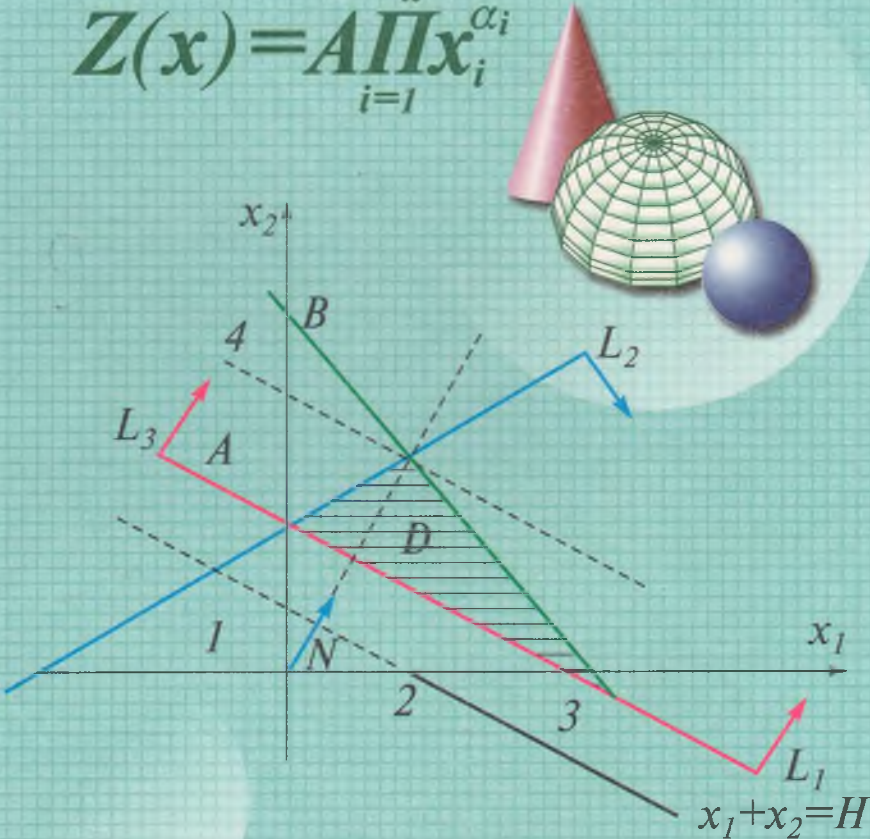
$$Z(x) = A\prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i}$$



SH. R. MO'MINOV

MATEMATIK MODELLAR VA USULLAR

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

SH. MO'MINOV

MATEMATIK MODELLAR VA USULLAR

TOSHKENT
«TURON-IQBOL»
2006

Taqrizchilar: **Z. Sh. Jumayev** — t.f.d., professor, Buxoro Davlat Universiteti «Amaliy matematika va informatika» kafedrasi mudiri

A. A. Abdullayev — i.f.n., Buxoro OO va YESTI «Menejment va Biznes» kafedrasi dotsenti

$M \frac{1602010000-39}{M361(04)-2006} 2006$

ISBN 978-9943-14-007-3

KIRISH

Bozor iqtisodiyoti sharoitida firma, korxonaning matematik, iqtisodiy modellari to‘g‘risidagi informatsion axborotlar to‘plami, modellashtirish usullari, avtomatlashtirilgan boshqarish tizimlarini tuzish usullari haqidagi bilimlar katta ahamiyatga ega. Iqtisodiy o‘zgarishlar qanchalik mantiqli va barqaror davom etsa, faoliyatimizning barcha sohalarini ijtimoiy jihatdan shunchalik samarali qayta qurishimiz mumkin.

Mehnatning moliyaviy, moddiy va axborot resurslarining erkin harakatlanishini ko‘zda tutuvchi bozorgina har bir ishlab chiqaruvchida iste’molchilarning ehtiyojlarini nazarga olgan holda, talablarini qondirish mayl-istagini uyg‘otadi, jamiyatga zarur bo‘lmagan yoki samarasiz mehnatni inkor etib, aholini kerakli mahsulotlar bilan ta’minlaydi. Zamonaviy bozor munosabatlarini tashkil etish hozir hal qiluvchi vositalardan biri.

Eng sodda qilib aytganda, tovar va xizmatlar bozorini o‘rganish, tashkil qilish, buni har bir firma, korxona va muassasa faoliyatida qo‘llash juda muhimdir.

Erkin bozor munosabatlarining keng ravnaq topishi insonlar hayotida, turmush tarzida, ma’naviy va amaliy ko‘nikmalarida namoyon bo‘lyapti.

Erkin bozor munosabatlarini to‘g‘ri tashkil etishda malakali kadrlarni yetkazish juda muhim ahamiyatga ega. Shuning uchun O‘zbekiston Respublikasida ta’lim masalalariga katta e’tibor berilmoqda.

O‘zbekiston Respublikasining ta’lim qonunida (1997-y., avgust) ta’lim davlat ijtimoiy taraqqiyotida ustuvor deb belgilab qo‘yilgan.

Oliy ta’limning asosiy yo‘nalishlaridan biri bo‘lgan «Matematik modellar va usullar» fani har bir talabaning aqliy va amaliy imkoniyatlarini ro‘yobga chiqarish, ijodiy qobiliyatlarini namoyon etish, intellektual jihatdan rivojlanishini ta’minlash, o‘zi tanlagan kasbni mukammal egallab, shu sohada samarali faoliyat ko‘rsatish uchun moddiy-ma’naviy, tarbiyaviy-didaktik shart-sharoitlar yaratishda muhim rol o‘ynaydi.

Bu fan insonning o‘z kasb faoliyatida ilmiy-tadqiqot metodlaridan foydalana bilishni, yaxshi ma’naviy-insoniy munosabatlar o‘rnata olishni, keng ko‘lamdagi ko‘nikma va malakalarga ega bo‘lishni ta’minlaydi.

«Matematik modellar va usullar» fani iqtisodiy va tabiiy fanlarni rivojlantirishda muhim vosita bo‘lib xizmat qiladi.

«Matematik modellar va usullar» fanining asosiy obyektlari: model, modellar turlari, matematik modellar, iqtisodiy-matematik modellar, yopiq va ochiq modellar, bazis va optimal chiziqli va chiziqsiz modellar, yechim, optimallashtirish.

«Matematik modellar va usullar» fani «Marketing» fanida ham keng qo‘llanib kelmoqda. Marketing fani predmeti — tovar va xizmatlar ishlab chiqaruvchi (sotuvchi) ning iste’molchi (xaridor) talablarini qondirish hamda o‘z mahsulotini sotish uchun yangi imkoniyatlarni qo‘lga kiritish jarayonidagi xatti-harakatlarni tashkil etishning mantiqiy shakllari, uslublarini ifodalovchi nazariy va amaliy tamoyillar majmuidan iborat.

Iqtisodiyotni boshqarish bilan shug‘ullanuvchi mutaxassislar bozor iqtisodiyoti sharoitida ishbilarmon va tadbirkor bo‘lmog‘i, istiqbolni hisobga olgan holda iqtisodiy samara beradigan qaror qabul qilmog‘i zarur. Buning uchun oliy o‘quv yurtlarida o‘qitish uslubini tubdan yaxshilash, bo‘lajak mutaxassislarga matematik modellarni va iqtisodiy-matematik modellarni tuzishda ularda zamonaviy kompyuterlardan foydalanish tajribasini shakllantirish zarur, chunki ishlab chiqarish korxonalarida muhandislar va iqtisodchi mutaxassislarni tayyorlashda, inson faoliyatining turli sohalarida, xalq xo‘jaligining tarmoqlarida rejalashtirish va boshqarishning samaradorligini oshirishda matematik usullar keng qo‘llanilmoqda.

Ishlab chiqarishning biror sohasi bo‘yicha tegishli qaror qabul qilish uchun, avvalo, obyekt har tomonlama tahlil etiladi, jarayonning matematik modeli tuziladi, ya’ni masalaning hamma shartlari matematik belgilar, tenglama va tengsizliklar orqali ifodalanadi.

Masalani yechishda esa maqsadni ifodalovchi funksiyaning tabiati aniqlanadi, ta’sir etuvchi o‘zgaruvchi miqdorlar aniqlanib, ular orasidagi o‘zaro munosabat, ta’sirlar, asosiy qonuniyatlar aniqlanadi va nihoyat natijalar tahlil etilib, tuzilayotgan yoki ko‘rilayotgan aniq obyektga nisbatan tegishli reja qabul qilinadi.

Yechilayotgan masalaning hajmiga ko‘ra hisoblash ishlarini amalga oshirishda juda ko‘p ma’lumotlarni yig‘ish va qayta ishlashga to‘g‘ri keladi, buning uchun esa albatta EHMdan foydalanish zarur bo‘ladi.

«Matematik modellar va usullar» fani amaliy matematikaning asosiy yo‘nalishlaridan birini tashkil etadi. Bu fan oliy texnika o‘quv yurtlarining muhandislik va texnologik yo‘nalishdagi hamma ixtisosliklar bo‘yicha asosiy fanlardan hisoblanadi.

Muallif sermazmun maslahatlari va o‘quv qo‘llanmani tuzishda yordamlashgani uchun Toshkent Milliy universiteti kafedra mudiri, professor, fizika-matematika fanlari doktori M. M. Oripovga o‘z minnatdorchiligini bildiradi, kitobxonlarning har qanday fikr va mulohazalarini mamnuniyat bilan qabul qiladi.

I bob. MODELLASHTIRISH, MATEMATIK MODELLASHTIRISH MUAMMOLARI

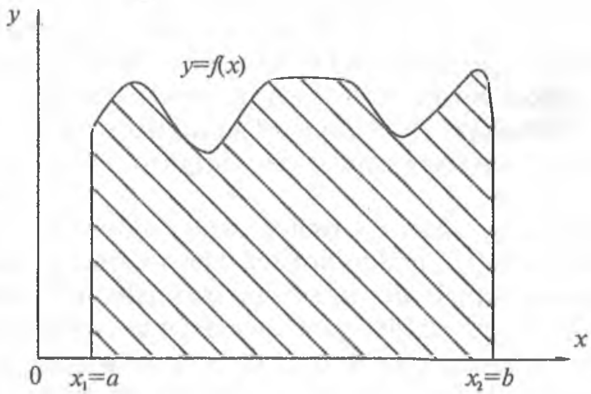
1-§. MODEL. MODELLARNING TURLARI. MODELLASHTIRISH

1.1. AVTOMATLASHTIRILGAN BOSHQARISH SISTEMALARI

Uzoq asrlardan boshlab insoniyat matematik usullarni hayotga qo'llashga harakat qiladi. Masalan, XVII asrda chorvachilik rivojlangan bo'lib, yer sirti yuzasini qayta bo'lish masalasi ko'ndalang bo'ladi. Shuning uchun bu asrda «Pantograf» degan asbob yaratildi. Bu asbob yordamida har xil yuzalardan iborat maydonlarni o'lchash imkoniyati tug'ildi. Hozirgi zamon matematik usullari bilan xohlagan yuzani o'lchash mumkin, agar yuzaning chegaralangan funksiyalari berilgan bo'lsa, uni aniq integral yordamida ham hisoblash mumkin (1.1-rasm):

$$S = \int_a^b f(x)dx,$$

bunda: S — egri chiziqli trapetsiyaning yuzi.



1.1-rasm.

XX asr boshlarida murakkab masalalarni yechish imkoniyati tug'ildi, ya'ni analog hisoblash mashinalari — AHM yaratildi.

AHM yordamida yuqori tartibli differensial tenglamalar yechiladi. Masalan, 2-darajali differensial tenglamalarni yechish uchun 2 ta integrallash qurilmasi kerak. Matematik amallarni bajarishda, integrallashda, yig'indilarni hisoblashda quyidagi qurilmalardan: «Integrator», «summator», kuchaytirgichlardan foydalaniladi.

Shunday qilib, har bir matematik amalga mos fizikaviy qurilmalardan foydalanib zanjirlar tuziladi. Shuning uchun xohlangan matematik masalalarni AHM yordamida yechish mumkin.

Rus olimi L. V. Kantarovich 1939-yilda o'zining «Matematik modellar va usullarni korxonalarning masalalarini rejalashtirish va boshqarishda qo'llash» ilmiy maqolasini chop etdi. Korxonalarni rejalashtirishda bu ish qo'llanilmasdan qoldi. 1947-yilda amerikalik olim Djon Dansig o'zining «Operatsiyalarni tadqiq qilish» nomli ilmiy ishini korxonalarda mahsulot ishlab chiqarishni rejalashtirishda qo'lladi. 50-yillardan boshlab boshqarish va modellashtirish bo'yicha ko'p ilmiy maqolalar yozildi. Shu ishlar natijasida 70-yillardan boshlab yangi fan — «Iqtisodiy-matematik modellar va usullar» fani shakllana boshladi. Bu fan usullaridan foydalanib modellar tuziladi hamda ishlab chiqarish korxonalarining har xil iqtisodiy va boshqarish jarayonlarini ifodalovchi masalalar yechiladi.

1960-yillardan boshlab inson hayotiga elektron hisoblash mashinasi — EHM, keyinchalik (80-yillardan) kompyuterlarning kirib kelishi tufayli matematik modellashtirish usullari har tomonlama ko'p qo'llanila boshladi. Bu hol, tabiiyki, takroriy «ixtiro» larga ham olib kelishi mumkin bo'lib qoldi.

Bu holat matematik modellashtirishda tasnif (klassifikatsiya) masalasining yetarli darajada yechilmaganligidandir. Bu masalani umuman yechilmagan, desak ham xato bo'lmaydi. Bunday holat, albatta, matematik modellashtirishda o'zining salbiy ta'sirini ko'rsatadi. Bunday salbiy ta'sirdan biri — ko'r-ko'rona matematik modellashtirish, matematik modellashtirishni noto'g'ri tushunish, takroran modellashtirish, bor matematik modellardan amalda samarali foydalanmaslik va matematik modellashtirish sohasida strategik yo'nalishning yo'qligidir.

XX asrning ikkinchi yarmida «Katta EHM»lar yordamida modellashtirish, modellarni yechish usullarini hamda dasturlash tillarini bilgan holda boshqarish sistemalari tuzildi. Bu «Avtomatlashtirilgan boshqarish sistemalari» (ABS) tuzishga olib keldi.

O'tgan asrning oxirgi o'n yilliklarida turli-tuman boshqarish sistemalari tuzildi. Masalan, oliy o'quv yurtlarini boshqarish uchun ABS tuzildi (ASU VUZ). Bu sistemaga quyidagi sistemalar kiradi:

1. ABS — maosh.
2. ABS — xodimlar.
3. ABS — talabalar.
4. ABS — material va texnika bilan ta'minlash.
5. ABS— buxgalteriya.
6. ABS — dekanat.

Oxirgi yillarda yangi qo'shilgan sistemalar — ABS abituriyent, ABS — TEST, talabalarning bilimlarini tekshirish va h.k.

Hozirgi vaqtda shaxsiy kompyuterlar keng miqyosda rasm bo'ldi va bu sistemalar «Ish o'rnini avtomatlashtirish» sistemalari bilan almashtirildi.

1.2. MODEL TURLARI

Elektron hisoblash mashinalari — EHMlar xohlagan fanlar — biologiya, fizika, kimyo, tibbiyot va h.k. fanlarda qo'llaniladi. Har bir ishlab chiqarish korxonasidagi jarayonlarning matematik modellarini tuzish mumkin.

Inson hamma vaqt biror-bir jarayon, voqea yoki hodisani o'rganishda u yoki bu ko'rinishdagi modeldan foydalanadi. Yaxshi qurilgan model real obyektga nisbatan juda qulay, chunki modelni xohlagancha o'zgartirish faqat mutaxassisning o'ziga bog'liq. Bu ishni real obyektda bajarish mumkin emas.

Bundan tashqari, tabiatda shunday obyekt va hodisalar mavjudki, ularni faqat modelda o'rgansa bo'ladi. Misol uchun biosfera ko'lamida eksperiment o'tkazish, quyoshdagi fizik jarayonlarni o'rganish uchun quyoshning o'zida eksperiment o'tkazish, yer iqlimi, yerning quyosh atrofida aylanish trayektoriyasiga bog'liqligini eksperimental yo'l orqali o'rganish va h. k. Ko'pincha, bunday eksperimentlarni o'tkazishning imkoniyati bo'lmaydi, yoki qaytmas jarayonlar yuz berishi tufayli qat'iyan man qilinadi. Bunday hollarda faqat modellashtirish yo'li orqali ma'lum bir kerakli ma'lumotlarga ega bo'lish mumkin.

Ta'rif: Keng ma'noda — model biror obyekt yoki obyektlar sistemasining obrazi yoki namunasi. Masalan, yerning modeli — globus, osmon va yulduzlarning modeli — planetariy va h.k. Model — o'rganilayotgan obyekt, jarayon yoki hodisaning muhim xususiyatlarini, xossalarini matematik tavsiflash.

Modelda obyektning faqat izlanadigan xossalari aks etadi, shuning uchun model obyektning hamma xossalarini aks ettirishi shart emas.

Model real obyektni almashtirishi mumkin. U ma'lum strukturaga ega, tajriba va tadqiqot uchun qulay bo'lgan boshqa bir obyektdir.

Inson har qanday ishni boshlashdan oldin avval o'sha ishning andozasini, qurilishi yoki tuzilishini xayolan tasavvur qiladi, ya'ni nusxasini (modelini) yaratadi. Bundan kelib chiqadiki, model ko'pchilik hollarda abstrakt (mavhum) xarakterga ega. Agar biz xayolimizdagi nusxani, ya'ni abstrakt modelni «o'z tilida» — matematik simvollar va tegishli qonun-qoidalarga rioya qilgan holda bayon qilsak, bunday ko'rinishdagi model *matematik model* deyiladi.

Matematik model tushunchasini yaqqolroq tushuntirish maqsadida ba'zi mutaxassislarning matematik modelga bergan ta'riflari bilan tanishib chiqamiz:

N. P. Buslenko — Real sistemaning matematik modeli bu shunday formal tilda yozilgan abstrakt obyektki, uni faqat matematik modellar orqali o'rganish mumkin. V. M. Glushkov, V. I. Ivanov va V. M. Yanenko — Matematik model deganda, umuman matematik timsollar to'plami va ular orasidagi munosabatlar tushuniladi.

A. A. Samarskiy, A. P. Mixaylov — Har qanday obyektning har qanday modeli kompyuterda ishlatish darajasiga yetkazilgan bo'lsa, bunday modelga matematik model sifatida qarasa bo'ladi. Bunda albatta, o'rganilayotgan real obyektning asosiy qonun-qoidalarini matematik tilda bayon qilinish tushuniladi.

Yuqoridagilarni nazarda tutgan holda matematik modelni quyidagicha ta'riflash mumkin: **Matematik model** — real obyektning tasavvurimizdagi abstrakt ko'rinishi bo'lib, u matematik belgilar va ba'zi bir qonun-qoidalar orqali ifodalanadi.

Model originalning taxminiy ko'rinishi deb qabul qilinadi.

Amaliyotda quyidagi modellardan foydalaniladi:

1. Fizikaviy modellar. 2. Geometrik modellar.
3. Matematik modellar. 4. Iqtisodiy-matematik modellar.

1. Fizikaviy modellar originalning asosiy xossalarini aks ettirib, original bilan o'xshash qiyofaga ega. Fizikaviy modellar originaldan bir necha marta kichraytirilgan bo'ladi. Shuning uchun modellarda izlanishlar o'tkazib, xossalar tekshiriladi, keyin esa original tuzilishiga kiriladi. Fizikaviy modellarga quyidagilar misol bo'la oladi: yengil avtomobil, samolyot, raketa modeli, GESlar modellari, konditer fabrikasining mahsulot ishlab chiqarish konveyeri modeli va h.k.

2. Geometrik modellar ham fizikaviy modellarga o'xshash bo'lib, ular originaldan bir necha marta kichraytirilgan bo'ladi. Bu yerda ham matematik tushunchaning proporsionallik koeffitsiyenti nazarga olinadi. Geometrik modellardan umuman mashinasozlik va qurilishda keng ko'lamda foydalaniladi. Geometrik modellar yordamida qurilishlarning umumiy plani, ularning maketi va chizmalari (loyihasi) tayyorlanadi. Shularni va obyektlarning kesimlarini nazarga olgan holda yangi binolar, stanoklar, detallar quriladi va yasaladi.

3. Matematik modellar yordamida esa fazoda, jamiyatda, korxonalarda bo'lib o'tadigan jarayonlarning asosiy xossalarini aks ettirish mumkin. Matematik modellar originalning asosiy xossalarini, cheklanishlarini son va harflar bilan ifodalaydi. Masalan, biror jarayon 2 ta o'zgaruvchilar bilan ifodalansa, uning grafigini koordinatalar sistemasida chizib, uning o'zgarish qonuniyatini nuqtalar bilan ifodalab va chiziq orqali tutashtirib o'zgarish chizig'ini qurish mumkin. Matematik modellar chiziqli va chiziqsiz bo'lishi mumkin.

4. Iqtisodiy-matematik modellar. Matematikaning iqtisodiyotda qo'llanishi, «Iqtisodiyot» fanining masalalarini matematika tili bilan ifodalash natijasida bu fanlar rivojlandi, amaliyotda yangi yo'nalish «Iqtisodiy-matematik modellar» fani yuzaga keldi. «Iqtisodiy-matematik modellar va usullar» fani yordamida korxonalarning mahsulot ishlab chiqarish masalalarini yechishiga imkon yaratildi. Buning uchun avval cheklanishlar shartlari ifodalaniladi. Keyin esa cheklanishlarni nazarga olgan holda maqsad funksiya tanlanadi. Masalan, «Iqtisodiy-matematik modellar va usullar» fani asosida ishlab chiqaruvchi korxonaning umumiy mahsulotlaridan olinadigan umumiy foyda yoki zararni hisoblash mumkin. Bu masalaning umumiy holda matritsa ko'rinishi quyidagicha:

$$A \cdot x \quad Q \; B \tag{1}$$

$$X \geq 0 \tag{2}$$

$$F(x) = C \cdot x => \max(\min) \tag{3}$$

(1), (2) shartlar cheklanishlarni ifodalaydi. (3) tenglik esa maqsad funksiyani ifodalaydi. Shunday qilib, (1), (2) cheklanishlar, (3) maqsad funksiya birgalikda, mahsulot ishlab chiqarish korxonasining iqtisodiy-matematik modelini ifodalaydi. Bu iqtisodiy-matematik modelda Q quyidagi belgilardan birini ifodalaydi:

$$Q = \begin{cases} =\geq \\ > \\ <\leq \end{cases}$$

Agar Q tenglikni ifodalasa, bu holda (1) shart tenglamalar sistemasini ifodalaydi. Bunda:

A — matritsa, yoki a_{ij}, $i = \overline{1,m}$, $j = 1,n$.

Bu A matritsa noma'lumlar oldidagi koeffitsiyentlardan tuzilgan, u mahsulotlarning turlarini ishlab chiqarishga sarflanadigan xomashyo normalarini ifodalaydi.

Modelda V-vektor xomashyolar zaxiralarini ifodalaydi; C-vektor esa har bir mahsulotlar birligidan yoki birlik hajmidan olinadigan foydani ifodalaydi; x-vektor izlanayotgan mahsulotlar turlarining birligini yoki noma'lum hajmlarini ifodalaydi.

Shunday qilib, iqtisodiy-matematik modellar yordamida ekstremal masalalar yechiladi.

1. Funksional bog'lanish $y = kx$ ko'rinishda berilgan bo'lsa, uni Dekart koordinatalar sistemasida koordinatalar sistemasining boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar oilasi ko'rinishida ifodalash mumkin ($k > 0$ va $k < 0$ bo'lganda, 1.2-rasm).

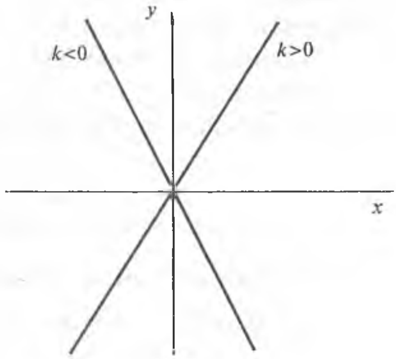
O'zgarmas miqdor (k) ning o'zgaruvchi miqdor (x) ga ko'paytmasini fizikaviy model orqali ifodalash mumkin.

O'zgarmas kuchaytirgichning matematik modeli

$$U_{\text{chiq}} = \left(-\frac{R}{R_1}\right)U_{\text{kir}} = KU_{\text{kir}} \quad (1)$$

ko'rinishda beriladi, unda

$K = -\frac{R}{R_1}$ proporsionallik koeffitsiyenti, R, R_1 qarshiliklarni ifodalaydi (1.3-rasmda uning elektrik zanjir orqali ifodalangan modeli keltirilgan).



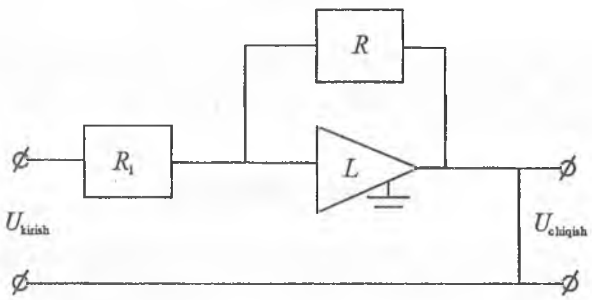
1.2-rasm.

U_{kir}; U_{chiq} — boshlang'ich va natijaviy kuchlanishlar. Fizikaviy modelning matematik model ko'rinishi $y = kx$ ning geometrik ifodasi; bu Dekart koordinatalar sistemasida koordinata boshidan to'g'ri chiziqni ifodalaydi.

2. Agar matematik model quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsa,

$$Y = \sum_{i=1}^{n} a_i U_i \, , \qquad (2)$$

bunda: U_i kuchlanishlar yig'indisini, ya'ni «summator»ni ifodalaydi.



1.3-rasm.

