ni toping.
- 12\*. Aylana vatariga perpendikular bo'lgan diametr shu vatarni teng ikkiga bo'lishini isbotlang.
13. Aylanadagi nuqtadan radiusga teng ikkita vatar o'tkazildi. Shu vatarlar orasidagi burchakni toping.





Yasashga oid masalalarni faqat oddiy chizg'ich va sirkul vositasida yechish Qadimgi Yunonistonda san'at darajasiga yetgan. Albatta hayotda geometrik yasash istalgan asbob bilan bajarilishi mumkin va qulay. Ammo oddiy chizg'ich vositasida masala yechish mantiqiy mushohada qobiliyatini o'stiradi.

Shu paytgacha turli xil asboblarning yordamida har xil geometrik shakllarni yasab keldik. Masalan, chizg'ichlar yordamida to'g'ri chiziq, nur, kesma, uchburchak va boshqa shakllarni chizdik. Chizg'ich va transportir yordamida turli xil burchaklarni chizdik. Sirkul yordamida esa aylana va yo'nlarni tasvirladik (*1-rasm*).

Ma'lum bo'lishicha, ko'plab geometrik shakllarni faqat masshtabli bo'linmalarga ega bo'lmagan, bir tomoni to'g'ri chizg'ich va sirkul (*2-rasm*) yordamida yasash mumkin ekan. (Bunday chizg'ichni oddiy chizg'ich deb ataymiz.)

Shu sababdan, geometriyada shu ikki asbob yordamida yasashga doir masalalar maxsus ajratib qaraladi.

Bu ikki asbobdan foydalanishning maxsus qoidalari bor — ular vositasida faqat quyidagi ishlarni bajarishga ruxsat beriladi:

#### Oddiy chizg'ich yordamida faqat:

1. Ixtiyoriy to'g'ri chiziq chizish;
2. Tayin nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq chizish;
3. Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqni chizish.

#### Sirkul yordamida faqat:

1. Ixtiyoriy aylana chizish;
2. Markazi berilgan nuqtada bo'lgan ixtiyoriy radiusli aylana chizish;
3. Tayin radiusli, markazi esa ixtiyoriy aylana chizish;
4. Markazi berilgan nuqtada radiusi berilgan kesmadan iborat aylana chizish;
5. Berilgan kesmaga teng kesmani berilgan to'g'ri chiziqqa uning berilgan nuqtasidan boshlab har ikki yo'nalishda qo'yish.

Boshqa har qanaqa yasash mana shu amallarga keltirilishi lozim. Hatto chizg'ichda millimetrlilik bo'lmalar bo'lsada kesmalarning uzunliklarini o'lchash va ma'lum uzunlikdagi kesmani biror to'g'ri chiziqqa qo'yishga ruxsat berilmaydi.

Yasashga doir masalalarda nafaqat biror geometrik shaklni yasash yo'lini, usulini topish talab qilinadi, balki hosil bo'lgan geometrik shaklni haqiqatan berilgan shartlarni qanoatlantirishini asoslash, ya'ni isbotlash ham lozim bo'ladi.

Shu bois, yasashga doir masalalar ham shakl yasash usulini, yo'l-yo'rig'ini topishni, ham uni asoslashni talab qiladi.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Oddiy chizg'ich yordamida qanday shakllarni chizish mumkin?
2. Sirkul yordamida yasashga doir qanday ishlarni amalga oshirish mumkin?
3. To'g'ri chiziqliqda  $A$  va  $B$  nuqtalar berilgan.  $BA$  nur  $B$  nuqtadan boshlab  $BC$  kesmani shunday qo'yingki,  $BC = 2AB$  bo'lsin.
4. Agar aylanadan tashqaridagi nuqtadan aylananing eng yaqin va uzoq nuqtalari-gacha bo'lgan masofalar mos ravishda 2 sm va 10 sm bo'lsa, aylana radiusini toping.
5.  $A$  va  $B$  nuqtalar berilgan. Faqat sirkuldan foydalanib shunday  $C$  nuqta yasangki,  $AC = 3AB$  bo'lsin.
6.  $a$  va  $b$  uzunlikdagi kesmalar berilgan. a)  $a + b$ ; b)  $a - b$ ; c)  $2a + 3b$ ; d)  $2a - b$  uzunlikdagi kesmalarni yasang.
7. Uzunligi 12 sm va 5 sm bo'lgan kesmalar berilgan. Uzunligi a) 17 sm; b) 7 sm; c) 12 sm; d) 22 sm; e) 29 sm bo'lgan kesmalarni yasang.
8. Aylana diametri uning eng katta vatari ekanligini isbotlang.



### Geometrik boshqotirma

Sardor aylana chizib bo'lgach, uning markazini qalam bilan belgilashni unutganini payqab qoldi. O'chakishganday, izi ham qolmabdi. Lekin aylananing radiusi 12 sm ekanligi uning esida edi. Bu ma'lumotdan foydalanib, faqat sirkul yordamida chizilgan aylananing markazini topib bo'ladimi?

**31**

### **Berilgan burchakka teng burchakni yasash**

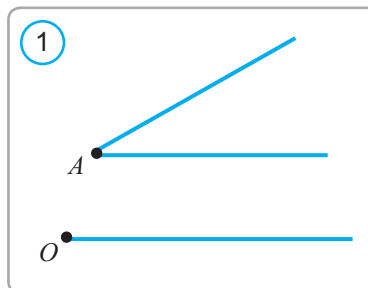


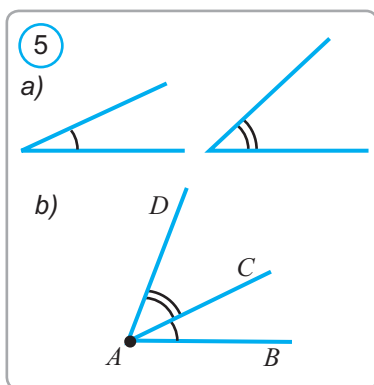
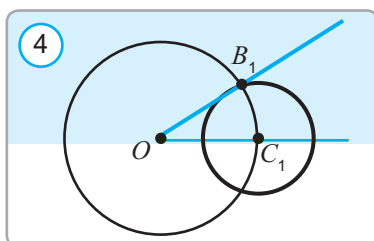
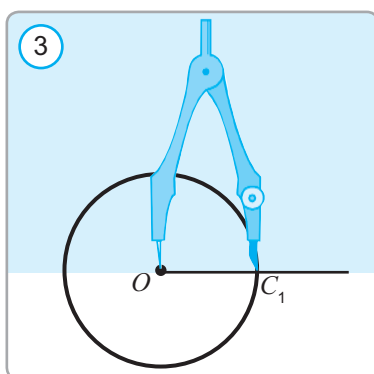
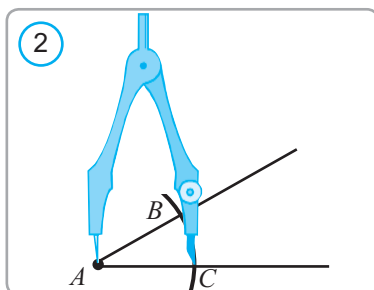
**1-masala.**  $A$  burchak berilgan.  $O$  nurga (1-rasm)  $A$  burchakka teng burchak qo'ying.

**Yasash:**

**1-qadam.** Markazi  $A$  nuqtada bo'lgan ixtiyoriy aylana chizamiz (2-rasm). Bu aylana berilgan  $A$  burchak tomonlarini  $B$  va  $C$  nuqtalarda kesib o'tsin.

**2-qadam.** Radiusi chizilgan aylana radiusiga





teng va markazi  $O$  nuqtada bo'lgan aylana chizamiz (3-rasm). Bu aylanani  $O$  nur bilan kesishish nuqtasi  $C_1$  bilan belgilaymiz.

**3-qadam.** Markazi  $C_1$  nuqtada, radiusi esa  $BC$  ga teng bo'lgan uchinchi aylana chizamiz (4-rasm). Uning ikkinchi aylana bilan kesishish nuqtalaridan birini, aytaylik yuqori yarimtekislikda yotganini  $B_1$  bilan belgilaymiz.

**4-qadam.**  $OB_1$  nurni o'tkazamiz (4-rasm). Hosil bo'lgan  $B_1OC_1$  burchak  $O$  nurga qo'yilgan, berilgan  $A$  burchakka teng burchak bo'ladi.

**Asoslash:** 2 va 4-rasmda tasvirlangan  $ABC$  va  $OB_1C_1$  uchburchaklarda yasashga ko'ra:  $AB = OB_1$ ,  $AC = OC_1$  va  $BC = B_1C_1$ .

Demak, uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra  $\triangle ABC = \triangle OB_1C_1$ . Xususan,  $\angle B_1OC_1 = \angle A$ .

**Eslatma:** Bu masala ikkita yechimga ega bo'lib, yechimlar 3-qadamda  $O$  nur yotgan to'g'ri chiziq ajratgan qaysi yarimtekislik olinishiga bog'liq boladi.



**2-masala.** Berilgan ikkita burchak yig'indisiga teng bo'lgan burchak yasang (5. a-rasm).

**Yasash:** 1-qadam. Avval birinchi burchakka teng bo'lgan  $BAC$  burchakni yasaymiz (5. b-rasm).

2-qadam.  $AC$  nurga ikkinchi burchakka teng bo'lgan  $CAD$  burchakni qo'yamiz. Hosil bo'lgan  $BAD$  burchak berilgan burchaklar yig'indisiga teng burchak bo'ladi.



### Savol, masala va topshiriqlar

- a)  $30^\circ$ ; b)  $60^\circ$ ; c)  $15^\circ$ ; d)  $120^\circ$ ; e)  $45^\circ$  li burchaklar berilgan. Oddiy chizg'ich va sirkuldan foydalanib, ularga teng burchaklarni yasang.
- $\angle A = \alpha$  va  $\angle B = \beta$  burchaklar berilgan ( $\alpha > \beta$ ). O'lchovi: a)  $2\alpha$ ; b)  $\alpha - \beta$ ; c)  $2\alpha + \beta$  bo'lgan burchaklarni yasang.
- $45^\circ$  va  $30^\circ$  burchaklar berilgan. O'lchovi a)  $15^\circ$ ; b)  $75^\circ$ ; c)  $105^\circ$ ; d)  $120^\circ$  bo'lgan burchaklarni yasang.

1-rasmda tasvirlangan  $A$  burchak berilgan bo'lsin. Bu burchakni teng ikkiga bo'lish uchun quyidagicha yo'l tutiladi:

**Yasash:**

1-qadam. Markazi  $A$  nuqtada bo'lgan ixtiyoriy radiusli aylana chiziladi va uning burchak tomonlari bilan kesishish nuqtalari  $B$  va  $C$  belgilanadi;

2-qadam. Radiusni o'zgartirmasdan, markazlari  $B$  va  $C$  nuqtalarda bo'lgan ikkita aylana chiziladi. Bu ikki aylana kesishuvidan hosil bo'lgan  $D$  nuqta belgilanadi.

3-qadam.  $A$  va  $D$  nuqtadan o'tuvchi  $AD$  nur o'tkaziladi.

$AD$  nur — berilgan burchak bissektrisasi bo'ladi.

**Asoslash.**  $ABD$  va  $ACD$  uchburchaklarda

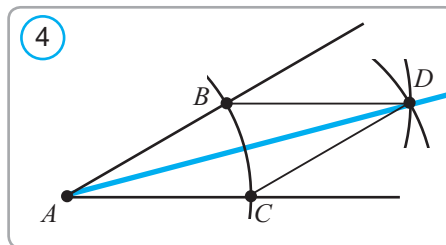
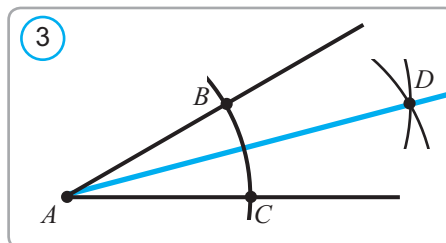
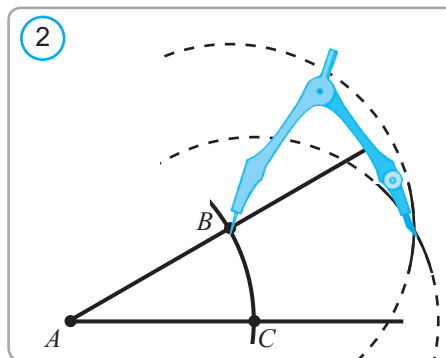
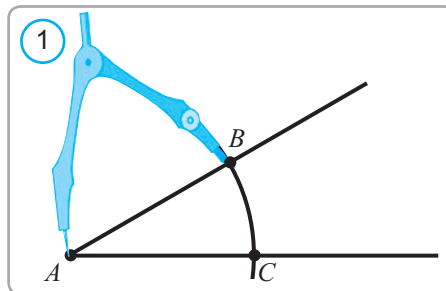
- 1) yasashga ko'ra  $AB = AC$ ;
- 2) yasashga ko'ra  $BD = CD$ ;
- 3)  $AD$  — umumiy tomon.

Uchburchaklar tengligining TTT aloomatiga ko'ra,  $\triangle ABD = \triangle ACD$ . Xususan,  $\angle BAD = \angle CAD$ .



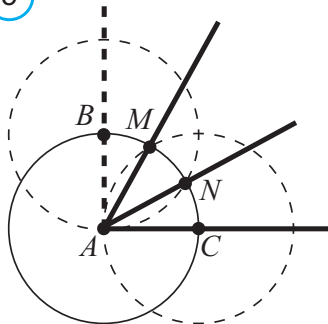
**Masala.** Berilgan to'g'ri burchakni teng uchga bo'ling.

**Yechilishi:**  $\angle A$  to'g'ri burchak berilgan bo'lsin. Uning uchini markaz qilib, ixtiyoriy radiusli aylana chizamiz. Aylana to'g'ri burchak tomonlarini  $B$  va  $C$  nuqtalarda kesib o'tsin. Radiusni o'zgartirmasdan markazi  $B$  va  $C$  nuqtalarda bo'lgan yana ikkita aylana chizamiz. Bu aylanalar





5



birinchi aylana bilan kesishgan nuqtalardan to'g'ri burchak ichida yotganlarini  $M$  va  $N$  bilan belgilaymiz.  $AM$  va  $AN$  nurlarni chizamiz. Bu nurlar berilgan to'g'ri burchakni uchta teng burchakka ajratadi. Bu tasdiqning to'g'riligini mustaqil asoslang. 😊

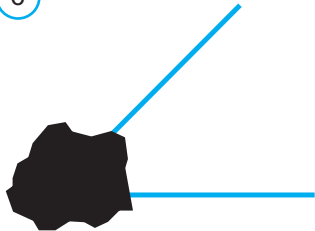
**Eslatma.** Berilgan ixtiyoriy burchakni uchga bo'lish masalasi juda qadimgi va mashhur masala bo'lib, bu haqda ko'p olimlar bosh qotirishgan. Faqat XIX asrga kelib, ayrim burchaklar istisno bo'lib, odatda burchakni teng uchga bo'lib bo'lmasligi isbotlangan. Masalan,  $60^\circ$  li burchakni teng uchga bo'lib bo'lmaydi. Gap, albatta, oddiy chizg'ich va sirkul bilan aniq yasash haqida bormoqda. Bu asboblardan juda katta aniqlikda taqribiy yasash yoki boshqa asboblardan foydalanib aniq yasash bajarilishi mumkin.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Oddiy chizg'ich va sirkul yordamida: a)  $90^\circ$ ; b)  $60^\circ$ ; c)  $30^\circ$  li burchaklarni teng ikkiga bo'ling.
2. Burchak chizing va uni to'rtta teng burchakka ajrating.
3.  $45^\circ$  li burchakni uchta teng burchakka bo'ling.
4. Berilgan gipotenuzasi va o'tkir burchagi bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
5.  $36^\circ$  li burchak berilgan. Sirkul va oddiy chizg'ich yordamida  $99^\circ$  li burchak yasang.
- 6\*.  $54^\circ$  li burchak berilgan. Sirkul va oddiy chizg'ich yordamida bu burchakni teng uchga bo'ling.

6



### Geometrik boshqotirma

Shohjahon dadasining yozuvlari ichidan 6-rasm da tasvirlangan chizma topib oldi. Afsuski, bu burchakning bir qismiga siyoh tomib, o'chib ketgan ekan. Shohjahon bu burchakning bissektrisasini yasay oladimi?



**1-masala.** Berilgan  $a$  to'g'ri chiziqqa uning  $O$  nuqtasidan o'tuvchi perpendikulyar to'g'ri chiziqni yasang.

**Yasash:**

**1-qadam.**  $O$  nuqtani markaz qilib ixtiyoriy aylana chizamiz. U berilgan to'g'ri chiziqni  $A$  va  $B$  nuqtalarda kesib o'tsin (1-rasm).

**2-qadam.**  $A$  va  $B$  nuqtalarni markaz qilib, radiusi  $AB$  ga teng aylanalar chizamiz (2-rasm). Bu aylanalarning kesishish nuqtalaridan birini  $C$  deb belgilaymiz.

**3-qadam.**  $C$  va  $O$  nuqtalardan o'tuvchi  $OC$  to'g'ri chiziqni yasaymiz (3-rasm).

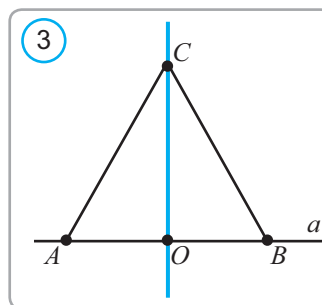
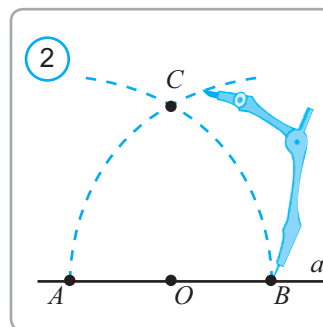
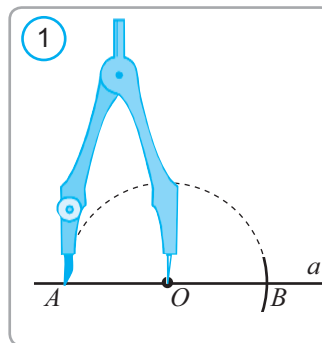
$OC$  to'g'ri chiziq berilgan  $a$  to'g'ri chiziqqa uning  $O$  nuqtasidan o'tuvchi perpendikular bo'ladi.

**Asoslash.**  $AOC$  va  $BOC$  uchburchaklarni qaraymiz. Ularda, yasashga ko'ra:

1.  $AO = BO$ ;
2.  $AC = BC$ ;
3.  $CO$  esa umumiy tomon.

Demak, uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra,  $\triangle AOC = \triangle BOC$ . U holda,  $\angle AOC = \angle BOC$ . Lekin  $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ . Bundan  $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$  ekanligi kelib chiqadi.

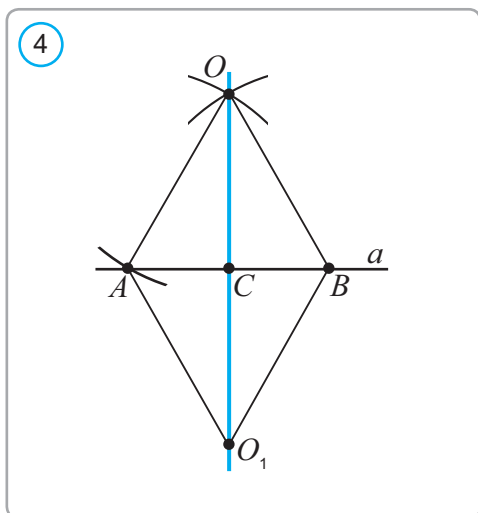
Demak, haqiqatdan ham  $OC \perp a$ .



**2-masala.** Berilgan  $a$  to'g'ri chiziqqa unda yotmaydigan  $O$  nuqtadan o'tuvchi perpendikular to'g'ri chiziqni yasang.

**Yasash:**

**1-qadam.** Markazi  $O$  nuqtada bo'lgan ixtiyoriy aylana chizamiz. U berilgan to'g'ri chiziqni  $A$  va  $B$  nuqtalarda kesib o'tsin (4-rasm).



**2-qadam.** Markazlari  $A$  va  $B$  nuqtada bo'lgan, radiusi birinchi chizilgan aylana radiusiga teng aylanalar chizamiz. Bu aylanalarning kesishish nuqtalaridan biri  $O$  bo'ladi. Ikkinchisini  $O_1$  bilan belgilaymiz (4-rasm).

**3-qadam.**  $O$  va  $O_1$  nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq chizamiz.  $OO_1$  — berilgan  $a$  to'g'ri chiziqqa perpendikular va unda yotmagan  $O$  nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ladi.

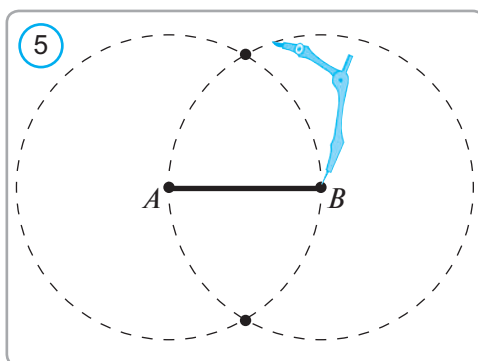
Asoslashni mustaqil bajaring.



**3-masala.** Berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling.

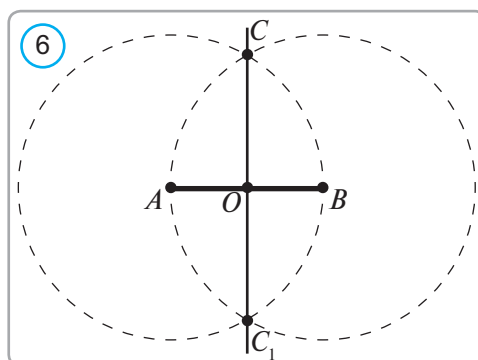
**Yasash:**

Aytaylik,  $AB$  kesma berilgan bo'lsin. Bu kesmani teng ikkiga bo'luvchi nuqtani topish uchun quyidagicha yo'l tutiladi:



**1-qadam.** Radiusi berilgan  $AB$  kesmaga teng bo'lgan, markazlari esa  $A$  va  $B$  nuqtalarda bo'lgan ikkita aylana chiziladi (5-rasm);

**2-qadam.** Aylanalar kesishgan  $C$  va  $C_1$  nuqtalari tutashtiriladi (6-rasm).  $CC_1$  to'g'ri chiziq va  $AB$  kesmaning kesishish nuqtasi berilgan kesmaning o'rtasi bo'ladi.



**Mashq.** Kesishish nuqtasi  $O$  haqiqatdan ham  $AB$  kesmaning o'rtasi bo'lishini asoslang.

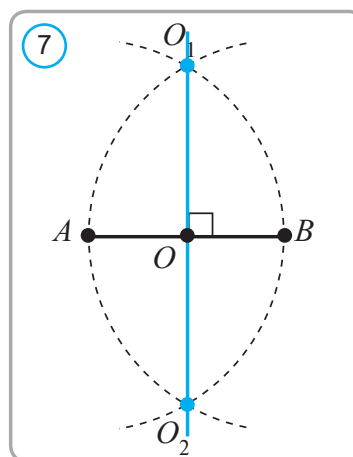


**4-masala.** Berilgan kesmaning o'rtasidan o'tuvchi perpendikulyar yasang.

☹️ **Yechilishi:**  $AB$  kesma berilgan bo'lsin. Markazlari  $A$  va  $B$  nuqtalarda bo'lgan  $AB$  radiusli aylanalar chizamiz (7-rasm). Bu aylanalar  $O_1$  va  $O_2$  nuqtalarda kesishadi:

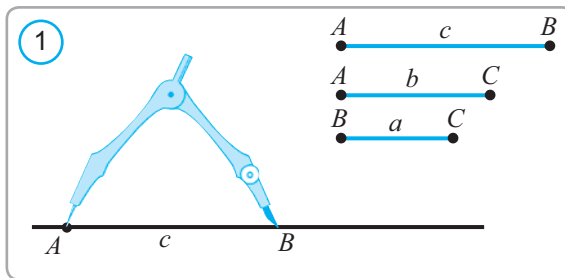
$$AO_1 = AO_2 = BO_1 = BO_2.$$

$O_1O_2$  to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq  $AB$  kesmaning o'rta perpendikularidir. Chunki  $O_1$  va  $O_2$  nuqtalar  $AB$  kesmaning uchlaridan teng uzoqlashgani uchun shu kesmaning o'rtasidan o'tuvchi perpendikulyarda yotadi. 😊

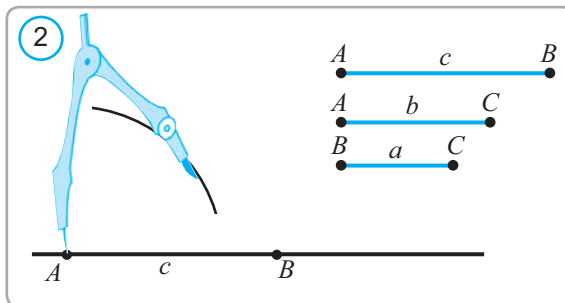


### Savol, masala va topshiriqlar

1. Kesmani teng ikkiga bo'lishning qanday usulini bilasiz? Kesam chizing va uni teng ikkiga bo'ling.
2. To'g'ri burchakni qanday yasash mumkin?
3. Faqat bir yarimtekislikda yasash ishlarini bajarib berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling .
4. Faqat uchburchakli chizg'ichdan foydalanib berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling .
5. Berilgan gepotenuza bo'yicha teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
6. Asosi va unga tushirilgan balandligi bo'yicha teng yonli uchburchak yasang.
7.  $AB$  kesmaning o'rtasini to'g'ridan-to'g'ri aniqlashning iloji bo'lmasa, uning o'rtasidan o'tuvchi perpendikulyarni yasash mumkinmi?
8. Berilgan kesmani to'rtta teng bo'lakka bo'ling .
9. Uchburchak chizing. Uning balandliklarini yasang.
10. Berilgan uchburchakning medianalarini yasang.
- 11\*.  $A$  va  $B$  nuqtalardan bir xil uzoqlashgan hamda  $a$  to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtani toping.
12. Faqat chizg'ich yordamida  $a$  to'g'ri chiziqda yotmaydigan  $M$  nuqta orqali  $a$  to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan  $b$  to'g'ri chiziqni o'tkazing.

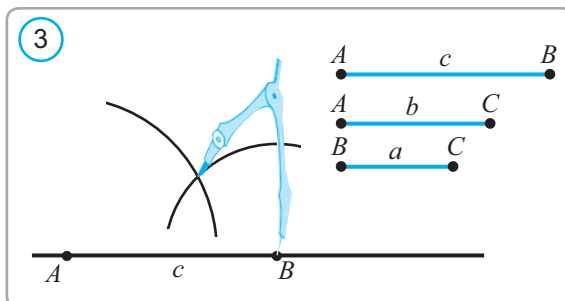


Aytaylik, 1-rasmda tasvirlangan-dek, uzunliklari mos ravishda  $a$ ,  $b$  va  $c$  ga teng kesmalar berilgan bo'lib.  $c$  eng kattasi bo'lsin. Tomonlari mos ravishda  $AB = c$ ,  $BC = a$  va  $AC = b$  bo'lgan  $ABC$  uchburchak yasash uchun quyidagicha yo'l tutiladi:



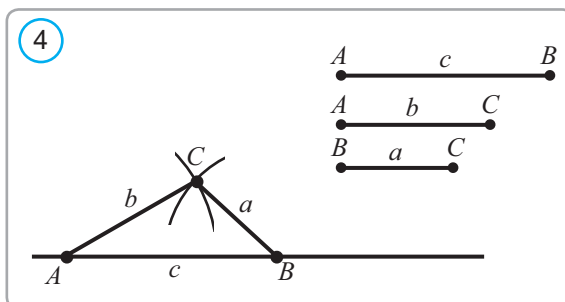
**1-qadam.** Ixtiyoriy to'g'ri chiziq chiziladi. To'g'ri chiziqda uzunligi  $c$  ga teng bo'lgan  $AB$  kesma sirkul yordamida ajratiladi.

**2-qadam.**  $AC = b$  bo'lishi kerak. Shuning uchun, markazi  $A$  nuqtada radiusi  $b$  ga teng aylana chiziladi;



**3-qadam.**  $BC = a$  bo'lishi kerak. Shuning uchun, markazi  $B$  nuqtada radiusi  $a$  ga teng aylana chiziladi;

**4-qadam.** Aylanalar kesishish nuqtasi —  $C$  nuqta  $A$  va  $B$  nuqtalar bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan  $ABC$  uchburchakning tomonlari  $a$ ,  $b$  va  $c$  ga teng bo'ladi.



