U 45

N.X. ULUG'MURODOV

MATEMATIK STATISTIKA KURSI

$$S=\frac{\sigma}{\sqrt{n}};$$

$$\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i)^2/(n-1)}$$

22.172
U-45

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI

N. X. ULUG'MURODOV

MATEMATIK
STATISTIKA KURSI

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi Farmatsevtika va tibbiyot institutlari uchun o'quv qo'llanma sifatida tavsiya etgan

TDU KUTUBXONASI
XIXOZ 369464

TOSHKENT
«TURON-IQBOL»
2006

Taqrizchilar:

M.O.Otamirzayev	— Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat instituti «Amaliy matematika» kafedrasi dotsenti.
X.M.Komilov	— ToshFarmi «Biotexnologiya» kafedrasining mudiri, professor.
A.A.Abdushukurov	— O'zMU «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika» kafedrasining mudiri, professor.

Maxsus muharrir:

Aliyev X. U.	— ToshFarmi «Tibbiy fanlar» kafedrasining mudiri, professor

Mazkur qo'llanma tibbiyot va farmatsevtika oliy o'quv yurtlari uchun «Oliy matematika» fani dasturidan o'rin olgan «Matematik statistika kursi» dasturi bo'yicha ham nazariy, ham amaliy mashg'ulotlarni o'tkazish bo'yicha mavzularni o'z ichiga oladi. Shu bilan birga qo'llanmada amaliy hisoblash dasturlari ham keltirilgan bo'lib, bu esa talabalarning kompyuter savodxonligini oshirishga yordam beradi.

O'quv qo'llanma farmatsevtika institutlari va tibbiyot institutlarining farmatsevtika fakulteti talabalari uchun mo'ljallangan.

$$M\frac{1602010000-48}{M361(04)-2006}2006$$

ISBN 978-9943-14-017-2

© «Turon-Iqbol» nashriyoti, 2006-y.

SO'ZBOSHI

Ushbu qo'llanmani tayyorlash jarayonida farmatsevtika institutlari va tibbiyot institutlarining farmatsevtika fakultetlari talabalari uchun «Oliy matematika» fani bo'yicha tayyorlangan yangi dasturga to'liq rioya qilindi. Yangi dastur bo'yicha ma'ruza soatlari qisqartirilib, ko'proq mustaqil ish uchun vaqt ajratilgan, bu esa talabadan adabiyotlar bilan ko'p ishlashni taqozo etadi. Hozirgi vaqtda qo'llanmada keltirilgan mavzular bo'yicha adabiyotlar juda kam, borlari ham rus tilida bo'lib, yangi dastur talabiga mos kelmaydi.

Mazkur qo'llanma yuqoridagi mulohazalardan kelib chiqib talabalarga ham nazariy, ham amaliy mashg'ulotlarda zarur bo'ladigan materiallarni kiritgan holda tayyorlandi. Shu bilan birga qo'llanmada amaliy hisoblash dasturlari keltirilgan bo'lib, bu ularga hisoblashlarni tez va sifatli amalga oshirishlariga hamda ularning kompyuter savodxonligini oshirishga imkoniyat yaratadi.

Mavzularning nazariy qismi, misol va masalalari tibbiyot va farmatsevtika muammolariga asoslangan bo'lib, «Oliy matematika» fani dasturidagi «Matematik statistika»ga doir mavzularni tibbiyot va farmatsevtika jarayonlariga tatbiqi asosida chuqur o'zlashtirishlariga yordam beradi. Shuningdek, qo'llanmadan farmatsevtika va tibbiyot institutlarining o'qituvchilari, ilmiy xodimlari va aspirantlari ham foydalanishlari mumkin.

Qo'llanma bilan tanishib chiqib, qimmatli maslahatlari bilan uning sifatini yaxshilashda o'z hissalarini qo'shganliklari uchun Toshkent farmatsevtika instituti fizika, matematika va axborot texnologiyalari kafedrasi o'qituvchilariga, dasturlarni takomillashtirishdagi yordami uchun Milliy universitetning magistranti N. N. Ulug'murodovaga va taqrizchilarga o'z minnatdorchiligimni bildiraman.

Hurmatli kitobxonlarning qo'llanmaga oid o'z fikr-mulohazalarini minnatdorlik bilan qabul gilaman.

Muallif

KIRISH

XATOLIKLAR HAQIDA TUSHUNCHALAR

O'lchashlarni ikkiga bo'lish mumkin: *bevosita va bilvosita o'lchashlar.* Biror kattalikni bevosita o'lchash bu kattalikni birlik o'lchovi qilib qabul qilingan (etalon) bir jinsli kattalik bilan solishtirish, demakdir. Uzunlik, massa, temperatura, tok kuchi kabi kattaliklar bevosita o'lchov asboblari yordamida (turli masshtabdagi chizg'ichlar, tarozilar, termometr va ampermetrlarda) o'lchanadi. Bilvosita o'lchash biror kattalikni bevosita o'lchanishi mumkin bo'lgan kattaliklarning o'zaro funksional bog'lanishidan aniqlash, demakdir. Masalan, erkin tushish tezlanishi (g), matematik mayatnikning uzunligi (ℓ) va tebranish davri (T) bilan quyidagi funksional bog'lanishga ega: $g=4\pi^2\ell/T^2$, demak, g ni aniqlash uchun ℓ va T kattaliklar bevosita o'lchanadi.

Tajribalar jarayonida biror kattalik qiymatini aniqlash quyidagi tartibda olib boriladi:

1) mazkur tajriba jarayoniga doir asboblar o'rnatiladi;

2) asboblarning ko'rsatishlari tekshiriladi va ularning to'g'ri ishlashiga erishiladi;

3) o'lchashlar natijasidan foydalanib, u yoki bu kerakli formula yordamida izlanayotgan kattalikning qiymati aniqlanadi;

4) o'lchashlardagi xatoliklar hisoblanadi.

Tajriba o'tkazuvchining sezgi organlari, o'lchov asboblarining yetarli takomillashmaganligi sababli har qanday o'lchash ishlarida kattalikning taqribiy qiymati olinadi. Natijada har qanday o'lchash muayyan aniqlik bilangina bajarishni talab qiladi. Masalan, biror uzunlik 0,1 mm aniqlik darajasi bilan o'lchangan bo'lsa, u vaqtda uning haqiqiy qiymati o'lchanganida 0,1 mm dan ortiq farq qilmaydi.

O'lchash qiymati o'lchov asboblarining aniqligi bilan belgilanadi. Asbob aniqligi esa shkalaning eng kichik ulushi bilan berilib, u o'lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymatiga yaqinlashish darajasini belgilaydi. Bu kattalik asboblarning *aniqlik darajasi* deb ataluvchi kattalik bilan tavsiflanib, uning pasportiga yoki paneliga yozib qo'yiladi. Aniqlik darajasi mazkur asbobda o'lchanishi mumkin bo'lgan eng kichik qiymatni asbob strelkasi maksimal og'gandagi qiymatiga nisbatining 100% ga ko'paytirilganiga teng. Shuningdek, o'lchash aniqligiga tajriba o'tkazish jarayoni, tajriba o'tkazuvchining kuzatish holatlari ham ta'sir qiladi. Yuqorida ko'rib o'tilgan ta'sirlarni o'rganish va qiymatlarini hisobga olish maqsadida tajriba o'tkazish jarayoniga o'lchash xatoliklari degan tushuncha kiritiladi. Istalgan kattalikning haqiqiy qiymati va o'lchashdan olingan taqribiy qiymati orasidagi farq (ayirma) *o'lchash xatoligi* deb yuritiladi. O'lchash xatoliklarini uch turga bo'lish mumkin:

1. **Qo'pol xatoliklar yoki yanglishishlar** — tajriba olib boruvchining beparvo ishlashi, o'lchashlarning noto'g'ri bajarilishi kabi sabablarga ko'ra yuz beradi. Masalan, tajriba olib boruvchi biror jismni tarozida tortayotganda, 25 mg o'rniga 27 mg deb yoki ampermetr bilan tok kuchini o'lchayotganda 0,5 A o'rniga 5,0 A deb yozib qo'ysa, qo'pol xatolikka yo'l qo'ygan bo'ladi. Qo'pol xatolik xuddi shu asbob bilan qayta ish olib borishda yoki o'lchashlarni boshqa xodim bajarganda oshkor bo'lib qoladi. Qo'pol xatolikka yo'l qo'yilganda, o'lchanayotgan kattalikning qiymati boshqa o'lchashlar natijasidan keskin farq qiladi.

Odatda, qo'pol xatolik bilan bajarilgan o'lchash natijalarini hisoblashga kiritmasdan qoldirib yuboriladi. Qo'pol xatoliklar hech qanday qonuniyatga bo'ysunmaydi, ularga yo'l qo'ymaslik uchun o'lchashlarni diqqat bilan o'tkazish, o'lchash natijalarini to'g'ri yozish va qayta-qayta tekshirish lozim.

2. **Sistematik xatoliklar** — biror kattalikni bir necha marta takroriy o'lchashlarda bir xil ta'sir qiladigan sabablarga ko'ra vujudga keladigan, ya'ni muayyan usul va o'lchash asboblaridan foydalanilganda miqdori o'zgarmaydigan xatoliklardir.

O'lchov asboblarining noto'g'ri ko'rsatishi, o'lchov uslubining noto'g'ri tanlanishi yoki tajriba nazariyasining yetarlicha ishlab chiqilmaganligi sababli paydo bo'ladigan xatoliklar sistematik xatoliklarga kiradi. Bunday xatoliklar tashqi muhit ta'sirida, masalan, temperatura ta'sirida o'lchovchi qismlarning o'zgarishi, o'lchash va hisoblash jarayonida to'g'ri bo'lmagan ma'lumotlardan foydalanish orqali yuzaga keladi. Shuningdek, o'lchov asboblarining xatoligi ham sistematik xatoliklar qatoriga kiradi. ***Sistematik xatoliklar o'lchanuvchi yoki hisoblanuvchi kattalikning aniqligini belgilaydi,*** ya'ni ular haqiqiy qiymatdan yo ortiq, yoki kam bo'ladi. Bu turdagi xatolik kattaligini aniqlab, o'lchashlarga mos tuzatma kiritish mumkin.

3. **Tasodifiy xatoliklar** — subyektiv sabablarga ko'ra sodir bo'ladigan, muayyan usul va o'lchash asboblaridan foydalanilganda miqdori turlicha bo'ladigan, ya'ni sodir bo'lish sababini oldindan hisobga olib bo'lmaydigan va har qaysi o'lchashda turlicha sabab-

larga ko‘ra yo‘l qo‘yiladigan xatoliklardir. Bunday xatoliklar o‘lchash obyektida havoning turlicha tebranishi, tajriba o‘tkazuvchining hayajonlanishi, asbob shkalasining to‘liq yoritilmaganligi kabi hodisalar natijasida paydo bo‘ladi.

Alohida o‘lchashlardagi tasodifiy xatoliklarni oldindan bilish va butunlay bartaraf etish mumkin bo‘lmasa-da, *tajriba o‘tkazishda ehtiyotlikni oshirish va o‘lchash malakasini yuksaltirish bilan tasodifiy xatoliklarni aniqlashning matematik usullaridan foydalanib, bu xatoliklarni o‘lchashlarning oxirgi natijasiga ta’sirini kamaytirish mumkin. Biz bundan buyon o‘lchashlarda qo‘pol xatoliklarga yo‘l qo‘yilmagan, sistematik xatoliklar juda kichik bo‘lganligi uchun e’tiborga olinmagan deb qarab, o‘lchashlarning tasodifiy xatoliklarini aniqlash va hisoblash bilan shug‘ullanamiz.*

Tasodifiy xatoliklar ehtimollik nazariyasi qoidalaridan foydalanib hisoblanadi. Shulardan ba’zilarini ko‘rib chiqamiz.

Agar o‘lchashlar soni yetarlicha ko‘p bo‘lsa va aniqlangan qiymatlar bir-biridan farq qilsa, u holda tasodifiy xatolikni hisobga olish lozim bo‘ladi.

Aniqlangan kattaliklarning o‘rtacha arifmetik qiymati uning haqiqiy qiymatiga eng yaqin qiymat hisoblanadi. Masalan, biron kattalik x bevosita o‘lchov asbobi (chizg‘ich, termometr va h.k.) yordami bilan n marta o‘lchanib x_1, x_2, x_3, ..., x_n natijalar hosil qilinsin. Har bir o‘lchangan x_i kattalik x ning haqiqiy qiymatidan $\delta_{xi} = x_i - x$ miqdorga farq qiladi. δ_{xi} — miqdor δ_{is} — sistematik va d_{it} — tasodifiy xatoliklar yig‘indisiga ($\delta_{xi} = \delta_{is} + \delta_{it}$) teng bo‘lib, uning bizga noma’lum bo‘lgan qiymati haqida quyidagi fikrlarni bayon qilish mumkin:

1) δ_{xi} va x_i kattaliklar uzluksiz qiymatlarga ega bo‘lishlari mumkin;

2) o‘lchashlar soni ortishi bilan δ_{xi} ning bir-biriga yaqin qiymatlari (ishoralari turlicha bo‘lgan) ko‘proq paydo bo‘la boshlaydi;

3) bir-biridan sezilarli farq qiluvchi tasodifiy xatolik qiymatlari δ_{it} kamroq paydo bo‘la boshlaydi;

4) sistematik xatoliklar δ_{is} faqat asbob xatoligidan iborat bo‘lib, uning eng katta qiymati asbob bo‘lim bahosining (bir bo‘limga mos keluvchi o‘lchanayotgan kattalik) yarmiga teng deb qabul qilinadi.

Ehtimollik nazariyasiga ko‘ra yuqorida keltirilgan fikrlar bajarilgandagina olingan natijalarning o‘rtacha arifmetik qiymati

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1)$$

uning haqiqiy qiymatiga eng yaqin bo‘ladi. Bu qiymat ba’zan *tanlanma o‘rtacha qiymat* deb ham yuritiladi. $\bar{x}$ bu tasodifiy qiymatdir, chunki u ma'lum n to'plam (biror seriya tajribalar natijalari) uchun bir qiymatga ega bo'lsa, boshqa n (ikkinchi seriya tajribalari) uchun boshqa qiymatga ega bo'ladi.

Shunday qilib, o'lchash natijalari asosida o'rtacha qiymat, ya'ni haqiqiy qiymatga eng yaqin (1) qiymatni aniqlash mumkin ekan. Ehtimollik nazariyasi bu qiymatdan og'ishlarni belgilovchi kattaliklar haqida tushunchalar beradi.

Har bir tajriba natijasining o'rtacha arifmetik qiymatdan og'ishlari $\delta_i = \bar{x} - x_i$ ifoda orqali aniqlanadi. Δx_i qiymatlar ayrim o'lchashning *absolut xatoligi* deb ataladi va $\Delta x_i = |\bar{x} - x_i|$ ko'rinishda ifodalanadi. Absolut xatoliklarning o'rtacha arifmetik qiymati

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i \qquad (2)$$

o'rtacha arifmetik xatolikdir. O'rtacha arifmetik xatolikning olingan natijalarning o'rtacha qiymatiga nisbati

$$E = \left(\frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}}\right)\cdot 100\% \qquad (3)$$

esa *nisbiy xatolik* deb ataladi.

O'rtacha kvadratik xatolik o'lchangan kattalik o'rtacha qiymatining haqiqiy qiymatidan $(\bar{x} - \sigma < x < \bar{x} + \sigma)$ oraliqdagi og'ish darajasini belgilovchi kattalik bo'lib,

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i)^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - x_i)^2, \qquad (4)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i)^2} \qquad (5)$$

ifodalar bilan aniqlanadi va *tanlanma dispersiya* deb yuritiladi.

Tanlanma dispersiya σ^2 ham tasodifiy qiymat bo'lib, o'lchashlar ko'p bo'lganda, u *bosh dispersiya* deb ataluvchi aniq qiymat S^2 ga intiladi.

Ehtimollik nazariyasiga ko'ra tasodifiy kattalik x_i ning $(x - dx < x_i < x + dx)$ oraliqda bo'lish ehtimolligi quyidagi funksiya bilan belgilanadi:

$$P_0(x_i)dx = P(x - dx < x_i < x + dx). \qquad (6)$$

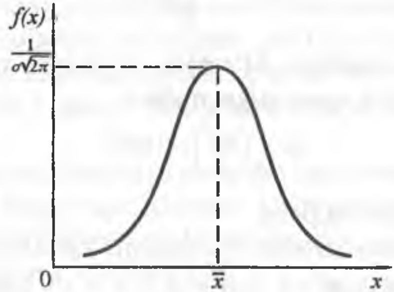
$P_0(x)$ ifoda x kattalikning *ehtimollik zichligi* deb ataluvchi funksiyadir. Agar bu funksiya ma'lum bo'lsa, u holda x kattalikning o'rtacha qiymati

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P_0(x_i)dx \tag{7}$$

ifodadan, dispersiyasi esa

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \bar{x})^2 P_0(x_i)dx \tag{8}$$

ifodadan aniqlanadi. Xususan, $P_0(x)$ kattallikning ehtimollik zichligi 1-rasmdagi egri chiziq ko'rinishiga ega bo'lsa, u holda $\bar{x}$ uning maksimumiga to'g'ri kelib, σ^2 bosh dispersiya egrilik kengligini ifodalaydi.



1-rasm.

Endi o'lchash aniqligi tushunchasini oydinlashtirib olaylik (bu hisoblash aniqligi emas). *O'lchash aniqligi* — bu birlik qiymatni aniqlashda yo'l qo'yiladigan xatolik. Bu qiymat turli yo'llar bilan aniqlanadi. Agar o'rtacha kvadratik xatolik asbob (sistematik) xatoligidan katta, ya'ni $\sigma >> \delta_{is}$ bo'lsa, u holda o'lchash usulining xatoligi o'rtacha kvadratik xatolik bilan belgilanadi va aksincha $\delta_{is} >> \sigma$ bo'lganda, asbob xatoligi bilan belgilanadi. Keyingi holda o'lchashlar sonining cheksiz ko'p bo'lishi shart emas. Birinchi holda, ya'ni $\sigma >> \delta_{is}$ tengsizlik bajarilganda δ_{is} ni hisobga olmasa ham bo'ladi. Bu holda tanlanma dispersiya

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \tag{9}$$

formula bilan ifodalanadi, bu yerda x o'lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymati. Ushbu tanlangan dispersiya bosh dispersiya bilan $S^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ ifoda ko'rinishida bog'lanadi. Amalda σ emas, balki S katlalik aniqlanishi mumkin bo'lgani uchun quyidagi ifodalarni yozish mumkin:

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\Delta x_i)^2 / n(n-1)} \tag{10}$$

bu yerda: (10) kattalik alohida tajribalar uchun *o'lchash aniqligi* deb yuritiladi.

O'lchashlar soni qancha ko'p bo'lsa, aniqlik shuncha katta bo'ladi, lekin amalda bunday qilish qiyin. O'lchash aniqligining (S) asbob xatoligidan kichik bo'lishi, masalan, asbob xatoligining yarmiga teng bo'lishi nazarda tutilsa, (10) va $S = \frac{1}{2}\delta_{is}$ ifodalarga asosan o'lchashlar sonini quyidagicha chegaralash mumkin:

$$n \approx \left(\frac{2S}{\delta_{is}}\right)^2. \tag{11}$$

Amalda o'lchashlar soni (11) ifoda bilan aniqlangan qiymatidan kamroq bo'lishi mumkin, shuning uchun o'lchashlarning ishonchlilik oralig'i va ishonchlilik ehtimolligi tushunchalari kiritiladi. *Ishonchlilik oralig'i* Δx_α o'rganilayotgan kattalikning haqiqiy qiymati ($\bar{x} \pm \Delta x_\alpha$) oraliqda bo'lish ehtimolligi α ga teng ekanligini belgilaydi, ya'ni

$$P(\bar{x} - \Delta x_\alpha < x < \bar{x} + \Delta x_\alpha) = \alpha. \tag{12}$$

Xatolikning qaysi turi (sistematik yoki tasodifiy) hal qiluvchi ahamiyatga ega ekanligiga qarab ishonchlilik ehtimolligi va ishonchlilik oralig'i turli yo'llar bilan aniqlanadi.

Agar asosiy xatolik sistematik xatolikdan iborat bo'lib, tasodifiy xatolik esa amalda juda kichik bo'lsa, u holda o'lchanadigan kattalikning $(\bar{x} - \sigma_{is}) < x < (\bar{x} + \sigma_{is})$ oraliqda bo'lish ehtimolligi 100 % ga teng deyish mumkin, ya'ni

$$P((\bar{x} - \sigma_{is}) < x < (\bar{x} + \sigma_{is})) \approx 1. \tag{13}$$

Tasodifiy xatoliklar katta bo'lgan hollarda (amalda ko'pincha shunday bo'ladi) qo'shimcha statistik gipotezalardan foydalaniladi. Bulardan asosiysi ehtimollik zichligining Gauss taqsimoti:

$$\alpha = P_0(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma}} \tag{14}$$

bo‘lib, bu o‘rtacha arifmetik qiymat xatoligining ishonchlilik ehtimolligini ilovadagi 3- jadvaldan

$$\varepsilon = \frac{\Delta x_\alpha}{s} = \frac{\Delta x_\alpha \sqrt{n}}{\sigma} \tag{15}$$

ifodaga ko‘ra topish mumkin.

Yuqoridagi formulalar va ilovadagi 3- jadval o‘lchashlar soni ko‘p ($n>30$) bo‘lganda o‘rinli bo‘ladi. Lekin hamma vaqt ham o‘lchashlar soni yetarlicha ko‘p bo‘lavermaydi. U holda tasodifiy xatolikning ishonchlilik ehtimolligini baholashda ilovadagi 3- jadvaldan emas, balki 4- jadvaldan foydalaniladi, chunki u o‘lchashlar soni ko‘p ($n>30$) bo‘lganda Gauss qonuni, o‘lchashlar soni kam ($n<30$) bo‘lganda Styudent qonuni bo‘yicha taqsimlangan bo‘ladi.

O‘lchashlar soni kam ($n<30$) bo‘lganda ishonchlilik oralig‘i $\Delta\bar{x}_\alpha$ quyidagicha aniqlanadi:

a) berilgan α ishonchlilik ehtimolligi qiymatiga va tajribalar soni n ga ko‘ra ilovadagi 4- jadvaldan Styudent koeffitsiyentining $t_{\alpha,n} = \frac{\Delta x_\alpha \cdot \sqrt{n}}{\sigma}$ qiymati topiladi.

b) $t_{\alpha,n}$ ning topilgan qiymatiga ko‘ra

$$\Delta x_\alpha = \frac{\sigma \cdot t_{\alpha,n}}{\sqrt{n}} = S \cdot t_{\alpha,n} \tag{16}$$

ifodadan ishonchlilik oralig‘i qiymati hisoblanadi va $\bar{x} - \Delta x_\alpha < x < \bar{x} + \Delta x_\alpha$ yoki $x = \bar{x} \pm \Delta x_\alpha$ ko‘rinishda haqiqiy qiymat yoziladi.

Ko‘pincha, fizik kattaliklar bilvosita aniqlanadi, ya’ni bevosita o‘lchanuvchi bir qancha kattaliklarning funksiyasi ko‘rinishida $N = N(x_1, x_2, ..., x_n)$ bo‘ladi. Bunday hollarda argumentlarning o‘rtacha qiymatlari topiladi va qidirilayotgan kattaliklarning $N = N\left(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n\right)$ qiymati uning haqiqiy qiymatiga eng yaqin bo‘ladi. Absolut va nisbiy xatoliklar quyidagi ifodalardan aniqlanadi:

$$dN = \pm\left\{\left|\frac{\partial N(x_1, x_2, ..., x_n)}{\partial x_1} dx_1\right| + \left|\frac{\partial N(x_1, x_2, ..., x_n)}{\partial x_2} dx_2\right| + ... \right.$$

$$\left. + \left|\frac{\partial N(x_1, x_2, ..., x_n)}{\partial x_n} dx_n\right|\right\}, \tag{17}$$

$$\frac{dN}{N} = \pm d\left[\ln N\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)\right]. \qquad (18)$$

Oxirgi ifodada x dan boshqa hamma qiymatlar o‘zgarmas deb hisoblanadi.

Shuningdek, biror fizik kattalikning o‘lchash usuli xatoligini tajriba o‘tkazmasdan oldin ham aniqlash mumkin. Buning uchun berilgan hisoblash formulasidan absolut va nisbiy xatoliklar aniqlanadigan ifodalar hosil qilinadi. Mazkur ifodalardagi xatoliklar o‘rniga asboblarning xatoligi, izlanayotgan qiymatlar o‘rniga esa ularning taqribiy (jadvaldan olingan) qiymatlari qo‘yiladi. O‘lchash usuli xatoliklarining bunday aniqlanishi tajriba o‘tkazuvchiga asboblarni to‘g‘ri tanlay bilish imkonini beradi. Ba’zi hollarda tanlangan usul to‘g‘ri emasligini ko‘rsatadi. Masalan, ichki ishqalanish koeffitsiyentini Stoks usuli bilan aniqlash lozim bo‘lsin deylik, buning uchun 0,1 mm aniqlikdagi shtangensirkul, 1 mm aniqlikdagi chizg‘ich, 0,2 s aniqlikdagi sekundomer va hisoblash formulasi $\eta = \frac{2(\rho-\rho_0)}{9h} gr^2 t$ dan foydalaniladi. U holda nisbiy xatolik quyidagicha aniqlanadi:

$$\frac{dr}{r} = \pm\frac{2}{9}\left(\frac{\partial(\rho-\rho_0)}{\rho-\rho_0} + \frac{\partial h}{h} + \frac{\partial g}{g} + 2\frac{\partial r}{r} + \frac{\partial t}{t}\right);$$

$$\frac{\partial h}{h} = \frac{0,1}{100}\cdot 100\,\% = 0,1\,\% \quad \text{(chizg‘ich bilan o‘lchanadi);}$$

$$\frac{\partial r}{r} = \frac{0,1}{0,4}\cdot 100\,\% = 25\,\%, \quad \text{(shtangensirkul bilan o‘lchanadi);}$$

$$\frac{\partial t}{t} = \frac{0,2}{4}\cdot 100\,\% = 5\,\%, \quad \text{(sekundomer bilan o‘lchanadi).}$$

$\frac{\partial(\rho-\rho_0)}{\rho-\rho_0}$ va $\frac{\partial g}{g}$ kattaliklar jadvaldan olinadigan ifodalar bo‘lib, juda kichik miqdorga ega.

Yuqorida keltirilgan ifodalar tahlil qilinganda, sharchalar radiusini o‘lchashda katta xatolikka (25 % gacha) yo‘l qo‘yilishi aniqlandi, uni kamaytirish uchun aniqligi kattaroq asbob — mikrometr ishlatilgani maqsadga muvofiqdir. Shu yo‘l bilan o‘lchash usulini mukammallashtirishga erishish mumkin.

1- masala. Sichqonlarda akrixinning geksenalli narkoz davomiyligiga ta’siri tekshirilgan. Bu sichqonlarning *«yonbosh holat»da* bo‘lish davomiyligiga ko'ra aniqlangan. Bunda geksenal eritmalari qorin pardasi ichiga 100 mg/kg miqdorda, akrixin eritmalarini ham qorin pardasi ichiga geksenal yuborilishidan 15 min oldin yuborilgan.

Nazorat tajribalarining birida 10 ta sichqonga faqat geksenal yuborilgan va narkozning davomiyligi bo'yicha quyidagi natijalar olingan (minutlarda):

$$x_1 = (35;\ 83;\ 24;\ 53;\ 17;\ 20;\ 60;\ 71;\ 62;\ 39).$$

Tajriba guruhlaridan ikkinchisida ham 10 ta sichqon olinib, ularga geksenal yuborishdan oldin akrixin 150 mg/kg miqdorda yuborilgan va narkozning davomiyligi bo'yicha quyidagi natijalar olingan (minutlarda):

$$x_2 = (214;\ 125;\ 75;\ 78;\ 114;\ 110;\ 93;\ 100;\ 87;\ 174).$$

1) shu miqdorlarning o'rtacha arifmetik (haqiqiy) qiymati aniqlansin;

2) o'rtacha kvadratik xatolik (tanlanma dispersiya) aniqlansin;

3) o'lchashlar aniqligi hisoblansin;

4) shu miqdorlarning ishonchlilik oralig'i aniqlansin;

5) shu miqdorlarning o'rtacha qiymatlari baholansin.

1) Miqdorlarning o'rtacha arifmetik (haqiqiy) qiymati. Olingan natijalarning qiymatlari hosil qilgan sonli qatorlardan ko'rinib turibdiki, qiymatlar juda tarqoq bo'lib, biror qonuniyatni ifodalamaydi. Bu qatorlarga miqdoriy baho berish uchun ularning tarqoqlik darajalarini xarakterlovchi o'rtacha arifmetik (haqiqiy) qiymatlarini hisoblash zarur. Buning uchun (1) formuladan foydalanamiz ($n=10$ tajribalar soni):

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i .$$

$$\bar{x}_1 = (35+83+24+53+17+20+60+71+62+39)/10 = 464/10 = 46{,}4 \text{ min.}$$

$$\bar{x}_2 = (214+125+75+78+114+110+93+100+87+174)/10 =$$

$$= 1170/10 + 117{,}0 \text{ min.}$$

Natijalar birinchi guruh sichqonlarda narkozning davomiyligi o'rtacha 46,4 minut, ikkinchi guruh sichqonlarda esa o'rtacha 117,0 minut ekanligini ko'rsatmoqda. Bu ikki o'rtacha qiymat farqli. Endi shu farq xatolik natijasi emasligini asoslashimiz kerak. Buning uchun o'rtacha kvadratik xatolikni (tanlanma dispersiyani) hisoblaymiz.

2) *o'rtacha kvadratik xatolik* (tanlanma dispersiya)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i)^2}$$

muladan hisoblab topiladi. Buning uchun oldin quyidagi 1- va hisoblash jadvallarini to'ldiramiz va topilgan qiymatlarni formulaga yib hisoblashlarni bajaramiz:

1-jadval

Hayvonlarning nazorat guruhi uchun

x_i	$\bar{x}_i$	$\bar{x}_i - x_i$	$(\bar{x}_i - x_i)^2$
35	464/10=46,4	−11,4	129,96
83		+36,6	1339,56
24		−22,4	501,76
53		+6,6	43,56
17		−29,4	864,36
20		−26,4	696,96
60		+13,6	184,96
71		+24,6	605,16
62		+15,6	243,36
39		−7,4	54,76
464		0	4664,4

$$n_1 = 10; \quad \sigma_1 = \sqrt{\frac{4664{,}4}{(10-1)}} = \sqrt{\frac{4664{,}4}{9}} = 22{,}8\ \text{min}.$$

2-jadval

Hayvonlarning tajriba guruhi uchun

x_i	$\bar{x}_i$	$\bar{x}_i - x_i$	$(\bar{x}_i - x_i)^2$
214	1170/10=117	+97	9409
125		+8	64
75		−42	1764
78		−39	1521
114		−3	9
110		−7	49
93		−24	576
100		−17	289
87		−30	900
174		+57	3249
1170		0	17830

$$n_2 = 10; \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{17830}{(10-1)}} = \sqrt{\frac{17830}{9}} = 44{,}5\ \text{min}.$$

Hisoblashlar natijalaridan ko'rinib turibdiki, nazorat guruhi uchun tanlangan hayvonlarda olib borilgan tajribalarda o'rtacha kvadratik xatolik σ_1=22,8 min bo'lganda narkozning ta'sir etish vaqti o'rtacha $\bar{x}_1$ =46,4 minut, tajriba guruhi uchun tanlangan hayvonlar uchun o'rtacha kvadratik xatolik σ_2=44,5 min bo'lganda narkozning ta'sir etish vaqti o'rtacha $\bar{x}_2$ =117 minut bo'lar ekan.

3) *tajribalardagi o'lchashlar aniqligi*

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i)^2/n(n-1)}$$

ifodadan quyidagicha topiladi:

$$S_1=22,8/\sqrt{10}=22,8/3,16=7,2 \text{ min};$$

$$S_2=44,5/\sqrt{10}=44,5/3,16=14,1 \text{ min}.$$

Bularga ko'ra narkozning ta'sir etish vaqti o'rtacha davomiyligini birinchi guruh sichqonlar uchun 46,4±7,2 min, ikkinchi guruh sichqonlar uchun 117,0±14,1 min deb yozish mumkin.

4) *ishonchlilik oralig'i aniqlansin.* Topilgan o'lchash aniqligini baholash uchun uning berilgan ishonchlilik ehtimolligiga ko'ra ishonchlilik oralig'ini topish kerak. Farmakologik tadqiqotlarda asosan ishonchlilik ehtimolligi $P=\alpha=0,05$, ya'ni 95 % olinadi. Bunga ko'ra bizning masalamizda $n=10<30$ bo'lgani uchun ishonchlilik oralig'ining (Δx_α) qiymati

$$\Delta x_\alpha = (\sigma \cdot t_{\alpha,n}) / \sqrt{n} = S \cdot t_{\alpha,n}$$

ifodadan quyidagicha topiladi. Ilovadagi 4- jadvaldan $n = k = 10$ va $\alpha = 0,05$ qiymatlar bo'yicha $t_{005,10}$ ning qiymati topiladi:

$t_{\alpha.n}= t_{005,10}=2,3;$

$\Delta x_\alpha= \sigma_1 \cdot t_{005,10} = 7,2 \text{ min} \cdot 2,3 = 16,56 \text{ min};$

$\Delta x_\alpha= \sigma_2 \cdot t_{005,10} = 14,1 \text{ min} \cdot 2,3 = 32,43 \text{ min};$

$\bar{x}_1 - \Delta x_{1\alpha} =46,4 - 16,56=29,84 \text{ min};$

$\bar{x}_1 + \Delta x_{1\alpha} =46,4 + 16,56=62,96 \text{ min};$

$\bar{x}_2 - \Delta x_{2\alpha} =117,0-32,43=84,57 \text{ min};$

$\bar{x}_2 + \Delta x_{2\alpha} =117,0 + 32,43=149,43 \text{ min};$

$\bar{x}_1 = 46,4\ (29,84 - 62,96)$ minut;

$\bar{x}_2 = 117,0\ (84,57 - 149,43)$ minut.

5) *O'rtacha qiymatlar baholansin.* Yuqoridagi hisoblashlar na-
ijasidan ko'rinib turibdiki, tajriba va nazorat guruhlari uchun
lingan sichqonlarga narkoz ta'sir muddatining o'rtacha qiymat-
ari P=0,05 ishonchlilik ehtimolligi bilan ishonchlilik oralig'ida
o'lar ekan, ya'ni topilgan o'rtacha qiymatlar haqiqiy qiymatni
fodalar ekan. Ikkala guruh uchun narkozning ta'sir muddati
urlicha.

I bob. MATEMATIK STATISTIKA ELEMENTLARI

1.1. MATEMATIK STATISTIKANING VAZIFALARI

Ommaviy (yalpi) tasodifiy hodisalar bo'ysunadigan qonuniyat-larni aniqlash statistikaning vazifalaridan bo'lib, uni hal etish kuzatish natijalarini o'rganishga asoslangan.

Matematik statistikaning *birinchi vazifasi* statistik ma'lumotlarni to'plash va guruhlash usullarini ko'rsatishdir.

Matematik statistikaning *ikkinchi vazifasi* statistik ma'lumotlar-ni tahlil qilish usullarini tadqiqot masalalariga muvofiq ishlab chiqarishdir.

U yoki bu hodisalarni matematik statistika usullari bilan o'rga-nish fan-texnika, ishlab chiqarish, xalq xo'jaligi, qishloq xo'jaligi va amaliyot olg'a suradigan ko'plab masalalarni (texnologik jarayonni to'g'ri tashkil etish, maqsadga muvofiq qilib rejalashtirish va h.k.) hal etishda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi.

Shunday qilib, *matematik statistikasining vazifasi ilmiy va nazariy xulosalar hosil qilish maqsadida statistik ma'lumotlarni to'plash va ishlab chiqarish usullarini yaratishdan iborat.*

1.2. BOSH VA TANLANMA TO'PLAMLAR

Tajriba uchun tayyorlangan kam miqdordagi dorilar to'plami-ning har bir elementini (bir tabletka, bir pachka, bir flakon va h.k.) tekshirish mumkin, lekin zavod ishlab chiqarayotgan ko'p miqdor-dagi dorilar to'plamining har bir elementini tekshirish jismonan mumkin emas. Bunday hollarda to'plamdan chekli sondagi obyektlar tasodifiy ravishda olinadi va ular o'rganiladi.

Tanlanma to'plam yoki, oddiy aytganda, *tanlanma* deb tasodifiy ravishda tanlab olingan obyektlar to'plamiga aytiladi.

Bosh to'plam deb tanlanma ajratiladigan obyektlar to'plamiga aytiladi.

To'plam (bosh yoki tanlanma to'plam) *hajmi* deb bu to'plamda-gi obyektlar soniga aytiladi. Masalan, 1000 shisha doridan 100 shisha dori tekshirish uchun olingan bo'lsa, u holda bosh to'plam hajmi $N=1000$, tanlanma to'plam hajmi esa $n=100$.

Tanlanma tuzishda ikki xil yo'l tutish mumkin: obyekt tanlanib, uning ustida kuzatish o'tkazilgandan so'ng, u bosh to'plamga yo qaytarilishi, yoki qaytarilmasligi mumkin. Bunga muvofiq ravishda tanlanmalar takror va notakror tanlanmalarga ajraladi.

Takror tanlanma deb, shunday tanlanmaga aytiladiki, bunda olingan obyekt (keyingilarni olishdan oldin) bosh to'plamga qaytariladi.

Notakror tanlanma deb, tanlangan element yana bosh to'plamga qaytarilmaydigan tanlanmaga aytiladi.

Amaliyotda tanlashning turli usullari qo'llaniladi. Bu usullarni prinsip jihatdan ikki turga bo'lish mumkin:

1. Bosh to'plam qismlarga ajratilishini talab qilmaydigan tanlash, bunga quyidagilar kiradi:

a) oddiy qaytarilmaydigan tasodifiy tanlash;

b) oddiy qaytariladigan tasodifiy tanlash.

2. Bosh to'plam qismlarga ajratilgandan keyin tanlash. Bunga quyidagilar kiradi:

a) tipik tanlash;

b) mexanik tanlash;

d) seriyali tanlash.

Bosh to'plamdan elementlar bittalab olinadigan tanlash *oddiy tasodifiy tanlash* deyiladi. Oddiy tanlashni turli usullar bilan amalga oshirish mumkin. N hajmli bosh to'plamdan n ta obyekt tanlashda quyidagicha yo'l tutiladi. Kartochkalar olinib, ular 1 dan N gacha nomerlanadi. So'ngra ular yaxshilab aralashtiriladi va ixtiyoriy bitta kartochka olinadi. Shu olingan kartochka bilan bir xil nomerli obyekt tekshiriladi. Keyin kartochka dastaga qaytariladi va jarayon takrorlanadi, ya'ni kartochkalarni aralashtirib, ulardan biri ixtiyoriy olinadi va h.k. n marta shu jarayon takrorlanadi, natijada n hajmli oddiy takror tasodifiy tanlanma hosil qilinadi.

Agar kartochkalar qaytarilmasa, u holda tanlanma oddiy notakror tasodifiy tanlanma bo'ladi.

Bosh tanlanmaning hajmi katta bo'lganda tasvirlangan bu jarayon ko'p mehnat talab qiladi. Bunday holda «tasodifiy sonlar» ning tayyor jadvalidan foydalaniladi, ularda sonlar tasodifiy tartibda joylashgan bo'ladi. Nomerlangan bosh to'plamdan, masalan, 50 ta obyekt olish uchun tasodifiy sonlar jadvalining ixtiyoriy sahifasini ochib, undan birdaniga 50 ta son yozib olinadi: tanlanmaga nomerlari yozib olingan sonlar bilan bir xil obyektlar kiritiladi. Agar jadvalning tasodifiy soni N dan katta bo'lsa, u holda bunday son tushirib qoldiriladi. Takrorsiz tanlanma bo'lgan holda jadvalning ilgari uchragan sonlari ham tushirib qoldiriladi.

Tipik tanlash deb, shunday tanlashga aytiladiki, bunda obyektlar butun bosh to'plamdan emas, balki uning «tipik» qismlaridan olinadi. Masalan,

TDIU Kutubxonasi 369464

bir dori bir necha sexda ishlab chiqarilayotgan bo'lsa, u holda tanlash barcha dorilar to'plamidan emas, balki har bir sex mahsulotlaridan ayrim olinadi. Tipik tanlashdan tekshirilayotgan parametr bosh to'plamning turli tipik qismlarida sezilarli o'zgarib turganda foydalaniladi.

Mexanik tanlash deb, shunday tanlashga, aytiladiki, bunda bosh to'plam tanlanmaga nechta obyekt kirishi lozim bo'lsa, shuncha guruhga mexanik ravishda ajratiladi va har bir guruhda bittadan obyekt tanlanadi.

Masalan, dorixonada tayyorlangan dorining 100 shishasidan 20 protsentini ajratib olish lozim bo'lsa, u holda har bir yigirmanchi shishadagi dori olinadi va hokazo.

Seriyali tanlash deb, shunday tanlashga aytiladiki, bunda obyektlar bosh to'plamdan bittalab emas, balki «seriyalab» olinadi va ular yalpisiga tekshiriladi. Masalan, analgin tabletkasi katta guruh stanok-avtomatlar tomonidan tayyorlanayotgan bo'lsa, u holda faqat bir necha stanokning tabletkalari yalpisiga tekshiriladi.

Seriyali tanlashdan tekshirilayotgan parametr turli seriyalarda uncha o'zgarmagan holda foydalaniladi.

Amaliyotda ko'pincha aralash tanlashdan foydalaniladi, bunda yuqorida ko'rsatilgan usullardan birgalikda foydalaniladi.

1.3. TANLANMANING STATISTIK TAQSIMOTI VA TAQSIMOTNING EMPIRIK FUNKSIYASI

Bosh to'plamdan tanlanma olingan. Bunda X_1 qiymat n_1 marta, X_2 qiymat n_2 marta va hokazo kuzatilgan hamda $\sum n_i = n$ bo'lsin. Bu yerdagi kuzatilgan X_i qiymatlar *variantalar*, variantalarning ortib borishi tartibida yozilgan ketma-ketligi *variatsion qator* deyiladi. Kuzatishlar soni n_i *chastotalar*, chastotalarning ularning tanlanma hajmi n_i ga nisbati ($n_i/n = W_i$) *nisbiy chastotalar* deyiladi.

Tanlanmaning statistik taqsimoti deb, variantalar va ularga mos chastotalar yoki nisbiy chastotalar ro'yxatiga (jadvaliga) aytiladi. Statistik taqsimotni yana oraliq'lar va ularga tegishli chastotalar ketma-ketligi ko'rinishida ham berish mumkin (intervalga mos chastota sifatida bu intervalga tushgan chastotalar yig'indisi qabul qilinadi).

Shunday qilib, *taqsimot* deyilganda ehtimollik nazariyasida tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari va ularning ehtimolliklari orasidagi moslik, *matematik statistikada* esa kuzatilgan variantalar va ularning chastotalari yoki nisbiy chastotalari orasidagi moslik tushuniladi.

1.1-masala. Hajmi 30 bo'lgan tanlanmaning chastotalari taqsimoti berilgan (1.1-jadval).

1.1-jadval

X_i	3	5	8	14
n_i	9	12	6	3

Nisbiy chastotalar taqsimotini yozing.

Yechilishi. Nisbiy chastotalarni topamiz. Buning uchun chastotalarni tanlanma hajmiga bo'lamiz:

$n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 9 + 12 + 6 + 3 = 30;$ $n = 30;$

$W_1 = n_1/n = 9/30 = 0{,}30;$ $W_2 = n_2/n = 12/30 = 0{,}40;$

$W_3 = n_3/n = 6/30 = 0{,}20;$ $W_4 = n_4/n = 3/30 = 0{,}10.$

Nisbiy chastotalar taqsimotini yozamiz (1.2- jadval).

1.2-jadval

Xi	3	5	8	14
W_i	0,30	0,40	0,20	0,10

Tekshirish: $0{,}30 + 0{,}40 + 0{,}20 + 0{,}10 = 1.$

x son uchun chastotalarning statistik taqsimoti ma'lum bo'lsin. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: n_X — belgining x dan kichik qiymati kuzatilgan kuzatishlar soni; n — kuzatishlarning umumiy soni (tanlanma hajmi).

Ma'lumki, $X_1 < x$ hodisaning nisbiy chastotasi (n_X/n) ga teng, agar x o'zgaradigan bo'lsa, nisbiy chastotasi ham o'zgaradi, ya'ni (n_X/n) nisbiy chastota x ning funksiyasidir. Bu funksiya *empirik* (tajriba) yo'li bilan topiladigan bo'lgani uchun u *empirik funksiya* deyiladi.

Taqsimotning empirik funksiyasi (*tanlanmaning taqsimot funksiyasi*) deb, har bir x qiymat uchun $X < x$ hodisaning nisbiy chastotasini aniqlaydigan $F^*(x)$ funksiyaga aytiladi:

$$F^*(x) = n_X/n, \tag{1.1}$$

bu yerda: n_X— shu x dan kichik variantalar soni, n -- tanlanma hajmi [2].

Bosh to'plam taqsimotining $F(x)$ integral (taqsimotning integral) funksiyasi deb har bir x qiymat uchun X_i tasodifiy miqdorning x dan kichik qiymat qabul qilish ehtimolini aniqlovchi $F(x)$ funksiyasiga aytiladi, ya'ni

$$F(x) = P(X_i < x) \tag{1.2}$$

$F(x)$ funksiya tanlanma taqsimotining empirik funksiyasidan farqli o'laroq *taqsimotning nazariy funksiyasi* deyiladi. Empirik va nazariy funksiyalar orasidagi farq quyidagicha: $F(x)$ nazariy funksiya hodisaning ehtimolini, $F^*(x)$ empirik funksiya esa shu hodisaning o'zining nisbiy chastotasini aniqlaydi.

$F^*(x)$ va $F(x)$ sonlar bir-biridan kam farq qiladi va $F^*(x)$ funksiya $F(x)$ funksiyaning barcha xossalariga ega. Darhaqiqat, $F^*(x)$ funksiyaning ta'rifidan uning quyidagi xossalari kelib chiqadi:

1) $F^*(x)$ — kamaymaydigan funksiya;

2) empirik funksiyaning qiymatlari [0; 1] kesmaga tegishli;

3) agar X_i — eng kichik varianta bo'lsa, u holda $X_i < x$ da $F^*(x)=0$; X_k — eng katta varianta bo'lsa, u holda $x > X_k$ da $F^*(x)=1$.

Demak, tanlanma taqsimotining empirik funksiyasi bosh to'plam taqsimotining nazariy funksiyasini baholash uchun xizmat qiladi.

Statistik taqsimotni grafik ravishda tasvirlash uchun poligon va gistogrammadan foydalaniladi. Poligon taqsimot qiymatlari diskret, gistogramma taqsimot qiymatlari uzluksiz bo'lganda qo'llaniladi.

X_i variantalar va shu variantalarning har bir qiymatiga mos n_i chastota qiymatlaridan hosil qilingan $(X_i;\ n_i)$ nuqtalarni tutashtiradigan siniq chiziq chastotalar poligoni va $(X_i;\ W_i)$ nuqtalarni tutashtiradigan siniq chiziq *nisbiy chastotalar poligoni* deb ataladi (W_i — nisbiy chastota) (1.2- va 1.3- rasmlar).

Asoslari h uzunlikdagi oraliqlar, balandliklari esa (n_i/h), (W_i/h) nisbatlarga teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklardan iborat pog'onaviy shakl *chastotalar (nisbiy chastotalar) gistogrammasi* deb ataladi (1.4- va 1.5-rasmlar).

Bu yerda: n_i/h — chastota zichligi,

W_i/h — nisbiy chastotalar zichligi.

1.2- masala. Ushbu taqsimotning empirik funksiyasini toping (1.3-jadval).

1.3-jadval

X_i	5	7	10	15
n_i	2	3	8	7

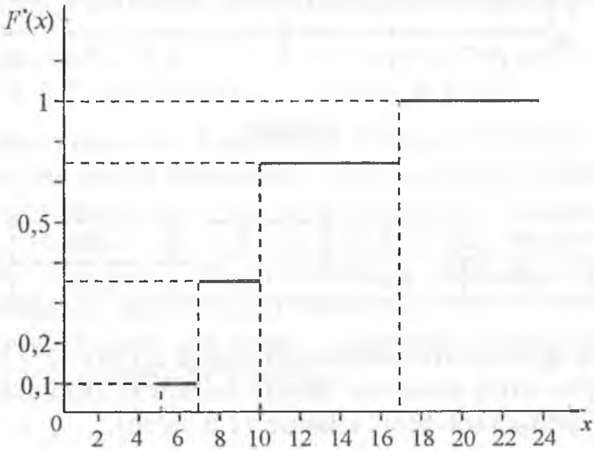
Yechilishi. Tanlamaning hajmini topamiz: $n = \sum n_i = 2 + 3 + 8 + 7 = 20$. $x \le 5$ bo'lganda eng kichik varianta 5 ga teng ($x = 5$), demak, $F^*(x) = 0$, $x_i < 7$ qiymatlarda $X_1 = 5$ qiymat 2 marta kuzatilgan, demak, $5 < x \le 7$ bo'lganda, $F^*(x) = 2/20 = 0{,}1$. $x < 10$ qiymatlarda $X_1 = 5$, $X_2 = 7$ qiymatlar $2 + 3 = 5$ marta kuzatilgan, demak, $7 < x \le 10$ bo'lganda, $F^*(x) = 5/20 = 0{,}25$.

$x < 15$ qiymatlar, ya'ni $X_1 = 5$, $X_2 = 7$ va $X_3 = 10$ qiymatlar $2 + 3 + 8 = 13$ marta kuzatilgan, demak, $10 < X \le 15$ bo'lganda, $F^*(x) = 13/20 = 0{,}65$.

$x < 15$ bo'lganda $X = 15$ eng katta varianta bo'lgani uchun $F^*(x) = 1$. Izlanayotgan empirik funksiyani yozamiz:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0{,}00, & x \le 5 \quad \text{bo'lganda,} \\ 0{,}10, & 5 < x \le 7 \quad \text{bo'lganda,} \\ 0{,}25, & 7 < x \le 10 \quad \text{bo'lganda,} \\ 0{,}65, & 10 < x \le 15 \quad \text{bo'lganda,} \\ 1{,}00, & x > 15 \quad \text{bo'lganda.} \end{cases}$$

Bu funksiyaning grafigi 1.1- rasmda tasvirlangan.



1.1-rasm.

1.3-masala. Ushbu taqsimotning chastotalari va nisbiy chastotalari poligonlarini yasang (1.4-jadval):

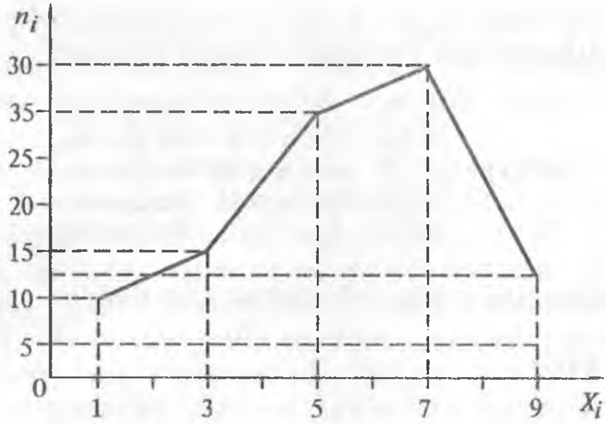
1.4-jadval

X_i	1	3	5	7	9
n_i	10	15	30	33	12

Yechilishi. Abssissalar o'qida X_i variantalarni, ordinatalar o'qida esa ularga mos n_i chastotalarni qo'yamiz. $(X_i;\ n_i)$ nuqtalarni to'g'ri chiziq kesmalari bilan tutashtirib, izlanayotgan chastotalar poligonini hosil qilamiz (1.2-rasm).

Nisbiy chastotalar qiymatini $W_i = n_i/n$ ifodadan topamiz (1.5-jadval).

$$n = 10 + 15 + 30 + 33 + 12 = 100.$$

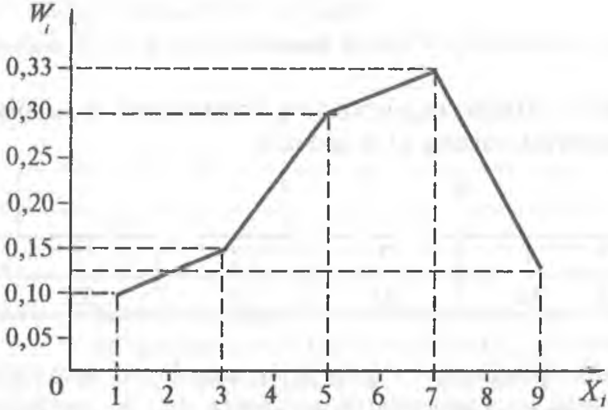


1.2-rasm.

1.5-jadval

X_i	1	3	5	7	9
W_i	0,10	0,15	0,30	0,33	0,12

Topilgan qiymatlarni ordinatalar o'qiga qo'yamiz. (X_i; W_i) nuqtalarni to'g'ri chiziq kesmalari bilan tutashtirib, izlanayotgan nisbiy chastotalar poligonini hosil qilamiz (1.3-rasm).



1.3-rasm.

1.4-masala. Ushbu taqsimotning chastotalari va nisbiy chastotalari gistogrammalarini yasang (1.6-jadval).

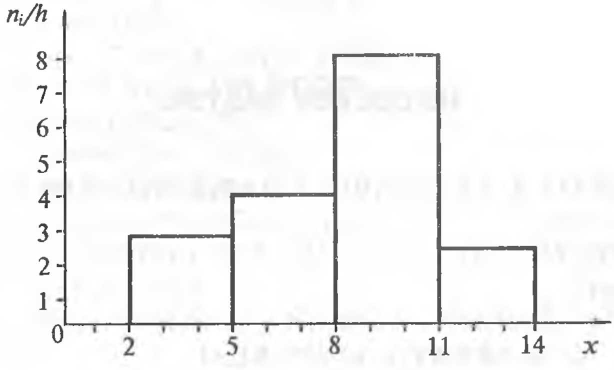
1.6-jadval

Oraliq raqami	Uzunligi h=3 bo'lgan qismiy oraliqlar	Oraliqdagi variantalar chastotalari yig'indisi
1	2–5	9
2	5–8	10
3	8–11	25
4	11–14	6

Yechilishi: a) oraliqdagi variantalar chastotalari yig'indisi n_i ni oraliq uzunligi h ga bo'lib, (n_i/h) chastota zichligini topamiz.

$$n_1/h = 9/3 = 3, \qquad n_2/h = 10/3 = 3(1/3),$$
$$n_3/h = 25/3 = 8(1/3), \qquad n_4/h = 6/3 = 2.$$

Abssissalar o'qida h = 3 uzunlikda berilgan oraliqlarni yasaymiz. Bu oraliqlarning ustida abssissalar o'qiga parallel va undan tegishli chastota zichliklari (n_i/h) ga teng masofada bo'lgan kesmalar o'tkazamiz. Masalan, (2—5) oraliqning ustida abssissalar o'qiga parallel qilib 3 masofada, (5—8) oraliqning ustida 3(1/3) masofada, (8—11) oraliqning ustida 8(1/3) masofada va (11—14) oraliqning ustida 2 masofada kesmalar yasab, izlanayotgan chastotalar gistogrammasini hosil qilamiz (1.4-rasm):



1.4-rasm.

b) nisbiy chastotalarni topamiz:

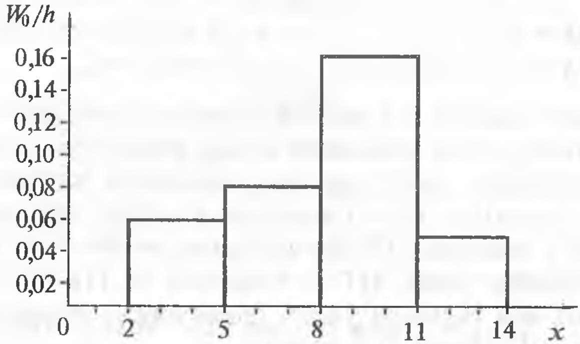
$$W_1 = n_1/n = 9/50 = 0{,}18; \qquad W_2 = n_2/n = 10/50 = 0{,}20;$$
$$W_3 = n_3/n = 25/50 = 0{,}50; \qquad W_4 = n_4/n = 6/50 = 0{,}12.$$

Oraliqning uzunligi h = 3 ekanligini hisobga olib, nisbiy chastotalar zichligini topamiz:

$W_1/h = 0{,}18/3 = 0{,}06;$ $\qquad$ $W_2/h = 0{,}2/3 = 0{,}07;$

$W_3/h = 0{,}5/3 = 0{,}17;$ $\qquad$ $W_4\,/h = 0{,}12/3 = 0{,}04.$

Abssissalar o'qida berilgan qismiy oraliqlarni belgilaymiz. Bu oraliqlarning ustida abssissalar o'qiga parallel va undan tegishli nisbiy chastota zichliklariga teng masofada kesmalar o'tkazamiz. Masalan, (2—5) oraliqning ustida abssissalar o'qiga parallel va undan 0,06 masofada yotgan kesma o'tkazamiz; qolgan kesmalar ham shunga o'xshash yasaladi. Izlanayotgan nisbiy chastotalar gistogrammasi 1.5-rasmda tasvirlangan.



1.5-rasm.

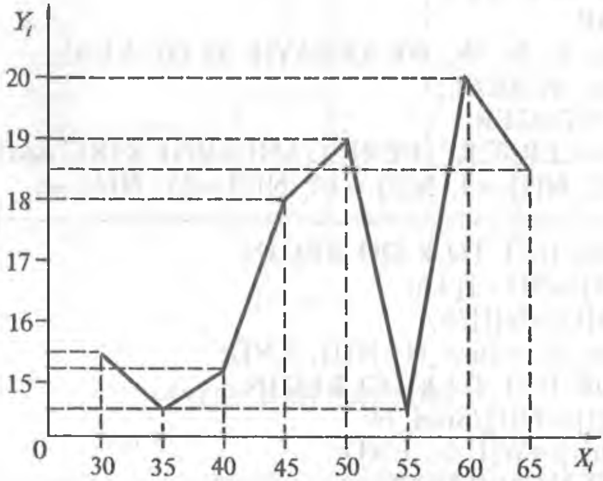
HISOBLASH DASTURI

```
A_1.3
PROGRAM A_13; {NISBIY CHASTOTALARNI TOPAMIZ}
USES CRT;
CONST
    k=4;
VAR
    X, N, W:ARRAY[1..k] OF REAL;
    Sum_N:REAL;
    I:INTEGER;
    BEGIN CLRSCR;
    {BERILGANLARNI KIRITAMIZ}
    X[1]:=3; X[2]:=5; X[3]:=8; X[4]:=14;
    N[1]:=9; N[2]:=12; N[3]:=6; N[4]:=3;
{———————————————————————————————}
FOR I:=1 TO k DO BEGIN
```

```
    Sum_N:=Sum_N+N[I]; END;
    FOR I:=1 TO k DO BEGIN
    W[I]:=N[I]/Sum_N; END;
    WRITELN; WRITELN(«Sum_N=»,Sum_N:8:2);
    WRITELN; WRITELN(«I. X[I]. N[I]. W[I].»);
    FOR I:=1 TO k DO
    WRITELN(I,' ',X[I]:8:2,' ',N[I]:8:2,' ',W[I]:8:2);
END.
{——————————————————————————}
B 1.3
PROGRAM A_I3; {CHASTOTALARNI VA NISBIY
CHASTOTALARNI TOPAMIZ}
USES CRT;
CONST k=4; h=3;
    VAR
    Nh, X, N, W, Wh:ARRAY[0..k] OF REAL;
    Sum_N:REAL;
    I:INTEGER;
BEGIN CLRSCR; {BERILGANLARNI KIRITAMIZ}
X[0]:=2; N[1]:=9; N[2]:=10; N[3]:=25; N[4]:=6;
    {——————————————————————————}
    FOR I:=1 TO k DO BEGIN
    X[I]:=X[I-1]+h;
    Nh[I]:=N[I]/h;
    Sum_N:=Sum_N+N[I]; END;
    FOR I:=1 TO k DO BEGIN
    W[I]:=N[I]/Sum_N;
    Wh[I]:=W[I]/h; END;
WRITELN; WRITELN;
WRITELN('Sum_N=',Sum_N:8:2);
WRITELN; WRITELN('I. X[I]. N[I]. N[I]/h. W[I]. W[I]/h.');
FOR I:=1 TO k DO
WRITELN(I,' ',X[I]:8:2,' ',N[I]:8:2,' ',Nh[I]:8:2,' ',W[I]:8:2,' ',
Wh[I]:8:2);
END.
```

II bob. ENG KICHIK KVADRATLAR USULI

Matematik statistikaning asosiy masalalaridan biri ikki tasodifiy miqdor orasidagi bog'lanish qonuniyatini aniqlashdan iboratdir. Bizga ma'lumki, tasodifiy miqdorlar o'zgarishi ma'lum bir matematik qonuniyat bo'yicha bo'lmay, balki notekisdir (2.1-rasm).