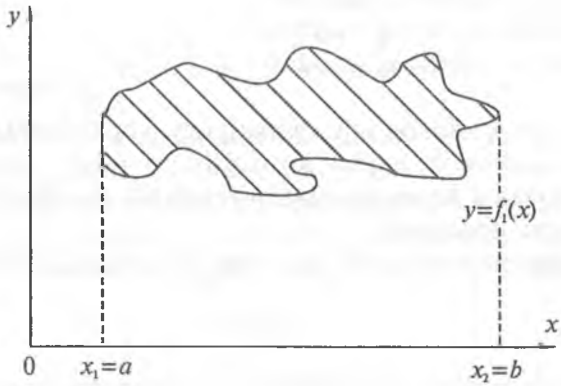
Agar R_1 yoki R ning o'rniga elektrik zanjirda C — kondensator joylashtirilsa, «differensiallovchi» yoki «integrallovchi» qurilmalar hosil qilinadi. Shunday qilib, har bir matematik amalning elektrik zanjiri fizikaviy modelini tuzish mumkinligini ifodalaydi. Xulosa qilish mumkinki, matematik amallarning fizikaviy modellaridan foydalanib, kompyuterlarning qurilmalarini tuzib, jarayonlarning bog'lanishlari matematik modellarini aniqlab, avtomatlashtirilgan boshqarish sistemalari (ABS)ni tuzish mumkin.

3. Geometrik modellar yordamida yuzalarni hisoblash.

a) Matematik model orqali ifoda: xohlangan ko'rinishdagi yuzalarni hisoblash quyidagicha ifodalanadi:

$$S = \int\limits_{x_1=a}^{x_2=b} [f_2(x) - f_1(x)]dx\,.$$

b) Model geometrik ko'rinishda (1.4-rasm):



1.4-rasm.

1.4-rasmdagi model orqali xohlagan yuzani aniq integral yordamida hisoblash modeli berilgan, $f_1(x)$, $f_2(x)$ funksiyalar esa integrallash sohasini ifodalaydi.

TAYANCH IBORALAR

Iqtisodiyot iyerarxik tizim, iqtisodiyot murakkab tizim, iqtisodiy-matematik model, optimal rejalarni baholash, model, matematik amallarning fizikaviy modeli, ABS, analog, model turlari, modellar tasnifi, ekonometriya.

XULOSA

Shunday qilib, matematik modellarni xohlagan tarmoqlarga qo'llab, ularning iqtisodiy-matematik modellarini, fizikaviy modellarini, geometrik modellarini tuzish mumkin ekan. Tarmoqning ABSni tuzib, amaliyotda parametrlarini o'zgartirib, tarmoqlarni boshqarish mumkin.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Matematik modelni ta'riflang.
2. Modellashtirish ta'rifini ifodalay olasizmi?
3. Amaliyotda qanday modellardan foydalaniladi?
4. Matematik amallarning fizikaviy modellarini bilasizmi?
5. Qanday modellar chiziqli modellar hisoblanadi?
6. Yuzalarni hisoblashning geometrik modelini ko'rsata olasizmi?

2-§. DETERMINATSIYALANGAN VA STOXASTIK IQTISODIY-MATEMATIK MODELLAR

2.1. DETERMINATSIYALANGAN IQTISODIY MODELLAR

Determinatsiyalangan oddiy modellar — iqtisodiy masalalarni yangilash (o'zgartirish) guruhining oddiy bir turi. Bu turdagi modellarga korxonalarning texnik-iqtisodiy ko'rsatkichlarini hisoblashda ishlatiladigan analitik talaffuzli modellar kiradi.

I. Bunday modellarga misol qilib to'qimachilik sanoatidagi mashinalarning ish unumdorligi tenglamasini olamiz (Nkg/soat):

$$N = 0{,}06\,\pi d n T K_n. \qquad (1)$$

Bu yerda: d — mashina ishchi organining diametri, (M_{atr});

T — ishlab chiqarilgan mahsulotning chiziqli mustahkamligi;

n — ishchi organning aylanishlar soni (chastotasi), min;

K_n — foydali vaqt koeffitsiyenti.

Yuqorida keltirilgan formula faqat tikuv dastgohlariga emas, balki kimyoviy tolalar, sun'iy charm ishlab chiqarish va hokazo dastgohlar uchun ham o'rinlidir.

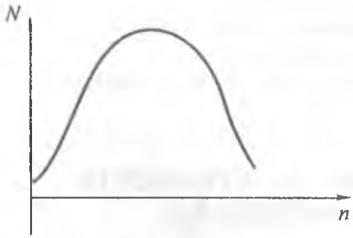
Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, yozma ifodalaydigan modellar, ko'pincha, optimallashgan modellar tarkibiga kiradi. Bunday turdagi modelni quyidagi misolda ko'ramiz.

Determinatsiyalangan optimallashtiruvchi oddiy model — iqtisodiy-matematik modelning ko'p tarqalgan turi bo'lib, iqtisodchilarning tajriba faoliyatlarida ko'p ishlatiladi. Yuqorida ko'rilgan mashinalarning unumdorlik massasini qayta ko'ramiz.

II. Masalan: dastgohda ishlab chiqarilgan mahsulotning chiziqli mustahkamligi berilgan deylik, u holda bu dastgoh uchun T=const, d-const deb qabul qilinadi.

Bu holda berilgan tenglamaning o'zgaruvchisi deb, silindrning aylanishlar soni — n qabul qilinadi. Modelni soddalashtirish uchun, agar foydali ish koeffitsiyenti K ni n bilan funksional bog'liq deb qabul qilinsa, ya'ni $K = F(n)$ bo'lsa, u holda N ham o'zgaradi.

Eksperimental ma'lumotlarga asoslanib, dastgohlar ish unumdorligining aylanishlar soni orasidagi egri chiziqli grafikni chizamiz (2.1-rasm).



2.1-rasm.

Egri chiziqning grafigida $n' < n < n''$ intervaldagi analitik ko'rinishi:

$$N = -an^2 + bn + c \qquad (1)$$

kvadratik funksiyani ifodalaydi.

Bunday ishlab chiqarishning o'zgaruvchanligi to'qimachilik sanoatidagi barcha uskunalarga va yengil sanoat tikuvchilik sexlaridagi uskunalarga taalluqlidir. Bunday holda ishlab chiqarishning dinamikasi aylanma harakat chastotasi o'sishi natijasida ma'lum bir nuqtagacha o'sadi va tez uzilishi sababli pasayadi.

Tahlil qilmay turib empirik egri chiziqning ekstremumga ega ekanligini bilib oldik, chunki uskunaning ish unumdorligi ekstremumga ega. Egri chiziq ekstremal egri chiziq bo'lgani uchun shunday mahsulot ishlab chiqarish tezligini topish mumkinki, bunda dastgohning ish unumdorligi eng katta qiymatga erishadi. Buning uchun tenglamani n bo'yicha differensiyalab, nolga tenglashtirib kritik nuqta abssissasini aniqlaymiz:

$$dN/dn = -2an + b;$$

$$-2an + b = 0 \qquad (2)$$

Bundan:

$$n = b/2a \qquad (3)$$

Aniqlab olingan o'zgaruvchi «n», ya'ni ishlab chiqarish organining aylanishlar soni oddiy sistema uchun optimallashgan model hisoblanadi, chunki bunday qiymatda dastgoh eng yuqori (maksimal) ishlab chiqarishga erishadi.

Mashinaning ishlab chiqaruvchanligini amaliyotda qo'llash uchun uning (n) optimal qiymatini yozma model «I» ga qo'yamiz.

Natijada quyidagini hosil qilamiz:

$$N_{max} = 003\,\pi db\; TK/a \qquad (4)$$

Shu tarzda yozma model tegishli o'zgarishlar natijasida optimal ko'rinishni qabul qildi.

III. Boshqa xil turdagi determinatsiyalangan optimallashtiruvchi oddiy modellar jumlasiga ehtiyojlarni optimal boshqarish modeli kiradi; unda mahsulotlarni yetkazib berish va xomashyolar xarajatlarining optimal hajmi o'lchovi Q aniqlanadi; u xomashyolarni yetkazib berish va omborlarda saqlash xarajatlaridan tashkil topadi.

Bu model quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$Q = \sqrt{2PS_1 / S_2}\,. \qquad (5)$$

Bu yerda: P — korxonaning material «zaxiralariga» bo'lgan umumiy talabi (xomashyo, yarim tayyor mahsulot);

S_1 — transport-tayyorlov xarajatlari;

S_2 — xarajat o'lchovining proporsionalligi.

Aytib o'tilganidek, bunday oddiy modellarning kamchiligi ularda o'zgaruvchilarning bir-biri bilan bog'liq emasligi va teskari aloqada bo'lmasligidir.

Ma'lumki, ixtiyoriy iqtisodiy vaziyat o'zgaruvchilarning o'zi bilan uzviy bog'liq bo'lgan iqtisodiy o'zgaruvchan sistemalarni ifodalaydi. Murakkab modellarda bular mavjud bo'ladi.

IV. Murakkab determinatsiyalangan yozma modellarga turli xildagi matritsali rejalashtirish modellari kiradi.

Texnologik sanoatning matritsali moliyaviy rejalar modeli hozirgi zamon to'qimachilik sanoatida muvaffaqiyatli tarzda ishlatilmoqda. Murakkab modelga mahsulot ishlab chiqarish bilan uzviy bog'liq bo'lgan xarajat, ya'ni tarmoqlararo balans matritsali modeli kiradi. Boshqarish va rejalashtirish sistemasida tarmoqlararo balansning muhimligini hisobga olgan holda uning modelini tuzish mumkin.

TARMOQLARARO BALANS SISTEMASI

Iqtisodiy-matematik modelni tuzish uchun quyidagi o'zgaruvchilarni kiritamiz, buning uchun

$$z_i = y_i + x_i - \sum_{j=1}^{n} x_{ij}, \quad i = \overline{1, m}$$

yalpi mahsulot modelidan foydalanamiz, bunda:

x_i — ishlab chiqarishning yalpi mahsulot hajmi;

y_i — tayyor mahsulotning hajmi;

x_{ij} — j tarmoqda mahsulot ishlab chiqarish uchun i tarmoq mahsulotlarining xarajatlari;

z_i — tarmoqda tashkil etilgan foyda.

Bulardan foydalanib quyidagi balans sistemalarini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{array}{l}\sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} + y_i = x_i \\ \dots\dots\dots\dots \\ \sum\limits_{j=1}^{n} x_{nj} + y_n = x_n\end{array}\right\} \text{ mahsulot taqsimlanishi}$$

$$\left.\begin{array}{l}\sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} + z_i = x_i \\ \dots\dots\dots\dots \\ \sum\limits_{j=1}^{n} x_{nj} + z_n = x_n\end{array}\right\} \text{ mahsulot xarajatlari}$$

Tarmoqlararo balansning parametrlari — bu to‘g‘ri va to‘liq xarajatlarning koeffitsiyenti. Agar to‘g‘ri xarajatlar koeffitsiyenti a_{ij} bir birlik mahsulot ishlab chiqarish uchun i mahsulot xarajatlarini ifodalasa:

$$a_{ij} = x_{ij} / x_j$$

tenglikdan aniqlangan bo‘lsa, mahsulot ishlab chiqarish uchun (j) i xarajatlari tegishli holda

$$x_{ij} = a_{ij} x_{\delta}$$

ni tashkil etadi. Yuqorida keltirilgan mahsulot taqsimlanishini tenglikka qo‘yib chiqsak, tarmoqlararo bog‘lanish tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{array}{l}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_1 = x_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_n = x_n\end{array}\right\}$$

yoki matritsali shaklda:

$$AX + Y = X.$$

Bundan

$$X = (E - A)^{-1} Y.$$

Bu yerda: $(E - A)^{-1}$ — to‘liq xarajatlar koeffitsiyentlar matritsasi, E — birlik matritsa. To‘liq xarajatlar koeffitsiyenti bu bir birlik mahsulot ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan yalpi ishlab chiqarish hajmini aniqlash uchun zarur. Shunday qilib, tarmoqlararo balans modeli — tarmoqlararo bog'liqlikni tahlil qilishga va xalq xo'jalik tarmoqlari hamda turli resurs xarajatlarni balanslashga yordam beradi.

Matritsali yozma modelning kamchiligi iqtisodiy sistemani to'liq optimal qila olmasligidadir. Bu kamchilikni oz miqdorda bo'lsa ham, ko'p variantli rejalashtirishda matritsali model bartaraf qilishi mumkin.

V. Murakkab optimallashgan modelga chiziqli va nochiziqli dasturlashda ishlatiladigan, yangilashtirilgan iqtisodiy sistemalar kiradi. Umumiy chiziqli dasturlash masalasi quyidagi model ko'rinishda bo'ladi:

$$L(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \longrightarrow \max . \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i = bi; \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, n$$
$$j = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad (2)$$

$$x_i > 0 \ \text{(hamma } i \text{ qiymatlar uchun).} \qquad (3)$$

Bu yerda: x_i — o'zgaruvchan; c_i, b_i, a_{ij}, — berilgan o'zgarmas miqdorlar; $L(x)$ — maqsad funksiya masalani ekstremallashtiradigan qiymati. Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, chiziqli dasturlash masalalari optimal modellar orasida ko'p tarqalgan. Bu o'z navbatida iqtisodiy sistemani optimallashtirishga nisbatan chiziqli dasturlash uslubi yaxshi ishlab chiqilgan.

Chiziqli dasturlash masalalarini yechish metodini birinchi bo'lib 1939-yilda «Nobel» mukofoti laureati, rus matematigi akademik L. V. Kantarovich yaratdi.

Yuqorida ko'rib o'tilgan barcha determinatsiyalangan iqtisodiy-matematik modellar statistik modellarga kiradi.

Ko'rib o'tilgan barcha iqtisodiy-matematik modellar klassik modellar hisoblanadi.

VI. Determinatsiyalangan optimal dinamik modellarga oddiy misol qilib, dinamik dasturlash masalalar modelini keltirish mumkin. Buni 1950-yillarda amerikalik olim — matematik R.R. Bellman ishlab chiqqan. Agar resurslar sarfida iqtisodiy «effekt» ning yig'indisini maksimallashtirish kerak bo'lsa, u holda funksional tenglamaga tegishli bo'lgan optimallashtirishning i qadami (i = 2, 3, 4, ... N) quyidagicha yoziladi:

$$F_i(p) = \max_{q \in p} G_{n-1}(p, q) + F_{i-1}(T_q(p)).$$

Bu yerda: $T_q(p)$ — o'zgartirish, T_i — qadamga p_i qiymati;

$G_{n-1}(p, q)$ — p, q resurslarni realizatsiya qilishdan olinadigan effektiv foyda yig'indisining funksiyasi.

Bunda birinchi bosqich uchun maksimal natija quyidagiga teng bo‘ladi:

$$F_1(p) = \max_{q \varepsilon p} G(p, q).$$

2.2. STOXASTIK IQTISODIY-MATEMATIK MODELLAR

Agar determinatsiyalangan modellar aniq parametrli sistemani ifodalasa, stoxastik modellar tasodifiy holatlar uchun tuziladi. Stoxastik modellar hodisalarning ehtimolligini aniqlashga asoslanadi. Bunday modellar ayni hodisadagi ayrim jarayonlarning o‘tishini to‘la aks ettirmaydi, balki o‘rtacha, summa natijani beradi.

Iqtisodiy sistemalar, jarayonlar ko‘pgina holatlarda determinallangan holatda bo‘lmaydi. Amaliyotda hattoki aniq va to‘g‘ri reja tuzishda ham aniq ma’lumotlardan foydalanilmaydi. Hatto oddiy ishlab chiqarishning ish normasini aniqlashda ishlab chiqarishning matematik kutilishi va olingan o‘rtacha tenglik aniq deb olinadi. Bu model yengil sanoatda rejalashtirish va «prognozlashtirishni» mahsulotga talabning o‘zgarishi bilan aniqlashda qo‘l keladi.

Iqtisodiy sistemani modellashtirishda ehtimollik nazariyasidan ehtiyotlik bilan foydalanish kerak. Agar iqtisodiy sistema bir necha parametrlar bilan ifodalansa, u holda bu holat tavakkallik bilan bog‘liq bo‘lgan model bo‘ladi. Taqsimlanishning ehtimollik ko‘rsatkichlarini amaliyotda, tajribada statistik ma’lumot, kuzatishlar orqali topiladi.

Noaniq statistik iqtisodiy o‘lchovning yo‘qligi — masalani ifodalovchi parametrlar yo‘qligidan paydo bo‘ladi.

Stoxastik modellar ko‘p turlarga bo‘linadi. Agar sistemaning holati $A_1, A_2, ..., A_k$ bir-biri bilan o‘rnini tez almashtirsa, u holda bu holat **diskret** bo‘ladi.

Stoxastik model va ehtimollik ko‘rsatkichlarining taqsimlanish qoidalarini bilgan holda matematik kutilish M, tasodifiy kattalik x va dispersiya $D[x]$ni topish mumkin.

Tasodifiy kattalik xarakteridan qat’i nazar, ularning raqamli xarakteristikalari quyidagicha topiladi.

Diskret tasodifiy holat uchun:

Matematik kutilish

$$M[x] = \sum_{i=1} x_i p_i;$$

Dispersiya

$$D[x] = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x)^2 p_i.$$

Bu yerda: x_i va p_i — tasodifiy kattalik; $x_1, x_2 \dots x_n$ va $p_1, p_2 \dots p_n$ — ularga tegishli bo'lgan ehtimolliklar.

$$M[x]=m_x; \qquad D[x]=D_x.$$

Uzluksiz tasodifiy kattalik uchun

$$M[x]=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx\ ;$$

$$D[x]=\int_{-\infty}^{\infty}(x-M_x)^2 f(x)dx\ .$$

Bu yerda: $f(x)=F(x)$ — uzluksiz (cheksiz) tasodifiy kattalikning taqsimlanish mustahkamligi.

Aralash tasodifiy kattalik uchun

$$M[x]=\sum_{I_{cs}} x_i p_i+\int_{-\infty}^{\infty} kf(x)dx$$

$$D[x]=\sum_{I_{cs}}(x_i-m_x)^2 p_i+\int_{-\infty}^{\infty}(x-mx)^2 F(x)dx\ .$$

Bunda funksiya barcha uzilish nuqtalarida qo'shib olib boriladi. Integratsiyalash esa funksiyaning uzluksiz bo'limlarida olib boriladi.

Tasodifiy kattaliklar uchun keltirilgan raqamli xarakteristikalar ko'pgina iqtisodiy masalalarni yechishga va ularni stoxastik holatdan determinal holatga keltirishga imkon beradi.

Shunday qilib, tasodifiy kattalik x normal qonun bo'yicha mustahkamligi quyidagicha aniqlanadi:

$$F(x)=(1/\sqrt{2\pi q^2})\ e-(x-mx)2/\delta^2\ .$$

Bu yerda: $\delta^2=D=D[x]$ — tasodifiy kattalik; x deyarli raqamli parametrlar bilan topiladi. Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, cheksiz tasodifiy kattalikning normal taqsimlanishi yengil sanoatda mahsulot sifati xarakteristikasini taqsimlashda ko'p uchraydi.

Diskret tasodifiy holat x «Puasson qonuni» bo'yicha taqsimlanadi. Agar tasodifiy kattaliklar x, 0, 1, 2... m ga teng bo'lsa, u holda $x=m$ bo'lganda:

$$P=(a\cdot m/m')\ e^{-a}.$$

Bu yerda: $a>0$ — taqsimlash parametri. «Puasson qonuni» bo'yicha taqsimlash $m_x=a$ va $D_x=a$.

To‘qimachilik va yengil sanoatda ishlab chiqarish jarayonlarini tahlil qilish shuni ko‘rsatdiki, «Puasson qonuni» ga ko‘pgina obyekt funksiyasini ifodalovchi diskret tasodifiy kattaliklar bo‘ysunadi.

Misol uchun tikuv uskunalarining o‘z-o‘zidan to‘xtab qolishi, presslash moslamalarining to‘xtab qolishini keltirish mumkin.

Eng sodda stoxastik modellar tasodifiy chiziqli funksiyalardir:

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \ldots + b_mx_m.$$

Bu yerda: b_0 — aniqlash funksiyasining xatosi;

b_1, b_2, b_3, b_m — regressiya koeffitsiyentlari;

x_1, x_2, x_m — Y funksiyaning argument faktorlari.

Keltirilgan tenglamada regression bog‘lanish to‘g‘ri chiziqni ifodalaydi. Korrelatsion regression modellar statistik modellarga kiradi. Ularni turli usullarda optimallashtirish mumkin.

Misol uchun: matematik dasturlash usulida:

Agar: $y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m)$ tasodifiy funksiya x_1, x_2, x_3, x_m — argumentlarga bog‘liq bo‘lsa, u holda $\{M[x] = y = f(x)\}$ modelni determinatsiyalashtirilgan matematik dasturlash masalasi ko‘rinishida ifodalash mumkin:

$$F(x_i) - \max.$$

Quyidagi cheklanishlar o‘rinli bo‘lganda

$$\Sigma a_j x_j < d_j \qquad j = 1, 2, \ldots, n;$$
$$x_j > 0$$

Bu yerda: a_j — koeffitsiyentlar; x_j — xarakterlovchi resurs xarajatlar normativi; d_j — resursning maksimal o‘lchami.

Stoxastik dasturlash masalalarining vektor ko‘rinishdagi modeli quyidagicha ifodalanadi:

$$M[C(q), x]\max$$
$$A(q)x < B(q).$$

Bunda: $q \in Q > 0$.

Bu yerda: q — tasodifiy parametr; A, B va C — tasodifiy elementlar; M — matematik kutilish kattaligi; Q — yakuniy aniqliklar.

Stoxastik model uchun funksional chegaralash quyidagi tenglik orqali aniqlanadi:

$$P\left(\sum_{i=1}^{m} a_i x_i \le b_j\right) \ge p_i; \quad \text{bunda} — j = \overline{1, n}$$

$$0 \le p_j \le 1$$
$$x \ge 0$$

Stoxastik modellarda ko'pgina hollarda rus matematigi A. A. Markov tomonidan yaratilgan ehtimolliklar nazariyasi asosida tuzilgan modellar ishlatiladi.

Markov modeli ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasidan iborat. Ommaviy xizmat ko'rsatish masalalarini birinchi bo'lib 1920-yillarda daniyalik olim A. K. Erlan yaratgan. Keyingi yillarda ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi bo'yicha rus matematiklari A. Ya. Xinchin, A. N. Kolmogrov, B. V. Giyedenko va hokazolar ilmiy ishlar qilishgan. Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi dastlab oddiy telefon stansiyalarida, keyinchalik iqtisodiyot sistemasini tahlil qilish va rejalashtirishda qo'llanilgan. Bu modellarda ehtimolliklar faktori orqali ommaviy xizmat ko'rsatish sistemasi yaxshilanadi. Ishlab chiqarishning kutilishi bilan bog'liq bo'lgan ommaviy xizmat ko'rsatish modelida talablar oqimi oddiy holda «Puasson qonuni» bilan taqsimlanadi. Davomiylik taqsimlanishi esa mustahkamlikka bo'ysunadi:

$$F = \mu - m \cdot t.$$

Ommaviy xizmat ko'rsatish modeli sistemasi murakkab dinamik modellarga kiradi. Ommaviy xizmat ko'rsatish masalalari xarakterini optimallashtirishning ko'pgina uslublari yaratilgan.

Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, to'qimachilik va yengil sanoatda ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi ko'p ishlatiladi.

Agar ommaviy xizmat ko'rsatish modeli sistemasi tavakkallilik bilan bog'liq bo'lsa, u holda noaniqlik sharoiti yuzaga keladi. Bu holat o'rganilayotgan iqtisodiy sistema tasodifiy voqealar qonunining qaysi biriga kirishi aniq emas, shu sababli stoxastik model tuzishda noaniq holat (yengil sanoatda talabga qarab bo'lajak model tuzilishi) da maxsus uslublardan foydalaniladi. Berilgan masalalarini yechishda o'yin va statistik yechim nazariyasidan foydalaniladi. O'yin nazariyasi modelida ko'pgina «mini-maks» usuli ishlatilishi sababli optimal yechimni topish mumkin. Bu turdagi modellar dinamik optimallashtirish modeliga kiradi.

TAYANCH IBORALAR

Determinatsiya, iqtisodiy-matematik modellar, determinatsiyalangan model, texnik-iqtisodiy ko'rsatkich, mahsulot mustahkamligi, aylanishlar soni (chastota), ish unumdorligi, chastota, kritik nuqta, matritsali moliyaviy rejalar modeli, murakkab modellar, balans-matritsali model, «Nobel» mukofoti, dinamik model, iqtisodiy «effekt», diskret, stoxastik model, matematik kutilma, tasodifiy chiziqli funksiyalar, o'yin nazariyasi.

XULOSA

Determinatsiyalangan oddiy modellar — iqtisodiy masalalarni yangilash guruhining oddiy bir turi bo'lib, ularga texnik-iqtisodiy ko'rsatkichlarni hisoblashlarda ishlatadigan analitik talaffuzli modellar kiradi. Masalan, dastgohlarning ish unumdorligi aylanishlar chastotasi parabola tenglamasi orqali ifodalanishini nazarga olgan holda u ekstremal qiymatga egaligi matematikaga ma'lum, yoki ehtiyojlarni optimal boshqarish modeli determinatsiyalangan model orqali ifodalanadi. Agar model tasodifiy holatlarni ifodalasa, u stoxastik modellar turiga kiradi. Shunday qilib, talabalar iqtisodiy modellarning turlari bilan tanishadilar.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Yengil sanoatda qo'llaniladigan iqtisodiy-matematik modellarga misollar keltiring.
2. Determinatsiyalangan optimallashtiruvchi modelga misol keltiring.
3. Kvadratik funksiya modeliga to'qimachilik sanoati bo'yicha misol keltira olasizmi?
4. Qanday modellarga murakkab determinatsiyalangan model deyiladi?
5. Stoxastik modellar qanday holatlarni ifodalaydi?
6. Ommaviy xizmat ko'rsatish modeli sistemasi qanday modellar turiga kiradi?