**Tahlil.** Yasashdan ko'rinib turibdiki, agar 2- va 3-qadamda yasalgan aylanalar kesishsagina yechim mavjud. Buning uchun  $a + b > c$  bo'lishi lozim.

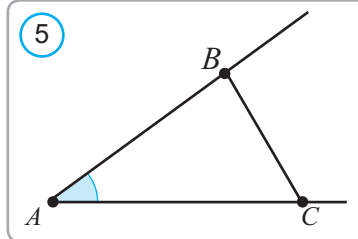
Hosil bo'lgan  $ABC$  uchburchakning haqiqatdan ham tomonlari  $a$ ,  $b$  va  $c$  ga teng bo'lishini mustaqil asoslang.



**1-masala.** Berilgan burchakka teng bo'lgan burchakni yasang (5-rasm).

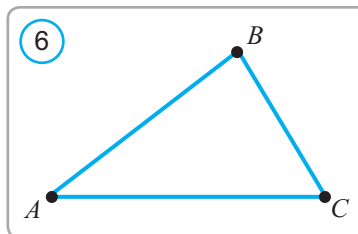


**Yechilishi:** Bu masalani berilgan uchburchakka teng bo'lgan uchburchakni yasash orqali hal qilsa bo'ladi. Buning uchun berilgan burchakning uchini  $A$  bilan belgilaymiz, burchak tomonlarida ham ixtiyoriy  $B$  va  $C$  nuqtalarni belgilaymiz. So'ngra  $ABC$  uchburchakka teng bo'lgan uchburchak yasasak,  $A$  burchakka teng bo'lgan burchakni ham yasagan bo'lamiz.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Ixtiyoriy uzunlikdagi kesmalardan uchburchak yasab bo'ladimi?
2. Tomonlari  $a = 3 \text{ sm}$ ,  $b = 8 \text{ sm}$  va  $c = 9 \text{ sm}$  bo'lgan uchburchak yasang.
3. a) Tomonlari  $a = 3 \text{ sm}$ ,  $b = 4 \text{ sm}$  va  $c = 7 \text{ sm}$  bo'lgan uchburchak yasash mumkinmi?  
b) Uchburchak yasash uchun, uning  $a$ ,  $b$  va  $c$  tomonlari qanday shartni qanoatlantirishi lozim?
4. Ikki kateti bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
5. Gipotenuza va kateti bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
6.  $a$  to'g'ri chiziq berilgan. Bir tomoni  $a$  da yotadigan, 6-rasmga ko'rsatilgan  $ABC$  uchburchakka teng bo'lgan uchburchak yasang.
- 7\*. Uzunligi  $a+b$ ,  $b+c$  va  $a+c$  kesmalar berilgan. Tomonlari  $a$ ,  $b$ ,  $c$  bo'lgan uchburchak yasang.
8. Ikki tomoni va ular orasidagi burchak bo'yicha uchburchak yasang.
9. Berilgan tomon bo'yicha kvadrat yasang.
10. Bir tomoni va unga yopishgan burchaklar bo'yicha uchburchak yasang.



### Qobiliyatli o'quvchilar uchun qo'shimcha topshiriq.

1. «Geometriya–7» elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib o'z bilimingizni sinab ko'ring.
2. Shuningdek, 10-betda keltirilgan internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

## 1. Testlar.

- Kesmalarning uzunliklari  $a$ ,  $b$  va  $c$  larning keltirilgan qaysi qiymatlarida bu kesmalardan uchburchak yasash mumkin emas? A)  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = 3$ ;  
B)  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$ ; D)  $a = 3$ ,  $b = 4$ ,  $c = 5$ ; E)  $a = 6$ ,  $b = 4$ ,  $c = 3$ ;
- Geometrik yasashlarni bajarish uchun qaysi o'quv qurollaridan foydalanishga ruxsat beriladi? A) Transportir; B) Transportir, chig'ich;  
D) Sirkul, chizg'ich; E) Sirkul, transportir.
- Geometrik yasashlarni bajarishda chizg'ichdan qanday vazifalarni bajarishga ruxsat beriladi. A) Kesmani o'lchashga; B) Kesma, to'g'ri chiziq chizishga;  
D) Nuqtadan o'tuvchi va berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziqni chamalab chizishga; E) Kesmani o'lchab, uni o'rtasini topishga.

## 2. Masalalar.

- Biror burchak yasang. Shu burchakka teng boshqa burchak yasang.
- Biror burchak yasang. Uning bissektrisasini yasang.
- To'g'ri chiziq chizing va unda yotmagan nuqta belgilang. Shu nuqtadan o'tuvchi va shu to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziq yasang.
- To'g'ri chiziq chizing va unda yotmagan nuqta belgilang. Shu nuqtadan o'tuvchi va shu to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq yasang.
- Biror kesma chizing va uni teng ikkiga bo'ling.
- Uchta kesma yasang. Tomonlari shu kesmalarga teng bo'lgan uchburchak yasang.
- Biror uchburchak yasang. Uning bitta a) medianasini; b) bissektrisasini, c) balandligini yasang.

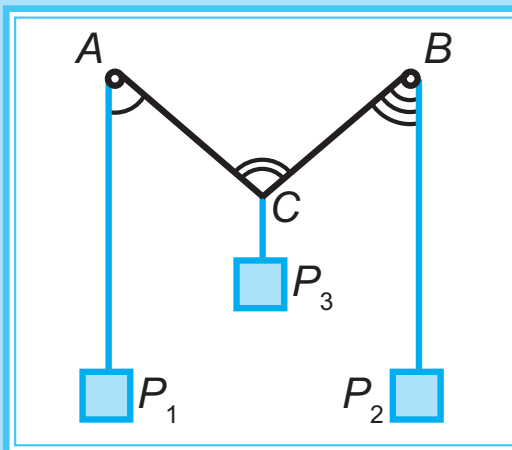
Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi:

I. Nazariy 5 ta test.

II. Quyidagi masalalarga o'xshash 3 ta masala (4-masala yaxshi o'zlashtiruvchi o'quvchilar uchun qo'shimcha beriladi)

- $120^\circ$  li burchak berilgan sirkul va chizg'ich yordamida unga teng burchak yasang.
- Tomonlari  $a = 5\text{ sm}$ ,  $b = 12\text{ sm}$  va  $c = 15\text{ sm}$  bo'lgan uchburchak yasang.
- 2-masalada qurilgan uchburchakning  $a$  tomoniga mediana o'tkazing.
- Uchburchakni uning asosi, bir tomoni va asosga tushirilgan balandligiga ko'ra yasang.

## IV BOB



### PARALLEL TO'G'RI CHIZIQLAR

Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

#### Bilimlar:

- Parallel to'g'ri chiziqlarning ta'rifi va xossalarini bilish;
- ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'ladigan burchaklarning turlarini bilish va ularni chizmada farqlay olish;
- ikki to'g'ri chiziqning paralellik alomatlarini bilish;
- berilgan teorema teskari bo'lgan teoremani ifodalay olish;
- mos tomonlari o'zaro parallel bo'lgan burchaklarni va ularning xossasini bilish;
- mos tomonlari o'zaro perpendikular bo'lgan burchaklarni va ularning xossalarini bilish;
- Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi haqidagi teoremani bilish va isbotlashni bilish;
- Uchburchak tashqi burchagi va uning xossasini bilish;
- Uchburchak burchaklari va tomonlari orasidagi munosabatni ifodalovchi teoremlarni bilish.

#### Ko'nikmalar:

- Uchburchakli va oddiy chizg'ich yordamida parallel to'g'ri chiziqlarni yasay olish;
- ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'ladigan burchaklarni chizmada ko'rsatib bera olish;
- mos tomonlari o'zaro parallel yoki o'zaro perpendikular bo'lgan burchaklarni chizmada ko'rsatib bera olish;
- Uchburchak ichki burchaklari yig'indisini amaliy usul bilan topa olish;
- o'zlashtirilgan nazariy bilimlarni, xossalarni masalalar yechishda va amaliy ishlarni bajarishda qo'llay olish.



**Faollashtiruvchi mashq.**

Agar ikki to'g'ri chiziq bitta to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, ular o'zaro kesishishi mumkinmi? Javobingizni asoslang.



Bir tekislikda yotgan, o'zaro kesishmaydigan to'g'ri chiziqlar **parallel to'g'ri chiziqlar** deb ataladi.

1



1-rasmda parallel to'g'ri chiziqlar tasvirlangan.  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlarning parallelligi  $a \parallel b$  tarzda yoziladi yoki qisqacha " $a$  to'g'ri chiziq  $b$  to'g'ri chiziqqa parallel" deb o'qiladi.

Parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan kesmalar (nurlar) parallel kesmalar (nurlar) deb yuritiladi. Parallel kesmalarni hayotda ko'p uchratgansiz. Misol uchun, temir yo'l relslari, to'g'ri to'rtburchak shaklidagi stolning qarama-qarshi qirralari, katak daftar varag'idagi gorizonta yoki vertikal chiziqlar va hokazo.

Shunday qilib, ta'rifga ko'ra to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi uchun

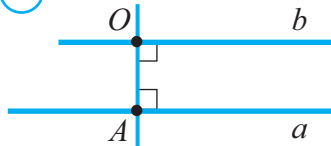
- ular bir tekislikda yotishi;
- umumiy nuqtaga ega bo'lmasligi, ya'ni kesishmasligi lozim.

14-mavzuda isbotlangan teoremani endi quyidagicha ifodalash mumkin:



**Teorema.** Bitta to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.

2



**Mashq.**  $a$  to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan  $O$  nuqtadan unga parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkinligini ko'rsating.

☺ **Yechilishi:**  $O$  nuqtadan  $a$  to'g'ri chiziqqa perpendikular  $OA$  to'g'ri chiziq o'tkazamiz (2-rasm). So'ng  $O$  nuqtadan  $OA$  to'g'ri chiziqqa perpendikular  $b$

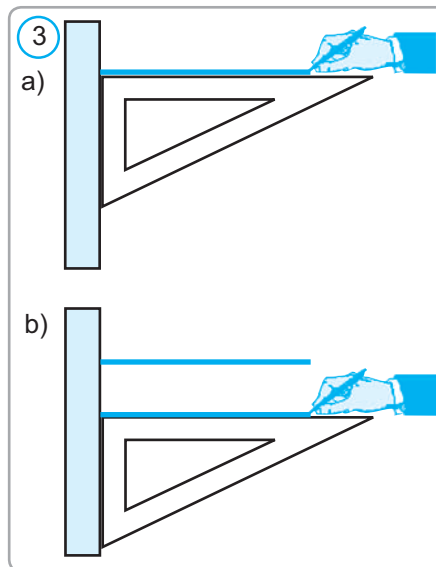
to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Natijada,  $a \perp OA$  va  $OA \perp b$ , ya'ni  $OA$  to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikkita  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlarga ega bo'lamiz. Unda yuqoridagi teoremaga ko'ra,  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi, ya'ni,  $b$  izlangan to'g'ri chiziqdir. ☺

Parallel to'g'ri chiziqlarni amaliyotda oddiy va uchburchakli chizg'ichlar yordamida 3-rasmda tasvirlangan tartibda chizish mumkin. Bu usul to'g'riligini asoslang.

To'g'ri chiziqqa unda yotmagan nuqtadan nechta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin? *Parallellik aksiomasi* deb nomlangan quyidagi tasdiq bu savolga javob beradi.

**A** Tekislikdagi to'g'ri chiziqqa, unda yotmagan nuqtadan faqat bitta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Bu tasdiqni aksioma sifatida isbotsiz qabul qilinadi.



**Teorema.** Bir to'g'ri chiziqqa parallel ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.

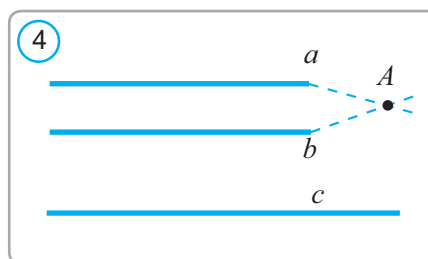


$a, b$  va  $c$  to'g'ri chiziqlar,  $a \parallel c, b \parallel c$ .



$a \parallel b$

**Isbot.** Faraz qilaylik,  $a \parallel c$  va  $b \parallel c$  bo'lsa-da,  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar parallel bo'lmasin. U holda, ular biror  $A$  nuqtada kesishadi (4-rasm) va  $A$  nuqtadan  $c$  to'g'ri chiziqqa ikkita  $a$  va  $b$  parallell to'g'ri chiziq o'tkazilgan bo'lib qoladi. Bu esa parallellik aksiomasiga zid. Demak, farazimiz noto'g'ri —  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel ekan. **Teorema isbotlandi.**



**Geometrik tadqiqot**

$45^\circ$  ga teng bo'lgan  $ABC$  burchak chizing. Burchak uchidan boshlab uning  $BA$  tomonida to'rtta bir-biriga teng kesmalarni ketma-ket qo'ying va bu kesmalarning uchlari orqali burchakning  $BC$  tomonini kesib o'tuvchi parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazing. So'ngra  $BC$  tomonida hosil bo'lgan kesmalarning uzunliklarini o'zaro taqqoslang. Bu kesmalar haqida qanday xulosaga keldingiz? Natijani boshqa kattalikdagi burchaklar uchun tekshirib ko'ring.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Qachon to'g'ri chiziqlar parallel deyiladi?
2. Berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali shu to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
3. Ikki kesma qachon parallel bo'ladi?
4. Sinf xonasiga nazar soling va parallel kesmalarni aniqlang.
5. Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikkita to'g'ri chiziqning o'zaro parallel bo'lishini ko'rsating.
6. To'g'ri chiziq chizib unda  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalarni belgilang. Chizg'ich va uchburchakli chizg'ich yordamida  $A$  nuqtadan,  $B$  nuqtadan va  $C$  nuqtadan o'tuvchi va bir-biriga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlarni o'tkazing.
7. Kesishmaydigan ikki kesmani parallel kesmalar desa bo'ladimi? Kesishmaydigan ikki nur-chi?
8. Qachon kesma bilan nur parallel bo'ladi?
9. To'g'ri to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlari o'zaro parallel ekanligini ko'rsating.
10. Agar to'g'ri chiziq parallel to'g'ri chiziqlarning birini kesib o'tsa, ikkinchisini ham kesib o'tadimi? Javobingizni asoslang.
11. Varaqqa ikkita to'g'ri chiziq chizildi. Agar varaq bu chiziqlar bo'ylab qirgilsa, nechta bo'lak hosil bo'ladi.

38

### Ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan burchaklar

Tekislikda berilgan ikkita  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziq uchinchisi  $c$  to'g'ri chiziq bilan kesilganda, 8 ta burchak hosil bo'ladi. Ularni 1-rasmda ko'rsatilgandek raqamlar bilan belgilaylik. Bu burchaklarning quyidagi juftlarini alohida nomlar bilan ataymiz:

①

|                          |                            |
|--------------------------|----------------------------|
| $\angle 3$ va $\angle 5$ | ] almashinuvchi burchaklar |
| $\angle 4$ va $\angle 6$ |                            |
| $\angle 4$ va $\angle 5$ | ] bir tomonli burchaklar   |
| $\angle 3$ va $\angle 6$ |                            |
| $\angle 1$ va $\angle 5$ | ] mos burchaklar           |
| $\angle 2$ va $\angle 6$ |                            |
| $\angle 3$ va $\angle 7$ |                            |
| $\angle 4$ va $\angle 8$ |                            |

Bu burchaklarning quyidagi xossalarini keltiramiz:



**1-Xossa.** Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir juft almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ikkinchi juft almashinuvchi burchaklar ham o'zaro teng bo'ladi.



$a, b$  to'g'ri chiziqlar va  $c$  kesuvchi:  
 $\angle 1 = \angle 2$  (2-rasm)



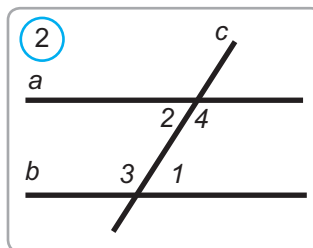
$\angle 3 = \angle 4$

**Isbot.**  $\angle 2$  va  $\angle 4$  qo'shni burchaklar bo'lgani uchun:  
 $\angle 2 + \angle 4 = 180$ . Bundan  $\angle 4 = 180 - \angle 2$ .

$\angle 1$  va  $\angle 3$  ham qo'shni burchaklar bo'lgani uchun:  
 $\angle 1 + \angle 3 = 180$ . Bundan  $\angle 3 = 180 - \angle 1$ .

Shartga ko'ra  $\angle 1 = \angle 2$  ekanligini hisobga olsak:  
 $\angle 3 = 180 - \angle 1 = 180 - \angle 2 = \angle 4$ .

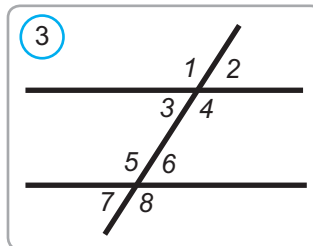
Demak,  $\angle 3 = \angle 4$ . **Xossa isbotlandi.**



**2-Xossa.** Agar mos burchaklar teng bo'lsa, bir tomonli burchaklar yig'indisi  $180^\circ$  ga teng bo'ladi.

**Isbot.** Mos burchaklardan biror jufti, masalan  $\angle 2 = \angle 6$  bo'lsin (3-rasm).  $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$  ekanligini isbotlaymiz.  $\angle 2$  va  $\angle 4$  qo'shni burchaklar bo'lgani uchun  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$  bo'ladi. U holda,  $\angle 2 = \angle 6$  bo'lgani uchun  $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$  ekani kelib chiqadi.

Boshqa bir tomonli burchaklar yig'indisi ham  $180^\circ$  ga tengligi shu tariqa isbotlanadi. **Xossa isbotlandi.**



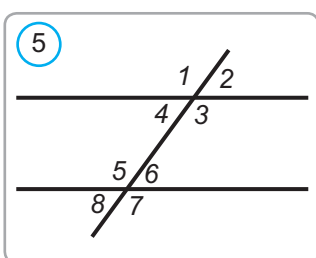
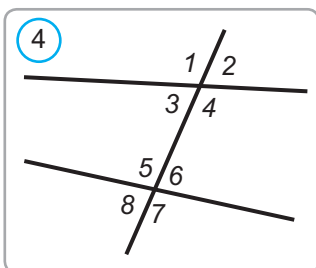
**3-Xossa.** Agar almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'lsa, u holda mos burchaklar ham o'zaro teng bo'ladi.

**Isbot.** Teng almashinuvchi burchaklar  $\angle 3$  va  $\angle 6$  bo'lsin (3-rasm). U holda,  $\angle 3$  va  $\angle 2$  vertikal burchaklar bo'lgani uchun  $\angle 3 = \angle 2$  bo'ladi. Demak, mos burchaklar  $\angle 6$  va  $\angle 2$  teng ekan. Boshqa mos burchaklar juftlari tengligi ham shunga o'xshash isbotlanadi.



**Savol, masala va topshiriqlar**

1. Ixtiyoriy ikkita to'g'ri chiziq chizing. Ularni uchinchi to'g'ri chiziq — kesuvchi bilan kesing. Bir tomonli, almashinuvchi va mos burchaklarni chizmadan ko'rsating.
2. 4-rasmdagi burchaklardan qaysilari vertikal va qaysilari qo'shni burchak bo'ladi?
3. Agar 5-rasmda  $\angle 2 = \angle 6 = 63^\circ$  bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.



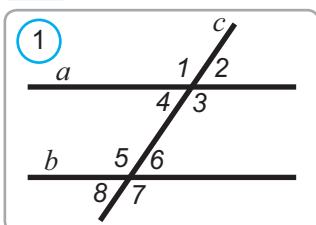
4. Agar ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri  $82^\circ$  va yana biri  $110^\circ$  bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
5. 5-rasmda  $\angle 3 = \angle 5$  bo'lsa,  $\angle 4 = \angle 6$  bo'ladimi? Agar  $\angle 1 = \angle 7$  bo'lsa,  $\angle 2 = \angle 8$ ,  $\angle 3 = \angle 5$ ,  $\angle 4 = \angle 6$  tengliklar bajariladimi? Javobingizni asoslang.
6. Bir tomonli burchaklar o'zaro teng bo'lishi mumkinmi?
- 7.\* Almashinuvchi burchaklar teng bo'lsa, bir tomonli burchaklarning yig'indisi  $180^\circ$  ga tengligini ko'rsating. Teskari tasdiq ham to'g'rimi?
- 8.\* Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir juft mos burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ikkinchi juft mos burchaklar ham teng bo'lishini isbotlang.

39

## Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari



### Faollashtiruvchi mashq.



1-rasmda  $a$  va  $b$  parallel to'g'ri chiziqlar va  $c$  kesuvchi tasvirlangan. Quyidagi topshiriqlarni bajaring va savollarga javob bering.

1. Barcha almashinuvchi burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft almashinuvchi burchaklarning gradus o'lchovlari haqida nima deya olasiz?
2. Barcha bir tomonli burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft bir tomonli burchaklar gradus o'lchovlarining yig'indisi haqida nima deya olasiz?
3. Barcha mos burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft mos burchaklarning gradus o'lchovlari haqida nima deya olasiz?
4. Yuqorida aniqlangan xususiyatlar hamma vaqt ham o'rinli bo'laveradimi?

Ikki to'g'ri chiziqning paralleligini qanday usullar bilan aniqlash mumkin? Quyidagi, ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari deb nomlangan teoremlar shu savolga javob beradi.



**Teorema.** Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan almashinuvchi burchaklar teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi.

**Isbot.** 1) Oldin  $\angle 1$  va  $\angle 2$  to'g'ri burchak bo'lgan holni qaraymiz (2-rasm): Bu holda  $AB$  to'g'ri chiziq  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlarga perpendikular bo'ladi. Unda  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar bir to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikki to'g'ri chiziq haqidagi teoreмага asosan o'zaro parallel bo'ladi (95-betga qarang).

2) Endi  $\angle 1$  va  $\angle 2$  to'g'ri burchak bo'lmagan holni ko'ramiz:  $AB$  kesmani o'rtasi ( $AO=BO$ )  $O$  nuqtadan  $a$  to'g'ri chiziqqa  $OC$  perpendikular tushiramiz (3-rasm).  $b$  to'g'ri chiziqqa  $B$  nuqtadan uzunligi  $AC$  ga teng  $BD$  kesma qo'yamiz.  $AOC$  va  $BOD$  uchburchaklarni qaraymiz:

Ularda

1. yasashga ko'ra:  $AC=BD$ ;
2. yasashga ko'ra:  $AO=BO$ ;
3. shartga ko'ra:  $\angle 1 = \angle 2$ .

Unda uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra  $\triangle AOC = \triangle BOD$  bo'ladi. Xususan,  $\angle 3 = \angle 4$  va  $\angle 5 = \angle 6$  bo'ladi.

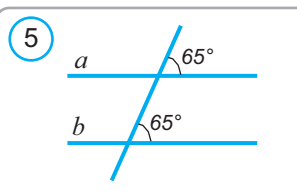
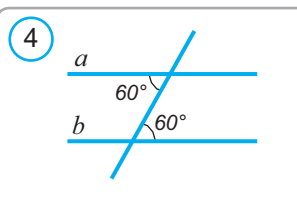
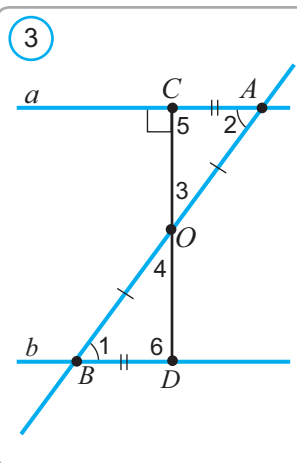
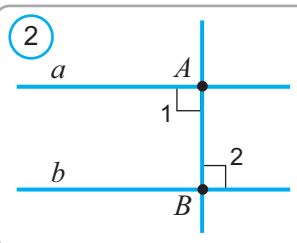
$\angle 3 = \angle 4$  ekanligidan  $D$  nuqta  $CO$  nurning davomida yotishi, ya'ni  $C$ ,  $O$  va  $D$  nuqtalar bitta to'g'ri chiziqda yotishi kelib chiqadi.

$\angle 5 = \angle 6$  ekanligidan,  $\angle 6$  ham  $\angle 5$  kabi to'g'ri burchak ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib,  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar bitta  $CD$  to'g'ri chiziqqa perpendikular ekan. Demak, ular o'zaro parallel bo'ladi. **Teorema isbotlandi.** 😊

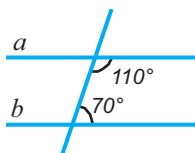


**Masala.** Agar 1-rasmda  $\angle 2=55^\circ$  va  $\angle 5=125^\circ$  bo'lsa,  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladimi?

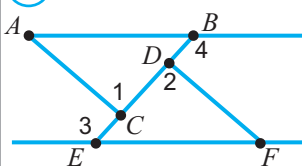
**Yechilishi:**  $\angle 2$  va  $\angle 4$  vertikal burchaklar bo'lgani uchun  $\angle 4 = \angle 2 = 55^\circ$ .  $\angle 5$  va  $\angle 6$  qo'shni bo'lgani uchun  $\angle 6 = 180^\circ - \angle 5 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ . Natijada, almashinuvchi burchaklar o'zaro teng ekanligini aniqlaymiz:  $\angle 4 = \angle 6$ . Demak, yuqorida isbotlangan ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatiga ko'ra  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi. **Javob:** Ha. 😊



6



7



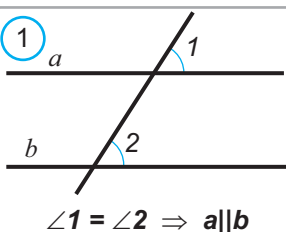
### Savol, masala va topshiriqlar

- Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatini izohlang.
- 4-rasmda  $a \parallel b$  bo'lishini ko'rsating.
- 5-rasmda  $a \parallel b$  bo'lishini ko'rsating.
- 6-rasmda  $a \parallel b$  bo'lishini ko'rsating.
- Agar 1-rasmda: a)  $\angle 1 = 132^\circ$ ,  $\angle 8 = 48^\circ$  b)  $\angle 2 = 36^\circ$ ,  $\angle 5 = 144^\circ$  c)  $\angle 3 = 113^\circ$ ,  $\angle 6 = 77^\circ$  d)  $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$  bo'lsa,  $a \parallel b$  bo'ladimi?
- Agar: 7-rasmda: a)  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $BD = CE$ ,  $AB = EF$ ; b)  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $BD = CE$ ; c)  $AB = EF$ ,  $BD = EC$ ,  $AC = FD$  bo'lsa,  $\triangle ABC = \triangle EFD$  ekanligini ko'rsating.
- $a$  to'g'ri chiziq va unda yotmagan  $K$  nuqta berilgan.  $K$  nuqta orqali to'rtta to'g'ri chiziq o'tkazildi. Bu to'g'ri chiziqlardan nechitasi  $a$  bilan kesishadi.

40

### Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari (davomi)

1

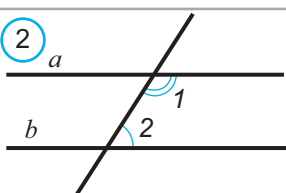


$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$$

Teoremadan to'g'ridan-to'g'ri kelib chiqadigan xossaga **natija** deb aytiladi. Oldingi mavzuda isbotlangan teoremadan va 38-mavzuda isbotlangan 2-3-xossalardan quyidagi natijalar kelib chiqadi.

**1-natija.** Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan mos burchaklar teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi (1-rasm).

2



$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b$$

**2-natija.** Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir tomonli burchaklar yig'indisi  $180^\circ$  ga teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi (2-rasm).



**Masala.** 3-rasmdagi to'g'ri chiziqlarning qaysilari parallel?

**Yechilishi:** Vertikal burchaklar tengligidan,  $\angle 1 = 105^\circ$ ,  $\angle 2 = 125^\circ$ ,  $\angle 3 = 115^\circ$ .  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar parallel emas, chunki  $\angle 1 + 65^\circ = 105^\circ + 65^\circ \neq 180^\circ$ .

$a \parallel d$  bo'ladi, chunki,  $\angle 1 + 75^\circ = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$  (2-natijaga qarang).

Xuddi shunday  $b \parallel e$  bo'ladi, chunki  $65^\circ + \angle 3 = 65^\circ + 105^\circ = 180^\circ$ .

$a$ ,  $c$  va  $e$  to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel emas, chunki ularning mos burchaklari teng emas (1-natijaga qarang).

