4-мисол. X тасодифий миқдорнинг интеграл функцияси (тақсимот функцияси) $F(x)$ берилган. $Y=-\frac{2}{3}X+2$ тасодифий миқдорнинг тақсимот функцияси $G(y)$ ни топинг.

Ечиш. Тақсимот функциясининг таърифига кўра: $G(y)=P(Y<y)$. Бироқ, $y=-\frac{2}{3}x+2$ — камаювчи функция, шунинг учун $Y<y$ тенгсизлик $X>x$ тенгсизлик бажарилгандагина ўринли бўлади.

Демак,

$$G(y)=P(Y<y)=P(X>x)$$

$X<x$ ва $X>x$ қарама-қарши ҳодисалар, шунинг учун

$$P(X<x)+P(X>x)=1 \text{ ва } P(X>x)=1-P(X<x)=1-F(x).$$

Шуидай қилиб, $G(y)=1-F(x)$.

$y=-\frac{2}{3}x+2$ тенгламадан x ни топамиз:

$$x=\frac{3}{2}(2-y).$$

Узил-кесил қуйидагига эга бўламиз.

$$G(y)=1-F\left[\frac{3}{2}(2-y)\right]$$

5-мисол. X тасодифий миқдор $(0;\ \pi)$ оралиқда $f(x)=\frac{1}{2}\sin x$ зичлик функция билан берилган; бу оралиқдан ташқарида $f(x)=0$. $Y=X^2$ нинг зичлик функцияси $g(y)$ ни ва $M(Y)$ математик кутилишни топинг.

Ечиш. $y=x^2=\varphi(x)$ функция $(0,\ \pi)$ оралиқда қатъий ўсувчи бўлгани учун:

$$g(y)=f[\psi(y)]\cdot|\psi'(y)|.$$

$\psi(y)=\sqrt{y}$ $y=x^2$ функцияга тескари функция,

$$\psi'(y)=\frac{1}{2\sqrt{y}},\ |\psi'(y)|=\frac{1}{2\sqrt{y}},$$

$$g(y)=\frac{1}{2}\sin\sqrt{y}\cdot\frac{1}{2\sqrt{y}}=\frac{\sin\sqrt{y}}{4\sqrt{y}}.$$

$y=x^2$ ва $0<x<\pi$ бўлгани учун $0<y<\pi^2$, демак, Y нинг мумкин бўлган қийматлари $(0;\ \pi^2)$ оралиқда жойлашган.

$$M(Y)=\int_0^{\pi^2} y\cdot g(y)dy=\frac{1}{4}\int_0^{\pi^2} y\cdot\frac{\sin\sqrt{y}}{\sqrt{y}}dy=$$

$$\left.\begin{matrix} y=t^2 \\ dy=2tdt \end{matrix}\right| \begin{matrix} y=0,\ t=0 \\ y=\pi^2,\ t=\pi \end{matrix}$$

$$=\frac{1}{4}\int_0^{\pi} t^2\cdot\frac{\sin t}{t}\cdot 2tdt=\frac{1}{2}\int_0^{\pi} t^2\sin tdt=\frac{1}{2}(\pi^2-4).$$

6-мисол. X ва Y боғлиқмас дискрет тасодифий миқдорлар ушбу тақсимот қонунлари орқали берилган:

X	1	3
P	0,3	0,7

Y	2	4
P	0,6	0,4

$Z=X+Y$ тасодифий миқдорнинг тақсимот қонунини топинг.

Ечиш. Z нинг мумкин бўлган қийматларини топамиз:

$$z_1=1+2=3;\ z_2=1+4=5;\ z_3=3+2=5;\ z_4=3+4=7.$$

Бу мумкин бўлган қийматларнинг эҳтимолликларини топамиз.

X ва Y аргументлар боғлиқмас (эркли) бўлгани учун $X=1$ ва $Y=2$ ҳодисалар ҳам боғлиқмас. Шунинг учун $P(Z=3)=P(X=1)\cdot P(Y=2)=0{,}3\cdot0{,}6=0{,}18$. Худди шундай:

$$P(Z=5)=P(X=1)\cdot(Y=4)=0{,}3\cdot0{,}4=0{,}12,$$
$$P(Z=5)=P(X=3)\cdot(Y=2)=0{,}7\cdot0{,}6=0{,}42,$$
$$P(Z=7)=P(X=3)\cdot(Y=4)=0{,}7\cdot0{,}4=0{,}28.$$

$Z=z_2=5$ ва $Z=z_3=5$ биргаликда бўлмаган ҳодисалар, уларнинг эҳтимолликлари қўшилади, яъни

$$0{,}12+0{,}42=0{,}54.$$

Шундай қилиб, изланаётган тақсимот қонуни қуйидаги кўринишда бўлади:

Z	3	5	7
P	0,18	0,54	0,28

7-мисол. X ва Y боғлиқмас тасодифий миқдорлар зичлик функциялари билан берилган:

$$f_1(x)=e^{-x}\ (0\leqslant x<\infty),$$
$$f_2(y)=\frac{1}{2}e^{-y/2}\ (0\leqslant y<\infty).$$

$Z=X+Y$ тасодифий миқдорнинг зичлик функциясини топинг.

Ечиш. Аргументларнинг мумкин бўлган қийматлари манфий эмас. Қуйидаги формуладан фойдаланамиз:

$$g(z)=\int_0^z f_1(x)\cdot f_2(z-x)\,dx=$$

$$=\int_0^z e^{-x}\left[\frac{1}{2}e^{-(z-x)/2}\right]dx=\frac{1}{2}\int_0^z e^{-x}\cdot e^{-\frac{z}{2}+\frac{x}{2}}\,dx=$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^z e^{-x}\cdot e^{-\frac{z}{2}}\cdot e^{\frac{x}{2}}dx=\frac{1}{2}e^{-\frac{z}{2}}\int_0^z e^{-\frac{x}{2}}dx=$$

$$=-\frac{1}{2}e^{-\frac{z}{2}}\cdot 2\int_0^z e^{-\frac{x}{2}}d\left(-\frac{x}{2}\right)=$$

$$=-e^{z/2}\cdot e^{-x/2}\Big|_0^z=-e^{-z/2}(e^{-z/2}-1)=e^{-z/2}(1-e^{-z/2}).$$

Демак, $(0;\ \infty)$ оралиқда:

$$g(z)=e^{-z/2}[1-e^{-z/2}],$$

бу оралиқдан ташқарида: $g(z)=0$.

7- дарсхона топшириғи

1. X тасодифий миқдор ушбу тақсимот қонуни билан берилган:

X	-2	-1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Y тасодифий миқдорнинг тақсимот қонунини топинг:
а) $Y=X^2+1$; б) $Y=2^x$.
$M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $M(Y)$, $D(Y)$, $\sigma(Y)$ ларни ҳисобланг.
Ж: $M(X)=0{,}1$; $D(X)=1{,}29$; $\sigma(X)\approx 1{,}136$,

а)

Y	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

б)

Y	0,25	0,5	1	2	4
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

а) $M(Y)=2{,}3$; $D(Y)=2{,}01$; $\sigma(Y)\approx 1{,}42$;
б) $M(Y)=1{,}425$; $D(Y)\approx 1{,}13$; $\sigma(Y)=1{,}06$.

2. X тасодифий миқдор ушбу тақсимот қонуни билан берилган:

X	-1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,5	0,2

$Y=|X|$ тасодифий миқдорнинг тақсимот функцияси $G(y)$ ни топинг
Ж:

$$G(y)=\begin{cases}0, \text{ агар } y\leqslant 0,\\ 0{,}2, \text{ агар } 0<y\leqslant 1,\\ 0{,}8, \text{ агар } 1<y\leqslant 2,\\ 1, \text{ агар } y>2.\end{cases}$$

3. X тасодифий миқдор $\left(-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right)$ оралиқда текис тақсимланган. $Y=\cos X$ тасодифий миқдорнинг зичлик функцияси $g(y)$ ни топинг.

Ж: $(0;1)$ оралиқда: $g(y)=\dfrac{2}{\pi\sqrt{1-y^2}}$; бу оралиқдан ташқарида $g(y)=0$.

4. X тасодифий миқдорнинг тақсимот функцияси $F(x)$ берилган. $Y=-5X+1$ тасодифий миқдорнинг тақсимот функцияси $G(y)$ ни топинг.

Ж: $G(y)=1-F\left[\frac{1}{5}(1-y)\right]$.

5. X тасодифий миқдор $\left(0;\ \frac{\pi}{2}\right)$ оралиқда $f(x)=\cos x$, бу оралиқдан ташқарида $f(x)=0$ бўлган зичлик функцияси билан берилган. $Y=X^2$ функциянинг математик кутилишини топинг.

Ж: $M(Y)=\dfrac{\pi^2-8}{4}$.

6. X ва Y дискрет тасодифий миқдорлар тақсимот қонунлари билан берилган:

X	10	12	16
P	0,4	0,1	0,5

Y	1	2
P	0,2	0,8

$Z=X+Y$ тасодифий миқдорнинг тақсимот қонунини топинг.
Ж:

Z	11	12	13	14	17	18
P	0,08	0,32	0,02	0,08	0,10	0,40

7. X ва Y боғлиқмас тасодифий миқдорлар ўзларининг зичлик функциялари билан берилган:

$$f_1(x)=\frac{1}{3}e^{-x/3} \quad (0\leqslant x<\infty),$$

$$f_2(y)=\frac{1}{5}e^{-y/5} \quad (0\leqslant y<\infty).$$

$Z=X+Y$ тасодифий миқдорнинг зичлик функциясини топинг.

Ж: $g(z)=\begin{cases} \frac{1}{2}e^{-z/5}\left(1-e^{-2z/5}\right), \text{ агар } z\geqslant 0, \\ 0, \text{ агар } z<0. \end{cases}$

8. X ва Y боғлиқмас тасодифий миқдорларнинг ҳар бири $[0;\ 2\pi]$ кесмада текис тақсимланган. $Z=X+Y$ тасодифий миқдорнинг тақсимот қонунини топинг.

Ж: $g(z)=\begin{cases} 0, \text{ агар } z\leqslant 0, \\ 0{,}25z, \text{ агар } 0<z<2, \\ 1-0{,}25z, \text{ агар } 2<z\leqslant 4, \\ 0, \text{ агар } z>4. \end{cases}$

7- мустақил иш

1. X тасодифий миқдор ушбу тақсимот қонуни билан берилган:

X	–2	–1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

$Y=2X-1$ тасодифий миқдорнинг тақсимот қонунини топинг.

Ж:

Y	–5	–3	–1	1	3
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

2. X тасодифий миқдор ушбу тақсимот қонуни билан берилган:

X	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
P	0,2	0,7	0,1

а) $Y=\sin X$ тасодифий миқдорнинг тақсимот қонунини топинг.
б) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $M(Y)$, $D(Y)$, $\sigma(Y)$ ларни ҳисобланг.

Ж: а)

Y	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
P	0,3	0,7

б) $M(X)\approx 1{,}49$; $D(X)\approx 0{,}92$; $\sigma(X)\approx 0{,}96$,
$M(Y)=0{,}895$; $D(Y)\approx 0{,}04$; $\sigma(Y)=0{,}2$.

3. X тасодифий миқдор ушбу тақсимот қонуни билан берилган:

X	—1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,5	0,2

$Y=X^2-1$ тасодифий миқдорнинг тақсимот функцияси $G(y)$ ни топинг.

Ж: $G(y)=\begin{cases} 0, \text{ агар } y\leqslant -1, \\ 0{,}2, \text{ агар } -1<y\leqslant 0, \\ 0{,}8, \text{ агар } 0<y\leqslant 3, \\ 1 \text{ агар } y>3. \end{cases}$

4. X тасодифий миқдорнинг зичлик функцияси берилган.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{\pi}, \text{ агар } x\in\left(-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right), \\ 0, \text{ агар } x\bar{\in}\left(-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$Y=\operatorname{tg}X$ тасодифий миқдорнинг зичлик функцияси $g(y)$ ни топинг.

Ж: $g(y)=\dfrac{2}{\pi(1+y^2)}$, $-\infty<y<+\infty$.

5. X тасодифий миқдорнинг тақсимот функцияси $F(x)$ берилган бўлса, а) $Y=4X+6$; б) $Y=aX+b$ тасодифий миқдорларнинг тақсимот функцияларини топинг.

Ж: а) $G(y)=F\left[\frac{y-6}{4}\right]$;

б) $G(y)=F\left[\frac{y-b}{a}\right]$, $a>0$ да;

$G(y)=1-F\left[\frac{y-b}{a}\right]$, $a<0$ да.

6. X тасодифий миқдор $\left(0;\ \frac{\pi}{2}\right)$ оралиқда $f(x)=\cos x$, бу оралиқ-

лан ташқарида $f(x)=0$ бўлган зичлик функцияси билан берилган. $Y=X^2$ функциянинг дисперсиясини топинг. Ж: $20-2\pi^2$

7. X ва Y дискрет тасодифий миқдорлар ушбу тақсимот қонунлари билан берилган:

X	4	10
P	0,7	0,3

Y	1	7
P	0,8	0,2

$Z=X+Y$ тасодифий миқдорнинг тақсимот қонунини топинг.

Ж.

Z	5	11	17
P	0,56	0,38	0,06

8. X ва Y тасодифий миқдорлар боғлиқмас ва ҳар бири $[0, 1]$ кесмада текис тақсимланган. $Z=X+Y$ тасодифий миқдорнинг зичлик функциясини топинг.

$$Ж:\ g(z)=\begin{cases} 0, \text{ агар } z<0, \\ z, \text{ агар } 0\leqslant z<1, \\ 2-z, \text{ агар } 1<z\leqslant 2, \\ 0, \text{ агар } z>2. \end{cases}$$

8-§. Икки ўлчовли боғлиқ тасодифий миқдорлар. Корреляция моменти ва корреляция коэффициенти

14.8.1. Мумкин бўлган қийматлари (x, y) сонлар жуфти билан аниқланувчи (X, Y) тасодифий миқдорлар системаси *икки ўлчовли тасодифий миқдор* дейилади.

Ташқил этувчилари X ва Y дискрет бўлган икки ўлчовли тасодифий миқдор *дискрет* дейилади. Ташкил этувчилари X ва Y узлуксиз бўлган икки ўлчовли тасодифий миқдор *узлуксиз* дейилади.

Икки ўлчовли тасодифий миқдорнинг мумкин бўлган қийматлари ва уларнинг эҳтимолликлари орасидаги мослик икки ўлчовли тасодифий миқдорнинг *тақсимот қонуни* дейилади.

Икки ўлчовли дискрет тасодифий миқдорнинг тақсимот қонуни қуйидаги усулларнинг бири орқали берилиши мумкин:

а) мумкин бўлган қийматлар ва уларнинг мос эҳтимолликлари ёзилган жадвал кўринишида

X	x_1	x_2	...	x_n
y_1	p_{11}	p_{12}	...	p_{1m}
y_2	p_{21}	p_{22}	...	p_{2m}
...	...	...	...	...
y_n	p_{nl}	p_{n2}	...	p_{nm}

$$P_{ij}>0,\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m} \text{ ва } \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p_{ij}=1.$$

б) аналитик усулда (интеграл функция кўринишида)

14.8.2. Икки ўлчовли тасодифий миқдор тақсимотининг *интеграл функцияси* деб

$$F(x, y)=P(X<x, Y<y)$$

функцияга айтилади.

Интеграл функциянинг асосий хоссалари.

1. $0\leqslant F(x, y)\leqslant 1$.

2. Интеграл функция ҳар қайси аргументи бўйича камаймайдиган функциядир:

агар $x_2>x_1$ бўлса, $F(x_2, y)\geqslant F(x_1, y)$,

агар $y_2>y_1$ бўлса, $F(x, y_2)\geqslant F(x, y_1)$.

3. $F(-\infty, y)=0$, $F(-\infty, -\infty)=0$,

$F(x, -\infty)=0$, $F(+\infty, +\infty)=1$.

4. $y=+\infty$ да $F(x, y)$ интеграл функция X ташкил этувчининг интеграл функциясига айланади:

$$F(x, +\infty)=F_1(x).$$

$x=+\infty$ да $F(x, y)$ интеграл функция Y ташкил этувчининг интеграл функциясига айланади:

$$F(+\infty, y)=F_2(y).$$

Қуйидаги формула ўринли

$$P(x_1<X<x_2, y_1<Y<y_2)=$$

$$=[F(x_2, y_2)-F(x_1, y_2)]-[F(x_2, y_1)-F(x_1, y_1)].$$

14.8.3. Икки ўлчовли узлуксиз тасодифий миқдорнинг *зичлик функцияси* деб интеграл функциядан олинган иккинчи тартибли аралаш хусусий ҳосилага айтилади:

$$f(x, y)=\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x\partial y}.$$

Зичлик функцияни билган ҳолда ушбу формула бўйича интеграл функцияни топиш мумкин:

$$F(x,y)=\int_{-\infty}^{y}\int_{-\infty}^{x} f(x,y)\,dxdy.$$

$f(x, y)$ зичлик функцияга эга тасодифий нуқта (X, Y) нинг D соҳага тушиш эҳтимоллиги ушбу тенглик орқали аниқланади:

$$P[(X, Y)\subset D]=\iint_D f(x,y)\,dxdy.$$

Зичлик функция қуйидаги хоссаларга эга:

1. $f(x, y)\geqslant 0.$

2. $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\,dxdy=1.$

Агар (X, Y) нинг мумкин бўлган барча қийматлари чекли D соҳага тегишли бўлса, 2- хосса қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\iint_D f(x,y)\,dxdy=1.$$

14.8.4. Икки ўлчовли дискрет тасодифий миқдорнинг сонли характеристикалари: 1. Системани ташкил этувчи X ва Y дискрет тасодифий миқдорларнинг математик кутилиши қуйидаги формулалар бўйича аниқланади:

$$M(X)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_i p_{ij},$$

$$M(Y)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} y_i p_{ij}.$$

Агар X ва Y тасодифий миқдорлар боғлиқмас бўлса, у ҳолда бу тасодифий миқдорларнинг тақсимот қонунларидан $M(X)$ ва $M(Y)$ ни қуйидаги формулалар орқали топиш мумкин:

$$M(X)=\sum_{k=1}^{m} x_k p_k,$$

$$M(Y)=\sum_{i=1}^{n} y_i p_i.$$

2. X ва Y тасодифий миқдорларнинг дисперсиялари ушбу формулалардан топилади:

$$D(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}(x_i-M(X))^2,$$

$$D(Y)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} P_{ij}(y_i-M\ Y\ )^2.$$

Дисперсияларни ҳисоблашда қуйидаги формулалардан ҳам фойдаланиш мумкин:

$$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2,$$
$$D(Y)=M(Y^2)-[M(Y)]^2.$$

3. X, Y дискрет тасодифий миқдорларнинг ўртача квадратик четланиши

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)},\ \sigma(Y)=\sqrt{D(Y)}$$

формулалар ёрдамида аниқланади.

14.8.5. Икки ўлчовли узлуксиз тасодифий миқдорнинг сонли характеристикалари: 1. Узлуксиз тасодифий миқдорларнинг математик кутилиши ушбу формула бўйича ҳисобланади:

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x, y)\,dxdy,$$

$$M(Y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} yf(x, y)\,dxdy,$$

бу ерда $f(x, y)$ — зичлик функция.

2. Системага кирувчи X ва Y узлуксиз тасодифий миқдорларнинг дисперсиялари қуйидаги формулалар бўйича топилади:

$$D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}[x-M(X)]^2 f(x,y)\,dxdy=$$
$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}x^2 f(x,y)\,dxdy-[M(X)]^2,$$

$$D(Y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}[y-M(Y)]^2 f(x,y)\,dxdy=$$
$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}y^2 f(x,y)\,dxdy-[M(Y)]^2,$$

бу ерда $f(x, y)$ — зичлик функция.

3. X ва Y тасодифий миқдорларнинг ўртача квадратик четланишлари қуйидаги формулалардан аниқланади:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}, \quad \sigma(Y)=\sqrt{D(Y)}.$$

14.8.6. Тасодифий миқдорлар системалари назариясида *корреляция моменти* (ковариация) K_{xy} муҳим роль ўйнайди. Дискрет тасодифий миқдорлар учун:

$$K_{xy}=\sum_i \sum_j (x_i-M(X))\,(y_i-M(Y))\,p_{ij}.$$

Узлуксиз тасодифий миқдорлар учун:

$$K_{xy}=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}[x-M(X)][y-M(Y)]f(x,y)\,dxdy.$$

Корреляция моментини яна қуйидагича ҳам топиш мумкин: $K_{xy}=M(X\cdot Y)-M(X)M(Y)$, бу ерда

$$M(X\cdot Y)=\sum_i \sum_j x_i y_j p_{ij},$$

узлуксиз тасодифий миқдорлар учун эса

$$M(X\cdot Y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xyf(x,y)\,dxdy.$$

Корреляция моментининг асосий хоссаси: агар X ва Y — боғлиқмас (эркли) бўлса, $K_{xy}=0$.

14.8.7. X ва Y тасодифий миқдорнинг *корреляция коэффициенти* деб

$$r_{xy}=\frac{K_{xy}}{\sigma(X)\sigma(Y)}$$

сонга айтилади.

Корреляция коэффициентининг хоссалари:

1. Агар X ва Y — боғлиқмас тасодифий миқдорлар бўлса, у ҳолда $r_{xy}=0$.
2. r_{xy} — ўлчамсиз катталик (миқдор), шу билан бирга $|r_{xy}|\leqslant 1$.
3. Агар $Y=AX+B$, бу ерда A ва B — ўзгармас сонлар бўлса, $|r_{xy}|=1$.

14.8.8. $f(x,y)$ зичлик функцияга эга бўлган (X,Y) система учун X ва Y боғлиқ бўлмаса

$$f(x,y)=f_1(x)\cdot f_2(y)$$

бўлади, бу ерда мос ҳолда $f_1(x)$ — X нинг, $f_2(y)$ — Y нинг зичлик функцияси.

14.8.9. Иккита боғлиқ X ва Y тасодифий миқдорларнинг дисперсияси учун қуйидаги формула ўринли:

$$D(X+Y)=D(X)+D(Y)+2K_{xy}.$$

Хусусий ҳолда, агар X ва Y тасодифий миқдорлар боғлиқ бўлмаса, у ҳолда

$$D(X+Y)=D(X)+D(Y).$$

1- мисол. Дискрет икки ўлчовли (X, Y) тасодифий миқдорлар системасининг тақсимот қонуни берилган:

Y \ X	3	10	12
4	0,17	0,13	0,25
5	0,10	0,30	0,05

Ташкил этувчи X ва Y миқдорларнинг тақсимот қонунларини топинг.

Ечиш. X нинг мумкин бўлган қийматлари эҳтимолликларини топамиз, бунинг учун эҳтимолликларни «устун бўйича» қўшиб чиқамиз:

$$P(X=3)=0{,}17+0{,}10=0{,}27,$$
$$P(X=10)=0{,}13+0{,}30=0{,}43,$$
$$P(X=12)=0{,}25+0{,}05=0{,}30.$$

Демак,

X	3	10	12
P	0,27	0,43	0,30

— ташкил этувчи X нинг тақсимот қонуни.

Текшириш. $0{,}27+0{,}43+$ $+0{,}30=1$.

Y нинг мумкин бўлган қийматлари эҳтимолликларини топамиз, бунинг учун эҳтимолликларни «сатр бўйича» қўшиб чиқамиз:

$$P(Y=4)=0{,}17+0{,}13+0{,}25=0{,}55,$$
$$P(Y=5)=0{,}10+0{,}30+0{,}05=0{,}45$$

Ташкил этувчи Y нинг тақсимот қонуни қуйидагича бўлади:

Y	4	5
P	0,55	0,45

Текшириш: $0{,}55+0{,}45=1$.

2- мисол. Тасодифий миқдорлар системаси (X,Y) нинг тақсимот қонуни берилган:

X \ Y	1	2	3
1	1/18	1/12	1/36
2	1/9	1/6	1/18
3	1/6	1/4	1/12

$M(X)$, $M(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, r_{xy} ларни топинг.

Ечиш. $M(X)=1\cdot\frac{1}{18}+2\cdot\frac{1}{9}+3\cdot\frac{1}{6}+1\cdot\frac{1}{12}+2\cdot\frac{1}{6}+$

$$+3\cdot\frac{1}{4}+1\cdot\frac{1}{36}+2\cdot\frac{1}{18}+3\cdot\frac{1}{12}=\frac{7}{3},$$

$$M(Y)=1\cdot\frac{1}{18}+2\cdot\frac{1}{12}+3\cdot\frac{1}{36}+1\cdot\frac{1}{9}+2\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{18}+$$

$$+1\cdot\frac{1}{6}+2\cdot\frac{1}{4}+3\cdot\frac{1}{12}=\frac{11}{6}.$$

X ва Y тасодифий микдорларнинг дисперсиясини ҳисоблаш учун (X,Y) микдорлар системасидан $(\dot{X},\dot{Y})$ микдорлар системасига ўтамиз, бу ерда

$\dot{X}=X-M(X)$, $\dot{Y}=Y-M(Y)$,

$\dot{X}=X-\frac{7}{3}$, $\dot{Y}=Y-\frac{11}{6}$.

Жадвал тузамиз:

$\dot{X}$ \ $\dot{Y}$	—5/6	1/6	7/6
—4/3	1/18	1/12	1/36
—1/3	1/9	1/6	1/18
2/3	1/6	1/4	1/12

$$D(X)=\left(-\frac{4}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{18}+\left(-\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{9}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{6}+\left(-\frac{4}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{12}+$$

$$+\left(-\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{6}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{4}+\left(-\frac{4}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{36}+$$

$$+\left(-\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{18}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{12}=\frac{5}{9}.$$

$$D(Y)=\left(-\frac{5}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{18}+\left(-\frac{5}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6}+\left(-\frac{5}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6}+$$

$$+\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{12}+\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{4}+$$

$$+\left(\frac{7}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{36}+\left(\frac{7}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{18}+\left(\frac{7}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{12}=\frac{17}{36}.$$

$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\sigma(Y)=\sqrt{\frac{17}{36}}=\frac{\sqrt{17}}{6}.$$

$(\dot{X},\dot{Y})$ система таксимоти жадвалидан фойдаланиб, K_{xy} ни топамиз.

$$K_{xy}=\left(-\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{1}{18}+\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{12}+$$

$$\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{1}{36}+\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{1}{9}+\left(-\frac{1}{3}\right)\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+$$

$$+\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{1}{18}+\frac{2}{3}\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{4}+$$

$$+\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{1}{12}=-\frac{4}{3}\left(-\frac{5}{108}+\frac{1}{72}+\frac{7}{216}\right)-\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{5}{54}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{36}+\frac{7}{108}\right)+\frac{2}{3}\left(-\frac{5}{36}+\frac{1}{24}+\frac{7}{72}\right)=\frac{4}{3}\cdot 0-\frac{1}{3}\cdot 0+\frac{2}{3}\cdot 0=0.$$

$K_{xy}=0$ бўлгани учун корреляция коэффициенти ҳам нолга тенг бўлади: $r_{xy}=0$.

3-мисол. (X, Y) тасодифий микдорлар системаси қуйидаги зичлик функцияси билан берилган:

$$f(x,y)=\begin{cases} a\sin(x+y), & (x,y)\in D,\\ 0, & (x,y)\bar{\in} D.\end{cases}$$

$$D:\begin{cases} 0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2},\\ 0\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Қуйидагиларни топинг: а) a коэффициентни; б) $M(X)$, $M(Y)$ ни; в) $\sigma(X)$, $\sigma(Y)$ ни; г) r_{xy} ни.

Ечиш. а) a коэффициентни

$$a\cdot\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2}\sin(x+y)\,dy\,dx=1$$

тенгламадан топамиз.

$$a\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2}\sin(x+y)\,dy\,dx=-a\int_0^{\pi/2}\cos(x+y)\Big|_0^{\pi/2}dx=$$

$$=a\int_0^{\pi/2}(\sin x+\cos x)\,dx=a(\sin x-\cos x)\Big|_0^{\pi/2}=2a,\ a=\frac{1}{2}.$$

D сохада $f(x,y)=\frac{1}{2}\sin(x+y)$.