II bob. JARAYONLARNING MATEMATIK MODELLARINI TUZISH USULLARI

3-§. MATEMATIK MODELLASHTIRISH. IQTISODIY MASALALARNI MODELLASHTIRISH. ENG KICHIK KVADRATLAR USULI. PARAMETRLARNI EXCELDA, PASKALDA ANIQLASH

3.1. MODEL TURLARI

Iqtisodiy siyosat negizi iqtisodiy tamoyillar asosida ishlab chiqiladi va ma'lum iqtisodiy muammolarni yechishni maqsad qilib qo'yadi. Ushbu muammolarni hal etish ularga taalluqli axborotlar turini tanlash, to'plash, ularni iqtisodiy tahlil qilish yoki o'rganilayotgan obyekt, jarayonga nisbatan umumlashtirish kabi iqtisodiy masalalarni yechishni taqozo etadi. Tabiiyki, bunday masalalarni echish va turli xil qarorlar qabul qilish uchun ma'lum hajmdagi axborotlar ustida matematik amallarni bajarish zarur. Shu bois bu o'rinda iqtisodiy-matematik metodlar va hisoblash vositalaridan foydalanib, turli modellar tuzish yaxshi natija beradi.

Matematikaning ta'rifi juda ko'p. Shulardan biri quyidagicha: Matematika — abstrakt (mavhum) miqdoriy modellarni qurish va ularni tadqiq qilish bilan shug'ullanuvchi fan.

Bunday ta'rifdan kelib chiqadiki, matematikada qancha matematik sohalar (sonlar, matritsalar nazariyasi, Evklid, Lobachevskiy, Riman geometriyalari va h.k.) mavjud bo'lsa, shuncha matematik model ham mavjud. Demak, matematik modellarning turlari ham xilma-xil.

Amalda matematik modellashtirishda ko'pincha differensial, algebraik, guruhlar, to'plamlar va topologik nazariyalardan foydalaniladi. Oxirgi paytlarda elementar zarrachalar nazariyasi, kvant mexanikasi va ekologiya sohalarida guruhlar va topologik metodlarga bag'ishlangan matematik modellar vujudga kelib, fizika va ekologiyadagi fundamental muammolarni hal qilishda muhim rol o'ynayapti.

Albatta, qanday matematik apparatni qo'llash bu o'rganilayotgan masalaga bog'liqdir. Agar o'rganilayotgan masala uzluksiz jarayonlardan iborat bo'lsa, bunda eng qulay differensial va integral hisob nazariyasini qo'llash mantiqan to'g'ri.

Bundan tashqari, o'rganilayotgan masalani o'rganish darajasi ham muhim. Shuning uchun bir xil paytlarda to'plamlar yoki topologik usullarni qo'llash maqsadga muvofiq. Agar bizni o'rganilayotgan masalaning simmetrik yoki invariant xossalari qiziqtirsa, unda guruhlar nazariyasini qo'llash qulayroq bo'ladi.

Bundan kelib chiqadiki, matematik modellarning ko'rinishi o'rganilayotgan misollarning tabiatiga, qo'yilgan maqsadga va h.k.ga bog'liq ekan.

MATEMATIK MODELLARNING TASNIFI (KLASSIFIKATSIYASI)

Matematik modellashtirish bo'yicha oxirgi bir necha o'n yillikda shunchalik ko'p ishlar qilindiki, matematik modellashtirish qo'llanilmagan biror-bir ilmiy va texnikaviy soha qolmadi. Matematik modellashtirish sohasidagi bunday hol tasnif (klassifikatsiya) masalasini yuzaga keltirishi tabiiydir. Ammo hozirgi vaqtda matematik modellar tasnifi bo'yicha aniq bir nuqtayi nazar ishlab chiqilmagan.

Har qanday tasnifning maqsadi bir-biriga o'xshash obyektlarni ma'lum bir alomatlarga asosan guruhlashdir.

Matematik modellar ko'rinishi, masalaning qo'yilishi, o'rganilayotgan obyektning tabiati jihatidan bir-biridan farq qiladi. Ko'pincha, matematik modellar qo'llanishi va texnikasi bo'yicha tasnif qilinadi. Misol tariqasida Lyapunov va Bagrinovskiylar tuzgan tasnifni qarab chiqamiz:

Aniq funksional bog'liqli matematik modellar	Ehtimolli bog'liqli matematik modellar
Diskret vaqtli matematik modellar	Uzluksiz vaqtli matematik modellar
Vaqt intervali chegaralangan matematik modellar	Intervali chegaralanmagan matematik modellar
Fazoviy o'zgaruvchisiz matematik modellar	Fazoviy o'zgaruvchili matematik modellar
Izsiz matematik modellar (Markov zanjiri nazariyasiga asoslangan matematik modellar)	Izli matematik modellar
Boshqaruvchisiz matematik modellar	Boshqaruvchili matematik modellar

Bunday asosda tasniflash amalda kam qo'llaniladi.

Yu. M. Svirejev (1975) matematik modellarni ikki guruhga — analitik va imitatsion modellarga bo'ladi.

Analitik modellar guruhiga masalalarning nazariy tadqiqotiga bag'ishlangan modellar kiradi. Nazariy tadqiqotlar deganda, ko'pincha o'sha o'rganilayotgan obyektning turg'unligi, turg'unlik hollari, chegaraviy davrlarning mavjudligi, bifurkatsion holatlarning dissipativ strukturalari va tebranish davrni aniqlash masalalari tushuniladi. Bunday hollarda biz o'rganilayotgan hodisaning konseptual sxemasini soddalashtirishimiz kerak. Buning uchun haqiqatga yaqin fikrlardan, asimptotik usullardan, soddalashtirilgan gipotezalardan foydalaniladi.

Bunday masalalarni yechishda ko'pincha differensial tenglamalar nazariyasining sifat va turg'unlik usullaridan yoki klassik matematikaning boshqa biror qulay usullaridan foydalaniladi.

Imitatsion modellashtirish masalani amaliy nuqtayi nazardan yechish sistemasini o'z ichiga oladi. U konkret real sharoitni, noma'lum o'zgaruvchilarni yoki yetarli darajada ma'lum bo'lmagan elementlar orasidagi bog'liqlikni hisobga olgan holda ko'riladi. Bunday hollarda asosan kompyuterda eksperiment o'tkazish metodlari nazarda tutiladi. Bunday modellashtirish metodi analitik metoddan farqli ravishda o'rganilayotgan obyekt elementlari orasidagi xilma-xil bog'liqliklarni hisobga olishi mumkin.

Imitatsion modellashtirish usulidan hozirgi paytda juda keng ko'lamda foydalaniladi. Imitatsion modellashtirish ishlatilmagan biror soha yo'q. Hatto ba'zi analitik masalalarni yechishda ham qo'llaniladi.

MATEMATIK MODELNI QURISH METODLARI

Matematik modellashtirish atrof-muhitni o'rganishning asosiy va doimiy quroli hisoblanadi.

Avval matematik modellarni qurishning asosiy bosqichlari bilan tanishib chiqamiz. Ana shu bosqichlar ichida ikkita asosiy omil bor; bular: ishchi gipotezalarni aniqlash va ular asosida matematik modelning konseptual sxemasini qurish. Bu ikki asosiy tayanch omil matematik model o'rganilayotgan obyektni qanchalik haqqoniy aks ettirishini belgilaydi. Bu bob bilan tanishayotganda ana shu ikki asosiy tayanch omilga juda katta e'tibor berish kerak.

MATEMATIK MODELLASHTIRISHNING BOSQICHLARI

Matematik modelni qurishdan oldin biz model qaysi talablarga javob berishini bilishimiz kerak. Bu talablar quyidagilar:

— konkret obyektning modeli boshqa o'xshash obyektlarga qo'llanishi uchun zarur darajada universal bo'lishi shart;

— model shunday qurilishi lozimki, uni deyarli o'zgartirishsiz o'zidan yuqori darajali modelga andoza sifatida kiritish mumkin bo'lsin;

— modelda masalani yechishda zarur bo'ladigan faktorlarni hisobga olish kerak;

— model hisobga olinishi zarur bo'lgan faktorlarga juda sezgir bo'lmasligi kerak;

— model blokli prinsipda qurilishi, ya'ni o'zgaruvchilar iloji boricha alohida blokda hisoblanishi kerak.

Birinchi talabning ma'nosi shuki, real obyektning matematik modeli kerakli darajada umumiy bo'lishi, ya'ni uni juda kam o'zgartirish bilan boshqa o‘xshash obyektlarga qo‘llay olish kerak. Misol uchun issiqlik o‘tkazuvchanlikning chiziqsiz tenglamasini nafaqat issiqlik jarayonlarini yozish uchun, balki diffuziya, yer osti suvlarining harakati, gazning g‘ovak (qatlamlardagi) filtrlanish jarayonlarni o‘rganishga ham qo‘llash mumkin. Bunda faqat modelga kiruvchi kattaliklarning ma’-nosi va o‘zgarmas kattaliklarning qiymati o‘zgarishi mumkin. Bu yerdan kelib chiqadiki, bunday obyektlarning umumiy va asosiy qonunlari bir xil abstraksiya ko‘rinishiga ega bo‘lishi mumkin.

Ikkinchi talabda matematik modelning kompaktligi nazarda tutilgan. Modelni ko‘rayotganda hamma vaqt shuni nazarda tutish kerakki, model zarur vaqtda o‘zidan yuqori darajali modelning bir bloki sifatida ishlatilishi mumkin. Misol, daraxtning matematik modeli o‘rmon ekosistemasi modelining bir bloki sifatida, yoki fotosintez jarayonining matematik modeli daraxt matematik modelining bir bloki sifatida ishlatilishi mumkinligi nazarda tutiladi.

Uchinchi talabning ma’nosi shuki, iloji boricha ikkinchi, uchinchi darajali faktorlarni matematik modellashtirishda hisobga olmaslik, ya’ni modelni murakkablashtirmaslik kerak. Misol, epidemiya tarqalishining matematik modeliga shamolning tezligini hisobga olish modelini qo‘llash ishni ancha murakkablashtiradi, ammo atrof-muhitni ifloslantiruvchi omillarning tarqalishini akslantiruvchi geopotensial, atmosfera temperaturasi, shamol yo‘nalishi va tezligini hisobga olmaslik umuman mumkin emas. Yana bir misol suv quvuridagi suvning oqimi matematik modelini ko‘rayotganda Oyning ta’sirini hisobga olmasak ham bo‘ladi, ammo dengiz yoki okeandagi suv toshqinlarini hisoblayotganda biz albatta Oyning tortishini hisobga olishimiz kerak, chunki suv toshqinlari to‘g‘ridan-to‘g‘ri Oyning tortishi natijasidir.

To‘rtinchi talabning ma’nosi shuki, real tabiatdagi ko‘pgina faktorlarni o‘lchashda anchagina xatoliklarga yo‘l qo‘yilishi mumkin. Ko‘pchilik hollarda faktorning aniq qiymatini o‘lchash mumkin bo‘lmay qoladi. Sababi: o‘lchashning biror-bir aniq mukammal metodikasi yo‘q yoki umuman iloji yo‘q.

Beshinchi talab matematik modelni deyarli o‘zgartirishsiz moslashtirishga qaratilgan bo‘lib, modelning universalligini ifodalaydi.

Matematik modelni qurish bosqichlari quyidagilardan iborat:

— obyektni o‘rganish;

— obyektni obyekt osti bloklariga ajratish, bloklardagi o‘zgaruvchilarni aniqlash, bloklar va ulardagi o‘zgaruvchilar orasidagi bog‘liqliklarni o‘rnatish va obyektning konsepsual (g‘oyaviy) modelini qurish;

— konsepsual modelni matematik tilda ifodalash, ya’ni obyektning matematik modelini yozish. Matematik modelni nazariy tadqiq qilish;

— qulay kompyuter tilida modellashtirish algoritmini yozish;
— kompyuterda obyekt dinamikasini imitatsiyalash;
— model parametrlarini baholash (identifikatsiyalash); imitatsiya natijasini obyektning tabiiy dinamikasi bilan taqqoslash asosida;
— modelni sinash (verifikatsiyalash), ya'ni identifikatsiyalash-gan modelni boshqa (identifikatsiyalashda foydalanilmagan) beril-ganlarda sinash;
— model sezgirligining tahlili, ya'ni imitatsiya natijasining mo-del parametrlari qiymatlariga va boshlang'ich berilganlarni o'zga-rishiga bog'liqligini aniqlash;
— imitatsion eksperiment andozasini yozish va har xil mantiqiy ssenariyalarni ko'rib chiqish.

Birinchi bosqichda obyektga doir, uning dinamikasini, tabiatini tushuntiruvchi ma'lumotlarni yig'ish tushuniladi.

Ikkinchi bosqichda yig'ilgan ma'lumotlarni sistemalashtirish, te-gishli ishchi gipotezalarni yozish va sistemalashtirilgan ma'lumotlarni sxematik ravishda akslantirish tushuniladi. Sistemalashtirilgan ma'lumotlarni sxematik akslantirish — konsepsual modellashtirishdir.

Uchinchi bosqichda konsepsual model asosida matematik modelni yozish. Bunda albatta o'sha konsepsual model va o'rganilayotgan obyektga nisbatan yurgizilgan ishchi gipotezalar asosida o'zgaruvchilar orasidagi bog'liqlarni, munosabatlarni, ularning o'zgarish qonunlarini, bloklar orasidagi bog'lanishlarni matematik ifodalar, funksiyalar va tenglamalar orqali yozish tushuniladi. Bularning hammasi birgalikda matematik modelni tashkil qiladi. Matematik model yozilgandan so'ng uni ma'lum bir matematik metodlarga asosan tadqiq qilinadi. Bunda matematik model yechimlari, ularning o'zgarish sohalari aniqlanadi, modelning asimptotik yechimlari tahlili ko'rib chiqiladi, model turg'unligi tekshiriladi va h.k.

To'rtinchi bosqichda matematik model yechimlari asosida kom-pyuterdagi qulay biron-bir algoritmik tilda dastur yoziladi (mate-matik model yordamida imitatsion eksperimentlarni o'tkazish uchun).

Beshinchi bosqichda modelni obyekt dinamikasiga muvofiq-lashtirish niyatida obyekt dinamikasi bo'yicha imitatsion eksperi-mentlar o'tkazish tushuniladi.

Oltinchi bosqichda imitatsion eksperiment natijasini obyektning tabiiy dinamikasi bilan taqqoslash natijasida matematik model parametrlari baholanadi.

Yettinchi bosqichda modelni amalda qo'llash uchun sinov eks-perimentlari o'tkaziladi, modelni amalda tatbiq qilish mumkinmi yoki muvofiqlashtirish uchun o'zgartirish talab qilinadimi, degan savolga javob izlanadi.

Sakkizinchi bosqichda modelning o'z parametrlari qiymatiga nisbatan sezgirligi, ya'ni parametrlarini aniqlashdagi xatoliklarning chegaralari aniqlanadi. Agar xatolik belgilangan chegaradan chiqib ketsa, model natijalari obyektning haqiqiy dinamikasidan farqli bo'lib, noto'g'ri ma'lumotga olib kelishi mumkin. Ana shunday holatga tushmaslik uchun albatta model parametrlarini o'rganish, ya'ni «ishonch intervallarini» aniqlash kerak.

Oxirgi bosqichda matematik model yordamida har xil mantiqiy, nazariy va amaliy eksperimentlar o'tkazish yordamida obyekt haqida yangi ma'lumotlarni yig'ish, ya'ni ilmiy-nazariy tadqiqot ishlari olib borish tushuniladi.

Yuqorida aytilganidek, model — o'rganilayotgan obyekt, jarayon yoki hodisaning muhim xususiyatlarini, xossalarini matematik tavsiflash. Uning chiziqli, optimizatsion, statistik turlari mavjud. Modellashtirish — fizik hodisa va jarayonlarni model yordamida tadqiq qilish; obyektlarning modellarini qurish. Modellashtirish besh asosiy bosqichdan iborat bo'lib, quyida pul aylanish tezligi misolida modellashtirish bosqichlari bilan tanishamiz.

3.2. MODELLASHTIRISHNING ASOSIY BOSQICHLARI (MASALALAR)

1. Masalaning qo'yilishi. Pul birligi qiymatining barqarorligiga erishishning muhim omillaridan biri — pul hajmini optimal miqdorda muomalada ushlab turishdir. Vazifa: *A*. Tadqiq qilinayotgan iqtisodiy (moliyaviy) tizim tarkibini tahlil etish.

B. Masalaning iqtisodiy shartlariga mos keluvchi modelini ishlab chiqish. Bu o'rinda e'tiborni ikki narsaga qaratish kerak:

a) pulning yillik muomala tezligini aniqlash;

b) pul aylanish tezligi o'zgarishi yo'nalishini aniqlash.

Masalani yechish u yoki, bu statistik axborotning mavjudligiga bog'liq.

Masalan: 1. Agar yillik nominal milliy daromad (Y) va pul massasi (M) ma'lum bo'lsa, u holda pul muomalasi tezligi (V) quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$V = Y/M.$$

Agar pul muomalasining oylik tezligi haqida statistik ma'lumotlar mavjud bo'lsa, u holda bu ko'rsatkichni jamlash orqali yillik pul muomalasi tezligi aniqlanadi:

$$V = V_t,$$

bunda: V_t — toyidagi pul muomalasi tezligi.

2. Pul muomalasi tezligining o'zgarishini chiziqli regressiya modeli yordamida aniqlash mumkin:

$$Y(t) = a_0 + a_1 x; \qquad (1)$$

bunda: a_0 va a_1 — noma'lum parametrlar.

Chiziqli bog'liqlik mavjud bo'lgan hollarda modelning parametrlarini hisoblash uchun normal tenglamalar tizimidan foydalanish mumkin, ya'ni

$$\left.\begin{aligned} na_0 + a_1\Sigma x_t &= \Sigma Y_t \\ a_0\Sigma x_t + a_1 x_t^2 &= \Sigma Y_t x_t \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Bu yerda: n — kuzatish soni; Y_t — pul muomalasi tezligining t vaqtdagi qiymati.

3. Boshlang'ich axborotlarni to'plash va tayyorlash.

Yuqorida zikr etilgan masalani yechish uchun quyidagi ma'lumotlardan foydalaniladi:

a) nominal milliy daromad — 298 mlrd so'm pul massasi 60 mlrd so'm;

b) pul birligining aylanish tezligi haqidagi ma'lumot.

Oy	Tezlik	Oy	Tezlik
01	0,35	07	0,38
02	0,34	08	0,37
03	0,33	09	0,53
04	0,35	10	0,56
05	0,35	11	0,55
06	0,37	12	0,56

4. Iqtisodiy masalani yechishning amaliy algoritmlarini ishlab chiqish va uni amalga oshirish.

Hisoblangan natijalarni tahlil qilish va ularni iqtisodiy talqin etish.

Berilgan ma'lumotlar asosida a_0 va a_1 parametrlar qiymatini hisoblab, modelni joriy etish natijasida olingan parametrlarning va x o'zgaruvchi qiymatlarining iqtisodiy ma'nolari ochib beriladi.

Keltirilgan misoldan ko'rinib turibdiki, modellashtirish iqtisodiy masalalarni yechish uchun tajriba o'tkazish vositasigina emas, balki boshqarish qarorlari ishlab chiqish uchun ham ma'lum ahamiyatga egadir.

Iqtisodiy mavzularda x va y miqdorlar orasidagi bog'lanishlarga ega bo'lgan ko'p masalalar uchraydi. Bu o'zgarishlarning biri erkin o'zgaruvchi x, ikkinchisi erkli o'zgaruvchi y. Birining o'zgarishi ikkinchisini o'zgartiradi. Agar x ning har bir qiymatiga mos ravishda yagona bir o'zgaruvchi qiymati mos bo'lsa, bu holda funksional bog'lanish mavjud hisoblanadi, ya'ni

$$y = f(x).$$

Masalan, korxonaning rentabelligi uning daromadiga bog'liq, ya'ni rentabellik daromadning funksiyasi bo'ladi, shuning uchun bu o'zgaruvchilar bilan eksperimentlar o'tkazish shart emas.

Lekin ba'zi hollarda o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishlar aniq bo'lmaydi. Masalan, ishlab chiqaruvchi ishchining staji bilan ishlab chiqish usuli orasida bog'lanish albatta bor, ammo bu bog'lanishni aniqlashda qo'shimcha izlanishlar o'tkazish kerak.

Ma'lumki, aniq bo'lmagan faktorlar o'zgaruvchilarning ikkoviga ham ta'sir etadi, ya'ni funksiya u bilan argument x orasidagi bog'lanish stoxastik bog'lanishga ega bo'ladi, quyidagi tenglik bilan ifodalanadi:

$$y = f(x) + E,$$

bunda: E — tasodifiy komponenta bo'lib, x ga ham, y ga ham ta'sir etadi. Agar bu tenglikdan tasodifiy E qiymatga qisqartirsak, bu holda x argumentdan hosil qilamiz:

$$\hat{y} = f(x).$$

Belgi ^ bir miqdorning ikkinchi miqdorga yaqinlashishini ifodalaydi. Agar $E = 0$ bo'lsa, bu holda x va y orasida funksional bog'lanish o'rinli, agar $f(x)$ o'zgarmas bo'lsa, x va y bog'lanishga ega emas. Regressiya koeffitsiyentlari quyidagi shartdan aniqlanadi:

Regressiya $y = a + a_1x$ parametrlarini matritsa xossalarini nazarga olgan holda ham aniqlash mumkin. Buning uchun boshlang'ich qiymatlarni regressiya tenglamasiga qo'yib matritsa ko'rinishida ifodalash mumkin:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ i & x_n \end{pmatrix}$$

Funksiyaning qiymatlari esa Y vektorni tashkil etadi:

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Regressiya koeffitsiyentlari ham vektorni hosil qiladi:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_{i1} \end{pmatrix}$$

Shartli belgilarni hisobga olgan holda normal tenglamalar sistemasi matritsa ko'rinishini qabul qiladi:

$$X^T XA = X^T Y.$$

Bunda: X — matritsa; X^T — matritsaning transponirlashgan matritsasi. Agar n regressiya koeffitsiyentlarining sonidan katta bo'lsa, normal tenglamalar sistemasi yechimga ega bo'ladi. Bu sistemani yechib regressiya koeffitsiyentlarini aniqlab, regressiya tenglamasi tuziladi:

$$\left.\begin{aligned} a_0 \sum_{i=1}^{n} X_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} X_i^2 &= \sum_{i=1}^{n} X_i\, y_i; \\ a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^{n} X_i &= \sum_{i=1}^{n} y_i. \end{aligned}\right|$$

Matematik modellashtirish bo'yicha rus tilida chop qilingan ko'pchilik ishlarda blok-sxema tushunchasi va sxemani uchratamiz. Konsepsual sxema va blok-sxema bir-biriga o'xshab ketsayam, aslida ma'no va tuzilishi jihatdan ular farq qiladi, bu birinchidan, ikkinchidan konsepsual sxema matematik model qurish uchun kerak, blok-sxema berilgan matematik model bo'yicha biror-bir algoritmik tilda kompyuterda programma yozish uchun mo'ljallangan.

Konsepsual sxemani Forrester diagrammalar tilida ko'riladi. Forresterni qiziqtirgan tadqiqot obyekti bu murakkab sistema hisoblangan ishlab chiqarish korxonalari edi. Bunday murakkab sistemalarni tadqiq qilishdan maqsad ishlab chiqarish korxonalarining dinamik modellarini qurish edi. Ishlab chiqarish korxonalarini har tomonlama o'rganib chiqqandan so'ng Forrester bunday murakkab sistemaning ishlash faoliyati imitatsion dinamik modelini taklif qildi.

Bunday imitatsion dinamik modellar quyidagi xossalarga ega bo'lishi kerak:

— istalgan har qanday sabab-natija bog'liqlarni hisobga ola bilishi;

— oddiy matematik ko'rinishga ega bo'lishi;

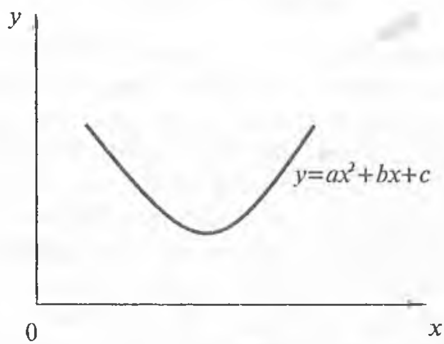
— o'rganayotgan obyekt tiliga sinonim terminlarni ishlatish;

— iloji boricha ko'p o'zgaruvchilarni qamrab olish (albatta hisoblash mashinalari resurslarini hisobga olgan holda).

«Uzluksiz» o'zaro ta'sirni shunday akslantira olishi kerakki, yechimlar (qarorlar) oralig'idagi vaqt onlarida kiritiladigan diskret kattaliklar model natijasiga ta'sir qilmasin. Kerak bo'lganda model natijasiga diskret o'zgarishlar kiritish mumkin bo'lsin. Forrester bog'liqlar diagrammasi yordamida juda ko'p dinamik modellar yaratilgan.

3.3. ENG KICHIK KVADRATLAR USULIDA MATEMATIK MODEL TUZISH

Matematik model tuzishning matematik usullaridan biri eng kichik kvadratlar usulini qo'llashdir. Bu usulni qo'llashda tabiat yoki ishlab chiqarish korxonalaridagi biror jarayon yoki hodisalarning vaqt bilan bog'liqligini, boshqa hodisa bilan bog'lanishini aniqlashga to'g'ri keladi. Erkli o'zgaruvchi miqdor-argument bilan funksiyaning o'zgarishi bir vaqt oralig'ida tekshiriladi. Keyin izlanishlar natijasi bog'lanishlarni nazarga olgan holda jadvalga joylashtiriladi. Hosil bo'lgan funksional bog'lanishni Dekart koordinatalar sistemasiga qo'yiladi, ya'ni nuqtalar tekislikda belgilanadi va shu nuqtalar ustidan shunday chiziq o'tkaziladiki, bu chiziq nuqtalarning ko'pining ustidan o'tsin. Chizmani chizamiz (3.1-rasm).



