O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

NIZOMIY NOMIDAGI TOShKENT DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI

A.A. NORMATOV

MATEMATIKA TARIXI

TOSHKENT – 2007

Annotatsiya

Matematika tarixi matematikani rivojlanish tarixini, bunda xalqlarning, alohida olimlarning va olimlar kollektivining fan taraqqiyotiga qo'shgan hissalarini o'rganishni, matematik tushunchalarni, qonunlarni paydo bo'lish va ularning fandagi va hayotdagi ro-lini o'rganish bilan shuғullanadi.

Kitob oliy o'quv yurtlarining matematika mutaxassisliklari yo'nalishi talabalariga mo'ljallangan bo'lib, bakalavrlar uchun amaldagi dastur asosida yozilgan. Shuningdek matematika o'qituvchilari uchun hamda fan tarixi bilan qiziquvchilar uchun ham foydali-dir.

So’z boshi

Ma’lumki, ko’pchilik universitetlar va pedagogik institutlari umumta’lim maktablari akademik litseylar va o’rta maxsus o’quv yurtlari uchun matematika o’qituvchilari tayyorlash vazifasi yuklatilgan. Bunda ularga mutaxassisliklari bo’yicha o’qitiladigan fanlarning o’qitilish uslublari va tarixini chuqurroq o’rgatish bosh vazifa qilib qo’yilgan. O’quvchilarni matematika tarixi, bu boradagi kashfiyotlar bilan tanishtirish, matematik tushunchalarni va qonuniyatlarni ro’yobga kelishda ayrim olimlarning, olimlar jamoasining va xalqlarning roli bilan tanishtirish ularning dunyo qarashini shakllantirishda, matematikaga bo’lgan qiziqishlarini oshirishda muhim ahamiyatga ega bo’lib, kasbiy tayyorgarliklarini shakllanishda muhim rolь o’ynaydi.

Kitob matematika fani tarixiga baғishlangan bo’lib, unda matematika fani paydo bo’lishidan to uning turli sohalarini shakllanishi va rivojlanishi to’ғrisida ma’lumotlar berilgan, buyuk matematik olimlarning hayoti va fanda erishgan yutuqlari, ular yaratgan nazariyalar va fan taraqqiyotiga qo’shgan hissalari tahlil qilingan.

Shuningdek hozirgi zamon o’zbek olimlarining hayoti va fan rivojiga qo’shgan hissalari haqida ham ma’lumotlar berilgan.

Mundarija

I bob. Matematika rivojlanishining birinchi davri

I-§. Matematika tarixini dasturi va uslubi

Reja:

1. Matematika tarixining dasturi va uslubi.
2. Matematikani rivojlantiruvchi kuchlar va uning boshqa fanlar bilan aloqasi.
3. Matematika tarixining materialistik dunyo qarashni shakllantirishdagi roli.
4. Matematika o'qituvchilari uchun matematika tarixini bilishning axamiyati va roli.
5. Matematika tarixini rivojlanish davrlari.

Matematika fanini rivojlanishini asoslari, boshqa fanlarini rivojlanishi kabi, insoniyat faoliyatining amaliy ehtiyojlaridan kelib chiqadi.Fanning rivojlanishi bu ishlab chiqarishning shakllanishi bilan asoslanadi."Matematika, boshqa fanlar kabi, odamlarning amaliy ehtiyojlari natijasida vujudga keldi;bular: er maydonining yuzalarini o'lchash, idishlarning sig'imini o'lchash, vaqtni o'lchash va mexanikaning elementlaridir".F.Engelьs.Andi - Dyuring.

Ḱaqiqatan ham matematikaning turli bo'limlari real dunyoning fazoviy formalarini va miqdoriy munosabatlarini o'rganishda o'zining metodlarining turli tumanligi bilan ajralib tursada, yagonaligi va umumiyligi bilan yaxlit birlashtirib turadi.Matematika fanining mazmuni quyidagicha;

1) uning rivojlanish jarayonida yig'iladigan - faktlar;
2) faktlar asosida ilmiy tasavvurning shakllanishi - gipoteza. Ў z o'rnida bu tajriba orqali tekshiriladi;
3) faktlar va tajribalar natijalarini umumlashtirish hamda ularni nazariya va qonunlar ko'rinishiga keltirish;
4) nazariya va qonunlarni o'rganish, matematikani o'rganishni xarakterlaydigan umumiy yo'nalishlarni ifodalovchi metodologiyani yaratish.

Bu elementlar doimo o'zaro aloqadorlikda va rivojlanishdadir.Ana shu aloqadorlikni va rivojlanishni o'rganish bizlarni qanday tarixiy davrga olib borishini tushunish, ro'yobga kelish sabablarini aniqlash - aynan mana shu matematika tarixining predmetini ifodalaydi. Shuning uchun matematika tarixi - matematikaning rivojlanishining qonunlarini o'rganuvchi fandir.

Yuqoridagi aytilganlarga asosan matematika tarixi quyidagi masalalarni hal qilishi kerak.

Birinchidan - matematikani fan sifatida rivojlanishining haqiqiy mazmuni yoritilishini. Bularda matematikaning metodlari, tushunchalari va fikrlari qanday paydo bo'lganligi, ayrim matematik nazariyalar tarixan qanday dunyoga kelgani yoritilishini. Xalqlarda ma'lum tarixiy davrlarda matematikani rivojlanishini xarakteri va xususiyatlarini aniqlashni barcha zamondagi ulug' olimlarning qo'shgan hissalarini yoritishni hal qilish.

Ikkinchidan - matematika tarixi matematikani turli-tuman aloqalarini ochishi; jumladan; matematikani odamlarning amaliy ehtiyojlari va faoliyatlari bilan aloqasini, boshqa fanlar rivojlanishi bilan aloqasini ochish, jamiyatning sotsial va iqtisodiy strukturasiga va sinfiy kurashlarga ta'sirini ochish, xalqlarning olim individining, olimlar kollektivining rolini ochishdan iborat.

Uchinchidan - matematika tarixini o'rganish hozirgi zamon matematikasini mantiqiy mazmunini, rivojlanish dialektikasini va kelajagini to'g'ri tushunishga yordam berishi kerak.

Matematika juda qadimgi fanlardan biri bo'lib dastlabki bosqichlarda o'zaro muomala va mehnat faoliyatlari asosida shakllana boshladi. U asta-sekin rivojlana boshladi, ya'ni faktlar yig'a boshladi.

Matematika mustaqil fan sifatida vujudga kela boshlaganda uning bundan keyingi rivojlanishiga matematik bilimlarning o'zi ham ta'sir eta boshladi

Shulardan ba'zilarini qayd etib o'taylik.

1) N'yutonning (differentsial va integral xisobining ilk qadamlari) flyuksiyalarni hisoblash usuli darhol mexanikani masalalarini hal qilishni umumiy metodi darajasigacha ko'tarildi.

2) Lagranj algebraik tenglamalarni radikallarda hal qilish problemasini izlaganda tenglama ildizlarini "gruppalash masalalarini" qaragan edi. Keyinroq esa E.o'alua gruppalar nazariyasini rivojlantirib, yuqoridagi problemani hal etdi. So'ng XIX asrda A.Keli gruppaga ta'rif berdi. S.Li esa uzluksiz gruppalar nazariyasini yaratdi.1890 yilda E.S.Fedorov gruppalar nazariyasi kristollografiyaga tatbiq etdi.Ḱozirda esa gruppalar nazariyasi kvant fizikasining ilmiy quroliga aylangan.

Bulardan ko'rinadiki matematika nafaqat o'z-o'zini rivojlantiradi, balki boshqa fanlarning rivojlanishiga va aksincha boshqa fan yutuklari asosida o'zi ham rivojlanadi.

Matematika metodlarini tabiiy fanlarga tatbiqi;

1) U yoki bu hodisani mazmuniga mos keluvchi matematik masalani bayon etish, ya'ni matematik modelini vujudga keltirish va uni echishning metodini topish;

2) Matematik modelni echish va uning forma va metodlarini takomillashtirish va mantiqiy kamolotga intilish;

So'ngi yillarda fan va texnikaning jadal rivojlanishi (kiberneti-
ka, hisoblash texnikasi,...) ekonomika, boshqarish sistemasi, psixologiya, meditsina va boshqa sohalarda matematikaning roli yanada kuchayib ketdi. Matematika tarixi matematikaning rivojlanish jarayonida ko'pdan - ko'p yorqin dalillar bilan bir qatorda qorong'u zulmat davrlarini boshidan kechirganligidan dalolat beradi. Ḱaqiqatdan, xam din peshvolari din ta'limotiga mos kelmagan har qanday yangilikning yo'q qilishga yoki bo'g'ishga intilganlar. Faqat ayrim olimlarning katta jasoratigina fanni ilgari siljishi uchun imkoniyatlar yaratib bergan.

Jumladan Kopernik va o'alilеy, Ulug'bek qismatlari. Yoki XVII asrda Leybnits va Nьyuton asarlarida cheksiz kichiklar hakida ma'lumotlar paydo bo'lishi bilan episkop Berklining qattiq tanqidiga uchradi.

Yoki limitlar nazariyasi XIX asr oxiriga qadar qattiq tortishuvlarga sabab bo'lib keldi. Ḱatto Koshining ishlari ham bunga barham bera olmagan edi.

Yoki N.I.Lobachevskiy ishlari o'limidan so'ng XIX asr oxirida tan olindi. (Ya.Bolьyai va o'auss ishlari).

Matematikani sotsial-iqtisodiy sohalarga ta'sirini chuqurroq ko'rabilish uchun uning tarixini turli ijtimoiy formatsiyalar bilan birgalikda qarash kerak.

Qadim davrda fan boylarning ermagi bo'lgan.

O'rta asrlarda esa fan ko'p jihatdan boy-feodallarning manfaatiga, dinga bo'ysundirilgan (savdo ishlari, hosil bo'lish, meros bo'lish, o'zga erlarni bosib olish, ta'sir doiralarni kengaytirish).

Matematika fanida ilg'or va reaktsion kuchlarning kurashi har doim sinfiy xarakterga ega bo'lib kelgan. Ayniqsa tarixiy va filosofik masalalarda bu yaqqol ko'rinib turadi . Keyingi boblarda bu faktga konkret misollar keltirib boriladi.

Demak, matematika tarixini bilish fanni mantiqan va tarixan rivojlanishining asosiy faktlarini va qonunlarini to'g'ri bilish va talqin qilish imkonini beradi, sxolastikani bartaraf etadi, ilmiy dunyoqarashni shakllantiradi.

Matematika tarixida o'zining xarakteri jihatidan bir - biridan tubdan farq qiladigan davrlar mavjud bo'lib, bunday ajratishlar davlatlarda nisba-
tan , sotsial - iqtisodiy formatsiyalarga nisbatan , buyuk kashfiyotlarga nisbatan va hoka-zo qarab davrlarga bo'linishi mumkin. Shulardan biri A.N.Kolmogorov taklif etgan variantdir.

U quyidagicha:

I. Matematikaning ro'yobga kelishi.

Bu davr eramizdan oldingi VI - V asrlargacha davom etib, bu paytga kelib matematika mustaqil fan sifatida shakllanadi. Bu davrning boshlanishi esa, o'tmish ibtidoiy davrga qarab boradi. Bu davrda matematika hali fan sifatida shakllanmagan bo'lib, qilingan ishlarning xarakteri asosan kuzatish va tekshirish natijalari asosida materiallar to'plashdan iborat bo'lgan.

II. Elementar matematika davri.

Bu davr eramizdan oldingi VI - V asrlardan boshlanib, to hozirgi XVI asrgacha bo'lgan davrni o'z ichiga oladi. Bu davrda asosan o'zgarmas miqdorlarga oid masalalar atroflicha o'rganilgan bo'lib (bularning ba'zilari o'rta maktab kursiga kiritilgan),matematikaning bundan keyingi rivoji o'zgaruvchi miqdorlarning kiritilishi bilan bo¼liq.

III. Ўzgaruvchi miqdorlar matematikasi.

Bu davrning boshlanishi o'zgaruvchi miqdorlarning kiritilishi, Dekart analitik geometriyasi vujudga kelishi, Nьyuton va Leybnits asarlarida differentsial va integral xisobi tushunchalari paydo bo'lishi bilan xarakterlidir. XVI asrdan to XIX asrgacha davom etgan bu davrda matematika jadal sur'atlar bilan rivojlandi, yangi bo'limlar vujudga keldi. Barcha ilmiy yo'nalishlarning bunday rivoji matematikani hozirgi zamon ko'rinishiga olib kelinishiga sabab bo'ldi. Ќozirda biz buni matematikaning klassik asoslari deb yuritamiz.

IV. Ќozirgi zamon matematikasi davri.

Bu davrda yangi matematik nazariyalar, matematikaning yangi-yangi tatbiqlari vujudga keldikim, u matematika predmetini mazmunini judayam boyitib yubordi. Bu esa o'z navbatida matematika asosini (aksiomalar sistemasini, isbotlashning mantiqiy usullarini va boshqalar) Ќozirgi zamon matematikasining yutuqlari asosida qayta ko'rib chiqishni taqozo etadi.

Tekshirish savollari:

1. Matematika tarixining dasturi nimalardan iborat?
2. Matematika tarixining uslubi nimlardan iborat?

3. Matematikani rivojlantiruvchi kuchlar va uning boshqa fanlar bilan aloqasini ta'riflab bering.
4. Matematika tarixini bilishning ahamiyati va rolini misollarda bayon eting.
5. Matematika tarixini rivojlantirish davrlarini izohlab bering.

2- §. Son tushunchasini shakllanishi va rivojlanishi

Reja:
1. Ibtidoiy jamiyatda matematik tushunchalarni paydo bo'lishi.
2. Son tushunchasini rivojlanishi. Nomerlashning turli sistemalari.
3. O'nli sanoq sistemasining tarqalishi.
4. Al-Xorazmiyning "Arifmetika" asarining roli.
5. O'nli kasrlarning paydo bo'lishi.

Qadim tosh asrida (poleolit davri) odamlar hali g'orlarda yashagan va hayoti hayvon hayotidan deyarli farq qilmaydigan davrdan boshlab, odamlar ov qurollarini tayyorlash, o'zaro aloqa vositasi bo'lgan tilni vujudga keltirish borasida, keyinroq esa o'ziga e'tibor berishi (rasmlar, figurkalar, bezaklar va boshkalar). Yashash uchun nematlarni ishlab chiqarishni yo'lga qo'yishi, erni ishlay boshlashi boshqacha aytganda tabiatga nisbatan insonning aktivligini oshishi (neolit davri 15 ming yil) sonli miqdorlar va fazoviy munosabatlarni tushunishda ilgari qo'yilgan qadam bo'ldi.

Yashashni o'troq holga o'tishi (qishloqlar paydo bo'lishi, hayvonlarni o'rgatilishi, ekinlar ekish, mehnat qurollarini yaratilishi va boshqalar) bu protsessni yanada tezlashtirdi.

Albatta matematik bilimlarni shakllanishi turli xalqlarda o'ziga xos usullar bilan shakllandi. Lekin shunga qaramasdan asosiy matematik tushunchalar; son, figura, yuza, natural sonlarning cheksiz davom etishi va boshqalar asosan amaliyot natijasida vujudga keldi va rivojlanish bosqichining uzundan - uzun yo'lini bosib o'tdi.

Son tushunchasini rivojini quyidagi gruppalarga ajratish mumkin;

I. Primitiv ko'rinishdagi miqdoriy munosabatlar (ovni bo'lish, o'zaro ayrboshlash, qo'l va oyoq asosida sanash va ...)

II. Katta sonlarni vujudga kelishi natijasida sanoq sistemalarini keltirib chiqardi (mas. 5 lik, 10 lik, 12 lik, 60 lik). Jumladan Ils (W C Eels) ning tekshirishlariga ko'ra Amerikaning ibtidoiy xalqlarida 307ta sanoq sistemasi mavjud bo'lib, bulardan 147 tasi - o'nlik, 106 tasi - beshlik, qolganlari 12 lik asosga esa bo'lgan, Meksikaning mayya va Evropaning kelьt qabilarida 20 lik, Ўrta Osiyo va sharq mamlakatlarida 10,12,60 lik sitemalar mavjud bo'lgan.

Bundan tashqari uzunliklarni o'lchashda barmoq, oyoq (fut), tirsak (lokatь), quloch va boshqalar mavjud bo'lgan.

III. Ḱozirgi zamonda butun dunyoda qabul qilingan nomerlashning o'nli pozitsion sistemasiga o'tishga qadar quyidagi ko'rinishlarni bosib o'tdi.

1. Turli ko'rinishdagi ieroglifli pozitsion bo'lmagan sistemalar.Masalan Misrda, Xitoyda, eski xindiy, atsteklarda, rimda va boshqalar.Masalan rimliklarda bog'lovchi sonlar sifatida I(1), V(5), X(10), L(50), C(100), D(500) M(1000) lar olingan.Boshqa sonlar algoritmik deb atalib, bog'lovchi sonlarning chap yoki o'ng tomoniga bog'lovchi sonni yozish bilan (bir necha marta takrorlash mumkin) hosil qilinadi.

Mas. VII, IX, XXX, LXIX, ...

Chapga bittadan ortiq, o'ngga ikkitadan ortiq yozish mumkin emas!

2. Alfavitli sanoq sistemasi (abjad hisobi).

Eramizdan avvalgi V asrdan etib kelgan eng qadimgi grek - yunon alfavit sistemasi.

$\overline{\alpha}$,	$\overline{\beta}$,	$\overline{\gamma}$,	$\overline{\delta}$,	$\overline{\varepsilon}$,	$\overline{\varsigma}$(дигамма),	$\overline{\zeta}$(дзета),	$\overline{\eta}$,	$\overline{\theta}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{\mathrm{i}}$,	$\overline{\aleph}$(каппа),	$\overline{\lambda}$,	$\overline{\mu}$,	$\overline{\nu}$,	$\overline{\xi}$,	$\overline{o}$,	$\overline{\pi}$,	$\overline{q}$
10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\overline{\rho}$,	$\overline{\sigma}$,	$\overline{\tau}$,	$\overline{\vartheta}$	$\overline{\varphi}$,	$\overline{\chi}$,	$\overline{\psi}$,	$\overline{\varpi}$,	$\overline{э}$ (самма)
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Misol: $\overline{\vartheta}\overline{\mu}\overline{\sigma} = 444$, ... $,\overline{\alpha} - 1000$, $,\overline{\beta} - 2000$, ...

Arab hisobi (abjad hisobi).

Alif	Be	Jim	Dol	Ќe	Vov	Ze	Xe	Itqi	
ا	ب	ج	د	۲	و	ز	ه	ط	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
yo	Kof	Lom	Mim	Nun	Sin	A'in	Fe	Sod	
ى	ك	ل	ح	ن	س	غ	ف	ص	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	
Qof	Re	Shin	Te	Se	Xe	Zol	Zod	Izqi	Ђa'in
ق	ر	ش	ت	ث	ح	ذ	ض	ظ	ع
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

Mas. 12 = ى ب avval 10 ni o'ng tomoniga 2 ni yoziladi

539 = ط ث ل 4000 = دع (4 va 1000 ko'rinishida)

50000 = نع (50 va 1000 ko'rinishda)

Ko'rinib turibdiki bu usulda alfavit 9 ta harfdan qilib ajratiladi.Bulardan birinchi 9 tasiga birliklar, 2-9 tasiga o'nlar, 3-9 tasiga yuzlar mos qo'yiladi. Bunda har bir harf son ko'rinishini olishi uchun ma'lum belgi qo'yiladi.Bulardan tashqari yana qadimgi slavyan, evrey, gruzin, armyan va boshqalar bor.

Ko'rinib turibdiki alfavitli sistema yozuv uchun qulay, lekin amallar bajarish uchun noqulay.

3. Ўnli bo'lmagan pozitsion sistemalar.

Bularga Vavilon, indeetslar, mayьya qabilasi, hindlarning ikkilik sistemasi kiradi.

Ўnli sanoq sistemasi nol bilan birga dastlab eramizdan 500 yil avval Ќindistonda vujudga keldi.

Ќindlarning matematikaga oid eng qadimgi yodgorliklari eramizdan oldingi VIII - VII asrlarga to'g'ri kelib, bular sanskrit tilida yozilgan diniy kitoblardir. Bularda geometrik yasashlarga oid (saroylar qurish, ibodatxonalar qurish, buddalar yasash ...), doirani kvadratlashning dastlabki urinishlari, Pifagor teoremasining tatbiqlari va buning natijasida Pifagor sonlarini topishga doir arifmetik masalalar echish va boshqalar. Sanoq sistemasi avval boshdan o'nlik sistemada ishlatilina boshladi. Xususan katta sonlarni tuzish va ular ustida amallar bajarish odat tusiga kirgan. Jumladan qadimiy afsonaga qaraganda Budda o'nli sanoq sistemasida 10^{54} gacha bo'lgan sonlarni tuzgan va ularning har bir razryadiga mos nomlar qo'ygan.Yoki boshqa bir afsona (Er xudosini ishqida musobaqalashgan Sarvatasidda) maxraji 100 bo'lgan geometrik progressiyaning 10^{7+9*48} - hadini ya'ni 421 ta nol bilan tugaydigan sonni hosil qilganligi haqida so'z boradi.

Yoki boshqa misol $b_1 = 3$, $q = 5$, $S = 22888183593$ bo'lgan geometrik progressiyaning hadlari sonini topish masalasi (Bxaskara "Lilovati" asari).

Ўnli sanoq sistemasi (nol bilan) va sonli simvolikani ishlab chiqish va rivojlantirish bilan birga hindlar cheksiz katta sonlar haqida ham tasavvurga ega bo'lganlar. Jumladan Bxaskara Akarьya $\frac{a}{0}$ ko'rinishdagi ifodaga izoh berib, uni son ekanligini, lekin unga qanday katta sonni qo'shganimizda yoki ayirganimizda ham o'zgarmaydi deb tushuntiradi.

Xitoyda matematik tushunchalarni paydo bo'lishi Xitoy matematika tarixchisi Li Yanning tasdiqlashiga ko'ra e.o. XIV asrga to'g'ri keladi. Dastlabki matematikaga oid ma'lumotlar chjou - bi (quyosh soati) va matematikaga oid 9 kitob (matematika v devyati knigax) asarlardir. Bu asarlar eramizning boshida (e.o. 152 y. olim Chjan Tsan) paydo bo'lib, bungacha bo'lgan Xitoydagi matematikaga oid barcha ma'lumotlar jamlangan. Jumladan bu asarda ieroglifli simvolika bilan berilgan o'nli sanoq sistemasi haqida ham ma'lumotlar bor. Sonlar sinflarga bo'linib, ħar birida to'rttadan razryad bor. Nol esa yo'q bo'lib, faqat XII asrda paydo bo'lgan (qindlardan o'zlashtirilgan bo'lsa kerak). Arifmetik amallar esa sanoq taxtasida bajarilib, nolni o'rni bo'sh qoldirilib ketgan.

Misrda matematikaga oid bo'lgan ma'lumotlar 1858 yili Raynda (Rhind) papirusining o'qilishidir. U Londonda saqlanayotgan bo'lib, taxminan uzunligi -5,5 metr eni - 32 sm bo'lib, 84 ta amaliy ahamiyatga ega bo'lgan masala jamlangan. Ikkinchi katta yodgorlik Moskvada bo'lib, Axmes papirusi deb ataladi. Uzunligi o'shanday bo'lib, eni 8 sm ga teng, 25 ta masala bor. Birinchisi e.o. 1650 yilga tegishli bo'lib, 1882 yili V.V.Babinin ruscha sharxini bergan. Ikkinchisi e.o. 1850 yilga tegishli bo'lib, sovet akademiklari B.A.To'raev va V.V.Struve tomonidan o'qilgan va o'rganilgan. Ma'lum bo'`lishicha Misrliklar e.o. 4000 yillar davomida matematikani amaliy ishlari bilan shug'ullanganlar. Ularga o'nlik va 60 lik sanoq sistemalari tanish bo'lgan. Jumladan o'nli sanoq sistemasi ieroglifli bo'lib, bog'lovchi sonlar 10^k larga maxsus belgilar qo'yilgan. Algoritmik sonlar esa bog'lovchi sonlarning kombinatsiyasi asosida tuzilgan.

Umuman olganda o'nli sanoq sistemasini paydo bo'lishi, shakllanishi va rivojlanishi turli xalqlarda turlicha kechdi.

Ўnli sanoq sistemasining bundan keyingi rivoji ko'p jixatdan Islom dinining vujudga kelishi va 641 yili Bag'dod xalifaligini o'rnatilishi bilan bog'liq.

Taxminan 773 yili al - Fazari xindlarning "Siddxanti" (300 – 400 yillar) asarini arab tiliga tarjima qiladi (saqlanib qolgan "Surьya" qismi).

Islom davri matematikasi turli - tuman kuchlar ta'siri ostida rivojlandi. Ayniqsa xalifa Abbosiylar davrida: al - Mansur (754 - 775), Xorun - al - Rashid (786 - 809), al - Mamun (813 - 833). Al-Mamun Bog'dodda kutubxonasi va observatoriyasi bo'lgan katta madrasa qurdiradi. Bu erda ko'plab sharq olimlari ishlab ijod qilganlar. Xivalik Muxammad ibn Muso al-Xorazmiy (825 yili) Xindistonga qilgan safaridan so'ng yozgan "Xind sonlari haqida" asari (XII asrda Lotin tiliga tarjimasi saqlangan) paydo bo'lgandan so'ng o'nli sanoq sistemasi tez tarqala boshladi. Bu davrga kelib savdo-sotiq keng yo'lga qo'yilgan turli xalqlardagi matematika yutuqlari umumlashtirilib yaxlit holga kelgan edi. Ana shunday holda u Evropaga kirib keldi. (Algoritm - Algorifm – al-Xorazmiy).

Xulosa qilib aytganda islom dini tarqalishi bu yangidan-yangi o'lkalarni qamrab olish va natijada vujudga kelgan ulkan davlatni boshqarish uning ravnaqini ta'minlash fanni keng mikyosda davlat raxnamoligiga olishni taqozo etardi. Chunki savdo-sotiqni yo'lga qo'yish yangi shaxarlar barpo etish, meros masalalari va boshqalar bunga sabab bo'la oladi.Natijada davlat apparatida maxsus oylik bilan ishlovchi olimlar jamlana bordi. Ular turli mamlakatlardan keltirilgan asarlarni o'rganish, tarjima qilish, umumlashtirish va yangi kashfiyotlar bilan shug'ullanishgan. Shuning uchun ham al-Xorazmiyning "Xind sonlari haqida" asari o'ziga xos entsiklopedik asar bo'lib, berilgan sharxlar va Xorazmiy tomonidan rivojlantirilgan nazariyalar bizning hozirgi zamon o'nli sanoq sistemasiga juda yaqin keltirilgani uchun ham, u butun dunyoda qabul qilindi.

Hind raqamlari: ٠,١,٢,٣,٤,٥,٦,٧,٨,٩.

Sharq matematiklari o'nli sanoq sistemasida ishlash bilan birga, o'nli kasrlar bilan ham bemalol ishlashgan. Bu haqdagi dastlabki ma'lumotlar XV asrning birinchi yarmida yashab ijod etgan al-Koshiga tegishli. U o'nli kasrlar ustida bemalol amallar bajargan vergulьni ham o'ylab topgan u. (~1442).

Masalan: 25,07 ni 14,3 ko'paytirib 358, 501 ko'rinishda yozishni ko'rsatgan. π ning 16 aniq o'nli xonalarini aylanaga ichki va tashqi chizilgan muntazam $3*2^{28}$ ko'pyoqli yordamida hisoblagan. Bundan 150 yil keyin F.Viet $3*2^{17}$ burchak yordamida 9 ta aniq xonasini topgan, 1597 yili esa van Roumen al Koshi natijasini takrorladi va keyinroq o'tib ketdi.

Umuman esa Evropada (Ђarbiy Evropa, sharqida hech narsa yo'q) 1585 yili flamandiyalik matematik va injener S.Stevin tomonidan kiritildi.

Bundan ilgariroq ham o'nli kasrlar haqida ma'lumotlar mavjud. Mas; Xitoyda Sun dinastiyasi davrida yashab ijod etgan Yan Xuey (1261 y) . Uning misollaridan biri

24,68 X 36,56 = 902,3008

Tekshirish savollari:

1. Ibtidoiy jamiyatda matematik tushunchalar qanday paydo bo'lgan?
2. Son tushunchasini rivojlanishi qanday kechgan?
3. O'nli sanoq sistemasini tarqalishda Al-Xorazmiyning roli.

4. Nomerlashning boshqa usullari haqida nimalar bilasiz?

3-§. Qadimgi xalqlarda matematik tushunchalar

Reja:
1. Qadimgi Misr va Vavilon olimlarining matematik va astronomik bilim-lari.
2. Arifmetik masalalarni hal qilish usullari.
3. Algebra masalalari hal qilish usullari.
4. Kvadrat tenglama va tenglamalar sistemalarini echish usullari.
5. Figuralarni o'lchash haqida.

I. Qadimgi Misr matematiklar haqidagi ma'lumotlar asosan hozirda Londonda saqlanayotgan Raynda tomonidan topilgan matematika pipirius. U 1858 yili o'qilib uzunligi 5,5 m eni 32 sm. 84 amaliy masala jamlangan.

Ikkinchi Moskvada saqlanmoqda. U Axmes papirusi bo'lib, uzunligi 5,5 m eni 8 sm, 25 ta amaliy masala kiritilgan). 1882 yili akademiklar To'raev va Struve tomonidan o'qilgan.

Birinchisining yoshi e.o. 1650 yil bo'lsa, ikkinchisiniki e.o. 1850 yildir.

Ḱar ikkala papirusdagi masalalar deyarli umumiy bo'lib, birinchisida 14-masalada asosi vkadrat bo'lgan kesik piramidaning hajmini to'g'ri hisoblagan. Ikkinchisida 10- masalada egri chiziqli sirt yuzi - balandligi asosining diametriga teng bo'lgan savatning yon sirti to'g'ri topilgan.

Bu ikki papirusni o'rganish natijasida misrlik olimlarga quyidagilar ma'lum ekanligi aniqlandi.

1) Ўnli ieroglifli sanoq sistemasi. Bog'lovchi sonlar 10^k (k = 0,1,2,...7) ko'rinishda bo'lib, alohida belgilar qo'yilgan. Algoritmik sonlar esa bularning kombinatsiyasi natijasida hosil qilingan.

2) Kasr sonlar faqat 1/*n* ko'rinishida bo'lib, boshqalardan ayrimlari (ms; 2/3, 3/4) ishlatilgan. Boshqa har qanday *m*/*n* ko'rinishdagi kasrlar shularning yig'indisi ko'rinishida tasvirlangan. Bajarilayotgan amallarni engillatish uchun maxsus jadvallar tuzilgan. Ḱamma amallar iloji boricha qo'shish holiga olib kelingan.

Misol: 1.Ikkilatish usuli (ko'paytirish)

12*12=144

1	12
2	24
4^*	48
8^*	96

$4^*+8^* \rightarrow 48+96=144$

II. Ikkilatish va yarimlash ($\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ lash) (bo'lish).

1) (19:8)

1	8
2	16^*
$\frac{1}{2}$	4
$\frac{1}{4}$	2^*
$1/8^*$	1^*

2) 4:15)

1	15
1/10	$1\frac{1}{2}$
1/5	3^*
1/15	1^*

$(16^*+2^*+1^*):8=19:8=2\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$

$(3^*+1^*):15=4:15=\frac{1}{5}\ \frac{1}{15}$

3) "hau" amali, ya'ni ax + vx + ... + sx = α ko'rinishdagi chiziqli tenglamalarni echish.

4) Turli maxrajli kasrlarni qo'shishda yordamchi songa ko'paytirish usulini qo'llaganlar. Bu hali umumiy maxrajga keltirish emas, lekin primitiv holidir.

Yuqoridagilardan shu narsa ma'lum bo'ladiki bundan 4000 yil ilgari qadimgi Misrda matematika fan sifatida shakllana boshlagan.

II. Qadimgi Bobil (Tigr va Evfrat daryolari oraliqlari hozirgi Iroq) matematiklari haqidagi ma'lumotlar Misrdagi matematika bilan bir vaqtda shakllana boshladi.Qadimgi Bobilliklar mustaqil ravishda ponasimon shakllar yordamida loy plitkalarga yozishni (quyoshda quritilgandan so'ng mustahkam bo'ladi) yo'lga qo'ydilar. Ko'pdan - ko'p topilgan bunday plitkachalar qadim zamonda (hatto greklardan 1500 yil oldin) matematikadan amaliy maqsadlarda unumli foydalanganlar. Ular haqli ravishda astronomiyaning asoschisi hisoblanadilar (greklar ularning astronomiyasiga asoslanganlar).

Jumladan haftaning 7 kunga bo'linishi, doirani 360^0 ga bo'lish, 1 soatni - 60 minutga, minutni - 60 sekundga, sekundni - 60 tertsiyga bo'lish ulardan meros qolgan.

Yana ular yulduzlarga qarab kelajakni bashorat qilish fani - astrologiyaning ham asoschilaridir.

Bizgacha etib kelgan yuz mingga yaqin loy plitkalardan - taxminan 50 tachasi matematik mazmunga ega bo'lib, 200 tachasi matematik jadvallardan iboratdir.

Sanoq sistemasi 60 lik bo'lib, chapdan o'ngga yozilgan.Butun sonlar va kasr sonlar uchun yagona arifmetik qoidalar yaratganlar. Ḱisoblashni engillatish uchun 1*1 dan 60*60 gacha karra jadvali tuzganlar. Bo'lish ko'paytirishga teskari amal sifatida qaralgan, ya'ni a:v = $a \bullet \frac{1}{в}$ ko'rinishda.

Yana butun sonlarning kvadratlari va kublari, kvadrat ildizlar va n^2+n^3 ko'rinishdagi sonlar uchun jadvallardan foydalanganlar. Nolь bo'lmagan (o'rni bo'sh qoldirilgan).

Bulardan tashqari plitkalarda protsentlar va proportsiyalar, bo'lishlar haqida ham ma'lumotlar bor.

B.L. van der Varden o'zining «Uyg'onayotgan Fan» kitobida Bobil tablichkalaridagi barcha ma'lumotlarni analiz qilib quyidagi xulosalarga keladi;

1) Bir noma'lumli tenglamalar: ax=v, x^2=a, $x^2 \pm ax = в$, x^3=a, x^2(x+1)=a;

2) Ikki noma'lumli tenglamalar sistemasi:

$$\begin{cases} x \pm y = a \\ xy = в, \end{cases} \quad \begin{cases} x \pm y = a \\ x^2 + y^2 = в \end{cases};$$

3) Arifmetik progressiyalarning yig'indisini hisoblash;

$$\sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^n + (2^n - 1), \quad \sum_{k=1}^{n} k^2 = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}n\right)\sum_{k=1}^{n} k$$

4) $\sqrt{2} = 1\frac{5}{12}$ $(\sqrt{2} = 1{,}4142)$

5) Doiraning yuzi S = $\frac{c^2}{12}$ (s-aylana uzunligi) formula bilan hisoblangan. U erdan π = 3 topilgan;

6) Tekis figuralarning yuzalarini hisoblash;

7) Burchaklarni va trigonometrik munosabatlarni hisoblash.

1945 yil Neygebauer va Saks (AQSh, Kolumbiya universiteti) o'qigan plitkada tomonlari ratsional sonlar bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchaklarning ro'yxati, ya'ni Pifagor sonlari $x^2+u^2=z^2$. Ularning tanlash metodlari $x=r^2-g^2$, $u=2rg$, $z=p^2+g^2$ ko'rinishdagi formulalarga olib keladi. Bular esa Diofant tenglamalardir.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, Bobilliklar matematikasi konkret masalalardan ajralgan holda umumiy metodlar bilan ifodalangan algebra ko'rinishga yaqin keltirilgan (Neygebauer, Fogelь).

Ba'zi masalalardan namunalar.

1) $\begin{cases} xyz + xy = 1 + \frac{1}{6} \\ y = \frac{2}{3}x \\ z = 12x \end{cases}$ echilsin.

Bu $(12x)^3+(12x)^2= 252$ yoki 12x=6 (jadvalga asosan)

Demak, $x^3+x^2=a$ ko'rinishdagi tenglama echilgan.

2) 20 % foyda keltiruvchi pul, qancha vaqtda ikki baravar ko'payadi ?

Buni echish uchun $\left(1\frac{1}{5}\right)^x = 2$ ko'rinishiga keltiriladi. Dastlab, 3<x<4 ekanligi aniqlanadi. Jadvaldan hisoblash natijasida 4 yil minus (2,33,20) oy javob bo'ladi.

Misr va Bobilliklar matematikasi eramizdan avvalgi V asrga kelib , mantiqiy fikrlash va isbotlashlarni asoslash uchun etarli darajada abstraktlashgan, asosiy tushuncha va jumlalari insonniig fikrlash obьektiga aylangan mustaqil fan sifatida shakllanganligining guvoxi bo`ldik.Bundan keyingi matematikaning rivojlanishi VI - V asrlarda antik davrga, yaьni o'retsiya - Rim davriga to'g'ri keladi.

Tekshirish savollari:

1. Qadimgi xalqlarda matematik va astronomik bilimlarni izohlab bering.
2. Qadimgi Misrda matematik bilimlar qanday shakllangan?
3. Qadimgi Bobilda matematik bilimlar qanday shakllangan?
4. Sharqdan boshqa erlarda matematik tushunchalarni shakllanishi qanday kechgan?

II bob. Matematikani rivojlanishining ikkinchi davri

1- § Yunon matematikasi

Reja:

1. E.o. VI - V asrlarda antik davr matematikasi.
2. Matematikani deduktiv fan sifatida shakllanishi.
3. Butun va ratsional sonlar arifmetikasi.
4. Irratsional sonlarning kashf etilishi.
5. Antik davr matematiklarining yutuqlari. Matematikani aksiomatik asosda qurilishi.

Eramizdan avvalgi VI asrga kelib o'retsiyada kuchli quldorlik davlati (davlat - shaharlar -polislar) vujudga keladi. Tarixiy yodgorliklar o'retsiya davlatlarida texnika, fan va madaniyat yuqori darajada rivojlanganligidan dalolat beradi. Yirik quldorlik davlatlarining birlashmasi bo'lgan o'retsiyada Milet, Korinf, Afina; Italiyada Sirakuza, Sitsilia, Rim va boshqalar mustahkamlanib, boyib asosiy shaharlarga aylandi.