2.1-rasm.

Misol uchun havoning quyidagi X_i temperaturalarida tabletka sirtqi qatlamining yemirilish vaqti (Y_i) o'zgarishini olaylik (2.1-jadval):

2.1-jadval

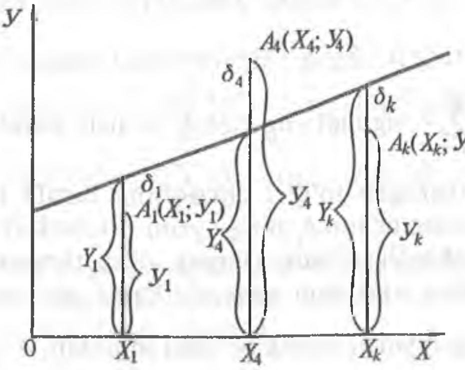
Havoning temperaturasi, X_i	30	35	40	45	50	55	60	65
Yemirilish vaqtining o'rtacha qiymati, Y_i	15,3	14,3	15,1	17,9	19,1	14,2	20,0	18,1

Tajriba natijasida bir tasodifiy miqdorning n ta X_i qiymatlari uchun ikkinchi miqdorning n ta Y_i qiymatlari olingan (2.2-jadvalga qaralsin).

2.2-jadval

X_i	X_1	X_2	X_3	...	X_n	...
y_i	y_1	y_2	y_3	...	y_n	...

Shu ikki tasodifiy miqdor bog'liqligining empirik funksiyasini yozish uchun avvalo uning ko'rinishini aniqlash zarur. Buning uchun tajribada olingan (X_i; Y_i) qiymatlar juftiga mos keladigan nuqtalarni (bu nuqtalarni *eksperimental nuqtalar* deb ataymiz) koordinatalar tekisligida joylashtiramiz (2.2-rasm).



2.2-rasm.

1. Agar eksperimental nuqtalar koordinatalar tekisligida 2.2-rasmda tasvirlanganidek joylashgan bo'lsa, tajriba o'tkazilayotgan vaqtda ozgina bo'lsada xatolik bo'lishini hisobga olib, olinayotgan empirik funksiyani $Y_i = ax_i + b$ chiziqli funksiya ko'rinishida topish mumkin.

Bu yerda: Y_i — nazariy topilgan nuqtalarning ordinatalari. Empirik funksiya $Y_i = ax_i + b$ ko'rinishda tanlab olingan. *Shu funksiyaga kiruvchi a, b parametrlarni shunday tanlash kerak bo'ladiki, u o'rganilayotgan hodisani biror ma'noda juda yaxshi tarzda aks ettirsin ($Y_i = ax_i + b$ funksiya grafigi eksperimental nuqtalarga juda yaqin bo'lsin).*

Qo'yilgan bu masalani yechishda keng qo'llaniladigan usul *eng kichik kvadratlar usulidir.* Bu usul quyidagidan iborat: tajribada olingan y_i qiymatlar bilan nazariy topilgan mos nuqtalardagi $Y_i = ax_i + b$ empirik funksiya qiymatlari orasidagi ayirmalar kvadratlarining yig'indisini qaraymiz:

$$\delta_i = y_i - Y_i = y_i - (ax_i + b) \tag{2.1}$$

$$S(a;b) = \sum_{i=1}^{n}[y_i - Y_i]^2 = \sum_{i=1}^{n}[y_i - (ax_i + b)]^2. \tag{2.2}$$

$\delta_i = y_i - Y_i = y_i - (ax_i + b)$ ayirmani chetlanish deb ataymiz va x_i ning barcha qiymatlari uchun δ_i ayirmalarni yozamiz:

$$\begin{cases} \delta_1 = y_1 - Y_1 = y_1 - (ax_1 + b), \\ \delta_2 = y_2 - Y_2 = y_2 - (ax_2 + b), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \delta_n = y_n - Y_n = y_n - (ax_n + b). \end{cases} \tag{2.2'}$$

$Y_i = ax_i + b$ to'g'ri chiziq eksperimental nuqtalarga juda yaqin bo'lishi uchun $\sum\limits_{i=1}^{n}\delta_i$ yig'indi eng kichik bo'lishi kerak. Eksperimental nuqtalar o'tkazilgan to'g'ri chiziqning ikkala tomonida ham joylashgan. Shuning uchun δ_i ning ayrim qiymatlari musbat va ayrimlari manfiy ishorali bo'ladi. Demak, eksperimental nuqtalar bilan to'g'ri chiziq orasidagi masofa katta bo'lgan holda ham $\sum\limits_{i=1}^{n}\delta_i$ yig'indining qiymati kichik bo'lishi mumkin. δ_i ning qiymatlari ishoralarining yig'indiga ko'rsatayotgan ta'sirini yo'qotish uchun $\sum\limits_{i=1}^{n}\delta_i$ yig'indi o'rniga ayirmalar kvadratlari yig'indisini $\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\delta_i^2\right)$ olish qulay bo'ladi. Bu yig'indini $S(a;\ b)$ bilan belgilaymiz. (2.2) yig'indidan a va b parametrlarni shunday tanlab olamizki, bu yig'indi eng kichik qiymat qabul qilsin:

$$S(a;b) = \sum_{i=1}^{n}[y_i - (ax_i - b)]^2 = \min. \tag{2.3}$$

Eng kichik kvadratlar usulining mazmuni shundan iborat.

Demak, masala a va b parametrlarning $S(a;\ b)$ funksiyani minimumga aylantiradigan qiymatlarini topishga keltiriladi.

Teorema. Agar $Z = f(X;\ Y)$ funksiya $X = X_0$, $Y = Y_0$ da ekstremumga ega bo'lsa, u holda Z ning har bir birinchi tartibli xususiy hosilasi argumentlarning shu qiymatlarida yoki 0 ga teng bo'ladi, yoki mavjud bo'lmaydi.

Bunga asosan a va b parametrlarning qiymatlari quyidagi tenglamalar sistemasi

$$\begin{cases} \partial Z / \partial X = 0; \\ \partial Z / \partial Y = 0 \end{cases}$$

ni qanoatlantirishi lozim ([5], 17-§, 1-teorema).

Yuqorida keltirilgan teoremaga asosan $S(a;\ b)$ funksiya uchun quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\begin{cases} \partial S / \partial a = 0; \\ \partial S / \partial b = 0, \end{cases} \tag{2.4}$$

yoki bularni yoyilgan ko'rinishda yozsak (X_i va Y_i — berilgan sonlar):

$$\begin{cases} \partial S / \partial a = -2\sum_{i=1}^{n}[Y_i - (ax_i - b)]x_i = 0; \\ \partial S / \partial b = -2\sum_{i=1}^{n}[Y_i - (ax_i - b)] = 0. \end{cases} \tag{2.5}$$

Tenglamalarni 2 ga qisqartirib, qavslarni ochib va hadlarni yig'indiga keltirib, quyidagi ikki a va b noma'lumli, ikkita chiziqli tenglama sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i - a\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - b\sum_{i=1}^{n} X_i = 0; \\ \sum_{i=1}^{n} Y_i - a\sum_{i=1}^{n} X_i - bn = 0. \end{cases} \tag{2.6}$$

Bu tenglamalar sistemasidan a va b ning qiymatlarini topamiz:

$$\begin{cases} a = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i - \sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i}{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}; \\ \\ b = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sum_{i=1}^{n} Y_i - \sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i}{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}. \end{cases} \tag{2.7}$$

a va b ning topilgan qiymatlarini $Y_i = ax_i + b$ tenglamaga kelti qo'ysak, grafigi eksperimental nuqtalarga yaqin bo'lgan izlang to'g'ri chiziq tenglamasini hosil qilamiz.

2. Agar eksperimental nuqtalar koordinatalar tekisligida 2. rasmda tasvirlanganidek joylashgan bo'lsa, tajriba bajarilayotg vaqtda ozgina bo'lsa-da xatolik bo'lishini hisobga olib, izlanayo gan empirik funksiyani

$$Y_i = ax_i^2 + bx_i + c \qquad (2.8$$

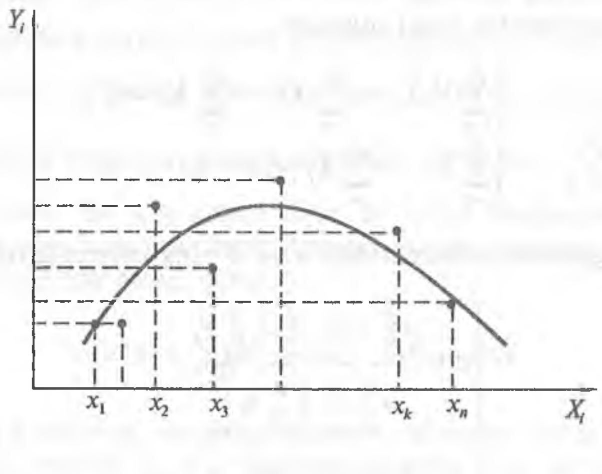
ikkinchi darajali uchhad ko'rinishida topish mumkin. Bu kvadra uchhadning a, b va c parametrlarini shunday tanlash kerakki $Y_i = ax_i^2 + bx_i + c$ funksiyaning grafigi eksperimental nuqtalarga jud yaqin bo'lsin.

Qo'yilgan masalani eng kichik kvadratlar usuli bilan yechamiz, ya'ni tajribada olingan y_i qiymatlar bilan nazariy topilgan mo nuqtalardagi $Y_i = ax_i^2 + bx_i + c$ funksiya qiymatlari orasidagi ayirmala

$$\delta_i = y_i - Y_i = y_i - (ax_i^2 + bx_i^2 + c) \qquad (2.9)$$

kvadratlarining yig'indisini qaraymiz:

$$S(a;b;c) = \sum_{i=1}^{n} [y_i - Y_i]^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - (ax_i^2 + bx + c)], \qquad (2.10)$$



2.3-rasm.

bu yerdan: a, b va c parametrlarni shunday tanlab olamizki, yig'indi eng kichik qiymat qabul qilsin:

$$S(a;b;c) = \sum_{i=1}^{n}[\mathcal{Y}_i - Y_i]^2 = \sum_{i=1}^{n}[\mathcal{Y}_i - (ax_i^2 + bx_i + c)]^2 = \min. \quad (2.11)$$

(2.11) yig'indi minimum qiymatga ega bo'lishi uchun yuqorida keltirilgan teoremaga ko'ra:

$$\begin{cases} \partial S / \partial a = 0; \\ \partial S / \partial b = 0; \\ \partial S / \partial c = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

shart bajarilishi lozim, yoki bularni yoyilgan ko'rinishda yozsak ($\mathcal{Y}_i$; Y_i va X_i — berilgan sonlar):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}[\mathcal{Y}_i - (ax_i^2 + bx_i + c)] \cdot X_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^{n}[\mathcal{Y}_i - (ax_i^2 + bx_i + c)] \cdot X_i = 0; \\ \sum_{i=1}^{n}[\mathcal{Y}_i - (ax_i^2 + bx_i + c)] = 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

Qavslarni ochib va hadlarni yig'indiga keltirib, quyidagi (a, b va c) uch noma'lumli uchta chiziqli tenglama sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}\mathcal{Y}_iX_i^2 - a\sum_{i=1}^{n}X_i^4 - b\sum_{i=1}^{n}X_i^3 - c\sum_{i=1}^{n}X_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^{n}\mathcal{Y}_iX_i - a\sum_{i=1}^{n}X_i^3 - b\sum_{i=1}^{n}X_i^2 - c\sum_{i=1}^{n}X_i = 0; \\ \sum_{i=1}^{n}\mathcal{Y}_i - a\sum_{i=1}^{n}X_i^2 - b\sum_{i=1}^{n}X_i - cn = 0. \end{cases} \quad (2.14)$$

Bu tenglamalar sistemasini yechib a, b va c parametrlarni topamiz. Topilgan qiymatlarni $Y_i = ax_i^2 + bx_2 + c$ tenglamaga keltirib qo'ysak, grafigi eksperimental nuqtalarga yaqin bo'lgan izlanayotgan uchhadning tenglamasini hosil qilamiz.

2.1-masala. Tajriba natijasida olingan X_i va $\mathcal{Y}_i$ tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.3-jadval):

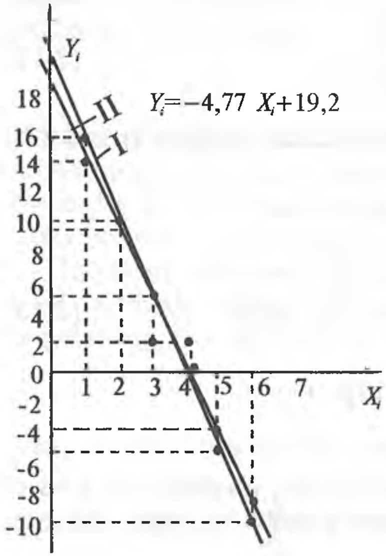
2.3-jadval

X_i	1	2	3	4	5	6
$\mathcal{Y}_i$	15	10	2	2	−4	−10

Empirik funksiya ko'rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

Yechilishi: masalani yechish ikki bosqichdan iborat.

1. Empirik funksiya ko'rinishini aniqlash uchun qiymatlarni koordinata tekisligida joylashtiramiz. 2.4-rasmdan ko'rinib turibdi ki, empirik funksiyani $Y_i = ax_i + b$ ko'rinishda izlash maqsadga muvofiq bo'ladi.



2.4-rasm.

2.3-jadval

X_i	1	2	3	4	5	6
y_i	14,43	9,66	4,89	0,12	−4,65	−9,4

2. Empirik funksiya parametrlari a va b ni topamiz, buning uchun yordamchi 2.4-hisoblash jadvalini tuzamiz.

Hosil qilingan qiymatlarni (2.6) ifodaga qo'yib,

$$\begin{cases} 91a + 21b = -31; \\ 21a + 6b = 15 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu tenglamalar sistemasini yechib, $a = -4{,}77$, $b = 19{,}2$ larni topamiz. Topilgan qiymatlarni $Y_i = ax_i + b$ ifodaga qo'yib, $Y_i = -4{,}77\ X_i + 19{,}2$ empirik funksiyani hosil qilamiz. X_i ning qiymatlari bo'yicha Y_i ning qiymatlarini topamiz (2.5-jadval).

2.4-jadval

I	X_i	y_i	X_i^2	$X_i\,Y_i$
1	1	15	1	15
2	2	10	4	20
3	3	2	9	6
4	4	2	16	8
5	5	−4	25	−20
6	6	−10	36	−60

2.5-jadval

X_i	1	2	3	4	5	6
Y_i	14,43	9,66	4,89	0,12	−4,65	−9,42

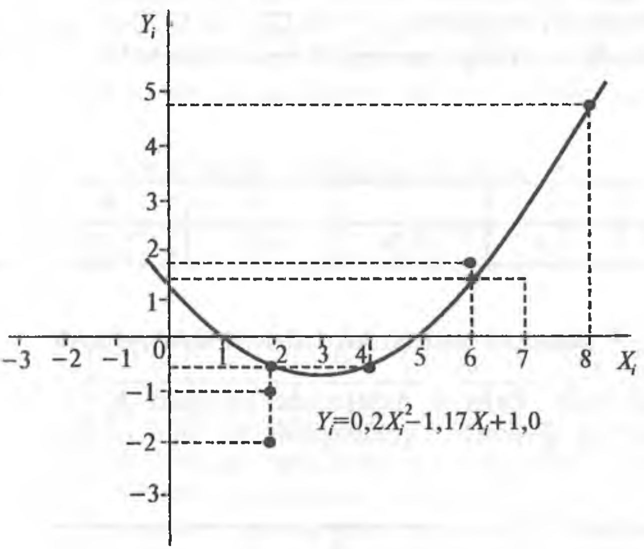
2.2-masala. Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.6-jadval):

2.6-jadval

X_i	0	2	4	6	8
Y_i	1	−1	−0,5	1,5	4,5

Empirik funksiya ko‘rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

Yechilishi. 1. Empirik funksiya ko‘rinishini aniqlaymiz, buning uchun berilgan qiymatlarni koordinatalar tekisligida joylashtiramiz. Nuqtalarning joylashishi parabolaga yaqin, shuning uchun empirik funksiyani $Y_i = ax_i^2 + bx_i + c$ ko‘rinishda izlaymiz (2.5-rasm).



2.5-rasm.

2. *a*, *b*, *c* parametrlarni topish uchun yordamchi 2.7-hisoblash jadvalini tuzamiz:

2.7-jadval

I	X_i	y_i	X_i^2	X_i^3	X_i^4	$X_i \cdot y_i$	$X_i^2 \cdot y_i^2$
1	0	1	0	0	0	0	0
2	2	−1	4	8	16	−2	−4
3	4	−0,5	16	64	256	−2	−8
4	6	1,5	36	216	1296	9	54
5	8	4,5	64	512	4096	36	288
N=5, Σ	20	5,5	120	800	5664	41	330

Topilgan qiymatlarni (2.14) ifodaga qo'yib,

$$\begin{cases} 5664a + 800b + 120c = 330; \\ 800a + 120b + 20c = 41; \\ 120a + 20b + 5c = 5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1392a + 160b = 99; \\ 320a + 40b = 19; \\ 120a + 20b + 5c = 5,5 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz, bu tenglamalar sistemasini yechib, $a = 0{,}200$, $b = -1{,}17$ va $c = 0{,}980 \approx 1{,}0$ qiymatlarni topamiz. Topilgan qiymatlarni $Y_i = ax_i^2 + bx_i + c$ ifodaga qo'yib izlangan empirik funksiya tenglamasi $Y_i = 0{,}2X_i^2 - 1{,}17X_i + 1{,}0$ ni hosil qilamiz. Bu funksiya grafigi quyidagi 2.8-jadvalga ko'ra 2.5-rasmda keltirilgan.

2.8-jadval

X_i	0	2	4	6	8
Y_i	1,0	−0,54	−0,41	1,18	4,44

AMALIY DARSLAR UCHUN MASHQLAR

2.3-masala. Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.9-jadval).

2.9-jadval

X_i	2	4	6	12
y_i	3,25	3,5	5,3	8,25

Empirik funksiya ko'rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

2.4-masala. Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.10-jadval).

2.10-jadval

x_i	2,18	3,73	3,74	3,84	4,45	5,67
y_i	6,8	8,5	10,5	10,2	6,8	11,8

Empirik funksiya ko‘rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

*2.5-masala.*Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.11-jadval).

2.11-jadval

x_i	–2	–1	0	1	2
y_i	4,8	0,4	–3,4	0,8	3,2

Empirik funksiya ko‘rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

*2.6-masala.*Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.12-jadval).

2.12-jadval

X_i	0,07	0,31	0,61	0,99	1,29	0,78	2,09
y_i	1,34	1,08	0,94	1,06	1,25	2,01	2,60

Empirik funksiya ko‘rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

2.7-masala. Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.13-jadval).

2.13-jadval

X_i	19,1	25,0	30,1	36,0	40,0	35,1	50,0
y_i	76,3	77,8	79,75	80,8	82,35	83,9	85,10

Empirik funksiya ko‘rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

2.8-masala. Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.14-jadval).

2.14-jadval

X_i	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
y_i	1,67	1,32	1,10	0,81	0,48	0,18	0,10	–0,46	–0,8	–1,1

Empirik funksiya ko‘rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

2.9-masala. Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.15-jadval).

2.15-jadval

X_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	0,10	0,48	0,81	1,26	2,30	2,85	3,40	3,96	4,5[illegible]

Empirik funksiya ko'rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

2.10-masala. Tajriba natijasida olingan X_i va Y_i tasodifiy miqdorlarning qiymatlari quyidagicha berilgan (2.16-jadval).

2.16-jadval

X_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	8,536	9,736	11,133	12,546	13,88	15,10	16,24	17,2[illegible]

Empirik funksiya ko'rinishi aniqlansin va parametrlari topilsin.

III bob. ENG KICHIK KVADRATLAR USULI BILAN CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASI PARAMETRLARINI ANIQLASH. CHIZIQLI KORRELATSION BOG‘LANISHNI BAHOLASH

3.1. REGRESSIYA TENGLAMASI

Kuzatishlar natijasida hosil qilingan tasodifiy miqdorlar bilan berilgan biror tasodifiy miqdor orasidagi bog‘lanish asosan quyidagi ikki xil ko‘rinishda bo‘ladi:

a) funksional;

b) statistik.

Ko‘pgina hollarda biologiya va tibbiyot sohasida tasodifiy miqdorlar asosan statistik bog‘lanishga ega bo‘ladi.

Ta'rif. Agar biror X o‘zgaruvchi tasodifiy miqdorning har bir qiymatiga boshqa Y o‘zgaruvchi miqdorning ko‘plab qiymati to‘g‘ri kelsa, u holda X va Y miqdorlar orasidagi bog‘lanish ***statistik bog‘lanish*** deb ataladi [1].

Masalan: 1) ma’lum bir yoshdagi odamlar bo‘yi; 2) ma’lum bir dori turi ta’siriga nisbatan odam organizmining sezgirligi.

Statistik bog‘lanishda ko‘pgina hollarda bir o‘zgaruvchining o‘zgarishi ikkinchi o‘zgaruvchining shartli o‘rtacha qiymatining o‘zgarishiga olib keladi. Shu sababga ko‘ra statistik bog‘lanishlar o‘rganilayotganda bir o‘zgaruvchi miqdor bilan ikkinchi o‘zgaruvchi miqdorning shartli o‘rtacha qiymati o‘rtasidagi bog‘lanish o‘rganiladi. Bu bog‘lanish alohida nomlanib, ***korrelatsion bog‘lanish*** deb ataladi. Agar X o‘zgaruvchi miqdorning har bir qiymatiga Y o‘zgaruvchi miqdorning $(\bar{Y}_X)$ shartli o‘rtacha qiymati topilsa, u holda korrelatsion bog‘lanish xuddi funksional bog‘lanishga o‘xshab qoladi, chunonchi uni shartli ravishda

$$\bar{Y}_X = f(x) \qquad (3.1)$$

matematik tenglama ko‘rinishida ifodalanishi mumkin. Bu tenglama ***Y ning X ga nisbatan regressiya tenglamasi,*** $f(x)$ funksiya Y ning X ***ga nisbatan regressiyasi*** deb ataladi, grafigi esa regressiya chizig‘ini ifodalaydi.

Xuddi shuningdek, agar Y o‘zgaruvchi miqdorning har bir qiymatiga X o‘zgaruvchi miqdorning $(\bar{X}_Y)$ shartli o‘rtacha qiymati topilsa, u holda korrelatsion bog'lanish xuddi funksional bog'lanishga o'xshab qoladi, chunonchi uni, shartli ravishda,

$$\bar{X}_Y = \varphi(y) \qquad (3.2)$$

matematik tenglama ko'rinishida ifodalashimiz mumkin. Bu tenglama *X ning Y ga nisbatan regressiya tenglamasi*, $\varphi(y)$ ifoda X ning Y ga *nisbatan regressiyasi* deb ataladi, grafigi esa regressiya chizig'ini ifodalaydi.

Korrelatsion bog'lanishlar qonuniyatlarini tavsiflovchi bo'lim *korrelatsion* nazariya deb ataladi. Bu nazariyaning 3 ta asosiy masalasi mavjud.

1. Tasodifiy miqdorlar orasidagi korrelatsion bog'lanish shaklini aniqlash;
2. Korrelatsion bog'lanish kuchini aniqlash;
3. Korrelatsion bog'lanish zichligini aniqlash.

1) Agar kuzatishlar natijasida olingan qiymatlar juftlari $(X_i;\ Y_j)$ ko'p bo'lsa, u holda X va Y miqdorlar orasidagi bog'lanishning regressiya tenglamasi quyidagi *korrelatsion jadval* deb ataladigan 3.1-jadval yordamida topiladi.

3.1-jadval

$Y_i \backslash X_i$	X_1	X_2	...	X_i	...	X_k	m_{Y_j}
Y_1	m_{11}	m_{21}	...	m_{i1}	...	m_{k_1}	m_{Y_1}
Y_2	m_{12}	m_{22}	...	m_{i2}	...	m_{k_2}	m_{Y_2}
...	...	...	...	...	...	...	...
Y_j	m_{1j}	m_{2j}	...	m_{ij}	...	m_{kj}	m_{Y_j}
...	...	...	...	...	...	...	...
Y_n	m_{1n}	m_{2n}	...	m_{in}	...	m_{kn}	m_{Y_n}
m_{X_i}	m_{X_1}	M_{X_2}	...	m_{X_i}	...	m_{X_k}	N

Bunda $X_1, X_2..., X_i ..., X_k$, ($i = 1, 2, 3, ..., k$) sonlar X tasodifiy miqdorning k ta qiymati, $Y_1, Y_2, ..., Y_j, ..., Y_n$ ($j = 1, 2, 3, ..., n$) sonlar Y tasodifiy miqdorning n ta qiymati.

2) m_{ij} son X va Y tasodifiy miqdorlarni kuzatish davomida $(X_i;\ Y_j)$ qiymatlar jufti necha marta kuzatilganini bildiradi va chastota deb ataladi.

3) $m_{X_1}, m_{X_2}, ..., m_{X_k}$ sonlar $X_1, X_2, ..., X_k$ qiymatlarni kuzatishlar davomida ular necha marta takrorlanganligini bildiradi, ya'ni mos ustundagi chastotalar yig'indisiga teng:

$$
\begin{cases}
m_{X_1} = m_{11} + m_{12} + \ldots + m_{1j} + \ldots + m_{1n}, \\
m_{X_2} = m_{21} + m_{22} + \ldots + m_{2j} + \ldots + m_{2n}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
m_{X_i} = m_{i1} + m_{i2} + \ldots + m_{ij} + \ldots + m_{in}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
m_{X_k} = m_{k1} + m_{k2} + \ldots + m_{kj} + \ldots + m_{kn}.
\end{cases}
\tag{3.3}
$$

4) $m_{Y_1}, m_{Y_2}, \ldots, m_{Y_k}$ sonlar $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ qiymatlarni kuzatishlar ...omida ular necha marta takrorlanganligini bildiradi, ya'ni mos ...ordagi chastotalar yig'indisiga teng:

$$
\begin{cases}
m_{Y_1} = m_{11} + m_{21} + \ldots + m_{i1} + \ldots + m_{k1}, \\
m_{Y_2} = m_{12} + m_{22} + \ldots + m_{i2} + \ldots + m_{k2}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
m_{Y_j} = m_{1i} + m_{2j} + \ldots + m_{ij} + \ldots + \mathrm{m}_{kj}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
m_{Y_n} = m_{in} + m_{2n} + \ldots + m_{in} + \ldots + m_{kn}.
\end{cases}
\tag{3.4}
$$

5) $m_{X_1}, m_{X_2}, \ldots, m_{X_k}$ sonlarning yig'indisi $m_{Y_1}, m_{Y_2}, \ldots, m_{Y_n}$ sonlar yig'indisiga teng bo'lib, har bir yig'indining qiymati barcha kuzatishlar soni (N)ga teng, ya'ni

$$
\sum_{i=1}^{k} m_{X_i} = \sum_{j=1}^{n} m_{Y_j} = N. \tag{3.5}
$$

6) 3.1-jadvaldan X tasodifiy miqdorning ixtiyoriy olingan ma'lum bir qiymatiga Y tasodifiy miqdorning aniq bir taqsimlangan qiymati to'g'ri keladi. Misol uchun quyidagi 3.2-jadvalda X_i qiymatlarga Y miqdorning taqsimoti berilgan:

3.2-jadval

Y_1	Y_2	Y_3	...	Y_n
m_{i1}	m_{i2}	m_{i3}	...	m_{in}

Xuddi shuningdek, 3.3-jadvalda Y_j qiymatlarga X miqdorning taqsimoti berilgan:

3.3-jadval

X_1	X_2	X_3	...	X_k
m_{1j}	m_{2j}	m_{3j}	...	m_{kj}

X tasodifiy miqdorning X_i qiymatlari uchun topilgan Y tasodifiy miqdorning vazniy o'rtacha arifmetik qiymati Y miqdorning *shartli o'rtacha qiymati* deb ataladi va $\overline{Y}_{X_i}$ ko'rinishda belgilanadi [1]. Demak, 3.2-jadvaldan ixtiyoriy Y_{X_i} uchun shartli o'rtacha qiymat

$$\overline{Y}_{X_i} = \frac{m_{i1}Y_1 + m_{i2}Y_2 + ... + m_{in}Y_n}{m_{i1} + m_{i2} + ... + m_{in}} = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_{ij}Y_j}{m_{X_i}} \quad (3.6)$$

ifodadan topiladi. (3.6) ifodadan X_1, X_2, ..., X_k qiymatlari uchun $\overline{Y}_{X_1}$, $\overline{Y}_{X_2}$, ..., $\overline{Y}_{X_k}$ shartli o'rtacha qiymatlarni topib, quyidagi 3.4-jadvalni hosil qilamiz:

3.4-jadval

X_i	X_1	X_2	X_3	...	X_i	...	X_k
$\overline{Y}_{X_i}$	$\overline{Y}_{X_1}$	$\overline{Y}_{X_2}$	$\overline{Y}_{X_3}$	...	$\overline{Y}_{X_i}$	...	$\overline{Y}_{X_k}$

3.4-jadvaldagi X_i tasodifiy miqdorning ixtiyoriy bir qiymatiga $\overline{Y}_{X_1}$ shartli o'rtacha miqdorning bir qiymati mos keladi, bundan (3.1) ifodaning ta'rifiga ko'ra Y ning X ga nisbatan regressiya tenglamasi $\overline{Y}_{X_1} = f(x_i)$ni yozamiz.

Shu yo'l bilan X tasodifiy miqdorning shartli o'rtacha qiymati aniqlanadi va $\overline{X}_{Y_j}$ ko'rinishida belgilanadi. 3.3-jadvaldan ixtiyoriy shartli o'rtacha qiymat

$$\overline{X}_{Y_j} = \frac{m_{1j}X_1 + m_{2j}X_2 + ... + m_{kj}X_k}{m_{1j} + m_{2j} + ... + m_{kj}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_{ij}X_i}{m_{Y_j}} \quad (3.7)$$

ifodadan topiladi. Shuningdek, Y_1, Y_2, ..., Y_n qiymatlar uchun $\overline{X}_{Y_1}$, $\overline{X}_{Y_2}$, ..., $\overline{X}_{Y_n}$ shartli o'rtacha qiymatlarni topib, quyidagi 3.5-jadvalni hosil qilamiz:

Y_j	Y_1	Y_2	Y_3	...	Y_j	...	Y_n
$\overline{X}_{Y_j}$	$\overline{X}_{Y_1}$	$\overline{X}_{Y_2}$	$\overline{X}_{Y_3}$	...	$\overline{X}_{Y_j}$	...	$\overline{X}_{Y_n}$

3.5-jadvalda Y tasodifiy miqdorning ixtiyoriy bir qiymatiga $\overline{X}_{Y_j}$ shartli miqdorning bir qiymati mos keladi, bundan (3.2) ifodaning ta'rifiga ko'ra X ning Y ga nisbatan regressiya tenglamasi $\overline{X}_{Y_j} = \varphi(Y_j)$ ni yozamiz.

Endigi vazifa hosil qilingan regressiya tenglamalari ko'rinishini va parametrlarini aniqlashdan iborat.

a) regressiya tenglamasining ko'rinishini aniqlash uchun $(X_i;\ \overline{Y}_{X_i})$ qiymatlar juftlarini to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida joylashtiramiz. Hosil qilingan nuqtalarning joylashish tartibiga ko'ra izlanayotgan regressiya tenglamasining ko'rinishini aniqlash mumkin.

Agar koordinatalari $(X_i;\ \overline{Y}_{X_i})$ bo'lgan nuqtalarning joylashish tartibi to'g'ri chiziqqa yaqin bo'lsa, u holda X_i va $\overline{Y}_{X_i}$ tasodifiy miqdorlar orasidagi korrelatsion bog'lanish to'g'ri chiziqli deb olib, Y ning X ga nisbatan regressiya tenglamasini

$$\overline{Y}_{X_1} = kx_i + b \tag{3.8}$$

ko'rinishda yozish kerak. Bunda k va b aniqlanishi kerak bo'lgan parametrlar (k — burchak koeffitsiyenti). Xuddi shuningdek, X ning Y ga nisbatan regressiya tenglamasining ko'rinishi aniqlanadi. Agar tenglama to'g'ri chiziqli bo'lsa, X ning Y ga nisbatan regressiya tenglamasi:

$$\overline{X}_{Y_j} = ky_j + d \tag{3.9}$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda k va d — aniqlanish kerak bo'lgan parametrlar.

b) quyida biz tenglamalari (3.8) va (3.9) ko'rinishda bo'lgan to'g'ri chiziqli korrelatsion bog'lanish parametrlarini aniqlash bilan tanishamiz.

Y ning X ga nisbatan regressiya to'g'ri chizig'ining burchak koeffitsiyenti Y ning X ga nisbatan *tanlanma regressiya koeffitsiyenti* deb ataladi va ρ_{yx} orqali belgilash qabul qilingan [3].

Shunday qilib, Y ning X ga nisbatan regressiya to'g'ri chizig'ining

$$\overline{Y}_{X_i} = \rho_{yx}x_i + b \tag{3.10}$$

ko'rinishdagi tenglamasini izlaymiz. Bu yerda ρ_{yx} va b parametrlarni shunday tanlashimiz kerakki, kuzatish ma'lumotlari bo'yicha XOY

tekislikda yasalgan (X_i, $\overline{Y}_{X_i}$) nuqtalar iloji boricha (3.10) to'g'ri chiziq yaqinida yotsin.

Bu talabning ma'nosini aniqlashtiramiz. Ushbu

$$\delta_i = Y_{X_i} - \overline{Y}_{X_i}, \quad (i = 1, 2, ..., k) \tag{3.11}$$

ayirmani *chetlanish* deb ataymiz, bu yerda $\overline{Y}_{X_i}$ (3.10) tenglama bo'yicha hisoblangan va kuzatilayotgan X_i qiymatga mos ordinata, $\overline{Y}_{X_i}$ esa X_i ga mos kuzatilayotgan ordinata. ρ_{YX} va b parametrlarni chetlanishlarning kvadratlari yig'indisi minimal bo'ladigan qilib tanlaymiz (eng kichik kvadratlar usulining mazmuni shundan iborat). Har bir chetlanish izlanayotgan parametrlarga bog'liq bo'lgani uchun chetlanishlarning kvadratlari yig'indisi ham bu parametrlarning F funksiyasi bo'ladi:

$$F(\rho_{YX}, b) = \sum_{i=1}^{k} (Y_{X_i} - \overline{Y}_{X_i})^2 = \min \tag{3.12}$$

yoki

$$F(\rho_{YX}, b) = \sum_{i=1}^{k} (\rho_{YX} X_i + b - \overline{Y}_{X_i})^2 = \min . \tag{3.13}$$

Yuqorida keltirilgan teorema shartiga ko'ra va (3.4) — (3.7) ifodalardan quyidagilarni keltirib chiqaramiz:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial \rho_{YX}} = 2\sum\limits_{i=1}^{k} (\rho_{YX} X_i + b - \overline{Y}_{X_i}) X_i = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial d_b} = 2\sum\limits_{i=1}^{k} (\rho_{YX} X_i + b - \overline{Y}_{X_i}) = 0. \end{cases} \tag{3.14}$$

$$\begin{cases} \left(\sum\limits_{i=1}^{k} X_i^2\right)\rho_{YX} + \left(\sum\limits_{i=1}^{k} X_i\right) b = \left(\sum\limits_{i=1}^{k} X_i \overline{Y}_{X_i}\right); \\ \left(\sum\limits_{i=1}^{k} X_i\right)\rho_{YX} + Nb = \left(\sum\limits_{i=1}^{k} \overline{Y}_{X_i}\right), \end{cases} \tag{3.15}$$

$$\begin{cases} \rho_{YX} = \dfrac{N\sum\limits_{i=1}^{k} X_i \overline{Y}_{X_i} - \sum\limits_{i=1}^{k} X_i \cdot \sum\limits_{i=1}^{k} \overline{Y}_{X_i}}{N\sum\limits_{i=1}^{k} X_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{k} X_i\right)^2}; \\ b = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{k} X_i^2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{k} \overline{Y}_{X_i} - \sum\limits_{i=1}^{k} X_i \overline{Y}_{X_i} \sum\limits_{i=1}^{k} X_i}{N\sum\limits_{i=1}^{k} X_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{k} X_i\right)^2}. \end{cases} \tag{3.16}$$

(3.16) ifodadan ρ_{yx} va b parametrlarning topilgan qiymatlarini (3.10) tenglamaga qo'ysak, izlanayotgan Y ning X ga nisbatan regressiya tenglamasini hosil qilamiz.

X ning Y ga nisbatan

$$X_y = \rho_{xy} Y_j + d \tag{3.17}$$

regressiya tenglamasi ham xuddi shu yo'l bilan topiladi, bu yerdan ρ_{xy} (X ning Y ga nisbatan tanlanma regressiya koeffitsiyenti) va d o'zgaruvchi quyidagi (3.18) ifodadan topiladi:

$$\begin{cases} \rho_{XY} = \dfrac{N\sum\limits_{j=1}^{n} Y_j\bar{X}_{Y_j} - \sum\limits_{j=1}^{n} Y_j \sum\limits_{j=1}^{n} \bar{X}_{Y_j}}{N\sum\limits_{j=1}^{n} Y_j^2 - (\sum\limits_{j=1}^{n} Y_j)^2}; \\ d = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{n} Y_j^2 \cdot \sum\limits_{j=1}^{n} \bar{X}_{Y_j} - \sum\limits_{j=1}^{n} Y_j\bar{X}_{Y_j} \cdot \sum\limits_{j=1}^{n} Y_j}{N\sum\limits_{j=1}^{n} Y_j^2 - (\sum\limits_{j=1}^{n} Y_j)^2}. \end{cases} \tag{3.18}$$

ρ_{xy} va d larning topilgan qiymatlarini (3.17) ifodaga qo'yib, X ning Y ga nisbatan regressiya tenglamasi hosil qilinadi.

Tanlanma regressiya tenglamasining parametrlarini kuzatishlar soni kam bo'lganda (3.16) va (3.18) ifodalar yordamida topish qulay. Kuzatishlar soni ko'p bo'lganda ularni (3.16) va (3.18) ifodaga quyidagi

$$\begin{cases} \overline{XY} = \sum\limits_{i=1}^{k} (m_{X_i} X_i \overline{Y}_{X_i}) / N = \sum\limits_{j=1}^{k} (m_{Y_j} Y_j \overline{X}_{Y_j}) / N; \\ \overline{X} = \sum\limits_{i=1}^{k} (m_{X_i} X_i) / N = \sum\limits_{j=1}^{n} (m_{Y_j} \overline{X}_{Y_j}) / N; \\ \overline{Y} = \sum\limits_{i=1}^{k} (m_{X_i} \overline{Y}_{X_i}) / N = \sum\limits_{j=1}^{n} (m_{Y_j} Y_j) / N; \end{cases} \tag{3.19}$$

$$\begin{cases} \overline{X^2} = \sum\limits_{i=1}^{k} (m_{X_i} X_i^2) / N; \quad \overline{Y^2} = \sum\limits_{j=1}^{n} (m_{Y_j} Y_j^2) / N; \\ \sigma_X = \sqrt{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}; \quad \sigma_Y = \sqrt{\overline{Y^2} - (\overline{Y})^2}. \end{cases}$$

ayniyatlardan foydalangan holda, shakl o'zgartirish kiritib topamiz:

```
Smy[I]:=Smy[I]+Y[J]*M[J,I]; END;
YX[I]:=Smy[I]/MX[I];
WRITELN(YX[I]:8:2); END;
WRITELN; WRITELN('XY[J]');
    FOR J:=1 TO N DO BEGIN
    FOR I:=1 TO K DO BEGIN
    Smx[J]:=Smx[J]+M[J,I]*X[I]; END;
    XY[J]:=Smx[J]/MY[J];
WRITELN(XY[J]:8:2); END;
WRITELN; WRITELN('X1 X2 X3');
    FOR I:=1 TO K DO BEGIN
    X1[I]:=MX[I]*X[I];
    X2[I]:=MX[I]*SQR(X[I]);
    X3[I]:=MX[I]*X[I]*YX[I];
WRITELN(X1[I]:8:2,' ',X2[I]:8:2,' ',X3[I]:8:2);
    Sum_X1:=Sum_X1+X1[I];
    Sum_X2:=Sum_X2+X2[I];
    Sum_X3:=Sum_X3+X3[I]; END;
WRITELN; WRITELN('Sum_X1 =', Sum_X1:8:2);
WRITELN('Sum_X2 =',Sum_X2:8:2);
WRITELN('Sum_X3 =',Sum_X3:8:2);
WRITELN; WRITELN('Y1 Y2 Y3');
    FOR J:=1 TO N DO BEGIN
    Y1[J]:=MY[J]*Y[J];
    Y2[J]:=MY[J]*SQR(Y[J]);
    Y3[J]:=MY[J]*Y[J]*XY[J];
WRITELN(Y1[J]:8:2, ',Y2[J]:8:2,' ',Y3[J]:8:2);
    Sum_Y1:=Sum_Y1+Y1[J];
    Sum_Y2:=Sum_Y2+Y2[J];
    Sum_Y3:=Sum_Y3+Y3[J]; END;
WRITELN; WRITELN('Sum_Y1 =', Sum_Y1:8:2);
WRITELN('Sum_Y2 =', Sum_Y2:8:2);
WRITELN('Sum_Y3 =', Sum_Y3:8:2);
    KV_X:=Sum_X2/N1;
    YK:=Sum_Y1/N1;
    XK:=Sum_X1/N1;
    KV_Y:=Sum_Y2/N1;
    XYK:=Sum_Y3/N1;
WRITELN; WRITELN('XK =', XK:8:2);
WRITELN('YK =', YK:8:2);
WRITELN('KV_X =', KV_X:8:2);
WRITELN('KV_Y =', KV_Y:8:2);
WRITELN('XYK =', XYK:8:2);
Gx:=(KV_X-SQR(XK));
```

```
Gy:=(KV_Y-SQR(YK));
Pyx:=(XYK-XK*YK)/Gx;
B:=(SQR(XK)*YK-XK*XYK)/Gx;
Pxy:=(XYK-XK*YK)/GY;
D:=(SQR(YK)*XK-YK*XYK)/Gy;
WRITELN; WRITELN('Gx =', Gx:8:2);
WRITELN('Gy =',Gy:8:2);
WRITELN; WRITELN('Pyx =', Pyx:8:2);
WRITELN('B =',B:8:2);
WRITELN; WRITELN('Pxy =', Pxy:8:2);
WRITELN('D =', D:8:2);
WRITELN; WRITELN('Yx[i] = Pyx * X[i] + B');
WRITELN('Yx[i] =', Pyx:8:2,'* X[i]',B:8:2);
WRITELN; WRITELN('Xy[i] = Pxy * Y[i] + D');
WRITELN('Xy[i] =', Pxy:8:2,'* Y[i]',D:8:2); END.
{--------------------------------}
```

3.2. REGRESSIYA KOEFFITSIYENTI

Tanlanma regressiya koeffitsiyenti ikki tasodifiy miqdor orasidagi bog'lanish kuchini xarakterlaydigan kattalikdir. Regressiya koeffitsiyenti qancha katta bo'lsa, korrelatsion bog'lanish shuncha kuchli bo'ladi, ya'ni X miqdor qiymati o'zgarganda Y miqdor qiymatining o'zgarishi regressiya koeffitsiyenti qiymati kichik bo'lganligiga nisbatan tez o'zgaradi.

3.1-masala. 3.6-korrelatsion jadvaldan foydalanib, Y ning X ga va X ning Y ga nisbatan regressiya tenglamalari yozilsin.

3.6-jadval

Y_j \ X_i	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	m_{Y_j}
10	2	1					3
12	3	4	3				10
14			5	10	8		23
16				1		6	7
m_{X_i}	5	5	8	11	8	6	N=43

Berilgan jadvalning qiymatlaridan Y miqdorning shartli $\overline{Y}_{X_i}$ o'rtacha qiymatini va X miqdorning shartli $\overline{X}_{Y_j}$ o'rtacha qiymatini (3.6) va (3.7) formulalardan topamiz:

$$\overline{Y}_{X_1=0,5}=\frac{10\cdot 2+12\cdot 3}{5}=\frac{56}{5}=11,2; \qquad \overline{X}_{Y_1=10}=\frac{0,5\cdot 2+10\cdot 1}{3}=0,67;$$

$$\overline{Y}_{X_2=1,0}=\frac{10\cdot 1+12\cdot 4}{5}=\frac{58}{5}=11,6; \qquad \overline{X}_{Y_2=12}=\frac{0,5\cdot 3+1\cdot 4+1,5\cdot 3}{10}=1,0;$$

$$\overline{Y}_{X_3=1,5}=\frac{12\cdot 3+14\cdot 5}{8}=\frac{106}{8}=13,25; \qquad \overline{X}_{Y_3=14}=\frac{1,5\cdot 5+2,0\cdot 10+2,5\cdot 8}{23}=2,06;$$

$$\overline{Y}_{X_4=2,0}=\frac{14\cdot 10+16\cdot 1}{11}=\frac{156}{11}=14,2; \qquad \overline{X}_{Y_4=16}=\frac{2\cdot 1+3\cdot 6}{7}=\frac{20}{7}=2,86;$$

$$\overline{Y}_{X_5=2,5}=\frac{14\cdot 8}{8}=14; \qquad Y_{X_5=3,0}=\frac{16\cdot 6}{6}=16.$$

Topilgan natijalardan jadval tuzamiz va koordinatalar sistemasida ko‘rinishini aniqlaymiz.

a)

X_i	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$\overline{Y}_{X_i}$	11,2	11,6	13,25	14,2	14,0	16

b)

y_j	10	12	14	16
$\overline{X}_{Y_j}$	0,67	1,0	2,06	2,86

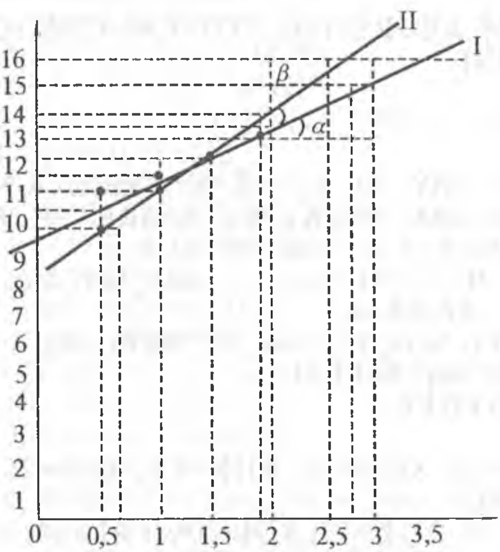
3.2-rasmdan ko‘rinib turibdiki, nuqtalarning joylashishi to‘g‘ri chiziqli bog‘lanishni ifodalaydi. Demak, regressiya tenglamalari (3.10) va (3.16) ifodalar ko‘rinishida bo‘ladi.

ρ_{yx} va b (ρ_{yx} va d) koeffitsiyentlarni topish uchun yordamchi hisoblash 3.7 *a* va 3.7 *b*-jadvallarni tuzamiz:

3.7 a-jadval

m_{X_i}	$m_{X_i}X_i$	$m_{X_i}X_i^2$	$X_i m_{X_i}\overline{Y}_{X_i}$
5	0,5·5 = 2,5	0,25·5 = 1,25	0,5(10·2 + 12·3) = 28
5	1,0·5 = 5,0	1,0·5 =5,0	1,0(10·1 + 12·4) = 58
8	1,5·8 = 12,0	2,25·8 =18	1,5(12·3 + 14·5) = 159
11	2,0·11 = 22,0	4·11 = 44	2,0(144·10 +16·1) = 312
8	2,5·8 = 20,0	6,25·8 = 50	2,5(14·8) = 280
6	3,0·6 = 18,0	9·6 = 54	3,0(16·6) = 283
Σ = 43	Σ = 79,5	Σ = 172,25	Σ = 1125

m_{Y_i}	$m_{Y_i}Y_i$	$m_{Y_i}Y_i^2$	$Y_i m_{Y_i} \bar{X}_{Y_i}$
3	$10 \cdot 3 = 30$	$100 \cdot 3 = 300$	$10\,(0{,}5 \cdot 2 + 1 \cdot 1) = 20$
10	$12 \cdot 10 = 120$	$144 \cdot 10 = 1440$	$12\,(0{,}5 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 1{,}5 \cdot 3) = 120$
23	$14 \cdot 23 = 322$	$196 \cdot 23 = 4508$	$14\,(1{,}5 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 2{,}5 \cdot 8) = 665$
7	$16 \cdot 7 = 112$	$256 \cdot 7 = 1792$	$16\,(2 \cdot 1 + 3 \cdot 6) = 320$
$\Sigma = 43$	$\Sigma = 584$	$\Sigma = 8030$	$\Sigma = 1125$



3.2-rasm.

Hisoblashlar natijasida hosil qilingan qiymatlarni (3.19) formulaga qo'yib quyidagi qiymatlarni topamiz:

$\bar{X} = \frac{1}{43} \cdot 79,5 = 1,85$	$\sigma_x^2 = 4 - (1,85)^2 = 4 - 3,42 = 0,58$
	$\sigma_y^2 = 186,7 - (13,6)^2 = 1,74$
$\bar{y} = \frac{1}{43} \cdot 584 = 13,6$	$\rho_{yx} = \frac{26,2 - 1,86 \cdot 13,6}{0,58} = 1,79$
$\bar{X}^2 = \frac{1}{43} \cdot 172,25 = 4$	$b = \frac{4 \cdot 13,6 - 1,85 \cdot 26,2}{0,58} = 10,22$
$\bar{y}^2 = \frac{1}{43} \cdot 8030 = 186,7$	$\rho_{xy} = \frac{26,2 - 1,85 \cdot 13,6}{1,74} = 0,60$
$\overline{XY} = \frac{1}{43} \cdot 1125 = 26,2$	$d = \frac{1,85 \cdot 186,7 - 26,2 \cdot 13,6}{1,74} = 6,28$

Topilgan qiymatlarni $\overline{Y}_{X_j} = \rho_{yx} X_i + b$ va $\overline{X}_{Y_j} = \rho_{xy} Y_j + d$ ifo-

dalarga qo‘yib, quyidagi izlanayotgan regressiya tenglamalarini hosil qilamiz:

$\overline{Y}_{X_j} = 1{,}79X_i + 10{,}22$ va $\overline{X}_{Y_j} = 0{,}6Y_j - 6{,}28.$

HISOBLASH DASTURI

```
A_3.2
PROGRAM REGRESIYA; {TO‘G‘RI CHIZIQLI BOG‘LA-
NISH UCHUN}
CONST
N=4; K=6;
VAR
    Y, Smx, MY, Y1, Y2, Y3, XY:ARRAY[1..N] OF REAL;
    X, Smy, MX, YX, X1, X2, X3:ARRAY[1..K] OF REAL;
    M:ARRAY [1..N, 1..K] OF REAL;
    W, V, H, U, N1, Sum_x1, Sum_MY, Sum_x2, Sum_x3,
    KV_X, XK:REAL;
    Sum_Y1, Sum_Y2, Sum_Y3, XYK, YK, KV_Y, Gx, Gy,
    Pyx, B, Pxy, D:REAL;
    I,J:INTEGER;
BEGIN
    X[1]:=0,5; X[2]:=1,0; X[3]:=1,5; X[4]:=2; X[5]:=2.5;
    X[6]:=3;
    Y[1]:=10; Y[2]:=12; Y[3]:=14; Y[4]:=16;
    M[1,1]:=2; M[1,2]:=1; M[1,3]:=0; M[1,4]:=0; M[1,5]:=0;
    M[1,6]:=0;
    M[2,1]:=3; M[2,2]:=4; M[2,3]:=3; M[2,4]:=0; M[2,5]:=0;
    M[2,6]:=0;
    M[3,1]:=0; M[3,2]:= 0; M[3,3]:=5; M[3,4]:=10;
    M[3,5]:=8; M[3,6]:=0;
    M[4,1]:= 0; M[4,2]:= 0; M[4,3]:= 0; M[4,4]:=1; M[4,5]:=
    0; M[4,6]:=6;
WRITELN; WRITELN('MY[J]');
    FOR J:=1 TO N DO BEGIN
    FOR I:=1 TO K DO
    MY[J]:=MY[J]+M[J,I];
    Sum_MY:=Sum_MY+MY[J];
WRITELN(MY[J]:8:2); END;
WRITELN; WRITELN('Sum_MY =', Sum_MY:8:2);
WRITELN; WRITELN('MX[I]');
    FOR I:=1 TO K DO BEGIN
    FOR J:=1 TO N DO
```

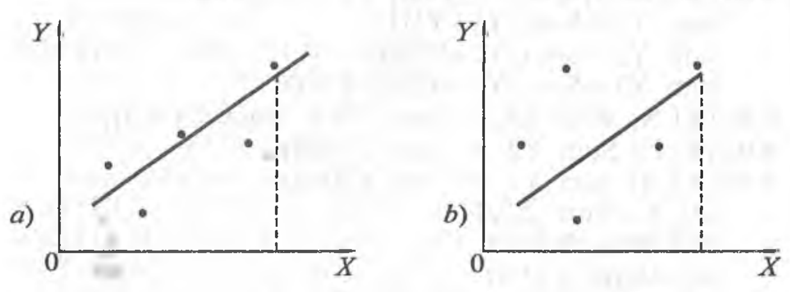
```
    MX[I]:=MX[I]+M[J,I];
    N1:=N1+MY[J];
 WRITELN(MX[I]:8:2); END;
 WRITELN; WRITELN('YX[I]');
    FOR I:=1 TO K DO BEGIN
    FOR J:=1 TO N DO BEGIN
    Smy[I]:=Smy[I]+Y[J]*M[J,I]; END;
    YX[I]:=Smy[I]/MX[I];
 WRITELN(YX[I]:8:2); END;
 WRITELN; WRITELN('XY[J]');
    FOR J:=1 TO N DO BEGIN
    FOR I:=1 TO K DO BEGIN
    Smx[J]:=Smx[J]+M[J,I]*X[I]; END;
    XY[J]:=Smx[J]/MY[J];
 WRITELN(XY[J]:8:2); END;
 WRITELN; WRITELN('X1 X2 X3');
    FOR I:=1 TO K DO BEGIN
    X1[I]:=MX[I]*X[I];
    X2[I]:=MX[I]*SQR(X[I]);
    X3[I]:=MX[I]*X[I]*YX[I];
 WRITELN(X1[I]:8:2', ',X2[I]:8:2,' ',X3[I]:8:2);
    Sum_X1:=Sum_X1+X1[I];
    Sum_X2:=Sum_X2+X2[I];
    Sum_X3:=Sum_X3+X3[I]; END;
 WRITELN; WRITELN('Sum_X1 =',Sum_X1:8:2);
 WRITELN('Sum_X2 =',Sum_X2:8:2);
 WRITELN('Sum_X3 =',Sum_X3:8:2);
 WRITELN; WRITELN('Y1 Y2 Y3');
    FOR J:=1 TO N DO BEGIN
    Y1[J]:=MY[J]*Y[J];
    Y2[J]:=MY[J]*SQR(Y[J]);
    Y3[J]:=MY[J]*Y[J]*XY[J];
 WRITELN(Y1[J]:8:2', ',Y2[J]:8:2,' ',Y3[J]:8:2);
    Sum_Y1:=Sum_Y1+Y1[J];
    Sum_Y2:=Sum_Y2+Y2[J];
    Sum_Y3:=Sum_Y3+Y3[J]; END;
 WRITELN; WRITELN('Sum_Y1 =',Sum_Y1:8:2);
 WRITELN('Sum_Y2 =',Sum_Y2:8:2);
 WRITELN('Sum_Y3 =',Sum_Y3:8:2);
    KV_X:=Sum_X2/N1;
    YK:=Sum_Y1/N1;
    XK:=Sum_X1/N1;
    KV_Y:=Sum_Y2/N1;
    XYK:=Sum_Y3/N1;
```

```
WRITELN; WRITELN('XK =',XK:8:2);
WRITELN('YK =',YK:8:2);
WRITELN('KV_X =',KV_X:8:2);
WRITELN('KV_Y =',KV_Y:8:2);
WRITELN('XYK =',XYK:8:2);
    Gx:=(KV_X-SQR(XK));
    Gy:=(KV_Y-SQR(YK));
    Pyx:=(XYK-XK*YK)/Gx;
    B:=(SQR(XK)*YK-XK*XYK)/Gx;
    Pxy:=(XYK-XK*YK)/GY;
    D:=(SQR(YK)*XK-YK*XYK)/Gy;
WRITELN; WRITELN('Gx =', Gx:8:2);
WRITELN('Gy =',Gy:8:2);
WRITELN; WRITELN('Pyx =', Pyx:8:2);
WRITELN('B =',B:8:2);
WRITELN; WRITELN('Pxy =', Pxy:8:2);
WRITELN('D =',D:8:2);
WRITELN; WRITELN('Yx[i] = Pyx*X[i] + B');
WRITELN('Yx[i] =', Pyx:8:2, '* X[i]',B:8:2);
WRITELN; WRITELN('Xy[i] = Pxy*Y[i] + D');
WRITELN('Xy[i] =',Pxy:8:2, '* Y[i]',D:8:2);
END.
{————————————————————————————}
```

3.3. KORRELATSION BOG‘LANISHNI BAHOLASH

Korrelatsion bog‘lanishni to‘liq ifodalash uchun korrelatsion bog‘lanish ko‘rinishini (3.1-bo‘lim) va kuchini (3.2-bo‘lim, regressiya koeffitsiyentini) aniqlash yetarli emas.

Quyidagi 3.3-rasmda *Y* ning *X* ga nisbatan ikkita korrelatsion bog‘lanish va shularga mos regressiya chiziqlari tasvirlangan.



3.3-rasm.

Bu yerdagi ikkala a) va b) korrelatsion bog'lanishning ko'rinishi va kuchi bir xil, ya'ni $\rho'_{XY} = \rho''_{XY}$, lekin X ning bir xil qiymatlariga mos keluvchi Y ning qiymatlari har xil. Demak, bu yerdagi korrelatsion bog'lanishlar bir-biridan qiymatlarning zichligi bilan farq qiladi: a) holda b) holdagiga nisbatan zich korrelatsion bog'lanishga ega.

Korrelatsion bog'lanish quyidagi ikki xil usulda baholanadi:

a) korrelatsion nisbat (η) bo'yicha;

b) chiziqli korrelatsiya koeffitsiyenti (r) bo'yicha.

Birinchi usul korrelatsion bog'lanish turiga bog'liq bo'lmagan universal usuldir. Ikkinchi usul faqat chiziqli korrelatsion bog'lanish uchun qo'llaniladi.

a) Y ning X ga korrelatsiyasini baholash uchun ushbu tanlanma korrelatsion nisbat (guruhlararo o'rtacha kvadratik chetlanishning Y belgining umumiy o'rtacha kvadratik chetlanishiga nisbati) xizmat qiladi:

$$\eta = \frac{\delta}{\sigma}, \text{ bu yerda} \qquad (3.24)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma(\bar{Y}_X - \bar{Y})^2}{n}} = \sqrt{D\bar{Y}_X} \qquad (3.25)$$

guruhlararo o'rtacha kvadratik chetlanish;

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}{n}} = \sqrt{DY} \qquad (3.26)$$

umumiy o'rtacha kvadratik chetlanish bo'lsa, u holda korrelatsion nisbatni

$$\eta = \sqrt{\frac{\Sigma(\bar{Y}_X - \bar{Y})^2}{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}} = \sqrt{\frac{D\bar{Y}_X}{DY}} \qquad (3.27)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

(3.24) ifodaning ikkala qismini kvadratga ko'tarsak,

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} \qquad (3.28)$$

ni hosil qilamiz, bu esa *doterminatsiya koeffitsiyenti* deb ataladi.

Agar $\sigma^2 = DY$ — umumiy dispersiya va $\delta^2 = D\bar{Y}_X$ guruhlararo dispersiya bo'lsa, u holda korrelatsion nisbat

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{D\bar{Y}_X}{DY}} \qquad (3.29)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Yuqorida keltirilgan (3.24), (3.27) va (3.29) ifodalarning birortasi orqali hisoblangan korrelatsion nisbatning qiymati bo'yicha korrelatsion bog'lanish quyidagicha baholanadi:

1) umuman, korrelatsion nisbatning qiymati [0; 1] oraliqda bo'ladi;

2) korrelatsion nisbatning qiymati 1 ga qancha yaqin bo'lsa, bog'lanish shuncha zich va, aksincha, 0 ga qancha yaqin bo'lsa, shuncha tarqoq bo'ladi;

3) odatda, $\eta < 0{,}3$ bo'lsa, *tarqoq bog'lanishga,* $0{,}3 < \eta < 0{,}6$ bo'lsa, *o'rtacha bog'lanishga*, $\eta < 0{,}6$ bo'lsa, *zich bog'lanishga* ega deyiladi.