3.1-rasm.

Chizmadagi egri chiziq parabolaning bir qismini ifodalaydi, ya'ni izlanayotgan hodisa grafigi parabolaga o'xshash shaklni ifodalaydi. Uning matematik modeli quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (1)$$

Bu parabola modelini qabul qilamiz.

Bunday funksional bog'lanishda a, b, c noma'lum parametrlar. Noma'lum parametrlarni aniqlash uchun matematik usullardan biri — eng kichik kvadratlar (E.K.K.) usulini qo'llaymiz. E.K.K. usuli quyidagi shartni ifodalaydi:

$$f(x)=\left[\sum_{i=1}^{n}(y_t-ax_t^2-bx_t-c)\right]-\min \qquad (2)$$

E.K.K. usuli funksiya bilan uning modeli (ax^2+bx+c) orasidagi ayirmalarning kvadratlari eng kichik qiymatga teng bo'lishini talab qiladi. Ifodaning darajasi ikkiga teng bo'lishi sharti bu kesmalarning absolut qiymatlari yig'indisi, ya'ni hosil bo'lgan yig'indining kvadrati eng kichik qiymatga erishishi kerak deganidir. Buning ma'nosi shuki, funksiya va modelning qiymatlari taxminan bir-biriga yaqin bo'lishi kerak. Shuning uchun (1) tenglik bilan ifodalangan model jarayoni to'g'ri aks etadi. Noma'lum parametrlarni topish uchun ikkinchi formuladan a, b, c noma'lumlar bo'yicha xususiy hosilalar olinib, «0» ga tenglashtiriladi:

$$\left|\begin{array}{lll} f_a(x)=\frac{df}{da}=0 & ya'ni & \frac{df}{da}=2\sum_{t=1}^{n}[y_1-ax_1^2-bx_1-c]\cdot[-x_1^2]=0 \\ f_b(x)=\frac{df}{db}=0 & (3) & \frac{df}{db}=2\sum_{t=1}^{n}[y_1-ax_1^2-bx_1-c]\cdot[-x_1]=0 \\ f_c(x)=\frac{df}{dc}=0 & & \frac{df}{dc}=2\sum_{t=1}^{n}[y_1-ax_1^2-bx_1-c]\cdot[-1]=0. \end{array}\right| \qquad (3)$$

Quyidagi amallar bajariladi.

2-tenglikdan xususiy hosilalar olinadi.

4-tenglamalar sistemasida sistemaning hamma hadlarini ikkiga qisqartirib, qavslarni ochib, ma'lumlarini bir tomonga, noma'lumlarini 2-tomonga o'tkaziladi, unda quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n}y_ix_i^2=a\sum_{i=1}^{n}x_i^4+b\sum_{i=1}^{n}x_i^3+c\sum_{i=1}^{n}x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n}y_ix_i=a\sum_{i=1}^{n}x_i^3+b\sum_{i=1}^{n}x_i^2+c\sum_{i=1}^{n}x_i \\ \sum_{i=1}^{n}y_i=a\sum_{i=1}^{n}x_i^2+b\sum_{i=1}^{n}x_i+\sum_{i=1}^{n}c \end{array}\right| \qquad (4)$$

masalan:
$$D=\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^4 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum x_i & n \end{vmatrix} \tag{5}$$

$$D_a=\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n} y_i x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i & \sum_{i=1}^{n} x_i & n \end{vmatrix} \tag{6}$$

bunda: $\sum_{i=1}^{n} c = nc$.

4-tenglamalar sistemasi 3 noma'lumli (a, b, c) uchta tenglamalar sistemasidan iborat, sistemani yechish uchun Kramer formulasidan foydalanamiz. Noma'lum parametrlar oldidagi 4-sistemaning o'ng tomonidagi koeffitsiyentlardan tuzilgan determinantning chap tomoni, ozod hadlarni tashkil etadi:

$$a=\frac{D_a}{D},\quad b=\frac{D_b}{D},\quad c=\frac{D_c}{D}. \tag{7}$$

(D) nolga teng bo'lmasa, sistema yechimga ega.

D_a, D_b, $D_ç$ determinantlar esa D determinantning mos ustunlarini sistemaning ozod hadlari bilan almashtirish natijasida hosil qilingan determinantlar hisoblanadi.

Shunday qilib, a, b, c noma'lum parametrlar hisoblandi, ularni (1) tanlangan tenglikka qo'yamiz, bu holda jarayonlar bog'liqligining matematik modeli aniq ko'rinishni qabul qiladi.

$y=\bar{a}x^2+\bar{b}x+\bar{c}$, bunda $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ — aniq son qiymatlar.

Masala: Firmaning qandolat mahsulotlari ishlab chiqarish fabrikalarida mehnat unumdorligi va ishlarni avtomatlashtirish koeffitsiyenti orasidagi bog'lanish aniqlansin.

Izlanishlar natijasi 1-jadvalda berilgan.

(4) sistemaning koeffitsiyentlari shu jadvalda keltirilgan.

Bu koeffitsiyentlar qiymatlarini nazarga olgan holda (4) sistema quyidagi (8) ko'rinishni qabul qiladi:

$$\left.\begin{aligned} 4323158 &= a.487509+b.26608+c.1485 \\ 1271{,}57 &= a.26608+b1485+c.85 \\ 73{,}31 &= a.1485+b.85+c.4 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

1-jadval

Qurilma holat tab. №	Ish. avt. koef.	Meh. unum-gi	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_iy_i	$x_i^2y_i$	$\|x_2-x\|$	$\|y_i-y\|$	$\|x-x\|\|y-y\|$	$\|x_2-x\|^2$	$\|y_i-y\|^2$
1	13	12	169	2197	28561	156	2028	4	2,7	10,6	16	7,1
2	15	13,5	225	3375	50625	203,3	3048,7	2	1,1	2,2	4	21
3	17	14,5	289	4913	93521	247,5	4207,8	0	1	0,	0	0
4	19	16,2	361	6859	11032	307,8	5848,2	2	1,5	2,0	4	2,3
5	21	17	441	9261	194481	357	7497	4	2,3	9,6	16	5,48
$\Sigma=5$	85	73,3	1485	6859	487509	1271,57	43231,58	—	—	25,4	40	16,16

(5) sistemani yechib, noma'lum koeffitsiyentlarni aniqlaymiz:

$$a = \frac{D_a}{D},\ b = \frac{D_b}{D},\ c = \frac{D_c}{D},$$

$$c = 299501$$
$$b = -35478$$
$$a = 1041$$

Quyidagi tenglik jarayonning matematik modelini ifodalaydi:

$$y(x) = 1041x^2 - 35478x + 299501 \qquad (9)$$

Aniqlangan matematik modelni baholaymiz, buning uchun avval korrelatsiya koeffitsiyentini hisoblaymiz.

Funksiyasi	Formula	Funksiyaning chiziqli ko'rinishi	$t=0$ bo'lganda			$t\neq 0$ bo'lganda	
			a	b	c	a	b
Chiziqli	$y=a+bx$	$y=a+bx$	$\frac{\sum y}{n}$	$\frac{\sum y\cdot x}{\sum x^2}$	—	$\frac{\Sigma y-b\frac{\Sigma x}{n}}{n}$	$\frac{n\sum xy}{n\sum x^2}$
Parabolik	$y=a+bx+$ $+cx^2$	—	$\frac{\sum y}{n}-$ $-c\frac{\Sigma x^2}{n}$	$\frac{\sum yx}{\Sigma x^2}$	$\frac{n\sum yx^2-\Sigma_y\Sigma x^2}{n\Sigma x^4-(\Sigma x^2)^2}$	—	—
Giperbolik	$y=a+$ $+b\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}=z$ $y=a+bz$	—	—	—	$\frac{\sum y}{n}-b\frac{\Sigma z}{n}$	$\frac{n\sum xy}{n\Sigma z^2}$
Ratsional kasr	$y=1/$ $(a+bx)$	$z=\frac{1}{y}$ $z=a+bx$	—	—	—	$\frac{\sum z}{n}-b\frac{\Sigma x}{n}$	$\frac{n\sum zx}{n\Sigma x^2}$
Darajali	$y=ax^b$	$\ln y=$ $=\ln a+b\ln x$	—	—	—	$\ln\frac{\ln y}{n}-$ $b\frac{\sum \ln x}{n}$	$\frac{n\sum \ln}{n\Sigma(\ln)}-$ $\frac{-\sum \ln}{-(\Sigma \ln)}$

Regressiya tenglamalarning parametrlarini eng kichik kvadratlar usulida hisoblash formulalari quyidagi jadvalda berilgan.

Jadvalda keltirilgan qiymatlardan foydalanib hisoblaymiz. O'zgaruvchilarning o'rtacha arifmetik qiymatlari teng bo'ladi. Shu qiymatlardan foydalanib korrelatsiya koeffitsiyentini (R =0, 95) hisoblaymiz. Izlanayotgan miqdorlar orasidagi chiziqli tig'izligini tekshirish uchun determinatsiya koeffitsiyentini hisoblaymiz: $D = R^2 \cdot 100\% = 0{,}952 \cdot 100 = 90\%$.

Shunday qilib, qandolatchilik fabrikalarida ba'zi ishlarni avtomatlashtirish natijasi bilan mehnat unumdorligi orasida chiziqli tig'iz bog'lanish 90% ni tashkil etadi.

3.4. CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASINING PARAMETRLARINI ANIQLASH

Chiziqli regressiya tenglamasining noma'lum parametrlarini normal tenglamalar sistemasining korrelatsiya koeffitsiyenti orqali aniqlash mumkin.

Agar $f(x) = a_0 + a_1 x$ tenglik o'rinli bo'lsa, korrelatsiya koeffitsiyenti chiziqli bog'liqlikni tig'izlik xarakteristikasini ifodalaydi, bu holda korrelatsiya koeffitsiyenti quyidagi formuladan hisoblanadi:

$$R = ([\Sigma x_i y_i]n - \bar{x}\,\bar{y}) / \delta_x \delta_y \,;$$

bunda, $\bar{x}$, $\bar{y}$ esa x, y miqdorlarning o'rtacha arifmetik qiymatlari, δ_x, δ_y — x bilan ularning o'rtacha kvadratli cheklanishlari:

$$\delta_\alpha = \sqrt[n]{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)};$$

$$\delta_\alpha = \sqrt[n]{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 / (n-1)}.$$

Shuni nazarga olish kerakki, $-1 \le R \le 1$.

Agar $R > 0$ bo'lsa, $y = a_0 + a_1 x$ funksiya o'suvchi, $R < 0$ bo'lsa, y kamayuvchi, ya'ni x oshganda y kamayish xususiyatiga ega.

Chiziqli model regressiya tenglamasini aniqlash uchun quyidagi misolni ko'ramiz.

Misol: yigirishda kalava ipdagi tekismaslik ta'sirini (x), kalava ip mustahkamligini $T = 33{,}5$ teks. (variatsiya koeffitsiyenti protsentda-SV), uzilishni topish kerak bo'lsin (y = 1000 m kalavaning uzilish soni hisobida).

Ma'lumotlar quyidagi jadvalda berilgan, bunda

$$x = SV - 10.$$

i	X_i	Y_i	$(x_i-\bar{x})^2$	$(y_i-\bar{y})^2$	X_iy_i
1	0,05	1.0	2,815	2,085	0,050
2	050	1.0	1,507	2,085	0,50
3	1,05	2.0	0,459	0,197	2,100
4	1,35	2,5	0,143	0,003	3,375
5	1,45	2,5	0,077	0,003	3,625
6	1,65	3.0	0,006	0,309	4,950
7	2,60	2,5	0,761	0,003	6,500
8	2,85	3.0	1,259	0,309	8,550
9	4,05	4,5	5,393	4,227	18,225
Σ	15,55	22,0	13,898	9,221	47,875

Hisoblaymiz:

$$\delta_x^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i(\bar{x}_i-x)^2}{n-1}=\frac{13,898}{8}=1,7370;\quad \delta_x=1,318;$$

$$\delta_y^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i(\bar{y}_i-y)^2}{n-1}=\frac{9,221}{8}=1,1526;\quad \delta_y=1,074;$$

$$\frac{\Sigma x_{Yi}}{n}=\frac{47,875}{9}=5,319.$$

Korrelatsiya koeffitsiyentini aniqlaymiz:

$$R=\frac{(\Sigma x_iy_i/n-\bar{x}\,\bar{y})}{\delta x\cdot\delta y}=\frac{5,319-1,728\cdot 2,444}{1,318\cdot 1,0748}=0,771.$$

Regressiya koeffitsiyenti:

$$a_1=R\cdot\frac{\delta_y}{\delta_x},\quad ya'ni\quad a_1=0,771\cdot\frac{1,074}{1,318}=0,628;$$

$$a_0=\bar{y}-a_1\bar{x}=2,444-0,628\cdot 1,7278=1,359.$$

Regressiya tenglamasi quyidagi qiymatni qabul qiladi:

$$\hat{y}=1,359+0,628\cdot x.$$

Determinatsiya koeffitsiyentini hisoblaymiz:

$$D=R^2\cdot 100\%=0,771^2\cdot 100\%=59,4\%,$$

ya'ni uzilishning o'zgarishi 59,4%, bu o'zgarish bir qavatli ipning tekismaslik chiziqli ta'siri ostida paydo bo'lar ekan.

Aniqlangan matematik model yordamida funksiyaning qiymatini hisoblaymiz:

$$\hat{y}=1,359+0,628\,x.$$

Regressiya tenglamasi asosida hisoblangan qiymatlar jadvalning to'rtinchi ustunida joylashtirilgan.

№	x_i	y_i	$\hat{y}_i$	$y_i - \hat{y}_i$	$y_i - \hat{y}_i^2$	$\hat{y}_i - y$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	0,05	1,0	1,38	−0,380	0,144	−1,06	1,124
2	0,50	1,0	1,673	−0,673	0,453	−1,866	3,482
3	1,05	2,0	2,015	−0,015	0,0002	−0,425	0,181
4	1,35	2,5	2,207	0,293	0,086	−0,133	0,018
5	1,45	2,5	2,271	0,229	0,052	−0,163	0,043
6	1,65	3,0	2,395	0,605	0,366	−0,145	0,021
7	2,60	2,5	2,992	−0,492	0,242	0,552	0,305
8	2,85	3,0	3,149	−0,419	0,022	0,709	0,503
9	4,05	4,5	3,902	0,402	0,162	1,442	2,079
Σ	15,55	22,0	—	—	1,527	—	7,756

Regressiyaning noaniqligi o‘lchovi sifatida quyidagi formula qo‘llaniladi:

$$U_{yx} = \frac{\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2}{\Sigma(y_i - \bar{y}_i)^2} = \frac{S_u^2}{S_y^2}.$$

Jadvalning qiymatlaridan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$U_{yx} = \frac{1,527}{9,221} = 0,165.$$

Bu misol uchun regressiyaning noaniqlik koeffitsiyenti U_{yx}=0,165, ya’ni faqat 16,5% dispersiyaning qiymati boshqa faktorlar ta’sirini ifodalaydi.

Mantiqiy fikr yuritishdan ma’lumki,

$$D = P_{yx} + U_{yx} = 1 \text{ yoki}$$
$$D_{yx} = 1 - U_{yx}, \text{ bunda}$$
$$D_{yx} = \frac{S_{\hat{y}}'^2}{S_y^2} = \frac{\sum\limits^{n}(\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{\sum\limits_{i=1}(y_i - y_i)^2} = \frac{7,756}{9,221} = 0,841.$$

Determinatsiya koeffitsiyenti 0 bilan 1 oralig‘ida joylashadi:

$$0 \le D_{yx} \le 1.$$

Agar D_{yx} = 1 bo‘lsa, y_i ning emperik qiymatlari (korrelatsiya sathining nuqtalari) regressiya chizig‘ida joylashadi, ya’ni

$$y_i = \hat{y}_i,\ i = 1,\bar{n} \text{ bo‘lib } S_u'^2 = 0.$$

Agar D_{yx} = 0, ya’ni regressiyaning qiymatlari dispersiyaga teng bo‘lsa, bu holda regressiyaning noaniqlik koeffitsiyenti umumiy dispersiyaga teng bo‘ladi, bu holda $y = y$, ya’ni regressiya chizig‘i abssissalar o‘qiga parallel bo‘ladi. Korrelatsiya koeffitsiyenti nolga yaqin qiymatni qabul qiladi.

Shunday qilib, agar D_{yx} qancha birga yaqin bo‘lsa, shuncha regressiya tenglamasi to‘g‘ri tanlangan hisoblanadi.

Korrelatsiya xatosini hisoblaymiz:

$$S_R = \sqrt{(1-R^2)/(n-2)}.$$

Bunda: S_R — korrelatsiya koeffitsiyenti xatosi,
R — korrelatsiya koeffitsiyenti (R=0,771)
n — tanlamaning hajmi (n=9)

$$S_R = \sqrt{(1-R^2)/(n-2)} = \sqrt{(1-0,771^2)/(n-2)} =$$

$$= \sqrt{(1-0,597)/7} = \sqrt{0,406/7} = \sqrt{0,058} = 0,28.$$

Korrelatsiya koeffitsiyenti muhimlik mezonini aniqlaymiz, ya’ni $t_R > t_{jad}$ shart bajarilishi kerak:

$$t_R = R/S_R = \frac{0,771}{0,24} = 3,21, \quad t_R = 3,21.$$

Styudent taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan foydalanib, $k = n—2 = 9—2=7$ bo‘yicha t_{jad}=2,45 ni aniqlaymiz.

Styudent mezonining sharti:

$$t_R > t_{jad}, \text{ ya'ni } 3,21 > 2,45.$$

Mezon sharti bajariladi, shuning uchun korrelatsion bog‘lanish muhim. Aniqlangan matematik model jarayonlarning bog‘lanishini aniq ifodalaydi.

3.5. BIR FAKTORLI CHIZIQLI REGRESSIYA TENGLAMASINING PARAMETRLARINI EXCEL-da, PASKAL-da ANIQLASH

Matematik modellarning parametrlarini aniqlashning boshqa usulini ko‘rib chiqamiz. Bir necha yil uchun mahsulotga talab (y) va daromad (x) haqida ma’lumotlar berilgan bo‘lsin.

Yillar n	Daromad x	Talab y
1	x_1	y_1
2	x_2	y_2
3	x_3	y_3
...	...	...
n	x_n	y_n

Faraz qilaylik, x va y orasida chiziqli bog‘lanish mavjud bo‘lsin, ya’ni matematik modelni quyidagi ko‘rinishda tanlaymiz:

$$y = a + bx.$$

Regressiya tenglamasini aniqlash uchun tasodifiy miqdorlar orasidagi zichlik aloqalarni x va y orasida, ya’ni korrelatsion bog‘lanishni aniqlaymiz.

Faraz qilaylik,

$x_1, x_2, ..., x_n$ — bog‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilar qiymatlari;

$y_1, y_2, ..., y_n$ — x o‘zgaruvchiga bog‘liq bo‘lgan qiymatlar, ya’ni funksiyaning qiymatlari;

n — kuzatishlar soni.

Regressiya tenglamasini aniqlash uchun quyidagi kattaliklarning son qiymatlari aniqlanadi:

1. O‘rta qiymatlar

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \text{— ekzogen qiymatlar uchun;}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \quad \text{— endogen qiymatlar uchun.}$$

2. O‘rta qiymatlardan chetlanish:

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}, \qquad \Delta y_i = y_i - \bar{y}.$$

3. Dispersiya kattaligi va o‘rta kvadratik chetlanish:

$$D_x = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i^2}{n-1}, \qquad D_y = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta y_i^2}{n-1}.$$

$$\delta_x = \sqrt{D_x}, \quad \delta_y = \sqrt{D_y}$$

Dispersiya va o‘rta kvadratik chetlanish kattaliklari shuni ko‘rsatadiki, dispersiya qancha katta bo‘lsa, tarqoqlik ham shuncha katta bo‘ladi.

4. Korrelatsion lahza quyidagicha hisoblanadi:

$$K_{xy} = \frac{\Delta x_1 \cdot \Delta y_1 + \Delta x_2 \cdot \Delta y_2 + ... + \Delta x_n \cdot \Delta y_n}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \cdot \Delta y_i}{n-1}.$$

Korrelatsion lahza x va y lar orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi. Agar $K_{xy} > 0$ bo‘lsa, o‘zgaruvchilar to‘g‘ri bog‘lanishga ega. Agar $K_{xy} < 0$ bo‘lsa, teskari bog‘lanishga ega bo‘ladi.

5. Korrelatsiya koeffitsiyenti quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$R_{xy} = \frac{K_{xy}}{\delta_x \delta_y}.$$

Isbotlanganki, korrelatsiya koeffitsiyenti minus bir va plus bir orasida joylashgan ($-1 \leq R_{xy} \leq 1$). Korrelatsiya koeffitsiyentining kvadrati (R_{xy}^2) determinatsiya koeffitsiyenti deyiladi.

Agar $R_{xy} \geq |0,8|$ bo'lsa, hisoblashlarni davom ettirish kerak.

6. Regression tenglamalarning parametrlarini hisoblaymiz.

Koeffitsiyent *b* quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$b = \frac{K_{xy}}{D_x}.$$

Shundan keyin esa *a* parametrni oson hisoblash mumkin:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

Parametrlar hisoblangandan keyin matematik model $y=a+bx$ ko'rinishni qabul qiladi. x larga qiymat berib, x_i, y_i larni hisoblaymiz:

$$y_{ip} = a + bx_i.$$

Bu holda funksiya bilan aniqlangan matematik model orasidagi qoldiqlar quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$u_i = y_i - y_{ip},$$

bunda:

y_i — u ning berilgan qiymatlari;

y_{ip} — tuzilgan model orqali hisoblangan funksiya qiymatlari.

u_i qiymatlardan yana statistik baholashlarda foydalanish mumkin.

Misol. Daromad (x) va talab (y) haqidagi statistik ma'lumotlar berilgan. O'zgaruvchilar orasidagi korrelatsion bog'lanish hamda regressiya tenglamasining parametrlari aniqlansin, kuzatishlar natijalari quyidagi 1-jadvalda berilgan.

1-jadval

Yillar n	Daromad x	Talab y
1	10	6
2	12	8
3	14	8
4	16	10,3
5	18	10,5
6	20	13

Faraz qilaylik, 1-jadvalda keltirilgan miqdorlar orasidagi bog‘lanish chiziqli ko‘rinishda bo‘lsin:

$$y = a + bx.$$

Bu holda hisoblashlarni EXCELda bajarib, quyidagi statistik funksiyalardan foydalanamiz:

SRZNACH — o‘rta qiymatlarni hisoblash uchun;

DISP — dispersiyani hisoblash uchun;

STANDOTKLON — o‘rta kvadratik chetlanishni hisoblash uchun;

KORELL — korrelatsiya koeffitsiyentini hisoblash uchun.

Korrelatsion lahzani hisoblash mumkin: x va y qatorlar uchun chetlanishlarni hisoblab, keyin esa funksiya SUMMPROIZVdan foydalanib, yig‘indi va ko‘paytmalarni $n-1$ ga bo‘lish kerak.

Hisoblash natijalarini 2-jadval ga kiritamiz.

2-jadval

Regressiya tenglamasi parametrlari

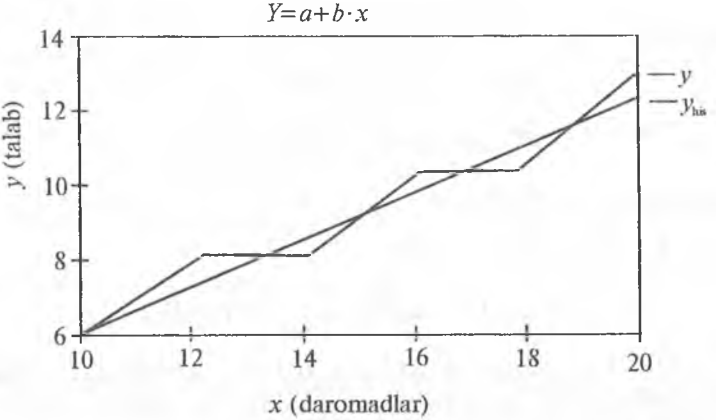
Ko‘rsatkichlar	x	y
O‘rta qiymatlar	15	9,3
Dispersiya	14	6,08
O‘rta kvadratik chetlanish	3,7417	2,4658
Korrelatsion lahza	8,96	
Korrelatsiya koeffitsiyenti	0,9712	
Parametrlar	b=0,64	a=–0,3

Natijada izlanayotgan tenglama quyidagi ko‘rinishni qabul qiladi:

$$y_m = -0{,}3 + 0{,}64\,x.$$

Bu tenglamadan foydalanib uning hisoblanadigan qiymatlarini aniqlab, grafigini chizish mumkin (3.2-rasm).

Grafikda siniq chiziq y ning haqiqiy qiymatlari bilan, to‘g‘ri chiziq esa regressiya tenglamasi bilan chizilgan bo‘lib, talabning daromadga bog‘liqligini ifodalaydi. Lekin ushbu savollar tug‘iladi: «a» va «b» parametrlar qancha salmoqqa ega? Xatolikning kattaligi qanday qiymatga ega?



3.2-rasm. **O'zgaruvchi y ning haqiqiy miqdori va model bilan hisoblangan qiymatlar.**

A. CHIZIQLI BIR FAKTORLI TENGLAMANING XATOSINI BAHOLASH

1. Funksiyaning (y) haq va model bilan hisoblangan qiymatlarini u_i orqali ifodalaymiz:

$$u_i = y_i - y_{ip},$$

bunda:

y_i — y ning haq qiymatlari;

y_{ip} — y ning model bilan hisoblangan qiymatlari;

u_i — ular orasidagi farq.

2. Yig'indilar xatoligi sifatida quyidagi miqdor tanlangan:

$$S = \frac{\sum_{n-2}^{n} u_i^2}{n-2}.$$

Bizning misol uchun S = 0,432.