Bu davrga kelib matematika dastlab ioniylar (ioniyskaya) - VII - VI (e.o.), so'ng VI - V (e.o) asrlarda pifagoriylar, keyinroq esa V(e.o) asrlarda afina maktablari vujudga keldi. Bu maktablarda asosan tabiyot va filosofiya masalalari bilan quldorlar va boy savdogarlar shug'ullanishgan.

Bu davr matematikasida arifmetik hisoblashlar, geometrik o'lchashlar va yasashlar asosiy rolini yo'qotmagan bo'lib, ular asta - sekinlik bilan matematikaning u yoki bu bo'limlariga gruppalana boshladi. Agarda sharq matematikasi asosan "qanday?" degan savolga javob bergan bo'lsa, grek matematikasi esa bunga qo'shimcha "nima uchun ?" degan ilmiy savolga javob berishga harakat qilgan.

o'rek matematikasining ilk shakllanish davri haqida juda kam ma'lumotlar saqlanib qolgan. Matematika tarixini o'rganuvchi olimlardan Tanneri, Xis, Tseyten, Frank va boshqalarning izlanishlari natijasida bu davr haqidagi matematikadan ko'pgina ma'lumotlar ma'lum bo'ldi.

Bizgacha etib kelgan to'liq matematik asarlardan e.o. IV asrga oid bo'lgan Evklid, Arximed, Appoloniy asarlaridir. Bularda matematika ilmiy fan sifatida shakllanib bo'lgan edi.

E.o. 430 yilga kelib , Afina, o'retsiya imperiyasining markaziga aylandi (oltin davri) .Matematika nazariy asosda bayon etila boshlandi.Tarixda birinchi marta matematikaga tanqidiy yondoshadigan olimlar (sofistlar) paydo bo'la boshlashdi. Bu davr sofistlari haqida juda ham kam ma'lumotlar saqlangan. Bizgacha to'liq saqlanib kelgani Xioslik filosof o'ippokratning matematik asaridir. Bu asar matematik mulohazalarning etarlicha to'liqligi va nazariy masalalarni ko'tarilishi bilan ahamiyatga molikdir. Bunda:

1. Ikkita doira yoylari bilan chegaralangan yaproqlarning yuzini qisoblash.
2. Ўxshash doiraviy segmentlar yuzalarining nisbati, ularni tortib turuvchi vatarlar kvadratlarining nisbati kabi.
3. Uchburchak tengsizligi va Pifagor teoremasi.

4. Antik davrining asosiy problemalari burchakni uchga bo'lish, kubni ikkilantirish, doirani kvadratlash haqida ma'lumotlar bo'lib, aksiomatikani dastlabki qadamlari qo'yildi, mantiqiy xulosa chiqarish printsipi qo'llanildi.

Demokratik harakatlarning ta'siri natijasida sofistlar gruppasidan matematika bilan shug'ullanuvchi filosoflar ajralib chiqdi. Ular o'zlarini shu maktabning asoschisi Pifagor nomi bilan pifagoriylar deb atadi. Pifagor - zadogonlardan chiqqan davlat arbobi, olim bo'lib , ilohiyotga (mistika) ishonuvchan bo'lgan. Ular tabiyatda va jamiyatda abadiy asosni qizdirishgan. Buning uchun ular geometriya, arifmetika, astronomiya va muzika ilmini o'rganishgan. (Buyuk nomoyondalaridan biri Arxit e.o 400 yilda yashagan bo'lib pifagoriylar matematikasining ko'p qismi unga tegishli).

Pifagoriylar arifmetika sohasida:

1. Ular sonlarni juft - toq, tub va murakkab, mukammal, qo'shaloq, uchburchakli, kvadratli, beshburchakli va hakozo sinflarga ajratganlar. Ќozirgi ko'rinishlar ulardan meros.

2. Muntazam ko'pyoqlarning va muntazam ko'pburchaklarning xossalari.

3. Tekislikni muntazam uchburchaklar, to`'rtburchaklar, oltiburchaklar sistemasi bilan qoplash usuli, fazoni esa - kublar sistemasi bilan qoplash usulini bilganlar.

4. Pifagor teoremasining isboti.

5. a:v=v:s - o'rta geometrikni o'rganish natijasida o'zaro o'lchamsiz kesmalarning, ya'ni irratsionallikni kashf etganlar.

Iloxiy sonlar bir va ikkining o`'rta geometrigi nimaga tengligini izlash kvadratning tomoni bilan diagonali orasidagi munosabatga olib keladi, bu esa ularning tushunchasidagi ratsional son bilan ifodalanmasligi - irratsionallikga olib keladi. $\sqrt{2}$ ni qat'iy isbotini bilishgan. Faraz kilaylik $\sqrt{2}=\frac{m}{n}$, m,n o'zaro tub sonlar bo`'lsin, u qolda $2n^2=m^2$ bo'lib, $m^2$ juft, demak m - juft. U xolda n - toq. Lekin, m - juft edi, demak, $m^2$ 4 ga bo`'linadi. Bundan n^2 - juft bo`'ladi va bundan n qam juft bo`'ladi. Bir vaqtda n - qam juft, qam toq bo`'lib qoldi. Bu esa mumkin emas. Demak, $\sqrt{2}$ ratsional emas.

Bundan so'ng Arxit (e.o V) $\sqrt{n(n+1)}$ irratsional ekanligini isbotladi. Teodor 3,5,6, ... 17 larning kvadrat ildizi irratsional ekanligini isbotladi. Teetet (e.o. IV) esa dastlabki klassifikatsiyasini berdi.

Dedikind va Veyershtrass tomonidan tuzilgan hozirgi zamon irratsional sonlar nazariyasi o'zining mohiyati jixatidan antik matematiklarning (Evdoks) fikrlash uslubiga mos keladi, ammo hozirgisi zamonaviy metodlarga asoslangani uchun keyingi rivojlanish uchun keng imkoniyatlar yaratib beradi. Bundan tashqari (e.o. 450 yillar) Elladalik Zenon kashfiyoti kutilmagan natijalarga ya'ni arifmetika va geometriyaning mavjud garmoniyasining buzilishiga olib keldi.

Tabiatan filosof - konservator bo'lgan Zenon o'zgarish bu shunchaki bo'lib, absalyut mavjudlikka faqat ong etadi deb tushungan. U quyidagi, avval qabul qilingan $\infty\cdot\varepsilon=\infty$, $n\cdot 0=0$, $\infty\cdot 0=0$, $\sum\varepsilon=0$, tushunchalarni tanqid qilishi natijasida qo'lidagi 4 ta paradoksga olib keldiki, bular barcha matematik tushunishlarni ag'dar - to'ntar qilib yubordi. Arximedning ma'lumot berishicha bular quyidagi paradokslar Axilles, Strela, Dixotomiya (ikkiga bo'lish), Stadion. Bu paradokslar piramida hajmini hisoblashdagi cheksiz protsesslar natijasida matematik mazmun kashf etdi.

Dixotomiya paradoksi: faraz qilaylik men A dan V gacha bo'lgan to'g'ri masofani bosib o'tishim kerak. Buning uchun avval AV ning yarmi bo'lmish AV_1 ni bosib o'tishim kerak. B_1 ga borish uchun esa avval AV_1 ning yarmi bo'lmish AV_2 ni bosib o'tishim kerak. V_2 ga borish uchun V_3 (yana takror) va hokazo cheksiz davom etadi. Natijada hakarat bo'lmaydi va men yurolmayman. Demak, Zenonning fikricha chekli kesmani uzunligi chekli bo'lgan cheksiz kesmalarga ajratish mumkin. Bu kashfiyot umuman "matematika aniq fanmi?" degan shubhaga olib keldi.

Ko'pgina matematika tarixchilari buni grek matematikasining inqirozi boshlanishi deb sharqlashdi. E.o. 404 yilda Afinaning qulashi va jamiyat sistemasining o'zgarishi (respublika) o'retsiya tarixida va shu qatori matematikasida ham yangi davr boshlandi. Platon (360 y . e.o) akademiyasining buyuk matematiklaridan Arxit, Teetet (369) va Evdoks (408-355y).

Evklid "Boshlang'ichlar"ining 5-kitobida Evdoksning nisbatlar nazariyasi va inkor etish metodi qaqida ma'lumotlar beradi. Agarda birinchisi qat'iy aksiomatik formada bayon etilgan geometrik nazariya bo'lib, o'zaro o'lchamli yoki o'lchamsiz miqdorlar tushunchasiga nisbatan pifagoriylar nazariyasiga zarba bergan bo'lsa; ikkinchisi esa formal logika elementlari yordami cheksiz kichiklar bilan bog'liq bo'lgan barcha problemalarni chetlab o'tishga imkon berdi. Bu esa Zenon paradokslariga berilgan zarba bo'ldi. Bu metod yordamida yuzalarni va hajmlarni hisoblashni qat'iy isboti berildi.

Masalan: $V_{тет} = \frac{1}{3} P_{приз}$

1) faraz qilaylik $V > \frac{1}{3} P$ bo'lsin; qarama-qarshilik paydo qilinadi;

2) faraz qilaylik $V < \frac{1}{3} P$ bo'lsin; qarama-qarshilik paydo qilinadi;

Xulosa, demak $V = \frac{1}{3} P$ bo'lish kerak.

Evdoks tomonidan grek matematikasidagi krizisning bartaraf etilishi uning bundan keyingi rivoji uchun yangi turtki bo'ldi.

E.o. 323 Aleksandr Makedonskiy Bobilda vafot etdi. Uning lashkarboshilari imperiyani bo'lib oldilar. Natijada uchta yirik davlat; Ptolomeylar sulolasi hukmdorligida - Misr ; Selevkidlar hukmdorligida - Mesopotaliya va Suriya; Antigon hukmdorligida - Makedoniya va Ḱind vodiysida bir qancha knyazliklari vujudga keldi. Bosib olingan erlarda greklar o'zlarinikiga qaraganda rivojlangan matematik ma'lumotlarga duch keldilar. Ular buni qabul qildilar. Natijada matematikaning bundan keyingi rivoji yanada tezlashdi. Ўrta er dengizi atroflaridagi davlatlar tezroq rivojlana bordi. Aynan shu erlarda ya'ni Aleksandriya, Afina, Sirakuz va boshqalar.

Aleksandriyada - Evklid (306-283 y), Appoloniy (asli Pergamalik, 260-170 y), Ptolomey (II asr), o'eron (I-II asr), Sirakuzada - Arximed (287-212 y).

Antik davr matematikasining rivojini uchinchi davri Rim xukmdorligi bilan bog'liq.Eramizning boshlanishiga kelib u yaqin sharqni o'ziga bo'ysundirdi. Bu davrning matematikalaridan; o'eraslik - Nikomax (100 y) - "Arifmetikaga kirish" asari pifagoriylar arifmetikasining to'liq bayoni keltirilgan.

Aleksandriyalik - Ptolomey (150 y) asarining arablashtirilgan nomi "Alьmagest". Bu kitobda

1) 0^{0} - 180^{0} gacha burchaklar uchun vatarlar jadvali;

2) 0^{0} - 90^{0} gacha burchaklar uchun har yarim gradusda sinuslar jadvali;

3) π uchun qiymat $(3,8,30) = 3 + \frac{8}{60} + \frac{30}{60^2} = \frac{377}{120} = 3,14166.$

4) Ikki burchak yig'indisi va ayirmasi uchun sinus va kosinus formulasi;

5) "Ptolomey teoremasi" - aylanaga ichki chizilgan to'rtburchak haqidagi va boshqalar.

Keyingi olimlardan Menelay (100 y) asari "Sferika" da sferik geometriyaga oid ma'lumotlar aksiomatik asosda berilgan.

Bu bilan bir davrda o'eron yashab ijod etgan. "Metrika" asarida $\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ ni sof geometrik usulda isbotladi. Kesik piramidaning hajmini hisoblash, beshta muntazam ko'pyoqlikning hajmini hisoblashlar bor. Birinchisida Sharq uslubi kuchli bo'lsa, ikkinchisida Evklid ruhida grek uslubi kuchli.

Eramizning boshlarida Diofant (250 y) o'zining "Arifmetika" asarida (6 ta kitob saqlangan) sharq uslubi yana kuchliroq seziladi. Bu kitobga turli - tuman masalalar keltirilgan bo'lib, ko'plarining echilishi o'zining originalligi bilan ajralib turadi.

So'nggi davrlarda yashab ijod etgan Aleksandriyalik matematiklardan Papp (III-IV asr). Uning "To'plamlar" ("Sobranie - Synagoge") asari geometriyaga bag'ishlangan bo'lib, o'z davridagi va oldingi olimlarning asarlariga tarixiy yondashish ruhida bayon etilgan.V asrga Rim imperiyasi inqirozga yuz tutdi. Ўzaro urushlar, taxt talashishi va boshqalar sabab.

630 yili Aleksandriyani arablar bosib olishdi. o'archi ular ilm ma'rifat rivojlanishiga to'sqinlik qilmagan bo'lsalarda, lekin ilmiy markaz asta-sekinlik bilan sharqqa qarab ko'chdi.

Antik davr matematiklarining eng katta yutuqlaridan biri bu matematikani mustaqil deduktiv fan sifatiga olib chiqish va uni qat'iy aksiomatik asosga qurishdan iboratdir. Eramizdan oldingi IV-III asrga kelib matematikani mustaqil fan sifatida e'tirof etilishi, falsafiy va mantiqiy fikrlash formalarining asoslari yaratilgan bo'lib, deduktiv fanni qurishning printsiplari ilgari surila boshlandi. Mantiqiy murakkablashib boruvchi sistemaning dastlabki boshlanishi sifatida aksiomalar qarala boshlandi. Bunda teorema va masalalarning mantiqiy ketma-ketligi shunday tanlanishi kerakki, iloji boricha aksiomalar sistemasi ixcham bo'lsin. Masalan, Evdoks munosabatlar nazariyasidagi miqdorlar tushunchasi asosida beshta aksioma sistemasi yotadi:

Agar a=v, s=v bo'lsa, u holda a=s bo'ladi.

Agar a=s bo'lsa, a+v=s+v bo'ladi.

Agar a=s bo'lsa, a-v=s-v bo'ladi.

Agar a=v bo'lsa, v=a bo'ladi.

Butun qismdan katta.

Ўsha davrda yaratilgan ko'plab asarlarning nomi "Boshlang'ichlar" bo'lib dastlabkisi Xioslik o'ippokratga tegishlidir.

Evklidning "Boshlang'ichlari" yaratilgandan so'ng qolganlari unutilib yuborildi va ular bizgacha etib kelmagan.

Tekshirish savollari:

1. VI-V asrgacha antik davr matematikasi.
2. Aristotelning deduktiv fan kontseptsiyasini izohlab bering.
3. Irratsional sonlarni kashf etilishi.
4. Zenon paradokslarini izohlab bering.
5. Evdoks aksiomalar sistemasini ayting.

2-§. Yunon matematiklarida asosiy uch muammoning qal qilinishi

Reja:

1. Kubni ikkilantirish masalasi.
2. Burchakni uchga bo'`lish masalasi.
3. Doirani kvadratlash masalasi.
4. Muammolarni bundan keyingi qal qilinishi.

Irratsional sonlarni kashf etilishi matematikaning nazariy asoslarini yaratish uchun asosiy sabablardan biri bo'`ladi. Chunki qali mustaxkam asosga ega bo'`lmagan grek matematikasi irratsionallik tufayli sonlar nazariyasi va geometriyada katta qiyinchiliklarga duch keldi. Chunki buning natijasida metrik geometriya va o'`xshashlik kabi nazariyalarni tushuntirish qiyin bo'`lib qoldi. Kashf qilingan faktni moqiyatini ilmiy asosda tushunish va uni tarkib topgan tasavvurlar bilan muvofiqlashtirish matematikani bundan buyongi rivojlanishi uchun katta turtki bo'`ldi. Ratsional sonlar bilan bir qatorda irratsional sonlar uchun qam yaroqli bo'`lgan matematik nazariyani yaratishga bo'`lgan urinish natijasida geometrik algebra nomi bilan yangi yo'`nalish yaratildi. Ammo geometrik algebraning kamchiligi shundan iborat bo'`lib qoldiki, chiz¼ich va tsirkul yordamida echish mumkin bo'`lmagan masalalar qam etarlicha ekan. Bunday masalalar turkumiga:

Kubni ikkilantirish;

Burchakni teng uchga bo'`lish;

Doirani kvadratlash va boshqalar kiradi.

1. Kubni ikkilantirish, ya'ni qajmi berilgan kub qajmidan ikki marta katta bo'`lgan kubni yasash. Berilgan kub qirrasi a ga teng bo'`lsin, u qolda yangi kub qirrasini x desak, masala $x^3=2a^3$ tenglamani echishga, yoki $\sqrt[3]{2}$ kesmani yasashga keladi.

ªuyida Xioslik o'ippokrat (e.o. V asr o`'rtasi) tomonidan tavsiya etilgan usul bilan tanishaylik. U masalani umumiyroq qilib qo`'yadi, ya'ni parallelopipeddan kub qosil qilish. Buni u ikkita o`'rta proportsionalni topish masalasiga olib keladi.

Bizga $V=a_1b_1c_1$ parallelopiped berilgan bo`'lsin. Uni asosi kvadrat bo`'lgan yangi parallelopipedga $V=a^2b$ ga keltirilgan bo`'lsin. Endi buni $x^3=a^2b$ kubga o`'tkazamiz. Izlangan kubning qirrasi o'ippokratga ko`'ra a:x=x:y=y:b proportsiyadan aniqlangan. Buning uchun $x^2=au$, xu=ab va $u^2=bx$ ko`'rinishdagi geometrik o`'rinlar tekshirilgan va ular (a va b lar) shu geometrik o`'rinlarning kesishish nuqtasining koordinatalarini o`'rta proportsianalini topish ko`'rinishida qal qilgan. Bu esa konus kesimlari ko`'rinishida qal bo`'ladigan masaladir.

Boshqa ko`'rinishda Eratosfen kubni taqriban ikkilantiradigan qurilma (mezolabiy) yasagan.

Muammoning bundan keyingi taqdiri qaqida 1637 yilda Dekart bu masalani echish mumkinligiga shubqa bildiradi. 1837 yilda Vantselь bu masalani uzil-kesil qal qiladi, ya'ni kubik irratsional sonlar ratsional sonlar to`'plamiga qam va uni kvadrat irratsionallik bilan kengaytirilgan to`'plamiga qam tegishli emasligini isbotlaydi. Demak, masalani chiz¼ich va tsirkul yordamida qal qilib bo`'lmas ekan.

1. Burchakni uchga bo`'lish.

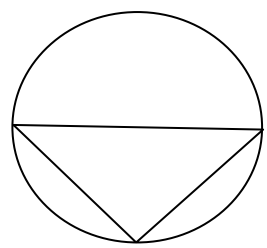
Antik davrning ikkinchi mashqur masalasi bu ixtiyoriy burchakni geometrik algebra usullari bilan teng uchga bo`'lishdir. Bu masala qam oldingisi kabi uchinchi darajali tenglamani echishga keltiriladi, ya'ni $a=4x^3-3x$ yoki trigonometrik ko`'rinishda $\cos\varphi=4\cos^3(\varphi/3)-3\cos(\varphi/3)$.

3. Uchinchi masala - yuzi kvadrat yuziga teng bo`'lgan doirani topish. Doiraning yuzi $\pi r^2$, kvadrat yuzi $x^2$. U qolda $\pi r^2=x^2$ , $\sqrt{\pi}r=x$ bo`'lib, π ning arifmetik tabiati ochilmaguncha bu muammo qam echimini kutib turdi. Faqat XVIII asrga kelib I. Lambert va A. Lejandrlar π ratsional son emasligini isbotladilar. 1882 yilda Lindemon π ni transtsendent son ekanligini, ya'ni u qech qanday butun koeffitsentli algebraik tenglamaning ildizi bo`'la olmasligini isbotladi.

Albatta antik matematiklar bularni bilmaganlar. Ular muammoni qal qilish davomida ko`'plab yangi faktlarni va metodlarni kashf qildilarki, shubxasiz bular matematikani rivojlantirish uchun katta qissa qo`'shdi. Ba'zi xususiy qollar uchun muammoni qal qilishga erishdilar. Jumladan, o'ippokrat masalasi.

1.Diametrga tiralgan va radiusi $\sqrt{2}$ r ga teng yaproqcha. Bunda yaproqcha yuzi diametri gipotenuza vazifasini bajaruvchi teng yonli to`'¼ri burchakli uchburchak ASV yuziga teng, ya'ni:

A B



$S_{ADB\ yaproicha}=S_{ACB}$

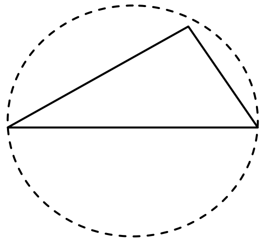
2.ASV-to`'¼ri burchakli uchburchak. Uchburchak tomonlarini diametr qilib

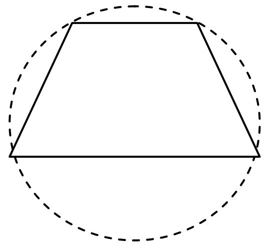
C

aylanalar yasalgan. U qolda katetlarga tiralgan yaproqchalar yuzalarining yi¼indisi ASV uchburchak yuziga teng, ya’ni:

$S_{AEB}+S_{BCF}=S_{ABC}$

3.Tomonlari 1, 1, 1, $\sqrt{3}$ bo‟lgan trapetsiyaga chizilgan tashqi aylana, $\sqrt{3}$ tomonni esa vatar qilib, boshqa 3 ta segmentga o‟xshash segment yasaymiz. Natijada qosil bo‟lgan yaproqcha yuzi trapetsiya yuziga teng, ya’ni:





$S_{ADCB\ yaproicha}=S_{ABCD\ trapetsiya.}$

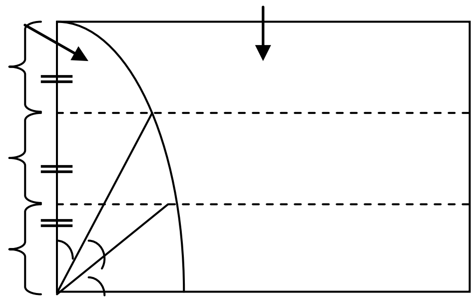
1-rasm

Bunda o’ippokrat “O’xshash segmentlar yuzalarining nisbati ular tiralgan diametrlar nisbatining kvadratiga proportsional” degan teoremaga asoslangan. Bunday yaproqlar soni qancha degan savolga javob ochiq qolaveradi. 1840 yilda nemis matematigi Klauzen yana 2 ta yaproqcha topadi. XX asrda sovet matematiklari Chebotarev va Dorodnovlar tomonidan to‟liq javob topildi, ya’ni agar yaproqchalarning tashqi va ichki yoylarining burchak qiymatlari o‟zaro o‟lchamli bo‟lsa, u qolda masala echimga ega, aks qolda yo‟q. Shunga ko‟ra $\frac{2}{1},\frac{3}{1},\frac{3}{2},\frac{5}{1},\frac{5}{3}$ bo‟lib, boshqa yaproqchalar kvadratlanmaydi.

Masalaning qo‟yilishining o‟ziyoq bizda uni chiz¼ich va tsirkulь yordamida qal qilib bo‟lmasligini anglatadi.

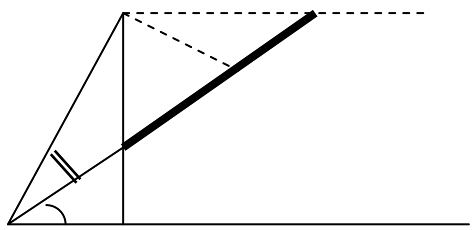
o’ippiy usuli.

Faraz qilaylik AVSD to‟¼ri to‟rtburchakda VS tomon AD bilan ustma-ust tushguncha o‟ziga parallel qolda siljisin. Shu bilan bir vaqtda AV tomon A uch atrofida soat strelkasi bo‟yicha AD bilan ustma-ust tushguncha aylansin. Bu ikki tomon kesishish nuqtalarining geometrik o‟rni kvadratrisa deb ataluvchi egri chiziqni beradi. Bu egri chiziqning mavjud bo‟lishi burchakni ixtiyoriy bo‟lakka bo‟lishni AV (yoki SD) kesmani shuncha teng bo‟lakka bo‟lish masalasiga keladi. o’ nuqta $\left(AG=\frac{2r}{\pi}\right)$ kvadratrisa bilan AD tomonning kesishish nuqtasi qo‟shimcha ravishda aniqlangan.



2-rasm

Boshqa misol (orasiga qo‟yish usuli). Bu usulda uchlari berilgan chiziqlarda yotuvchi va berilgan nuqtadan o‟tuvchi (yoki davomida) kesmani yasash tushuniladi. Orasiga qo‟yiluvchi kesma DE=2AV.



3-rasm

Bunda DF=FE=AB, $\angle$ABF=$\angle$AFB=2$\angle$AEF=2$\angle$CBD, $\angle$CBD=$\frac{1}{3}$ $\angle$ABC.

Orasiga qo῾`yiluvchi kesma oldindan chiz¼ichga belgilab qo῾`yilgan va u mexanik ravishda qo῾`z¼almas nuqta atrofida qarakatlangan, bunda belgining biri bir chiziqdan chiqmasdan ikkinchi belgi ikkinchi chiziqqa tushguncha qarakatlangan.

Masalani qal qilishga ko῾`p urinishlar bo῾`ldi. Faqatgina X asrga kelib uchinchi darajali tenglamaga kelishi ma'lum bo῾`lib qoldi. ªat'iy isboti esa Vantsel tomonidan berildi.

Ko῾`rdikki, antik davr matematiklari bu muammolarni qal qilish uchun ko῾`p uringanlar, ammo matematik ma'lumotlarni etarli bo῾`lmagani uchun oxiriga etkaza olmaganlar. Shunga qaramay, ular matematikani rivojlanishi uchun katta qissa qo῾`shdilar. Yangi ma'lumotlar va yangi metodlarni yaratdilar.

Tekshirish savollari:

1. Kubni ikkilantirilishini izoxlang.
2. Burchakni uchga bo῾`lishini izoxlang.
3. Doirani kvadratlash qaqida nimalar bilasiz ?
4. Muammolarni bundan keyingi qal qilinishi qaqida nimalar bilasiz?

3- § Yunon matematikasini deduktiv fan sifatida shakllanishi. Evklidning boshlang'ichlari

Reja:

1. Aleksandriya ilmiy maktabi.
2. Aristotelьning deduktiv fan kontseptsiyasi.
3. Evklid "Boshlang'ichlar"ining strukturasi va uni matematikani rivojlantirishdagi roli.
4. Antik davr va XIX –XX asr matematikasidagi aksiomatik pozitsiya.

E.o. 323 yili Aleksandr Makedonskiy Vavilonda vafot etadi. Uning lashkarboshilari katta imperiyani bo'lib oladilar. Misrda Ptolomeylar hukmdorligi o'rnatiladi. Aleksandriya shahri dengiz bo'yida joylashganligi ya'ni port shahri bo'lgani, texnikani jamlaganligi savdo – sotiq uchun qulayligi uni yangi davlatning xo'jalik va boshqarish markaziga aylantirdi. Bu qulayliklar Ptolomeylarni Aleksandriya shahrida ilmiy – o'quv markazi – Muzeyon tashkil etishga , bu markazga yirik olimlarni jamlash (oylik to'lash asosida) ilmiy ishlarni va o'qitish ishlarini yo'lga qo'yishni tashkil etdi. Bu Muzeyon 700 yil davomida ilmiy markaz bo'lib qoldi va bu erda 500 mingdan ortiq qo'lyozmalar jamlandi. Shundan so'ng reaktsioner xristianlar tomonidan boshqa tillik olimlar quvg'in qilindi yoki o'ldirildi, Muzeyonni esa taladilar va oxiri o't qo'ydilar. 700 yil davomida bu ilmiy markazda ko'plab antik olimlar ishladilar.Bulardan: Evklid (e.o. 360 – 283), Apolloniy (e.o. 260), Diofant (e.o. 250), Eratosfen (e.o. 250), Menelay (e.o.100), o'eron (e.o. I-II), Ptolomey (e.o.150), Aristotelь (e.o. 384 – 322) va boshqalar.

Konkret masalalarni echishda abstraktlash, bir xil tipdagi masalalarni echish natijasida matematikani rang-barangligi va mustaqilligi oshkora bo'la boshladi. Bu faktlar matematik bilimlarni sistemalashtirish va uning asoslarini mantiqiy ketma-ketlikda bayon etish zaruriyatini qo'ydi.Bu vazifani muvaffaqiyatli hal qilishda Aristotelning falsafiy dunyoqarashlari, hamda mantiq fanining yutuqlari katta rolь o'ynadi. Bu davrga kelib fikrlashning asosiy formalari shakllangan, sistemalashgan va ilmiy ishlab chiqarilgan bo'lib, deduktiv fan qurishning asosiy printsiplari ilgari surilgan edi. Bu printsipga ko'ra mantiqan murakkablashib boruvchi fan aksiomalar sistemasi asosida qo'rilishi kerak. Matematika esa aynan shunday fan edi.

Shundan so'`ng matematika "Boshlang'ichlar" ko'rinishida aynan deduktiv metod asosida yaratila boshladi. Biz shulardan eng mashhur asar bilan tanishaylik. Evklidning o'zi Aristotelь printsipi asosida kitob yozishni maqsad qilib qo'ygan bo'lsa kerak, natijada esa matematik bilimlar entsiplopediyasi vujudga keladi.

Boshlang'ichlar 13 ta kitobdan iborat. Bularning har birida teoremalar ketma-ketligi bor.

I – kitob: ta'rif, aksioma va postulatlar berilgan.Boshqa kitoblarda faqat ta'riflar uchraydi (2-7,10,11).

Ta'rif – bu shunday jumlaki, uning yordamida avtor matematik tushunchalarni izoxlaydi. Masalan: " nuqta bu shundayki, u qismga ega emas" yoki
"kub shunday jismki, u teng oltita kvadrat bilan chegaralangan".

Aksioma – bu shunday jumlaki, uning yordamida avtor miqdorlarning tengligi va tengsizligini kiritadi. Jami aksiomalar 5 ta bo'lib, bular Evdoks aksiomalar sistemasidir:

1. $a = v,\ v = s \Rightarrow a = s$;
2. $a = v,\ s \Rightarrow a + s = v + s$;
3. $a = v,\ s \Rightarrow a - s = v - s$
4. $a = v \Rightarrow v = a$;
5. Butun qismdan katta.

Pastulat – bu shunday jumlaki, uning yordamida geometrik yasashlar tasdiqlanadi va algoritmik operatsiyalar asoslanadi. Jami postulatlar beshta:

1. g`ar qanday ikki nuqta orqali to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. To'g'ri chiziq kesmasini cheksiz davom ettirish mumkin.
3. g`ar qanday markazdan istalgan radiusda aylana chizish mumkin.
4. g`amma to'g'ri burchaklar teng.
5. Agar bir tekislikda yotuvchi ikki to'g'ri chiziq uchinchi to'¼ri chiziq bilan kesilsa va bunda ichki bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° dan kichik bo'lsa, u holda to'g'ri chiziqlar shu tarafda kesishadi.

Endi "Boshlang'ichlar" ning mazmuni bilan tanishaylik.

I – VI kitoblar planametriyaga bag'ishlangan.

VII – IX kitoblar arifmetikaga bag'ishlangan.

X – kitob bikvadrat irratsionalliklarga bag'ishlangan.

XI – XIII kitoblar stereometriyaga bag'ishlangan.

I – kitobda asosiy yasashlar, kesmalar va burchaklar ustida amallar, uchburchak, to'rtburchak va parallelogramm xossalari hamda bu figuralar yuzalarini taqqoslash berilgan bo'lib, Pifagor teoremasi va unga teskari teorema bilan yakunlanadi.

II – kitob geometrik algebraga bag'ishlangan bo'lib, bunda to'g'ri to'rtburchak va kvadrat yuzlari orasidagi munosabatlar algebraik ayniyatlarni interpritatsiya qilish uchun bo'ysundirilgan.

III – kitob aylana va doira, vatar va urinma, markaziy va ichki chizilgan burchaklar xossalariga bag'ishlangan.

IV – kitob ichki va tashqi chizilgan muntazam ko'pburchaklar xossalariga bag'ishlangan. Muntazam 3, 4, 5, 6 va 15 burchaklarni yasashga bag'ishlangan.

V – kitob nisbatlar nazariyasi bilan boshlanib (Evdoks nazariyasi bo'lib, hozirgi zamon haqiqiy sonlar nazariyasining Dedekind kesmalariga mos keladi), proportsiyalar nazariyasi rivojlantirilgan.

VI – kitob nisbatlar nazariyasining geometriyaga tatbiq etilib umumiy asosga ega bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklar va parallelogramm yuzalarining nisbatlari, burchak tomonlarini parallel to'g'ri chiziqlar bilan kesganda hosil bo'ladigan kesmalarning proportsionalligi, o'xshash figuralar va ular yuzalarining nisbati haqidagi teoremalar qaraladi. Yuzalar uchun elliptik va giperbolik tadbiqlarga doir teormelar berilgan bo'lib, $ax \pm \frac{в}{c}x^2 = S$ (a, v, s–berilgan kesmalar, S –yuza, x–noma'lum kesma) ko'rinishdagi tenglamalarni geometrik echish metodi berilgan.

VIII – kitob-oldingi nazariya davom ettirilib uzluksiz sonli proportsialar bilan $\left(\frac{a}{a_1} = \frac{a_1}{a_2} = \ldots = \frac{a_{n-1}}{a_n}\right)$ IX-kitob yakunlanadi. o'eometrik progressiya va uning hadlari yig'indisini topish usuli beriladi.Ko'`pgina qismi tub sonlarga bag'ishlangan bo'lib, bu to'`plam cheksiz ekanligi isboti meros qolgan. Sonlarning juft va toqlik xossalari qaraladi. So'ngida esa ushbu teorema bilan yakunlanadi. Agar $\sum_{в=0}^{n} 2^k = S$ ko'rinishdagi son tub bo'lsa, u qolda S_1=S*2^n sonlar mukammal bo'`ladi. Bu teorema isbotlanmagan.

X – kitob $\sqrt{\sqrt{a} \pm \sqrt{в}}$ ko'rinishidagi irratsionalliklarni 25 ta klassifikatsiyasi berilgan. Bundan tashqari bir qancha lemmalar berilgan bo'lib, bularni ichida inkor etish (ischerpыvanie) metodining asosiy lemmasi, ya'ni agar berilgan miqdordan o'zining yarmidan ko'pini ayirib tashlansa va qolgani uchun yana shu protsess takrorlansa, u qolda etarlicha ko'p qadamdan so'ng oldindan berilgan miqdordan kichik bo'ladigan miqdorga ega bo'lish mumkin. Yana cheklanmagan miqdorda "Pifagor sonlarini " topish usuli, ikkita va uchta ratsional sonlarning umumiy eng katta o'`lchovini topish, ikki miqdorda o'lchamlik kriteriyasi berilgan.

So'ngi uch kitob (XI –XIII) stereometriyaga bag'ishlangan bo'lib, bulardan XI-kitobda bir qancha ta'riflar berilgan. So'ng to'g'ri chiziq va tekisliklarning fazoda joylashuviga oid qator teoremalar xamda ko'pyoqli burchaklar qaqida teoremalar berilgan. Oxirida parallelepiped va prizma qajmlariga doir masalalar berilgan.

XII kitobda fazoviy jismlarning munosabatlari haqidagi teoremalar inkor etish metodi yordamida beriladi.

XIII – kitob beshta muntazam ko'pyoqliklarni; tetraedr(4 yoqli), geksoedr (6 yoqli), oktaedr (8 yoqli), dodekaedr (12 yoqli), ikosaedr (20 yoqli) yasash usullari va shar hajmi haqidagi ma'lumotlar berilgan. Eng so'nggida boshqa muntazam ko'pyoqliklar mavjud emasligi isbotlanadi.

Kitobning yutuq va kamchiliklari:

1. Muhokama usuli sintetik, ya'ni ma'lumdan noma'lumga borish usuli.
2. Isbotlash usuli- masala yoki teorema bayon etiladi, bunga mos chizma beriladi, chizmada noma'lum aniqlanadi, zarur bo'lsa yordamchi chiziqlar kiritiladi, isbotlash protsessi bajariladi, yakun yasab so'ng xulosa chiqariladi.
3. o'eometrik yasash quroli – tserkulь va chizg'ich bo'lib, bular o'lchash quroli emas. Shuning uchun kesma, yuza, hajmlarni o'lchash emas, balki ularni munosabatlari ustida ish yuritilinadi.
4. Bayon etish usuli – tili sof geometrik bo'lib, sonlar ham kesmalar orqali berilgan.
5. Konus kesimlar nazariyasi, algebraik va transtsendent chiziqlar haqida ma'lumotlar yo'q.
6. Ḱisoblash metodlari umuman berilmagan.
7. Boshidan to oxirigacha aksiomatik bayon etish usuliga qurilgan.
8. Idealistik filosofiya tendentsiyasi asosida bayon etilishi va o'ta mantiqiyligi.

Shunga qaramasdan «Boshlan¼ichlar» qariyib 2000 yil davomida butun geometrik izlanishlarning asosi bo'lib xizmat qiladi.

Yuqoridagi kichikliklarni bartaraf etish va o'sib borayotgan matematik qat'iylikni ta'minlash uchun juda ko'p urinishlar bo'ldi. Bunga misol 1882 yili Pasha ishlari, 1889 yili Peano ishlari, 1899 yili Pieri ishlarini aytish mumkin. Lekin 1899 yili o'ilьbertning "o'eometriya asoslari" da keltirilgan aksiomalar sistemasi hamma tomondan tan olindi. Asosiy tushunchalar: nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, tegishli, orasida, kongruent. Beshta gruppa aksiomalar: 8 ta birlashtiruvchi va tegishlilik; 4 ta tartib; 5 ta kongruentlik yoki harakat; 2 ta uzluksizlik. Bular Evklidnikiga qaraganda yuqori darajada predmetlarni fazoviy va miqdoriy abstraktsiyalash imkonini beradi.

Tekshirish savollari:

1. Kubni ikkilantirish masalasi nimadan iborat?
2. Burchakni uchga bo'lishga doir masalalardan namuna keltiring.
3. Doirani kvadratlash nima?
4. Muammoni keyingi rivoji qanday kechgan?

4-§. Yunon matematiklari hayoti va ijodidan namunalar

Reja:

1. Arximedning hayoti va ijodi.
2. Apolloniyning konus kesimlari nazariyasi va uni matematikadagi

roli.