3.1-masala. 3.8-korrelatsion jadvaldagi ma'lumotlar bo'yicha $\overline{Y}_{X_i} = ax_i^2 + bx_i + c$ regressiya tenglamasi yozilsin va korrelatsion bog'lanish (η) baholansin.

3.8-jadval

Y_j \ X_i	0	4	5	m_{Y_j}
1	50	5	1	56
35		44		44
50		5	45	50
m_{X_j}	50	54	46	$N = 150$

1) a, b va c parametrlarni aniqlash uchun 3.9-hisoblash jadvalini tuzamiz:

3.9-jadval

X	$\overline{Y}_{X_i}$	X^2	X^3	X^4	$X\overline{Y}_{X_i}$	$X^2\overline{Y}_{X_i}$
0	1	0	0	0	0	0
4	33,24	16	64	256	132,96	531,84
5	49	25	125	625	245	1225
$\Sigma = 9$	83,94	41	189	881	377,96	1756,84

Topilgan yig'indi natijalarini ushbu (3.30) tenglamalar sistemasiga qo'yib va bu tenglamalar sistemasini a, b, c larga nisbatan yechib, a, b, c larning qiymatlarini topamiz:

$$\begin{cases} a\Sigma X^4 + b\Sigma X^3 + c\Sigma X^2 = \Sigma X^2\overline{Y}; \\ a\Sigma X^3 + b\Sigma X^2 + c\Sigma X = \Sigma X\overline{Y}; \\ a\Sigma X^2 + b\Sigma X + n\cdot c = \Sigma \overline{Y}_x. \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\begin{cases} 881a + 189b + 41c = 1756,84; \\ 189a + 41b + 9c = 377,96; \\ 41a + 9b + 3c = 83,24. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 319,3a + 66b = 629,09; \\ 66,0a + 14b = 128,24; \\ 13,7a + 3b + c = 27,75. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9,1a = 25,36; \\ 66,0a + 14b = 128,24; \\ 13,7a + 3b + c = 27,75 \end{cases}$$

$$a = 2,8; \qquad b = -4,04; \qquad c = -22,76.$$

Topilgan *a, b* va *c* larning qiymatlari bo'yicha

$$\overline{Y}_{X_i} = 2,8\,x_i^2 - 4,04\,x_i - 22,76$$

regressiya tenglamasini yozamiz.

2) Yuqoridagi topilgan qiymatlar bo'yicha quyidagi 3.10-hisoblash jadvalini tuzamiz:

3.10-jadval

y_j	$\overline{Y}_j$	$\overline{Y}_{X_i}$	$y_j - \overline{Y}_j$	$(y_j - \overline{Y}_j)^2$	$\overline{Y}_{X_i} - \overline{Y}_j$	$(\overline{Y}_{X_i} - \overline{Y}_j)^2$
1	28,7	1	– 27,7	767,29	– 27,7	767,29
35	28,7	33,24	6,3	39,69	4,54	19,6
50	28,7	49	21,3	447,69	20,3	412,1
$\Sigma = 86$		83,24		1254,67		1198,99

Topilgan qiymatlarni (3.27) ifodaga qo'yib hisoblaymiz:

$$\eta = \sqrt{\frac{\Sigma(\overline{Y}X - \overline{Y})^2}{\Sigma(Y - \overline{Y})^2}} = \sqrt{\frac{1198,99}{1254,67}} = \sqrt{0,956} = 0,98\,.$$

$\eta = 0,98 > 0,6$ bo'lgani uchun 3-xulosaga ko'ra Y va X tasodifiy miqdorlar zich korrelatsion bog'lanishga ega.

b) Agar Y ning X ga yoki X ning Y ga korrelatsiyasi chiziqli bog'lanishga ega bo'lsa, korrelatsion bog'lanishni quyidagi korrelatsiya koeffitsiyentining formulalaridan foydalanib baholash mumkin:

(3.20) va (3.21) formulalardan topilgan tanlanma regressiya koeffitsiyenti formulasining ikkala qismini σ_X/σ_Y va σ_Y/σ_X ga ko'paytirib,

$$\rho_{YX}(\sigma_X/\sigma_Y)=(\overline{XY}-\overline{X}\cdot\overline{Y})/(\sigma_X\sigma_Y),$$

$$\rho_{XY}(\sigma_Y/\sigma_X)=(\overline{XY}-\overline{X}\cdot\overline{Y})/(\sigma_X\sigma_Y), \qquad (3.31)$$

tenglamalarni hosil qilamiz. Bu tenglamalarning o'ng tomonini η_t orqali belgilaymiz va uni *tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti* deb ataymiz:

$$\eta_t=(\overline{XY}-\overline{X}\cdot\overline{Y})/(\sigma_X\,\sigma_Y), \qquad (3.32)$$

demak,

$$\rho_{YX}(\sigma_X/\sigma_Y)=\eta_t; \qquad \rho_{XY}(\sigma_Y/\sigma_X)=\eta_t \qquad (3.33)$$

yoki

$$\rho_{YX}=(\sigma_Y/\sigma_X)\eta_t; \qquad \rho_{XY}=(\sigma_X/\sigma_Y)\eta_t \qquad (3.34)$$

bu yerda: ρ_{YX} va ρ_{XY} tanlanma regressiya koeffitsiyentlari;

σ_X — faktor qiymatlari bo'yicha o'rtacha kvadratik og'ish;

σ_Y — natijaviy qiymatlar bo'yicha o'rtacha kvadratik og'ish.

(3.33) va (3.34) ifodalar korrelatsiya koeffitsiyenti bilan regressiya koeffitsiyenti o'rtasidagi bog'lanishni ifodalaydi.

Korrelatsiya koeffitsiyenti quyidagi asosiy xossalarga ega:

1) ikkita bir-biriga bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlarning korrelatsiya koeffitsiyenti 0 ga teng;

2) ikkita chiziqli funksional bog'lanishga ega bo'lgan tasodifiy miqdorlarning korrelatsiya koeffitsiyenti:

a) agar bog'lanish o'suvchi bo'lsa, +1 ga;

b) agar bog'lanish kamayuvchi bo'lsa, −1 ga teng bo'ladi.

3) korrelatsiya koeffitsiyentining absolut qiymati birdan katta bo'lmaydi, ya'ni $|\eta_t|\le 1$ yoki $-1\le\eta_t\le +1$.

Amalda korrelatsiya koeffitsiyenti qiymatini topishda (3.32), (3.33) va (3.34) formulalardan foydalaniladi.

Topilgan korrelatsiya koeffitsiyentining qiymatiga ko'ra korrelatsion bog'lanish zich yoki tarqoq bo'ladi:

a) agar $|\eta_t| > 0{,}5$ bo'lsa, zich korrelatsion bog'lanish, ya'ni $\overline{Y}_j(\overline{X}_i)$ o'rtacha qiymatlar zich joylashgan;

b) agar $|\eta_t| < 0,5$ bo‘lsa, tarqoq korrelatsion bog‘lanish, ya’ni $\overline{Y}_j(X_i)$ o‘rtacha qiymatlar tarqoq joylashgan.

3.2-masala. O‘tkazilgan tajribalar natijasi quyidagi 3.11-korrelatsion jadvalda berilgan. Shu jadvaldagi qiymatlar bo‘yicha korrelatsiya koeffitsenti topilsin va korrelatsion bog‘lanish baholansin.

3.11-jadval

Y_i \ X_i	1	2	3	4	m_{Y_j}
1	2				2
2	1	1	2		4
3		2	2	1	5
4				2	2
5				2	2
m_{X_i}	3	3	4	5	15

Yechilishi. Yordamchi hisoblash jadvalini tuzamiz:

3.12-jadval

X_i	m_{X_i}	$X_i m_{X_i}$	$X_i^2 m_{X_i}$	$X_i m_{X_i} \overline{Y}_{X_i}$
1	3	$1 \cdot 3 = 3$	$1^2 \cdot 3 = 3$	$1 \cdot (1 \cdot 2 + 2 \cdot 1) = 4$
2	3	$2 \cdot 3 = 6$	$2^2 \cdot 3 = 12$	$2 \cdot (2 \cdot 1 + 3 \cdot 2) = 16$
3	4	$3 \cdot 4 = 12$	$3^2 \cdot 4 = 36$	$3 \cdot (2 \cdot 2 + 3 \cdot 2) = 30$
4	5	$4 \cdot 5 = 20$	$4^2 \cdot 5 = 80$	$4 \cdot (3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2) = 84$
$\Sigma = 10$	15	41	131	134

3.13-jadval

Y_j	m_{Y_j}	$m_{Y_j} Y_j$	$m_{Y_j} Y_j^2$	$Y_j m_{Y_j} \overline{X}_{Y_j}$
1	2	$1 \cdot 2 = 2$	$1^2 \cdot 2 = 2$	$1 \cdot (1 \cdot 2) = 2$
2	4	$2 \cdot 4 = 8$	$2^2 \cdot 4 = 16$	$2 \cdot (1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2) = 18$
3	5	$3 \cdot 5 = 15$	$3^2 \cdot 5 = 45$	$3 \cdot (2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1) = 42$
4	2	$4 \cdot 2 = 8$	$4^2 \cdot 2 = 32$	$4 \cdot (2 \cdot 4) = 32$
5	2	$5 \cdot 2 = 10$	$5^2 \cdot 2 = 50$	$5 \cdot (2 \cdot 4) = 40$
$\Sigma = 15$	15	43	145	134

Hisoblab topilgan 3.12- va 3.13-jadvallarning yig'indi qatoridagi qiymatlarni (3.19) ifodaga qo'yib, quyidagi oraliq kattaliklarining qiymatlarini topamiz:

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{k} m_{X_i} X_i / N = 41/15 = 2{,}73;$$

$$\overline{Y} = \sum_{j=1}^{n} m_{Y_j} Y_j / N = 43/15 = 2{,}87;$$

$$\overline{XY} = \sum_{i=1}^{k} m_{X_i} X_i \overline{Y}_{X_i} / N = 134/15 = 8{,}93;$$

$$\sigma_X = \sqrt{\overline{X}^2 - (\overline{X})^2} = \sqrt{8{,}73 - (2{,}73)^2} = \sqrt{1{,}2771} = 1{,}13;$$

$$\overline{X}^2 = \sum_{i=1}^{k} m_{X_i} X_i^2 / N = 131/15 = 8{,}73;$$

$$\overline{Y}^2 = \sum_{j=1}^{n} m_{Y_j} Y^2{}_j / N = 145/15 = 9{,}67;$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\overline{Y^2} - (\overline{Y})^2} = \sqrt{9{,}67 - (2{,}87)^2} = \sqrt{1{,}43} = 1{,}2.$$

$\overline{XY}$, $\overline{X}$, $\overline{Y}$, σ_X va σ_Y kattaliklarning topilgan qiymatlarini (3.32) ifodaga qo'yib, tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti qiymatini topamiz:

$$\eta_t = (\overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y})/(\sigma_X \sigma_Y) = (8{,}93 - 2{,}73 \cdot 2{,}87)/(1{,}13 \cdot 1{,}2) =$$
$$= 1{,}0949/1{,}356 = 0{,}81.$$

(0,81) > 0,5; (σ_t) > 0,5, demak, X_i va Y_j miqdorlar zich korrelatsion bog'lanishga ega, ya'ni Y_j o'rtacha qiymatlar zich joylashgan ekan.

AMALIY DARSLAR UCHUN MASALALAR

3.3-masala. Quyidagi 3.14-korrelatsion jadvaldan foydalanib, Y ning X ga nisbatan regressiya tenglamasi yozilsin:

3.14-jadval

Y_j \ X_i	5	10	15	20	m_{Y_j}
10	2	—	—	—	2
20	5	4	1	—	10
30	3	8	6	3	20
40	—	3	6	6	15
50	—	—	2	1	3
m_{X_i}	10	15	15	10	$N = 50$

$$\bar{Y}_{X_i} = 1,17\,X_i + 16,78; \qquad \bar{X}_{Y_j} = 0,345\,Y_j + 1,67.$$

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

3.4-masala. Quyidagi 3.15-korrelatsion jadvaldan foydalanib, Y ing X ga nisbatan regressiya tenglamasi yozilsin:

3.15-jadval

Y_j \ X_i	6,5	9,5	12,5	15,5	18,5	21,5	m_{Y_j}
3	5	—	—	—	—	—	5
4	4	12	—		—	—	16
5	—	8	5	4	—	—	17
6	—	1	5	7	2	—	15
7	—	—	—	—	1	1	2
m_{X_i}	9	21	10	11	3	1	$N = 55$

IV bob. MODEL TO‘G‘RISIDA TUSHUNCHA. MODEL TURLARI

4.1. MODEL TO‘G‘RISIDA TUSHUNCHA

Tabiat va jamiyatdagi obyektlar hamda ularning xossalari kuzatilayotganda ular to‘g‘risida dastlabki tushuncha hosil bo‘ladi. Bu tushunchalar oddiy so‘zlashuv tilida, turli sxemalar, rasmlar, belgilar orqali ifodalanishi mumkin. Xuddi ana shunday tushunchalar *model* deyiladi. Ifodalangan modellar yordamida kuzatilayotgan obyektni o‘rganish esa *modellashtirish* deyiladi.

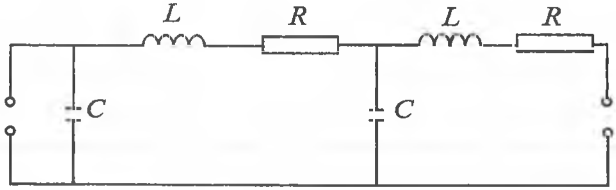
Model so‘zi lotincha modulus so‘zidan olingan bo‘lib, o‘lchov, me’yor degan ma’noni anglatadi. Keng ma’noda esa model biror obyekt yoki obyektlar sistemasining namunasidir. Masalan, Yer sharining modeli — globus, osmon va undagi yulduzlar modeli — planetariy ekrani kabilar.

Tibbiyot va biologiyada qo‘llaniladigan modellar quyidagi uchta kategoriyaga bo‘linadi.

1. *Biologik model* odam va hayvonlarda, shuningdek, turli xildagi tirik mavjudotlarda uchraydigan ma’lum bir hodisalarning biologik qonuniyatlarini, patologik jarayonlarni, turli preparatlarning organizmga ta’sirini va davolash usullarini laboratoriya sharoitida sinab ko‘rish imkoniyatini beradi. Bu tur modellarga laboratoriya hayvonlari, alohida o‘rganilayotgan organizm, to‘qimalar, membranalar va hokazolar misol bo‘la oladi.

2. *Fizik model* biologik struktura, funksiya yoki jarayonlarni fizik vositalar yordami bilan qaytadan hosil qilishdan iborat.

Masalan, har xil tashqi ta’sirdan suyakning deformatsiyalanishini kuzatish uchun maxsus suyak maketi yasalgan. Qonning tomirlardagi harakatini o‘rganish uchun qarshilik, sig‘im va induktivlikdan iborat zanjir model yaratilgan (4.1-rasm).



4.1-rasm.

Elektrotexnika va elektronika prinsiplari asosida nerv hujayralari modeli yaratilgan. Bulardan tashqari, fizik modelga alohida organni yoki tirik organizm sistemasini almashtirish uchun yaratilgan qurilmalar — o'pka modeli (sun'iy o'pka), yurak modeli (sun'iy yurak), kardiostimulator va boshqalar misol bo'la oladi.

3. *Matematik model* — turli sistemalar strukturasi, o'zaro aloqalari va funksiyasi qonuniyatlarini matematik holda, logik-matematik tafsilotlarga ko'ra mantiqiy asosda tuziladi va tajriba yo'li bilan tekshirib ko'riladi. Matematik model yaratishda fizika, kimyo va biologiyaning asosiy qonunlaridan foydalaniladi. Masalan, organizmdagi elektr hodisalarini matematik modelini yaratishda elektrodinamika qonunidan, qonning aylanish modelida gidrodinamik qonundan foydalanilgan. Hozirgi vaqtda elektron hisoblash mashinalarini qo'llanishi natijasida murakkab sistemalarning ham matematik modellari yaratilmoqda va atroflicha o'rganilmoqda. Bu esa matematik modellashtirishning amaliy va ilmiy mohiyatini oshiradi.

Matematik modellashtirish hodisa va jarayonlarni tekshirishda boshqa metodlarga nisbatan bir qancha afzalliklarga ega:

1) model aniq qonuniyat asosida matematik tilda (grafik va formula ko'rinishda) yaratiladi;

2) tajribalar natijasiga ko'ra yaratilgan gipotezani shu gipoteza asosida yaratilgan matematik model orqali tekshirish mumkin. Bunday tekshirish gipotezaning to'g'riligini tasdiqlaydi yoki qo'shimcha ma'lumotlar zarurligini ko'rsatadi;

3) laboratoriya yoki klinik sharoitda o'rganish imkoniyati bo'lmagan sistemalarni to'lig'icha yoki ma'lum bir qismining holatini o'rganish imkoniyatini beradi.

Bulardan tashqari, tuzilgan matematik modeldan to'liq foydalanilsa, biosistemalarni o'rganish vaqti tejaladi, tajribalar soni kamayadi, natijada tajribalarga ketadigan materiallar iqtisod qilinadi, eksperimentlarning borishi va olinadigan natijalar haqida oldindan (prognoz) mulohaza bildirish imkoniyati yaratiladi, bunday mulohazalar kasallarga qanday dozada dorilarni belgilashda va davolashning optimal variantlarini ishlab chiqishda katta ahamiyatga ega.

4.2. FARMAKOKINETIK MODEL

Organizmga kiritilgan preparatning organizm to'qimalarida tarqalishi kinetikasini o'rganuvchi bo'lim *farmakokinetika* deb ataladi. Farmakokinetikaning qonunlarini va to'qimalarda boradigan murakkab jarayonlarni o'rganish uchun maxsus *farmakokinetik modellar* yaratiladi. Preparatning terapevtik samaradorligi uning bemor organizmga kiritilgan konsentratsiyasiga miqdoriga va organizmda bo'lish vaqtiga bog'liq. Shuning uchun shifokorning asosiy vazifasi kasal organizmga kerak bo'lgan optimal dozani va preparatning organizmga kiritish vaqtini oraliq ta'sirlar kam bo'ladigan qilib to'g'ri belgilashdan iboratdir. Bu jarayon modellashtirishning oxirgi bosqichidir.

Maqsadni ifodalash modellashtirishning *birinchi bosqichi* bo'ladi. *Ikkinchi bosqichda* berilgan qiymatlar asosida real jarayonning soddalashtirilgan sxemasi yaratiladi. Qaralayotgan masala aniqlanishi kerak bo'lgan konsentratsiya bilan vaqt o'rtasidagi bog'lanish funksiyasi $C(t)$ning tenglamasini hosil qilishdan iborat.

Fiziologiyadan ma'lumki, preparatning organizmdagi konsentratsiyasi bir qancha jarayonlarga bog'liq bo'lib, bu jarayonlarning borish tezligi K o'zgarmas kattalik bilan belgilanadi.

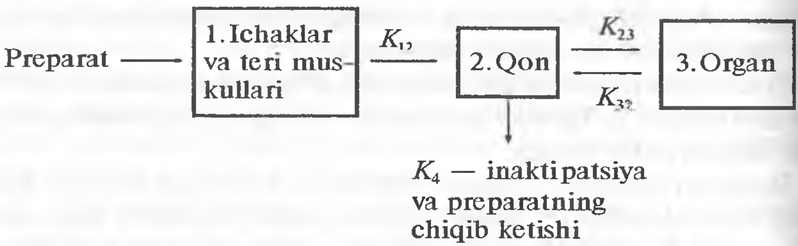
1. Preparatning to'qimalardan qonga o'tishidagi surilishi (K_{12}).

2. Qondan organ to'qimalarga o'tishidagi surilishi (K_{23}).

3. Organ to'qimalardan qonga o'tishidagi surilishi (K_{32}).

4. Preparatning buyrakda qondan ajralishi (eliminatsiya) va jigarda parchalanishi (K_4).

Bu jarayonlar sxematik ravishda 4.2-rasmda tasvirlangan. Modellashtirilayotgan jarayonlarni sxematik ravishda tasvirlanishi matematik modellashtirishning *uchinchi bosqichidir.*



4.2-rasm.

Odatda, sxemalar soddalashtirilgan holda qaraladi, shuning uchun nimalarni qisqartirish mumkin, nimalarni mumkin emas, buni bilish ahamiyatlidir.

Qaralayotgan sistemada molekular jarayonning o'tish mexanizmi, preparatning inaktipatsiyasi, yopishqoqligi va boshqalarni e'tiborga olmagan holda faqat kinetikasini, ya'ni vaqt davomida preparat konsentratsiyasining organlarda va qonda o'zgarishini o'rganamiz.

Qisqartirishlar natijasida soddalashtirilgan sxema asosida sistemada sodir bo'layotgan jarayonni ifodalaydigan tenglamani yozish eng asosiy bosqich — *to'rtinchi bosqichni* tashkil etadi. 4.2-rasmda har bir jarayon strelka bilan ko‘rsatilgan. Bu jarayonni reaksiya tezligi modda konsentratsiyasiga proporsional ravishda o‘zgaradigan monomolekular reaksiya sifatida qarash mumkin. U holda 1, 2 va 3-bloklardagi modda konsentratsiyasining o‘zgarishi oddiy kinetik jarayon uchun yozilgan quyidagi differensial tenglamalar ko‘rinishida ifodalanadi:

$$dC_1/dt = -K_{12}C_1; \tag{4.1}$$

$$dC_2/dt = -(K_4 + K_{23})C_2 + K_{32}C_3 + K_{12}C_1; \tag{4.2}$$

$$dC_3/dt = K_{23}C_2 - K_{32}C_3, \tag{4.3}$$

bu yerda C_1, C_2, C_3 shu 1, 2, 3-bloklardagi modda konsentratsiyalari. Bu differensial tenglamalarning yechimlarini topish, ya’ni $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ funksiyalarni hosil qilish matematik modellashtirishning *beshinchi bosqichi* bo‘ladi.

4.1-masala. 0,5 g li streptotsid tabletkasi erish tezligining doimiysi $K = 0{,}05$ min^{-1} ga teng. Agar tabletkaning erish tezligi tabletkadagi dorivor modda miqdoriga proporsional ravishda o‘zgarsa, 30 min da qancha miqdorda streptotsid eriydi (% da hisoblansin).

Berilganlar:

$m_0 = 0{,}5$ g

$K = 0{,}05$ (1/min)

$t = 30$ min

$X\ \% = ?$

Yechilishi: masala shartiga ko‘ra tabletkaning erish tezligi tabletkadagi dorivor modda miqdoriga proporsional o‘zgargani uchun, tabletkaning t vaqtda erish kinetikasi quyidagi differensial tenglama ko’rinishida ifodalanadi. m bilan t vaqtdan keyin erimay qolgan dorivor modda miqdorini belgilaymiz:

$$dm/dt = -Km. \tag{4.4}$$

bu yerda: K — erish tezligining doimiysi. (4.4) tenglamadagi «—» ishorasi tabletkadagi modda miqdori vaqt o‘tishi bilan kamayayotganini bildiradi.

(4.4) differensial tenglamani dt ga ko‘paytirib, m ga bo‘lamiz:

$$(dm/dt)\cdot dt = -Kmdt; \qquad dm = -Kmdt;$$

$$dm/m = -Kmdt/m; \qquad dm/m = -Kdt. \tag{4.5}$$

(4.5) ifodani integrallab hisoblaymiz:

$$\int dm/m = -\int Kdt\ , \qquad \ln|m| = -Kt + \ln(C)$$

$$\ln|m| = \ln e^{-Kt} + \ln C, \qquad \ln|m| = \ln(C\,e^{-Kt})$$

$$m = Ce^{-Kt} \tag{4.6}$$

Bu yerda, agar $t = 0$ bo'lganda $m = m_0$ deb olsak, $C=m_0$ bo'ladi va (4.6) ifodadan

$$m = m_0 \cdot e^{-Kt} \qquad (4.7)$$

tenglamani hosil qilamiz. (4.7) formula tabletkadagi dorivor moddalarning erish kinetikasi qonunini ifodalaydi, ya'ni bu formuladan t ning istalgan qiymatida erimay qolgan dorivor modda miqdorini aniqlash mumkin.

Masala shartida berilgan qiymatlarni (4.7) formulaga qo'yib, m ning qiymatini topamiz.

$m = 0,5\ g \cdot e^{-0,05(1/min)30min} = 0,5\ g \cdot e^{-1,5} = 0,5 \cdot 0,223\ g = 0,1115\ g;$
$m = 0,1115\ g;$
$m_x = 0,5\ g - 0,1115\ g = 0,3885\ g.$

0,5 – 100%	$X = (0,3885 \cdot 100)/\ 0,5\ g = 77,7\%$
0,3885 – $X\%$	$X = 77,7\%$

AMALIY DARSLAR UCHUN

4.2-masala. 100 mg li fenobarbital tabletkasi t vaqt davomida quyidagicha eriydi:
10 minutda — 63,21 mg;
15 minutda — 77,51 mg;
20 minutda — 86,47 mg;
25 minutda — 91,73 mg.
Shu tabletkaning erish tezligi doimiysi (K) va yarim erish vaqti topilsin.

4.3-masala. Minutiga 12 marta aylanadigan aralashtirgichli qurilmada 25 mg li efedrin gidroxlorid tabletkasi t vaqt davomida quyidagicha:
5 minutda — 6,3 mg, 10 minutda — 11,1 mg, 20 minutda — 17,5 mg erigan bo'lsa, 30 minutda qanchasi eriydi?

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN

4.4-masala. 300 mg li fenobarbital tabletkasining erish tezligi doimiysi $K = 0,1\ min^{-1}$ ga teng. Agar tabletkaning erish tezligi tabletkadagi dorivor modda miqdoriga proporsional ravishda o'zgarsa, 30 minutda qancha miqdor fenobarbital tabletkasi eriydi?

4.5-masala. Minutiga 30 marta aylanadigan aralashtirgichli qurilmada 20 mg li efedrin gidroxlorid tabletkasi *t* vaqt davomida quyidagicha:

5 minutda — 8,0 mg,

10 minutda — 13,6 mg,

20 minutda — 19,7 mg

erigan bo'lsa, 30 minutda qanchasi eriydi?

V bob. STATISTIK GIPOTEZALARNING STATISTIK TEKSHIRILISHI

5.1. STATISTIK GIPOTEZA. NOL VA KONKURENT, ODDIY VA MURAKKAB GIPOTEZALAR

Ko'pincha, bosh to'plam taqsimot qonunini bilish zarur bo'ladi. Agar taqsimot qonuni noma'lum, lekin u tayin ko'rinishga ega va uni A deb belgilashga asos bor bo'lsa, u holda quyidagi gipoteza ilgari suriladi: *bosh to'plam A qonun bo'yicha taqsimlangan*. Shunday qilib, bu gipotezada gap taxmin qilinayotgan taqsimotning ko'rinishi haqida bormoqda.

Taqsimot qonuni ma'lum, uning parametrlari esa noma'lum bo'lgan hol ham bo'lishi mumkin. Agar Q noma'lum parametr tayin Q_0 qiymatga teng deb taxmin qilishga asos bor bo'lsa, u holda ushbu gipoteza olg'a suriladi: $Q = Q_0$. Shunday qilib, gipotezada gap ma'lum taqsimot parametrining taxmin qilinayotgan kattaligi haqida bormoqda.

Boshqa gipotezalar ham bo'lishi mumkin: ikki yoki bir necha taqsimot parametrlarining tengligi haqida, to'plamlarning erkliligi haqida va boshqa ko'p gipotezalar.

Statistik gipoteza deb, noma'lum taqsimotning ko'rinishi haqida yoki ma'lum taqsimotlarning parametrlari haqidagi gipotezaga aytiladi.

Masalan, quyidagi gipotezalar statistik gipoteza bo'ladi:

1) bosh to'plam Puasson qonuni bo'yicha taqsimlangan;

2) ikkita normal to'plamning dispersiyalari o'zaro teng.

Birinchi gipotezada noma'lum taqsimotning ko'rinishi haqida, ikkinchisida ikkita ma'lum taqsimotning parametrlari haqida taxmin qilingan.

«1980-yilda urush bo'lmaydi» gipotezasi statistik gipoteza emas, chunki unda taqsimotning na ko'rinishi haqida, na parametrlari haqida so'z boradi.

Olg'a surilgan gipoteza bilan bir vaqtda unga zid gipoteza ham qaraladi. Agar olg'a surilgan gipoteza rad qilinsa, u holda zid gipoteza o'rinli bo'ladi. Shu sababli, bu gipotezalarni bir-biridan farq qilish maqsadga muvofiqdir.

Nolinchi (asosiy) gipoteza deb, olg'a surilgan H_0 gipotezaga aytiladi. *Konkurent (alternativ) gipoteza* deb, nolinchi gipotezaga zid bo'lgan H_1 gipotezaga aytiladi.

Masalan, nolinchi gipoteza normal taqsimotning a matematik kutilishi 10 ga teng degan taxmindan iborat bo'lsa, u holda konkurent gipoteza, jumladan, $a \neq 10$ degan taxmindan iborat bo'lishi mumkin, bo'lib, ular qisqacha bunday yoziladi:

$$H_0 : a = 10. \qquad H_1 : a \neq 10.$$

Faqat bitta taxminni va bittadan ortiq taxminlarni o'z ichiga olgan gipotezalar bir-biridan farq qilinadi.

Oddiy gipoteza deb, faqat bitta taxminni o'z ichiga olgan gipotezaga aytiladi. Masalan, agar λ ko'rsatkichli taqsimotning parametri bo'lsa, u holda $H_0 : \lambda = 5$ gipotezasi oddiy gipoteza. H_0:normal taqsimotning matematik kutilishi 3 ga teng (σ — ma'lum) gipotezasi — oddiy gipoteza.

Murakkab gipoteza deb, chekli yoki cheksiz sondagi oddiy gipotezalardan iborat gipotezalarga aytiladi. Masalan, $H : \lambda > 5$ — murakkab gipoteza bo'lib, u ushbu $H_i : \lambda = b_i$ (b_i bu yerda 5 dan katta istalgan son) ko'rinishidagi oddiy i gipotezalarning cheksiz ko'p to'plamidan iborat. H_0:normal taqsimotning matematik kutilishi 3 ga teng (σ — noma'lum) gipotezasi murakkab gipotezadir.

5.2. BIRINCHI VA IKKINCHI TUR XATOLIKLAR

Olg'a surilgan gipoteza to'g'ri yoki noto'g'ri bo'lishi mumkin, shu tufayli uni tekshirish zarurati tug'iladi. Tekshirish statistik usullar bilan bajarilgani sababli, uni ham *statistik tekshirish* deyiladi. Gipotezani statistik tekshirish natijasida ikki holda noto'g'ri qarorga kelinishi, ya'ni ikki turdagi xatolikka yo'l qo'yilishi mumkin.

Birinchi tur xatolik shundan iboratki, bunda to'g'ri gipoteza rad qilinadi.

Ikkinchi tur xatolik shundan iboratki, bunda noto'g'ri gipoteza qabul qilinadi.

Bu xatoliklarning oqibatlari har xil bo'lishi mumkinligini qayd qilib o'tamiz. Masalan, «binoni qurish davom ettirilsin» degan to'g'ri qaror rad etilgan bo'lsa, u holda birinchi tur bu xatolik moddiy zararga olib keladi; agar binoning ag'darilib tushish xavfiga qaramasdan «Qurilish davom ettirilsin» degan qaror qabul qilingan bo'lsa, u holda ikkinchi tur bu xatolik odamlarni halokatga olib kelishi mumkin. Albatta, birinchi tur xatolik ikkinchi tur xatolikka qaraganda og'irroq oqibatlarga olib keladigan misollar ham keltirish mumkin.

1-eslatma. To'g'ri qaror ham ikki holda qabul qilinishi mumkin:
1) gipoteza qabul qilinadi, u aslida ham to'g'ri edi;

2) gipoteza rad qilinadi, u aslida ham noto‘g‘ri edi.

2-eslatma. Birinchi tur xatolikka yo‘l qo‘yish ehtimolligini α orqali belgilash qabul qilingan; u *qiymatdorlik darajasi* deyiladi. Qiymatdorlik darajasi ko‘pincha 0,05 yoki 0,01 ga teng qilib olinadi. Agar, masalan, qiymatdorlik darajasi 0,05 ga teng qilib olinadigan bo‘lsa, bu hol biz o‘tkazilgan yuzta tajribadan beshtasida birinchi tur xatolikka yo‘l qo‘yishimiz (to‘g‘ri gipotezani rad qilishimiz) mumkinligini anglatadi.

5.3. NOLINCHI GIPOTEZANI TEKSHIRISHNING STATISTIK KRITERIYSI. KRITERIYNING KUZATILADIGAN QIYMATI

Nolinchi gipotezani tekshirish maqsadida maxsus tanlangan va aniq yoki taqribiy taqsimoti ma’lum bo‘lgan tasodifiy miqdor ishlatiladi. Bu miqdorni, agar u normal taqsimlangan bo‘lsa, U yoki Z orqali, Fisher — Snedekor qonuni bo‘yicha taqsimlangan bo‘lsa, F yoki V orqali, Styudent qonuni bo‘yicha taqsimlangan bo‘lsa, T orqali, «xi kvadrat» qonuni bo‘yicha taqsimlangan bo‘lsa, χ^2 orqali belgilanadi va h.k. Ushbu paragrafda taqsimotning ko‘rinishi e’tiborga olinmagani uchun bu miqdorni, umumiylik nuqtayi nazaridan, K orqali belgilaymiz.

Statistik kriteriy (yoki oddiygina *kriteriy*) deb nolinchi gipotezani tekshirish uchun xizmat qiladigan K tasodifiy miqdorga aytiladi.

Masalan, ikkita normal taqsimlangan bosh to‘plam dispersiyalarining tengligi haqidagi gipoteza tekshirilayotgan bo‘lsa, u holda K kriteriy sifatida tuzatilgan tanlanma dispersiyalar nisbati olinadi:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}. \tag{5.1}$$

Bu miqdor tasodifiydir, chunki turli tajribalarda dispersiyalar har xil, oldindan ma’lum bo‘lmagan qiymatlar qabul qiladi. U Fisher — Snedekor qonuni bo‘yicha taqsimlangan.

Gipotezani tekshirish uchun kriteriyga kirgan miqdorlarning xususiy qiymatlari tanlanmalardagi ma’lumotlar bo‘yicha hisoblanadi va shunday qilib kriteriyning xususiy (kuzatiladigan) qiymati hosil qilinadi.

Kuzatiladigan qiymat K_{kuzat} deb kriteriyning tanlanmalar bo‘yicha hisoblangan qiymati belgilanadi.

Masalan, normal bosh to‘plamlardan olingan ikkita tanlanma bo‘yicha $S_1^2=20$ va $S_2^2=5$ kuzatilgan tanlanma dispersiyalar bo‘lsa, u holda F kriteriyning kuzatiladigan qiymati:

$$F = S_1^2/S_2^2 = 20/5 = 4.$$

5.4. KRITIK SOHA. GIPOTEZANING QABUL QILINISH SOHASI. KRITIK NUQTALAR

Tegishli kriteriy tanlangandan so'ng uning mumkin bo'lgan barcha qiymatlar to'plami ikkita kesishmagan qism to'plamga ajratiladi: ulardan biri kriteriyning nolinchi gipoteza rad qilinadigan, qiymatlarni, ikkinchisi esa nolinchi gipoteza qabul qilinadigan qiymatlarni o'z ichiga oladi.

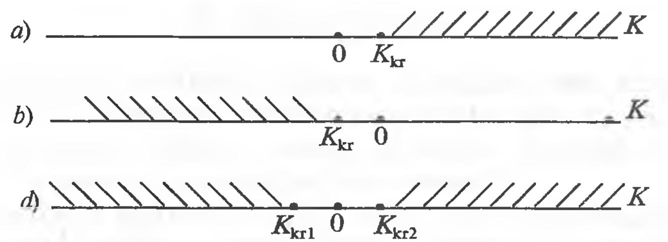
Kritik soha deb, kriteriyning nolinchi gipoteza rad qilinadigan qiymatlari to'plamlariga aytiladi.

Gipotezaning qabul qilinish sohasi (yo'l qo'yiladigan qiymatlar sohasi) deb kriteriyning gipoteza qabul qilinadigan qiymatlari to'plamiga aytiladi.

Statistik gipotezalarni tekshirishning asosiy prinsipini bunday ta'riflash mumkin: *agar kriteriyning kuzatilayotgan qiymati kritik sohaga tegishli bo'lsa, gipoteza rad qilinadi, agar kriteriyning kuzatilayotgan qiymati gipotezaning qabul qilinish sohasiga tegishli bo'lsa, gipoteza qabul qilinadi.*

K kriteriy bir o'lchovli tasodifiy miqdor bo'lgani uchun uning mumkin bo'lgan barcha qiymatlari biror oraliqqa tegishli bo'ladi. Shu sababli kritik soha va gipotezaning qabul qilinish sohasi ham oraliqlar bo'ladi va, demak, ularni ajratib turadigan nuqtalar mavjud.

Kritik nuqtalar (chegaralar) K_{kr} deb kritik sohani gipotezaning qabul qilinish sohasidan ajratib turadigan nuqtalarga aytiladi.



5.1-rasm.

Bir tomonlama (o'ng tomonlama va chap tomonlama) va ikki tomonlama kritik sohalar farq qilinadi.

O'ng tomonlama kritik soha deb, $K > K_{kr}$ tengsizlik bilan aniqlanadigan kritik sohaga aytiladi, bu yerda K_{kr} — musbat son (5.1-*a* rasm).

Chap tomonlama kritik soha deb, $K < K_{kr}$ tengsizlik bilan aniqlanadigan kritik sohaga aytiladi, bu yerda K_{kr} — manfiy son (5.1-*b* rasm).

Bir tomonlama kritik soha deb, o'ng tomonlama yoki chap tomonlama kritik sohaga aytiladi.

Ikki tomonlama kritik soha deb, $K < K_1$, $K > K_2$ tengsizliklar bilan aniqlanadigan kritik sohaga aytiladi, bu yerda $K_2 > K_1$.

Xususan, kritik nuqtalar nolga nisbatan simmetrik bo'lsa, u holda ikki tomonlama kritik soha ($K_{kr} > 0$) degan farazda $K < -K_{kr}$, $K > K_{kr}$ tengsizliklar yoki unga teng kuchli $|K| > K_{kr}$ tengsizlik bilan aniqlanadi (5.1-*d* rasm).

VI bob. NORMAL BOSH TO‘PLAMLARNING IKKI DISPERSIYASINI TAQQOSLASH

Amalda dispersiyalarni taqqoslash masalasi qurilmalar, asboblar, o‘lchash usullarining aniqligini taqqoslash talab etilganda yuzaga keladi. Ravshanki, qurilmalar, asbob va usullar orasida o‘lchash natijalarining eng kam tarqoq bo‘lishini, ya’ni eng kichik dispersiyani ta’minlaydigani ma’qulroqdir.

Aytaylik, X va Y bosh to‘plamlar normal taqsimlangan bo‘lsin. Bu to‘plamlardan olingan n_1 va n_2 hajmli erkli tanlanmalar bo‘yicha S_X^2 va S_Y^2 uzatilgan tanlanma dispersiyalar topilgan. Berilgan qiymatdorlik darajasida tuzatilgan dispersiyalar bo‘yicha ushbu nolinchi gipotezani tekshirish talab qilinadi: qaralayotgan to‘plamlarning bosh dispersiyalari o‘zaro teng:

$$H_0\colon D(X) = D(Y) \tag{6.1}$$

Tuzatilgan dispersiyalar bosh dispersiyalarining siljimagan baholari

$$M[S_X^2] = D(X),\ M[S_X^2] = D(Y) \tag{6.2}$$

ekanligini e’tiborga olib, nolinchi gipotezani bunday yozish mumkin:

$$H\colon M[S_X^2] = M\ [S_Y^2] \tag{6.3}$$

Shunday qilib, tuzatilgan tanlanma dispersiyalarning matematik kutilishlari o‘zaro tengligini tekshirib ko‘rish talab qilinadi. Bu masala shuning uchun qo‘yiladiki, odatda, tuzatilgan dispersiyalar farqi muhimmi (ahamiyatlimi) yoki muhim emasmi?

Agar nolinchi gipoteza o‘rinli, ya’ni bosh dispersiyalar bir xil bo‘lib chiqsa, u holda tuzatilgan dispersiyalarning farqi muhim emas va u tasodifiy sabablar, jumladan, tanlanma obyektlarining tasodifiy tanlanishi bilan tushuntiriladi. Masalan, ikkita qurilmada bajarilgan o‘lchash natijalarining tuzatilgan tanlanma dispersiyalari farqi muhim emas bo‘lib chiqsa, u holda qurilmalar bir xil aniqlikka ega.

Agar nolinchi gipoteza rad qilinadigan bo‘lsa, ya’ni bosh dispersiyalar bir xil bo‘lmasa, u holda tuzatilgan dispersiyalar farqi muhim va uni tasodifiy sabablar bilan tushuntirib bo‘lmaydi, bunga bosh dispersiyalarning har xilligi sababdir. Masalan, ikkita qurilmada bajarilgan o'lchash natijalarining tuzatilgan dispersiyalari farqi muhim bo'lib chiqsa, u holda qurilmalar aniqligi har xildir.

Bosh dispersiyalar tengligi haqidagi nolinchi gipotezani tekshirish kriteriysi sifatida tuzatilgan dispersiyalardan kattasining kichigiga nisbati, ya'ni

$$F = S^2_{\text{kat}} / S^2_{\text{kich}} \tag{6.4}$$

tasodifiy miqdorni olamiz. F miqdor nolinchi gipoteza o'rinli bo'lgan shartda $k_1 = n_1 - 1$ va $k_2 = n_2 - 1$ ozodlik darajali Fisher—Snedekor taqsimotiga ega, bu yerda n_1 — tanlanma hajmi, u bo'yicha katta tuzatilgan dispersiya hisoblangan, n_2 — tanlanma hajmi, u bo'yicha kichik dipersiya topilgan.

Fisher—Snedekor taqsimoti faqat ozodlik darajalari soniga bog'liq bo'lib, boshqa parametrlarga bog'liq emasligini eslatib o'tamiz.

Kritik soha konkurent gipoteza ko'rinishiga bog'liq ravishda tuziladi.

Birinchi hol. Nolinchi gipoteza H_0: $D(X) = D(Y)$.

konkurent gipoteza H_1: $D(X) > D(Y)$.

Bu holda quyidagi talabga asoslanib bir tomonlama, chunonchi o'ng tomonlama kritik soha tuziladi. F miqdorning (kriteriyning) izlanayotgan kritik sohaga tushish ehtimolligi nolinchi gipoteza o'rinli degan taxminda qabul qilingan qiymatdorlik darajasiga teng bo'lsin, ya'ni

$$P[F > F_{\text{kr}}(\alpha, k_1, k_2)] = \alpha. \tag{6.5}$$

$F_{\text{kr}}(\alpha, k_1, k_2)$ kritik nuqta Fisher—Snedekor taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan (2-ilova) topiladi, u holda o'ng tomonlama kritik soha $F > F_{\text{kr}}$ tengsizlik bilan; nolinchi gipotezaning qabul qilinish sohasi esa $F < F_{\text{kr}}$ tengsizlik bilan aniqlanadi.

Kuzatish ma'lumotlari bo'yicha hisoblangan tuzatilgan dispersiyalardan kattasining kichigiga nisbati F_{kuzat} orqali belgilaymiz va nolinchi gipotezani tekshirish qoidasini ta'riflaymiz.

1-qoida. Berilgan qiymatdorlik darajasida normal to'plamlar bosh dispersiyalarining tengligi haqidagi H_0: $D(X) = D(Y)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $D(X) > D(Y)$ bo'lganda tekshirish uchun tuzatilgan dispersiyalardan kattasining kichigiga nisbati

$$F_{\text{kuzat}} = S^2_{\text{kat}} / S^2_{\text{kich}} \tag{6.6}$$

ni hisoblash va Fisher—Snedekor taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan berilgan α qiymatdorlik darajasi, k_1 va k_2 ozodlik darajalari sonlari (k_1 — katta tuzatilgan dispersiyaning ozodlik darajalari soni) bo‘yicha $F(\alpha, k_1, k_2)$ kritik nuqtani topish lozim.

Agar $F_{kuzat} < F_{kr}$ bo‘lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo‘q. Agar $F_{kuzat} > F_{kr}$ bo‘lsa, u holda nolinchi gipoteza rad qilinadi.

6.1-masala. X va Y normal bosh to‘plamlardan olingan $n_1=9$ va $n_2=16$ hajmli ikkita erkli tanlanma bo‘yicha $S_X^2=34,02$ va $S_Y^2=12,15$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalari hisoblangan. 0,01 qiymatdorlik darajasida tuzatilgan dispersiyalarning tengligi haqidagi H_0: $D(X)=D(Y)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $D(X) > D(Y)$ bo‘lganda tekshiring.

Yechilishi: katta tuzatilgan dispersiyaning kichigiga nisbatini topamiz.

$$F_{kuzat} = 34,02/12,15 = 2,8.$$

Shartga ko‘ra konkurent gipoteza $D(X) > D(Y)$ ko‘rinishga ega, shuning uchun kritik soha o‘ng tomonlamadir.

Jadvaldan $\alpha=0,01$ qiymatdorlik darajasi va $k_1 = n_1 - 1=9 - 8=1$ va $k_2=n_2 - 1=16 - 1=15$ erkinlik darajalari sonlari bo‘yicha $F_{kr}(0,01;$ $8;\ 15) = 4,00$ kritik nuqtaning qiymatini topamiz. $2,8 < 4,00$; $F_{kuzat} < F_{kr}$ bo‘lgani uchun bosh dispersiyalarning tengligi haqida nolinchi gipotezani rad etishga asos yo‘q; tuzatilgan tanlanma dispersiyalarning farqi muhim emas.

Ikkinchi hol. Nolinchi gipoteza H_0 : $D(X) = D(Y)$,
konkurent gipoteza H_1 : $D(X) \neq D(Y)$.

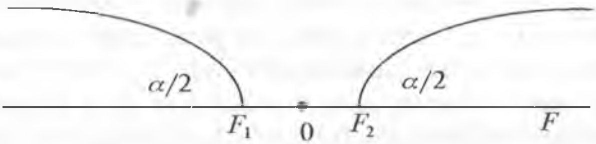
Bu holda quyidagi talabga asoslanib, ikki tomonlama kritik soha tuziladi: kriteriyning nolinchi gipoteza H_0:$D(X)=D(Y)$ o‘rinli degan taxminda shu sohaga tushish ehtimolligi qabul qilingan qiymatdorlik darajasiga teng bo‘lsin.

Kritik sohaning chegaralarini qanday tanlash kerak? Ma’lum bo‘lishicha, eng katta quvvatga (kriteriyning konkurent gipoteza o‘rinli bo‘lganda kritik sohaga tushish ehtimoligiga) kriteriyning kritik sohaning ikkita oralig‘idan har biriga tushish ehtimoligi $\alpha/2$ ga teng bo‘lganda erishilar ekan.

Shunday qilib, kritik sohaning chap chegarasini F_1 orqali, o‘ng chegarasini F_2 orqali belgilasak, u holda ushbu munosabatlargan biri o‘rinli bo‘lishi lozim (6.1-rasm).

$$P(F < F_1) = \frac{\alpha}{2}, \qquad P(F < F_2) = \frac{\alpha}{2} \tag{6.7}$$

Bulardan ko'rinib turibdiki, $F<F_2$, $F>F_2$ kritik sohani, shuningdek, $F_1<F<F_2$ nolinchi gipotezaning qabul qilinish sohasini topish uchun kritik nuqtalarni topish kifoya. Kritik nuqtalarni amalda qanday topish kerak?



6.1-rasm.

O'ng kritik $F_2=F_{kr}(\frac{\alpha}{2}, k_1, k_2)$ nuqtani bevosita Fisher—Snedekor taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan $\alpha/2$ qiymatdorlik darajasi va k_1, k_2 ozodlik darajalari sonlari bo'yicha topiladi. Ammo chap kritik nuqtalarni bu jadval o'z ichiga olmaydi, shu sababli F_1 ni bevosita jadvaldan topish mumkin emas.

Bu qiyinchilikni bartaraf etishga imkon beradigan usul mavjud. Lekin biz uni bayon qilmaymiz, chunki chap kritik nuqtani topmaslik ham mumkin. F kriteriyning ikki tomonlama kritik sohaga qabul qilingan qiymatdorlik darajasi α ga teng ehtimollik bilan tushishini qanday ta'minlashni bayon qilish bilan cheklanamiz.

Ma'lum bo'lishicha, F_2 o'ng kritik nuqtani berilgan qiymatdorlik darajasidan ikki marta kichik bo'lgan darajada topish yetarli bo'lar ekan. U holda kriteriyning kritik sohaning «o'ng qismiga» (F_2 dan o'ngroqqa) tushish ehtimolligi $\alpha/2$ ga teng bo'libgina qolmasdan, balki kriteriyning kritik sohaning «chap qismiga» (ya'ni F_1 dan chaproqqa) tushish ehtimolligi ham $\alpha/2$ ga teng bo'lar ekan. Bu hodisalar birgalikda bo'lganligi uchun qaralayotgan kriteriyning butun ikki tomonlama sohaga tushish ehtimolligi $\alpha/2 + \alpha/2 = \alpha$ bo'ladi.

Shunday qilib, konkurent gipoteza $H_1{:}D(X)\neq D(Y)$ bo'lganda $F_2=F_{kr}(\alpha/2, k_1, k_2)$ kritik nuqtani topish yetarli ekan.

2-qoida. Berilgan α qiymatdorlik darajasida normal taqsimlangan to'plamlar bosh dispersiyalarning tengligi haqida nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1{:}D(X)\neq D(Y)$ bo'lganda tekshirish uchun tuzatilgan dispersiyalardan kattasining kichigiga nisbatini, ya'ni $F_{kuzat} = S^2_{kat}/S^2_{kich}$ ni hisoblash va Fisher—Snedekor taqsimotining kritik nuqtalari jadvallaridan $\alpha/2$ qiymatdorlik darajasi (berilgandan ikki marta kichik) va k_1, k_2 ozodlik darajalari soni (k_1 — katta dispersiyaning ozodlik darajalari soni) bo'yicha $F_{kr}(\alpha/2, k_1, k_2)$ kritik nuqtani topish lozim.

Agar $F_{kuzat} < F_{kr}$ bo'lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q. Agar $F_{kuzat} > F_{kr}$ bo'lsa, nolinchi gipoteza rad qilinadi.

6.2-masala. Bir fizik kattalik ikki usul bilan o'lchangan. Bunda quyidagi natijalar olingan (6.1-jadval).

6.1-jadval

X_i	1,21	1,26	1,24	1,22	1,28	1,25	1,26
Y_i	1,27	1,22	1,29	1,23	1,20	1,24	

Agar qiymatdorlik darajasi $\alpha = 0,1$ qilib olinadigan bo'lsa, ikkala usul bir xil o'lchash aniqligini beradi, deb hisoblash mumkinmi? O'lchash natijalari normal taqsimlangan va tanlanmalar erkli deb hisoblanadi.

Yechilishi: O'lchashlarning aniqligi haqida dispersiyalarning kattaliklari bo'yicha fikr yuritamiz. Unday bo'lsa, nolinchi gipoteza $H_0: D(X)=D(Y)$ ko'rinishga ega bo'ladi. Konkurent gipoteza sifatida $H_1: D(X)\neq D(Y)$ gipotezani qabul qilamiz.

Tanlanma dispersiyalarni topamiz. Buning uchun hisoblashlarni soddalashtirish maqsadida $U_i=100\cdot X_i-125$; $V_i=100\cdot Y_i-124$ shartli variantalarga o'tamiz va bu shartli variantalar bo'yicha quyidagi yangi o'zgaruvchilarning qiymatlari jadvalini hosil qilamiz (6.2-jadval).

6.2-jadval

U_i	−4	1	−1	−3	3	0	1
V_i	3	−2	3	−1	−4	0	

Tuzatilgan tanlanma dispersiyalarni topamiz:

$$S_U^2 = \frac{\sum U_i^2 - \frac{[\sum U_i]^2}{n_1}}{n_1-1} = \frac{(16+1+1+9+9+1)-\frac{(-3)^2}{7}}{7-1} = 5,95;$$

$$S_V^2 = \frac{\sum V_i^2 - \frac{[\sum V_i]^2}{n_2}}{n_2-1} = \frac{(9+4+25+1+16)-\frac{1^2}{6}}{6-1} = 10,97.$$

Dispersiyalarni taqqoslaymiz. Katta tuzatilgan dispersiyaning kichigiga nisbatini topamiz (dispersiyalarning har biri 10^2 marta ortdi, lekin ularning nisbati o'zgarmaydi).

$$F_{kuzat} = S_Y^2/S_X^2 = S_V^2/S_U^2 = 10,97/5,95 = 1,84.$$

Shartga ko'ra konkurent gipoteza H_1: $D(X) \neq D(Y)$ bo'lgani uchun kritik soha ikki tomonlamadir. U holda 2-qoidaga muvofiq, kritik nuqtani izlashda qiymatdorlik darajasini berilgandan ikki marta kichik olish lozim.

Jadvaldan $\alpha/2 = (0,1)/2 = 0,05$ qiymatdorlik darajasi va $k_1 = n_2 - 1 = 7 - 1 = 6$, $k_2 = n_2 - 1 = 6 - 1 = 5$ ozodlik darajalari sonlari bo'yicha F_{kr} (0,05; 6; 5) = 4,95 kritik nuqtani topamiz.

Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra 1,84 < 4,95, $F_{kuzat} < F_{kr}$ bo'lgani uchun bosh dispersiyalarning tengligi haqida nolinchi gipotezani rad qilishga asos yo'q; tuzatilgan dispersiyalarning farqi muhim emas, demak, ikkala usul bir xil o'lchash aniqligini ta'minlaydi.

6.3-masala. Bir xil miqdorda olingan atsetilsalitsilat kislotani har xil ko'rinishda ishlatilganda qonga so'rilishi dinamikasini kuzatish natijasida quyidagicha natija olingan (6.3-jadval).

6.3-jadval

Suspenziya (mkg/ml)	1	2	3	4	5
	19,0	20,0	18,0	20,0	19,0
Tabletka (mkg/ml)	19,0	17,0	18,5	17,5	

Agar qiymatdorlik darajasi $\alpha = 0,1$ qilib olingan bo'lsa, ikki xil ko'rinishda olingan dori qonda bir xil konsentratsiya hosil qilgan deb hisoblash mumkinmi? O'lchash natijalari normal taqsimlangan va tanlanmalar erkli deb hisoblansin.

Yechilishi. O'lchashlarning aniqligi haqida dispersiyalarning kattaliklari bo'yicha fikr yuritamiz. U holda nolinchi gipoteza $H_0: D(X) = D(Y)$ ko'rinishiga ega bo'ladi. Konkurent gipoteza sifatida $H_1: D(X) \neq D(Y)$ gipotezani qabul qilamiz.

Tanlanma dispersiyalarni topamiz. Hisoblashlarni soddalashtirish maqsadida $U_i = 10 \cdot X_i - 192$, $V_i = Y_i \cdot 10 - 180$ shartli variantalarga o'tamiz va bu shartli variantalar bo'yicha quyidagi yangi o'zgaruvchilarning qiymatlari jadvalini hosil qilamiz (6.4-jadval).

6.4-jadval

U_i	−2	8	−12	8	−2
V_i	10	−10	5	−5	

Tuzatilgan tanlanma dispersiyalarni topamiz:

$$S_U^2=\frac{\Sigma U_i^2-\frac{[\Sigma U_i]^2}{n_1}}{n_1-1}=\frac{(4+64+144+64+4)-\frac{0^2}{5}}{5-1}=70,0;$$

$$S_V^2=\frac{\Sigma V_i^2-\frac{[\Sigma V_i]^2}{n_2}}{n_2-1}=\frac{(100+100+25+25)-\frac{0^2}{4}}{4-1}=83,33.$$

Dispersiyalarni taqqoslaymiz. Katta tuzatilgan dispersiyaning kichigiga nisbatini topamiz: $F_{\text{kuzat}}= S_V^2/S_U^2=83,33/70,00= 1,19$.

Shartga ko'ra konkurent gipoteza $D(X) \neq D(Y)$ bo'lgani uchun kritik soha ikki tomonlama. U holda 2-qoidaga muvofiq, kritik nuqtani topishda qiymatdorlik darajasini ikki marta kichik qilib olish lozim.

Ilovadagi 2-jadvaldan $\alpha/2=0,1/2= 0,05$ qiymatdorlik darajasi va $k_1= n_1-1 = 5-1 = 4$, $k_2= n_2-1 = 4-1= 3$ erkinlik darajalari sonlari bo'yicha $F_{\text{kr}}(0,05; 4; 3) = 9,12$ kritik nuqta qiymatini topamiz. Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $1,19 < 9,12$, $F_{\text{kuzat}} < F_{\text{kr}}$ bo'lgani uchun bosh dispersiyalarning tengligi haqidagi nolinchi gipotezadan chetlanishga asos yo'q: tuzatilgan dispersiyalarning farqi muhim emas, demak, ikkala ko'rinishda ham bir xil konsentratsiya hosil bo'lar ekan.

AMALIY DARSLAR UCHUN

6.4-masala. Dimedrol poroshogi kapsulasi bilan birga ikki talaba tomonidan 12 martadan o'lchandi. O'lchash natijalari quyidagi 6.5-jadvalda berilgan. Qiymatdorlik darajasi $\alpha = 0,05$ bo'lganda shu ikkala o'lchash bir xil natija beradimi?

6.5-jadval

O'lchash natijalari	0,90	0,96	0,95	0,96	0,97	0,94	0,94	0,99	0,96	0,96	0,99
	0,93	0,94	0,95	0,94	0,92	0,95	0,94	0,96	0,94	0,94	0,99

6.5-masala. X va Y normal bosh to'plamlardan olingan $n_1 = 10$ va $n_2 = 16$ hajmli ikkita erkli tanlanma bo'yicha $S^2_X = 3,6$ va $S^2_Y=2,4$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalar hisoblangan. $\alpha = 0,05$ qiymatdorlik darajasida tuzatilgan dispersiyalarning tengligi haqidagi $H_0{:}D(X)=D(Y)$ nolinchi gipoteza konkurent gipoteza $H_1{:}D(X) > D(Y)$ bo'lganda tekshirilsin.

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN

6.6-masala. Atsetilsalitsilat kislotaning qondagi konsentratsiyasi o'zgarishi hayvonlar organizmiga preparatning har xil ko'rinishi yuborilib o'rganildi. Tajriba natijalari 6.6-jadvalda berilgan. Qiymatdorlik darajasi $\alpha = 0{,}01$ bo'lganda kislotaning qondagi konsentratsiyasi ikkala holda ham bir xil bo'ladimi?

6.6-jadval

Preparatning ko'rinishi	Olingan natijalar						
Jelatinali rektal kapsula	27,5	29,0	29,5	28,0	27,5	30,5	
Shamcha	27,5	28,0	25,4	24,5	26,5	27,5	28,5

6.7-masala. X va Y normal bosh to'plamlardan olingan $n_1 = 13$ va $n_2 = 18$ hajmli ikkita erkli tanlanma bo'yicha $S^2_X = 0{,}72$ va $S^2_Y = 0{,}20$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalar hisoblangan. 0,01 qiymatdorlik darajasida tuzatilgan dispersiyalarning tengligi haqidagi $H_0{:}D(X)=D(Y)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1{:}D(X) > D(Y)$ bo'lganda tekshiring.

VII bob. MATEMATIK KUTILISHLARNING TENGLIGI HAQIDAGI GIPOTEZANI TEKSHIRISH

7.1. DISPERSIYALARI MA'LUM BO'LGAN IKKITA NORMAL BOSH TO'PLAMNING O'RTACHA QIYMATLARINI TAQQOSLASH (erkli tanlanmalar)

X va Y to'plamlar normal taqsimlangan, shu bilan birga ularning dispersiyalari ma'lum (masalan, oldin tajribada topilgan yoki nazariy hisoblangan) bo'lsin. Bu to'plamlardan olingan n va m hajmli bog'liq bo'lmagan tanlanmalar bo'yicha $\overline{X}$ va $\overline{Y}$ tanlanma o'rtacha qiymatlari topilgan.

Tanlanma o'rtacha qiymatlar bo'yicha quyidagi nolinchi gipotezani berilgan α qiymatdorlik darajasida tekshirish talab qilinadi: *tekshirilayotgan to'plamlarning bosh o'rtacha qiymatlari* (matematik kutilishlari) *o'zaro teng*, ya'ni

$$H_0 : M(X) = M(Y).$$

Shunday qilib, tanlanma o'rtacha qiymatlar matematik kutilishlarining o'zaro tengligini tekshirish talab qilinadi. Bunday masala shuning uchun ham qo'yiladiki, odatda, tanlanma o'rtacha qiymatlar har xil bo'lib chiqadi. Bunday savol tug'iladi: tanlanma o'rtacha qiymatlar farqi muhimmi yoki muhim emasmi?