Qoldiqlarning o'rtacha qiymati $\overline{u}$ nolga teng. Shuning uchun xatoliklarning yig'indisi qoldiq dispersiyaga teng.

3. Qoldiq dispersiya quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$D_u = \frac{\Sigma(u_i - \overline{u})^2}{n-2} = \frac{\Sigma u_i^2}{n-2} = S.$$

Bizning misol uchun D_u = 0,432. Ko'rsatish mumkinki,

$$D_u = (1 - R_{xy}^2) \cdot D_y$$

Agar

$$R_{xy}^2 = 1 \text{ bo‘lsa, unda } D_u = 0.$$

$$R_{xy}^2 = 0 \text{ bo‘lsa, unda } D_u = D_y.$$

Shunday qilib, $0 \leq D_u \leq D_y$.

Agar R_{xy} = 0,9 bo‘lsa, unda

$$D_u = (1 - 0{,}81) \cdot D_y = 0{,}19 \cdot D_y.$$

Bunday nisbatlardan xulosa qilish mumkinki, iqtisodiy qo‘shimchalarda yo‘l qo‘yiladigan xatoliklar yig‘indisi 20 % dan katta bo‘lmasligi kerak (D_y ga nisbatan).

4. Tenglamaning standart xatosi quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$\sigma_u = D_u,$$

bunda: D_u — qoldiq dispersiya. Bizning holda standart xato σ_u =0,6572.

5. Regressiya tenglamasining nisbiy xatosi quyidagicha hisoblanadi:

$$\vartheta = \frac{\sigma_u}{y} \cdot 100\%,$$

bunda: σ_u — standart xatolik;

y — funksiyaning o‘rtacha qiymati.

Bizning holda ϑ = 7,07%.

Agar ϑ kichik songa teng bo‘lsa, avtokorrelatsiya bo‘lmaydi, regressiya tenglamasining prognoz sifati bahosi yuqori bo‘ladi.

6. Koeffitsiyent b ning standart xatosi quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$S_b = \frac{\sigma u}{\sqrt{n D_x}}.$$

Bizning holda S_b = 0,07171.

Koeffitsiyent a ning standart xatosi quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$S_a = \sigma_u \sqrt{\frac{D_u + x^2}{n \cdot D_x}}.$$

Bizning misolda $S_a = 1{,}108$.

Koeffitsiyentlarning standart xatoliklaridan regressiya tenglamasining parametrlarini baholashda foydalaniladi.

Agar

$\frac{S_a}{|a|} < 0{,}5$; $\frac{S_b}{|b|} < 0{,}5$ bo'lsa, koeffitsiyentlar salmoqli hisoblanadi.

Bizning misolda $\frac{S_a}{|a|} = \frac{1{,}108}{|0{,}3|} = 3{,}69$, $\frac{S_b}{|b|} = \frac{0{,}07171}{0{,}64} = 0{,}112$.

Koeffitsiyent *a* salmoqli emas, chunki ko'rsatilgan nisbat 0,5 dan katta, nisbiy xatolik regressiya tenglamasi uchun juda ham katta — 26,7%.

Talabaning *t*-mezoni yordamida statistik koeffitsiyentlarning salmog'ini baholash uchun koeffitsiyentlarning standart xatolari ishlatiladi. 3-jadvalda uning ba'zi qiymatlari keltirilgan.

Quyidagi formulalar yordamida parametrlarning maksimal va minimal qiymatlari (b^-, b^+) hisoblanadi:

$$b^- = b - t_{st} \cdot S_b;$$
$$b^+ = b + t_{st} \cdot S_b.$$

3-jadval

Talabaning *t*-mezoni ba'zi qiymatlari

Ozodlik darajasi (n–2)	Ishonch darajasi (c)	
	0,90	0,95
1	6,31	12,71
2	2,92	4,30
3	2,35	3,18
4	2,13	2,78
5	2,02	2,57

Bizning misol uchun bu qiymatlarni hisoblaymiz:

$$b^- = 0{,}64 - 2{,}78 \cdot 0{,}07171 = 0{,}44;$$
$$b^+ = 0{,}64 + 2{,}78 \cdot 0{,}07171 = 0{,}839.$$

Agar (b^-, b^+) interval kichik bo'lib, «0» qiymat shu intervalda bo'lmasa, «*b*» koeffitsiyent statistik salmoqli *S* — protsentli ishonch darajasida bo'ladi.

Xuddi shu usulda «a» parametrning maksimal va minimal qiymatlari aniqlanadi. Bizning misol uchun

$$a^- = -0{,}3 - 2{,}78 \cdot 1{,}108 = -3{,}38;$$
$$a^+ = -0{,}3 + 2{,}78 \cdot 1{,}108 = 2{,}78.$$

Koeffitsiyent a statistik salmoqli emas, chunki (a^-, a^+) interval katta hamda «0» sonni qamragan.

Xulosa: Hosil qilingan natijalar salmoqli emas, shuning uchun ularni prognozlashda qo'llash mumkin emas. Hosil bo'lgan holatni quyidagi usullarda tuzatish mumkin:

a) n sonini oshirish;

b) faktorlar sonini oshirish;

d) tenglama ko'rinishini o'zgartirish.

QOLDIQLARNING AVTOKORRELATSIYA MUAMMOSI. DARBIN-UOTSON MEZONI

Regressiya tenglamasini aniqlashda dinamik qatorlardan foydalaniladi, ya'ni bir necha yil orasida iqtisodiy ko'rsatkichlarning ketma-ketligi (kvartallar, oylar) olinadi.

Bunday holda ko'rsatkichning avvalgi qiymati uning keyingi qiymatiga bog'liq bo'ladi, buni esa avtokorrelatsiya deyiladi. Ba'zi hollarda bunday bog'lanish kuchli bo'lib, regressiya koeffitsiyentining aniqligiga ta'sir etadi.

Faraz qilaylik, regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin:

$$y_t = a + bx_t + u_t \qquad t = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$$

bunda: u_t — t yilda regressiyaning xatosi.

Avtokorrelatsiyaning mavjudligi yoki yo'qligini aniqlash uchun Darbin-Uotson mezonidan foydalaniladi:

$$DW = \frac{\sum\limits_{t=2}^{t} (u_t - u_{t-1})^2}{\sum\limits_{t=1}^{t} u_t^2}.$$

DW-mezonining qiymati 0 dan 4 gacha bo'lgan intervalda bo'lishi kerak. Agar qoldiqlarning avtokorrelatsiyasi mavjud bo'lmasa, $DW \approx 2$ bo'ladi.

Paskal tilida dasturlar 7- va 8- tajriba ishlarida keltirilgan va institut saytida joylashtirilgan.

TAYANCH IBORALAR

Model, modellashtirish, model turlari, modellashtirish bosqichlari, regressiya, parametr, eng kichik kvadratlar usuli, matematik soha, axborot, adekvatlik, Excel, Paskal algoritmik tili.

XULOSA

Har qanday sohadagi jarayonlar bir-biri bilan bog'liq bo'lib, ularning bog'lanishlarini chiziqli yoki chiziqsiz matematik modellar orqali ifodalash mumkin. Buning uchun yangi informatsion texnologiyalarni qo'llab, matematik modellar tanlanadi, noma'lum parametrlar aniqlanadi. Aniqlangan matematik model adekvatligini aniqlash uchun korrelatsiya koeffitsiyenti, nisbiy xato, determinatsiya koeffitsiyenti, o'rtacha kvadratik qiymatlar hisoblanadi, ya'ni matematik model baholanadi. Talabalar modellashtirish usuli bilan tanishib, modelga qo'yilgan talablarning bajarilishiga e'tiborlarini kuchaytiradilar. Bir faktorli modelning parametrlarini aniqlashda Excel dan foydalanish bilan tanishadilar va statistik funksiyalardan foydalanishni o'rganadilar.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Model ta'rifini ifodalay olasizmi?
2. Matematik modelning ta'rifini yoza olasizmi?
3. Modellashtirish ta'rifini takrorlay olasizmi?
4. Modellar tizimiga bo'lgan talablarni ifodalay olasizmi?
5. Matematik modelni qurishning asosiy bosqichlarini bilasizmi?
6. Qanday modellar chiziqli modellar hisoblanadi?
7. Eng kichik kvadratlar usulining shartini yoza olasizmi?
8. Parametrlar soni bilan normal tenglamalar orasida bog'lanish bormi?
9. Parametrlarni Ecxel da aniqlashda qaysi statistik funksiyalardan foydalanish mumkin?
10. Qanday bog'lanishlar bo'lishi mumkin?

4-§. IQTISODIY KO'RSATKICHLAR BOG'LIQLIGINI TAHLIL ETISH USULLARI

4.1. FUNKSIONAL VA KORRELATSION BOG'LANISH

Bozor iqtisodiyoti ko'rsatkichlari orasidagi bog'liqliklarni o'rganish, ular istiqbolini oldindan aniqlash, boshqarish va optimal yechimlarini topish bo'yicha modellar tuzish mumkin. Buning uchun iqtisodiy o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishlar korrelatsion tahlil etiladi va ularning regressiya tenglamalari, ya'ni statistik modeli tuziladi.

Iqtisodiy o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishlar xarakteriga ko'ra, funksional bog'lanish va korrelatsion bog'lanish, yo'nalishlar o'zgarishiga ko'ra, to'g'ri bog'lanish va teskari bog'lanish, analitik ifodalarning ko'rinishlariga ko'ra, to'g'ri chiziqli bog'lanishga bo'linadi.

Xususan korrelatsion bog'lanish quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$Y = F(X) = M(Y/X = X \cdot t) \tag{1}$$

bu yerda: $(Y/X = X \cdot t)$ — shartli matematik kutilish. Boshqacha aytganda, korrelatsion bog'lanish shunday statistik bog'lanishki, unda X argumenti qiymatining o'zgarishi Y funksiyaning matematik kutilmasini o'zgartiradi. Bu tenglama (1) regressiya tenglamasi deyiladi. Korrelatsion va regression tahlillar iqtisodiy ma'lumotlar asosida regressiya tenglamasini baholash uchun xizmat qiladi. Regression tahlilning maqsadi (1) bog'lanishning ko'rinishi va iqtisodiy ma'lumotlar asosida regression emperik chizig'ini aniqlashdan iborat. Iqtisodiy o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish darajasi korrelatsion tahlil natijasida aniqlanadi.

4.2. MATEMATIK MODELLARNI BAHOLASH, NISBIY XATO

Korrelatsion tahlilning ikki asosiy masalasi mavjud. Birinchi masalasi korrelatsion bog'lanish shaklini aniqlash, ya'ni regressiya funksiyasining ko'rinishini (chiziqli, kvadratli, ko'rsatkichli va h.k) topishdir. Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, regressiya funksiyalari ko'pchilik hollarda chiziqli ko'rinishga ega bo'ladi. Korrelatsion tahlilning ikkinchi masalasi korrelatsion bog'lanishning zichligini aniqlash bo'lib, bunda Y ning X ga korrelatsion bog'liqligi zichligi Y ning qiymatlari YX shartli o'rtacha qiymat atrofida tarqoqligi kattaligi bo'yicha baholanadi.

Ko'p tarqoqlik Yning Xga kuchsiz bog'liqligidan yoki bog'liqligi yo'qligidan darak beradi, kam tarqoqlik ancha kuchli bog'liqlik borligini ko'rsatadi.

Ikki tasodifiy miqdorlar orasidagi bog'lanishni tahlil qilish uchun kovariatsiya va korrelatsiya koeffitsiyenti tushunchasi kiritiladi. Ikki tasodifiy (X va Y) miqdorlarning kovariatsiya koeffitsiyenti deb, bu miqdorlarning o'rta qiymatlaridan chetlanishlari ko'paytmasining matematik kutilmasiga aytiladi:

$$Mxy = M[(X - M(x))(Y - M(y)].$$

Ikki tasodifiy (X va Y) miqdorlarning korrelatsiya koeffitsiyenti deb, ular kovariatsiyasining bu miqdorlar o'rtacha kvadratli chetlanishlari ko'paytmasi nisbatiga aytiladi:

$$r = \frac{M((X-M(x))(Y-M(y))}{\sqrt{M((X-M(x))^2 / M(y-M(y))^2}}.$$

Tenglamaning korrelatsiya koeffitsiyenti quyidagicha aniqlanadi:

$$r_{xy} = \Sigma(x\bar{t} - x)(y\bar{t} - y) / \sqrt{\Sigma(xt - x)^2 \Sigma(yt - y)^2}.$$

Tenglama korrelatsiya koeffitsiyenti ishonchliligi tenglamaning xatosi va muhimlik (qiymatdorlik) mezoni asosida baholanadi.

Korreksiya koeffitsiyentining standart xatosi ushbu formula bilan aniqlanadi:

$$S'_r = \frac{\sqrt{1-r^2}}{n-2}.$$

Bu yerda: S'_r — korrelatsiya koeffitsiyenti xatosi; R — korrelatsiya koeffitsiyenti; n — tanlanmaning hajmi.

Korrelatsiya koeffitsiyenti muhimlik mezonining formulasi quyidagicha:

$$tr = r/sr.$$

Agar $t_r > t_{\text{jad}}$ bo'lsa, korrelatsion bog'lanish muhim, aks holda muhim bo'lmaydi. Bu yerda t_{jad} qiymati Styudent taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan foydalanib topiladi. Bunda berilgan X ning qiymatdorlik darajasi $-a$ (jadvalning yuqori satrida) va ozodlik darajalari soni $R=n-2$ bo'yicha $t_{\text{jad}} = t\ (a,\ R)$ ni topish lozim.

NISBIY XATO

$$\eta = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{yf_i - ym_i}{y_f}\right| \cdot 100\%.$$

Bunda: n — tanlama hajmi; yf_i — hodisaning berilgan son qiymatlari; ym_i — hodisaning model qiymatlari.

Korrelatsion bog'lanish faqat ikki iqtisodiy o'zgaruvchilar orasida emas, balki bir nechta iqtisodiy o'zgaruvchilar orasida ham mavjud.

Bu holda qaralayotgan iqtisodiy tizim ko'p o'lchamli modellar hisoblanadi.

Ko'p o'zgaruvchi funksiyalar orasida korrelatsion bog'lanishlar ko'p o'lchamli korrelatsion tahlil nazariyasi predmetini tashkil etadi. Ko'p o'lchamli korrelatsion bog'lanishning kuchini baholashda ko'p o'lchamli korrelatsiya koeffitsiyentidan foydalaniladi.

Iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish amaliyotida uch o'zgaruvchi orasidagi chiziqli korrelatsion bog'lanish eng ko'p uchraydi, shuning uchun uchta iqtisodiy o'zgaruvchi o'rtasidagi korrelatsion bog'lanishni o'rganish bilan chegaralanamiz. Uchta iqtisodiy o'zgaruvchi (z va x, y) orasidagi korrelatsion bog'lanish kuchini baholashda quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$R_2(xy) = \sqrt{(r_{zx} + r_{zy} - 2r_{zx}r_{zy}r_{xy})/(I - r_{xy})}.$$

Bu yerda: r_{xy}, r_{xz}, r_{yz} — juft korrelatsiya koeffitsiyentlari.

Ko'p o'lchamli korrelatsiya koeffitsiyenti yordamida o'zaro bog'lanish xarakteri haqida, ya'ni o'zgaruvchilar orasida korrelatsiya to'g'ri yoki teskari ekanligi haqida ma'lum bir xulosaga kelish mumkin emas. U faqat o'zgaruvchilar orasidagi korrelatsion bog'lanishning zichligini aniqlaydi.

Umuman, agar y natijaviy belgi m erkli o'zgaruvchilarga chiziqli bog'liq bo'lsa, chiziqli regressiya tenglamasi:

$$Y_i = a_0x_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_mx_m$$

ko'rinishida bo'lib, umumlashgan ko'p o'lchamli korrelatsiya koeffitsiyenti quyidagicha aniqlanadi:

$$r_y = \sqrt{b_{y12}^2 \ldots m / b_y^2} = \sqrt{1 - b_{y(12\ldots m)}^2 / b_y^2}.$$

Bunda: $b_{y12}^2 \ldots m$ — faktor dispersiyasi;

$b^2y(12\ldots m)$ — qoldiq dispersiya.

b_y^2 — natijaviy belgi dispersiyasi:

$$b_{y(12\ldots m)}^2 = \sum_{t=1}^{n} (\hat{y} - \bar{y})^2 / (n-1),$$

bunda: $\hat{y}_t$ — natijaviy belgining hisoblangan qiymati;

$\bar{y}$ — natijaviy belgining o'rtacha qiymati.

4.3. REGRESSION TAHLILNING NAZARIY ASOSLARI

Bir yoki necha erkli oʻzgaruvchi bilan erksiz oʻzgaruvchi orasidagi bogʻlanishni $y=f(x_1, x_2, ..., x_n)$ koʻrinishdagi regressiya tenglamasi koʻrsatadi. Regressiya tenglamasi amalda eng koʻp uchraydigan statistik model boʻlib, ulardan erkli (ekzogen) oʻzgaruvchilarning, erksiz (endogen) oʻzgaruvchilarga ta'sirini oʻrganishda, istiqbol (prognoz) ni belgilashda foydalaniladi.

Regressiya tenglamasini tuzish quyidagi ikki masalani yechishni talab qiladi:

1) Erksiz oʻzgaruvchiga ta'sir etuvchi asosiy erkli oʻzgaruvchilarni tanlash orqali regressiya tenglamasi shaklini aniqlash, bu masala oʻzaro bogʻliqlikning sifatini tahlil qilish yoʻli bilan yechiladi.

2) Tenglama parametrini (koeffitsiyentlarini) baholash.

Uni yechish uchun ma'lumotlarni qayta ishlashning biror matematik usulidan foydalanilib, regressiya tenglamasi parametrlari (a_1, a_2, ..., a_n) aniqlanadi.

Regressiya tenglamasi aniqlangandan soʻng unda ishtirok etayotgan erkli oʻzgaruvchilar (omillar)ning erksiz oʻzgaruvchilarga (natijaviy belgiga) ta'sirining muhimligi baholanadi. Agar model va unga kiritilgan barcha omillar talab etilgan ehtimol bilan mohiyatli boʻlsa, u adekvat model deyiladi. Model adekvat boʻlmagan holda uning koʻrinishi oʻzgartiriladi, ya'ni model avvalgisidan mohiyatsiz omillarni chiqarib tashlash yoʻli bilan aniqlanadi.

Ikki oʻzgaruvchi chiziqli regressiya tenglamasi. Regression tahlil iqtisodiy tenglamalar asosida regressiya tenglamasini baholash uchun xizmat qiladi. Uning maqsadi (I) bogʻlanishning koʻrinishi va iqtisodiy ma'lumotlar asosida regressiyaning emperik chizigʻini aniqlashdir. Iqtisodiy oʻzgaruvchilar orasidagi eng sodda bogʻlanish chiziqli bogʻlanish boʻlib, (I) ifoda quyidagi koʻrinishga ega:

$$Y = a + bx + e,$$

bu yerda: a, b — regressiyaning noma'lum parametrlari (koeffitsiyentlari); e — nazariy farazdan olingan regressiyaning chetlanishini ifodalovchi tasodifiy miqdor.

Determinatsiya koeffitsiyenti. Koʻp hollarda regression model adekvatligining oʻlchami sifatida determinatsiya koeffitsiyenti ishlatiladi:

$$R^2 = \Sigma(y_{xt} - y)\Sigma(y_t - y) / \Sigma(y_t - y)^2.$$

R^2 ning qiymati qancha katta boʻlsa, regressiya tenglamasining qattiqlik darajasi shuncha yuqori boʻladi.

Ko'p o'zgaruvchili regressiyaning chiziqli tenglamasi umumiy ko'rinishda quyidagicha bo'ladi:

$$Y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n.$$

Bu yerda: a_1, a_2..., a_n — regressiya tenglamasi koeffitsiyentlari: a_0 — ozod had.

Erkli o'zgaruvchilarni tanlash sifat jihatdan nazariy tahlil qilishga asoslangan va uch bosqichda o'tkaziladi. Masalan, birinchi bosqichda ular juft korrelatsiya koeffitsiyentlaridan foydalangan holda tahlil qilinadi. Buning uchun y, x_1, x_2, x_3, ..., x_n o'rtasidagi juft korrelatsiya koeffitsiyentlarining matritsasi tuziladi.

4.4. XUSUSIY KORRELATSIYA KOEFFITSIYENTLARI

Funksiya y dan chiziqli qismini ajratgandan keyin x_1 va x_2 faktorlar orasidagi xususiy korrelatsiya koeffitsiyenti quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$R_{12} = \frac{r_{12} - r_{01} \cdot r_{02}}{(1 - r_{02}^2)(1 - r_{01}^2)}.$$

Agar yuqorida berilgan boshlang'ich qiymatlarga yana qo'shimcha x_2 faktorning qiymatlari, ya'ni 500 mm uzunlikdagi kalavaning yupqa o'rinlari soni kiritilsa, u holda xususiy korrelatsiya koeffitsiyentini aniqlash mumkin:

$$(y = f(x_1,\ x_2)).$$

N	x_1 (V_c-10%)	x_2 (500 mm kalavaning yupqa o'rinlari soni)	y (1000 m kalavaning uzulishlar soni)
1	0,05	2	1,0
2	0,50	12	1,0
3	1,05	24	2,0
4	1,35	31	2,5
5	1,45	33	2,5
6	1,65	38	3,0
7	2,60	57	2,5
8	2,85	63	3,0
9	4,05	89	4,5

Xususiy korrelatsiya koeffitsiyentlarini aniqlab $r_{0,1} = 0,771$, $r_{0,2} = 0,251$, $r_{12} = 0,695$, yuqorida r_{yi} ning hisoblangan qiymatidan foydalanib, x_1, x_2 faktorlar orasidagi xususiy korrelatsiya koeffitsiyentini funksiya y dan chiziqli qismini ajratgandan keyin hisoblaymiz:

$$R_{12}=\frac{r_{12}-r_{01}-r_{02}}{\sqrt{(1-r_{01}^2)(1-r_{02}^2)}}=\frac{0,695-0,771\cdot 0,251}{\sqrt{(1-0,771)^2(1-0,251)^2}}=0,813.$$

Xususiy korrelatsiya koeffitsiyenti juda katta, ya'ni argumentlar orasidagi chiziqli bog'lanishi tig'iz, shuning uchun keyingi izlanishlarda faqat bitta argument x_1 ni qoldirish yetarli bo'ladi, haqiqatan ham yuqoridagi masalada faqat bitta argument qatnashgan.

Xususiy korrelatsiya koeffitsiyenti mohiyatli hisoblanadi; u quyidagi tengsizlik bilan aniqlanadi:

$$|R_{ij}|>\frac{t_a}{\sqrt{t_a^2+n-m-1}},$$

bunda: m — argument faktorlar soni, α, t_a ning ozod darajalar soni, u $n-m=1$ ga teng. Ko'p o'zgaruvchini korrelatsiya koeffitsiyentining mohiyatini Fisher mezoni orqali tekshiriladi. Bu holda F-munosabat quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$F=\frac{(n-m-1)R^2}{m(1-R^2)}.$$

Fisher taqsimot jadvalidan (F-nisbat jadvali) α mohiyatlilik darajasi, ozod hadlar soni m va ozod hadlar soni $n-m-1$ dan, F_a ning kritik qiymatini aniqlaymiz.

Agar $F>F_a$ o'rinli bo'lsa, ko'p o'zgaruvchili korrelatsiya koeffitsiyenti mohiyatli hisoblanadi.

Yuqorida ko'rilgan misolda xususiy korrelatsiya koeffitsiyenti $R_{12}=0,813$ teng bo'lganda uning mohiyatligini aniqlaymiz, bunda $n=9$, $m=2$.

Ozod darajalar soni teng bo'ladi: $n-m-1=9-2-1=6$.

Mohiyatlilik darajasi $\alpha=0,05$ ga teng bo'lganda Styudent taqsimot jadvalidan t_α parametrning qiymati aniqlanadi. Bu misolda $t_a=2,45$.

Shularni nazarga olgan holda hisoblaymiz:

$$R_{12}=\frac{t_a}{\sqrt{t_a^2+n-m-1}}=\frac{2,45}{\sqrt{2,45^2+9-2-1}}=0,707.$$

Bundan ma'lumki, $R_{12} = 0,813 > 0,707$, ya'ni shart bajarildi. Xususiy korrelatsiya koeffitsiyenti mohiyati aniqlandi.

4.5. MODELLARNI KORRELATSION-REGRESSION USULDA IQTISODIY IZOHLASH

4.5.1. DETERMINATSIYA KOEFFITSIYENTI

Korrelatsion va regression modellar ishlab chiqarishni rejalashtirish, boshqarish va tahlilining mustahkam asosi hisoblanadi. Iqtisodiy statistik modellarga ega bo'lgan holda modellarni iqtisodiy tahlil qilish mumkin. Izlanuvchiga esa ishlab chiqarishga ta'sir qiladigan rezervlarni izlashga to'g'ri keladi.

Ma'lumki, izlanayotgan modelning asosiy iqtisodiy ko'rsatkichlarini tahlil qilishda determinatsiya koeffitsiyenti (D) hisoblanadi:

$$D = r^2 \cdot 100,$$

bunda: $r = |S(y, \hat{Y})|$, r — ko'p o'zgaruvchidan bog'liq bo'lgan korrelatsiya koeffitsiyentning mutlaq qiymati.

Determinatsiya koeffitsiyenti y funksiyaning protsent qismini x_1, x_2, ..., x_n chiziqli faktorlarga keltirishda ta'sir etganini ifodalaydi. Determinatsiya koeffitsiyenti har doim $0 \leq D \leq 1$ yoki $0 \leq D \leq 1 \cdot 100\%$ orasida joylashadi.

Agar determinatsiya koeffitsiyentining qiymati 100 % ga yaqin bo'lsa, funksional modelga hamma ta'sir etuvchi faktorlar to'liqroq qatnashgan hisoblanadi va, aksincha, qancha faktorlar kam qatnashsa, model to'liq hisoblanadi.