Xuddi shunday  $b$  va  $d$  to'g'ri chiziqlar ham parallel emas, chunki mos burchaklar teng emas:  $65^\circ \neq 75^\circ$ .

**Javob:**  $a \parallel d$ ,  $b \parallel e$ . 😊



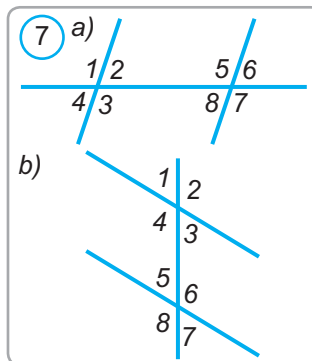
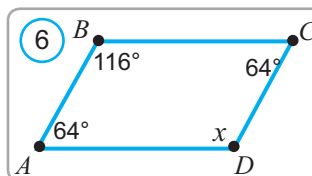
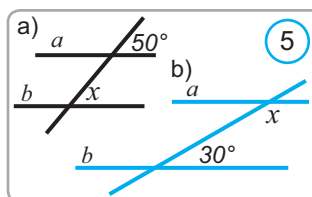
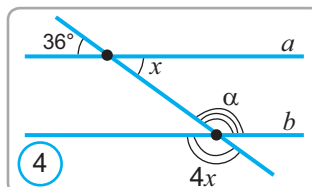
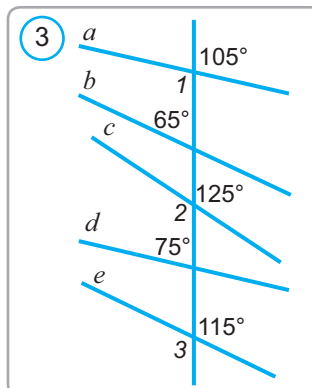
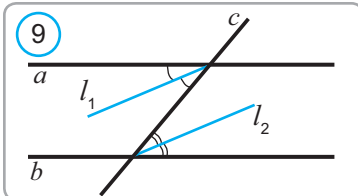
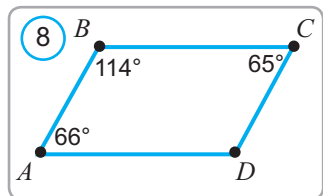
**Masala.** 4-rasmda  $a \parallel b$  bo'ladimi?

😊 **Yechilishi:** Vertikal burchaklarning xossasiga ko'ra  $x = 36^\circ$ . Unda  $\alpha = 4x = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$  bo'ladi. Bir tomonli burchaklar yig'indisi  $x + \alpha = 36^\circ + 144^\circ = 180^\circ$ . Demak, 2-natijaga ko'ra  $a \parallel b$  bo'ladi. 😊



**Savol, masala va topshiriqlar**

- Ikki to'g'ri chiziqlarning parallellik alomatlarini ayting.
- 5-rasmda  $a$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi uchun noma'lum burchak necha gradus bo'lishi kerak?
- 6-rasmdagi noma'lum burchakni toping.
- Agar 7-rasmda a)  $\angle 1 = \angle 5 = 105^\circ$ ; b)  $\angle 3 = 60^\circ$ ,  $\angle 8 = 120^\circ$  bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
- 8-rasmdagi to'rtburchakning qaysi tomonlari parallel bo'ladi?
- Ikki to'g'ri chiziqlarning kesuvchi bilan kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri  $32^\circ$ , unga mos bo'lgan burchak esa  $33^\circ$  ga teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladimi?
- $a$  va  $b$  parallel to'g'ri chiziqlarni  $c$  to'g'ri chiziq bilan kesishdan hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklarning bissektrisalari parallel ekanligini ko'rsating (9-rasm).





Agar teoremaning sharti va xulosalarining o'rnini almashtirilsa, yangi jumla (ya'ni tasdiq) hosil bo'ladi. Agar bu jumla ham to'g'ri bo'lsa (ya'ni uni isbotlab bo'lsa), u berilgan teoreмага **teskari teorema** deb ataladi.

**To'g'ri teorema:** Agar

A tasdiq  
o'rinli

bo'lsa,

B tasdiq  
o'rinli

bo'ladi.

Qisqacha:  $A \Rightarrow B$

**Teskari teorema:** Agar

B tasdiq  
o'rinli

bo'lsa,

A tasdiq  
o'rinli

bo'ladi.

Qisqacha:  $B \Rightarrow A$

*Misol.* "Agar uchburchak teng yonli bo'lsa, uning asosidagi burchaklari teng bo'ladi" — degan teoreмага teskari teorema quyidagidan iborat: "**Agar uchburchakning ikkita burchagi teng bo'lsa, u teng yonli uchburchak bo'ladi**".

**1-mashq.** Yuqorida keltirilgan teskari teorema "Uchburchakning teng yonli bo'lish alomati", deb yuritiladi. Uning to'g'riligini mustaqil isbotlang.

Shuni aytib o'tish lozimki, har doim ham berilgan to'g'ri teoreмага teskari bo'lgan tasdiq o'rinli bo'lavermaydi.

Masalan, "Agar burchaklar vertikal bo'lsa, ular teng bo'ladi", degan teoreмага teskari "Agar burchaklar teng bo'lsa, ular vertikal bo'ladi" degan tasdiq to'g'ri emas.

### 2-mashq.

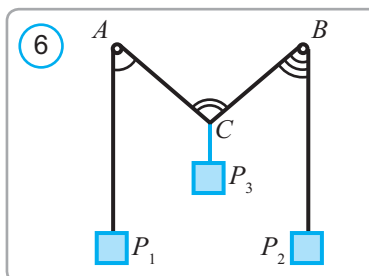
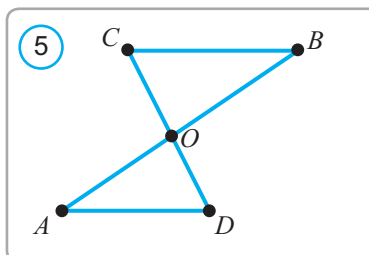
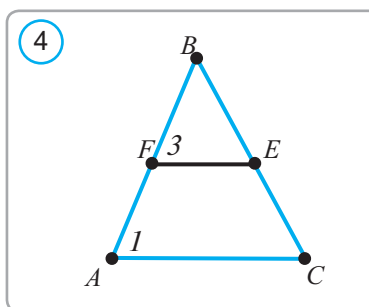
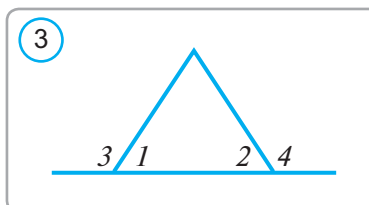
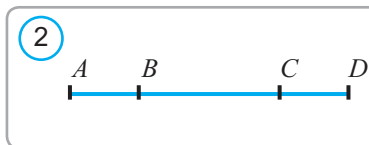
1. "Agar yomg'ir yog'sa, osmonda bulut bo'ladi", degan tasdiqqa teskari tasdiqni tuzing. Hosil bolgan teskari tasdiqning har doim ham to'g'ri bo'lish-bo'lmasligini izohlang.
2. Quyidagi to'g'ri teoremalarga teskari teoremalarni yozib chiqing. Har bir teskari teoremada ifodalangan tasdiqlarning to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshiring.
  - 1) Bir to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishmaydi.
  - 2) Agar ikki uchburchak teng bo'lsa, ularning mos tomonlari teng bo'ladi.
  - 3) Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ular to'g'ri burchak bo'ladi.
  - 4) Bir to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikki to'g'ri chiziq paralleldir.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Teskari teorema bilan to'g'ri teoremaning qanday farqi bor?

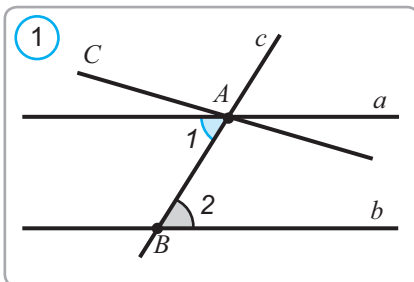
2. To'g'ri teorema teskari bo'lgan teorema har doim ham o'rinli bo'ladimi?
3. To'g'ri teoremani isbotlab, unga teskari teoremani isbotsiz qabul qilsa bo'ladimi?
4. Teskari teorema teskari bo'lgan teorema qanday nomlanadi.
5. Quyidagi teoremlarning sharti va xulosasini yozing. Bu teoremlarga teskari teoremlarni ifodalang va ularning to'g'riligini tekshiring:
  - 1) Agar 2-rasmda  $AC = BD$  bo'lsa,  $AB = CD$  bo'ladi.
  - 2) Agar 3-rasmda  $\angle 1 = \angle 2$  bo'lsa,  $\angle 3 = \angle 4$  bo'ladi.
  - 3) Agar 4-rasmda  $EF \parallel AC$  bo'lsa,  $\angle 1 = \angle 3$ .
  - 4) Agar 5-rasmda  $AO = OB$  va  $CO = OD$  bo'lsa,  $\triangle AOD = \triangle BOC$  bo'ladi.
6.  $A$  va  $B$  nuqtalarda mahkamlangan bloklar orqali o'tgan ipda  $P_1$  va  $P_2$  jismlar osilgan (6-rasm).  $P_3$  jism esa shu ipning  $C$  nuqtasida osilgan bo'lib,  $P_1$  va  $P_2$  jismlarni muvozanatda saqlab turibdi.  $AP_1 \parallel BP_2 \parallel CP_3$  ekanligi ma'lum bo'lsa,  $\angle ACB = \angle A + \angle B$  bo'lishini isbotlang.
7. Quyidagi teoremlarga teskari teoremlarni ifodalang va ularning to'g'riligini tekshiring:
  - 1) Ikki to'g'ri chiziqli kesuvchi bilan kesishishidan hosil bo'lgan mos burchaklar teng bo'lsa, u holda bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
  - 2) Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi.
  - 3) Teng tomonli
8. Uchburchaklarning tenglik alomatlariga teskari teoremlarni ayting. Bu teskari teoremlar to'g'rimi?



Quyida ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlariga teskari bo'lgan teoremlar ustida to'xtalamiz.



**1-teorema.** Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'ladi.



$a \parallel b$ ,  $c$  – kesuvchi (1-rasm)



$\angle 1 = \angle 2$



**Isbot.** Teskarisini faraz qilamiz:  $\angle 1 \neq \angle 2$  bo'lsin.  $AB$  nurga  $\angle 2$  ga teng bo'lgan  $CAB$  burchak qo'yamiz ( $\angle CAB = \angle 2$ ). U holda,  $CA$  va  $b$  to'g'ri chiziqlarni  $AB$  kesuvchi bilan kesganda, bir biriga teng (yasashga ko'ra) almashinuvchi  $\angle CAB$  va  $\angle 2$  burchaklarga ega bo'lamiz.

Demak,  $CA$  va  $b$  to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel. Shunday qilib,  $A$  nuqtadan  $b$  to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikkita ( $CA$  va  $a$ ) to'g'ri chiziqqa egamiz.

Bu esa parallellik aksiomasiga zid. Demak, farazimiz noto'g'ri,  $\angle 1 = \angle 2$  ekan.

**Teorema isbotlandi.**



**Natija.** Agar to'g'ri chiziq parallel to'g'ri chiziqlardan biriga perpendikular bo'lsa, ikkinchisiga ham perpendikular bo'ladi.

Natija tariqasida keltirilgan tasdiqning to'g'ri ligini mustaqil tekshirib ko'ring.



**2-teorema.** Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan mos burchaklar o'zaro teng bo'ladi.

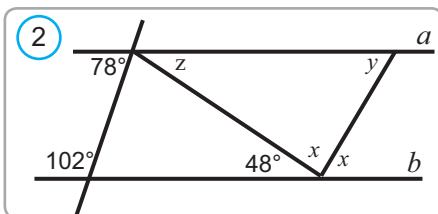


**3-teorema.** Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir tomonli burchaklar yig'indisi  $180^\circ$  ga teng bo'ladi.

Teoremlarni mustaqil isbotlashga urinib ko'ring.



**Masala.** 2-rasmdagi noma'lum burchaklarni toping.



**Yechilishi:** Bir tomonli burchaklar yig'indisi  $78^\circ + 102^\circ = 180^\circ$  bo'lgani uchun  $a \parallel b$  bo'ladi. Demak, 1-teoremaga ko'ra  $z = 48^\circ$  va  $x = y$  bo'ladi.  $x + x + 48^\circ = 180^\circ$  bo'lgani uchun (yoyiq burchaklar kattaligi),  $x = 66^\circ$ . Demak,  $y = 66^\circ$ .

**Javob:**  $x = 66^\circ$ ;  $y = 66^\circ$ ;  $z = 48^\circ$ .





**Masala.** 3-rasmda  $a \parallel b$ ,  $c \parallel d$ . Quyidagi tengliklardan qaysilari to'g'ri?

- 1)  $\angle 1 = \angle 15$ ;    2)  $\angle 3 = \angle 13$ ;    3)  $\angle 4 = \angle 16$ ;    4)  $\angle 4 = \angle 8$ ;    5)  $\angle 1 = \angle 12$ ;  
 6)  $\angle 7 = \angle 10$ ;    7)  $\angle 8 = \angle 16$ ;    8)  $\angle 8 = \angle 11$ ;    9)  $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$ ;  
 10)  $\angle 6 + \angle 14 = 180^\circ$ ;    11)  $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$ ;    12)  $\angle 8 + \angle 9 = 180^\circ$

**Yechilishi:** 3)  $\angle 4 = \angle 2$  (vertikal burchaklar xossasiga ko'ra),  $\angle 2$  va  $\angle 16$  – mos burchaklar bo'lgani uchun  $\angle 2 = \angle 16$ . Demak,  $\angle 4 = \angle 16$  tenglik to'g'ri.

5)  $\angle 12 = \angle 7$  (mos burchaklar xossasiga ko'ra) va  $\angle 7 = \angle 5$  (vertikal burchaklar).  $\angle 5$  va  $\angle 1$  mos burchaklar.  $a \parallel b$ , shuning uchun  $\angle 1 = \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$ , ya'ni  $\angle 1 = \angle 12$  tenglik noto'g'ri.

9)  $\angle 4 = \angle 2$ ,  $\angle 13 = \angle 15$  (vertikal burchaklar),  $c \parallel d$ ,  $\angle 2$  va  $\angle 15$  – bir tomonli burchaklar bo'lgani uchun,  $\angle 2 + \angle 15 = 180^\circ$ . Demak,  $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$  tenglik to'g'ri.

11)  $c \parallel d$  bo'lgani uchun  $\angle 7 = \angle 10$  (almashinuvchi burchaklar xossasiga ko'ra) va  $\angle 10 = \angle 12$  (vertikal burchaklar). Demak,  $\angle 7 = \angle 12$ .

Shuning uchun  $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$  tenglik faqat  $\angle 7 = \angle 12 = 90^\circ$  bo'lganda o'rinli bo'ladi. 😊

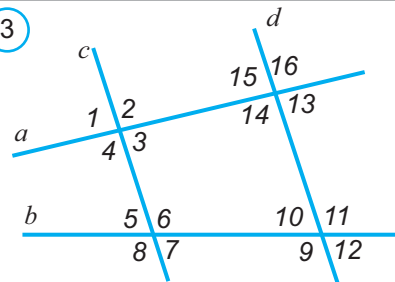
Qolgan tengliklarni shu tariqa o'zingiz mustaqil ravishda tekshirib chiqing.



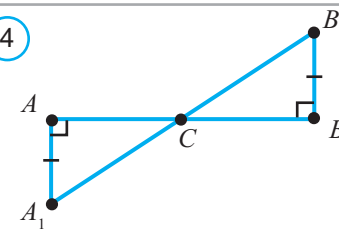
**Savol, masala va topshiriqlar**

- 4-rasmda  $AC = CB$  ekanligini ko'rsating.
- Berilgan kesmaning o'rtasini topishda 1-masaladan qanday foydalanish mumkin?
- 5-rasmda  $BC \parallel AD$ ,  $AO = OD$  ekanligi ma'lum.  
 a)  $BO = OC$ ; b)  $AC = BD$ ; c)  $\triangle AOB = \triangle COD$ ;  
 d)  $\triangle ABD = \triangle ACD$  tengliklarni isbotlang.
- 6-rasmda  $BC \parallel AD$  va  $AB \parallel CD$  bo'lsa,  $\triangle ABD = \triangle CBD$  ekanligini isbotlang.
- 7-rasmda  $a \parallel b$  bo'lsa,  $x = ?$

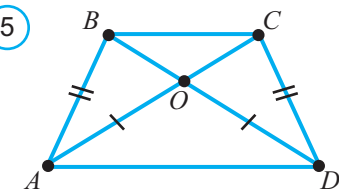
3



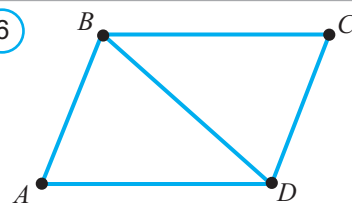
4



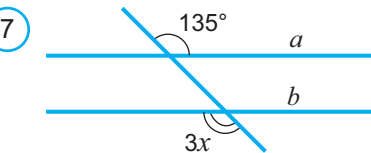
5



6



7





**1-teorema.** Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan o'tkir burchaklar o'zaro teng bo'ladi.

**Isbot.** Aytaylik, ikkita  $A$  va  $B$  burchaklar o'tkir bo'lib, ularning mos tomonlari o'zaro parallel  $a$  va  $b$ ,  $c$  va  $d$  to'g'ri chiziqlarda yotgan bo'lsin (1-rasm). U holda,

$$\angle A = \angle 1,$$

chunki ular  $a$  va  $b$  parallel to'g'ri chiziqlarni  $c$  kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan mos burchaklardir. Shuningdek

$$\angle B = \angle 1,$$

chunki ular  $c$  va  $d$  parallel to'g'ri chiziqlarni  $b$  kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan mos burchaklardir.

Bu ikki tenglikdan  $\angle A = \angle B$  tenglikka ega bo'lamiz. **Teorema isbotlandi.**

Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan burchaklar haqida yana ikkita teoremani keltiramiz. Ularni mustaqil isbotlang.



**2-teorema.** Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan o'tmas burchaklar o'zaro teng bo'ladi.



**3-teorema.** Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan, biri o'tkir, ikkinchisi esa otmas bo'lgan burchaklar yig'indisi  $180^\circ$ ga teng bo'ladi.



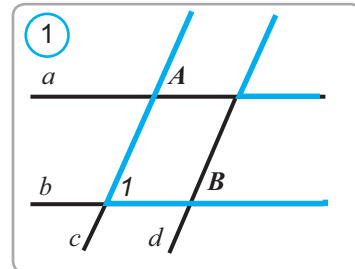
**Masala.** O'tkir burchak ichki sohasida joylashgan  $M$  nuqta orqali burchak tomonlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar o'tkazing. Mos tomonlari parallel bo'lgan burchaklarni ko'rsating va ular orasidagi munosabatlarni aniqlang.

**Yechilishi:**  $BAC$  o'tkir burchak va uning ichki sohasida  $M$  nuqta berilgan bo'lsin (2-rasm).  $BM \parallel AC$  va  $AB \parallel MC$  bo'ladigan qilib  $BM$  va  $MC$  to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. Mos tomonlari parallel bo'lgan

a) o'tkir burchaklar:  $\angle BAC$ ,  $\angle FME$ ,  $\angle BMC$ ,  $\angle GBM$ ,  $\angle HBA$ ,  $\angle MCD$ ,  $\angle ACK$ . Ravshanki 1-teoremaga ko'ra ular o'zaro teng bo'ladi.

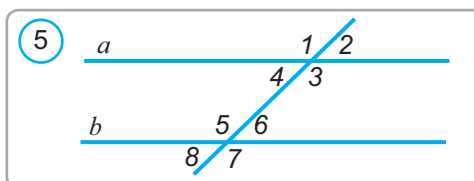
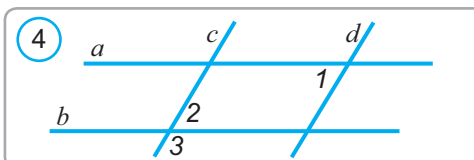
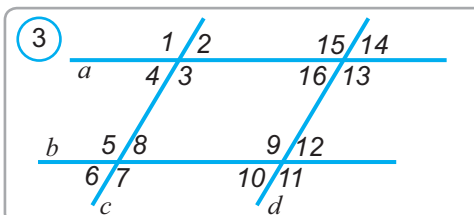
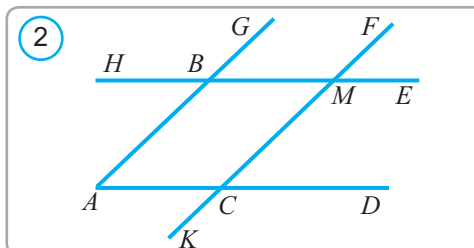
b) o'tmas burchaklar:  $\angle HBG$ ,  $\angle ABM$ ,  $\angle ACM$ ,  $\angle KCD$ ,  $\angle CME$ ,  $\angle BMF$ . Ular ham 2-teoremaga ko'ra teng bo'ladi.

a) va b) ro'yxatda keltirilgan bittasi o'tkir ikkinchisi o'tmas bo'lgan ixtiyoriy burchaklar yig'indisi 3-teoremaga ko'ra  $180^\circ$ ga teng bo'ladi.



## Savol, masala va topshiriqlar

1.  $ABCD$  kvadratda mos tomonlari parallel bo'lgan burchaklar juftlarini ayting.
2. Agar 3-rasmda  $a \parallel b$  va  $c \parallel d$  bo'lsa, mos tomonlari parallel bo'lgan burchaklarni yozing.
3. Agar 4-rasmda  $a \parallel b$ ,  $c \parallel d$  va  $\angle 1 = 50^\circ$  bo'lsa,  $\angle 2 = ?$ ,  $\angle 3 = ?$
4. Agar 5-rasmda  $a \parallel b$  va  $\angle 2 = 30^\circ$  bo'lsa, qolgan yetti burchakdan birortasi  $70^\circ$  ga teng bo'la oladimi? Javobingizni tushuntiring.
5. Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan burchaklar ayirmasi  $40^\circ$  ga teng. Bu burchaklarni toping.
6. Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan ikki burchak yig'indisi  $146^\circ$  ga teng. Bu burchaklarni toping.
7. Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan ikki burchakdan biri ikkinchisidan uch marta katta. Bu burchaklarni toping.



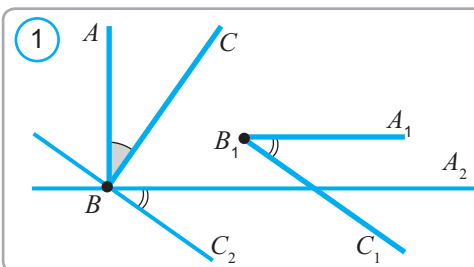
44

## Mos tomonlari o'zaro perpendikular bo'lgan burchaklar



**1-teorema.** Mos tomonlari perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotgan o'tkir burchaklar o'zaro teng bo'ladi.

**Isbot.** Aytaylik,  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  o'tkir burchaklar bo'lib, ularning mos tomonlari o'zaro perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotgan, ya'ni  $AB \perp A_1B_1$  va  $BC \perp B_1C_1$  bo'lsin (1-rasm).  $B$



nuqtadan  $B_1A_1$  va  $B_1C_1$  tomonlarga parallel  $BA_2$  va  $BC_2$  nurlarni o'tkazamiz. U holda,

$$\angle A_1B_1C_1 = \angle A_2BC_2$$

chunki bu burchaklarning mos tomonlari o'zaro paralleldir. Bir tomondan,  $AB \perp A_2B$  bo'lgani uchun  $\angle ABC + \angle CBA_2 = 90^\circ$ . Bundan  $\angle ABC = 90^\circ - \angle CBA_2$ . Ikkinchi tomondan,  $CB \perp BC_2$  bo'lgani uchun  $\angle CBA_2 + \angle A_2BC_2 = 90^\circ$ . Bundan  $\angle A_2BC_2 = 90^\circ - \angle CBA_2$ .

Demak,  $\angle ABC = \angle A_2BC_2$ . Shuning uchun  $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ .

**Teorema isbotlandi.** 😊

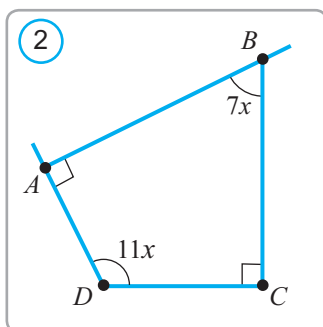
Quyida mos tomonlari perpendikular burchaklar haqida yana ikkita teoremani keltiramiz. Ularni mustaqil isbot qiling.



**2-teorema.** Mos tomonlari perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotgan o'tmas burchaklar o'zaro teng bo'ladi.



**3-teorema.** Mos tomonlari perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotgan biri o'tkir, ikkinchisi esa o'tmas bo'lgan burchaklar yig'indisi  $180^\circ$  ga teng bo'ladi.



**Masala.** 2-rasmdagi noma'lum burchaklarni toping.



**Yechilishi:**  $\angle ABC$  va  $\angle ADC$  — mos tomonlari perpendikular bo'lgan burchaklar ekanligini ko'rish qiyin emas:  $BA \perp DA$ ,  $BC \perp DC$ . U burchaklar bir-biriga teng emas. Demak, 3-teoremaga ko'ra,  $\angle B + \angle D = 180^\circ$ , ya'ni  $7x + 11x = 180^\circ$ ,  $18x = 180^\circ$ . Unda  $x = 10^\circ$ ,  $\angle B = 7x = 70^\circ$ ,  $\angle D = 110^\circ$  bo'ladi. **Javob:**  $\angle B = 70^\circ$ ,  $\angle D = 110^\circ$ . 😊

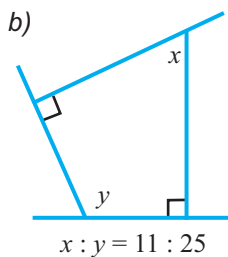
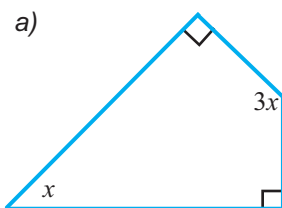


**Savol, masala va topshiriqlar**

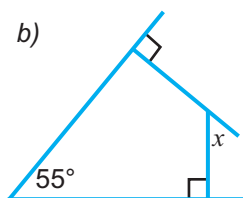
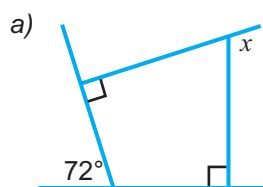
1. Mos tomonlari perpendikular bo'lgan burchaklar qanday xossaga ega?
2. Mos tomonlari perpendikular bo'lgan qanday burchaklar teng bo'ladi?
3. Mos tomonlari perpendikular bo'lgan qanday burchaklarning yig'indisi  $180^\circ$  ga teng bo'ladi?
4. Mos tomonlari perpendikular bo'lgan burchaklarning:
  - a) ikkalasi ham o'tkir,
  - b) ikkalasi ham o'tmas,

c) biri o'tkir, ikkinchisi o'tmas bo'lganda, ular orasida qanday munosabat o'rinli bo'ladi?

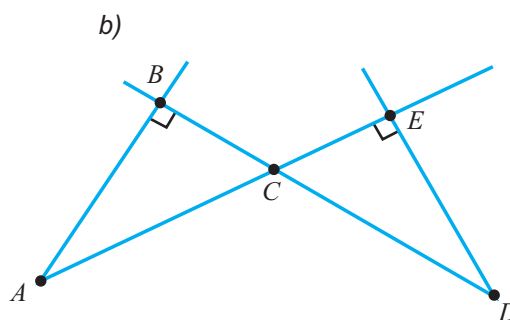
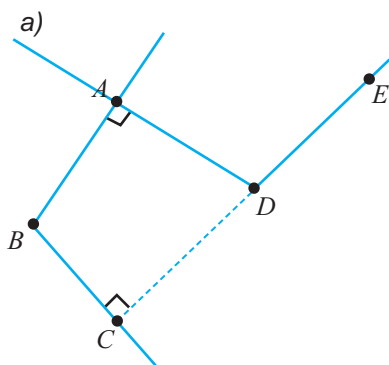
5. Quyidagi rasmda mos tomonlari perpendikular burchaklarni ko'rsating va noma'lum burchaklarni toping.



6. Quyidagi rasmda noma'lum  $x$  burchakni toping.



7. Mos tomonlari perpendikular bo'lgan burchaklarni aniqlang.



8. Mos tomonlari perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotgan ikki burchakning biri ikkinchisidan 3 marta katta. Shu burchaklarni toping.
9. Mos tomonlari perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotgan burchaklardan biri  $70^\circ$ . Ikkinchi burchakni toping.
10. Mos tomonlari perpendikular to'g'ri chiziqlarda yotgan ikki burchak yig'indisi  $168^\circ$  ga teng. Bu burchaklarni toping.