б) $$M(X)=\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2}x\sin(x+y)\,dy\,dx=\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}x\,dx\int_0^{\pi/2}\sin(x+y)\,dy=$$

$$=-\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\cos(x+y)\Big|_0^{\pi/2}x\,dx=-\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\left[\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos x\right]x\,dx=$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} x(\sin x+\cos x)\,dx = \frac{1}{2}\,x(\sin x-\cos x)\Big|_0^{\pi/2} - \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}(\sin x - \cos x)\,dx = \frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}(\cos x+\sin x)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4}.$$

Худди шунга ўхшаш:

в) $$\sigma^2(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} x^2\sin(x+y)\,dydx - \frac{\pi^2}{16} = -\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} x\cos(x+y)\Big|_0^{\pi/2} dx - \frac{\pi^2}{16} = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} x^2(\sin x+\cos x)\,dx - \frac{\pi^2}{16} = \frac{1}{2}\,x^2(\sin x-\cos x)\Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} x(\sin x-\cos x)\,dx - \frac{\pi^2}{16} =$$

$$= \frac{\pi^2}{8}+x(\sin x+\cos x)\Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2}(\sin x+\cos x)\,dx - \frac{\pi^2}{16} = \frac{\pi^2}{8}+\frac{\pi}{2}+(\sin x-\cos x)\Big|_0^{\pi/2} - \frac{\pi^2}{16} = \frac{\pi^2}{16}+\frac{\pi}{2}-2.$$

$$\sigma^2(Y) = \frac{\pi^2+8\pi-32}{16}.$$

г) $$K_{xy} = M(XY) - M(X)M(Y) = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} xy\sin(x+y)\,dydx -$$

$$+\frac{\pi^2}{16} = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} x\,dx\int_0^{\pi/2} y\sin(x+y)\,dy - \frac{\pi^2}{16} = -\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\Big[y\cos(x+y)\Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2}\cos(x+y)\,dy\Big]x\,dx - \frac{\pi^2}{16} = -\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} x\left[\frac{\pi}{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) + \sin x\right]dx - \frac{\pi^2}{16} =$$

$$= -\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} x\left(-\frac{\pi}{2}\sin x - \cos x+\sin x\right)dx - \frac{\pi^2}{16} = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} x\left(\frac{\pi}{2}\sin x+\cos x-\sin x\right)dx - \frac{\pi^2}{16} = \frac{1}{2}x\left(\sin x - \frac{\pi}{2}\cos x + \cos x\right)\Big|_0^{\pi/2} - \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\left(\sin x - \frac{\pi}{2}\cos x+\cos x\right)dx - \frac{\pi^2}{16} = \frac{\pi}{4} -$$

$$-\frac{1}{2}\left(\sin x - \frac{\pi}{2}\sin x - \cos x\right)\Big|_0^{\pi/2} - \frac{\pi^2}{16} = \frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}-\frac{\pi^2}{16} = \frac{8\pi-16-\pi^2}{16}.$$

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma(X)\sigma(Y)} = \frac{8\pi-16-\pi^2}{\pi^2+8\pi-32} \approx -\frac{0{,}73688}{3{,}00232} \approx -0{,}2454.$$

8- дарсхона топшириғи

1. Дискрет икки ўлчовли $(X,\ Y)$ тасодифий миқдор тақсимот қонуни орқали берилган:

$Y \backslash X$	26	30	41	50
2,3	0,05	0,12	0,08	0,04
2,7	0,09	0,30	0,11	0,21

Ташкил этувчи X ва Y тасодифий миқдорларнинг тақсимот қонунларини топинг.

Ж:

X	26	30	41	50
P	0,14	0,42	0,19	0,25

2. Иккита тасодифий миқдорлар системаси $(X,\ Y)$ нинг тақсимот қонуни берилган:

$Y \backslash X$	20	40	60
10	3λ	λ	0
20	2λ	4λ	2λ
30	λ	2λ	5λ

Қуйидагиларни топинг:
а) λ коэффициентни; б) $M(X)$, $M(Y)$ ни; в) $D(X)$, $D(Y)$ ни; г) r_{xy} ни.
Ж: а) $\lambda=1/20$; б) $M(X)=22$; $M(Y)=41$; в) $\sigma^2(X)=56$; $\sigma^2(Y)=259$; г) $r_{xy}=0{,}56$.

3. $(X,\ Y)$ тасодифий миқдорлар системаси қуйидаги зичлик функция орқали берилган:

$$f(x,y)=\begin{cases} axy, & x\in D,\\ 0, & x\bar{\in} D.\end{cases}$$

D соҳа $x+y-1=0$, $x=0$, $y=0$ тўғри чизиқлар билан чегараланган учбурчак.

Қуйидагиларни топинг: а) a коэффициентни; б) $M(X)$, $M(Y)$; в) $D(X)$, $D(Y)$; г) r_{xy}.

Ж: а) $a=24$; б) $M(X)=M(Y)=\frac{2}{5}$; в) $D(X)=D(Y)=\frac{1}{25}$;

г) $r_{xy}=-\frac{2}{3}$.

4. Икки ўлчовли $(X; Y)$ тасодифий миқдорнинг зичлик функцияси берилган:

$$f(x, y)=\frac{1}{\pi^2(1+x^2(1+y^2))}.$$

Қуйидагиларни топинг: а) $P(0<X<1,\ 0<Y<1)$ ни;
б) тақсимот функцияси $F(x, y)$ ни;
в) ҳар бир X ва Y тасодифий миқдорнинг зичлик функцияларини.

Ж: а) $P=\frac{1}{16}$; б) $F(x, y)=\frac{1}{\pi^2}\left(\operatorname{arctg}x+\frac{\pi}{2}\right)\left(\operatorname{arctg}y+\frac{\pi}{2}\right)$;

в) $f_1(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$; $f_2(y)=\frac{1}{\pi(1+y^2)}$.

8- мустақил иш

1. Тақсимот қонуни билан берилган икки ўлчовли тасодифий миқдор ташкил этувчиларининг тақсимот қонунларини топинг.

Y \ X	2	4	5
1	0,12	0,18	0,10
3	0,10	0,11	0,39

Ж:

X	2	4	5
P	0,22	0,29	0,49

Y	1	3
P	0,40	0,60

2. Тақсимот функция

$$F(x, y)=\left(\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{y}{3}+\frac{1}{2}\right)$$

бўлган икки ўлчовли (X, Y) тасодифий миқдорнинг X ва Y ташкил этувчилари синов натижасида $X<2$, $Y<3$ қийматларни қабул қилиши эҳтимоллигини топинг.

Ж: $P(x<2, Y<3)=\frac{9}{16}$.

3. Тасодифий миқдорлар системасининг зичлик функцияси

$$f(x, y)=\begin{cases} a^2-x^2-y^2, & \text{агар } x^2+y^2\leqslant a^2\ (a>0), \\ 0, & \text{агар } x^2+y^2>a^2 \end{cases}$$

бўлган тақсимот қонунига бўйсунади.

Қуйидагиларни топинг:
а) a коэффициентни;
б) $M(X)$, $M(Y)$;
в) $\sigma^2(X)$, $\sigma^2(Y)$;
г) r_{xy}.

Ж: а) $a\sqrt[4]{\frac{2}{\pi}}$; б) $M(X)=M(Y)=0$;

в) $\sigma^2(X)=\sigma^2(Y)=\frac{1}{3\sqrt{2\pi}}$; г) $r_{xy}=0$.

9- §. Вариацион қатор учун полигон ва гистограмма. Танланманинг асосий сонли характеристикалари

14.9.1. Текширилаётган аломат бўйича ўрганиладиган барча объектлар тўплами *бош тўплам* дейилади. *Танланма тўплам* ёки *танлама* деб текшириш учун олинган объектлар тўпламига айтилади.

Тўплам (танланма ёки бош тўплам) *ҳажми* деб бу тўпламдаги объектлар сонига айтилади.

Бирор X белгини (дискрет ёки узлуксиз) миқдор (сон) жиҳатидан ўрганиш учун бош тўпламдан n ҳажмли X_1, X_2,..., X_n танланма ажратилган бўлсин.

X белгининг кузатиладиган x_1, x_2,..., x_n қийматлари *вариантлар* дейилади.

Вариантларнинг ўсиб бориш тартибида ёзилган кетма-кетлиги *вариацион қатор* дейилади.

Танланманинг *статистик тақсимоти* деб вариантлар ва уларга мос частоталар ёки нисбий частоталардан иборат жадвалга айтилади:

X_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k

ёки

X_i	x_1	x_2	...	x_k
W_i	n_1/n	n_2/n	...	n_k/n

Барча частоталар йиғиндиси танланма ҳажмига тенг, яъни $n_1+n_2+...+n_k=n$, бу ерда n_1, n_2,..., n_k— частоталар.

Барча нисбий частоталар йиғиндиси бирга тенг, яъни $w_1+w_2+...+w_k=1$, бу ерда $w_1=n_1/n$, $w_2=n_2/n$,..., $w_k=n_k/n$ — нисбий частоталар.

Белги узлуксиз бўлса, унинг барча кузатиладиган қийматлари жойлашган оралиқ h узунликдаги қисмий оралиқларга бўлинади ва i-оралиққа тушган частоталар йиғиндиси (ёки нисбий частоталар йиғиндиси) топилади.

14.9.2. *Частоталар полигони* деб кесмалари (x_1, n_1), (x_2, n_2),..., (x_k, n_k) нуқталарни туташтирадиган синиқ чизиққа айтилади, бу ерда x_i — танланма варианталари, n_i — мос частоталар.

Нисбий частоталар полигони деб кесмалари (x_1, w_1), (x_2, w_2),..., (x_k, w_k) нуқталарни туташтирадиган синиқ чизиққа айтилади, бу ерда x_i — танланма варианталари; w_i — уларга мос нисбий частоталар.

Белгининг узлуксиз тақсимланишини яққол кўрсатиш учун *гистограммалар* деб аталувчи диаграммалардан фойдаланилади.

Частоталар гистрограммаси деб асослари h узунликдаги оралиқлар, баландликлари эса n_i/h (частота зичлиги) нисбатларга тенг бўлган тўғри тўртбурчаклардан иборат поғонавий фигурага айтилади.

$$S_i = h\cdot\frac{n_i}{h} = n_i \text{— қисмий } i\text{-тўғри тўртбурчакнинг юзи.}$$

$$S = \sum_{i=1}^{k} n_i = n \text{— частоталар гистограммаси юзи.}$$

Нисбий частоталар гистограммаси деб асослари h узунликдаги оралиқлар, баландликлари эса w_i/h (нисбий частота зичлиги) нисбатларга тенг бўлган тўғри тўртбурчаклардан иборат поғонавий фигурага айтилади.

$$S_i = h\cdot\frac{w_i}{h} = w_i \text{— қисмий } i\text{-тўғри тўртбурчакнинг юзи.}$$

$$S = \sum_{i=1}^{k} w_i = 1 \text{— нисбий частоталар гистограммасининг юзи.}$$

14.9.3. X белгили бош тўпламнинг тақсимот функцияси $F(x,\theta)$ бўлиб, θ — номаълум параметр бўлсин. X_1,..., X_n шу бош тўпламдан олинган танлама бўлсин. Танланманинг ихтиёрий функцияси $L(X_1,...,X_n)$ *статистика* дейилади.

Статистиканинг кузатилган қиймати $L(x_1,...,x_n)$ ни θ параметрнинг тақрибий қиймати сифатида олинади. Бу ҳолда $L=L(x_1,...,x_n)$ статистика θ параметрнинг *баҳоси* дейилади.

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ — танламанинг ўрта қиймати, $S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ танланманинг *дисперсияси* дейилади.

Агар $ML(X_1,...,X_n)=\theta$ шарт бажарилса, L баҳо θ параметр учун *силжимаган баҳо* дейилади.

Агар L баҳо ва ҳар қандай $\varepsilon>0$ учун

$$\lim_{n\to\infty} P(|L-\theta|\leqslant\varepsilon) = 1$$

бажарилса, L баҳо θ параметр учун *асосли баҳо* дейилади.

Агар L баҳо учун

$$\lim_{n\to\infty} D(L) = 0$$

бўлса, L баҳо θ параметр учун асосли баҳо бўлади.

Агар L баҳо учун

$$\lim_{n\to\infty} M(L) = \theta$$

бўлса, L баҳо θ параметр учун *асимптотик силжимаган баҳо* дейилади.

Агар θ параметрнинг L_1 ва L_2 силжимаган баҳолари берилган бўлиб, $D(L_1)<D(L_2)$ бўлса, L_1 баҳо L_2 баҳога нисбатан *самарали баҳо* дейилади.

Берилган n ҳажмли танланмада энг кичик дисперсияли баҳо *самарали баҳо* дейилади.

$\bar{X}$ бош тўплам ўрта қиймати учун силжимаган, асосли ва самарали баҳо бўлади.

S^2 бош тўплам дисперсияси учун асимптотик силжимаган, асосли баҳо бўлади.

$\frac{n}{n-1}S^2$ бош тўплам дисперсияси учун силжимаган, асосли баҳо бўлади. Танланманинг ўрта қиймати ва дисперсияларини ҳисоблашни соддалаштириш учун баъзан қуйидаги формулалардан фойдаланилади:

$$u_i = \frac{X_i - c}{h},\ i=\overline{1,n},$$

$$\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i,\ \bar{X} = \bar{u}\cdot h + c,$$

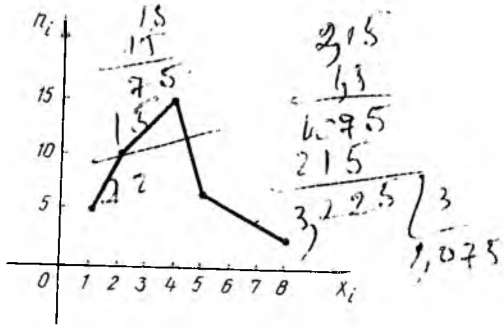
$$S_u^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2,$$

$$S_x^2 = h^2\cdot S_u^2,$$

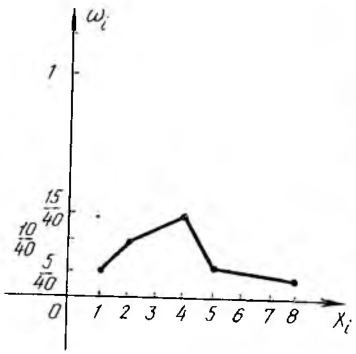
бу ерда c ва h сонлари ҳисоблашни енгиллаштирадиган қилиб танланади.

1-мисол. Берилган танланма тақсимоти бўйича частоталар ва нисбий частоталар полигонларини чизинг.

X_i	1	2	4	5	8
n_i	5	10	15	7	3



75- шакл



76- шакл

Ечиш. $n=5+10+15+7+3=40$ — танланма ҳажми. Нисбий частоталарни топамиз:

$$w_i=\frac{n_i}{n},\ w_1=\frac{5}{40},\ w_2=\frac{10}{40},\ w_3=\frac{15}{40},\ w_4=\frac{7}{40},$$

$$w_5=\frac{3}{40}.$$

X_i	1	2	4	5	8
w_i	5/40	10/40	15/40	7/40	3/40

75- шаклда частоталар полигони ва 76- шаклда нисбий частоталар полигони тасвирланган.

2- мисол. Берилган танланма тақсимоти бўйича частоталар ва нисбий частоталар гистограммаларини чизинг.

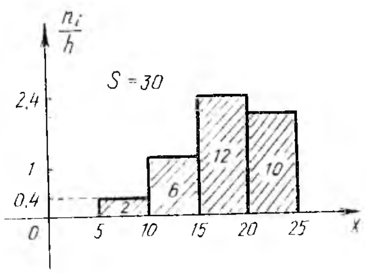
$X_i - X_{i+1}$	5—10	10—15	15—20	20—25
n_i	2	6	12	10
w_i	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$

Ечиш. $n=2+6+12+10=30$ — танланма ҳажми.

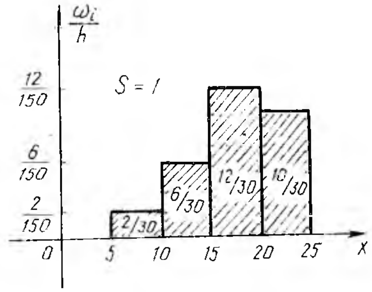
$$h=5,\ \frac{n_1}{h}=\frac{2}{5}=0{,}4;\ \frac{n_2}{h}=\frac{6}{5}=1{,}2;$$

$$\frac{n_3}{h}=\frac{12}{5}=2{,}4;\ \frac{n_4}{h}=\frac{10}{5}=2.$$

$$\frac{w_1}{h}=\frac{2}{150};\ \frac{w_2}{h}=\frac{6}{150};\ \frac{w_3}{h}=\frac{12}{150};\ \frac{w_4}{h}=\frac{10}{150}.$$



77- шакл



78- шакл

77- шаклда частоталар полигони ва 78- шаклда нисбий частоталар гистограммалари тасвирланган.

3- мисол. Бош тўпламдан $n=50$ ҳажмдаги танланма ажратилган:

X_i	2	5	7	10
n_i	16	12	8	14

Бош тўплам ўрта қийматининг силжимаган баҳосини топинг.

Ечиш. Бош тўплам ўрта қийматининг силжимаган баҳоси — танланманинг ўрта қиймати. Шунинг учун

$$\bar{X}=\frac{\Sigma X_i}{n}=\frac{16\cdot 2+12\cdot 5+8\cdot 7+14\cdot 10}{50}=5{,}76.$$

4- мисол. Бир асбоб ёрдамида стерженнинг узунлиги беш марта ўлчанганда (систематик хатоларсиз) қуйидаги натижалар олинган: 92, 94, 103, 105, 106.

а) стержен узунлигининг танланма ўрта қийматини топинг;

б) асбоб йўл қўйган хатоларнинг танланма дисперсиясини топинг.

Ечиш. а) Танлама ўрта қиймати $\bar{X}$ ни топиш учун шартли вариантлардан фойдаланамиз, чунки дастлабки вариантлар — катта сонлардир:

$$u_i=X_i-92$$

$$\bar{X}=92+\frac{0+2+11+13+14}{5}=92+8=100.$$

б) Танланма дисперсияни топамиз:

$$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n}=\frac{(92-100)^2+(94-100)^2+(103-100)^2}{5}+$$

$$+\frac{(105-100)^2+(106-100)^2}{5}=34.$$

5- мисол. $n=10$ ҳажмли танланманинг ушбу тақсимоти бўйича танланма ўрта қийматини топинг:

X_i	1250	1270	1280
n_i	2	5	3

Ечиш. Дастлабки варианталар катта сонлар, шунинг учун $u_i=x_i-1270$ шартли варианталарга ўтамиз:

u_i	−20	0	10
n_i	2	5	3

$$\overline{X}=C+\overline{u}=1270+\frac{2\cdot(-20)+5\cdot 0+3\cdot 10}{10}=1270-1=1269.$$

6- мисол. Ушбу $n=10$ ҳажмли танланма тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг.

X_i	186	192	194
n_i	2	5	3

Ечиш. $u_i=X_i-191$ шартли варианталарга ўтамиз:

u_i	−5	1	3
n_i	2	5	3

$$S_u^2=\frac{\Sigma n_i u_i^2}{n}-\left[\frac{\Sigma n_i u_i}{n}\right]^2=\frac{2\cdot 5^2\cdot 5\cdot 1^2+3\cdot 3^2}{10}-$$

$$-\left[\frac{2\cdot(-5)+5\cdot 1+3\cdot 3}{10}\right]^2=8{,}2-0{,}16=8{,}04.$$

7- мисол. Ушбу $n=10$ ҳажмли танланма тақсимоти бўйича танланма ўрта қийматини ва танланма дисперсияни топинг:

X_i	0,01	0,04	0,08
n_i	5	3	2

Ечиш. $u_i=100X_i$ $(h=100)$ шартли варианталарга ўтамиз, натижада қуйидаги тақсимотни ҳосил қиламиз:

u_i	1	4	8
n_i	5	3	2

$$\overline{u}=\frac{\Sigma n_i u_i}{n}=\frac{1}{100}(1\cdot 5+4\cdot 3+8\cdot 2)=0{,}33.$$

$$S_u^2=\frac{\Sigma n_i u_i^2}{n}-\left[\frac{\Sigma n_i u_i}{n}\right]^2=\frac{5\cdot 1^2+3\cdot 4^2+2\cdot 8^2}{10}-\left[\frac{5\cdot 1+3\cdot 4+2\cdot 8}{10}\right]^2=7{,}21.$$

$$S_X^2=\frac{1}{h^2}\cdot S_u^2=\frac{1}{100^2}\cdot 7{,}21\approx 0{,}0007.$$

9- дарсхона топшириғи

1. Бирор дискрет тасодифий миқдорни ўрганиш чоғида 40 та боғлиқмас синовлар натижасида қуйидаги танланма ҳосил қилинган:

10,13,10,9,9,12,12,6,7,9,
8,9,11,9,14,13,9,8,8,7,
10,10,11,11,11,12,8,7,9,10,
13,3,8,8,9,10,11,11,12,12.

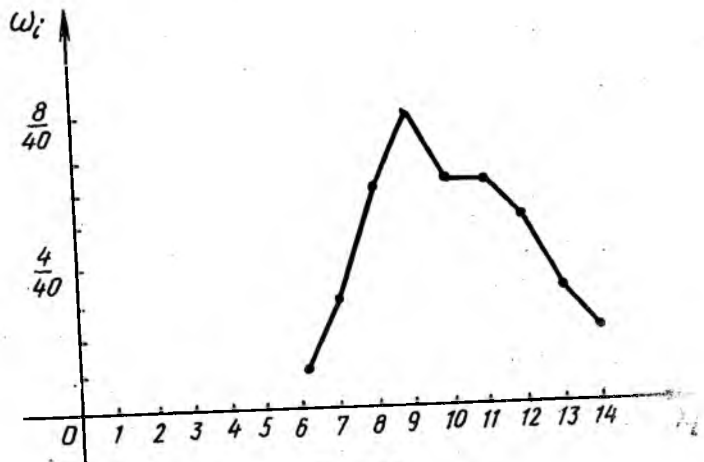
а) вариацион қаторни тузинг;
б) нисбий частоталар жадвалини тузинг;
в) нисбий частоталар полигонини чизинг.

Ж: а) 6,7,8,9,10,11,12,13,14;

б)

X_i	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ω_i	1/40	3/40	6/40	8/40	6/40	6/40	5/40	3/[illegible]	[illegible]0

в) 79- шакл.

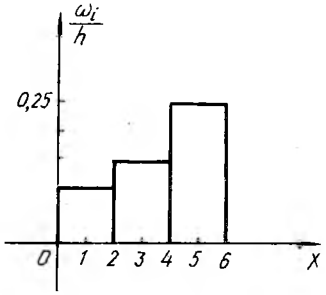


79- шакл

2. Берилган танланма тақсимоти бўйича нисбий частоталар гистограммасини чизинг.

$X_i - X_{i+1}$	0—2	2—4	4—6
n_i	20	30	50

Ж: 80- шакл.



80- шакл

3. Бош тўпламдан $n=60$ ҳажмли танланма ажратилган:

X_i	1	3	6	26
n_i	8	40	10	2

Бош тўплам ўрта қийматининг силжимаган баҳосини топинг.

Ж: $\bar{X}=4$.

4. Таваккалига танлаб олинган 100 талаба бўйини (см. ларда) ўлчаш натижалари берилган:

Бўйи	154—158	158—162	162—166	166—170	170—174	174—178	178—182
Талабалар сони	10	14	26	28	12	8	2

Текширилган талабалар бўйларининг танланма ўрта қийматини ва танланма дисперсиясини топинг.

Кўрсатма: Оралиқларнинг ўрталарини топинг ва уларни варианталар деб қабул қилинг.

Ж: $\bar{X}=166$, $S^2=33,44$.

5. Гуруҳдаги 40 талабанинг ёзма ишлари баҳоларининг частоталари жадвали берилган:

Баҳо — X_i	2	3	4	5
Частота — n_i	3	8	25	4

$\bar{X}$, S^2, S ларни топинг.

Ж: $\bar{X}=3,75$; $S^2=0,5375$; $S=0,74$.

6. Ушбу $n=100$ ҳажмли танланма тақсимоти бўйича танланма дисперсиясини топинг:

X_i	2502	2804	2903	3028
n_i	8	30	60	2

Кўрсатма: $u_i = X_i - 2844$ шартли варианталарга ўтинг.

Ж: $S_X^2 = S_u^2 = 12603$.

9- мустақил иш

1. Кириш имтиҳонларида эллик абитуриент қуйидаги балларни олди:

12,14,19,15,14,18,13,16,17,12,20,17,15,13,17,16,20,14;14,13,17,16,15, 19,16,15,18,17,15,14,16,15,15,18,15,15,19,14,16,18,18,15,15,17,15,16,16, 14,14,17.

а) вариацион қатори тузинг;
б) нисбий частоталар жадвалини тузинг;
в) нисбий частоталар полигонини чизинг.

Ж: а) 12,13,14,15,16,17,18,19,20.

б)

X_i	12	13	14	15	16	17	18	19	20
w_i	0,04	0,06	0,16	0,24	0,16	0,14	0,10	0,06	0,04

2. Берилган танланма тақсимоти бўйича нисбий частоталар гистограммасини чизинг.

$X-X_{i+1}$	10—15	15—20	20—25	25—30	30—35
n_i	2	4	8	4	2

$n=20$

Ж: $w_1=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$; $w_2=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$; $w_3=\frac{8}{20}=\frac{4}{5}$;

$w_4=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$; $w_5=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$; $h=5$.

$\frac{w_1}{h}=\frac{1}{50}$; $\frac{w_2}{h}=\frac{1}{25}$; $\frac{w_3}{h}=\frac{1}{25}$; $\frac{w_4}{h}=\frac{1}{25}$; $\frac{w_5}{h}=\frac{1}{50}$.

3. Қуйидаги танланма берилган:
2,1,3,3,4,4,3,3,3,2,3,1,1,2,3,3,4,2,2,3,3.

а) вариацион қаторни тузинг;
б) частоталар жадвалини тузинг;
в) нисбий частоталар полигонини чизинг;
г) $\bar{X}$, S^2, S ларни топинг.

Ж: а) 1,2,3,4;

б)

X_i	1	2	3	4
w_i	0,15	0,25	0,50	0,10

г) $\bar{X}=2{,}55$; $S^2=0{,}7475$; $S=0{,}86$.

4. Ушбу $n=100$ ҳажмли танланма тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

X_i	340	360	375	380
n_i	20	50	18	12

Кўрсатма: $u_i=X_i-360$ шартли варианталарга ўтинг.
Ж: $S^2(X)=S^2(u)=167{,}29$.

5. Ушбу $n=10$ ҳажмли танланма тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

X_i	23,5	26,1	28,2	30,4
n_i	2	3	4	1

Кўрсатма: $u_i=10x_i-268$ шартли варианталарга ўтинг.

Ж: $S_X^2=\frac{S_u^2}{100}=4{,}89$.

1-лаборатория машғулоти
Танланмаларнинг сонли характеристикаларини ҳисоблаш

Берилган танланма тақсимотининг танланма ўрта қийматини, танланма дисперсиясини $u_i=\frac{X_i-c}{h}$ формула ёрдамида соддалаштириб ҳисобланг.

1.	X_i	10,3	10,5	10,7	10,9	11,1	11,3	11,5	11,7	11,9	12,1
	n_i	4	7	8	10	25	15	12	10	4	5
2.	X_i	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101
	n_i	6	7	12	15	30	10	8	6	4	2
3.	X_i	10,6	10,8	11,0	11,2	11,4	11,6	11,8			
	n_i	5	10	17	30	20	12	6			
4.	X_i	15	20	25	30	35	40	45	50	55	
	n_i	6	13	38	74	106	85	30	10	4	
5.	X_i	18,6	19,0	19,4	19,8	20,2	20,6				
	n_i	4	6	30	40	18	2				
6.	X_i	65	70	75	80	85	90				
	n_i	2	5	25	15	5	3				
7.	X_i	20,2	20,4	20,6	20,8	21,0					
	n_i	4	7	20	15	3					
8.	X_i	1,05	1,15	1,25	1,35	1,45					
	n_i	18	20	25	22	15					

9.	X_i	5	10	15	20	25	30		
	n_i	10	20	40	30	15	5		
10.	X_i	5,3	5,6	5,9	6,2	6,5	6,8		
	n_i	5	10	25	20	15	4		
11.	X_i	6,4	6,8	7,2	7,6	8,0	8,4	8,8	
	n_i	7	12	16	30	25	15	6	
12.	X_i	7,3	7,6	7,9	8,2	8,5	8,8	9,1	
	n_i	10	15	18	24	20	14	5	
13.	X_i	8,2	8,6	9,0	9,4	9,8	10,2		
	n_i	6	12	30	25	20	4		
14.	X_i	9,1	9,3	9,5	9,7	9,9	10,1	10,3	
	n_i	10	13	16	28	23	17	7	
15.	X_i	10,1	10,5	10,9	11,3	11,7	12,1	12,5	
	n_i	20	25	30	45	40	35	15	
16.	X_i	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
	n_i	15	18	23	25	35	32	22	13
17.	X_i	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5
	n_i	19	25	28	30	40	35	24	15
18.	X_i	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
	n_i	20	25	35	40	50	32	23	15
19.	X_i	3,2	3,5	3,8	4,1	4,4	4,7	5,0	5,3
	n_i	10	15	20	22	35	30	25	12
20.	X_i	3,6	4,0	4,4	4,8	5,2	5,6	6,0	64
	n_i	15	25	30	35	45	40	30	20
21.	X_i	4,3	4,6	4,9	5,2	5,5	5,8	6,1	64
	n_i	6	8	13	15	25	20	14	5
22.	X_i	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
	n_i	10	16	18	20	30	28	15	8
23.	X_i	11,2	11,4	11,6	11,8	12,0	12,2	12,4	12,6
	n_i	5	8	12	15	25	22	13	7
24.	X_i	11,5	11,9	12,3	12,7	13,1	13,5	13,9	14,3
	n_i	10	14	18	20	26	21	13	8
25.	X_i	12,3	12,5	12,7	12,9	13,1	13,3	13,5	13,7
	n_i	2	5	8	12	20	15	7	3
26.	X_i	12,4	12,8	13,2	13,6	14,0	14,4	14,8	15,2
	n_i	3	10	15	25	40	30	20	5
27.	X_i	13,2	13,4	13,6	13,8	14,0	14,2	14,4	14,6
	n_i	10	15	18	20	30	25	16	12
28.	X_i	13,8	14,3	14,8	15,3	15,8	16,3	16,8	17,3
	n_i	4	7	9	11	15	10	6	5
29.	X_i	14	16	18	20	22	24	26	28
	n_i	15	17	20	22	25	23	16	13
30.	X_i	16,1	16,4	16,7	17,0	17,3	17,6		
	n_i	10	14	21	28	23	15		

10- §. Математик кутилиш ва дисперсия учун ишончли оралиқлар

14.10.1. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ X — белгили бош тўпламдан олинган танланма бўлиб, унинг тақсимот функцияси $F(x, \theta)$ бўлсин. θ параметр учун $L(X_1, \ldots, X_n)$ баҳо бўлсин.