Regressiya koeffitsiyentlari biron argument 1% o'zgarganda boshqa argumentlar o'zgarmay qolganda izlanayotgan iqtisodiy ko'rsatkich o'rtacha qanchaga o'zgarishini ifodalaydi.

Shunday qilib, modelning normallashtirilgan masshtabda regressiya koeffitsiyentlari xususiy elastiklik koeffitsiyentini ifodalaydi.

Agar regressiya koeffitsiyentlarining yig'indisi birdan katta bo'lsa, ya'ni funksiyaning o'sishiga ta'sir etuvchi faktorlarga qaraganda funksiya tezroq o'sadi. Agar koeffitsiyentlarning yig'indisi 1 dan kichik bo'lsa, faktorlarning o'zgarishiga ko'ra funksiya kamroq o'zgaradi.

4.5.2. XUSUSIY ELASTIKLIK KOEFFITSIYENTI

Chiziqli va chiziqsiz modellarni aniqlashda elastiklik koeffitsiyentlari maxsus formulalar bilan hisoblanadi. Ular regression modellarning ko'rinishlariga bog'liq.

Xususiy elastiklik koeffitsiyenti, agar erkli x o'zgaruvchi 1% foizga o'zgarsa, lekin boshqa erkli o'zgaruvchilar o'zgarmasdan qolsa, erksiz o'zgaruvchilar y_i o'rtacha qanchaga o'zgarishini ko'rsatadi. Iqtisodiy modellarni izohlashda elastiklik koeffitsiyentining miqdorini bilish muhim ahamiyatga ega, chunki aniqlangan elastiklik koeffitsiyentiga ko'ra u yoki boshqa faktorning izlanayotgan funksiya qiymatiga ta'sirini aniqlash mumkin.

Ta'kidlash kerakki, elastiklik koeffitsiyenti musbat yoki manfiy qiymatlarni qabul qilishi mumkin.

Agar $E_i>0$ bo'lganda i faktor asosiy o'zgaruvchiga musbat ta'sir etadi, ya'ni funksiya bilan bu o'zgaruvchi orasida to'g'ri bog'lanish va teskari bog'lanish mavjud, ya'ni $E_i<0$ bo'lsa, funksiya bilan x argument teskari bog'lanishga ega bo'ladi.

Regression modellarning ko'rinishiga ko'ra, elastiklik koeffitsiyentlari har xil formulalar bilan hisoblanadi:

Regressiya tenglamasi	Xususiy elastiklik koeffitsiyenti
$Y=b_0+\sum_{i=1}^{n} b_i X_n$	$E_i=\bar{b}_i x_i / y'_i$
$Y=b_0+\prod_{i=1}^{n} X_i^{bi}$	$E_i=b_i$
$Y=b_0+b_1x+b_2x^2$	$E_i=(\bar{b}_1+2b_2x)x/y$
$Y=b_0+b_i\ln x$	$E_i=\bar{b}_i 1/y$

Regression modellarni tahlil etishda aniqlangan xususiy elastiklik koeffitsiyentining miqdoriga ko'ra modelda qatnashgan faktorlarning joylashgan o'rnini o'sish tartibiga ko'ra ranglarga ajratiladi.

Birinchi rang absolut qiymatiga ko'ra eng katta elastiklik koeffitsiyentiga ega bo'lgan faktorga, oxirgi rang elastiklik koeffitsiyenti eng kichik miqdorga ega bo'lgan faktorga beriladi.

Masalan, agar 2 faktorli modelni tahlil etishda $E_1=-3$ va $E_2=0{,}02$ teng bo'lsa, avval x_1 faktor izlaniladi, chunki uning funksiyaga ta'siri x_2 faktorga qaraganda 300 bor katta qiymatga ega. Shuning uchun avval x_1 o'zgaruvchining boshqarish usullari izlanib, keyin esa x_2 o'zgaruvchi izlanadi.

Lekin ba'zan amaliyotda elastiklik koeffitsiyentining funksiyaga ta'sirini aniqlab bo'lmaydi, bunday hollarda variatsiya koeffitsiyentining CV o'rtacha kvadratik farqi, ya'ni β koeffitsiyent hisoblanadi:

$$\beta = b_i b_{xi} \backslash b_y.$$

Bunda: β — koeffitsiyent erksiz o'zgaruvchining necha birlik o'rta kvadratik farqida o'zgarishini ifodalaydi (faqat boshqa o'zgaruvchilar o'zgarmasligini nazarga olgan holda). Agar bir vaqtda elastiklik koeffitsiyenti E_i va β — koeffitsiyent aniqlansa, u holda faktorning rangi ularning erksiz o'zgaruvchiga ta'siri orqali ifodalanadi.

Agar o'zgaruvchilarning birlik o'zgarishi har xil kattalikka ega bo'lsa, erkli o'zgaruvchining o'zgarish darajasi variatsiya koeffitsiyenti CV orqali aniqlanadi:

$$CV_{xi} = b/x,$$

bunda: b — o'rta kvadratik chetlanish.

Funksiyaning ekstremal qiymatlarini aniqlashda faktorlarning ta'sirini aniqlash mumkin.

Masalan, $0{,}430-1{,}001x_1-0{,}203x_2$ funksiyada

x_1 — mahsulotning sifatini ko'rsatuvchi indeks;

x_2 — to'liq tayyormas mahsulot normativga protsent hisoblanadi;

y — mahsulot ishlab chiqarish unumdorligi indeksi.

Regressiya tenglamasidan ma'lumki, x_1 faktor y funksiyaga musbat (to'g'ri), x_2 faktor esa y funksiyaga teskari ta'sir etadi.

Unumdorlik indeksi y oshganda, x argumentning qiymati kamayadi. Shartga ko'ra $(x_1)_{max} = 1{,}1$; $(x_2)_{min} = 1$ bo'lishi mumkin. Mehnat unumdorligi o'rtacha indeksda $\bar{Y} = 1{,}084$ ga teng, o'zgaruvchilarning qiymatlarini regressiya tenglamasiga qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\hat{Y} = 0{,}43 + 1{,}001 \cdot 1{,}1 - 0{,}203 \cdot 1 = 1{,}328.$$

Fabrika bo'yicha mehnat unumdorligi o'zgaruvchilarni to'g'ri boshqarish natijasida quyidagi qiymatga oshishi mumkin.

$$\Delta Y = \hat{Y} - \bar{Y} = 1{,}328 - 1{,}084 = 0{,}244.$$

Umuman ma'lumki, funksiyaning ekstremumi P. Ferma teoremasi asosida aniqlanadi.

O‘zgaruvchilarni tahlil qilishning uchinchi bosqichida regressiya tenglamasi aniqlanadi va uning parametrlari mohiyatli bo‘lish yoki bo‘lmasligi maxsus mezonlar, xususan Styudentning mezoni S_t bilan baholanadi.

Jadvalda tijorat banklarida xizmatchilarning mehnat unumdorligi bilan ular bajaradigan ishlarning avtomatlashtirilganlik darajasi orasidagi bog‘lanishni tekshirish uchun mamlakatning 14 banki bo‘yicha ma’lumotlar keltirilgan:

Banklar	Mehnat unumdorligi (mujoz/soat)	Ishlarni avtomatlashtirish koeffitsiyenti
T	Y_t	X_t
1	21	33
2	25	31
3	29	37
4	31	41
5	32	42
6	34	48
7	38	57
8	39	55
9	41	61
10	42	66
11	43	62
12	44	68
13	46	69
14	49	77

Topshiriq.

Berilgan ma’lumotlar asosida:

A) R_{xy} tanlama korrelatsiya koeffitsiyentini aniqlang.

B) Aniqlangan korrelatsiya koeffitsiyentining muhimligini tekshiring.

D) $y=a_0+a_1x$ chiziqli regressiya tenglamasini aniqlang.

E) Aniqlangan chiziqli regressiya tenglamasida a_0 va a_1 parametrlarining mohiyatli ekanligini tekshiring.

F) Aniqlangan regressiya tenglamasining adekvatligini determinatsiya koeffitsiyenti D yordamida tekshiring.

TAYANCH IBORALAR

Funksional va korrelatsion bog‘lanish, matematik model, baholash, nisbiy xato, statistik funksiyalar orqali baholash, matematik qutilish.

XULOSA

Bozor iqtisodiyoti ko'rsatkichlari orasidagi bog'liqliklarni o'rganish natijasida ular istiqbolini oldindan aniqlash, boshqarish va optimal yechimlarini topish bo'yicha modellar tuzish mumkin, buning uchun bog'lanishlar korrelatsion tahlil etiladi, statistik modeli tuziladi, nisbiy xato hisoblanadi. Bu modellar ishlab chiqarishni rejalashtirish, boshqarish va tahlilining mustahkam asosi hisoblanadi. Shunday qilib, iqtisodiy ko'rsatkichlarni ham tabiatdagi, ham jamiyatdagi ko'rsatkichlarga o'xshash tahlil etish va statistik funksiyalar orqali baholash mumkin.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Funksional va korrelatsion bog'lanishlar orasidagi farqni ifodalang.
2. Modellarni baholashning qanday koeffitsiyentlar formulalarini yoza olasiz?
3. Nisbiy xatoning yuqori va quyi chegaralarini ifodalang.
4. Ekzogen va endogen orasidagi farqni tushuntira olasizmi?
5. Xususiy elastiklik koeffitsiyenti formulasini yoza olasizmi?
6. Determinatsiya koeffitsiyenti orqali matematik modelning adekvatligini baholash mumkinmi?

5-§. MATEMATIK MODEL TUZISHNING O'RTA QIYMATLAR VA TANLANGAN NUQTALAR USULI

5.1. O'RTA QIYMATLAR USULI

Tanlangan $y = f(x, a, b)$ matematik modelda, ya'ni emperik formulaga erkli o'zgaruvchining jadvaldagi x_i, (bunda, $i = 1, 2, ..., n$) qiymatlarini birin-ketin qo'yib, funksiyaning y_i qiymatlarini hisoblaymiz, ya'ni $y_i = f_i(x_i, a, b)$.

Umuman aytganda, funksiyaning olingan qiymatlari uning jadvaldagi qiymatlaridan farqlanadi:

$$y_i = f_i(x_i, a, b) = e_i.$$

O'rta qiymatlar usuliga binoan, chetlanishlar (farqlar)ning algebraik yig'indisi nolga aylanadigan chiziqning holati eng yaxshi hisoblanadi.

$$\sum_{i=1}^{n} e_1 = \sum_{i=1}^{n} [y_1 = f(x_1, a, b)] = 0$$

O'rta qiymatlar usuli bo'yicha a va b parametrlarning qiymatini aniqlash uchun $e_i (i = 1, 2 ..., n)$ xatoliklar (chetlanishlar) to'plami ikki guruhga ajratilib, har bir guruhdagi chetlanishlar algebraik yig'indisi nolga tenglashtiriladi.

Shunday qilib, a va b parametrlarni aniqlash uchun ikki tenglamadan iborat bo'lgan quyidagi sistemaga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j-1}^{k}[y_j^I - f(x_j^I, a, b)] = 0; \\ \sum\limits_{j=k}^{n}[y_R^{II} - f(x_R^{II}, a, b)] = 0. \end{cases}$$

Bu yerda: $j = k$ va $j-n-k$ — jadval qiymatlariga mos birinchi va ikkinchi guruh sonlari. Sistemadagi ayirmalar yig'indisini yig'indilar ayirmasi bilan almashtirsak quyidagi sistema hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j-1}^{k} y_j^I = \sum\limits_{j-1}^{k} f(x_j^k, a, b); \\ \sum\limits_{R=k}^{n-k} y_R^{II} = \sum\limits_{R-k}^{n-k} f(x_R^{II}, a, b). \end{cases}$$

Bu sistemaning birgalikdagi yechimi a va b parametrlarning son qiymatini beradi. Ularni $y-f(x, a, b)$ ifodaga qo'ysak, izlanayotgan empirik munosabatga ega bo'lamiz, ya'ni jarayonlarning bog'lanishini matematik model orqali ifodalaymiz.

O'RTA QIYMATLAR USULIDA YECHISH

Misol: boshlang'ich qiymatlarni berilgan deb hisoblab, beshta va uchta qiymatlarni guruh hisoblab, quyidagi jadvalni hosil qilamiz:

№	x	x	y	y
1.	2		4	
2.	4		6	
3.	6	30	13	
4.	8		15	550
5.	10		17	
6.	12		18	570
7.	14	42	19	
8.	16		20	

Izoh: y ning qiymatlari o'n marta kamaytirilgan.

Hosil bo'lgan o'rta qiymatlarni oxirgi sistemaga qo'yib, quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned} 550 &= 30a + 5b \\ 570 &= 42a + 3b \end{aligned}\right\}$$

Bu sistemani yechib, a va b noma'lum parametrlarni aniqlaymiz:

$$a = 10 \text{ va } b = 50.$$

Shunday qilib, iqtisodiy jarayonlar quyidagi qonuniyat bilan o'zgarar ekan:

$$y = 10x + 50.$$

Hosil qilingan matematik modelning erkli o'zgaruvchisiga qiymat berib, prognoz masalasini yechish mumkin. Matematik modelni baholash uchun nisbiy xato va korrelatsiya koeffitsiyenti hisoblanadi.

5.2. TANLANGAN NUQTALAR USULI

Iqtisodiy jarayonlarning bog'lanishi izlanishlar natijasiga doir jadvalda berilgan nuqtalar bo'yicha hisoblanadi. Bu nuqtalarni dekart koordinatalar sistemasiga qo'yib, chiziqni aniqlash mumkin. Bu chiziq quyidagi ko'rinishda bo'lsin:

$$y = f(x, a, b). \tag{1}$$

Qurilgan egri chiziq ustidagi ikki ixtiyoriy $M(x_1^x, y_1^x)$ va $N(x_2^x, y_2^x)$ nuqtalarning koordinatalaridan foydalanib, ularni tanlangan matematik modelga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned} y_1^x &= f(x_1^x, a, b) \\ y_2^x &= f(x_2^x, a, b) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Tuzilgan tenglamalar sistemasida a va b noma'lum parametrlar. Bu sistemani a va b parametrlarga nisbatan yechamiz. Aniqlangan parametrlarning qiymatlarini tanlangan modelga qo'yib, jarayonlarni bog'lanishini matematik modelini aniqlaymiz.

Bu yerda: t va $n-t$ — jadval qiymatlariga mos birinchi va ikkinchi guruh sonlari. Sistemadagi ayirmalar yig'indisini yig'indilar ayirmasi bilan almashtirsak,

$$\begin{cases} \sum y_j^i = \sum\limits_{j=1}^{t} f(x_j, a, b); \\ \sum\limits_{k=t}^{n-t} y_k^{II} = \sum\limits_{k=t}^{n-1} f(x_k^{II}, a, b). \end{cases} \tag{3}$$

Bu sistemaning yechimi a va b parametrlarning son qiymatlarini beradi. Ularni $y = f(x, a, b)$ ifodaga qo'ysak, iqtisodiy jarayonlarni matematik modelini aniqlagan bo'lamiz.

TAYANCH IBORALAR

Empirik formula — matematik model, o'rta qiymatlar, parametr, tenglamalar soni, yig'indi, guruh, tanlangan nuqtalar, nuqta koordinatalari, prognoz, ish o'rnini avtomatlashtirish.

XULOSA

Tanlangan noma'lum parametrlarga ega bo'lgan matematik modelning parametrlari soniga ko'ra aniqlangan eksperimental son qiymatlar asosida tenglamalar sistemasi tuziladi, ularning yechimi parametrlarning qiymatiga teng bo'ladi. Shunday qilib, talabalar model tuzishning usullari bilan tanishadilar. Ulardan o'z amaliy ishlarida foydalanishlari mumkin. Matematik modellarni tuzishdan maqsad ish o'rnini avtomatlashtirish va mehnat unumdorligini oshirishdan iborat.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Chiziqli ikki parametrli modelning parametrlarini aniqlashda necha tenglamadan foydalanish kerak?
2. Cheklanishlar katta qiymatlarga teng bo'lishi mumkinmi?
3. Bir necha parametrlarga ega bo'lgan matematik modellarning parametrlarini o'rta qiymatlar asosida aniqlash mumkinmi?
4. O'rta qiymatlar usuli algoritmini yoza olasizmi?
5. Tanlangan nuqtalar usuli algoritmini yoza olasizmi?
6. Chiziqli $y = ax + b$ model tanlanganda nechta tanlangan nuqta kerak?

6-§. MATEMATIK MODELNI TAJRIBA NATIJALARIGA KO'RA TUZISH USULI

6.1. TAJRIBA NATIJALARINI STATISTIK TAHLIL QILISH

Har qanday matematik model berilgan ma'lumotlarga asoslanadi. Matematik modelning real obyektga muvofiqligi berilganlarning aniqlik darajasiga bog'liq. Demak, kuzatuv yoki eksperimental yo'l orqali to'plangan berilganlar qanchalik haqiqatga yaqin kelsa, unga asoslangan matematik model ham shunchalik haqiqatga yaqin bo'lishi mumkin. Buni tekshirish uchun ehtimollar nazariyasi yoki matematik statistikaning bir necha usullari mavjud.

Bunday usullarga tasodifiy hodisalarning tahlili, tasodifiy kattaliklarning taqsimot qonunini aniqlash usuli, tasodifiy kattaliklarning matematik kutilishini aniqlash, taqsimot qonunlarini statistik baholash, korrelatsiya (o'zaro bog'liqlik) nazariyasi, statistik gipotezalarni statistik tekshirish, markov zanjiri nazariyasi, tasodifiy funksiyalar nazariyasi va h.k. lar kiradi.

Bularning hammasi berilganlarning tahliliga asoslanadi, ya'ni berilganlarning joylashish qonunini aniqlash, ular o'suvchimi, kamayuvchimi, davriymi yoki tasodifiymi ekanligini aniqlash zarur. Tasodifiy bo'lsa, berilganlarning har biri sodir bo'lish ehtimolini, berilganlarning taqsimot qonunini aniqlash kerak va h.k. Bunday tahlilni o'tkazishdan maqsad ma'lum bir haqiqatga yaqin gipotezalar topish va shular asosida matematik modelni yaratishdir.

MATEMATIK MODEL VA UNING REAL OBYEKTI ORASIDAGI MUVOFIQLIK

Model — o'rganilayotgan obyektning sodda ko'rinishi ekanini yana bir bor ta'kidlab o'tishimiz kerak. Model hamma vaqt real obyektdan farq qiladi. Matematik model abstrakt modellar toifasidan bo'lib, real obyektni o'rganishda yetarli darajada unga yaqinlashishga erishish mumkin. Yaqinlashish darajasi shu o'rganilayotgan masala haqidagi ma'lumotlarning yetarliligiga, ishlatilayotgan matematik apparatning imkoniyatiga va masalaning qo'yilishiga bog'liqdir.

Matematik modellashtirishning imkoniyati qanchalik katta bo'lmasin, hech qachon real obyektning tabiatini to'la akslantira olmaydi. Matematik model va uning real obyekti orasidagi muvofiqlik deganda, obyekt va uning matematik modeli dinamikalarining sifat jihatdan o'xshashligi va yaqinligi tushuniladi. Gap o'xshashlik va yaqinlik ustida ketayapti.

Agar matematik model va real obyekt dinamikalari orasida o'xshashlik bo'lmasachi? Bunda biz model bilan real obyekt orasidagi muvofiqlikni o'rnatishimiz kerak. Muvofiqlashtirishning bir necha yo'li mavjud:

1. Matematik modeldagi o'zgarmas parametrlarni qaytadan baholash.

2. Matematik model asosida yotgan gipotezalarni qayta ko'rib chiqish.

3. Real matematik modeldagi o'zgarmas parametrlarni qaytadan hisoblash haqida qo'shimcha ma'lumotlar yig'ish.

4. Yangi ma'lumotlarni hisobga olgan holda matematik modellarni qayta ko'rib chiqish.

Matematik model va real obyektning dinamikasi bir-biriga sifat jihatdan o'xshash bo'lsa-yu, miqdor jihatidan farqi qanoatli bo'lmasa, bunday hollarda, odatda, muvofiqlashtirishning 1-usulidan foydalanamiz.

Agar matematik model bilan obyekt dinamikalari sifat jihatidan o'xshamasa, unda yuqoridagi muvofiqlashtirishning 2, 3 va 4-usullaridan foydalanish mumkin. Qaysi biridan foydalanish matematik model va real obyekt dinamiklarining farq qilish darajasiga bog'liq.

Matematik modelni real obyektga muvofiqlashtirishda, ko'pincha, real obyektga nisbatan o'tkazilgan kuzatuvlar natijasi bilan solishtiriladi. Bunday jarayon bir necha marta takrorlanishi mumkin.

MATEMATIK MODELLARNING NAZARIY VA AMALIY TADQIQOTI

Matematika ko'p qavatli binoga o'xshaydi. Matematika binosining birinchi qavatida bizni qiziqtirgan obyektga doir ma'lumotlar yig'iladi va bu ma'lumotlar asosida matematik model quriladi. Qurilgan model real obyekt bilan muvofiqlashtiriladi, ya'ni matematik modeldan kelib chiqadigan qonunlar aniqlanadi va bu qonunlar real obyektning tabiati bilan solishtiriladi. Modelni qo'llash sohalari aniqlanadi. Ikkinchi qavatda qurilgan matematik model ustida nazariy matematik tadqiqotlar olib boriladi. Bunda modelning turg'unlik holati, davriy sikllarning mavjudligi, bifurkatsion holatlar, yechimning asimptotalari mavjudligi va ko'rinishi, matematik modelni boshqa o'xshash sohalarga qo'llash shartlari va h.k. o'rganiladi. Bundan tashqari, ba'zi bir yangi abstrakt terminlar yaratilishi mumkin. Misol uchun — erkin tushish tezligi, tezlanish, gravitatsion doimiylik, yashovchanlik koeffitsiyenti va h.k. Bularning hammasi o'rganilayotgan obyektga tegishli bo'lgan ma'lumotlar bo'lishi mumkin. Matematika binosining keyingi qavatlarida yana bir pog'ona yuqori abstraksiya terminlarida tadqiqotlar o'tkazilishi mumkin, ya'ni biz aniqlagan qonun boshqa tabiiy qonunlar bilan qiyosiy tahlil qilinadi. Bunda tabiatdagi yangi fundamental qonunlar yaratilishi mumkin, xuddi Galileyning nisbiylik nazariyasi, Nyuton mexanikasi, Eynshteyn nisbiylik nazariyasi, hozirgi zamon kvant mexanikasi va h.k. Bularning hammasi obyektni o'rganish uchun zinama-zina o'tkazilgan tadqiqotlarnig natijasidir.

Biz qanchalik yuqori zinalarga ko'tarilsak, real obyektdan shunchalik uzoqlashib umumiy abstrakt tushunchalar olamiga tushamiz. Bu darajadagi tip real obyekt darajasidagi tipdan umuman farq qiladi va nazariya deb ataladi.

Shunday qilib, nazariya — real obyektning nazariy matematik tadqiqotlari natijasida hosil qilingan yangi ma'lumotlar va terminlarning muayyan bir strukturaga ega bo'lgan ko'rinishi.

Matematik modelni boshqa xil modellardan afzalligi uning tabiiy eksperimentning ko'pchilik hollarini kompyuterda akslantira olishidadir. Bunday yaratilgan matematik model algoritmi bo'yicha kompyuter tilida qulay kerakli dastur yoziladi va mutaxassis tomonidan kompyuterda o'tkaziladigan eksperimentning andozasi taklif qilinadi. Taklif qilingan andoza bo'yicha hisoblash eksperimenti o'tkaziladi, olingan natijalar tahlil qilinib, obyektlardagi real jarayonning aks etishi tekshiriladi. Hisoblash eksperimentining tabiiy eksperimentlardan qulayligi nimada? Bu haqda Samarskiy va Mixaylovlar quyidagicha javob beradilar: Avvalo, model o'zida nazariy va tabiiy eksperimental tadqiqotlarni akslantira oladi. Matematik model real obyektga nisbatan «qaysarmas» va «silashga doimo moyil». Uni absolut nolgacha «sovitish», termoyadro temperaturasigacha «isitish», «o'tgan» yoki «kelasi» zamonga uzatish, yer qa'riga yoki qo'shni galaktikaga uzatish mumkin. Har qanday o'ta murakkab sharoitda ham model berilgan ma'lumotlarga asosan faqat rost ma'lumot beradi.

Albatta, matematik modelda o'tkazilgan hisoblash eksperimentidagi ko'pchilik imkoniyatlari tabiiy sharoitda mavjud emas, chunki tabiiy sharoitda absolut nol yoki termoyadro haroratini hosil qilib bo'lmaydi. Har bir tabiiy eksperiment o'tkazish albatta ma'lum bir mablag' sarflashni talab qiladi, ko'pchilik holatlarda bunday eksperimentlarni umuman o'tkazib bo'lmaydi. Misol uchun biosfera masshtabida, davlat iqtisodiyoti bo'yicha, inson salomatligiga bog'liq bo'lgan sohalar va shunga o'xshash sohalarda. Chunki tabiiy holatda har qanday qaytarmas jarayonlar vujudga kelishi mumkin.

Hisoblash eksperimentlarining yana bir katta afzalligi juda qisqa vaqt mobaynida bajarilishi va o'rganilayotgan obyekt bo'yicha real va real bo'lmagan eksperimentlarni o'tkaza olishidadir. Bunda obyektga mansub bo'lgan qonun-qoidalarni o'rganish uchun keng imkoniyat mavjud. Misol uchun magnitogidrodinamik mashinada T

qavatni hisoblash eksperimentlarida mavjud qilinishi. T qavat haroratli, tokli qavat bo'lib, termoyadro jarayonlarida hosil qilinadi.

Shunday qilib, o'rganilayotgan obyektni matematik modeli asosida kompyuterda hisoblash eksperimentlarini o'tkazib, quyidagi masalalarni yechish mumkin:

1. Matematik modelni haqiqiy obyekt bilan muvofiqlashtirish.
2. Matematik model yordamida real tabiatdagi o'ta murakkab qimmatbaho eksperimentlarni o'tkazish.
3. Matematik model yordamida real obyektning mavjud bo'lgan va bo'lmagan holatlarini, qonunlarini o'rganish.