**1. Bo'sh qoldirilgan joylarni mantiqan to'g'ri so'zlar bilan to'ldiring.**

1. To'g'ri chiziqda yotuvchi nuqta orqali unga perpendikular bo'lgan ..... o'tkazish mumkin.
2. Agar ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan ..... teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
3. Tekislikdagi ikki to'g'ri chiziq ..... , ular parallel to'g'ri chiziqlar deyiladi.
4. Ikki parallel to'g'ri chiziqdan birini kesib o'tgan to'g'ri chiziq .....
5. To'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali unga parallel bo'lgan ..... to'g'ri chiziq o'tadi.
6. To'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasi orqali ..... faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
7. To'g'ri burchak ostida kesishgan to'g'ri chiziqlar ..... deb ataladi.
8. Bitta to'g'ri chiziqqa ..... ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.
9. Agar ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan bir tomonli burchaklar ..... to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
10. Parallel to'g'ri chiziqlarni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan mos ..... .

**2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, xatoni toping va uni to'g'rilang.**

1. To'g'ri chiziqning faqat bitta nuqtasidan unga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. Berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan faqat bitta nuqtadan shu to'g'ri chiziqqa perpendikular tushirish mumkin.
3.  $AB$  va  $AK$  parallel to'g'ri chiziqlarning biriga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq ikkinchisiga ham perpendikular bo'ladi.
4. Ikki to'g'ri chiziqning kesuvchi bilan kesilishidan hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklari teng bo'ladi.
5. Agar ikki kesma kesishmasa ular parallel kesmalar deb ataladi.
6. Mos tomonlari parallel bo'lgan burchaklar teng bo'ladi.
7. Agar  $a \perp b$ ,  $b \perp c$  bo'lsa,  $a \perp c$  bo'ladi.
8. Mos tomonlari perpendikular bo'lgan burchaklarning yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.
9. Agar ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesilishidan hosil bo'lgan bir tomonli burchaklar teng bo'lsa, to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
10. Perpendikular to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar ham o'zaro parallel bo'ladi.
11. Agar  $a \parallel b$ ,  $b \parallel c$  bo'lsa,  $a \parallel c$  bo'ladi.

**3. Jadvalda keltirilgan xossalar va talqinlarga mos keluvchi geometrik tushunchalarni toping.**

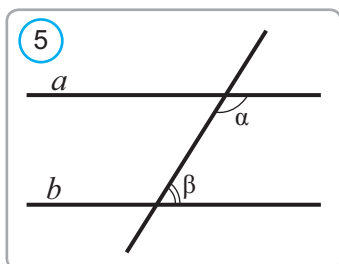
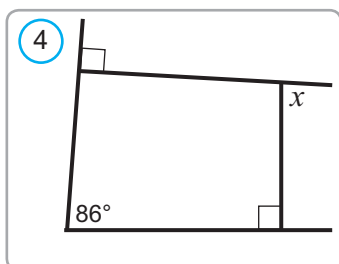
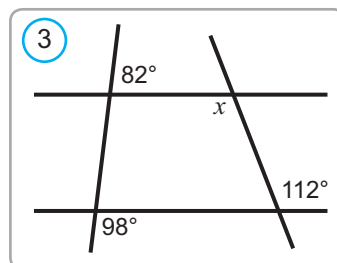
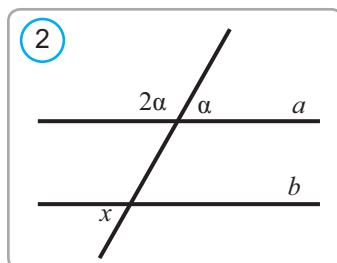
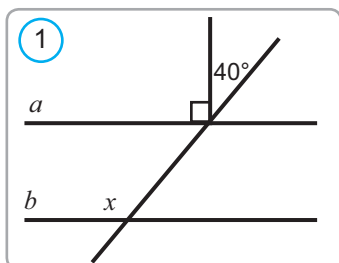
|    |                                                                              |  |
|----|------------------------------------------------------------------------------|--|
| 1. | Umumiy nuqtaga ega bo'lmagan to'g'ri chiziqlar                               |  |
| 2. | To'g'ri burchak ostida kesishadi                                             |  |
| 3. | Nuqtadan to'g'ri chiziqqa faqat bitta tushirish mumkin                       |  |
| 4. | Nuqtadan to'g'ri chiziqqa istagancha tushirish mumkin                        |  |
| 5. | Shart va xulosa qismi almashgan                                              |  |
| 6. | Ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesishganda hosil bo'ladigan burchaklar |  |

**4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinni mos qo'ying.**

| <i>Geometrik tushuncha</i>                 | <i>Xossalar, talqinlar</i>                                     |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 1. Parallel to'g'ri chiziqlar              | A. Har doim ham to'g'ri emas.                                  |
| 2. Perpendikular to'g'ri chiziqlar         | B. Kesishmaydi.                                                |
| 3. Kesuvchi ikki to'g'ri chiziqni kesganda | C. Kesishganda to'g'ri burchaklar hosil qiladi.                |
| 4. Almashinuvchi burchaklar                | D. Almashinuvchi, mos va bir tomonli burchaklar hosil bo'ladi. |
| 5. Teskari teorema                         | E. Bitta yarim tekislikda yotadi.                              |
| 6. Bir tomonli burchaklar                  | F. Teng bo'lsa, to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.            |

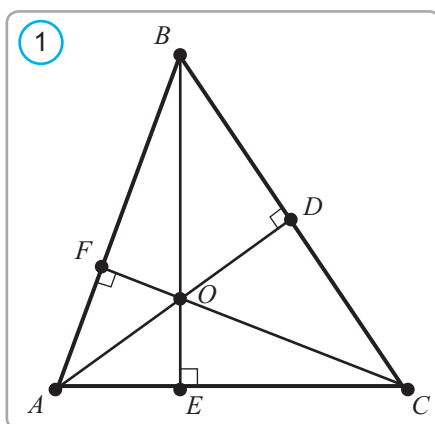
**5. Testlar.**

- Berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali unga parallel bo'lgan nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?  
A) 1;    B) 2;    D) 4;    E) istalgancha.
- Agar  $a \parallel b$ ,  $b \perp c$ ,  $c \perp d$  bo'lsa, quyidagi javoblarning qaysilari to'g'ri?  
A)  $a \perp d$ ,  $b \perp d$     B)  $a \perp c$ ,  $b \parallel d$   
D)  $a \parallel c$ ,  $a \perp d$     E)  $a \perp c$ ,  $a \perp d$ ,  $b \perp d$ .
- Tekislikda berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali shu to'g'ri chiziqqa nechta perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?  
A) 1;    B) 2;    D) 4;    E) istalgancha.
- Mos tomonlari perpendikular bo'lgan burchaklarning biri ikkinchisidan  $90^\circ$  ga katta. Shu burchaklarni toping.  
A)  $90^\circ$ ,  $90^\circ$ ;    B)  $60^\circ$ ,  $150^\circ$ ;    D)  $30^\circ$ ,  $120^\circ$ ;    E)  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ .

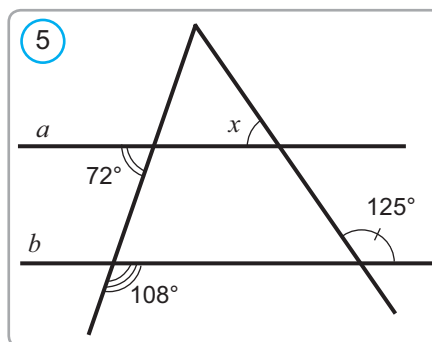
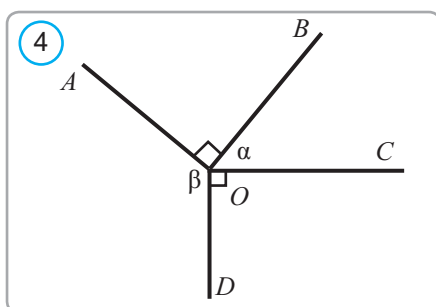
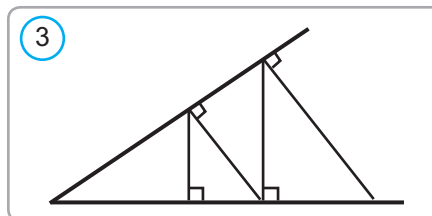
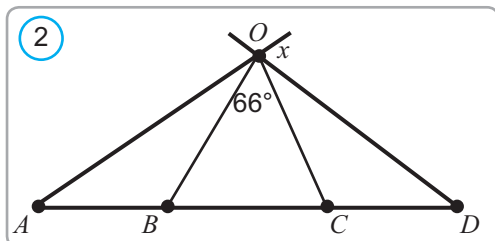


5. 1-rasmda  $a \parallel b$  bo'lsa,  $x = ?$   
A)  $100^\circ$ ; B)  $110^\circ$ ; D)  $130^\circ$ ; E)  $140^\circ$ .
6. 2-rasmda  $a \parallel b$  bo'lsa,  $x = ?$   
A)  $30^\circ$ ; B)  $45^\circ$ ; D)  $60^\circ$ ; E)  $36^\circ$ .
7.  $x = ?$  (3-rasm)  
A)  $96^\circ$ ; B)  $108^\circ$ ; D)  $112^\circ$ ; E)  $78^\circ$ .
8.  $x = ?$  (4-rasm)  
A)  $96^\circ$ ; B)  $86^\circ$ ; D)  $94^\circ$ ; E)  $74^\circ$ .
9. 5-rasmda  $a \parallel b$  va  $\alpha - \beta = 70^\circ$  bo'lsa,  $\alpha = ?$   
A)  $30^\circ$ ; B)  $125^\circ$ ; D)  $75^\circ$ ; E)  $36^\circ$ .

## 6. Masalalar.



1. 1-rasmda mos tomonlari perpendikular bo'lgan burchaklarni aniqlang va o'zaro teng bo'lganlarini ko'rsating.
2. Agar 2-rasmda  $OA \perp OC$ ,  $OD \perp OB$  bo'lsa,  $x = ?$ .
- 3.\* 3-rasmda nechta mos tomonlari perpendikulyar bo'lgan burchaklar bor?
4.  $\alpha + \beta = ?$  (4-rasm)
5.  $x = ?$  (5-rasm)
- 6.\*  $ABC$  uchburchakning  $AD$  bissektrisasi o'rta-sidan  $AD$ ga perpendikular qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziq  $AC$  tomonni  $M$  nuqtada kesadi.  $MD \parallel AD$  ekanligini isbotlang.



46

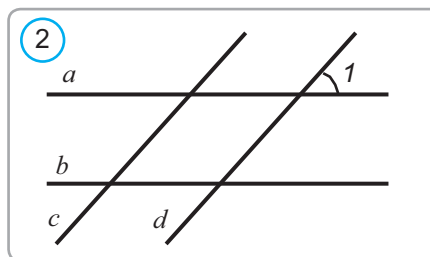
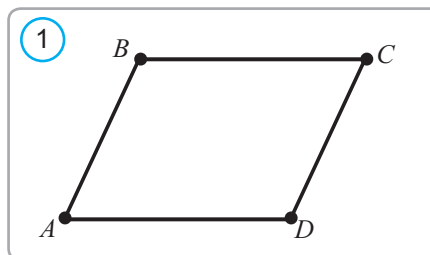
### 5-nazorat ishi

Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat:

I. 111–112-betdagi testlarga o'xshash 5 ta test;

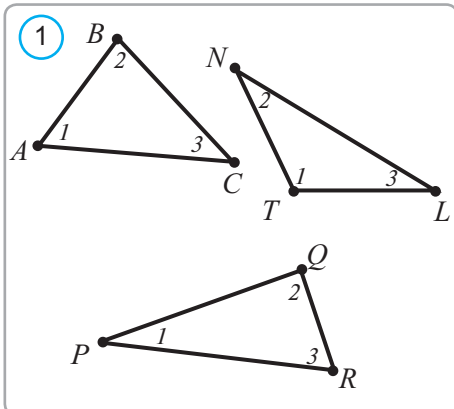
II. Quyidagi masalalarga o'xshash 3 ta masala (4-masala yaxshi o'zlashtirayotgan o'quvchilar uchun).

1. Ikki parallel to'g'ri chiziq kesuvchi bilan kesilganda hosil bo'lgan burchaklardan biri  $34^\circ$  ga teng. Qolgan burchaklarni toping.
2. Agar 1-rasmda  $BC \parallel AD$  va  $AB \parallel CD$  bo'lsa,  $AB = CD$  ekanligini isbotlang.
3. Agar 2-rasmda  $a \parallel b$ ,  $c \parallel d$  va  $\angle 1 = 48^\circ$  bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
4.  $ABC$  uchburchakning  $A$  uchidan o'tkazilgan bissektrisa  $BC$  tomonni  $D$  nuqtada kesib o'tadi.  $D$  nuqtadan o'tkazilgan to'g'ri chiziq  $AC$  tomonni  $E$  nuqtada kesib o'tadi. Agar  $AE = DE$  bo'lsa,  $DE \parallel AB$  ekanligini isbotlang.



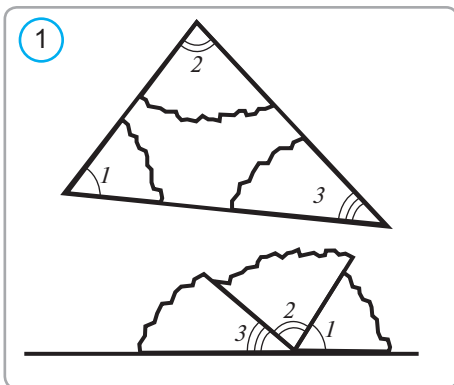


## Faollashtiruvchi mashq.



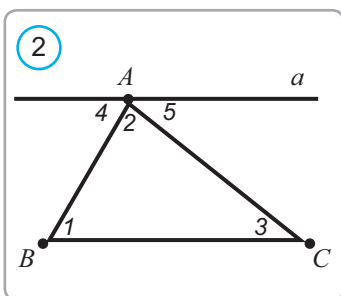
1. Quyidagi rasmda tasvirlangan  $ABC$  uchburchakning uchala burchaklarini transportir yordamida o'lchang va ularning yig'indisini hisoblang. Xuddi shu ishni  $MNL$  va  $PQR$  uchburchaklar uchun ham bajaring. Natijalar asosida jadvalni to'ldiring. Qanday xossani aniqladingiz? Uni bitta jumla bilan ifodalang.

| Uchburchaklar   | $\angle 1$ | $\angle 2$ | $\angle 3$ | $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ |
|-----------------|------------|------------|------------|----------------------------------|
| $\triangle ABC$ |            |            |            |                                  |
| $\triangle MNL$ |            |            |            |                                  |
| $\triangle PQR$ |            |            |            |                                  |



2. Bir varaq qog'ozga ixtiyoriy  $ABC$  uchburchakni chizing va burchaklarini 1, 2 va 3 raqamlar bilan belgilang. Uning burchaklarini 1-rasmda ko'rsatilgandek qilib yirtib oling va yonma-yon qo'ying. Bundan qanday xulosa chiqarish mumkin?

Endi geometriyaning eng muhim teoremlaridan biri – uchburchak burchaklari yig'indisi haqidagi teoremani isbot qilamiz.



**Uchburchak burchaklarining yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.**



$\triangle ABC$



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$



**Isbot.**  $A$  uchdan  $BC$  tomonga parallel  $a$  to'g'ri chiziq o'tkazamiz (2-rasm).

$\angle 1 = \angle 4$ , chunki bu burchaklar,  $a$  va  $BC$  parallel to'g'ri chiziqlarni  $AB$  kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklardir.

$\angle 3 = \angle 5$ , chunki bu burchaklar,  $a$  va  $BC$  parallel to'g'ri chiziqlarni  $AC$  kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklardir.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$ , chunki bu burchaklar umumiy uchga ega va yoyiq burchakni tashkil qilayapti. Hosil bo'lgan bu uchta tenglikdan,

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ , ya'ni  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  ekanligini hosil qilamiz. **Teorema isbotlandi.** 😊

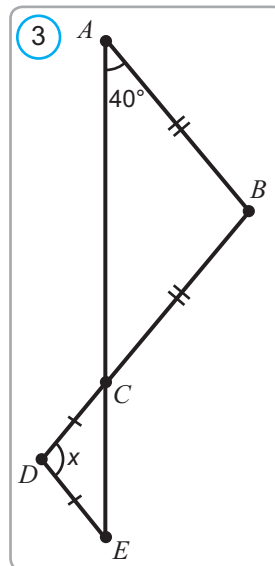


**1-masala.** 3-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib noma'lum burchak  $x$  ni toping.

😊 **Yechilishi:**  $\triangle ABC$ —teng yonli uchburchak bo'lgani uchun,  $\angle ACB = \angle A = 40^\circ$ . Vertikal burchaklar xossasiga ko'ra,  $\angle DCE = \angle ACB = 40^\circ$ . Shartga ko'ra  $\triangle CED$  ham teng yonli. Shu bois,  $\angle DCE = \angle DEC = 40^\circ$ .

Demak, uchburchak burchaklarining yig'indisi haqidagi teorema ko'ra,  $\triangle CDE$  da:  $40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$ , yoki  $x = 100^\circ$ .

**Javob:**  $100^\circ$ . 😊



**2-masala.** Uchburchak burchaklari 2:3:7 kabi nisbatda bo'lsa, ularning gradus o'lchovini toping.

😊 **Yechilishi:** Shartga ko'ra, uchburchak burchaklarini  $2x$ ,  $3x$  va  $7x$  deb bergilaymiz. U holda uchburchak burchaklari yig'indisi haqidagi teorema ko'ra  $2x + 3x + 7x = 180^\circ$  tenglikka egamiz. Undan  $x = 15^\circ$  ekanligini topamiz.

Demak, uchburchak burchaklarining gradus o'lchovi  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  va  $105^\circ$  ga teng ekan.

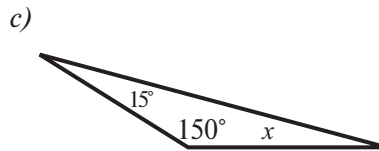
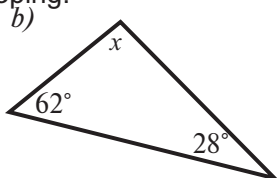
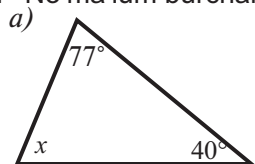
**Javob:**  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $105^\circ$ . 😊



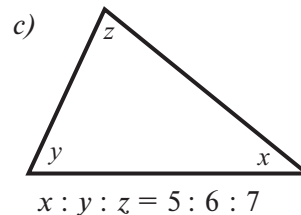
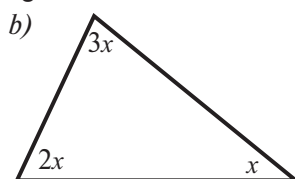
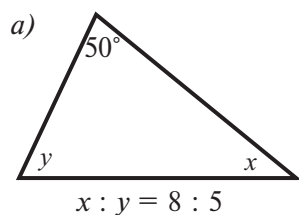
### **Savol, masala va topshiriqlar**

1. Uchburchak burchaklarining yig'indisi haqidagi teoremani keltiring va rasmda izohlang.
2. Uchburchakning nechta burchagi to'g'ri bo'lishi mumkin?
3. Uchburchakning nechta burchagi o'tmas bo'lishi mumkin?
4. Burchaklari: a)  $5^\circ$ ,  $55^\circ$ ,  $120^\circ$ ; b)  $46^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $4^\circ$ ; c)  $100^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $50^\circ$  bo'lgan uchburchak mavjudmi?
5. Agar uchburchakning ikkita burchagi: a)  $60^\circ$  va  $40^\circ$ ; b)  $70^\circ$  va  $85^\circ$ ; c)  $90^\circ$  va  $45^\circ$ ; d)  $105^\circ$  va  $30^\circ$  bo'lsa, uning uchinchi burchagini toping.

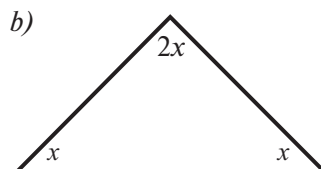
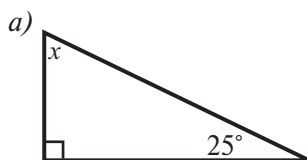
6. No'ma'lum burchakni toping.



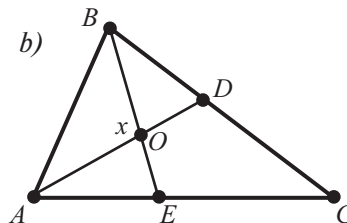
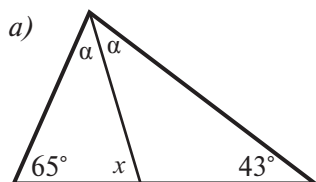
7. Noma'lum burchaklarni toping.



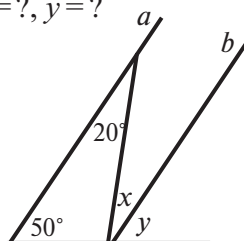
8. Noma'lum burchaklarni toping.



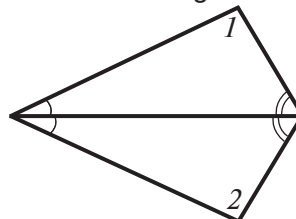
9. a)  $x=?$ ; b)  $AD$  va  $BE$  – bissektisalar,  $\angle BAC=64^\circ$ ,  $\angle ABC=96^\circ$ ,  $x=?$



10.  $a \parallel b$ ,  $x=?$ ,  $y=?$



11.  $\angle 1 = \angle 2$  ekanligini isbotlang.



12\*. Uchburchak burchaklari  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  uchun  $\alpha=(\beta+\gamma)/2$  bo'lsa,  $\alpha$  ni toping.

13. Teng tomonli uchburchak burchaklarini toping.

14. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak burchaklarini toping.

15. Agar teng yonli uchburchak burchaklaridan biri a)  $50^\circ$ ; b)  $60^\circ$ ; c)  $105^\circ$  bo'lsa, uning burchaklarini toping.



Uchburchakning ichki burchagiga qo'shni bo'lgan burchak uchburchakning **tashqi burchagi** deb ataladi.

1-rasmda  $ABC$  uchburchakning  $B$  burchagiga tashqi bo'lgan  $CBD$  va  $ABE$  burchaklar tasvirlangan. Ravshanki bu burchaklar vertikal bo'lgani uchun o'zaro teng bo'ladi. Qolgan  $A$  va  $C$  burchaklarini tashqi burchaklarni chizib ko'rsating.

Uchburchak burchaklarini, uning tashqi burchaklaridan farqlash uchun ichki burchaklar deb ham ataymiz.

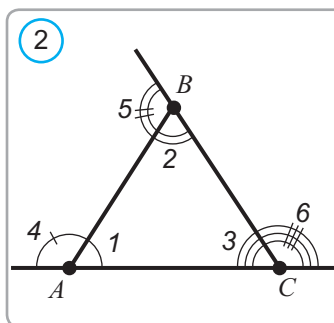
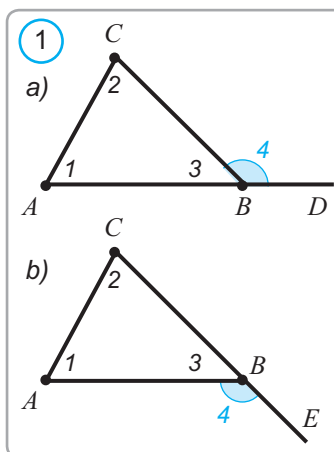


### Geometrik tadqiqot.

2-rasmdagi  $ABC$  uchburchakning hamma ichki va tashqi burchaklarini transportirda o'lchang va quyidagi burchaklar (har bir tashqi burchak va unga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklar yig'indisining) kattaliklarini o'zaro solishtiring:

- a)  $\angle 4$  va  $\angle 2 + \angle 3$
- b)  $\angle 5$  va  $\angle 1 + \angle 3$
- c)  $\angle 6$  va  $\angle 1 + \angle 2$

Solishtirish natijasida qanday xulosaga keldingiz. Uni taxminiy tasdiq ko'rinishida ifodalang.



**Teorema.** Uchburchak tashqi burchagi uchburchakning unga qo'shni bo'lmagan ikki ichki burchaklari yig'indisiga teng.



$\triangle ABC$ ,  $\angle 4$  – tashqi burchak (1-rasm)



**Isbot qilish kerak:**  
 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$

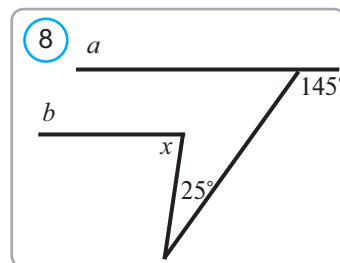
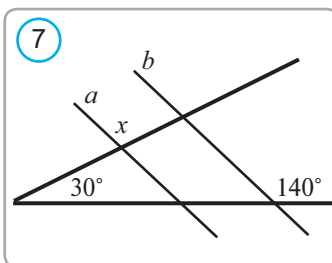
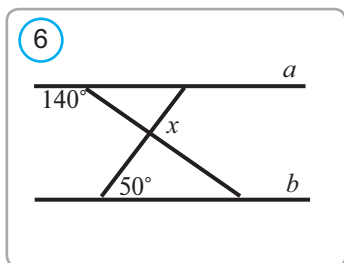
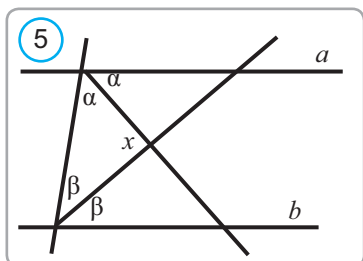
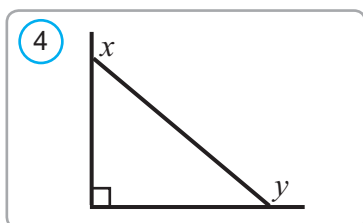
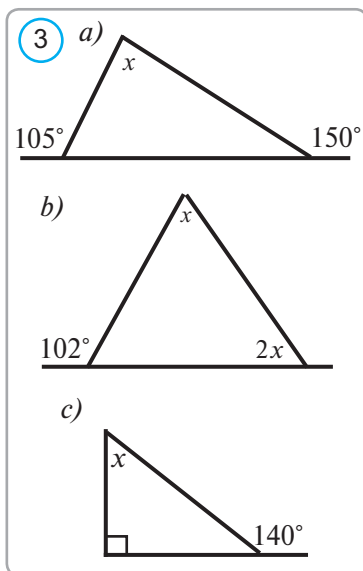
**Isbot.** 1-rasmga murojaat qilamiz. Unda, qo'shni burchaklar xossasiga ko'ra  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ .

Uchburchak burchaklari yig'indisi haqidagi teorema ko'ra  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ .

Bu ikki tenglikdan,  
 $\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$ , ya'ni  $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$  tenglikni hosil qilamiz.

**Teorema isbotlandi.** 😊





Bu teoremadan quyidagi natijaga kelib chiqadi.

**Natija.** Uchburchakning tashqi burchagi, unga qo'shni bo'lmagan, ichki burchaklarning har biridan katta.

Uning to'g'riligini mustaqil ravishda tekshiring.

### ? Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning tashqi burchagi nima?
2. Uchburchakning tashqi burchagi haqidagi teoremani izohlang.
3. Uchburchakning ikki tashqi burchakgi  $120^\circ$  va  $135^\circ$  bo'lsa, ichki burchaklarini toping.
4. Uchburchakning ichki burchaklaridan biri  $30^\circ$ ga, tashqi burchaklaridan biri  $60^\circ$ ga teng. Uchburchakning qolgan ichki burchaklarini toping.
5. 3-rasmdagi no'malum burchakni toping.
6. 4-rasmda  $x + y = ?$
7. Agar 5-rasmda  $a \parallel b$  bo'lsa,  $x = ?$
8. Agar 6-rasmda  $a \parallel b$  bo'lsa,  $x = ?$
9. Agar 7-rasmda  $a \parallel b$  bo'lsa,  $x = ?$
10. Agar 8-rasmda  $a \parallel b$  bo'lsa,  $x = ?$
11. Uchburchakning tashqi burchagi o'tkir bo'lishi mumkinmi? Agar mumkin bo'lsa, nechitasi?
- 12.\* Uchburchak tashqi burchaklarining yigindisini hisoblang.