Агар ихтиёрий $\alpha > 0$ сон учун шундай $\delta > 0$ сон топиш мумкин бўлсаки, унинг учун

$$P(|L-\theta| < \delta) = 1-\alpha$$

бўлса, у ҳолда $(L-\delta;\ L+\delta)$ оралиқ θ параметрнинг $1-\alpha$ ишончлилик даражали *ишончли оралиғи* дейилади.

14.10.2. X белгиси нормал тақсимланган бош тўпламни қараймиз. Бу тақсимотнинг математик кутилиши a учун қуйидаги ишончли оралиқдан фойдаланилади:

а) $\bar{X} - t_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$,

бу ерда σ — ўрта квадратик четланиш, t_α — Лаплас функцияси $\Phi(t)$ нинг $\Phi(t_\alpha) = \alpha/2$ бўладиган қиймати.

б) σ — номаълум бўлиб, танланма ҳажми $n > 30$ бўлганда:

$$\bar{X} - t_{n-1,\alpha}\frac{S}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_{n-1;\alpha}\frac{S}{\sqrt{n}},$$ бу ерда

S^2 — танланма дисперсия, $t_{n-1;\alpha}$ — Стьюдент тақсимоти жадвалидан берилган n ва α лар бўйича топилади.

14.10.3. X белгиси нормал тақсимланган тақсимот функциясининг дисперсияси σ^2 учун қуйидаги ишончли оралиқлардан фойдаланилади:

$$S^2(1-q)^2 < \sigma < S^2(1+q)^2, \quad q < 1 \text{ бўлганда},$$

$$0 < \sigma^2 < S^2(1+q^2), \quad q > 1 \text{ бўлганда}.$$

1- мисол. Тасодифий миқдор $\sigma = 2$ параметр билан нормал қонун бўйича тақсимланган. $n = 25$ ҳажмли танланма олинган. Бу тақсимотнинг номаълум a параметри учун $\gamma = 0{,}95$ ишончлилик билан ишончли оралиқни топинг.

Ечиш. $\Phi(t) = \frac{1}{2}\gamma = 0{,}475$ тенгликдан, $\Phi(t)$ функция жадвалидан $t = 1{,}96$ сонни топамиз. У ҳолда баҳо аниқлиги қуйидагича бўлади:

$$\delta = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t = \frac{2}{\sqrt{25}} \cdot 1{,}96 = 0{,}784,$$

ишончли оралиқ эса

$$\bar{X} - t\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ ёки } (\bar{X} - 0{,}784,\ \bar{X} + 0{,}784).$$

Масалан, агар олинган танланма учун $\bar{X} = 2{,}3$ бўлса, у ҳолда $(1{,}5;\ 3{,}1)$ оралиқ 95% ишончлилик билан номаълум параметр a ни қоплайди.

2- мисол. Бош тўпламнинг нормал тақсимланган X белгисининг номаълум математик кутилиши a ни $\gamma = 0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг. Бунда $\sigma = 5$, танламанинг ўрта қиймати $X = 14$ ва танлама ҳажми $n = 25$ берилган.

Ечиш. $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$ муносабатдан: $\Phi(t) = \frac{0{,}95}{2} = 0{,}475$. Жадвалдан $t = 1{,}96$ ни топамиз. Топилганларни $\bar{X} - t\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ га қўямиз:

$$\left(14 - 1{,}96\cdot\frac{5}{\sqrt{25}};\ 14 + 1{,}96\cdot\frac{5}{\sqrt{25}}\right)$$

ёки

$$(12{,}04;\ 15{,}96)$$

ишончли оралиқни топамиз.

3- мисол. Бош тўпламнинг X белгиси нормал тақсимланган. $n = 16$ ҳажмли танланма бўйича танланма ўрта қиймат $\bar{X} = 20{,}2$ ва танланма ўрта квадратик четланиш $S = 0{,}8$ топилган. Номаълум математик кутилишни ишончли оралиқ ёрдамида $\gamma = 0{,}95$ ишончлилик билан баҳоланг.

Ечиш. $t_{n-1;\gamma}$ ни жадвалдан топамиз:

$$\gamma = 0{,}95;\ n = 16;\ t_{n-1;\gamma} = 2{,}13.$$

Буларни

$$\bar{X} - t_{n-1;\gamma}\frac{S}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_{n-1;\gamma}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

формулага қўйсак,

$$\left(20{,}2 - 2{,}13\cdot\frac{0{,}8}{\sqrt{16}},\ 20{,}2 + 2{,}13\cdot\frac{0{,}8}{\sqrt{16}}\right)$$

ёки

$$(19{,}774;\ 20{,}626)$$

ҳосил бўлади. Шундай қилиб, номаълум a параметр 0,95 ишончлилик билан

$$19{,}774 < a < 20{,}626$$

ишончли оралиқда ётади.

4- мисол. Физик катталикни тўққизта бир хил, боғлиқмас ўлчаш натижасида олинган натижаларнинг ўрта арифметиги $\bar{X} = 42{,}319$ ва танланма ўрта квадратик четланиши $S = 5{,}0$ топилган. Ўлчанаётган катталикнинг ҳақиқий қийматини $\gamma = 0{,}95$ ишончлилик билан аниқлаш талаб қилинади.

Ечиш. Ўлчанаётган катталикнинг ҳақиқий қиймати унинг математик кутилишига тенг. Шунинг учун масала σ номаълум бўлганда

$$\overline{X}-t_{n-1;\gamma}\frac{S}{\sqrt{n}}<a<\overline{X}+t_{n-1;\gamma}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

ишончлилик оралиғи ёрдамида математик кутилишни баҳолашга келтирилади.

Жадвалдан $\gamma=0{,}95$ ва $n=9$ бўйича $t_{n-1,\ \gamma}=2{,}31$ ни топамиз. У ҳолда

$$42{,}319-2{,}31\cdot\frac{5}{3}<a<42{,}319+2{,}31\cdot\frac{5}{3}$$

ёки

$$38{,}469<a<46{,}169.$$

Шундай қилиб, изланаётган катталикнинг ҳақиқий қиймати 0,95 ишончлилик билан $38{,}469<a<46{,}169$ ишончли оралиқда ётади.

5- мисол. Бош тўпламнинг X белгиси нормал тақсимланган. $n=16$ ҳажмли танланма бўйича танланма ўрта квадратик четланиши $S=1$ топилган. Бош тўплам ўрта квадратик четланиш σ ни 0,95 ишончлилик билан қоплайдиган ишончли оралиқни топинг.

Ечиш. Берилганлар $\gamma=0{,}95$ ва $n=16$ бўйича жадвалдан $q=0{,}44<1$ ни топамиз. Топилганларни $S(1-q)<\sigma<S(1+q)$ формулага қўямиз ва

$$1\cdot(1-0{,}44)<\sigma<1(1+0{,}44)$$

ёки

$$0{,}56<\gamma<1{,}44$$

ни ҳосил қиламиз.

6- мисол. Бирор физик катталик битта асбоб ёрдамида 12 марта ўлчанган, бунда ўлчашлардаги тасодифий хатоликларнинг ўрта квадратик четланиши 0,6 га тенг бўлиб чиқди. Асбоб аниқлигини 0,99 ишончлилик билан топинг.

Ечиш. Асбобнинг аниқлиги ўлчашлардаги тасодифий хатоликларнинг ўрта квадратик четланиши билан тавсифланади. Шунинг учун масала ўрта квадратик четланиш σ ни берилган $\gamma=0{,}99$ ишончлилик билан қоплайдиган ишончли оралиқни топишга келтирилади.

Жадвалдан $\gamma=0{,}99$ ва $n=12$ бўйича $q=0{,}9$ ни топамиз. $S=0{,}6$ ва $q=0{,}9$ ларни формулага қўйиб, изланаётган оралиқни топамиз:

$$0{,}6\ (1-0{,}9)<\sigma<0{,}6\ (1+0{,}9)$$

ёки

$$0{,}06<\sigma<1{,}14.$$

10- дарсхона топшириғи

1. Бош тўпламнинг нормал тақсимланган X сон белгисининг номаълум математик кутилиши a ни 0,99 ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг, бунда ўрта квадратик четланиш $\sigma=4$, танламанинг ўрта қиймати $\overline{X}=10{,}2$ ва танлама ҳажми $n=16$.

Ж: $7{,}63<a<12{,}77$.

2. Бош тўпламнинг нормал тақсимланган X белгисининг математик кутилишини танланма ўрта қиймат бўйича баҳосининг 0,925 ишончлилик билан аниқлиги 0,2 га тенг бўладиган танламанинг минимал ҳажмини топинг. Ўрта квадратик четланишни $\sigma=1{,}5$ га тенг деб олинг.

Ж: $n=179$.

3. Бош тўпламдан $n=10$ ҳажмли танланма олинган:

X_i	—2	1	2	3	4	5
n_i	2	1	2	2	2	1

Бош тўпламнинг нормал тақсимланган белгиси математик кутилишини танланма ўрта қиймати бўйича 0,95 ишончлилик билан ишончли оралиқ ёрдамида баҳоланг.

Ж: $0{,}3<a<3{,}7$.

4. Бирор физик катталикни боғлиқмас бир хил аниқликдаги 9 та ўлчаш маълумотлари бўйича ўлчашларнинг ўрта арифметик қиймати $\overline{X}=30{,}1$ ва ўрта квадратик четланиши $S=6$ топилган. Ўлчанаётган катталикнинг ҳақиқий қийматини ишончли оралиқ ёрдамида $\gamma=0{,}99$ ишончлилик билан баҳоланг.

Ж: $23{,}38<a<36{,}82$.

5. Бош тўпламнинг миқдорий белгиси нормал тақсимланган. n ҳажмли танланма бўйича тузатилган ўрта квадратик четланиш S топилган.

а) ўртача квадратик четланиш σ ни;

б) дисперсияни 0,99 ишончлилик билан қоплайдиган ишончли оралиқни топинг, бунда $n=10$; $S=5{,}1$.

Ж: а) $0<\sigma<14{,}28$; б) $0<\sigma^2<203{,}92$.

6. Битта асбоб ёрдамида (систематик хатоларсиз) бирор физик катталик 10 марта ўлчанган, бунда ўлчашлардаги тасодифий хатоларнинг ўрта квадратик четланиши 0,8 га тенг бўлган. Асбоб аниқлигини 0,95 ишончлилик билан аниқланг.

Ж: $0{,}28<\sigma<1{,}32$.

7. Нормал тақсимланган бош тўпламдан $n=10$ ҳажмли танланма олинган ва ушбу частоталар жадвали тузилган:

X_i	—2	1	2	3	4	5
w_i	0,2	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1

Математик кутилиш учун $\gamma=0,95$ ишончлилик билан ишончли оралиқни топиг.

8. 10 та боғлиқмас (эркли) ўлчашлар натижасида стержень узунлиги (мм) учун қуйидаги маълумотлар олинган: 23,24,23,25,25, 26,26,25,24,25. Ўлчаш хатолиги нормал тақсимланган деб фараз қилиб, стержень узунлигининг математик кутлиши учун $\gamma=95\%$ билан ишончли оралиқни топинг.

Ж: $23,8<a<25,4$.

9. Агар 10 та боғлиқсиз ўлчашлар натижасида объектгача бўлган масофа (м) учун 25025, 24970, 24780, 25315, 24097, 24646, 24717, 25354, 24912, 25374 натижалар олинган бўлса, объектгача бўлган масофанинг математик кутилиши учун $\gamma=0,9$ ишончлилик билан ишончли оралиқни топинг. Бунда ўлчаш хатолиги $\sigma=100$ ўрта квадратик четланиш билан нормал тақсимланган деб фараз қилинади.

Ж: $24948<a<25052$.

10- мустақил иш

1. Бош тўпламнинг X белгиси нормал тақсимланган. Агар ўрта квадратик четланиш σ, танланма ўрта қиймати $\bar{X}$ ва танланма ҳажми n берилган бўлса ($\sigma=5$, $\bar{X}=16,8$; $n=25$), номаълум a математик кутилишни 0,99 ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг.

Ж: $19,23<a<19,37$.

2. Ўлчашларнинг тасодифий хатоликлари ўрта квадратик четланиши $\sigma=40$ м бўлган биргина асбоб ёрдамида тўпдан нишонгача бўлган масофа 5 марта (бир хил шароитда) ўлчанган. Агар ўлчашларнинг ўрта арифметик қиймати $\bar{X}=2000$ м эканлиги маълум бўлса, нишонгача бўлган a ҳақиқий масофани 0,95 ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг.

Ж: $1960,8<a<2039,2$.

3. Дисперсияси номаълум нормал тақсимланган бош тўплам математик кутилиши учун танланма ҳажми n бўйича γ ишончлилик билан ишончли оралиғини топинг. Бунда $n=25$, $\bar{X}=2,4$; $S^2=4$; $\gamma=0,95$.

Ж: $1,5744<a<3,2256$.

4. Бош тўпламдан $n=12$ ҳажмли танланма олинган:

X_i	−0,5	−0,4	−0,2	0	0,2	0,6	0,8	1	1,2	1,5
n_i	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1

Бош тўпламнинг нормал тақсимланган белгиси математик кутилиши a ни 0,95 ишончлилик билан ишончли оралиқ ёрдамида баҳоланг.

Ж: $-0,04<a<0,88$.

5. Бош тўпламнинг нормал тақсимланган миқдорий белгисидан олинган n ҳажмли танланма бўйича ўрта квадратик четланиш S топилган.

Агар $n=50$, $S=14$ бўлса, а) ўрта квадратик четланиш σ ни 0,991 ишончлилик билан қопловчи ишончли оралиқни топинг;

б) худди шу маълумотлар бўйича юқоридаги талабни дисперсия учун бажаринг.

Ж: а) $7,98<\sigma<20,02$; б) $63,9<\sigma^2<400,8$.

6. Бир хил аниқликдаги 15 та ўлчаш бўйича ўрта квадратик четланиш $S=0,12$ топилган. Ўлчаш аниқлигини 0,99 ишончлилик билан аниқланг.

Ж: $0,03<\sigma<0,21$.

7. Бирор физик катталик X ни бир-бирига боғлиқ бўлмаган 4 та ўлчаш натижасида 28,6; 28,3; 28,2, 28,4 қийматлар олинган. Ўлчаш хатолиги нормал тақсимотга эга деб фараз қилиб, нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг a математик кутилиши учун 95 % ишончлилик билан ишончли оралиқ топинг.

Ж: $28,11<a<28,65$.

11- §. Гипотезаларни Пирсоннинг мувофиқлик критерийси бўйича текшириш

X белгили бош тўпламдан олинган $X_1, X_2, \ldots, X_n$ танланма берилган бўлиб, унинг асосида бош тўпламнинг тақсимот функцияси ҳақидаги H_0: $F(x)=F_0(x)$ асосий гипотезани H_1: $F(x)\neq F_0(x)$ конкурент гипотеза бўлганда текшириш керак бўлсин. X белги қийматларини $(-\infty;\ a_1)=\Delta_1$, $\Delta_2=[a_1;\ a_2)$,..., $\Delta_{k-1}=[a_{k-2};\ a_{k-1})$, $\Delta_k=[a_{k-1};\ +\infty)$ оралиқларга бўламиз, n_i танланма қийматларининг Δ_i — оралиқларга тушган қийматларининг сони бўлсин ва $w_i=\frac{n_i}{n}$, $p_i=P(X\in\Delta_i)$. У холда

$$p_1+p_2+\ldots+p_k=1,$$
$$n_1+n_2+\ldots+n_k=n,$$
$$w_1+w_2+\ldots+w_k=1.$$

Қуйидаги статистикани аниқлаймиз:

$$Y^2=n\sum_{i=1}^{k}\frac{(w_i-p_i)^2}{p_i}=\sum_{i=1}^{k}\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}.$$

Агар H_0 гипотеза ўринли бўлиб, $np_i>5$ бўлса, Y^2 $(k-1)$ — озодлик даражали хи — квадрат тақсимот бўйича тақсимлангандир.

Агар $F_0(x)$ тақсимот функцияда l та номаълум параметрлар бўлиб, улар танланма бўйича баҳоланган бўлса, озодлик даражалари сони $(k-l-1)$ га тенг бўлади.

Энди Пирсоннинг мувофиқлик критерийсини аниқлаймиз. Бунинг учун аввал α аниқлилик даражаси ва xu — квадрат тақсимот учун жадвалдан $x_{k-1;\,\alpha}$ иинг $P\,(Y^2 > x_{k-1,\,\alpha}) = \alpha$ бўладиган критик қиймати топилади.

Сўнгра танланма қийматига кўра Y^2 ҳисобланади, агар $Y^2 < x_{k-1;\,\alpha}$ бўлса, H_0 гипотеза қабул қилинади ва бош тўплам $F_0(x)$ тақсимот функцияга эга деб ҳисобланади, агар $Y^2 > x_{k-1;\,\alpha}$ бўлса, H_0 гипотеза рад этилади.

Агар озодлик даража 30 дан катта бўлса, критик қиймат нормал тақсимотдан фойдаланиб топилади.

1-мисол. X белгили бош тўпламдан олинган танланманинг статистик тақсимоти берилган:

Δi	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
n_i	2	12	8	4	14	6	10	2	1	11

X белгининг тақсимот функцияси текис тақсимотга мувофиқ ёки мувофиқ эмаслигини 0,05 аниқлик даражаси билан Пирсоннинг мувофиқлик критерияси ёрдамида текширинг.

Ечиш.

$$n = \sum_{i=1}^{k} n_i = 70.$$

Қуйидаги жадвални тузамиз:

X	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5
w	0,029	0,171	0,114	0,057	0,2	0,086	0,143	0,029	0,014	0,157

$$w_1 = \frac{2}{70} = 0{,}029;\quad w_2 = \frac{12}{70} = 0{,}171;\quad w_3 = \frac{8}{70} = 0{,}114;$$

$$w_4 = \frac{4}{70} = 0{,}057;\quad w_5 = \frac{14}{70} = 0{,}2;\quad w_6 = \frac{6}{70} = 0{,}086;$$

$$w_7 = \frac{10}{70} = 0{,}143;\quad w_8 = \frac{2}{70} = 0{,}029;\quad w_9 = \frac{1}{70} = 0{,}014;\quad w_{10} = \frac{11}{70} = 0{,}157.$$

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{10} w_i X_i = 2{,}5\cdot 0{,}029 + 7{,}5\cdot 0{,}171 + 12{,}5\cdot 0{,}114 +$$

$$+17{,}5\cdot 0{,}057 + 22{,}5\cdot 0{,}2 + 27{,}5\cdot 0{,}086 + 32{,}5\cdot 0{,}143 +$$
$$+37{,}5\cdot 0{,}029 + 42{,}5\cdot 0{,}014 + 47{,}5\cdot 0{,}157 =$$
$$= 2{,}5(0{,}029 + 3\cdot 0{,}171 + 5\cdot 0{,}114 + 7\cdot 0{,}057 + 9\cdot 0{,}2 +$$
$$+11\cdot 0{,}086 + 13\cdot 0{,}14 + 15\cdot 0{,}029 + 17\cdot 0{,}014 + 19\cdot 0{,}157) =$$
$$= 24{,}4285;$$

$$= 2{,}5^2(0{,}029 + 9\cdot 0{,}171 + 25\cdot 0{,}114 + 49\cdot 0{,}057 + 81\cdot 0{,}2 +$$
$$+121\cdot 0{,}086 + 169\cdot 0{,}143 + 225\cdot 0{,}029 +$$
$$+289\cdot 0{,}014 + 361\cdot 0{,}157) = 782{,}67;$$

$$= \overline{X^2} - \overline{X}^2 = 782{,}67 - (24{,}4285)^2 = 782{,}67 - 596{,}75 = 185{,}92;$$

$$S = \sqrt{185{,}92} \approx 13{,}63.$$

X белги учун

$$M(X) = \frac{a+b}{2};\quad D(X) = \frac{(b-a)^2}{2};\quad \sigma(X) = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$$

бўлганидан a ва b ни аниқлаш учун қуйидаги системани тузамиз:

$$\begin{cases} \dfrac{a+b}{2} = 24{,}43, \\ \dfrac{b-a}{2\sqrt{3}} = 13{,}63 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 48{,}86, \\ b-a = 47{,}16 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (b = 48{,}01;\ a = 0{,}85);$$

$$\frac{1}{b-a} = \frac{1}{47{,}16} = 0{,}0212.$$

Шундай қилиб,

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ агар } x < 0{,}85, \\ 0{,}0212, \text{ агар } 0{,}85 \leqslant x \leqslant 48{,}01, \\ 0, \text{ агар } x > 48{,}01, \end{cases}$$

бу ерда $f(x)$ — X белгининг зичлик функцияси.

Энди текис тақсимот бўйича X белгининг [0; 5), [5, 10),..., [45; 50) оралиқларга тушиш эҳтимолликларини топамиз.

Δi	[—5;0)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
P_i	0	0,088	0,106	0,106	0,106	0,106

Δi	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)
P_i	0,106	0,106	0,106	0,106	0,064	0

$$p_1 = P(0 < X < 5) = p(0{,}85 < X < 5) = \int_{0{,}85}^{5} 0{,}0212\,dx =$$

$$= 0{,}0212x \Big|_{0{,}85}^{5} = 0{,}0212\cdot 4{,}15 = 0{,}088.$$

$$p_{10}=P(45<X<50)=P(45<X<48{,}01)=\int\limits_{45}^{48{,}01} 0{,}0212dx=$$

$$=0{,}0221x\,\Big|_{45}^{48{,}01}=0{,}0212\cdot 3{,}01=0{,}064.$$

Y^2 ни ҳисоблаш учун қуйидаги жадвални тузамиз:

w_i	P_i	w_i-P_i	$(w_i-P_i)^2$	$\frac{(w_i-P_i)^2}{P_i}$
0,029	0,088	—0,059	0,003	0,034
0,171	0,106	0,065	0,004	0,038
0,114	0,106	0,008	0,006	0,057
0,057	0,106	—0,049	0,002	0,019
0,2	0,106	0,094	0,009	0,085
0,086	0,106	—0,020	0,000	0,000
0,143	0,106	0,037	0,001	0,009
0,029	0,106	—0,077	0,006	0,057
0,014	0,106	—0,092	0,008	0,075
0,157	0,064	0,093	0,009	0,141
				0, 515

Шундай қилиб $Y^2=n\cdot\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{(w_i-P_i)^2}{P_i}=70\cdot 0{,}515=36{,}05,$ яъни $Y^2=36{,}05.$

хи — квадрат тақсимот жадвалидан маълумки

$$x_{10-2-1;\,0{,}05}=x_{7;\,0{,}05}=14{,}1.$$

$Y^2>14{,}1$ бўлгани учун бош тўпламнинг тақсимот функцияси 0,05 аниқлик даража билан текис тақсимотга мос келмайди деган хулосага эга бўламиз.

2-мисол. X белгили бош тўпламдан олинган танланманинг статистик тақсимоти берилган:

Δi	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)
n_i	1	3	4	6	11	10	7	5	2	1

X белгининг тақсимот функцияси нормал тақсимотга мувофиқ ёки мувофиқ эмаслигини 0,05 аниқлилик даражаси билан Пирсоннинг мувофиқлик критерийси ёрдамида аниқланг.

Ечиш. $n=\sum\limits_{i=1}^{10} n_i=50,\ w_i=\frac{n_i}{n},\ i=\overline{1,10}$ деб олиб, қуйидаги жадвални тузамиз:

X_i	1,5	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5	19,5	22,5	25,5	28,5
w_i	0,02	0,06	0,08	0,12	0,22	0,20	0,14	0,10	0,04	0,02

$X=3T-1{,}5$ алмаштиришни бажарсак, T ва T^2 учун статистик тақсимот қуйидагича бўлади:

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
w	0,02	0,06	0,08	0,12	0,22	0,2	0,14	0,1	0,04	0,02
T^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
w	0,02	0,06	0,08	0,12	0,22	0,2	0,14	0,1	0,04	0,02

$$\bar{T}=0{,}2+0{,}12+0{,}24+0{,}48+1{,}1+1{,}2+0{,}98+0{,}8+0{,}36+0{,}2=5{,}5.$$

$$\overline{T^2}=0{,}02+0{,}24+0{,}72+1{,}92+5{,}5+7{,}2+6{,}86+6{,}4+3{,}24+2=34{,}1.$$

$$\bar{X}=3\cdot\bar{T}-1{,}5=3\cdot 5{,}5-1{,}5=15.$$

$$S^2=9(\overline{T^2}-\bar{T}^2)=34{,}65.$$

$$S=5{,}9.$$

Демак,

$$f(x)=\frac{1}{5{,}9\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-15)^2}{69{,}3}}.$$

$\frac{x-15}{5{,}9}=u$ бўлсин, у ҳолда

$$f(x)=\frac{1}{5{,}9\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}\approx 0{,}17\cdot\varphi(u),$$

бу ерда $\varphi(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}$ бўлади.

Бу функциянинг қийматларидан фойдаланиб яна битта жадвал тузамиз ($h=3$):

X	u	$\varphi(u)$	$f(x)$	$h\,f(x)$	X	u	$\varphi(u)$	$f(x)$	$h\,f(x)$
1,5	—2,29	0,029	0,005	0,02	16,5	0,25	0,387	0,066	0,20
4,5	—1,78	0,082	0,014	0,04	19,5	0,76	0,299	0,051	0,15
7,5	—1,27	0,178	0,030	0,09	22,5	1,27	0,178	0,030	0,09
10,5	—0,76	0,299	0,051	0,15	25,5	1,78	0,082	0,014	0,04
13,5	—0,25	0,387	0,066	0,20	28,5	2,29	0,029	0,005	0,02

Энди қуйидаги

$$P(\alpha<X<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\gamma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\gamma}\right),$$

(бу ерда a — математик кутилиш ва

$$\Phi(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

формула ёрдамида ораликларга тушиш эҳтимолликларини хисоблаймиз:

$P(0<X<3)=0{,}0154\approx0{,}02,$
$P(3<X<6)=0{,}0425\approx0{,}04,$
$P(6<X<9)=0{,}0905\approx0{,}09,$
$P(9<X<12)=0{,}151\approx0{,}15,$
$P(12<X<15)=0{,}1946\approx0{,}19,$
$P(15<X<18)=0{,}1946\approx0{,}19,$
$P(18<X<21)=0{,}151\approx0{,}15,$
$P(21<X<24)=0{,}0915\approx0{,}09,$
$P(24<X<27)=0{,}0425\approx0{,}04,$
$P(27<X<30)=0{,}0154\approx0{,}02,$

Натижада қуйидаги жадвалга эга бўламиз:

Δi	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)
P_i	0,02	0,04	0,09	0,15	0,19	0,19	0,15	0,09	0,04	0,02

Юқоридагилардан фойдаланиб, Y^2 ни ҳисоблаш учун жадвал тузамиз:

w_i	P_i	w_i-P_i	$(w_i-P_i)^2$	$\frac{(w_i-P_i)^2}{P_i}$
0,02	0,02	0	0,0000	0,00
0,06	0,04	0,02	0,0004	0,01
0,08	0,09	—0,01	0,0001	0,001
0,12	0,15	—0,03	0,0009	0,006
0,22	0,20	0,02	0,0004	0,006
0,2	0,20	0,00	0,0000	0,02
0,14	0,15	—0,01	0,0001	0,00
0,1	0,09	0,01	0,0001	0,0007
0,04	0,04	0	0,0000	0,00
0,02	0,02	0	0,0000	0,00
				0,0387

$$Y^2=n\sum^{10}\frac{(w_i-p_i)^2}{p_i}=50\cdot0{,}0387=1{,}935;$$

хи — квадрат тақсимот жадвалидан $x_{10-2-1;\,0{,}05}=14{,}1.$

$Y^2<14{,}1$ бўлгани учун бош тўпламнинг тақсимот функцияси 0,05 аниқлилик даража билан нормал тақсимотга мос келади деган хулосага эга бўламиз.

11- дарсхона топшириғи

X белгили бош тўпламдан олингаи танланманнг статистик тақсимоти берилган:

Δi	[4,1;4,2)	[4,2;4,3)	[4,3;4,4)	[4,4;4,5)	[4,5;4,6)	[4,6;4,7)	[4,7;4,8)	[4,8;4,9)	[4,9;5,0)
n_i	1	2	3	4	5	8	8	9	10

X белгининг тақсимот функцияси нормал тақсимотга мувофиқ ёки мувофиқ эмаслигини 0,05 аниқлик даража билан Пирсониинг мувофиқлик критерийси ёрдамида аниқланг.

Ж: Нормал тақсимотга мос келади.

11- мустақил иш

X белгили бош тўпламдан олинган танламанинг статистик тақсимоти берилган:

Δi	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
n_i	11	14	15	10	14	16

X белгининг тақсимот функцияси текис тақсимотга мувофиқ ёки мувофиқ эмаслигиии 0,05 аииқлилик даражаси билан Пирсоннинг мувофиқлик критерияси ёрдамида аииқлаиг.

Ж: Текис тақсимот билан мувофиқлашади.