Agar nolinchi gipoteza o'rinli, bosh o'rtacha qiymatlari teng bo'lib chiqsa, u holda tanlanma o'rtacha qiymatlarning har xilligi muhim emas va u tasodifiy sabablar bilan, jumladan, tanlanma obyektlarning tasodifiy tanlanishi bilan izohlanadi. Masalan, A va B fizikaviy kattaliklar aslida bir xil o'lchamlarga ega bo'lib, bu kattaliklarni o'lchash natijalarining $\overline{X}$ va $\overline{Y}$ o'rtacha arifmetik qiymatlari esa har xil bo'lsa, u holda bu farq muhim emas.

Agar nolinchi gipoteza rad qilingan bo'lsa, ya'ni bosh o'rtacha qiymatlar bir xil bo'lmasa, u holda tanlanma o'rtacha qiymatlar farqi muhim va tasodifiy sabablar bilan izohlanishi mumkin emas: bu narsa bosh o'rtacha qiymatlarning (matematik kutilishlarning) o'zlari har xilligi bilan izohlanadi.

Masalan, A fizikaviy kattalikni o'lchash natijalarining $\overline{X}$ arifmetik o'rtacha qiymati B fizikaviy kattalikni o'lchash natijalarining $\overline{Y}$ arifmetik o'rtacha qiymatlaridan muhim farq qilsa, bu narsa kattaliklarning haqiqiy o'lchamlari (matematik kutilishlari) har xilligini anglatadi.

Nolinchi gipotezani tekshirish kriteriysi sifatida

$$Z = \frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sigma(\bar{X}-\bar{Y})} = \frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}} \qquad (7.1)$$

tasodifiy miqdorni qabul qilamiz. Bu miqdor tasodifiy, chunki turli tajribalarda $\bar{X}$ va $\bar{Y}$ turlicha, oldindan ma'lum bo'lmagan qiymatlar qabul qiladi.

Tushuntirish. O'rtacha kvadratik chetlanish ta'rifiga ko'ra

$$\sigma = (\bar{X}-\bar{Y}) = \sqrt{D(\bar{X}-\bar{Y})}\,; \quad D = (\bar{X}-\bar{Y}) = D(\bar{X}) + D(\bar{Y}) \qquad (7.2)$$

va $D(\bar{X}) = D(X)/n;\ D(\bar{Y}) = D(\bar{Y})/m$ formulalarga ko'ra

$$\delta(\bar{X}-\bar{Y}) = \sqrt{\frac{D(X)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}\,. \qquad (7.3)$$

Z kriteriy — normallangan tasodifiy miqdor. Darhaqiqat, Z miqdor normal taqsimlangan, chunki u normal taqsimlangan X va Y tasodifiy miqdorlarning chiziqli kombinatsiyasi: bu miqdorning o'zlari normal bosh to'plamlardan olingan tanlanmalar bo'yicha topilgan o'rtacha qiymatlar sifatida normal taqsimlangan. Z shuning uchun ham normallangan miqdorki, nolinchi gipoteza o'rinli bo'lganda $M(Z)=0$, tanlanmalar erkli bo'lgani uchun $\sigma(Z)=1$.

Kritik soha konkurent gipotezaning ko'rinishiga bog'liq ravishda tuziladi.

Birinchi hol. Nolinchi gipoteza H_0: $M(X) = M(Y)$, konkurent gipoteza H_1: $M(X) \neq M(Y)$.

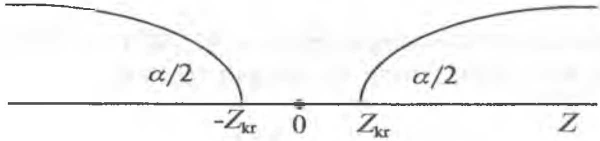
Bu holda ikki tomonlama kritik soha quyidagi talabga asoslanib quriladi: kriteriyning bu sohaga tushish ehtimolligi nolinchi gipoteza o'rinli degan taxmin qabul qilinganda α qiymatdorlik darajasiga teng bo'lsin.

Kriteriyning eng katta quvvatiga (konkurent gipoteza o'rinli bo'lganda kriteriyning kritik sohaga tushish ehtimolligiga) «chap» va «o'ng» kritik nuqtalar bunday tanlanganda erishiladi: kriteriy qiymati kritik soha ikki intervalining har biriga tushish ehtimolligi $\alpha/2$ ga teng bo'lsin:

$$P(Z < Z_{\text{chap kr}}) = \alpha/2\,; \quad P(Z > Z_{\text{o'ng kr}}) = \alpha/2. \qquad (7.4)$$

Z normallangan normal miqdor, bunday miqdorning taqsimoti esa nolga nisbatan simmetrik bo'lgani uchun kritik nuqtalar nolga nisbatan simmetrikdir.

Shunday qilib, agar ikki tomonlama kritik sohaning o‘ng chegarasini Z_{kr} orqali belgilaydigan bo‘lsak, u holda chap chegara $-Z_{kr}$ ga teng bo‘ladi (7.1-rasm).



7.1-rasm.

Demak, $Z < Z_{kr}$, $Z > Z_{kr}$ ikki tomonlama kritik sohani va $(-Z_{kr}, Z_{kr})$ nolinchi gipotezaning qabul qilinish sohasini topish uchun o‘ng chegarani topish kifoya.

Z_{kr} ni — ikki tomonlama kritik sohaning o‘ng chegarasini $\Phi(z)$ Laplas funksiyasidan foydalanib, qanday topishni ko‘rsatamiz. Ma’lumki, Laplas funksiyasi normal tasodifiy miqdorning, masalan, Z ning $(0, z)$ intervalga tushish ehtimolligini aniqlaydi:

$$P(0 < Z < z)=\Phi(z). \quad (7.5)$$

Z ning taqsimoti nolga nisbatan simmetrik bo‘lganligi tufayli uning $(0,+\infty)$ intervalga tushish ehtimolligi 1/2 ga teng. Demak, bu intervalni Z_{kr} nuqta bilan $(0, Z_{kr})$ va $(Z_{kr},+\infty)$ intervallarga ajratsak, u holda qo‘shish teoremasiga asosan,

$$P(0 < Z < Z_{kr}) + P(Z > Z_{kr})=1/2. \quad (7.6)$$

(7.4) va (7.5) ga asosan $\Phi(Z_{kr}) + \alpha/2=1/2$ ni hosil qilamiz. Demak,

$$\Phi(Z_{kr})=(1-\alpha)/2. \quad (7.7)$$

Bu yerdan quyidagi xulosaga kelamiz: *ikki tomonlama kritik sohaning o‘ng chegarasini* (Z_{kr}) *topish uchun Laplas funksiyasining shunday argumentini topish kerakki, unga funksiyaning* $(1-\alpha)/2$ *ga teng qiymati mos kelsin.*

У holda ikki tomonlama kritik soha ushbu $Z < -Z_{kr}$, $Z > Z_{kr}$ tengsizliklar yoki ularga teng kuchli $|Z| > Z_{kr}$ tengsizlik bilan, nolinchi gipotezaning qabul qilinish sohasi esa ushbu $-Z_{kr} < Z < Z_{kr}$ tengsizlik yoki unga teng kuchli tengsizlik bilan aniqlanadi.

Kriteriyning kuzatish ma’lumotlari bo‘yicha hisoblangan qiymatini Z_{kuzat} orqali belgilaymiz va nolinchi gipotezani tekshirish qoidasini ta’riflaymiz.

1-qoida. Berilgan α qiymatdorlik darajasida dispersiyalari ma'lum bo'lgan ikkita bosh to'plam matematik kutilishlarining tengligi haqidagi

$$H_0:\ M(X)=\ M(Y)$$

nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1{:}M(X)\neq M(Y)$ bo'lganda tekshirish uchun kriteriyning kuzatilgan qiymati

$$Z_{kuzat}=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}} \qquad (7.8)$$

ni hisoblash va Laplas funksiyasi jadvalidan kritik nuqta qiymatini $\Phi(Z_{kr})=(1-\alpha)/2$ tenglik bo'yicha topish lozim.

Agar $|Z_{kuzat}| < Z_{kr}$ bo'lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q.

Agar $|Z_{kuzat}| > Z_{kr}$ bo'lsa, nolinchi gipoteza rad etiladi.

7.1-masala. Normal bosh to'plamlardan olingan $n=60$ va $m=50$ hajmli ikkita erkli tanlanma bo'yicha $\overline{X}=1250$ va $\overline{Y}=1275$ tanlanma o'rtacha qiymatlar topilgan. Bosh dispersiyalar ma'lum: $D(X)=120$, $D(Y)=100$. Berilgan 0,01 qiymatdorlik darajasida konkurent gipoteza $H_1{:}M(X)\neq M(Y)$ bo'lganda $H_0{:}\ M(X)=M(Y)$ nolinchi gipotezani tekshiring.

Yechilishi. Kriteriyning kuzatilayotgan qiymatini topamiz:

$$Z_{kuzat}=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}}=\frac{1250-1275}{\sqrt{\frac{120}{60}+\frac{100}{50}}}=-12,5.$$

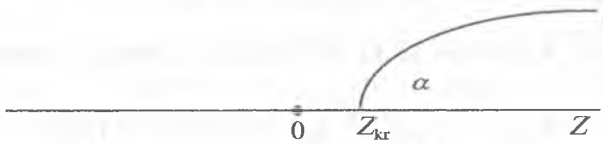
Shartga ko'ra konkurent gipoteza $M(X)\neq M(Y)$ ko'rinishda, shu sababli kritik soha ikki tomonlamadir. O'ng kritik nuqtani ushbu tenglik bo'yicha topamiz: $\Phi(Z_{kr})=(1-\alpha)/2=(1-0,01)/2=0,495$.

Laplas funksiyasi jadvali bo'yicha (1-ilova) $Z_{kr}=2,58$ ni topamiz. Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $|-12,5|>2,58$, $|Z_{kuzat}|>Z_{kr}$ bo'lgani uchun nolinchi gipotezani rad etamiz. Boshqacha so'z bilan aytganda, tanlanma o'rtacha qiymatlar farqi muhim.

Ikkinchi hol. Nolinchi gipoteza $H_0{:}M(X)=M(Y)$. Konkurent gipoteza $H_1{:}M(X)>M(Y)$. Amaliyotda bunday hol bir to'plamning bosh o'rtacha qiymati ikkinchi to'plamning bosh o'rtacha qiymatidan katta deb taxmin qilishga imkon berganda o'rinli bo'ladi. Masalan, texnologik jarayon takomillashtirilgan bo'lsa, u holda bu narsa mahsulot ishlab chiqarishning ortishiga olib keladi, deb taxmin qilinishi tabiiy.

Bu holda o'ng tomonlama kritik soha quyidagi talabga asoslanib quriladi: *kriteriyning bu sohaga tushish ehtimolligi nolinchi gipoteza to'g'ri degan taxminda qabul qilingan qiymatdorlik darajasiga teng bo'lsin* (7.2-rasm):

$$R(Z > Z_{kr})=\alpha. \quad (7.9)$$



7.2-rasm.

Kritik nuqtani Laplas funksiyasi yordamida qanday topishni ko'rsatamiz. (7.6) munosabatdan foydalanamiz:

$$P(0 < Z < Z_{kr}) + P(Z > Z_{kr})=1/2.$$

(7.5) va (7.9) ga asosan: $\Phi(Z_{kr})+ \alpha =1/2$. Demak,

$$\Phi(Z_{kr}) =(1 - 2\alpha)/2. \quad (7.10)$$

Bu yerdan bunday xulosaga kelamiz: o'ng tomonlama kritik sohaning chegarasini (Z_{kr}) topish uchun Laplas funksiyasining shunday argumentini topish kerakki, unga funksiyaning $(1 - 2\alpha)/2$ ga teng qiymati mos kelsin. U holda o'ng tomonlama kritik soha $Z > Z_{kr}$ tengsizlik bilan, nolinchi gipotezaning qabul qilinish sohasi esa $Z < Z_{kr}$ tengsizlik bilan aniqlanadi.

2-qoida. Berilgan qiymatdorlik darajasida dispersiyalari ma'lum bo'lgan ikkita normal bosh to'plam matematik kutilishlarining tengligi haqidagi nolinchi H_0: $M(X)=M(Y)$ gipotezani konkurent gipoteza H_1: $M(X) > M(Y)$ bo'lganda tekshirish uchun kriteriyning

$$Z_{kuzat} = \frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}}$$

kuzatilgan qiymatini hisoblash va Laplas funksiyasi jadvalidan

$$\Phi(Z_{kr})=(1 - 2\alpha)/2 \quad (7.11)$$

tenglik bo'yicha kritik nuqtani topish lozim.

Agar $Z_{kuzat} < Z_{kr}$ bo'lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q.

Agar $Z_{\text{kuzat}} > Z_{\text{kr}}$ bo'lsa, nolinchi gipoteza rad etiladi.

7.2-masala. Normal bosh to'plamlardan olingan $n=10$, $m=10$ hajmli ikkita erkli tanlanma bo'yicha $\overline{X}=14,3$ va $\overline{Y}=12,2$ tanlanma o'rtacha qiymatlar topilgan. Bosh dispersiyalar ma'lum: $D(X)=22$, $D(Y)=18$. Berilgan 0,05 qiymatdorlik darajasida $H_0: M(X)=M(Y)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_0: $M(X) > M(Y)$ bo'lganda tekshirilsin.

Yechilishi: Kriteriyning kuzatilayotgan qiymatini topamiz:

$$Z_{\text{kuzat}} = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}} = \frac{14,3-12,2}{\sqrt{\frac{22}{10}+\frac{18}{10}}} = 1,05.$$

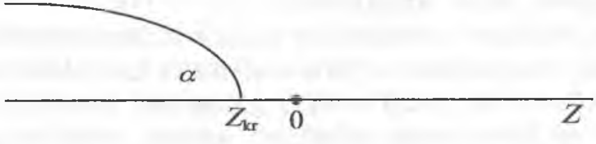
Masala shartiga ko'ra konkurent gipoteza H_0: $M(X) > M(Y)$ ko'rinishda, shu sababli kritik soha o'ng tomonlamadir.

Laplas funksiyasi jadvali bo'yicha $Z_{\text{kr}}=1,64$ ni topamiz. Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $1,05 < 1,64$, $Z_{\text{kuzat}} < Z_{\text{kr}}$ bo'lgani uchun nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q. Boshqacha qilib aytganda, tanlanma o'rtacha qiymatlar farqi muhim emas.

Uchinchi hol. Nolinchi gipoteza H_0: $M(X)=M(Y)$. Konkurent gipoteza H_1: $M(X) < M(Y)$.

Bu holda chap tomonlama kritik soha ushbu talabga asoslanib tuziladi: ***kriteriyning bu sohaga tushish ehtimolligi, nolinchi gipoteza o'rinli bo'lganda qabul qilingan qiymatdorlik darajasiga teng bo'lsin*** (7.3-rasm):

$$P(Z < Z'_{\text{kr}}) = \alpha.$$



7.3-rasm.

Kriteriy nolga nisbatan simmetrik taqsimlanganini nazarda tutib, bunday xulosaga kelamiz: izlanayotgan Z'_{kr} kritik nuqta shunday $Z_{\text{kr}}>Z$ nuqtaga simmetrikki, u nuqta uchun $P(Z > Z_{\text{kr}})=\alpha$, ya'ni $Z'_{\text{kr}} = -Z_{\text{kr}}$. Shunday qilib, Z'_{kr} nuqtani topish uchun avval ikkinchi holda bayon qilingani bo'yicha Z_{kr} yordamchi nuqtani topish, keyin esa topilgan qiymatni manfiy ishora bilan olish kerak ekan. U holda chap tomonlama kritik soha $Z < -Z'_{\text{kr}}$ tengsizlik bilan, nolinchi gipotezaning qabul qilinishi sohasi esa $Z > -Z'_{kr}$ tengsizlik bilan aniqlanadi.

3-qoida. Konkurent gipoteza $H_1: M(X) < M(Y)$ bo'lganda Z_{kuzat} ni hisoblash va Laplas funksiyasi jadvalidan avval Z_{kr} nuqtani $\Phi(Z_{kr}) = (1 - 2\alpha)/2$ tenglik bo'yicha topish, keyin esa $Z'_{kr} = -Z_{kr}$ deb olish lozim.

Agar $Z_{kuzat} > -Z_{kr}$ bo'lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q. Agar $Z_{kuzat} < -Z_{kr}$ bo'lsa, nolinchi gipoteza rad etiladi.

7.3-masala. Normal bosh to'plamlardan olingan $n = 50$ va $m = 50$ hajmli erkli tanlanmalar bo'yicha $\overline{X} = 142$ va $\overline{Y}$ 150 tanlanma o'rtacha qiymatlar topilgan. Bosh dispersiyalar ma'lum: $D(X) = 28{,}2$; $D(Y) = 22{,}8$. Berilgan 0,01 qiymatdorlik darajasida $H_0: M(X) = M(Y)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1: M(X) < M(Y)$ bo'lganda tekshiring.

Yechilishi. Masaladagi ma'lumotlarni kriteriyning kuzatilayotgan qiymatini hisoblash formulasiga qo'yib, $Z_{kuzat} = -8$ ni hosil qilamiz.

Shartga ko'ra konkurent gipoteza $M(X) < M(Y)$ ko'rinishga ega, shu sababli kritik soha chap tomonlamadir.

Z_{kr} «yordamchi nuqtani» ushbu tenglik bo'yicha topamiz:

$$\Phi(Z_{kr}) = (1 - 2\alpha)/2 = (1 - 2 \cdot 0{,}01)/2 = 0{,}49$$

Laplas funksiyasi jadvalidan $Z_{kr} = 2{,}33$ ni topamiz. Demak, $Z'_{kr} = -Z_{kr} = -2{,}33$.

Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra, $-8 < -2{,}33$, $Z_{kuzat} < Z_{kr}$ bo'lgani uchun nolinchi gipotezani rad etamiz. Boshqacha so'z bilan aytganda, $\overline{X}$ tanlanma o'rtacha qiymatning $\overline{Y}$ tanlanma o'rtacha qiymatdan kichikligi muhim.

HISOBLASH DASTURI

```
A_7.1
PROGRAM A_71; {O'RTACHA QIYMATLARNI TAQQOSLASH}
USES CRT;
    CONST
    N=50; M=50; X=142; Y=150;
    ALFA=0,01; Z_KR=2,33;
VAR
    DX,DY,Z_kuz,F_Zkr : REAL;
BEGIN
    CLRSCR; {BERILGANLARNI KIRITISH}
```

```
        DX:=28.2; DY:=22.8;
        {——————————————————————————————————}
        Z_kuz:=(X-Y)/SQRT((DX/N)+(DY/M));
        '_Zkr:=(1-2*ALFA)/2;
    WRITELN;
    WRITELN('Z_kuz=',Z_kuz : 8 : 3,'; Z_kr=',Z_kr :8: 2,'
        '_Zkr=', '_Zkr :8:2);
        I' Z_kuz<=(-Z_KR) THEN BEGIN
    WRITELN ('Z_kuz < -Z_kr — NOLINCHI GIPOTEZA RAD
ETILADI.'); END
    ELSE WRITELN ('Z_kuz> -Z_kr — NOLINCHI GIPOTE-
ZANI RAD ETISHGA ASOS YO"Q.');
    END.
    {— — — — — — — — — — — — — — — — — — — — — — —}
```

7.2. IXTIYORIY TAQSIMLANGAN BOSH TO'PLAMLARNING IKKITA O'RTACHA QIYMATINI TAQQOSLASH (*katta erkli tanlanmalar*)

Oldingi 7.1-bandda X va Y bosh to'plamlar normal taqsimlangan, ularning dispersiyalari esa ma'lum deb faraz qilingan edi. Bu farazga ko'ra o'rtacha qiymatlar tengligi haqidagi gipoteza o'rinli va tanlanmalar erkli bo'lganda Z kriteriy 0 va 1 parametrli normal qonun bo'yicha aniq taqsimlangan.

Yuqorida keltirilgan talablardan aqalli bittasi bajarilmasa, 7.1-bandda bayon qilingan o'rtacha qiymatlarni taqqoslash usullarini qo'llab bo'lmaydi. Lekin, agar erkli tanlanmalar katta hajmli (har birining hajmi 30 dan kichik emas) bo'lsa, u holda tanlanma o'rtacha qiymatlar taqriban normal taqsimlangan, tanlanma dispersiyalar esa bosh dispersiyalarning ancha yaxshi (durust) baholari bo'yicha olingan va shu ma'noda ularni taqriban ma'lum deb hisoblash mumkin. Natijada

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\dfrac{D_T(X)}{n} + \dfrac{D_T(Y)}{m}}}, \tag{7.12}$$

kriteriy $M(Z')=0$ (nolinchi gipoteza o'rinli shartida va $\sigma(Z')=1$ (tanlanmalar erkli bo'lganda) parametrlar bilan taqriban normal taqsimlangan.

Shunday qilib, agar: 1) bosh to'plamlar normal taqsimlangan, ularning dispersiyalari esa noma'lum; 2) bosh to'plamlar normal taqsimlangan, lekin ularning dispersiyalari ma'lum; 3) bosh to'plamlar normal taqsimlangan, ularning dispersiyalari noma'lum, shu bilan birga tanlanmalar katta hajmli va erkli bo'lsa, u holda o'rtacha qiymatlari aniq Z kriteriyni taqribiy Z' kriteriy bilan almashtirib, 7.1-bandda bayon qilingan usul bo'yicha taqqoslash mumkin. Bu holda taqribiy kriteriyning kuzatilayotgan qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$Z'_{\text{kusat}} = \frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}}. \tag{7.13}$$

Eslatma. Qaralayotgan kriteriy taqribiy bo'lgani uchun bu kriteriy bo'yicha hosil qilingan natijalarga ehtiyotlik bilan yondoshish lozim.

7.4-masala. $n=30$ hajmli tanlanma bo'yicha birinchi tabletkalarning o'rtacha og'irligi $\bar{X}=130$ g topilgan, $m=40$ hajmli tanlanma bo'yicha ikkinchi o'lchangan tabletkalarning o'rtacha og'irligi $\bar{Y}=125$ g topilgan. Bosh dispersiyalar ma'lum: $D(X) = 60$ g^2, $D(Y)=80$ g^2. $\alpha= 0{,}05$ qiymatdorlik darajasida nolinchi H_0: $M(X)=M(Y)$ gipotezani konkurent gipoteza $M(X)\neq M(Y)$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi. X va Y tasodifiy miqdorlar normal taqsimlangan va tanlanmalar erkli deb faraz qilinadi.

Yechilishi. Kriteriyning kuzatiladigan qiymatini (7.13) ifodadan topamiz:

$$Z'_{\text{kuzat.}} = \frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{D(x)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}} = \frac{130-125}{\sqrt{\frac{60}{30}+\frac{80}{40}}} = 5/2 = 2{,}5$$

Shartga ko'ra konkurent gipoteza $M(X) \neq M(Y)$ ko'rinishga ega, shu sababli kritik soha ikki tomonlamadir. O'ng kritik nuqtani topamiz:

$$\Phi(Z_{kr})=(1-2\alpha)/2=(1-2\cdot 0{,}05)/2= 0{,}475.$$

Laplas funksiyasi jadvalidan $Z_{kr}=1{,}96$ ni topamiz. Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $2{,}5>1{,}96$, $|Z_{kuzat}|>Z_{kr.}$ bo'lgani uchun, 1-qoidaga muvofiq, nolinchi gipotezani rad etamiz. Tabletkalar o'rtacha og'irliklarining farqi muhim.

HISOBLASH DASTURI

```
A_7.2
PROGRAM A_72; {O'RTACHA QIYMATLARNI TAQQOS-
LASH KATTA ERKLI TANLANMALAR}
USES CRT;
CONST
```

```
        N=30; M=40; X=130; Y=125;
        ALFA=0.05; Z_KR=1.96;
    VAR
        DX, DY, Z_kuz, F_Zkr:REAL;
    BEGIN
    CLRSCR;
        {BERILGANLARNI KIRITISH}
        DX:=60; DY:=80;
        Z_kuz:=(X—Y)/SQRT((DX/N)+(DY/M));
        F_Zkr:=(1-ALFA)/2;
    WRITELN;
    WRITELN('Z_kuz=', Z_kuz:8:3,'; Z_KR=',Z_KR:8:3,
F_Zkr=',F_Zkr:8:2);
    IF Z_kuz<=Z_KR THEN BEGIN
    WRITELN('Z_kuz<Z_kr —NOLINCHI GIPOTEZANI RAD
ETISHGA ASOS YO'Q.'); END
    ELSE WRITELN('Z_kuz>Z_kr — NOLINCHI GIPOTEZA RAD
ETILADI.'); END.
    {————————————————————————————}
```

7.3. DISPERSIYALARI NOMA'LUM VA BIR XIL BO'LGAN NORMAL BOSH TO'PLAMLARNING IKKITA O'RTACHA QIYMATINI TAQQOSLASH (kichik erkli tanlanmalar)

X va Y bosh to'plamlar normal taqsimlangan, shu bilan birga ularning dispersiyalari noma'lum bo'lsin. Masalan, kichik hajmli tanlanmalar bo'yicha bosh dispersiyalar uchun yaxshi baholar olish mumkin emas. Shu sababli o'rtacha qiymatlarni taqqoslashning 7.2 bandda bayon qilingan usulini bu yerda qo'llab bo'lmaydi.

Ammo yuqoridagilarga qo'shimcha ravishda noma'lum bosh dispersiyalar o'zaro teng deb faraz qiladigan bo'lsak, u holda o'rtacha qiymatlarni taqqoslash kriteriysini (Styudent kriteriysini) yaratish mumkin. Masalan, bitta stanokda tayyorlangan ikki partiya detallarning o'rtacha o'lchamlari taqqoslanayotgan bo'lsa, u holda nazorat (kontrol) qilinayotgan o'lchamlarning dispersiyalari bir xil deb taxmin qilinishi tabiiy.

Agar dispersiyalar bir xil deb hisoblashga asos yo'q bo'lsa, u holda o'rtacha qiymatlarni taqqoslashdan oldin Fisher—Snedekor kriteriysidan (6-bob) foydalanib, bosh dispersiyalar tengligi haqidagi gipotezani tekshirib ko'rish lozim bo'ladi. Shunday qilib, bosh dispersiyalar bir xil degan taxminda $H_0{:}M(X)=M(Y)$ nolinchi gipotezani tekshirib ko'rish talab qilinadi. Boshqa so'z bilan aytganda, kichik n va m hajmli erkli tanlanmalar bo'yicha topilgan $\overline{X}$ va $\overline{Y}$ tanlanma o'rtacha qiymatlar farqi muhim emasligini aniqlash talab qilinadi.

Nolinchi gipotezani tekshirish kriteriysi sifatida

$$T = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{(n-1)S_x^2+(m-1)S_y^2}} = \sqrt{\frac{n\cdot m(n+m-2)}{n+m}} \qquad (7.14)$$

tasodifiy miqdorni qabul qilamiz. T miqdor nolinchi gipoteza o'rinli bo'lganda Styudentning $k = n + 2$ ozodlik darajali t-taqsimotiga ega ekanligi isbotlangan. Kritik soha konkurent gipotezaning ko'rinishiga bog'liq ravishda quriladi.

Birinchi hol. Nolinchi gipoteza H_0: $M(X)=M(Y)$. Konkurent gipoteza H_1: $M(X)\neq M(Y)$.

Bu holda quyidagi talabga asoslanib, ikki tomonlama kritik soha quriladi: *T kriteriyning bu sohaga tushish ehtimolligi nolinchi gipoteza o'rinli degan taxminda qabul qilingan α qiymatdorlik darajasiga teng bo'lsin.*

Kriteriyning eng katta quvvatiga (kriteriyning konkurent gipoteza o'rinli bo'lganda kritik sohaga tushish ehtimolligiga) «chap» va «o'ng» kritik nuqtalar quyidagicha tanlanganda erishiladi: kriteriyning ikki tomonlama kritik sohaning ikkita intervalidan har biriga tushish ehtimolligi $\alpha/2$ ga teng bo'lsin:

$$P(T < t_{\text{chap kr}}) = \alpha/2, \qquad P(T > t_{\text{o'ng kr}}) = \alpha/2. \qquad (7.15)$$

T miqdor Styudent taqsimotiga ega, bu taqsimot esa nolga nisbatan simmetrik bo'lgani uchun kritik nuqtalar ham nolga nisbatan simmetrik. Shunday qilib, ikki tomonlama kritik sohaning o'ng chegarasini $t_{\text{ikki tom kr}}$ $(\alpha,\ k)$ orqali belgilaydigan bo'lsak, u holda chap chegara $-t_{\text{ikki tom kr}}$ $(\alpha,\ k)$ bo'ladi.

Demak, $T < -t_{\text{ikki tom kr}}(\alpha,\ k)$, $T > t_{\text{ikki tom kr}}(\alpha,\ k)$ ikki tomonlama kritik sohani va $[-t_{\text{ikki tom kr}}(\alpha,\ k),\ t_{\text{ikki tom kr}}(\alpha,\ k)]$ nolinchi gipotezaning qabul qilinish sohasini topish uchun ikki tomonlama kritik sohaning o'ng chegarasini topish kifoya.

Kriteriyning kuzatish ma'lumotlari bo'yicha hisoblangan qiymatini T_{kuzat} orqali belgilaymiz va nolinchi gipotezani tekshirish qoidasini ta'riflaymiz.

1-qoida. Berilgan α qiymatdorlik darajasida dispersiyalari noma'lum, lekin bir xil bo'lgan ikki normal bosh to'plamning matematik kutilishlari (kichik erkli tanlanmalar) tengligi haqidagi H_0:$M(X)=M(Y)$

nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1: M(X) \neq M(Y)$ bo'lganda tekshirish uchun kriteriyning kuzatilayotgan

$$T_{\text{kuzat}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}} \cdot \sqrt{\frac{n \cdot m(n+m-2)}{n+m}} \qquad (7.16)$$

qiymatini hisoblash hamda Styudent taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan berilgan α qiymatdorlik darajasi (jadvalning yuqori satrida joylashgan) va $k = n + m - 2$ ozodlik darajalari soni bo'yicha $t_{\text{ikki tom kr}}(\alpha, k)$ nuqtani topish lozim.

Agar $|T_{\text{kuzat}}| < t_{\text{ikki tom.kr}}(\alpha, k)$ bo'lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q.

Agar $|T_{\text{kuzat}}| > t_{\text{ikki tom.kr}}(\alpha, k)$ bo'lsa, nolinchi gipoteza rad etiladi.

7.5-masala. Normal bosh to'plamlardan olingan $n=10$ va $m=8$ hajmli ikkita kichik erkli tanlanma bo'yicha $\bar{X} = 142{,}3$ va $\bar{Y} = 145{,}3$ tanlanma o'rtacha qiymatlar hamda $S_X^2=2{,}7$ va $S_Y^2=3{,}2$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalar topilgan. 0,01 qiymatdorlik darajasida $H_0: M(X) = M(Y)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1: M(X) \neq M(Y)$ bo'lganda tekshirilsin.

Echilishi. Tuzatilgan dispersiyalar turlicha, shuning uchun avval dispersiyalarning tengligi haqida gipotezani Fisher—Snedekor kriteriysidan foyda-lanib tekshirib ko'ramiz. Katta dispersiyaning kichigiga nisbatini topamiz:

$$F_{\text{kuzat}} = S_{\text{kat}}^2 / S_{\text{kich}}^2 = 3{,}2/2{,}7 = 1{,}185.$$

Shartga ko'ra konkurent gipoteza $D(X) < D(Y)$ ko'rinishga ega, shuning uchun kritik soha ikki tomonlamadir. $\alpha = 0{,}01$ qiymatdorlik darajasi va $k_1 = n - 1 = 10 - 1 = 9$, $k_2 = m - 1 = 8 - 1 = 7$ ozodlik darajalari sonlari bo'yicha $T_{\text{kr}}(0{,}01; 9; 7) = 5{,}62$ kritik nuqtani topamiz. Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $1{,}185 < 5{,}62$, $T_{\text{kuzat}} < T_{\text{kr}}$ bo'lgani uchun bosh dispersiyalarning tengligi haqidagi nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q. Bosh dispersiyalarning tengligi haqidagi taxmin bajariladi, shu sababli o'rtacha qiymatlarni taqqoslaymiz. Styudent kriteriysining kuzatiladigan qiymatini hisoblaymiz:

$$T_{\text{kuzat}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}} \cdot \sqrt{\frac{n \cdot m(n+m-2)}{n+m}} =$$

$$= \frac{142{,}3 - 145{,}3}{\sqrt{9 \cdot 2{,}7 + 7 \cdot 3{,}2}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 8 \cdot (10+8-2)}{10+8}} = -3{,}7\,.$$

Shartga ko‘ra gipoteza $M(X) \neq M(Y)$ ko‘rinishda, shu sababli kritik soha ikki tomonlamadir. 0,01 qiymatdorlik darajasi va $k=n+m-2=10+8-2=16$ ozodlik darajalari soni bo‘yicha jadvaldan $t_{\text{ikki tom kr}}(0{,}01;\ 16)=2{,}92$ kritik nuqtani topamiz.

Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko‘ra $|-3{,}7| > 2{,}92$, $|T_{\text{kuzat}}| > t_{\text{ikki tom kr}}$ bo‘lgani uchun o‘rtacha qiymatlarning tengligi haqidagi nolinchi gipoteza rad etiladi, tanlanma o‘rtacha qiymatlarning farqi muhim.

Ikkinchi hol. Nolinchi gipoteza H_0: $M(X)=M(Y)$,
konkurent gipoteza H_1: $M(X)> M(Y)$.

Bu holda quyidagi talabga asoslanib, o‘ng tomonlama kritik soha quriladi: *T kriteriyning bu sohaga tushish ehtimolligi nolinchi gipoteza o‘rinli degan taxminda qabul qilingan qiymatdorlik darajasiga teng bo‘lsin*:

$$P(T > t_{\text{o‘ng tom.kr}})=\alpha.$$

$t_{\text{o‘ng tom kr}}(\alpha,\ k)$ nuqtani jadvaldan (3-ilovada) qiymatdorlik darajasi (jadvalning pastki satrida joylashgan) va $k = n + m - 2$ ozodlik darajalari soni bo‘yicha topiladi.

Agar $T_{\text{kuzat}} < t_{\text{o‘ng tom kr}}$ bo‘lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo‘q.

Agar $T_{\text{kuzat}} > t_{\text{o‘ng tom.kr.}}$ bo‘lsa, nolinchi gipoteza rad etiladi.

Uchinchi hol. Nolinchi gipoteza H_0: $M(X) = M(Y)$, konkurent gipoteza H_1: $M(X)< M(Y)$.

Bu holda quyidagi talabga asoslanib, chap tomonlama kritik soha quriladi: *kriteriyning bu sohaga tushish ehtimolligi nolinchi gipoteza o‘rinli degan taxminda qabul qilingan qiymatdorlik darajasiga teng bo‘lsin.*

$$P(T < t_{\text{chap tom kr}}) =\alpha.$$

Styudent taqsimotining nolga nisbatan simmetrikligiga asosan:

$$t_{\text{chap tom kr}} = -t_{\text{o‘ng tom kr}}. \tag{7.17}$$

Shu sababli avval «yordamchi» $t_{\text{o‘ng tom kr}}$ kritik nuqta ikkinchi holda bayon qilinganidek topiladi va $t_{\text{chap tom kr}} = -t_{\text{o‘ng tom kr}}$ deb olinadi.

Agar $T_{\text{kuzat}} > -t_{\text{o‘ng tom kr}}$ bo‘lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo‘q.

Agar $T_{\text{kuzat}} < -t_{\text{o‘ng tom kr}}$ bo‘lsa, nolinchi gipoteza rad etiladi.

7.6-masala. Kameradagi bosim ikkita manometr bilan o'lchanmoqda. Ularning aniqlik darajasini tekshirish uchun ko'rsatish bir vaqtda yozib olindi. 10 marta o'lchash natijasida ikkala manometr uchun $\bar{X}_1 = 15,3$ va $\bar{X}_2 = 16,1$ o'rtacha qiymatlar hamda $S_1^2 = 0,2$ va $S_2^2 = 0,15$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalar topildi. $\alpha = 0,05$ qiymatdorlik darajasida $H_0{:}M(X_1) = M(X_2)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1{:}M(X_1) < M(X_2)$ bo'lganda tekshirilsin.

Yechilishi. Tuzatilgan dispersiyalar turlicha, shuning uchun avval dispersiyalar tengligi haqidagi gipotezani Fisher—Snedekor kriteriysidan foydalanib tekshirib ko'ramiz.

Katta dispersiyaning kichigiga nisbatini topamiz:

$$F_{\text{kuzat}} = S^2_{\text{katta}} / S^2_{\text{kichik}} = 0,2/0,15 = 1,33.$$

Shartga ko'ra $D(X_1) > D(X_2)$ bo'lgani uchun $\alpha = 0,05$ qiymatdorlik darajasi va $k_1 = n_1 - 1 = 10 - 1 = 9$, $k_2 = n_2 - 1 = 10 - 1 = 9$ ozodlik darajalari qiymatlari bo'yicha $T_{kr}(0,05;\ 9;\ 9)$ kritik nuqta qiymatini Fisher—Snedekor taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan (2-ilova) topamiz: $T_{kr}\ (0,05;\ 9;\ 9) = 3,18$.

Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $1,33 < 3,18$, $T_{\text{kuzat}} < T_{kr}$ bo'lgani uchun 6-bobdagi 1-qoidaga ko'ra nolinchi gipotezadan chetlanishga asos yo'q, ya'ni bosh dispersiyalarning tengligi haqidagi taxmin bajariladi, shu sababli o'rtacha qiymatlarni taqqoslaymiz. Styudent kriteriysining kuzatiladigan qiymatini hisoblaymiz:

$$T_{\text{kuzat}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}} \cdot \sqrt{\frac{n \cdot m(n+m-2)}{n+m}} =$$

$$= \frac{15{,}3 - 16{,}1}{\sqrt{(10-1)\cdot 0{,}2 + (10-1)\cdot 0{,}5}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 10\cdot (10+10-2)}{10+10}} = -4{,}28.$$

Masalaning shartiga ko'ra $M(X_1) < M(X_2)$ bo'lgani uchun chap tomonlama kritik nuqta (7.17) tenglikdan topiladi: $t_{\text{chap tom kr}} = -t_{\text{o'ng tom kr}}$. Bu yerdagi $t_{\text{o'ng tom kr}}$ nuqta qiymati 3-jadvaldan quyidagicha topiladi:

$t_{\text{o'ng tom kr}}(\alpha,\ k) = t_{\text{o'ng tom kr}}\ (0,05,\ k = 10 + 10 - 2 = 18) = 1,73$, bunga ko'ra $t_{\text{chap tom kr}} = -1,73$ bo'ladi.

Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $-4,28 < -1,73$, $T_{\text{kuzat}} < -t_{\text{o'ng tom kr}}$ bo'lgani uchun nolinchi gipoteza rad etiladi, ya'ni ikkala manometrning aniqlik darajalari har xil ekan.

AMALIY DARSLAR UCHUN

7.7-masala. Ikkita A va B avtomat-stanok tabletka tayyorlamoqda. A stanokda tayyorlangan tabletkalardan 16 ta va B stanokda tayyorlangan tabletkalardan 25 ta o‘lchash uchun olindi. O‘lchash natijasida $\bar{X}_A=37{,}5$ mg va $\bar{X}_B=36{,}8$ mg o‘rtacha qiymatlar hamda $S_A^2=121$ mg^2 va $S_B^2=144$ mg^2 tuzatilgan tanlanma dispersiyalar topildi. $\alpha=0{,}05$ qiymatdorlik darajasida H_0:$M(X_A)=M(X_B)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1:$M(X_A)\neq M(X_B)$ va H_1:$M(X_A)>M(X_B)$ bo‘lgan hollarda tekshirilsin.

7.8-masala. Ikkita eritmaning qattiqligi (mg ekvivalent hisobida) o‘lchandi. 1-eritmadan 50 ta proba olinib, $\bar{X}=3{,}8$ o‘rtacha qiymat va 2-eritmadan 40 ta proba olinib, $\bar{Y}=4{,}0$ o‘rtacha qiymat olindi hamda $D(X)=D(Y)=0{,}25$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalar topildi. $\alpha=0{,}01$ qiymatdorlik darajasida H_0:$M(X)=M(Y)$ nolinchi gipoteza konkurent gipoteza H_1:$M(X)\neq M(Y)$ va H_1:$M(X)<M(Y)$ bo‘lgan hollarda tekshirilsin.

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN

7.9-masala. Ikkita A va B avtomat stanoklar tabletka tayyorlamoqda. A stanokda tayyorlangan tabletkalardan 30 ta va B stanokda tayyorlangan tabletkalardan 20 ta o‘lchash uchun olindi. O‘lchash natijasida $\bar{X}_A=24{,}1$ mg va $\bar{X}_B=25{,}0$ mg o‘rtacha qiymatlar hamda $D(X_A)=120$ va $D(X_B)=150$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalar topildi. $\alpha=0{,}05$ qiymatdorlik darajasida H_0:$M(X_A)=M(X_B)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1:$M(X_A)\neq M(X_B)$ va H_1:$M(X_A)>$ $>M(X_B)$ bo‘lgan hollarda tekshirilsin.

A stanokda: $n=30$ ta; $\bar{X}_A=24{,}1$ mg, $D(X_A)=120$,

B stanokda: $m=20$ ta; $\bar{X}_B=25{,}0$ mg, $D(X_B)=150$; $\alpha=0{,}05$.

H_0:$M(X_A)=M(X_B)$; H_1:$M(X_A)\neq M(X_B)$; H_1:$M(X_A)>M(X_B)$.

7.10-masala. Ikkita eritmaning qattiqligi (mg ekvivalent hisobida) o‘lchandi. 1-eritmadan 16 ta proba olinib, $\bar{X}=0{,}03$ o‘rtacha qiymat va 2-eritmadan 18 ta proba olinib, $\bar{Y}=0{,}05$ o‘rtacha qiymat olindi hamda $D(X)=D(Y)=0{,}25$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalar topildi. $\alpha=0{,}01$ qiymatdorlik darajasida H_0:$M(X)=M(Y)$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1:$M(X)\neq M(Y)$ va H_1:$M(X)<M(Y)$ bo‘lgan hollarda tekshirilsin.

HISOBLASH DASTURI

A_7.3

```
PROGRAM A_73; {O'RTACHA QIYMATLARNI TAQQOS-
LASH KICHIK ERKLI TANLANMALAR}
USES CRT;
CONST
     N=10; M=8; X=142.3; Y=145.3;
     ALFA=0.01; F_KR=1.96; T_2tom_kr=2.92;
     VAR
     SX, SY, F_kuz,T_kuz:REAL;
     K, K1, K2:INTEGER;
BEGIN CLRSCR; {BERILGANLARNI KIRITISH}
     SX:=2.7; SY:=3.2;
     {———————————————————————}
     IF SX<SY THEN BEGIN
     F_kuz:=SY/SX; END
     ELSE F_kuz:=SX/SY;
     K1:=N-1; K2:=M-1;
     K:=N+M-2;
     T_kuz:=ABS(((X-Y)/SQRT((N-1)*SX+(M-1)*SY))*
 SQRT ((N*M*(N+M-2))/(N+M)));
WRITELN; WRITELN('F_kuz=', F_kuz:8:3, ';  F_KR=',
F_KR:8:3);
IF F_kuz<F_KR THEN BEGIN
WRITELN('F_kuz<F_kr -NOLINCHI GIPOTEZANI RAD
ETISHGA ASOS YO'Q.'); END
ELSE WRITELN('F_kuz>F_kr — NOLINCHI GIPOTEZA
RAD ETILADI.');
WRITELN; WRITELN('T_2tom.kr=', T_2tom_kr:8:2, ';
T_kuz=', T_kuz:8:2);
IF T_kuz<T_2tom_kr THEN BEGIN
WRITELN('T_kuz<T_2tom.kr —NOLINCHI GIPOTEZANI
RAD ETISHGA ASOS YO'Q.'); END
ELSE WRITELN('T_kuz>T_2tom.kr — NOLINCHI GIPOTE-
ZA RAD ETILADI.');
END.
```

VIII bob. KORRELATSIYALANGAN BOG'LANISHNING MAVJUDLIGINI TEKSHIRISH

Ikki o'lchovli (X, Y) bosh to'plam normal taqsimlangan bo'lsin. Bu to'plamdan N hajmli tanlanma olingan va u bo'yicha r_T tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilgan: u noldan farqli bo'lib chiqqan.

Tanlanma tavakkaliga olingani uchun bosh to'plamning bosh (r_b) korrelatsiya koeffitsiyenti ham noldan farqli deb xulosa chiqarish mumkin emas. Bizni xuddi shu koeffitsiyent qiziqtiradi, shu sababli berilgan α qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi H_0: $r_b=0$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish zarurati tug'iladi.

Agar nolinchi gipoteza rad etiladigan bo'lsa, bu narsa tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti noldan muhim farq qilishini (qisqachasi qiymatdor), X va Y esa korrelatsiyalangan, ya'ni chiziqli bog'lanish bilan bog'langanligini anglatadi.

Agar nolinchi gipoteza qabul qilinadigan bo'lsa, u holda tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti qiymatdor emas, X va Y esa chiziqli bog'lanish bilan bog'lanmagan.

Nolinchi gipotezani tekshirish kriteriysi sifatida

$$T = \frac{r_T\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_T^2}} \tag{8.1}$$

tasodifiy miqdorni qabul qilamiz. Bu miqdor nolinchi gipoteza o'rinli bo'lganda, $k=N-2$ ozodlik darajali Styudent taqsimotiga ega.

Konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ ko'rinishda bo'lgani uchun kritik soha ikki tomonlamadir: u 7.3-banddagidek aniqlanadi.

Kriteriyning kuzatish ma'lumotlari bo'yicha hisoblangan qiymatini T_{kuzat} orqali belgilaymiz va nolinchi gipotezani tekshirish qoidasini ta'riflaymiz.

Qoida. Berilgan qiymatdorlik darajasida ikki o'lchovli normal tasodifiy miqdor bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi H_0: $r_b=0$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish uchun kriteriyning

$$T_{kuzat} = \frac{r_T\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_T^2}} \tag{8.2}$$

kuzatilayotgan qiymatini hisoblash va Styudent taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan ikki tomonlama kritik soha uchun berilgan qiymatdorlik darajasi va $k = N-2$ ozodlik darajalari soni bo'yicha t_{kp} $(\alpha,\ k)$ nuqtani topish lozim.

Agar $|T_{kuzat}| < t_{kp}$ bo'lsa, nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q.

Agar $|T_{kuzat}| > t_{kp}$ bo'lsa, nolinchi gipoteza rad etiladi.

8.1-masala. Ikki o'lchovli $(X,\ Y)$ normal bosh to'plamdan olingan $N=62$ hajmli tanlanma bo'yicha tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti $r_T=0{,}3$ topilgan. 0,01 qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi.

Yechilishi. Kriteriyning kuzatilgan qiymatini topamiz:

$$T_{kuzat} = \frac{r_T\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_T^2}} = \frac{0{,}3\sqrt{62-2}}{\sqrt{1-0{,}3^2}} = 2{,}43 .$$

Shartga ko'ra konkurent gipoteza $r_b \neq 0$ ko'rinishga ega, shuning uchun kritik soha ikki tomonlamadir.

Styudent taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan jadvalning yuqori satrida joylashtirilgan $\alpha = 0{,}01$ qiymatdorlik darajasida $k = N-2=62-2=60$ ozodlik darajalari soni bo'yicha ikki tomonlama kritik sohaning $t_{kr}(0{,}01;\ 60)=2{,}66$ kritik nuqtasi qiymatini topamiz. Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $2{,}43 < 2{,}66$, $T_{kuzat} < t_{kr}$ bo'lgani uchun bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q. X va Y korrelatsiyalanmagan tasodifiy miqdorlar (X va Y tasodifiy miqdorlar o'rtasida korrelatsion bog'lanish mavjud emas).

8.2-masala. Ikki o'lchovli $(X,\ Y)$ normal bosh to'plamdan olingan $N=100$ hajmli tanlanma bo'yicha quyidagi 8.1-korrelatsion jadval tuzilgan:

8.1-jadval

Y_j \ X_i	2	7	12	17	22	27	m_{Y_j}
110	2	4					6
120		6	2				8
130			3	50	2		55
140			1	10	6		17
150				4	7	3	14
m_{X_i}	2	10	6	64	15	3	$N=100$

Quyidagilar talab qilinadi:

a) tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilsin;

b) 0,01 qiymatdorlik darajasida r_b bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirilsin.

Yechilishi. a) bu masalani $U_i=(X_i-17)/5$, $V_j=(Y_j-130)/10$ shartli variantalarga o'tib yechamiz. Buning uchun $C_1=17$ va $C_2=130$ soxta nollarni tanlab, shartli variantalar bo'yicha 8.2-jadvalni tuzamiz.

8.2-jadval

V_j \ U_i	−3	−2	−1	0	1	2	m_{V_j}
−2	2	4					6
−1		6	2				8
0			3	50	2		55
1			1	10	6		17
2				4	7	3	14
m_{U_i}	2	10	6	64	15	3	N=100

Kattaliklarning berilgan va topilgan qiymatlariga ko'ra tanlanma korrelyatsiya koeffitsiyentini $r_T = \dfrac{\sum m_{UV} U_i V_j - N \cdot \overline{U} \cdot \overline{V}}{N \cdot \sigma_U \cdot \sigma_V}$ formuladan topamiz. Bu formulaga kiruvchi $\overline{U}$, $\overline{V}$ va σ_U, σ_V kattaliklarni ikkinchi jadvaldan foydalanib quyidagicha topamiz:

$\overline{U} = (\sum m_U \cdot U)/N = (2\cdot(-3)+10(-2)+6\cdot(-1)+64\cdot 0+15\cdot 1+$

$+\ 3\cdot 2)/100 = -0{,}11;$

$\overline{V} = (\varepsilon m_V \cdot V)/N = (6\cdot(-2)+8(-1)+55\cdot 0+17\cdot 1+14\cdot 2)/100=$

$= 25/100 = 0{,}25.$

Yordamchi $\overline{U^2}$ va $\overline{V^2}$ kattaliklarni topamiz:

$\overline{U^2} = (\varepsilon m_U \cdot U^2)/N = (2\cdot 9+10\cdot 4+6\cdot 1+15\cdot 1+3\cdot 4)/100=$

$= 91/100 = 0{,}91;$

$\overline{V^2} = (\varepsilon m_V \cdot V^2)/N = (6\cdot 4+8\cdot 1+55\cdot 0+17\cdot 1+14\cdot 4)/100=$

$=125/100=1{,}05.$

σ_U va σ_V ni topamiz:

$$\sigma_U = \sqrt{\overline{U^2} - (\overline{U})^2} = \sqrt{0{,}91-(0{,}11)^2} = \sqrt{0{,}8979} = 0{,}95;$$

$$\sigma_V = \sqrt{\overline{V^2} - (\overline{V})^2} = \sqrt{1{,}05-(0{,}25)^2} = \sqrt{0{,}9875} = 0{,}994.$$

$\sum m_{UV}U_iV_j$ yig'indini hisoblash uchun (8.3) yordamchi hisoblash jadvalini tuzamiz. Bu jadvaldan $\sum m_{UV}U_i \cdot V_j=73$ ni topamiz. Demak, tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti:

$$r_T=(m_{UV} \cdot U_i \cdot V_j - N \cdot \overline{U} \cdot \overline{U})/N \cdot \sigma_U \cdot \sigma_V=$$
$$= (73-100(-0{,}11) \cdot 0{,}25)/(100 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}994)=75{,}75/99{,}43=0{,}8.$$

b) bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani tekshiramiz. Kriteriyning kuzatilgan qiymatini hisoblaymiz:

$$T_{\text{kuzat}} = \frac{r_T\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_T^2}} = \frac{0{,}8\sqrt{100-2}}{\sqrt{1-(0{,}8)^2}} = \frac{7{,}092}{0{,}6} = 13{,}2$$

Shartga ko'ra konkurent gipoteza $r_b \neq 0$ ko'rinishga ega, demak, kritik soha ikki tomonlamadir. Styudent taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan $\alpha = 0{,}01$ qiymatdorlik darajasi va $k=N-2=100-2=98$ ozodlik darajasi soni bo'yicha ikki tomonlama kritik sohaning $t_{kr}(0{,}01; 98)=2{,}64$ kritik nuqtasi qiymatini topamiz. Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $13{,}2 > 2{,}64$, $T_{\text{kuzat}} > t_{kr}$ bo'lgani uchun bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani rad etamiz. X va Y tasodifiy miqdorlar korrelatsiyalangan (X va Y tasodifiy miqdorlar o'rtasida korrelatsion bog'lanish mavjud).

8.3-jadval

V_j \ U_i	-3	-2	-1	0	1	2	$U=\sum m_{UV} U_i$	$U \cdot V_j$
-2	-6 / 2 / -4	-8 / 4 / -8					-14	28
-1	-12 / 6 / -6	-2 / 2 / -2					-14	14
0			-3 / 3 / 0	0 / 50 / 0	2 / 2 / 0		-1	0
1			-1 / 1 / 1	0 / 10 / 10	6 / 6 / 6		5	5
2				0 / 4 / 8	7 / 7 / 14	6 / 3 / 6	13	26
$V=$ $=\sum m_{UV} \cdot V_j$	-4	-14	-1	18	20	6		
$V \cdot U_i$	12	28	1	0	20	12	$\sum=73=\sum U \cdot V_j=\sum V \cdot U_i$	

8.3-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan $N=39$ hajmli tanlanma bo'yicha $r_T=0,4$ tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilgan. 0,05 qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1{:}r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi.

$$N = 39,\ r_t = 0{,}25,\ \alpha = 0{,}05,\ H_1{:}\ r_b \neq 0;$$

$$T_{kuzat} = \frac{r_T\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_T^2}} = \frac{0{,}25\sqrt{39-2-2}}{\sqrt{1-(0{,}25)^2}} = \frac{1{,}52}{0{,}968} = 1{,}57\ ;$$

$$k=39-2=37\ ;\ t_{kr}=(0{,}05;\ 37)=1{,}69.$$

Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra 1,57 < 1,69, $T_{kuzat} < t_{kr}$ bo'lgani uchun nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q: X va Y korrelatsiyalangan tasodifiy miqdorlar.

8.4-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan $N=120$ hajmli tanlanma bo'yicha $r_T=0{,}40$ tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilgan. 0,05 qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1{:}\ r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi.

$$N = 120,\quad r_T = 0{,}40,\quad \alpha = 0{,}05,\quad H_1{:}\ r_b \neq 0.$$

8.5-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan $N=103$ hajmli tanlanma bo'yicha $r_T=-0{,}32$ tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilgan. 0,05 qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1{:}\ r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi.

$$N = 103,\ r_T = -0{,}32,\ \alpha = 0{,}05,\ H_1:\ r_b \neq 0.$$

8.6-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan $N=124$ hajmli tanlanma bo'yicha $r_T=-0{,}87$ tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilgan. 0,10 qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani konkurent gipoteza $H_1{:}\ r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi.

$$N = 124,\ r_T = -0{,}87,\ \alpha = 0{,}10,\ H_1:\ r_b \neq 0.$$

8.7-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan $N=147$ hajmli tanlanma bo'yicha $r_T= -0{,}65$ tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilgan. 0,10 qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi.

$$N = 147,\ r_T = -0,65,\ \alpha = 0,10,\ H_1 : r_b \neq 0.$$

8.8-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan N=53 hajmli tanlanma bo'yicha 8.4-korrelatsion jadval tuzilgan:

a) tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilsin:

b) α=0,05 qiymatdorlik darajasida r_b bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipoteza konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirilsin.

8.4-jadval

Y_j \ X_i	4,1	4,3	4,3	4,7	m_{Y_j}
15		2		1	3
2,0	1	6	6	6	19
2,5		2	10	13	25
3,0				6	6
m_{X_i}	1	10	16	26	N=53

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN

8.9-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan N=12 hajmli tanlanma bo'yicha r_T=0,42 tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilgan. 0,05 qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi.

$$N = 12,\ r_T = 0,42,\ \alpha = 0,05,\ H_1: r_b \neq 0.$$

8.10-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan N=67 hajmli tanlanma bo'yicha r_T=0,82 tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilgan. 0,01 qiymatdorlik darajasida bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirish talab qilinadi.

$$N = 67,\quad r_t = 0,82,\ \alpha = 0,01,\quad H_1: r_b \neq 0.$$

8.11-masala. Ikki o'lchovli (X, Y) normal bosh to'plamdan olingan N=50 hajmli tanlanma bo'yicha 8.5-korrelatsion jadval tuzilgan:

8.5-jadval

Y_j \ X_i	5	10	15	20	25	30	35	m_{Y_j}
10						6	1	7
12						4	2	6
14			8	10	5			23
16	3	4						10
18	2	1		1				4
m_{X_i}	5	5	11	11	5	10	3	N=50

a) tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilsin;

b) $\alpha=0{,}05$ qiymatdorlik darajasida r_b bosh korrelatsiya koeffitsiyentining nolga tengligi haqidagi nolinchi gipoteza konkurent gipoteza H_1: $r_b \neq 0$ bo'lganda tekshirilsin.

IX bob. ISHORALAR KRITERIYSI

Ishoralar kriteriysi bosh to‘plamdan olingan tanlanmalarning bir jinsli bog‘lanishga ega ekanligini tekshirishda ishlatiladi.

Bir bosh to‘plamdan olingan ikki tanlanmaning taqsimot funksiyalari $F_X(x)$ va $F_Y(y)$ bir-biriga teng ($F_X(x)=F_Y(y)$) bo‘lsa, u holda bu funksiyani tashkil etgan tanlanmalar o‘rtasidagi bog‘lanish *bir jinsli bog‘lanish* deyiladi.

Bir jinsli bog‘lanishga ega bo‘lgan masalalarga ikki o‘lchov qurilmalari ko‘rsatishlarini taqqoslash yoki bir miqdorni ikki usul bilan aniqlangan qiymatlarini taqqoslashlar misol bo‘la oladi.

Masalan, ikki o‘lchov qurilmasida biror miqdorning qiymati N marta o‘lchanib X_i va Y_i ($i=1, 2, 3, ..., n$) tanlanmalar hosil qilingan bo‘lsin. Bu yerda X_i va Y_i tanlanmalarni taqqoslaydigan bo‘lsak, ularning elementlaridan birini ikkinchisining o‘rni bilan almashtirsak bo‘ladigan qiymatlardan iborat. Shuning uchun $(X_i - Y_i)$ ayirmalarni hisoblaganda musbat ishorali va manfiy ishorali ayirmalar hosil bo‘lish ehtimolligi teng. Agar $(X_i - Y_i)$ ayirmaning nolga teng bo‘lish ehtimolligi 0 bo‘lsa, u holda musbat ishorali va manfiy ishorali ayirmalar hosil bo‘lish ehtimoligi 1/2 ga teng bo‘ladi. Demak:

$$P[(X_i - Y_i) > 0] = P[(X_i - Y_i) < 0] = 1/2, \ (i=1, 2, 3, ..., \ell).$$

l — nolga teng bo‘lmagan ayirmalar soni: $1 \leq N$. Nolga teng bo‘lgan ayirma tasodifiy xatolik yoki yaxlitlash xatoligi tufayli vujudga kelishi mumkin. Bu qiymatlar juftlari ishoralarni hisoblashda e’tiborga olinmaydi.

Statistik ishoralar kriteriysi qilib, tanlanma juftlari (X_i, Y_i), ($i=1, 2, ..., l$) ayirmasi hosil qilgan «+» va «–» ishoralar ketma-ketligidagi ishoralar soni olinadi. Bundan keyingi misollarga aniqlik kiritish uchun «+» ishoralar soni olinadi.

Agar tekshirilayotgan H_0 nolinchi gipoteza qabul qilinadigan bo‘lsa, (X_i, Y_i) kuzatishlar juftlarining $(X_i - Y_i)$ ayirmalari soni qancha bo‘lishidan qat’iy nazar $P=1/2$ va l, larning qiymatlari bo‘yicha $[B(l, 1/2)]$ binomial taqsimotga ega bo‘ladi.

Konkurent gipotezalarning quyidagi ko‘rinishlaridan birida H_0 nolinchi gipotezani tekshirish kerak.

$$H_1^{(1)}: P > 1/2;$$
$$H_2^{(2)}: P < 1/2.$$

Musbat ishorali ayirmalar sonini r_t bilan va qiymatdorlik darajasini α bilan belgilaymiz.

1. Konkurent gipoteza H_1: $P > 1/2$ ko‘rinishda bo‘lganda

$$\sum_{i=r}^{\ell} C_\ell^i \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^\ell \leq \alpha \tag{9.1}$$

tengsizlik bajarilsa, H_0 nolinchi gipotezadan chetlashiladi.

2. Konkurent gipoteza H_1: $P < 1/2$ ko‘rinishda bo‘lganda

$$\sum_{i=0}^{r} C_\ell^i \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^\ell \leq \alpha \tag{9.2}$$

tengsizlik bajarilsa, H_0 nolinchi gipotezadan chetlashiladi.