Bularning hammasi matematik modellashtirishda kompyuterda hisoblash eksperimentlarining boshqa tipdagi modellashtirish metodlaridan naqadar afzalligini ko'rsatadi.

Shuni aytish kerakki, amalda hisoblash eksperimentini ko'pincha imitatsion modellashtirish deb ham aytiladi (imitatsiya so'zi inglizcha bo'lib, tahlil qilish, o'xshatish ma'nosida ishlatiladi).

Faraz qilaylik, qator kuzatishlar natijasida olingan x va y miqdorlar orasida bog'lanish quyidagi son qiymatlar (x_1, y_1, x_2, y_2; ...; x_n, y_n) ko'rinishida berilgan, ular orasidagi funksional bog'lanish noma'lum bo'lsin:

x	x_1	x_2	...	x_n
y	y_1	y_2	...	y_n

Bu berilgan x va y miqdorlar orasidagi analitik ifodani shu kuzatilgan qiymatlar asosida topish talab qilinsin, bunday formulaga empirik formula deyiladi.

Shuni ta'kidlash kerakki, empirik formulani qurish masalasi interpolyatsiyalash masalasidan farq qiladi. Interpolyatsiyalashda $y = f(x)$ ko'rinishidagi ko'phad qidirilib, bunda $y_1 = f(x_i)$, $1=1$, n bo'ladi. Mana shu shartdan kelib chiqib, interpolyatsiya ko'phadini shunday qurish mumkinki, bu paytda tajribada olingan natijalar funksiyaning hisoblangan qiymatlarida aynan takrorlanadi. Lekin amalda bunchalik to'la mos tushishi shart emas, chunki interpolyatsiya ko'phadi kuzatishlar paytida barcha xatoliklarni takrorlaydi:

$$y = f(x,\ a_1,\ ...,\ a_m),\ \text{bunda: } m < n$$

ko'rinishdagi empirik formulani topganda $y_i = f(x_1, a_1, ..., a_m)$ tenglikning aynan bajarilishi doimo talab qilinmaydi, balki

$f(x_1,\ a_1\ ...,\ a_m) - f(x_1)$ ayirmaning qurilayotgan sohada kichik miqdor bo'lishi yetarlidir.

Empirik formulani qurish masalasi ikki bosqichdan iborat:

1. Formulaning umumiy ko'rinishini aniqlash.
2. Tanlangan formula parametrlarini topish.

6.2. CHIZIQSIZ BOG'LANISHLARGA EGA BO'LGAN MATEMATIK MODEL

Agar x va y miqdori orasidagi bog'lanish xarakteri noma'lum bo'lsa, u holda empirik formulani iloji boricha sodda va yetarli aniqlik beradigan ko'rinishda tanlash ma'qul. Ba'zi hollarda empirik formulani tanlashda o'rnatilayotgan bog'lanish xarakterini nazariy tasavvur qilib, kuzatishda olingan qiymatlarni koordinatalar sistemasida chizib, hosil bo'lgan chiziqli funksiyaning o'zgarish qonuniyati oldindan ma'lum bo'lgan egri chiziqlar bilan taqqoslab ko'rish mumkin. Bu paytda tanlashni osonlashtirish uchun egri chiziqlardan iborat maxsus albomdan foydalanish ma'qul. Ammo chiziqsiz bog'lanishlar grafigini qurish izlanayotgan funksiya qanday analitik ifoda ko'rinishida, degan savolga to'la javob bera olmaydi. Chunki chiziqsiz bog'lanishlar darajali, ratsional-kasrli, logarifmli va h.k. bo'lishi mumkin.

Faraz qilaylik, y miqdor a va b parametrlardan iborat bir o'zgaruvchili funksiya bo'lsin. Izlanayotgan empirik bog'lanishni quyidagi funksiyalar majmuasi orasidan tanlash mumkin:

1) $y = ax + b$ — chiziqli funksiya;
2) $y = ab^x$ — ko'rsatkichli funksiya;
3) $y = \frac{1}{ax+b}$ — ratsional-kasrli funksiya;
4) $y = a\ln x + b$ — logarifmli funksiya;
5) $y = ax^b$ — darajali funksiya;
6) $y = \frac{1}{ax+b}$ — giperbolali funksiya;
7) $y = \frac{x}{ax+b}$ — ratsional-kasrli funksiya.

Qurilgan grafikka nisbatan ko'proq mos tushadigan $y=f(x, a, b)$ ko'rinishidagi analitik bog'lanishni tanlash uchun quyidagi qo'shimcha hisoblashni bajaramiz. Erkli o'zgaruvchining berilgan kesmadagi o'zgarish qiymatlari orasidan yetarlicha aniq va iloji boricha bir-biridan uzoqroqqa yetuvchi nuqtalarni tanlaymiz. Soddaroq bo'lishi uchun bu nuqtalarni x_1 va x_n deb belgilaymiz. So'ngra esa hisoblaymiz:

o'rta arifmetik: $x_{ar} = \frac{x_1+x_2}{2}$;

o‘rta geometrik: $x_{geom} = \sqrt{x_1 \cdot x_n}$;

o‘rta garmonik: $x_{garm} = \frac{2 \cdot x_1 \cdot x_n}{x_1 + x_n}$

qiymatlarni hisoblaymiz.

Qurilgan grafikdan erkli o‘zgaruvchining hisoblangan qiymatlariga mos keladigan, hozircha analitik ko‘rinishi noma’lum bo‘lgan $y = f(x, a, b)$ uchun erksiz o‘zgaruvchining qiymatlarini topamiz:

$$x_{arif} = y_1; \qquad x_{geom} = y_2; \qquad x_{garm} = y_3.$$

Erksiz o‘zgaruvchi uchun qo‘shimcha hisoblashni bajaramiz, ya’ni chetki qiymatlarini aniqlaymiz:

o‘rta arifmetigini: $y_{ar} = \frac{y_1 + y_2}{2}$;

o‘rta geometrigini: $y_{geom} = \sqrt{y_1 \cdot y_n}$;

va o‘rta garmonikligini: $y_{garm} = \frac{2y_1 \cdot y_n}{y_1 + y_2}$ topamiz.

Grafikdan topilgan y_1, y_2, y_3 qiymatlar bilan hisoblangan y_{ar}, y_{geom}, y_{garm} qiymatlarni taqqoslab, ular orasidagi farqlarni baholaymiz:

$$|y_1 - y_{ar}| = e_1, \quad |y_1 - y_{geom}| = e, \quad |y_3 - y_{geom}| = e^7,$$

$$|y_1 - y_{garm}| = e^3, \quad |y^2 - y_{ar}| = e^4,$$

$$|y_2 - y_{geom}| = e^5, \quad |y^3 - y_{ar}| = e^6,$$

Ushbu xatoliklar orasidan eng kichigini topamiz:

$$e_i = \min(e_1, e_2, ..., e_7), \quad i = 1, 2, ..., 7.$$

1. Agar barcha mutlaq xatoliklar orasida eng kichigi e_1 bo‘lsa, u holda berilgan grafikka mos keladigan analitik bog‘lanish $y = ax + b$ ko‘rinishdagi chiziqli funksiyadir.

2. Eng kichik xatolik e_2 bo‘lgan holda empirik bog‘lanishni $y = ab^x$ ko‘rsatkichli funksiya ko‘rinishida tanlash kerak.

3. Eng kichik xatolik e_3 bo‘lsa, qidirilayotgan empirik bog‘lanish $y = \frac{1}{ax + b}$ ratsional kasrli funksiya ko‘rinishida aniqlanadi.

4. Agar eng kichik mutlaq xatolik e_4 bo‘lsa, $y = a\ln x + b$ logarifmik funksiya yaxshi yaqinlanishni beradi.

5. Qachonki e_5 eng kichik mutlaq xatolik bo'lsa, empirik bog'lanishni $y = ax^b$ darajali funksiya ko'rinishida qidirish kerak.

6. Agar mutlaq xatoliklar orasida eng kichigi e_6 bo'lsa, u holda izlanayotgan bog'lanishni

$$y = a + \frac{b}{x}$$

giperbolali funksiya ko'rinishida tanlash ma'quldir.

7. Va nihoyat, eng kichik mutlaq xatolik e_7 bo'lsa, analitik bog'lanish sifatida ratsional kasrli funksiya tanlanadi:

$$y = \frac{x}{ax+b}.$$

TAYANCH IBORALAR

Chiziqsiz bog'lanishlar, empirik formulalar, eksperiment, kuzatuv, tasodifiy hodisalar, taqsimot qonunlari, o'suvchi, kamayuvchi, turg'unlik holat, kompyuter eksperimenti, qonuniyat, o'rta arifmetik, o'rta geometrik, garmonik.

XULOSA

Kuzatuvlar natijasini biron matematik model orqali ifodalab bo'lmasa, tasodifiy holatlarni aks etadigan modellar ko'rinishida aniqlash mumkin. Bunday holda matematik model bir necha modellar orasida tenglash usulidan foydalanish kerak. Bunda grafikda aniqlangan va hisoblangan funksiyaning qiymatlari orasidagi ayirmalarning eng kichigini tanlab, unga mos bo'lgan model tanlanadi. Bunday tanlangan model bog'lanishni to'g'ri aks ettiradi. Talabalar model tuzish va tanlashda bilimlarini kengaytiradilar.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Matematik model kuzatilgan dinamik qatorning elementlariga bog'liqmi?
2. Model aynan o'rganilayotgan obyekt bilan bir xil bo'lishi mumkinmi?
3. Matematik model va real obyekt orasida muvofiqlik bo'lmasa, qanday yo'l tutish kerak?
4. Empirik formulani qurish masalasi necha bosqichdan iborat?
5. Qanday holatda matematik model bir necha modellar orasidan izlanadi?
6. O'rta qiymatlarni yoza olasizmi?
7. Agar xatolikning eng kichigi e_3 bo'lsa, nechanchi model amaliyotda qo'llaniladi?

7-§. CHIZIQSIZ MODELLARNING PROGNOZ MASALASINI YECHISH

7.1. CHIZIQSIZ MODELLARNING TURLARI

Chiziqli modellarda cheklanishlar va maqsad funksiyasi chiziqsiz funksiyalardan iborat bo'lishi yoki ham cheklanishlar, ham maqsad funksiyasi chiziqsiz funksiyalardan iborat bo'lishi mumkin. Tabiatdagi jarayonlar va korxonalarning faoliyatini baholaydigan modellar chiziqsiz modellar bilan ifodalanishi mumkin. Korxonaning yalpi mahsulotlarini ishlab chiqarish masalasi chiziqsiz funksiya ko'rinishida ifodalanadi. Bunda funksiya qiymatlari boshqarish qonunlariga yoki boshqarib bo'lmaydigan qonuniyatga ega bo'lishi, ya'ni ular ehtimollik funksiyalaridan hosil bo'lishi mumkin. Bunday masalalar ko'pincha xalq xo'jaligini boshqarishda uchraydigan masalalar bo'lishi mumkin. Masalan, fermer xo'jaligi, jamoa xo'jaligi, viloyat bo'yicha yalpi mahsulot chiziqsiz modeli ishlab chiqarish funksiyasidan foydalanish mumkin, bu funksiyalar quyidagi ko'rinishlarda berilishi mumkin:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2 + a_4x_2 \cdot x_3 + \ \dots \ + a_nx_{n-1} \cdot x_n, \qquad (1)$$

$$y = a_0 + a_1x + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n, \qquad (2)$$

$$y = exr(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n), \qquad (3)$$

$$y = A_0\prod_{t=1}^{n} x_t^{a_t} \qquad (4)$$

Oxirgi (4) modelda $n = 2$ ga teng bo'lsa, Kobba-Duglas modelini hosil qilamiz.

Yuqoridagi modellar ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan modellardir. Bu modellarga cheklanishlar qo'shilsa, optimallashtirish modellari hosil bo'ladi. Cheklanishlarning soni 1 ta, 2 ta va bir necha chiziqli tenglamalardan iborat bo'lishi mumkin. Har bir noma'lum o'zgaruvchi yana o'zining chiziqli tenglamasidan iborat bo'lishi mumkin.

7.2. LAGRANJ FUNKSIYASI

Masalan, tabiatdagi hodisalar va korxonalarning ishlab chiqarish masalasi uchun ularning modellarini hosil qilish mumkin. Chiziqsiz (3), (4) IMM ni logarifmlab, yangi o'zgaruvchilar kiritib, ularni chiziqli modellarga keltirish mumkin. Keyin esa eng kichik kvadratlar usulini qo'llab, optimal yechimlarini aniqlash mumkin. Ba'zan optimallashtirish masalalarni yechganda Lagranj funksiyasini ham qo'llash mumkin. Bunda avval chiziqsiz modellar cheklanishlarining noma'lum parametrlari aniqlanib, keyin koeffitsiyent L orqali Lagranj funksiyasi tuziladi va funksionalning ekstremal qiymati aniqlanadi:

$$F(x) = (P_1x_1 + P_2x_2) + L(y - Ax_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2}) > \min . \qquad (1).$$

Bunda quyidagi cheklanish o'rinli bo'lganda:

$$y = Ax_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} . \qquad (2)$$

Ma'lumki, funksionalning cheklanishi chiziqsiz ko'rinishda berilgan.

7.3. CHIZIQSIZ MODELLARNI CHIZIQLI MODELLARGA AYLANTIRISH

Chiziqsiz iqtisodiy matematik modellar uchun quyidagi misollarni keltiramiz: qishloq xo'jaligida ishlab chiqariladigan mahsulotlarning hosildorligi, havoning nisbiy namligi, yilning dekadaviy temperaturalari, yer osti suvlarning sathlarini ifodalaydigan modellar. Bu modellar chiziqsiz modellar orqali ifodalanadi, chunki bunda model 4 qismdan iborat bo'lishi mumkin, modelning chiziqli qismini $-y = a_x + b$ funksiya, ikkinchi qism modelning davriy qismini ifodalaydi va h.k.

Misol: Korxonaning yalpi ishlab chiqaradigan mahsuloti quyidagi iqtisodiy-matematik model orqali berilishi mumkin:

$$y = Ax_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3}. \qquad (3)$$

Noma'lum A, a_1, a_2, a_3 parametrlarni aniqlash kerak, uchinchi modelda y, x_1, x_2, x_3 qiymatlar berilgan, (3)ni logarifmlab, eng kichik kvadratlar usulini qo'llaymiz:

$$\ln y = \ln A + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + a_3 \ln x_3. \qquad (4)$$

Yangi o'zgaruvchilar kiritamiz:

$$\begin{aligned} y = A + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \} \\ a_1 + a_2 + a_3 = 1 \end{aligned} \qquad (5)$$

Sistemaning birinchi tenglamasiga eng kichik kvadratlar usulini qo'llab, noma'lum parametrlar uchun beshta tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

Oxirgi hosil bo'lgan sistemani yechib, noma'lum parametrlarini aniqlaymiz, optimallashtirish masalasida cheklanishlar sistemasi ma'lum bo'ladi, keyin esa masalani optimallashtirishga o'tiladi.

Ishlab chiqarish korxonalarining faoliyatlarini yoki tabiatdagi jarayonlarni ifodalashda ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan chiziqsiz matematik modellardan foydalanish mumkin. Ular ishlab chiqarish funksiyalari ko'rinishida ifodalanadi. Ulardan amaliyotda keng qo'llaniladigani Kobbi-Duglas modeli hisoblanib, unda KvaL-kapital va ishchi kuchi resurslaridan foydalanib, yalpi mahsulot ishlab chiqarish funksiyasini ifodalaydi. Korxonalarning faoliyatini izohlashda mutaxassislar shu ishlab chiqarish funksiyalaridan foydalanishlari mumkin, chiziqsiz bo'lsa, logarifmlab chiziqli ko'rinishga keltirish mumkin.

Bunday modellarni yechishda yangi informatsion texnologiyalardan to'liq foydalanish zarur. Maqsad analitik modellar tuzish va amaliyotda Excelni, Turbo Paskalni qo'llash.

TAYANCH IBORALAR

Yalpi mahsulot, chiziqsiz model, jarayon, prognoz, bashorat masalasi, o'zgaruvchilar, chiziqsiz model, parametrlar.

XULOSA

Ishlab chiqarish korxonalarining faoliyatlarini yoki tabiatdagi jarayonlarni ifodalashda ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan chiziqsiz matematik modellardan foydalanish mumkin. Ular ishlab chiqarish funksiyalari ko'rinishida ifodalanadi. Ulardan amaliyotda keng qo'llaniladigani Kobbi-Duglas modeli hisoblanib, unda KvaL — kapital va ishchi kuchi resurslaridan foydalanib, yalpi mahsulot ishlab chiqarish funksiyasini ifodalaydi. Korxonalarning faoliyatini izohlashda mutaxassislar shu ishlab chiqarish funksiyalaridan foydalanishlari mumkin, chiziqsiz bo'lsa, logarifmlab chiziqli ko'rinishga keltirish mumkin. Bunday modellarni yechishda yangi informatsion texnologiyalardan to'liq foydalanish zarur. Maqsad analitik modellar tuzish va amaliyotda Excelni, Turbo Paskalni qo'llash.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Chiziqsiz matematik modelga misol keltira olasizmi?
2. Chiziqsiz model qanday ko'rinishda bo'ladi?
3. Chiziqsiz modellarning parametrlari qanday aniqlanadi?

4. Yalpi mahsulot ishlab chiqarish modelini ifodalay olasizmi?
5. Eng kichik kvadratlar usuli nima?
6. Noma'lum parametrlarning soni nimaga bog'liq?
7. Lagranj funksiyasini yoza olasizmi?
8. Kobba-Duglas modelida x_1, x_2 o'zgaruvchilar nimani ifodalaydi?
9. Nima uchun chiziqsiz model tuziladi?
10. Model yordamida bashorat qilish mumkinmi?

8-§. JARAYONLARNING KO'P BOSQICHLI CHIZIQSIZ MATEMATIK MODELLARINI TUZISH

8.1. TASODIFIY HODISALARNING CHIZIQSIZ MODELI

Ma'lumki, bozor iqtisodiyoti sharoitida va umuman iste'molchilarning talablari har doim o'zgarib turadi. Bu talabalarni qondirish uchun mahsulot ishlab chiqaruvchi korxonalar xomashyolar bilan yetarli miqdorda ta'minlanishi kerak. Lekin ularni har doim bir xil zarur hajmda yetkazib bo'lmaydi, chunki bularni etishtirishga tasodifiy hodisalar ta'sir etadi. Insoniyat bu hodisalarning ta'sirini kamaytirish uchun har doim kurashib kelmoqda. Shunday tasodifiy hodisalarni nazarga olgan holda, modellashtirishni ko'p bosqichli masalalarga ajratish mumkin. Ko'p bosqichli tasodifiy masalalarga, masalan, texnik o'simlik-paxtaning hosildorligi, bug'doyning hosildorligi, qora mollarning yillar bo'yicha sut berishi va h.k.lar misol bo'lishi mumkin. Umuman, biron tasodifiy hodisaning matematik modelini chiziqli, davriy, mavsumiy va umuman tasodifiy holatlar yig'indisi ko'rinishida ifodalash mumkin:

$$Z = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \quad (1)$$

Model y_1 — chiziqli, y_2 — davriy, y_3 — mavsumiy, y_4 — tasodifiy holatlarni ifodalaydi.

Bunday (1) funksional bog'lanishda:

$$y_1 = a + b \cdot x. \quad (2)$$

Bunday ifoda jarayon modelning chiziqli qismini ifodalaydi.

Asosiy (1) qismdan (2) qismni ayrigandan so'ng qolgan qiymatlar

$$y_2 = Z - y_1 \quad (2')$$

ko'rinishni qabul qiladi.

Bu ifoda jarayonning davriy qismini ifodalaydi.

Agar asosiy ko'rsatkichdan yana davriy qismni ayirsak, funksiyadan qoldig'i

$$y_3 = Z - (y_1 + y_2) \tag{3}$$

ko'rinishni qabul qiladi.

Bu (3) ifodadagi funksional ko'rinish (y_3) funksional hodisaning mavsumiy holatini ifodalaydi. Jarayonning yuqoridagi holatlarini asosiy qiymatlardan ayirgandan keyin quyidagi funksiyani hosil qilamiz:

$$y_4 = Z - (y_1 + y_2 + y_3). \tag{4}$$

Bu (4) ifoda jarayonning tasodifiy holatini ifodalaydi. Shunday qilib yuqorida ifodalangan asosiy jarayonning (1) chiziqsiz matematik modelining umumiy ko'rinishi uchun quyidagi chiziqsiz matematik model tuziladi:

$$Z(x) = a + bx + \sum_{m=1}^{n}[A_m \sin\frac{2\pi}{n}mx + B_m \cos\frac{2\pi}{n}mx] +$$

$$+\sum_{m=1}^{n} D_p \sin\frac{2\pi}{N-M_p}(x-K_p) + \varepsilon_p(x)\,. \tag{5}$$

Bunda: $M_p = \overline{0,(N-3)},\ K_p = \overline{0, N/2, N} - \text{const}\,.$

Bunday chiziqsiz ko'rinishdagi jarayonlarning matematik modellari Buxoro oziq-ovqat va yengil sanoat texnologiyasi institutida birinchi marta (1987-y.) tuzilib, hodisaning haqiqiy qiymatlari bilan model bo'yicha qiymatlar taqqoslandi. Jarayonlarning bir necha o'n yillik informatsion qiymatlari asosida model tuzib, nazariy qiymatlarga yaqin bo'lgan natijalar olinadi. Matematik modelni baholashda qoniqarli qiymatlar hosil qilindi.

Tuzilgan chiziqsiz iqtisodiy-matematik modelning mos sxemasi va dasturi tuzilib natijalar olindi. Boshlang'ich qiymatlar sifatida Buxoro viloyati bo'yicha 30 yilda yetishtirilgan paxta hosildorligi qabul qilindi.

8.2. CHIZIQSIZ MODELNI BAHOLASH

Masalani bosqichma-bosqich yechib, natijalari bosmaga chiqariladi. Birinchi bosqichda modelning chiziqli qismi hisoblanadi va ikki yilga prognoz masalasi yechiladi.

1. Model bu bosqichda quyidagi ko'rinishni qabul qildi ($y_1 = a_0 + b_x^x$).

$$y_1 = 16,\ 11 + 0{,}649x.$$

$R = 0,867$ ga teng bo'lgan korrelatsiya koeffitsiyenti aniqlandi.

2. Ikkinchi bosqichda chiziqsiz modelning davriy qismi ajratildi, modelni baholashda

$R = 0,942$ — korrelatsiya koeffitsiyenti aniqlandi.

Fisher koeffitsiyenti 7-ozodlik darajasida $K = 6,206$ bo'lgan son qiymati hisoblandi, bu jadval qiymatidan kichik.

3. Uchinchi bosqichda modelning davrli qismi hisoblanadi, bunda baholash qiymati:

Korrelatsiya koeffitsiyenti $R = 0,87$ dan $R = 0,948$ gacha o'sdi. Shunday qilib, oraliq funksiyalarning asosiy funksiyaga ta'siri aniqlandi.

8.3. PROGNOZ MASALASI

Prognoz masalasi ikki yil uchun hisoblangan bo'lsa, haqiqiy informatsiya bilan model ayirmasi quyidagi qiymatlarga teng bo'ldi:

$$\Delta y_1 = 33,4 - 32,6 = 0,8;$$
$$\Delta y_2 = 29,6 - 32,1 = -2,25.$$

Shunday qilib, model jarayonni adekvat ifodalaganligi baholangan koeffitsiyentlardan yaqqol ma'lum bo'ldi.

Agar paxtaning har bir sentneridan olinadigan daromad ma'lum bo'lsa, unda viloyatda har bir gektardan olinadigan daromadni aniqlash mumkin.

Masalan:

Quyidagi qiymatlarga ko'ra matematik model tuzilsin.

T, yillar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y, vil. hosild.	28,9	32,1	30,4	33,1	34,0	32,0	34,9	32,2	33,4	28,6

Regressiya tenglamasi tuzilsin, korrelatsiya koeffitsiyenti aniqlansin, determinatsiya koeffitsiyenti hisoblansin, korrelatsiya koeffitsiyentining xatosi hisoblansin:

$$s_2 = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}},$$

bunda: r — korrelatsiya koeffitsiyenti;

n — tanlamaning hajmi;

s_2 — korrelatsiya koeffitsiyentining xatosi.

TAYANCH IBORALAR

Trikotaj fabrikasi, qand zavodlari, paxta zavodlari, xarajatlar, xomashyo, potensiallar, oraliq qiymatlar, zavodlarning ishlab chiqarish quvvatlari, qabul punktlari.

XULOSA

O'zbekistonda yetakchi yo'nalishlardan biri bo'lgan paxtani qayta ishlash sanoatida paxtani qabul punktlariga yaqin joylarga joylashtirish masalasi, ko'p bosqichli masalalar modellarini tuzish va uni potensial usulda optimallashtirish haqida so'z yuritiladi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Tasodifiy hodisa makroiqtisodiy jarayonni ifodalaydimi?
2. Izlanayotgan jarayonning iqtisodiy modeli necha bosqichda aniqlanadi?
3. Paxta hosildorligi tasodifiy jarayon bo'la oladimi?
4. Nechanchi bosqichda modelning chiziqli qismi aniqlanadi?
5. Qaysi koeffitsiyentlarning qiymatlariga ko'ra korrelatsion bog'lanish muhim?
6. Korrelatsiya koeffitsiyenti qanday son qiymatlar orasida joylashadi?
7. Fisher koeffitsiyenti jadvaldan to'g'ri aniqlanganmi?
8. Makroiqtisodiy dinamik qatorda adekvatlik o'rinlimi?
9. Tasodifiy hodisalarga misollar keltira olasizmi?
10. Avtokorrelatsiya modellashtirishning nechanchi bosqichida qo'llanilgan?