3. Diofant - harfiy algebraning boshlanishi.

Ellinizm davrining eng buyuk matematiklaridan biri Arximed (e.o. 287-212y) asli Sirakuzlik bo'lib, birmuncha vaqt Aleksandriyada ishladi, so'ng vataniga qaytib, shox o'ieronning maslaxatchisi bo'lib ham ishladi. Arximedning insholari asosan xatlarda bo'lib, bizgacha 10ta katta va bir qancha kichik asarlari etib kelgan. Bu asarlarning asosiy xususiyati matematikaning qat'iy isbotlash metodlarini mexanikada va fizikada qo'lanilishidir, amaliy matematika bilimlarini, hisoblash texnikasi, yangi matematik metodlarni rivojlantirishning yorqin namunasidir. Bu metodlarning umumiy infinitizimalь metodlar deb atalib, uning assoslarini: inkor etish (tashlab yuborish), orasiga qo'yish (vstavka), integral yig'indilar, differentsialga olib kelish, limitga olib kelish, ekstremal masalalarga va variatsion hisoblashga olib keluvchi metodlardir. Bu metodlarning barchasi Arximed asarlarida qo'llanilgan bo'lib, ular dastlab mexanikada va injenerlikda qo'llanilib, so'ngra matematikada analogiyasi topilar va qo'llanilar edi.

Endi Arximed ishlari bilan tanishaylik.

Matematikaga oid nazariy asarlaridan:

1. Tekis figuralarning muvozanati haqida.
2. Suzuvchi jismlar haqida.
3. Tayanchlar kitobi.
4. Doirani o'lchash.
5. Parabolani yuzini o'lchash.
6. Shar va tslindr haqida.
7. Spirallar haqida.
8. Kanonoid va sferoidlar haqida va boshqalar.

Mexanikaga oid kashfiyotlari va ixtirolari: Arximed vinti; katta massali jismlarni ko'tarish va siljitish uchun richag, blok va vintlar sistemasi; qotishmalar tarkibini aniqlash; planetariy; sopqon (irg'ituvchi mashina) va boshqalar.

Mexanika va fizikada anologiya printsipi XVIIIda D.Bernulliga torning tebranish tenglamasini topishda, XIXda esa B.Rimanga har qanday yopiq Riman sirtida algebraik funktsiya mavjud ekanligini aniqlashda yordam berdi.

XVI-XVII asrlarda: Paskal-integratsion metodda; Borrou-urinma masalasini hal qilishda; kvadratura va urinma o'zaro teskari masalalar ekanligini isbotlashda; Leybnits differentsial hisobini yaratishda Arximedning integral yig'indilar metodidan hosil bo'ladigan uchburchaklardan foydalanganlar. Darbu esa quyi va yuqori integral yig'indilarni qurish, aniq integral tushunchalarni ishlab chiqishda aynan Arximed yo'lidan borgan.

Bulardan tashqari Arximed "Shar va tslindr" haqida asarida qisman ekstrimal masala: (sharni berilgan nisbatda (m,n) ikkita sigmentga ajratish) va variatsion masalaga o'rin bergan.

Elinizm davrining keyingi buyuk matematigi Apolloniy (Pergama, e.o. 260-170). Dastlab Aleksandriyada so'ngra vatani Pergamada ilmiy ishlarini davom ettirdi. Uning yozgan asarlaridan eng mashhuri "Konus kesimlari" bo'lib, 7ta kitob-dastlabki 4tasi grek tilida, 5-7 kitoblar arab tilida, 8-kitob esa (oxirgisi) angliyalik olim o'alley (1656-1742) tomonidan tiklandi. Konus kesimlariga doir juda ko'p antik olimlar asarlar yozganlar. Xatto Evklid asari ham Apolloniy asari oldida xom bo'lib qoldi. Bu asar o'zining to'liqligi, umumlashganligi va nazariyani bayon etilishini sistemaliligi bo'yicha o'ziga tengi yo'qdir.

1-kitob. Etarli darajada umumiy bo'lgan ma'lumotlar asosiy qilib olinadi. O'zaro simmetrik bo'lgan ikkita doiraviy konusni ixtiyoriy tekislik bilan kesimini qaraydi. Buning natijasida hosil bo'ladigan egri chiziqlar biror diametrga va unga qo'shma bo'lgan vatarlar oilasiga nisbatan qaraydi. Diametr vatarga perpendikulyar bo'lgan holda bu egri chiziqlar sinfi kanonik formalarni beradi, shularni Apolloniy konus kesimlari deb ataydi. Bunday usulda yondoshish barcha konus kesimlarga yagona yondoshish imkonini beradi. Bu usul hozirgi zamon koordinat metodining eng sodda usulidir. Kitob so'ngida urinmalar haqidagi teoremalar bilan yakunlanadi.

2-kitob. Asosiy o'qlar, asimptotalar, qo'shma diametrlar nazariyasiga bag'ishlangan. Ellips, giperbola va parabolada bir juft o'zaro perpendikulyar o'qlar bo'lib, ikkita urunma kesishish nuqtasini vatar o'rtasi bilan tutuashtirilsa, bu to'g'ri chiziq diametr bo'lishi isbotlanadi. Konus kesimlarini markazlari va o'qlarini yasash usullari beriladi.

3-kitob. Kesuvchi, asimptota va urunmalar bilan hosil bo'ladigan figuralarning yuzalari haqidagi teoremalar berilgan. Polyus va qutblar hamda ellips va giperbolaning fokuslari haqidagi teoremalar beriladi.

4-kitob. To'g'ri chiziqni garmonik bo'lish, ikki konus kesimining kesishishi yoki urinishi natijasida hosil bo'ladigan nuqtalarning soni haqidagi masalalar qaralgan.

5-kitob. Berilgan nuqtadan berilgan konus sirtgacha bo'lgan eng qisqa masofa (ekstremal masala) haqidagi masalalar, egrilik markazlarining geometrik o'rni (yoyilma nazariyasi) haqidagi masalalar qaralgan.

6-kitob. Konus kesimlarining o'xshashligi, berilgan konus kesimdan o'tuvchi konuslar oilasini yasashlarga bag'ishlangan.

7-kitob. Qo'shma diametrlar, parametr uzunliklarining funktsiyalari, masalalari, masala shartlariga qo'yiladigan cheklanishlarni (diorizmы) o'rganishga bag'ishlangan. Bu kitobda qaralgan materiallarni nazariy ishlash keyingi 8-kitobda berilishini qayd etadi. Shunga asoslanib E.o'alley 8-kitobni tikladi.

Diofant (e.o.250)-keyingi ellinizm davrining buyuk matematiklaridan biri. U Aleksandriyada yashab ijod etdi. Bizgacha "Arifmetika" asarining 6ta kitobi va ko'pburchakli sonlar haqida kitobining qoldiqlari etib kelgan. Diofant davriga kelib matematikada hisoblashlarning kengroq o'rin olishi algebrani va algebraik simvolikani dastlabki formalari paydo bo'la boshladi. Bu borada Diofant etarlicha katta yutuqlarga erishdi.

Diofant “Arifmetika” asarida asosiy arifmetik tushunchalar, ko’paytirishning ishoralar qoidasi, ko’phadlar ustida amallar va chiziqli tenglamalarni echish kabi ma’lumotlar 1-kitobda berilgan. Faqat ratsional sonlar qaralgan. Shunga ko’ra koeffitsentlar ham ildizlar ham faqat ratsional bo’lishi kerak. Birinchilar qatori Diofant so’z bilan berilgan algebraik bog’lanishlarni qisqartma so’zlar yordamida simvolikaga o’tkazishga harakat qilgan. Sanoq sistemasi-alfavitli.
Simvolikadan ba’zi namunalar: $x^2 - \overline{\delta}^{\nu}$, $x^3 - \overline{\aleph}^{\nu}$, $x^4 - \overline{\delta}\overline{\delta}^{\nu}$, $x^5 - \overline{\delta}\overline{\aleph}^{\nu}$, ...
qo’shish yo’q o’rni bo’sh qolgan, ayirish - ψ, tenglik – $\bar{\mathrm{i}}$, ozod had - $\overline{\mu}^0$ va boshqalar.
Shunday simvolikalar yordamida 2-6 kitoblarda Diofant ikkinchi darajali aniqmas tenglamalarga keltiriluvchi ko’pdan ko’p masalalar echadi. 50 dan ortiq sinfga kiruvchi 130 dan ortiq aniqmas tenglamalarni ratsional ildizlarini (faqat bittasini) topadi. Umumiy echish usuli va isbotlashlar berilmagan, echimlarning to’g’riligi tekshirish bilan chegaralanilgan bo’lib, Bobil ruxi yaqqol sezilib turadi.

Birinchi darajali Diofant tenglamalarining (ax+vu=1, (a,v)=1) umumiy nazariyasi XVII asrga kelib frantsuz matematigi Bashe de Mezeriak (1587-1638 y) tomonidan yaratilgan. 1621 yilda esa u asarni o’zini grek va lotin tilida sharhlar bilan nashr qildirdi.

Ikkinchi darajali Diofant tenglamalarining ($ax^2+vxu+su^2+dx+ey+f=0$, butun koeffitsientlar) umumiy nazariyasi P.Ferma, D.Vallis, L.Eyler, J.Logranj, K.o’auslarning umumiy urinishlari natijasida XIX asrga kelib hal qilindi.

Diofant faqat musbat ratsional ildizlarni qidirganligi sababli, irratsional echimlarni tan olmagan va shu sababli koeffitsientlarni diqqat bilan tanlagan. Masalan: $x^2-26u^2=1$, $x^2-30u^2=1$ lar (hozirgi davrda Pell tenglamalari deb yuritiladi).

Butun koeffitsentli aniqmas algebraik tenglamalar va ular sistemalarining butun yoki ratsional ildizlarini qidirish, ularning umumiy nazariyasini yaratish ko’pdan-ko’p ilmiy izlanishlarga va matematikaning bundan keyingi rivojlanishi uchun sabab bo’ldi. Bu soxada sovet olimlaridan A.o’elьfont, B.Deloni, D.Fadeev, V.Tartakovskiylar tomonidan fundamental ishlar bajarilgan.

Sonlar nazariyasiga oid bir qancha teoremalar, jumladan (III, 19) agar ko’paytuvchilarning har biri ikkita kvadratlarning yig’indisidan iborat bo’lsa, u holda bu ikki son ko’paytmasini ikki xil usul bilan ikkita kvadratning yig’indisi ko’rinishida tasvirlash mumkin (sonlar butun).

Berilgan sonni uchta, to’rtta kvadratlar yig’indisi ko’rinishida tasvirlash teoremalari bor.

Diofant yaratgan yaqinlashish metodi yordamida sonlar nazariyasiga oid masalalar (ratsional sonlar bilan haqiqiy sonlarga yaqinlashish), haqiqiy koeffitsientli tengsizliklar va ular sistemalarini echish, transtsendent sonlar nazariyasiga oid masalalarni hal qilgan.
Bu ishlarning keyingi rivojlanishi I.Vinogradov bilan bog’liq.
Bulardan ko’rinib turibdiki Diofant ishlari matematikani bundan keyingi rivojlanishi uchun katta zamin yaratgan.

Tekshirish savollari:

1. Arximedning matematikaga oid ishlarini sanab bering.
2. Arximedning mexanikaga oid ishlarini sanab bering.
3. Apolloniyning konus kesimlar nazariyasini izohlang.
4. Diofant tenglamalaridan namuna keltiring.

5-§.O'rta Osiyo va Yaqin Sharq matematikasi

Reja:

1. O'rta Osiyo va Yaqin sharq matematikasi. Bog'dod "Donishmandlik uyi"ning roli.
2. Manfiy sonlarni kiritilishi va chiziqli tenglamalar sistemasini echish.
3. Al-Xorazmiy "Elementar matematika" asari.

VII asrga kelib, o'rta osiyo va yaqin sharqda yashagan qabilalarning o'zaro urishlari butun regionni xonavayron qildi, xalqni qirg'in qildi. Ana shunday bir payt-da Islom dinining asoschisi Muxammad siyosiy-diniy dushmanlari ustida xijozda g'alaba qozongach,uning xalifalari Islom dinini tarqatish niqobi ostida " Muqaddas urish " eьlon qildilar.Natijada hukumron din sifatida Islom dini, davlat tili sifatida arab tili urnatiladi . Xo'jalik va siyosiy xayotda ruy bergan bu o'zgarishlar matematikani rivojlanishi uchun qulay sharoitlar yaratdi. Chunki ulkan davlatni boshqarish , irrigatsiya va qurilish inshoatlarini qurish , savdo-sotiq va xunarmanchilikni rivojlanishi , davlatlar orasidagi munosabatlarni yo'lga qo'yish birinchi navbatda tabiyot fanlariga aloxida eьtiborini kuchaytiradi. Natijada matematika,geografiya, astroniya, arxitektura jadal suratlar bilan rivojlandi. Sharq xukmdorlari fanni o'z qaramog'lariga oldilar. Davlatni boshqarish apparatida maxsus haq to'lanadigin olimlar ishlay boshladilar. Ular uchun observatoriyalar qurila boshlandi, qadimiy kitoblar yig'ilib arab tiliga tarjima qilindi va maxsus kutubxonalar qiroatxonalar bilan birga tashkil qilina bordi. Bunday markazlardan eng kattasi Bog'dodda (641 y poytaxt) vujudga keldi. Bu erda to'plangan ilmiy asarlar o'zlashtirildi.

Ўrta asrda yashagan mashxur matematik,astranom tabiatshunos va faylasuflardan: Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy (780 -847), Abul Abbos al Farg'oniy (990), Xosib al Karxiy (1025),Abu Rayxon Beruniy 973-1048), Abu Ali ibn Sino (880-1037), an-Nasaviy (1030y), Umar Xayyom (1048-1122). Nasriddin at-Tusiy (1201-1274) , Ғiyosiddin Jamshid al Koshi (1442y) va boshqalar.

Abu Abdullo Muxammad ibn Muso al Xorazmiy al Ma'jusiy (783-874). Dastlabki ma'lumotni vatanida oladi.

IX asr boshida Marvda al Mamun al- Rashid saroyida hizmat qiladi va uning buyrug'iga ko'ra Xindiston g'arbila safarga boradi va ularning matematikasi bilan tanishadi. Buning natijasida u «Ḱind sonlari haqida»
(Ḱisob al-Xind) traktatini yozadi. Bu ekspeditsiyaning fan tarixidagi roli juda katta bo'lib, butun dunyoga "arab raqamlari" deb atalgan hind raqamlarining va o'nlik pozitsion hisob sistemasining tarqalishiga sabab bo'ladi . 813 yili al- Mamun Bog'dodda halifalikka o'tiradi va tez orada "Donishmandlik uyi asosida tashkil etilgan astronomik observatoriyaga boshchilik qildi. Bu erda butun sharqdan

to'plangan ko'pdan-ko'p olimlar xizmat qiladilar. Xorazmiy asarlarining umumiy soni maьlum emas, lekin bizgacha etib kelganlari al-Maьmun davrida (813-833) "Fi hisob al-jabr va al-muqabola", "Ḱisob al-Xind", "Astranomik jadval" al-Mu'tasim davrida (842-847) "Surat ul arz" al-Vosiq davrida (842-847) «Yaxudiylar kalendari» asarlaridir.

Xorazmiy arifmetik pucolasining kirish qismida. hind hisobi xaqida tushuncha berib, uni rivojlantiradi va xozirgi zamon ko'rinishiga keltiradi. Sonlarni yozilishi va o'qilishi haqida batafsil izoxlar beradi. Sonlar ustidagi ammallar esa +, -, *, :, daraja, ildiz chiqarish qatori oltita amalga qo'`shimcha ikkilantirish va yarimlatish amalini xam kiritadi (asarning asl nusxasi saqlanmagan). Ḱar bir amalni batafsil izog'lab, ko'pdan-ko'p misollarni ishlash namunalarini beradi. Aynan shu asar orqali butun dunyo o'nli pozitsion sanoq sistemasi bilan tanishadi. Ḱisoblashlardagi noqulayliklar, yaьni sonlarni alьfavit yoki so'z (qisqartma) orqali yozishni bartaraf etdi va bu bilan bajariladigan ammallarni ixchamlashtirdi. Xorazmiyning yana bir muxim asarlaridan biri " Fi xisob al-jabr va al-muqobala"dir. U bu asar bilan algebrani mustaqil va aloqida fan sifatida keltiradi. Asar asosan uch bo`limdan iborat bo`lib: 1) al-jabr va al-muqobala yordamida 1- va 2-darajali bir nomaьlumli tenglamalarni echish, ratsional va irratsional ifodalar bilan amallar bajarish hamda tenglama yordamida sonli masalalarni echish yo'llari beriladi; 2) geometriyaga bag'ishlangan bo'lib, bunda miqdorlarni o'lchash va o'lchashga doir masalalarga algebraning ba'zi bir tatbiqlari ko'rsatiladi; 3) algebraning amaliy tadbiqi, ya'ni meros bo`lishga doir masalalar beriladi.

Xorazmiy algebraik asarining kirish qismida fan taraqiyotida o'`tmishdagi olimlarning qo'`shgan xissalari va o'z asarlarining axamiyatini gapirib, uning algebra va al-muqobala haqidagi qisqacha kitobi arifmetikaning sodda va murrakkab masalarini o'z ichiga olganligini va ular meros ulashishi, vasiyat tuzish, mol dunyo taqsimlash uchun sud va savdo ishlari, er o'`lchashlarda, kanallar o'tkazish va yuza o'lchashlarda zarurligini ta'kidlaydi.

Xorazmiy o'z kitobida uch xil miqdorlar bilan amal bajaradi, ildizlar, kvadratlar, oddiy son.

Ildiz-har qanday nomaьlum narsa ("shay").

Kvadrat-ildizning o'`zini o'`ziga ko'paytmasi.

Oddiy son - ildizga va kvadratga tegishli bo'`lmagan son.

Dastlab I-III boblarda:

1) kvadratlar ildizlarga teng $ax^2=vx$;

2) kvadratlar songa teng $ax^2=s$;

3) ildizlar songa teng $ax=s$ ko'rinishlarni qaraydi va echish qoidalarini beradi.

IV-VI boblarda koeffitsientlari son bo'lgan:

4) kvadratlar va ildizlar songa teng $ax^2+vx=s$;

5) kvadratlar va son ildizlarga teng $ax^2+s=vx$;

6) ildizlar va son kvadratlarga teng $vx+s=ax^2$ tenglamalarning musbat ildizlarini topish qoidalarini beradi.

Keyingi VII-X boblarda ushbu metodni to'g'ri ekanligini geometrik usul bilan isbotlaydi. Eslatib o'tamiz bu davrga kelib hali manfiy son tushunchasi bo'lmagan. U hech qanday formula va simvollar ishlatmaydi. Tenglamalarni va ularni echishni so'z bilan bayon etadi.

Tenglamalarni echishga namunalar keltirishdan avval kitobning nomini tahlil qilaylik.

Al-jabr (tiklash) - shunday operatsiyaki, uning yordamida agar tenglamada ayriluvchi had ishtirok etsa, miqdor jihatidan unga teng bo'lgan hadni tenglamaning ikkala qismiga qo'shish bilan ayriluvchi hadni tenglamaning ikkinchi tomoniga qo'shiluvchi qilib o'tkaziladi.

Al-muqobola (ro'para qo'yish) - operatsiyasi yordamida tenglamaning ikkala qismida o'xshash had bo'lsa, bularning umumiy qismi tashlanadi.

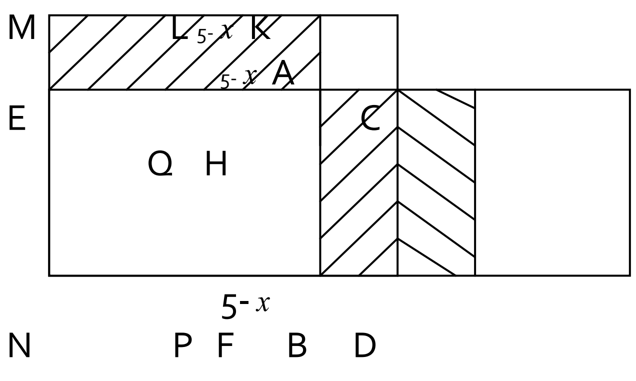
Masalan, $x^2+21=10x$

1) ildiz sanog'ini yarimlat, bu 5 bo'ladi;
2) yarimlangan ildiz sanog'ini o'z-o'ziga ko'paytir, bu 25 bo'ladi;
3) yarimlangan ildiz sanog'ini kvadratidan 21ni ayir, 4 qoladi;
4) 4ni kvadrat ildizdan chiqarsa 2 bo'ladi;
5) yarimlangan ildiz sanog'idan 2 ni ayirsang 3 bo'ladi;
6) agar xoxlasang yarim ildiz sanog'iga 2 ni qo'shsang 7 bo'ladi.

Endi ushbu echimning geometrik isbotini ko'raylik.

1) Uzunligi ildiz sanog'i 10 ga teng bo'lgan ND kesmaga tomoni noma'lum x bo'lgan kvadrat yasaydi.

2) Kesmani qolgan qimiga tomoni ga AV=x bo'lgan to'g'ri to'rtburchak EAVN to``ldiradi.



$$\left.\begin{array}{l} FD=5 \\ BD=x \end{array}\right\} \Rightarrow FB=5-x$$

4-rasm

$S_{ECDN}=10x$, $S_{ACDB}=x^2$ (2)

Tenglama va (2) ni e'tiborga olsak, $S_{EABN}=21$ bo'lishi kerak.

3) ND o'rtasidan FK perpendikulyar chiqarib, uning davomiga tomoni 5-x bo'lgan LKHQ kvadrat yasaymiz. Qolgan qismiga NLQE to'gri to'rtburchakni joylashtirish natijasida tomoni 5 va yuzi $S_{MKFN}=25$ (3) bo'lgan kvadrat hosil bo'ladi. Yasashga ko'ra $S_{MNQE}=S_{QHFP}=S_{HABF}=x(5-x)$ bo'lib, $S_{EABN}=S_{MLQHFN}=21$ U

holda $S_{LH}=S_{MF}$ - S_{MLQHFN} bo'ladi. (5) (5), (3) va (4) tenglamalardan: 25-21=(5 - x $)^2$ yoki (5- x $)^2$= 4. U holda LKHQ kvadratning tomoni 5- x =2 yoki x =3 bo'lib, nomaьlum kvadratning tomoni VD=3 bo'ladi. Bu tenglamaning bitta echimidir.

Ikkinchi x=7 echimni topish uchun shaklga o'`zgartirish kiritilinadi.

Bu misoldan shu narsa maьlum buladiki, kvadrat tenglamaning (keltirilgan) musbat ildizlarini topish formulasi $x_{1,2} = \frac{-в}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{в}{2}\right)^2 - c}$ ni algoritm ko'rinishida birinchi bo'lib Xorazmiy topgan ekan.

Tenglamalar echish bobidan so'ng Xorazmiy misolda algebraik ifodalar ustida amallarni bajarish qoidasini bayon etadi. Ratsinal algebraik ifodalar ustida turt amaldan tashqari, kvadrat ildizlarni bir-biriga ko'paytirish va bo'lish hamda ko'paytuvchini kvadrat ildiz ishorasi ostiga kiritish amallari bajariladi. Algebraik ifodalar ustida avval ko'paytirish so'ng qo'shish va ayirish, oraliqda esa bo'lish amalini bajaradi. Bir qadni ko'p hadga va ko'p hadni ko'p qadga ko'paytirish amallarini avval aniq sonlarda, so'ng ratsional kvadrat irratsionallikda ko'rsatiladi. Butun musbat va manfiy sonlarni hozirgi terminda "plyus"va "minus" deb atalmasdan
(yoki shuncha o'xshash) qo'shiluvchi va ayriluvchi sonlar maьnosida bajaradi va ular ustidagi amallarni ko'rsatadi.

Masalan: "Agar birsiz o'nni birsiz o'nga ko'paytirsang, bu o'nning-o'nga ko'`paytmasi yuz ayriluvchi birini o'nga -bu ayriluvchi o'n yana ayriluvchi birni o'nga -bu ayriluvchi o'n, hammasi birgalikda sakson, ayriluvchi birni ayriluvchi birga qo'shiluvchi bir va bular hammasi birgalikda sakson-bir . (Xorazmiy, Matematika traktati, T., 1964, 33b.).

Ya'ni qozirgi belgilarda: (10-1)(10-1)=10·10-1·10-10·1+1=100-10-10+1=80+1=81.

Algebraik ifodalar ustida ammallar bajarish bobidan so'ng yuqorida keltirilgan oltita tipdagi tenglamalarga keltiriladigan va praportsiya yordamida echiladigan sonli masalalarni echish qoidasini beradi.

Asarning so'nggi bobi "Vasiyat haqida kitob" (butun asarning 2/5 qismi) deb atalib, asosan kundalik talablarga va musulmon huqukiy normalariga qarab meros taqsimlashga bag'ishlangan. Bu masalarni asosan to'rt gruhga bo'lish mumkin:

1) ax+vu=0 (butun echimlari);
2) ax+vu=d (d- butun bo'lganda, butun echimlarni topish);
3) ax=v;
4) sof arifmetik masalalar.

Yuqoridagilardan shu narsa ma'lum bo'ladiki, Xorazmiyning arifmetika, algebra va geometriyaga doir asari kundalik amaliy maqsadlarga moslab tuzilgan, nazariy elementlarni o'z ichiga olgan amaliy elementar matematikadan iboratdir. Xorazmiyning astronomiyaga doir "Zij " (astronomiya jadvallari) va Ptolomeyning geografiyaga bag'ishlangan asarlariga qiyosiy qilib "Kitob surat al-arz" asarlarini yozadi. Bu geografiya va geodeziyaga bag'ishlangan muhim asardir.

Ўrta asrlarda yashagan o'rta osiyolik olimlar orasida buyuk astranom, matematik va geograf al – Farғoniy salmoqli o'rin egallaydi.

Olimning to'liq ismi Abul Abbos Ahmad ibn Muhammad ibn Kosir al – Farғoniydir. Manbalarda uning farғonalik ekanligidan tashqari deyarli boshqa ma'lumotlar saqlanmagan.

Ahmad al – Farғoniy hayoti, ilmiy izlanishlari va kamoloti Abbosiylar sulolasi hukm surgan, Arab xalifaligi jahonning eng yirik saltanatlaridan biriga aylanib, uning ijtimoiy – siyosiy va madaniy hayotida Movarounnahr, Xorazm va Xurosondan kelgan ko'plab mutafakkirlar muhim o'ringa ega bo'la boshlagan tarixiy davrda kechdi.

Ahmad al – Farғoniy xalifa Horun ar Rashid vorislari al Ma'mun, Mu'tasim va mutavvakil hukumronlik qilgan davrda yashadi hamda avval Mavr, so'ngra Boғdod, Damashq va Qohira shaharlarida ilmi hay'ot (falakkiyotshunoslik-astranomiya), riyoziyot (matematika) fanlari bilan shuғullangan va amaliy hamda bir qator ilmiy asarlar yozib qoldirgan.

Ahmad al – Farғoniy avval Boғoddagi rasadxonada ish olib bordi, so'ngra al – Ma'mun topshiriғiga binoan Damashqdagi rasadxonada osmon jismlari harakati va o'rnini aniqlash , yangicha «Zij» yaratish ishlariga rahbarlik qildi.

Ahmad al – Farғoniy yunon astranomlari, jumladan Ptolomeyning «Yulduzlar jadvali» asarida berilgan ma'lumotlarni ko'rib chiqish hamda o'sha davrdagi barcha asosiy joylarning jo'ғrofiy koordinatalarini yangitdan aniqlash yuzasidan olib borilgan muhim tadqiqotlarda faol ishtirok etdi .

U ayrim astranomik asboblarni ixtiro etish, falakkiyotshunos-likka doir arab tilidagi boshlanғich bilimlarni belgilash va tartibga solish ishlariga ham muhim hissa qo'shdi. 832 – 833 yillarda Ahmad al – Farғoniy Shom (Suriya) ishmomidagi Sinjar dashtida Tadmur va ar – Raqqa oraliғida er meridianiani bir darajasidaning uzunligini o'lchamida qatnashgan . Ahmad al – Farғoniy hayoti va ilmiy hamda amaliy faoliyati to'ғrisidagi eng so'nggi ma'lumot 861 yilga mansubdir. Ўsha yili Abbosiy xalifa Abul Fazl Ja'far al – Mutavakkil buyruғiga binoan Nil daryosidagi suv sathini o'lchaydigan inshoat barpo etish uchun Misrning Qohira yaqinidagi Fustot shahriga keladi .

Ilmiy – texnik va me'moriy jihatdan ғoyat uluғvor bu qurilma Nil daryosining Sayolat ul – Rad mavzesida hozirga qadar saqlanib qolgan. o'archi Ahmad al – Farғoniy haqida ma'lumotlar juda oz bo'lsada , ammo o'rta asrlarda sharq ilmiy dunyosida uning nomi mashhur bo'lgan .

Farғoniyning birinchi mustaqil asri «Astranomiyaga kirish» deb ataladi. Bu asarda u o'zigacha yashagan astranomlarning ishlarini tartibga solib, izchil bayon etadi va ularda uchraydigan ba'zi kamchiliklarni tanqid qiladi.

Shu asari bilan Farғoniy o'zining etuk astranom ekanini ko'rsatdi. Farғoniy avvalroq astranomiyani chuqur egallaganini isbotlab, 812 yil Quyosh tutilishini oldindan aytib bergan edi .

Yozma manbalarda qayd etilishicha Ahmad al – Farғoniy ilk o'rta asr falakiyot, riyoziyot va geografiya yo'nalishida bir nechta ilmiy va amaliy asarlar yozib qoldirgan. Uning asosiy astranomik asari – «Kitob al – harakat as-samoviya va javomi' ilmi an-nujum» (« Samoviy harakatlar va umumiy ilmi nujum kitobi»). Bu asar «Astranomiya asoslari haqidagi kitob» nomi bilan ham ma'lum bo'lib 1145 va 1175 yillarda Evropada lotin tiliga tarjima etiladi .

Shundan so'ng Ahmad al – Farғoniy nomi lotinlashtirilib «Alfraganus» shaklida Ғarbda shuxrat topadi. Uning «Astranomiya asoslari haqidagi kitob» asaridan bir necha asrlar davomida Evropa universitetlarida asosiy darslik sifatida foydalanilgan, chunki bu kitob zamonasidagi astranomiya haqidagi eng muhim va zarur bo'lgan bilimlarni o'z ichiga olgan . Uning geografiyaga oid bo'limi Er yuzasidagi mamlakatlar va shaharlar haqidagi eng boshlanғich va zaruriy bilimlarga baғishlangan bo'lib, «Erdagi ma'lum mamlakatlar va shaharlarning nomlari va har bir iqlimdagi hodisalar haqida» deb ataladi. Bunda etti iqlimning hammasi ulardagi mamlakatlar, viloyatlar va shaharlari bilan birga tavsiflanadi.

Ahmad al – Farғoniyning bu asarida falakiyot va geografiya ilmlarining asosiy mazmuni, vazifalari va qismlari tushunarli dalillar bilan sodda bayon etiladi. Xususan, Erning dumaloqligi, bir xil osmon yoritqichlarining turli vaqtlarda ko'tarilishi, tutilishi va bu tutilishning har bir joydan turlicha ko'rinishi o'zgarishi haqida qimmatli mulohazalar bildiradi. Umuman, Ahmad al – Farғoniyning «Astranomiya asoslari haqidagi kitob» asari o'rta asr musulmon Sharq mamlakatlaridagi, so'ngra Ispaniya orqali Evropa mamlakatlaridagi astranomiya ilmining rivojini boshlab berdi.

Qadimgi yunon ilmi, jumladan, astranomik ilmlar ham birinchi bor arabchadan tarjima qilingan risolalar orqali ma'lum bo'ldi. Ahmad al – Farғoniy asarining lotincha tarjimasi birinchi marta 1493 yilda tosh bosma usulida nashr etildi. 1669 yil mashhur golland matematigi va arbshunosi Yakob o'olius Ahmad al – Farғoniy asarining arabcha matnini yangi lotincha tarjimasi bilan nashr etganidan so'ng Ahmad al – Farғoniyning shuxrati yanada ortdi. Evropa uyғonish davrining mashhur olimi Reshomontan XV asrda Avstriya va Italiya universitetlarida astranomiyaga doir ma'ruzalarini Ahmad al – Farғoniy asarlari asosida o'qigan. Ahmad al – Farғoniy nomi Dante va Shiller tomonidan tilga olinadi.

Ahmad al – Farғoniyning sakkiz asari ma'lum bo'lib, ularning hammasi astranomiyaga aloqador. Ular quyidagilardir: yuqorida tilga olingan asar, odatda uni «Astranomiya asoslari haqidagi kitob» nomi bilan ham atashadi – qo'lyozmalari dunyo kutubxonalarining deyarli barchasida bor, «Asturlab yasash haqida kitob» - qo'lyozmalari Berlin , London, Mashqad , Parij va Tehron kutubxonalarida , «Asturlab bilan amal qilish haqida kitob» - birgina qo'lyozmasi Rampurda (Hindiston), «Al – Farғoniy jadvallari» - qo'lyozmasi Patnada (Hindiston), «Oyning Er ostida va ustida bo'lish vaqtlarini aniqlash haqida risola» - qo'lyozmalari o'otoda va Qohirada, «Quyosh iqlimni hisoblash haqida» - qo'lyozmalari Halab va Qohirada saqlanadi. «Al - Xorazmiy "Zij" ining nazariy qarashlarini asoslash» asari Beruniy tomonidan eslatiladi, lekin qo'lyozmasi topilmagan .

Farғoniyning nomi Xorazmiy kabi Sharq va Ғarbda mashhurdir. Ўrta asrda tabiiy – ilmiy bilimlarning rivojiga ulkan hissa qo'shgan olim.

O'rta Osiyolik yana bir buyuk olimlardan biri X asrda yashagan matematik va astronom Abul Vafo Muhammad Bo'zjoniydir (940 - 998) .
Uning ko'pdan ko'p asarlaridan bizgacha etib kelgani:

1) " Savdogar va kotiblarga arifmetika san'atidan nimalar zarurligi haqidagi kitob";

2) "Ḱunarmandlarga geometrik yasashdan nimalar zarurligi haqida kitob";

3) Kitobi al-komil ";

4) Xamda Xorazmiy, Evklid, Diofant, Ptolomey asarlariga sharxlar.

5) Taxminlarga ko'ra sonlardan 3-,4-,7-darajali ildiz chiqarishni ochgan.

2-asari 11 bobdan iborat bo'lib, I-bobda geometrik yasashlarda zarur bo'lgan chizg'ich, tsirkulь va go'niya kabi asboblardan foydalanish usuli va ahamiyati qaraladi. II-bobda kesma, burchaklarni teng bo'laklarga bo'lish, perpendikulyar va parallel to'g'ri chiziqlarni yasash, aylanaga urinma o'tkazish va aylanani teng bo'laklarga bo'lish yasashlarni bajaradi. III-VI boblarda muntazam ko'p burchaklar, aylanaga ichki va tashqi figuralar yasashni . VII-XI boblarda uchburchak to'rtburchak va sferalarni teng burchaklarga bo'lish bayon etiladi. Sferaga ichki chizilgan muntazam ko'pyoqliklarni yasash yo'li ko'rsatiladi.

3-asari trigonometriyaning muntazam bayoniga bag'ishlanadi. U burchak yarimining sinusi uchun har 15^{I} da 10^{-8} aniqlikda jadval tuzadi. Oltita trigonometrik chiziqlar (sekans va kosekans avval yo'q edi) va ular orasidagi algebraik munosabatlarni birlik doirada ko'rsatadi.

Uchinchi va to'rtinchi darajali tenglamalarni o'rganadi.

X asrning ikkinchi yarmida yashab ijod etgan yana bir buyuk olim Abul Muqammad Xamid ibn al- Xizr Xo'jandiy. Astronomiyaga va sonlar nazariyasiga doir ko'proq asar yozib, bulardan $X^3+U^3=Z^3$ ning butun ratsional ildizi yo'q ekanligini isboti ahamiyatga molikdir (Fermani kichik teoremasi)

Shu davrda yashab ijod etgan Abu Sahl Vay jon ibn Rustam al - Ko'hiy saqlangan asari "Mukammal tsirkulь" ("fi birkar at -tamm") hozirda arabcha qo'l yozmasi Leyden universitetida (45 bet) saqlanmoqda. Ixtiyoriy diamer va ordinata kesmasi bilan chegaralangan parabola qismining diametr atrofida aylanishidan hosil bo'lgan hajmni hisoblaydi (o'yulьdin teoremasi).

X-XI asrlarda yashagan matematik va astronom Abu Bakr Muhammad ibn Xasan Karxiy al-Xosibiy 70 bobdan iborat «ǥ`isob fanidan etarli kitob» ("Kitob al-kofi fil-hisob ") asari. Bu kitobning algebra qismi Bog'dod halifasi Fahr al-Mulk (1017 yilda o'lgan)ga bag'ishlangan bo'lib, u "Al-Faxriy" deb ataladi. Bu kitobda Karxiy o'zidan oldingi olimlarning ishlarini davom ettiradi va rivojlantiradi.

1) Olti tipdagi normal kvadrat tenglamalarni echishni geometrik isbotsiz ko'rsatadi;

2) Daraja haqidagi tushunchani umumlashtirib (Xorazmiyda 1-va 2-daraja edi) istalgan darajani tuzishni bayon etadi. Ms. x^3-kub(ka'b), x^4-kvadratu-kvadrat (mol-al-mol), x^5-kvadratu-kub (mol-al-ka'b)... So'ngra bu darajalar orasida $1:x=x:x^2=x^2:x^3=$... proportsiya tuzish mumkin deydi;

3) Kvadrat tenglamaga keltiriladigan tenglamalarni: $ax^{2n}+vx^n=c$, $ax^{2n}+c=vx^n$, $vx^n+c=ax^{2n}$, $ax^{2n+m}=vx^{n+m}+cx^m$;

4) $1^2+2^2+\ ...\ +n^2=\dfrac{2n+1}{3}(1+2+...+n)$, $1^3+2^3+...+n^3=(1+2+...+n)^2$ geometrik usulda isbotlaydi;

5) $x^5+5=u^2$, $x^2-10=u^2$ tenglamalarni $u=x+1$ va $u=x-1$ deb olib, butun echimlarini topadi.

Sharqning buyuk allomalaridan Abu Ali al-Xusayn ibn Sino (980-1027). U 200ga yaqin asar yozgan bo'lib, bulardan kam qismi bizgacha etib kelgan. Mashxur asarlaridan: " Tib qonunlari kitobi" ("Kitob ash-shifo"), " Najot kitobi "("Kitob an-najot "), " Bilim kitobi " ("Donishnoma").