2-лаборатория машғулоти
Чизиқли регрессия тенгламасини энг кичик квадратлар усули ёрдамида аниқлаш

X ва Y белгили икки ўлчовли бош тўпламдан олингаи n ҳажмли танланма берилган бўлсин. (x_i, y_k) кузатилган қийматларини мос частоталари билан ушбу корреляцион жадвалга жойлаштирамиз:

X \ Y	y_1	y_2	…	y_m	$\sum_{j=1}^{m} n_{ij}$
x_1	n_{11}	n_{12}	…	n_{1m}	n_{x_1}
x_2	n_{21}	n_{22}	…	n_{2m}	n_{x_2}
…	…	…	…	…	…
x_l	n_{l_1}	n_{l_2}	…	n_{l_m}	n_{x_l}
$\sum_{i=1}^{l} n_{ij}$	n_{y_1}	n_{y_2}	…	n_{y_m}	$n=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} n_{ij}$

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{l} x_i n_{x_i},\quad \bar{Y}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m} y_j n_{y_j},$$

$$\overline{XY}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} x_i y_j n_{ij},\quad \overline{X^2}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{l} x_i^2 n_{x_i},$$

$$\overline{Y^2}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m} y_j^2 n_{y_j},\quad \sigma_x^2=\overline{X^2}-\bar{X}^2$$

$$\sigma_y^2=\overline{Y^2}-\bar{Y}^2,\quad r=\frac{\overline{XY}-\bar{X}\cdot\bar{Y}}{\sigma_x\cdot\sigma_y}.$$

$Y-\bar{Y}=\frac{\sigma_y}{\sigma_x}r(x-\bar{x})$ энг кичик квадратлар усули билан топилган Y ниг X га тўғри чизиқли регрессия тенгламасидир.

Кўпинчи бу тенгламани тонишни соддалаштириш учун

$$u_i=\frac{x_i-C_1}{h_1},\quad v_i=\frac{y_i-C_2}{h_2}$$

алмаштиришлар киритилади.

C_1 ва C_2 мос равишда $x_1\leqslant\ldots\leqslant x_l$ ва $y_1\leqslant\ldots\leqslant y_m$ вариацион қаторларнинг ўрталарида жойлашган вариантлар, h_1 ва h_2 лар эса вариацион қаторлар қўшни вариантларининг айирмаси.

Юқоридаги алмаштиришлардан фойдаланиб, чизиқли регрессия тенгламасини топишда қуйидаги формулалар ишлатилади:

$$\bar{u}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{l} u_i n_{x_i},\quad \bar{v}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m} v_j n_{y_j},$$

$$\overline{u^2}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{l} u_i^2 n_{x_i},\quad \overline{v^2}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m} v_j^2 n_{y_j},$$

$$\sigma_u^2=\overline{u^2}-\bar{u}^2,\quad \sigma_v^2=\overline{v^2}-\bar{v}^2,$$

$$\sigma_x=h_1\cdot\sigma_u,\quad \sigma_y=h_2\sigma_v,\quad \bar{X}=\bar{u}\cdot h_1+C_1$$

$$\bar{Y}=\bar{v}\cdot h_2+C_2,\quad r=\frac{\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} u_i v_j n_{ij}-n\cdot\bar{u}\bar{v}}{n\sigma_u\sigma_v}$$

Корреляцион жадвал маълумотлари бўйича Y нинг X га тўғри чизиқли регрессия тенгламасини энг кичик квадратлар усули билан топинг.

1.

Y \ X	5	10	15	20	25	30	n_y
45	2	4	—	—	—	—	6
55	—	3	5	—	—	—	8
65	—	—	5	35	5	—	45
75	—	—	2	8	17	—	27
85	—	—	—	4	7	3	14
n_x	2	7	12	47	29	3	$n=100$

2.

Y \ X	10	15	20	25	30	35	n_y
40	2	4	—	—	—	—	6
50	—	3	7	—	—	—	10
60	—	—	5	30	10	—	45
70	—	—	7	10	8	—	25
80	—	—	—	5	6	3	14
n_x	2	7	19	45	24	3	$n=100$

3.

Y \ X	15	20	25	30	35	40	n_y
15	4	1	—	—	—	—	5
25	—	6	4	—	—	—	10
35	—	—	2	50	2	—	54
45	—	—	1	9	7	—	17
55	—	—	—	4	3	7	14
n_x	4	7	7	63	12	7	$n=100$

4.

Y \ X	2	7	12	27	22	27	n_y
100	1	5	—	—	—	—	6
110	—	5	3	—	—	—	8
120	—	—	3	40	12	—	55
130	—	—	2	10	5	—	17
140	—	—	—	3	4	7	14
n_x	1	10	8	53	21	7	$n=100$

5.

Y \ X	5	10	15	20	25	30	n_y
10	3	5	—	—	—	—	8
20	—	4	4	—	—	—	8
30	—	—	7	35	8	—	50
40	—	—	2	10	8	—	20
50	—	—	—	5	6	3	14
n_x	3	9	13	50	22	3	$n=100$

6.

Y \ X	12	14	22	27	32	37	n_y
25	2	4	—	—	—	—	6
35	—	6	3	—	—	—	9
45	—	—	6	35	4	—	45
55	—	—	2	8	6	—	16
65	—	—	—	14	7	3	24
n_x	2	10	11	57	17	3	$n=100$

7.

Y \ X	15	20	25	30	35	40	n_y
25	3	4	—	—	—	—	7
35	—	6	3	—	—	—	9
45	—	—	6	35	2	—	43
55	—	—	12	8	6	—	26
65	—	—	—	4	7	4	15
n_x	3	10	21	47	15	4	$n=100$

8.

Y \ X	4	9	14	19	24	29	n_y
30	3	3	—	—	—	—	6
40	—	5	4	—	—	—	9
50	—	—	40	2	8	—	50
60	—	—	5	10	6	—	21
70	—	—	—	4	7	3	14
n_x	3	8	49	16	21	3	$n=100$

9.

Y \ X	5	10	15	20	25	30	n_y
30	2	6	—	—	—	—	8
40	—	5	3	—	—	—	8
50	—	—	7	40	2	—	49
60	—	—	4	9	6	—	19
70	—	—	—	4	7	5	16
n_x	2	11	14	53	15	5	$n=100$

10.

Y \ X	10	15	20	25	30	35	n_y
20	5	1	—	—	—	—	6
30	—	6	2	—	—	—	8
40	—	—	40	5	5	—	50
50	—	—	2	8	7	—	17
60	—	—	—	4	7	8	19
n_x	5	7	9	52	19	8	$n=100$

11.

Y \ X	5	10	15	20	25	30	35	40	n_y
100	2	1	—	—	—	—	—	—	3
120	3	4	3	—	—	—	—	—	10
140	—	—	5	10	8	—	—	—	23
160	—	—	—	1	—	6	1	1	9
180	—	—	—	—	—	—	4	1	5
n_x	5	5	8	11	8	6	5	2	$n=50$

12.

Y \ X	18	23	28	33	38	43	48	n_y
125	—	1	—	—	—	—	—	1
150	1	2	5	—	—	—	—	8
175	—	3	2	12	—	—	—	17
200	—	—	1	8	7	—	—	16
225	—	—	—	—	3	3	—	6
250	—	—	—	—	1	1		2
n_x	1	6	8	20	10	4	1	$n=50$

13.

$Y \backslash X$	5	10	15	20	25	30	35	n_y
100	—	—	—	—	—	6	1	7
120	—	—	—	—	—	4	2	6
140	—	—	8	10	5	—	—	23
160	3	4	3	—	—	—	—	10
180	2	1	—	1	—	—	—	4
n_x	5	5	11	11	5	10	3	$n = 50$

14.

$Y \backslash X$	13	18	23	28	33	n_y
25	3	2	—	—	—	5
35	—	6	4	—	—	10
45	—	1	9	5	—	15
55	—	1	2	4	8	15
65	—	—	1	—	4	5
n_x	3	10	16	9	12	$n = 50$

15.

$Y \backslash X$	30	35	40	45	50	n_y
46	2	6	—	—	—	8
56	2	8	10	—	—	20
66	—	—	32	3	9	44
76	—	—	4	11	6	21
86	—	—	—	2	5	7
n_x	4	14	46	16	20	$n = 100$

16.

$Y \backslash X$	33	38	43	48	53	58	n_y
65	4	8	1	—	—	—	13
75	—	4	4	2	—	—	10
85	—	1	6	6	1	—	14
95	—	—	—	1	5	—	6
105	—	—	—	1	4	1	6
115	—	—	—	—	2	4	6
n_x	4	13	11	10	12	5	$n = 55$

17.

$Y \backslash X$	3	7	11	15	19	23	n_y
6	5	3	—	2	—	—	10
16	7	10	1	2	—	—	20
26	2	18	15	20	—	—	55
36	—	—	30	26	—	—	56
46	—	—	—	19	12	—	31
56	—	—	—	—	21	7	28
n_x	14	31	46	69	33	7	$n = 200$

18.

$Y \backslash X$	45	50	55	60	65	70	75	n_y
30	—	—	—	—	8	2	1	11
35	—	1	6	22	33	10	3	75
40	1	2	10	48	37	8	1	107
45	—	1	12	11	2	—	—	26
50	—	2	1	1	—	—	—	4
55	—	—	1	—	—	—	—	1
n_x	1	6	30	82	80	20	5	$n = 224$

19.

$Y \backslash X$	0	1	2	3	4	n_y
0	18	1	1	—	—	20
3	1	20	—	—	—	21
6	3	5	10	2	—	20
9	—	—	7	12	—	19
12	—	—	—	—	20	20
n_x	22	26	18	14	20	$n = 100$

20.

$Y \backslash X$	0	4	8	12	16	n_y
7	19	1	1	—	—	21
13	2	14	—	—	—	16
19	—	3	22	2	—	27
25	—	—	—	15	—	15
31	—	—	—	—	21	21
n_x	21	18	23	17	21	$n = 100$

21.

Y \ X	0	1	2	3	4	n_y
10	20	5	—	—	—	25
20	7	15	3	1	—	26
30	—	3	17	4	—	24
40	—	—	8	13	7	28
50	—	—	—	5	42	47
n_x	27	23	28	23	49	$n=150$

22.

Y \ X	150	165	175	185	195	n_y
50	2	2	—	—	—	4
70	—	2	—	—	—	2
90	—	—	9	2	1	12
110	—	—	2	7	9	18
130	—	—	—	3	11	14
n_x	2	4	11	12	21	$n=50$

23.

Y \ X	20	25	30	35	40	n_y
10	3	7	—	—	—	10
16	—	12	5	1	—	18
20	—	—	6	1	1	8
24	—	—	—	3	1	4
28	—	—	—	—	1	1
n_x	3	19	11	5	3	$n=41$

24.

Y \ X	25	35	45	55	65	n_y
2	5	10	—	—	—	15
4	—	13	10	10	—	33
6	—	—	18	16	—	34
8	—	—	—	2	2	4
10	—	—	—	—	1	1
n_x	5	23	28	28	3	$n=87$

25.

Y \ X	10	20	30	40	50	n_y
10	7	17	10	—	—	34
20	—	23	12	5	—	40
30	—	10	5	3	2	20
40	—	—	2	2	1	5
50	—	—	—	—	1	1
n_x	7	50	29	10	4	$n=100$

26.

Y \ X	5	15	25	35	45	n_y
2	3	14	—	—	—	17
12	—	16	18	—	—	34
22	—	—	20	10	11	41
32	—	—	—	6	2	8
n_x	3	30	38	16	13	$n=100$

27.

Y \ X	1	6	11	16	21	n_y
5	3	10	—	—	—	13
10	4	11	10	—	—	25
15	—	5	15	10	—	30
20	—	—	11	10	4	25
25	—	—	—	4	3	7
n_x	7	26	36	24	7	$n=100$

28.

Y \ X	4	6	8	10	12	n_y
3	7	21	10	—	—	38
8	—	5	15	10	—	30
13	—	—	11	10	4	25
18	—	—	—	4	3	7
n_x	7	26	36	24	7	$n=100$

29.

$Y \backslash X$	3	7	11	15	19	n_y
2	2	4	—	—	—	6
6	—	3	5	—	—	8
8	—	—	5	35	5	45
10	—	—	2	8	17	27
12	—	—	—	4	10	14
n_x	2	7	12	47	32	$n=100$

30.

$Y \backslash X$	2	5	8	11	14	17	n_y
1	2	4	—	—	—	—	6
6	—	6	3	—	—	—	9
11	—	—	6	35	4	—	45
16	—	—	2	8	6	—	16
21	—	—	—	14	7	3	24
n_x	2	10	11	57	17	3	$n=100$

12- назорат иши

1.1. X тасодифий миқдор $F(x)$ тақсимот функцияси орқали берилган:

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant 1, \\ \frac{1}{10}(3x^2+x-4), \text{ агар } 1<x\leqslant 2, \\ 1, \text{ агар } x>2. \end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг. $F(X)$ ва $f(x)$ функцияларининг графигини чизинг.

1.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=2$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=6$. $P(4<X<9)$ ни топинг.

1.3. Нормал тақсимотнинг номаълум математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}69$; $n=25$; $\sigma=2{,}5$).

2.1. X тасодифий миқдор $F(x)$ таксимот функцияси билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant -\frac{1}{5}, \\ 5x+1, \text{ агар } -\frac{1}{5}<x\leqslant 0, \\ 1, \text{ агар } x>0. \end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

2.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=3$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=2$. $P(3<X<10)$ ни топинг.

2.3. Нормал таксимотнинг математик кутилиши a ни 0,95 ишончлилик билан бахолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}70$; $n=25$; $\sigma=3$).

3.1. X тасодифий микдор $F(x)$ таксимот фукцияси билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant -\pi, \\ \sqrt{2}\cos\frac{x}{2}, \text{ агар} -\pi<x\leqslant\frac{\pi}{2}, \\ 1, \text{ агар } x>\frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

3.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=4$ ва ўрта квадатик четланиши $\sigma=2$. $P(5<X<9)$ ни топинг.

3.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}71$; $n=49$; $\sigma=3{,}5$).

4.1. X тасодифий миқдор таксимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant 0, \\ \frac{\sqrt{x}}{2}, \text{ агар } 0<x\leqslant 4, \\ 1, \text{ агар } x>4. \end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг, ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

4.2. X тасодифий миқдор нормал қонун бўйича тақсимланган. Унинг математик кутилиши $a=5$, ўрта квадратик четланиши $\sigma=4$. $P(2<X<10)$ ни топинг.

4.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}72$; $n=64$; $\sigma=4$).

5.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant 4, \\ \ln\frac{x}{4}, \text{ агар } 4<x\leqslant 4e, \\ 1, \text{ агар } x>4e. \end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

5.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=6$, ўрта квадратик четланиши $\sigma=2$. $P(4<X<12)$ ни топинг.

5.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан қоплайдиган ишончли оралиқни топинг. ($\bar{X}=74{,}73$; $n=81$; $\sigma=4{,}5$).

6.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 0,\\ \frac{1}{3}(2x^2+x), & \text{агар } o<x\leqslant 1,\\ 1, & \text{агар } x>1.\end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ ларнинг графикларини чизинг.

6.2. X тасодифий миқдор нормал қонун бўйича тақсимланган, математик кутилиши $a=7$, ўрта квадратик четланиши $\sigma=2$. $P(3<X<10)$ ни топинг.

6.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}73$; $n=81$; $\sigma=4{,}5$).

7.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 0,\\ \frac{1}{2}(x^3+x), & \text{агар } 0<x\leqslant 1,\\ 1, & \text{агар } x>1.\end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ нинг графикларини чизинг.

7.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=8$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=5$. $P(3<x<15)$ ни топинг.

7.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}74$; $n=100$; $\sigma=5$).

8.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant o,\\ 3x^2+2x, & \text{агар } o<x\leqslant \frac{1}{3},\\ 1, & \text{агар } x>\frac{1}{3}.\end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(x)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ нинг графигини чизинг.

8.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=9$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=6$. $P(5<X<14)$ ни топинг.

8.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}75$; $n=121$; $\sigma=5{,}5$).

9.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 0,\\ 2\sin x, & \text{агар } 0<x\leqslant \frac{\pi}{6},\\ 1, & \text{агар } x>\frac{\pi}{6}.\end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

9.2. X тасодифий миқдор нормал қонун бўйича тақсимланган, математик кутилиши $a=10$, ўрта квадратик четланиши $\sigma=4$. $P(2<x<13)$ ни топинг.

9.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончлилик оралиғини топинг ($\bar{X}=74{,}76$; $n=114$; $\sigma=6$).

10.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 1,\\ \frac{1}{6}(x^2+3x-4), & \text{агар } 1<x\leqslant 2,\\ 1, & \text{агар } x>2.\end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ ларнинг графикларини чизинг.

10.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=11$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=5$. $P(7<x<17)$ ни топинг.

10.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\sigma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}91$; $n=729$; $\sigma=13{,}5$).

11.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant \frac{1}{3},\\ \frac{1}{5}(3x-1), & \text{агар } \frac{1}{3}<x\leqslant 2,\\ 1, & \text{агар } x>2.\end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графигини чизинг.

11.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=12$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=4$. $P(7<x<18)$ ни топинг.

11.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқини топинг ($\bar{X}=74{,}77$; $n=169$; $\sigma=6{,}5$).

12.1. X тасодифий миқдорнинг тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant -1,\\ \sqrt{x+1}, \text{ агар } -1<x\leqslant 0,\\ 1, \text{ агар } x>0.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

12.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=13$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=5$. $P(9<x<18)$ ни топинг.

12.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\sigma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}78$; $n=196$; $\sigma=7$).

13.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 3\\ ln\frac{x}{3}, \text{ агар } 3<x\leqslant 3e,\\ 1, \text{ агар } x>3e.\end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг, ҳамда $f(x)$ ва $F(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

13.2. X тасодифий миқдор нормал қонун бўйича тақсимланган, математик кутилиши $a=14$. ўрта квадратик четланиши $\sigma=9$. $P(11<x<17)$ ни топинг.

13.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}79$; $n=225$; $\sigma=7{,}5$).

14.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant \frac{3}{4}\pi,\\ \cos 2x, \text{ агар } \frac{3}{4}\pi<x\leqslant\pi,\\ 1, \text{ агар } x>\pi.\end{cases}$$

Зичлик функция $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг, ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

14.2. X тасодифий миқдор нормал қонун бўйича тақсимланган, математик кутилиши $a=15$, ўрта квадратик четланиши $\sigma=8$. $P(9<x<21)$ ни топинг.

14.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}8$; $n=256$; $\sigma=8$).

15.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant -1,\\ \frac{1}{2}(x+1), \text{ агар } -1<x\leqslant 1\\ 1, \text{ агар } x>1.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

15.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=16$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=6$. $P(2<x<9)$ ни топинг.

15.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}81$; $n=289$; $\sigma=8{,}5$).

16.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x^2}{9}, \text{ агар } 0<x\leqslant 3,\\ 1, \text{ агар } x>3.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

16.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорниг математик кутилиши $a=17$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=11$. $P(9<x<20)$ ни топинг.

16.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқи топинг ($\bar{X}=74{,}82$; $n=324$; $\sigma=9$).

17.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 2,\\ \frac{1}{2}(x^2-3x+2), \text{ агар } 2<x\leqslant 3,\\ 1, \text{ агар } x>3.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

17.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=18$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=6$. $P(10<x<22)$ ни топинг.

17.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}83$; $n=381$; $\sigma=9{,}5$).

18.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ билан берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 2,\\ \frac{1}{2}x-1, & \text{агар } 2<x<4,\\ 1, & \text{агар } x>4.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

18.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=19$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=7$. $P(11<x<23)$ ни топинг.

18.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}84$; $n=400$; $\sigma=10$).

19.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant \frac{1}{2},\\ \frac{1}{2}(2x^2+x-1), & \text{агар } \frac{1}{2}<x\leqslant 1,\\ 1, & \text{агар } x>1.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

19.2. X тасодифий миқдор нормал тақсимланган. Унинг математик кутилиши $a=20$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=7$. $P(13<x<24)$ ни топинг.

19.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}85$; $n=441$; $\sigma=10{,}5$).

20.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x^2}{4}, & \text{агар } 0<x\leqslant 2,\\ 1, & \text{агар } x>2.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(x)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

20.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=21$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=9$. $P(9<x<15)$ ни топинг.

20.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}86$; $n=484$; $\sigma=11$).

21.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 0,\\ \frac{1}{12}(x^3+2x), & \text{агар } 0<x\leqslant 2,\\ 1, & \text{агар } x>2.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

21.2 Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=22$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=8$. $P(10<X<18)$ ни топинг.

21.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}87$; $n=529$, $\sigma=11{,}5$).

22.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 2,\\ \ln\frac{x}{2}, & \text{агар } 2<x\leqslant 2e,\\ 1, & \text{агар } x>2e.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

22.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=23$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=9$. $P(11<X<20)$ ни топинг.

22.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}88$; $n=576$; $\sigma=12$).

23.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{агар } x\leqslant 0,\\ \sqrt{2}\sin\frac{x}{2}, & \text{агар } 0<x\leqslant \frac{\pi}{2},\\ 1, & \text{агар } x>\frac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

23.2 X тасодифий миқдор нормал қонун бўйича тақсимланган. Математик кутилиши $a=24$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=11$. $P(13<X<25)$ ни топинг.

23.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0,95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74,89$; $n=625$; $\sigma=12,5$).

24.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар} x\leqslant 0,\\ \sqrt[3]{x}, \text{ агар } 0<x\leqslant 1,\\ 1, \text{ агар } x>1.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

24.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=2$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=5$. $P(4<X<9)$ ни топинг.

24.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0,95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг. ($\bar{X}=74,9$, $n=676$, $\sigma=13$).

25.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар} x\leqslant -\frac{1}{2},\\ \frac{1}{5}(2x+1), \text{ агар } -\frac{1}{2}<x\leqslant 2,\\ 1, \text{ агар } x>2.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

25.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=3$ ва ўрта квадратик чекланиши $\sigma=5$. $P(4<X<7)$ ни топинг.

25.3. Нормал тақсимотнинг a математик кутилишини $\gamma=0,95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74,92$; $n=784$, $\sigma=14$).

26.1 X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар} x\leqslant 1,\\ \frac{1}{2}(x^2-x), \text{ агар } 1<x\leqslant 2,\\ 1, \text{ агар } x>2.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

26.2 Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=4$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=3$. $P(3<X<11)$ ни топинг.

26.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0,95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74,93$; $n=841$; $\sigma=14,5$).

27.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар} x\leqslant 2,\\ \frac{1}{4}(x^2-x-2), \text{ агар } 2<x\leqslant 3,\\ 1, \text{ агар } x>3.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

27.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=5$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=4$. $P(2<X<11)$ ни топинг.

27.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0,95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74,94$; $n=841$; $\sigma=29$).

28.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар} x\leqslant -\frac{\pi}{2},\\ \cos x, \text{ агар } -\frac{\pi}{2}<x\leqslant 0,\\ 1, \text{ агар } x>0.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

28.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=6$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=3$. $P(6<X<16)$ ни топинг.

28.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0,95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74,95$; $n=784$; $\sigma=28$).

29.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 1,\\ \sqrt{x-1}, \text{ агар } 1<x\leqslant 2,\\ 1, \text{ агар } x>2.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

29.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=7$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=3$. $P(5<X<13)$ ни топинг.

29.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг ($\bar{X}=74{,}96$; $n=729$; $\sigma=27$).

30.1. X тасодифий миқдор тақсимот функцияси $F(x)$ ёрдамида берилган:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 5,\\ \ln\frac{x}{5}, \text{ агар } 5<x\leqslant 5e,\\ 1, \text{ агар } x>5e.\end{cases}$$

Зичлик функцияси $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни топинг ҳамда $F(x)$ ва $f(x)$ функцияларнинг графикларини чизинг.

30.2. Нормал тақсимланган X тасодифий миқдорнинг математик кутилиши $a=8$ ва ўрта квадратик четланиши $\sigma=1$. $P(4<X<9)$ ни топинг.

30.3. Нормал тақсимотнинг математик кутилиши a ни $\gamma=0{,}95$ ишончлилик билан баҳолаш учун ишончли оралиқни топинг. ($\bar{X}=74{,}97$; $n=676$; $\sigma=26$).

10- намунавий ҳисоб топшириқлари

1.1. Қутида 6 та оқ, 4 та қора, 3 та қизил шар бор. Таваккалига олинган 3 та шарнинг ҳаммаси турли рангда бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.2. 7 та ўриндиқли қаторга 4 қиз ва 3 ўғил ўтиришади. Уч ўғилнинг ёнма-ён ўтириши эҳтимоллигини топинг.

1.3. Китоб токчасида алгебрадан 4 та, геометриядан 3 та китоб таваккалига териб чиқилган. Ҳар қайси фанга доир китоблар ёнма-ён туриши эҳтимоллигини топинг.

1.4. Тангани 10 марта ташланганида 5 марта гербли томон ва 5 марта рақамли томон тушган. Гербли томонларнинг ҳаммаси дастлабки 5 марта ташланганда тушганлиги эҳтимоллигини топинг.

1.5. Яшикда 15 та деталь бўлиб, уларнинг 5 таси бўялган. Таваккалига олинган 5 та деталнинг 4 таси бўялган, биттаси бўялмаган бўлиб чиқиши эҳтимоллигини топинг.

1.6. Спортлото ўйинидаги бош ютуқни (45 тадан 6 та номерни топиш) ютиб олиш эҳтимоллигини топинг. 5 та номерни топиш эҳтимоллигини аниқланг.

1.7. 52 талик ўйин картасини 2 тадан тарқатилганда «туз» ва «қирол» чиқиши эҳтимоллигини топинг.

1.8. Театрга 6 та чипта олинган бўлиб, улардан 4 таси 1- қатордаги жойлардан иборатдир. Таваккалига олинган 3 та чиптанинг 2 таси биринчи қатордаги жойларда бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.9. Футбол бўйича мусобақаларда 20 та жамоа қатнашади. Тасодифий равишда бу жамоалар 10 тадан қилиб иккита гуруҳга бўлинди. Бунда 2 та энг кучли жамоа битта гуруҳга тушиб қолиши эҳтимоллигини топинг.

1.10. Қутичада 7 та оқ ва 5 та қора шар бор.

а) таваккалига олинган шар қора бўлиши;

б) таваккалига олинган 2 та шар қора бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.11. Талаба ўқув дастуридаги 40 саволдан 30 тасини билади. Ҳар бир имтиҳон билетида 2 тадан савол бўлса, талабанинг ҳар иккала саволни билиши эҳтимоллигини топинг.

1.12. Қуръа ташлаш қатнашчилари яшикдан 1 дан 100 гача номерланган жетонларни тортадилар. Таваккалига биринчи бўлиб, олинган жетон номерида 5 рақами иштирок этмаслиги эҳтимоллигини топинг.

1.13. Олтита бир хил карточкаларнинг ҳар бирига қуйидаги ҳарфлардан бири ёзилган: а, б, с, м, р, о. Карточкалар яхшилаб аралаштирилгач, галма-галдан битталаб олинган ва қатор қилиб, териб чиқилган тўртта карточкада «ромб» сўзининг ҳосил бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.14. Барча ёқлари бўялган куб мингта бир хил ўлчамли кубчаларга бўлинади ва улар яхшилаб аралаштирилади. Таваккалига олинган кубчанинг: а) битта, б) иккита ёғи бўялган бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.15. Саккизта ҳар хил китоб битта токчага таваккалига териб қўйилганда, иккита маълум китоб ёнма-ён туриб қолиши эҳтимоллигини топинг.

1.16. 10 та ҳар хил китобнинг 5 таси ҳар бири 4 сўмдан, учтаси 1 сўмдан, 2 таси 3 сўмдан сотиляпти. Таваккалига олинган иккита китоб биргаликда 5 сўм бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.17. Гуруҳнинг 8 нафари қизлар бўлган 17 талабаси орасида 7 та билет ўйналяпти. Билетга «эга чиққанлар» ичида 4 та талабанинг қизлар бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.18. Беш қаватли уйнинг лифти уч йўловчи билан кўтарила бошлади. Ҳар қайси қаватдан биттадан ортиқ бўлмаган йўловчи тушиб қолиши эҳтимоллигини топинг. (Бунда йўловчиларни қаватлар бўйича тақсимлашнинг мумкин бўлган барча усулларини тенг эҳтимолли деб ҳисобланг.)

1.19. Натурал қаторнинг 1,2, 3, ... , 100 сонлари таваккалига жойлаштирилган 1 ва 2 сонлари ёнма-ён, шу билан бирга, ўсиб бориш тартибида жойлашганлиги эҳтимоллигини топинг.

1.20. Ўнта талаба тайин электропоездда кетишга шартлашиб олдилар, лекин қайси вагонда кетишга келишиб олмадилар. Агар электропоездда 10 та вагон бўлса иккита талабанинг битта вагонга тушиб қолмаслик эҳтимоллигини топинг. (Бунда талабаларнинг вагонлар бўйича жойлашишларининг барча имкониятлари тенг имкониятли деб фараз қилинади.)

1.21. Таваккалига олинган учта рақамнинг: а) ҳаммаси бир хил; б) иккитаси бир хил бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.22. 10 эркак ва 10 аёлдан иборат гуруҳ тасодифий равишда 2 та тенг қисмга бўлинади. Ҳар қайси қисмда эркаклар ва аёллар сони бир хил бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.23. Йиғувчида бир-биридан кам фарқ қиладиган 10 та деталь бор. Уларнинг тўрттаси биринчи турдаги, иккитаси иккинчи, иккитаси учинчи ва иккитаси тўртинчи турдаги деталлардир. Бир пайтда олинган олтита деталнинг учтаси — биринчи турдаги, иккитаси иккинчи, биттаси — учинчи турдаги деталь бўлиш эҳтимоллигини топинг.

1.24. Таваккалига олинадиган икки хонали соннинг а) туб сон; б) 5 га каррали сон бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.25. Ҳар хил рақамлар билан номерланган 9 та жетоннинг 3 таси олинади. Уларнинг ўсиб бориш тартибида чиқиши эҳтимоллигини топинг. Учала жетоннинг номерлари жуфт бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.26. Таваккалига танланган телефон номери 5 та рақамдан иборат. Уларда:

а) барча рақамлар ҳар хил бўлиши;

б) барча рақамлар тоқ бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.27. Таваккалига олинган натурал сон 2 га ҳам, 3 га ҳам бўлинмаслиги эҳтимоллигини топинг.