**Masala.** To'rtburchak burchaklari yig'indisi  $360^\circ$  ga teng ekanligini isbotlang.

☺ **Yechilishi:** Ixtiyoriy  $ABCD$  to'rtburchak chizamiz.  $A$  va  $C$  nuqtalarni tutashtirib, uni ikkita uchburchakka ajratamiz.  $ABC$  va  $ADC$  uchburchaklar ichki burchaklari yig'indisi  $180^\circ$  ga teng (1-rasm):

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \quad \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ.$$

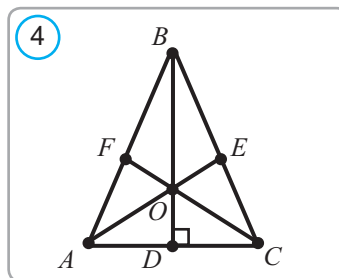
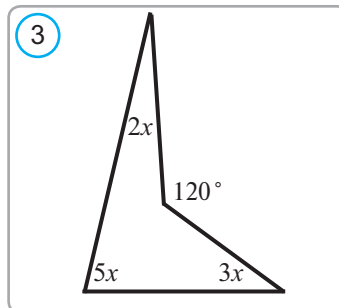
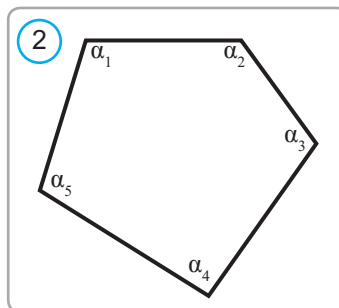
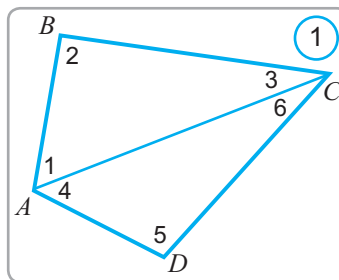
$\angle A = \angle 1 + \angle 4$  va  $\angle C = \angle 3 + \angle 6$  bo'lgani uchun

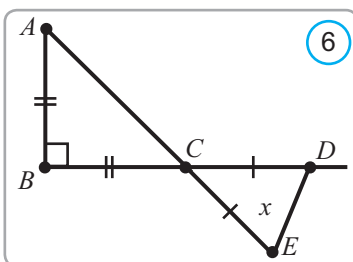
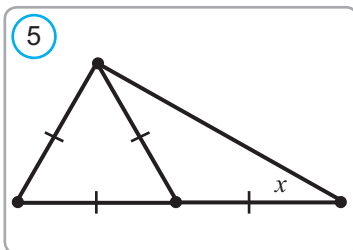
$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C + \angle D &= (\angle 1 + \angle 4) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 5 = \\ &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ. \end{aligned}$$



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak ikkita burchagining o'lchovlari 5:9 kabi, uchinchi burchagi shu burchaklarning kichigidan  $10^\circ$  ga kichik. Uchburchakning burchaklarini toping.
2. Uchburchakning  $108^\circ$  li tashqi burchagiga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklarining nisbati 5:4 kabi. Shu ichki burchaklarini toping.
3. Uchburchakning ikkita tomoni uchinchi tomonga perpendikular bo'lishi mumkinmi?
4. Uchburchakning otmas tashqi burchaklari: a) 1 ta; b) 2 ta; c) 3 ta bo'lishi mumkinmi?
5. Uchburchakning bir uchidagi ichki va tashqi burchaklari teng bo'lishi mumkinmi?
6. 2-rasmda tasvirlangan beshburchak burchaklari yig'indisini toping.
7. Noma'lum burchaklarni toping (3-rasm).
8. Ikkita burchagi teng bo'lgan uchburchakni teng yonli ekanligini ko'rsating.
9. Teng yonli uchburchakning bir burchagi: a)  $120^\circ$ ; b)  $70^\circ$  ga teng bo'lsa, uning qolgan burchaklarini toping.
10. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklaridan biri a)  $15^\circ$ ; b)  $75^\circ$  bo'lsa, qolgan burchaklari nimaga teng?





11. Ikki uchburchakning mos tomonlari parallel bo'lsa, ularga mos kelgan burchaklar teng bo'lishini isbotlang.
12. Agar 4-rasmda  $AB=BC$ ,  $\angle ABC=50^\circ$ ,  $AE$  va  $FC$  — bissektрисalar bo'lsa,  $AOB$  va  $EOC$  burchaklarni toping.
13. 5-rasmdagi noma'lum  $x$  burchakni toping.
14. 6-rasmdagi noma'lum  $x$  burchakni toping.
15. Ikki uchburchakning mos tomonlari perpendikular bo'lsa, ularning mos burchaklari teng bo'ladimi? Javobingizni asoslang.
16. Biror uchburchakni faqat bitta to'g'ri chiziq bo'ylab qirqib ikki o'tkir burchakli uchburchak hosil qilish mumkinmi? Javobingizni asoslang.

## 50

### To'g'ri burchakli uchburchakning xossalari

Eslatib o'tamiz, to'g'ri burchakli uchburchakning bitta burchagi to'g'ri ( $90^\circ$ ) bo'lib, qolgan ikki burchagi esa o'tkir burchaklardan iborat. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagi qarshisidagi tomoni **gipotenuza**, qolgan ikki tomoni esa **katet** deb ataladi. Endi to'g'ri burchakli uchburchakning ba'zi bir xossalari ko'rib chiqaylik.



**1-xossa.** To'g'ri burchakli uchburchakning ikki o'tkir burchaklari yig'indisi  $90^\circ$  ga teng.

Haqiqatan, uchburchak ichki burchaklari yig'indisi  $180^\circ$  ga teng. To'g'ri burchakli uchburchakning bitta burchagi esa  $90^\circ$  ga teng. Shuning uchun, uning qolgan ikki burchaklari yig'indisi  $90^\circ$  ga teng bo'ladi.



**1-masala.** To'g'ri burchakli uchburchakning  $30^\circ$  li burchagi qarshisidagi kateti gipotenuzasining yarmiga teng.

😊 Aytaylik, 1-rasmda tasvirlangan  $ABC$  to'g'ri burchakli uchburchak berilgan bo'lib, unda  $\angle ACB = 90^\circ$  va  $\angle ABC = 30^\circ$  ga teng bo'lsin. U holda  $\angle BAC = 60^\circ$  bo'ladi.

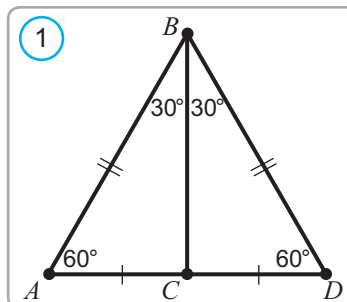
$AC = \frac{AB}{2}$  ekanligini ko'rsatamiz.

Berilgan uchburchakka teng  $BCD$  uchburchakni 1-rasmda ko'rsatilgandek qilib yasaymiz. Najada, hamma burchaklari  $60^\circ$  ga teng bo'lgan  $ABD$  uchburchakka ega bo'lamiz. Demak,  $ABD$  uchburchak teng tomonli. Xususan,  $AB = AD$  bo'ladi. Lekin,

$$AD = AC + CD = 2AC.$$

Shunday qilib,  $AB = 2AC$ , ya'ni  $AC = \frac{AB}{2}$ .

**Xossa isbotlandi.** 😊



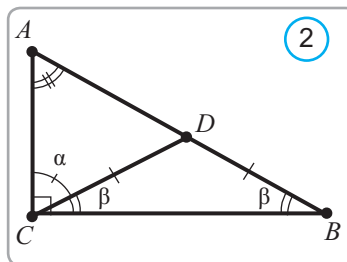
**2-xossa.** To'g'ri burchakli uchburchakning katetlaridan biri gipotenuza-ning yarmiga teng bo'lsa, u katet  $30^\circ$  li burchak qarshisida yotadi.

Bu xossa 2-xossaga teskari bo'lib, uni mustaqil isbotlang.

**2-Masala.**  $ABC$  to'g'ri burchakli uchburchakda  $C$  to'g'ri burchak va  $AB=12$  va  $CD=DB$  bo'lsa,  $CD$  ni toping (2-rasm).

**Yechilishi:**  $CDB$  — teng yonli uchburchak, chunki  $CD=DB$  (2-rasm). Demak,  $\angle B = \beta$  desak,  $\angle A + \angle B = 90^\circ$  bo'lgani uchun  $\angle A + \beta = 90^\circ$ . Lekin,  $\alpha + \beta = 90^\circ$  bo'lgani uchun,  $\angle A = \alpha$ . Demak,  $ADC$  — teng yonli uchburchak. Shuning uchun  $AD = CD = DB$ , ya'ni  $D$  nuqta  $AB$  kesmaning o'rtasi.

Demak,  $CD = \frac{AB}{2} = 6$ . **Javob:**  $CD = 6$



Bu masalani yechish davomida  $AD = DB$  va  $AD = CD$  tengliklarni ham hosil qildik. Ular to'g'ri burchakli uchburchakning quyidagi xossasini anglatadi.

**3-xossa.** To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzaga tushirilgan medianasi gipotenuzaning yarmiga teng.

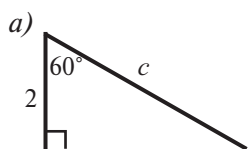
Bu muhim xossaga 8-sinfda yana qaytamiz.

**? Savol, masala va topshiriqlar**

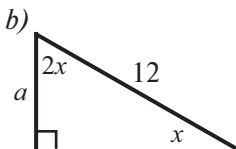
1. To'g'ri burchakli uchburchakning tomonlari qanday nomlanadi?
2. To'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir burchaklari yig'indisi nimaga teng?
3. To'g'ri burchakli uchburchakning burchaklaridan birortasi o'tmas bo'lishi mumkinmi?
4. To'g'ri burchakli uchburchakning nechta balandligi bor?
5.  $30^\circ$  li burchak qarshisidagi katet bilan gipotenuza orasida qanday bog'lanish bor?

6. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasiga tushirilgan balandlik gipotenuzaning yarmiga tengligini ko'rsating.

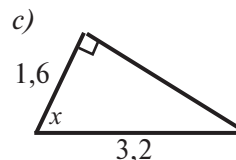
7. a)  $c = ?$



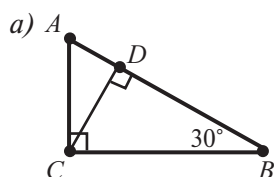
b)  $a = ?$



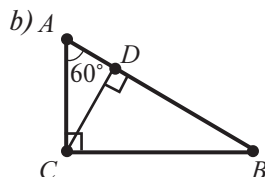
c)  $x = ?$



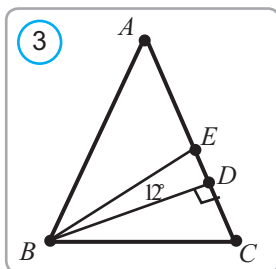
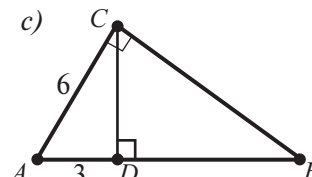
8. a)  $AB = 20$ ,  $AD = ?$



b)  $AB = 18$ ,  $BD = ?$



c)  $BD = ?$



9.  $ABC$  uchburchakning  $BE$  bissektrisasi va  $BD$  balandligi o'tkazilgan (3-rasm). Agar  $BD = 12$  va  $AB = AC$  bo'lsa,  $ABC$  uchburchak burchaklarini toping.

10. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzaga tushirilgan medianasi 8 sm. Agar uchburchakning bir burchagi  $60^\circ$  ga teng bo'lsa, bu burchakka yopishgan tomonlarni toping.

### Geometriyada aniqlik va qisqalik

Ma'lumki, aniq matematik jumla yetarlicha to'la va shu bilan birga qisqa, ortiqcha so'zlarsiz bo'lishi lozim.

1. Quyidagi jumalardagi ortiqcha so'zlarni aniqlab ko'ringchi?

- To'g'ri burchakli uchburchakning ikki o'tkir burchaklari yig'indisi  $90^\circ$  ga teng.
- Agar to'g'ri burchakli uchburchakda katet gipotenuzaning yarmiga teng bo'lsa, uning qarshisida yotuvchi o'tkir burchak  $30^\circ$  ga teng bo'ladi.

2. Tegishli atamalardan foydalanib, quyidagi jumalarni ixchamlang.

- Eng kam tomonli ko'pburchak;
- aylana markazidan o'tuvchi vatar;
- asosi yon tomoniga teng bo'lgan teng yonli uchburchak.

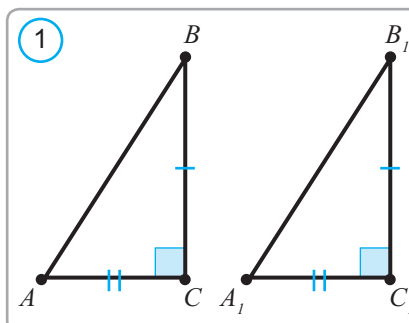
**Mashq.**  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  to'g'ri burchakli uchburchaklar berilgan bo'lsin. Bu uchburchaklarning bittadan burchagi to'g'ri bo'lgani uchun, bu burchaklar doim o'zaro teng. Shu bois, to'g'ri burchakli uchburchaklar uchun uchburchaklarning tenglik alomatlari ancha soddalashadi.

To'g'ri burchakli uchburchaklar uchun ikki katet bo'yicha (KK alomat), katet va o'tkir burchak bo'yicha (KB alomat), gipotenuza va o'tkir burchak bo'yicha (GB alomat) va gipotenuza va katet bo'yicha (GK alomat) kabi tenglik alomatlarini keltiramiz:



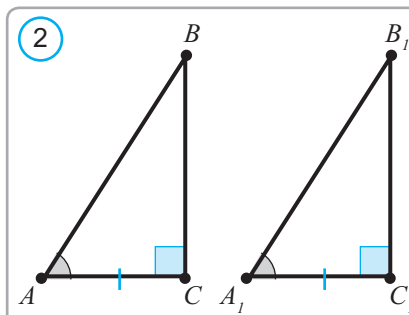
**KK alomat.** Bir to'g'ri burchakli uchburchakning katetlari ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning katetlariga mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (1-rasm).

Bu alomat uchburchaklar tengligining TBT-alomatidan bevosita kelib chiqadi.



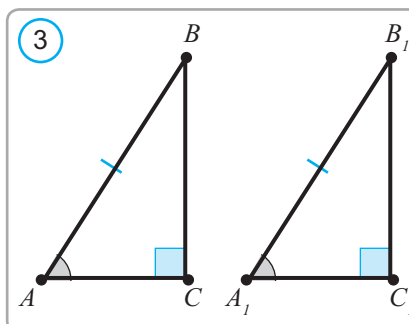
**KB alomat.** Bir to'g'ri burchakli uchburchakning kateti va unga yopishgan o'tkir burchagi, ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning kateti va unga yopishgan o'tkir burchagiga teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (2-rasm).

Bu alomat uchburchaklar tengligining BTB-alomatidan bevosita kelib chiqadi.

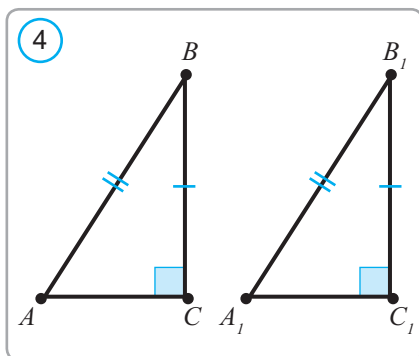


**GB alomat.** Bir to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta o'tkir burchagi, ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta o'tkir burchagiga teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (3-rasm).

Bu alomat uchburchaklar tengligining BTB-alomatidan bevosita kelib chiqadi.



**GK alomat.** Bir to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta kateti ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning



**gipotenuzasi va bitta katetiga teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (4-rasm).**

Bu alomat isbotlanishi kerak.  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklar berilgan (4-rasm) va ularda  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle C_1 = 90^\circ$ ,  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$  bo'lsin. U holda  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  ekanligini ko'rsatamiz.

☺ **Isbot.**  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarning ikkita tomonlari o'zaro teng:  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$ . Agar  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  burchaklarining tengligini ko'rsatsak, TBT alomatga ko'ra uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi.

Buning uchun,  $A_1B_1C_1$  uchburchakni  $ABC$  uchburchak bilan,  $BC$  va  $B_1C_1$  katetlar ustma-ust tushadigan qilib yonma-yon qo'yamiz (5-rasm). U holda,  $\angle C$  va  $\angle C_1$  to'g'ri burchak bo'lganligi uchun  $CA$  va  $C_1A_1$  nurlar yoyiq burchakni tashkil qiladi, ya'ni  $A$ ,  $C$ ,  $C_1$  va  $A_1$  nuqtalar bir to'g'ri chiziqli yotadi. Natijada,  $ABA_1$  teng yonli uchburchak bo'ladi. Lekin, teng yonli uchburchakda asosga tushirilgan balandlik bissektrisa ham bo'ladi (66-betdagi teorema xulosasiga ko'ra). Demak,  $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ .

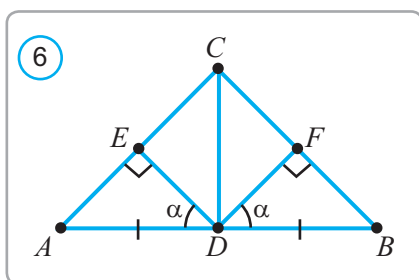
**GK alomat isbotlandi.** ☺



**Masala.** 6-rasmda berilgan ma'lumotlarga asoslanib  $ABC$  — teng yonli uchburchak ekanligini isbotlang.

☺ **Yechilishi:**  $\triangle AED = \triangle BFD$ , chunki ularning gipotenuzalari va bittadan o'tkir burchaklari teng.  $CED$  va  $CFD$  — to'g'ri burchakli uchburchaklar,  $ED = FD$  hamda  $CD$  gipotenuza umumiy bo'lgani uchun, to'g'ri burchakli uchburchaklar tengligining GK alomatiga ko'ra  $\triangle CED = \triangle CFD$ .

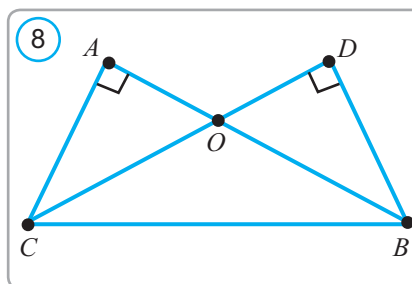
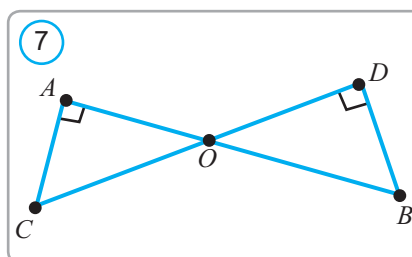
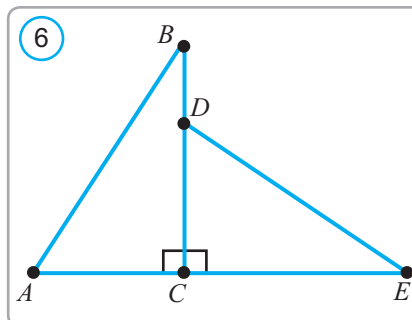
Demak,  $\triangle ADC = \triangle BDC$ , ya'ni  $AC = BC$  va  $ABC$  — teng yonli uchburchak. ☺





### Savol, masala va topshiriqlar

- To'g'ri burchakli uchburchaklar tengligining alomatlarini ayting va izohlang.
- To'g'ri burchakli uchburchaklarning bir kateti va bir burchagi mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladimi?
- Agar 6-rasmda:
  - $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$ ;
  - $BC = DE$ ,  $AB = CE$ ;
  - $AC = CD$ ,  $BC = CE$ ;
  - $AB = DE$
 bo'lsa,  $ACB$  va  $DCE$  uchburchaklar teng bo'ladimi?
- Agar 7-rasmda: a)  $OC = OB$ ; b)  $AC = BD$ ; d)  $AO = OD$ ; e)  $AC = OD$ ; f)  $\angle OCA = \angle OBD$  bo'lsa,  $OAC$  va  $ODB$  uchburchaklar teng bo'ladimi?
- To'g'ri burchakli  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarda  $A$  va  $A_1$  to'g'ri burchaklar,  $BD$  va  $BD_1$  lar bissektrisalar va  $\angle B = \angle B_1$ ,  $BD = B_1D_1$  bo'lsa,  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  ekanligini isbotlang.
- Agar 8-rasmda:
  - $AC = BD$ ;
  - $OA = OD$ ;
  - $\angle OCB = \angle OBC$ ;
  - $BC = OD$ ;
  - $\angle ACB = \angle DBC$  bo'lsa,  $BAC$  va  $CDB$  uchburchaklar teng bo'ladimi?
- $ABC$  uchburchakda  $BD$  balandlik o'tkazilgan. Agar  $AD = DC$  bo'lsa,  $ABC$  uchburchakning teng yonli ekanligini isbotlang.
- O'tkir burchakli  $ABC$  uchburchakda  $AA_1$  va  $CC_1$  balandliklar teng.  $\angle BAC = \angle BCA$  tenglikni isbotlang.

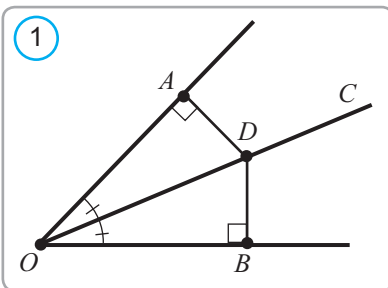




Yodingizda bo'lsa, nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa deb, nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular uzunligiga aytilgan edi.



**Teorema.** Burchak bissektisasining ixtiyoriy nuqtasidan burchak tomonlarigacha bo'lgan masofalar o'zaro teng.



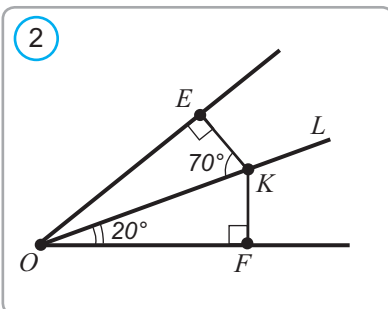
☺ **Isbot.** Aytaylik,  $O$  burchak va uning bissektisasi  $OC$  berilgan bo'lsin (1-rasm).  $OC$  bissektisada ixtiyoriy  $D$  nuqta olamiz va berilgan burchak tomonlariga  $DA$  va  $DB$  perpendikularlar tushiramiz.

$OAD$  va  $OBD$  to'g'ri burchakli uchburchaklarda:

1.  $\angle AOD = \angle BOD$  — shartga ko'ra;
2.  $OD$  — umumiy gipotenuza.

To'g'ri burchakli uchburchaklar tengligining GB alomatiga ko'ra,  $\triangle OAD = \triangle OBD$ . Xususan,  $DA = DB$ .

**Teorema isbotlandi.** ☺



**Masala.**  $EOF$  burchakning  $OL$  bissektisasi  $K$  nuqta olingan (2-rasm). Agar  $EK \perp OE$ ,  $KF \perp OF$ ,  $\angle OKE = 70^\circ$  va  $\angle KOF = 20^\circ$  bo'lsa, a)  $EOK$  va  $OKF$  burchaklarni; b)  $EOF$  va  $EKF$  burchaklarni toping.

☺ **Yechilishi:** a) Yuqorida ko'rilganidek  $\triangle EOK = \triangle FOK$ . Shuning uchun  $\angle EOK = \angle FOK = 20^\circ$  va  $\angle OKF = \angle OKE = 70^\circ$ .

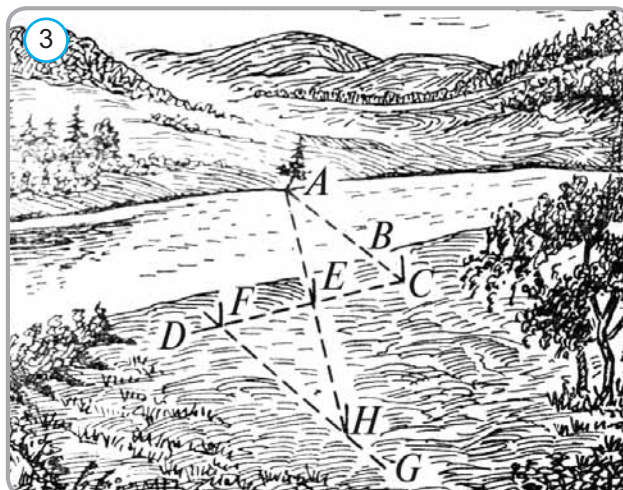
- b)  $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40^\circ$ ,  
 $\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$ .

**Javob:** a)  $20^\circ$  va  $70^\circ$ ; b)  $40^\circ$  va  $140^\circ$ . ☺



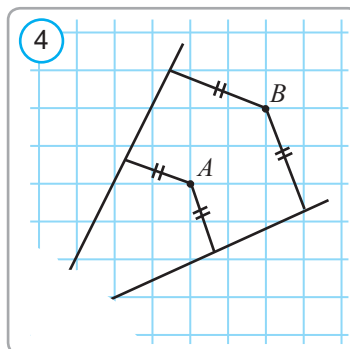
### Amaliy topshiriq

To'g'ri burchakli uchburchaklar tengligi alomatidan foydalanib, 3-rasmda tasvirlangan daryoning kengligini aniqlash uchun bajarilgan yasash ishlarini sharhlang va daryoning kengligini topish usulini bayon qiling.



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Burchak bissektrisasining ixtiyoriy nuqtasi uning tomonlaridan teng uzoqlashganini isbotlang.
2. Burchak  $AOB$  bissektrisasida olingan nuqtadan  $OA$  nurgacha bo'lgan masofa  $7\text{ sm}$  bo'lsa, shu nuqtadan  $OB$  nurgacha bo'lgan masofani toping.
3.  $O$  burchak va uning bissektrisasida  $C$  nuqta berilgan. Agar  $\angle O = 60^\circ$  va  $OC = 14\text{ sm}$  bo'lsa,  $C$  nuqtadan burchak tomonlarigacha bo'lgan masofani toping.
4.  $AOB$  burchak ichida  $N$  nuqta olingan. Agar  $AN = BN$ ,  $OA \perp AN$  va  $OB \perp BN$  bo'lsa,  $N$  nuqta  $AOB$  burchak bissektrisasida yotishini isbotlang.
- 5\*. 4-rasmda katakli qog'ozga chizilgan burchakning bir qismi tasvirlangan. Qog'ozning burchak uchi joylashgan qismi yirtilib ketgan.  $A$  va  $B$  nuqtalar burchak tomonlaridan teng uzoqlashgani ma'lum. Burchak bissektrisasini qanday yasash mumkin?
- 6\*. Uchburchakning ikkita bissektrisasi kesishgan nuqta uchburchak uchala tomonidan teng uzoqlashganini isbotlang.
7. Tengyonli  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarning  $AC$  va  $A_1C_1$  asoslari va asoslarga tushirilgan  $BD$  va  $B_1D_1$  balandliklari teng.  $ABC = A_1B_1C_1$  tenglikni isbotlang.





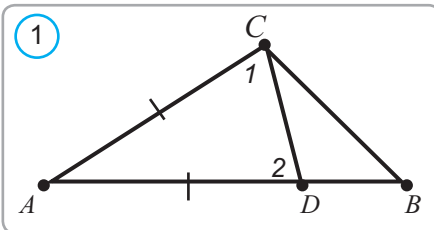
**Teorema.** Uchburchakning katta tomoni qarshisida katta burchak yotadi.



$\triangle ABC, AB > AC$  (1-rasm)



$\angle C > \angle B$



**Isbot.**  $AB$  nurda  $AC$  tomonga teng  $AD$  kesmani qo'yamiz.  $AB > AD$  bo'lgani uchun,  $D$  nuqta  $AB$  kesmaga tegishli bo'ladi. Demak,  $CD$  nur  $C$  burchakning ichki sohasida yotadi va  $C$  burchakni ikki burchakka ajratadi. Shunga ko'ra,  $\angle C > \angle 1$ .

$ACD$  uchburchakni teng yonli qilib qurganimiz uchun,  $\angle 1 = \angle 2$ .  $\angle 2$  —  $CBD$  uchburchakning tashqi burchagi bo'lgani uchun,  $\angle 2 > \angle B$ .

Bu ajratib ko'rsatilgan uchta munosabatlardan,

$\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$ , ya'ni  $\angle C > \angle B$  ekanligini hosil qilamiz.