Arifmetikada natural sonlarning xossalari, Erotosfen g'alvirining tuzilishi xaqida natural sonlar ustida amallar va ularning xossalari, ayirmasi birga teng bo'lgan arifmetik progressiyaning istalgan xadini va yig'indisini topish,natural sonlar darajasi xaqida tushuncha kabi masalalar bilan shug'ullanadi.Amallarni to'g'riligini tekshiruvchi vosita sifatida (Mezon) to'qqiz bilan tekshirish usulini kvadrat va kubga ko'tarishga tatbiq etadi. Nisbatlar va sonli va geometrik miqdorli progressiyalarni Evkliddan farqli o'laroq bir-bir bilan uzviy bog'langan holda qaraydi. U ikkison nisbatini kasr son bilan almashtiradi. Bunday yollanish kelgusida Umar Hayyom va Nasriddin Tusiylar tomonidan rivojlantirilib son tushunchasini musbat haqiqiy sonlargacha kengaytirish imkonini beradi.

"Shifo kitob" asarining geometriyaga bag'ishlangan qismida planimetriya va stereometriyaga tegishli mavzularni 74 taьrif, 7 postulat, 5 aksioma va 255 teorema orqali bayon etadi. Xarakat tushunchasini keng qo'llashi natijasida ba'zi teoremalarni Evklidga nisbatan qisqa va soddaroq usulda isbotlaydi. Evklidning V postulati esa bu aksiomalar sistemasidan tashqarida bo'lib, teorema sifatida "isbotlangan"

Tekshirish savollari:

1. Bog'dod "Donishmandlik uyi"da faoliyat ko'rsatgan buyuk allomalar.
2. Xorazmiyning algebrani rivojlanishiga qo'shgan hissasi.
3. Al-Far¼oniy hayoti va ijodi haqida nimalar bilasiz?
4. Abul Vofo hayoti va ijodi haqida nimalar bilasiz?
5. Ibn Sino hayoti va ijodi haqida nimalar bilasiz?

6-§. O'rta asr O'rta Osiyolik allomalar hayoti va ijodidan namunalar

Reja:

1. Beruniy hayoti va ijodi.

2. Ḱayyom hayoti va ijodi.
3. Tusiy hayoti va ijodi.

I. O'rta asrda yashab ijod etgan mashhur olimlardan yana biri xorazmlik buyuk entsikliopedist Abu Rayxon Muhammad ibn Ahmad Beruniy (973-1048) dir. U 973 yil 4 – sentyabrda Xorazmning qadimiy Kot (keyingi Shabboz, hozirgi Beruniy) shahrida tug'ildi. Bu davrda Kot Xorazmning poytaxti bo'lib, Somoniylar davlatiga qarashli edi. Beruniy hayoti va ijodini quyidagi bosqichlarga bo'lish mumkin: bolalik va o'smirlik yillari, Rayga ketishi va Jurjonga kelishi, 1010 – 1017 yillarda Xorazmda yashagan davri, Ђaznada yashagan davri va hayotining so'nggi yillari. Otadan yosh qolgan Beruniyni astronom va matematik Abu Nasr ibn Iroq o'z tarbiyasiga oladi va unga alohida ixlos bilan o'z bilimlarini o'rgatadi. X asrning birinchi yarmida Xorazmda ikki mustaqil xukmdor mavjud edi: Janubiy Xorazmshoxi Abu Abdulla Muhammad (poytaxti Kot) va Shimoliy Xorazm amiri Ma'mun ibn Muhammad (poytaxti o'urganj-Urganch). 995 yilda bu ikki hukmdor o'rtasida taxt uchun kurash Ma'mun ibn Muhammad g'alabasi bilan tugadi. Poytaxti o'urganj bo'lgan yagona Xorazm, Ma'mun esa Xorazmshox deb e'lon qilindi. Yosh olim o'z vatanini tashlab ketishga majbur bo'ldi. Tehron yaqinidagi Ray shaxrida keksayib qolgan matematik va astranom Abu Muhammad Ḱamid Xo'jandiy bilan tanishadi. U bilan birgalikda Ray shahridagi rasadxonada kuzatish va o'lchash ishlarini olib boradi (995-977 yil) bu erda u Xo'jandiy yasagan va Rayning hokimi Faxr ad-Davalga atab "Sudsi faxriy", ya'ni "Faxriy Sakstanti" nomli katta astranomik asbob qiziqtiradi. Bu asbobni o'rganib uni takomillashtirish borasidagi fikrlarni "Faxriy sakstanti bayoni haqida" nomli alohida asarida bayon etadi. 997-998 yillarda yana Kotga qaytadi. Ammo 998-1004 yillarda Jurjonda Qobus ibn Vashmgir saroyida xizmat qiladi. Shu erda u o'zining birinchi yirik asari "Al-Osarul boqiya" ("Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar") ni Qobusga taqdim etadi.

1005 yili Abul Abbos Ma'mun (kichik o'g'li) Xorazm taxtiga o'tiradi. U o'z saroyiga Ibn Sino, Abu Saxl masihiy, Abu Nasr Mansur ibn Iroq, abu Ḱammor kabi allomalarni to'playdi. Shular bilan birga Beruniy ham 7 yil xizmat qiladi.

1017 yili Ђaznaviy Xorazmni bosib oladi va Beruniy ham boshqa olimlar qatori o'azanga asir sifatida jo'natilinadi. Og'ir sharoitga qaramasdan u ilmiy ishlarini davom ettiradi va 1025 yili "o'eodeziya" asarini yozadi. Ђaznaviy Ḱindistonni bosib olgandan so'ng Beruniy Ḱindistonga safar qiladi. U erda hind fani va adabiy merosini o'rganadi, natijada "Ḱindiston" nomli mashhur asarini yozadi (1030 yil). Oraliqda bir necha asarlar yozgan bo'lib, bulardan matematikaga doiri "Doiraga ichki chizilgan siniq chiziqning xossasi yordamida uning vatarini aniqlash" dir (1027 yil).

1030 yili "Yulduzshunoslik san'ati negizlarini tushuntirish kitobi" ("Kitob at-tafhim li san'at at-tanjim"), 1036 yili esa "Astronomiya va yulduzlar bo'yicha Mas'ud qonuni" (Qonuni Ma'sudiy fi xayat va nujum) asarini Mahmudning o'g'li Ma'sudga bag'ishlaydi. 1040 yili "Minerologiya" va hayotining so'ngi yillarida "Farmakognoziya" asarini yozadi. 1048 yili Ђazanda vafot etadi.

Buyuk entsiklopediya olim umri davomida 150 dan ortiq ilmiy asar yozgan bo'lib, bizgacha 40 tasi etib kelgan. Uning ijodi haqida akademik I.Yu. Krachkovskiy shunday deydi: "Beruniy qiziqqan sohalarni sanab chiqishdan ko'ra, qiziqmagan sohalarni sanab chiqish osonroqdir".

1. Arifmetika va algebraning asosiy masalalariga ta'rif beradi hamda o'nli va oltmishli sistemaning asosiy printsiplari, abjad hisobi, butun va kasr sonlar ustida amallar, chiziqli, kvadrat va kub tenglamalarni taqribiy echish usullarini bayon etadi.

2. o'eometrik miqdorlarni son deb qarash bilan bular ustida arifmetik amallarni bajarishda son tushunchasini musbat haqiqiy sonlargacha kengaytiradi.

3. Evklidning asosiy geometrik tushunchalar va geometrik figuralarga bergan ta'riflarini to'ldirib, ularga teng kuchli bo'lgan ta'riflar beradi.

4. Planimetriya teoremalarini astronomiyaga tatbiq qilishda: joyning kengligini aniqlash, quyoshning anogeyini aniqlash va boshqalarni aniqlaydi.

5. Doiraga ichki chizilgan mantazam ko'pburchaklarning tomonlarini hisoblaydi: 5 burchak, 10 burchak, 7 burchak va 9 burchakni tomonlarini hisoblashni uchinchi darajali tenglamaga keltiradi va bu tenglamani taqribiy echish usullarini keltiradi. Bunda π sonining 7 ta o'nli raqamigacha bo'lgan sondan foydalangan. Burchakni teng uchta bo'lish masalasini echishning 12 hil usulini beradi.

1. Stereometriya: ko'pyoqlar, aylanma jismlar, konus kesmalari, muntazam ko'pyoqliklarga ta'rif beradi va stereometriyaning asosiy tushunchalarni bayon etadi.

2. O'lchov uchta ekanligini va planetalarning xarakatini ko'rsatish bilan birga birinchi bo'lib fazoviy koordinatalar g'oyasini beradi. Astronomiyaning turlicha konstruktsiyalarini va u yordamida echiladigan amaliy masalalarni ko'rsatadi. Er va osmon sferasini kartografik proektsiyalashning eng yaxshi usulini ko'rsatadi.

3. Tekis va sferik trigonometriyadagi asosiy masalalar asosida mustaqil sistematik trigonometriyani tuzadi. Trigonometrik chiziqlar orasidagi munosabatlarini isbotlaydi. Sferik kosinuslar teoremasiga teng kuchli teoremani isbotlaydi.

4. Fizika sohasida: turli fizik hodisalarga to'g'ri baho bergan; 9 xil metall, 18 hil suyuqlik, 15 hil mineralga – jami 50 dan ortiq moddaning solishtirma og'irlinigi aniqlagan (bu sohada birinchi edi). Suyuqlikning muvozanat sharoiti, sifonning ishlash printsipi, buloq va fontanning otilish sabablarini, issiqlikning tabiati va uning jismlarga ta'siri, magnitning xususiyatlari, linzaning xususiyatlari, yorug'lik nur-moddaning bir ko'rinishi (tezlikka ega), suv hajmining haroratiga bog'liqligi va boshqalar.

5. Etika va pedagogika sohasidagi fikrlari ham diqqatga sazovordir. Jumladan akademik V.R.Rozen "Ḱindiston" kitobi namunasida shunday deyiladi: "Bu yodgorlik-shu hildagi asarlar ichida yagonadir va Ƃarb hamda Sharqning butun qadimiy va O'rta asr ilmiy adabiyotida bunga teng keladigan asar yo'q... Bu asar diniy, irqiy, milliy yoki tabaqaviy bid'atlar va xurofotlardan xoli bo'lgan xolisona tanqid ruhi bilan, yangi fanning eng qudratli quroli, ya'ni qiyosiy metod bilan g'oyat to'la ravishda qurollangan, ehtiyojlar va issiq tanqid ruhi bilan

sug'orilgandir... Undan chin ma'nodagi ko'lam, bir so'z bilan aytganda, hozirgi zamon ma'nosidagi haqiqiy fan ruhi sezilib turadi".

II. 1048 yilda Xurosondagi Nishopur shahrida buyuk olim entsiklopedist Abu Fatx Umar ibn Ibrohim Xayyom tug'iladi. Uning yoshligi Somoniylar davlatining inqirozi va Qoraxoniylar, Ђaznaviylar va Saljuqiylar sulolalarining saltanatlarini vujudga kelish davriga to'g'ri keladi. Saljuqiylar davlatida hizmat qilgan ulug' vazir Nizom al-Mulk Bog'dodda "Nizomiya" nomli akademiya tashkil etadi. 1047 yilda esa Isfaxonda observatoriya qurilishini tashkil etgan ulug' vazir bu erga ko'pgina olimlarni taklif etadi. Bularga Umar Ќayyom boshchilik qiladi. Ularning kuzatishlari natijasida "Ziji Malikshoh" (Malikshox astronomik jadvali) bunyod etiladi. Bu asarda Xayyom Eron quyosh kalendarini reformasini o'tkazgan. Bunga muvofiq kalendарь 5000 yilda bir kunga hato qilgan (o'rigoryan kalendari 3330 yilda bir kun hato qiladi.) 1079 yili reforma amlga oshirilgan. 1069-1071 yillarda "Al-jabr va almuqobola masalalarining isboti haqida" asarida kubik tenglamalarni echishni sistemali ravishda bayon etadi. Bu tenglamalarni ildizlarini u ikki konus kesimlarining kesishish nuqtasi ko'rinishda izlaydi (sonli echimlarini izlamaydi). Kvadrat va kubik tenglamalarni 25 xil ko'rinishda klassifikatsiyalaydi.

Sodda tenglama sinfiga: 1) $x=a$, 2) $x^2=a$, 3) $x^3=a$, 4) $x^2=vx$, 5) $sx^2=x^3$, 6) $vx=x^3$ 4), 5), 6) ko'rinishlarni nolь ildizini olmasdan (x ga bo'lish usuli) 1)-va 2)- ko'rinishga teng kuchli ekanligini ko'rsatadi. 3)-ko'rinishni algoritm yo'lida kub ildiz chiqarish yoki konus kesimlari yordamida yasash yo'lini ko'rsatadi.

1. Murakkab uch hadli tenglamalarini: $x^2+vx+a=0$, $x^3+sx^2+vx=0$, $x^3+vx+a=0$, $x^3+sx^2+a=0$ koeffitsientlar ishorasiga qarab: 7) $x^2+vx=a$, $x^2+a=vx$, 9) $x^2=vx+a$, 10) $x^3+sx=vx$, 11) $x^3+vx+=sx^2$, 12) $x^3=sx^2+vx$, 13) x^3+vx+a, 14) $x^3+a=vx$, 15) $x^3=vx+a$, 16) $x^3+sx=a$, 17) $x^3+a=sx$, 18) $x^3=sx^2+a$.
2. To'rt hadli kubik tenglamalar
   19) $x^3+sx^2+vx=a$, 20) $x^3+sx^2+a=vx$, 21) $x^3+vx+a=sx^2$, 22) x^3+sx^2+vx+a, 23) $x^3+vx+sx^2+a$, 24) $x^3+a=sx^2+vx$, 25) $x^3=sx^2+vx+a$.

Shundan so'ng har bir sinfga kirgan masalalarni geometrik usulda konus kesimlar yordamida yasash yo'li bilan hal qiladi.

"Ќisobdagi mushkullik" (Mushkulot-al-hisob) nomli asarida kvadrat yuzi berilsa, uni tomonini topishni, kub hajmi berilsa, uning qirrasini topishni ya'ni kvadrat va kub ildiz chiqarish oldin o'tgan olimlarga ham ma'lum ekanligini ta'kidlaydi va bularni rivojlantirib 4-,5-,6-, va yuqori darajadan ildiz chiqarishni (natural ko'rsatkichli) keltirilganligini yozadi. Afsuski, bu asar hozirgacha topilmagan.

1077 yilda "Evklid kitobining kirish qismidagi qiyinchiliklarga sharh" kitobida V pastulotni teorema deb isbotlagan. Bu teorema keyinchalik "Sokkeri teoremasi" nomi bilan noevklid geometriyasiga kiritiladi. o'eometriyaga doir asarining 2-va 3-kitoblarida nisbatlar nazariyasi va son tushunchasini rivojlantirib, butun va kasr sonlar qatorida musbat irratsionallikni ham son deb tushunadi va haqiqiy son tushunchasiga yaqinlashadi.

III. XIII asrning eng yirik olimi Marog'a observatoriyasining asoschisi Abu Ja'far Muhammad ibn Muhammad Nasriddin at-Tusiy 1201-1277 yillarda yashab ijod etgan. Ḱozirgi davrgacha Tusiyning 76 ta asari bizgacha etib kelgan (o'.D.Mamadbeyli) bo'lib, Evklid, Arximed, Ptolomey, Apoloniy, Feodosiy asarlarini arabchaga tarjima qilgani va sharhlagani bor. 1231-1256 yillarda u Qo'histonda shox Nosir saroyida hizmat qiladi. 1235 yilda uning topshirig'iga ko'ra "Ahloqi Nosiriy" falsafiy asarini yozadi.

1256 yilda Chingizxonning nabirasi Xuloguxon Ko'histonni bosib oladi va u saroyda maslahatchi bo'lib ishlaydi. Uning tashabbusi bilan Marog'a shahrida (1258-1259) observatoriya quriladi. Ko'plab olimlar taklif etiladi, kutubxona va ilmiy maktab tashkil etiladi.

Bu erda ko'p yillik ilmiy izlanishlar natijasida "Elxon astronomiya jadvali" (Ziji Elxoniy) vujudga keladi. Evklidning "Boshlang'ichlar" asarini sharxlab, qo'shimchalar kiritish bilan "Tahriri Uqlidus" asarini yozadi. Birinchi bo'lib bir hil ismdagi miqdorlarning nisabi ismsiz sonlar nisbati degan tushunchani kiritadi va o'lchovsiz miqdorlarning nisbatini son deb hisoblaydi. Evropa bu tushunchani XVII-XVIII asrlarda Sent-Vintsentli va Nьyutonlar kiritgan.

"To'la to'rtburchaklar haqida risola" (Kitob ash-shakl al-qit'a) nomli trigonometriyaga doir asar yozadi. Bunda sistemalashgan to'g'ri chiziqli va sferik trigonometriyani yaratadi va trigonometriyani alohida fan darajasiga ko'taradi.

Jumladan: uchta tomon yoki uchta burchak berilsa, sferik uchburchakning qolgan elementlarini qutb uchburchak yordamida topishni hal qiladi. Tusiy asarlarida bayon etilgan fikrlar XV asrda nemis va XVI asrda gollandiyalik Snell ijodi deb yuritiladi.

1265 yilda arifmetika haqida asarida arifmetikani tarqqiy ettirib, sonlardan istalgan natural ko'rsatkichli ildiz chiqarish usulini va binomisol teoremani bayon etadi.

1651-1663 yillarda Djon Vallis Tusiyning Evklid postulotlari haqidagi ishlaridan foydalangan.

Tusiy irratsional sonlar tushunchasini rivojlantiradi.

Arifmetik asarning nomi "Taxta bilan tuproq vositasida hisoblashlar to'plami" (Jami ul-hisob bit-taxti va at-turob, 663 hijriy, 6-ramazon, dushanba kuni (1265 yil, dushanba) asar uch kitobdan iborat bo'lib, 1-kitob Butun sonlar arifmetikasi-12 bob, 2-kitob kasr sonlar arifmetikasi-14bob, 3-kitob Astronomiyaga tegishli hisoblashlar-9 bob. EKUB va EKUK ni tavsiyasi.

Tekshirish savollari.

1. Beruniy hayoti va ijodi haqida nimalar bilasiz?
2. Xayyom hayoti va ijodi haqida nimalar bilasiz?
3. Tusiy hayoti va ijodi haqida nimalar bilasiz?

7-§. Samarqand ilmiy markazi

Reja:

1. Ulug'bek hayoti va ijodi.
2. Koshiy ijodi va hayoti.
3. Samarqand ilmiy markazi.

Uluғbek rasadxonasi 1420-1429 yillari Samarqand yaqinidagi Obi- Rahmat tepaligida qurildi. Bino uch qavatli to'garak shaklida bo'lib, diametri 46-40 metr, balandligi 30 metrcha edi. Bu haqda Zaxiriddin Muxammad Bobur ham guvoxlik beradi.

Rasadxona haqida tarixchi Abdurazzoq Samarqandiy quyidagicha yozadi: Samarqandning shimoliy tomonida sal sharqqa oғishgan joy tanlandi, mashxur munajjimlar bu ishni boshlab yuborish uchun yulduz ko'rsatgan xayrli kunni aniqlab berdilar. Bino qudrat asosi ulu¼vorlik negizidek pishiq qurildi. Poydevor va ustunlar to¼ asosidek shunday mustaqkam qilindiki,ular to mashqar kunigacha na joyidan jilar va na qular edi.Baland qurilgan bu muxtasham imorat xonalarining ichiga solingan rasm va beqiyos suratlarda to'`qqiz falakning daraja, daqiqa, soniya va soniyaning o'`ndan bir ulushlari ko'`rsatilgan etti qavat osmon gardishi, etti sayera va tur¼un yulduzlar tasvirlangan edi. Shundan keyin ªuyosh va sayyoralarning qarakatini kuzatish ko'`rganlarni yozish va qayd qilishni boshlab yuborishga farmon berildi.

Rasadxonaning asosiy quroli-burchak o'`lchaydigan juda katta asbob (vertikal doira)dan iborat bo'`lib, uning radiusi 40, 212metr, yoyining uzunligi 63 metrga teng edi. Bu V.L.Vyatkinni inshoot qoldi¼i "katta kvadratning bir qismidan boshqa narsa emas, uning yarmi ufq satxidan past bo'`lib,ikkinchi yarmi esa ufqdan yuqoriga chiqib turar edi" - degan fikrga olib keldi.

Akademik ªori Niyoziy va astronom Qiyos Jalolovlarning fikricha bu asbob kvadrant emas, balki sekstantdir. U janubdan shimolga qaratib, meridian chizi¼i bo'`yicha anchagina aniq o'`rnatilgan. Ularning fikrini V. N. Kastelьskiy va V. P. Shcheglovlarning tekshirishlari qam tasdiqlaydi.

Asbobning qozirgi kungacha saqlanib qolgan qismi tepalik ostidagi qoya toshga o'`yib ishlangan torgina chuqur ariqchaga tushirilgan ekan. Ariqchaga pishiq ¼isht terib, ikkita parallel yoy ishlangan va ganch eritmasi quyib tsementlangan. Yoyning ustiga 10-20 santimetrli qalin marmar tosh taxtachalari qoplangan. Qarbiy yoyga tegishli belgilar arab qarflari bilan qavariq qilib yozilgan. Marmar toshli yoylarga daqiqa va soniya bo'`linmalari qayod qilingan mis tasma ishlangan. Bu mis tasma yoritgichning meridian o'`tgan vaqtini aniq o'`lchash uchun zarur bo'`lgan.

Samarqand astranomlarining maqorati asosiy asbobning juda katta bo'`lishi va tuzilishining mukammaligini ta'minladi. Bu esa quyosh, oy va yoritgichlarni kata aniqlikda kuzatish imkonini berdi.

Rasadxona xodimlari, jumladan Ulu¼bekning o'`zi qam, madrasada dars berishar edi. Madrasada diniy - ªur'oni karim, qadis va tafsirdan tashqari, tabiiy fanlar – riyoziyot, qandasa, ilmi qay'at, ya'ni astranomiya, tibbiyot, ya'ni meditsina, surat al – ard, ya'ni geografiya kabilar o'`qitilar edi.

Ulu¼bek akademiyasida mashqur olimlar - ªozi Zoda Rumiy (1435 yilning fevralida vafot etgan), Qiyosiddin Jamshid al-Koshiy (tu¼ilgan va vafot etgan vaqtlari aniqlanmagan) va Ali ªushchi (1475 yili Istambulda vafot etgan) lar xizmat qilishgan. Keyinchalik bu akademiyada Xasan Chalabiy ibn Muso ibn Maxmud ªozi Zoda Rumiy (Saloqiddin Muso ªozi Zoda Rumiyning o’`¼li), Mu’iddin al – Koshiy, Mansur ibn Mu’iniddin al – Koshiy va boshqa olimlar ishlashgan. Olib borilgan astronomik kuzatishlar asosida «Ulu¼bek ziji» vujudga kelgan. Akademiya xodimlari tomonidan bir qancha matematik risolalar bitilgan.

Ulug’bek madrasasining eng yirik olimlaridan biri Ђiyosiddin Jamshid al Koshiy (XV asrning birinchi yarmi).

Al –Koishiyning eng yirik asarlaridan biri “Arifmetika kaliti” (1427y, Miftox al-hisob) alohida ahamiyatga ega. Bu asar kirish qism va besh kitobdan iborat. Kirish qismida hisob fanining ta’rifi, son va uning turlari tushuntiriladi. Birinchi kitobda butun sonlar arifmetikasi – 6 bob, ikkinchi kitobda kasr sonlar arifmetikasi – 12 bob, uchinchi kitobda astronomiyadagi hisoblashlar – 6 bob, to’rtinchi kitobda geometrik miqdorlarni o’lchash – 9 bob, oxiri beshinchi kitobda algebra yordami bilan noma’lumni topish – 4 bobda bayon etiladi. Bu asar o’zining siqiqligi, izchiligi va tushunarli bayon etilishi bilan o’rta asrda yozilgan matematikaga doir asarlar orasida alohida ajralib turadi. Tarixchi olimlar A.P.Yushkevich va B.A.Rozenfelьdlar tomonidan arab tilidan ruschaga tarjima qilib, bu asarga shunday baho beradilar: “Koshiyning “Arifmetika kaliti” hisoblash ishlarini olib boruvchilar, quruvchilar, er o’lchovchilar, moliya mansabdorlari, huquqshunoslar va boshqalarning talablariga moslashgan, o’z davrining elementlar matematika entsiklopediyasidan iboratdir”.

Koshiyning ikkinchi asari «Aylana qaqida risola» (Risola fil-muxitiya) uning «Arifmetika kaliti» dan oldin yozilgan, chunki Koshiy bu asarning «Arifmetika kaliti» da boshqa asarlar bilan bir qatorda tilga oladi.

Risoladan maqsad π sonini, ya’ni aylana uzunligini uning diametriga nisdatini Koshiygacha ma’lum bo`lgan aniqlikdan qam kattaroq aniqlikda qisoblashdan iborat.

Koshiyning xizmatlarini namoyish etish maqsadida π soni uchun ungacha topilgan qiymatlarni keltiramiz:

Misrda $\pi=(16/9)^2=256/81=3,1604$;

Bobilda $\pi=3,125$;

Arximedda $\pi=22/7=3,142857$;

Apolloniyda $\pi=3,1416$;

Ptolomeyda $\pi=3,14167$;

Ariabxatti (V asr) $\pi=3,1416$;

Braxmaguptada (VII asr) $\pi=3$;

Xitoyda (e.o.III asr) $\pi=3$;

Lyu Xuey (III asr) $\pi=3,14$;

Al – Xorazmiyda $\pi=22/7=3,1428$, yoki $\pi=\sqrt{10}$.

«Aylana qaqida risola» quyidagi bo`limlardan iborat:

1. Ma'lum vatar bilan yoy yi¼indisi vatarini va uning yarmini yarim doiraga to'`ldiruvchi yoyning vatarini aniqlash to'`¼risida.

2. Doilrga ichki chizilgan ixtiyoriy ko'`pburchaknmng perimetrini va unga o'`xshash, ammo doiraga tashqi chizilgan ko'`pburchakning perimetrini aniqlash qaqida.

3. Aylanani necha qismga ajratish va qaysi oltmishli xonagacha amal bajarish lozimki, qosil bo'`lgan perimetr berilgan doira aylanasidan deyarli ortiq bo'`lmasin.

4. Amallar qaqida.

Bu asarlarda Koshiy o'zidan oldin o'tgan olimlarning ishlarini takrorlabgina qolmasdan, ularni takomillashtiradi, yangiliklar va hisoblashlarga yangi usullar qo'shadi.

Bularni sanab o'taylik:

Birinchi o'nli kasrni kiritadi. Aylana uzunligining o'z diametriga nisbati π sonini verguldan so'ng π=3,14159265358979932 hisoblaydi va o'nli kasrlarni boshqa amallarga tatbiq etadi. (Aylanaga ichki va tashqi chizilgan muntazam 3.2^{28}- burchak tomonini hisoblashga olib keladi). Oradan 150 yil o'tgandan so'ng 1593 yili F.Viet 9 ta o'nli raqamini 3.2^{17}-burchak yordamida, 1597 yili esa Van Roumen Koshiy natijasini takrorlaydi.

1585-yili ingliz Simon Stevin Evropada o'nli kasrni kashf etadi. Koshiy hisoblashda o'nli kasr oltmishli kasrdan sodda ekanligini uqtiradi va uni sistematik ravishda to'liq bayon etadi.

Arifmetik amallarni bajarishni eng quyi honasidan boshlashni tavsiya etadi va uni qulayliklarini ko'plab misollarda izohlab beradi. Bu hozirgi zamon usulining o'zginasidir.

Sonlardan yuqori ko'rsatkichli ildiz chiqarish usulini va ko'rsatkichi 3 dan katta natural sondan iborat bo'lgan binom formulasini istalgan natural son uchun umumlashtiradi va sodda usulda ildizning taqribiy qiymatini o'nli kasr bilan hisoblaydi.

$n\sqrt{q = a.вс...}$ ni hisoblashda

$(a+1)^n - a^n = C_n{}^1 a^{n-1} + C\ {}^2 a^{n-2} + C\ {}^{n-1} a + 1,$

$q - a^n,\ q - (a + \frac{в}{10})^n,\ q - (a + \frac{в}{10} + \frac{c}{100})^{n,}$,... ayirmalar ketma-ketligini hisooblashga keltiradi. Bunda u quyidagi binominial yoyilmani ko'radi va

$(a+1)^n - a^n = C_n^1 a^{n-1} + C_n^2 a^{n-2} + C_n^{n-1} a + ... + 1,$

$(a+в)^n - a^n = C_n^1 a^{n-1} в + C_n^2 a^{n-2} в^2 + ... + C_n^{n-1} a в^{n-1} + в^n$ ko'rinishda ifodalab,

$C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$ qoida bo'yicha binominal koeffitsentlarni hosil qiladi.

Evropada bu usul Ruffini (1804) –o'orner (1819) nomi bilan ma'lum bo'lib, binomial koeffitsentlar tablitsasini $n \le 17$ uchun 1544 yili Shtifelь hisoblagan.

Taqribiy ildiz chiqarish $\sqrt{q} = \sqrt{T^2 + r} \approx T + \frac{r}{2T+1}$, (T- butun qismi) formulasi qadimdan ma'lum bo'lib, Koshiy ildizning istalgan natural ko'rsatkichli uchun formulani topadi. Bu usul asosida chiziqli interpolyatsiya usuli yotadi:

$y = \sqrt[n]{x}$ agar $\left\{\begin{array}{l} x_1 = T^n;\ y_1 = T \\ x_2 = (T+1)^n;\ y_2 = T+1 \end{array}\right\}$ $x = x_1 + r$

u holda $y = y_1 + \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) = T + \dfrac{r}{(T+1)^n - T^n}$.

Bu usul Evropada XVI asr o'rtalarida paydo bo'ladi.

Algebrik masalalarni hal qilish uchun zarur bo'lgan sonlarning nisbati haqidagi bir qancha qoidalarni va sonlar ketma-ketligining yig'indisini topish usullarini ko'rsatadi.

$a_1 = q$ - istalgan son, ya'ni: $q + q^2 + q^3 + \ldots + q^n$ bo'lganda $S_n = \dfrac{q^n \cdot q - q}{q - 1}$ yoki $S_n = \dfrac{q^n - q}{q - 1} + q^n, q \geq 1$ uchun; agar q<1 bo'lsa, $S_n = \dfrac{q - q^n \cdot q}{q - 1}$ formula bilan hisoblaydi.

Jumladan birinchi formulani quyidagicha bayon etadi: biror asosning ketma-ket darajalarining istalgan yig'indisi $q + q^2 + \ldots + q^n$ ni topishni istasak, oxirigi daraja q^n asosga ko'paytirib ko'paytma $q^n \cdot q$ dan asosni ayiramiz, so'gnra ayirma $q^n \cdot q - q$ ni asosdan bitta kam son $q - 1$ ga bo'lganda izlangan yig'indi hosil bo'ladi.

Yoki $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{2n+1}{3} \cdot \dfrac{n+1}{2} n;$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left(\frac{n+1}{2} \cdot n\right)^2;$$

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4 = \left[\frac{1}{5}\left(\frac{n(n+1)}{2} - 1\right) + \frac{n(n+1)}{2}\right]\frac{n(n+1)(2n+1)}{6};$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3};$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \ldots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

Ḱar 1^1 oraliqda sinuslar jadvalini tuzish, yana 9 ta o'nli raqami bilan, borasida sin 1^0 ni hisoblash uchun $\cos \propto = 4\cos^3 \dfrac{\propto}{3} - 3\cos \dfrac{\propto}{3}$ formuladan foydalanib x^3+0,785039343364400б=45x tenglamaga keladi.

Umumiy holda tenglamani quyidagicha taqriban hal qilish usulini ko'ramiz.

$x^3 + D = Px \Rightarrow x = \dfrac{x^3 + D}{P}$, x – kichik, demak x^3 – yanada kichik u xolda $x \approx \dfrac{x^3 + D}{P} = a$ - birinchi yaqinlashish.

$x = a + y,\ a + y = \dfrac{(a+y)^3 + a}{P} \Rightarrow y = \dfrac{(a+y)^3 + R}{P}$ R – a^3 tartibli bo'lib, a^3 u ga nisbatan katta.

U/x $y = \dfrac{a^3 + R}{P} = в + \dfrac{S}{P}$ - ikkinchi yaqinlashish.

$y = в + Z$ deb 2-bosqich takrorlanadi va hokazo.

Natijada $x_1 = a = \frac{a}{P}$, $x_2 = a + в = \frac{a^3 + Q}{P}$, $x_3 = a + в + c = \frac{(a+в)^3 + Q}{P}, \ldots,$ $x_n = \frac{x_{n-1}^3 + Q}{P}$.
$3x^2 < r < 1$ bo’lganda protsess yakunlanadi. Natijada sin 1^0 ning 17 ta aniq raqamini 60 lik sistemada topadi.

Ulu¼bek akademiyasining yana bir yirik namoyandasi Aloviddin Ali ibn Muxammad al - ªushchi. U 1402 yili Samarqandda tu¼ilgan. «ªushchi» uning taxallusi. Adabiyotlarda ko’`rsatilishicha, uning taxallusi qaqida turli xil farazlar mavjud. Shunisi aniqki, u juda qam ser¼ayrat bo’`lgan. O’zbeklar bunday kishilarni «Lochinga o’`xshaydi» deb atashadi. U boshlan¼ich ma’lumotni Samarqandda oladi, so’`ng o’`qishni davom ettirish uchun Kermonga ketadi. Sababi qali Samarqandda Jamshid al- Koshiylar yo’`q edi. 1416 yilning oxirlarida Samarqandga qaytadi va Ulu¼bek akademiyasida ishlay boshlaydi. O’zining ser¼ayratligi, bilimdonligi bilan atrofidagilar orasida juda tez qurmat qozonadi.

ªozi Zoda va Jamshid al- Koshiylarning vafotidan so’`ng rasadxonadagi ilmiy ishlar butunlay Ali ªushchi zimmasiga tushadi. 1438 yili Ulu¼bek ªushchini Xitoy saltanati xuzuriga elchi qilib yuboradi. Xitoydan qaytib kelgach u o’`zining «Matematik va astronomik jo’`¼rofiya» nomli asarini yozadi.

Ali ªushchining «Arifmetik risola» si, «Kasrlar qaqida risola» si va «Muqammadiya risola» si matematikaning muqim masalalari – arifmetik amallar, ularni bajarish tartibi, o’`nli kasrlar, ular ustida amallar, qozirda biz algebra darsliklariga kiritadigan qisqa ko’`paytirish formulalari, musbat va manfiy sonlar tushunchalari va boshqalarga ba¼ishlangan.

Ali ªushchining «Astranomiyaga doir risola» si bilan birga uning «Ulu¼bek zijiga sharq» asarlari astranomiya tarixida katta aqamiyatga ega. Ali ªushchi «Ulu¼bek ziji» ni geometriya teoremalari yordamida sharxlaydi va u bu asarga yozilgan sharxlar orasida eng yaxshisi qisoblanadi.

Tekshirish savollari:

1. Ulug’bek akademiyasi bo’yicha nimalarni bilasiz ?
2. Koshiyning "Arifmetika kaliti" asari haqida nimalarni bilasiz ?
3. Samarqandda yana qanday allomalar ijod qilgan ?

8-§.O`rta asr va uyg`onish davrida Evropa matematikasi

Reja:

1. O`rta asr va uyg`onish davrida Evropa matematikasi. Rus matematikasi.
2. Algebraning etakchilik roli.
3. Son tushunchasini kengayishi. Kompleks sonlar.
4. Hisoblashlar va ularning metodlari.

Dastlab shuni eslatish kerakki Evropada matematika tarixi Sharq va Rimdagi kabi uzoq tarixga ega emas. Evropada matematikaning shakllanishi va rivojdanishi o`rta asrlar va uyg`onish davriga to`g`ri keladi. 11 asrga qadar matematik bilimlar darajasi juda past bo`lgan.

1000 y – oyna ixtiro qilinadi, 14-asrga kelib uni ko`zoynak, tosh oyna, durbinda ishlatilish topildi; 1100 y - g`ildirakli soat, keyinroq - prujinali, 1200 yili esa bongli soat; 12-asrda qog`oz,15-asrda esa kitob ixtiro qilindi; 12-asrda magnitizm va magnit strelkasining xususiyatlari topildi.

Evropada matematikaning rivojlanishining asosiy momentlaridan biri o`quv yurtlarining ochilishi bo`ldi. Dastlabki bunday maktablar Frantsiyaning Reyms shahrida o’erbert (940-1003) tashkil etdi. Keyinchalik Stlьvestr II nomi bilan Rim papasi bo`ldi. o’ilbert maktabida boshqa fanlar qatori hisob taxtasida abjad usulida hisob o`qitilgan. Bunda 12lik asosda Rim numeratsiyasi asos qilib olingan. Ba’zi joylarda hind usulidan foydalanilgan.

XII-XIII asrlarga kelib Evropada dastlabki universitetlar paydo bo`la boshladi. Bular Italiyaning Bolonьe, Salerno shaharlarida, keyinroq 1167 yili Oksford va Parijda, 1209 yili Kembridjda, 1224 yili Neapolda, 1347 yili Pragada, 1367 yili Venada va boshqalar.

Rektor va dekanlar bo`lib, studentlar dastlab tayyorlov fakulьtetlarida, so`ngra diniy, yuridik, yoki meditsina fakulьtetlarida o`qitilar edi. Matematika san’at fakulьtetida o`qitiladigan ettita mustaqil fan tarkibiga kiritilgan. Butun tsikl ikki bo`limdan iborat bo`lib,1-grammatika, riktorika (so`z ustaligi), dialektika (munozara yuritish), 2- geometriya, astronomiya, muzika ilmini o`rgatilgan. Bu universitetlarni bitirib bakalavr unvoniga davogarlar Evklidning "BoshlanIichlar" kitobining 6 tasini bilganlar. Matematikadan o`qitiladigan bilimlar asosan Evklidning "BoshlanIichlar", Ptolomeyning "Alьmagest", O`rta Osiyo va yaqin sharq olimlarining asarlaridan tarjimalar bo`lgan. Jerar (1114-1187) arabchadan 80 dan ortiq asar tarjima qilgan.