1.28. 2,3,4,5,6 сонлари ёзилган бешта карточкадан тасодифий равишда уч хонали сон тузилади. Бу сон тоқ бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.29. Берилган 1, 2, 3, 4, 5 рақамдан фойдаланиб турли рақамли тўрт хонали сон тузилади. Тузилган сон рақамларининг ўсиш тартибида бўлиши эҳтимоллигини топинг.

1.30. Яшикда 40 та ярокли ва 6 та яроқсиз сақлагичлар бор. Яшикдан 3 та сақлагич олинган:

а) барча сақлагичлар ярокли бўлиши;

б) ақалли биттаси яроқсиз бўлиши эҳтимоллигини топинг.

2.1. Айланага таваккалига ички учбурчак чизилади. Бу учбурчак тенг ёнли бўлиши эҳтимоллигини топинг.

2.2. Айланага таваккалига ички учбурчак чизилади. Бу учбурчак тўғри бурчакли бўлиши эҳтимоллигини топинг.

2.3. Айланага таваккалига ички учбурчак чизилади. Бу учбурчак ўткир бурчакли бўлиши эҳтимоллигини топинг.

2.4. 200 м ли магнитофон тасмасига 20 м оралиқда маълумот ёзилган, шу тасманинг 60 м дан 75 м гача бўлган оралиғида узлуксиз ёзув бўлиш эҳтимоллигини топинг.

2.5. Икки ўртоқ маълум бир жойда соат 14^{00} билан 15^{00} орасида учрашишга келишдилар. Ҳар қайси ўртоқ 20 мин кутиб, кейин кетади. Учрашув рўй бериши эҳтимоллигини топинг.

2.6. Томони a га тенг квадратлар тўри чизилган текисликка таваккалига $r<\frac{a}{2}$ радиусли танга ташланади. Танга квадратларнинг томонларидан ҳеч бирини кесмаслик эҳтимоллигини топинг. Нуқтанинг текис фигурага тушиш эҳтимоллиги фигура юзига пропорционал ва унинг жойлашишига боғлиқ эмас деб фараз қилинади.

2.7. Текислик бир-биридан $2a$ масофада жойлашган параллел тўғри чизиқлар билан бўлинган. Бу текисликка таваккалига радиуси $r<a$ бўлган танга ташлаиади. Танга тўғри чизиқлардан ҳеч бирини кесмаслиги эҳтимоллигини топинг.

2.8. Парабола ярим доирага уринади ва унинг диаметри чегараларидан ўтади. Ярим доирага таваккалига ташланган нуқта ярим доира ва парабола билан чегараланган соҳага тушиш эҳтимоллигини топинг.

2.9. Парабола квадратнинг пастки асосига уринади ва унинг юқори учлари орқали ўтади. Квадратга таваккалига ташланган нуқтанинг квадратнинг юқори томони ва парабола билан чегараланган соҳага тушиш эҳтимоллигини топинг.

2.10. Таваккалига 1 дан катта бўлмаган иккита x ва y сон олинган. Агар бу сонлар квадратларнинг йиғиндиси $\frac{1}{4}$ дан катта бўлса, уларнинг йиғиндиси бирдан катта бўлмаслиги эҳтимоллигини топинг.

2.11. Таваккалига ҳар бири иккидан катта бўлмаган иккита мусбат x ва y сон олинган. $xy\leqslant 1$; $y/x\leqslant 2$ бўлиши эҳтимоллигини топинг.

2.12. Иккита x ва y ҳақиқий сон $|x|\leqslant 1$, $0\leqslant y\leqslant 1$ тенгсизликларни қаноатлантирадиган қилиб таваккалига танланади. $x^2<y$ шартнинг бажарилиши эҳтимоллигини топинг.

2.13. Иккита x ва y ҳақиқий сон $|x|\leqslant 3$, $|y|\leqslant 5$ тенгсизликларни қаноатлантирадиган қилиб таваккалига танланади. $\frac{x}{y}$ каср мусбат бўлиши эҳтимоллигини топинг.

2.14. R радиусли доира ичига r радиусли кичик доира жойлаштирилган. Катта доирага таваккалига ташланган нуқта кичик доирага ҳам тушиши эҳтимоллигини топииг. (Доирага тушиш эҳтимоллиги доира юзига пропорционал бўлиб, унинг жойлашишига боғлиқ эмас деб фараз қилинади.)

2.15. Радиуси 15 см бўлган шар марказидан 25 см масофада ёруғликнинг нуқтавий манбаи жойлашган. Шар сиртида таваккалига олинган нуқта ёритилган бўлиши эҳтимоллигини топинг.

2.16. Ичидан томони $a=14$см квадрат қирқиб олинган $R=25$см радиусли доирага радиуси $r=2$ см бўлган шар таваккалига ташланади. Агар шар албатта доирага тушса, унинг бу тешик четларига тегмай ундан ўтиб кетиш эҳтимоллигини топинг.

2.17. R радиусли доирага мунтазам олтибурчак ички чизилган. Доира ичига таваккалига ташланган нуқтанинг олтибурчак ичига тушиш эҳтимоллигини топинг.

2.18. Квадратнинг тайинланган учидан унинг диагоналидан кичик ихтиёрий радиус билан айлана чизилган. Айлана квадратнинг бу учга эга бўлган томонларини кесиб ўтиши эҳтимоллигини топинг.

2.19. R радиусли айланада таваккалига нуқта танланади. Бу нуқта айланада белгилаб қўйилган A нуқтадан R радиусдан катта бўлмаган масофада ётиши эҳтимоллигини топинг.

2.20. Миналар қўйилиб қилинган тўсиқ миналар ораси 100 м дан қилиб, бир чизиқ бўйича жойлаштирилган. Кенглиги 20 м бўлган кеманинг бу тўсиқни тўғри бурчак остида кесиб ўтганда, минага дуч келиши эҳтимоллигини топинг. (Чизиқнинг кенглигини ҳисобга олмаслик мумкин.)

2.21. Узунлиги 12 см бўлган AB кесмага таваккалига C нуқта қўйилади. AC кесмага қурилган квадрат юзи 36 см^2 ва 81 см^2 лар орасида бўлиши эҳтимоллигини топинг.

2.22. Учлари (0; 0), (0; 1), (1; 1), (1; 0) бўлган квадратга таваккалига (x, y) нуқта ташланади. Бу нуқтанинг координаталари $y<2x$ тенгсизликни қаноатлантириши эҳтимоллигини топинг.

2.23. R радиусли доирага таваккалига ташланган нуқтанинг доирага ички чизилган квадратга тушиши эҳтимоллигини топинг.

2.24. R радиусли доирага таваккалига ташланган нуқтанинг доирага ички чизилган мунтазам учбурчакка тушиши эҳтимоллигини топинг.

2.25. Тез айланаётган диск жуфт сондаги тенг секторларга ажратилган ва улар навбат билан оқ ва қора рангларга бўяб чиқилган. Дискка қарата ўқ узилади. Ўқнинг секторлардан бирига тегиши эҳтимоллигини топинг. (Ўқнинг текис фигурага тегиш эҳтимоллиги бу фигуранинг юзига пропорционал деб фараз қилинади.)

2.26. Разведкачилар радиоприёмниги сигналларни узун тўлқиндаги частоталарда даврий равишда ҳар 2 мин да 16 с давомида қабул қилади. Агар сигнални қайд қилиш учун қабул 1 с дан кам бўлмаслиги зарур бўлса, радиоприёмникнинг 10 с давом этадиган сигнални қайд қилиши эҳтимоллигини топинг.

2.27 Узунлиги L бўлган AB телефон линиясининг C нуқтасида (унинг ҳолати линия бўйича тенг имкониятли) узилиш рўй берди. C нуқтанинг A нуқтадан l дан кичик бўлмаган масофада жойлашганлиги эҳтимоллигини топинг.

2.28 Аэропортнинг қўндириш системаси (тизими) мураккаб метеошароитларда самолётларни 5 мин дан кам бўлмаган оралиқ билан қўндиришни таъминлайди. Иккита самолёт жадвал бўйича бири соат 10 да, иккинчиси соат 10 у 10 минутда аэродромга қўнишлари керак. Агар биринчи самолёт аэродромга жадвалга нисбатан 10 мин атрофида, иккинчиси 5 мин атрофида четланиш билан кириб келиши мумкин бўлса (бунда жадвалдан кўрсатилган

чегараларда четланишлар катталиклари тенг имкониятли деб фараз қилинади), иккинчи самолётнинг кутиш зонасига кетиб туриши эҳтимоллигини топинг.

2.29. Томони a бўлган мунтазам учбурчаклардан терилган паркетга r радиусли танга таваккалига ташланди. Танга учбурчаклардан ҳеч қайсисининг томонига тегмаслиги эҳтимоллигини топинг.

2.30. a узунликдаги стержень таваккалига 3 бўлакка бўлинди. Ҳар қайси бўлакнинг узунлиги $a/4$ дан катта бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.1. Пул-буюм лотереясининг ҳар 10000 билетига 150 та буюм ва 50 та пул ютуқлари ўйналади. Бир дона лотерея билети эгасининг буюм ёки пул ютуғи ютиб олиш эҳтимоллигини топинг.

3.2. Мерганнинг битта ўқ узиб 10 очко олиш эҳтимоллиги 0,1 га, 9 очко олиш эҳтимоли 0,3 га, 8 ёки ундан кам очко олиш эҳтимоллиги 0,6 га тенг. Мерганнинг битта ўқ узиб 9 тадан кам бўлмаган очко олиши эҳтимоллигини топинг.

3.3 Партиядаги 10 та деталнинг 8 таси стандарт. Таваккалига олинган 2 та деталнинг ақалли биттаси стандарт бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.4. Яшикда 10 та деталь бўлиб, уларнинг 2 таси ностандарт. Таваккалига олинган 6 та деталь ичида биттадан кўп бўлмаган ностандарт деталь бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.5. Мерганнинг ўнлик соҳага уриши эҳтимоли 0,05; тўққизликка 0,2; саккизликка 0,6. Битта ўқ узилади. Қуйидаги ҳодисаларнинг эҳтимолликларини топинг.

A — камида 8 очко олинган.

B — 8 дан кўп очко олинган.

3.6. Яшикда 8 та оқ ва 12 та қизил бир хил шарлар бор. Таваккалига учта шар олинади. Уларнинг ақалли биттаси оқ бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.7. Яшикда 8 та оқ ва 12 та қизил шар бор. Таваккалига 5 та шар олинади. Уларнинг ичида биттадан кўп бўлмаган оқ шар бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.8. Яшикда 9 та оқ ва 14 та қизил шар бор. Таваккалига 6 та шар олинади. Уларнинг ичида камида иккитаси оқ шар бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.9. Жисмоний тарбиячилар куни талаба ўйингоҳга борди. Футболга 0,3 эҳтимоллик билан, баскетболга 0,4 эҳтимоллик билан, волейболга 0,2 эҳтимоллик билан чипта сотиб олиш мумкин эди. Талабанинг мусобақага тушиши эҳтимоллигини топинг.
Талабанинг баскетбол ёки волейбол мусобақасига кира олиш эҳтимоллигини топинг.

3.10. Яшикда 8 та қизил , 10 та яшил ва 12 та кўк рангдаги бир хил шар бор. Таваккалига учта шар олинади. Уларнинг ақалли иккитаси бир хил рангда бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.11. Устахонада учта станок ишлаб турибди. Смена давомида биринчи станокнинг бузилиши эҳтимоллиги 0,15 га, иккинчи станокники 0,1 га, учинчи станокники 0,12 га тенг. Станоклар бир пайтда бузилмайди деб фараз қилиб, смена давомида ақалли битта станокнинг бузилиши эҳтимоллигини топинг.

3.12. Қутида 15 та оқ, 20 та қора, 25 та яшил, 10 та қизил шар бор. Таваккалига олинган шар оқ, қора ёки қизил бўлиши эҳтимолликларини топинг.

3.13. Қутида 10 та оқ, 15 та қора, 20 та яшил, 25 та қизил шар бор. Таваккалига олинган шар оқ, қора ёки қизил бўлиши эҳтимолликларини топинг.

3.14. Ишчи учта станокка хизмат кўрсатади. Смена давомида ишчининг аралашувини талаб қилиш эҳтимоллиги биринчи станок учун 0,7 га, иккинчи станок учун 0,75 га, учинчи станок учун эса 0,8 га тенг. Смена давомида ишчининг аралашувини қайсидир 2 та станокнинг талаб қилиши эҳтимоллигини топинг.

3.15. Битта ўқ узишда нишонга текказиш эҳтимоллиги биринчи мерган учун p га иккинчиси учун 0,7 га тенг. Битта ўқ узишда роса бир марта ншонга текказиш эҳтимоллиги иккала мерган учун 0,38 га тенг эканлиги маълум. P ни топинг.

3.16. Бирор физик миқдорни бир марта ўлчашда берилган аниқликдан ортиқ бўлган хатоликка йўл қўйиш эҳтимоллиги 0,2 га тенг. Тўртта боғлиқмас ўлчаш ўтказилди. Кўпи билан битта ўлчашда берилган аниқликдан ортиқ бўлган хатоликка йўл қўйилганлик эҳтимоллигини топинг.

3.17. Бир дона пул-буюм лотерейси билан ютиш эҳтимоллиги 1/7 га тенг. 5 дона билет сотиб олиб: а) бешта билетнинг ҳаммасига ютиши, б) ақалли битта билетга ютиш эҳтимоллигини топинг.

3.18. Бир бирига боғлиқмас 3 та ўқ узишда ақалли бир марта нишонга текказиш эҳтимоллиги 0,9984 га тенг. Битта ўқ узишда нишонга текказиш эҳтимоллигини топинг.

3.19. Абонент тераётган телефон номерининг охирги рақамини эсидан чиқариб қўйди ва уни таваккалига терди. Унинг 2 тадан ортиқ бўлмаган муваффақиятсиз уриниш қилиши эҳтимоллигини топинг.

3.20. Битта ўқ узишда нишонга текказиш эҳтимоллиги 0,2 га тенг. 8 та ўқ узилди. Нишонни яксон қилиш учун ҳеч бўлмаганда бир марта нишонга текказиш етарли бўлса, нишоннинг яксон қилиниш эҳтимоллигини топинг.

3.21. Талаба имтиҳон саволларининг 25 тасидан 20 тасинигина тайёрлашга улгурди. Талабанинг таваккалига танлаган 4 та саволнинг камида 2 тасини билиш эҳтимоллигини топинг.

3.22. Овчи узоқлашиб бораётган нишонга қарата 3 марта ўқ узди. Нишонга тегиш эҳтимоллиги ўқ узишнинг бошида 0,8 га тенг, у кейинги ҳар бир ўқ узишда 0,1 га камаяди. Овчи:

а) учала ҳолда теккиза олмаслиги;

б) ақалли бир марта тekказиш;

в) икки марта тekказиш эҳтимоллигини топинг.

3.23. Имтиҳон билетида 3 та савол бор. Талабанинг биринчи ва иккинчи саволга жавоб бериш эҳтимоллиги 0,9 га, учинчи саволга эса 0,8 га тенг. Агар имтиҳонни топшириш учун:

а) ҳамма саволларга жавоб бериш керак;

б) ақалли 2 та саволга жавоб бериш керак бўлса, талабанинг имтиҳонни топшириш эҳтимоллигини топинг.

3.24. n та оқ ва m та қора шар бўлган қутидан 2 та шар олинади. Олинган шарлар турли рангда бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.25. Қутида 10 та оқ, 15 та қора, 20 та яшил ва 25 та қизил шар бор. Битта шар олинади. Олинган шар:

а) қизил, оқ ёки қора бўлиши;

б) яшил ёки қизил бўлиши;

в) оқ, қора ёки яшил бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.26. Танга 4 марта ташланади. Гербли томон роса икки марта тушиши эҳтимоллигини топинг.

3.27. Заём облигацияларининг ярмиси ютуқли. Ақалли битта облигацияга 0,95 дан катта эҳтимоллик билан ютуқ чиқишига ишонч ҳосил қилиш учун нечта облигация сотиб олиш керак?

3.28. Яшикда 90 та яроқли ва 10 та яроқсиз деталь бор. Йиғувчи кетма-кет (қайтариб солмай) 10 та деталь олади. Олинган деталлар орасида:

а) яроқсизлари йўқлиги,

б) ҳеч бўлмаганда биттаси яроқсиз бўлиши эҳтимоллигини топинг.

3.29. Иккита ўйин соққасини неча марта ташланганда ақалли бир марта 12 очко тушишига 0,5 дан кам бўлмаган эҳтимоллик билан ишонч ҳосил қилиш мумкин?

3.30. Ўйин иккита ўйинчининг бири кетма-кет 2 партияни ютгунча давом этади (дуранг натижа ҳисобга олинмайди). Ҳар бир ўйинчининг партияни ютиши эҳтимоллиги 0,5 га тенг ва олдинги партиялар натижаларига боғлиқ эмас. Ўйин 6- партиягача тугаши эҳтимоллигини топинг.

4.1. 10 000 та қиймат келтирилган логарифмлар жадвалида битта хато кетган. Жадвалдан таваккалига олинган 100 та логарифм қиймати орасида ақалли битта хато қиймат борлиги эҳтимоллигини топинг.

4.2. Олти лампали (ҳамма лампалар ҳар хил) радиоприёмникнинг битта лампаси «куйиб» қолди. Приёмникни тузатиш учун занжирдаги элементдан таваккалига танланган лампани олиб аралаштирилади ва приёмник текшириб кўрилади. Приёмникнинг

а) битта лампани;

б) иккита лампани;

в) учта лампани алмаштиргандан сўнг одатдагидек ишлаб кетиши эҳтимоллигини топинг.

4.3. Тўрт овчи нишонга қарата маълум бир тартибда ўқ узишга келишиб олишди: навбатдаги овчи ундан олдинги овчи нишонга теккиза олмаган тақдирдагина ўқ узади. Ҳар бир овчининг нишонга текказиш эҳтимоллиги бир хил бўлиб, 0,8 га тенг. Нишонга қарата:

а) битта;

б) иккита;

в) учта ўқ узилиш эҳтимоллигини топинг.

4.4. Рақамли қулф умумий ўқида тўртта диск бор. Ҳар бир диск рақамлар билан белгиланган олтита секторга бўлинган. Қулфни дисклардаги рақамлар маълум комбинация (у қулфнинг «сири»дан иборат) ташкил этгандагина очиш мумкин. Рақамларнинг ихтиёрий комбинациясини териб, қулфни очиш мумкинлиги эҳтимоллигини топинг.

4.5 Механизмга учта бир хил деталь киради. Агар механизмни йиғишда учала деталь ўрнига ўлчамлари чизмада белгиланганидан катта бўлган деталлар қўйилса, механизмнинг иши бузилади. Йиғувчида 5 таси катта ўлчамдаги 12 та деталь қолди. Агар йиғувчи деталларни таваккалига олса, бу деталлардан йиғилган механизмнинг нормал ишламаслик эҳтимоллигини топинг.

4.6. Корхонада яроқсиз маҳсулот умумий маҳсулотнинг ўртача 2 %ни ташкил этади. Яроқли маҳсулотнинг 95 % ини биринчи нав ташкил этади. Таваккалига олинган маҳсулот:

а) текширишдан ўтган маҳсулотдан олинган бўлса;

б) тайёрланган умумий маҳсулотдан олинган бўлса, унинг биринчи навли бўлиши эҳтимоллигини топинг.

4.7. Овчи узоқлашаётган нишонга қарата 2 марта ўқ узди. Отиш бошланганда нишонга тегиш эҳтимоллиги 0,8 га тенг, кейинги ҳар қайси ўқ узишда эса у 0,1 га камаяди. Овчининг:

а) ҳар иккала ҳолда ҳам нишонга текказа олмаслиги;

б) ақалли бир марта текказиш эҳтимоллигини топинг.

4.8. «A» ва «B» ҳодисалар қуйидагича: «A» ҳодиса — 4 та ўйин соққасини бир пайтда ташланганда ақалли битта бир тушиши; «B»ҳодиса — 2 та соққани 24 марта ташланганда ақалли бир марта 2 та бир тушиши. Бу ҳодисаларнинг қайси бири эҳтимоллироқ?

4.9. Ишчи тайёрлайдиган деталларнинг 8 %и яроқсиз. Синаб кўришга олинган деталлар орасида бирорта ҳам яроқсизи бўлмаслиги эҳтимоллигини топинг.

4.10. Иссиқлик электростанциясида 15 смена муҳандислари бўлиб, уларнинг 3 таси аёллар. Сменада 3 киши туради. Таваккалига танланган сменада эркаклар 2 тадан кам бўлмаслиги эҳтимоллигини топинг.

4.11. 30 талабанинг ишлаб чиқариш амалиёти учун Тошкентда 15 та жой, Фарғонада 8 та жой, Олмалиқда 7 та жой ажратилган. Икки ўртоқнинг битта шаҳарда амалиёт ўтиши эҳтимоллигини топинг.

4.12. Қутида a дона оқ ва b дона қора шар бор. Қутидаги ҳамма шарлар бирин-кетин, тасодифий равишда олинади. Тартиб бўйича иккинчи олинган шарнинг оқ бўлиши эҳтимоллигини топинг.

4.13. Карталарнинг тўлиқ дастаси (52 та карта)дан бирваракайига 4 та карта олинади. Қуйидаги ҳодисалар қаралади:

«A» — олинган карталар ичида ҳеч бўлмаганда битта «ғиштин» бўлади;

«B» — олинган карталар ичида ҳеч бўлмаганда битта «қарға» бўлади.

$A+B$ ҳодисанинг эҳтимоллигини топинг.

4.14. Қасаба уюшмаси ёзда дам олишга кетадиган болалар учун 15 та спорт лагерига, 9 та сайёҳлик лагерига ва 4 та соғломлаштириш лагерига йўлланмалар ажратди. Агар учта ўртоқнинг ота-оналари бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда биттадан йўлланма олиб келган бўлсалар, бу уч ўртоқнинг битта лагерда дам олиши эҳтимоллигини топинг.

4.15. Биринчи қутида 5 та оқ, 11 та қора ва 8 та қизил шар, иккинчи қутида эса 10 та оқ, 8 та қора ва 6 та қизил шар бор. Ҳар иккала қутидан таваккалига биттадан шар олинади. Олинган шарлар бир хил рангда бўлиши эҳтимоллигини топинг.

4.16. Яшикда тўрт рангдаги ғалтак иплар бор: оқ — 50 %, қизил — 20 %, яшил — 20 %, кўк — 10 %. Таваккалига олинган ғалтакнинг яшил ёки кўк бўлиши эҳтимоллигини топинг.

4.17. Тайёрланаётган деталларнинг ўртача 3 %и яроқсиз. Синаш учун олинган 5 та деталнинг орасида бирорта ҳам яроқсизи бўлмаслиги эҳтимоллигини топинг.

4.18. Қутичада 30 % и оқ, қолганлари қизил ғалтак иплар аралаштирилиб қўйилган. Таваккалига олинган икки ғалтак ип бир хил рангда бўлиши эҳтимоллигини топинг.

4.19. Техник кўрув станциясига 20 та машина келтирилди. Уларнинг 5 тасида юриш қисмида, 8 тасида моторда нуқсонлар бўлиб, 10 тасида ҳеч қандай нуқсон топилмади. Юриш қисмида нуқсони бўлган машинанинг моторида ҳам нуқсон борлиги эҳтимоллигини топинг.

4.20. 12 ўғил бола ва 18 қиз бола бор гуруҳдан 2 киши таваккалига танланди. Уларнинг

а) иккаласи ўғил бола;

б) қиз бола ва ўғил бола бўлиши эҳтимоллигини топинг.

4.21. Харидорга 41- ўлчамдаги пойафзал зарурлиги эҳтимоллиги 0,2 га тенг бўлсин. Дастлабки бешта харидорнинг 41- ўлчамдаги пойафзални сўраш эҳтимоллигини топинг.

4.22. 1 ва 2 деб белгиланган 2 та ўйин соққаси ташланди. Биринчи соққадаги очколарнинг иккинчи соққадаги очколардан катта бўлиши эҳтимоллигини топинг.

4.23. Ўйин соққасини ташланганда жуфт ёки учга каррали очко тушиши эҳтимоллигини топинг.

4.24. Ишчи 4 та станокка хизмат кўрсатади. Бир соат давомида биринчи станок ишчининг созлаш учун аралашувини талаб қилмаслик эҳтимоллиги 0,2 га тенг; иккинчи станок учун 0,25; учинчи станок учун 0,6 га, тўртинчи станок учун эса 0,4 га тенг. Бир соат давомида бирорта ҳам станокнинг ишчининг аралашувини талаб этмаслиги эҳтимоллигини топинг.

4.25. Талаба олий математикадан имтиҳонга тайёрланиши учун математик таҳлил фанидан 20 саволга ва геометриядан 25 та саволга жавоб тайёрлаши керак. Бирок, у математик таҳлилдан 15 та, геометриядан 20 та саволга жавоб тайёрлай олди, холос. Билетда 3 та савол бор: 2 та таҳлилдан ва 1 та геометриядан.

а) талаба имтиҳонни аълога топшириши (учала саволга ҳам жавоб бериши);

б) яхшига топшириши (исталган иккита саволга жавоб бериши) эҳтимоллигини топинг.

4.26. Деталларга 3 босқичда ишлов берилади. Биринчи босқичда яроқсиз деталь олиш эҳтимоллиги 0,02 га, иккинчисида 0,03 га, учинчисида 0,02 га тенг. Айрим босқичларда яроқсиз деталь олиш боғлиқмас ходисалар деб фараз қилиб, 3 та босқичдан сўнг яроқли деталь олиш эҳтимоллигини топинг.

4.27. 1,2,3,4,5 рақамлардан биттаси, қолганларидан яна биттаси танланади. Тоқ сон танланган бўлиб, унинг

а) биринчи галда,
б) иккинчи галда,
в) иккала галда ҳам танланганлиги эҳтимоллигини топинг.

4.28. n-тартибли дитерминант ёйилмасининг битта ҳади таваккалига танланади. Танланган ҳадда бош диагональ элементлари бўлмаслиги эҳтимоллиги p_n ни топинг. $\lim\limits_{n\to\infty} P_n$ ни ҳисобланг.

4.29. Уч киши галма-галдан тангани ташлайди. Кимда биринчи бўлиб гербли томон тушса, ўша ютган ҳисобланади. Ҳар қайси ўйинчи учун ютиш эҳтимоллигини топинг.

4.30. Икки киши галма-галдан тангани ташлайди. Кимда биринчи бўлиб гербли томон тушса, ўша ютган ҳисобланади. Ҳар қайси ўйинчи учун ютиш эҳтимоллигини топинг.

5.1. Пластмасса ғўлалар учта прессда тайёрланади. I пресс барча ғўлаларнинг 50 % ини, II- 30 %, III- 20 % ини ишлаб чиқаради. Бунда I пресс ғўлаларининг 0,025, II нинг 0,02, III нинг 0,015 қисми ностандартдир. Тайёр ғўлалар ичидан таваккалига олингани стандарт бўлиши эҳтимоллигини топинг.

5.2. Пластмасса буюмлар учта автоматда тайййёрланади: I автомат маҳсулотнинг 40 % ини, II-35 % ини, III-25 % ини ишлаб чиқаради. Бунда I автоматнинг 0,13, II- 0,025, III- 0,025 қисми ностандарт буюмлардир. Танланган стандарт буюм III автоматда тайёрланганлиги эҳтимоллигини топинг.

5.3. Дўконга 4 лампочка заводида тайёрланган бир хил лампочкалар қабул қилиб олинди: I заводдан 350 дона, II дан 625 дона, III дан 245 дона ва IV дан 850 дона. Лампочкалар 1500 соатдан ортиқ вақт ёниши эҳтимоллиги I завод учун 0,25 га, II завод учун 0,30 га, III завод учун 0,40 га, IV завод учун 0,75 га тенг. Дўкон токчаларига лампочкалар аралаштириб териб чиқилади. Сотиб олинган лампочканинг 1500 соатдан кўп вақт ёниши эҳтимоллигини топинг.

5.4. Омборга 1000 та подшипник келтирилди. Уларнинг 260 таси I заводда, 400 таси II заводда ва 340 таси III заводда тайёрланган. Подшипникнинг ностандарт бўлиб чиқиши эҳтимоллиги I завод учун 0,08 га, II завод учун 0,025 га, III завод учун, 0,04 га тенг. Таваккалига олинган подшипник ностандарт бўлиб чиқди. Бу подшипникнинг I заводда тайёрланганлиги эҳтимоллигини топинг.

5.5. Электр лампочкалари партиясининг 10 % и I заводда, 40 % и II заводда, 50 % и III заводда тайёрланган. Яроқсиз лампочка ишлаб чиқариш I завод учун 0,02, II завод учун 0,008, III завод учун 0,006. Таваккалига олинган лампочканинг яроқсиз бўлиши эҳтимоллигини топинг.

5.6. Соатлар учта заводда тайёрланади ва дўконга келтирилади. I завод маҳсулотининг 40 % ини, II завод 45 % ини, III завод 15 % ини тайёрлайди. I завод тайёрлаган соатларнинг 90 % и, II завод соатларининг 70 % и, III завод соатларининг 90 % и илгарилаб кетади. Сотиб олинган соатнинг илгарилаб кетиши эҳтимоллигини топинг.