3. Konkurent gipoteza H_1 : $P = 1/2$ bo‘lganda

$$\sum_{i=r}^{\ell} C_\ell^i \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^\ell \leq \alpha, \tag{9.3}$$

$$\sum_{i=0}^{r} C_\ell^i \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^\ell \leq \alpha \tag{9.4}$$

tengsizliklardan biri bajarilsa, H_0 nolinchi gipotezadan chetlashiladi. Agar (9.1) — (9.4) tengsizliklar bajarilmasa, H_0 nolinchi gipotezadan chetlashishga asos yo‘q bo‘ladi.

Ko‘pchilik hollarda hisoblashlarni soddalashtirish maqsadida gipotezani tekshirishda Fisher statistikasidan foydalaniladi.

1. Konkurent gipoteza H_1: $P > 1/2$ ko‘rinishda bo‘lganda

$$F_T = r/(\ell - r + 1) \geq F_{1-\alpha}(k_1, k_2), (k_1 = 2(\ell - r + 1), k_2 = 2r) \tag{9.5}$$

tengsizlik bajarilsa, H_0 nolinchi gipotezadan chetlashiladi.

2. Konkurent gipoteza H_1: $P < 1/2$ ko‘rinishda bo‘lganda

$$F_T = (\ell - r)/(r + 1) \geq F_{1-\alpha}(k_1, k_2), (k_1 = 2(r + 1), k_2 = 2(\ell - r)) \tag{9.6}$$

tengsizlik bajarilsa, H_0 nolinchi gipotezadan chetlashiladi.

3. Konkurent gipoteza H_1: $P = 1/2$ ko‘rinishda bo‘lganda

$$F_T = r/(\ell - r + 1) \geq F_{1-a}(k_1, k_2), (k_1 = 2(\ell - r + 1), k_2 = 2r) \tag{9.7}$$

$$F_i=(\ell-r)/(r+1)\geq F_{1-}\alpha(k_1,\ k_2),\ (k_1=2(r+1),\ k_2=2(\ell-r)) \qquad (9.8)$$

tengsizliklardan biri bajarilganda H_0 nolinchi gipotezadan chetlashiladi.

9.1-masala. Sanatoriyda davolanuvchilardan 10 kishiga maxsus parhez belgilandi. Ularning vazni ikki haftalik parhezdan keyin quyidagicha o'zgardi (9.1-jadval):

9.1-jadval

X_i	68	80	92	81	70	79	78	66	57	76
Y_i	60	84	87	79	74	71	72	67	57	60

a) shu parhezni vaznni kamaytirish uchun davolanuvchilarga tavsiya etish mumkinmi? $\alpha = 0{,}10$;

b) shu parhezning davolanuvchilar vaznini o'zgartirishga qandaydir ta'siri bo'ladimi? $\alpha = 0{,}10$.

Yechilishi. a) ayirmalar farqini topib, ishoralar ketma-ketligini hosil qilamiz:

$$(X_i - Y_i): + \ - \ + \ + \ - \ + \ + \ - \ 0 \ +$$

nolga teng bo'lmagan ayirmalar soni $\ell=9$ ta, musbat ishorali ayirmalar soni $r=6$ ta. H_0: $P=1/2$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1:$P>1/2$ bo'lganda tekshiramiz.

$F_T=r/(\ell-r+1)$ formuladan tanlanma kriteriysi qiymatini va $F_{1-\alpha}(k_1,\ k_2)$ ifodadan kritik nuqta qiymatini hisoblab taqqoslaymiz:

$$F_T=r/(\ell-r+1)=6/(9-6+1)=6/4=3/2=1{,}5;$$

$$k_1=2\cdot(\ell-r+1)=2\cdot(9-6+1)=2\cdot 4=8,\ k_2=2\cdot r=2\cdot 6=12;$$

$$F_{1-\alpha}\,(8{,}6)=F_{0{,}90}\,(8{,}6)=2{,}98,\ 1{,}5<\ 2{,}98.$$

Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko'ra $1{,}5 < 2{,}98$, $F_T < F_{...}$ bo'lgani uchun nolinchi gipotezadan chetlashishga asos yo'q, parhezni tavsiya etish mumkin emas.

b) H_0: $P=1/2$ nolinchi gipotezani konkurent gipoteza H_1: $P\neq 1/2$ bo'lganda tekshirish talab etiladi.

Yechilishi. $F_T=(\ell-r)/(r+1)$ formuladan tanlanma kriteriysi qiymatini va $F_{1-(\alpha/2)}\,(k_1,\ k_2)$ ifodadan kritik nuqta qiymatini hisoblab taqqoslaymiz:

$$k_1 = 2 \cdot (r + 1) = 2 \cdot (6+1) = 14;$$
$$F_T = (9-6)/(6+1) = 3/7 = 0,43; \quad k_2 = 2 \cdot (\ell - 1) = 2 \cdot (9-1) = 16;$$
$$F_{1-(0,1/2)}(14,\ 16) = F_{0,95}(14,\ 16) = 2,38; \quad 0,43 < 2,38.$$

Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko‘ra 0,43 < 2,38, $F_T < < F_{1-(\alpha/2)}$ bo‘lgani uchun nolinchi gipotezadan chetlashishga asos yo‘q, parhezning odamlar vaznini o‘zgartirishda ta’siri bo‘lmaydi.

AMALIY DARSLAR UCHUN

9.2-masala. Ma’lum bir guruh talabalariga yozma ishdan oldin mashq bajartirildi. Yozma ishlar oldidan shunday mashqlarni bajartirish, talabalarning masalalar yechishga bo‘lgan qobiliyatini yaxshilaydimi?

Tajriba natijalari quyidagicha (9.2-jadval):

9.2-jadval

Mashqdan oldin	X_i	87	61	98	50	93	74	83	72	81	75	83
Mashqdan keyin	Y_i	50	45	79	90	88	65	52	79	84	61	52

$\alpha = 0,10$ qiymatdorlik darajasida tajribalar natijasi tekshirilsin.

9.3-masala. Ikki xil (*A* va *B*) eritmaning organizmga ta’siri o‘rganilmoqda. Bunda har bir tut daraxti bargining 1-yarmi *A* va 2-yarmi *B* eritma bilan artiladi. Agar tajribalarning natijasi quyidagicha bo‘lsa (9.3-jadval), $\alpha = 0,10$ bo‘lganda eritmalar ta’siri har xil bo‘ladimi?

9.3-jadval

Eritma *A*	X_i	20	39	43	13	28	26	17	49	36
Eritma *B*	Y_i	31	22	45	6	21	13	17	46	31

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

9.4-masala. Eritma tayyorlash uchun dimedrol va glyukoza kukunlaridan bir xil miqdorda o‘lchab olingan. $\alpha = 0,1$ va $\alpha = 0,05$ qiymatdorlik darajalarida o‘lchash natijalarining bir xil ekanligi tekshirilsin.

a)

O'lchashlar soni	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Dimedrol poroshogining og'irligi (mg) X_1	0,3337	0,3418	0,3418	0,3363	0,3378	0,3551	0,3416	0,3677	0,3450	0,3573	0,3391	0,3394
Glukoza poroshogining og'irligi (mg) Y_1	0,3437	0,3497	0,3458	0,3453	0,3372	0,3413	0,3399	0,3458	0,3406	0,3423	0,3410	0,3174

b)

O'lchashlar soni	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Dimedrol poroshogining og'irligi (mg), X_i	0,9827	0,9650	0,9510	0,9672	0,9705	0,9777	0,9463	0,9832	0,9998	0,9664	0,9664	0,9969
Glukoza poroshogining og'irligi (mg), Y_i	0,9382	0,9442	0,9571	0,9482	0,9259	0,9422	0,9458	0,9646	0,9529	0,9421	0,9432	0,9300

X BOB. BIR FAKTORLI DISPERSION TAHLIL

Kimyoviy, fizikaviy va tibbiyotdagi ko‘pgina jarayonlarning borishi bir yoki bir necha faktorlarga (omillarga) bog‘liq bo‘ladi. Misol sifatida, oddiy bir kimyoviy jarayonni olaylik: katalizator miqdorining kimyoviy reaksiya jarayonining borish vaqtiga ta’siri. Bu tajribaning natijasiga bir faktor (katalizatorning miqdori) ta’sir ko‘rsatadi. Agar shu yerda katalizatorning temperaturasini ham reaksiya jarayoniga ta’sirini e’tiborga oladigan bo‘lsak, u holda tajribaning natijasiga ikki faktor (katalizatorning miqdori va temperaturasi) ta’sir ko‘rsatadi. Xuddi shuningdek, reaksiya jarayoniga ko‘plab faktorlarning ta’sirini ko‘rsatishimiz mumkin.

Shu jarayonni o‘rganishda tajriba natijasiga har bir faktor qay darajada ta’sir ko‘rsatishini bilish biz uchun muhimdir. Buning uchun tajriba davomida olingan o‘lchov natijalarini *dispersion tahlil* usuli bilan tekshiramiz.

Biz tekshirayotgan jarayon kuzatish yoki tajriba natijasi qancha faktor ta’sirida olinishiga ko‘ra *bir, ikki, uch va ko‘p faktorli dispersion tahlil* deyiladi.

Quyida eng sodda, bir faktorli dispersion tahlil usuli bilan tanishib chiqamiz.

10.1 HAMMA DARAJALARDA SINOVLAR SONI BIR XIL

Masalaning qo‘yilishi quyidagicha bo‘ladi: *gruppaviy bosh dispersiyalar noma’lum bo‘lsa-da, lekin ular o‘zaro bir xil degan farazda gruppaviy o‘rtacha qiymatlarning tengligi haqidagi nolinchi gipotezani α qiymatdorlik darajasida tekshirish talab qilinadi.*

Dispersiyalari teng bo‘lganda gruppaviy o‘rtacha qiymatlarning tengligi haqidagi nolinchi gipotezani tekshirish uchun Fisher – Snedekor kriteriysi bo‘yicha faktor va qoldiq dispersiyalarni tekshirish yetarli. Ushbu tekshirish jarayoni dispersion tahlil usulidir.

Normal taqsimlangan X miqdoriy belgiga F faktor ta’sir ko‘rsatayotgan bo‘lib, y p ta F_1, F_2, ..., F_p darajaga ega bo‘lsin. Har bir darajada q tadan sinov o'tkazilgan. Kuzatish natijalari bo'lgan X_{ij} sonlar quyidagi 10.1-jadval ko'rinishida yozilgan, bu yerda $i(i=1, 2, 3, ..., q)$ sinov nomeri, $j(j=1, 2, ..., r)$ — faktor darajasi nomeri.

Yechilishi. Masala shartiga ko'ra 10.1-jadvaldagi tajriba natijasidan foydalanib faktor va qoldiq dispersiyalarini hamda kriteriy qiymatini topishimiz kerak. Buning uchun avval quyidagi kattaliklarni topib olamiz:

10.1-jadval

Sinov nomeri i	Faktor darajalari, F_j			
	F_1	F_2	...	F_p
1			...	X_{1p}
2			...	X_{2p}
3			...	X_{3p}
...			...	...
q	X_{q1}	X_{q2}	...	X_{qp}
Gruppaviy o'rtacha qiymat $\bar{X}_{grj}$	$\bar{X}_{gr1}$	$\bar{X}_{gr2}$	...	$\bar{X}_{grp}$

$$S_{umum} = \sum_{j=1}^{p}\sum_{i-1}^{q}\left(X_{ij} - \bar{X}\right)^2 \quad (10.1)$$

belgining kuzatilayotgan qiymatlarining umumiy o'rtacha qiymatidan chetlanishlari kvadratlarining umumiy yig'indisi ($\bar{X}$ — umumiy o'rtacha qiymati);

$$S_{fakt} = q\sum_{j=1}^{p}(\bar{X}_{grj} - \bar{X})^2 \quad (10.2)$$

gruppaviy o'rtacha qiymatlarning umumiy o'rtacha qiymatidan chetlanishlari kvadratlarining faktor yig'indisi (gruppalar orasidagi tarqoqlikni xarakterlaydi);

$$S_{qold} = \sum_{i=1}^{q}(X_{i1} - \bar{X}_{gr1})^2 + \sum_{i=1}^{q}(X_{i2} - \bar{X}_{gr2})^2 + ... +$$

$$+ \sum_{i=1}^{q}(X_{ip} - \bar{X}_{grp})^2 \quad (10.3)$$

gruppadagi kuzatilgan qiymatlarning o'z gruppaviy o'rtacha qiymatidan chetlanishlari kvadratlarining qoldiq yig'indisi («gruppalar ichidagi» tarqoqlikni xarakterlaydi).

Qoldiq yig'indini amalda ushbu formula bo'yicha hisoblash qulay:

$$S_{qold} = S_{umum} - S_{fakt}. \tag{10.4}$$

(10.1) va (10.2) ifodalardan foydalanish hisoblashlarda qulay bo'lishi uchun ayrim elementar shakl o'zgarishlar kiritib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$S_{umum} = \sum_{j=1}^{p} P_j - \frac{\left[\sum\limits_{j=1}^{p} R_j\right]^2}{pq}, \tag{10.5}$$

$$S_{fakt} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{p} \left[R_j\right]^2}{q} - \frac{\left[\sum\limits_{j=1}^{p} R_j\right]^2}{pq}. \tag{10.6}$$

bu yerda: $P_j = \sum\limits_{i=1}^{q} X_{ij}^{\ 2}$ — belgining F_j darajada kuzatilgan kvadratlari yig'indisi;

$R_j = \sum\limits^{q} X_{ij}$ — belgining F_j darajada kuzatilgan qiymatlari yig'indisidir.

Agar belgining kuzatilgan qiymatlari nisbatan katta sonlar bo'lsa, u holda hisoblashlarni soddalashtirish maqsadida har bir kuzatilgan qiymatdan taxminan umumiy o'rtacha qiymatga teng bo'lgan bir xil C son ayiriladi. Agar kamaytirilgan qiymatlar $Y_{ij} = X_{ij} - C$ bo'lsa, u holda (10.5) va (10.6) formulalarni:

$$S_{umum} = \sum_{j=1}^{p} Q_j - \left[\sum_{j=1}^{p} T_j\right]^2 / pq, \tag{10.7}$$

$$S_{fakt} = \sum_{j=1}^{p} \left[T_j\right]^2 / q - \left[\sum_{j=1}^{p} T_j\right]^2 / pq \tag{10.8}$$

ko'rinishda yozamiz, bu yerda $Q_i = \sum\limits_{i=1}^{q} Y_{ij}^{\ 2}$ – belgining F_j darajadagi kamaytirilgan qiymatlari yig'indisi. (10.5), (10.6), (10.7) va (10.8) formulalardagi P_j, R_j, Q_j, T_j larning qiymatlarini topishda hisoblashga qulay bo'lishi uchun quyidagi 10.2- va 10.3-jadvallardan foydalanamiz.

10.2-yoki 10.3-jadvaldan topilgan P_j va R_j yoki Q_j va T_j larning qiymatlarini (10.5), (10.6) va (10.4) yoki (10.7), (10.8) va (10.4) formulalarga qo'yib hisoblab, umumiy, faktor va qoldiq yig'indilarni topamiz. Topilgan faktor va qoldiq yig'indilarni tegishli erkinlik darajalariga bo'lib, faktor va qoldiq dispersiyalari topiladi:

$$S^2_{\text{fakt}} = \frac{S_{\text{fakt}}}{p-1}, \tag{10.9}$$

$$S^2_{\text{qold}} = \frac{S_{\text{qold}}}{p(q-1)}. \tag{10.10}$$

(10.9) va (10.10) ifodalardan hisoblab topilgan faktor va qoldiq dispersiyalarning qiymatlarini tekshirish uchun oldin kriteriyning kuzatilgan qiymatini:

$$F_{\text{kuzat}} = \frac{S^2_{\text{fakt}}}{S^2_{\text{qold}}} \tag{10.11}$$

formuladan hisoblab topamiz.

10.2-jadval

Sinov nomeri, i	Faktor darajalari, F_j							Yakuniy ustun
	F_1		F_2		F_P			
	X_{i1}	X^2_{i1}	X_{i2}	X^2_{i2}	...	X_{ip}	X^2_{ip}	
1	X_{11}	X^2_{11}	X_{12}	X^2_{12}	...	X_{1p}	X^2_{1p}	
2	X_{21}	X^2_{21}	X_{22}	X^2_{22}	...	X_{2p}	X^2_{2p}	
3	X_{31}	X^2_{31}	X_{32}	X^2_{32}	...	X_{3p}	X^2_{3p}	
...	...	...	...	...	...	...	...	
q	X_{q1}	X^2_{q1}	X_{q2}	X^2_{q1}	...	X_{qp}	X^2_{qp}	
$P_j=\sum\limits_{i=1}^{q} X^2_{ij}$		$\sum\limits_{i=1}^{q} X^2_{i1}$		$\sum\limits_{i=1}^{q} X^2_{i2}$			$\sum\limits_{i=1}^{q} X^2_{ip}$	$\sum\limits_{j=1}^{p} P_j$
$R_j = \sum\limits_{i=1}^{q} X$	$\sum\limits_{i=1}^{q} X_{i1}$		$\sum\limits_{i=1}^{q} X_{i2}$			$\sum\limits_{i=1}^{q} X_{ip}$		$\sum\limits_{j=1}^{p} R_j$
$[R_j]^2$	$\left[\sum\limits_{i=1}^{q} X_{i1}\right]^2$		$\left[\sum\limits_{i=1}^{q} X_{i2}\right]^2$			$\left[\sum\limits_{i=1}^{q} X_{ip}\right]^2$		$\sum\limits_{j=1}^{p} [R_j]^2$

10.3-jadval

Sinov nomeri, i	Faktor darajalari							Yakuniy ustun
	F_1		F_2			F_P		
	Y_{i1}	Y_{i1}^2	Y_{i2}	Y_{i2}^2	...	Y_{ip}	Y_{ip}^2	
1	Y_{11}	Y_{11}^2	Y_{12}	Y_{12}^2	...	Y_{1p}	Y_{1p}^2	
2	Y_{21}	Y_{21}^2	Y_{22}	Y_{22}^2	...	Y_{2p}	Y_{2p}^2	
3	Y_{31}	Y_{31}^2	Y_{32}	Y_{32}^2	...	Y_{3p}	Y_{3p}^2	
...	...	...	...	...	...	...	...	
q	Y_{q1}	Y_{q1}^2	Y_{q2}	Y_{q1}^2	...	Y_{qp}	Y_{qp}^2	
$Q_j=\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{ij}^2$		$\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{i1}^2$		$\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{i2}^2$			$\sum\limits_{i=1}^{q} {}^2Y_{ip}$	$\sum\limits_{j=1}^{p} Q_j$
$T_j=\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{ij}$	$\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{i1}$		$\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{i2}$			$\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{ip}$		$\sum\limits_{j=1}^{p} T_j$
$\left[T_j\right]^2$	$\left[\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{i1}\right]^2$		$\left[\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{i2}\right]^2$			$\left[\sum\limits_{i=1}^{q} Y_{ip}\right]^2$		$\sum\limits_{j=1}^{p} [T_j]^2$

Fisher—Snedekor taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan berilgan α qiymatdorlik darajasi va $k_1 = p-1,...k_2 = p\cdot(q-1)$ erkinlik darajalari sonlari bo'yicha $F_{kr}(\alpha, k_1, k_2)$ kritik nuqta qiymati topiladi, bu yerda:

1. Agar $F_{kuzat} < F_{kr}$ bo'lsa, gruppaviy o'rtacha qiymatlarning farqi muhim emas (nolinchi gipotezani rad etishga asos yo'q).

2. Agar $F_{kuzat} > F_{kr}$ bo'lsa, gruppaviy o'rtacha qiymatlarning farqi muhim (gruppaviy o'rtacha qiymatlarning tengligi haqidagi nolinchi gipoteza rad etiladi).

Eslatma. *Agar faktor dispersiya qoldiq dispersiyadan kichik bo'lib chiqsa, u holda shuning o'zidan gruppaviy o'rtacha qiymatlarning tengligi haqidagi nolinchi gipotezaning o'rinli ekanligi bevosita kelib chiqadi, shu sababli keyingi hisoblashlarni bajarishga ehtiyoj qolmaydi.*

10.1-masala. Teng kuchli 3 ta dorixonaning xizmat ko'rsatish darajasini aniqlash maqsadida 6 soat kuzatildi. Kuzatish natijasi 10.4-jadvalda keltirilgan.

Kuzatishlar soni	Faktor darajalari, F_j		
i	F_1	F_2	F_3
1	4	6	8
2	2	5	9
3	3	4	10
4	4	7	7
5	5	6	8
6	3	8	6
$\bar{X}_{grj}$	3,5	6,0	8,0

Dispersion tahlil usuli bilan gruppaviy o'rtacha qiymatlarining tengligi haqidagi gipoteza 0,01 qiymatdorlik darajasida tekshirilsin. Tanlanmalar dispersiyalari bir xil bo'lgan normal to'plamdan olingan deb faraz qilinsin.

Yechilishi. 10.5-yordamchi hisoblash jadvalini tuzamiz.

10.5-jadval

Kuzatishlar soni i	Faktor darajalari F_j						Yakuniy ustun
	F_1		F_2		F_3		
	X_{i1}	X_{i1}^2	X_{i2}	X_{i2}^2	X_{i3}	X_{i3}^2	
1	4	16	6	36	8	64	
2	2	4	5	25	9	81	
3	3	9	4	16	10	100	
4	4	16	7	49	7	49	
5	5	25	6	36	8	64	
6	3	9	8	64	6	36	
$P_j=\sum_{i=1}^{q} X_{ij}^2$		79		226		394	$\sum_{j=1}^{p} P_j=699$
$R_j=\sum_{i=1}^{q} X_{ij}$	21		36		48		$\sum_{j=1}^{p} R_j=105$
$[R_j]^2$	441		1296		2304		$\sum_{j=1}^{p}[R_j]^2=4041$

10.5-jadvalning yakuniy ustunidagi topilgan qiymatlarni (10.5) va (10.6) formulalardagi kattaliklarning o'rniga qo'yamiz va $q=6$, $P=3$ ekanligini e'tiborga olgan holda, umumiy va faktor yig'indilarni hisoblaymiz:

$$S_{umum} = \sum_{j=1}^{p} P_j - \frac{\left[\sum_{j=1}^{p} R_j\right]^2}{pq} = 699 - \frac{[105]^2}{6\cdot 3} = 699 - 612,5 = 86,5$$

$$S_{fakt} = \frac{\sum_{j=1}^{p}[R_j]^2}{q} - \frac{\left[\sum_{j=1}^{p} R_j\right]^2}{pq} = \frac{4041}{6} - \frac{[105]^2}{6\cdot 3} = 61,0.$$

Topilgan faktor va umumiy yig‘indilarning qiymatlarini (10.4) ifodaga qo‘yib, qoldiq yig‘indini topamiz:

$$S_{q'old} = 86,5 - 61,0 = 25,5.$$

Faktor va qoldiq yig‘indilarni hamda q=6, p=3 qiymatlarni (10.9) va (10.10) ifodalarga qo‘yib, faktor va qoldiq dispersiyalar topiladi:

$$S^2_{fakt} = S_{fakt}/(r-1) = 61,0/(3-1) = 61/2 = 30,5;$$

$$S^2_{qold} = S_{qold}/(p(q-1)) = 25,5/(3(6-1)) = 25,5/15 = 1,7.$$

Faktor va qoldiq dispersiyalari qiymatlarini Fisher—Snedekor kriteriysi bo‘yicha taqqoslash uchun oldin kriteriyning kuzatilgan qiymatini (10.11) ifodadan topamiz:

$$F_{kuzat} = S^2_{fakt} / S^2_{qold} = 30,5/1,7 = 17,94.$$

Fisher—Snedekor taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan berilgan α=0,01 qiymatdorlik darajasi va $k_1 = p - 1 = 3 - 1 = 2$, $k_2 = p(q-1) = 3(6-1) = 15$ erkinlik darajalari sonlari bo‘yicha $F_{kr}(\alpha, k_1, k_2) = F_{kr}(0,01;\ 2;\ 15) = 6,36$ kritik nuqta qiymati topiladi. Kattaliklarning topilgan qiymatlariga ko‘ra 17,94 > 6,36, $F_{kuzat} > F_{kr}$ bo‘lgani uchun gruppaviy o‘rtacha qiymatlarning tengligi haqidagi nolinchi gipoteza rad etiladi (gruppaviy o‘rtacha qiymatlarning farqi muhim). Dorixonalarning xizmat ko‘rsatish darajalari har xil.

HISOBLASH DASTURI

```
A_10.1
{$A+,B-,D+,E+,F-,G-,I+,L+,N-,O-,P-,Q-,R-,S+,T-,
V+,X+}
{$M 16384,0,655360}
PROGRAM DISP_ANALIZ; {HAMMA DARAJALARDA
SINOVLAR SONI BIR XIL}
```

```
LABEL 1;
CONST
    P=4; Q=3;
VAR
    KV_X, Y, X:ARRAY[1..Q, 1..P] OF REAL;
    KV_R,KVt_R, P1, R, H, Q1:ARRAY[1..P] OF REAL;
    Sum_Hj,Sum_Rj,Sum_KVt_Rj,S_um,S_fakt,S_qol, K1:REAL;
    N, S_disp_fact,S_disp_qol,Sum_S_fak,F_kuzat,K2:REAL;
    I, J:INTEGER;
BEGIN
    {BERILGANLARNI KIRITISH}
    Q1[1]:=3; Q1[2]:=2 ; Q1[3]:=3 ; Q1[4]:=1 ;
    Y[1,1]:=5,4; Y[1,2]:=6,4; Y[1,3]:=7,9; Y[1,4]:=7,1;
    Y[2,1]:=7,1; Y[2,2]:=8,1; Y[2,3]:=9,5; Y[2,4]:= 0 ;
    Y[3,1]:=7,4; Y[3,2]:=0; Y[3,3]:=9,6; Y[3,4]:=0;
    {————————————————————————————————}
WRITELN(' ', 'X[I,J]');
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    FOR I:=1 TO Q DO BEGIN
    IF Y[I,J]=0 THEN
    X[I,J]:=10*Y[I,J] ELSE
    X[I,J]:=10*Y[I,J]−75;
WRITELN(X[I,J]:8:2); END; END;
WRITELN; WRITELN(' ', 'KV_X[I,J]');
    FOR j:=1 TO P DO BEGIN
    FOR I:=1 TO Q DO BEGIN
    KV_X[I,J]:=SQR(X[I,J]);
    H[J]:=H[J]+KV_X[I,J];
WRITELN(KV_X[I,J]:8:2); END; END;
WRITELN; WRITELN(' ', 'H[J]');
    FOR j:=1 TO P DO BEGIN
    N:=N+Q1[J];
    Sum_Hj:=Sum_Hj+H[j];
WRITELN(H[J]:8:2); END; WRITELN;
WRITELN('Sum_Hj =', Sum_Hj:8:2,'; ', 'N =',N:8:2);
WRITELN; WRITELN('KV_R[j] R[J] KVt_R[J]');
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    FOR I:=1 TO Q DO BEGIN
    R[J]:=R[J]+X[I,J];
    KV_R[j]:=SQR(R[J]);
    KVt_R[J]:=SQR(TRUNC(R[J])); END;
WRITELN(KV_R[j]:8:2,' ',R[J]:8:2,' ',KVt_R[J]:8:2); END;
```

```
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    Sum_Rj:= Sum_Rj+R[J];
    Sum_KVt_Rj:= Sum_KVt_Rj+ KVt_R[J];
    Sum_S_fak:=Sum_S_fak+TRUNC(KV_R[j]/Q1[J]); END;
WRITELN; WRITELN('Sum_Rj =', Sum_Rj:8:2);
WRITELN('Sum_KVt_Rj =', Sum_KVt_Rj:8:2);
WRITELN('Sum_S_fak =', Sum_S_fak:8:2);
    S_um:=Sum_Hj-SQR(Sum_Rj)/N;
    S_fakt:=Sum_S_fak-SQR(Sum_Rj)/N;
    S_qol:=S_um-S_fakt;
    K1:=P-1; K2:=N-P;
    S_disp_fact:=S_fakt/K1;
    S_disp_qol:= S_qol/K2;
    F_kuzat:=S_disp_fact/ S_disp_qol;
WRITELN; WRITELN('S_um =', S_um:8:2);
WRITELN('S_fakt =', S_fakt:8:2);
WRITELN('S_qol =', S_qol:8:2);
WRITELN('S_disp_fact =', S_disp_fact:8:2);
WRITELN('S_disp_qol =', S_disp_qol:8:2);
WRITELN('F_kuzat =', F_kuzat:8:2);
END.
```

10.2. SINOVLAR SONI TURLI DARAJALARDA BIR XIL EMAS

Agar sinovlar soni F_1 darajada q_1 ga, F_2 darajada q_2 ga va hokazo F_p darajada q_p ga teng bo‘lsa, u holda chetlanishlar kvadratlarining umumiy yig‘indisi quyidagi ifodadan topiladi:

$$S_{\text{umum}} = \sum_{j=1}^{p} P_j - \frac{\left[\sum\limits_{j=1}^{p} R_j\right]^2}{n} \qquad (10.12)$$

bu yerda $n = q_1 + q_2 + ... + q_p$ — sinovlar yig‘indisi. Chetlanishlar kvadratlarining faktor yig‘indisini ushbu formuladan topamiz:

$$S_{\text{fakt}} = \left[\frac{R_1^2}{q_1} + \frac{R_2^2}{q_2} + ... + \frac{R_p^2}{q_p}\right] - \frac{\left[\sum\limits_{j=1}^{p} R_j\right]^2}{n}. \qquad (10.13)$$

Qolgan hisoblashlar soni bir xil bo‘lgan holdagi kabi olib boriladi:

$$S_{\text{qold}} = S_{\text{umum}} - S_{\text{fakt}}, \qquad (10.14)$$

$$S^2_{\text{fakt}} = S_{\text{fakt}}/(p-1), \qquad (10.15)$$

$$S^2_{\text{qold}} = S_{\text{qold}}/(n-p). \qquad (10.16)$$

10.2-masala. Faktorning birinchi darajasida 3 ta, ikkinchi darajasida 2 ta, uchinchi darajasida 3 ta, to'rtinchi darajasida 1 ta, jami 9 ta sinov o'tkazilgan. Dispersion analiz usuli bilan 0,05 qiymatdorlik darajasida gruppaviy o'rtacha qiymatlarning tengligi haqidagi nolinchi gipoteza tekshirilsin. Tanlanmalar dispersiyalari bir xil bo'lgan normal to'plamlardan olingan deb faraz qilinsin. Sinovlar natijalari 10.6-jadvalda keltirilgan.

10.6-jadval

Sinovlar nomeri, i	Faktor darajalari, F_j			
	F_1	F_2	F_3	F_4
1	5,4	7,1	7,4	6,63
2	6,4	8,1	—	7,25
3	7,9	9,5	9,6	9,0
$\bar{X}_{grj}$	7,1	—	—	7,1

Yechilishi. $Y_{ij} = 10X_{ij} - 75$ almashtirish kiritamiz va 10.7-yordamchi hisoblash jadvalini tuzamiz.

10.7-jadval

Kuzatishlar soni i	Faktor darajalari, F_j								Yakuniy ustun
	F_1		F_2		F_3		F_4		
	Y	Y^2	Y	Y^2	Y	Y^2	Y	Y^2	
1	−21	441	−11	121	4	16			
2	−4	16	6	36	20	400	−4	16	
3	−1	1			21	441			
$Q_j=\sum_{i=1}^{q} Y_{ij}^2$		458		157		857		16	$\sum_{j=1}^{p} Q_j=1488$
$T_j=\sum_{i=1}^{q} Y_{ij}$	−26		−5		45		−4		$\sum_{j=1}^{p} T_j=10$
$[T_j]^2$	676		25		2025		16		

10.7-jadvalning yakuniy ustuni pastki satridan foydalanib, chetlanishlar kvadratlarining umumiy va faktor yig'indilarini topamiz:

$$S_{\text{umum}} = \sum_{j=1}^{p} Q_j - \frac{\left[\sum_{j=1}^{p} T_j\right]^2}{n} = 1488 - 100/9 = 1477;$$

$$n = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 3 + 2 + 3 + 1 = 9;$$

$$S_{\text{fakt}} = \left[\frac{T_1^2}{q_1} + \frac{T_2^2}{q_2} + \ldots + \frac{T_p^2}{q_p}\right] - \frac{\left[\sum_{j=1}^{p} T_j\right]^2}{n} =$$

$$= 676/3 + 25/2 + 2025/3 + 16/1 = 917{,}7.$$

Topilgan umumiy yig'indi qiymatidan faktor yig'indi qiymatini ayirib, qoldiq yig'indi qiymatini topamiz:

$$S_{\text{qold}} = S_{\text{umum}} - S_{\text{fakt}} = 1477 - 917{,}7 = 559{,}3.$$

Faktor va qoldiq dispersiyalarni (10.15) va (10.16) ifodalardan topamiz:

$$S^2_{\text{fakt}} = S_{\text{fakt}}/(p - 1) = 917{,}7/(4 - 1) = 917{,}7/3 = 305{,}9;$$

$$S^2_{\text{qold}} = S_{\text{qold}}/(n - p) = 559{,}3/(9 - 4) = 559{,}3/5 = 111{,}9.$$

Topilgan faktor va qoldiq dispersiyalarning qiymatlarini taqqoslash uchun oldin kriteriyning kuzatilgan qiymatini hisoblaymiz:

$$F_{\text{kuzat}} = S^2_{\text{fakt}} / S^2_{\text{qold}} = 305{,}9/111{,}9 = 2{,}73.$$

Suratning ozodlik darajasi $k_1 = p - 1 = 4 - 1 = 3$, maxrajiniki esa $k_2 = n - p = 9 - 4 = 5$ va qiymatdorlik darajasi $\alpha = 0{,}05$ ekanligini hisobga olib, 2-ilovadan $F_{kr}(0{,}05;\ 3;\ 5) = 5{,}41$ kritik nuqta qiymatini topamiz. Bu yerdan $2{,}73 < 5{,}41$ bo'lgani uchun $F_{kuzat} < F_{kr}$ bo'ladi. Demak, 1-qoidaga ko'ra gruppaviy o'rtacha qiymatlarning farqi muhim emas (gruppaviy o'rtacha qiymatlarning tengligi haqidagi nolinchi gipotezadan chetlashishga asos yo'q).

AMALIY DARSLAR UCHUN

10.3-masala. O'zbekiston Respublikasi viloyatlariga 1975, 1980 va 1985-yillarda provizorlar quyidagicha taqsimlangan (10.8-jadval). Taqsimotning gruppaviy o'rtacha qiymatlarining tengligi haqidagi gipoteza $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasida tekshirilsin. Tanlanmalar dispersiyalari bir xil bo'lgan normal to'plamdan olingan deb faraz qilinadi.

10.8-jadval

Viloyatlar soni, i	Faktor darajalari, j		
	F_1=1975	F_2=1980	F_3=1985
1. Qoraqalpog'iston	18	16	18
2. Toshkent shahri	41	40	42
3. Andijon	13	14	16
4. Buxoro	14	14	12
5. Qashqadaryo	13	13	14
6. Namangan	13	14	12
$\bar{X}_{grj}$	18,67	18,5	19,0

10.4-masala. Qozog'iston viloyatlariga 1965, 1970, 1975-yillarda provizorlar quyidagicha taqsimlangan (10.9-jadval). Taqsimotning gruppaviy o'rtacha qiymatlarining tengligi haqidagi gipoteza α=0,01 qiymatdorlik darajasida tekshirilsin.

10.9-jadval

Viloyatlar soni, i	Faktor darajalari, j		
	F_1=1965	F_2=1970	F_3=1975
1. Semipalatinsk	4	5	6
2. To'rg'ay	—	—	8
3. Toldi-Qo'rg'on	—	9	10
4. Uralsk	4	6	7
5. Selinograd	7	6	6
6. Chimkent	10	13	10
$\bar{X}_{grj}$	6,25	7,8	7,83

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN

10.5-masala. O'zbekiston Respublikasining viloyatlariga 1975, 1980 va 1985-yillarda provizorlar quyidagicha taqsimlangan (10.10-jadval). Taqsimotning gruppaviy o'rtacha qiymatlarining tengligi haqidagi gipoteza α=0,05 qiymatdorlik darajasida tekshirilsin. Tanlanmalar dispersiyalari bir xil bo'lgan normal to'plamdan olingan deb faraz qilinadi.

10.10-jadval

Viloyatlar soni, *i*	Faktorlar darajalari, *j*		
	F_1=1975	F_2=1980	F_3=1985
1. Samarqand	10	10	11
2. Sirdaryo	23	24	23
3. Surxaydaryo	14	15	13
4. Toshkent	22	23	25
5. Farg'ona	12	13	12
6. Xorazm	21	18	20
$\bar{X}_{grj}$	17,0	17,17	17,33

10.6-masala. Qozog'iston viloyatlariga 1965, 1970, 1975 yillarida provizorlar quyidagicha taqsimlangan (10.11-jadval). Taqsimotning gruppaviy o'rtacha qiymatlarining tengligi haqidagi gipoteza α=0,01 qiymatdorlik darajasida tekshirilsin.

10.11-jadval

Viloyatlar soni, *i*	Faktorlar darajalari, *j*		
	F_1=1965	F_2=1970	F_3=1975
1. Qizil-Orda	9	11	10
2. Kukchatov	8	8	11
3. Mang'ishloq	7	7	8
4. Kustanay	—	—	1
5. Pavlodar	7	8	10
6. Shimoliy Qozog'iston	5	5	8
$\bar{X}_{grj}$	7,2	7,8	8,0

HISOBLASH DASTURI

```
V_10.2
{$A+, B–, D+, E+, F-, G–, I+, L+, N–, O–, P–, Q–, R–,
S+, T–, V+, X+}{$M 16384,0,655360}
PROGRAM DISP_ANALIZ; {SINOVLAR SONI TURLI
DARAJALARDA BIR XIL EMAS}
USES CRT; LABEL 1;
CONST {SINOVLAR SONI (P), FAKTOR DARAJASI(Q)}
Q=3 ; P=4 ; F_kr=5.41;
VAR
KV_X, Y, X :ARRAY[1..Q, 1..P] OF REAL;
X_2P, KV_R, KVt_R, PI, R, H, Ql:ARRAY[1..P] OF REAL;
```

```
        Sum_Hj,Sum_Rj,Sum_KVt_Rj,S_um,S_fakt,S_qol,K1:REAL;
        S,C,N,S_disp_fact,S_disp_qol,Sum_S_fak,F_kuzat,K2:REAL;
        I,J:INTEGER;
    BEGIN CLRSCR; {BERILGANLARNI KIRITISH}
    WRITELN;WRITELN; WRITELN('TURLI DARAJALAR-
DAGI SINOVLAR 'Q1[J]', P-ta');
        FOR J:=1 TO P DO BEGIN READLN(Q1[J]); END;
    WRITELN('GRUPPAVIY O‘RTACHA QIYMAT 'X_2pj', P-ta');
        FOR J:=1 TO P DO BEGIN READLN(X_2P[J]); END;
    WRITELN('KUZATISH NATIJALARI 'Y[I,J]', 'Q*P' ta');
    FOR I:=1 TO Q DO BEGIN
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN READLN(Y[I,J]); END; END;
    {JADVALNI HISOBLASH}
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    S:=S+(X_2P[J]);
    C:=(S/P); END;
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    FOR I:=1 TO Q DO BEGIN
    IF Y[I, J]=0 THEN
    X[I, J]:=10*Y[I, J] ELSE
    X[I, J]:=10*Y[I, J]-C; END; END;
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    FOR I:=1 TO Q DO BEGIN
    KV_X[I,J]:=SQR(X[I, J]);
    H[J]:=H[J]+KV_X[I,J]; END; END;
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    N:=N+Q1[J];
    Sum_Hj:=Sum_Hj+H[j]; END;
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    FOR I:=1 TO Q DO BEGIN
    R[J]:=R[J]+X[I,J];
    KV_R[j]:=SQR(R[J])/Q1[J];
    KVt_R[J]:=SQR((R[J])); END; END;
    FOR J:=1 TO P DO BEGIN
    Sum_Rj:= Sum_Rj+R[J];
    Sum_KVt_Rj:= Sum_KVt_Rj+ KVt_R[J];
    Sum_S_fak:=Sum_S_fak+KV_R[j]; END;
    S_um:=Sum_Hj−(SQR(Sum_Rj)/N);
    S_fakt:=Sum_S_fak-(SQR(Sum_Rj)/N);
    S_qol:=S_um-S_fakt;
    K1:=P-1; K2:=N-P;
    S_disp_fact:=S_fakt/K1;
```

```
S_disp_qol:= S_qol/K2;
F_kuzat:=S_disp_fact/ S_disp_qol;
WRITELN; WRITELN('K1 =', K1:8:2, '; ', 'K2 =', K2:8:2);
WRITELN; WRITELN('S_um =', S_um:8:2);
WRITELN; WRITELN('S_fakt =', S_fakt:8:2);
WRITELN; WRITELN('S_qol =', S_qol:8:2);
WRITELN;
WRITELN('S_disp_fact =', S_disp_fact:8:2);
WRITELN('S_disp_qol =', S_disp_qol:8:2);
WRITELN;
WRITELN('F_kuzat =', F_kuzat:8:2, '; F_kr =', F_kr:8:2);
WRITELN;
IF F_kuzat<F_kr THEN BEGIN
WRITELN('"F_kuzat<F_kr', 1-qoidaga ko'ra gruppaviy o'rta-
cha qiymatlarning farqi muhim emas.');
END ELSE
WRITELN('F_kuzat >F_kr', 2-qoidaga ko'ra gruppaviy o'rtacha
qiymatlarning farqi muhim.');
READLN;
END.
{——————————————————————————————}
```

XI BOB. VAQTLI (DINAMIK) QATORNING XARAKTERISTIKASI

11.1. VAQTLI QATOR VA UNING XARAKTERISTIKASI

Hodisalarning vaqt bo'yicha o'zgarish qonuniyatlarini o'rganish statistikaning asosiy masalalaridan biri bo'lib hisoblanadi.

Bunday masalalar asosan vaqtli qator tuzish va uni tahlil qilish yo'li bilan hal qilinadi.

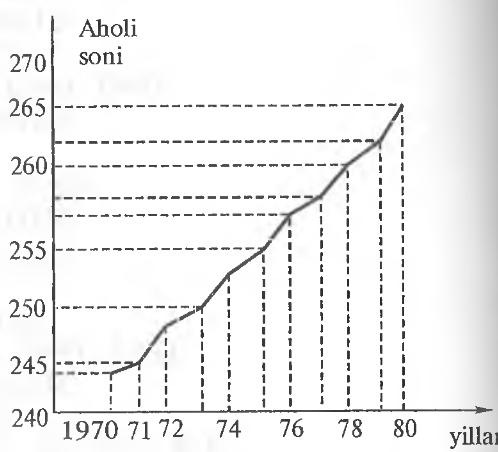
Vaqtning biror momentidagi yoki ma'lum bir davridagi statistik ma'lumot qiymatlarining ketma-ketligi *vaqtli qatorni* tashkil etadi.

Vaqtli qatorni tashkil etadigan statistik ma'lumot qiymatlari *qator darajasi* deb yuritiladi. Vaqtli qator ko'pgina hollarda jadval yoki grafik ko'rinishida ifodalanadi. Grafik ravishda ifodalanganda abssissalar (*X*) o'qiga vaqt qiymatlari va ordinatalar (*Y*) o'qiga qator darajalari joylashtiriladi.

11.1-misol. Aholining 1/1 kundagi soni (mln kishi hisobida).

11.1-jadval.

Yillar	Aholi soni (mln kishi)
1970	241,7
1971	245,0
1972	246,3
1973	248,6
1974	250,6
1975	253,3
1976	255,5
1977	257,8
1978	260,0
1979	262,5
1980	265,5

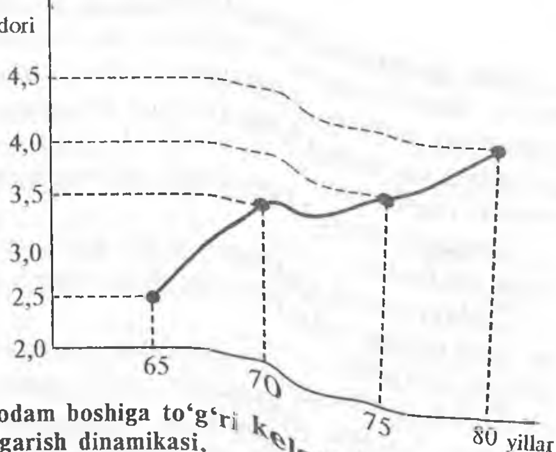


11.1-rasm. **Aholi sonining o'sish dinamikasi.**

11.2-misol. O'zbekistonda bir odam boshiga 1965, 70,75, 80-yillarda to'g'ri kelgan dori miqdori (birlik hisobida).

11.2-jadval

Yillar	Dori miqdori
1965	2,5
1970	3,5
1975	4,0
1980	4,6

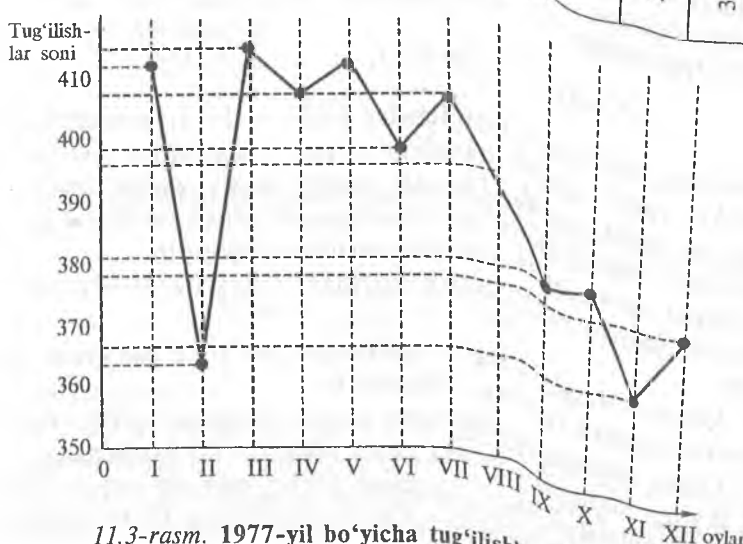


11.2-rasm. **O'zbekistonda bir odam boshiga to'g'ri kelgan dori miqdorining o'zgarish dinamikasi.**

11.3-misol. 1977-yilning oylari bo'yicha tug'ilishlar soni (ming kishi hisobida).

11.3-jadval

Oyillar	Yanvar	Fevral	Mart	Aprel	May	Iyun	Iyul	Avgust	Sentabr	Oktabr	Noyabr	Dekabr
Tug'ishlar soni	410,5	364,7	413,1	403,4	410,3	394,1	407,0	395,6	376,5	376,9	366,6	344,6



11.3-rasm. **1977-yil bo'yicha tug'ilishlar dinamikasi.**

XI BOB. VAQTLI (DINAMIK) QATORNING XARAKTERISTIKASI

11.1. VAQTLI QATOR VA UNING XARAKTERISTIKASI

Hodisalarning vaqt bo‘yicha o‘zgarish qonuniyatlarini o‘rganish statistikaning asosiy masalalaridan biri bo‘lib hisoblanadi.

Bunday masalalar asosan vaqtli qator tuzish va uni tahlil qilish yo‘li bilan hal qilinadi.

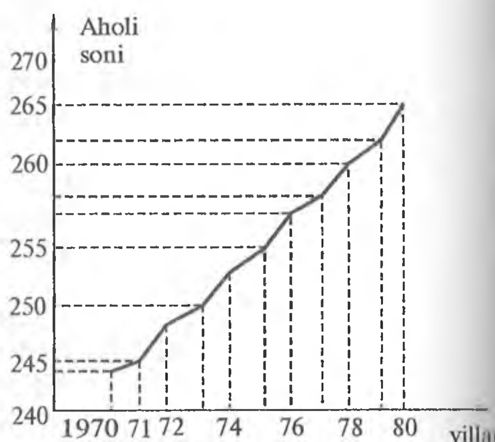
Vaqtning biror momentidagi yoki ma’lum bir davridagi statistik ma’lumot qiymatlarining ketma-ketligi *vaqtli qatorni* tashkil etadi.

Vaqtli qatorni tashkil etadigan statistik ma’lumot qiymatlari *qator darajasi* deb yuritiladi. Vaqtli qator ko‘pgina hollarda jadval yoki grafik ko‘rinishida ifodalanadi. Grafik ravishda ifodalanganda abssissalar (*X*) o‘qiga vaqt qiymatlari va ordinatalar (*Y*) o‘qiga qator darajalari joylashtiriladi.

11.1-misol. Aholining 1/1 kundagi soni (mln kishi hisobida).

11.1-jadval.

Yillar	Aholi soni (mln kishi)
1970	241,7
1971	245,0
1972	246,3
1973	248,6
1974	250,6
1975	253,3
1976	255,5
1977	257,8
1978	260,0
1979	262,5
1980	265,5

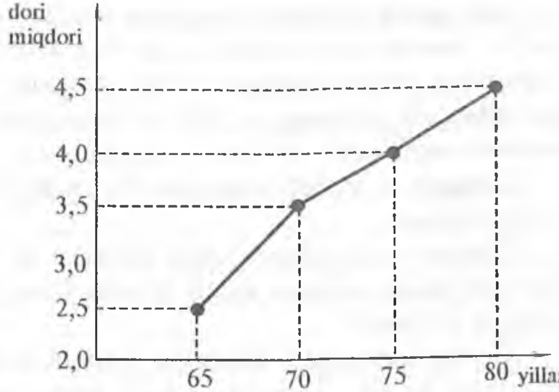


11.1-rasm. **Aholi sonining o‘sish dinamikasi.**

11.2-misol. O‘zbekistonda bir odam boshiga 1965, 70,75, 80-yillarda to‘g‘ri kelgan dori miqdori (birlik hisobida).

11.2-jadval

Yillar	Dori miqdori
1965	2,5
1970	3,5
1975	4,0
1980	4,6

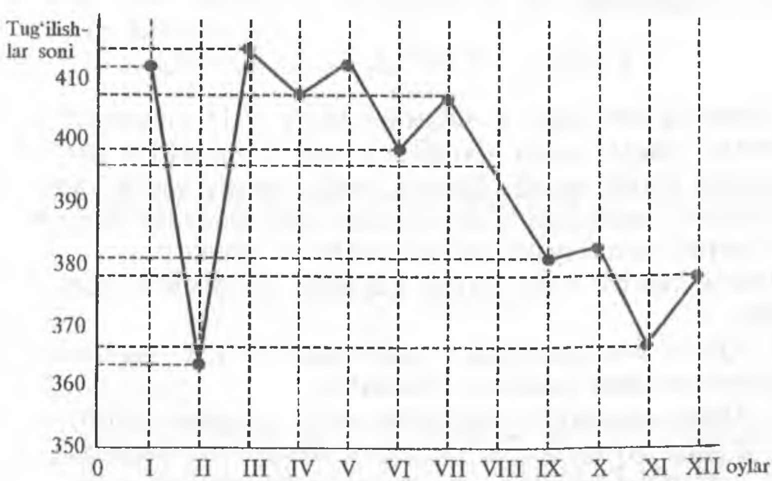


11.2-rasm. **O‘zbekistonda bir odam boshiga to‘g‘ri kelgan dori miqdorining o‘zgarish dinamikasi.**

11.3-misol. 1977-yilning oylari bo‘yicha tug‘ilishlar soni (ming kishi hisobida).

11.3-jadval

Oyillar	Yanvar	Fevral	Mart	Aprel	May	Iyun	Iyul	Avgust	Sentabr	Oktabr	Noyabr	Dekabr
Tug‘ishlar soni	410,5	364,7	413,1	403,4	410,3	394,1	407,0	395,6	376,5	376,9	366,6	344,6



11.3-rasm. **1977-yil bo‘yicha tug‘ilishlar dinamikasi.**

Agar qator darajalari vaqtning istalgan qiymati uchun topilgan bo‘lsa, bunday qator *uzluksiz (kardiogramma)*, vaqtning ma’lum bir qiymatlari uchun topilgan bo‘lsa *daqiqali (momentli)* (11.1, 11.2-jadvallar) va vaqtning ma’lum bir oraliqlari uchun topilgan bo‘lsa, *oraliqli vaqtli qator* deyiladi (11.3-jadval).

Daqiqali va oraliqli vaqtli qatorlar birgalikda *diskret (uzlukli) vaqtli qator* deyiladi.

Diskret vaqtli qatorni tahlil qilish va statistik ishlov berish qulay bo‘lgani uchun uzluksiz vaqtli qatorlar ham diskret vaqtli qator ko‘rinishiga keltiriladi.

Diskret vaqtli qator darajalari ehtimollik taqsimoti zichligiga ko‘ra topilgan bo‘lsa, *tasodifiy vaqtli qator,* ma’lum bir funksional bog‘lanishga ko‘ra topilgan bo‘lsa, *determinatsiyalangan (aniqlangan) vaqtli qator* deyiladi. Alohida determinatsiyalangan vaqtli qator kam ishlatiladi, lekin odatda vaqtli qator tasodifiy va determinatsiyalangan tashkil etuvchilardan iborat bo‘ladi. Bu dalilni (izohni) quyidagi formula ko‘rinishida ifodalash mumkin:

$$X(t) = \bar{X}(t) + \varepsilon(t)\,, \tag{11.1}$$

bunda: $X(t)$ — vaqtning t momentidagi vaqtli qatorning qiymati; $\bar{X}(t)$ — determinatsiyalangan tashkil etuvchi (o‘zgarishning (hodisaning) asosiy omili); $\varepsilon(t)$ — tasodifiy tashkil etuvchi.

Bundan keyin biz qator darajalari bir-biridan teng vaqt oralig‘i bilan farq qiladigan vaqt qiymatlari bo‘yicha aniqlangan diskret vaqtli qatorni o‘rganamiz:

$$X_1=X(t_1);\quad X_2=X(t_2);\quad \dots\ ;\quad X_n=X(t_n). \tag{11.2}$$

Yuqorida keltirilgan misollardan (11.1 — 11.3-rasmlar) ko‘rinib turibdiki, vaqtli qator darajalarining o‘zgarishini ma’lum bir qonuniyat ifodalamaydi. Demak, endigi asosiy vazifa vaqtli qator darajalarini o‘zgarishiga ta’sir ko‘rsatayotgan asosiy omillarni aniqlash va o‘zgarish qonuniyatlarini ifodalashdan iboratdir.

Vaqtli qatorni tahlil qilish quyidagi masalalarni yechish, demakdir:

1. Qator darajalarining o‘zgarishiga ta’sir ko‘rsatuvchi asosiy omillarni aniqlash (qatorni silliqlash);

2. Qator darajalarini oldindan aytish (prognoz qilish) va vaqtning keyingi qiymatlari uchun qator darajalarini hisoblash;

3. Interpolatsiyalash — vaqtning oraliq qiymati uchun noma’lum qator darajasini berilgan qo‘shni darajalarga ko‘ra topish;

4. Bir yoki bir nechta vaqtli qator darajalari orasidagi bog'lanishni ifodalash;

5. Qator darajalari davriy o'zgarishini izohlash va tahlil qilish.

Biz bulardan asosiylari bo'lgan 1- va 2-masalalarning yechilishini ko'rib chiqish bilan chegaralanamiz.

Umuman olganda, vaqtli qator vaqtning barcha daqiqalari uchun taqsimot funksiyasining yoki ehtimollik taqsimoti zichligining tasodifiy qiymatlarini to'liq aniqlab berishi mumkin. Lekin amalda bunday ma'lumotlarni olish ko'p vaqt talab qiladi, shuning uchun bu usul keng qo'llanilmaydi. Bundan tashqari, to'liq ma'lumot hamma vaqt ham kerak bo'lavermaydi. Shu sababli vaqtli qatorni ifodalashda sonli xarakteristikalardan foydalaniladi: matematik kutilish, dispersiyalar va boshqalar. Bu xarakteristikalar vaqtga bog'liq, shuning uchun ularni vaqtga bog'liq funksiya ko'rinishida yozish mumkin: $M(X(t))$ — matematik kutilish; $D(X(t)) = M(X(t) - M(X(t)))^2$ —vaqtli qator dispersiyasi, vaqtli qatorning vaqtli qator matematik kutilish bilan ayirmasi kvadratining matematik kutilishiga teng.

Agar vaqt davomida vaqtli qatorning xarakteristikalari o'zgarmasa, ya'ni matematik kutilish, dispersiyalar va boshqa xarakteristikalar qiymatlari o'zgarmas saqlansa, bunday qator *statsionar vaqtli qator* deyiladi. Statsionar vaqtli qator xarakteristikalari vaqtga bog'liq bo'lmagani uchun ularni baholashda vaqt bo'yicha o'rtacha qiymatlardan foydalanish mumkin.

Quyida vaqtli qatorning xarakteristik qiymatlarini hisoblash formulalarini keltiramiz:

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad (11.3)$$

matematik kutilishning qiymati (vaqtli qatorning o'rtacha arifmetik qiymati),

$$S_X^2(t) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}(t))^2 \qquad (11.4)$$

dispersiya qiymati.

(11.3) va (11.4) ifodalarga ko'ra o'rtacha arifmetik va dispersiya qiymatlarni hisoblash tahlilning birinchi bosqichini tashkil etadi.

Ikkinchi bosqichda qator darajalarining o'zgarishiga ta'sir ko'rsatayotgan asosiy omillar aniqlanadi (qator silliqlanadi).

XII bob. QATORNI SILLIQLASH

12.1 KICHIK KVADRATLAR USULI

Vaqtli qator darajalarining qiymatlar ketma-ketligi quyidagicha berilgan bo'lsin:

X_i	X_1	X_2	X_3	...	X_n
t_i	T_1	T_2	T_3	...	T_n

Shu qator darajalarining o'zgarishiga ta'sir ko'rsatayotgan asosiy omilni, ya'ni (11.1) ifodadagi $\bar{X}(t)$ determinatsiyalangan tashkil etuvchini aniqlash zarur. Bu jarayon *qatorni silliqlash* deb ataladi.

Qatorni silliqlashda qator darajalari bilan vaqt orasidagi bog'lanishning ($\bar{X}(t) = f(x)$)ko'rinishi aniqlangandan keyin bog'lanish ifodalarining koeffitsiyentlarini hisoblash zarur, bunda ko'pincha 2-bobda ko'rib o'tilgan (o'rganilgan) kichik kvadratlar usulidan foydalaniladi.

Kuzatishlar shuni ko'rsatdiki, dorixona boshqarmasida dorilarni qabul qilish va tarqatish jarayonining (tovaroborotning) o'zgarishi eksponensial bog'lanishga ega bo'lar ekan. Shuning uchun biz bu bo'limda asosan vaqtli qator darajalarining to'g'ri chiziqli va chiziqli kvadratik o'zgarishiga ega bo'lgan hollari bilan tanishib chiqamiz.

a) agar vaqtli qator darajalarini o'zgarishi to'g'ri chiziqqa yaqin bo'lsa, qator darajalari.

$$\bar{X}(t_i) = a + b(t_i - \bar{t}) = a + b \cdot t_2' \qquad (12.1)$$

ko'rinishidagi to'g'ri chiziqli ifoda yordamida silliqlanadi, bu erda

$$t_2' = t_i - \bar{t}_i; \quad \bar{t} = (1/n) \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i \text{ — vaqtning o'rtacha qiymati.}$$

(12.1) ifodadagi *a* va *b* lar aniqlanishi kerak bo'lgan koeffitsiyentlar bo'lib, quyidagi formulalardan topiladi:

$$a = \bar{X} = 1/n\sum_{i=1}^{n} X_i; \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i t_2'}{\sum_{i=1}^{n} t_i'^2}. \qquad (12.2)$$

Yuqoridagi almashtirishlar yordamida hosil qilingan vaqtli qator darajalarining o'zgarish tenglamasi koordinatalar boshi $t = 0$ nuqtadan $t = t'$ nuqtaga ko'chirilgan koordinatalar sistemasiga mos tushadi.

b) agar vaqtli qator darajalarining o'zgarishi parabolaga yaqin bo'lsa, qator darajalari

$$\bar{X}(t_i) = a + bt_i + ct_i^2 \tag{12.3}$$

ko'rinishdagi chiziqli kvadratik ifoda yordamida silliqlanadi, ya'ni bu yerdagi a, b va c koeffitsiyentlarning 2-bobda ko'rib o'tilgan kichik kvadratlar usuliga ko'ra

$$U = \sum_{i=1}^{n}(X_i - (a + b \cdot t_i + c \cdot t_i^2))^2 \to \min \tag{12.4}$$

ifoda eng kichik qiymatga ega bo'ladigan qiymatlarini topish lozim (X_i — vaqtli qatorning haqiqiy qiymati).