XIII asrda matematikada birmuncha uyg`onish bo`ldi. Bunga sabablar: 1-si Rodjer Bekon (1214-1294)ning diniy ta’limot va sxolastikaga qarshi kurash bo`ldi. U tajriba ilmiy dunyoqarashni tushunishning birdan-bir asosi deb qaradi va o`zining tabiiy filosofiya konseptsiyasini yaratish bilan matematikaning rolini oshirdi. 2-si. Leonardo Pizanskiy. Asli savdogar oilasidan bo`lib, matematik bilimlarni Jazoirda olgan. Shunga ko`ra arabcha nomi Fibonachcho (Banachcho o`g`li) deb yuritilgan. Savdo ishlari bilan Shimoliy Afrika, Misr, Ispaniya, Sitsiliya va boshqa erlarda ko`p bo`lib matematika bilan qiziqadi. Buning natijasida 1202 yili “Abjad kitobi”ni yozadi. Bu haqiqiy entsiklopedik asar bo`lib, 200 yil davomida Evropada asosiy kitob bo`lib keldi.

Kitob 15 bo`limdan iborat:

I-VIII bo`limlarda o'`nli pozitsion sistemada butun sonlar va oddiy kasrlar ustida operatsiyalar,VIII-XI bo`limlarda savdo-sotiq ishlariga tatbiqi qaraladi. Bunda oddiy va uch yoqlama murakkab qoida, proportsiya, tangani probasini aniqlashga doir masalalar qaraladi. XII-XIII bo`limlarda arifmetik ketma-ketliklarni yiIindisini hisoblash, natural sonlar kvadratlarni yiIindisini hisoblash, 1-darajali aniqmas tenglamalarning butun echimlarini topish kabi masalalar, XIV bo`limda 2 va 3-darajali ildizlarni hisoblash, ular ustida operatsiyalarga baIishlangan, XV bo`limda Xorazmiyning algebra va almuqobila amallarini izohlash, uzluksiz sonli proportsiyalarga doir masalalar, Pifagor teoremasini tatbiq etuvchi geometrik masalalar qaralgan.

1220 yili Leonardo ikkinchi kitobi "Amaliy geometriya" asarini yozadi. Bu kitob ham oldingisini usulida yozilgan bo`lib, geometriya va trigonometriya sohasida ma’lumotlar va o`zi ochgan yangiliklarni bayon etadi.

Yana bir asari sonlar nazariyasiga oid bo`lib, unda $\sum_{k=1}^{n} K$ , $\sum_{k=1}^{n} K^2$ , $\sum_{k=0}^{n} (K+1)$ ko`rinishdagi yiIindilar va $y^2=x^2+a$, $z^2=x^2-a$ ko`rinishdagi tenglamalarning ratsional ildizlarini topish masalasi va boshqalar qaraladi.

Fibonachchi qatori:0,1,2,3,4,5,6,7,8,. . .

$x^3+2x^2+10x=20$ tenglamaning ildizini $\sqrt{a+\sqrt{в}}$ ko`rinishda tasvirlash mumkin emas, ya’ni ildizni tsirkul va chizIich yordamida yasab bo`lmaydi. Ildizni o`zini 6 ta 60 lik xonasigacha takriban hisoblaydi. Bundan tashqari u matematik musobaqalarda ham qatnashgan.

Shundan so`ng to XV asrgacha Evropada matematikaning rivoji to`xtab qoldi, lekin matematik bilimlarni to`plash, sistemaga tushirish borasida etarlicha ishlar bo`ldi. Jumladan, Parij universitetining professor Nikolay Orezm (1328-1382) daraja tushunchasini umumlashtirib kasr ko`rsatkich uchun operatsiyalarni beradi va maxsus belgi kiritadi. Masalan: $\left[\frac{1\cdot P}{2\cdot 27}\right] = 27^{\frac{1}{2}}$, $\left[\frac{1\cdot P}{3\cdot 3}\right] = 3^{\frac{1}{3}}$, $\left[\frac{P\cdot 1}{1\cdot 2}\right]4 = 4^{1\frac{1}{2}}$

Bundan tashqari u tekis to`Iri to`rtburchakda uzunlik va kenglik tushunchalarini kiritib, fizik hodisalarni o`zgartirishni vaqtga boIlab grafik tasvirlaydi va ekstremum atrofida o`zgarish juda kam bo`lishni aytadi.

XV asr oxirida Parij universitetining bakalavri N.Shyuke manfiy va nolь ko`rsatkichli daraja va manfiy son tushunchasini kiritadi. Simvolikani takomillashtiradi. Masalan: $5^3\overline{m} = 5x^{-3}$ , $a^{\kappa}\overline{m} = ax^{-k}$ ($\overline{m}$ - minus degani, $\overline{R}$ - ildiz, $\overline{\text{p}}$ - qo`shish degani)

$$\sqrt[4]{24+\sqrt{37}} - 20x^{-2} = \overline{R}_x^4 24\overline{\text{P}}\overline{R}_x^2 37\overline{m}20^2\overline{m}$$

XV asrga kelib fandagi sxolastik tasavvurlar tez emirila boshlandi. Bunga sabab 1492 yil Amerikaning ochilishi, 1498 yil Afrikani aylanib o`tish, 1519 yil birinchi marta dunyoni aylanib o`tish, Kopernikning (1473-1543) geliotsentrik nazariyasining ochilishi va isbotlanishi va boshqalar.

Trigonometriya soxasida 1461 yili nemis matematigi Iogann Myuller (14361476) yoki boshqa nomi Regiomontanning “Turli Uchburchaklar haqida besh kitob” asarining yozilishi, bu fanni mustaqillik darajasiga ko`tardi. Bu asarda avtor sistemali ravishda tekis va sferik uchburchakni berilgan elementlariga ko`ra echishni bayon etadi. Bunda u irratsional son tushunchasini kiritib, algebrani geometrik masalalarni echishga tadbiq etadi. Trigonometrik tablitsalarni tuzishni davom ettirib, har minutda ettinchi raqamigacha aniqlikda qaraydi. Tangens va kotangens funktsiyalarni (nom XVII asrda beriladi) qaraydi va jadvalini tuzadi.

Sharqiy Evropada bir qancha rus knyazliklari Kiev (X-XII), Vladimir-Suzdalь (XII-XIII), Novgorod (XIII-XV)bo’`lib, X asrda yozuv mavjud bo`lgan va knyazliklar qoshida maktablar bo`lgan. Turli manbalardan yiIilgan ma’lumotlar quyidagicha:

1.Dunyo yaratilgandan beri qancha oy, hafta, kun va soat o`tganini hisoblash (provoslav dini bo`yicha 1134 yilga kelib 6642 yil o`tgan).

2.Eratosfen ma’lumotlari asosida Erning, Oyning, Quyoshning o`lchamlarini hisoblash.

3.Diniy bayramlarni bo`ladigan kunini hisoblash va boshqalar.

Asta-sekinlik bilan rivojlanayotgan matematika fani XIII asrda tatar-mo`g`il bosqinchiligi (Botuxon-1240) natijasida to`xtab qoldi va 1480 yil butunlay ozod bo`ldi. Qayta rivojlanish XVIII asrda Pyotr I davridagini boshlandi.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki o`rta asr Evropa matematikasi asosan algebra soxasidagi ishlar bo`lib, uni apparatini va simvolikasini takomillashtirishga qaratilgan edi. Bu vaziyatlar algebrani bundan keyingi rivoji uchun turtki bo`ldi.

Bolonьya universitetining professori Stsipion delь Ferro (1496-1526) $x^3+rx=q$ (r>0, q>o) ko`rinishidagi tenglamani musbat ildizini topish usulini topdi. Umrini oxirigacha sir saqlab va nihoyat shogirdi Fiorega aytadi. 12/II-1535 yili Fiore va Nikolo Tartalьya (1500-1557) o`rtasidagi ilmiy munozarada keyingisining g`alabasi bilan tugaydi.

Usul mazmuni $x=\sqrt[3]{u}-\sqrt[3]{v}$ deb, so’ngra $p=\sqrt[3]{uv}$ almashtirishdan so’ng $\begin{cases} U-V=q \\ U\cdot V=\dfrac{P^3}{27} \end{cases}$ sistemaga ega bo’ladi.

U va V larni kvadrat tenglama ildizi sifatida qarab

Tartalьya $\begin{cases} U=\sqrt{\left(\dfrac{q}{2}\right)^2+\left(\dfrac{p}{3}\right)^3}+\dfrac{q}{2} \\ V=\sqrt{\left(\dfrac{q}{2}\right)^2+\left(\dfrac{p}{3}\right)^3}-\dfrac{q}{2} \end{cases}$ echimlarga ega bo’ladi.

Bundan so’ng Tartalьya $x^3=px+q$(p>o, q>o) ni $x=\sqrt[3]{u}+\sqrt[3]{v}$ almashtirish bilan, $x^3+q=px$ esa avvalgi usulga keltirish bilan echiladi. Uzoq vaqt e’lon qilinmasligining sababi 1-dan raqobatchilik bo`lsa, 2-dan echish usulining to`liq emasligi, ya’ni mavhum ildizlarning paydo bo`lishi edi.

1539 yildan uchinchi darajali tenglamalar bilan Kardano (1501-1576) shug`ullana boshlaydi. U Tartalьyadan sirini olvolib, kamchiliklarini to`ldirib, 1545 yili “Buyuk san’at, yoki algebraning qoidalari haqida” asarini e’lon qiladi. Bu asar 40 bobdan iborat bo`lib, 1-,2-,3-darajali tenglamalarni echish bilan birga algebraik tenglamalarning umumiy nazariyasi elementlarini ham o`z ichiga oladi. $X=x_1+h$ almashtirish bilan to`liq $ax^3+bx^2+cx+d=0$ tenglamani $x^2$ qatnashmagan tenglamaga keltirishni va 4-darajali tenglamalarga tadbiqini qo`llaydi. Bu asarda koeffitsentlarni ildizlar haqida, ildizlarning kombinatsiyalari haqida teoremalar bor. Bu asarda Kardano shagirdi L.Ferrari tomonidan topilgan 4-darajali tenglamani kubik rezolьventaga keltirib echish usulini ham kiritadi.

Italьyan D.Koll Kardanoga bergan masalasi quyidagicha: 10 ni shunday uch bo'lakka bo'lish kerakki, ular geometrik progressiya tashkil etib, birinchi ikki bo'lagining ko'paytmasi 6 ga teng bo'lsin, ya'ni: $\frac{6}{x}:x=x:\frac{x^3}{6}$, $\frac{6}{x}+x+\frac{x^3}{6}=10$ yoki $x^4+6x^2+36=60x$ to'la kvadratga keltiramiz $(x^2+6)^2=60x+6x^2$, ikki tomoniga $2(x^2+6)$ $t+t^2$ ni qo'shib, $(x^2+6+t)^2=60x+6x^2+2(x^2+6)t+t^2$ yoki $(x^2+6+t)^2=(2t+6)x^2+60x+(t^2+12t)$. Bundan chap tomoni to'la kvadrat, demak, o'ng tomoni ham to'la kvadrat bo'lishi kerak, ya'ni diskrimenant nol bo'lishi kerak $30^2=(2t+6)(t^2+12t)$.

Shu kubik rezolьventa bo'ladi, ya'ni: $t^3+15t^2+36t=450$

Bu usul 4 darajali tenglamalarni echishning umumiy usulidir. Bundan tashqari Kardano $x=\frac{k}{y}$ almashtirish yordamida no'malumning I darajasi qatnashmagan tenglamani yuqoridagi ko'rinishga keltiradi.

3- va 4-darajali tenglamalarni juda qisqa davrda echilishi (bunga zamin tayyor edi) yuqori darajali tenglamalarni echishga davat etdi. Qariyb 300 yil davomidagi urinishlar natija bermadi. Faqat 1824 yilga kelib N.o'.Abelь (Norveg) 5-darajali tenglamani radikallarda echib bo`lmasligini isbotladi. 1826 yilda 4-dan katta darajali tenglamalarni algebraik usulda echib bo`lmasligini isbotlaydi. Lekin umumiy kriteriyni frantsuz E.o'alua nazariyasida to`liq echimni topdi. Bular haqida keyinroq gaplashamiz.

Bundan tashqari yana quyidagi qiyinchiliklar:

1)olinadigan formulalarning murakkabligi va qiyinchiligi bo'lsa;

2)keltirilmaydigan holni tushuntirib bo'lmasligi.

Birinchi amaliy ahamiyatga ega bo'lib (hisob-kitob va tatbiq etishlar), buni Kardano tenglama ildizlarini takribiy hisoblash uchun qadimiy qoida (oddiy yoki chiziqli interpolyatsiyalash) dan foydalandi.

Ikkinchisi esa, matematikani bundan keyingi rivojini ta'minlovchi omil bo'lib, buni ham Kardano sofistik ildizlar deb, x+y=10, xy=40 misolida $x_{1,2}=5\pm\sqrt{-15}$ ildizlari bo'lib bu tenglamani echish mumkin emas deydi.

1572 yilda Italiyalik matematik R.Bombelli (Bolonьya) "Algebra" asarida mavhum va kompleks sonlar ustida quyidagi qoida asosida amallar bajaradi: $\pm$ i,

$(\pm i)^2=-1$, $(\pm i)^3=\pm i$, $(\mp i)^4=1$, $\pm i\ (\pm i)=-1, \pm i\ (\mp i)=1$ va Kardanoning "sofistik ildizlari" a+bi ko’rinishga kelishini aniqlaydi. Konkret x^3=15x+4 misol namunasida keltirilmaydigan xolning haqiqiy ildizi a + bi va a - bi kompleks sonlarning yig’indisi ko’rinishida ko’rsatadi.

Shunday bo’lsada Bombelli ishlab chiqqan metod hali tenglamani echishni engillashtirmaydi.

O’rta asr va uyg’onish davri matematikasida biz eng muhim narsaning guvoxi bo’`ldikki, bu matematikaning simvolikasini (belgilarini) rivojlanishidir. Ќaqiqatdan ham bu faktor matematikani tez sur’atlar bilan rivojlanishini ta’minladi.

Dastlab qisqartma so’`zlardan foydalangan matematiklar so’`ngra belgilarga o’`ta boshladilar.

Masalan, Kardanoda "cubus p 6 rebus aegualis 20 (x^3 + 6x = 20) tenglamaning ildizi R_xUCuR_X108P10 | mR_XUCuR_X108m10 formula bilan ifodalangan ($\sqrt[3]{\sqrt{108}+10}-\sqrt[3]{\sqrt{108}-10}$ hozirgi yozuvda).

R_X ildiz belgisi, R_XUcu - radix universalis cubis - ifodaning umumiy kub ildizi / chiziqgacha, p - qo’shish, m - ayirish.

Bu borada frantsuz matematigi Fransua Viet (1540-1603) qirol o’enrix III va IV lar saroyida maslaxatchi va saroy olimi katta yutuqlarga erishdi.

1591 yili e’lon qilingan “Analitik san’atga kirish” asarida sistemali ravishda tatbiq etadi. Sonlarni harflar bilan ifoda etadi, +, - ishoralarni xozirgidek ishlatadi, qisqartma va to’`liq so’`zlarni ishlatadi. Viet algebrasi xali mukammal emas edi. O’lchovli miqdorlarni tushinish, daraja tushunchasi faqat natural bo’`lgan, ildizni ishlatishdagi aniqmasliklar va boshqalar.

Endi Viet ishlaridan namunalar keltiraylik.

1.Aytilgan kitobida 1 - 4 darajali tenglamalar haqida batafsil va sistemali ma’lumot beradi. Buni tenglamalarning umumiy nazariyasi desa bo’ladi. Jumladan, x=y+k almashtirish 2- darajali hadni, x=$\frac{y}{k}$ almashtirish I - darajadi hadni, x=ky kasr koefftsentlarni yuqotish, x=$\frac{a}{b}$y almashtirish x^{n-1} ning koefftsentini berilgan qiymatga keltirish.

2.Keltirilmaydigan 3- darajali tenglamani burchakni teng uchga bo’lishga keltiradi.

3. x=-y almashtirish orqali manfiy ildizga keladi.

4.Tenglama ildizlari bilan koefftsentlari orasida bog’lanish haqida teoremalarni aytadi.

5.Tekis va sferik uchburchakni berilgan uchta elementi bo’yicha echadi.

6. $\cos m\alpha = \cos^m\alpha - \frac{m(m-1)}{1*2}\cos^{m-2}\alpha\ \sin^2\alpha + \ldots$

$\sin m\alpha = \cos^{m-1}\alpha\ \sin\alpha - \frac{m(m-1)(m-2)}{1*2*3}\cos^{m-3}\alpha\ \sin^3\alpha + \ldots$

7.O’limidan so’nggi Rekurent formulalari

$\cos m\alpha = 2\cos\alpha\ \cos(m-1)\alpha - \cos(m-2)\alpha$

$\sin m\alpha = 2\cos\alpha \sin(m-1)\alpha - \sin(m-2)\alpha$

8.Ichki va tashqi chizilgan aylana yordamida muntazam ko'`p burchak tomonini ikkilantirish asosida (1593 yil)

$\frac{2}{\pi} = \cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{16}\ldots$ ni isbotsiz hosil qiladi.

Shu asosda π-ning 9 ta o'`nli xonasini topadi.

9.1593 yil Belgiyalik Roumen tenglamasini: $x^{45}-45x^{43}+945x^{41}-12300x^{39}+\ldots-3795x^3+45x=A$ echishni 8) ga olib keladi.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki:

1. XVI asr oxiriga kelib algebra tenglamalar haqidagi fan sifatida shakllandi.
2. Trigonometriya astronomiyadan ajralib chiqdi.
3. O'zgarmas miqdorlar matematikasi (sonlar nazariyasi) shakllandi.
4. Son tushunchasi kompleks songacha kengaydi.

XVI asr oxiri va XVII asr boshlariga kelib, Evropada savdo-sotiqni rivojlanishi, yangidan-yangi mustamlakalarni egallanishi arifmetiklar va injenerlarni xizmatiga ehtiyoj kuchaydi. Bundan tashqari bu davrga kelib matematikaning o`zi amaliy ehtiyoji uchun, jumladan: trigonometrik funktsiyalar jadvalini tuzish, π ning xarakterini aniqlash, aniq mazmundagi tenglamalarni echishning sodda va qulay algoritmlarini topish va shu kabilarga zarurat kuchaydi. Bu sohada ishlagan olimlarni va ularning ishlari bilan tanishaylik.

1. Kopernik (1473-1543), Kepler (1571-1630), Retikus (1514-1576) va ularning shogirdlari tomonidan tayyorlangan katta jadval 6ta trigonometrik funktsiyaning qiymatini har 10" da, radius esa 10^{10} ga teng olganlar.

Viet sin1'ni hisoblash uchun ichkisi 3*2'' tashqisi $3*2^{12}$ muntazam qo`pburchakdan foydalanadi.

o'ollandiyalik Van Tseyman (1539-1610) π ning 20 ta keyinroq 35 ta o`nli xonasigacha hisobladi. Bundan keyin Shenke 700 ta o'`nli xonasigacha hisobladi.

2. 1585 yilda Simon Stevin (Bryuggelik) tomonidan o`nli kasrlarni kiritilishi va hisobning hind-arab sistemasiga o`tilishi.

3. Shveytsariyalik I.Byurgi (1552-1632) Pragada Kepler bilan birga ishlagan. U hisoblashlarni engillatish uchun 1603-1611 yillar davomida logarifmlar jadvalini tuzish bilan shug`ullangan.

$a(1+r)^n$ da $a=10^8$ va $r=\frac{1}{10^4}$ deb olib, $q_k = 10^8(1+\frac{1}{10^4})^k$ $(k=0,1,2,\ldots)$

geometrik progressiyaning hadlariga 0, 10, 20 . . . arifmetik progressiya hadlarini mos qo'ydi. Bu logarifmlar va antilogarifmlar jadvalini 1620 yili Keplerning qistovi bilan nashr qildiradi.

Byurgining shoshmasligi unga qimmatga tushadi. Chunki 1614 yili Angliyada "Ajoyib logarifmlar jadvalining tuzilishi" nomli kitobni Shodlandiyalik Djon Neper (1550-1617) e'lon qiladi. Jadval trigonometrik funktsiyalarning 0^0-90^0 dagi har I' qiymati uchun 8 xonali logarifmik jadvali edi. Dastlab Neperda $\ell og 10 = 1$ edi. Keyinchalik tushunib $\ell og 10 = 10^{10}$ va $\ell og 1 = 0$ deb oladi va ustozi o'enri Brig (Londonlik professor (1561-1630) bilan birga 1617 yilda 1-10^3 gacha sonlarning 8 xonali logarifmik jadvalini, 1624 yilda esa Brig "Logarifmik arifmetika"asarini e'lon qiladi. Bunda u 1-20.000 va 90 000-100 000 gacha sonlarning 14 xonali logarifmik jadvalini beradi.

Kurinib turibdiki 100 yilcha vaqt o`tmasdan logarifmlar jadvali deyarli butun dunyoga tarqaldi.

4. Boshqa yo'`nalishda olimlar hisoblash mashinalari bilan shug'ullana boshladilar. Eng birinchi hisob mashinasini (1623) nemis professori Vilьgelm Shikkard yaratdi. Bu mashina haqidagi ma'lumot 1985 yili Kepler arxividan topilgan. Shunga ko`ra bu mashina tor doiradagi olimlarga ma'lum bo`lgan. Shuning uchun ham birinchi hisob mashinasi arifmometrni 1642 yili Blez Paskalь (1623-1662) ixtiro qilgan deb kelinadi. Keyinchalik 1674 yilda Leybnits buni takomillashtiradi. Shunga qaramay hali bu mashinalarning amaliy ahamiyati past edi. 1874 yili Peterburglik injener Odner maxsus qurilma-Odner g`ildiragini kashf etgandan keyin keng qo`llanila boshlandi.

5. Algebraik tenglamalarning sonli echimlarini topish uchun turli metodlarni yaratilishidir. Jumladan tenglama ildizlarini taqribiy hisoblash metodlari. (Nьyuton, Shturm, interpoliatsion metod va boshqalar)

Bularning hammasi va yana juda ko`p yangiliklar XV-XVII asrgacha matematiklarni amaliy maqsadlar yo`lida ochgan ixtirolari va yutuqlari edi.

Tekshirish savollari:

1. UyIonish davri Evropa matamatikasi haqida nimalar bilasiz?
2. Rus matematikasi haqida nimalar bilasiz?
3. Son tushunchasi qanday kengayadi?
4. Hisoblashlarning yangi metodlarini izoxlab bering.

III-BOB. Matematika rivojlanishining uchinchi davri

1-§.O'zgaruvchi miqdorlar matematikasi

Reja:

1. XVI-XVII asrlardagi ilmiy revolyutsiya.
2. O'zgaruvchi miqdorlar matematikasi.
3. Analitik geometriyani vujudga kelishi.
4. Matematikaning boshqa sohalarini rivojlanishi.

XVII asr boshiga kelib algebra, trigonometriya, geometriya hamda hisoblashning turli usullari sohasida shu darajada ko'p ma'lumotlar to'pladiki, bular fan va texnikaning ilmiy rivojiga zamin tayyorlaydi. Matematikaning metodlari tabiyot fanlariga jadal kirib bordi. Jumladan 1609-19 yillarda Kepler tomonidan planetalar harakatining qonunini ochilishi va uni matematik formulalarini berilishi, 1632-38 yillarda o'aliley tomonidan jismning tushish qonunini matematik ifodalanishi, 1686 yilda Nьyuton tomonidan butun olam tortilishi qonunining ochilishi va matematik ifodasini berilishi va boshqa ko'plab faktlar tabiat qonunlarini matematika tilida bayon etishga olib keldi. Matematik metodlarining universalligi shu davr olimlarining butun fikrini band qildi. Yakka holda ishlagan olimlar o'rniga ilmiy jamiyatlar kela boshladi.Birinchi Akademiyaga 1560 yili Neapolda asos solindi. So`ng 1603 yili Rimda Akademiya tashkil qilindi. 1662 yili London qirollik jamiyati, 1666 yili Parij akademiyasi va boshqalar. 1665 yili Londonda va Parijda, 1682 yilda Leyptsigda davriy ravishda jurnallar chiqa boshlaydi.

Xullas XVII asrda matematika fani shu darajada tarmoqlanib ketdiki, xozirgi zamon fani boshlanishi shu erdan boshlanadi.

Dekart va Ferma asarlarida analitik geometriya-geometrik ob'ektlarning o'lchovi, shakli va hossalari sonlar munosabatlari orqali ifodalash shakllandi, koordinatalar metodining ishlatilishi. 1665-66 yillalarda I.Nьyuton insholarida "Flyuksiyalar nazariyasi" nomi bilan differentsial va integral hisobi, 1682-86 yillarda Leybnitsning differentsial hisobi e'lon qilindi. Matematik analiz paydo bo'lishi bilan mexanika va fizika masalalari differentsial tenglamalar yordamida yozila boshlandi. Funktsional analizning boshlang'ich formasi-variatsion hisobi shakllana boshlandi.

1604 yili Kepler Egrilik radiusi formulasini, 1673 yili evolyuta va evolьventaning matematik ifodasini o'yuygens berdi.

J.Dezarg (1593-1662), B.Paskal (1623-1662) asarlarida perspektiva va proektiv geometriya shakllandi. Ya.Bernulli (1654-1705) asarlarida extimollar nazariyasi shakllanadi. Nihoyat elementar matematikaning belgilari va logarifmni kashf etilishi bo'ldi.

Yuqoridagi faktlarning hali to'la bo'lmagan ro'yxati shuni ko'rsatadiki, matematikaga differentsial va integral hisobining kirib kelishi, harakat tushunchasini kirib kelishi, uni dialektik nuqtai nazardan qarashga olib kelishi, bularning hammasi matematikaga Dekartning o'zgaruvchi miqdorlari paydo bo'lishi bilan asoslanadi. Bularning hammasi matematikada sifat o'zgarishi bilan birga uning mazmunini o'zgarishiga olib keldi.

Endi ana shu fakt bilan batafsil tanishaylik.

R.Dekart (1596-1650, Frantsiya) matematikada tub burilish yasagan "Metod haqida mulohazalar" (1637 y) asarning muallifi, diniy kollejni bitiradi. Birinchi navbatda ong va qat'iy deduktsiyani tan oluvchi ratsional fikrlari bilan hamda materialistik dunyo qarashi bilan katolik dini aqidalariga qarshi chiqadi. Natijada 1629 yili Niderlandiyaga ketadi. Bu erda protestantlar bilan chiqisha olmay 1649 yili Shvetsiyaga keladi.

R.Dekartning matematika haqidagi fikri quyidagicha: Materiyaning tabiati-uning uch o'lchovligidadir; uning muhim hossalari-bo'linishligi va harakatlanuvchiligidir. Materiyaning ana shu hossalari matematikada aks etishi kerak. U universal fan bo'lib, tartib va o'lchov bilan bog'liq hamma narsani o'z ichiga olishi kerak. Matematikaning butun tarkibi yagona pozitsiyada qaralmog'i va yagona metod asosida o'rganilmog'i lozim; fanning nomi esa ana shu umumiylikda aks etmog'i kerak" deydi. Shunga ko'ra u matematikani "Universal matematika" deb nomlaydi. Mana shu fikrlarini u 1637 yilda e'lon qilgan "Metod haqida mulohazalar" asarida amalga oshiradi. Bu bo'limning asosiga quyidagi ikki fikr:

1. O'zgaruvchi miqdorni kiritish.
2. Koordinata o'qini kiritilishi qo'yilgan.

O'zgaruvchi miqdorni u ikki xil formada ishlatadi:

a) egri chiziq bo'ylab harakat qiluvchi nuqtaning koordinatasi ko'rinishida;

b) koordinata kesmasining nuqtalariga mos keluvchi sonli to'plamning o'zgaruvchi elementi sifatida qaraydi.

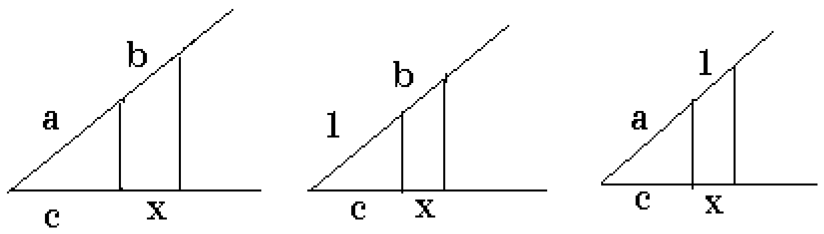
Bu bilan Dekart o'z zamonasigacha bo'lgan olimlarning bir yoqlama chegaralanganliklarini bartaraf etdi. Endi unda x^2, x^3, xu lar kesmalar sifatida qaraladi. Algebraik tenglamalar - sonlar orasidagi munosabatni ifodalovchi vosita bo'ldi – bu matematikani abstraktlashuviga tomon katta qadam bo'ladi, aynan mana shu faktlar algebrik chiziqlarni talqin etishni umumlashuviga va sharqning algoritmik uslubini qabul qilinishiga olib keldi.

Dekartning algebrik beligilari hozirgi zamon belgilaridan unchalik farq etmaydi.

Masalan $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + вв}$, (faqat daraja hali yo'q edi)

Ḱar qanday tenglama $R_n(x)$=o ko'rinishda bo'lib, $R_n(x)$ tartiblangan butun koeffitsientli ko'phad. R_n (x) ni x-a ga bo'linishidan a- tenglamaning ildizi deb qaraydi va haqiqiy (musbat) va yolg'on (manfiy) deb hisobga oladi. Musbat va manfiy ildizlarni aniqlash uchun Dekart qoidasi va umuman tenglamalar nazariyasi bayon etilgan.

Koordinata o'qini quyidagicha kiritadi:



5-rasm

Koordinata to'gri chizig'ida birlik kesmani kiritish va to'rtinchi proportsional kesmani yasash (hozirgi usulni o'zi) bilan kesmalarni ko'paytirish va bo'lish masalasini hal qiladi. Natijada algebrik ildizlarning geometrik obrazlari 1,2,... o'rta proportsionallarning yasalishiga keltiriladi.

Yuqorida aytib o'tildiki, Dekartning "o'eometriya" asari XVII asr matematikasida tub burilish yasaydi va bundan keyingi rivoji uchun zamin yaratadi. Bu asar algebra yutuqlarini geometriyaga tadbiq etuvchi fan, ya'ni analitik geometriyadan dastlabki asar bo'ldi. Shu asar mazmuni bilan tanishaylik. Asar uch kitobdan iborat bo'lib, 1-si "Faqat doira va to'g'ri chiziqdan foydalanib yasaladigan masalalar haqida" kitobida o'zgaruvchi miqdorlar va koordinatalar to'g'ri chizig'i kiritishning umumiy printsiplari berilgandan so'ng geometrik chiziqlarning tenglamasini tuzishning qoidalari beriladi, ya'ni: biror bir masalani echish uchun avvalo uni echilgan deb qabul qilib, berilganlarini va izlangan chiziqlarni birday harf bilan belgilab, so'ngra bularni hech bir farqlamay orasidagi bog'lanishni aniqlash natijasida ikki ifodani topish kerak; bularni bir-biriga tenglash natijasida masalani echilishini beradigan tenglamaga ega bo'linadi deyiladi. Tsirkulь va chizg'ich yordamida echiladigan barcha geometrik masalalar darajasi 2 dan katta bo'lmagan algebrik tenglamalarni echishga keltiriladi. Analitik geometriyaning qoidalarini Dekart umumiy ko'rinishda batafsil bayon etmaydi, balki masalalar echish bilan nomoyish etadi.

Asarning ikkinchi kitobi "Egri chiziqlarning tabiati haqida" bo'lib, bunda turli tartibdagi egri chiziqlar va ularni klassifikatsiyalash hamda hossalarga bag'ishlangan. Barcha egri chiziqlarni Dekart 2 sinfga ajratadi. Birinchisi uzluksiz harakat natijasida yoki ketma-ket bajarilgan harakatlar natijasida (tsirkulь va chizg'ich yordamida) hosil bo'ladigan chiziqlar. Qolgan (ikkinchi) chiziqlarni mehanik chiziqlar (keyinchalik Leybnits bularni transtsendent chiziqlar) deb ataydi. Shunga ko'ra algebrik chiziqlar qandaydir sharnirli mexanizmlar yordamida yasalishi mumkin deydi va ular algebrik tenglamalar yordamida ifodalanadi deydi (isbotsiz). Kitobning asosiy qismi algebrik chiziqlarga urinma va normalь o'tkazishga oid teoremalarga bag'ishlangan.

Asarning uchinchi kitobi "O postroenie telesnых, ili prevosxodyaщix telesnыe, zadach" deb nomlanadi. Algebraning hamda geometrik o'rinlar ma'lumotlaridan foydalanib tenglamalar echishning umumiy nazariyasini qurishga bag'ishlangan. Jumladan koeffentsentlar qatorida ishora almashinishi qancha takrorlansa-shunga manfiy ildizga ega ekanligini ko'rsatadi. Ildizlarni o'zgartirishni taminlovchi almashtirishlarini kiritadi. Eng muhim yutug'idan yana biri ratsional koeffentsentli butun ratsional funktsiyani yana shunday funktsiyalar ko'patmasi ko'rinishida tasvirlash masalasini hal qilishdadir. Xususan 3 - darajali keltirilgan tenglama kvadrat radikallarda (tsirkulь va chizg'ich yordamida) echilishini isbotlaydi. 4 - darajali tenglamani keltirishni uning kubik rezolьventasini keltirish masalasiga olib keladi. Masalan $x^4+rx^2+qx+r=0$ ni

$(x^2 - yx + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}P + \frac{q}{2y})(x^2 + yx - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}P - \frac{q}{2y}) = 0$ deb, bu erda u u^2 ga nisbatan kubik bo'lgan $u^6+2ru^4+(r^2-4r)u^2-q^2=0$ orqali aniqlaydi (isbotsiz).

3-, 4- darajali tenglamalarni geometriya vositalari yordamida echishni ikki o'rta iroportsional miqdorni va burchakni teng uchga bo'lishni yasash masalasiga olib keladi (arabcha usulda).

Kitobni muhokamasini yakunlar ekanmiz, uning bir qator kamchiliklarini sanab o'taylik.

1) faqat algebrik chiziqlar qaraladi;
2) chiziqlarni klassifikatsiyasi daraja bo'yicha emas;
3) algebrik apparatni geometriyaga tadbiqi nihoyasiga etmaydi;
4) koordinatalar o'qlari teng kuchli emas;
5) chiziqlarning xossalari faqat 1-chorakda o'rganilgan.

Dekart bilan bir vaqtda analitik geometriyaga asos solgan olim Frantsiyaning Tuluza shahridan Pьer Ferma (1601-1665, savdogar oilasidan). Asli Tuluza universitetini yuridik fakulьtetini bitirgan. Bo'sh vaqtlarida matematika bilan shug'ullangan. Sonlar nazariyasi, geometriya, cheksiz kichiklar ustida operatsiyalar bajarish va optika sohalarida katta yutuqlarga erishdi. Uning "Tekislikdagi va fazodagi geometrik o'rinlar nazariyasiga kirish" asari 1636 yili yozilgan bo'lib, 1679 yili e'lon qilingan. Bu asarda Ferma analitik geometriya nazariyasini olg'a suradi, ya'ni koordinatalar to'g'ri chizig'i va algebrik metodlarni geometriyaga tatbiq etilishini ko'rsatadi. Bu asarda u Apolloniyning geometrik o'rinlar nazariyasini rivojlantirib, tekislikdagi geometrik o'rinlar – to'g'ri chiziq va aylana hamda fazodagi geometrik o'rinlar – konus kesmalarini o'rganish bo'lib, 1-darajali tenglamalarga – to'g'ri chiziq va konus kesmalarga 2- darajali tenglamalar mos kelishini ko'rsatadi. Koordinatalar metodi Dekartnikidaka edi.

Dastlab u koordinata boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi ax=vu ko'rinishda ekanligini isbotlaydi, so'ngra to'g'ri burchakli koordinatalarda markazi koordinata boshida bo'lgan aylana tenglamasini; asimptotalar orqali giperbolani; diametri orqali parabolani; qo'shma diametrlar orqali ellips tenglamalarini chiqaradi.

1- va 2- darajali tenglamalarni umumiy ko'rinishda tekshirib, koordinatalarni o'zgartirish (o'qlarni burish va koordinata boshini siljitish) natijasida ularni kanonik formaga keltiradi va geometrik izohlashni qulaylashtiradi.

Misol: $2x^2+2xu+u^2=a^2 \Rightarrow (x+u)^2+x^2=a^2$

Yangi o'qlarni tanlaymiz x+u=0, x=0; u holda yangi koordinatalar $x_1=\sqrt{2}\,x$, $u_1=x+u$ bo'lib, tenglama $\frac{2a^2-x_1^2}{y_1^2}=2$ ko'rinishga keladi. Apolloniy bo'yicha bu ellips edi $y=mx$, $xy=k^2$, $x^2+y^2=a^2$, $x^2 \pm a^2y^2=v^2$.

Fazodagi geometrik o'rinlarni analitik geometriya yordamida o'rganishda Ferma sirtlarni tekislik bilan kesish usulidan foydalanadi. Afsuski, u bu ishni davom ettirmaydi va unda fazoviy koordinatalar yo'q edi.

Biz analitik geometriya elementlarini o'z ichiga olgan asarlardan ikkitasi bilan tanishdik. Qariyb 70 yil davomida bu soha sekinlik bilan rivojlandi.

1658 yili yarim kubik parabola masalasi hal qilindi.

1679 yili F.Lagir (1640-1718) tekislik tenglamasini,

1700 yili A.Paron (1666-1716) sferik sirt va unga urinma tekislik tenglamalarini topdi.

1704 yilda I.Nьyuton "3-tartibli chiziqlar ro'yxati" nomli asarida bu sohani sistemaga keltirib biroz rivojlantirdi.

Klero (1713-1765) fazoda uch o'lchovli to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini kiritdi.

1748 yilda L.Eyler "Analizga kirish" asarida bu sohani hozirgi zamon analitik geometriya ko'rinishiga yaqinlashtirdi.

Nomini esa XVIII asr oxirida frantsuz S.Lakrua berdi.

Bu davr matematiklari o'z ishlarida matematikaning yangi va eski turli sohalarini qamrab oldilar. Ular klassik bo'limlarni yangi metodlar bilan boyitish bilan birga ulardan yangi sohalarni va umuman yangi sohalarni kashf etdilar.

Jumladan Ferma Diofantni o'rganish bilan qadimgi sohani yangi metodlar bilan boyitdi (sonlar nazariyasi).

Dezarg esa geometriyani yangicha interpretatsiya qilish bilan proektiv geometriyani ijod etdi.

Ferma, Paskalь matematikaning mutlaqo yangi sohasi ehtimollar nazariyasiga asos soldilar.

Endi ularning assoiy ishlari bilan tanishaylik.