5.7. Иккита яшикда радиолампалар бор. Биринчи яшикда 12 лампа бўлиб, 1 таси яроқсиз, иккинчи яшикда 10 та лампочка бўлиб, уларнинг 1 таси яроқсиз. Биринчи яшикдан битта лампа олиниб, иккинчи яшикка солинади. Иккинчи яшикдан таваккалига олинган лампанинг яроқсиз бўлиши эҳтимоллигини топинг.

5.8. Биринчи жамоада 6 та спорт устаси ва 4 та биринчи разрядли спортчи, иккинчи жамоада 6 та биринчи разрядли спортчи ва 4 та спорт устаси бор. Бу жамоалар ўйинчиларидан тузилган терма жамоада 10 ўйинчи бор: 6 ўйинчи — биринчи жамоадан, 4 ўйинчи — иккинчи жамоадан. Терма жамоадан таваккалига бир ўйинчи танланади. Бу ўйинчининг спорт устаси бўлиши эҳтимоллигини топинг.

5.9. Ҳамма буюмлар иккита назоратчи томонидан текширилади. Буюмнинг текшириш учун биринчи назоратчига тушиши эҳтимоллиги 0,55 га, иккинчи назоратчига тушиши эҳтимоллиги 0,45 га тенг. Биринчи назоратчининг ностандарт буюмни ўтказиб юбориш эҳтимоллиги 0,01 га, иккинчи назоратчи учун 0,02 га тенг. Таваккалига «стандарт» тамғали буюм олинганда у яроқсиз бўлиб чиқди. Бу буюмнинг иккинчи назоратчи томонидан текширилганлиги эҳтимоллигини топинг.

5.10. Йиғиш учун деталлар иккита станокда тайёрланиб, уларнинг биринчиси иккинчисига нисбатан 3 марта кўп деталь ишлаб чиқаради. Бунда биринчи станок ишлаб чиқарадиган деталларнинг 0,025, иккинчи станок учун 0,015 қисмини яроқсиз деталлар ташкил этади. Таваккалига йиғиш учун олинган битта деталь яроқли бўлиб чиқди. Бу деталнинг иккинчи станокда тайёрланган бўлиши эҳтимоллигини топинг.

5.11. 9 та бир хил ёпиқ қутининг ҳар бирида фақат ранглари билан фарқланувчи 10 тадан шар бор. 2 та қутида 5 тадан оқ шар бор, 3 қутида 4 тадан оқ шар бор ва 4 қутида 3 тадан оқ шар бор. Тугмачани босиш натижасида қайсидир қутидан оқ шар отилиб чиқди. Бу кутида 3 та оқ шар бўлганлиги эҳтимоллигини топинг.

5.12. 4 та мерган бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда битта нишонга биттадан ўқ уздилар. Бу мерганлар учун нишонга тегказиш эҳтимолликлари мос равишда 0,4; 0,6; 0,7; 0,8 га тенг. Отиш тугагандан сўнг нишондан учта ўқнинг изи топилди. Тўртинчи мерганнинг ўқи хато кетганлиги эҳтимоллигини топинг.

5.13. Биринчи кутида 10 та шар бўлиб, уларнинг 8 таси оқ, иккинчи кутида 20 та шар бўлиб, 4 таси оқ. Ҳар қайси кутидан таваккалига биттадан шар олинди, сўнгра таваккалига бу шарларнинг бири олинди. Оқ шар олинганлиги эҳтимоллигини топинг.

5.14. Талабаларнинг қурилиш отрядида 2 та бригада биринчи босқич талабаларидан, битта бригада эса иккинчи босқич талабаларидан тузилган. Биринчи босқичларнинг ҳар қайси бригадасида 5 йигит ва 3 қиз бор, иккинчи босқичларнинг бригадасида 4 йигит ва 4 қиз бор. Қуръа ташлаш билан отряд бригадаларининг биридан шаҳарга бориш учун бир киши танланди.

а) Йигит танланганлиги эҳтимоллигини топинг.

б) Йигит танланган. Унинг биринчи босқич талабаси экани эҳтимоллигини топинг.

5.15. Омборда 3 та фабрикадан маҳсулот келади: биринчи фабриканинг маҳсулоти 20 % ни, иккинчи фабриканики 46 % ни, учинчи фабриканики 34 % ни ташкил этади. Ностандарт буюм ишлаб чиқариш 1-фабрика учун ўртача 3 % ни, 2-фабрика учун 2 % ни, 3-фабрика учун 1 % ни ташкил этади. Агар таваккалига олинган буюм ностандарт бўлса, унинг 1-фабрикада тайёрланганлик эҳтимоллигини топинг.

5.16. Имтиҳонга келган 10 талабанинг учтаси аъло, тўрттаси — яхши, иккитаси — ўртача ва биттаси — ёмон тайёргарликка эга. Имтиҳон билетларида 20 та савол бор. Аъло тайёргарликка эга талаба барча 20 та саволга, яхши тайёргарликка эга талаба 16 та саволга, ўртачаси 10 та саволга, ёмони 5 та саволга жавоб бериши мумкин. Таваккалига чақирилган талаба берилган 3 та исталган саволга жавоб берди. Бу талабанинг: а) аъло тайёргарликка; б) ёмон тайёргарликка эга эканлиги эҳтимоллигини топинг.

5.17. Радиолампа учта заводнинг ҳар биридан тегишли 0,25; 0,50; 0,25 эҳтимолликлар билан қабул қилинади. Бир йил ичида лампочкаларнинг ишдан чиқиш эҳтимоллиги 1-завод лампалари учун 0,1 га, иккинчи учун 0,2 га, учинчи учун 0,4 га тенг. Таваккалига танланган лампанинг бир йил ишлаши эҳтимоллигини топинг.

5.18. Бензин қуйиш шохобчаси олдидан енгил ва юк машиналари ўтиб туради. Уларнинг 60 % и юк машиналаридан иборат. Ўтиб кетаётган машинанинг бензин қуйиш шохобчасига кириб ўтиш эҳтимоллиги юк машинаси учун 0,1 га, енгил машина учун 0,2 га тенг. Шохобчага машина кириб келди. Унинг юк машинаси эканлиги эҳтимоллигини топинг.

5.19. Қурилишга 1000 дона ғишт келтирилди. Йўлда ғиштнинг синиш эҳтимоллиги 0,003 га тенг. Қурилишга: а) 2 тадан ортиқ

синган ғишт: б) ақалли битта синган ғишт келтирилганлиги эҳтимоллигини топинг.

5.20. Спартакиадада 1-гуруҳдан 4 талаба, 2-гуруҳдан 6 талаба, 3-гуруҳдан 5 талаба қатнашмоқда. 1-гуруҳ талабаси институт терма жамоасига 0,9 эҳтимоллик билан қабул қилинади, 2-гуруҳ талабаси учун бу эҳтимоллик 0,7 га, 3-гуруҳ талабаси учун 0,8 га тенг. Таваккалига танланган талаба институт терма жамоасига қабул қилинди. Бу талабанинг қайси гуруҳда ўқиши эҳтимоллироқ?

5.21. Йиғилган электр занжирга I тур сақлагич қўйилиши мумкин, у кучланиш ортиб кетганда 0,8 эҳтимоллик билан ишлаб кетади ёки II тур сақлагич қўйилиши мумкинки, у ўша шароитда 0,9 эҳтимоллик билан ишлаб кетади. I тур сақлагич занжирга 0,6 эҳтимоллик билан, II тур сақлагич эса 0,4 эҳтимоллик билан уланиши мумкин. Занжирга уланган сақлагич ишга тушиб кетди. Қайси бири эҳтимоллироқ: I тур сақлагич қўйилганими ёки II тур сақлагич қўйилганими?

5.22. Ишчи бир хил деталларга ишлов бериладиган учта станокка хизмат кўрсатади. Яроқсиз деталь ишлаб чиқариш эҳтимоллиги 1-станок учун 0,02 га, 2-станок учун 0,03 га, учинчи станок учун — 0,04 га тенг. Ишлов берилган деталлар битта яшикка жойланади. 1-станокнинг унумдорлиги 2-станокка нисбатан уч марта юқори, 3-станокнинг унумдорлиги эса 2-станокнинг унумдорлигига нисбатан икки марта паст. Таваккалига олинган деталнинг яроқсиз бўлиб чиқиши эҳтимоллигини топинг.

5.23. Самолётга қарата учта ўқ узилди. 1-отишда мўлжалга тегиш эҳтимоллиги 0,5 га, 2-отишда 0,6 га, 3-отишда 0,8 га тенг. Битта ўқ тегканда самолётнинг уриб туширилиш эҳтимоллиги 0,3 га, иккита ўқ тегканда 0,6 га тенг, учта ўқ тегканда эса самолётнинг уриб туширилиши аниқдир. Самолётнинг уриб туширилиши эҳтимоллигини топинг.

5.24. Учта станок конвейерга деталлар етказиб беради. 1-станок учун яроқсиз деталь чиқариш эҳтимоллиги 0,03 га, 2-станок учун 0,02 га, 3-станок учун 0,01 га тенг. 1-станокнинг унумдорлиги 2-станокникига нисбатан уч марта юқори. 3-станокники эса 2-станокникига нисбатан 2 марта юқори. Конвейердан таваккалига олинган деталнинг яроқсиз бўлиши эҳтимоллигини топинг.

5.25. Йиғув цехига деталлар 3 та автоматдан келтирилади. 1-автомат 0,3 %, 2-автомат — 0,2 %, 3-автомат 0,4 % яроқсиз деталь ишлаб чиқариши маълум. Агар 1-автоматдан 1000 та, 2-автоматдан 2000 та, 3-автоматдан 2500 та деталь келтирилган бўлса, йиғишга таваккалига олинган деталнинг яроқсиз бўлиши эҳтимоллиғини топинг.

5.26. Йиғиш цехига деталлар 2 та бўлимдан келтирилади: I бўлимдан — 70 %, II бўлимдан — 30 %. Бунда I бўлим деталларининг 10 %и, II бўлимники эса 20 % и яроқсиз. Таваккалига олинган деталнинг яроқсиз бўлиши эҳтимоллигини топинг.

38—665

5.27. Электр лампочкалари партиясининг 20 % ини 1-завод, 30 % ини 2-завод, 50 % ини 3-завод тайёрлаган. 1-завод учун яроқсиз лампочка ишлаб чиқариш эҳтимоллиги 0,01 га, 2-завод учун 0,005 га, 3-завод учун 0,006 га тенг. Таваккалига олинган лампочканинг яроқсиз бўлиши эҳтимоллигини топинг.

5.28. Омборга 1000та деталь келтирилди. Уларнинг 200 таси 1-заводда, 460 таси 2-заводда, 340 таси 3-заводда тайёрланган. Деталнинг яроқсиз бўлиб чиқиши эҳтимоллиги 1-завод учун 0,03 га, 2-завод учун 0,02 га, 3-завод учун эса 0,01 га тенг. Таваккалига олинган деталь яроқсиз бўлиб чиқди. Унинг 1-заводда тайёрланган бўлиши эҳтимоллигини топинг.

5.29. Дўконга 4 та лампа заводида тайёрланган бир хил электр лампочкалари келтирилди: 1-заводдан 250 та, 2-заводдан 525 та, 3-заводдан 275 та ва 4-заводдан 950 та. Лампочканинг 1500 соатдан кўп ёниши эҳтимоллиги 1-завод учун 0,15 га, 2-завод учун 0,30 га, 3-завод учун 0,20 га ва 4-завод учун 0,70 га тенг. Лампочкалар токчаларга жойлаштирилаётганда улар аралашиб кетди. Сотиб олинган лампочканинг 1500 соатдан ортиқ ёниши эҳтимоллигини топинг.

5.30. Пластмасса буюмлар учта станокда тайёрланади. I станок бутун маҳсулотнинг 50 % ини, II 30 % ини, III 20 % ни тайёрлайди. Бунда I станок буюмларининг 0,025 қисми, II нинг 0,02 қисми, III нинг 0,015 қисми яроқсиз. Стандартга жавоб берувчи буюмнинг II станокда тайёрланганлик эҳтимоллигини топинг.

6.1. Цехда 6 та мотор бор. Ҳар бир мотор учун унинг мазкур пайтда ишга туширилганлик эҳтимоллиги 0,8 га тенг. Мазкур пайтда а) 4 та мотор: б) ҳамма моторлар ишга туширилганлик эҳтимоллиги; в) барча моторлар ўчириб қўйилганлик эҳтимоллигини топинг.

6.2. Бир дона лотерея билетига ютуқ чиқиш эҳтимоллиги $\frac{1}{7}$ га тенг. 6 та билетга эга бўлиб: а) иккита билетга; б) учта билетга; в) ҳамма билетларга ютуқ чиқиши эҳтимоллигини топинг.

6.3. Бананлар ортилган учта кема келиши кутиляпти. Статистиканинг кўрсатишича келтирилаётган бананларнинг йўлда айниб қолиши 13 % ни ташкил этади. У ҳолда а) битта кеманинг; б) иккита кеманинг; в) учала кеманинг айниган маҳсулот билан келиши эҳтимоллигини топинг. Барча кемалардаги бананларнинг айнимаган бўлиши эҳтимоллиги нимага тенг?

6.4. Автобазада 12 та машина бор. Уларнинг ҳар бирининг йўлга чиқиш эҳтимоллиги 0,8 га тенг. Автобаза меъёрида ишлаши учун камида 8 та машина йўлда бўлиши керак бўлса, автобазанинг меъёрида ишлаши эҳтимоллигини топинг.

6.5. Телевизорнинг кафолат муддати ичида таъмирлашни талаб этиши эҳтимоллиги 0,2 га тенг. Кафолат муддати ичида 6 та телевизорнинг а) биттадан кўп бўлмагани; б) ақалли биттаси таъмирлашни талаб этиши эҳтимоллигини топинг.

6.6. Таваккалига олинган деталнинг ностандарт бўлиши эҳтимоллиги 0,1 га тенг бўлсин. Таваккалига олинган бешта

деталнинг иккитадан кўп бўлмагани ностандарт бўлиши эҳтимоллигини топинг.

6.7. 6 та болали оилада камида иккитаси қиз бола бўлиши эҳтимоллигини топинг. Ўғил бола туғилиши эҳтимоллигини 0,51 деб олинг.

6.8. Битта лотерея билетига ютуқ чиқиши эҳтимоллиги $\frac{1}{7}$ га тенг. Олтита билетнинг энг камида иккитасига ютук чиқиши эҳтимоллигини топинг.

6.9. Объектни яксон қилиш учун камида 3 марта нишонга тегиш керак. 15 та ўқ узилди. Ҳар қайси отишда нишонга тегиш эҳтимоллиги 0,4 га тенг бўлса, объектнинг яксон қилиниш эҳтимоллигини топинг.

6.10. Синаш пайтида ишламай қолиш эҳтимоллиги ҳар бир асбоб учун 0,4 га тенг. Қайси ҳодисанинг эҳтимоллиги катта: 4 та боғлиқмас синашда 2 та асбобнинг ишламай қолишими ёки 6 та боғлиқмас синашда 3 та асбобнинг ишламай қолишими?

6.11. Устахонада 8 та мотор ишлаяпти. Ҳар бир мотор учун тушликкача қизиб кетиш эҳтимоллиги 0,7 га тенг. Тушгача: а) 4 та моторнинг қизиб кетиши; б) барча моторларнинг қизиб кетиши; в) бирорта ҳам моторнинг қизиб кетмаслик эҳтимоллигини топинг.

6.12. Яшикда бир неча минг сақлагичлар бор. Уларнинг ярмисини 1-завод, қолганини 2-завод тайёрлаган. Таваккалига 5 та сақлагич олинди. Уларнинг: а) иккитаси; б) камида иккитаси; в) иккитадан кўпи 1-заводда тайёрлангаилик эҳтимоллигини топинг.

6.13. Қайси бири эҳтимоллироқ: тенг кучли рақиб билан ўйнаб тўрт партиядан учтасини ютишми ёки саккиз партиядан камида бештасини ютишми (дуранг ҳисобга олинмайди)?

6.14. Ўйин соққасини 10 марта ташланганда учга каррали очко икки мартадан кўп, лекин беш мартадан кам марта тушиши эҳтимоллигини топинг.

6.15 Яшикдаги деталларнинг 40 % и 1-заводда, қолганлари 2-заводда тайёрланган. Яшикдан таваккалига 7 та деталь олинди. Уларнинг ичида: а) иккитаси; б) 3 тадан кўп бўлмагани; в) 2 тадан ортиғи 1-заводда тайёрланган бўлиши эҳтимоллигини топинг.

6.16. Ишчи 50 та дастгоҳга хизмат кўрсатади. 6 соатлик иш вақтида дастгоҳнинг созлашни талаб этиши эҳтимоллиги $\frac{1}{3}$ га тенг. Қайси бири эҳтимоллироқ:

а) 17 та дастгоҳ созлашни талаб этади;

б) 16 та дастгоҳ созлашни талаб этади.

6.17. Завод дўконга 5000 дона сифатли буюм жўнатди. Ҳар буюмнинг йўлда шикастланиш эҳтимоллиги 0,0002 га тенг. Йўлда 5000 буюмнинг: а) роса 3 таси; б) 3 тадан ортиғи шикастланиши эҳтимоллигини топинг.

6.18. Кинотеатрга 730 томошабин сиғади. а) 3 та томошабин бир кунда (масалан, 1 мартда) туғилганлиги; б) 3 тадан кўп бўлмаган томошабин бир кунда туғилганлиги эҳтимоллигини топинг.

6.19. Қурилишга 1000 дона ғишт келтирилди. Ташиш ва келтириш пайтида ғиштнинг синиш эҳтимоллиги 0,003 га тенг. Қурилишга: а) 2 тадан ортиқ синган ғишт келтирилганлик; б) камида битта синиқ ғишт келтирилганлик эҳтимоллигини топинг.

6.20. Чапақайлар ўртача 1 % ни ташкил этади. 200 талаба орасида: а) роса 4 та; б) 4 тадан кам бўлмаган чапақай борлиги эҳтимоллигини топинг.

6.21. Дўконга 1000 шиша маъдан сув келтирилди. Келтириш пайтида шиша идишнинг синиб қолиши эҳтимоллиги 0,003 га тенг. Дўконга: а) роса 2 та; б) 2 тадан кам синган шиша идиш келтирилганлиги эҳтимоллигини топинг.

6.22. Дарслик 10000 нусхада чоп этилди. Дарслик нусхаси нотўғри бетланганлик эҳтимоллиги 0,0001 га тенг. Ҳамма нусха ичида роса 5 дона яроқсиз дарслик борлиги эҳтимоллигини топинг.

6.23. Беш болали оилада учтадан ортиқ қиз бола бўлмаслиги эҳтимоллигини топинг. (Ўғил бола туғилиши эҳтимоллиги 0,51 деб олинг.)

6.24. Китоб саҳифасида хато учраши эҳтимоллиги 0,002 га тенг. 500 саҳифали китоб текширилмоқда. а) 2 саҳифада; б) 2 дан ортиқ бўлмаган саҳифада хато учраши эҳтимоллигини топинг.

6.25. A ҳодисанинг рўй бериш эҳтимоллиги 0,4 га тенг. 10 та синовда A ҳодиса 3 тадан кўп бўлмаган ҳолда рўй бериш эҳтимоллигини топинг.

6.26. Завод дўконга 6000 дона сифатли буюм жўнатди. Йўлда шикастланиш эҳтимоллиги ҳар бир буюм учун 0,00025 га тенг. Жўнатилган 600 дона буюм орасида йўлда: а) роса 2 таси; б) 2 тадан кўпи шикастланган бўлиши эҳтимоллигини топинг.

6.27. Кинотеатрга 1000 та томошабин сиғади. а) 2 та томошабиннинг бир кунда (масалан 1 мартда) туғилганлиги эҳтимоллиги; б) 2 тадан кўп бўлмаган томошабиннинг бир кунда туғилганлиги эҳтимоллигини топинг.

6.28. Дарслик 40000 нусхада чоп этилган. Дарслик нусхасида камчилик бўлиш эҳтимоллиги 0,00015 га тенг. Бутун нусхада роса 6 дона камчилиги бор дарслик бўлиши эҳтимоллигини топинг.

6.29. A ҳодисанинг рўй бериш эҳтимоллиги 0,45 га тенг. 40 та синовда A ҳодиса 8 тадан кўп бўлмаган ҳолда рўй бериши эҳтимоллигини топинг.

6.30. Устахонада 9 та мотор ишлаяпти. Ҳар бир мотор учун тушгача қизиб кетиш эҳтимоллиги 0,6 га тенг. Тушгача: а) 3 та мотор қизиб кетиши эҳтимоллигини; б) ҳамма моторлар қизиб кетиши эҳтимоллигини; в) бирорта ҳам мотор қизиб кетмаслиги эҳтимоллигини топинг.

7.1. Тўпдан ўқ узишда битта ўқ узиб, нишонга текказиш эҳтимоллиги 0,8 га тенг. 900 та ўқ узилганда уларнинг камида 690 тасининг, кўпи билан 740 тасининг нишонга тегиши эҳтимоллигини топинг.

7.2. Болтлар йўнишда ўртача 10 % бракка йўл қўйилиш

кузатилади. 400 та болтдан иборат партияда 299 тадан ортиғи яроқли бўлиши эҳтимоллигини топинг.

7.3. Ҳаракатланаётган нишонга битта ўқ узишда текказиш эҳтимоллиги 0,7 га тенг. 20 та ўқ узилганда 15 тасининг нишонга тегиши эҳтимоллигини топинг.

7.4. Битта ўқ узишда нишонга текказиш эҳтимоллиги 0,4 га тенг. 320 та ўқ узилганда 100 тасининг нишонга тегиши эҳтимоллигини топинг.

7.5. Берилган ўсимлик уруғининг униб чиқувчанлиги 90 % ни ташкил этади. Экилган 800 та уруғнинг камида 700 тасининг униб чиқиши эҳтимоллигини топинг.

7.6. A ходисанинг 900 та боғлиқмас ҳодисаларнинг ҳар бирида рўй бериши эҳтимоллиги p 0,8 га тенг. A ҳодисанинг камида 710 марта, кўпи билан 740 марта рўй бериши эҳтимоллигини топинг.

7.7. A ҳодисанинг 900 та боғлиқмас ҳодисанинг ҳар бирида рўй бериши эҳтимоллиги p 0,8 га тенг. A ҳодисанинг: а) 750 марта; б) 710 марта рўй бериши эҳтимоллигини топинг.

7.8. Китоб саҳифасида хато бўлиши эҳтимоллиги 0,002 га тенг. 500 саҳифали китоб текширилади. Камида 3, кўпи билан 5 саҳифада хато бўлиши эҳтимоллигини топинг.

7.9. 100 та станок бир-бирига боғлиқ бўлмай ишлайди, буида уларнинг ҳар бирининг 6 соат иш вақтида узлуксиз ишлаш эҳтимоллиги 0,8 га тенг. Олти соат иш вақтида камида 75 та, кўпи билан 85 та станокнинг узлуксиз ишлаши эҳтимоллигини топинг.

7.10. 100 та станок бир-бирига боғлиқ бўлмай ишлайди, бунда уларнинг ҳар бирининг 6 соат иш вақтида узлуксиз ишлаш эҳтимоллиги 0,8 га тенг. Олти соат иш вақтида 85 та станок узлуксиз ишлаши эҳтимоллигини топинг.

7.11. Фабрика 75 % биринчи нав маҳсулот чиқаради. 300 та маҳсулот ичидан биринчи навлилари сони камида 219 та ва кўпи билан 234 та бўлиши эҳтимоллигини топинг.

7.12. Ўйин соққаси 500 марта ташланади. Бунда бир очко камида 70 марта ва кўпи билан 83 марта тушиши эҳтимоллигини топинг.

7.13. Танга 400 марта ташланади. Гербли томоннинг камида 204 марта ва кўпи билан 214 марта тушиши эҳтимоллигини топинг.

7.14. Ҳар қайси ўнта деталнинг 9 таси стандартга жавоб беради. Олинган 50 та деталлар ичида стандартга жавоб берадиганлари сони камида 42 та, кўпи билан 48 та бўлиши эҳтимоллигини топинг.

7.15. Ўйин соққаси 500 марта ташланади. Бунда бир очконинг: а) 83 марта; б) 78 марта тушиши эҳтимоллигини топинг.

7.16. Танга 400 марта ташланади. Бунда гербли томоннинг: а) 200 марта; б) 160 марта тушиши эҳтимоллигини топинг.

7.17. Мерганнинг битта ўқ узиб нишонга текказиш эҳтимоллиги 0,75 га тенг. 100 марта ўқ узилганда нишонга: а) камида 70 ва кўпи билан 80 марта; б) кўпи билан 70 марта текказиш эҳтимоллигини топинг.

7.18. Агар ҳодисанинг ҳар бир синовда рўй бериш эҳтимоллиги 0,2 га тенг бўлса, 400 та синовда унинг 104 марта рўй бериши эҳтимоллигини тақрибан топинг.

7.19. Агар боғлиқмас 1000 та синовларнинг ҳар бирида A ҳодиса 0,5 эҳтимоллик билан рўй берса, унинг камида 500 марта рўй бериши эҳтимоллигини топинг.

7.20. Агар боғлиқмас синовларнинг умумий сони 600 та бўлиб, ҳодисанинг алоҳида синовларда рўй бериши эҳтимоллиги 0,6 га тенг бўлса, ҳодисанинг камида 342 ва кўпи билан 378 марта рўй бериши эҳтимоллигини топинг.

7.21. Тўпдан ҳар бир алоҳида ўқ узишда нишонга текказиш эҳтимоллиги 0,9 га тенг. 20 та ўқ узилганда нишонга тегишлар сони 16 дан кам, 19 дан ортиқ бўлмаслиги эҳтимоллигини топинг.

7.22. Карбонит ғўлачаларни автоматик пресслаганда улар умумий сонининг $\frac{2}{3}$ қисми тамғасиз бўлади. Таваккалига олинган 450 та ғўлача орасида тамғасизлари сони камида 280 та, кўпи билан 320 та бўлиши эҳтимоллигини топинг.

7.23. Тўпдан ўқ узилганда нишон 0,8 эҳтимоллик билан яксон бўлади. 2000 та ўқ узилди. Бунда: а) камида 1200 марта, лекин 1300 дан ортиқ бўлмаган марта нишонга тегиш; б) камида 1200 марта нишонга тегиш эҳтимоллигини топинг.

7.24. Агар уруғнинг униб чиқиш эҳтимоллиги 0,75 бўлса, экилган 500 уруғнинг 130 таси униб чиқмаслик эҳтимоллигини топинг.

7.25. Ўйин соққаси 80 марта ташланади. 3 рақами 20 марта тушиши эҳтимоллигини аниқланг. (Лапласнинг локал теоремасини қўлланг.)

7.26. Ҳар ўнта деталнинг 5 таси стандартга жавоб беради. Олинган 50 та деталнинг стандартга жавоб берадиганлари сони камида 43 та, кўпи билан 49 та бўлиши эҳтимоллигини топинг.

7.27. Карбонит ғўлачаларни автоматик прессланганда $\frac{2}{3}$ қисми тамғасиз бўлади. Таваккалига олинган 450 та ғўлача ичида тамғасизлари сони камида 300 та ва кўпи билан 310 та бўлиши эҳтимоллигини топинг.

7.28. Тўпдан ўқ узганда нишонга текказиш эҳтимоллиги 0,9 га тенг. 900 та ўқ узилганда нишонга тегишлар сони камида 700 та ва кўпи билан 720 та бўлиши эҳтимоллигини топинг.

7.29. 1000 та боғлиқсиз синовларнинг ҳар бирида A ҳодиса 0,1 эҳтимоллик билан рўй беради. A ҳодисанинг камида 100 та, кўпи билан 125 марта рўй бериши эҳтимоллигини топинг.

7.30. Ўйин соққаси 300 марта ташланади. Бир очко камида 60 марта ва ортиғи билан 70 марта тушиши эҳтимоллигини топинг.

8. Қуйида X дискрет тасодифий миқдор тақсимот қонуни билан берилган.

а) Тақсимот функцияси $F(x)$ ни топинг ва унинг графигини чизинг.

б) X дискрет тасодифий миқдорнинг сонли характеристикалари $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ларни ҳисобланг.

8.1.

X	52	56	57	60
P	0,1	0,3	0,4	0,2

8.2.

X	16	24	26	28
P	0,4	0,3	0,1	0,2

8.3.

X	14	18	23	29
P	0,2	0,1	0,3	0,4

8.4.

X	30	32	35	40
P	0,1	0,5	0,2	0,2

8.5.

X	12	14	16	20
P	0,1	0,5	0,3	0,1

8.6.

X	12	14	18	20
P	0,3	0,1	0,4	0,2

8.7.

X	35	39	42	46
P	0,1	0,3	0,2	0,4

8.8.

X	23	25	28	29
P	0,3	0,2	0,4	0,1

8.9.

X	17	27	29	28
P	0,2	0,4	0,3	0,1

8.10.

X	24	26	38	30
P	0,2	0,2	0,5	0,1

8.11.

X	25	27	30	32
P	0,2	0,4	0,3	0,1

8.12.

X	2	16	19	21
P	0,1	0,5	0,3	0,1

8.13.

X	45	47	50	52
P	0,2	0,4	0,3	0,1

8.14.

X	10	12	14	16
P	0,2	0,3	0,1	0,4

8.15.

X	18	22	23	26
P	0,2	0,3	0,4	0,1

8.16.

X	78	80	84	85
P	0,2	0,3	0,1	0,4

8.17.

X	21	25	26	31
P	0,1	0,4	0,2	0,3

8.18.

X	25	28	30	33
P	0,1	0,2	0,4	0,3

8,19.

X	56	58	60	64
P	0,2	0,3	0,4	0,1

8.20.

X	60	64	67	70
P	0,1	0,3	0,4	0,2

8.21.