Demak,

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial a} &= -2\sum_{i=1}^{n}(X_i - (a + b \cdot t_i + c \cdot t_i^2)) = 0, \\
\frac{\partial u}{\partial b} &= -2\sum_{i=1}^{n}(X_i - (a + b \cdot t_i + c \cdot t_i^2)) \cdot t_i = 0, \\
\frac{\partial u}{\partial c} &= -2\sum_{i=1}^{n}(X_i - (a + b \cdot t_i + c \cdot t_i^2)) \cdot t_i^2 = 0
\end{aligned}\right\} \tag{12.5}$$

xususiy hosilalar nolga teng bo'lishi kerak. (12.5) ifodaning qavslarini ochib, soddalashtirsak:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n} X_i - n \cdot a - b \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i - c \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i^2 = 0, \\
&\sum_{i=1}^{n} X_i t_i - a \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i - b \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i^2 - c \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i^3 = 0, \\
&\sum_{i=1}^{n} X_i t_i^2 - a \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i^2 - b \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i^3 - c \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i^4 = 0
\end{aligned}\right\} \tag{12.6}$$

ifoda hosil bo'ladi. Bu ifodada t_i ni $t_i' = t_i = \bar{t}$ bilan almashtiramiz, qaysiki hosil qilingan bog'lanish tenglamasi koordinatalar boshi $t = \bar{t}$ nuqtada bo'lgan koordinatalar sistemasiga mos tushgan.

Tanlanma o'rtacha qiymatlar yig'indisining asosiy xossasiga ko'ra $\sum_{i=1}^{n} t_i' = 0$; $\sum_{i=1}^{n} t_i^3 = 0$ ekanligini hisobga olib (12.6) ifodani

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n} X_i - n\cdot a - b\cdot\sum_{i=1}^{n} t'_i - c\cdot\sum_{i=1}^{n} t'^2_i = 0;\\
&\sum_{i=1}^{n} X_i\cdot t'_i - b\cdot\sum_{i=1}^{n} t'^2_i = 0;\\
&\sum_{i=1}^{m} X_i\cdot t'^2_i - a\cdot\sum_{i=1}^{n} t'^2_i - c\cdot\sum_{i=1}^{n} t'^4_i = 0
\end{aligned}\right| \qquad (12.7)$$

ko'rinishda yozamiz. Bu tenglamalar sistemasini ikkinchi tenglamasidan b koeffitsiyentning qiymatini hisoblash formulasini topamiz:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i\cdot t'_i = b\cdot\sum_{i=1}^{n} t'^2_i;\quad b=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i\cdot t'_i}{\sum_{i=1}^{n} t'^2_i} \qquad (12.8)$$

(12.7) sistemadan birinchi va uchinchi tenglamalarni birgalikda yechib, a va c koeffitsiyentlar qiymatini hisoblash formulasini topamiz.

$$c=\frac{n\cdot\sum_{i=1}^{n} X_i\cdot t'^2_i - \sum_{i=1}^{n} X_i\cdot\sum_{i=1}^{n} t'^2_i}{n\cdot\sum_{i=1}^{n} t'^4_i - \left(\sum_{i=1}^{n} t'^2_i\right)^2}, \qquad (12.9)$$

$$a=\frac{n\cdot\sum_{i=1}^{n} X_i - c\cdot\sum_{i=1}^{n} t'^2_i}{n}. \qquad (12.10)$$

Topilgan a, b va c koeffitsiyentlar qiymatini (12.3) ifodaga qo'yib, koordinatalar boshi $t=\bar{t}$ nuqtada bo'lgan sistema uchun quyidagi bog'lanish tenglamasini hosil qilamiz:

$$\bar{X}(t'_i) = a + b(t_i - t'_i) + c(t_i - \bar{t})^2. \qquad (12.11)$$

Vaqtli qator darajalarining o'zgarishini hosil qilingan (12.1) va (12.11) tenglamalardan qaysi biri yaxshiroq ifodalashini baholash uchun quyidagi chetlanishlarning qoldiq dispersiyasidan foydalaniladi:

$$S_0^2 = \left(\frac{1}{n-1}\right)\cdot\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_i)^2 - ((1/n)\cdot\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_i))^2. \qquad (12.12)$$

Har bir bog'lanish koeffitsiyentlarining qiymatlari topilgandan keyin qoldiq dispersiya qiymati hisoblanadi. Topilgan qoldiq dispersiya qiymati qaysi bog'lanish uchun kichik bo'lsa, shu bog'lanish vaqtli qator darajalarining o'zgarishini yaxshiroq ifodalaydi.

12.1-masala. Dorixona 1978—1985-yillarda quyidagicha miqdorda aspirin sotilgan (ming so'm hisobida) (12.1-jadval):

12.1-jadval

Yillar	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
t	1	2	3	4	5	6	7	8
$X(t)$	32	36	31	20	16	10	12	10

Bog'lanish tenglamalari yozilsin va baholansin.

Echilishi. a) to'g'ri chiziqli bog'lanish tenglamasi koeffitsiyentlarini (12.2) formuladan topamiz:

$$a = \bar{X} = (1/n) \cdot \sum_{i=1}^{n} X_i = 167/8 = 20,9\,.$$

b koeffitsiyent qiymatini hisoblash uchun oldin $b = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i t_i'}{\sum_{i=1}^{n} t_i'^2}$ ifodadagi kattaliklarning qiymatini topamiz.

Argumentning o'rtacha qiymati: $\bar{t} = 1/n \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i$; t_i=81,5≅81; t_i' ning qiymatini hisoblaymiz va topilgan natijalarni 12.2-hisoblash jadvaliga yozamiz.

$t_i' = \bar{t}_1 - \bar{t} = 78-81=-3$; $t_2' = \bar{t}_2 - \bar{t} = =79-81=-2$ va hokazo.

12.2-jadval

Yillar	Summa, ming so'm	T_i'	$X_i \cdot t_i$	$t_i'^2$	$X_i t_i^2$	$t_i'^4$
1978	32	−3	−96	9	288	81
1979	36	−2	−72	4	144	16
1980	31	−1	−31	1	31	1
1981	20	0	0	0	0	0
1982	16	1	16	1	16	1
1983	10	2	20	4	40	16
1984	12	3	36	9	108	81
1985	10	4	40	16	160	256
Σ	167	4	−87	44	787	452

Topilgan qiymatlarni (12.2) formulaga qo‘yib, b koeffitsiyent qiymatini topamiz:

$$b = -87/44 = -1{,}97.$$

a va b qiymatlarini $\bar{X}(t_i') = a + bt_i'$ ifodaga qo‘yib, $\bar{X}(t_i') = 20{,}9 - 1{,}97\,t_i'$ to‘g‘ri chiziqli bog‘lanish tenglamasini yozamiz.

b) $\bar{X}(t_i) = a + b(t_i - \bar{t}\,) + c(t_i - \bar{t}\,)^2$ chiziqli kvadratik bog‘lanishning a, b va c koeffitsiyentlari qiymatini (12.8), (12.9) va (12.10) ifodalarga 12.2-jadvalda hisoblangan qiymatlarni qo‘yib topamiz:

$$c=(8\cdot 787-167\cdot 44)/(8\cdot 452-(44)^2)=$$
$$(6296-7348)/(3616-1936)= -1052/1680=-0{,}63.$$
$$a = (167-0{,}63\cdot 44)/8=139{,}3/8=17{,}4\ ;\ b=-1{,}97.$$

a, b va c koeffitsiyentlarning topilgan qiymatlarini (12.11) ifodaga qo‘yib,

$\bar{X}(t_i') = 17{,}4 - 1{,}97t_i' - 0{,}63t_i'^2$ chiziqli kvadratik bog‘lanish tenglamasini yozamiz.

d) hosil qilingan $\bar{X}(t_i') = 20{,}9 - 1{,}97t_i'$ va $\bar{X}(t_i') = 17{,}4 - 1{,}97t_i' - 0{,}63t_i'^2$ tenglamalarni chetlanishning qoldiq dispersiyasi bo‘yicha baholaymiz; buning uchun har bir ifodani (12.12) formuladan qoldiq dispersiyasi qiymatini topib taqqoslaymiz.

Qoldiq dispersiya qiymatini topish uchun oldin $\bar{X}(t')\cdot(X_i - \bar{X}_i)$ va $(X_i - \bar{X}_i)^2$ oraliq qiymatlarni topamiz. Birinchi darajali chiziqli $\bar{X}(t') = 20{,}9-1{,}97t_i$ ifoda uchun (12.3-jadval):

$$\bar{X}(t_i') = \bar{X}(-3)=20{,}9-1{,}97(-3) = 20{,}9 + 5{,}91=26{,}81;$$

$$\bar{X}(t_2') = \bar{X}(-2)=20{,}9-1{,}97(-2) = 20{,}9 + 3{,}94 = 24{,}84;$$

$$\bar{X}(t_3') = \bar{X}(-1)=20{,}9-1{,}97(-1) = 20{,}9 + 1{,}97 = 22{,}87.$$

12.3-jadval

$X_i(t)$	32	36	31	20	16	10	12	10	
$\bar{X}(t_i')$	26,81	24,84	22,87	20,90	18,93	16,96	15,00	13,02	Σ
$X_i - \bar{X}_i$	5,19	11,16	8,13	−0,9	−2,93	−6,96	−3,0	−3,02	8,57
$(X_i - \bar{X})^2$	27,0	124,5	66,1	0,81	8,58	48,44	9,0	9,12	293,55

12.3-jadvaldagi topilgan oraliq qiymatlarni 12.12-ifodaga qo‘yib, qoldiq dispersiya qiymatini hisoblaymiz (to‘g‘ri chiziqli bog‘lanish uchun):

$$S_{01}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_i)^2 - ((1/n) \cdot \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_i))^2 =$$

$$=293{,}55/7-(8{,}57/8)^2=41{,}9-1{,}15=40{,}75.$$

Ikkinchi darajali chiziqli kvadratik

$$\bar{X}(t_i') = 17{,}4 - 1{,}97t_i' - 0{,}63t_i'^2$$

ifoda uchun (12.4-jadval):

$$\bar{X}(t_3') = \bar{X}(-3)=17{,}4-1{,}97(-3)-0{,}63(-3)^2=$$

$$= 17{,}4+5{,}91-5{,}67=17{,}64,$$

$$\bar{X}(t_2') = \bar{X}(-2)=17{,}4-(1{,}97)(-2)-0{,}63(-2)^2=$$

$$=17{,}4+3{,}94-2{,}52=18{,}82.$$

12.4- jadval

$X_i(t)$	32	36	31	20	16	10	12	10	
$\bar{X}(t_i')$	17,64	18,82	18,74	17,4	14,8	10,94	5,82	−0,56	Σ
$X_i - \bar{X}_i$	14,36	17,18	12,26	2,6	1,2	−0,94	6,18	10,56	63,4
$(X_i - \bar{X})^2$	206,2	295,2	150,3	6,76	1,44	0,88	38,2	111,5	810,48

12.4-jadvaldagi topilgan oraliq qiymatlarni 12.12-ifodaga qo‘yib, chiziqli kvadratik bog‘lanish uchun qoldiq dispersiya qiymatini hisoblaymiz;

$$S_{02}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_i)^2 - (1/n) \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_i))^2 =$$

$$=810{,}48/7-(63{,}4/8)^2=115{,}78-(7{,}93)^2=52{,}89.$$

40,75 < 52,89 bo‘lgani uchun $S_{01}^2 < S_{02}^2$, to‘g‘ri chiziqli bog‘lanish qoldiq dispersiyasining qiymati kichik, demak, berilgan vaqtli qator darajalarining o‘zgarishini $\bar{X}(t_i')$ =20,9−1,97 t_i' tenglama yaxshiroq ifodalar ekan.

HISOBLASH DASTURI

```
A_11.21
Program BAHOLASH; {TO‘G‘RI CHIZIQLI baholash}
Const n=8;
Var
YIL,T1,X,T,M_XT,KV_T,M_X_KVT,XT1,KV2_T:ARRAY
[1..N] OF REAL;
A,B,Sum_YIL,Sum_T1,T_or,Sum_XI,Sum_T:REAL;
Sum_M_XT,Sum_KVT,Sum_M_XKVT,Sum_KV2:REAL;
I:INTEGER;
BEGIN {BERILGANLARNI KIRITISH}
YIL[1]:=78; YIL[2]:=79; YIL[3]:=80;
X[1]:=32 ; X[2]:=36; X[3]:=31;
YIL[4]:=81; YIL[5]:=82; YIL[6]:=83;
X[4]:=20; X[5]:=16; X[6]:=10;
YIL[7]:=84; YIL[8]:=85;
X[7]:=12; X[8]:=10;
{——————————————————————————}
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
Sum_YIL:=Sum_YIL+YIL[I]; END;
T_or:=TRUNC(Sum_YIL/N);
WRITELN; WRITELN(' ', 'T_or =',T_or:8:2); WRITELN;
WRITELN(' ','T[I]',' ','M_XT[I]',' ','KV_T[I]',' ','M_X_KVT[I]');
WRITELN;
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
T[I]:=YIL[I]-T_or;
M_XT[I]:=X[I]*T[I];
KV_T[I]:=SQR(T[I]);
M_X_KVT[I]:=X[I]*KV_T[I];
KV2_T[I]:=SQR(SQR(T[I]));
WRITELN(T[I]:8:2,'   ',M_XT[I]:8:2,'   ',KV_T[I]:8:2,'
',M_X_KVT[I]:8:2); END; WRITELN;
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
Sum_XI:=Sum_XI+X[I];
Sum_T:=Sum_T+T[I];
Sum_M_XT:=Sum_M_XT+M_XT[I];
Sum_M_XKVT:=Sum_M_XKVT+M_X_KVT[I];
Sum_KVT:=Sum_KVT+KV_T[I];
Sum_KV2:=Sum_KV2+KV2_T[I]; END;
A:=Sum_XI/N;
B:=Sum_M_XT/Sum_KVT;
```

```
WRITELN('XT1=A+B*T');
WRITELN('XT1 =',A:8:2,B:8:2, '*T'); WRITELN;
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
XT1[I]:=A+B*T[I];
WRITELN(XT1[I]:8:2); END;
END.
{————————————————————————————}
V_11.21
Program BAHOLASH; { chiziqli kvadratik baholash }
Const n=8;
Var
YIL, T1, X, T, M_XT, KV_T, M_X_KVT, XT2, KV2_T:ARRAY
[1..N] OF REAL;
A, C, B, Sum_YIL, Sum_T1, T_or, Sum_XI, Sum_T:REAL;
Sum_M_XT, Sum_KVT, Sum_M_XKVT, Sum_KV2:REAL;
I:INTEGER;
BEGIN
{BERILGANLARNI KIRITISH}
YIL[1]:=78; YIL[2]:=79; YIL[3]:=80;
X[1]:=32; X[2]:=36; X[3]:=31;
YIL[4]:=81; YIL[5]:=82; YIL[6]:=83;
X[4]:=20; X[5]:=16; X[6]:=10;
YIL[7]:=84; YIL[8]:=85;
X[7]:=12; X[8]:=10;
{————————————————————————————}
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
Sum_YIL:=Sum_YIL+YIL[I]; END;
T_or:=TRUNC(Sum_YIL/N);
WRITELN; WRITELN(' ','T_or =',T_or:8:2);
WRITELN; WRITELN(' ','T[I]',' ','M_XT[I]',' ','KV_T[I]','
','M_X_KVT[I]');
WRITELN;
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
T[I]:=YIL[I]-T_or;
M_XT[I]:=X[I]*T[I];
KV_T[I]:=SQR(T[I]);
M_X_KVT[I]:=X[I]*KV_T[I];
KV2_T[I]:=SQR(SQR(T[I]));
WRITELN(T[I]:8:2,' ',M_XT[I]:8:2,' ',KV_T[I]:8:2,' ', M_X_KVT
[I]:8:2);
END; WRITELN;
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
```

```
Sum_XI:=Sum_XI+X[I];
Sum_T:=Sum_T+T[I];
Sum_M_XT:=Sum_M_XT+M_XT[I];
Sum_M_XKVT:=Sum_M_XKVT+M_X_KVT[I];
Sum_KVT:=Sum_KVT+KV_T[I];
Sum_KV2:=Sum_KV2+KV2_T[I]; END;
B:=Sum_M_XT/Sum_KVT;
C:=(N*Sum_M_XKVT-Sum_XI*Sum_KVT)/(N*Sum_KV2-
SQR(Sum_KVT));
A:=(Sum_XI+C*Sum_KVT)/N;
WRITELN('XT2=A+B*T+C*T2');
WRITELN('XT2[I] =', A:8:2, B:8:2,'*T[I]', C:8:2, '*T2[I]');
WRITELN;
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
XT2[I]:=A+B*T[I]+C*SQR(T[I]);
WRITELN(XT2[I]:8:2); END;
END.
{——————————————————————————}
C_11.21
Program BAHOLASH; { DISPERSIYA BO'YICHA baholash }
Const n=8;
Var
XT1, XT2, X, AYIR1, AYIR2, KV_AYIR1, KV_A2:ARRAY[1..N]
OF REAL;
Sum_AYIR1, Sum_AYIR2, Sum_KVA1, Sum_KVA2,S_01,
S_02:REAL;
I:INTEGER;
BEGIN
{BERILGANLARNI KIRITISH}
XT1[1]:=26,81; XT1[2]:=24,84; XT1[3]:=21,87;
XT2[1]:=17,64; XT2[2]:=18,82; XT2[3]:=18,74;
X[1]:= 32; X[2]:=36 ; X[3]:=31;
XT1[4]:=20,90; XT1[5]:=18.93; XT1[6]:=16,96;
XT2[4]:=17,4; XT2[5]:=14.8; XT2[6]:=10,94;
X[4]:=20; X[5]:=16; X[6]:=10;
XT1[7]:=15; XT1[8]:=13,02;
XT2[7]:=5,82; XT2[8]:=-0,56;
X[7]:=12; X[8]:=10;
{——————————————————————————}
WRITELN(' ','AYIR1[I]',' ','KV_AYIR1[I]');
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
AYIR1[I]:=X[I]-XT1[I];
```

```
KV_AYIR1[I]:=SQR(AYIR1[I]);
WRITELN(AYIR1[I]:8:2,' ',KV_AYIR1[I]:8:2);
Sum_AYIR1:=Sum_AYIR1+AYIR1[I];
Sum_KVA1:=Sum_KVA1+KV_AYIR1[I]; END;
S_01:=(1/(N—1))*Sum_KVA1—(SQR(Sum_AYIR1/N));
WRITELN;
WRITELN('Sum_AYIR1 =',Sum_AYIR1:8:2,'; ','Sum_KVA1
=',Sum_KVA1:8:2);
WRITELN; WRITELN('S_01',' ',S_01:8:2);
WRITELN; WRITELN(' ','AYIR2[I]',' ','KV_A2[I]');
FOR I:=1 TO N DO BEGIN
AYIR2[I]:=X[I]—XT2[I];
KV_A2[I]:=SQR(AYIR2[I]);
WRITELN(AYIR2[I]:8:2,' ',KV_A2[I]:8:2);
Sum_AYIR2:=Sum_AYIR2+AYIR2[I];
Sum_KVA2:=Sum_KVA2+KV_A2[I]; END;
S_02:=(Sum_KVA2/(N—1))—(SQR(Sum_AYIR2/N));
WRITELN;
WRITELN(«Sum_AYIR2 =»,Sum_AYIR2:8:2,'; «,»Sum_KVA2
=',Sum_KVA2:8:2);
WRITELN; WRITELN(«S_02»,' «,S_02:8:2);
WRITELN;
IF S_01<S_02 THEN BEGIN
WRITELN('VAQTLI QATOR DARAJALARINI O‘ZGARI-
SHINI XT1=A+B*T');
WRITELN('TENGLAMA YAXSHIROQ IFODALAYDI');
END
ELSE BEGIN
WRITELN('VAQTLI QATOR DARAJALARINI O‘ZGARI-
SHINI XT2=A+B*T+C*T2');
WRITELN('TENGLAMA YAXSHIROQ IFODALAYDI');
END;
END.
{———————————————————————}
```

12.2. SIRPANUVCHI O‘RTACHA QIYMAT USULI

Amaliy masalalarda ko‘pincha vaqtli qator darajalarining o‘zgarishi murakkab ko‘rinishga ega bo‘ladi (11.3-misol). Bunday hollarda qisqa vaqt oraliqlari bo‘yicha qator darajalarini sirpanuvchi o‘rtacha qiymat usuli bilan silliqlash o‘zgarishni to‘liqroq ifodalaydi.

Berilgan:

12.5-jadval

X_i	X_1	X_2	X_3	...	X_n
t_i	t_1	t_2	t_3	...	t_n

vaqtli qator darajalarini o'rtacha qiymat usuli bilan darajani 3 ta qiymati bo'yicha silliqlaymiz:
darajaning X_2 qiymatini silliqlash uchun

$\bar{X}_2=(X_1+X_2+X_3)/3$ o'rtacha arifmetik qiymat;

X_3 qiymatini silliqlash uchun

$\bar{X}=(X_2+X_3+X_4)/3$ o'rtacha arifmetik qiymat;

X_4 qiymatini silliqlash uchun

$\bar{X}_4=(X_3+X_4+X_5)/3$ o'rtacha arifmetik qiymat va hokazo;

X_{n-1} qiymatini silliqlash uchun

$\bar{X}_{n-1}=(X_{n-2}+X_{n-1}+X_n)/3$ o'rtacha arifmetik qiymat topiladi.

Bu yerda 2-haddan boshlab har bir had silliqlanganda vaqtli qator argumenti bir qiymat o'rniga siljimoqda. Xuddi shuningdek, silliqlanish intervali ham vaqt bo'yicha siljiydi. *Sirpanuvchi o'rtacha qiymat usuli* degan nom shundan olingan.

Agar vaqtli qator darajalarining soni toq ($n=2m+1$) bo'lsa, silliqlangan daraja qiymati

$$\bar{X}_i=(X_{i-m}+X_{i-m+1}+...+X_i+...+X_{i+m})/(2m+1) \quad (12.13)$$

ga teng bo'ladi.

Agar vaqtli qator darajalarining soni juft ($n=2m$) bo'lsa, silliqlangan daraja qiymati

$$\bar{X}_i=(0{,}5\,X_{i-m}+X_{i-m}+_1+....+X_i+\ ....+0{,}5X_{i+m})/(2m) \quad (12.14)$$

ga teng bo'ladi.

Silliqlangan qatorning dispersiya qiymati berilgan qatorning dispersiya qiymatidan ((11.4) ifoda bilan hisoblanadi) n marta kichik bo'ladi, demak, silliqlangan vaqtli qator darajasining o'zgarishi berilgan vaqtli qator darajasining o'zgarish xarakterini aniq ifodalaydi.

Sirpanuvchi o'rtacha qiymat usuli bilan vaqtli qator silliqlanganda qatorning birinchi va oxirgi qiymatlari yo'qoladi, lekin qatorning X_0 qiymatini bilgan holda birinchi qiymati $\bar{X}_1=(X_0+X_1+X_2)/3$ ifodadan topiladi. X_0 qiymat qatorning diterminatsiyalangan tashkil etuvchisining dastlabki uchta qiymati uchun yozilgan:

$$\bar{X}(t)=(X_1+X_2+X_3)/3+(X_3+X_1)(t-\bar{t})/2 \qquad (12.15)$$

ifodadan topiladi.

$t=0$ bo'lganda $\bar{X}_0=(nX_1+X_2-2X_3)/3$ bo'ladi, bundan

$$\bar{X}_1=(\bar{X}_0+X_1+X_2)/3=(7X_1+4X_2-2X_3)/9 \qquad (12.16)$$

topiladi va

$$\bar{X}_n=(X_{n-1}+X_n+\bar{X}_0)/3=(7X_n+4X_{n-1}-2X_{n-2})/9 \qquad (12.17)$$

bo'ladi.

Bu jarayon *birinchi tartibli silliqlash* deb ataladi. Agar silliqlangan qator yana silliqlansa, *ikkinchi tartibli silliqlash* deb ataladi va hokazo.

12.2-masala. Dorixonaning 1969—1977-yillardagi tovaroboroti (ming so'm hisobida) quyidagi 12.6-jadvalda berilgan. Shu vaqtli qator sirpanuvchi o'rtacha qiymat usuli bilan silliqlansin.

12.6-jadval

Yillar	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977
$X_i(t)$	5,7	6,9	7,1	7,3	7,7	8,4	7,9	8,3	8,8
$\bar{X}_i(t)$	5,92	6,57	7,10	7,37	7,80	8,0	8,20	8,33	8,79

Berilgan vaqtli qatorni 3 ta qiymati bo'yicha silliqlaymiz:

$\bar{X}_2=(5,7+6,9+7,1)/3=19,7/3=6,57;$

$\bar{X}_3=(6,9+7,1+7,3)/3=21,3/3=7,1;$

$\bar{X}_4=(7,1+7,3+7,7)/3=22,1/3=7,37;$

$\bar{X}_5=(7,3+7,7+8,4)/3=23,4/3=7,8;$

$\bar{X}_6=(7,7+8,4+7,9)/3=24,0/3=8,0;$

$\bar{X}_7=(8,4+7,9+8,3)/3=24,6/3=8,2;$

$\bar{X}_8=(7,9+8,3+8,8)/3=25,0/3= 8,33;$

$\bar{X}_1=(7\cdot X_1+4\cdot X_2-2\cdot X_3)/9=(7\cdot 5,7+4\cdot 6,9-2\cdot 7,1)/9= 5,92;$

$\bar{X}_9=(7\cdot 8,8+4\cdot 8,3-2\cdot 7,9)/9=(61,6+33,2-15,8)/9= 8,79.$

Topilgan natijalarni berilgan jadvalga yozamiz.

12.3. DARAJALI (EKSPONENSIAL) SILLIQLASH USULI

Vaqtli qatorning darajalari darajali usul bilan silliqlanganda quyidagi rekurrent formulalarda hisoblanadi. Birinchi tartibli silliqlash uchun:

$$\bar{X}_i^{(1)} = \alpha \bar{X}_i^{(0)} + (1-\alpha)\cdot \bar{X}_{i-1}^{(1)} \qquad (12.18)$$

va k-tartibli silliqlash uchun:

$$\bar{X}_i^{(k)} = \alpha \cdot \bar{X}_i^{(k-1)} + (1-\alpha)\cdot \bar{X}_{i-1}^{(k)} \qquad (12.19)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Bu yerdan $\bar{X}_i^{(1)}$ — berilgan X_i qatorning berilgan qiymati uchun topilgan birinchi tartibli darajali o'rtacha qiymat; α — darajali silliqlash parametri ko'pincha $\alpha=2/(n+1)$ ifodadan topiladi, agar $\alpha=1$ bo'lsa, silliqlangan qator qiymatlari berilgan qator darajalariga teng bo'ladi; $\bar{X}_{i-1}^{(1)}$ — berilgan X_i qatorning oldingi X_{i-1} qiymati uchun topilgan birinchi tartibli darajali o'rtacha qiymat; $\bar{X}_i^{(k)}$ — berilgan X_i qatorning berilgan qiymati uchun topilgan k-tartibli darajali o'rtacha qiymat; n ning (silliqlash oralig'i) qiymati sirpanuvchi o'rtacha qiymat va darajali usullarda 3 ga ($n=3$) teng qilib olinadi (xatolik kamayadi). (12.19) ifodadan ko'rinib turibdiki, silliqlash tartibining ortishi bilan vazniy koeffitsiyentning darajasi ortib boradi, ya'ni vazniy koeffitsiyent qiymati darajali funksiya qiymati singari kamayadi, shuning uchun bu usul *darajali silliqlash* deb yuritiladi. 1- va 2-tartibli silliqlashda qatorning birinchi hadi qiymati silliqlangan qatorning qiymati bilan teng bo'ladi, ya'ni $\bar{X}_1^{(1)} = X_1$ va $\bar{X}_1^{(2)} = \bar{X}_1^{(1)} = X_1$ qolgan hadlar qiymatlari (12.18) va (12.19) ifodaga qiymatlar qo'yish bilan hosil qilinadi.

12.3-masala. Dorixonaning 1969—1977-yillardagi tovaroboroti (ming so'm hisobida) quyidagi 12.7-jadvalda berilgan. Shu vaqtli qator darajali silliqlash usuli bilan silliqlansin.

12.7-jadval

Yillar	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977
$X_i(t)$	5,7	6,9	7,1	7,3	7,7	8,4	7,9	8,3	8,8
$\bar{X}_i(t)$	5,7	6,3	6,7	7,0	7,35	7,87	7,89	8,1	8,45

(12.18) ifodadan foydalanib va $\alpha = 0,5$ deb olib, berilgan vaqtli qatorni 1-tartibli darajali silliqlaymiz:

$X_1^{(1)} = X_1 = 5{,}7;$

$X_2^{(1)} = \alpha X_2 + (1 - \alpha) X_{2-1}^{(1)} = 0{,}5 \cdot 6{,}9 + (1 - 0{,}5) \cdot 5{,}7 = 6{,}3;$

$X_3^{(1)} = 0{,}5 \cdot 7{,}1 + (1 - 0{,}5) \cdot 6{,}3 = 6{,}7;$

$X_4^{(1)} = 0{,}5 \cdot 7{,}3 + (1 - 0{,}5) \cdot 6{,}7 = 7{,}0;$

$X_5^{(1)} = 0{,}5 \cdot 7{,}7 + (1 - 0{,}5) \cdot 7{,}0 = 7{,}35;$

$X_6^{(1)} = 0{,}5 \cdot 8{,}4 + (1 - 0{,}5) \cdot 7{,}35 = 7{,}87;$

$X_7^{(1)} = 0{,}5 \cdot 7{,}9 + (1 - 0{,}5) \cdot 7{,}87 = 7{,}89;$

$X_8^{(1)} = 0{,}5 \cdot 8{,}3 + (1 - 0{,}5) \cdot 7{,}89 = 8{,}10;$

$X_9^{(1)} = 0{,}5 \cdot 8{,}8 + (1 - 0{,}5) \cdot 8{,}1 = 8{,}45.$

Topilgan qiymatlarni berilgan jadvalga yozamiz.

12.4. VAQTLI QATOR DARAJALARINI OLDINDAN AYTISH

Ishlab chiqarish, texnologiya va tovaroborotni rejalashtirishda o'tgan yillardagi ko'rsatkichlarga ko'ra (kelgusi) yillarning rejalari belgilanadi. Bu jarayon (protses) quyidagicha masalalarni yechishga keltiriladi:

a) o'tgan yillar ko'rsatkichlari (X_1, X_2, ..., X_n) bo'yicha vaqtli qator darajalari o'zgarishining matematik modeli yoziladi;

b) yozilgan matematik model bo'yicha vaqtning t_{n+k} qiymati uchun vaqtli qator darajasining rejalashtirilayotgan X_{n+k} qiymati yoziladi.

Yuqorida keltirilgan ikkala masalani ham yechishda eng kichik kvadratlar va darajali silliqlash usullari eng qulay bo'lib hisoblanadi.

1-masalani yechish usullari bilan (12.1) bandda tanishib chiqdik.

2-masalani yechishda qo'llaniladigan eng kichik kvadratlar va darajali silliqlash usullarining asosiy formulalarini keltirib chiqarmasdan, masalalar yechishga qulay bo'lgan ko'rinishda keltiramiz:

a) eng kichik kvadratlar usuli bo'yicha:

$\bar{X}(t_i) = a + b(t_i - \bar{t})$ – to'g'ri chiziqli model, (12.20)

$\bar{X}(t_i) = a + b(t_i - \bar{t}) + c(t_i - \bar{t})^2$ — chiziqli kvadratik model; (12.21)

b) darajali silliqlash usuli bo‘yicha:

$$\bar{X}(t+\Delta t)=\alpha_0+\alpha_1\Delta t \text{ — chiziqli model,} \qquad (12.22)$$

bu yerda α_0 va α_1 koeffitsiyentlar

$$a_0=2\bar{X}^{(1)}(t)-\bar{X}^{(2)}(t), \qquad (12.23)$$

$$a_1=\alpha/((1-\alpha)\cdot(\bar{X}^{(1)}(t)-\bar{X}^{(2)}(t))) \qquad (12.23)$$

formulalardan topiladi.

$$\bar{X}(t+\Delta t)=a_0+a_1\Delta t+a_2\cdot\Delta t^2/2 \qquad (12.24)$$

chiziqli kvadratik model, bu yerda a_0, a_1 va a_2 koeffitsiyentlar:

$$\begin{cases} a_0=3(\bar{X}^{(1)}(t)-\bar{X}^{(2)}(t))+\bar{X}^{(3)}(t); \\ a_1=\alpha/(2(1-\alpha)^2)((6-5\alpha)\bar{X}^{(1)}(t)-2(5-4\alpha)\bar{X}^{(2)}(t)+(4-3\alpha)\bar{X}^{(3)}(t); \\ a_2=\alpha/((1-\alpha)^2)(\bar{X}^{(1)}(t)-2\bar{X}^{(2)}(t)+\bar{X}^{(3)}(t)). \end{cases} \qquad (12.25)$$

va (12.24) tenglamalardagi Δt — rejalashtirilayotgan vaqt oralig‘i.

12.4-masala. Dorixonaning 1969—1975-yillardagi tovaroboroti (ming so‘m hisobida) quyidagi jadvalda berilgan. Shu dorixonaning 1977-yil rejasining qiymati topilsin. α = 0,5 va n=3 bo‘lganda.

12.8-jadval

Yillar	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975
$\bar{X}_i(t)$	5,7	6,9	7,1	7,3	7,7	8,4	7,9

Yechilishi. (12.22) va (12.24) tenglamalar koeffitsiyentlarini topamiz, buning uchun birinchi, ikkinchi va uchinchi tartibli silliqlangan qiymatlarni darajali silliqlash usuli bilan topamiz:

$$\bar{X}_1^{(1)}=X_1=5{,}7;$$

$$\bar{X}_2^{(1)}=\alpha X_2+(1-\alpha)X_1^{(1)}=0{,}5\cdot6{,}9+(1-0{,}5)\cdot5{,}7=6{,}3;$$

$$\bar{X}_3^{(1)}=0{,}5\cdot7{,}1+(1-0{,}5)\cdot6{,}3=6{,}7;$$

$$\bar{X}_4^{(1)}=0{,}5\cdot7{,}3+(1-0{,}5)\cdot6{,}7=7{,}0;$$

$$\bar{X}_5^{(1)}=0{,}5\cdot7{,}7+(1-0{,}5)\cdot7{,}0=7{,}35;$$

$$\bar{X}_6^{(1)}=0{,}5\cdot8{,}4+(1-0{,}5)\cdot7{,}35=7{,}87;$$

$$\bar{X}_7^{(1)}=0{,}5\cdot7{,}9+(1-0{,}5)\cdot7{,}87=7{,}89;$$

$\bar{X}_1^{(2)} = X_1 = 5,7;$

$\bar{X}_2^{(2)} = \alpha X_2^{(1)} + (1-\alpha)X_1^{(2)} = 0,5 \cdot 6,9 + (1 - 0,5) \cdot 5,7 = 6,00;$

$\bar{X}_3^{(2)} = 0,5 \cdot 6,7 + (1-0,5) \cdot 6,0 = 6,35;$

$\bar{X}_4^{(2)} = 0,5 \cdot 6,7 + (1-0,5) \cdot 6,35 = 6,38;$

$\bar{X}_5^{(2)} = 0,5 \cdot 7,35 + (1-0,5) \cdot 6,68 = 7,015;$

$\bar{X}_6^{(2)} = 0,5 \cdot 7,87 + (1-0,5) \cdot 7,015 = 7,44;$

$\bar{X}_7^{(2)} = 0,5 \cdot 7,89 + (1-0,5) \cdot 7,44 = 7,66;$

$\bar{X}_1^{(3)} = X_1 = 5,7;$

$\bar{X}_2^{(3)} = 0,5 \cdot X_2^{(2)} + (1-0,5) \cdot X_1^{(3)} = 5,85;$

$\bar{X}_3^{(3)} = 0,5 \cdot 6,35 + 0,5 \cdot 5,85 = 6,1;$

$\bar{X}_4^{(3)} = 0,5 \cdot 6,68 + 0,5 \cdot 6,1 = 6,39;$

$\bar{X}_5^{(3)} = 0,5 \cdot 7,44 + 0,5 \cdot 6,7 = 7,07;$

$\bar{X}_7^{(3)} = 0,5 \cdot 7,66 + 0,5 \cdot 7,07 = 7,37.$

Topilgan qiymatlarni quyidagi 12.9-jadvalga yozamiz:

12.9-jadval

Yillar	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975
$\bar{X}_i(t)$	5,7	6,9	7,1	7,3	7,7	8,4	7,9
$\bar{X}_i^{(1)}(t)$	5,7	6,3	6,7	7,0	7,35	7,87	7,89
$\bar{X}_i^{(2)}(t)$	5,7	6,0	6,35	6,68	7,015	7,44	7,66
$\bar{X}_i^{(3)}(t)$	5,7	5,85	6,1	6,39	6,7	7,07	7,37

Vaqtning $t=7$ qiymati uchun (12.23) tenglamadan a_0 va a_1 koeffitsiyentlar qiymatlarini topamiz:

$$a_0 = 2\,\bar{X}^{(1)}(t) - \bar{X}^{(2)}(t) = 2 \cdot 7,89 - 7,66 = 8,12;$$

$$a_1=(\alpha/(1-\alpha))\cdot(\bar{X}^{(1)}(t)-\bar{X}^{(2)}(t))=$$
$$=(0,5/(1-0,5))\cdot(7,89-7,66)=0,23.$$

Topilgan qiymatlarni (12.22) rejalashtirish tenglamasiga qo'yamiz va $\bar{X}(t+\Delta t)=8,12+0,23\Delta t$ tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamadan dorixonaning 1977-yil reja qiymatini topamiz:

$$(t=7 \text{ va } \Delta t=2)\ \bar{X}(7+2)=8,12+0,23\cdot 2=8,58.$$

Chiziqli kvadratik model uchun (12.25) formuladan a_0, a_1 va a_2 koeffitsiyentlarini topamiz:

$$a_0=3\cdot(X^{(1)}(t)-X^{(2)}(t))+\bar{X}^{(3)}(t)=3\cdot(7,89-7,66)+7,37=8,06;$$
$$a_1=(0,5/0,25)\cdot((6-5\cdot 0,5)\cdot 7,89-2\cdot(5-4\cdot 0,5)\cdot 7,66+(4-3\cdot 0,5)\cdot$$
$$\cdot 7,37)=3,5\cdot 7,89-6\cdot 7,66+2,5\cdot 7,37=27,615-5,96+18,425=0,08;$$
$$a_2=(0,5/0,25)\cdot(7,89-2\cdot 7,66+7,37)=2\cdot(-0,06)=-0,12.$$

Topilgan qiymatlarni (12.24) tenglamaga qo'yib, chiziqli kvadratik rejalashtirish tenglamasini hosil qilamiz:

$$X(t+\Delta t)=8,06+0,08\cdot\Delta t-0,12\cdot\Delta t^2/2.$$

$t=7$ va $\Delta t=2$ bo'yicha reja qiymatini topamiz:

$$X(7+2)=8,06+0,08\cdot 2-0,12\cdot 2=8,22-0,24=7,98.$$

AMALIY DARSLAR UCHUN

12.5-masala. Respublika bo'yicha 1975—1985-yillarda bir odam boshiga retsept bilan tarqatilgan dori miqdori berilgan (birlik hisobida):

12.10-jadval

Yillar	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$X(t)$	4,0	3,8	4,1	4,0	4,4	4,6	4,2	5,1	5,4	4,8	5,2

1. Bog'lanish tenglamasi yozilsin va baholansin.
2. $\Delta t=2$ qiymat bo'yicha 1987-yilgi reja qiymati topilsin.

MUSTAQIL ECHISH UCHUN

12.6-masala. Toshkent shahri bo'yicha 1975—1985-yillarda bir odam boshiga retsept bilan tarqatilgan dori miqdori berilgan (birlik hisobida):

12.11-jadval

Yillar	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$X(t)$	11,9	10,0	10,9	11,4	13,1	14,4	15,4	12,9	16,8	17,7	18,6

1. Bog'lanish tenglamasi yozilsin va baholansin.
2. $\Delta t = 3$ qiymat bo'yicha 1988-yilgi reja qiymati topilsin.

HISOBLASH DASTURI

```
A_11.23
{$A+,B-,D+,E+,F-,G-,I+,L+,N+,O-,P-,Q-, R+,S+,T-,
V+,X+}
{$M 16384, 0,655360}
Program Prognoz; {chiziqli kvadratik usul}
Const
    t=4; Alf=0.5; Nab=5; Y=2002;
    {2002-yildan keyingi yillar soni (DT)}
    DT=3;
Var
    x:array[0..t, 1..Nab] of real;
    Rez: real;
    S:real;
    K, i, g1, g:integer;
    A0, A1, A2:extended;
    Fl:text;
Begin
Assign(Fl, 'PRN.txt');
Rewrite(Fl);
{x[0,1...4] larning O'rniga kerakli sohaning 4 yillik kuzatuv
natijalari kiritiladi}
x[0,1]:=1867;      x[0,3]:=1392;      x[0,5]:=1198;
x[0,2]:=1632;      x[0,4]:=1192;      {x[0,6]:=;}
{——————————————————————————————}
FOR K:=1 to T Do Begin
x[K,1]:=x[K-1,1];
For i:=2 to Nab DO Begin
X[K,i]:=Alf*x[K-1, i]+(1-Alf)*x[K, i-1]; End;
if i=Nab Then Begin A0:=(x[1,i]-x[2,i])*3+x[3,i];
A1:=(Alf/(2*sqr(1-Alf))*(6-5*ALF)*x[1,i]-2*(5-
4*ALF)*x[2,i]+(4-3*ALF)*x[3,i]);
```

```
        A2:=(ALF/sqr(1-ALF))*(x[1,i]-2*x[2,i]+x[3,i]); End;
        FOR G:=1 To DT DO
        Rez:=A0+A1*G+A2*sqr(G)/2; END;
    Writeln('x[K,i]');
        FOR K:=0 TO T DO Begin Writeln;
        For i:=1 To Nab DO
    Writeln(x[K,i]:7:2); {silliqlash natigasi} End; Writeln;
    Writeln('A0 =',A0:8:2,'; ','A1 =',A1:8:2,'; ','A2 =',A2:8:2);
    Writeln; WRITELN(' S',' ','REZ');
        FOR G:=1 TO DT DO BEGIN
        S:=Y+G;
        Rez:=A0+A1*G;
    Writeln(S:8:2,' ', Rez:8:2); {keyingi yillar natijasi} End; End.
    {——————————————————————————}
    { Keyingi (DT)ta yillar uchun natija chiqadi.}
    Writeln(Fl,S:8:2,' ',Rez:8:2);
    End.
```

B_11.23

```
    {$A+, B-, D+, E+, F-, G-, I+, L+, N+, O-, P-, Q-,
R+, S+, T-, V+, X+}
    {$M 16384,0,655360}
    Program Prognoz; { chiziqli usul}
    Const
    t=3; Alf=0,5; Nab=5; Y=2002;
    { 2001-yildan keyingi yillar soni (DT) }
    DT=10;
    Var
    x:array[0..t, 1..Nab] of real;
    Rez: real;
    S:real;
    K, i, g1, g:integer;
    A0, A1:extended;
    Fl:text;
    Begin
    {x[0,1...4] larning o'rniga kerakli sohaning 4 yillik kuzatuv
    natijalari kiritiladi}
    x[0,1]:=1867;       x[0,3]:=1392;       x[0,5]:=1198;
    x[0,2]:=1632;       x[0,4]:=1192;
    {——————————————————————————}
    FOR K:=1 to T Do Begin x[K,1]:=x[K-1,1];
    For i:=2 to Nab DO Begin
    X[K,i]:=Alf*x[K-1,i]+(1-Alf)*x[K,i-1]; End;
```

```
        if i=Nab Then Begin A0:=2*x[1,i]-x[2,i];
        A1:=(Alf/(1-Alf)) *(x[1,i]-x[2,i]); End;
        FOR G:=1 To DT DO
        Rez:=A0+A1*G; End; Writeln(X[K,I]);
        FOR K:=0 TO T DO Begin Writeln;
        For i:=1 To Nab DO
    Writeln(x[K,i]:7:2); {silliqlash natijasi} End;
    Writeln; Writeln('A0 =',A0:8:2,'; ','A1 =',A1:8:2); {A0,A1 lar
natijasi}
    Writeln; WRITELN(' ','S',' ','REZ');
        FOR g:=1 TO Dt Do Begin S:=Y+G; Rez:=A0+A1*G;
    Writeln(S:8:2,' ', Rez:8:2); {keyingi yillar natijasi} End;
    End.
    {——————————————————————————}
```

XIII BOB. OCHIQ VA YOPIQ TRANSPORT MASALALARI

Chiziqli programmalash masalalaridan nazariy va amaliy nuqtayi nazardan eng yaxshi o'rganilgan turlaridan biri transport masalalaridir. Undan sanoat va qishloq xo'jalik mahsulotlarini tashishni optimal rejalashtirish ishlarida muvaffaqiyatli ravishda foydalanilmoqda.

Masalan, m ta (A_1, A_2, A_3, ..., A_m) omborxonalardagi a_1, a_2, a_3, ..., a_m miqdordagi dorini n ta (B_1, B_2, B_3 . . ., B_n) dorixonalarga b_1, b_2, b_3 . . ., b_n miqdorda tarqatish kerak, yukni i- punktdan, j- punktga tashish narxi C_{ij} so'm bo'lsa, X_{ij} miqdordagi dorini tashishda xarajat eng kichik bo'lsin. Masala shartini quyidagi 13.1-jadval ko'rinishida yozish qulay:

13.1-*jadval*

Omborxonalar (mahsulot jo'natiladigan punktlar), A_i	Mahsulotlar olib boriladigan punktlar (Dorixona), B_j				Omborxonalarda bor mahsulotlarning miqdori, a_i
	B_1	B_2	. . .	B_n	
A_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	. . .	C_{1n} X_{1n}	a_1
A_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	. . .	C_{2n} X_{2n}	a_2
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
A_m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	. . .	C_{mn} X_{mn}	a_m
Qabul qilinadigan mahsulot miqdori	b_1	b_2	. . .	b_n	$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

Yechilishi. Masalaning shartiga ko'ra bir yukni A_i punktdan B_j punktga olib borish narxi $(C_{ij} \cdot X_{ij})$ bo'lgani uchun, umuman butun omborxonalardagi yukni tashish xarajati:

$$S = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + \ldots + C_{mn}X_{mn} = \sum_{i=1}^{m} \cdot \sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} \qquad (13.1)$$

yig'indiga teng bo'ladi. Demak, masalani yechish (13.1) yig'indining eng kichik qiymatini topishdan iborat:

$$S = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}C_{ij} \to \min . \qquad (13.2)$$

Bu yerda X_{ij} miqdorning qiymatlari chegaralarga ega bo'ladi:

1. A_i punktdan jo'natilgan yukning umumiy miqdori X_{ij} omborlardagi yuk miqdori a_i $(i=1, 2, 3 \ldots, m)$ ga teng bo'lishi kerak, ya'ni:

$$\begin{array}{c} X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{m} = a_1, \\ X_{12} + X_{22} + \ldots + X_{2n} = a_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{m1} + X_{m2} + \ldots + X_{mn} = a_m. \end{array}$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i . \qquad (13.3)$$

2. B_j punktlarga qabul qilingan yukning umumiy miqdori X_{ij} dorixonalarning rejadagi qabul qilishi kerak bo'lgan yuk miqdori b_i $(j=1, 2, 3 \ldots, n)$ ga teng bo'lishi kerak, ya'ni:

$$\begin{array}{c} X_{11} + X_{21} + \ldots + X_{m1} = b_1, \\ X_{12} + X_{22} + \ldots + X_{m2} = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{jn} + X_{2n} + \ldots + X_{mn} = b_n. \end{array}$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = b_j . \qquad (13.4)$$

3. X_{ij} o'zgaruvchi manfiy bo'lganda masala o'z ma'nosini yo'qotadi, shuning uchun uning qiymati hamma vaqt musbat bo'ladi, ya'ni

$$X_{ij} \geq 0. \qquad (13.5)$$

Transport masalalari yechimga ega bo'lishi uchun bazada bo'lgan mahsulotning umumiy qiymati $\left(\sum_{i=1}^{m} a_i\right)$ iste'molchilar qabul qilib olishi kerak bo‘lgan mahsulot miqdori $\left(\sum_{j=1}^{n} b_j\right)$ga teng bo‘lishi zarur va yetarli ($\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$).

1. Agar $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ shart bajarilsa, masala *yopiq transport masalasi* deyiladi.

2. Agar $\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$ shart bajarilsa, masala *ochiq transport masalasi* deyiladi.

$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$ modeldagi ochiq transport masalalari

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j \quad (13.6)$$

qiymatli mavhum qabul punkti (b_{n+1}; $C_{n+1}=0$)ni va

$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$ modeldagi ochiq transport masalalari

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i \quad (13.6)$$

qiymatli mavhum baza (a_{m+1}; $S_{m+1}=0$)ni kiritish bilan yopiq transport masalasiga keltiriladi va quyidagi tartibda yopiq transport masalasi singari ishlanadi.

1. Transport masalasining boshlang‘ich tayanch rejasini topish.
2. Transport masalalarining optimal yechimini topish.

1. Transport masalalarining boshlang‘ich tayanch rejani topishning bir necha xil usullari mavjud, bizlar shulardan «kichik elementlar» usulini ko‘rib chiqamiz. Bu usulda C_{ij}ning eng kichik qiymatlari bo‘yicha taqsimlash boshlanadi.

13.1-jadvaldan $C_{12} < C_{23} < \ldots < C_{ij}$ bo‘lsa, oldin X_{12}, keyin X_{23}, X_{31} va X_{ij} ketma-ket kataklar to‘ldiriladi va

$$S = X_{12}C_{12} + X_{23}C_{23} + X_{31}C_{31} + \ldots + X_{ij}C_{ij} \quad (13.7)$$

boshlang‘ich tayanch rejasi qiymati topiladi.

2. Transport masalasining optimal yechimini topishning *potensiallar usulini* ko‘rib chiqamiz.

Boshlang'ich tayanch reja aniqlanganidan keyin X_{ij} o'zgaruvchining qiymatlari 2 guruhga ajraladi:

a) X_{kl} — bazis qiymatlarga;

b) X_{pq} — erkli qiymatlarga.

X_{pq} erkli qiymatlar bo'yicha transport xarajatlari miqdorini

$$S = \sum_{pq} \gamma_{pq} X_{pq} + \gamma_0 \tag{13.8}$$

chiziqli funksiya ko'rinishida yozishimiz mumkin, bu yerda γ_{pq} — koeffitsiyentni aniqlash uchun A_i punktlarning har biriga shu punktlar potensiali deb ataladigan $U_i (i = 1,2, ..., m)$ kattaliklarni va B_i — punktlarga V_j potensial kattaliklarni mos qo'yamiz. U_k va V_l kattaliklar

$$U_k + V_l = C_{kl} \tag{13.9}$$

bog'lanishga ega bo'ladi, bu yerda C_{kl} — bir miqdor yukni A_k punktdan B_l punktga olib borish narxining qiymati. $U_k + V_l = C_{kl}$ ko'rinishdagi potensial tanlanmani barcha bazis qiymatlar uchun tuzib, tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu tenglamalar sistemasida istalgan bir o'zgaruvchiga o'zimiz qiymat berib, qolgan o'zgaruvchilarni topamiz. Topilgan potensiallarning qiymatlari bo'yicha

$$U_p + V_q = C'_{pq} \tag{13.10}$$

tenglikdan C'_{pq} bir miqdor yukni tashish uchun sarflangan transport xarajatining yangicha qiymatini hisoblaymiz va topilgan C'_{pq} ning qiymati bo'yicha

$$\gamma'_{pq} = C_{pq} - C'_{pq} \tag{13.11}$$

tenglikdan γ'_{pq} ning qiymatini topamiz. γ'_{pq} ning qiymati manfiy bo'lmasa, u holda topilgan boshlang'ich tayanch rejaning qiymati masalaning optimal yechimi bo'ladi. Agar γ'_{pq} ning qiymatlaridan birortasi manfiy bo'lsa, manfiy koeffitsiyentli bazis qiymat o'zgartirilib, yangi yechim topiladi.

Bu jarayon to γ'_{pq} ning barcha qiymatlari musbat qiymatli bo'lguncha takrorlanadi.

13.1-masala. Dorixonalarni dorilar bilan tez ta'minlashda dorilarni qisqa vaqt ichida yetkazib berish imkoniyati asosiy faktor qilib olingan. Quyidagi 13.1-jadvalda omborlardagi bor dorilar va dorixonalardan tushgan talabnomalar miqdori (sentnerda) hamda cetkazib berish vaqti soatlarda berilgan. Dorixonalarni dorilar bilan ta'minlashning optimal rejasi topilsin.

13.1-jadval

A_i	B_j				
	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
$A_1 = 9$	5	4	8	12	9
$A_2 = 10$	3	5	9	11	10
$A_3 = 15$	6	4	7	15	15
$A_4 = 15$	5	6	7	10	15
B_j	12	14	13	10	$\sum 49=\sum 49$

Yechilishi. 1. Masala turini aniqlaymiz:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = 9+10+15+15=49; \qquad \sum_{j=1}^{n} b_j = 12+14+13+10=49;$$

$$49 = 49; \qquad \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j .$$

Demak, shartga ko'ra masala yopiq transport masalasi.

Omborxonalardagi dorilarni «kichik elementlar» usuliga ko'ra dorixonalarga tarqatamiz. C_{ij} miqdorning eng kichik qiymati 3 ga X_{21} katakda teng bo'lgani uchun dorilar taqsimotini X_{21} katakdan boshlab, jadvalni to'ldiramiz (13.2-jadval) va boshlang'ich tayanch reja qiymatini (13.7) ifodadan topamiz.

13.2-*jadval*

A_i	B_j					Qoldiq
	$B_1=12$	$B_2=14$	$B_3=13$	$B_4=10$	a_i	
$A_1 = 9$	5 +2	4 9–2	8	12	9	0
$A_2 = 10$	3 10	5	9	11	10	0
$A_3 = 15$	6 2–2	4 5+2	7	15	15	0
$A_4 = 15$	5	6	7 5	10 10	15	0
B_j	12	14	13	10	$\sum =49$	
Qoldiq	0	0	0	0		

$C_0=9\cdot4+10\cdot3+2\cdot6+5\cdot4+8\cdot7+5\cdot7+10\cdot10=36+30+12+20+$ $+56+35+100=150+48+91=150+139=289$ (sentner soat).

2. Boshlang'ich tayanch reja qiymatini potensiallar usuli bilan tekshiramiz, ya'ni potensiallar tenglamalarini tuzamiz va hosil qilingan tenglamalar sistemasidan bazis qiymatli katak potensiallarini aniqlaymiz:

$$
\begin{array}{lll}
U_1+V_2=C_{12}=4 & & \\
U_2+V_1=C_{21}=3 & U_1=1 & V_2=3 \\
U_3+V_1=C_{31}=6 & U_3=1 & V_1=5 \\
U_3+V_2=C_{32}=4 & U_2=-2 & V_3=6 \\
U_3+V_3=C_{33}=7 & U_4=1 & V_4=9 \\
U_4+V_3=C_{43}=7 & & \\
U_4+V_4=C_{44}=10 & &
\end{array}
$$

Bu topilgan katak potensiallari qiymati bo'yicha erkli qiymatli kataklar vaqtining yangicha qiymati C'_{pq} ni (13.10) ifodadan topamiz. Topilgan C'_{pq} ning qiymatlarini (13.11) ifodaga qo'yib, γ'_{pq} ning qiymatini topamiz:

$$
\begin{array}{ll}
C'_{11}=U_1+V_1=1+5=6 & \gamma'_{11}=C_{11}-C'_{11}=5-6=-1<0 \\
C'_{13}=U_1+V_1=1+6=7 & \gamma'_{13}=C_{13}-C'_{13}=8-7=1>0 \\
C'_{14}=U_1+V_1=1+9=10 & \gamma'_{14}=C_{14}-C'_{14}=12-10=2>0 \\
C'_{22}=U_2+V_2=2+3=1 & \gamma'_{22}=C_{22}-C'_{22}=5-1=4>0 \\
C'_{23}=U_2+V_2=-2+6=4 & \gamma'_{23}=C_{23}-C'_{23}=9-4=5>0 \\
C'_{24}=U_2+V_2=-2+9=7 & \gamma'_{24}=C_{24}-C'_{24}=11-7=4>0 \\
C'_{34}=U_3+V_4=1+9=10 & \gamma'_{34}=C_{34}-C'_{34}=15-10=5>0 \\
C'_{41}=U_4+V_1=1+5=6 & \gamma'_{41}=C_{41}-C'_{41}=5-6=-1<0 \\
C'_{42}=U_4+V_2=1+3=4 & \gamma'_{42}=C_{42}-C'_{42}=6-4=2>0
\end{array}
$$

γ'_{pq} ning topilgan qiymatlari ichida $\gamma'_{11}=-1<0$ va $\gamma'_{41}=-1<0$ bo'lgani uchun topilgan $S_0=289$ (sentner soat) reja qiymati optimal yechim bo'la olmaydi.

Optimal yechimni topish uchun sikl almashtirish kiritamiz va 13.3-hisoblash jadvalini tuzamiz.

13.3-jadval

A_i	B_j					Qoldiq
	$B_1=12$	$B_2=14$	$B_3=13$	$B_4=10$	a_i	
$A_1=9$	5 +2	4 7	8	12	9	0
$A_2=10$	3 10	5	9	11	10	0
$A_3=15$	6	4 7	7	15	15	0
$A_4=15$	5	6	7 5	10 10	15	0
B_j	12	14	13	10	$\Sigma=49$	
Qoldiq	0	0	0	0		

13.3-jadval bo‘yicha vaqtning yangi reja qiymatini (13.7) ifodadan topamiz:

$$S_1=2\cdot5+7\cdot4+10\cdot3+7\cdot4+8\cdot7+5\cdot7+10\cdot10=10+28+30+28+56+$$
$$+35+100=140+147=287 \text{ (sentner soat).}$$

Bu reja qiymatini baholash uchun potensiallar tenglamasini tuzamiz va hosil qilingan tenglamalar sistemasini yechib, bazis qiymatli katak potensiallarini topamiz:

$$\begin{array}{lll}
U_1+V_1=5 & & \\
U_1+V_2=4 & U_1=0 & V_1=5 \\
U_2+V_2=1 & U_3=-3 & V_2=4 \\
U_3+V_2=4 & U_2=0 & V_3=7 \\
U_3+V_3=7 & U_4=0 & V_4=10 \\
U_4+V_3=7 & & \\
U_4+V_4=10 & &
\end{array}$$

Topilgan qiymatlar bo‘yicha erkli qiymatli kataklar vaqtining yangi qiymati C'_{pq} ni (13.10) ifodadan topamiz:

$$\begin{array}{ll}
C''_{13}=0+7=7 & \gamma''_{13}=8-7=1>0 \\
C''_{14}=0+10=10 & \gamma''_{14}=12-10=2>0 \\
C''_{22}=-3+4=1 & \gamma''_{22}=5-1=4>0 \\
C''_{23}=-3+7=4 & \gamma''_{23}=9-4=5>0 \\
C''_{24}=-3+10=7 & \gamma''_{24}=11-7=4>0 \\
C''_{31}=0+5=5 & \gamma''_{31}=6-5=1>0 \\
C''_{34}=0+10=10 & \gamma''_{34}=15-10=5>0
\end{array}$$

$C''_{41} = 0 + 5 = 5$ $\qquad$ $\gamma''_{41} = 5 - 5 = 0$

$C''_{42} = 0 + 4 = 4$ $\qquad$ $\gamma''_{42} = 6 - 4 = 2 > 0$

Topilgan C''_{pq} ning qiymatlarini (13.11) ifodaga qo'yib, γ''_{pq} ni topamiz. Topilgan γ''_{pq} ning qiymatlari ichida manfiy ishoralisi yo'q, demak, topilgan $S_1 = 287$ (sentner soat) reja qiymati optimal ekan.

13.2-masala. Qishloq joylariga dorixonalarni joylashtirishda, dorilarni qisqa vaqt ichida yetkazib berish imkoniyati asosiy faktor qilib olingan. Quyidagi 13.4-jadvalda zaxiradagi dorilar va talabnomalar miqdori (ming pachka) hamda yetkazib berish vaqti (soatlarda) berilgan. Dorixonalarni joylashtirishning optimal rejasi topilsin.

13.4-jadval

a_i \ b_j	3	3	3	2	2
4	3	2	1	2	3
5	5	4	3	1	1
7	0	2	3	4	5

Yechilishi. Bu masalada $\sum_{i=1}^{m} a_i = 16$; $\sum_{j=1}^{n} b_j = 13$; $(16>13)$; $\sum a_i > \sum v_j$ shartga ko'ra ochiq transport masalasi bo'lgani uchun $b_6 = 16 - 13 = 3$ va $C_{i6} = 0$ qiymatli soxta iste'molchi punkt kiritib, masalani quyidagicha ko'rinishdagi yopiq transport masalasiga keltirib yozamiz ($C_{ij+1} = 0$) (13.5-jadval).

13.5-jadval

a_i \ b_j	3	3	3	2	2	3
4	3	2	1	2	3	0
5	5	4	3	1	1	0
7	0	2	3	4	5	0

1. Zaxiradagi dorilarni «kichik elementlar» usuli bilan dorixonalarga taqsimlaymiz. C_{ij} miqdorning eng kichik qiymati 1 ga X_{13}, X_{24} va X_{25} kataklarda teng bo'lgani uchun eng katta miqdordagi talabnomaga ega bo'lgan dorixonaga to'g'ri kelgan X_{13} katakdan boshlab taqsimlaymiz va jadvalni to'ldiramiz (13.6-jadval).