**Teorema isbotlandi.** 😊

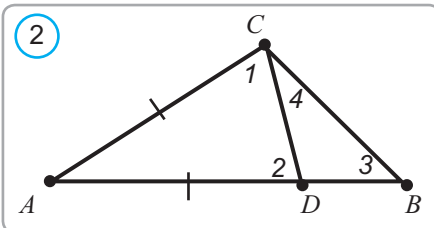
Shuningdek, bu teorema teskari teorema ham orinli.

**Teskari teorema.** Uchburchakning katta burchgi qarshisida katta tomon yotadi.

Bu teoremaning isbotini mustaqil bajaring.

**Natija.** Teng yonli uchburchakda teng tomonlar qarshisida teng burchaklar yotadi.

Uning to'g'riligini oldin isbotlagan edik.



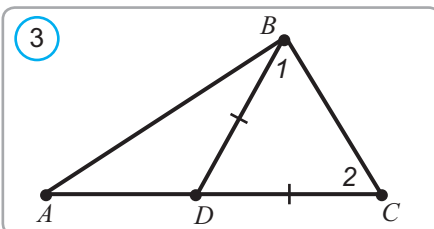
**1-masala.** 2-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib,  $\angle 1 > \angle 3$  ekanligini isbotlang.



**Yechilishi:**  $\angle 2 > \angle 3$  ekanligi ravshan, chunki  $\angle 2$  —  $BDC$  uchburchakning tashqi burchagi bo'lib, tashqi burchak xossasiga ko'ra,  $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$  va  $\angle 4 > 0$ .  $ACD$  — teng yonli uchburchak bo'lgani uchun  $\angle 1 = \angle 2$ . Demak,  $\angle 1 > \angle 3$  bo'ladi. 😊



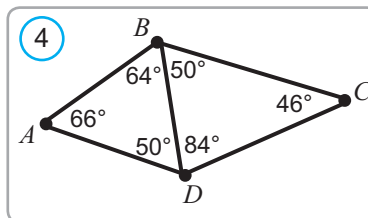
**2-masala.** 3-rasmda berilganlardan foydalanib,  $AB < AC$  ekanligini ko'rsating.



☺ **Yechilishi:**  $BDC$  — teng yonli uchburchak (chunki  $BD=DC$ ), demak,  $\angle 1=\angle 2$  bo'ladi.  $\angle 1<\angle ABC$  bo'lgani uchun  $\angle 2<\angle ABC$ . Katta burchak qarshisida katta tomon yotgani uchun  $AB<AC$  bo'ladi. ☺

### ? Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning katta tomoni qarshisida katta burchak va aksincha, katta burchak qarshisida katta tomon yotishini isbotlang.
4. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi  $62^\circ$  bo'lsa, uning qaysi tomoni katta bo'ladi?  $58^\circ$  bo'lsa-chi?
5. Uchburchakning o'tmas burchagi qarshisida kichik tomon yotishi mumkinmi?
2.  $ABC$  uchburchakda  $AB=12\text{ sm}$ ,  $BC=10\text{ sm}$ ,  $CA=7\text{ sm}$  bo'lsa, uchburchakning eng katta va eng kichik burchaklari qaysi?
3.  $ABC$  uchburchakda a)  $AB<BC<AC$ ; b)  $AB=AC<BC$  bo'lsa, uchburchak burchaklarini taqqoslang.  $A$  burchak o'tmas bo'lishi mumkinmi?
6.  $ABC$  uchburchakda a)  $\angle A>\angle B>\angle C$ ; b)  $\angle A=\angle B<\angle C$  bo'lsa, uchburchak tomonlarini taqqoslang.
7. Uchburchakning katta burchagi  $60^\circ$  dan kichik bo'lishi mumkinmi? Uchburchakning kichik burchagi  $60^\circ$  dan katta bo'lishi mumkinmi?
8. Teng tomonli uchburchakning ikkita bissektrisasi kesishganda hosil bo'ladigan burchaklarni toping.
- 9\*.  $ABC$  uchburchakda  $AB>BC$  va  $\angle A=60^\circ$  bo'lsa,  $B$  burchak qanday qiymatlar qabul qiladi.
- 10\*. Uchburchakning  $\alpha$ ,  $\beta$  va  $\gamma$  burchaklari uchun  $\alpha<\beta+\gamma$ ,  $\beta<\alpha+\gamma$ ,  $\gamma<\alpha+\beta$  munosabatlar o'rinli bo'lsa, bu qanday uchburchak bo'ladi?
- 11\*. 4-rasmdan eng katta va eng kichik kesmalarni ko'rsating. Javobingizni izohlang.
12. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi kat-tami yoki kateti?





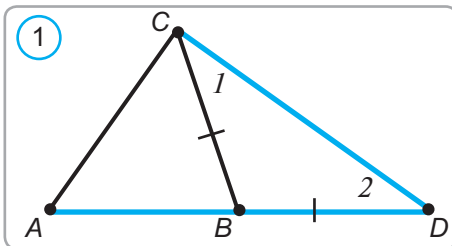
Uchburchakning istalgan bir tomoni qolgan ikki tomoni yig'indisidan kichik.



$\triangle ABC$  (1-rasm)



$AC < AB + BC$



☺ **Isbot.**  $AB$  to'g'ri chiziqda  $BC$  kesmaga teng  $BD$  kesmani qo'yamiz va  $C$  va  $D$  nuqtalarni tutashtiramiz (1-rasm). Natijada,  $BCD$  teng yonli uchburchak hosil bo'ladi. Unda,  $\angle 1 = \angle 2$ , chunki  $BC = BD$ . Shakldan ravshanki,  
 $\angle ACD > \angle 1$ .

U holda,  $\angle ACD > \angle 2$  chunki  $\angle 1 = \angle 2$ ,

Bu burchaklar  $ACD$  uchburchakka tegishli.

Endi katta burchak qarshisida katta tomon yotishini hisobga olsak,  $AC < AD$  tengsizlikka ega bo'lamiz.

U holda,  $AC < AB + BD$  chunki  $AD = AB + BD$ . Undan  $BD = BC$  ekanligini hisobga olsak,  $AC < AB + BC$  ni hosil qilamiz.

**Teorema isbotlandi.** ☺

Bu teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi.

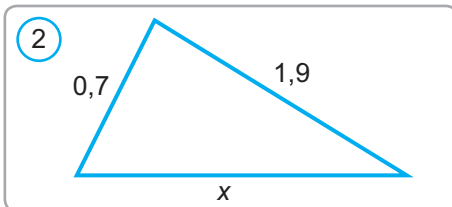
**Natija.** Bir to'g'ri chiziqda yotmagan ixtiyoriy uchta  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqta uchun  $AC < AB + BC$ ,  $AB < AC + BC$  va  $BC < AB + AC$  tengsizliklar o'rinli.

Bu tengsizliklarning har biri **uchburchak tengsizligi** deb ataladi.



**Masala.** Uchburchakning ikki tomoni 0,7 va 1,9. Agar uchinchi tomoni butun son ekanligi ma'lum bo'lsa, uni toping (2-rasm).

☺ **Yechilishi:** Berilgan uchburchakning ikkita tomoni ma'lum: 0,7 va 1,9. Uchinchi tomonini uchburchak tengsizligidan foydalanib topamiz:



$$x + 0,7 > 1,9, \text{ yoki } x > 1,2$$

$$1,9 + 0,7 > x, \text{ yoki } x < 2,6.$$

Bu ikki tengsizlikdan  $1,2 < x < 2,6$  ni hosil qilamiz.

$x$  – butun son, faqat  $x=2$  qiymat bu qo'sh-tengsizlikni qanoatlantiradi. Demak, uchburchakning noma'lum tomoni 2 ga teng.

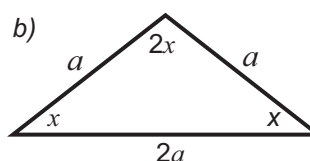
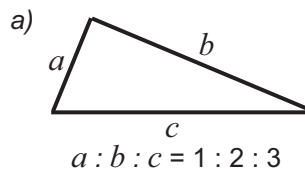
**Javob:** 2 ☺



### Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak tengsizligining mazmuni nimadan iborat?
2. Uchburchak tengsizligi qanday masalalarni echishda qo'llaniladi?
3. Uzunliklari  $1\text{ m}$ ,  $2\text{ m}$  va  $3\text{ m}$  bo'lgan kesmalardan uchburchak yasash mumkinmi?
4. Tomonlari : a) 2; 3; 4; b) 2; 2; 4; c) 3,6 ; 1,8; 5; d) 56; 38; 19; bo'lgan uchburchak mavjudmi?
5. Teng yonli uchburchak tomonlari: a) 7 va 3 b) 10 va 5; c) 8 va 5 bo'lsa, uchinchi tomonini toping.
6. Masalaning berilishi to'g'rimi (3-rasm)?
7. Uchburchakning istagan tomoni uning qolgan ikkita tomoni ayirmasidan katta bo'lishini isbotlang.
8. Teng yonli uchburchakning perimetri  $25\text{ sm}$ , bir tomoni ikkinchi tomonidan  $4\text{ sm}$  ortiq va tashqi burchaklaridan biri o'tkir bo'lsa, uchburchakning tomonlarini toping.
- 9.\* Uzunliklari 2; 3; 4; 5 va 6 ga teng kesmalardan nechta turli uchburchak yasash mumkin?
10. Tekislikdagi uchta  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nuqtalar uchun  $AB+BC \geq AC$  tengsizlik bajarilsa,  $AB$ ,  $BC$  va  $AC$  kesmalar qanday geometrik shaklni ifodalaydi?
- 11.\* Uchburchak medianasi uchburchakning yarim perimetridan (perimetrining yarmidan) kichik ekanligini isbotlang.

3



55

### Bilimingizni sinab ko'ring

#### 1. Bo'sh qoldirilgan joylarni mantiqan to'g'ri so'zlar bilan to'ldiring.

1. Uchburchakning ichki burchagiga ..... uchburchakning tashqi burchagi deb ataladi.
2. Uchburchak .....  $180^\circ$  ga teng.
3. Ikkita burchagining yig'indisi  $90^\circ$  ga teng bo'lgan uchburchak ..... bo'ladi.
4. Uchburchakning tashqi burchagi unga qo'shni bo'lmagan ..... ga teng.
5. Agar uchburchakning bir burchagi o'tmas bo'lsa, qolgan ikkita .....
6. To'g'ri burchakli uchburchakning burchaklari ..... bo'la olmaydi.
7. Uchburchakning har bir tomoni qolgan tomonlar yig'indisidan .....

8. Ikkita to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va ..... teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
9. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlari teng bo'lsa, u ..... bo'ladi.
10. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasiga tushirilgan ..... shu gipotenuzaning yarmiga teng.
11. To'g'ri burchakli uchburchakning kateti ..... bo'lsa, u  $30^\circ$  li burchak qarshisida yotadi.
12. Burchak tomonlaridan teng masofada uzoqlashgan nuqta shu burchakning ..... yotadi.

### 2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, uni toping va to'g'rilang.

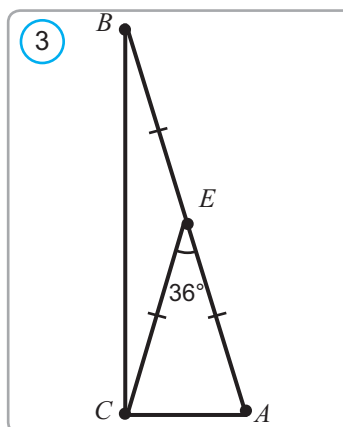
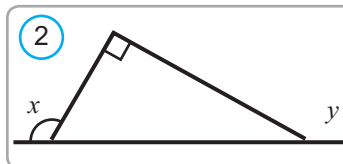
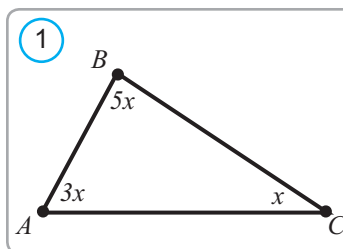
1. To'g'ri burchakli uchburchaklarning gipotenuzasi va bittadan burchagi teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
2. Uchburchakning ichki va tashqi burchaklari yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.
3. Uchburchakning tashqi burchagi, ikkita ichki burchaklari yig'indisiga teng.
4. Uchburchakning katta tomoni qarshisida kichik burchak, katta burchagi qarshisida kichik tomon yotadi.
5. Uchburchakning har bir tomoni qolgan tomonlari ayirmasidan kichik.
6. To'g'ri burchakli uchburchakning faqat bitta balandligi bor.
7. To'g'ri burchakli uchburchakning kateti gipotenuzaning yarmiga teng.
8. To'g'ri burchakli uchburchakning balandligi gipotenuzaning yarmiga teng.
9. To'g'ri burchakli uchburchaklarning gipotenuzalari teng bo'lsa, bu uchburchaklar ham teng bo'ladi.
10. Uchburchakning ichki burchagi uning qolgan ikkita burchagining yig'indisidan har doim kichik bo'ladi.
11. Uchburchakning tashqi burchaklari har doim o'tmas bo'ladi.

### 3. Jadvalda keltirilgan xossalar va talqinlarga mos keluvchi geometrik tushunchalarni toping.

|    |                                                  |  |
|----|--------------------------------------------------|--|
| 1. | Ichki burchaklari yig'indisi $180^\circ$ ga teng |  |
| 2. | O'tkir burchaklari yig'indisi $90^\circ$ ga teng |  |
| 3. | Tomonlari kesmalardan iborat                     |  |
| 4. | Uchburchak tomonlari orasidagi munosabat         |  |
| 5. | Gipotenuzaning yarmiga teng                      |  |
| 6. | Uchta balandligi ham bir uchda kesishadi         |  |
| 7. | Katetdan har doim katta                          |  |
| 8. | Nuqtalari burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan  |  |

#### 4. Testlar.

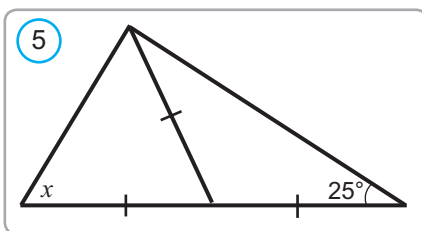
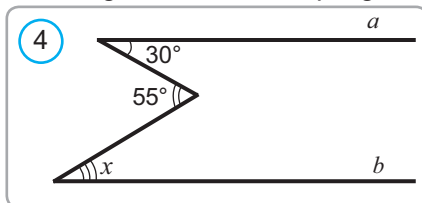
- Qaysi uchburchakning balandliklari uning bir uchida kesishadi?  
A) Teng yonli uchburchak; B) Teng tomonli uchburchak;  
D) To'g'ri burchakli uchburchak; E) Bunday uchburchak mavjud emas.
- $ABC$  uchburchakda  $A$  uchdagi tashqi burchak  $120^\circ$  ga,  $C$  uchidagi ichki burchak esa  $80^\circ$  ga teng.  $B$  uchidagi tashqi burchakni toping.  
A)  $120^\circ$ ; B)  $140^\circ$ ; D)  $160^\circ$ ; E)  $40^\circ$ .
- Uchburchakning tashqi burchaklaridan biri  $120^\circ$  ga, shu burchakka qo'shni bo'lmagan ichki burchaklarining ayirmasi  $30^\circ$  ga teng. Uchburchakning ichki burchaklaridan kattasini toping.  
A)  $70^\circ$ ; B)  $75^\circ$ ; D)  $85^\circ$ ; E)  $90^\circ$ .
- Uchburchakning ikkita burchagi qiymatlarining nisbati 1:2 kabi. Uchinchi burchagi shu burchaklarning kichigidan  $40^\circ$  ga katta. Uchburchakning katta burchagini toping.  
A)  $105^\circ$ ; B)  $75^\circ$ ; D)  $80^\circ$ ; E)  $90^\circ$ .
- Teng yonli uchburchakning perimetri 48 ga teng. Uning tomonlaridan biri 12 ga teng bo'lsa, qolgan tomonlarini toping.  
A) 18; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.
- To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan bissektisa va balandlik chiqarilgan bo'lib, ular orasidagi burchak  $24^\circ$  ga teng. Uchburchakning kichik burchagini toping.  
A)  $21^\circ$ ; B)  $24^\circ$ ; D)  $36^\circ$ ; E)  $16^\circ$ .
- 1-rasmda  $\angle A = ?$   
A)  $10^\circ$ ; B)  $20^\circ$ ; D)  $60^\circ$ ; E)  $100^\circ$ .
- Uzunliklari 3, 5, 7 va 11 ga teng kesmalardan nechta turli tomonli uchburchak yasash mumkin?  
A) 2 B) 3 D) 5 E) 6.
- 2-rasmda  $x + y = ?$   
A)  $90^\circ$ ; B)  $180^\circ$ ; D)  $270^\circ$ ;  
E) aniqlab bo'lmaydi.
- 3-rasmda  $\angle BCA = ?$   
A)  $90^\circ$ ; B)  $96^\circ$ ; D)  $144^\circ$ ; E)  $84^\circ$ .
- 4-rasmda  $a \parallel b$  bo'lsa,  $x = ?$   
A)  $35^\circ$ ; B)  $45^\circ$ ; D)  $25^\circ$ ; E)  $20^\circ$ .
- 5-rasmda  $x = ?$   
A)  $60^\circ$ ; B)  $55^\circ$ ; D)  $65^\circ$ ; E)  $70^\circ$ .





## 5. Masalalar

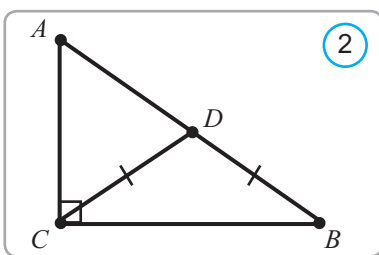
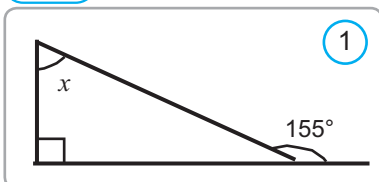
1. Bo'g'inlarining uzunligi  $1\text{ m}$ ,  $2\text{ m}$ ,  $4\text{ m}$ ,  $8\text{ m}$  va  $16\text{ m}$  bo'lgan yopiq siniq chiziq yasash mumkinmi?
2. Agar uchburchakning tomonlari butun sonlar bo'lib, perimetri  $15$  ga teng bo'lsa, uning tomonlarini aniqlang.



3. Uchburchakning balandligi uning tomonlaridan har doim kichik bo'ladimi?
4. Katta tomoni  $36$  ga teng bo'lgan uchburchakning burchaklari  $1:2:3$  kabi nisbatda bo'lsa, shu uchburchakning kichik tomonini toping.
5. Uchburchakning asosiga tushirilgan balandlik uning yon tomonlari bilan  $27^\circ$  va  $36^\circ$  li burchaklar tashkil qiladi. Uchburchakning burchaklarini toping.
6. To'g'ri burchakli  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarda  $A$  va  $A_1$  to'g'ri burchaklar,  $BD$  va  $B_1D_1$  bissektisalar va  $\angle B = \angle B_1$ ,  $BD = B_1D_1$  bo'lsa,  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  ekanligini isbotlang.

56

## 6-nazorat ishi



Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat:

- I. 133-betdagi testlarga o'xshash 5 ta test;
  - II. Quyidagi masalalarga o'xshash 3 ta masala (4-masala yaxshi o'zlashtirayotgan o'quvchilar uchun).
1. Noma'lum burchakni toping (1-rasm).
  2. Uchburchakning tashqi burchagi  $120^\circ$  bo'lib, unga qo'shni bo'lmagan ichki burchagi  $1:2$  nisbatda bo'lsa, uchburchakning burchaklarini toping.
  3. Agar 2-rasmda  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD = BD$  va  $AB = 24$  bo'lsa,  $CD$  kesmani toping.
  4.  $ABC$  uchburchak  $BD$  bissektisasi  $AC$  tomonni  $100^\circ$  burchak ostida kesadi. Agar  $BD = BC$  bo'lsa, uchburchak tomonlarini toping.



### Qobiliyatli o'quvchilar uchun qo'shimcha topshiriq.

«Geometriya-7» elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib, o'z bilimingizni sinab ko'ring.

Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

- planimetriyaning aksiomatik qurilishi haqida tasavvurga ega bo'lish;
- parallellik aksiomasini bilish;
- parallellik aksiomasiga teng kuchli jummalarni bilish;
- parallellik aksiomasining tarixini va ahamiyati to'g'risida tushunchaga ega bo'lish.

- isbotlashga doir masalalarda va teoremlarni isbotlashda aksiomalarini oʻrnida qoʻllay olish;
- aksiomalarni teoremlardan ajrata olish.

Shu paytgacha tekislikdagi yassi geometrik shakllarning xossalarini o'rganish davomida qator aksiomalarga tayandik. Bu aksiomalarining ko'pchiligi: nuqta, to'g'ri chiziq va tekislikning xossalari haqida bo'lib, ularni biz to'g'ridan-to'g'ri isbotsiz qabul qildik.

Shuni aytish lozimki, yo'l-yo'lakay yassi geometrik shakllarning xossalarini ixchamroq bayon etish va ularni o'rganishni yengillashtirish maqsadida planimetriyaning ba'zi aksiomalarini alohida aytmagan bo'lsakda, ulardan foydalanib keldik.

Endi bilimingiz to'liq bo'lishi uchun bu aksiomalarining hammasini sanab o'tamiz:

Birinchi uchta aksiomalar to'g'ri chiziq va nuqtalarning o'zaro joylashuvi haqida:

1. Har bir to'g'ri chiziqqa kamida ikkita nuqta tegishli.
2. Bir to'g'ri chiziqda yotmagan kamida uchta nuqta mavjud.
3. Istalgan ikkita nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Biz to'g'ri chiziqda yotgan nuqtalar uchun "orasida yotadi", "turli tomonda yotadi" va "bir tomonda yotadi" degan tushunchalardan foydalandik. Bu tushunchalarga oid xossalari quyidagi aksiomalarda ifodalangan.

4. To'g'ri chiziqdagi uchta nuqtadan faqat bittasi qolgan ikkitasining orasida yotadi.
5. To'g'ri chiziqning har bir  $O$  nuqtasi uni ikki qismga (ikki nurga) ajratadi. Bitta nurning istalgan ikkita nuqtasi  $O$  nuqtadan bir tomonda yotadi. Turli nurlarda olingan ikki nuqta esa  $O$  nuqtaning turli tomonida yotadi.
6. Har bir  $a$  to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarim tekislikka ajratadi. Bitta yarim tekislikda olingan ixtiyoriy ikki nuqta  $a$  to'g'ri chiziqdan bir tomonda, turli yarim tekisliklarda olingan ixtiyoriy ikki nuqta esa  $a$  to'g'ri chiziqning turli tomonida yotadi.

Quyida keltirilgan aksiomalar geometrik shakllarni bir-birini "ustiga qo'yish" va geometrik shakllarning tengligi tushunchasiga doir. Geometrik shakllarni bir-birini ustiga qo'yishni ko'rgazmali ko'rinishda bayon qilgan bo'lsak-da, uni tekislikni o'zini-o'ziga akslantirish ma'nosida tushunish kerak.

7. Agar ikkita kesmani ustma-ust qo'yganda ularning uchlari ustma-ust tushsa, kesmalar ham ustma-ust tushadi.
8. Istalgan nurga uning boshidan berilgan kesmaga teng yagona kesmani qo'yish mumkin.
9. Istalgan nurdan tayin yarim tekislikka berilgan yoyiqmas burchakka teng yagona burchakni qo'yish mumkin.
10.  $AOB$  burchakni unga teng bo'lgan  $A_1O_1B_1$  burchak bilan ikki usulda ustma-ust qo'yish mumkin: 1)  $OA$  nur  $O_1A_1$  nur bilan,  $OB$  nur esa  $O_1B_1$  nur bilan ustma-ust tushadi; 2)  $OA$  nur  $O_1B_1$  nur bilan,  $OB$  nur esa  $O_1A_1$  bilan ustma-ust tushadi.

11. Har bir shakl o'z-o'ziga teng.
12. Agar  $F_1$  shakl  $F_2$  shaklga teng bo'lsa,  $F_2$  shakl  $F_1$  shaklga teng bo'ladi.
13. Agar  $F_1$  shakl  $F_2$  shaklga teng,  $F_2$  shakl esa  $F_3$  shaklga teng bo'lsa,  $F_1$  shakl  $F_3$  shaklga teng bo'ladi.
14. Tanlangan o'lchov birligida har bir kesmaning uzunligi tayin musbat son bilan ifodalanadi.
15. Tanlangan o'lchov birligida har bir musbat son uchun uzunligi shu songa teng bo'lgan kesma mavjud.
16. To'g'ri chiziqda yotmagan nuqta orqali berilgan to'g'ri chiziqqa faqat bitta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Bu aksiomalar birgalikda planimetriyaning asosini tashkil qiladi. Mazkur darslik materiallari ana shu aksiomalar asosiga qurilgan, ya'ni darslikda keltirilgan barcha teoremlarni shu aksiomalardan foydalanib isbotlash mumkin.

Mazkur aksiomalardan foydalanib, uchburchaklar tengligining TBT alomati isbotini namuna sifatida keltiramiz.



**Teorema.** (Uchburchaklar tengligining TBT alomati). Agar bir uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagi, ikkinchi uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagiga mos ravishda teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi.



$\triangle ABC$  va  $\triangle A_1B_1C_1$ ,  $AB = A_1B_1$ ,  
 $AC = A_1C_1$ ,  $\angle A = \angle A_1$



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

☹ Agar  $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$  va  $\angle A = \angle A_1$  bo'lsa,  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarning teng ekanligini ko'rsatamiz. Shu maqsadda  $ABC$  uchburchakning  $A$  uchini  $A_1$  nuqtada,  $AB$  va  $AC$  tomonlarini esa  $A_1C_1$  va  $A_1B_1$  nurlarda yotadigan qilib ustma-ust qo'yamiz. 10-aksiomaga ko'ra, bunday ustma-ust qo'yish mavjud. 8-aksiomaga ko'ra,  $A_1B_1$  nurda  $A_1$  nuqtadan  $AB$  kesmaga teng yagona kesmani qo'yish mumkin. Teorema shartiga ko'ra,  $AB = A_1B_1$ , shuning uchun bunday ustma-ust qo'yishda  $B$  nuqta  $B_1$  nuqta bilan,  $C$  nuqta  $C_1$  nuqta bilan ustma-ust tushadi.

Unda, 7-aksiomaga ko'ra,  $B_1C_1$  tomon bilan  $BC$  tomon ustma-ust tushadi. Demak,  $ABC$  uchburchak  $A_1B_1C_1$  uchburchak bilan to'liq ustma-ust tushadi. Bundan,  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklar o'zaro teng degan xulosa chiqarish mumkin.

**Teorema isbotlandi.** ☺



**Savol, masala va topshiriqlar**

1. Aksiomaning teoremadan farqi nima?
2. Planimetriya aksiomalarini ayting.

3. Aksiomalarni sharhlang.
4. Yuqorida keltirilgan aksiomalar tizimida kiritilgan qaysi aksiomalar bilan darslik sahifalarida tanishgansiz? Qaysilari sizga notanish?
5. Sizga notanish bo'lgan aksiomalarni sharhlashga urinib ko'ring.
6. Keltirilgan aksiomalardan foydalanib, quyidagi teoremlarni qayta isbotlang. Isbotning qaysi joyida qanday aksiomalarning ishlatilayotganiga e'tibor qarating.
  - a) Uchburchaklar tengligining *TBT* alomati;
  - b) Uchburchaklar tengligining *BTB* alomati;
  - d) Uchburchaklar tengligining *TTT* alomati;
  - e) Uchburchak ichki burchaklari yig'indisi haqidagi teorema.



**Tarixiy lavhalar.** Sodda geometrik ma'lumotlarni o'z ichiga olgan birinchi asarlar bizga Qadimgi Misrdan yetib kelgan. Ular eramizdan avvalgi XVII asrga dahldordir.

Geometriyaning fan sifatida shakllanishi yunon olimlari Fales (taxminan eramizdan oldingi 625–547 y.), Pifagor (taxminan eramizdan avvalgi 580–500 y.), Evdoks (e.a. 406–355), Evklid (eramizdan avvalgi III asr) va boshqalarning nomi bilan bog'liq. Evklid mashhur “Negizlar” asarida shu davrgacha to'plangan geometrik bilimlarni jamladi va bu fanda tugallangan aksiomalar sistemasini berishga harakat qildi. Kitob shunchalik yaxshi yozilgan ediki, 2000 yil davomida hamma joyda geometriya o'sha kitobning tarjimasidan yoki unchalik katta farq qilmaydigan qayta ishlangan nashrlaridan o'qitildi.