1) 1621 yilda Diofant asari lotin tilida chiqadi. Bu kitobni o'rgangan Ferma kitob varag'ining chetida bir qancha yozuvlar qoldirgan (1670 yili o'g'li e'lon qilgan). $x^n+y^n=z^n$, agar n>2 bo'lsa, butun musbat sonlar to'plamida echimi yo'q (Fermaning buyuk teoremasi).

2-kitobning 8-masalasiga – kvadrat sonni ikkita kvadrat songa ajratish – qarshisiga kubni ikkita kubga, to'rtinchi darajani va hokazo 2 dan katta bo'lgan darajani shu ko'rsakkich bilan ifodalangan ikkita daraja ko'rinishida tasvirlash mumkin emas deb yozadi va isbotini joy etmaganini bohonasida keltirmaganini ko'rsatadi.

Yana bir joyda 4n+1 ko'rinishdagi tub son faqat birgina usulda ikkita kvadratlarning yig'indisi ko'rinishida tasvirlash mumkin. Bu teoremani keyinroq Eyler isbotladi.

Agar r tub, (a,r)=1 bo'lsa, $a^{r-1}-1 \vdots r$ ni isbotlaydi. $x^2-Au^2=1$, A butun va kvadrat emas bo'lganda cheksiz ko'p butun echimlarga ega bo'ladi deydi.

2) Lionlik arxitektor Jerar Dezarg 1636 yilda e'lon qilgan "Konusni tekislik bilan uchrashganida hosil bo'ladigan narsalarni tushunish uchun urinish" maqolasida sintetik geometriyaning asosiy tushunchalaridan ba'zilari: cheksiz uzoqlashgan nuqta, involyutsiya, qutbdagi munosabatlar va boshqalar haqida gap yuritadi. 1641 yil 16 yashar Paskalь konus kesimga ichki chizilgan oltiburchak haqida "Paskalь teoremasini" isbotlaydi va bir varaqda e'lon qiladi. Bu Dezargga yangi ilhom baxsh etadi. Natijada 1648 yili Dezarg uchburchaklarni perspektiv akslantirish haqidagi teoremasini yangidan bayon etadi. Bu fikrlarning aktualligi va sermahzulligi XIX asrga kelib to'la ma'noda ochiladi.

3) Ferma va Paskalь (1623-1662) ehtimollar nazariyasining asoschilaridir. Dastlab ehtimollik sug'urta ishlarining rivojlanishi bilan bog'liqdir (Birinchi sug'urta tashkilotlari XIV asrda Italiya, Niderlandiyada paydo bo'ldi). Shu bilan bir qatorda matematiklar oldiga qimor o'yinlari (karta, ochkoli tosh) bilan bog'liq masalalar qo'yiladi. Jumladan Kavalьer de Mers (o'zi ham matematik bo'lgan) Paskalьga "Ochkolar haqida masala" bilan murojat etadi. Buning natijasida u Ferma bilan birgalikda bu va shunga o'xshash masalalar bilan shug'ullanishadi va ular ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalarini hal (1654) etishadi. Parijga kelgan o'yugens bundan xabar topadi va masalaga o'zining echimini beradi va 1657 yili chiqqan "Qi-

mor o'yinlaridagi hisoblar haqida" asarida bayon etadi. Bu asar ehtimollar nazariyasiga oid birinchi asardir.

1664 yilda (o'limidan so'ng) Paskalь uchburchagi 1671 va 1693 yillarda de Vitt va o'elleylar tomonidan tug'ilish va o'lish jadvalini e'lon qilinishi va aholini joylashish statistikasi, kuzatishlarni nazariy ishlab chiqish metodlari va boshqalar ehtimollar nazariyasini fan sifatida shakllanishga olib keldi.

Ehtimollar nazariyasining bundan keyingi rivoji Yakob Bernulli(1654-1705) bilan bog'liqdir. 1713 yilda e'lon qilingan "Taxmin qilish san'ati" kitobining 1-bo'limida o'yugensning qimor o'yinlari haqida traktati to'liq berilgan keyingi bo'limlarida kombinatorika qaralgan bo'lib, Bernulli teoremasi va Paskalь uchburchagini qarash natijasida Bernulli sonlari paydo bo'lishi va nihoyat katta sonlar qonunining ochilishi ehtimollar nazariyasini ilmiy fan darajasiga ko'tardi.

Tekshirish savollari:

1. XVI-XVII asrdagi ilmiy revolyutsiya nimadan iborat.
2. Dekart analitik geometriyasini izoxlang.
3. Ferma analitik geometriyasini izoxlang.
4. Matematika kanday shakllandi va rivojlandi.

2-§. Differentsial va integral hisobi

Reja:

1. Differentsial va integral hisobining dastlabki kurtaklari: B.Kavelьeri, P.Ferma, B.Paskalь, Dj. Vallis, I.Borrou.
2. Nьyuton va Leybnitsning differentsial va integral hisobi.
3. Nьyuton hayoti va ijodi, izdoshlari.
4. Leybnits hayoti va ijodi, izdoshlari.

Dastlab integratsion metodlar bilan tanishaylik. Bu sohadagi dastlabki ishlar 1615 yili Keplerga taaluqli. Metodning mazmuni – aktual cheksiz kichik miqdorlar bilan bevosita amallar bajarishdan iborat.

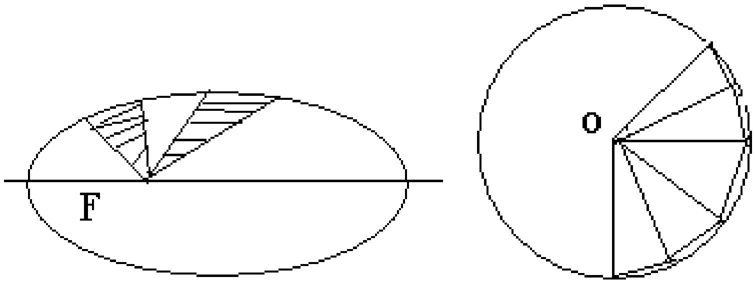
Butun umri davomida Kopernikning geliotsentrik sistemasini o'rganish, rivojlantirish va targ'ib qilishga bag'ishlangan, 1609 – 19 yillar orasida planetalar harakatiga oid bo'lgan:

1) planetalar ellips bo'ylab harakat qiladi;

2) quyosh ularning fokuslaridan birida joylashgan;

3) planetalarning radius-vektorlari bir xil vaqt oralig'ida teng sektorial yuzalarni hosil qiladi;

4) planetalarning quyosh atrofida aylnish vaqtining kvadrati ular orasidagi o'rtacha masofalarning kubiga nisbati kabidir.



6-rasm

Bu masalalarni hal etish cheksiz kichik miqdorlardan foydalana bilishni taqozo etardi (sektorialь yuzalarni hisoblash, o'rtacha masofalar ...). Bu metodni u 1615 yilda e'lon qilgan "Vino bochkalarining stereometriyasi" asarida bayon etadi, ya'ni har qanday figura yoki jism cheksiz kichik bo'laklar yig'indisidan tashkil topgan. Masalan, doira cheksiz ko'p cheksiz kichik sektorlardan tashkil topgan bo'lib, bularni har birini teng yonli uchburchak sifatida qarash mumkin. Bunda hamma uchburchaklar bir xil balandlikka (radius), ularning asoslarining yig'indisi aylana uzunligiga teng deydi.

Bu metodni u uncha bo'lmagan geometrik figuralar va jismlarga tadbiq etadi, jami 92 ta. Arximeddan qabul qilingan bu usulni Kepler namunali misollarda ko'rsatishi, bu usulni kelajagi porloq ekanligini ko'rsatadi. Bu metodni ilmiylik darajasiga ko'tarish va doimiy algoritmni ishlab chiqish shu zamon olimlarini o'ziga jalb qildi.

Bulardan etarlicha mashxur bo'lgani Kavalьeri printsipi deb nomlanuvchi bo'linmaslar geometriyasidir. Bonaventura Kavalьeri (1598-1674) o'.o'alileyning shogirdi, Bolonьya universitetining professori. Bu fikrni u 1621 yilda aytgan bo'lib, 1629 yilda kafedra professorligiga o'tayotganda sistemali ravishda bayon etadi. Bu bo'linmaslar metodini takomillashtirish natijasida 1635 yilda "Uzluksizlarni bo'linmaslar yordamida yangi usulda bayon etilgan geometriya" kitobini va 1647 yilda "Olti geometrik tajriba" nomli kitoblarini yozdi.

Endi metodning mohiyati bilan tanishaylik.

Dastlab bo'linmaslar metodi tekis figuralar va jismlarning o'lchamlarini aniqlash uchun kashf etilgan. Figuralar regula deb ataluvchi yo'naltiruvchi to'g'ri chiziqqa parallel o'tkazilgan to'g'ri chiziq kesmalaridan iborat deb qabul qilinadi. Bu tasavvur qilingan kesmalar cheksiz ko'p. Ular juftlar deb ataluvchi ikki urinma orasida joylashgan va bu urinmalar regulaga parallel olingan. Regula sifatida bu urinmalarning birini olish mumkin.

o'eometrik jismlar ham shu ko'rinishda regula sifatida olingan biror tekislikka parallel o'tgan tekisliklar bo'linmaslar deb olinadi. Bular ham cheksiz ko'p bo'lib, regulaga parallel bo'lgan urinma tekisliklar orasida joylashgan. Odatda bularning biri regula sifatida olinadi.

Endi metodning mazmuni bilan tanishaylik.

Tekis figuralar va jismlarning bir-biriga nisbati ularning barcha bo'linmaslarining nisbati kabidir, agarda bo'linmaslar bir-biriga bir xil nisbatda bo'lsa, u holda mos figuralarning yuzalarining (hajmlarining) nisbati o'sha nisbatga teng, ya'ni:

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\sum_{k=1}^{\infty} y_1 k}{\sum_{k=1}^{\infty} y_2 k}=\frac{\int_a^b f_1(x)dx}{\int_a^a f_2(x)dx}, \quad \frac{y_1 k}{y_2 k}=a=const$$

ixtiyoriy k uchun. U holda $S_1:S_2=k$

Bu teoremani Kavalьeri bo'linmaslarning darajalarini nisbatiga ham tadbiq etib, $\int_0^a x^n dx,\ \ n=1,2,\ldots,9$ aniq integralni hisoblash masalalariga olib keldi.

o'.o'alileyning ikkinchi shogirdi E.Torrichelli (1608-1647) egri chiziqli bo'linmaslarni kiritdi. Metodning mohiyati va mazmuni Kavalьeriniki kabi.

XVII asrning birinchi yarmiga kelib aniq integral geometrik figuralarni yuzasini va hajmini hisoblash uchun asosiy qurol bo'lib qoldi. Faqat nazariyadagi to'liqmasliklarni bartaraf etish qolgan edi.

Bu borada Paskalь, Ferma, Vallis va Borrou ishlari diqqatga sazovordir. Shular bilan qisqacha tanishib chiqaylik.

Paskalь ishlari Kovalьeri printsipiga yaqin bo'lib, u barcha bo'linmaslarning yig'indisini elementar yuzachalarning yig'indisi ko'rinishida tushundi. Bu yuzachalar quyidagicha chegaralangan: abtsissa o'qi kesmasi va egri chiziq bilan hamda bir-biriga cheksiz yaqin va bir xil masofada bo'lgan ordinatalar bilan chegaralangan, ya'ni $\sum ydx$.

Ferma esa Paskalьdan ilgari ketdi. U bo'lishni ixtiyoriy qilib oldi. Natijada $\int_0^a x^n dx$ da n-kasr va manfiy hol uchun hisoblash imkoni bo'ldi.

Jumladan $\int_0^x x^{p/q} dx,\ \ p>0,\ q>0.$

Demak, qaralayotgan yuza [O, X] abstsissa, egri chiziqning ikki eng chekka ordinatasi va $x^p=u^q$ egri chiziqlar bilan chegaralangan. Integrallash intervali koordinatalarida x, $ax,\ a^2x,\ldots\ \ a<1$ bo'lgan kesmalarga bo'linadi.

Keyingi operatsiya Δx, u, $y\Delta x$, $\sum y\Delta x$ larni xisoblashga va keyin "polosa"ning enini cheksiz kichraytirishga o'tish bilan geometrik progressiyaning yig'indisini xisoblashga keltiradi.

$$\begin{array}{c|l}
\Delta x & (1-a)x,\ a(1-a)x, \qquad a^2(1-a)x,\ldots. \\
y & x^{\frac{p}{q}},\ a^{\frac{p}{q}}x^{\frac{p}{q}}, \qquad a^{\frac{2p}{q}}x^{\frac{p}{q}},\ldots. \\
y\Delta x & (1-a)x^{\frac{p+q}{q}},\ (1-a)a^{\frac{p+q}{q}}x^{\frac{p+q}{q}}, \quad (1-a)a^{2\frac{p+q}{q}}x^{\frac{p+q}{q}},\ \ldots \\
 & \sum y\Delta x=\frac{1-a}{1-a^{\frac{p+q}{q}}}x^{\frac{p+q}{q}}
\end{array}$$

Polosalar kichrayganda $x^{\frac{p+q}{q}}$ aniqmas bo'lishini yo'qotish uchun $a = b^q$ almashtirish bajaradi. Natijada

$$\frac{1-a}{1-a^{\frac{p+q}{q}}} = \frac{1-b^q}{1-b^{b+q}} = \frac{(1-b)(1+b+b^2+\ldots b^{q-1})}{(1-b)(1+b+b^2+\ldots b^{p+q-1})}$$

Limit xolatida $a = 1 \Rightarrow b = 1$ bo'lib, $\sum y\Delta x = \frac{q}{p+q} x^{\frac{p+q}{q}}$

Xuddi shunga o'xshash $\int_x^\infty x^{-n}\Delta x$ hisoblanadi.

Cheksiz kichiklar ustida algebrik muxokama usulida foydalangan yana bir olim London qirollik jamiyatining asoschisi Oksford universitetining professori Djon Vallis (1616-1703). 1655 yili "Cheksizlar arifmetikasi" asarini e'lon qiladi. Bu asarida u Kavalьeri erishgan natijasini to'liqmas matematik induktsiya yordamida ixtiyoriy butun k uchun chiqaradi, ya'ni:

$$\int_0^1 x^m dx = \frac{1}{m+1}$$

Umuman Vallis algebradan analiz tomonga qadam qo'ygan birinchi matematikdir. U cheksiz qatorlar va cheksiz ko'paytmalar bilan bemalol ish yurita olgan: mavxum ifodalar, manfiy va kasr ko'rsatkichlar, $\frac{1}{0}$ o'rniga ∞ belgini ishlatish va boshqalar.

$\frac{\pi}{2} = \frac{2\bullet 2\bullet 4\bullet 4\bullet 6\bullet 6\bullet 8\bullet 8\bullet\ldots}{1\bullet 3\bullet 3\bullet 5\bullet 5\bullet 7\bullet 7\bullet 9\bullet 9\bullet\ldots}$ ko'rinishni olgan.

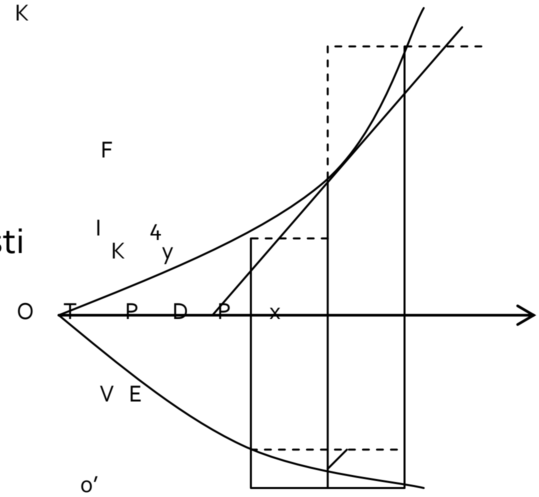
Umuman 1630-1660 yillar orasida ishlagan barcha matematiklar $a^t\ u^n = b^n\ x^t$ ko'rinishdagi algebrik chiziq bilan bog'liq bo'lgan masalalar bilan shug'ullanganlar. Xar biri *t* butun musbat, so'ng manfiy va kasr hollar uchun $\int_0^a x^m dx = \frac{a^{m+1}}{m+1}$ formulani chiqarishgan (turli usullar bilan).

Ba'zan algebrik bo'lmagan chiziqlar ham paydo bo'la boshlagan (Dekart, Paskalь – "ruletta").

Endi differentsial metodlar bilan tanishaylik. Differentsiallash yordamida echiladigan masalalar:

1) egri chiziqqa urinma o'tkazish;
2) funktsiyaning ekstremumlarini topish;
3) algebrik tenglamalarning karrali ildizlarini mavjudlik shartlarini topish;
4) Xarakat traektoriyasining istalgan nuqtasida tezlikni topish (mexanika masalasi).

Bu borada ko'p ishlar qilgan olimlardan: o'aliley, Torichelli, Dekart, Ferma $\left(\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = 0\right)$ Vallis, Borrou va boshqalar. Oxirgisining ishi bilan tanishaylik. Vallisning shogirdi Isaak Borrou (1630-1677) Kembridj universitetining professori ,1669 yilda "o'eometriya va optikadan lektsiyalar" asarini e'lon qildi. Bunda u yuza-larga oid masalalar bilan o'rinma o'tkazish masalalari o'zaro teskari aloqadorlikda ekanligini geometrik faktlar asosida bayon etadi.Buning mazmuni quyidagicha:



OF va OE egri chiziqlar berilgan bo'lsin.
E va F nuqtalar umumiy abstsissaga ega.
Egri chiziqlar DF x R = S_{ODE} yoki Ry= $\int_0^x v\Delta x$
shart bilan bog'langan. U holda urinma osti
DT uchun yoki DT=R$\frac{DF}{DE}$ yoki R$\frac{D\Gamma}{DT}$ =DE,
ya'ni, R$\frac{dv}{dx} = v$. Bu teoremani Borrou ikki
xil usulda isbotlaydi.

1- kinematik usul.

7-rasm

2- geometrik usulda: DT=R$\frac{DF}{DE}$ shartni qanoatlantiruvchi FT to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Shu FT to'g'ri chiziq urinma ekanligi isbotlanishi kerak, ya'ni to'g'ri chiziqning F atrofidagi nuqtalari egri chiziqdan bir tarafda yotishini ko'rsatishimiz kerak. Egri chiziqning I nuqtasi orqali LJK va JKL to'g'ri chiziqlari OX o'qiga parallel qilib o'tkazamiz. U holda S_{PDEG} = R x LF.

Shakldan (yasalishiga ko'ra) $\frac{LK}{LF} = \frac{DT}{DF} = \frac{R}{DE}$ bundan LKxDF=RxLF=S_{PDEG}xOE egri chiziqning monotonligini e'tiborga olsak, u holda S_{PDEG}x>/<ILxDE. Qo'shaloq belgi u nuqtaning F nuqtaga nisbatan joylanishini aniqlaydi. Demak FT urinma ekan.

Shu natijaga asoslanib Borrou urinma masalasiga teskari bo'lgan masalalarni ko'plab echadi. Bularning hammasi differentsial va integral tushunchalarni o'zaro teskari bog'lanishida ekanligini ko'rsatadi (kiyin geometrik formada bayon etilgan).

Bu fikrni rivoji tez orada Nьyuton va Leybnits asarlarida o'z ifodasini topadi. o'reklarning va Kfvalьerining geometrik metodlari hamda Dekart va Vallisning algebrik metodi bilan qurollangan Nьyuton va Leybnitslar differentsiallash va integrallashning umumiy metodini va ularni o'zaro teskari munosabatda ekanligini ochishdi.

Integral hisobi (flyuksiya nazariyasi)

Flyuksiya nazariyasining muallifi Nьyuton bu nazariya asosiga quyidagi ikkita masalani qo'yadi:

1. Berilgan yo'l bo'yicha berilgan vaqt momentida xarakat tezligini aniqlash, ya'ni matematika tilida flyuentalar orasidagi bog'lanish berilgan bo'lsa, flyuksiyalar orasidagi bog'lanishni topish.
2. Berilgan xarakat tezligi bo'yicha berilgan vaqt oralig'ida bosib o'tilgan yo'lni topish, ya'ni matematikada xarakat turlarini abstraktlashtirilgan xoli – o'zgaruvchi miqdorlar. Bular erksiz o'zgaruvchilar bo'lib, umumiy

tilda flyuksiyalar orasidagi bog'lanishga ko'ra flyuentlar orasidagi bog'lanishni topish.

Flyuenta nima – uzluksiz mexanik harakat turlarini abstraktlashtirilgan holi – o'zgaruvchi miqdorlardir. Bular erksiz o'zgaruvchilar bo'lib, umumiy argument – vaqt – egadirlar.

Flyuksiya nima – flyuentning o'zgarish tezligi, ya'ni vaqt bo'yicha hosilasi. Flyuksiya o'zgaruvchi bo'lgani sababli keyingi flyuksiyalarni qarash mumkin: $\dot{y}, \ddot{y}, \dddot{y}, \dots$

Oniy tezlik-flyuktsiyani hisoblash uchun Flyuentning juda kichik o'zgarish-momentini Nьyuton quyidagicha belgilaydi: vaqt mommenti O, flyuenta momenti $\dot{y}$ => O$\dot{y}$ oniy tezlikni vaqt momentiga ko'paytmasi.

Ko'rinib turibdiki, 1-masala oshkormas funktsiyani umumiy holda diferentsial-lash va natijada tabiat qonuniyatlarining diferentsial tenglamasini chiqarishdan ibo-rat. 2-masala flyuksiya nazariyasidagi teskari masala – differentsial tenglamalarni integrallash masalasidir. Boshqacha aytganda boshlang'ich funktsiyani topish bo'lib, bu aniqmas integraldir. 3-masala uchun qoida – funktsiyalarni diferentsial-lashning algoritmini Nьyuton bo'yicha ko'raylik.

Flyuentlar orasidagi bog'lanish $x^3 - ax^2 + axu - u^3 = o$ berilgan bo'lsin. Ḱar flyuentga uning momenti qo'yilgan $\dot{x}$o bo'lsin: $(x+\dot{x}o)^3 - a(x+\dot{x}o)^2 + a(x+\dot{x}o)(u+\dot{y}o) - (u+\dot{y}o)^3 = o$. Qavslarni ochib gruppalagandan so'ng $(x^3 - ax^2 + axu - u^3) + (3x^2\dot{x}o - 2ox\dot{x}o + ax\dot{y}o + a\dot{x}ou - 3u^2\dot{y}o) + (3x\dot{x}^2o - a\dot{x}^2o^2 + a\dot{x}\dot{y}o^2 - 3u\dot{y}^2o^2) + \dot{x}^3o^3 - \dot{y}^3o^3 = o$.
Birinchi qavs nolьga teng (shartga ko'ra), qolgan hadlarni vaqt momentiga bo'lib, o qatnashmagan hadlarni olamiz, o qatnashgan hadlarni cheksiz kichiklar sifatida tashlab yuboramiz. Natijada: $3x^2\dot{x} - 2ax\dot{x} + ax\dot{y} + ax\dot{y} - 3u^2\dot{y} = o$ flyuksiyalar orasidagi bog'lanishga ega bo'lamiz.

Boshqa misol: $Z = \sqrt{ax - y^2}$ u holda $z^2 = ax - y^2$ bo'lib: $2z\dot{z} = a\dot{x} - 2y\dot{y} \Rightarrow \dot{z} = \frac{a\dot{x} - 2y\dot{y}}{2z} = \frac{a\dot{x} - 2y\dot{y}}{2\sqrt{ax - y^2}}$ (murakkab funktsiyani differkntsiallash qoidasiga ko'ra).

Murakkab vaziyatlarda Nьyuton funktsiyalarni darajali qatorga yoyib, keyin ularni diferentsiallagan.

Flyuksiyalar nazariyasiga teskari bo'lgan masala – flyuksiyalar orasidagi ma'lum munosabatlarga asosan flyuentlar orasidagi munosabatlarni aniqlashdir. Bu masala o'zining qo'yilishiga ko'ra umumiy bo'lib, ixtiyoriy differentsial tenglamani integrallash masalasiga ekvivalentdir.

Flyuksiyalarni topish natijalarini tekshirish jarayonida Nьyuton ko'plab kvadra-tura masalalarini ham qiladi va nihoyat o'zgarmas qo'shiluvchini zarurligini hal qila-di. Shu bilan birga ixtiyoriy differantsial tenglamani integrallash natijalari kutilgan natijani bermasligini tez orada sezgan Nьyuton funktsiyani darajali qatorga yoyish metodidan foydalanadi. Jumladan:

1) $(a+b)^n$, n tegishli Q uchun, dan foydalanish;
2) kasr-ratsional funktsiyani suratini maxrajiga bo'lish;
3) noma'lum koeffitsientlar metodidan;
4) o'zgaruvchini almashtirish, natijada qatorga funktsiya u emas balki y ga nisbatan qulay tanlab olingan funktsiya qatorga yoyiladi;
5) koordinatalar sistemasini almashtirish va boshqalar.

Flyuksiyalar nazariyasiga oid natijalarni u XVII asrning 60-70 yillar oralig'ida ochgan bo'lib, 1686-87 yillarda e'lon qilgan "Tabiiy filosofiyaning matematik boshlanishi" asarida bayon etadi. Bunday kech e'lon qilinishiga sabab cheksiz kichik bilan bog'liq hadlarni tashlab yuborishini asoslash edi. Bu muammodan qutulish uchun u yuqoridagi kitobning birinchi bobida "Birinchi va oxirgi nisbatlar metodi haqida" fikr yuritadi.

Metodning mohiyati: cheksiz kichiklar va limitlar haqida teoramalarni isbotlashdan iborat edi.

Endi qisqacha Leybnits ishlari bilan tanishaylik:

1) qatorlar yig'indisini hisoblash (1673 y);
2) urinma haqidagi masalani echish, Paskalьning xarakteristik uchburchagi va so'nggi elementlarni cheksiz kichiklarga aylantirish;
3) urinmaga teskari masala, cheksiz kichik ayirmalarning yig'indisini hisoblash, differentsial va integral masalalarining o'zaro teskari ekanligini ochilishi (1676 y);
4) qulay belgilashlar sistemasini yaratish.

1684 yili e'lon qilingan "Maksimumlar, minimumlar hamda urinmalarni hisoblashning yangi metodi" asarida yuqoridagi masalalarni muvaffaqiyatli hal qildi. Bu asar bor yo'g'i 10 bet bo'lib, garchi isbotlashlar bo'lmasa ham, differentsial hisobi matematik tekshirishlar ob'ekti sifatida namoyon bo'ladi. Differentsiallash qoidalari: o'zgarmas miqdorlarni, funktsiyalar yig'indisi va ayirmasi, ko'paytmasi va bo'linmasi, daraja va ildiz berilgan.

1686 yili e'lon qilingan maqolasida ko'pgina elementar funktsiyalarni integrallash qoidalari berilgan.

Bundan keyiingi ishlarida 1693 yili transtsendent funktsiyalarni qatorga yoyish bilan integrallash va differentsiallash; 1695 yilda ko'rsatkichli funktsiyani va ko'paytmani ketma-ket differentsiallash (manfiy ko'rsatkichli), 1702 yilda ratsional kasrlarni integrallash qoidalarini beradi. Lekin Leybnits ham cheksiz kichiklarga oid masalani to'liqligicha hal qila olmadi.

Yakunida bu yangi metodning avtori Nьyutonmi yoki Leybnitsmi degan muammoga to'xtaylik.

Nьyuton avvalroq natijalarga erishgan bo'lsa ham (1665-66), keyin (1686-87) e'lon qilgan. Uslubi murakkab mexanik uslubdir.

Leybnits avvalroq e’lon qiladi (1684) algoritmning va belgilashning qulayligi va aktiv targ’ib qilishi. Uslubi sof geometrik uslub.

Isaak Nьyuton 1642 yili Kembridj (Angliya) yaqinidagi Vulstorpda fermer oilasida tug’ildi. 1668 yili magistr darajasini oladi. 1669 yili ustozi Borrou unga kafedra mudirligini bo’shatib berdi.

1701 yilgacha u shu erda ishlaydi. Keyin pul zarb etadigan boshqarmaning boshlig’i bo’lib ishlaydi. U London qirollik jamiyatiga 1672 yili a’zolikka, 1703 yili esa prezidentilikka saylandi.

Nьyuton ilmiy faoliyatining asosiy yo’nalishlari:

Fizika, mexanika, astronomiya va matematikadir.

Klassik mexanikaning asosiy qonunlari. Butun olam tortishish qonuni, yorug’likning spektral taqsimlanishi, deferentsial va integral hisobining yaratilishi, uchinchi tartibli tekis sirtlarni 72 xilda sinflarga ajratadi, ratsional koeffitsentli butun ratsional funktsiyani huddi shunday bir necha funktsiyani ko’paytmasida ifodalash va boshqa ko’pgina ilmiy kashfiyotlar muallifidir.

Nьyutonni o’z zamondoshlariga ta’siriga baho berish juda og’ir, chunki u o’z kashfiyotlarini doim kech e’lon qilgan. Ko’plari esa o’limidan keyin.

"Boshlang’ichlar" – 1686 yili, "Ommabop arifmetika" – 1707 yili, "Flyuksiyalar nazariyasi" – 1736 yili.

o’ottfrid Vilьgelm Leybnits 1646 yili Leyptsigda professor oilasida tug’ildi. Leyptsig universitetini bitiradi. 1673 yildan London qirollik jamiyatining, 1700 yildan Parij F.A. a’zosi. Berlindagi va Peterburgdagi akademiyalarning tashkilotchisi. Uning ilmiy dunyoqarashi: tabiat fanlari, fizika, falsafa, huquq, til va adabiyot, matematika.

1673 yilgacha asosan kombinatorika masalalari bilan shug’ullanadi.

1673-76 yillarda Parijda o’yuygens bilan uchrashgan va Dekart, Vallis, Paskalь ishlari bilan tanishgan Leybnits gemetrik usulda diferentsial va integral hisobini kashf etadi va 1684 yili 6 betda jurnalda e’lon qiladi.

Shundan so’ng aka-uka Bernullilar bilan birga analizning ko’plab teoremalarini kashf etadi. 1693 yilda determinantlar nazariyasiga asos soladi va bir qancha qoidalarni ochadi. Uning ishini aka-uka Bernullilar davom ettiradilar.

Tekshirish savollari:

1. Differantsial va integral hisobiga olib keluvchi tushunchalarni izohlab bering.
2. Nьyutonning differentsial hisobi qanday?.
3. Leybnitsning differentsial hisobi qanday?.
4. Nьyuton va Leybnits hayoti va ijodi.
5. Ularning izdoshlari haqida nimalar bilasiz?.

3-§. XVIII asr oxiri va XIX asr boshlarida matematika. Matematikaning turli bo’limlarining paydo bo’lishi

Reja:

1. XVIII asr matematikasi: Parij, London, Berlin Fanlar Akademiyalari.

2. Peterburg Fanlar akademiyasi. L.Eyler hayoti va ijodi. Rossiya matematikasining rivojidagi roli.

3. Funktsiya tushunchasining rivojlanishi.

4. XVIII asr oxiri va XIX asr boshlarida matematika.

XVIII asrda Evropada kapitalistik ishlab chiqarish usuli qaror topadi. Jamiyatning va ekonomikaning rivoji, ya'ni kapitalistik jamiyatning shakllanishi, ideologik kontseptsiyalarning: sotsial masalalarni, fanni, madaniyatni va boshqa sohalarni qayta ko'rib chiqishga olib keladi. Sanoat revolyutsiyasi, jahon bozorining vujudga kelishi va bular bilan bog'liq bo'lgan dengizda suzish, kemalar qurish, harbiy texnika, issiqlik texnikasi, gidroenergetika va shunga o'xshash boshqa jamiyatning amaliy ehtiyojlari uchun zarur bo'lgan fanlar jadal suratlar bilan rivojlana boshladi. Ilmiy tekshirishlarni yo'lga qo'yish uchun katta shaharlarda maxsus tashkilotlar – fanlar akademiyalari tashkil eta boshlandi.

Davlat qaramog'idagi bu FA lariga qirollar xomiylik qiladilar (eslang! O'rta asr sharq).

Frantsuzlar: Dalamber, Lagranj, Laplas, Monj, Lejandr, Klero.

Inlglizlar: Teylor, Makloren, Stirling.

Nemislar: Lambert, o'auss, Leybnits.

Shvetsariyalik (Bazelь): Bernullilar denastiyasi, L.Eyler.

Asr boshida matematika ahvoli quyidagicha edi:

Matematik analiz – differentsial va integral hisobi rivojlanishi bilan uning yuqori bosqichi differentsial tenglamalar nazariyasi va variatsion hisobi shakllana bordi. Ḱali o'zini tasdig'ini topmagan cheksiz kichiklar analizi metodi bilan echiladigan masalalar doirasi kengayib boradi.

Algebra – mukammal harfiy-simvolik apparat yaratilgan bo'lib, algebraik tenglamalar nazariyasi va determinantlar nazariyasining yaratilishi. Istalgan darajali algebraik tenglamani echishning umumiy usulini yaratish borasidagi urinishlar bilan bog'liq.

Arifmetik hisoblashlar metodi – logarifmlar va ular bilan bog'liq ko'plab jadvallardan foydalanishlar, hisoblash qurilmalaridan Shikkarda, Paskalь, Leybnits arifmometrlari, logarifmik shkala va boshqalarning yaratilishidir. Manfiy sonlar va o'nli kasrlarning ommaviylashmagani bu boradagi kamchilikdir.

o'eometriya – elementar qismi va trigonometriya bo'limi bilan bir qatorda hali yangi bo'lgan analitik geometriyadan foydalanish (Dekart, Ferma). Differentsial hisobining geometrik tadbiqi differentsial geometriyaga asos soldi (Kavalьeri, Vallis, Leybnits).

Ehtimollar nazariyasi – Paskalь, Ferma, Ya.Bernulli ishlari natijasida tasodifiy hodisalar ichida ma'lum miqdoriy qonuniyatlarning ko'rinishini ochilishi, katta sonlar qonunining kashf etilishi bo'ldi. Kombinatorika qonuniyatlarini ochilishi. Konkret masalalarning kamligi (qimor o'yinlari, ba'zi jadvallar va kuzatish natijalari) va metodning elementarligi bu sohani rivoji uchun to'siq bo'lib turadi.

Bulardan shu narsa ko'rinadiki, XVIII asrga kelib matematika etarli faktlarni to'pladi. Shu boisdan bundan keyingi taraqqiyotni ta'minlash uchun FA lari, universitetlar va bular qoshida davriy nashriyotlar zarurati kuchaydi. Shu bilan birga matematik bilimlar sistemalashuvi dolzarb davrga kirdi. 1661 yil – Vyurtsburgda K. Shottning "Matematika kursi yoki barcha matematik fanlarning to'liq entsiklopediyasi" ko'ptomligi, 1674 yili Lionda De Shalning "Matematika dunyosi yoki kursi" uchtomligi, 1693 yili Parijda Ozanamning "Matematika kursi" beshtomligi chiqdi. Matematikaning bundan keyingi rivojini ta'min etuvchi bu ishlar hozirda ham davom etib kelmoqda.

XVIII asrga kelib Rossiyada uyg'onish boshlandi. Bunga sabab Pyotr I ning reformasidir. U davlat apparatini, armiya va flotni, ishlab chiqarishni tashkil etishni, zarur mutaxassislarni tayyorlashni tashkil etishni va shu kabilarni ilgari suradi. Natijada 1701 yili yirik shaharlarda maktablar, 1715 yili dengiz akademiyasi tashkil etiladi. 1725 yili Peterburg akademiyasi va uning qoshida gimnaziya va universitet tashkil etiladi. Ilmiy ishlarni yo'lga qo'yish va mahalliy kadrlarni tayyorlash uchun chet eldan ko'plab olimlarni taklif etadi. Bulardan, matematiklar: I.Bernullining o'g'illari Daniil va Nikolay Bernullilar, Ya.Bernullining shogirdi Ya.o'erman, keyinroq esa L.Eyler va boshqalar. 1726 yili "Piterburg FA sharxlari" (1728 yili chiqadi) jurnali tashkil etiladi. 1783 yili FA tugatiladi.

1755 yil esa Lomonosov tomonidan Moskva universiteti tashkil etiladi.

Rossiyada matematikaning rivoji bevosita L.Eyler bilan bog'liqdir.

Leonard Eyler 1707 yilda Bazelь shahrida tug'iladi. Ya.Bernulli boshchiligida matematikani o'rganib I.Bernulli boshchiligida matematika bilan shug'ullana boshlaydi. Universitetni magistr darajasida tugatgan Eyler ishsiz qoladi. D. va N.Bernullilar tavsiyasi bilan 1727 yili Peterburgga kelib 14 yil (1741 gacha) ishlaydi. Bu davrda u 50 dan ortiq ilmiy ishni e'lon qiladi va 80 tasini tayyorlaydi. Bular matematik analiz, sonlar nazariyasi, differentsial tenglamalar va astronomiyaga oiddir. Bundan tashqari 1736 yili 2 tomlik "Mexanika" va 1738 yili Rossiyaning geografik xaritasini e'lon qiladi. Shu bilan birga Kotelьnikov, Rumovskiy, Fuss, o'olovin, Safronov kabi shogirdlarni tayyorlaydi.

1741 yildan to 1766 yilgacha Berlin akademiyasida ishlaydi. Bu davrda u 300 dan ortiq ilmiy asar, shu jumladan: 1744 yili variatsion hisobga doir, 1748 yilda "Cheksiz kichiklar analiziga kirish", 1755 yilda "Differentsial hisobi", 1765 yilda "Mexanika" (davomi) nomli kitoblarni nashr ettiradi.

1766 yili Piterburgga qaytib keladi va umrining oxirigacha (1783) shu erda ishlaydi. Bu davrga kelib butunlay ko'r bo'lib qolgan Eyler 416 ta kitob va maqola "yozadi". Bulardan dioptrikaga oid uch tomlik "Oy orbitasini hisoblashning yangi nazariyasi" (1772 y), kema qurilishi va dengizda suzish nazariyasi (1778 y) va boshqalar.

Umuman Eyler hayoti davomida 530 ta asar e'lon qiladi, o'limidan so'ng qolganlari e'lon qilinib, jami 886 ta bo'ladi. Bulardan 40 dan ortig'i kitoblar.