A_i / B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	a_i
A_1	3	2 1	1	2	3	0	4
A_2	5	4	2	1 2	1 2	0	5
A_3	0 3	2 2	3	4	5	0 2	7
b_j	3	3	3	2	2	3	$\Sigma = 16$

(13.7) ifodadan boshlang'ich tayanch reja qiymatini topamiz:

$$S_0 = 1 \cdot 2+3 \cdot 1+2 \cdot 1+2 \cdot 1+1 \cdot 0+3 \cdot 0+2 \cdot 2+2 \cdot 0=$$
$$= 2+3+2+2+4=13 \text{ (ming pachka soat).}$$

Topilgan boshlang'ich tayanch reja qiymatini potensiallar usuli bilan tekshiramiz, ya'ni potensiallar tenglamalarini tuzamiz va hosil qilingan tenglamalar sistemasidan bazis qiymatli katak potensiallarini topamiz:

$$\begin{array}{llll}
U_3 + V_1 = 0 & U_2 + V_4 = 1 & V_1 = 1 & U_3 = -1 \\
U_1 + V_2 = 2 & U_2 + V_5 = 1 & V_2 = 3 & U_1 = -1 \\
U_3 + V_2 = 2 & U_2 + V_6 = 0 & V_3 = 2 & U_2 = -1 \\
U_1 + V_2 = 1 & U_3 + V_6 = 0 & V_6 = 1 & \\
 & & V_5 = 2 & \\
 & & V_4 = 2 &
\end{array}$$

Topilgan bazis katak qiymatlari bo'yicha erkli qiymatli kataklar yangicha qiymati C'_{pq} ni (13.10) ifodadan foydalanib topamiz:

$$\begin{array}{ll}
C'_{11} = U_1 + V_1 = -1 + 1 = 0 & C'_{14} = U_1 + V_4 = -1 + 2 = 1 \\
C'_{21} = U_2 + V_1 = -1 + 1 = 0 & C'_{34} = U_3 + V_4 = -1 + 2 = 1 \\
C'_{22} = U_2 + V_2 = -1 + 3 = 2 & C'_{15} = U_1 + V_5 = -1 + 2 = 1 \\
C'_{23} = U_1 + V_3 = -1 + 2 = 1 & C'_{35} = U_3 + V_5 = -1 + 2 = 1 \\
C'_{24} = U_3 + V_3 = -1 + 2 = 1 & C'_{16} = U_1 + V_6 = -1 + 1 = 0
\end{array}$$

Topilgan C'_{pq} ning qiymatlarini (13.11) ifodani qo'yib, γ'_{pq} ning qiymatlarini topamiz:

$$\begin{array}{ll}
\gamma'_{11} = C_{11} - C'_{11} = 3 - 0 = 3 & \gamma'_{21} = C_{21} - C'_{21} = 5 - 0 = 5 \\
\gamma'_{22} = C_{22} - C'_{22} = 4 - 2 = 2 & \gamma'_{23} = C_{23} - C'_{23} = 3 - 1 = 2 \\
\gamma'_{33} = C_{33} - C'_{33} = 3 - 1 = 2 & \gamma'_{14} = C_{14} - C'_{14} = 2 - 1 = 1
\end{array}$$

$\gamma'_{34} = C_{34} - C'_{34} = 4 - 1 = 3 \qquad \gamma'_{15} = C_{15} - C'_{15} = 3 - 1 = 2$

$\gamma'_{35} = C_{35} - C'_{35} = 5 - 1 = 4 \qquad \gamma'_{16} = C_{16} - C'_{16} = 0 - 0 = 0$

γ'_{pq} ning topilgan qiymatlari ichida manfiy ishoralisi yo'q, demak, topilgan boshlang'ich tayanch C_0= 13 (ming pachka soat) reja qiymati optimal reja qiymati ekan.

AMALIY DARSLAR UCHUN

13.3-masala. 3 ta dorixonalar boshqarmasida a_i (ming pachka) miqdorida C vitamini bor. Boshqa 4 ta dorixonalar boshqarmasida b_i miqdorda yetishmaydi. Quyidagi jadvalda bir ming pachkani tashish xarajati (so'm hisobida) berilgan. Vitaminni tarqatishdagi transport xarajatining optimal rejasi topilsin (13.7-jadval).

13.7-jadval

Manba, A_i	Iste'molchi, B_j				
	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	7	8	3	3	11
A_2	2	4	5	9	11
A_3	6	3	1	2	8
b_j	5	9	9	7	Σ=30

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

13.4-masala. 3 ta dorixonalar boshqarmasida a_i (ming pachka) miqdorida *C* vitamini bor. Boshqa 4 ta dorixonalar boshqarmasida b_i miqdorda yetishmaydi. Quyidagi jadvalda bir ming pachkani tashish xarajati (so'm hisobida) berilgan. Vitaminni tarqatishdagi transport xarajatining optimal rejasi topilsin.

13.8-jadval

Manba, A_i	Iste'molchi, B_j				
	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	4	3	2	3	46
A_2	1	2	6	4	34
A_3	3	1	9	5	40
b_j	40	35	30	15	Σ=120

XIV bob. OMMAVIY XIZMAT SISTEMASINING XARAKTERISTIKALARINI ANIQLASH

Ommaviy talabnomalarning qo'yilishi va bu talabnomalarning ijrochilar tomonidan bajarilish jarayoni *ommaviy xizmat sistemasi* deyiladi. Quyidagi sistemalar bunga misol bo'la oladi: poliklinikalar, dorixonalar, kasalxonalar, do'konlar, spravka byurolari, bilet kassalari va hokazolar.

Har bir ommaviy xizmat sistemasi (OXS) da xizmat qiladigan shaxs (yoki «qurilma») ni biz *xizmat ko'rsatish kanali* deb yuritamiz. Bu vazifani o'tovchilar: aloqa liniyasi, ish boshqariladigan nuqta, kassirlar, provizorlar, vrachlar, avtomashina va boshqalar.

OXS unda xizmat ko'rsatuvchi shaxs (yoki «qurilma») ning soniga ko'ra *bir kanalli* yoki *ko'p kanalli* bo'lishi mumkin.

Har qanday OXS vaqtning istalgan tasodifiy momentida ma'lum bir miqdordagi talabnomalarni bajarishga mo'ljallangan bo'ladi. Talabnomaga xizmat ko'rsatish vaqti (T) tasodifiy miqdor qadar davom etadi. Xizmat ko'rsatish kanali bo'shagach, yangi talabnomani qabul qilishga tayyor bo'ladi.

Talabnomalarning vaqt birligi ichidagi tushish soni va xizmat ko'rsatish vaqti tasodifiy bo'lganligi uchun vaqtning ma'lum bir davrida OXS ning kirishida talabnomalar ko'payib ketishi (ayrimlari navbat kutib turmasdan ketib qolishi mumkin), vaqtning boshqa bir davrida talabnomalar kam bo'lishi yoki bo'lmasligi ham mumkin.

Talabnomalarning tushish oqimi quyidagi xossalarga ega bo'lgan sodda oqimni hosil qiladi:

1. Vaqt oralig'i ichida tushgan talabnomalar soni vaqt oralig'i boshlanishidagi va oxiridagi tushgan talabnomalar soniga bog'liq emas, ya'ni ketma-ketlik saqlanmaydi (so'ngta'sir yo'qligi).

2. Qisqa vaqt oralig'ida ikki va undan ortiq talabnomaning tushish ehtimolligi shu vaqt oralig'ida bitta talabnomaning tushish ehtimolligiga nisbatan cheksiz kichik bo'ladi (ordinarlik).

3. Teng bo'lgan vaqtlar oraliqlarida ma'lum miqdordagi talabnomalarning tushish ehtimolligi vaqt oralig'i vaqt o'qining qayerida joylashganligiga bog'liq emas (statsionarlik).

t vaqt davomida k ta talabnomaning tushish ehtimolligini topish uchun oddiy oqim bo'lganda quyidagi Puasson formulasini yozamiz:

$$P_k(t) = (\lambda t)^k e^{-\lambda t/k} \quad (13.1)$$

bu yerda λ — talabnomalar oqimining intensivligi (vaqt birligi ichida tushgan talabnomalarning o'rtacha soni).

Kuzatishlar shuni ko'rsatadiki, tez yordam mashinasini chaqirish va xaridorning dorixonaga kelish ehtimolligini (13.1) formula aniq ifodalab beradi.

Ommaviy xizmat sistemasi belgilariga ko'ra bir necha tipga bo'linadi:

a) OXS *rad javobli* va OXS *navbatli.* Rad javobli OXSda talabnoma tushganda sistemaning barcha kanallari band bo'ladi, ya'ni sistema talabnomani bajarishga qodir bo'lmaydi, bunda talabnoma bajarilmasdan, sistemadan chiqib ketadi va qaytib shu sistemadagi xizmat ko'rsatish jarayonida ishtirok etmaydi. Masalan, dorixonaga dorixonadagi yo'q dorining retsepti bilan murojaat etilganda, talabnoma rad javobini oladi va dorixonadan chiqib ketadi. Amaliyotda ko'pchilik hollarda hamma kanallar band bo'lganda tushgan talabnomalarni navbatga qo'yishga to'g'ri keladi. Sistemaning imkoniyatiga ko'ra cheklangan yoki cheklanmagan miqdorda navbatga qo'yish mumkin.

OXS ning xizmat ko'rsatish tartibiga ko'ra navbatlar ketma-ketligi (oldin kelganga oldin xizmat ko'rsatish), tasodifiy navbatlar ketma-ketligidagi va prioritet bilan xizmat ko'rsatish (navbatdan tashqari xizmat ko'rsatish) turlariga bo'lish mumkin.

Biz quyida sodda OXS lardan bir kanalli cheklanmagan navbatli OXS ni ko'rib chiqamiz. Bu ko'rinishdagi OXS ga kasalni qabul qilayotgan vrach, har bir bo'limda bir farmatsevt xizmat ko'rsatayotgan dorixona, bir kassali do'konlar misol bo'la oladi.

Agar navbat kutuvchilar soni va navbat kutish vaqti chegaralanmagan bo'lsa, OXS ga λ intensivlikda talabnomalar oqimi keladi va xizmat ko'rsatish intensivligi μ bo'ladi. Bu yerdan OXS ning qay holatda bo'lishligi ehtimolligini va xizmat ko'rsatish jarayonining samaradorligini aniqlash zarur. Buning uchun quyidagicha belgilashlar kiritamiz:

$N_{\text{o'rtacha}}$ — sistemadagi talabnomalarning o'rtacha qiymati;
$T_{\text{o'rta}}$ — sistemaning o'rtacha xizmat ko'rsatish vaqti;
N_0 — navbatning o'rtacha uzunligi;
T_0 — navbatda turishning o'rtacha vaqti;
P_s — kanallarning band bo'lishi ehtimolligi;
A — kanalning xizmat qila olish qobiliyati;
Sistemaning holatini belgilaymiz;
S_0 — kanal bo'sh;

S_1 — kanal band, navbatda turganlar yo‘q;
S_2 — kanal band, bir talabnoma navbatda turibdi;
S_k — kanal band, $k-1$ ta talabnoma navbatda turibdi.

Sistemada navbatda turuvchilarning soni va navbatda turish vaqti cheklanmagan bo‘lgani uchun kanalning xizmat ko‘rsata olish qobiliyati talabnomalar oqimi intensivligiga teng bo‘lishi kerak, ya’ni $A = \lambda$.

Sistemaga tushayotgan talabnomalarning intensivligi λ sistemaning xizmat ko‘rsatish intensivligi (μ) dan kichik $(\lambda < \mu)$, ya’ni

$$S = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \qquad (14.2)$$

bo‘lganda sistemaning S_0, S_1, S_2, ..., S_k holatlarda bo‘lish ehtimolligi P_0, P_1, P_2, ... P_k lar:

$$P_0 = 1 - \rho; \qquad (14.3)$$

$$P_1 = \rho \cdot P_0;\ P_2 = \rho^2 \cdot P_0;\ ...;\ P_k = \rho^k \cdot P_0 \qquad (14.4)$$

formulalardan topiladi.

(14.3) va (14.4) formulalardan ko‘rinib turibdiki, $\rho < 1$ bo‘lganda sistemaga tushayotgan talabnomalarning soni ko‘p bo‘lmas ekan.

Sistemada turgan talabnomalarning o‘rtacha sonini

$$N_s = 0 \cdot P_0 + 1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + ... + k \cdot P_k \qquad (14.5)$$

ifodadan hisoblab topamiz. Bundan, agar P_k ning qiymatlari mahraji ρ ga teng bo‘lgan geometrik progressiya tashkil etishini e’tiborga olgan holda (14.5) ifodadan qo‘shiluvchilarni jamlasak,

$$N_s = \rho/(1 - \rho) \qquad (14.6)$$

sodda ko‘rinishdagi sistemadagi talabnomalarning o‘rtacha sonini hisoblash ifodasini hosil qilamiz.

Quyida OXS ayrim xarakteristik kattaliklarini topish formulalarini isbotsiz keltiramiz:

— sistemaga talabnomalarni tushishining o‘rtacha vaqti:

$$T_s = \rho/(\lambda(1 - \rho)); \qquad (14.7)$$

— navbatda turgan talabnomalarning o‘rtacha soni:

$$N_s = \rho^2/(1 - \rho); \qquad (14.8)$$

— talabnomalarning navbat kutib turishining o‘rtacha vaqti:

$$T_s = \rho^2/(\lambda(1 - \rho)). \qquad (14.9)$$

Yuqorida keltirilgan OXS ning samaradorligini xarakterlaydigan ifodalar talabnomalar oqimi 1—3-xossalarga ega bo‘lgan sodda oqim bo‘lganda o‘rinli bo‘ladi.

14.1-masala. Dorixonaga keluvchilar soni sutkaning vaqtlari bo‘yicha quyidagicha taqsimlangan:

14.1-jadval

Soatlar	8—9	9—10	10—11	11—12	12—13	13—14	14—15
Dorixonaga keluvchilar soni	39	70	40	60	60	50	80

Dorixonaning xizmat ko‘rsatish intensivligi μ = 80 kishi/soat. Ommaviy xizmat sistemasining xarakteristikalari aniqlansin.

Yechilishi. Talabnomalarning umumiy sonini va 1 soatdagi o‘rtacha oqimni topamiz:

$$n = 39 + 70 + 40 + 60 + 60 + 50 + 80 = 399 \text{ ta};$$
$$m=\bar{\lambda}=(39 + 70 + 70 + 40 + 60 + 60 + 50 + 80)/7\text{kishi/soat}=$$
$$=5 \text{ kishi/soat}.$$

Dispersiyani topamiz:

$$S^2=(1/(k-1))\sum_{i=1}^{k}(m_i-\bar{m})^2=(1/6)\cdot((39-57)^2+(70-57)^2+(40-57)^2+$$
$$+(60-57)^2+(60-57)^2+(50-57)^2+(80-57)^2)=(1/6)$$
$$(324+169+283+3+9+49+529)=1378/5=229{,}67.$$

Kanalning bandlik ehtimolligi: $\rho=\bar{\lambda}/\mu=57/80=0{,}71$.

(14.6) ifodadan talabnomalarning o‘rtacha qiymatini topamiz:

$$\bar{N}_s=\rho/(1-\rho)=0{,}71/(1-0{,}71)= 2{,}45.$$

Sistemada talabnomalarning turishining o‘rtacha vaqtini (14.7) ifodadan topamiz:

$$T_s=\rho/(\lambda(1-\rho))= (1/57)\cdot\ 2{,}45 \text{ soat} = 0{,}04 \text{ soat}.$$

Navbatga turgan talabnomalarning o‘rtacha soni:

$$N_0=\rho^2/(1-\rho)=\bar{N}_c\cdot\rho = 2{,}45\cdot 0{,}71 =1{,}74 \text{ kishi}.$$

Navbatga turishning o'rtacha vaqti:

$$T_0 = \rho^2/\lambda\ (1-\rho) = T_s \cdot \rho = 0{,}04 \cdot 0{,}71 = 0{,}028 \text{ soat.}$$

AMALIY DARSLAR UCHUN

14.2-masala. Dorixonaning tayyor dorilar bo'limini xizmat ko'rsatish intensivligi $\mu = 15$ kishi/soat va bo'limning band bo'lish ehtimolligi $\rho = 0{,}76$ bo'lganda, navbatda turganlar soni (N_0), navbatda turish vaqti (T_0) va bo'limga keluvchilarning o'rtacha oqimi (λ) topilsin.

14.3-masala. Dorixonaga keluvchilar soni sutkaning vaqtlari bo'yicha quyidagicha taqsimlangan:

Soatlar	15—16	16—17	17—18	18—19	19—20	20—21
Dorixonaga keluvchilar soni	17	20	22	23	19	15

Dorixonaning xizmat ko'rsatish intensivligi $\mu = 30$ kishi/soat bo'lsa, ommaviy xizmat sistemasining xarakteristikalari topilsin.

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

14.4-masala. Dorixonaning bolalar uchun dorilar bo'limiga keluvchilarning o'rtacha oqimi $\lambda = 9$ kishi/soat va bo'limning band bo'lish ehtimoligi $\rho = 0{,}45$ bo'lganda, navbatda turganlar soni (N_s), navbatda turish vaqti (T_0) va bo'limning xizmat ko'rsatish intensivligi (μ) topilsin.

14.5-masala. Tez yordam so'rab murojaat etuvchilarning soni sutkaning vaqtlari bo'yicha quyidagicha taqsimlangan:

Soatlar	8 —9	9—10	10—11	11—12	12—13	13—14
Chaqiriqlar soni	7	6	8	12	10	14

Xizmat ko'rsatish intensivligi qanday bo'lganda kutish vaqti 20 minutdan oshmaydi.

XV bob. FARMAKOLOGIK SAMARADORLIKNI MIQDORIY BAHOLASH ELEMENTLARI

15.1. FARMAKOLOGIK FAOLLIKNI BAHOLASHDA REAKSIYALARNI HISOBGA OLISHNING MUQOBIL SHAKLI

Farmakologik faollikning eng aniq miqdoriy xarakteristikasiga o'rganilayotgan farmakologik agent ta'siridagi reaksiyalar muqobil shaklda bo'lsa erishiladi. Ya'ni tekshiruvchi tomonidan faollik mezoni sifatida to'plangan reaksiyaning bor yoki yo'qligi qayd qilinsagina yuqoridagi natijaga erishiladi. O'z-o'zidan ko'rinib turibdiki, bunday holatlarda faollik mezoni sifatida shunday reaksiyalar tanlanishi kerakki, ularning bor yoki yo'qligi hech qanday shubha qoldirmasligi kerak. Masalan, hayvon o'limi, titrashi, qusishi, «yonbosh holati» va shu kabilar.

Reaksiyalarni muqobil shaklda hisobga olish sifat jihatdan bir xil ta'sir etuvchi turli moddalarning miqdoriy ifodalangan farmakologik faolligini solishtirish imkonini beradi. Bunday solishtirish kimyoviy tuzilish va farmakologik faollik orasidagi munosabatlarni o'rganish maqsadida o'tkaziladigan farmakologik tekshiruvlarda so'zsiz muhim hisoblanadi. Faqatgina shunday solishtirish asosidagina o'rganilgan bir qator moddalar ichidan tibbiyot amaliyotida keyinchalik keng qo'llanish imkoniyati bor birikmalarni saralash mumkin bo'ladi. Reaksiyalarni muqobil hisobga olish usuli kimyoviy terapevtik tadqiqotlar asosida yotishi kerak, chunki u kimyoviy terapevtik effektni (samarani) to'liq obyektiv baholash imkonini beradi. Umuman olganda, ba'zi bir holatlarda iloji boricha tajribalar paytida reaksiyalarni muqobil shaklda hisobga olishga intilish kerak.

15.2. χ^2 («XI-KVADRAT») KRITERIYSI

Kimyoviy-terapevtik tekshiruvlarda tajribaning quyidagi shakli juda ko'p tarqalgan. Tajriba uchun olingan hayvonlarni ikki guruhga ajratiladi va ularga kasallik yuqtiriladi. Birinchi guruh hayvonlar davolanmaydi, ikkinchi guruhda o'rganilayotgan moddaning davolovchi ta'siri sinab ko'riladi. Nazorat va tajriba guruhlaridagi hayvonlarda o'lim chastotasi hisobga olinadi va shu asosida o'rganilayotgan birikmaning kimyoviy-terapevtik faolligiga baho beriladi. Agar tajribada foydalanilgan hayvonlarning nazorat guruhida hammasi nobud bo'lib, tajriba guruhida esa ko'p qismi sog'ayib ketsa, bu baholash hech qiyinchilik tug'dirmaydi.

Tajribaning bunday natijalarida olingan ma'lumotlarga maxsus usullar qo'llab, tahlil qilmasdan turib ham xulosalar ravshan hisoblanadi.

Ko'pincha, ikkala guruh hayvonlaridan har birining ma'lum bir qismida o'lim va ma'lum bir qismida sog'ayish bilan tugallangan holatlar kuzatiladi. Bunday hollarda ikkala guruhda o'tkazilgan tajriba natijalari bir-biridan qiymatlar chastotasi bilan farqlanadi. Tajribaning bunday natijalarida olingan ma'lumotlarning matematik tahlili asosida o'rganilayotgan moddaning kimyoviy-terapevtik faolligiga obyektiv (xolis) baho berish mumkin bo'ladi. Tajribaning keltirilgan sxemasi farmakologik tekshiruvlarda ham ko'p uchraydi. Masalan, zaharlanishga qarshi, antianafilaktik, antiblastik, tutqanoqqa qarshi, qusishga qarshi va h.k. vositalarni qidirib topishda kuzatiladi. Bu sxema, shuningdek, dori vositasining dozasi va yuborilish yo'li o'zgartirilishining farmakologik samaraga ta'sirini baholashda ham ishlatiladi. Biror-bir hodisa chastotasining ikkita guruhda farq qilishining ahamiyatini baholashga to'g'ri kelsa (masalan, nazorat va tajriba guruhlarida 2 ta turli faollikdagi modda ta'siri, o'rganilayotgan preparatning turli dozalarini qabul qilgan hayvonlarda yoki bir dozani turli yo'llar bilan olgan hayvonlarda ta'siri va h.k.) χ^2 *(«XI-kvadrat») kriteriysi* deb nomlangan statistik usul ishlatiladi.

χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysining omadli qo'llanilishiga Finning (1957) tatbiqi misol bo'la oladi.

Hayvonlardagi tajribalarda eksperimental kasallik chaqirish sharoitida yangi preparatning davolovchi ta'siri tekshirilganda hayvonlar ikki guruhga ajratiladi. Birinchi guruh davolanishsiz qoldiriladi (nazorat guruhi), ikkinchi guruhda (tajriba guruhida) preparat sinaladi. Ikkala guruhda hayvonlar o'limiga asoslangan holda tajriba natijalari muqobil shaklda hisobga olinadi. Bu natijalar 15.1-jadvalda keltirilgan. Bunday jadvallar *kontingentlik jadvallari* nomi bilan yuritiladi.

15.1-jadval

Kontingentlik jadvali

Hayvonlar guruhlari	Yashab qolganlari	Nobud bo'lganlari	Yig'indi	Nobud bo'lgan hayvonlar, %
Tajriba . . .	88	12	100	12
Nazorat. . . .	152	48	200	24
Jami:	240	60	300	36

Keltirilgan kontingentlik jadvalida 2 guruh hayvonlar 2 ta mumkin bo'lgan oqibatni (yashab qolish va nobud bo'lish) hisobga olgan holda solishtirilmoqda. Bunday jadvallar 2×2 *kontingentlik jadvallari* deb ham ataladi. Ular farmakologiyaning tajriba-tadqiqot ishida eng ko'p uchraydigan tajriba turiga mos keladi. Kontingentlik jadvalining keyingi tahlil bayoni faqatgina 2×2 kontingentlikka tegishlidir.

15.1-jadvaldan ko'rinib turibdiki, tajriba guruhi hayvonlarida nazorat guruhiga nisbatan (24%) o'lim past (12%). Lekin bu farq ahamiyatli hisoblanadimi? Bu savolga javob topish uchun tajribalar natijasining chastotaviy qiymatlari χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysi usuli bilan berilgan qiymatdorlik darajasida o'rtacha qiymatdan eng katta og'ish ehtimolligini topish kerak.

Kontingentlik jadvalini tahlil qilish uchun «Nolinchi va Konkurent gipoteza» tushunchasini kiritamiz. «Nolinchi gipoteza»ga ko'ra sinalayotgan preparatning kasallikni davolashdagi ta'siri sezilarli emas. «Konkurent gipoteza»ga ko'ra sinalayotgan preparatning kasallikni davolashdagi ta'siri sezilarli.

Yuqoridagi masala uchun «Nolinchi gipoteza» o'rinli deb faraz qilib, tajriba natijalarini quyidagicha umumlashtiramiz va nobud bo'lgan hayvonlar protsentini topamiz. Kasallangan 300 ta hayvondan 240 tasi yashab qolgan, 60 tasi nobud bo'lgan, ya'ni kasallik natijasidagi o'lim 60 · 100/300=20% ni tashkil etadi. Bunga ko'ra har bir guruhdagi o'lgan va tirik qolgan hayvonlar sonini topamiz.

1) Tajriba guruhidan 20% o'lgan, ya'ni 100 · 20/100=20 ta, tirik qolgani 100–20=80 ta.

2) Nazorat guruhidan 20% o'lgan, ya'ni 200 · 20/100=40 ta, tirik qolgani 200–40=160 ta.

Bu natijalar «Nolinchi gipoteza» o'rinli bo'lganda kutilgan natijadir, shuning uchun bu natijalar quyidagi kutilgan 15.2-jadval ko'rinishida berilishi qulay.

15.2-jadval

Kutilgan jadval

Hayvonlar guruhlari	Yashab qolganlari	Nobud bo'lganlari	Yig'indi	Nobud bo'lgan hayvonlar, %
Tajriba . . .	80	20	100	20
Nazorat. . .	160	40	200	20
Jami:	240	60	300	40

Kontingentlik va kutilgan jadvallarga asosan chastotaviy qiymat-larning og'ishi aniqlanadi. Buning uchun kontingentlik jadvalidagi chastotaviy qiymatlardan kutilgan jadvaldagi ularga mos qiymatlarni ayirib, quyidagi 15.3-og'ish jadvaliga yozamiz.

15.3-jadval

Og'ish jadvali

Hayvonlar guruhlari	Qiymatlarning og'ishi		Og'ishlar yig'indisi
	Yashab qolganlari	Nobud bo'lganlari	
Tajriba . . .	+8	−8	0
Nazorat. . .	−8	+8	0
Jami:	0	0	0

Kutilgan va og'ish jadvallariga ko'ra χ^2 («XI-kvadrat») mezoni qiymatini hisoblab topamiz. Buning uchun og'ish qiymati har birining modulidan 0,5 qiymatni ayiramiz (bu 0,5 qiymat *Letsa tuzatmasi* deb ataladi), hosil bo'lgan ayirmaning har birini kvadratga ko'tarib, unga mos bo'lgan kutish qiymatiga ega bo'lamiz va har bir chastotaviy qiymat uchun χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysi qiymati topilib qo'shiladi. 2×2 tipdagi kontingent jadvallari uchun qo'shiluvchilar soni 4 ta bo'ladi. Demak, qaralayotgan masala uchun χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysi qiymati quyidagicha hisoblab topiladi:

$$\chi^2=(-7,5)^2/160+(7,5)^2/40+(7,5)^2/80+(-7,5)^2/20=$$
$$=0,35+1,41+0,70+2,81=5,27.$$

χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysining topilgan qiymati hisoblash aniqligi qanday ehtimollik darajasida olinishiga qarab, χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysi uchun maxsus hisoblab topilgan ehtimollik darajasi qiymati bilan taqqoslanadi.

Masalan, kontengentlik 2×2 bo'lganda bu qiymatlar jadvali quyidagicha (15.4-jadval).

15.4-jadval

χ^2 uchun ehtimollik darajasi qiymatlari (kontingentlik 2×2 bo'lganda)

P	0,1	0,05	0,01	0,001
χ^2	2,71	3,84	6,63	10,8

Qaralayotgan masalada χ^2 («XI-kvadrat») mezonining topilgan qiymati (5,27) ehtimollik darajasining $P=0,05$ va $P=0,01$ qiymatlari oralig'iga tushmoqda, ya'ni $3,84<5,27<6,63$; $0,01<P<0,05$.

Odatdagi farmakologik tajribalar uchun «Nolinchi va Konkurent gipoteza» lar quyidagicha taqqoslanadi:

Agar $P > 0,05$ bo'lsa, «Nolinchi gipoteza» dan chetlashilmaydi;

Agar $P < 0,05$ bo'lsa, «Nolinchi gipoteza» dan chetlashiladi.

Shuning uchun $P<0,05$ bo'lganligidan «Nolinchi gipoteza» dan chetlashiladi, «Konkurent gipoteza» o'rinli bo'ladi, ya'ni sinalayotgan preparatning kasallikka ta'siri sezilarli ekan.

χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysidan foydalanishda quyidagilarni e'tiborga olish lozim:

1. χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysidan kutilgan jadval chastotasi qiymatlari juda kichik bo'lmagandagina (5 dan kichik bo'lmasligi kerak) foydalanish o'rinli. Chunki Ietsa tuzatmasi og'ishning kichik absolut qiymatlarida ma'noga ega bo'lib, og'ishning katta absolut qiymatlarida ma'nosini yo'qotadi.

2. χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysidan faqat taqqoslanayotgan kattaliklarning chastotaviy qiymatlarini taqqoslashdagina foydalanish mumkin, birlikli millimetr, gramm, soat va h.k. qiymatlarni taqqoslashda qo'llab bo'lmaydi.

15.3. XARAKTERISTIK EGRILIK TAHLILI

O'rganilayotgan moddaning farmakologik faolligini miqdoriy jihatdan xarakterlovchi eng yaxshi ko'rsatkich bo'lib, hayvonlardagi sinovda muqobil shaklda hisobga olinadigan, ma'lum samara bera oladigan dozaning minimal kattaligi xizmat qilishi mumkin edi. Lekin yuqorida ta'kidlanganidek, hayvonlarning farmakologik agent ta'siriga individual sezgirligi turlichadir. Shu bilan birga, albatta, minimal samarali dozaning o'lcham kattaligi ham turlichadir. Bu dalilning tasviri sifatida Berens tomonidan taqdim qilingan *Rana temporaria* turiga mansub baqalar (qurbaqalar)ning strofantinga sezgirligi to'g'risidagi ma'lumotlarni keltirish mumkin.

1) Berens (1929) usuli. Berens 149 ta qurbaqaga 0,3% li strofanting eritmasini vena ichiga to'xtovsiz ravishda 3 minutda 0,01 ml tezlikda yuborgan. Yuborish yurak to'xtashi sodir bo'lguncha davom ettirilgan, bunda toksik effekt beradigan strofantik miqdori hisobga olingan. Ma'lum bo'ldiki, qurbaqa yuragini to'xtatish uchun zarur bo‘lgan strofantinning minimal dozasi vaznning bir gramiga 0,186 dan 0,503 g chegarasida tebranadi.

Shunday qilib, biror-bir moddaning ma’lum samara keltiradigan minimal dozasini hayvonlarda aniqlaganimizda biz bitta ma’lum kattalikni emas, balki variatsion qator hosil qiluvchi va ushbu modda ta’siriga hayvonlarning individual sezgirligi tebranishini ko‘rsatuvchi qator kattaliklarini topamiz (aniqlaymiz). Tabiiyki, o‘rganilayotgan farmakologik agent faolligining miqdoriy xarakteristikasi masalasini uning individual minimal samarali dozalari variatsion qatorining miqdoriy xarakteristikasi yo‘li bilan hal qilishimiz mumkin bo‘ladi.

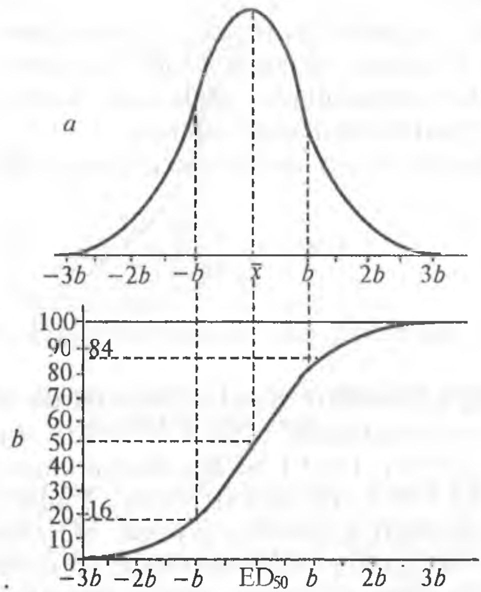
Ko‘p sonli tekshirishlar ko‘rsatadiki, bu variatsion qatorda individual minimal samarali dozalarning taqsimlanishi normal taqsimlanishga yaqinlashadi.

Yuqorida ko‘rsatib o‘tilganidek, normal taqsimlanish sharoitida variatsion o‘zgarayotgan belgi (ushbu holat — dozalar) o‘rtacha arifmetik va o‘rtacha kvadratik xatolik ko‘rsatkichlari asosida to‘liq aniqlanishi mumkin bo‘ladi. Chunki farmakologik faollikni miqdoriy baholashda, tabiiyki, bizni tanlab olingan bo‘lakning o‘rtacha kattaligi emas, balki haqiqiy (chin) kattalik qiziqtiradi. Bu kattalikni aniqlash uchun individual minimal samarali dozalardan o‘rtacha arifmetik kattalikning o‘rtacha kvadratik xatoligini topishimiz kerak.

Shunday qilib, biror-bir moddani farmakologik faolligiga (omillash) miqdoriy xarakteristika berishda tadqiqotchi o‘z oldiga ikki masalani, chunonchi o‘rtacha samarali dozani aniqlashni va bu o‘rtacha kattalikning o‘rtacha kvadratik xatoligini topishni maqsad qilib qo‘yishi kerak.

Yuqorida keltirilgan Berens (1929) tajribasida baqa yuragi to‘xtashi uchun minimal dozaning o‘rtacha qiymati 0,3264 γ, o‘rtacha kvadratik xatolik protsentlarda $\pm 20\%$ ga teng. Bu usulda har bir tajriba hayvonlari uchun o‘rtacha minimal dozani aniqlab, keyin ularning o‘rtacha qiymatini hisoblash tadqiqotchidan ko‘plab hayvonlar sarfini va mashaqqatli mehnatni talab etadi. Shuning uchun bu usul tadqiqotchilar tomonidan kam foydalaniladi.

2) normal taqsimot egri chizig‘i usuli. Egri chiziq va abssissalar o‘qi bilan chegaralangan yuza tajriba uchun olingan hayvonlarning umumiy miqdorini bildiradi. Egri chiziq normal taqsimlangan qiymatlardan hosil qilinganligi uchun u simmetrikdir. U holda X o‘qqa $\bar{X}$ nuqtadan o‘tkazilgan perpendikular o‘rtacha effektiv dozaga mos kelib, egri chiziq bilan chegaralangan yuzani teng ikki qismga ajratadi (15.1 *a*-rasm). Bu o'rtacha effektiv doza shunday dozaki, u tajriba uchun olingan hayvonlarning 50% ga ta'sir ko'rsatadi. Bu qiymat ED_{50} (tajriba uchun olingan hayvonlarning 50% da reaksiya chaqiruvchi effektiv doza) simvoli bilan belgilanadi. Xususiy holda o'rtacha o'lim dozasi LD_{50} simvoli bilan belgilanadi. Bulardan ko'rinib turibdiki, «Normal taqsimot egri chizig'i usuli» tajriba uchun olingan hayvonlarning 50% lida reaksiya chaqiruvchi effektiv dozani aniqlashga asoslangan ekan.



15.1-rasm. **Normal taqsimot egri chizig'i (*a*) va xarakteristik egri chizig'i (*b*).**

O'rganilayotgan moddaning hayvonlarga ta'sir dozasi asta-sekin oshirib borilganda, hayvonlarning bu moddaga ko'rsatadigan reaksiyasi ma'lum bir dozadagina yuzaga keladi. Bu qiymatdan keyin doza oshirilganda reaksiya chastotasi ham ortib boradi va u ma'lum bir qiymatga yetgandan keyin guruhdagi barcha hayvonlarda bu reaksiya sodir bo'ladi. Dozaning qiymati bilan reaksiyaning hosil bo'lish chastotasi o'rtasidagi bog'lanishni grafik ko'rinishda ham ifodalash mumkin. Buning uchun abssissalar o'qiga doza qiymatlari, ordinatalar o'qiga hisobga olinayotgan effektning hosil bo'lish chastotasining shu dozani qabul qilgan hayvonlar soniga nisbatan protsentdagi qiymatlar qo'yiladi.

Bunda doza bilan reaksiya kuzatish chastotasi orasidagi bog'lanish S-simon egri chiziq ko'rinishida bo'ladi va u *kumulatsiya* deyiladi (15.1 *b*-rasm) Trevan (1927) bu egri chiziqni *xarakteristik egri chiziq* deb atagan, chunki u biror—bir farmakologik moddaga hayvonlarning individual sezuvchanlik taqsimotini xarakterlaydi. Xarakteristik egri chiziqdagi o'rtacha effektiv doza ED_{50} ning qiymati ordinatalar o'qida 50% ni ko'rsatgan nuqtaning abssissalar o'qidagi qiymatiga mos keladi. Yuqoridagi 15.1-rasm normal taqsimot egri chizig'i bilan xarakteristik egri chiziq o'rtasidagi bog'lanishni ko'rsatadi. Abssissalar o'qiga perpendikular $-\infty$ dan $+\infty$ ga intilayotgan to'g'ri chiziqni tasavvur qilamiz.

O'z harakat yo'nalishida bu to'g'ri chiziq umumiy yuzadan ketma-ket ortib boradigan qismiga o'tadi. Bu ortib borishni umumiy yuzaga nisbatan protsentlarda ifodalasak, unda normal taqsimot-ning integral funksiyasini hosil qilamiz.

Normal taqsimotning standart to'g'ri egri chizig'i uchun $\tau = 1$

$$\Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{t^2}{2}} dx . \qquad (15.1)$$

Bu yerda U — doza ED_{50} dan standart birliklarda chetlashishini ifodalaydi.

$\Phi(U)$ ning qiymatlari maxsus jadvallarda keltiriladi. $U = -1$ bo'lganda shu nuqtadan o'tgan umumiy yuzaning 16% ini (aniqrog'i, 15,87%), $U = +1$ bo'lganda esa umumiy yuzaning 84% (aniqrog'i, 84,13%) ini tashkil etadi. Yuqoridagilardan kelib chiqib, farmakologik agentning qiymati ED_{50} dan standart kattalikka kichik bo'lganda 16% hayvonlarda reaksiyani chaqirishi kerak, ED_{50} dan katta bo'lganda 84% hayvonlarda reaksiyani chaqirishi kerak. Ko'rsatilgan dozalar tegishlicha ED_{16} va ED_{84} bilan belgilanadi.

$$ED_{16} = ED_{50} - S;$$
$$ED_{84} = ED_{50} + S;$$

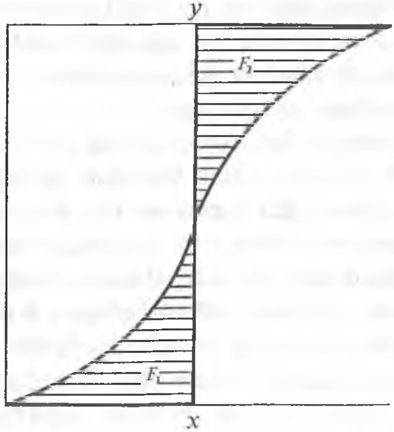
Bu yerdan $ED_{84} - ED_{16} = ED_{50} + S - ED_{50} + S = 2S$,

$$S = \frac{ED_{84} - ED_{16}}{2} . \qquad (15.2)$$

Bu munosabat standart xatolik ED_{50} ni topishda ishlatiladi. Farmakologik faollikni aniqlaydigan uslublarning ko'pchiligida xarakteristik egri chiziqdan foydalaniladi.

15.4. ED_{50}ni HISOBLASH USULLARI

Berens usuli (1929). ***O'***lim bilan tugagan holatlarning nazariy xarakteristik egriligi tasvirlangan 15.2-rasmda 100% ga mos keluvchi ordinata o'qidagi nuqtalar orqali abssissa o'qiga paralel ravishda to'g'ri chiziq o'tkazamiz.



15.2-rasm. **Berens usuli bilan ED_{50} ning qiymatini aniqlashda hisoblanadigan yuza.**

Abssissalar o'qiga ma'lum bir x nuqtada xy perpendikular tiklaymiz. xy va xarakteristik egrilik orasida chegaralangan shtrixlangan F_1 va F_2 maydonlar vujudga keladi. Ma'lumki, F_1 maydon x ga nisbatan kichik dozalardan nobud bo'lgan hayvonlarning umumiy soniga mos keladi. Agar x son LD_{50}dan katta bo'lsa, F_1 maydoni $< F_2$ maydon; aksincha, agar x son LD_{50} dan katta bo'lsa, F_1 maydon $> F_2$ maydon bo'ladi. Boshqacha qilib aytganda, LD_{50} dan kichik dozalarda nobud bo'lgan hayvonlar umumiy soni LD_{50} dan katta dozalarda yashab qolgan hayvonlar umumiy soniga teng.

Shunday qilib, LD_{50} ni aniqlash masalasi F_1 maydon $= F_2$ maydon bo'lgan holatdagi X ning qiymatini topish orqali hal qilinadi.

Berens usuli masala yechimiga shunday yondoshishga asoslangan. Bu usul qurbaqa (baqa)lardan yurak glukozidlarni o'rtacha o'ldiruvchi dozasi (LD_{50}) ni shu moddalarni o'zida saqlagan preparatlarning biologik standartini aniqlash maqsadida ishlab chiqilgan edi.

Tabiiyki, bu usulni har qanday alternativ shaklda hisobga olinadigan reaksiyani chaqiruvchi ED_{50} ni aniqlash uchun ishlatish mumkin.

Eksperimental material Berens usuli bo‘yicha ishlatilishi uchun tadqiq qilinayotgan dozalar orasidagi vaqt oralig‘i bir xil bo‘lishi va har bir tadqiq qilinayotgan doza uchun bir xil miqdorda hayvon olinishi kerak bo‘ladi. Berens va Shlosser (1957)ning ta’kidlashlaricha, Berens usulini ko‘pchilik ommalashtiruvchilar bu talablarga e’tibor qaratishmagan, bu esa usulning matbuotda bir necha marta tanqid qilinishiga sabab bo‘lgan. Xususan, N.S. Pravdin (1947) ning kitobida bu talablar aytilmagan.

Berensning ko‘rsatishicha, agar tadqiq qilinayotgan moddaning har bir dozasi 6 ta hayvonda sinab ko‘rilsa, yetarlicha aniq natijalar olinishi mumkin ekan. Eksperimental xarakteristik egrilikni tenglashtirish maqsadida Berens «to‘plangan chastotalar» deb ataluvchi amal (priyom)ni tavsiya qildi. Bu amalning ma’nosi shundaki, har bir sinalayotgan dozadan nobud bo‘lgan hayvonlar soniga shu dozadan kichik bo‘lgan barcha dozalarda yashab qolgan hayvonlar sonini, har bir sinalayotgan dozadan yashab qolgan hayvonlar soniga esa shu dozadan yuqori bo‘lgan barcha dozalarda yashab qolgan hayvonlar sonini qo‘shishdan iborat. Mantiqan bu amal deyarli oqlangan. Haqiqatan ham, agar hayvon tadqiq qilinayotgan moddaning ma’lum dozasidan nobud bo‘lgan bo‘lsa, shu dozadan yuqori doza yuborilganda, u albatta nobud bo‘ladi, agar ma’lum doza yuborilgandan so‘ng hayvon tirik qolsa, shu dozadan kichikroq doza yuborilganda ham so‘zsiz tirik qolar edi.

Hisoblab topilgan «to‘plangan chastotalar» asosida har bir sinalayotgan dozada o‘lim ko‘rsatkichi protsentlarda hisoblanadi va abssissalar o‘qiga sinalayotgan doza, ordinatalar o‘qiga o‘limning protsent ko‘rsatkichi qo‘yilib, xarakteristik egrilik quriladi. LD_{50} kattaligini bevosita grafikdan topish mumkin. Buning uchun xarakteristik egrilikning o‘lim ko‘rsatkichining 50% iga to‘g‘ri keladigan nuqtasidan abssissalar o‘qiga perpendikular tushiriladi. LD_{50} kattaligiga shu perpendikular bilan abssissalar o‘qining kesishish nuqtasi mos keladi.

LD_{50} kattaligiga yaqin bo‘lgan qiymatni grafik qurmasdan turib ham olish mumkin. Xarakteristik egrilikning markaziy qismida to‘g‘ri chiziqdan kam farq qiluvchi qism bo‘lib, LD_{50} ga yaqin kichik va katta dozalar orasidan to‘g‘ri chiziqli interpolatsiyalash usuli bilan hisoblab, LD_{50} ni topish mumkin bo‘ladi.

Agar sinalayotgan dozalar orasidagi interval = *d* bo‘lib, LD kattaligi esa *A* va *B* dozalar orasida joylashgan bo‘lsa va bulardan *A* doza $a\%$ o'limni ($a < 50$) va B doza $b\%$ o'limni ($b > 50$) chaqirgan bo'lsa, unda

$$LD_{50} = A + (50-a) \cdot d/(b-a). \qquad (15.3)$$

Shuni ta'kidlash lozimki, «to'plangan chastotalar» jarayonida sinalayotgan moddaga hayvonlarning individual sezgirligi chegarasi variantlari «vazni» sun'iy ravishda oshirib boriladi. Natijada kichik dozalardan o'lim % i pasayib, yuqori dozalarda esa o'lim % i oshib ketadi. Shunday qilib, «to'plangan chastotalar» amali xarakteristik egrilik shaklining o'zgarishiga olib keladi. Bunda egrilikning markaziy qismi o'zgarmay qoladi va LD_{50} ko'rsatkichiga sistematik xatolik kiritilmaydi. O'z-o'zidan Berens usuli (LD_{10} va LD_{90}) ni aniqlashda yaroqsiz hisoblanadi.

Berens usulining amaliy qo'llanilishiga misol keltiramiz.

Tadqiqotchi tomonidan oq sichqonlarda tubazid preparatining toksikligini aniqlashda oq sichqonlar 8 tadan qilib guruhlarga ajratildi va tubazid eritmasi qorin bo'shlig'iga yuborildi. Har bir guruhdan o'lgan sichqonlar hisobga olindi. Olingan natija quyidagi 15.5-jadvalda keltirilgan:

15.5-jadval

Tubazid dozasi, mg/kg	O'lganlari/tirik qolganlari	Tubazid dozasi, mg/kg	O'lganlari/tirik qolganlari
150	0/8	180	6/2
160	1/7	190	7/1
170	4/4	200	8/0

Tubazidning toksikligini o'rganish, qayta ishlash jarayoni 15.6-jadvalda keltirilgan.

15.6-jadval

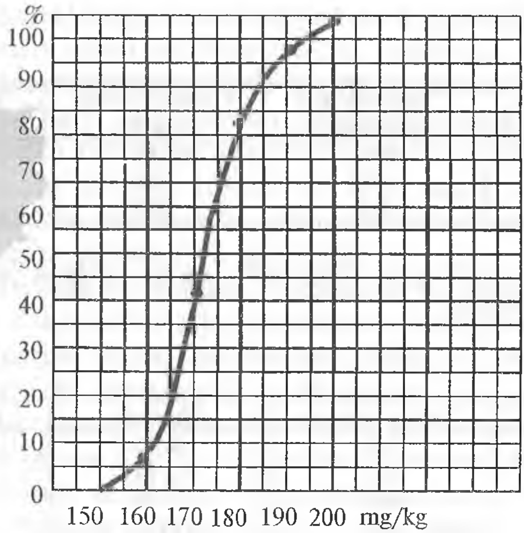
Doza, mg/kg	Tajriba natijasi	Chastota	O'lim, % da
150	0/8	0/22	0
160	1/7	1/14	6,7
170	4/4	5/7	41,7
180	6/2	11/3	78,6
190	7/1	18/1	94,7
200	8/0	26/0	100,0

Jadvalning 1-ustunida tubazidning ishlatilgan dozalari, 2-ustunida tadqiqot natijalari (surat — o'lgan hayvonlar; maxraj — tirik qolgan hayvonlar), 3-ustunida «to'plangan chastota» natijalari, 4-ustunida o'lim bilan tugagan holatlar protsenti. «To'plangan chastota» quyidagicha hisoblanadi. 150 mg/kg dozada 8 ta hayvonning hammasi tirik qolgan: 8+7+4+2+1=22 ta hayvon tirik qolgan (ya'ni, bu holatda tirik qolgan hayvonlar soniga boshqa dozalarda tirik qolgan hayvonlar soni qo'shiladi).

Doza 160 mg/kg bo'lganda 1 hayvon o'lgan, tirik qolganlari 7+4+2+1=14 ta. Doza 170 mg/kg bo'lganda 4+1=5 ta hayvon o'lgan (kichik dozada o'lgan hayvonlar soni qo'shiladi), tirik qolganlari 4+2+1=7 ta va h.k.

«To'plangan chastota» lar bo'yicha hisoblab topilgan o'lim holatlari uchun xarakteristik egrilikni chizamiz (15.3-rasm). Bu egri chiziqdan bizni qiziqtirayotgan qiymatni topamiz: LD_{50}=172,3 mg/kg. Yuqorida aytib o'tganimizdek, LD_{50} ning qiymatlarini grafik chizmasdan topsa bo'ladi. d=10, A=170 mg/kg, B=180 mg/kg, a=41,7 %; b=78,6 %.

$$LD_{50} = A + \frac{(50-a)\cdot d}{b-a} = 170 + \frac{(50-41,7)\cdot 10}{78,6-41,7} = 172,3 \text{ mg/kg}.$$



15.3-rasm. **«To'plangan chastota» lar bo'yicha tubazid preparati toksikligining xarakteristik egri chizig'i.**

Kyorber usuli (1931). Kyorber ED_{50} ni hisoblashning xarakteristik egrilik grafigini tasvirlashni talab qilmaydigan usulini ishlab chiqdi. Kyorber bo'yicha ED_{50} ni hisoblash uchun bevosita eksperiment ning natijalari ishlatiladi. Har bir guruhda, xuddi Berens usulida ishlatilganidek, bir xil miqdorda hayvonlar ishlatilishi kerak. Kyorber har bir guruh 6 hayvondan iborat bo'lishi yetarli deb hisoblaydi. Sinalayotgan dozalar orasidagi interval Kyorber ED_{50} ishlatilganda bir xil bo'lishi shart emas. 4—5 dozaning sinalishi yetarli bo'lib, bir tomondan, guruhda hech bir hayvonda samara bermaydigan, boshqa tomondan, guruhning hamma hayvonlarida samara beradigan doza kiritilishi kerak. ED_{50} ni aniqlash quyidagi formula orqali amalga oshiriladi:

$$ED_{50} = ED_{100} - E(zd)/m, \qquad (15.4)$$

bu yerda: ED_{100} — hisobga olinayotgan samarani guruhning barcha hayvonlarida chaqirgan, tadqiq qilinayotgan modda dozasi; d — ketma-ket 2 ta doza orasidagi interval; z — ketma-ket 2 ta dozalar ta'sirida hisobga olinayotgan reaksiya kuzatilgan hayvonlar sonining o'rtacha arifmetik kattaligi; m — har bir guruhdagi hayvonlar soni.

Kyorber usulining qo'llanilishi 15.7-jadvalda aks ettirilgan.

15.7-jadval

Doza, mg/kg	150	160	170	180	190	200
Tirik olganlari	8	7	4	2	1	0
O'lganlari	0	1	4	6	7	8
z		0,5	2,5	5,0	6,5	7,5
d		10	10	10	10	10
Zd		5,0	25,0	50,0	65,0	75,0

$m = 8$; $\sum(zd) = 5{,}0+25{,}0+50{,}0+65{,}0+75{,}0=220$; $LD_{100}=200$ mg/kg.
$LD_{50} = LD_{100} - \sum(zd)/m = 200-220/8 = 200-27{,}5 = 172{,}5$ mg/kg.

BERENS VA KYORBER USULLARINI QO'LLAB, STANDART XATOLIK ED_{50} QIYMATINI (haqiqiy qiymatga yaqin qiymatni) ANIQLASH

Berens yoki Kyorber usulini standart xatolik qiymati ED_{50} ni aniqlashda ishlatilgan vaqtda Geddam (1933) keltirgan empirik formuladan foydalanamiz. Bu formula tadqiqotlar natijasida, individual minimal effektiv dozalar taqsimotini Berens va Kyorber usullari bo'yicha topilgan egriliklar bilan taqqoslab topilgan. Geddam keltirgan formula bo'yicha standart xatolik ED_{50}:

$$S_{ED_{50}} = \sqrt{k \cdot S \cdot d / n}, \qquad (15.5)$$

bu yerda: S — taqsimot standarti; d — tekshirilayotgan dozalar oralig'i; n — har bir guruhdagi hayvonlar soni; k — doimiy ko'paytirgich: Berens usulida k=0,66; Kyorber usulida k=0,564.

Xarakteristik egrilik grafigidan ED_{84} va ED_{16} larning qiymatlari aniqlanib, taqsimot standarti qiymatini hisoblab topish mumkin. Taqsimot standarti qiymati shu kattaliklar farqining yarmiga teng, ya'ni

$$S = \frac{ED_{84} - ED_{16}}{2} \qquad (15.2)$$

Tubazidning toksikligi aniqlanayotgan tadqiqot ishi qiymatlari qayta ishlangan vaqtda grafikdan LD_{84}=183 mg/kg, LD_{16}=164 mg/kg ga tengligini topish mumkin (15.2-rasm). Yuqoridagilardan:

$$S = \frac{ED_{84} - ED_{16}}{2} = (183-164)/2 = 9{,}5 \text{ mg/kg}.$$

Bu masalada tekshirilanayotgan dozalar oralig'i d=10 mg/kg ga teng, hayvonlar soni n=8 ta. Shuning uchun LD_{50} standart xatolik Berens usuli bo'yicha aniqlanadi:

$$S_{ED_{50}} = \sqrt{k \cdot S \cdot d / n} = \sqrt{0{,}66 \cdot 9{,}5 \cdot 10 / 8} = 2{,}8 \text{ mg/kg}.$$

Kyorber usulidan foydalanilganda ED_{50} standart xatolikning qiymati tajribadan topilgan chastotalar bo'yicha qurilgan grafikdan topiladi. Keltirilgan masalada grafik chizish mumkin bo'lsa, LD_{84}=188 mg/kg, LD_{16}=158 mg/kg ga teng bo'ladi. Shunday qilib,

$$S = \frac{ED_{84} - ED_{16}}{2} = (188-158)/2 = 15 \text{ mg/kg}.$$

$$S_{ED_{50}} = \sqrt{k \cdot S \cdot d / n} = \sqrt{0{,}564 \cdot 15 \cdot 10 / 8} = 3{,}3 \text{ mg/kg}$$

Berens usuli yordamida tubazid uchun LD_{50} ning aniqlangan qiymati

$$LD_{50} = (172{,}3 \pm 2{,}8) \text{ mg/kg};$$

Kyorber usulida esa

$$LD_{50} = (172{,}5 \pm 3{,}3) \text{ mg/kg}.$$

Geddam formulasi bo'yicha hisoblab topilgan standart xatoliklarning qiymatlari taxminiy bo'ladi, chunki eksperimental nuqtalardan foydalanib, ko'rinishi murakkab bo'lgan egri chiziqni chizish qiyin. Shu grafikdan topilgan ED_{84} va ED_{16} lar aniq bir qiymatga ega bo'lmaydi. Bu qiymatlar esa taqsimotning standart xatoligini hisoblab topishda qo'llanilgan.

Berens usuli qo‘llanilganda topilgan ED_{50} ning qiymati bir muncha aniq hisoblanadi, chunki xarakteristik egrilik chizig‘ining o‘rtacha qismi to‘g‘ri chiziqqa yaqin bo‘ladi. Egrilik chizig‘ining bu qismini katta aniqlik bilan chizish mumkin.

Tajribalardan olingan natijalar Berens yoki Kyorber usulida qayta ishlangan vaqtda ED_{50} ning ishonchlilik chegara qiymatini hisoblash mumkin emas, chunki bu usullarda erkinlik darajasi tushunchasi yo‘q. Erkinlik darajasining qiymatiga ko‘ra Ilovadagi 3-jadvaldan t ning qiymati topiladi. Agar ED_{50} ning 2 ta qiymatini bir-biriga taqqoslash zarur bo‘lsa, u holda «Nolinchi gipoteza» va t testi yordamida qiymatni baholash mumkin bo‘ladi. Bunda ED_{50} ning 2 ta qiymati o‘rtasidagi farq 30 dan katta bo‘lsa, erkinlik darajalari soni uchun t ning qiymati Ilovadagi 3-jadvalning oxirgi qatoridan olinadi. Odatda, t ning qiymati quyidagi formuladan topiladi:

$$t = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) / \sqrt{S_{X_1}^{-2} + S_{X_2}^{-2}}\,. \qquad (15.6)$$

Masalan, tubazidning yangi seriyasi sintez qilindi. Bu preparat uchun Berens usuli bilan LD_{50} ning aniqlangan qiymati LD_{50} = =(184±3,6) mg/kg bo‘lsin. LD_{50} ning topilgan qiymati statistik ahamiyatga egami yoki uning qiymati tajriba hayvonlarining sezgirligi tebranishlari va tasodifiy xatoliklar chegarasida yotibdimi? Buning uchun t ning qiymatini (15.3) formuladan hisoblab topamiz:

$$t = (\overline{X_1} - \overline{X_2}) / \sqrt{S_{X_1}^{-2} + S_{X_2}^{-2}} = (184 - 172{,}3)/\sqrt{2{,}6^2 + 3{,}6^2} =$$

$$= 11{,}7/\sqrt{6{,}76 + 12{,}96} = 11{,}7 / \sqrt{19{,}72} = 11{,}7/4{,}44 = 2{,}61.$$

Bu topilgan qiymat Ilovadagi 1-jadvaldan t ning P=0,01 ehtimollikdagi eng kichik t=2,58 qiymatidan katta bo‘lgani uchun u P=0,01 ehtimollikka ega.

15.2-band χ^2 («XI-kvadrat») kriteriysi» mavzusida keltirilgan quyidagi qoida: Odatdagi farmakologik tajribalar uchun «Nolinchi va Konkurent gipoteza» lar quyidagicha taqqoslanadi:

Agar $P > 0{,}01$ bo‘lsa, «Nolinchi gipoteza» dan chetlashilmaydi;

Agar $P < 0{,}01$ bo‘lsa, «Nolinchi gipoteza» dan chetlashiladiga ko‘ra $P< 0{,}01$ bo‘lganligidan «Nolinchi gipoteza» dan chetlashiladi, «Konkurent gipoteza» o‘rinli bo‘ladi, ya’ni tubazidning yangi seriyasi eskisidan farq qilar ekan.

15.5. MILLER VA TEYNTER USULI

Miller va Teynter tomonidan ishlab chiqilgan tajriba natijalariga ishlov berishning anchagina sodda va tez amalga oshiriluvchi grafik usuli kuzatilgan tajribalar samaradorligiga mos keluvchi sinalayotgan dozalar logarifmi va teshiklar orasidagi bog'liqlikni o'rganishga asoslangan. Bu usul ED_{50} kattaligini va uning standart xatoligini qo'shimcha hisob-kitob amaliyotlarini qo'llamasdan aniqlash imkonini beradi. Miller va Teynter usuli tirqish-tahlil usuli beradigan ma'lumotlar miqdorini to'liq bera olish imkoniyatiga ega bo'lmasada, o'zini oddiyligi sababli farmakologik laboratoriyalarda keng miqyosda qo'llanilmoqda.

Bu usulning ustunligi shundaki, uning yordamida soni bo'yicha turlicha bo'lgan hayvonlar guruhlarida tekshirilayotgan birikma turli dozalarda sinalayotganda olingan *tajriba* natijalarga ishlov berish mumkin bo'ladi. Bunda, shunningdek, sinalayotgan dozalar orasidagi oraliq doimiy saqlanishini talab qilinmaydi.

Miller va Teynter usuli bo'yicha tajriba materiallariga ishlov berish quyidagi bosqichlardan iborat.

I bosqich. Tajriba natijalarini grafikka kiritish. Grafik logarifmik-teshikli qog'ozga quriladi. Hamma sinalayotgan dozalarga guruh hayvonlarining hech birida samara bermagan (0% effekt) va hamma hayvonlarda samara bergan (100% effekt) dozalardan tashqari dozalarga tegishli protsent to'g'ri keluvchi nuqtalar grafikda belgilanadi. Agarda biz tomonimizdan tuzilgan 6-jadvaldan foydalanilsa, samara protsentini hisoblash ishlaridan qutilish mumkin. Unda har bir satr guruhdagi hayvonlar ma'lum soniga, har bir ustun esa hisobga olinayotgan reaksiya kuzatilgan hayvonlar soniga mos keladi. Satr va ustun kesishgan joyda qavs ichida samara protsenti ko'rsatilgan.