**58–59**

### Parallellik aksiomasi tarixi va unga teng kuchli jumlar

Biz salkam bir yil davomida geometriyaning planimetriya deb ataluvchi qismini o'rgandik, ko'plab *tushunchalar*, *shakllar* va ularning *xossalari* bilan tanishdik. Bunday xossalardan muhimlari *teorema* deb atalishini va ular isbotlanishini bildik.

Juda qadim zamonlardan odamlar o'zlarining turli ehtiyojlari uchun geometrik shakllarning foydali xossalari borligini payqashgan. Birgina misol keltiraylik. Odatda binolarning tarxi to'g'ri to'rtburchak shaklida olinadi. Shuning uchun bino qurishga mo'ljallangan joy tekislanib, aynan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi poydevor qo'yilishi lozim. Aks holda bino qiyshiq chiqadi yoki devori og'ib qoladi. Xo'sh bunday holatda

me'mor qanday yo'l tutishi lozim? Albatta geometriya xossalariга murojaat etishi kerak.

Dastlab geometrik shakllarning xossalari "to'g'riga o'xshaydi" kabi faraz va mulohazalar bilan izlangan, to'g'riligiga esa asosan o'lchash vositasida qayta-qayta tekshirib ko'rib ishonch hosil qilingan. Yillar o'tib ancha-muncha xossa yig'ilib qolgan. Matematika tarixi bilan shug'ullanadigan olimlar fikricha, mil.avv. V – VI asrlarda yashagan Fales ismli faylasuf geometriyadagi ayrim xossalarni o'lchab yoki boshqa taqribiy usulda tekshirib emas, balki sof mantiqiy mulohaza bilan isbotlash mumkinligini payqagan. Jumladan, u "teng yonli uchburchakning asosiga yopishgan burchaklari teng bo'ladi", "diametr aylanani teng ikkiga bo'ladi" kabi xossalarning to'g'riligini ana shunday mantiqiy mushohada bilan asoslab bergan.

Shundan so'ng yunon matematiklari geometrik xossalarni o'lchab ko'rish bilan emas, isbotlash yo'li bilan to'g'riligini o'rnatish lozim, degan xulosaga kelganlar. Axir, har qanday o'lchash taqribiy-da.

Endi fikr qilaylik. Teoremaning isboti bu — ma'lum bir xossani mantiqiy mushohada bilan to'g'riligini ko'rsatish. Lekin faqat mantiqiy mulohazaning o'zi bilan xossa isbotlanib qolmaydi. Aslida muayyan bir xossa to'g'riligi avvaldan ma'lum boshqa xossalardan keltirib chiqariladi. Bu jarayon g'ishtdan binoning devorini qurishga o'xshaydi — har bir g'isht devorning bitgan qismi ustiga qo'yiladi.

Boshqacha qilib aytganda, bir xossa, uni **A xossa** deb ataylik, **B va C xossalardan** keltirib chiqariladi, B va C xossalarning isboti boshqa xossalarga asoslanadi, o'z navbatida ularning tagida ham qandaydir tasdiqlar yotadi va hokazo.

Binoning g'ishtlarini yuqorisidan boshlab ko'chirib chiqsak, oxiri tosh yoki beton poydevorga borib taqalganday, geometriyada ham hamma xossani isbotlab bo'lmaydi, qandaydir xossalarga yetganda to'xtash kerak. Ana shunday, ya'ni geometriya uchun "poydevor" vazifasini o'taydigan xossalalar **aksiomalar** deb ataladi. Aksiomalar asosida mantiqiy fikrlash yo'li bilan boshqa xossalalar keltirib chiqariladi.

Isbotlangan xossalardan muhimlari yoki biror xususiyati bilan diqqatga sazovorlari teorema degan "sharaf"ga muyassar bo'ladi.



*Umar Hayyom*



*N.I. Lobachevskiy*



*Yanosh Boyayi*



*F. Gauss*

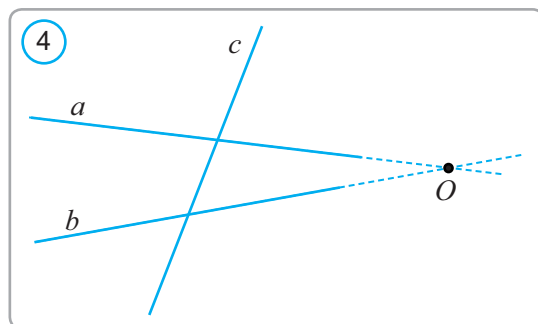
Shuning uchun ham teoremlar isbotiga alohida e'tibor qaratiladi — u yoki bu sabab isbotga yanglish mulohaza kirib qolmasligi lozim.

Qadimgi yunon olimi Yevklid geometriyadagi xossalarning aksiomasini aksiomaga, teoremasini teorema ajratib chiqishga bel bog'laydi. Buning asosiy sababi — bir matematik A xossani aksioma qilib olib, undan B xossani keltirib chiqargan bo'lsa, boshqa bir matematik B xossaga aksioma sifatida qarab, A xossani isbotlar edi. Natijada qaysi xossa aksiomayu, qaysi biri teorema — aralash-quralash bo'lib ketgan edi.

Yevklid o'z tadqiqotini yakunlab, "Negizlar" degan asar yozadi. Bu asar asosan geometriyaga bag'ishlangan bo'lib, unda nuqta, to'g'ri chiziq kabi tushunchalar boshlang'ich sifatida olingan, geometriyaning boshqa tushunchalari esa ular orqali ta'riflangan. Geometrik tushunchalar orqali esa shakllarning xossalari bayon qilinadi, albatta. Yevklid ana shunday xossalardan ba'zilarini isbotsiz, ya'ni aksioma sifatida qabul qiladi va ulardan qat'iy mantiqiy mushohada yo'li bilan, tartib bilan uning davrigacha aniqlangan boshqa xossalarning isbotini beradi.

"Negizlarda"da bayon qilingan bu mantiqiy mukammallik uni juda mashhur qilib yuboradi. Asar uni o'qib-o'rgangan har bir kishini mukammalligi bilan o'ziga shaydo qilgan. Shu bois u qariyb ikki ming yil davomida ham geometriyadan darslik vazifasini o'tagan, ham boshqa olimlar uchun namuna bo'lib xizmat qilgan.

Tarixda Yevklidning "Negizlar" asariga tanqidiy yondoshib, uning nuqsonlarini topgan olimlar ham bo'lgan. Masalan ... olimi Pash geometriyaga mana bunday aksioma qo'shmasa bo'lmasligini asoslagan: agar to'g'ri chiziq uchburchakning bir tomonini kesib o'tsa, u uchburchakning yana bir tomonini albatta kesadi.



Ayniqsa Yevklidning "5-postulat" deb atalgan aksiomasi juda ko'p e'tiroz tug'dirgan. U shunday ta'riflanadi (biz biroz ixchamlab bayon qilamiz): tekislikdagi ikki to'g'ri chiziqni uchinchi bir to'g'ri chiziq kesib o'tsin va bunda hosil bo'lgan bir tomonli burchaklar yig'indisi yoyiq burchak, ya'ni  $180^\circ$  dan kichik bo'lsin. U holda berilgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishadi (1-rasm).

"Nahotki bu xossani isbotlab bo'lmasa?" — ajablanishgan olimlar. Va yeng shimarib, isbotini izlashga tushib ketganlar. Isbotni "topganlar" ham ko'p bo'lgan, ammo faqat ...

Diqqat qilinsa, topilgan isbotlarning barchasida mantiqiy xatolik chiqavergan. Masalan, 5-postulatning bir isboti ma'lum teorema borib taqalar ekan. lekin bu teoremaning isboti aslida o'sha 5-postulatdan keltirib chiqariladi. Bunaqa mulohaza xato bo'lib, u "mantiqiy xalqa" deb ataladi.



Xullas, bir olim Yevklidning 5-postulatini isbotini topdim deb kitob yozsa, uning izdoshi kitobda "mantiqiy xalqa" borligini payqab, boshqa isbot izlashga kirishgan.

Bunda asosan quyidagicha fikr yuritilgan. Faraz qilaylik, 5-postulat noto'g'ri bo'lsin. So'ng bu farazga asoslanib mulohaza yuritamiz — yangi xossalarni keltirib chiqaramiz, ulardan yana yangilarini hosil qilamiz va hokazo, bir joyga borganda "noto'g'riligi ochiq-oydin" xossaga yetib kelamiz. Masalan, agar 5-postulatni noto'g'ri deb faraz qilsak, "burchaklari mos ravishda teng uchburchaklar teng bo'ladi" degan xulosaga kelib, "bu esa ziddiyatdir, demak, teskarisini faraz qilish usuliga muvofiq, 5-postulat isbotlandi", deya hukm chiqarishimiz mumkin edi. Bunday qarasa, mulohaza to'g'riga o'xshaydi — axir burchaklari teng, ammo o'zaro teng bo'lmagan uchburchaklar borligiga kim ham shubha qiladi? Lekin gap shubhalanishda emas, qat'iy isbotda. Haqiqatda esa bunday burchaklarning mavjudligi 5-postulatga asoslanar ekan.

Matematikada unisi bunisidan, bunisi esa unisidan kelib chiqadigan tasdiqlar **o'zaro tengkuchli** deb ataladi. Asrlar davomidagi izlanishlar 5-postulatga tengkuchli juda ko'p xossalar yig'ilib qoladi. Masalan, ruboiylari bilan dong taratgan O'rta Osiyolik matematik Umar Hayyom  $A$  va  $B$  burchaklari to'g'ri,  $AD$  va  $BC$  tomonlari teng to'rtburchakni qaraydi va uning  $C$  va  $D$  burchaklarini o'rganadi. Dastavval u  $\angle C = \angle D$  bo'lishini isbotlaydi. So'ng bu ikki burchak ham to'g'ri ekanligini isbotlashni niyat qiladi. Shu maqsadda  $\angle C$  va  $\angle D$  burchaklar to'g'ri burchakdan katta bo'lsin deb faraz qilib, qiynalmay ziddiyat hosil qiladi. So'ng, ular to'g'ri burchakdan kichik bo'lsin deb faraz qilib, ziddiyat keltirib chiqarishga undaydi. Ammo Umar Hayyom uzoq mulohaza yuritib ham aniq ziddiyatga kelmaydi. Keyinchalik Umar Hayyom mulozahalarini italiyalik olim Sakkeri takrorlagan.  $AB = CD$ .  $\angle A = \angle B = 90^\circ$  bo'lgan  $ABCD$  to'rtburchakni Sakkeri to'rtburchagi deb ataganlar.

Qarangki, uchburchak burchaklarining yig'indisi yoyiq burchakdan kichik, degan tasdiq ham 5-postulatga teng kuchli ekan.

5-postulatga tengkuchli tasdiqlar orasida mana bu xossa ham bor edi: Tekislikda ixtiyoriy to'g'ri chiziq berilgan va undan tashqarida istalgan bir nuqta olingan bo'lsin. U holda olingan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqa parallel faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Bu tasdiq **parallellik aksiomasi** deyiladi va nisbatan ixchamligi tufayli ko'pincha geometriyada u Yevklidning 5-postulati o'rniga olinadi.

5-postulatni isbotlashga urinishlar XIX asrga kelib ikki muhim natija bilan yakunlandi. **Birinchidan**, Yevklidning negizlarida sanalgan aksiomalardan bir nechtasining isboti topilib, teoremlar qatoriga o'tkazildi va aksincha. Pash aksiomasi singari Yevklid hisobga olmagan yana bir necha aksioma qo'shilishi lozimligi oydinlashdi.

XIX asr oxirida nemis matematigi D. Gilbert Yevklid boshlagan ishni davom ettirib, geometriyaning boshlang'ich tushunchalari va aksiomalarining mukammal ro'yxatini tuzdi.



**Ikkinchidan**, N. Lobachevskiy, F. Gauss, Ya. Bolyayi kabi matematiklar 5-postulat (yoki baribir, parallellik aksiomasi) o'rniga "to'g'ri chiziqqa undan tashqaridagi nuqtadan kamida ikkita to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin" degan aksioma qabul qilinsa, xuddi Yevklidning "Negizlar"ida bayon qilingan geometriya kabi "yangi geometriya" vujudga kelishini ko'rsatdilar. U hozir **Lobachevskiy geometriyasi** deb ataladi. Bunday aksioma g'alatiroq bo'lgani uchun, Lobachevskiy geometriyasida ham Yevklidnikidan farqli xossalalar o'rinli bo'ladi. Masalan, Hayyom-Sakkeri to'rtburchagida  $C$  va  $D$  burchaklar o'tkir bo'ladi, uchburchak burchaklarining yig'indisi doim yoyiq burchakdan kichik bo'ladi va hokazo.

Albatta, maktab o'quvchilarini geometriya bilan nafaqat Gilbert aksiomalari asosida, hatto Yevklid bayon qilgan tarzda ham barcha tafsilotlari bilan tanishtirish, jumladan, barcha aksiomalarni sanab chiqish maqsadga muvofiq bo'lmaydi. Shuning uchun bu darslikda planimetriyaning aksiomatik qurilishi ancha soddalashtirib bayon qilindi. Shunda qaramay, u geometriya deb ataladigan fanning "tarxi" ham, "binosi" ham naqadar mukammalligini his etish — geometriya aksiomalar, teoremlar va isbot tushunchasiga asoslanishini bilish uchun kifoyadir. Bunday bilim esa tafakkuringiz va fikrlash qobiliyatingizni o'stirishda juda-juda foydali.



### **Savol, masala va topshiriqlar**

1. Qanday tasdiqlar o'zaro teng kuchli deyiladi?
2. Parallellik aksiomasiga teng kuchli bo'lgan jummalarga misol keltiring.
3. Darslikda qabul qilingan 16-aksiomani «Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi  $180^\circ$  ga teng» degan jumlagacha teng kuchli ekanligini isbotlang.
4. 5-postulatni isbotlashga urinishlar qanday ikki natijaga olib kelgan?
5. Lobachevskiy geometriyasida Yevklid geometriyasidagidan farqli qanday xossalarga duch kelish mumkin?

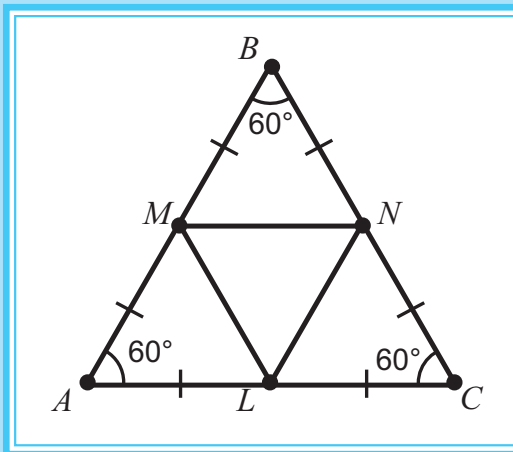


### **Qobiliyatli o'quvchilar uchun qo'shimcha topshiriq.**

1. «Geometriya–7» elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib o'z bilimingizni sinab ko'ring.

2. Shuningdek, 10-betda keltirilgan internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

## VI BOB



## TAKRORLASH

Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

### Bilimlar:

- Geometrik masalalarni yechish bosqichlarini bilish;
- geometrik masalalar turlarini farqlay olish;
- masalalar yechishda uchraydigan ba'zi xatoliklarni bilish.

### Ko'nikmalar:

- Geometrik masalalarni turlarga ajratish va yechish bosqichlariga ko'ra faoliyatni tashkil qilish;
- masalalar yechishda uchraydigan xatolarni oldini olish;
- planimetriya bo'yicha yillik yakuniy nazorat ishiga tayyor bo'lish.

Geometrik masalalarni yechishda quyidagilarga e'tibor berish kerak:

1. Geometriyaning asosiy tushunchalari, ularning xossalari yaxshi bilish va yodda tutish;
2. Turli geometrik shakllarning xossalari haqidagi teoremlarni isbotlash usullarini egallash;
3. Berilgan geometrik masalaning mohiyatini tushinib yetish;  
Odatda geometrik masalalarni yechish jarayoni quyidagi bosqichlardan iborat bo'ladi:

**1-bosqich. Masalani tushunish.** Bu bosqichda masalaning sharti va xulosasi alohida ajratib olinadi. Nimalar berilgan, nimani topish, isbotlash yoki yasash lozimligi aniqlanadi. Masalaga oid chizma chiziladi. Chizmaning katta va aniq bo'lishi maqsadga muvofiq. Berilgan barcha ma'lumotlar chizmada belgilanadi.

**2-bosqich. Rejalashtirish.** Bu bosqichda masalani yechish usuli tanlanadi. Uni qo'llash uchun qanday qo'shimcha ma'lumotlar zarurligi aniqlanadi. Yordamchi shakllar chiziladi.

**3-bosqich. Yechish.** Bu bosqichda masala bevosita, berilgan reja asosida yechiladi.

**4-bosqich. Tekshirish.** Bu bosqichda masalaning topilgan yechimi bevosita tekshiriladi. Yechish jarayoniga tanqidiy nazar tashlanadi. Agar xato aniqlansa, u tuzatiladi. Tuzatishning imkoni bo'lmasa, masalani yechishning boshlang'ich bosqichiga qaytiladi va hamma ish yangidan boshlanadi.

**Masala yechishni o'rganish uchun ko'proq masala yechish kerak.**

**Masalaga oid chizmani to'g'ri chizish – masalani yarmini yechish demakdir.**

Geometrik masalalar qo'yilishi va mohiyatiga qarab uch xil turda bo'lishi mumkin:

1. Hisoblashga doir masalalar
2. Isbotlashga doir masalalar
3. Yasashga doir masalalar

Geometrik masalalar yechish faqat qandaydir geometrik shaklning xossasini o'rganishdan iborat faoliyat emas, albatta. U to'g'ri fikrlash, mantiqiy mulohaza yuritish va ular asosida to'g'ri va oqilona qarorlar qabul qilish, xulosa chiqarish ko'nikma va

malakalarini ham shakllantiradi. Bunday ko'nikma va malakalar nafaqat matematikada, balki kundalik turmushda uchraydigan muammolarni hal qilishda ham qo'l keladi.

Albatta masalani yechish - bu faqat to'g'ri javobni topish degani emas. Masalalar yechish davomida ma'lum xossalarni, teoremlarni va ularning natijalarini qo'llay olish, turli usullardan foydalana olishni bilish zarur bo'ladi.

Quyidagi masalaning yechilish jarayonini kuzataylik.



**Masala.** Uchlari teng tomonli uchburchak tomonlarining o'rtalari bo'lgan uchburchakning teng tomonli ekanligini isbotlang.

**1. Masalani tushunish bosqichi.**



$\triangle ABC$  — teng tomonli,  $M$  —  $AB$  tomon o'rtasi,  $N$  —  $BC$  tomon o'rtasi,  $L$  —  $AC$  tomon o'rtasi



$\triangle MNL$  — teng tomonli

Masala shartlari asosida chizma chizib olamiz (1-rasm).

**2. Rejalashtirish bosqichi.** Teng tomonli uchburchakning xossasidan va uchburchakning TBT alomatidan foydalanamiz.

**3. Yechish bosqichi.** Shartga ko'ra,

$LA = AK = KB = BN = NC = CL$  va  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ . Unda  $\triangle LAK$  ning  $AL$ ,  $AK$  tomonlari va  $A$  burchagi  $\triangle KBN$  ning  $BK$ ,  $BN$  tomonlari va  $B$  burchagiga hamda  $\triangle NCL$  ning  $CN$ ,  $CL$  tomonlari va  $C$  burchagiga mos ravishda teng.

Demak,  $\triangle LAK = \triangle KBN = \triangle NCL$ . U holda bu uchburchaklarning uchinchi tomonlari ham o'zaro teng bo'ladi:  $KL = KN = NL$ .

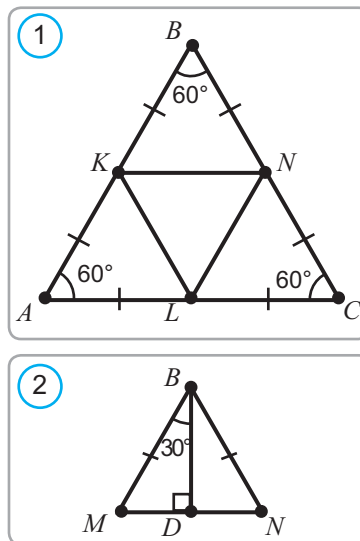
Demak,  $\triangle KNL$  — teng tomonli.

**4. Tekshirish bosqichi.**

Masalaning yechilish jarayonini yana bir bor ko'zdan kechirib, unda har bir mulohaza mantiqan to'g'ri olib borilganini tekshiramiz.

Bu masalani boshqa usulda ham yechish mumkin. Bunda uchidagi burchagi  $60^\circ$  bo'lgan teng yonli uchburchakning xossasidan foydalanamiz.  $\triangle KBN$  teng yonli uchburchakning  $BD$  balandligini tushiramiz (2-rasm).  $BD$  bissektisa ham bo'lgani uchun  $\angle KBD = 60^\circ/2 = 30^\circ$  va  $\angle BKD = \angle BND = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$  bo'ladi.

Demak,  $\triangle KBN$  teng tomonli uchburchak ekan. Shu tariqa  $\triangle KAL$  va  $\triangle NCL$  lar ham teng tomonli uchburchaklar ekanligi aniqlanadi va  $BK = KN = NL = LN$  ekanligi



ma'lum bo'ladi. Bundan esa  $\triangle KNL$  ning nafaqat teng tomonli uchburchak, balki,  $\triangle KNL = \triangle KBN = \triangle NCL = \triangle KAL$  ekanligi ham ma'lum bo'ladi.

61

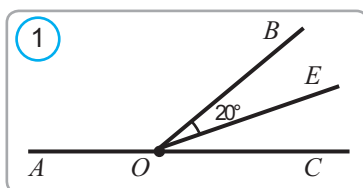
## Hisoblashga doir masalalar

Hisolashga doir masalalar arifmetik va algebraik masalalarga o'xshab ketadi. Turli geometrik formulalar yordamida, berilgan sonli kattaliklar asosida ketma-ket hisob kitob ishlari bajariladi va izlanayotgan kattalik topiladi.

Bu masalalarda ko'pincha chizmani to'g'ri chizib olish va kerakli belgilashlarni kiritish ishni ancha osonlashtiradi.



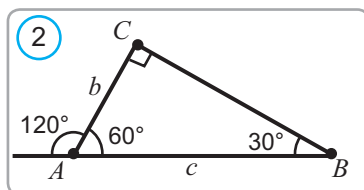
**1-masala.** Qo'shni burchaklardan birining bissektisasi ikkinchi burchakning tomonlaridan biri bilan  $20^\circ$  li burchak hosil qiladi. Shu burchaklarni toping.



**Yechilishi.** Masala shartini chizmada tasvirlaymiz (1-rasm). Bundan  $OE$  bissektisa o'tkir burchakning bissektisasi ekanligi ma'lum bo'ladi. Demak,  $\angle BOC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$ ,  $\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$  bo'ladi.



**2-masala.**  $ABC$  to'g'ri burchakli uchburchakda  $\angle C$  – to'g'ri burchak,  $A$  uchidagi tashqi burchak  $120^\circ$  ga teng. Agar  $AC + AB = 18$  sm bo'lsa, uchburchakning gipotenuzasini toping.



**Yechilishi.** Masala shartiga binoan chizmani tasvirlaymiz (2-rasm). Uchburchak tashqi burchagining ta'rifidan,  $\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ,  $\angle B = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$  ekanligini aniqlaymiz.  $AC = b$ ,  $AB = c$  bo'lsin. U holda  $b + c = 18$ . O'tkir burchagi  $30^\circ$  ga teng bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchakning xossasiga ko'ra,  $c = 2b$

bo'ladi. Bundan  $b + c = b + 2b = 18$ , ya'ni  $b = 6$ . Unda  $c = 12$  ekanligi ma'lum bo'ladi.

**Javob:** 12.

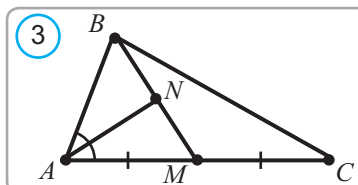


**3-masala.**  $ABC$  uchburchakda  $AB=1$ ,  $A$  burchakning bissektisasi  $B$  uchdan tushirilgan medianaga perpendikulyar. Agar  $BC$  tomonning uzunligi butun son bilan ifodalansa, uchburchakning perimetrini toping.

😊 **Yechilishi.** Masala shartini chizmada tasvirlaymiz (3-rasm):  $AK = KC$ .  $AN \perp BK$ .  $\triangle ANB = \triangle ANK$  ekanligini aniqlaymiz, chunki  $AN$  katet umumiy va bittadan burchaklari teng (katet va unga yopishgan o'tkir burchak bo'yicha). Bundan esa  $AB = AK = KC = 1$ , ya'ni  $AC = 1 + 1 = 2$  ekanligi ma'lum bo'ladi.

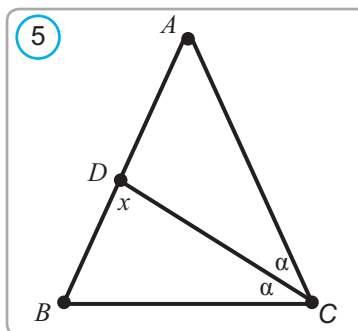
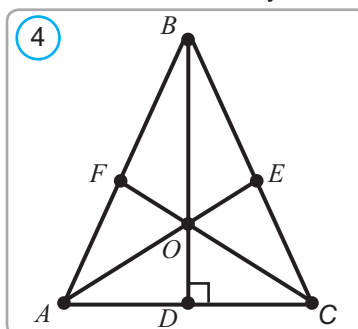
$BC = x$  – butun son, uchburchak tengsizligiga ko'ra  $2 + 1 > x$  va  $x + 1 > 2$ , yoki  $x < 3$  va  $x > 1$ , ya'ni  $1 < x < 3$  bo'lishi kerak. 1 bilan 3 ning orasida bitta butun son bor: 2. Demak.  $BC = 2$  va  $P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$ .

**Javob:** 5 😊

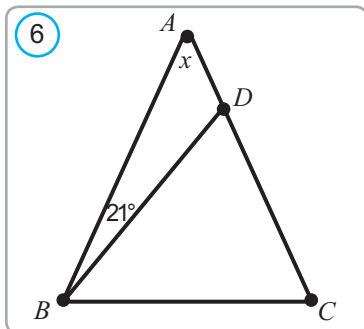


### 🔍 Savol, masala va topshiriqlar.

1.  $AB$  kesma uzunliklari 1:2:3:4 kabi nisbatdagi kesmalarga (shu ketma-ketlikda) ajratilgan. Agar chetki kesmalarning o'rtalari orasidagi masofa 15 sm ga teng bo'lsa,  $AB$  kesmaning uzunligini toping.
2.  $\angle ABC = 160^\circ$  bo'lgan burchakning uchidan shu burchak tomonlari orasida yotuvchi  $BO$  va  $BE$  nurlar chiqarilgan. Agar  $BO$  nur berilgan burchakni teng ikkiga,  $BE$  nur esa 3:5 kabi nisbatta bo'lsa,  $OBE$  burchakni toping.
3.  $AOB$  burchak  $OC$  nur orqali biri ikkinchisidan  $30^\circ$  ga katta bo'lgan ikkita burchakka ajratilgan. Berilgan burchak bissektrisasi bilan  $OC$  nur orasidagi burchakni toping.
4. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchagi  $30^\circ$  ga teng. Shu uchburchakning yon tomoni va ikkinchi yon tomoniga tushirilgan balandligi orasidagi burchakni toping.
5. Uchburchakning bir tashqi burchagi  $100^\circ$ , unga qo'shni bo'lmagan burchaklar nisbati 2:3 kabi. Uchburchakning burchaklarini toping.
6.  $A, B, C, D$  nuqtalar ko'rsatilgan tartibda bir to'g'ri chiziqda yotadi va  $AB = BC = 1$ ,  $CD = 2$ .  $K$  nuqta  $BC$  kesmada shunday joylashganki,  $BC$  va  $AD$  kesmalarning uzunliklarini bir xil nisbatda bo'ladi:  $BK : KC = AK : KD$ . Bu nisbatlarni toping.



7. Uchburchak ikkita burchagining bissektisalari kesishgandan hosil bo'lgan burchak  $128^\circ$  ga teng. Uchburchakning uchinchi burchagini toping.
8. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi  $96^\circ$  ga teng. Asosidagi burchaklarning bissektisalari kesishishidan hosil bo'lgan o'tkir burchakni toping.
9. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan bissektisa va balandlik



chiqarilgan bo'lib, ular orasidagi burchak  $24^\circ$  ga teng. Uchburchakning qolgan burchaklarini toping.