X	31	34	37	40
P	0,3	0,5	0,1	0,1

8.22.

X	20	22	30	31
P	0,1	0,2	0,4	0,3

8.23.

X	17	20	23	27
P	0,1	0,4	0,3	0,2

8.24.

X	28	32	34	36
P	0,1	0,2	0,2	0,5

8.25.

X	37	41	43	45
P	0,2	0,1	0,5	0,2

8.26.

X	30	35	38	40
P	0,3	0,5	0,1	0,1

8.27.

X	15	20	28	24
P	0,1	0,4	0,3	0,2

8.28.

X	20	25	30	31
P	0,1	0,2	0,4	0,3

8.29.

X	10	25	20	26
P	0,4	0,3	0,1	0,2

8.30.

X	41	40	52	55
P	0,2	0,3	0,1	0,4

9. X тасодифий миқдор $F(x)$ тақсимот функцияси билан берилган бўлса, қуйидагиларни топинг:

а) зичлик функция $f(x)$ ни;

б) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ ва $P(0{,}3<X<0{,}7)$ларни.

9.1 $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ агар } 0<x\leqslant 1, \\ 1 \text{ агар } x>1. \end{cases}$

9.2. $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant 0, \\ x^3, \text{ агар } 0<x\leqslant 1, \\ 1, \text{ агар } x>1. \end{cases}$

9.3. $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x<0, \\ 3x^2+2x, \text{ агар } 0<x\leqslant \frac{1}{3}, \\ 1, \text{ агар } x>\frac{1}{3}. \end{cases}$

9.4. $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant 1, \\ \frac{1}{2}(x^2-x), \text{ агар } 1<x\leqslant 2, \\ 1, \text{ агар } x>2. \end{cases}$

9.5. $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant 0, \\ 0{,}2x, \text{ агар } 0<x\leqslant 5, \\ 1, \text{ агар } x>5. \end{cases}$

9.6. $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ агар } x\leqslant -30, \\ \frac{x+30}{60}, \text{ агар } -30<x\leqslant 30, \\ 1, \text{ агар } x>30. \end{cases}$

9.7. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x}{a}\left(2-\frac{x}{a}\right), \text{ агар } 0<x\leqslant a,\\ 1, \text{ агар } x>a.\end{cases}$

9.8. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant \frac{\pi}{2},\\ 1-\sin x, \text{ агар } \frac{\pi}{2}<x\leqslant \pi,\\ 1, \text{ агар } x>\pi\end{cases}$

9.9. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant -1,\\ \frac{3}{4}(x+1), \text{ агар } -1<x\leqslant \frac{1}{3},\\ 1, \text{ агар } x>\frac{1}{3}.\end{cases}$

9.10. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ 1-\cos x, \text{ агар } 0<x\leqslant \frac{\pi}{2},\\ 1, \text{ агар } x>\frac{\pi}{2}.\end{cases}$

9.11. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x}{7}, \text{ агар } 0<x\leqslant 7,\\ 1, \text{ агар } x>7.\end{cases}$

9.12. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x^2}{36}, \text{ агар } 0<x\leqslant 6,\\ 1, \text{ агар } x>6.\end{cases}$

9.13. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x^2}{25}, \text{ агар } 0<x\leqslant 5,\\ 1, \text{ агар } x>5.\end{cases}$

9.14. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x^2}{16}, \text{ агар } 0<x\leqslant 4,\\ 1, \text{ агар } x>4.\end{cases}$

9.15. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{1-\cos x}{2}, \text{ агар } 0<x\leqslant \pi,\\ 1, \text{ агар } x>\pi.\end{cases}$

9.16. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant -\frac{\pi}{6},\\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sin 3x, \text{ агар } -\frac{\pi}{2}<x\leqslant \frac{\pi}{6},\\ 1, \text{ агар } x>\frac{\pi}{6}.\end{cases}$

9.17. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant -1,\\ \frac{x}{3}+\frac{1}{3}, \text{ агар } -1<x\leqslant 2,\\ 1, \text{ агар } x>2.\end{cases}$

9.18. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant -\frac{\pi}{2},\\ 1+\sin x, \text{ агар } -\frac{\pi}{2}<x\leqslant 0,\\ 1, \text{ агар } x>0.\end{cases}$

9.19. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 1,\\ x-1, \text{ агар } 1<x\leqslant 2,\\ 1, \text{ агар } x>2.\end{cases}$

9.20. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant \frac{3\pi}{4},\\ \cos 2x, \text{ агар } \frac{3\pi}{4}<x\leqslant \pi,\\ 1 \text{ агар } x>\pi.\end{cases}$

9.21. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant -\frac{\pi}{2},\\ \cos x, \text{ агар } -\frac{\pi}{2}<x\leqslant 0,\\ 1, \text{ агар } x>0.\end{cases}$

9.22. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x^2}{4}, \text{ агар } 0<x\leqslant 2,\\ 1, \text{ агар } x>2.\end{cases}$

9.23. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{x^2}{9}, \text{ агар } 0<x\leqslant 3,\\ 1, \text{ агар } x>3.\end{cases}$

9.24. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 2,\\ \frac{1}{2}x-1, \text{ агар } 2<x\leqslant 4,\\ 1, \text{ агар } x>4.\end{cases}$

9.25. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ 2\sin x, \text{ агар } 0<x\leqslant\frac{\pi}{6},\\ 1, \text{ агар } x>\frac{\pi}{6}.\end{cases}$

9.26. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \frac{2}{\sqrt{3}}\sin 3x, \text{ агар } 0<x\leqslant\frac{\pi}{9},\\ 1, \text{ агар } x>\frac{\pi}{9}.\end{cases}$

9.27. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant\frac{3\pi}{4},\\ \cos 2x, \text{ агар } \frac{3\pi}{4}<x\leqslant\pi,\\ 1, \text{ агар } x>\pi.\end{cases}$

9.28. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant -1,\\ \frac{1}{2}(x+1), \text{ агар } -1<x\leqslant 1,\\ 1, \text{ агар } x>1.\end{cases}$

9.29. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 0,\\ \sqrt[3]{x}, \text{ агар } 0<x\leqslant 1,\\ 1, \text{ агар } x>1.\end{cases}$

9.30. $F(x)=\begin{cases}0, \text{ агар } x\leqslant 3,\\ \ln\frac{x}{3}, \text{ агар } 3<x\leqslant 3e,\\ 1, \text{ агар } x>3e.\end{cases}$

15- б о б

АСОСИЙ СОНЛИ УСУЛЛАР

1- §. Чизиқли тенгламалар системасини ечишнинг Жордано — Гаусс усули ва уиннг татбиқи

15.1.1. Ушбу n та номаълумли n та чизиқли тенгламалар системаси берилган бўлсин:

$$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+a_{14}x_4+\ldots+a_{1n}x_n=b_1,\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3+a_{24}x_4+\ldots+a_{2n}x_n=b_2,\\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3+a_{34}x_4+\ldots+a_{3n}x_n=b_3,\\ a_{41}x_1+a_{42}x_2+a_{43}x_3+a_{44}x_4+\ldots+a_{4n}x_n=b_4,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+a_{n3}x_3+a_{n4}x_4+\ldots+a_{nn}x_n=b_n.\end{cases}$$

Жордано — Гауснинг модификацияланган усулига кўра бу системани ечиш учун бирор a_{ik} $(i=\overline{1,n}, k=\overline{1,n})$ коэффициентнн, масалан, $a_{11}\neq 0$ ни танлаймиз. У *ҳал қилувчи элемент* деб аталади. Системанинг биринчи тенгламасини a_{11} га бўлиб, ҳосил бўлган тенгламани кетма-кет a_{i1} $(i=\overline{1,n})$ ларга кўпайтириб, системанинг мос i-тенгламасини ундан айирсак, биринчи тенгламадан ташқари барча тенгламаларда x_1 номаълум йўқотилади ва натижада берилган системага тенг кучли қуйидаги системага эга бўламиз:

$$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+a_{14}x_4+\ldots+a_{1n}x_n=b_1,\\ \qquad a_{22}^{(1)}x_2+a_{23}^{(1)}x_3+a_{24}^{(1)}x_4+\ldots+a_{2n}^{(1)}x_n=b_2^{(1)},\\ \qquad a_{32}^{(1)}x_2+a_{33}^{(1)}x_3+a_{34}^{(1)}x_4+\ldots+a_{3n}^{(1)}x_n=b_3^{(1)},\\ \qquad a_{42}^{(1)}x_2+a_{43}^{(1)}x_3+a_{44}^{(1)}x_4+\ldots+a_{4n}^{(1)}x_n=b_4^{(1)},\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \qquad a_{n2}^{(1)}x_2+a_{n3}^{(1)}x_3+a_{n4}^{(1)}x_4+\ldots+a_{nn}^{(1)}x_n=b_n^{(1)}.\end{cases}$$

Агар $a_{22}^{(1)}\neq 0$ бўлса, у ҳолда юқоридаги жараённи такрорлаб, системанинг иккинчи тенгламасидан ташқари барча тенгламаларида x_2 номаълумни йўқотамиз (Жордано усулининг Гаусснинг маълум усулидан фарқи ҳам шундан иборат) ва қуйидаги системага эга бўламиз:

$$
\begin{aligned}
a_{11}^{(1)}x_1+a_{12}^{(1)}x_2+a_{13}^{(1)}x_3+a_{14}^{(1)}x_4+\ldots+a_{1n}^{(1)}x_n&=b_1^{(1)},\\
a_{22}^{(1)}x_2+a_{23}^{(1)}x_3+a_{24}^{(1)}x_4+\ldots+a_{2n}^{(1)}x_n&=b_2^{(1)},\\
a_{33}^{(2)}x_3+a_{34}^{(2)}x_4+\ldots+a_{3n}^{(2)}x_n&=b_3^{(2)},\\
a_{43}^{(2)}x_3+a_{44}^{(2)}x_4+\ldots+a_{4n}^{(2)}x_n&=b_4^{(2)},\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&\\
a_{n3}^{(2)}x_3+a_{n4}^{(2)}x_4+\ldots+a_{nn}^{(2)}x_n&=b_n^{(2)}.
\end{aligned}
$$

Бу жараённи $a_{33}\neq 0$ учун шунга ўхшаш давом эттириб, учинчи тенгламадан ташқари барча тенгламаларда x_3 номаълумни йўқотиб, ушбу системани ҳосил қиламиз:

$$
\begin{aligned}
a_{11}^{(2)}x_1+a_{14}^{(2)}x_4+\ldots+a_{1n}^{(2)}x_n&=b_1^{(2)},\\
a_{22}^{(2)}x_2+a_{24}^{(2)}x_4+\ldots+a_{2n}^{(2)}x_n&=b_2^{(2)},\\
a_{33}^{(2)}x_3+a_{34}^{(2)}x_4+\ldots+a_{3n}^{(2)}x_n&=b_3^{(2)},\\
a_{44}^{(3)}x_4+\ldots+a_{4n}^{(3)}x_{12}&=b_4^{(3)},\\
a_{n4}^{(3)}x_4+\ldots+a_{nn}^{(3)}x_n&=b_n^{(3)}
\end{aligned}
$$

Ва ниҳоят бу жараённи давом этдира бориб, қуйидаги системага эга бўламиз:

$$
\begin{cases}
a_{11}^{(n-1)}x_1=b_1^{(n-1)},\\
a_{22}^{(n-1)}x_2=b_2^{(n-1)},\\
a_{33}^{(n-1)}x_3=b_3^{(n-1)},\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
a_{nn}^{(n-1)}x_n=b_n^{(n-1)}.
\end{cases}
$$

Агар $a_{ii}^{(i-1)}=0$ бўлса, тенгламаларнинг ўринларини алмаштириш орқали $a_{ii}^{(i-1)}\neq 0$ шарт бажариладиган ҳолга келтириш мумкин.

Бу системадан x_1, x_2, ... , x_n номаълумларнинг қийматлари топилади, тенгламалар системасини ечишнинг номаълумларни кетма-кет йўқотишга асосланган мазкур усули *Жордано — Гаусс усули* деб аталади.

Бу усулни тенгламалар системасига эмас, балки шу системанинг элементар алмаштиришлар ёрдамида диагонал кўринишга келтирилувчи кенгайтирилган матрицасига қўллаш қулайроқдир.

Мулоҳазаларнинг умумийлигига зарар етказмаган ҳолда фақат тўрт номаълумли тўртта тенгламалар системасини қараймиз. У ҳолда бундай системанинг кенгайтирилган матрицаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$
A=\begin{pmatrix}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & b_1\\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & b_2\\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & b_3\\
a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & b_4
\end{pmatrix}
$$

Ҳал қилувчи элемент сифатида бош диагоналда турган элемент олинади (a_{ii}, $i=\overline{1,4}$). Ҳал қилувчи элементда кесишувчи сатр ва устун мос равишда *ҳал қилувчи сатр* ва *ҳал қилувчи устун* деб аталади.

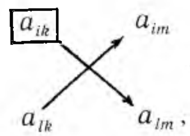
Кенгайтирилган A матрицадан унга эквивалент $A^{(1)}$ матрицага ўтиш учун

— A матрицада ҳал қилувчи элемент танланади (масалан, $a_{11}\neq 0$);

— ҳал қилувчи сатр эквивалент матрицага ўзгаришсиз кўчириб ёзилиб, ҳал қилувчи устуннинг ҳал қилувчи элементдан бошқа барча элементлари нолларга келтирилади;

— эквивалент матрицанинг қолган элементлари «тўғри тўртбурчак» қоидаси деб аталувчи қоида бўйича қайта аниқланади.

Бу қоиданинг моҳияти қуйидагича: A матрицанинг ушбу тўртта элементини қараймиз:



бу ерда a_{ik} — ҳал қилувчи элемент, эквивалент матрицага ёзиладиган $a_{lm}^{(1)}$ га мос келувчи элемент, a_{im} ва a_{lk} ҳал қилувчи сатр ва ҳал қилувчи устундаги элементлар.

Алмаштирилаётган $a_{lm}^{(1)}$ элемент (эквивалент матрица элементи) ушбу формула бўйича ҳисобланади:

$$a_{lm}^{(1)}=\frac{a_{ik}a_{lm}-a_{lk}a_{im}}{a_{ik}}.$$

1-мисол. Ушбу

$$
\begin{cases}
x+4y+2z=-1,\\
2x-3y+\ z=-7,\\
x-4y\qquad =-5
\end{cases}
$$

системани Жордано — Гаусс усули билан ечинг.

Ечиш. Кенгайтирилган матрицанинг сатрлари устида элементар алмаштиришлар бажарамиз:

$$A=\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & 4 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 & -7 \\ 1 & -4 & 0 & -5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & -1 \\ 0 & -11 & -3 & -5 \\ 0 & -8 & -2 & -4 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & -1 \\ 0 & \boxed{1} & \frac{3}{11} & \frac{5}{11} \\ 0 & 4 & 1 & 2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{10}{11} & -\frac{31}{11} \\ 0 & 1 & \frac{3}{11} & \frac{5}{11} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{11} & \frac{2}{11} \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{10}{11} & -\frac{31}{11} \\ 0 & 1 & \frac{3}{11} & \frac{5}{11} \\ 0 & 0 & \boxed{1} & -2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right).$$

Бундан,

$$x=-1,\ y=1,\ z=-2.$$

2-мисол. Берилган

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & -6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 2 & -3 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

матрицага Жордано — Гаусс усулини қўлланг.

Ечиш. $a_{11}=1$ ни ҳал қилувчи элемент деб олиб, биринчи сатр элементларини ўзгаришсиз кўчириб ёзамиз ва биринчи устуннинг ҳал қилувчи $a_{11}=1$ элементдан бошқа барча элементларини эса ноллар билан алмаштирамиз. Тўртбурчак қоидасини қўллаб,

$$A\sim\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & -3 & 3 & -3 & -12 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & -5 & 8 & -4 & -6 \end{pmatrix}$$

ни ҳосил қиламиз.

Иккинчи сатр элементларини (—3) га бўлиб, ушбу матрицага эга бўламиз:

$$A\sim\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & \boxed{1} & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & -5 & 8 & -4 & -6 \end{pmatrix}.$$

Энди $a'_{22}=1$ ни ҳал қилувчи элемент деб оламиз:

$$A\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 14 \end{pmatrix}.$$

Учинчи сатр элементларини 2 га бўламиз:

$$A\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 14 \end{pmatrix}$$

$a''_{33}=1$ ни ҳал қилувчи элемент деб оламиз:

$$A\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Тўртинчи сатр элементларини (—2) га бўламиз:

$$A\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 2 \end{pmatrix}.$$

$a'''_{44}=1$ ни ҳал қилувчи элемент деб оламиз:

$$A\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

15.1.2. Жордано — Гаусс усулидан чизиқли тенгламалар системасини ечишдан ташқари детерминантларни ҳисоблашда, матрица рангини аниқлашда, тескари матрицани топишда ҳам фойдаланилади.

3- м и с о л. Детерминантни Жордано — Гаусс усули билан ҳисобланг:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}.$$

Е ч и ш.

$$\Delta=\begin{vmatrix} \boxed{1} & 2 & 10 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 10 & 4 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 23 & 10 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} 1 & 2 & 10 & 4 \\ 0 & \boxed{1} & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 23 & 10 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \end{vmatrix}=$$

$$=-\begin{vmatrix} 1 & 0 & 20 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 28 & 10 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 20 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 28 & 10 \end{vmatrix}=$$

$$=-7\begin{vmatrix} 1 & 0 & 20 & 4 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 28 & 10 \end{vmatrix}=-7\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{vmatrix}=$$

$$=-7\cdot 10\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{vmatrix}=-7\cdot 10\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=-70.$$

4- м и с о л. Ушбу

$$A=\begin{pmatrix} 7 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 4 & 1 & 4 & 6 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

матрица рангини Жордано — Гаусс усулини қўллаб аниқланг.

Е ч и ш. Элементар алмаштиришларда матрицаниг ранги ўзгармаслиги маълум. A матрицага Жордано — Гаусс усулини қўллаймиз:

$$A\sim\begin{pmatrix} \boxed{1} & 3 & 5 & 7 \\ 7 & -1 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 4 & 6 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & -22 & -32 & -44 \\ 0 & -11 & -16 & -22 \\ 0 & -11 & -16 & -22 \end{pmatrix}\sim$$

$$\sim\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & 11 & 16 & 22 \\ 0 & 11 & 16 & 22 \\ 0 & 11 & 16 & 22 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & 11 & 16 & 22 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ҳосил бўлган матрицанинг ҳар қандай иккинчи тартибли детерминантн нолдан фарқли, демак, $r\,(A)=2$.

5- м и с о л. Берилган

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

матрицага тескари A^{-1} матрицани Жордано — Гаусс усули билан топинг.

Е ч и ш. $\Delta=24\neq 0$ бўлгани учун A хосмас матрица. A матрицанинг ўнг томонига бирлик матрицани ёзиб тўғри бурчакли матрица ҳосил қиламиз ва унга Жордано — Гаусс усулини қўллаймиз.

$$(A|E)=\left(\begin{array}{ccc|ccc} \boxed{3} & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{10}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 1 \end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{5}{7} & -\frac{2}{7} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{2}{7} & -\frac{4}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{24}{7} & -\frac{6}{7} & \frac{1}{7} & 1 \end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{7}{24} & -\frac{1}{24} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{24} & \frac{7}{24} \end{array}\right).$$

Демак,

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{7}{24} & -\frac{1}{24} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{24} & \frac{7}{24} \end{pmatrix}.$$

1- дарсхона топшириғи

Қуйидаги масалаларни Жордано — Гаусс усулидан фойдаланиб ечинг:

1. Детерминантларни ҳисобланг:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \\ 3 & -4 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

Ж: а) 96; б) — 900.

2. Матрица рангини топинг:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Ж: а) $r=2$; б) $r=3$.

3. Берилган матрица учун A^{-1} тескари матрицани топинг:

$$\text{а) } A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A=\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

Ж:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Тенгламалар системасини ечинг:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x+8y+z=2, \\ 3x-2y+6z=-7, \\ 2x+y-z=6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1+3x_2+11x_3+5x_4=2, \\ x_1+x_2+5x_3+2x_4=1, \\ 2x_1+x_2+3x_3+2x_4=-3, \\ x_1+x_2+3x_3+4x_4=-3. \end{cases}$$

Ж: а) $x=-3,\ y=2,\ z=1$;

б) $x_1=-2,\ x_2=0,\ x_3=1,\ x_4=-1$.

1- мустақил иш

Қуйидаги масалаларни Жордано — Гаусс усули билан ечинг:

1. Детерминантни ҳисобланг:

$$\begin{vmatrix} 8 & 7 & 2 & 10 \\ -8 & 2 & 7 & 10 \\ 4 & 4 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & -3 & 2 \end{vmatrix}. \quad \text{Ж: } -1800.$$

2. Матрица рангини топинг:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}. \quad \text{Ж: } r=3.$$

3. Берилган A матрицага тескари A^{-1} матрицани топинг:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}. \quad \text{Ж: } \begin{pmatrix} -7 & 5 & 12 & -19 \\ 3 & -2 & -5 & 8 \\ 41 & -30 & -69 & 111 \\ -59 & 43 & 99 & -159. \end{pmatrix}$$

4. Чизиқли тенгламалар системасини ечинг:

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=8, \\ x_2+3x_3+x_4=15, \\ 4x_1+x_3+x_4=11, \\ x_1+x_2+5x_4=23. \end{cases}$$

Ж: $x_1=1,\ x_2=2,\ x_3=3,\ x_4=4$.

3- лаборатория машғулоти
Чизиқли тенгламалар системасини ечиш

Жордано — Гаусс усулини қўллаб чизиқли тенгламалар системасини учта усул билан ечинг:

а) Крамер қоидаси бўйича;
б) тескари матрица ёрдамида;
в) номаълумларни йўқотиш усули билан.

1. $\begin{cases} 3x+2y+z=5 \\ 2x+3y+z=1, \\ 2x+y+3z=11. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4x-3y+2z=9, \\ 2x+5y-3z=4, \\ 5x+6y-2z=18. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x-y-z=4, \\ 3x+4y-2z=11, \\ 3x-2y+4z=11. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+y-z=1, \\ 8x+3y-6z=2, \\ 4x+y-3z=3. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 7x-5y=31, \\ 4x+11z=-43, \\ 2x+3y+4z=-20. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3x+4y+2z=8, \\ 2x-y-3z=-1, \\ x+5y+z=-7. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x-2y+3z=6, \\ 2x+3y-4z=20, \\ 3x-2y-5z=6. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x-4y-2z=-7, \\ 3x+y+z=5, \\ -3x+5y+6z=7. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 3x+4y+2z=8, \\ 2x-4y-3z=-1, \\ x+5y+z=0. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 3x+y+z=21, \\ x-4y-2z=-16, \\ -3x+5y+6z=41. \end{cases}$

11. $\begin{cases} x+y-z=-2, \\ 4x-3y+z=1, \\ 2x+y-z=1. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x+y+3z=-1, \\ 2x-y+2z=-4, \\ 4x+y+4z=-2. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x+2y+4z=31, \\ 5x+y+2z=20, \\ 3x-y+z=0. \end{cases}$

14. $\begin{cases} 5x+8y-z=7, \\ 2x-3y+2z=9, \\ x+2y+3z=1. \end{cases}$

15. $\begin{cases} 2x-y+5z=4, \\ 5x+2y+13z=2, \\ 3x-y+5z=0. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 7x-5y=34, \\ 4x+11y=-36, \\ 2x+3y+4z=-20. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x+2y+z=4, \\ 3x-5y+3z=1, \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$

18. $\begin{cases} x-2y+3z=6, \\ 2x+3y-4z=20, \\ 3x-2y-5z=6. \end{cases}$

19. $\begin{cases} x+2y=6, \\ 3x-y-z=12, \\ y+2z=-1. \end{cases}$

20. $\begin{cases} x+2z=6, \\ x-3y+z=5, \\ 4x+2y-z=-14. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x-3y+z=-9, \\ 4x+2y-z=-8, \\ x+2z=-3. \end{cases}$

22. $\begin{cases} x+y-z=1, \\ 8x+3y-6z=2, \\ -4x-y+3z=-3. \end{cases}$

23. $\begin{cases} 4x-3y+2z=8, \\ 2x+5y-3z=11, \\ 5x+6y-2z=13. \end{cases}$

24. $\begin{cases} 2x+z=1, \\ x+3y-z=-4, \\ -x+2y+z=4. \end{cases}$

25. $\begin{cases} x+3y-z=8, \\ 2x+z=1, \\ -x+2y+z=12. \end{cases}$

26. $\begin{cases} 2x+y+3z=7, \\ 2x+3y+z=1, \\ 3x+2y+z=6. \end{cases}$

27. $\begin{cases} 4x+y-3z=9, \\ x+y-z=-2, \\ 8x+3y-6z=12. \end{cases}$

28. $\begin{cases} 2x-y+3z=-4, \\ x+3y-z=11, \\ x-2y+2z=-7. \end{cases}$

29. $\begin{cases} 2x+3y+z=4, \\ 2x+y+3z=0, \\ 3x+2y+z=1. \end{cases}$

30. $\begin{cases} 7x+4y-z=13, \\ 3x+2y+3z=3, \\ 2x-3y+z=-10. \end{cases}$

2-§. Тенгламалар ва тенгламалар системаларини ечишнинг итерация усуллари

15.2.1. $f(x)=0$ тенглама ҳақиқий илдизларининг тақрибий қийматларини топиш учун аввал илдиз яккаланади, яъни берилган тенгламанинг битта илдизидан бошқа илдизлари йўқ бўлган оралиқ аниқланади.

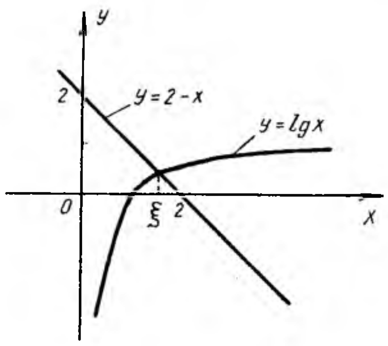
$[a;b]$ кесма узлуксиз $f(x)$ функция илдизининг яккалаш оралиғи бўлиши учун қуйидаги шартлар бажарилиши керак:

а) $f(a)\cdot f(b)<0$;
б) $[a;b]$ да $f'(x)$ ишорасини сақлаши зарур.

Баъзан $f(x)=0$ тенгламани $\varphi(x)=\psi(x)$ кўринишда ёзиб, $y=\varphi(x)$ ва $y=\psi(x)$ функциялар графикларини битта координаталар текислигида чизиб илдизнинг яккалаш оралиқларини топиш мумкин.

1- мисол. $2-\lg x-x=0$ тенглама илдизининг яккалаш оралиғини топинг.

Ечиш. Берилган тенгламани $\lg x=2-x$ кўринишда ёзиб, $y=\lg x$ ва $y=2-x$ функциялар графикларини битта чизмада тасвирлаймиз. Бу графикларнинг кесишиш нуқтаси M нинг ξ абсциссаси $[1;2]$ оралиқда ётади (81- шакл). Бу оралиқда берилган тенгламанинг чап томонидаги ифода тегишли шартларни қаноатлантирганлиги сабабли, у илдизни яккалаш оралиғи бўлади.



81- шакл

15.2.2. Тенгламаларни сонли ечишнинг энг муҳим усулларидан бири итерация усули ёки кетма-кет яқинлашиши усули бўлиб, унинг моҳияти қуйидагидан иборат.

Ушбу $f(x)=0$ тенглама берилган бўлсин, бу ерда $f(x)$ — узлуксиз функция. Бу тенгламани унга тенг кучли $x=\varphi(x)$ тенглама билан алмаштирамиз.

Агар бирор $[a, b]$ оралиқнинг ҳамма нуқталарида $|\varphi'(x)|\leqslant r<1$ (r — ўзгармас сон) бўлиб, дастлабки функция бу оралиқда ягона илдизга эга бўлса, у ҳолда бирор усул билан илдизнинг бошланғич x_0 тақрибий қийматини танлаймиз. Шундан сўнг ушбу кетма-кетликни тузиш мумкин:

$$x_1=\varphi(x_0),\ x_2=\varphi(x_1),\ \ldots,\ x_n=\varphi(x_{n-1}),\ \ldots$$

Бу кетма-кетликнинг лимити $f(x)=0$ тенгламанинг $[a, b]$ оралиқдаги ягона илдизи бўлади, яъни $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=\xi$.

ξ илдизнинг итерация усули билан топилган x_n тақрибий қиймати $|\xi-x_n|<\frac{r}{1-r}|x_n-x_{n-1}|$ тенгсизлик билан баҳоланади.

Бу ерда ξ қаралаётган тенгламанинг илдизи, x_{n-1} ва x_n иккита яқинлашиш, r эса $|\varphi'(x)|$ нинг $[a, b]$ даги энг кичик қиймати.

Илдизнинг қийматини ε дан катта бўлмаган хатолик билан топиш учун n нинг қийматини

$$|x_n-x_{n-1}|<\frac{r-1}{r}\varepsilon$$

тенгсизлик бажариладиган қилиб аниқлаш етарлидир.

$f(x)=0$ тенгламани $x=\varphi(x)$ кўринишдаги тенгламага келтириш учун уни

$$x=x-\lambda f(x),\ (\lambda\neq 0)$$

эквивалент тенглама билан алмаштирамиз. Унда

$$\varphi(x)=x-\lambda f(x).$$

λ параметрни $\varphi(x)$ функция итерация жараёнининг яқинлашиши учун етарли бўлган шартни қаноатлантирадиган қилиб топиш мумкин:

$$|\varphi'(x)|=|1-\lambda f'(x)|<1.$$

Агар

$$1-\lambda f'(x)=0$$

деб олинса, x_0 яқинлашиш атрофида юқоридаги тенгсизлик ўз-ўзидан бажарилади. У ҳолда

$$\lambda=+\frac{1}{f'(x_0)},\ (f'(x_0)\neq 0).$$

2- мисол. $2-\lg x-x=0$ тенгламани $x_0=1{,}5$ илдизнинг бошланғич яқинлашишидан (1- мисолдан маълум) $x=\varphi(x)$ кўринишга келтиринг.