Nazariy jihatdan 0% yoki 100% samara beradigan dozalar bo'lishi mumkin emas, chunki normal taqsimot egriligi asiptotik ravishda abssissalar o'qiga yaqinlashadi, lekin hech qayerda u bilan tutashmaydi. Shunga mos ravishda, 0% va 100% samaraga ekvivalent bo'lgan teshiklar ham mavjud emas. Shuning uchun tajribada 0% va 100% samara chaqirgan dozalar uchun «ishchi teshiklar»dan foydalaniladi. Ular «to'g'rilangan» samara protsentlariga mos keladi. Bartlett (1937) ning taklifi bo'yicha, guruhdagi hayvonlarning birortasida ham reaksiya chaqirmagan doza uchun «to'g'rilangan» samara protsenti $(0{,}25 \cdot 100/N)\%$ deb hisoblansa, guruh hayvonlarining barchasida samara bergan doza uchun esa $((N-0{,}25) \cdot 100)\%$ deb hisoblanadi. Bu yerda N — ushbu guruhdagi hayvonlar soni. Shu tariqa topilgan «to'g'rilangan» samara foizlari ham grafikka kiritiladi. Amalda bu dozalar uchun tajribada samara 0% va 100% ni ko'rsatgan bo'lsa-da, shu dozaga mos ravishda grafikka kiritiladi.

Biz tomonimizdan tuzilgan 7-jadval (ilovadagi) «to'g'rilangan» samara protsentlarini hisoblashdan ozod etadi. Bu jadvalda «to'g'rilangan» samara protsentiga mos keluvchi «ishchi teshiklar»-ning qiymatlari keltirilgan. Logarifmik-teshik to'rining o'ng tomonida berilgan teshiklar shkalasidan foydalanib, «ishchi teshiklar»ning qiymatlari grafikka kiritiladi.

II bosqich. Grafikka kiritilgan nuqtalar orqali to'g'ri chiziq o'tkazish. Odatda, tajriba ma'lumotlari asosida grafikka kiritilgan nuqtalar to'g'ri chiziq bo'ylab joylashmaydi. To'g'ri chiziq shunday o'tkazilishi kerakki, u grafikdagi nuqtalarga juda mos kelishi kerak. Miller va Teynter bu chiziqni shaffof chizg'ich yordamida chizishni tavsiya etishadi. Bunda shuni inobatga olish kerakki, tajriba nuqtalar qanchalik beshga teng bo'lgan teshik belgisiga yaqin bo'lsa, shuncha «vazn»da yuqori bo'ladi. To'rt va olti teshik sohasida joylashgan nuqtalar teshik 5 ga yaqin bo'lgan nuqtalarning 2/3 qismiga yaqin «vazn»ga ega bo'lsa, 3 va 7 teshiklar sohasida joylashgan nuqtalar esa 1/5 qism «vazn»ga ega bo'ladilar.

III bosqich. Grafikdan ED_{50}, ED_{16} va ED_{84} kattaliklarni topish. O'tkazilgan to'g'ri chiziqda teshik kattaligi 5 ga teng bo'lganda, mos keluvchi nuqta uchun to'g'ri keladigan doza qiymati abssissa o'qi bo'yicha topiladi.

Bu nuqtada ED_{50} hisoblanadi. To'g'ri chiziqda teshiklari 4 va 6 bo'lgan nuqtalarga to'g'ri keluvchi dozalar, mos ravishda ED_{16} va ED_{84} kattaliklarga to'g'ri keladi.

IV bosqich. ED_{50} ning standart xatoligini hisoblash. Yuqorida ko'rsatib o'tilganidek, ED_{84} (teshik=6) va ED_{16} (teshik=4) orasidagi farq taqsimot standartining ikkilanganiga teng: $ED_{84} - ED_{16} = 2S$. Bunga ko'ra Miller va Teynter ED_{50} ning standart xatoligini hisoblash uchun quyidagi formulani keltirishgan:

$$S_{ED_{50}} = 2S / \sqrt{2N'}, \qquad (15.7)$$

bu yerda: N' — to'g'ri chiziqdagi tirqishlarning 3,50 va 6,50 qiymatlariga mos kelgan guruhlardagi hayvonlar soni.

Masalan, organik sintez institutida yaratilgan «Fenilindandion qatori»ning yangi birikmalari oq sichqonlarda sinab ko'rilgan. Bunda birikmalar sichqonlarning qorin bo'shlig'i ichiga yuborilib, uning narkotik effekti ularning «yonbosh» holatiga qarab baholangan. Sichqonlar 6 tadan qilib guruhlarga ajratilgan. Har bir guruh sichqonlarida bitta yangi birikmaning bitta dozasi sinalgan. Ikkita birikma (V-35 va V-40) bilan o'tkazilgan tajriba natijalari 15.8, 15.9 jadvallarda keltirilgan.

15.8-jadval

V-35 birikmasi uchun

Doza, mg/kg	Kuzatilgan samara	Birikmaning ta'siri kuzatilgan sichqonlar miqdori, %da	Tuzatilgan samara, % da
1	2	3	4
167	0/6	0	(0,25·100)/6=4,16
200	2/6	33,3	(6–0,25)·100/6=95,83
233	4/6	66,6	
266	5/6	83,3	
300	6/6	100	

15.9-jadval

V-40 birikmasi uchun

Doza, mg/kg	Kuzatilgan samara	Birikmaning tisiri kuzatilgan sichqonlar miqdori, %da	Tuzatilgan samara, % da
1	2	3	4
80	0/6	0	(0,25·100)/6=4,16
100	1/6	16,7	(6–0,25)·100/6=95,83
120	3/6	50,0	
140	5/6	83,3	
140	6/6	100	

Bu jadvaldagi 1-ustun — tekshirish o'tkazilayotgan dozalar, 2-ustun — kuzatilgan effekt (suratda — «yonbosh» holat kuzatilgan sichqonlar soni, maxrajda — guruhdagi sichqonlar soni); 3-ustun — protsentlarda ifodalangan effekt, 4-ustun — berilgan dozada bitta ham sichqon «yonbosh» holat kuzatilmaganda doza effektining «to'g'rilangan» qiymati va bunda guruhlardagi sichqonlarda bu reaksiya kuzatilgan.

Jadvallardagi 3- va 4-ustunlardagi qiymatlardan logarifmik-tirqish to'riga mos kelgan nuqtalarni kiritamiz. Ko'zimizga moslashtirib to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz.

Ikkala preparat uchun abssissalar o'qidan ED_{50}, ED_{16} va ED_{84} ga mos kelgan dozalarni topamiz.

V-35 uchun: ED_{50}=217 mg/kg, ED_{16}=185 mg/kg, ED_{84}=258 mg/kg.

V-40 uchun: ED_{50}=118 mg/kg, ED_{16}=98 mg/kg, ED_{84}=114 mg/kg.

V-35 birikmasi uchun ED_{50} standart xatolikni hisoblab topamiz.

Birinchi N'ning qiymatini aniqlaymiz. Grafikdan qiymatlari 3,50 va 6,50 tirqishlar orasidan sinalgan dozalardan 3 ta yotishini aniqlaymiz (200, 233 va 266 mg/kg). Har bir dozani sinab ko'rish uchun 6 tadan hayvon ishlatilgani uchun N'=18. Bundan

$$S'_{ED_{50}} = \frac{2S}{\sqrt{2N'}} = \frac{ED_{84} - ED_{16}}{\sqrt{2N'}} = \frac{258 - 185}{\sqrt{2 \cdot 18}} = \frac{73}{6} = 12,2 \text{ mg/kg}.$$

Xuddi shunday qilib, V-40 uchun ham standart xatolikni hisoblaymiz. 3,50—6,50 chegarasida o'tkazilgan to'g'ri chiziqda V-40 birikmasi uchun 3 ta dozaga mos nuqtalar joylashgan: 100, 120 va 140 mg/kg.

$$N'=18; \quad S'_{ED_{50}} = \frac{2S}{\sqrt{2N'}} = \frac{ED_{84} - ED_{16}}{\sqrt{2N'}} = \frac{144 - 98}{\sqrt{2 \cdot 18}} = \frac{46}{6} = 7,7 \text{ mg/kg}.$$

MILLER VA TEYNTER BO'YICHA MATERIALNI QAYTA ISHLASHDA FARMAKOLOGIK FAOLLIKNI SOLISHTIRIB BAHOLASH

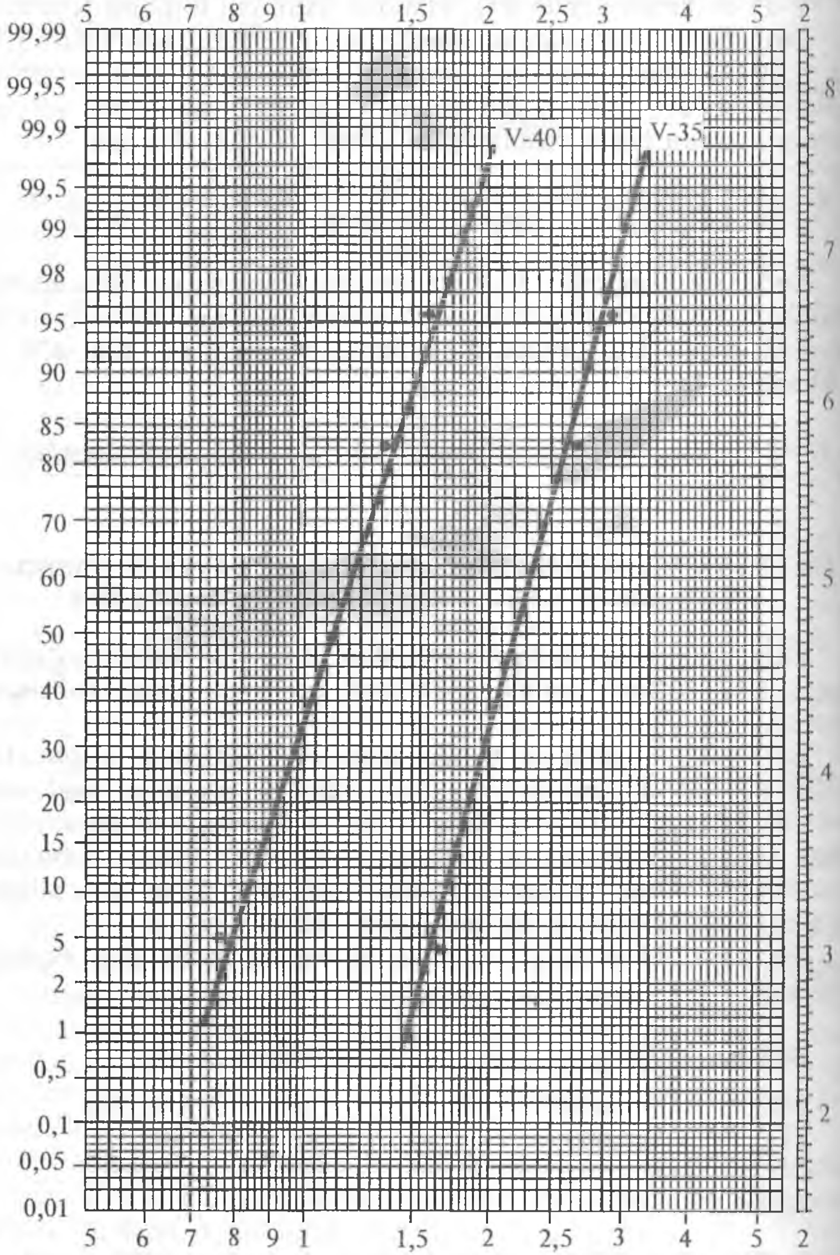
Yuqoridagi misolda tajriba natijalari Miller va Teynter bo'yicha qayta ishlanishini farmakologik faollikni o'rganishga tadbiqini ko'rdik.

Ko'rsatilib o'tilganidek, bunday taqqoslash birikmalar uchun chizilgan dozalar va ularning hosil qilgan effektlari orasidagi bog'lanish parallel bo'lganda to'g'ri bo'ladi. Miller va Teynter usuli parallellikning obektiv kriteriysini bermaydi. Bu ko'z bilan chamalab baholanadi. Bunday chamalanganda V-35 va V-40 ga mos kelgan to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi kerak (15.4-rasm).

Biz qayta ishlaganimizda olingan tajriba natijalarini qisqa shaklda yozamiz.

Birikma V-35	**Birikma V-40**
ED'_{50} = 217 mg/kg	ED''_{50} = 118 mg/kg
ED'_{16} = 185 mg/kg	ED''_{16} = 98 mg/kg
ED'_{84} = 258 mg/kg	ED''_{84} = 114 mg/kg
N'_1 = 18	N'_2 = 18

A. ED_{50} ning aniqlangan qiymatlari uchun ishonchlilik chegarasini hisoblash. ED_{50} ning har bir aniqlangan qiymati uchun ishonchlilik chegarasini topish mumkin. Hisoblangan chegaradan ED_{50} ning haqiqiy qiymati chiqib ketish ehtimolligi P=0,05 ga teng



15.4-rasm. **Miller va Teynter usulida logarifmik-teshik to'rida grafikning chizilishi.**

deb hisoblaymiz. V-35 birikmasi uchun ED_{50} ning quyi ishonchlilik chegarasi $217-12{,}2 \cdot t$ ga teng bo'ladi. Mos ravishda, yuqori ishonchlilik chegarasi $217+12{,}2 \cdot t$ ga teng bo'ladi. $P=0{,}05$, erkinlik darajalari soni $f = N''-1=17$ ga teng bo'lganda t ning qiymati *I* jadvaldan olinadi. Tegishli katakdan $t=2{,}11$ ga tengligini topamiz.

Quyi ishonchlilik chegarasi: $ED'_{50} = 217-12{,}2 \cdot 2{,}11=217-25{,}7= =191{,}3$ mg/kg;

Yuqori ishonchlilik chegarasi: $ED = 217+25{,}7=242{,}7$ mg/kg.

Bu natijani quyidagicha yozish mumkin: $ED'_{50}=217 \cdot (191{,}3 \div \div 242{,}7)$ mg/kg.

Xuddi shu yo'l bilan V-40 uchun ishonchlilik chegaralari:

quyi: $118-7{,}7 \cdot 2{,}11=118-16{,}2=101{,}8$ mg/kg;

yuqori: $118+16{,}2=134{,}2$ mg/kg

yoki $ED''_{50} =118 \cdot (101{,}8 \div 134{,}2)$ mg/kg.

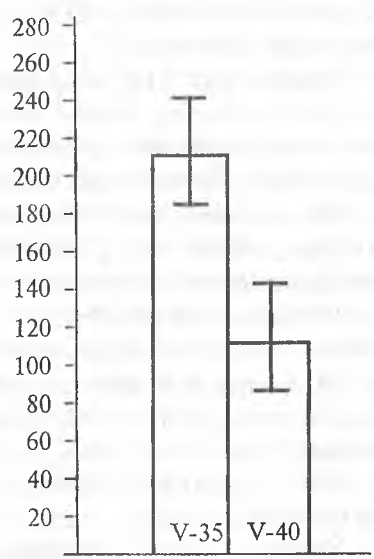
Ishonchlilik chegaralarining qiymatlaridan ko'rinib turibdiki, V-35 va V-40 birikmalarining narkotik faolligining farqi ED_{50} ning ishonchlilik oralig'i bir-birini qoplamaydi. Bu faktni ED_{50} qiymati bilan uning ishonchlilik chegaralarini solishtiradigan ustun diagrammasi ham tasdiqlaydi (15.5-rasm).

B. ED_{50} qiymatlarini taqqoslab, ishonchlilik chegaralarining farqini hisoblash. ED_{50} larning farqi V-35 va V-40 birikmalari uchun $d=217-118=99$ mg/kg ga teng. Bu farq uchun standart xatolikni hisoblaymiz. Bu qiymat ED_{50} qiymatlarning yig'indisidan kvadrat ildiz chiqarilganiga teng:

$$S_{01} = \sqrt{S^2_{ED'_{50}} + S^2_{ED''_{50}}} = .$$

$$= \sqrt{12{,}2^2 + 7{,}7^2} = 14{,}4 \text{ mg/kg}$$

ED_{50} ning qiymatlaridan $S_d \cdot t$ ko'paytmani ayirib quyi chegara va shu ko'paytmani qo'shib yuqori chegara qiymati topiladi. t ning qiymati ilovadagi *I* jadvaldan topiladi, $f=N'_1+N'_2-2=18+18-2=34$ bo'lganda $f > 30$ uchun 3-jadvalning oxirgi qatorlaridan foy-



15.5-rasm. **Berilgan ishonchlilik oralig'ida V-35 va V-40 birikmalarining ED_{50} ni qiymatlari bo'yicha narkotik faolligi** dalanish mumkin. Agar $P=0,05$ bo'lsa, 3-jadvaldan $t=1,96$ bo'ladi. Bundan quyi ishonchlilik chegarasi taqqoslanayotgan qiymatlar uchun $ED_{50}=99-14,4\cdot 1,96=99-28,2=70,8$ mg/kg; yuqori ishonchlilik chegarasi $\approx 99+28=127,2$ mg/kg bo'ladi. Bu natijani quyidagicha yozish mumkin: $P=0,05$ bo'lganda $d=99\cdot(70,8\geq 127,2)$ mg/kg.

Ehtimollikning qiymati $P=0,05$ bo'lganda ikkala ishonchlilik chegarasi musbat bo'lgani uchun ED_{50} ning qiymati statistik ahamiyatga ega bo'ladi.

D. *t* yordamida «nolinchi gipoteza» ehtimolligining sathini aniqlash.

«Nolinchi gipoteza» bilan tasavvur qilamiz, ya'ni taqqoslanayotgan ED_{50} ning qiymatlarida aytarlicha farq yo'q. Bu gipotezani tekshirish uchun (10) formuladan t ning qiymatini topamiz:

$$t=\frac{ED'_{50}-ED''_{50}}{\sqrt{S^2_{ED_{50}}+S^2_{ED_{50}}}}=\frac{99}{14,4}=6,87.$$

3-jadvalning oxirgi qatoridagi t ning qiymati bilan hisoblangan qiymati taqqoslanadi. t ning hisoblangan qiymati jadvaldagi qiymatdan sezilarli darajada kichik bo'lgani uchun «nolinchi gipoteza» ning ehtimolligi $P << 0,001$ deb olamiz. Bu bizga «nolinchi gipoteza» ni rad etib, ED_{50} kattaliklarning statistik ahamiyati katta ekanligini ko'rsatadi.

Hisoblangan ED_{50} ning qiymatlaridan kelib chiqib, solishtirilayotgan birikmalarning nisbiy faolligini aniqlash mumkin, ya'ni agar gap bir nechta birikmalar haqida borayotgan bo'lsa, ularning bittasi birlik qilib olinib, farmakologik faolligi nisbiy sonlar bilan ifodalanadi.

Shuni hisobga olish kerakki, nisbiy faollik — ED_{50} ga teskari bo'lgan kattalik (ED_{50} ning kichik qiymatlari yuqori farmakologik faollikka ega bo'lganligini ko'rsatadi).

Berilgan misolda V-35 va V-40 lar uchun ED_{50} qiymatlarining nisbati 217:118=1,18 ga teng. V-35 birikmasining narkotik faolligini birga teng deb qabul qilsak, V-40 birikmasining nisbiy faolligi 1,83 bo'ladi. Agar buning teskarisini olsak, ya'ni V-40 ning narkotik faolligi birga teng bo'lsa, V-35 uchun nisbiy faollik 1/1,83=0,546 bo'ladi. Teskari kattaliklarni hisoblash uchun alohida jadvallardan foydalanish qulaydir.

Shuni ta'kidlash kerakki, Miller va Teynter usulida nisbiy farmakologik faollikni hisoblagan vaqtda topilgan nisbiy faollik kattaliklarining ishonchlilik chegaralarini aniqlash imkoni yo'q. Shuning uchun birikmalar nisbiy faolligi statistik ahamiyatga ega deb, berilgan shart qo'yilgan bo'lishi kerak. Masalan, t testi yordamida shu birikmalar ED_{50} kattaliklarining farqi statistik ahamiyatga ega.

ODDIY MILLIMETRLI TO'R YORDAMIDA TAHLIL QILISHNING O'ZIGA XOSLIGI

Miller va Teynter usuli grafikni logarifmik-tirqishli to'rga chizishga asoslangan bo'lsa-da, uning yordamida ko'p vaqt ajratmasdan turib, grafikni oddiy millimetrli qog'ozda ham chizsa bo'ladi. Bu holda natijalarning aniqligi yanada ortadi, chunki millimetrli qog'ozda chizilgan vaqtda masshtabni o'zimiz tanlab olamiz. Millimetrli qog'ozga ma'lum bir o'lchamda (20×28 sm dan kichik bo'lmagan) to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi chiziladi. Ordinatalar o'qiga tirqishlar qo'yiladi, bunda 1 sm ga 0,2 tirqish mos keladi.

Ordinatalar o'qining uzunligi yordamida bo'lishi kerak, chunki unda 2,4 dan boshlab tirqishlar 7,4 gacha, ya'ni 25 sm dan kichik bo'lmagan. Bu o'qda logarifmik shkala bo'yicha sinalgan dozalarning qiymatlari qo'yiladi. Buning uchun hisob chizg'ichining qo'zg'aladigan qismidan foydalaniladi. Chizg'ichning qo'zg'aladigan qismida yuqori shkala bo'lib, unga logarifmik bo'limlarning 2 ta sikli, quyi shkalaga esa 1 ta sikl kiritilgan. Aniqroq qiymatlar quyi shkala bilan ishlanganda olinadi, chunki bunda dozalar masshtabi birmuncha cho'ziladi.

Chizg'ichning qo'zg'aladigan qismining chegarasi abssissalar o'qiga shunday moslashtiriladiki, bunda koordinatalar boshi bilan shkalaning nomi mos tushsin. Sinalgan doza qiymatlari shkaladan abssissalar o'qiga ko'chiriladi. Bu dozalarning qiymatiga qarab ba'zi hollarda chizg'ich shkalasining boshini emas, balki uning aniq bir bo'limini koordinatalar o'qining boshiga qo'yiladi. Sinalgan doza qiymatlarini abssissalar o'qiga aniqroq joylashtirish chizmachilik sirkuli yordamida amalga oshiriladi. Keyin grafikka tajribada olingan qiymatlar qo'yiladi. Buning uchun 6-jadvaldan (ilova) tirqishlarning dozalarga mos kelgan qiymatlari topiladi, guruhdagi barcha hayvonlarda effekt kuzatilgan va bitta ham hayvonda effekt kuzatilmagan hollar uchun olinmaydi. Bu dozalar uchun 7-jadvaldan (ilova) «ishchi» tirqishlarning qiymatlari topiladi. Yuqorida bayon etilganidek, grafikda tasvirlangan nuqtalar bo'yicha to'g'ri chiziq o'tkaziladi. ED_{50}, ED_{16} , ED_{84} kattaliklarni aniqlash uchun hisob chizg'ichining qo'zg'aladigan qismini abssissalar o'qiga sinalgan dozani aniqlashdagi kabi holatda qo'yiladi va tirqishlarning o'lchamlari 5, 4, 6 bo'lgan dozala qo'yiladi.

O'lchash sirkuli ishlatilsa yana ham yaxshi. Qolgan tahlil xuddi logarifmik-tirqish to'ridagi kabi amalga oshiriladi.

Miller va Teynter usulida tajriba materialini tahlil qilishning millimetrli qog'ozdagi tasviri sifatida V-35 birikmasining narkotik faolligini aniqlashni misol qilib keltiramiz.

15.8 jadvalda birikmaning har bir dozasi sinalganda (suratda «yonbosh» holatga o'tgan hayvonlar soni, maxrajda — guruhdagi hayvonlar soni) 6-jadvaldan shu effektlarga mos kelgan tirqishlar va «ishchi» tirqishlar 7-jadval (ilova) bo'yicha topilgan, bunda tajriba davomida sinalgan dozalar effekt bermagan yoki guruhdagi barcha hayvonlarda effekt kuzatilgan.

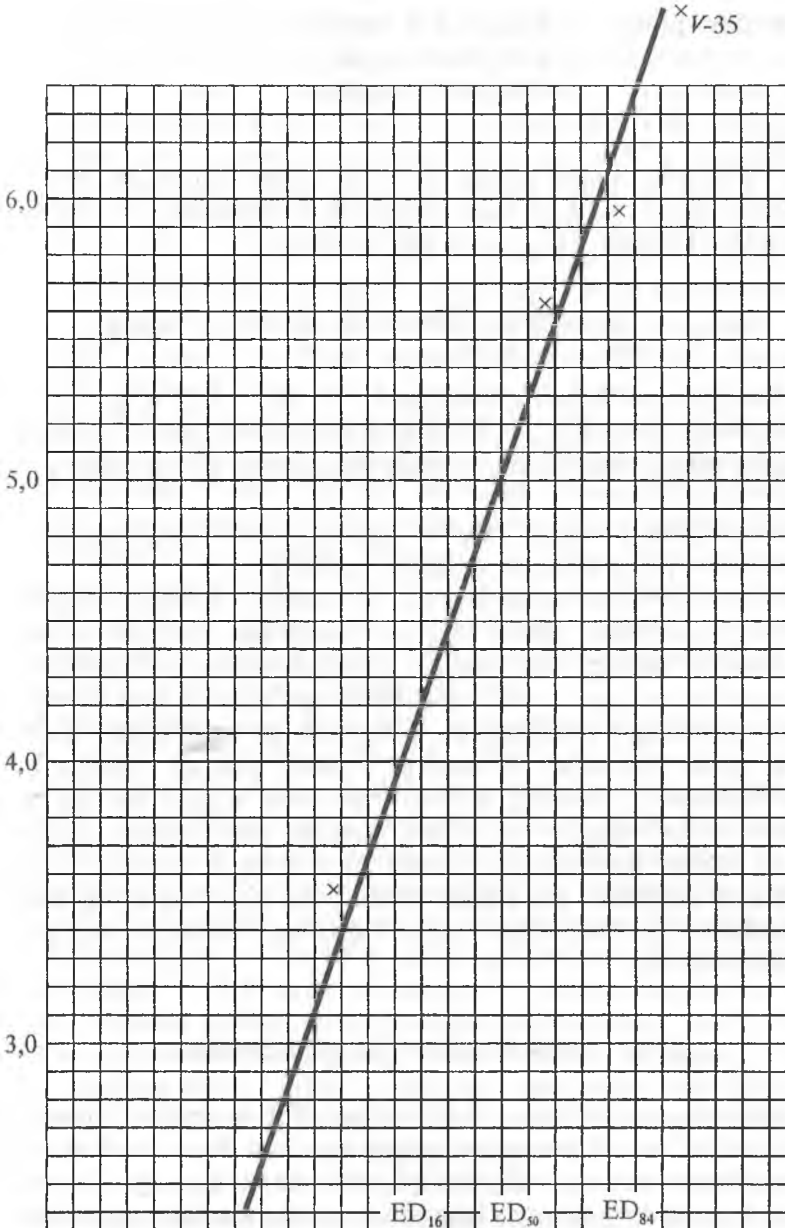
15.10-jadval

V-35 birikmasi uchun

Doza, mg/kg	Kuzatilgan samara	Birikmaning ta'siri kuzatilgan sichqonlar miqdori, % da	Tuzatilgan samara, % da
1	2	3	4
167	0/6	0	(0,25·100)/6=4,16
200	2/6	33,3	(6–0,25)·100/6=95,83
233	4/6	66,6	
266	5/6	83,3	
300	6/6	100	

Millimetrli qog'ozga to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini chizamiz (15.7-rasm). Ordinata o'qiga tirqishlar shkalasini joylashtiramiz. Abssissalar o'qiga logarifmik shkala bo'yicha sinalgan doza qiymatlarini kiritish uchun hisob chizg'ichining qo'zg'aladigan qismidan foydalanamiz. Koordinatalar boshi bilan shkalaning boshini moslashtiramiz, sinalgan doza qiymatlarini abssissalar o'qining bo'limlariga joylashtiramiz. 15.18-jadvalning 3- va 4-ustunlaridagi qiymatlarini grafikka joylashtiramiz. Kiritilgan nuqtalar bo'yicha to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Keyin yana abssissalar o'qi bilan chizg'ichning qo'zg'aladigan qismi boshini solishtiramiz va shkala bo'yicha tirqishlar qiymati 4, 5, 6 bo'lgan nuqtalarga mos kelgan doza qiymatlari topiladi.

O'tkazilgan to'g'ri chiziqdan tirqishi 4 ga teng bo'lgan nuqta uchun doza 185 mg/kg, tirqish 5 ga teng bo'lganda doza 218 mg/kg, tirqish 6 ga teng bo'lganda doza 253 mg/kg bo'ladi.



15.6-rasm. **Millimetrli qog'ozda grafik chizishning Miller va Teynter usuli.**

Shunday qilib, ED_{50}= 218 mg/kg
ED_{16}=185 mg/kg
ED_{84}=253 mg/kg

bo'ladi.

N'-dozalarni sinash uchun kerak bo'lgan hayvonlar soni. U tirqishlar qiymati 3,50 va 6,50 oralig'ida o'zgarganda 18 ga teng.

Standart kattalik ED_{50} quyidagicha bo'ladi:

$$S_{ED50} = \frac{2S}{\sqrt{2N'}} = \frac{ED_{84} - ED_{16}}{\sqrt{2N'}} = \frac{256 - 185}{\sqrt{2 \cdot 18}} = 11,3\,\text{mg/kg}\,.$$

Bu natijalarni logarifmik-tirqish to'rida tahlil qilganimizda ED_{50}=217 mg/kg va S_{ED50}=12,2 mg/kg ga teng bo'lganini eslaymiz. Tahlilning ikkala usuli ham umuman olganda bir-biriga yaqin natija beradi.

Doza shkalasi biroz cho'ziq bo'lgan millimetrli qog'ozga chizilgan grafik bo'yicha olingan natijalar aniqroqdir.

Geddam (1933) o'zining normal ekvivalent birliklaridan og'ish effekti bo'yicha tahlil qilish usulida logarifmik-tirqishlar to'ridan ko'ra oddiy to'rni afzal deb biladi (logarifmik ehtimollik deb ataydi).

Abssissalar o'qiga doza logarifmini qo'yish uchun Geddam logarifm jadvalidan foydalanadi. Chizg'ich qo'zg'aladigan qismini sinalgan doza qiymatlari shkaladagi 2 siklni qamrab olganda ham ishlatish mumkin. Buning uchun abssissalar o'qida oxiriga mos keluvchi nuqta belgilab va shkala boshini shu nuqtaga keltirib, ikkinchi siklda joylashgan dozalar qiymatini abssissalar o'qiga joylashtirish mumkin. Bu albatta birmuncha qiyinchilik tug'diradi, 2 ta logarifmik sikl joylashgan yuqori shkalaga nisbatan katta aniqlikni ta'minlaydi.

15.6. FARMAKOLOGIK TA'SIR KENGLIGI

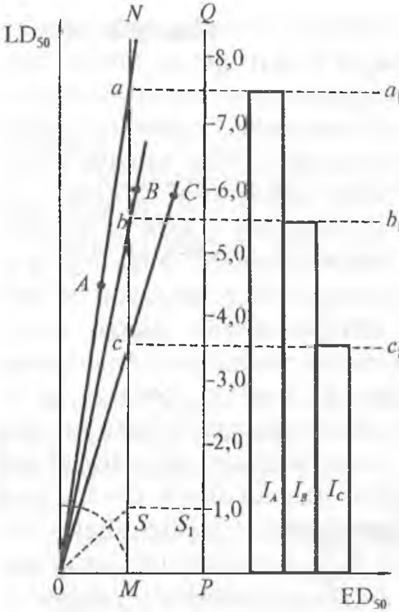
Farmakologik moddaning dori vositasi sifatida amaliy bahosining xarakteristikasi uchun samara beradigan minimal doza va toksik ta'sir etadigan doza orasidagi oraliq hal qiluvchi ahamiyatga ega. Bu oraliq terapevtik ta'sir kengligi deb belgilanib, ushbu moddaning davolash maqsadida ishlatish mumkin bo'lgan xavfsizlik darajasini xarakterlaydi.

O'z-o'zidan tushunarliki, farmakologik moddaning terapevtik ta'sir kengligi haqidagi tasavvur ularni klinik sinovi paytidagina paydo bo'ladi. Qator sabablar tufayli terapevtik ta'sir kengligini tajribada aniqlab bo'lmaydi. Birinchidan, odamning farmakologik modda ta'siriga sezgirligi tajriba hayvonlarining sezgirligidan ancha farq qiladi. Ikkinchidan, farmakologik moddaning ta'sir samarasi tajriba sharoitida yoki sog'lom hayvonlarda yoki patologik o'zgarishlar tajriba yo'li bilan chaqirilgan hayvonlarda baholanadi. Ular albatta klinikada uchraydigan patologik o'zgarishlar bilan anolog emas va, nihoyat, uchinchidan, farmakologik agentlarning toksik ta'sirining birinchi belgilari, subyektiv belgilar (bosh aylanishi, bosh og'rig'i, ko'ngil aynishi, eshitish buzilishi va boshqalar) bilan namoyon bo'ladi va bu belgilar tajribada umuman aniqlanmaydi. Lekin yangi farmakologik agentning sinovi asosida ushbu modda yoki analogning shunday miqdoriy parametrlari aniqlanishi kerakki, bularga ko'ra shu modda va shunga o'xshash ta'sir xarakteriga ega bo'lgan boshqa moddalarning kutilayotgan terapevtik ta'sir kengligini oriyentirlangan bahosini berish mumkin bo'lsin. Berilgan farmakologik moddaning xavfsizlik darajasini ko'rsatuvchi bu parametrlar tajriba sharoitida farmakologik ta'sir kengligini ifodalaydi. S. V. Anichkov tavsiya qilgan bu atama farmakologning kundalik hayotiga kiritilishi maqsadga muvofiq bo'lsa-da, biroq yuqorida keltirilgan mulohazalardan farmakologik ta'sir kengligi va terapevtik ta'sir kengligi tushunchalari bir xil tushuncha emasligi kelib chiqadi.

Farmakologik ta'sir kengligini xarakterlovchi parametr sifatida Erlix *terapevtik indeks* atamasini taklif etdi. Bu atama tajriba hayvonlarida o'lim boshlanishidagi maksimal dozaning kutilgan da'vo ta'siri boshlanishidagi minimal dozaga nisbati bilan o'lchanadigan kattalikni bildiradi. O'lim boshlanishidagi maksimal doza va kutilgan da'vo ta'siri boshlanishidagi minimal doza tushunchalari mavhum va qandaydir miqdorda tajriba uchun olingan hayvonlar soniga bog'liq kattaliklar bo'lgani uchun Erlix taklif etgan terapevtik indeks atamasi farmakologik ta'sir kengligi uchun qat'iy yetarli parametr bo'la olmaydi. Shuning uchun hozirgi vaqtda farmakologik ta'sir kengligi xarakteristikasi sifatida quyidagi o'rtacha o'lim dozasining o'rtacha davo dozasiga nisbati bilan ifodalangan indeksdan foydalaniladi:

$$k = LD_{50} / ED_{50}.$$

Bir necha moddalarning farmakologik ta'sir kengligi o'zaro qiyosiy taqqoslanganda M. L. Belenkiy (1959) tomonidan taklif etilgan grafik usuldan foydalanilsa, ish oson, tez va dastlabki hisoblashlarsiz bajariladi. Buning uchun millimetrli qog'ozda abssissalar o'qiga ED_{50}, ordinatalar o'qiga LD_{50} ning qiymatlarini joylashtirib, to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi chiziladi va tadqiq etila-



15.7-rasm. **Farmakologik ta'sir kengligi diagrammasi.**

yotgan moddalarning qiymatlariga mos nuqtalar (*A*, *B*, *C*,...) belgilanadi (15.7-rasm). Koordinatalar boshi bilan belgilangan nuqtalar orqali to‘g‘ri chiziqlar (*OA*, *OB*, *OC*,...) o‘tkaziladi. Bu yerda qaysi moddaning farmakologik ta'sir kengligi katta bo‘lsa, shu moddaga to‘g‘ri kelgan nuqtadan o‘tgan to‘g‘ri chiziqning abssissalar o‘qi bilan hosil qilgan burchagi katta bo‘ladi. Abssissalar o‘qining ixtiyoriy biror *M* nuqtasidan *MN* perpendikular o‘tkaziladi, bu perpendikulyar *OA*, *OB*, *OC*,... to‘g‘ri chiziqlarni A_1, B_1, C_1,... nuqtalarda kesib o‘tadi. A_1, B_1, C_1, ... nuqtalardan abssissalar o‘qiga parallel A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, ... to‘g‘ri chiziqlar chiziladi. Hosil qilingan diagramma mos ravishda tadqiq etilayotgan moddalarning farmakologik ta'sir kengligini ifodalaydi. Diagrammani masshtabga ajratish uchun abssissalar o‘qidagi *M* nuqtadan boshlab *OM* kesmaga teng *MP* kesma ajratamiz va *P* nuqtadan abssissa o‘qiga perpendikular *PQ* to‘g‘ri chiziq o‘tkaziladi va *MP* kesmaga teng bo‘laklarga ajratiladi. Bu bo‘laklar farmakologik ta'sir kengligining indeksi qiymatlariga mos keladi.

15.7. ATRAPINGA O‘XSHASH VA GISTAMINGA QARSHI FAOLLIKNI MIQDORIY BAHOLASH

Klark va Roventos (1937) tadqiq qilinayotgan birikmalarni atrapinga o‘xshash va gistaminga qarshi faollik xususiyatlariga miqdoriy baho berish hamda tadqiq qilinayotgan modda ta'sirining bu ikki tomonini o‘zaro solishtirish imkonini beruvchi usulni ishlatishgan. Bu usul keyinchalik Shild (1947; 1949) tomonidan rivojlantirilgan va mukammallashtirilgan. Bu usuldan foydalanib, papaveringa o‘xshash xususiyatlarni baholash ham mumkin. Atrapinga o‘xshash faollik tadqiq qilinayotgan moddaning atsetilxoling bilan antagonistligi, gistaminga qarshi faollikni — gistamin bilan antagonistligi, papaveringa o‘xshash faollikni — bariy xlorid bilan antogonistligi asosida baholanadi.

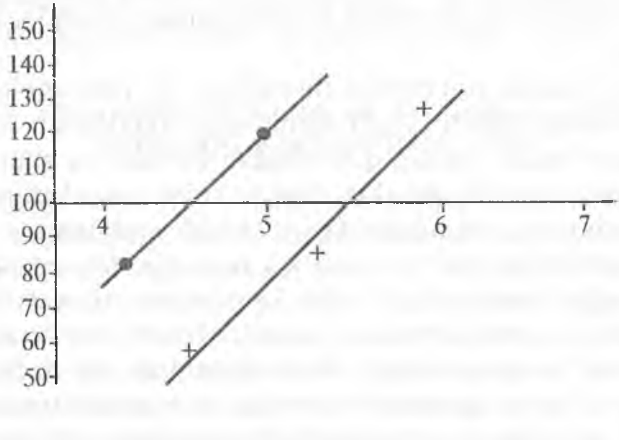
Shild usulini qo‘llash uchun dengiz cho‘chqasi yo‘g‘on ichagining alohida ajratilgan (izolatsiyalangan) qismi qulay obyekt bo‘lib hisoblanadi. Dengiz cho‘chqasi ichagining quyon ichagiga nisbatan ustunligi shundaki, Renger-Lok eritmada uning normal ish faoliyatida to‘sqinlik qilayotgan kuchsiz ritmik qisqarishni kuzata oldi. Tajriba davomida ichak kesimidagi tarkib harorat rejimining doimiyligi, suyuqlik aeroziya xarakterining doimiyligi, tadqiq qilinayotgan modda ta’siri davomiyligining qat’iy bir xilligini ta’minlash kerak. Shild tajribani ikki variantda qo‘llagan. Birinchi variantda davomiylik 2 minutni, boshqasida esa 14 minutni tashkil etgan. Ta’sirlar orasidagi oraliqlar tengligi ta’minlanishi lozim. Bu sharoitlarga rioya qilmaslik tajriba natijalariga o‘z ta’sirini ko‘rsatadi.

Tadqiq qilinayotgan moddaning atrapinga o‘xshash faolligini baholash uchun tajriba quyidagicha tartibda o‘tkazildi. Ichak bo‘lagini maksimal qisqarishiga olib kelmaydigan atsetilxolinning ma’lum bir konsentratsiyasi ta’siriga ichak bo‘lagining qisqarish reaksiyasi qayd qilinadi. Atsetilxolinning ichak bo‘lagidan yuvib tashlanib, ichak devoriga ma’lum konsentratsiyali tadqiq qilinayotgan modda ta’sir ettiriladi. So‘ngra boshlang‘ichga nisbatan 10 marta katta konsentratsiyali (10 c) atsetilxolinning samarasi sinab ko‘riladi. Bunda kuzatiladigan qisqarish reaksiyasi boshlang‘ichga nisbatan kuchliroq bo‘lishi (agar tadqiq qilinayotgan moddaning sinalgan konsentratsiyasi kuchsiz atrapinga o‘xshash ta’sir ko‘rsatsa) yoki boshlang‘ichga nisbatan kuchsizroq bo‘lishi mumkin (agar tadqiq qilinayotgan moddaning sinalgan konsentratsiyasi sezilarli darajada atrapinga o‘xshash ta’sir etsa).

Birinchi holatda yuqoriroq konsentratsiyali, ikkinchi holatda esa pastroq konsentratsiyali tadqiq qilinayotgan moddadan foydalanib, tajriba takrorlanadi. Tadqiq qilinayotgan moddaning shunday konsentratsiyalari sinalishi kerakki, ular ta’sirida atsetilxolinning 10 c konsentratsiyasi ta’siri natijasidagi qisqarish reaksiyasi, c konsentratsiyali atsetilxolinning boshlang‘ich reaksiyasidan ortgan bo‘lsin. Shunday hollar ham bo‘ladiki, 10 c konsentratsiyali atsetilxolinning ta’sir reaksiyasi s konsentratsiyali atsetilxolinning boshlang‘ich ta’sir reaksiyasidan kamroq bo‘ladi. Kimogrammada ichak bo‘lagining atsetilxolin ta’sirida qisqarish balandligi 10 c konsentratsiya uchun o‘lchanadi va natija c konsentratsiyali atsetilxolin ta’sirida vujudga kelgan boshlang‘ich qisqarish balandligiga nisbatan protsentlarda (%) ifodalandi.

Tajribalardan olingan natijalar abssissalar o'qiga tadqiq qilinayotgan modda konsentratsiyasi logarifmining manfiy ishora bilan olingan qiymatlari, ordinatalar o'qiga esa ichak bo'lagining atsetilxolin ta'sirida qisqarish balandligining 10 c konsentratsiya uchun o'lchangan qiymati (c konsentratsiyali atsetilxolin ta'sirida vujudga kelgan boshlang'ich qisqarish balandligiga nisbatan) protsentlarda joylashtirilgan koordinatalar sistemasida nuqtalar ko'rinishida tasvirlanadi (15.8-rasm). Hosil qilingan nuqtalardan to'g'ri chiziq o'tkaziladi va bu grafikdan tadqiq qilinayotgan modda konsentratsiyasi logarifmining manfiy ishora bilan olingan qiymatlari 100% samaraga nisbatan topiladi. Bu kattalik eritmalarning pH ko'rsatkichiga o'xshash kattalik, uni Shild pA_{10} ko'rinishda belgilashni kiritgan. pA_{10} kattalik tadqiq qilinayotgan modda konsentratsiyasi logarifmining manfiy ishora bilan olingan qiymati bo'lgani uchun u ichak bo'lagining atsetilxolin ta'siriga sezgirligini 10 marta kamaytirilgan qiymatini ko'rsatadi. Demak, pA_{10} qancha katta qiymatga ega bo'lsa, tadqiq qilinayotgan moddaning atrapinga o'xshash faolligi shunchalik yuqori bo'ladi.

Atsetilxolin o'rniga gistamin ishlatilsa, yuqoridagi usul bilan tadqiq qilinayotgan moddaning gistaminga qarshi xususiyatini xarakterlovchi pA_{10} ning qiymatini topish mumkin, agar xlorid bariy ishlatilsa, papaveringa o'xshash xususiyatini xarakterlovchi pA_{10} ning qiymatini topish mumkin. Tadqiq qilinayotgan moddaning farmakologik faolligi kuchsiz bo'lsa, ayrim hollarda pA_{10} ko'rsatkich o'rniga pA_5 yoki pA_2 ni aniqlash ham mumkin.



15.8-rasm.

ILOVALAR

1-jadval

$\Phi(x)=(1/\sqrt{2\pi})\int_0^x e^{-z^2/2}dz$ **Laplas funksiyasi qiymatlari jadvali**

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1	2	3	4	5	6	7	8
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749

0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,1790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2, 50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2, 52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4015	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4825	2,76	0,4975

davomi

1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	2,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

Fisher—Snedekor taqsimotining kritik nug'talari
(k_1 — katta dispersiya ozodlik darajalari soni,
k_2 — kichik dispersiya ozodlik darajalari soni)
$\alpha = 0{,}01$ qiymatdorlik darajasi

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	40,52	49,99	54,03	56,25	57,64	58,89	59.28	59,81	60,22	60,65	60,82	61,06
2	98,49	99,01	90,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,36	99,40	99,41	99,41
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14.37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,.96	9,89
6	10,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,92	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45

davomi

$\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi												
$k_2 \setminus k_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	1851	1900	1916	1925	1930	1933	1936	1937	1938	1939	1940	1941
3	1013	9,50	9,28	9,12	9,11	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,47
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,10	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4.39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,02	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	3,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,52
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

davomi

$\alpha = 0,95$										
k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9
2	18,51	19,00	19,16	1,925	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,05
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	350	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,26	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	298
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,9	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	,306	2,90	2.79	2,71	2,64	2.59	254
16	4,49	3,63	3,24	3,01	3,83	2,74	2,76	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,69	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,53	2,49	2,45
18	4,41	3,53	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,36	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,81	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,42	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,23	3,42	3,03	2,60	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,35	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22
27	4,21	3,35	2,95	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20
28	4,20	3,34	2,93	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19
29	4,16	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,82	2,08
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16
40	4,00	3,23	2,84	2,61	2,41	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,27	2,09	2,02	1,96	1,93
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83

davomi

$\alpha = 0{,}95$								
k_2 \ k_1	12	15	20	24	30	40	60	120
1	243,9	243,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3
2	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49
3	8,47	8,70	8,86	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55
4	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,89	5,85
5	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,30
6	4,00	3,99	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70
7	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27
8	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97
9	3,07	3,01	2,94	2,90	2.86	2,83	2,79	2.75
10	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58
11	2,79	2.72	2,65	2,61	2,61	2,53	2,49	2,45
12	2,60	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34
13	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25
14	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	218
15	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11
16	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,05
17	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01
18	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97
19	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93
20	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1.90
21	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87
22	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84
23	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81
24	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79
25	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77
26	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75
27	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73
28	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71
29	2,10	2,03	1.94	1,90	1,85	1,81	1.75	1,70
30	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68
40	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58
60	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47
120	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35
∞	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22

davomi

$\alpha = 0{,}90$									
k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	39,86	49,50	53,59	55,06	57,24	58,20	58,93	59,44	59,86
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24
4	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98	2,90
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47	2,44
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27
12	3,1	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15	2,12
15	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09
16	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09	2,06
17	3,03	2,64	2,24	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06	2,03
18	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,08	2,04	2,00
19	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02	1,98
20	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00	1,96
21	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98	1,95
22	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97	1,93
23	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95	1,92
24	2,93	2,54	2,35	2,10	2,10	2,04	1,98	1,94	1,91
25	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,97	1,93	1,89
26	2,91	2,52	2,31	2,17	2,08	2,01	1,96	1,92	1,88
27	2,90	2,51	2,30	2,17	2,07	2,00	1,95	1,91	1,87
28	2,89	2,50	2,29	2,16	2,06	2,00	1,94	1,90	1,87
29	2,89	2,50	2,28	2,15	2,06	1,99	1,93	1,89	1,86
30	2,88	2,49	2,24	2,10	2,05	1,98	1,93	1,88	1,85
40	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,87	1,83	1,79
60	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,02	1,77	1,74
120	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	1,82	1,77	1,72	1,68
∞	2,71	2,30	2,08	1,94	1,85	1,77	1,72	1,67	1,63

$\alpha = 0{,}90$									
k_2 \ k_1	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	60,19	60,71	61,22	61,74	62,00	62,26	62,53	62,79	63,06
2	9,39	9,44	9,42	9,44	9,45	9,46	9,47	9,47	9,48
3	5,23	3,22	5,20	5,18	5,18	5,17	5,16	5,15	5,14
4	3,92	3,90	3,87	3,84	3,83	3,82	3,80	3,79	3,78
5	3,30	3,27	3,24	3,21	3,19	3,17	3,16	3,14	3,12
6	2,94	2,90	2,87	2,84	2,82	2,80	2,78	2,76	2,74
7	2,70	2,67	2,63	2,59	2,58	2,56	2,54	2,51	2,49
8	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,38	2,36	2,34	2,32
9	2,42	2,38	2,34	2,30	2,28	2,25	2,23	2,21	2,18
10	2,32	2,28	2,24	2,20	2,18	2,16	2,13	2,11	2,08
11	2,25	2,21	2,17	2,12	2,10	2,08	2,05	2,03	2,00
12	2,19	2,15	2,10	2,06	2,04	2,01	1,99	1,96	1,93
13	2,14	2,10	2,05	2,01	1,98	1,96	1,93	1,90	1,88
14	2,10	2,05	2,01	1,96	1,94	1,91	1,89	1,86	1,83
15	2,06	2,02	1,97	1,92	1,90	1,87	1,85	1,82	1,79
16	2,03	1,94	1,94	1,89	1,87	1,84	1,81	1,78	1,75
17	2,00	1,96	1,91	1,86	1,84	1,81	1,78	1,75	1,72
18	1,98	1,93	1,89	1,84	1,81	1,78	1,75	1,71	1,69
19	1,96	1,91	1,86	1,81	1,80	1,76	1,73	1,70	1,67
20	1,94	1,89	1,84	1,79	1,77	1,74	1,71	1,68	1,64
21	1,92	1,87	1,83	1,78	1,75	1,72	1,69	1,66	1,62
22	1,90	1,86	1,81	1,76	1,73	1,70	1,67	1,64	1,60
23	1,89	1,84	1,80	1,74	1,72	1,69	1,66	1,62	1,59
24	1,88	1,83	1,78	1,73	1,70	1,67	1,64	1,61	1,57
25	1,87	1,82	1,77	1,72	1,69	1,66	1,63	1,59	1,56
26	1,86	1,81	1,76	1,71	1,68	1,65	1,61	1,58	1,54
27	1,85	1,80	1,85	1,70	1,67	1,64	1,60	1,57	1,53
28	1,84	1,79	1,74	1,69	1,66	1,63	1,59	1,56	1,52
29	1,83	1,78	1,73	1,68	1,65	1,62	1,58	1,55	1,51
30	1,82	1,77	1,72	1,67	1,64	1,61	1,57	1,54	1,50
40	1,76	1,71	1,66	1,61	1,57	1,54	1,51	1,47	1,42
60	1,71	1,66	1,60	1,54	1,51	1,48	1,44	1,40	1,35
120	1,65	1,60	1,55	1,48	1,45	1,41	1,37	1,32	1,26
∞	1,60	1,55	1,49	1,42	1,38	1,34	1,30	1,24	1,17

3-jadval

Styudent taqsimotining kritik nuqtalari

k — ozodlik darajasi soni	α qiymatdorlik darajasi (ikki tomonlama kritik coha)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,35	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3.50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,23	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	2,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	2,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005

α qiymatdorlik darajasi (bir tomonlama kritik soha)

davomi

k — ozodlik darajasi soni	α qiymatdorlik darajasi (ikki tomonlama kritik coha)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	1,96	2,33	2,58	3,09
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005

α qiymatdorlik darajasi (bir tomonlama kritik soha)

4-jadval

O'rtacha arifmetik xatoligining $\varepsilon=\Delta\bar{x}/s=(\Delta\bar{x}\cdot\sqrt{n})/\sigma$ qiymatiga mos keladigan ishonchlilik ehtimolligining (α) qiymati

ε	α	ε	α	ε	α
0	0	1,2	0,77	2,6	0,990
0,05	0,04	1,3	0,80	2,7	0,993
0,1	0,08	1,4	0,84	2,8	0,995
0,15	0,12	1,5	0,87	2,9	0,996
0,2	0,16	1,6	0,89	3,0	0,997
0,3	0,24	1,7	0,91	3,1	0,9981
0,4	0,31	1,8	0,93	3,2	0,9986
0,5	0,38	1,9	0,94	3,3	0,9990
0,6	0,45	2,0	0,95	3,4	0,9993
0,7	0,51	2,1	0,964	3,5	0,9995
0,8	0,57	2,2	0,972	3,6	0,9997
0,9	0,63	2,3	0,978	3,7	0,9998
1,0	0,68	2,4	0,984	3,8	0,99986
1,1	0,73	2,5	0,988	3,9	0,99990
				4,0	0,99993

5-jadval

e^{-x} va e^{x} funksiyalarning qiymatlari

x	e^{-x}	e^{x}	x	e^{-x}	e^{x}	x	e^{-x}	e^{x}
0,0	1,000	1,00	1,8	0,165	6,05	3,6	0,027	36,6
0,1	0,905	1,11	1,9	0,150	6,69	3,7	0,025	40,5
0,2	0,818	1,22	2,0	0,135	7,39	3,8	0,022	44,7
0,3	0,741	1,35	2,1	0,123	8,17	3,9	0,020	49,4
0,4	0,670	4,49	2,2	0,111	9,03	4,0	0,018	54,6
0,5	0,607	1,65	2,3	0,100	9,97	4,5	0,011	90,02
0,6	0,549	1,82	2,4	0,091	11,0	5,0	0,00674	148,4
0,7	0,497	2,01	2,5	0,082	12,2	5,5	0,00409	244,7
0,8	0,449	2,23	2,6	0,074	13,5	6,0	0,00248	403,4
0,9	0,407	2,46	2,7	0,067	14,9	6,,5	0,00150	665,1
1,0	0,368	2,72	2,8	0,061	16,5	7,0	0,000912	1096,6
1,1	0,333	3,00	2,9	0,055	18,2	7,5	0,000553	1808,0
1,2	0,301	3,32	3,0	0,050	20,1	8,0	0,000335	2981,0
1,3	0,27	3,67	3,1	0,045	22,2	8,5	0,000203	4914,8
1,4	0,247	4,06	3,2	0,041	24,5	9,0	0,000123	8103,1
1,5	0,223	4,48	3,3	0,037	27,1	9,5	0,000075	133360,0
1,6	0,202	4,95	3,4	0,033	30,0	10,0	0,000045	220026,0
1,7	0,183	5,47	3,5	0,030	33,1			

6-jadval

Eksperimentlarda kuzatilgan effektning ifodalanishi, teshiklarda (yuqoridagi sonlar) va foizlarda (pastdagi, qavsdagi sonlar)

Guruhlardagi hayvonlar soni a,	O'rganilayotgan effekt kuzatilgan hayvonlar soni														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	4,57	5,43 (6,66)	(100)		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	4,33 (25)	5,00 (50)	5,67 (75)	(100)		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	4,16 (20)	4,75 (40)	5,25 (60)	5,84 (80)	–100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	4,03 (16,7)	4,57 (33,3)	5,00 (50)	5,43 (66,6)	5,97 (83,3)	— (100)	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	3,93	4,43 (28,6)	4,82 (42,9)	5,18 (57,1)	5,57 (71,4)	6,07 (85,7)	— 100	—	—	—	—	—	—	—	—
8	3,85 (12,5)	4,33 (25)	4,68 (37,5)	5,00 (50)	5,32 (62,5)	5,67 (75)	6,15 (87,5)	–(100)	—	—	—	—	—	—	—
9	3,78 (11,1)	4,23 (22,2)	4,57 (33,3)	4,86 (44,4)	5,14 (55,6)	5,43 (66,7)	5,77 (77,8)	6,22 (88,9)	(100)	—	—	—	—	—	—
10	3,72 (10)	4,16 (20)	4,48 (30)	4,75 (40)	5,00 (50)	5,25 (60)	5,52 (70)	5,84 (80)	6,28 (90)	(100)	—	—	—	—	—
11	3,67 (9,1)	4,09 (18,2)	4,40 (27,3)	4,65 (36,4)	4,89 (45,5)	5,11 (54,5)	5,35 (63,6)	5,60 (72,7)	5,91 (81,8)	6,33 (90,9)	(100)	—	—	—	—
12	3,61 (8,3)	4,03 (16,7)	4,33 (25)	4,57* (33,3)	4,79 (41,7)	5,00 (50)	5,21 (58,3)	5,43 (66,6)	5,67 (75)	5,97 (83,3)	6,39 (91,7)	(100)	—	—	—
13	3,57 (77)	3,98 (15,4)	4,26 (23,1)	4,50 (30,8)	4,71 (38,5)	4,90 (46,2)	5,10 (53,8)	5,29 (61,5)	5,50 (69,2)	5,74 (76,9)	6,02 (84,6)	6,43 (92,3)	(100)	—	—
14	3,53 (7,1)	3,93 (14,3)	4,21 (21,4)	4,43 (28,6)	4,63 (35,7)	4,82 (42,9)	5,00 (50)	5,18 (57,1)	5,37 (64,3)	5,57 (71,4)	5,79 (78,6)	6,07 (85,7)	6,47 (92,9)	(100)	—
15	3,50 (6,7)	3,89 (13,3)	4,16 (20)	4,38 (26,7)	4,57 (3,33)	4,75 (40)	4,92 (46,7)	5,08 (53,3)	5,25 (60)	5,43 (66,6)	5,62 (73,3)	5,84 (80)	6,11 (86,7)	6,50 (93,3)	— (100)

Effektlar uchun 0 va 100% oralig'idagi «Ishchi teshiklar» (Miller va Teynter uslubi uchun)

Guruhlardagi hayvonlar soni	Teng effektlar uchun «Ishchi teshiklar»	
	0%	100 K
2	3,85	6,15
3	3,62	6,38
4	3,47	6,53
5	3,36	6,64
6	3,27	6,73
7	3,20	6,80
8	3,13	6,87
9	3,09	6,91
10	3,04	6,96
11	3,00	7,00
12	2,97	7,03
13	2,93	7,07
14	2,90	7,10
15	2,87	7,13
16	2,85	7,15
17	2,82	7,18
18	2,80	7,20
19	2,78	7,22
20	2,76	7,24

ADABIYOT

1. *Н. Л. Лобацкая.* «Основы высшей математики» — М., 1978, 1887.

2. *В. Е. Гмурман.* «Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика» Т., «Ўқитувчи» — 1977.

3. *В. Е. Гмурман.* «Эҳтимоллар назарияси ва математик статистикадан масалалар ечишга доир қўлланма» Т., «Ўқитувчи» — 1980.

4. *Ю. С. Виноградов.* «Математическая статистика и ее применение в текстильной и швейной промышленности». — М., 1970.

5. *Н. С. Пискунов.* «Дифференциал ва интеграл ҳисоб» I том. Т., «Ўқитувчи» — 1972.

6. Сборник задач по математике под ред. *А. В. Ефимова.* — М., «Высшая школа». 1984.

7. Справочник по математике для экономистов. — М., 1987.

8. *П. Е. Данко и др.* «Высшая математика в упражнениях и задачах» 1, 2 часть. М., 1986.

9. *Ю. А. Владимиров, Д. И. Ращупкин, А. Я. Потапенко, А. И. Деев.* «Биофизика». — М., «Медицина». 1983.

10. «Методические указания к обработке результатов эксперимента по технологии лекарств». — Т., 1986.

11. *Г. Л. Громыко.* «Статистика». — М., 1981.

12. *К. Сафаева, Н. Бекназарова.* «Операцияларни текширишнинг математик усуллари». 1-қ. Т., «Ўқитувчи» 1984.

13. *М. Адхамов, Т. Отабоев.* «Планлаштиришда математик моделларнинг қўлланиши». Т., 1983.

14. *М. Л. Беленький.* «Элементы количественной оценки фармакологического эффекта». Л., 1963.

MUNDARIJA

Nor Xudoyquloch Ulug'murodov

MATEMATIK STATISTIKA KURSI

«Turon-Iqbol» nashryoti — 2006

Muharrir *O' Husanov*
Badiiy muharrir *J. Gurova*
Texnik muharrir *T. Smirnova*
Musahhih *H. Zokirova*
Kompyuterda sahifalovchi *B. Babaxodjayeva*

Terishga 20.09.06 da berildi. Bosishga 22.12.06 da ruxsat etildi.
Bichimi $60\times90^1/_{16}$. «Tayms» garniturada ofset bosma usulida bosildi.
Shartli b.t. 13,0. Nashr 14,5. Jami 1000. 206-raqamli buyurtma.

«ARNAPRINT» MCHJ da sahifalanib, chop etildi.
Toshkent, H. Boyqaro ko'chasi, 41.