10. Agar 4-rasmda  $AB = BC$ ,  $\angle ABC = 50^\circ$ ,  $AE$  va  $FC$  — bissektisalar bo'lsa,  $\angle AOB = ?$ ,  $\angle EOC = ?$
11. Agar 5-rasmda  $AB = AC$ ,  $AD = DC$  bo'lsa,  $x = ?$
12. Agar 6-rasmda  $AB = AC$ ,  $BD = BC$  bo'lsa,  $x = ?$

62

## Isbotlashga doir masalalar

Isbotlashga doir masalalar o'ziga xos kichkina teoremlardir. Ularni yechish masalada keltirilgan tasdiqni isbotlashdan iborat bo'ladi. Misol tariqasida quyidagi masalalarni qaraylik.



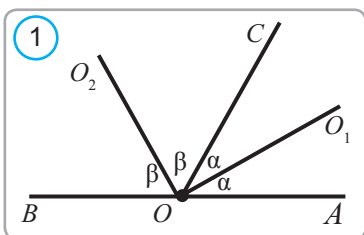
**1-masala.** Qo'shni burchaklarning bissektisalari o'zaro perpendikular ekanligini isbotlang.



$\angle AOC$  va  $\angle BOC$  — qo'shni burchaklar,  
 $OO_1$  va  $OO_2$  — bissektisalar (1-rasm).



$OO_1 \perp OO_2$ .



😊 **Isboti.**  $OO_1$  va  $OO_2$  bissektisalar ajratgan burchaklarni mos ravishda (1-rasmda tasvirlangandek)  $\alpha$  va  $\beta$  deb belgilaymiz. U holda,  $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ , yoki  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , ya'ni  $\angle O_1OO_2 = \alpha + \beta = 90^\circ$ . Demak  $OO_1 \perp OO_2$ . Shuni isbotlash talab qilingan edi. 😊



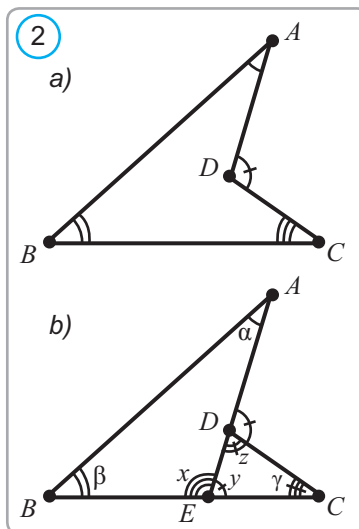
**2-masala.** 2.a-rasmda tasvirlangan  $ABCD$  to'rtburchakda  $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$  ekanligini isbotlang.

☺ **Isboti.**  $AD$  to'g'ri chiziqning  $BC$  tomon bilan kesishgan nuqtasini  $E$  bilan belgilaymiz ( $AD$  tomonni davom ettiramiz) va burchaklar uchun zarur belgilashlarni kiritamiz (2.b-rasm). Ma'lumki  $\alpha + \beta + x = 180^\circ$  va  $y + z + \gamma = 180^\circ$ . Bu tengliklarni qo'shib,  $\alpha + \beta + \gamma + x + y + z = 360^\circ$  tenglikka ega bo'lamiz. Qo'shni burchakning xossasiga ko'ra,  $x + y = 180^\circ$  bo'lgani uchun  $\alpha + \beta + \gamma + 180^\circ + z = 360^\circ$ , yoki  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ - z = \angle D$ , ya'ni

$$\angle D = \alpha + \beta + \gamma = \angle A + \angle B + \angle C \text{ bo'ladi.}$$

**Tenglik isbotlandi.** ☺

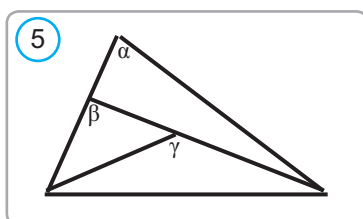
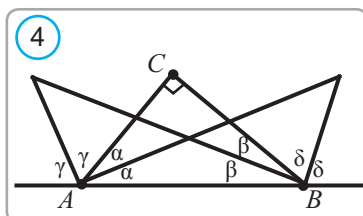
Yuqoridagi ikki masalani tayyor chizmaga tayanib ishladik, 2-masalada qo'shimcha yasash va zarur belgilashlarni amalga oshirdik, bu esa masalani oson yechishimizga yordam berdi.



## ❓ Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning bir burchagi o'ziga qo'shni bo'lmagan tashqi burchaklarning ayirmasiga teng. Bu uchburchakning to'g'ri burchakli uchburchak ekanligini isbotlang.
2. Bir burchagi  $150^\circ$  bo'lgan teng yonli uchburchakning asosidagi uchlaridan tushirilgan balandliklari teng bo'lishini isbotlang.
3. Teng tomonli uchburchakning medianalari kesishish nuqtasida  $2 : 1$  kabi nisbatda bo'linishini isbotlang.
4. Teng yonli uchburchakning uchidagi tashqi burchagi bissektrisasi uchburchak asosiga parallel bo'lishini isbotlang.
5. 4-masalaga teskari teoremani ifodalang va uni isbotlang.
6. Teng tomonli uchburchakning ixtiyoriy ikkita medianasi  $60^\circ$  li burchak ostida kesishishini isbotlang.
7. Uchburchaklarning tengligini ularning ikki tomoni va uchinchi tomonga tushirilgan medianasi bo'yicha isbotlang.
8.  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarda  $BM$  va  $B_1M_1$  medianalar o'tkazilgan. Agar  $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$  va  $BM = B_1M_1$  bo'lsa,  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  ekanligini isbotlang.
9.  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarda  $AD$ ,  $A_1D_1$  - bissektrisalar. Agar  $AB = A_1B_1$ ,  $BD = B_1D_1$  va  $AD = A_1D_1$  bo'lsa,  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  ekanligini ko'rsating.





10.  $ABC$  va  $A_1B_1C_1$  uchburchaklarda  $BH$  va  $B_1H_1$  balandliklar o'tkazilgan. Agar  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$  va  $BH = B_1H_1$  bo'lsa,  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  bo'lishini isbotlang.

11. Uchburchakning ikkita balandligi teng bo'lsa, uning teng yonli uchburchak ekanligini isbotlang.

12. 4-rasmda  $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90^\circ$  ekanligini isbotlang.

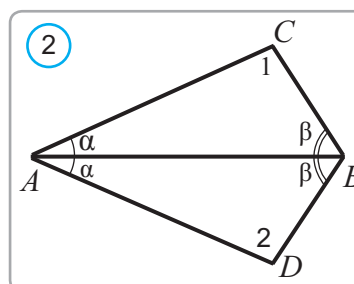
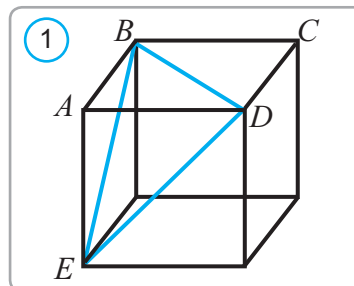
13. 5-rasmda  $\alpha < \beta < \gamma$  ekanligini isbotlang ekanligini isbotlang.

## 63-64

### Takrorlashga doir masalalar

- Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan almashinuvchi burchaklarning bissektoralari parallel bo'lishini isbotlang.
- Uchburchakning istalgan bir tomoni uning qolgan ikki tomoni ayirmasidan katta bo'lishini isbotlang.
- Uchburchakning  $\alpha$ ,  $\beta$  va  $\gamma$  burchaklari uchun  $\alpha < \beta + \gamma$ ,  $\beta < \alpha + \gamma$ ,  $\gamma < \alpha + \beta$  munosabatlar o'rinli bo'lsa, bu qanday uchburchak bo'ladi?
- Berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi aylana yasang. Masala nechta yechimga ega.
- $ABC$  uchburchakning  $AA_1$  va  $BB_1$  bissektoralari  $O$  nuqtada kesishadi. Agar a)  $\angle AOB = 136^\circ$ ; b)  $\angle AOB = 111^\circ$  bo'lsa,  $ACB$  burchakni toping.
- 1-rasmda tasvirlangan kubda  $BD = 6$  bo'lsa,  $BE = ?$ ,  $DE = ?$ ,  $AC = ?$ ,  $\angle BED = ?$
- Perimetri  $42 \text{ sm}$  bo'lgan  $ABC$  uchburchakning medianasi uni perimetri  $33 \text{ sm}$  va  $35 \text{ sm}$  bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. Mediananing uzunligini toping.
- To'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchaklarining bissektoralari qanday burchak ostida kesishadi?
- 2-rasmda  $\angle 1 = \angle 2$  ekanligini isbotlang.
- $MN$  va  $NM$  nurlarining umumiy qismi qanday shakl bo'ladi?
- $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar  $AB = 2 \text{ sm}$ ,  $BC = 3 \text{ sm}$  va  $AC = 5 \text{ sm}$  bo'lsa,  $B$  nuqta  $AC$  kesmaga tegishli bo'ladimi? Javobingizni asoslang.
- $A$  nuqta  $BC$  to'g'ri chiziqning  $B$  va  $C$  nuqtalari orasida yotadi. Agar  $BC = 15 \text{ sm}$ ,  $AC$  kesma esa  $AB$  kesmadan  $3 \text{ sm}$  ga qisqa bo'lsa,  $AB$  kesmaning uzunligini toping.
- $60^\circ$  va  $30^\circ$  li burchaklar yasang.

14. Aylananing o'zaro perpendikular diametrlarini yasang.
15. Qo'shni burchakardan biri ikkinchisidan 4 marta kichik bo'lsa, shu burchaklardan kattasini toping.
16. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklarning nisbati  $7:3$  ga teng. Shu burchaklardan kichigini toping.
17.  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalari bir to'g'ri chiziqda yotadi.  $BC$  kesmaning uzunligi  $AC$  kesmaning uzunligidan 3 marta katta,  $AB$  kesmaning uzunligi esa  $BC$  uzunligidan  $3,6$  sm ga qisqa.  $AC$  kesmaning uzunligini toping.
18. Ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda tashqi bir tomonli burchaklarning yig'indisi  $180^\circ$  ga teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning o'zaro parallel ekanligini isbotlang.
19. Ikki parallel to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri  $55^\circ$  ga teng. Qolgan burchaklarini toping.



## 65-66

### Bilimingizni sinab ko'ring

#### 1. Jummalarni mohiyatidan kelib chiqib to'ldiring:

1. Tekislikda ..... orqali bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. Burchak ..... burchakni ikkita o'zaro teng burchakka ajratadi.
3. Kesmani o'rtasi uni ikkita ..... ajratadi.
4. Tekislikda to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan ..... ham, tegishli bo'lmagan ..... ham mavjud.
5. Agar uchburchak teng yonli bo'lsa, ..... burchaklari teng bo'ladi.
6. Ikkita teng uchburchaklarning mos ..... va mos ..... teng bo'ladi.
7. Teng tomonli uchburchakning har bir ..... gradusga teng.
8. To'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir .....  $90^\circ$  ga teng.
9. Yoyiq burchak bissektrisasi uni ikkita ..... burchakka ajratadi.
10. Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikkita to'g'ri chiziq ..... bo'ladi.

12. Bir to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikkita to'g'ri chiziq ..... bo'ladi.
13. Parallel to'g'ri chiziqlarni kesuvchi bilan kesganda, hosil bo'lgan ichki bir tomonli burchaklar ..... bo'ladi.
14. Kesma uchlaridan teng ..... kesmaning o'rta perpendikularida yotadi.
15. Aylanadagi nuqtalar aylana markazidan teng ..... .

## 2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating:

1. Tekislikda ikkita nuqta orqali ikkita to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. To'g'ri burchak  $180^\circ$  ga teng bo'ladi.
3. Qo'shni burchaklar teng bo'ladi.
4. Vertikal burchaklar yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.
5. Uchburchakning uchi bilan shu uchi qarshisidagi tomonining o'rtasini tutashtiruvchi kesma, uchburchakning bissektrisasi deyiladi.
6. Uchburchakning perimetri deb, uning burchaklari yig'indisiga aytiladi.
7. Uchburchak tomonlarining yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.
8.  $90^\circ$  ga teng burchak ostida kesishgan to'g'ri chiziqlar parallel deyiladi.
9. Parallel to'g'ri chiziqlar bitta nuqtada kesishadi.
10. Aylananing diametri radiusiga teng.
11. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlari teng bo'lsa, uning kichik burchagi  $30^\circ$  ga teng bo'ladi.
12. Teng yonli uchburchakning har bir burchagi  $60^\circ$  ga teng.
13. Burchak bissektrisasida yotgan nuqtalar burchak uchlaridan teng uzoqlikda yotadi.

## 3. Berilgan xossaga ega bo'lgan geometrik shaklni o'ng ustundagi mos qatorga yozing:

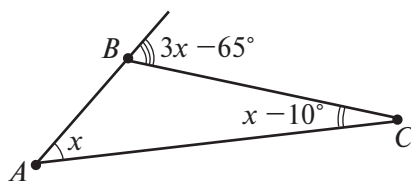
|    |                                                                       |  |
|----|-----------------------------------------------------------------------|--|
| 1. | Uzunligi 5 sm.                                                        |  |
| 2. | Nuqta va uchlari shu nuqtalarda bo'lgan ikkita nurdan iborat.         |  |
| 3. | Kesishmaydigan to'g'ri chiziqlar.                                     |  |
| 4. | Uchidan chiqqan balandligi ham medianasi ham bissektrisasi bo'ladi.   |  |
| 5. | Hamma tomonlari teng uchburchak.                                      |  |
| 6. | Ikkita tomoni teng uchburchak.                                        |  |
| 7. | Burchakni ikkita teng burchakka ajratadi.                             |  |
| 8. | Ikkita kateti bor.                                                    |  |
| 9. | Ikki burchagining yig'indisi $90^\circ$ dan katta bo'lgan uchburchak. |  |

**4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinlarni mos qo'ying:**

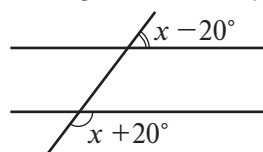
| Geometrik tushuncha                         | Talqin, xossa                                                                 |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Perpendikular to'g'ri chiziqlar          | A. Tayin uzunlikka ega                                                        |
| 2. Teng tomonli uchburchak                  | B. Ikkita burchagi teng                                                       |
| 3. Aylana                                   | C. Gipotenuzaning yarmiga teng                                                |
| 4. Burchak bissektrisasidagi nuqta          | D. Uchi bilan qarshisidagi tomon o'rtasini tutashtiradi                       |
| 5. Uchburchak balandligi                    | E. Bitta ichki burchagiga qo'shni va qolgan ikkita burchagi yig'indisiga teng |
| 6. $30^\circ$ li burchak qarshisidagi katet | F. Kesishmaydi                                                                |
| 7. Mediana                                  | G. $90^\circ$ li burchak ostida kesishadi                                     |
| 8. Uchburchak tashqi burchagi               | H. Tomonlari teng                                                             |
| 9. Teng yonli uchburchak                    | I. Nuqtalari markazidan teng uzoqlashgan                                      |
| 10. Kesma                                   | J. Uning tomonlaridan teng uzoqlikda yotadi                                   |
| 11. Parallel to'g'ri chiziqlar              | K. Bir uchidan o'tadi va bir tomoniga perpendikular                           |

**5. Testlar (berilgan javoblar ichidan eng to'g'ri bo'lgan bittasini aniqlang):**

- Berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqa parallel qilib nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?  
A) 1                      B) 2                      D) 3                      E) 4
- Yoyliq burchak necha gradusga teng?  
A)  $90^\circ$ ;                      B)  $90^\circ$  dan katta;                      D)  $90^\circ$  dan kichik;                      E)  $180^\circ$ .
- Shaklga ko'ra  $\angle BCA$  burchakni toping.
- Shaklga ko'ra  $x$  ni toping.



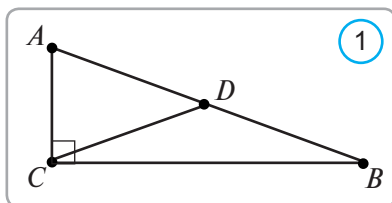
- A)  $25^\circ$                       B)  $35^\circ$   
D)  $45^\circ$                       E)  $55^\circ$



- A)  $80^\circ$                       B)  $90^\circ$   
D)  $100^\circ$                       E)  $70^\circ$

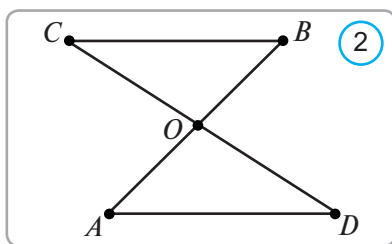
- Agar  $ABC$  uchburchakda  $\angle B = 30^\circ$ ,  $\angle C = 90^\circ$  va  $AC = 10 \text{ sm}$  bo'lsa,  $AB$  gipotenuzasini toping.  
A)  $10 \text{ sm}$                       B)  $12 \text{ sm}$                       D)  $15 \text{ sm}$                       E)  $20 \text{ sm}$

6.  $ABC$  uchburchakda  $AB = BC$ ,  $AB = AC + 7$  (sm). Agar  $ABC$  uchburchak perimetri 23 sm bo'lsa, uchburchakning kichik tomonini toping.  
 A) 3 sm      B) 5 sm      D) 7 sm      E) 9 sm
7. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan uch marta katta. Bu burchaklar ayirmasini toping.  
 A)  $45^\circ$       B)  $60^\circ$       D)  $75^\circ$       E)  $90^\circ$
8. Aylananing radiusi 3,2 sm. Uning diametrini toping.  
 A) 3,2      B) 5,2      D) 6,4      E) 1,6



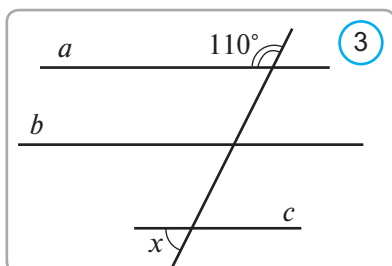
9.  $ABC$  — to'g'ri burchakli uchburchak (1-rasm),  $\angle C = 90^\circ$ ,  $CD$  — mediana.  $\angle BDC = 130^\circ$  bo'lsa,  $\angle A$  ni toping.

A)  $45^\circ$       B)  $65^\circ$       D)  $75^\circ$       E)  $85^\circ$



10.  $ABC$  — teng yonli uchburchakning uchidagi  $B$  burchagi  $80^\circ$  ga teng. Uning  $A$  uchidagi tashqi burchagini toping.

A)  $130^\circ$       B)  $120^\circ$       D)  $110^\circ$       E)  $100^\circ$



11. Agar  $a \perp b$ ,  $b \perp c$ ,  $c \perp d$  bo'lsa, quyidagi javoblardan qaysi biri noto'g'ri.

A)  $a \parallel c$       B)  $b \perp d$       D)  $a \parallel d$       E)  $b \parallel c$

12. Agar 2-rasmda  $AO = OB$ ,  $OC = OD$ ,  $BC = 5$  sm va  $AO + OC = 7$  sm bo'lsa,  $AOD$  uchburchak perimetrini toping.

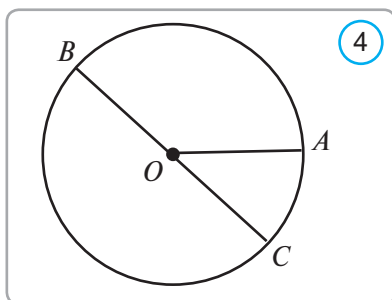
A) 5 sm      B) 7 sm  
 D) 12 sm      E) 17 sm

13. Agar 3-rasmda  $a \parallel b$  va  $b \parallel c$  bo'lsa,  $x = ?$

A)  $60^\circ$       B)  $70^\circ$       D)  $80^\circ$       E)  $90^\circ$

14.  $ABC$  uchburchakda  $\angle A = 50^\circ$  va  $\angle B = 70^\circ$  bo'lsa, uning katta tomonini aniqlang.

A)  $AB$       B)  $BC$       D)  $AC$   
 E) aniqlab bo'lmaydi.



15. Agar 4-rasmda  $O$  — aylana markazi,  $AO = 4$  sm bo'lsa,  $BC$  kesma uzunligini toping.

A) 4 sm      B) 5 sm  
 D) 2 sm      E) 8 sm

16. 5-rasmda tasvirlangan uchburchakning kichik burchagini toping.

A)  $30^\circ$       B)  $45^\circ$   
 D)  $60^\circ$       E)  $90^\circ$

17. Uchburchakning bir balandligi uni perimetrlari 25 sm va 29 sm bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Agar berilgan uchburchak perimetri 40 sm bo'lsa, uning balandligini toping.

A) 10 sm      B) 7 sm      D) 5 sm      E) 9 sm

18.  $120^\circ$  ga teng burchakka qo'shni burchaklar yig'indisini toping.

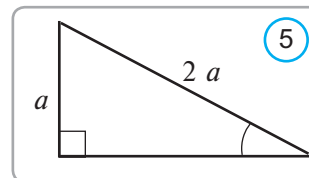
A)  $30^\circ$       B)  $45^\circ$       D)  $180^\circ$       E)  $120^\circ$

19.  $ABC$  uchburchakning  $C$  burchagi  $70^\circ$  ga teng bo'lsa,  $A$  va  $B$  burchaklari bissektrisalari orasidagi burchakni toping.

A)  $55^\circ$       B)  $60^\circ$       D)  $65^\circ$       E)  $75^\circ$

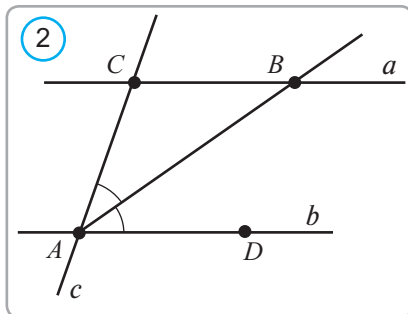
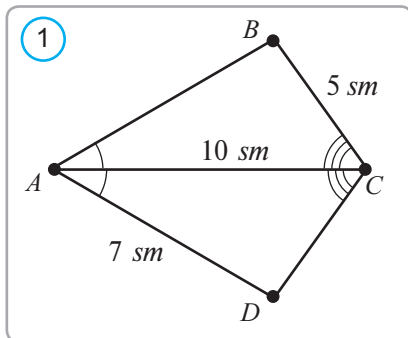
20.  $ABCD$  to'g'ri to'rtburchakning  $A$  va  $D$  uchlaridan chiqarilgan bissektrisalar  $BC$  tomonni 3 ta teng qismga ajratadi. Agar to'g'ri to'rtburchakning tomonlari butun sonlardan iborat bo'lib,  $AB = 5$  bo'lsa, uning perimetrini toping.

A) 20      B) 30      D) 40      E) 80



## 6. Masalalar

1. Teng yonli  $ABC$  uchburchakning uchidan  $AB$  asosiga o'tkazilgan bissektrisasi uni ikkita uchburchakka ajratadi. Bu uchburchaklarning tengligini isbotlang.
2. Perimetri 30 sm bo'lgan uchburchakning bir tomoni ikkinchi tomonidan 2 sm katta, uchinchi tomonidan esa 2 sm kichik. Uchburchakning katta tomonini toping.
3. Uchburchakning asosiga tushirilgan medianasi uni perimetri 18 sm va 24 sm ga teng ikki uchburchakka ajratadi. Berilgan uchburchakning kichik yon tomoni 6 sm ga teng. Uchburchakning katta yon tomonini toping.
4. Uchburchakning 5 ga teng bo'lgan balandligi uni perimetri 18 va 26 bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. Berilgan uchburchakning perimetrini toping.
5. Teng yonli uchburchakning perimetri 7,6 sm ga, asosi esa 2 sm ga teng. Yon tomonini toping.
6.  $AB$  va  $CD$  to'g'ri chiziqlar  $O$  nuqtada kesishadi.  $BOC$  va  $AOD$  burchaklarning yig'indisi  $194^\circ$  ga teng.  $AOC$  burchakni toping.
7.  $ABC$  uchburchakda  $A$  burchak  $C$  burchakka teng,  $AD$  balandlik esa  $BC$  tomonni teng ikkiga bo'ladi. Agar  $BD = 7,8$  sm bo'lsa,  $AC$  ni toping.
8. Teng yonli uchburchakning yon tomoniga tushirilgan balandligi bilan ikkinchi yon tomoni orasidagi burchak  $20^\circ$  ga teng. Uchburchakning asosidagi burchagini toping.
9.  $B$  burchakning bissektrisasida yotgan  $D$  nuqtadan burchakning tomonlariga  $DA$  va  $DC$  perpendikularlar o'tkazilgan.  $DA = DC$  ekanini isbotlang.
10. Agar  $A$ ,  $B$  va  $C$  nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotib,  $AC = 7$  m va  $BC = 9$  m bo'lsa,  $AB$  kesmaning uzunligini toping.



Yakuniy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi. Birinchi qismda 65–66-darslarda ko'rilgan diktant va test savollariga o'xshash 5 ta diktant va 10 ta testni yechish taklif qilinadi. Nazorat ishining ikkinchi qismida quyidagi variantda berilgan masalalarga o'xshash 5 ta masala berilishi mumkin.

#### Yakuniy yozma nazorat ishi namunasi.

1. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan  $17^\circ$  kichik. Shu burchaklarni toping.
2. 1-rasmda berilgan ma'lumotlar asosida  
a)  $\triangle ABC = \triangle ADC$  ekanligini isbotlang;  
b)  $\triangle ACD$  uchburchak perimetrini toping.
3. 2-rasmda  $a \parallel b$  va  $AB$  —  $\angle CAD$  burchak bissektisasi,  $AC = 7$  sm.  $BC$  kesma uzunligini toping.
4. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan tushirilgan balandligi uning bissektisasi ham bo'ladi. Bu uchburchak burchaklarini yasang.
5. Berilgan burchakka teng burchak va uning bissektisasini yasang.

#### Javoblar va ko'rsatmalar

1. 11. 8 ta.
2. 1. a) istalgancha; b) bitta; c) bitta yoki umuman o'tkazib bo'lmaydi. 2. Yo'q. 5. a) 3 ta; b) 6 ta. 7. Yo'q. 9. A nuqtada kesishadi. 10. Bitta. 11. Beshta. 12. Oltita; o'nta.
3. 1. A va C; A va D; A va B. 3. Ha; yo'q. 5. a) 2 ta; b) 3 ta; c) 4 ta; d) 11 ta; e)  $n+1$  ta. 6. 6 ta. 7. 6 ta. 8. 4 ta, 6 ta. 9. 3 yoki 4 ta. 10. Ha.
4. 4. a) va d). 5. 2 va 5; 6 va 9. 7. 3 va 14; 4 va 10; 6 va 9; 5 va 12. 11. 6 ta AB, BC, CD; AC; AD; BD.
5. 3. 6,6. 4. 1. 5. 9. 6. 4,3 sm; 6,5 sm; 1,2 sm; 2,5 sm; 1,3 sm. 7. 12,8 sm. 8. 0,8. 10. 800 m yoki 400 m. 11. 5 yoki 0,2. 15. B nuqta A va C nuqtalar orasida yotadi.
6. 7. 38,1 sm; 43,18 sm; 48,26 sm.
7. 5.  $\angle AOB$ ,  $\angle AOC$ ,  $\angle AOD$ ,  $\angle AOE$ ,  $\angle BOC$ ,  $\angle BOD$ ,  $\angle BOE$ ;  $\angle COD$ ;  $\angle COE$ ,  $\angle DOE$ , 10 ta. 10. Ha; yo'q, yo'q.

**ABDULLA AZAMOV, BAHODIR HAYDAROV, ERGASHVOY SARIQOV  
ATAMURAT QO'CHQOROV, ULUG'BEK SAG'DIYEV**

## **“GEOMETRIYA”**

Umumiy o'tra ta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik

Toshkent — “Yangiyo'l poligraf servis” — 2013  
Nashriyot litsenziyasi AI №185, 10.05.2011 y.

Muharrir — *B. Azimov*  
Texnik muharrir — *M. Rixsiyev*

Original-maketdan bosishga ruxsat etildi 12.07.2013. Bichimi 70x90<sup>1</sup>/16. «Arial» garniturası.

Ofset bosma usulda bosildi. Shartli bosma tabog'i 11,7. Bosma tabog'i 10,0.

Nusxasi \_\_\_\_\_. Buyurtma N\_\_\_\_\_.

Shartnoma N\_\_\_\_\_.

**112001, “Yangiyo'l poligraf servis” MCHJ bosmaxonasida bosildi.  
Toshkent viloyati, Yangiyo'l tumani, Samarqand ko'chasi, 44.**