Funktsiya tushunchasi ikki xil ko'rinishga ega: munosabat ko'rinishga va analitik ifodaga. Funktsiya tushunchasining dastlabki ko'rinishlari antik matematiklarning geometrik o'rinlari va turli-tuman tablitsalaridir. So'ngroq Diofantning simvolik apparatidir. Keyinroq esa algebraik va trigonometrik funktsiyalar, logarifmik va boshqa funktsiyalar . Funktsiyaning munosabatlar ko'rinishdagi g'oyasini funktsiya termini va simvoli orqali beriladi. Bu davr matematiklari konkret funktsiyalar ustida operatsiyalar bajarganliklari uchun ham funktsiyaga bergan ta'riflari aynan shu mazmunni aks ettirgan.

"Funktsiya – bu analitik ifodadir" – 1718 yil I.Bernulli. Eyler "Analizga kirish" (2 tomlik, 1718 yil) asarida "O'zgaruvchi miqdor funktsiyasi bu shu o'zgaruvchi miqdor va sondan qandaydir usul bilan tuzilgan analitik ifodadir". Argumentning haqiqiy va mavhum qiymatalarini e'tiborga olgan. Funktsiyani tuzish uchun u arifmetik amallar, daraja, ildiz, integrallash amallari yordamida hosil qilgan. So'ngra funktsiyalarni xossalariga qarab klassifikatsiyalaydi: bir qiymatli, ko'p qiymatli, juft-toq, va xokazo. Bularni qatoriga elementar trantsendent funktsiyalar e^z, $\ln z$, shz, coz larni kiritadi va barcha funktsiyalarni $f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots$ darajali qator ko'rinishida tasavvur qiladi. Qator yordamida ratsional, irratsional, kasr-ratsional, ko'rsatkichli va logarifmik funktsiyalar sinfini o'rganadi (funktsiya tablitsasi).

Birinchi marta N>0 uchun a^x=N bo'lsa, u holda $x = \log_a N$ isbotlanadi va $e^z = \left(1 + \frac{z}{i}\right)^i$ $\left(e^z = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1 + \frac{z}{n}\right)^n\right)$ isbotlanadi.

Trigonometrik funktsiyalar qam analitik usulda kiritiladi (birlik aylanasiz). Ḱossalarni o'rganib $e^{\pm iv} = \cos v \pm i \sin v$ - Eyler formulasini chiqaradi.

Qatorga yoyishdan tashqari u funktsiyani cheksiz ko'paytuvchilar ko'rinishida ham tasvirlaydi.

Masalan: $\sin z = z\left(1 - \frac{z^2}{\pi^2}\right) \bullet \left(1 - \frac{z^2}{4\pi^2}\right) \bullet \left(1 - \frac{z^2}{9\pi^2}\right) \bullet\bullet\bullet$

$$\cos z = \left(1 - \frac{4z^2}{\pi^2}\right) \bullet \left(1 - \frac{4z^2}{9\pi^2}\right) \bullet \left(1 - \frac{4z^2}{25\pi^2}\right) \bullet\bullet\bullet$$

Uzluksiz kasrlarning xossalaridan funktsiyani elementar kasrlar yig'indisi ko'rinishda ham tasvirlaydi.

Xulosa qilib XVIII asr matematikasida funktsiya tushunchasi Eyler tasavvuridagidek bo'lib, har qanday analitik ifodani qator ko'rinishida tasvirlash mumkin deb qaralgan (universal qator sifatida Teylor qatori hisoblangan). Bu esa shu davrga kelib to'plangan ma'lumotlarga to'sqinlik qila boshladi. o'eometrik ifodalangan har qanday chiziqni funktsiya sifatida qarash g'oyasi Eylerda paydo bo'ladi. Bu haqda ko'plab olimlar bosh qotirishadi: Teylor, Dalamber, D.Bernulli va boshqalar.

Funktsiya tushunchasi XIX asrda ham rivojlanib boradi. Qisqacha shular haqida to'xtalib o'taylik.

1807 yili Furье issiqlikning analitik nazariyasiga oid ishlarida (1822 yili chop etilgan) chekli uchastkalarda turli tenglamalar bilan berilgan bog'liqli chiziqlar

$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ qator bilan tasvirlanishini isbotlaydi. Bu erdagi $a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}f(x)\cos nxdx,\ b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}f(x)\sin nxdx$ Furьe koeffitsientlari.

Natijada Eyler tasavvuridagi funktsiyalar, ya'ni qo'lning erkin harakati bilan chizilgan bog'liqli chiziqlar, trigonometrik qatorlarning analitik apparati bilan ifodalash mumkin bo'ladi. Bu funktsional munosabatlarga ta'rif berish imkonini beradi.

Furьe "Issiqlikning analitik nazariyasi" asarida va Lakruda 1810 y "Qiymati (*u*) bir yoki bir necha boshqa miqdorlarga (*x*) bog'liq bo'lgan miqdor, oldingilarning funktsiyasi deb ataladi; bunda keyingi miqdorni hosil qilish uchun oldingi miqdorlar ustida qanday operatsiyalar bajarishimizni bilishimiz shart emas", mazmunidagi ta'riflar berishadi.

1834 yilda Lobachevskiy "Umumiy tushunchalar, *x*-ning har bir qiymati uchun beriladigan va *x* bilan birga o'zgaradigan *x*-ning funktsiyasini son deyishini taklif etadi. Funktsiyaning qiymati yoki analitik ifoda bilan, yoki ma'lum bir shart bilan yoki bog'lanish mavjud bo'lib o'zi noma'lim qolishi mumkin".

1837 yili shunga o'xshash ta'rifni Direxle beradi. Funktsiya masalasi hal bo'lgandek edi, lekin tez orada 1876 yili P. Dyubua – Reyman shunday uzluksiz funktsiya tuzadiki, uni Furьe qatoriga yoyganda ayrim nuqtalari uzoqlashuvchi bo'ladi. Bu funktsiyani tuzishda Dyubuaga Reyman funktsiyasini uzluksiz, chekli hosilaga, chegaralanganligi, bo'laklarda monotonligi, integralining mavjudligi, tengsizlikning bajarilishi shartlarini jamlash uslubidan foydalandi. Bu uslubni sistemali qo'llash natijasida [0; 2π] da davriy va uzluksiz bo'lgan hamda istalgan nuqtasida yuqoridagi xususiyatlar jamlangan f(*x*) funktsiyani tuzishga muvaffaq bo'ladi. Shunga mos Furьe qatori segmentning istalgan nuqtasida uzoqlashuvchi bo'ladi. Bu fakt funktsiya tushunchasining umumiy talqiniga zid bo'ladi. Bundan so'ng yana izlanishlar boshlanadi. XIX asrning 70-yillari o'. Kantor to'plamlar nazariyasi yordamida egri chiziqlarga tushuncha beradi. 1882 yil K.Jordan koordinatalari *x=x(*t*)*, *u=u(*t*)* tenglamalar bilan berilgan [t,T] kesmada uzluksiz bo'lgan tekislik nuqtalarining birlashmasidan iborat bo'lgan funktsiyani tuzadi.

1890 yilda esa Peano qandaydir kvadratning ichki nuqtalarini to'ldiruvchi Jordan chiziqlari mavjud ekanligini ko'rsatadi. Masalan: *x*'(t) va *y*'(t) uzluksiz hosilalar mavjud bo'lsa, u holda egri chiziq $l=\int_{b}^{a}\sqrt{x^{I2}(t)+y^{I2}(t)}dt$ uzunlikka ega bo'lgan chiziqdan iborat.

1885 yil Veyershtrass [a;b] kesmada uzluksiz bo'lgan har qanday f(*x*) funktsiya shu kesmada tekis yaqinlashuvchi butun algebraik ko'phadlar $\sum_{n=1}^{\infty}P_n(x)$ yig'indisi ko'rinishida analitik tasvirlash mumkinligini isbotlaydi.

Ko'rinib turibdiki funktsiya nazariyasi rivojlangan sari u faktlar bilan boyib bordi, yangi sohalar vujudga keldi. Shu bilan birga uning roli ham oshib boradi. Analizga kirish rolidan matematikaning eng yuqori bosqichi funktsiyalar nazariyasi darajasiga ko'tariladi.

Endi XVIII asr matematiklarning ayrim ishlari bilan tanishaylik:

Matematik analiz apparatining rivojlanishi.

a) Differentsial hisobi.

o'.V.Leybnitsning dastlabki ishlari e'lon qilingandan so'ng, uning differentsial hisobi va simvolikasi boshqa matematiklar ishlariga va simvolikalariga qaraganda qulay va tushunarli, ishlatish uchun va keyingi masalalarni echish uchun, analiz operatsiyalarini mohiyatini yaxshi aks ettira olish bilan tez ommalashib ketdi. Shunday bo'lishiga qaramasdan hali differentsialni tushunish (to'liq ma'noda) etarlicha emas edi.

L.Eylerdan boshlab ko'pchilik matematiklar differentsialni yo'qolib boruvchi orttirmalarning nisbati kabi ta'riflab keldilar va buning rivojiga katta e'tibor berdilar. Cheksiz kichiklar analizning kashfiyotchilari differentsial bilan chekli ayirmalar orasidagi ko'pdan-ko'p o'xshashliklarni ochdilar.

Jumladan Nьyuton interpolyatsion formulasi (1711 yil):

$$f(a+n\Delta x)=f(a)+n\Delta f(a)+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}\Delta^2 f(a)+\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}\Delta^3 f(a)+\ldots+\Delta^n f(a),\ n\in Z_+;$$

$\Delta f(a),\Delta^2 f(a),\ldots$ x=a dagi ketma-ket chekli ayirmalar:

$$\Delta f(x)=f(x+\Delta x),\Delta^2 f(a)=\Delta(x+\Delta x)-\Delta f(x),\ldots,\Delta^n f(x)=\Delta^{n-1}f(x+\Delta x)-\Delta^{n-1}f(x).$$

Bu formulani Teylor $\Delta x\to 0$ bo'lib, $n\cdot\Delta x=h$ bo'lganda cheksiz ko'p hadlar uchun $f(a+h)=f(a)+h\dfrac{\Delta f(a)}{\Delta x}+\dfrac{h(h-\Delta x)}{1\cdot 2}\cdot\dfrac{\Delta^2 f(a)}{\Delta x^2}+\ldots$ deb

$$f(x+h)=f(x)+h\frac{df(x)}{dx}+\frac{h^2}{1\cdot 2}\cdot\frac{d^2 f(x)}{dx^2}+\frac{h^3}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\frac{d^3 f(x)}{dx^3}+\ldots$$ oladi.

Differentsial hisobining operatsiyasini samaradorligini ta'minlash uchun barcha funktsiyalarni elementar yo'l bilan qatorga yoyish masalasi aktual bo'lib qoldi. XVIII asr matematiklarning ishlarining asosiy qismi qatorning qoldiq hadini topish va uni tekshirish; qatorni oldindan yaqinlashuvchanligi ma'lum bo'lgan qatorga almashtirish; uzoqlashuvchi qatorlar ustidagi amallarni ilmiy tushunish bilan shug'ullandilar. Bu sohada Dalamber, Lambert, Lagranj, Eyler, Koshi, Lejandr ko'p ish qildilar. Funktsiyani darajali qatorga yoyish bilan birga, assimptotik qatorga yoyish (D.I.Stirling – 1730, Eyler – 1732), trigonometrik qatorga yoyish (Eyler – 1748), sferik funktsiyalar bo'yicha qatorga yoyish (Laplas – 1782, Lejandr – 1783) ishlari ham jadal rivojlandi.

Bir o'zgaruvchili funktsiya ekstremumi qoidasini Makloren.

Ikki o'zgaruvchili funktsiya ekstremumi qoidasini Eyler.

Murakkab funktsiya differentsiali qoidasini Eyler.

Funktsiyani ekstremumlarini topish qoidasini Logranj.

Aniqmasliklarni: $\frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty$ ochish Eyler.

$\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y}$ belgilashlarni Lejandr (1786) kiritdi.

Xulosa shuki, XVIII asr differentsial hisobi hozirgi zamon darajasiga etgan. Funktsiyani qatorga yoyish bo'yicha kuchli apparatga etarli darajdada rivojlangan analitik apparatga ega edi.

b) Integral hisobi.

Dastlab integral hisobi tarkibiga funktsiyalarni integrallash, differentsial tenglamalar nazariyasi va boshqalar kirgan. XVIII asrning o'rtalariga kelib I.Bernulli (1742 y), L.Eyler (1768-70 y) integral hisobining sistemali kurslarini yozganlaridan so'ng bu bo'limlar mustaqil va sistemaga kelgan holda namoyon bo'ladi.

Eylerning uch tomlik ushbu asarining: 1-tomi funktsiyalarni integrallash va differentsial tenglamalar; 2-tomi differentsial tenglamalar davomi; 3-tomi xususiy 8 xildagi differentsial tenglamalar va variatsion hisobi kiritilgan. Bu asar etarlicha mukammal bo'lib, hozirgi zamon darsliklari uning bayon etilishi uslubi va tiliga o'zgartirish bera olgan. Bu asar integral hisobining bunlan keyingi rivoji va uning simvolikasini mazmuniga mos kelishi borasida keng yo'l ochib beradi.

Eyler simvoli $\int Pdx\begin{bmatrix} adx=a \\ adx=b \end{bmatrix}$ 1979 yili Laplas taklifiga ko'ra aniq integral deb atala boshlandi.

Фурье 1818-22 yillar $\int_a^b f(x)dx$ belgisini kiritadi.

Klero 1743 yili egri chiziqli integralni kiritadi, $\int Pdx+Qdy$ egri chiziq bo'ylab olingan integral.

Eyler 1770 yili karrali integralni, Lagranj 1772 yili uch qavatli integralni kiritadi.

Ba'zi ko'rinishdagi integrallarni hisoblash natijasi asr boshida maxsus funktsiyalar nazariyasiga asos soldi. Jumladan: 1729-31 yillarda V(a;b)= $\int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{b-1}dx$ betta- funktsiya, $\Gamma(a)=\int_0^\infty e^{-x}x^{\alpha-1}dx$ -gamma- funktsiya.

o'amma funktsiyani bo'laklab integrallash natijasida o'(a+1)=ao'(a), a>o va a∈N bo'lganda o'(a+1)=ao'(a)=...=a! o'(1)=a! Bundan foydalanib Eyler faktorialning umumlashgan ta'rifini $n!=\int_0^\infty e^x x^{n-1}dx$; a, b∈N bo'lganda beta funktsiya uchun $B(a,b)=\frac{1}{bC_{a+b-1}^{a-1}}$ binomial imkonini beradi.

v) Differentsial tenglamalar.

Dastlab differentsial tenglamalarni integrallash umumiy masala-cheksiz kichiklar tahlili masalasiga teskari masala sifatida qarala boshlandi. Turli ko'rinishdagi birinchi darajali tenglamalarni echish ishlari algebraik va elementar transtsendent funktsiyalar ko'rinishda qulay tanlab olingan usullar orqali qidirilgan. Natijada tarixan birinchi bo'lgan usul differentsial tenglamalarda o'zgaruvchilarni ajratish usuli paydo bo'ladi.

1692 yilda I.Bernulli integrallovchi ko'paytuvchini qo'llash usulini topadi. Keyinchalik bu usul M(x,u)dx+N(x,y)dy=0 ko'rinishdagi tenglamalarni echishning umumiy usuliga aylanadi.

1693 yili Leybnits keyin esa I.Bernulli $u=xt$ almashtirish orqali bir jinsli birinchi tartibli tenglamalarni echadilar. Bernulli tenglamasi deb ataluvchi $ady=ypdx+by^{n}qdx$ (a=const, b=const, p=p(x), q=q(x)) tenglama $y^{1-n}=v$ almashtirish yordamida 1693 yili Leybnits 1697 yili I.Bernulli tomonidan birinchi tartibli chiziqli differentsial tenglamaga keltiriladi.

1700 yili I.Bernulli x^{r} ko'rinishdagi integrallovchi ko'paytuvchini kiritish va uning yordamida ketma-ket tartibni pasaytirish orqali $\sum_{k=n}^{1} A_k x^k \frac{d^k y}{dx^k} + y = 0$ ko'rinishdagi n-tartibli chiziqli differentsial tenglamani echadi.

Turli-tuman tadbiqiy masalalarni echish keng ko'lamdagi differentsial tenglamalarni echishni talab qilar edi, shunga ko'ra endi rivojlanib kelayotgan bu bo'lim o'zining mustahkam metodologiyasiga muhtojligi sezilib qoldi. 20-yillarga kelib bu borada sezilarli natijalar olina boshlandi.

1724 yili italiyalik matematik Ya.Rikkati $\frac{dy}{dx} + ay^2 = bx^{\alpha}$ $(\alpha, a, b$ - const) ko'rinishdagi chiziqli bo'lmagan differentsial tenglamani atroflicha tekshiradi. 1724 yili D.Bernulli α =-2 yoki $\alpha = -\frac{4k}{2k-1}$ (k-butun son) bo'lganda elementar funktsiyalarga integrallanishini topadi. 1738 yili Eyler bu tenglamani echishga qatorlarni tadbiq etadi.

1743 yili Eyler chiziqli bir jinsli differentsial tenglamani (doimiy koeffitsientli, istalgan tartibli) ko'rsatgichli funktsiya $(y = e^{kx})$ yordamida darajasini pasaytirib echish algoritmini beradi.

1766 yili Dalamber bir jinsli bo'lgan chiziqli differentsial tenglamaning umumiy echimi uning qandaydir xususiy echimi bilan unga mos keluvchi bir jinsli tenglamaning umumiy echimi yig'indilariga teng bo'lishini topadi.

1774-76 yillarda Lagranj maxsus echimlarni topishning qat'iy usulini beradi: yoki bevosita tenglamaning o'zidan, yoki umumiy echimni o'zgarmaslar bo'yicha differentsiallash bilan topishni beradi. Shu bilan birga u maxsus echimlarning geometrik talqinini ham beradi (egiluvchi integral egri chiziqlar oilasi ko'rinishida). Yuqoridagi ishlarni umumlashtirib u 1801 yili "Funktsiyalarni hisoblashlarga doir lektsiyalar" asarida chop etadi.

1768, 1769, 1770 yillarda chop etilgan uch tomlik "Integral hisobi" Eylerning ishlarini va ungacha bo'lgan barcha turdagi va tipdagi tenglamalarni sinflarga ajratib, batafsil echish usullarini beradi.

U bilan bir qatorda Dalamber, Laplas, Monj, Sharpi, K.Yakobi, Pfaff va boshqalar differentsial tenglamalar nazariyasini yaratishda munosib hissa qo'shdilar.

o'eometriyaning rivojlanishi

XVII asr davomida geometriyaning rivojlanishi XVIII asrga kelib uni sifat jihatdan rivojlanishining yangi bosqichiga olib chiqdi. o'eometriya tarkibida uning yangi sohalari: analitik geometriya, differentsial geometriya, chizma geometriya, proektiv geometriya, geometriya asoslari vujudga keldi. Bular uchun umumiy harakter Evklid geometriyasining doirasida va uning sistemasi asosida ravojlanishdir.

a) Analitik geometriya.

o'eometrik figuralar va almashtirishlar algebraik tenglamalar orqali beriluvchi fan bo'lib, algebraik metodlar va koordinatalar metodlaridan foydalaniladi.

XVII asrning 30 yillarida e'lon qilingan Dekart va Fermaning asarlari hali etarlicha turtki bo'lib xizmat qila olmaydi. Ḱali aytaylik Apolloniy darajasida edi (ko'pi bilan ikkinchi tartibli egri chiziqlar qaralgan). 1704 yilda I.Nьyutonning "Uchinchi tartibli egri chiziqlarni o'`rganish" asari bu sohani rivojlanishi uchun haqiqiy turtki bo'ldi. Sababi Nьyuton egri chiziqlarni Dekart kabi turlar bo'yicha emas, balki chiziqlar tenglamalarining darajalari bo'yicha sinflarga ajratdi. Bu hol egri chiziqni to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalariga geometrik talqin berishni qulaylashtirdi. U konus kesimlarga oid isbotlangan teoremalarni va tushunchalarni uchinchi tartibli egri chiziqlarga o'tkazadi. Natijada u 72 ko'rinishda egri chiziqlarni aniqlaydi va nom beradi.

Agar $ax^3 + bx^2 + cx + d = A$ desak, u holda aytilgan tenglamalar quyidagi to'rt ko'rinishda bo'ladi: $xy^2 + ly = A,\ xy = A,\ y^2 = A,\ y = A.$

Ammo bunday sinflarga ajratish sodda ham, universal ham bo'lmaydi, natijalar esa etarlicha to'liq va isbotlari berilmagan edi.

Shunga qaramasdan Nьyutonning yutuqlari sezilarli edi. Jumladan: koordinatalar metodini qo'llashi va uni rivojlantirishi (teng huquqli koordinata o'qlarini kiritish), choraklarda o'rganish ularni ifodalovchi tenglamalarning xossalarini o'rganishga almashtirdi.

Shundan so'ng analitik geometriya jadal rivojlandi.

1717 – Stirling "Uchinchi tartibli Nьyuton egri chiziqlari" asarida Nьyuton teoremalarini isbotladi va bir qanchasini umumlashtirdi.

Keyingi ishlardan Makloren (1720), Nikolь (1731), Klero (1731), Mopertyui (1731), Brekenridj (1733), Shteyner, Salьmon, Silьvestr, Shalь va boshqalarni ishlarini aytish mumkin.

Ayniqsa Klero ishlaridan so'ng analitik geometriyani hozirgi zamon ko'rinishiga keltirish uchun qulay zamin yaratiladi. Bu ishni 1748 yili Eyler bajardi. Uning "Analizga kirish" asarining 2 tomi shu muammoga bag'ishlangan (muvaffaqiyatli hal qildi). Bundan keyingi rivojida o'.Monj (1771), Lagranj (1773), Menьe (1785), Lakrua (1798), Mebius (1827) va boshqalar hissa qo'shdilar. XIX asr oxirida vektor kiradi.

Shunday qilib XVIII asr analitik geometriyaning fan sifatida shakllanishining va o'quv predmeti ko'rinishiga kelishi bilan yakunlanadi.

b) Differentsial geometriya.

Bu fan analitik geometriya natijalaridan foydalanib, matematik analiz metodlarini keng qo'llash natijasida (differentsial hisobi) geometrik ob'ektlar bo'lmish – egri chiziqlar va sirtlarni o'rganadi.

1731 yili Klero "Ikki yoqlama egrilikdagi egri chiziqlarni tekshirish" kitobidan so'ng bu soha jadal rivojlana boshladi.

1760 yili Eyler maqolasi "Sirtlarning egriligini tekshirishlar haqida " 1767 e'lon qilingandan so'ng Monj, Lagranj, Lambert, Меньe, Karno, Fuрьe, Amper, Puasson, Dyuper, Sen-Venan, Frene, Sere, o'auss, Minding, Liuvillь va boshqalarning ishlari bilan qozirgi zamon k0`'rinishiga keladi.

v) o'eometriya asoslari.

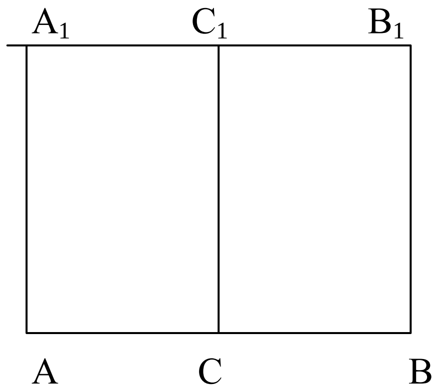
Boshlang'ich tushunchalarning tanlanishi, aksiomalar sistemasining tahlili va ularning olinishini asoslash, tekshirish geometriya asoslarining ishidir.

XVIII asr geometriya asoslari bu asosan Evklid geometriyasining aoslaridir. Ilmiy tekshirishlarning asosi "Boshlang'ichlar" asarining tanqidiy tahlilidir. Ayniqsa parallellarga oid 5-postulat qattiq tanqidga uchradi.

Bu postulatni teorema sifatida isbotlashga urinishlar noevklid geometriyaning teoremalariga olib kela boshladi.

Jumladan italiyalik rohib I.Sakkeri parallellar muammosini quyidagicha qaradi: AV kesma uchlaridan AA_1 va VV_1 perpendikulyarlar chiqaramiz,

$AA_1=VV_1$ $\angle A=\angle B=\frac{\pi}{2}$, A_1 va V_1 nuqtalarni hamda to'rtburchak asoslarining o'rtalari S va S_1 nuqtalarni to'g'ri chiziqlar bilan tutashtiramiz va SS_1 bo'yicha bukamiz:



$$\left.\begin{matrix} CC_1 \perp AB \\ CC_1 \perp A_1B_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \angle A_1 = \angle B_1$$

8-rasm

Endi faraz qilaylik bu teng burchaklar quyidagicha bo'lsin:

1) o'tmas bo'lsin – bu tezda qarama-qarshilikka olib keldi;
2) to'g'ri bo'lsin – Evklid aksiomasi bo'ladi;
3) 0`'tkir bo'lsin – bunga Sakkeri fikricha qarama-qarshilik bo'lib, parallellik aksiomasi isbot bo'lar edi. Lekin mantiqiy davom ettirish qiziq natijalariga olib bormoqda, qarama-qarshilik esa yo'q edi.

Bunga o'xshash urinishlar juda ko'p bo'lgan. 1763 yili Klyugelь bunday urinishlarni jamlab tahlil qiladi va Evklid bu aksiomani juda to'g'ri joyiga qo'ygan deb xulosa qiladi.

Bu sohadagi so'nggi ishlardan biri 1776 yili Lambert e'lon qilgan maqoladir: "Parallel chiziqlar nazariyasi". U Sakkeri - Klyugelь ishlaridan foydalanib, to'rtburchakni modifikatsiya qiladi, ya'ni

$AA_1 \perp AB,\ BB_1 \perp AB,\ A_1B_1 \perp AA_1$ va masalani V_1 burchakning kattaligini aniqlashga olib boradi.

U ham to'g'ri burchakda – Evklid geometriyasiga, o'tmas burchakda – qarama qarshilikka uchraydi.

Bu kabi ko'plab ishlar natijasida "Boshlang'ichlar" o'quv darsligi sifatida yaroqliligi shubha ostiga olindi. Natijada Angliyada, o'ermaniyada engillashtirilgan bayoni berildi. Frantsiyada esa Dalamber, Bezu, Lejandr, Lakrualar tomonidan boshlang'ich va o'rta maktablar uchun maxsus darsliklar yozdilar. Bu darsliklar u yoki bu darajada Evklid sxemasidan tashqariga chiqdilar. Aynan shu darsliklar bizning hozirgi tipdagi geometriya darsliklarimizning namunalaridir:

1) o'lchov va harakat kiritildi (Evklidda yo'q);
2) arifmetika metodlari kiritildi, nisbat va proportsiyalarga arifmetik mazmun kiritildi natijada 5-kitobga zarurat qolmadi;
3) algebraik belgilar va algebra elementlarining kiritilishi natijasida 2-kitobga zarurat qolmadi;
4) radikallarni qo'llanilishi natijasida 10-kitobga zarurat qolmadi.

Natijada Evklidning "Boshlang'ich"lari keng o'quvchilar ommasi uchun tushunarli va amaliy ehtiyojlar uchun qulay bo'lgan elementar geometriya kursiga aylandi.

Tekshirish savollari:

1. XVIII asr matematikasini rivojlanishida FA va davriy nashrlarning roli qanday?.
2. Rossiyada matematikani rivojlanishida Eylerning roli qanday?.
3. Matematikani boshqa sohalarini vujudga kelishida kimlar boshlovchilik qilishgan?
4. Funktsiya tushunchasi qanday shakllangan va rivojlangan?
5. XVIII asr matematikasining asosiy xarakterli yo'nalishlari qanday?

4-§. **Noevklid geometriya**

Reja:

1. XIX asrgacha bo'lgan geometriyaning xolati.
2. Noevklid geometriyaning kashf etilishi.
3. o'eomertik sistemalarni interpritatsiyalash muammolari.
4. o'emetriyani (matematikani) aksiomatik kurash muammolari.

XIX asr boshiga kelib geometriya fani etarlicha rivojlangan mustaqil bo'limlariga ega bo'lgan fan sifatida shakllanadi. Analitik gemetriyaning o'.Darbu tomonidan, differentsial geometriyani o'auss tomonidan, proektiv geometriyani J. Ponsele, Shteyner, Shalь, Shtaudt, Myobida, Shtudi, Kartanlar tomonidan, so'ngroq esa Lobachevskiy geometriyasi va bundan keyin A. Kelli va F. Kleyn tomonidan rivojlantirildi.

Ayniqsa, Lobachevskiy geometriyasining ta'siri umuman geometriyani sifat jixatdan yangi mazmunga olib chiqdi va hozirgi zamon formasiga keltiradi.

Noevklid geometriyaning asoschisi Nikolay Ivanovich Lobachevskiy (1792-1856) Nijniy Novgord shaxrida amaldor oilasida tug'ildi. 1811 yili [a]ozon universitete-ni tugatib, shu erda ishlay boshladi. 1816 yili professor bo'lib, 1827-46 yillarda rektor bo'lib ishladi. Uning matematika sohasidagi serqirra ijodi quyidagi ilmiy ishlar bilan ifodalangan:

Algebra yoki cheklilarni qisoblash (Algebra ili vыcheslenie konechnыx) 1834, Trigonometrik satrlarni yo'qolishi haqida (Ob ischeznovanii trigonometricheskiy strok) 1834, Cheksiz qatorlarni yaqinlashishi haqida 1841, Ba'zi aniq integrallarini ahamiyati haqida (O znachenii nekotorыx opredelyonnыx integralov) 1852 va bosh-qalar.

Lekin Lobachevskiyga shuxrat keltirgan kashfiyot geometriya sohasidir.

1826 yili 11 fevralda fizika-matematika bo'limining yig'ilishida "Sjatoe izlojenie osnov geometrii so strogim dokazatelstvom teoremы o parallelnыx" ma'ruza qildi.

Keyinchalik ishlarni rivojlantirib 1835 yili Tasavvurimizdagi geometriya, Ta-savvurimizdagi geometriyaning ba'zi integrallarga tadbiqi 1836, Parallellarning to'liq nazariyasi bilan geometriyaning yangi boshlanishi 1834-38, o'eometrik tekshi-rishlar 1840, Pangeometriya 1855 asarlarni yozdi.

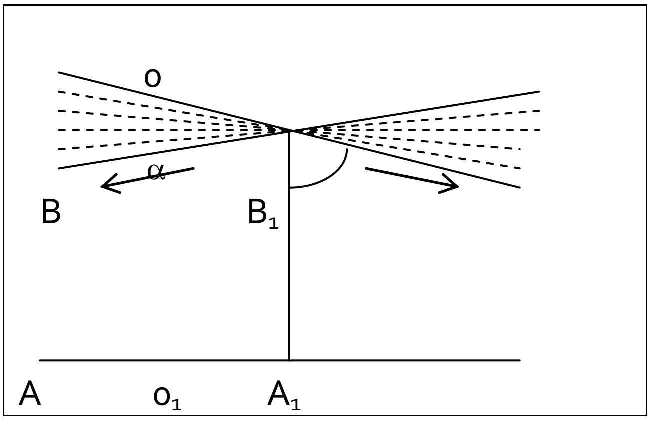
Lobachevskiyning noevklid geometriyasining boshlanishi 5-postulatni quyi-dagi aksioma bilan almashtirishdan boshlanadi: berilgan to'g'ri chiziqda yotmagan nuqta orqali shu tekislikda yotib u bilan kesishmaydigan bittadan ortiq to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Natijada qarama-qarshilik bo'lmagan, mantiqan qat'iy va ketma-ketlikda bo'lgan xulosalar sistemasi, yangi, qozircha noqulay bo'lgan geometriyaga olib kelishini ko'radi.

Lobachevskiy geometriyasining absolyut qismi Evklid geometriyasi bilan deyarli bir xil. Parallelik aksiomasi ishlay boshlagandan boshlab ish o'zgaradi.

Jumladan quyidagi teoremalar:

1) parallel to`'g'ri chiziqlarni joylanishi;
2) uchburchak va ko'pburchaklar ichki burchaklarining yig'indisi;
3) yuzalar;
4) aylanaga ichki va tashqi chizilgan ko'pburchaklar;
5) figuralarning o'xshashligi va tengligi;
6) trigonometriya;
7) Pifagor teoremasi;
8) doira va uning bo'laklarini o'lchash.

Bu teoremalarda Lobachevskiy geometriyasi Evklid planametriyasidan far-qlanadi. Shularning ba'zilari bilan tanishaylik. Lobachevskiy aksiomasidan shu narsa ma'lum bo'ladiki, berilgan nuqta orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqlar cheksiz ko'p. Ular dasta tashkil etadi. Demak, dastaning chegaraviy to'g'ri chiziqlari mavjud: OV va OV_1. Mana shular O_1A ga parallel deb ataladi. Endi parallellikni yo'nalishini aniqlay-lik. Parallellik yo'nalishida to'g'ri chiziqlar bir-biriga yaqinlashadi aksincha esa uzoq-lashadi. Parallellik burchagi alьfa berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan OO_1 masofaning kattali-



9-rasm

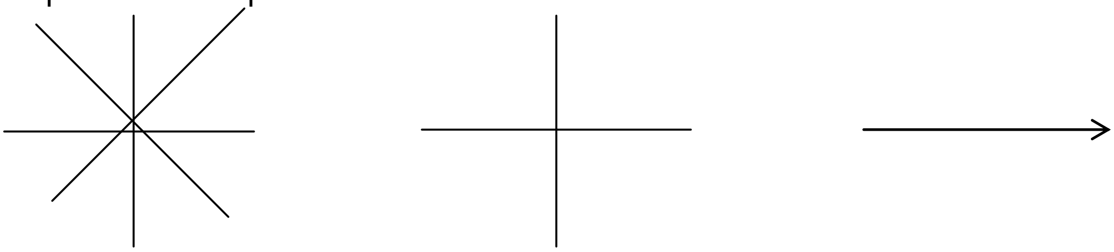
giga bog'liq, ya'ni $\alpha=\pi(x); tg\dfrac{\pi(x)}{2}=e^{-\frac{x}{k}}$, k- uzunlik birligiga bog'liq doimiy. Agarda x$\rightarrow$o bo'lsa, u xolda

π (x)$\rightarrow$o $\frac{\pi}{2}$; agar x$\rightarrow\infty$ bo'lsa, u holda π (x)$\rightarrow$o. Nihoyat umumiy perpendikulyarga ega bo'lgan to'g'ri chiziqlar ikkala tomonda uzoqlashadi. Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi 2d dan kichik bo'lib, tomonlari kattalashgan sari, bu yig'indi kichrayib boradi. Lobachevskiy geometriyasida o'xshash uchburchaklar mavjud emas. Uchburchaklar tengligi faqat uchta burchagi teng b0`'lganda.

Barcha uchburchaklarning yuzalari yuqori chegarasi $c\pi$ (s- o'chlov birligiga bog'liq doimiy) bo'lgan to'plam tashkil etadi.

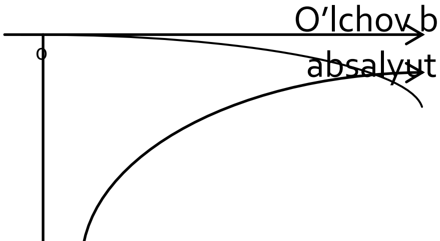
Aylana uzunligi l= $\frac{\pi}{k}$ (e^{kr}–e^{-kr}) ga teng bo'lib, radius r ga qaraganda tezroq o'sadi.

Bundan keyingi rivojlanishida to'g'ri chiziqlar dastasi uchun yaqinlashuvchi, uzoqlashuvchi va parallellik munosabatlarini kiritish kerak.



Dastaga nisbatan esa tsikl (asosiy chiziqlar) tushunchasini kiritamiz. Bu to'g'ri chiziqlar dastasining ortogonal traektoriyalaridan iborat bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rnidir. Ularning vaziyati dastaning biror to'g'ri chizig'ida olingan boshlang'ich nuqta bilan aniqlanadi. Bu tsikllar 3 xil ko'rinishdagi dasta uchun mos ravishda aylana, ekvidistanta (gipertsikl), oritsikl (R$\rightarrow\infty$ da aylananing obrazi) deb ataladi.

Barcha munosabatlar uchun o'lchov birligi kiritilgan bo'lib, burchak va uzunliklar bir-biriga bog'liq.



O'lchov birligi qilib oritsikl yoyining absalyut uzunligi OR olingan. Bu yoy

R

quyidagicha olinadi: tanglangan O nuqtadan boshlab (dastaning parallel to'g'ri chiziqlaridan birida), oritsiklni dasta to'g'ri chizig'i bilan kesishgan nuqtasi R gacha bo'lgan yoy. Ḱisoblash apparati giperbolik funktsiyalar orqali bajariladi.

10-rasm

Masalan: sinuslar teoremasi $\frac{\sin\alpha}{sh\,ka} = \frac{\sin\beta}{sh\,kb} = \frac{\sin\gamma}{sh\,kc}$.

Shunday qilib Lobachevskiy geometriyasi Evklid geometriyasi kabi mantiqan ketma-ketlikda tuzilgan va faktlarga boy ekan. Lobachevskiy qabul qilgan usul zamondoshlari tomonidan tushunilmadi va uning geometriyasi qabul qilinmasdan 1856 yili vafot etadi.

Lobachevskiy geometriyasini tushunish uchun ko'pdan-ko'p interpretatsiyalar bo'ldi. Bulardan dastlabkisi o'zi tomonidan bo'ldi.

Masalan, uchburchak ichki burchaklari yig'indisi 2d dan kichik bo'lishini, ya'ni farq $\delta = 2d - \sigma$ (σ - burchaklar yig'indisi) $\delta = \frac{S}{r^2}$ (*r*-egrilik radiusi). Bunday farq sezilishi uchun uchburchak nihoyatda katta bo'lishi kerak. Buni tekshirishni iloji bo'lmadi.

1868 yili E.Belьtram "Noevklid geometriyani talqin qilish tajribasidan" maqolasida birinchi bo'lib interpritatsiya beradi.

U tekislikning ma'lum cheklangan qismi uchun Lobachevskiy geometriyasida qarama-qarshilik yo'q ekanligini isbotladi.

1871 yili F.Kleyn "Noevklid geometriya haqida" asarida Lobachevskiy geometriyasini sferaning ichki nuqtalariga proektiv akslantirish bilan masalani to'liq hal qildi.

1882 yili A.Puankare yangi interpretatsiyasini beradi. Bunda Lobachevskiy tekisligi doiraning ichki nuqtalariga inversion akslantiriladi.

Lobachevskiyning Evklid geometriyasidan boshqa geometriyalar ham mavjud degan g'oyasi XIX asrning 2-yarmiga kelib o'z ifodasini topdi va ko'plab geometriyalarni vujudga keltiradi.