Ечиш. Бунда $f(x)=2-\lg x-x$, $f'(x)=-1-\frac{1}{x\ln 10}$. Эквивалент тенгламани ёзамиз:

$$x=x-\lambda(2-\lg x-x).$$

λ сонни

$$1-\lambda f'(1{,}5)=0$$

ёки

$$1+\lambda\left(1+\frac{2}{3\ln 10}\right)=0$$

тенгламадан топамиз. $\lambda=-1$ сони бу тенгламанинг илдизига яқин.

Шундай қилиб,

$$x=-\lg x+2,$$

бунда $\varphi(x)=2-\lg x$.

3- мисол. $2-\lg x-x=0$ тенглама илдизини итерация усули билан 0,001 гача аниқликда топинг.

Ечиш. 2- мисолда бошланғич тенгламани $x=2-\lg x$ кўринишда олдик. Бунда $\varphi(x)=2-\lg x$, $\varphi'(x)=-\frac{\lg e}{x}$, яъни $[1, 2]$ оралиқда $|\varphi'(x)|<1$, шунинг учун итерация усулидан фойдаланиш мумкин. 1- мисолдаги $[1;\ 2]$ оралиқнинг чап охирини нолинчи яқинлашиш учун қабул қиламиз, яъни $x_0=1$. Энди биринчи, иккинчи ва ундан кейинги яқинлашишларни топиб натижаларни ушбу жадвалга ёзамиз.

i	x_i	$\lg x_i$	$\varphi(x_i)=2-\lg x_i$
0	1	0	2
1	2	0,3010	1,6990
2	1,6990	0,2302	1,7698
3	1,7698	0,2480	1,7520
4	1,7520	0,2435	1,7565
5	1,7565	0,2445	1,7555
6	1,7555	0,2444	1,7556
7	1,7556	—	—

Шундай қилиб, $\varepsilon=0{,}001$ гача аниқликда изланаётган илдиз $\xi=1{,}755$, чунки

$$|x_7-x_6|=0{,}001.$$

15.2.3. $\begin{cases} f(x,y)=0, \\ \varphi(x,y)=0 \end{cases}$ тенгламалар системасининг (икки номаълумли иккита тенгламалар системаси билан чекланамиз) берилган аниқликдаги ҳақиқий илдизларини ҳисоблаш талаб қилинсин.

Система ечимларидан бири (ξ,η) нинг бошланғич яқинлашиши $x=x_0$, $y=y_0$ берилган бўлсин дейлик. Улар, масалан, битта чизмада $f(x,y)=0$ ва $\varphi(x,y)=0$ эгри чизиқлар графикларини чизиш йўли билан график усулда топилган бўлиши мумкин.

Берилган тенгламалар системасини унга эквивалент бўлган

$$\begin{cases} x=F(x,y), \\ y=\Phi(x,y) \end{cases}$$

кўринишга келтирамиз ва бошланғич яқинлашиши (x_0,y_0) нинг ((ξ,η) аниқ ечимини ҳам ўз ичига олувчи) бирор D атрофида

$$|F'_x(x,y)|+|\Phi'_x(x,y)|\leqslant r_1<1,$$
$$|F'_y(x,y)|+|\Phi'_y(x,y)|\leqslant r_2<1$$

деб фараз қилиб, итерация усули билан ечамиз.

Системанинг ечимига яқинлашувчи (x_n,y_n) $(n=1,2,3,\ldots)$ кетма-кетлик қуйидагича тузилади:

$$x_1=F(x_0,y_0),\ y_1=\Phi(x_0,y_0);$$
$$x_2=F(x_1,y_1),\ y_2=\Phi(x_1,y_1);$$
$$x_3=F(x_2,y_2),\ y_3=\Phi(x_2,y_2);$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Агар (x_n,y_n) ларнинг ҳаммаси D га тегишли бўлса, у ҳолда

$$\lim_{n\to\infty}x_n=\xi \text{ ва } \lim_{n\to\infty}y_n=\eta.$$

Берилган системани $x=F(x,y)$, $y=\Phi(x,y)$ кўринишга келтириш учун $\alpha\delta-\beta\gamma\neq0$ деб, унга эквивалент бўлган

$$\begin{cases} \alpha f(x,y)+\beta\varphi(x,y)=0, \\ \gamma f(x,y)+\delta\varphi(x,y)=0 \end{cases}$$

системани қараймиз.

α, β, γ, δ параметрларни шундай танлаймизки, бу функцияларнинг хусусий ҳосилалари дастлабки яқинлашишда тенг бўлсин ёки нолга яқин бўлсин. Бунинг учун α, β, γ, δ параметрларни қуйидаги тенгламалар системасининг тақрибий ечимлари сифатида топамиз:

$$\begin{cases} 1+\alpha f'_x(x_0,y_0)+\beta\varphi'_x(x_0,y_0)=0, \\ \alpha f'_y(x_0,y_0)+\beta\varphi'_y(x_0,y_0)=0, \\ \gamma f'_x(x_0,y_0)+\delta\varphi'_x(x_0,y_0)=0, \\ 1+\gamma f'_y(x_0,y_0)+\delta\varphi'_y(x_0,y_0)=0. \end{cases}$$

4-мисол. $x_0=0{,}8$; $y_0=0{,}55$ эканлигини ҳисобга олиб, ушбу

$$\begin{cases} x^2+y^2-1=0, \\ x^3-y=0. \end{cases}$$

тенгламалар системасини

$$\begin{cases} x=F(x,y), \\ y=\Phi(x,y) \end{cases}$$

кўринишга келтиринг.

Ечиш. Бунда $f(x,y)=x^2+y^2-1$,

$\varphi(x,y)=x^3-y$; $f'_x(x_0,y_0)=1{,}6$; $f'_y(x_0y_0)=1{,}1$;

$\varphi'_x(x_0,y_0)=1{,}92$; $\varphi'_y(x_0,y_0)=-1$.

Берилган системага эквивалент

$$\begin{cases} \alpha\,(x^2+y^2-1)+\beta(x^3-y)=0, \\ \gamma\,(x^2+y^2-1)+\delta(x^3-y)=0 \end{cases}$$

системани

$$\begin{cases} x=x+\alpha(x^2+y^2-1)+\beta(x^3-y), \\ y=y+\gamma(x^2+y^2-1)+\delta(x^3-y) \end{cases}$$

кўринишда ёзиб оламиз.

α, β, γ, δ коэффициентларнинг сон қийматлари учун

$$\begin{cases} 1+1{,}6\alpha+1{,}92\beta=0, \\ 1{,}1\alpha-\beta=0, \\ 1{,}6\gamma+1{,}92\delta=0, \\ 1+1{,}1\gamma-\delta=0. \end{cases}$$

системанинг илдизларини оламиз, яъни

$$\alpha\approx-0{,}3;\ \beta\approx-0{,}3;\ \gamma\approx-0{,}5;\ \delta\approx0{,}4.$$

Шундай қилиб, тенгламалар системаси итерация усулини қўллаш учун қулай бўлган ушбу кўринишга келтирилади:

$$\begin{cases} x=x-0{,}3(x^2+y^2-1)-0{,}3(x^3-y)\equiv F(x,y), \\ y=y-0{,}5(x^2+y^2-1)+0{,}4(x^3-y)\equiv\Phi(x,y). \end{cases}$$

2-дарсхона топшириғи

1. $x^3-9x^2+18x-1=0$ тенгламанинг илдизларини яккалаш оралиқларини график усул билан аниқланг:

Ж: $(0,1)$; $(2,3)$; $(6,7)$.

2. Тенгламаларни итерация усули билан, 0,01 гача аниқликда ечинг:

а) $x^3-12x-5=0$; б) $4x=\cos x$.

Ж: а) 0,42; б) 0,24.

3. Ушбу $\begin{cases} x^2+y^2=-1, \\ x^3-y=0 \end{cases}$ тенгламалар системаси илдизининг дастлабки яқинлашишини график усулида топинг ва 0,01 гача аниқликда итерация усули билан ҳисобланг.

Ж: $\xi=0{,}83$; $\eta=0{,}56$.

2-мустақил иш

1. $x^3-12x+1=0$ тенглама ҳақиқий илдизларининг яккалаш оралиқларини график усулда аниқланг.

Ж $(-4,\ -3)$; $(0,1)$; $(3,4)$.

2. Тенгламаларни итерация усули билан 0,01 гача аниқликда ечинг:

а) $x^3-2x^2-4x-7=0$; б) $4x-7\sin x=0$.

Ж: а) 3,62; б) 0 ва $\pm1{,}73$.

3. Тенгламалар системасини итерация усули билан 0,01 гача аниқликда ечинг:

$$\begin{cases} x^2+y-4=0, \\ y-\lg x-1=0. \end{cases}$$

Ж: $\xi=1{,}67$; $\eta=1{,}22$.

4-лаборатория машғулоти
$f(x)=0$ тенглама илдизларини итерация усули билан топиш

Тенгламаларнинг энг кичик мусбат илдизини итерация усули билан 0,0001 гача аниқликда топинг.

1. $x^2-\cos\pi x=0$. Ж: 0,4373.
2. $\cos^2\pi x-x=0$. Ж: 0,3115.
3. $x-3\cos^2 1{,}04x=0$. Ж: 0,9393.
4. $2\ln x-\frac{1}{x}=0$. Ж: 1,4215.
5. $2-x^2-e^{-x}=0$. Ж: 1,3150.
6. $3-x-2\lg x=0$. Ж: 2,2830.
7. $2\sqrt{x}-\cos\frac{\pi x}{2}=0$. Ж: 0,2211.
8. $\sqrt{x}-\cos 0{,}387x=0$. Ж: 0,8867.
9. $\sqrt{x}-2\cos\frac{\pi x}{2}=0$. Ж: 0,7210.
10. $2\lg x-\frac{x}{2}+1=0$. Ж: 0,3971.
11. $3-x-\mathrm{tg}\frac{\pi x}{4}=0$. Ж: 1,3172.
12. $\pi\cos\pi x-\frac{1}{x}=0$. Ж: 1,5652.
13. $\frac{1}{x^2}-\lg x=0$. Ж: 1,8967.
14. $\mathrm{ctg}\frac{\pi x}{3}-x^2=0$. Ж: 0,8755.
15. $\ln x+\sqrt{x}=0$. Ж: 0,4848.
16. $2-x-\lg x=0$. Ж: 1,7554.
17. $(x-1)^2-e^{-x}=0$. Ж: 1,4776.
18. $\mathrm{tg}x-3(x-2)^2=0$. Ж: 1,1439.
19. $2-x-2\ln x=0$. Ж: 1,3702.
20. $1-x-x\sqrt{x}=0$. Ж: 0,5698.
21. $\frac{1}{2}x-\lg x-3=0$. Ж: 7,7822.
22. $\frac{1}{x+1}-\ln x=0$. Ж: 1,4935.
23. $\lg\frac{5x}{2}-\sin\pi x=0$. Ж: 0,8875.
24. $2-x-\mathrm{ctg}x=0$. Ж: 0,6306.
25. $e^x-2+x^2=0$. Ж: 0,5378.
26. $\frac{2}{x}-\lg x=0$. Ж: 0,5965.
27. $4-x-e^{\frac{x}{2}}=0$. Ж: 1,6815.
28. $\sqrt{x+1}-\frac{1}{x}=0$. Ж: 0,7545.
29. $(x-1)^2-\frac{1}{2}e^x=0$. Ж: 0,2132.
30. $2-x-\mathrm{arctg}2x=0$. Ж: 0,9248.

3-§. Оддий дифференциал тенгламаларни ечишнинг сонли усуллари. Эйлер усули ва унинг модификациялари.

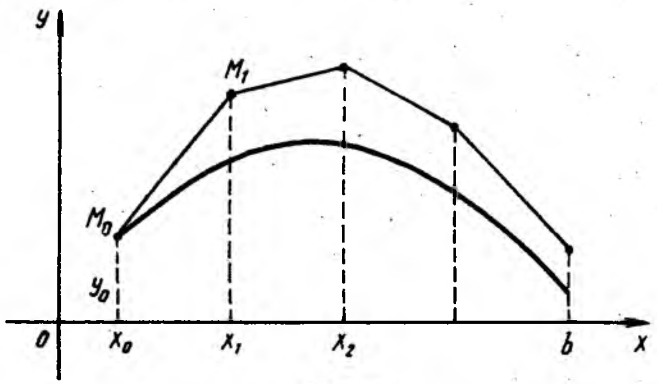
15.3.1. Амалиётда учрайдиган дифференциал тенгламаларнинг аниқ ечимларини ҳар доим ҳам топиб бўлавермайди. Шу сабабли дифференциал тенгламаларни тақрибий ечиш усуллари катта аҳамиятга эга. Эйлер усули ва унинг модификациялари шу усуллар жумласига киради.

Биринчи тартибли

$$y'=f(x,y)$$

дифференциал тенглама берилган бўлиб, унинг $[x_0;\ b]$ кесмада $y(x_0)=y_0$ бошланғич шартни қаноатлантирувчи ечимини топиш талаб қилинсин (Коши масаласи).

$[x_0,\ b]$ кесмани n та тенг бўлакка бўламиз (82- шакл): $\frac{b-x_0}{n} = h$ (интеграллаш қадами).



82- шакл

$(x_0,\ x_1)$ оралиқда интеграл эгри чизиқ унга $M_0(x_0,\ y_0)$ нуқтада ўтказилган уринма кесмаси билан алмаштирилади. Бу уринманинг бурчак коэффициенти ушбуга тенг:

$$y'(x_0)=f(x_0,\ y_0)=\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0},$$

бундан y_1 нинг қийматини топамиз:

$$y_1=y_0+(x_1-x_0)f(x_0,y_0)$$

ёки қисқача

$$y_1=y_0+hy'_0,\ \text{бунда}\ y'_0=y'(x_0).$$

$M_1(x_1,y_1)$ нуқтада ўтказилган уринма тенгламасидан:

$$y_2=y_1+h\cdot y'_1,\ \text{бунда}\ y'_1=y'(x_1).$$

Шунга ўхшаш,

$$y_3=y_2+hy'_2,\ \text{бунда}\ y'_2=y'(x_2)\ \text{ва ҳ. к.}$$

Эйлернинг тавсифланган усулининг умумий формуласи ушбу кўринишга эга бўлади:

$$y_{i+1}=y_i+hy'_i,\ \text{бунда}\ y'_i=y'(x_i),$$
$$i=1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Уринмалар кесмаларидан ташкил топган синиқ чизиқ *Эйлер синиқ чизиғи* дейилади, бу чизиқ берилган $M_0\ (x_0,\ y_0)$ нуқтадан ўтади ҳамда изланаётган интеграл эгри чизиқни аппроксимация қилади.

1- мисол. Эйлер усулидан фойдаланиб $y'=y-x$ дифференциал тенгламанинг $[0;\ 1{,}5]$ кесмада $y(0)=1{,}5$ бошланғич шартни қаноатлантирувчи ечимини топинг. Интеграллаш қадамини $h=0{,}25$ деб олинг.

Ечиш. $x_0=0$, $y_0=1{,}5$ га эгамиз; интеграллаш қадами $h=\frac{1{,}5}{6}=0{,}25$, яъни $n=6$. $hy'_i=\Delta y_i=hf(x_i,y_i)=h(y_i-x_i)$ деб белгилаб, ушбу жадвални тузамиз:

i	x_i	y_i	$y'_i=y_i-x_i$	$\Delta y_i=hy'_i$
0	0	1,5000	1,5000	0,3750
1	0,25	1,8750	1,6250	0,4062
2	0,50	2,2812	1,7812	0,4453
3	0,75	2,7265	1,9765	0,4941
4	1,00	3,2206	2,2206	0,5552
5	1,25	3,7758	2,5258	0,6314
6	1,50	4,4702		

15.3.2. Эйлернинг такомиллаштирилган усулини қараймиз. Унинг моҳияти бундай: масала олдингидек қўйилгани ҳолда, изланаётган функциянинг $x_{i+\frac{1}{2}}=x_i+\frac{h}{2}$ нуқталардаги $y_{i+\frac{1}{2}}$ ёрдамчи қийматлари

$$y_{i+\frac{1}{2}}=y_i+\frac{h}{2}\,y_i$$

формула ёрдамида ҳисобланади. Шундан кейин $y'=f(x,y)$ тенгламанинг ўнг қисмининг

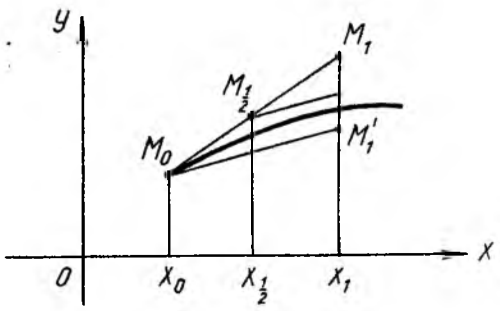
$$y'_{i+\frac{1}{2}}=f\left(x_{i+\frac{1}{2}},y_{i+\frac{1}{2}}\right)$$

ўрта нуқтадаги қиймати топилади ва

$$y_{i+1}=y_i+hy'_{i+\frac{1}{2}}$$

аниқланади. Бу графикда қуйидагидек бўлади: M_1 нуқта Эйлер усули билан, M'_1 нуқта эса Эйлернинг такомиллаштирилган усули билан топилган (83- шакл).

2- мисол. 1- мисолдаги дифференциал тенгламани Эйлернинг такомиллаштирилган усули билан ечинг.



83- шакл

Ечиш. Тегишли белгилашлар киритиб, ҳисоблаш натижалари-ии ушбу жадвалда келтирамиз:

i	x_i	y_i	$y'_i=f(x_i,y_i)$	$\frac{h}{2}y'_i$	$x_{i+\frac{1}{2}}=x_i+\frac{h}{2}$	$y_{i+\frac{1}{2}}=y_i+\frac{h}{2}y'_i$	$y'_{i+\frac{1}{2}}=f(x_{i+\frac{1}{2}},y_{i+\frac{1}{2}})$	$\Delta y_i=hy'_{i+\frac{1}{2}}$
0	0	1,5000	1,5000	0,1875	0,125	1,6875	1,5625	0,3906
1	0,25	1,8906	1,6406	0,2051	0,3750	2,0957	1,7207	0,4302
2	0,50	2,3208	1,8208	0,2276	0,6750	2,5484	1,8734	0,4684
3	0,75	2,7892	2,0392	0,2549	0,8750	3,0441	2,1691	0,5423
4	1,00	3,3315	2,3315	0,2914	1,1250	3,6229	2,4974	0,6243
5	1,25	3,9558	2,7058	0,3382	1,3750	4,2940	2,9190	0,7298
6	1,50	4,6856						

15.3.3. Эйлер — Қошииинг такомиллаштирилган усулининг моҳияти бундай: олдин

$$\tilde{y}_{i+1}=y_i+hy'_i$$

ёрдамчи қиймат топилади, сўнгра

$$\tilde{y}'_{i+1}=f(x_{i+1},\ \tilde{y}_{i+1})$$

ҳисобланади. Шундан кейин

$$y_{i+1}=y_i+h\cdot\frac{y'_i+\tilde{y}'_{i+1}}{2}$$

формула бўйича тегишли ечим топилади.

3- мисол. Эйлер — Қошинннг такомиллаштирилган усулидан фойдаланиб, 1- мисолдаги дифференциал тенгламани ечинг.

Ечиш. Тегишли белгилашлар киритиб, ҳисоблашлар натижаларини ушбу жадвалга киритамиз:

i	x_i	y_i	$y'_i=f(x_i,y_i)$	hy_i	x_{i+1}	$\tilde{y}_{i+1}=y_i+hy_i$	$\tilde{y}'_{i+1}=f(x_{i+1},y_{i+1})$	$h\tilde{y}'_{i+1}$	$\Delta y_1=\frac{y'_i+y'_{i+1}}{2}$
0	0	1,5000	1,5000	0,3750	0,25	1,8750	1,625	0,4062	0,3906
1	0,25	1,8906	1,6406	0,4102	0,50	2,3008	1,8008	0,4506	0,4302
2	0,50	2,3208	1,8208	0,4552	0,75	2,7760	2,0260	0,5065	0,4808
3	0,75	2,8016	2,0516	0,5129	1,00	3,3145	2,3145	0,5786	0,5458
4	1,00	3,3474	2,3474	0,5868	1,25	3,9342	2,6842	0,6710	0,6289
5	1,25	3,9763	2,7263	0,6816	1,50	4,6579	3,1579	0,7895	0,7355
6	1,50	4,7118							

3- дарсхона топшириғи

1. Эйлер усулидан фойдаланиб, $y'=\frac{y-x}{y+x}$ дифференциал тенгламани $y(0)=1$ бошланғич шартда ечинг. Интеграллаш қадамини $h=0{,}1$ деб олинг. Унинг дастлабки 4 та қийматини топиш билан чекланинг.

Ж:

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4
y	1	1,1	1,18	1,25	1,31

2. Эйлернинг такомиллаштирилган усулидан фойдаланиб, 1- масаладаги дифференциал тенгламани ечинг.

3. Эйлер — Қошининг такомиллаштирилган усулидан фойдаланиб, 1- масаладаги дифференциал тенгламани ечинг.

3- мустақил иши

1. Эйлер усули билан $y'=x+y$ дифференциал тенгламанинг $[0;0{,}4]$ кесмада $y(0)=1$ бошланғич шартни қаноатлантирувчи ечимини топинг. $h=0{,}1$ деб олинг.

Ж:

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4
y	1	1,1	1,22	1,36	1,52

2. Эйлернинг такомиллаштирилган усулидан фойдаланиб, 1- масаладаги дифференциал тенгламани ечинг.

3. Эйлер — Қошининг такомиллаштирилган усулидан фойдаланиб, 1- масаладаги дифференциал тенгламани ечинг.

5- лаборатория машғулоти
Оддий дифференциал тенгламаларнинг тақрибий ечимларини топиш

Эйлер усули ва унинг модификацияларидан фойдаланиб, берилган $y'=f(x,y)$ дифференциал тенгламанинг $y(x_0)=y_0$ бошланғич шарт билан $[x_0,b]$ кесмада 0,0001 гача аниқликда ечимини топинг (бўлинишлар сонини $n=5$ ва $n=10$ деб олинг).

1	$y'=y^3-x;$ $y(0)=1;\ [0;\ 0,5].$	2	$y'=\frac{x}{2}+\frac{e^2}{x+y},$ $y(0,3)=1,5;\ [0,3;\ 1,3].$
3	$y'=x^2y^2-1;$ $y(0)=1;\ [0;\ 0,5].$	4	$y'=x-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{3}{y}};$ $y(1)=2;\ [1;\ 2].$
5	$y'=x^2-y^2;$ $y(0)=0;\ [0;\ 0,2].$	6	$y'=x+\sqrt{1+y^2};$ $y(0,3)=0,2;\ [0,3;\ 1,3].$
7	$y'=\frac{1-x^2}{y}+1;$ $y(0)=1;\ [0;\ 1].$	8	$y'=x+\cos\frac{y}{2,25};$ $y(1)=2,2;\ [1;\ 2].$
9	$y'=\frac{xy}{1+x+y};$ $y(0)=1;\ [0;\ 0,5].$	10	$y'=x^2+2y;$ $y(0)=0,2;\ [0;\ 1].$
11	$y'=e^x+xy;$ $y(0)=0;\ [0;\ 0,1].$	12	$y'=x+\sin\frac{y}{3};$ $y(1)=1;\ [1;\ 2].$
13	$y'=\sin y-\sin x;$ $y(0)=0;\ [0;\ 1].$	14	$y'=x+y^2;$ $y(0)=0,3;\ [0;\ 1].$
15	$y'=1+x+x^2-2y^2$ $y(1)=1;\ [1;\ 1,5].$	16	$y'=\frac{y^2+x^3}{y^2}$ $y(0)=1;\ [0;\ 1].$
17	$y'=\frac{x^2+y^2}{10},$ $y(1)=1;\ [1;\ 1,5].$	18	$y'=x-y^2$ $y(0)=1;\ [0;\ 1].$
19	$y'=\frac{1}{x^2+y^2},$ $y(0,5)=0,5;\ [0,5;\ 1].$	20	$y'=2x-0,1y^2;$ $y(0)=1;\ [0;\ 1].$
21	$y'=xy^3+x^2;$ $y(0)=1;\ [0;\ 0,5].$	22	$y'=xy^2-1;$ $y(0)=0;\ [0;\ 1].$
23	$y'=y^2\sqrt{x}+1;$ $y(1)=0;\ [1;\ 1,5].$	24	$y'=e^x-\frac{y}{x};$ $y(1)=1;\ [1;\ 2].$

3- илова

$t_\gamma = t(\gamma, n)$ нинг қийматлари жадвали

n \ γ	0,95	0,99	0,999	n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	[illegible]	2,861	[illegible]
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	2,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,001	2,640	3.418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3.403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

4- илова

$q = q(\gamma, n)$ нинг қийматлари жадвали

n \ γ	0,95	0,99	0,999	n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

5-илова

хи-квадрат тақсимотининг $\chi_{n;r}$ критик нуқталари жадвали

n \ r	0,01	0,025	0,05	0,95	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,004	0,001
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,02
3	11,3	9,4	7,8	0,4	0,1
4	13,3	11,1	9,5	0,7	0,3
5	15,1	12,8	11,1	1,2	0,6
6	16,8	14,4	12,6	1,6	0,9
7	18,5	16,0	14,1	2,2	1,2
8	20,1	17,5	15,5	2,7	1,7
9	21,7	19,0	16,9	3,3	2,1
10	23,2	20,5	18,3	3,9	2,6
11	24,7	21,9	19,7	4,6	3,1
12	26,2	23,3	21,0	5,2	3,6
13	27,7	24,7	22,4	5,9	4,1
14	29,1	26,1	23,7	6,6	4,7
15	30,6	27,5	25,0	7,3	5,2
16	32,0	28,8	26,3	8,0	5,8
17	33,4	30,2	27,6	8,7	6,4
18	34,8	31,5	28,9	9,4	7,0
19	36,2	32,9	30,1	10,1	7,6
20	37,6	34,2	31,4	10,9	8,3
21	38,9	35,5	32,7	11,6	8,9
22	40,3	36,8	33,9	12,3	9,5
23	41,6	38,1	35,2	13,1	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,9	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	12,9
28	48,0	44,5	41,3	17,0	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	15,0

АДАБИЁТ

Асосий адабиёт

1. Я. С. Бугров, С. М. Никольский. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, М., «Наука», 1980.
2. Я. С. Бугров, С. М. Никольский. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., «Наука», 1980.
3. Я. С. Бугров, С. М. Никольский. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного, т. I, II, М., «Наука», 1978.
4. Т. А. Азларов, Ҳ. Мансуров. Математик анализ, 1-қисм, Т., «Ўқитувчи», 1994.
5. Т. А. Азларов, Ҳ. Мансуров. Математик анализ, 2-қисм. Т., «Ўқитувчи», 1989.
6. Ё. У. Соатов. «Олий математика», 1-жилд, Т., «Ўқитувчи», 1992.
7. Ё. У. Соатов. «Олий математика», 2 жилд, Т., «Ўқитувчи», 1994.
8. М. С. Салоҳитдинов, Г. Н. Насритдинов. Оддий дифференциал тенгламалар. Т., «Ўзбекистон», 1994.
9. Сборник задач по математике для втузов (Под ред. А. В. Ефимова) ч. I, М., 1986, Ч. П, М., 1986, ч. III, М., 1990.
10. Л. А. Кузнецов. Сборник задач по высшей математике (типовые расчеты) М., «Высшая школа», 1983.
11. О. С. Ивашев-Мусатов. Теория вероятностей и математическая статистика, М., «Наука», 1979.
12. В. Е. Гмурман. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., «Высшая школа», 1975.
13. В. С. Пугачев. Теория вероятностей и математическая статистика. М., «Наука», 1979.
14. С. Х. Сирожиддинов, Н. М. Маматов. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика. Т., «Ўқитувчи», 1980

Қўшимча адабиёт

1. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике в трех частях. (Под общей редакцией доктора физико-математических наук, профессора А. Н. Рябушко), Минск, «Высшая школа», 1990

2. П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. Высшая математика в упражнениях и задачах, М., «Высшая школа», 1986.
3. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов. (Под редакцией Б. П. Демидовича), М., Государственное издательство физико-математической литературы, 1963.
4. Г. Н. Берман. Сборник задач по курсу математического анализа, М., «Наука», 1985.
5. А. И. Карасев. Теория вероятностей и математическая статистика, М., «Статистика», 1979.
6. В. Е. Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика, М., «Высшая школа», 1977.
7. Е. С. Веитцель. Теория вероятностей. М., «Наука», 1969.
8. В. П. Чистяков. Курс теории вероятностей, М., «Наука», 1978.
9. Е. Н. Львовский. Статические методы построения эмпирических формул, М., «Высшая школа», 1988.
10. Е. С. Вентцель, Л. А. Овчоров. Теория вероятностей, задачи и упражнения М., «Наука», 1969.
11. Х. М. Андрухаев. Сборник задач по теории вероятностей, М., «Просвещение», 1985.
12. Б. В. Гиеденко. Курс теории вероятностей, М., «Физматгиз», 1961.

МУНДАРИЖА