Ikkinchi fikri – geometriyaning haqiqatligi faqat tajriba orqali tekshiriladi. Bunda fazoning tabiati noevklid bo'lishi mumkin.

Uchinchi fikri – aksiomalar sistemasini o'zgartirish va umumlashtirish orqali yangi geometriyalar olish mumkin.

Natijada 1866 yili o'. o'elьmgolьts asosiy tushuncha sifatida harakatni, o'. Kantor (1871) va R. Dedekind (1872) – uzluksizlik aksiomasini, Pash (1882) - tartib va tegishlilik aksiomalarini kiritadi.

1899 yili D.o'ilьbert "o'eometriya asoslari" asarida to'liq va etarlicha qat'iy bo'lgan aksiomalar sistemasini bayon etadi.

Natijada XIX asr oxiriga kelib geometriyada aksiomatik metod mustahkam o'rin oldi.

Ikki og'iz so'z Lobachevskiy geometriyasi haqida. 1773 yili adashib I.Sakkeri isbotladim deb o'ylagan edi.

1766 yili I.Lambert ko'pgina natijalar oldi, lekin dovdirab qoldi (1786 yili e'lon qiladi).

F.Shvekart (1818) va F.Taurinus (1825) shu yo'ldan borishga harakat qildilar.

Venger Ya.Bolьyai (1802-1860) – 1832 yilda o'z natijalarini e'lon qiladi, ammo o'auss taqriz bermaydi. o'auss o'lgandan keyin (1855) u ham shunday natijalar olgani ma'lum bo'ladi.

Tekshirish savollari:
1. XIX asrgacha bo'lgan geometriyaning holati qanday edi?
2. Noevklid geometriya qanday kashf qilingan?
3. Lobachevskiy geometriyasining vujudga kelishi.
4. Lobachevskiy xayoti va ijodi haqida nimalar bilasiz?
5. o'eometriyani aksiomatik qurish nima?

5-§. XIX – XX asrlarda Rossiya matematikasi

Reja:

1. XIX-XX asrlarda Rossiyada matematikaning rivojlanishi.
2. M.V.Ostrogradskiy, P.L.Chebыshev. Peterburg matematika maktabi.
3. S.V.Kovolevskaya. Moskva matematika maktabi.

XVIII asrda Rossiyada faqat ikkita ilmiy markaz: Peterburg fanlar akademiyasi (1725) va Moskva universiteti (1755) mavjud bo'lib, matematika sohasida asosiy ishlar L.Eyler va uning ko'p bo'lmagan shogirdlari tomonilan qilingan. Rossiyada o'qimishli odamlar kam bo'lganligi sababli ularning ta'siri bo'lmadi. Moskva universitetida esa faqat o'quv ishlari bilan shug'ullanilgan. Ќatto Lomonosov ham ta'sir ko'rsatolmadi.

XIX asrga kelib Rossiyada kapitalistik ishlab chiqarish usuli ta'siri ostida vaziyat o'zgara boshladi.

Jumladan Tartu (1802), Vilьnyus (1803), Qozon (1804), Xarkov (1805), Peterburg (1819), Kiev (1834), Odessa (1865), Varshava (1869), Tomsk (1888), Saratov (1909) larda universitetlar tashkil qilindi.

Dastlab bu universitetlarda o'quv ishlari, matematik adabiyotlar, jurnallar, so'ngroq esa ilmiy jamiyatlar ish boshladi. Faqat XIX asrning o'rtalariga kelib ilmiy faoliyat rivojlana boshladi.

1783 yili L.Eyler vafotidan so'ng pasayib ketgan matematik ijodiyot XIX asrning 20-yillariga kelib uyg'ona boshladi. Bunga asosiy sababchilar M.V.Ostrogradskiy (1801-1861), V.Ya.Bunyakovskiy (1804-1889) bo'ldilar.

Ukrainalik bo'lgan har ikkisi ham oliy matematik ma'lumotni Parijda oldilar. Ostrogradskiy 1828 yili Peterburgga qaytadi va 1830 yildan akademik bo'lib ishlay boshlaydi. U o'zining zamondoshlari Furbe, Laplas, Koshi, Puasson va boshqalar kabi ko'proq tatbiqiy masalalarni hal qilish bilan shug'ullanadi. Mexanika, matematik fizika, matematik analiz, algebra, sonlar nazariyasi, ehtimollik nazariyasi va boshqalar.

Birinchi ishi 1826 yili yozilgan (1832 e'lon qilingan) bo'lib, "Tsilindrik havzada suyuqlik sirtida to'lqin tarqalishiga oid" ishi. Keyinroq (1829) doiraviy sektor uchun tatbiq etadi. Peterburgga qaytgandan so'ng Puasson tenglamasini keltirib chiqarishni original usulini beradi. 1828 yili Furьe metodining umumlashmasini "Issiqlik nazariyasi haqida" maqolasida beradi.

Matematik analiz sohasida karrali integrallarni integrallash (1834); karrali integrallarda o'zgaruvchini almashtirish (1836); algebraik funktsiyalarni integrallash; chiziqli differentsial tenglamalar haqida (1838); differentsial tenglamalar sistemalarini echishning Nьyuton metodini qulaylashtirish (1835) va boshqalar.

Ehtimollik nazariyasi sohasida 6 ta maqola e'lon qilgan. Bular sug'urta masalalari, qimor o'yinlari, maxsulot sifatini statistik nazorat qilish va uning xatolari, ehtimollar nazariyasini sud ishiga tatbiq qilish.

Chebыshev P.L. (1821-1894) 1841 yili Moskva universitetini tamomlaydi. 1846 yili magistrlik dissertatsiyasini: "Ehtimollar nazariyasining elementar tahlili tajribasi", 1849 yili Peterburg universitetida doktorlik dissertatsiyasi: "Taqqoslamalar nazariyasi" yoqlaydi. 1853 yildan akademiyada ishlaydi. 80 dan ortiq ilmiy ishi bor. Piterburg matematika maktabini shakllanishida xizmati katta. U asosan sonlar nazariyasi, ehtimollar nazariyasi, funktsiyalar yaqinlashishi va polinomlar, integrallash sohalarida ish olib bordi.

Kovalevskaya S.V. (1850-1891) istefodagi generalning qizi, ma'lumotni asosan uyida oladi. V.O.Kovalevskiy bilan soxta nikohdan o'tadi va 1869 yili o'ermaniyaga ketadi. Berlinda u Veyershtrass rahbarligida ilmiy faoliyatini boshlaydi. 1874 yili o'ettingen dorilfununi "Xususiy hosilali tenglamalar nazariyasiga oid", "Saturn xalqalarining shakli haqida", "Uchinchi rang abelь integrallarining bir sinfini elliptik integrallarga keltirish haqida" ishlari uchun himoyasiz filosofiya doktori darajasini oladi. Shu yili u Rossiyagi qaytib keladi va 1883 yilgacha ishsiz yuradi. V.O.Kovalevskiy vafotidan so'ng Stokgolьm dorilfunungia ishga keladi va 1884 yildan boshlab professor bo'lib ishlaydi.

1888 yili "Qattiq jismni qo'zg'almas nuqta atrofida aylanishiga doir" ilmiy ishi uchun Parij FA ning mukofotiga, shu sohadagi boshqa ishi uchun Shvetsiya FA ning mukofotiga sazovor bo'ldi.

1891 yili Stokgolьmda vafot etdi.

Moskva matematik jamiyati 1864 yili Moskva dorilfununi (1755) qoshida tashkil topadi. 15 sentyabr 1864 yili birinchi yig'ilishida Brashman N.D. prezident qilib saylanadi, hammasi bo'lib 13 a'zo bor edi. Ular matematika bo'limlarini bo'lib oldilar. 1867 yildan boshlab "Matematik to'plam" chiqa boshladi. 1917 yilga qadar 971 ta ilmiy axborot tinglanib, shundan 640- matematika, 217-mexanika, 114-fizika va astronomiyaga oid.

Matematikani rivojining bunday sustligi xalqning ajratib qo'yilganligi, reaktsion va egoistik dunyoqarashlarning kuchliligidir.

Brashman, Davidov, Urusov, Sludskiy, Somov, Ershov, Lebedev, Jukovskiy, Peterson, Egorov XIX asr oxiriga kelib Moskvada tashkil topgan matematik maktablarning yirik namoyondalaridir.

"Rus aviatsiyasining otasi" bo'lmish Jukovskiy N.E. (1847-21) 1868 yili universitetni bitirgandan so'ng dorilfununda ko'p yillar davomida dars beradi. Matematik jamiyatga a'zo bo'lgandan (1876) so'ng 1905-21 yillarda uning prezidenti bo'lib ish olib boradi.

U 80 dan ortiq ilmiy ish qiladi: o'idrodinamikaga oid: kema chayqalishi masalasi, suv otuvchi reaktiv dvigatel, jismlarni suyuqlikda ishqalanishi va boshqalar.

Mexanikaga oid: qattiq jismni qo'zg'almas nuqta atrofida aylanishi, harakatning mutanosibligi va boshqalar.

Aerodinamika va aviatsiyaga oid: havoda suzish nazariyasi, qanotning ko'tarish kuchi, vint nazariyasi va boshqalar.

1904 yili Kuchinoda aerodinamik institut qurilishini boshqaradi. 1910 yili MVTU da aerodinamik laboratoriya tashkil etadi. Uning shogirdlaridan S.A.Chaplыgin, keyinchalik Kelьdыsh M.V.,Lovrentьev M.A. va boshqalar uning ishlarini davom ettirdilar.

XIX asr oxiri va XX asr boshlarida yuqorida aytilgan olimlar Rossiya matematiklarining bundan keyingi ishlari uchun zamin yaratadilar. Bu yosh olimlarni tez o'sishiga turtki bo'ladi. Jumladan: Luzin, o'olubev, Privalov, Stepanov, Aleksandrov, Kolmogorov, Menьshov, Urыson, Xыnchin va boshqalar Rossiya matematika maktabini asosini tashkil etadilar.

Tekshirish savollari:

1. XIX-XX asrlarda Rossiyada matematikaning axvoli kanday edi?

2. Peterburg ilmiy maktabi xakida nimalarni bilasiz?

3. Moskva ilmiy maktabi xakida nimalarni bilasiz?

IV bob. g`ozirgi zamon o'`zbek matematiklari qayoti va ijodidan namunalar

ªori Niyoziy Toshmuqammad Niyozovich

ªori Niyoziy Toshmuqammad Niyozovich (02.09.1897-17.03.1970) - 0'`zbek pedagogi, O'zbekiston Fanlar Akademiyasining akademigi (1943), O'zbekiston Fanlar akademiyasi birinchi prezidenti (1943-1947) O'zbekistonda xizmat k0'`rsatgan fan arbobi (1939), Davlat mukofoti laureati (1952).

ªori Niyoziy Peterburgdagi "Krug samoobrazovaniya" nashriyoti tabiatshunoslik b0'`limini (1911-1915) sirtdan muvaffaqiyatli bitirib, boshda Far¼ona shaxar xazinasida blanka t0'`ldiruvchi va sudda tarjimon b0'`lib ishladi. S0'`ngra (1917) respublikada birinchi 0'`zbek maktabini tashkil qildi. O'zbek tilida darslik etishmasligidan rus pedagoglari maslaxati bilan yangi maxalliy maktablar uchun "Tabiatdan bir parcha"(1919) darslik, q0'`llanma va metodik maqolalar yoza boshladi.

ªori Niyoziy SAo'U fizika – matematika fakulьtetida (1926-1929) 0'`qiyotganida 0'`zbek tilida birinchi b0'`lib matematikadan shu universitetda dars bera boshladi. Xar bir darsga puxta tayyorlanib ilmiy, metodik maqolalar, q0'`llanmalar yoza boshladi. Texnikum va oliy 0'`quv yurtlari uchun "Tekislik analitikasi" (1928), "Trigonomatriya va uning kosmografiyaga tatbiqi" (1929), "Sistemali qisob" q0'`llanmasi (1932; 4- nashri), "Simstemali trigonametriya kursi" (1973) kabi darslik va q0'`llanmalar yozdi. K0'`pgina asarlari qayta-qayta nashr etilib, mazmun va sifati yaxshilanib bordi.Bunga analitik geometriyadan qo'`llanma va darsliklar (1928, 1967), "Differentsial va integral qisob" (1939) kabi kitoblar misol bo'`la oladi.

ªori Niyoziy o'`z ustida tinmay ishlab bilim darajasini kengaytirdi. O'zi o'`qigan universitetda o'`qituvchi (1926-1931), professor (1931) va rektor (1931-1933) bo'`lib ishladi. O'rta Osiyo Paxtachilik irrigatsiya politexnika instituti, Toshkent davlat ppe-dagogika instituti, SAo'U va boshqa Oliy
o'`quv yurtlarida (1934-1936) – oliy matematika kafedralarini boshqardi va lektsiyalar o'`qidi. O'zbekiston maorif xalq komissari (1937-1943) O'zbe-
kiston fanlar akademiyasi prezidium a'zosi (1946-1960), fan tarixi jaqon Akademiya-sining muxbir a'zosi (1968-1970) bo'`ldi.

ªori Niyoziy matematika – pedagogika adabiyot va publitsistika, falsafa va axloqqa oid ommabop kitoblar va maqolalar yozdi. O'zbek madaniyati uzoq tarixiy taraq-qiyotga egaligini va xozirgi davrda gullab-yashnayotganini o'`z asarlarida etarli tas-virlay oladi.ªadimgi qo'`lyozmalar va bir qancha arxeologik qazilmalarni tadqiq etish natijasida yaratgan "Ulu¼bek va uning ilmiy merosi" (1950), "Bosib o'`tilgan yo'`l qa-qida muloqazalar"(1967, 1970), "O'zbekiston xalqlari tarixi" kabi asarlarida o'`zbek xalqi o'`tmishida yaratgan boy madaniy merosini oddiy, ravon va tushunarli tilda yozdi. "Xayot maktabi" (1964,1966) kitobida O'zbekistonda fan va madaniyat qurili-shida aktiv ishtirok etgan olimlar, jamoat arboblari va shaxsan o'`z meqnat faoliyati-ga doir ma'lumotlardan esdalik sifatida foydalandi.

ªori Niyoziy 1917 yilda Far¼onada birinchi boshlan¼ich maktabini ochdi va unda dars berdi. 1920 yil ªo'`qonda pedagogika texnikumi ochdi va 1925 yilgacha unga direktorlik qildi. U 1925 yil O'rta Osiyo davlat dorilfunining fizika matematika fakulьtetiga o'`qishga kirdi va uni 1929 yili tugatdi . Dorilfunında o'`qib yurganida quyi kurs studentlariga dars xam berdi. ªori – Niyoziy yangi tipdagi maktablar uchun o'`zbek tilida darsliklar, o'`quv qo'`llanmalar va metodik ko'rsatmalar: "Tabiatdan bir parcha" (Far¼ona, 1919), "Ochiq qavoda amaliy mash¼ulot" (Samarqand, 1927), "To'¼ri chiziqli trigonometriya" (Toshkent, 1929) va "Trigonometriyaning sistema-tik kursi" (Toshkent, 1930) va shu kabi boshqa asarlar yozdi.

ªori-Niyoziy birinchi bo'`lib "Ruscha-o'`zbekcha matematika terminlari lu¼ati"ni tuzdi va o'`zbek tilida oliy matematikaning boshlan¼ich bo'`limlari – anali-tik geometriya, differentsial va integral qisob, differentsial tenglamalar darsliklarini yaratdi. Uning 1928 yili arab alifbosida "Analitik geometriya asoslari", 1931 yili "Te-kislikda geometriya", 1932 yili "Fazoda analitik geometriya" va "Matematik analiz asosiy kursi" nashr etildi.

ªori-Niyoziy ajoyib pedagog edi. Uning shogirdlaridan bir gruppasi far¼onalik "13 ªaldir¼och" nomi bilan mashxur. Ulardan yirik mutaxassislar etishib chiqqan. Bu-lardan O'zbekiston Fanlar Akademiyasi akademigi T.Z.Zoqidov, Nizomiy nomidagi Toshkent Davlat Pedagogika institutining professori R.K.Otajonov va boshqlar.

ªori-Niyoziy ijodida matematika, astronomiya, fan, madaniyat va maorif tarixi katta o'rin tutadi. 1950 yili Moskvada rus tilida uning "Ulu¼bekning astronomiya maktabi" nomli monografiyasi bosilib chiqdi. Unda Ulu¼bek astronomiya maktabining vujudga kelishi tarixi, bu maktab va Ulu¼bekning rasadxonasida olib borilgan kuzatishlar, rasadxonaning asosiy quroli – sekstantning tuzilishi, ishlash printsiplarini batafsil bayon qilgan.

Sarimsoqov Toshmuqammad Alievich

Sarimsoqov Toshmuqammad Alievich 1915 yil 10 sentyabrda Andijon viloyatining Shaxrixon qishlo¼ida tavallud topgan. Unda matematika faniga nisbatan qiziqishi bolaligidan boshlangan. Matematikani o``rganish uchun bor imkoniyatlarini ishga solgan. Buning natijasida matematik olim jamoat arbobi, O'zbekiston fanlar akademiyasi akademigi (1943), O'zbekistonda xizmat ko``rsatgan fan arbobi (1960), meqnat qaxramoni(1990), fizika – matematika fanlari doktori. O'rta Osiyo universitetini tugatgan (1936), shu universitetda assistent, dotsent, professor va kafedra mudiri lavozimlarida o``z faoliyatini olib borgan.

Bundan tashqari universitet rektori, O'zbekiston Fanlar Akademiyasi vitse – prezidenti, O'zbekiston Oliy va o'rta maxsus ta'limi vaziri, O'zbekiston Fanlar Akademiyasi Prezdiumida maslaqatchi kabilarda xam ishlagan.

Vsevollod Ivanovich Romanovskiy (1879-1954)

V.I.Romanovskiy Toshkent matematika maktabining asoschisi, O'zbekiston Fanlar Akademiyasi akademigi (1943), Davlat mukofoti laureati (1948).

V.I.Romanovskiy Respublikamizda qozirgi matematika vujudga kelishida fidokorona meqnat qilgan. O'z ilmiy maktabini yaratgan. V.I.Romonovskiy Olmota shaqrida tu¼ilgan. 1900 yilda Toshkentdagi real bilim yurtini, 1906 yilda esa Peterburg universitetini tugatdi. 1908 yilda Toshkentga qaytib, real bilim yurtida matematika va fizika o``qituvchi bo``lib ishladi, 1911-1915 yilda V.I.Ramonovskiy Varshava universitetida, 1915 yildan Rostov-Don universitetida professor lavozimida xizmat qiladi. 1918 yildan umrining oxirigacha V.I.Romonovskiyning ilmiy pedagogik va jamoatchilik faoliyati Toshkent Davlat universiti bilan chambarchas bo¼liq. U fizika – matematika fakulьteti professori, dekani, umumiy matematika, eqtimolliklar nazariyasi va matematik statistika kafedralarida mudir bo``ldi.

Ma'lumki, tabiatdagi ko``p xodisalar tasodifiy xarakterga ega. Ular orasidagi bo¼lanish esa juda murakkab bo'lishi mumkin. g`odisalar orasidagi bo¼lanish konkret, ma'lum bir sxema bo``yicha bo``lgan xollar yaxshi o``rganilgan. Eqtimollar nazariyasida V.I.Ramonovskiyning Markov zanjirlari va uni turli yo``nalishda umumlashtirishga eqtimolliklar nazariyasining markaziy limit teoremasini ko``p o``lchovli xolga o``tkazishga oid tadqi qotlari muqim axamiyatga ega. Romanovskiy chekli xolatli bir jinsli Markov zanjirini mukammal tadqiq qildi. Uni o``rganishning matritsa usulini yaratdi. Matematik statistikada V.I.Romanovskiy o``zining tanlanma nazariyasiga doir ishlari bilan mashqurdir.

Tekshirish savollari:

1. Matematika o‘`qituvchilari uchun matematika tarixini bilishning ahamiyati va o‘`rni nimadan iborat?

A. Matematika tarixi fanini bilish fanni mantiqan va tarixan rivojlantirishning asosiy faktlarini va qonuniyatlarini to‘`g‘ri bili shva talqin qilish imkonini beradi.
B. Ilmiy dunyoqarashni shakllantiradi.
V. Asosiy faktlarni va qoeueiyatlarni bilishni taqozo etadi.
o‘. Olimlarning o‘`rnini aniqlashga yordam beradi.
D. Darsni qiziqarli o‘`tishga yordam beradi.

2. Matematika tarixini rivojlanish davrlari nechta?

A. 3 ta
B. 4 ta
V. 5 ta
o‘. 6 ta
D. yo‘`q

3. Unli sanoq sistemasi dastlab qaerda paydo bo‘`lgan?

A. Misrda
B. Bobilda
V. Ḱindistonda
o‘. Xitoyda
D. Evropada

4. O‘nli sanoq sistemasining dunyo bo‘`ylab tarqalishida qaysi olimning xizmatlari katta?

A. Al-Xorazmiy
B. Al-Beruniy
V. Al-Farg‘oniy
o‘. Umar Xayyom
D. Ibn sino

5. O‘nli kasrlarning kashfiyotchisi Kim?

A. Al-Xorazmiy
B. Kardano
V. Ulug‘bek
o‘. Jamshid Koshiy
D. Forobiy

6. Astrologiya fanining asoschilari kimlar?

A. Xitoyliklar
B. Yaponlar
V. Bobilliklar
o‘. Misrliklar
D. Evropaliklar

7. Matematikaning fan sifatida shakllanishi qaerdan boshlandi?
A. Rim
B. o'retsiya
V. Misr
o'. Ḱindiston
D. Rossiya
8. Deduktiv fan kontseptsiyasining muallifini toping.
A. Evklid
B. Demokrit
V. Aristotelь
o'. Ptolemey
D. Evdoks
9. Evklidning «Negizlar» asari nechta kitobdan iborat?
A. 10 ta
B. 13 ta
V. 12 ta
o'. 11 ta
D. 14 ta
10. Evklidning «Negizlar» asarida nechta aksioma va postulatlar bor?
A. 4 va 5 ta
B. 5 va 5
V. 5 va 4
o'. 4 va 6
D. 6 va 4
11. Miqdorlarning tengligi va tengsizligi haqidagi aksiomalar sistemasining muallifi kim?
A. Evdoks
B. Arximed
V. Evklid
o'. o'eron
D. Ptolemey
12. o'eronning $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ formulasining isboti qaysi asarda berilgan?
A. «Sferika»
B. «Metrika»
V. «Arifmetika»
o'. «To'`plamlar»
D. «Boshlang'ichlar»
13. Yunon matematikasidagi asosiy muammolar qaysi bandda to'`liq ko'`rsatilgan?
A. Kubni ikkilantirish
B. Burchakni teng ikkiga bo'`lish

V. Doirani kvadratlash
o′. A va B
D. A, B, V
14. «Konus kesimlari» kitobining muallifi kim7
A. Apolloniy
B. Arximed
V. o‘aliley
o′. Diofant
D. Arxit
15. Matematikada dastlabki simvolikaning boshlovchisi kim?
A. Diofant
B. Evklid
V. Aristotelь
o′. Arximed
D. o‘ippokrat
16. Kvadrat tenglamani echish algoritmini kiritgan olim kim?
A. Al-Xorazmiy
B. Al-Beruniy
V. Ibn Sino
o′. Koshiy
D. Abul Vafo
17. Al-Xorazmiyning tavallud topgan yili?
A. 873
B. 783
V. 773
o′. 883
D. 870
18. 1)«Ḱisob al-hind»; 2)«Suratul arz»; 3)»Kitob al-komil» asarlardan qaysilari Al-Xorazmiy qalamiga mansub?
A. 1;3
B. 2;3
V. 3
o′. 1;2
D. hech biri
19. O‘nli kasrlarni kashf etgan xalq?
A. Xitoy
B. Ḱindiston
V. Misr
o′. Bobil
D. Frantsiya
20. Sekans va kosekans chiziqlarini birinchi marta o‘`rgangan olimni toping.
A. Xorazmiy

B. Koshiy
V. Ulug'bek
o'. Abul Vafo
D. Karxiy.
21. «Tib qonunlari kitobi», «Bilim kitobi» asarlarining muallifini toping.
A. Ulug'bek
B. Ko'`xiy
V. Ibn Sino
o'. Beruniy
D. Tusiy
22. Abu Rayxon Beruniy tavallud topgan yilini toping.
A. 973
B. 983
V. 873
o'. 883
D. 993
23. Beruniyning 1030 yilda yozgan mashhur asarini ko'`rsating.
A. «Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar»
B. «o'eodeziya»
V. «Ḱindiston»
o'. «Minerologiya»
D. «Fikriy sekstanti bayoni haqida»
24. «o'eodeziya» va «Ḱindiston» asarlarining muallifi kim?
A. Al-Xorazmiy
B. Al-Beruniy
V. Ibn Sino
o'. Ko'`xiy
D. Karxiy
25. Umar Xayyom tavallud topgan yilni ko'`rsating.
A. 1048
B. 948
V. 1045
o'. 1050
D. 1024
26. «Ziji Malikshox» va «Mushkulot al-hisob» asarlarining muallifini toping.
A. Al-Beruniy
B. Umar Xayyom
V. Abul Vafo
o'. Ulug'bek
D. Koshiy
27. Umar Xayyom 1-, 2-, 3- darajali tenglamalarni nechta klassifikatsiyaga ajratib o'`rgangan?

A. 18
B. 24
V. 16
o'. 20
D. 22
28. Umar Xayyom konus kesimlar nazariyasini bayon etgan asarini toping.
A. «Ziji Malikshox»
B. «Al-jabr va-l-muqobala masalalarining isboti haqida»
V. «Mushkulot al-hisob»
o'. «Evklid kitobining kirish qismidagi qiyinchiliklariga sharx»
D. «o'eodeziya»
29. N.I.Lobachevskiy(1792-1856) geometriyasining yaratilishi tarixi Evklidning qaysi postulatini isbotlashga urinishlar natijasi hisoblanadi?
A. II postulat
B. III postulat
V. IV postulat
o'. V postulat
D. A va B
30. Tusiyning «To'`la to'`rtburchaklar haqida risola» asari nimaga bag'ishlangan?
A. Arifmetika
B. Algebra
V. o'eometriya
o'. Trigonometriya
D. Fizika
31. Qaysi banda Tusiyning asarlari to'`g'ri ko'`rsatilgan?
A. «Axloqi Nosiriy», «Ziji Elxoniy», «Tahriri Uqlidus», «To'`la to'`rtburchaklar haqida risola»
B. «Axloqi Nosiriy», «Ziji Elxoniy», «Ziji Malikshoh»
V. «Tahriri Uqlidus», «Ziji Elxoniy», «Ḱindiston»
o'. «Ziji Elxoniy», «Tahriri Uqlidus», «o'eodeziya»
D. «To'`la to'`rtburchaklar haqida risola», «o'eodeziya»
32. Tusiyning falsafiy asarini ko'`rsating.
A. «Axloqi Nosiriy»
B. «Ziji Elxoniy»
V. «Tahriri Uqlidus»
o'. «Ziji Malikshoh»
D. «Ḱindiston»
33. «Arifmetika kaliti» asarining muallifi kim?
A. Ulug'bek
B. Koshiy
V. Karxiy

o’. Tusiy
D. Umar Xayyom
34. Koshiy qaysi ilmiy markazda faoliyat ko’`rsatgan?
A. Donishmandlar uyida
B. Marog’a rasadxonasida
V. Isfaxon rasadxonasida
o’. Samarqand ilmiy markazida
D. Mustaqil ishlagan
35. Ulug’bekning mashhur asarini ko’`rsating.
A. «Arifmetika kaliti»
B. «Ḱindiston»
V. «Ko’`ragoniy yangi jadvali»
o’. «Malikshoh jadvali»
D. «Elxon jadvali»
36. Ulug’bek jadvalida nechta yulduz o’`rganilgan?
A. 1000
B. 1010
V. 1018
o’. 1020
D. 1016
37. Ulug’bek rasadxonasi qaysi shaharda joylashgan?
A.Toshkent
B. Samarqand
V. Farg’ona
o’. Buxoro
D. Xiva
38. Ulug’bek rasadxonasida ishlagan allomalar qaysi bandda to’`g’ri ko’`rsatilgan?
A. Ulug’bek, Koshiy, Rumiy, Birjoniy
B. Ulug’bek, Koshiy, Beruniy, Chalabiy
V. Ulug’bek, Tusiy, Koshiy, Birjoniy
o’. Ulug’bek, Tusiy, Koshiy, Chalabiy
D. Koshiy, Rumiy, Birjoniy, Tusiy
39. π ning 17 ta raqamini birinchi hisoblagan olimni toping.
A. Ulug’bek
B. Koshiy
V. Rumiy
o’. Beruniy
D. Tusiy
40. Ulug’bek rasadxonasining er sathidan balandligi qancha?
A. 10m
B. 15m

V. 20m
o'. 30m
D. 33m
41. Fibonachcho «Abjad kitobi»ni qachon yozgan?
A. 1200
B. 1202
V. 1204
o'. 1206
D. 1208
42. Birinchi marta 3-darajali tenglamani echishning umumiy yo'`lini topgan olim kim?
A. Ferro
B. Fiori
V. Tortalьya
o'. Kordano
D. Ferrari
43. 3-darajali tenglamani echishning umumiy usulini topgan olim kim?
A. Ferro
B. Fiori
V. Tartalьya
o'. Kordano
D. Ferrari
44. 4-darajali tengdlamani echish usulini topgan olim kim?
A. Kordano
B. Ferrari
V. Tartalьya
o'. Abelь
D. Bombelli
45. Kordano «Buyuk san'at yoki algebraning qoidalari» asarini qachon e'lon qilgan?
A. 1535 yilda
B. 1540 yila
V. 1545 yilda
o'. 1550 yilda
D. 1555 yilda
46. 5-darajali tenglamani radikallarda echib bo'`lmasligini isbotlagan olim kim?
A. Bombelli
B. Viet
V. Kordano
o'. o'alua
D. Abelь
48. 1591 yili elon qilingan «Analitik san'atga kirish» asarinin muallifi kim?

A. Bombelli
B. Viet
V. Abelь
o‘. Kordano
D. o‘alua
49. Logarifmlarning kashfiyotchisi kim?
A. Kepler
B. Neper
V. Leybnits
o‘. Paskalь
D. Nьyuton
50. B. Paskalь hisob mashinasini qachon kashf qilgan?
A. 1640 yilda
B. 1642 yilda
V. 1644 yilda
o‘. 1646 yilda
D. 1648 yilda
51. Kepler tomonidan planetalar harakatining qonuni qachon ochilgan?
A. 1600-1609 yillarda
B. 1609-1619 yillarda
V. 1619-1629 yillarda
o‘. 1609 yilda
D. 1619 yilda
52. Nьyuton butun olam tortishish qonunini qachon kashf qilgan?
A. 1676 yilda
B. 1680 yilda
V. 1686 yilda
o‘. 1690 yilda
D. 1696 yilda
53. «London qirollik jamiyati» qachon tashkil topgan?
A. 1660 yilda
B. 1661 yilda
V. 1662 yilda
o‘. 1663 yilda
D. 1664 yilda
54. Parij akademiyasi qachon tashkil topgan?
A. 1660 yilda
B. 1662 yilda
V. 1664 yilda
o‘. 1666 yilda
D. 1668 yilda
55. Peterburg akademiyasi qachon tashkil topgan?

A. 1720 yilda
B. 1725 yilda
V. 1730 yilda
o’. 1735 yilda
D. 1740 yilda
56. Moskva universiteti qachon tashkil topgan?
A. 1750 yilda
B. 1755 yilda
V. 1760 yilda
o’. 1765 yilda
D. 1770 yilda
57. «Ehtimollar nazariyasi»ning asoschisi kim?
A. Bernulli
B. Leybnits
V. Dekart
o’. Ferma
D. Nьyuton
58. Rene Dekartning matematikada tub burilish yasagan asarini ayting.
A. «Metod haqida mulohazalar»
B. «Yangi metod haqida»
V. «Koordinatalar metodi»
o’. «Universal matematika»
D. «Flyuksiyalar nazariyasi»
59. Fermaning «Tekislikdagi va fazodagi geometrik o’`rinlar nazariyasiga kirish» asarida matematikaning qaysi bo’`limiga asos solgan?
A. Algebra
B. Ehtimollar nazariyasi
V. Analitik geometriya
o’. Proektiv geometriya
D. Limitlar nazariyasi
60. Fazoda uch o’`lchovli to’`g’ri burchakli koordinatalar sistemasini kiritgan olim kim?
A. o’alua
B. Dekart
V. Ferma
o’. Klero
E. Leybnits
61. Bernulli «Taxmin qilish san’ati» asarida matematikani qaysi bo’`limini rivojlantirgan?
A. Ehtimolar nazariyasi
B. Flyuksiyalar nazariyasi
V. Sonlar nazariyasi

o’. Cheksiz kichiklar nazariyasi
D. To’`plamlar nazariyasi
62. Nьyutonning flyuksiyalar nazariyasining mazmuni nima?
A. Integral hisobi
B. Differentsial hisobi
V. Cheksiz kichiklarni hisoblash
o’. Limitlarni hisoblash
D. Qatorlarni hisoblash
63. Differentsial hisobining asoschilari kimlar?
A. Leybnits
B. Nьyuton
V. Leybnits-Nьyuton
o’. Vollis
D. Borrou
64. Nьyuton tavallud topgan yilni toping.
A. 1640
B. 1641
V. 1642
o’. 1643
D. 1644
65. Eylerning eng ajoyib yutuqlaridan biri nimada edi?
A. Mexanika bilan bog’liq
B. Algebra bilan bog’liq
V. Astronomiya va osmon mexanikasi bilan bog’liq
o’. o’eometriya
D. A, o’
66. Qavariq ko’`pyoqlikning uchlari(U), qirralari(Q) va yoqlari(Yo) sonini o’`zaro bog’lovchi formula(Eyler formulasi)ni ko’`rsating.
A. U-Q-Yo=2
B. U+Q+Yo=2
V. U+Q-Yo=2
o’. U-Q+Yo=2
D. –U-Q-Yo=2
67. Eylerning barcha asarlarining soni qancha?
A. 880
B. 886
V. 890
o’. 896
D. 900
68. Differentsial belgisini kiritgan olim kim?
A. Nьyuton
B. Leybnits

V. Lejandr
o’. Klero
D. Lagranj
69. Integral belgisini kiritgan olim kim?
A. Nьyuton
B. Leybnits
V. Eyler
o’. Furьe
D. Laplas
70. Noevklid geometriyasini asoschisi kim?
A. o’auss
B. Lobachevskiy
V. o’ilьbert
o’. Peano
D. Klero
71. o’eometriyani aksiomatik metod asosiga qurish qachon va kim tomonidan boshlangan?
A. 1882 yil Pash
B. 1889 yil Peano
V. 1899 yil Pieri
o’. 1899 yil o’ilьbert
D. 1871 yil Kantor
72. Kim eradan 100 yil dan ham avvalroq er sharini (tasavvurda) parallel va meridianlar bilan o’`rab, kenglik va uzunlik – hozir yaxshi ma’lum geografik koordinatalarni kiritib, ularni sonlar bilan belgilab chiqishni taklif etadi?
A. o’ipparx
B. Leybnits
V. Peano
o’. o’ilьbert
D. Kantor.

Javoblar:

1.A	13.D	25.A	37.B	49.B	61.A
2.B	14.A	26.o’	38.A	50.B	62.o’
3.V	15.A	27.B	39.B	51.B	63.V
4.A	16.A	28.B	40.D.	52.V	64.V
5.o’	17.B	29.B	41.B	53.V	65.V
6.V	18.o’	30.o’	42.A	54.o’	66.o’
7.B	19.B	31.A	43.o’	55.B	67.B

8.V	20.o‘	32.A	44.B	56.B	68.V
9.B	21.V	33.B	45.V	57.o‘	69.B
10.B	22.A	34.V	46.A	58.A	70.B
11.A	23.V	35.V	47.A	59.V	71.A
12.B	24.B	36.V	48.B	60.o‘	72.A

A D A B I Yo T L A R

1.Axmedov S.A. O'rta Osiyda matematika o'qitish tarixidan. T.: «O'qituvchi», 1977.

2. Abduraxmonov A. Al-Xorazmiy buyuk matematik. T.: «O'qituvchi», 1983.

3. Abduraxmonov A., Narmonov A., Normurodov N. Matematika tarixi. T.: O'zRMU, 2004.

4. Beruniy. Tanlangan asarlar. «Qonuni Mas'udiy». T.: «Fan», 1975.

5. Nazarov X., Ostonov Q. Matematika tarixi. T.: «O'qituvchi», 1996.

6.o'leyzer o'.I. Istoriya matematika v shkole. M.: Prosveщenie, 1964 .

7. Depman I. Iz istorii matematiki. M.: Prosveщenie, 1950 .

8. Stroyk D.Ya. Kratkiy ocherk istorii matematiki. M.: Nauka, 1984 .

9. Rыbnikov K.A. Istoriya matematiki. M.: Prosveщenie, 1964 .

10. Rыbnikov K.A. Vozniknovenie i razvitie matematicheskoy nauki. M.: Prosveщenie, 1987.

11. Xrestomatiya po istorii matematiki. Pod. red. A.P. Yushkevicha. M.: Prosveщenie, 1976.

12. Yushkevich A.P. Istoriya matematiki v srednie veka. M.: Nauka, 1961.

Mustaqil o'`rganish uchun mavzular
(referat ko'`rinishida tayyorlanadi)

1. Xorazmiy ijodi va hayoti.
2. Beruniy ijodi va hayoti.
3. Korxiy ijodi va hayoti.
4. Abul Vafo ijodi va hayoti.
5. Tusiy ijodi va hayoti.
6. Farg'oniy ijodi va hayoti.
7. 5-9 sinf matematikasida M.T. elementlari.
8. U.Ḱayyom ijodi va hayoti.
9. Ibn Sino ijodi va hayoti.
10. 10-11 sinf matematikasida M.T. elementlari.
11. Astronomiyani rivojlanish tarixidan.
12. Ulug'bek akademiyasi.
13. J.Koshi "Arifmetika asari".
14. Ḱozirgi zamon o'`zbek matematiklari.
15. O'rta asr O'rta Osiyolik allomalarda yasashga doir masalalarni hal etilishi.
16. Trigonometriyani rivojlanish tarixidan.
17. Bog'dod "donishlik uyi".
18. X-XII asrda yashagan buyuk allomalar.
19. Akademik litsey matematikasida matematika tarixi elementlari.
20. KXK matematikasida matematika tarixi elementlari.