III bob. FIRMA, KORXONANING MAHSULOT ISHLAB CHIQARISH MASALASI YECHIMINI GRAFIK USULDA ANIQLASH

9-§. Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasi, cheklanishlarning geometrik modeli

9.1. MASALANING IQTISODIY-MATEMATIK MODELI

Firmaning mahsulot ishlab chiqarish masalasini grafik usulda yechish asosiy usullardan biri hisoblanadi. Unda cheklanishlarni nazarga olgan holda maqsad funksiyaning eng katta yoki eng kichik qiymatini aniqlash mumkin. Faraz qilaylik, korxona mahsulot ishlab chiqarishining iqtisodiy-matematik modeli umumiy ko'rinishda berilgan bo'lsin:

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j \le b_i \qquad i=\overline{I,m}; \tag{1}$$

$$x_j \le 0 \qquad i=\overline{I,n}; \tag{2}$$

$$F(x)=\sum_{j=1}^{m} c_j x_j \longrightarrow \max. \tag{3}$$

Shunday qilib, (1) va (2) cheklanishlar va (3) maqsad funksiya birgalikda firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasining iqtisodiy-matematik modelini ifoda etadi.

9.2. KO'PBURCHAKLI YECHIMLAR SOHASI

Bu masalani grafik usulda yechishda avval cheklanishlarni nazarga olgan holda, ko'pburchakli yechimlar sohasini aniqlash kerak, chunki agar cheklanishlar ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lsa, ular gipertekislikni hosil qiladi:

$$a_0 + a_1x_1 + \ldots + a_nx_n = 0;$$

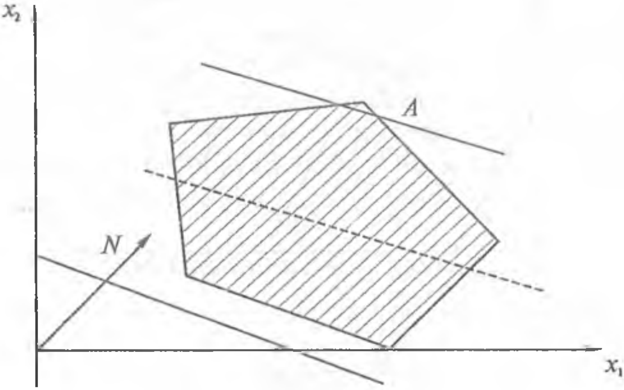
xususiy holda, 3 ta o'zgaruvchiga bog'liq bo'lib, ba'zi bir cheklanishlarda noma'lumlarning qiymati nolga teng bo'lsa (x_1, x_2, x_3=0), bu holda cheklanishlar dekart koordinatalar sistemasida to'g'ri chiziqlarni hosil qiladi. Agar cheklanishlar sistemasi 2 ta noma'lumlardan hosil bo'lgan bo'lsa, bu holda tekislikda ko'pburchakli yechimlar sohasini hosil qiladi. Tengsizliklarni tenglamalar bilan almashtirilgan holi.

Ta'rif: Chiziqli dasturlash masalasining yechimi ko'pburchakli yechimlar sohasining biron cho'qqisida maqsad funksiya ekstremal qiymatni qabul qiladi (max yoki min).

9.3. YECHIMLARGA EGA BO'LGAN VA EGA BO'LMAGAN HOL. MAQSAD FUNKSIYANING EKSTREMAL QIYMATINI GRAFIK USULDA ANIQLASH

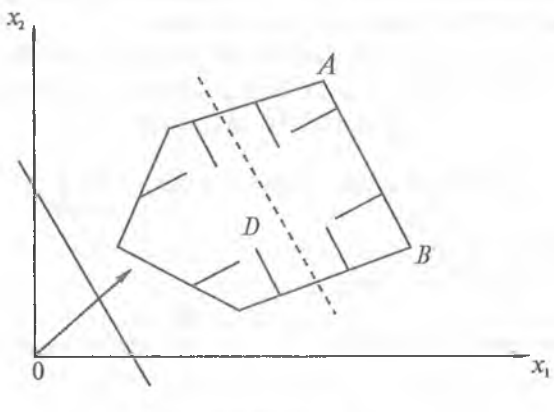
Maqsad funksiya ko'pburchakli yechimlar sohasida bitta yechimga, ko'p yechimga, cheklangan yechimlarga ega bo'lishi mumkin.

1-hol: Rasmda (9.1-rasm) cheklanishlar ko'pburchakli yechimlar sohasini ifodalaydi. Bu holda ko'pburchakli yechimlar sohasi bitta yechimdan iborat. Bu yechim ko'pburchakning A cho'qqisida joylashib, shu cho'qqida funksional $F(x)$ eng katta (kichik) qiymatga erishadi.



9.1-rasm.

2-hol: Maqsad funksiya ko'p yechimga ega bo'lgan hol. Maqsad funksiya $F(x)$ ko'p yechimga ega bo'ladi, ya'ni yechimlar AB kesmaning har bir nuqtasida joylashadi, maqsad funksiya esa bu nuqtalarda ekstremal qiymatlarni qabul qiladi (9.2-rasm).

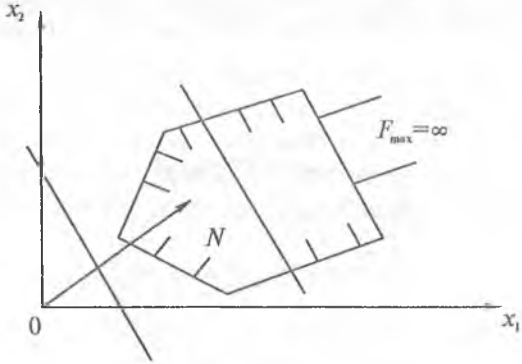


9.2-rasm.

Bu holda yechimlar AB kesmada yotadi.

Agar cheklangan nuqtalar ko'pburchakning ichida joylashsa, soha cheklangan soha hisoblanadi, ya'ni ko'pburchakli yechimlar sohasi mavjud bo'ladi.

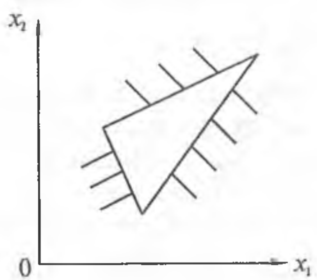
3-hol: 9.3-rasmda soha cheklanmagan hisoblanadi, ya'ni yechimlar sohasi yuqoridan cheklanmagan.



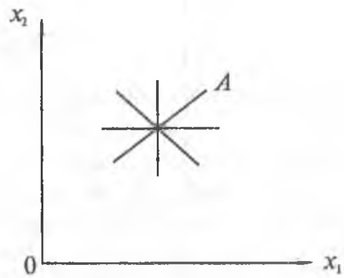
9.3-rasm.

$F(x)=\infty$. Maqsad funksiya $F(x)$ cheklanmagan yechimga ega bo'lgan hol.

4-hol: Yechimlar sohasi mavjud bo'lmagan hollar. Maqsad funksiya bu hollarda hisoblanmaydi (9.4-rasm, 9.5-rasm). Bunday hollarda soha cheklanmagan yoki cheklanishlar chizig'i bir nuqtaga kesishadi, yechimlar sohalari mavjud emas.



9.4-rasm.



9.5-rasm.

TAYANCH IBORALAR

Ko'pburchakli yechimlar sohasi, tengsizlik, yarimtekislik, gipertekislik, normal vektor, maqsad funksiya chizig'i, algoritm, radius vektor, ko'pburchakli yechimlar sohasining cho'qqisi, ekstremal qiymat.

XULOSA

Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasini grafik usulda yechish mumkinligini talabalarga ko'rsatish, bu yangi usul bilan tanishtirish ko'zda tutiladi. Bunda yangi tushunchalar keltiriladi: cheklanishlar ko'pburchakli yechimlar sohasini ifodalashi, maqsad funksiya chizig'i, normal vektor, ochiq va yopiq soha, yechim sohalarning mavjud bo'lmagan hollar, bu holda maqsad funksiya aniq qiymatga ega bo'lmasligi va h.k.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasini grafik usulda yechishda o'zgaruvchilar soni nechtaga teng?
2. Shu masalani yechganda tenglamalar soni nechtaga teng?
3. Yechimlar soni nechtaga teng?
4. Normal vektor nimaga perpendikular?
5. Maqsad funksiya chizig'ini ifodalay bilasizmi?
6. Yarim tekislik va gipertekislik nima?
7. Ekstremal nuqta qanday aniqlanadi?
8. Uchburchakli yopiq sohada cheklanishlar soni nechta?
9. Ko'pburchakli yechimlar sohasi qachon mavjud hisoblanadi?
10. Ko'pburchakli yechimlar sohasi qachon mavjud emas?

10-§. FIRMA, KORXONANING MAHSULOT ISHLAB CHIQARISH MASALASI YECHIMINI GRAFIK USULDA ANIQLASH

10.1. MASALANING QO'YILISHI

Korxonaning mahsulot ishlab chiqarish modelining shartlari, ya'ni cheklanishlar berilgan bo'lsa, maqsad funksiyaning eng katta qiymatini aniqlaymiz, funksiyaning eng katta (kichik) qiymatini aniqlashda yana x_j mahsulotlar har bir turining birligidan olinadigan foyda miqdori berilgan bo'ladi. Bu masalani yechish uchun uning IMMni ifodalaymiz. Buning uchun masala umumiy holda quyidagi ko'rinishda beriladi:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i, \qquad i = \overline{1, m}; \tag{1}$$

$$x_j \ge 0, \qquad j = \overline{1, n}; \tag{2}$$

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow \max\ (\min). \tag{3}$$

10.2. MAQSAD FUNKSIYA CHIZIG'I

Bu masala umumiy holda cheklanishlari ko'pburchakli yechimlar sohasini ifodalaydi. Faraz qilaylik, cheklanishlari ko'pburchakli soha yechimlari mavjud bo'lsin. IMM ga ko'ra, $C = C(C_1, C_2)$ ni normal radius-vektor deb belgilasak, maqsad funksiya chizig'i quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$C_1x_1 + S_2x_2 = h.$$

Bu yerda: h — istalgan son.

Maqsad funksiya chizig'i to'g'ri chiziq tenglamasiga o'xshash:

$$Ax + By + S = 0.$$

Ma'lumki, $j = \overline{1, 2}$ bo'lganda maqsad funksiya quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$F(x) = C_1x_1 + C_2x_2 > \max\ (\min).$$

Endi shu radius vektor — C ga perpendikular qilib, maqsad funksiya chizig'ini o'tkazamiz. Maqsad funksiyaning qiymati radius-vektor C ning koordinatalaridan iborat bo'ladi. Agar shu maqsad funksiyaning chizig'i C — vektorning yo'nalishi bo'yicha, o'z-o'ziga parallel qilib ko'chirilsa, u holda maqsad funksiyaning chizig'i ko'pburchakli yechimlar sohasini biror cho'qqisidan o'tadi. Bu cho'qqida funksional $F(x)$ eng katta qiymatga erishadi, ya'ni A nuqtada funksional eng katta qiymatni qabul qiladi. Bu A nuqta esa L_1 bilan L_2 chiziqlarning kesishish nuqtasida yotadi. Bu $A(x_1, x_2)$ nuqtaning x_1 va x_2 koordinatalarini aniqlash kerak. Bu A nuqta koordinatalarining qiymatlarini maqsad funksiyaga qo'yib, uning eng katta qiymatini aniqlaymiz.

10.3. GRAFIK USULNING ALGORITMI

1. Cheklanishlarni nazarga olgan holda ko'pburchakli yechimlarning D sohasini aniqlaymiz.

2. C radius-vektorni o'tkazamiz:

$$F = l(C_1, C_2) = \bar{C}.$$

3. C radius-vektorga perpendikular qilib, maqsad funksiya to'g'ri chizig'ini o'tkazamiz: $C_1x_1 + C_2x_2 = h$.

4. Maqsad funksiyaning chizig'ini o'z-o'ziga parallel ko'chirib, ko'pburchakli yechimlar sohasining cho'qqisi — A nuqtani aniqlaymiz.

5. A nuqtaning koordinatalarini topish uchun l_1 bilan l_2 to'g'ri chiziqlarning tenglamalarini birgalikda yechamiz, ya'ni:

$$l_1xl_2 > A(x_1, x_2).$$

5. Maqsad funksiyaning qiymatini A nuqtada hisoblaymiz:

$$F(x) = C_1x_1 + C_2x_2 \to \max.$$

Maqsad funksiya A nuqtada eng katta qiymatni qabul qiladi.

10.4. MASALANING YECHIMI

1. Masala: cheklanishlarni nazarga olgan (IMM berilgan) holda ko'pburchakli yechimlar sohasini aniqlab, maqsad funksiyaning eng katta qiymati hisoblansin.

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \le 20 \\ 8x_1 + 5x_2 \le 40 \\ 5x_i + 6x_2 \ge 30 \end{cases} \qquad (1)$$

$$x_1,\ x_2 > 0 \qquad (2)$$

$$F(x) = 50x_1 + 40x_2 - \max. \qquad (3)$$

Buning uchun cheklanish tengsizliklarini to'g'ri chiziqlar bilan almashtirib, ularni dekart koordinatalar sistemasida l_1 ni tenglama ko'rinishida aniqlaymiz.

I. Avval birinchi l_1 chiziqning koordinatalar o'qlari bilan kesishgan nuqtalarini aniqlaymiz:

$$l_1 \to 2x_2 + 5x_2 = 20.$$

Faraz qilaylik, l_1 chiziqda: $x_1 = 0$ bo'lsa,

$$0 + 5x^2 = 20 \text{ ga ega bo'lamiz, bundan } x_2 = 4.$$

Bu usul bilan koordinatalar o'qida A nuqtaning koordinatalari aniqlandi, ya'ni A nuqta $A(0, 4)$ koordinatalarga ega ekan.

Agar l_1 da $x_2 = 0$ qabul qilinsa, tenglama quyidagi ko'rinishni qabul qiladi: $2x_1 = 20$.

Ya'ni, bundan $x_1 = 10$ bo'ladi, x_1 koordinata o'qida l_1 chiziq B nuqta, $B(10,0)$dan o'tadi. Xuddi shu usulda l_2 tengsizlikni tenglama bilan almashtiramiz, koordinata o'qlari bilan kesishadigan nuqtalarni aniqlaymiz.

II. $l_2 \to 8x_1 + 5x_2 = 40$ tenglamada $x_1 = 0$ bo'lsa, $5x_2 = 40$ ga teng bo'ladi, bu tenglikdan $x_2 = 8$, ya'ni $C(0,8)$ bo'ladi, endi $x_2 = 0$ bo'lsa, $x_1 = 5$, $D(5,0)$ koordinatalarga ega bo'ladi.

III. l_3 chiziq uchun $l_3 \to 5x_1 + 6x_2 = 30$, agar $x_1 = 0$ bo'lsa, bunda $x_2 = 5$ bo'ladi, ya'ni $E(0,5)$ koordinatalarga ega bo'ladi.

$x_2 = 0$ bo'lganda, $x_1 = 6$, $F(6,0)$ koordinatalarga ega ekan.

Aniqlangan nuqtalarni tutashtirib, D sohaning mavjudligini aniqlaymiz, buning uchun yarim tekisliklarga nisbatan nuqtalarning o'rnini tonamiz:

a) $l_1 > 2x_1 + 5x_2 \leq 20$

tengsizlikni x_2 ga nisbatan aniqlaymiz:

$$5x_2 \leq 20 - 2x_1,$$

bundan x_2 o'zgaruvchini aniqlaymiz.

$$2x_2 \leq -2/5\ x_1 + 4.$$

Oxirgi tengsizlikdan ko'rinadiki, nuqtalar to'g'ri chiziqda va chiziqning ostida joylashgan.

Ikkinchi tengsizlikning geometrik ma'nosini aniqlaymiz:

b) $l_2 - 8x_1 + 5x_2 \leq 40;$

$5x_2 \leq 40 - 8x_1;$

$x_2 \leq -8/5\ x_1 + 8.$

Nuqtalar bu to'g'ri chiziqdan pastda joylashadi, ya'ni l_2 nuqtalar to'g'ri chiziqdan pastda joylashgan ekan.

Uchinchi tengsizlikning geometrik ma'nosini aniqlaymiz:

d) $l_3 - 5x_1 + 6x_2 \geq 30;$

$6x_2 \geq 30 - 5x_1.$

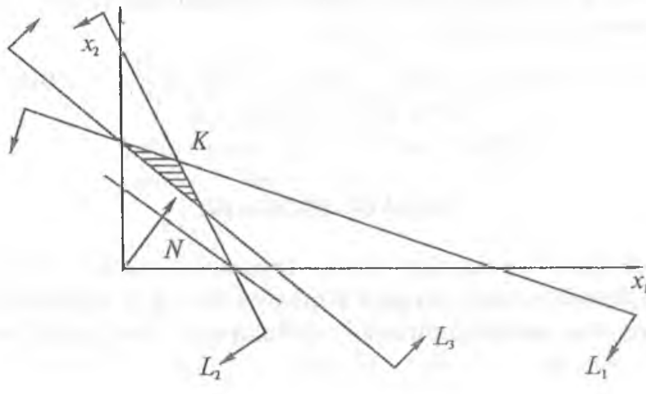
Bu tengsizlikni x_2 ga nisbatan yechamiz:

$$x_2 \geq 5/6\ x_1 + 5.$$

Yarim tekisliklarni Dekart koordinatalar sistemasiga joylashtirib, uchburchakli yechimlar sohasini aniqlaymiz.

Normal radius-vektor koordinatalarini aniqlaymiz:

$$\bar{N} = \bar{N}(c_1; c_2) \to \bar{N}(50, 40) \to \bar{N}10(5, 4).$$



10.1-rasm.

Bu uchta yarim tekislikning nuqtalari to‘g‘ri chiziqlarga nisbatan yuqorida yoki pastda joylashgan (10.1-rasm). Maqsad funksiya chizig‘i esa $50x_1 + 40x_2 = h$ bo‘lib, chiziqning koordinatalarini aniqlaymiz, u radius-vektorga perpendikular bo‘ladi. Maqsad funksiyasining chizig‘i ko‘p burchakli yechimlar sohasini $K(x_1, x_2)$ nuqtada kesadi, shu K^* nuqtaning koordinatalarini topamiz. Buning uchun l_1 bilan l_2 tenglamalarni sistema ko‘rinishida yechamiz, chunki K nuqta l_1 va l_2 chiziqlarning kesishish nuqtasida joylashgan.

$$\left.\begin{aligned} l_1 &\to 2x_1 + 5x_2 = 20; \\ l_2 &\to 8x_1 + 5x_2 = 40. \end{aligned}\right\}$$

Ikkinchi tenglamadan birinchi tenglama hadlarini mos ravishda ayirib, quyidagini hosil qilamiz.

$$6x_1 = 20, \text{ bundan}$$

$x_1 = 20/60 = 10/3$; x_1 koordinataning qiymatini birinchi (l_1) tenglamaga qo‘yamiz:

$l_1 \to 2x_1 + 5x_2 = 20$, ya’ni

$2 \cdot 10/3 + 5x_2 = 20$, bundan

$20 + 15x_2 = 60$ bo‘ladi, $15\ x_2 = 40$, $x_2 = 40/15$, $x_2 = 8/3$.

Kesishish nuqtasining koordinatalari $K(10/3,\ 8/3)$ aniqlandi. Maqsad funksiyaning eng katta qiymatini aniqlaymiz, buning uchun

K nuqtaning koordinatalarini maqsad funksiyaga qo'yib, uning eng katta qiymatini hisoblash mumkin:

$$F(x) = F(K) \rightarrow (50x_1 + 40x_2)_k \rightarrow 50(10/3) + 40(8/3) \rightarrow (500 + 320)/3 \rightarrow$$
$$\rightarrow 820/3 = 273,\ \ 1/3 \text{ ming so'm.}$$

TAYANCH IBORALAR

Ko'pburchakli yechimlar sohasi, tengsizlik, yarimtekislik, gipertekislik, normal vektor, maqsad funksiya chizig'i, algoritm, radius-vektor, ko'pburchakli yechimlar sohasining cho'qqisi, ekstremal qiymat.

XULOSA

Mahsulot ishlab chiqarish masalasini grafik usulda yechish uchun IMM berilishi zarur bo'lib, undan maqsad funksiya chizig'i, normal vektor, ko'pburchakli yechim sohasi, aniq maqsadi, bu sohaning biron cho'qqisida $F(x)$ maksimum, boshqa cho'qqisida minimum qiymatga ega bo'lishi bilan talaba vizual tanishadi; talabalar yangi usulning natijasini Dekart koordinatalar sistemasida ko'radi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Grafik usulda yechimning algoritmini bilasizmi?
2. Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasini grafik usulda yechishda o'zgaruvchilar soni nechtaga teng?
3. Shu masalani yechganda tenglamalar soni nechtaga teng?
4. Berilgan masalada yechimlar soni nechtaga teng?
5. Normal vektorning koordinatalari nimaga bog'liq?
6. Maqsad funksiya chizig'ini ifodalay bilasizmi?
7. Yarim tekislik va gipertekislikka misol keltiring.
8. Ekstremal nuqtalar qanday aniqlanadi?
9. Maqsad funksiyaning qiymati qanday hisoblanadi?

11-§. CHIZIQLI DASTURLASH MASALASINING GRAFIK USULDAGI YECHIMINI n>2 BO'LGANDA ANIQLASH

11.1. CHIZIQLI DASTURLASH MASALASINING IQTISODIY-MATEMATIK MODELI UMUMIY KO'RINISHI

Chiziqli dasturlash masalasining umumiy ko'rinishi cheklashlar va maqsad funksiya $F(x) \rightarrow \max(\min)$ orqali berilgan bo'lsin:

$$F(x) = s_1x_1 \cdot s_2x_2 \cdot \ldots + s_nx_n \rightarrow \max(\min) \qquad (1)$$

aniqlansin (quyidagi cheklanishlar o'rinli bo'lganda):

$$
\left.\begin{array}{l}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n},x_n = b_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
am_1x_1 + am_2x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \\
x_j \geq 0, \qquad j = \overline{1, n}
\end{array}\right| \qquad (2)
$$

Ma'lumki, ko'p o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechib bo'lmaydi. Shuning uchun masalani ikki o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan ko'rinishga keltiramiz.

11.2. CHIZIQLI DASTURLASH MASALASI YECHIMINI $n > 2$ BO'LGANDA ANIQLASH USULI

Agar chiziqli dasturlash masalasida o'zgaruvchilar soni $n>2$ bo'lsa, grafik usulda yechish uchun quyidagi shart bajarilishi lozim: cheklanishlarning soni (m) noma'lumlar soni (n)dan 2 ta songa oz bo'lishi kerak, ya'ni:

$$m = n - 2. \qquad (3)$$

Masala: Chiziqli dasturlash masalasining modelida to'rtta o'zgaruvchi (n=4) qatnashsin: Funksionalning

$$F(x) = \sum_{j=1}^{4} C_j X_j \to \max \qquad (4)$$

qiymati quyidagi cheklanishlar o'rinli bo'lganda

$$
\left.\begin{array}{r}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + x_3 = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + x_4 = b_2 \\
x_j \geq 0, \quad j = 1,2,3,4
\end{array}\right\} \qquad (5)
$$

aniqlansin, bunda n=4, cheklanishlar soni m=2. Sistema 5 ni x_3 va x_4 noma'lumlarga nisbatan aniqlaymiz:

$$
\left.\begin{array}{l}
x_3 = b_1 - (a_{11}x_1 + a_{12}x_2) \\
x_4 = b_2 - (a_{211}x_1 + a_{22}x_2)
\end{array}\right\} \qquad (6)
$$

Noma'lum x_3, x_4 larning qiymatlarini (6) dan maqsad funksiya (4) ga qo'yib, guruhlab hosil qilamiz:

$$F(x) = a_1x_1 + a_2x_2 \to \max. \qquad (4')$$

agar quyidagi shartlar bajarilsa, ya'ni: $x_3 \geq 0$, $x_4 \geq 0$ bo'lganda:

$$\left.\begin{aligned} b_1-(a_{11}x_1+a_{12}x_2)\geq 0 \\ b_2-(a_{211}x_1+a_{22}x_2)\geq 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

shartlar bajariladi.

Shunday qilib, ikkita x_1, x_2 o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan chiziqli dasturlash masalasining iqtisodiy-matematik modelini quyidagi ko'rinishda hosil qilamiz:

$$F(x) = a_1x_1 + a_2x_2 \to \max \qquad (4'')$$

(agar

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1+a_{12}x_2\leq b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2\leq b_2 \\ x_1\geq 0,\ x_2\geq 0 \end{aligned}\right| \qquad (5')$$

shartlar bajarilsa).

Shunday qilib, (4″) va (5′) ko'rinishda keltirilgan IMM ni grafik usulda yechish mumkin.

11.3. NOMA'LUMLAR SONI n>2 BO'LGANDA FUNKSIONALNING EKSTREMAL QIYMATINI ANIQLASH

Masala: IMM model quyidagi ko'rinishda berilgan:

Maqsad funksiya

$$F(x) = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \to \max \qquad (8)$$

qiymati hisoblansin (agar quyidagi cheklanishlar o'rinli bo'lsa):

$$\left.\begin{aligned} x_1+2x_2+3x_3-2x_4=2 \\ x_1+2x_2+x_3+4x_4=8 \\ x_j\geq 0,\ j=1,2,3,4 \end{aligned}\right| \qquad (9)$$

Cheklanishlar sistemasini qaysi bir ikki noma'lumlarga nisbatan yechishni aniqlash maqsadida ikkinchi tartibli determinanti nolga teng bo'lmagan noma'lumlarni aniqlaymiz.

Bu masalada x_1, x_2 noma'lumlar oldidagi koeffitsiyentlardan tuzilgan determinant nolga teng emas:

$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{vmatrix}=-4,\ \Delta\neq 0;$ shuning uchun (9) sistemani x_1, x_2 o'zgaruvchilarga nisbatan yechamiz:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 5-2x_3-x_4 \\ x_2 &= -\frac{3}{2}-\frac{1}{2}x_3-\frac{3}{2}x_4 \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Noma'lumlar x_1, x_2 ni maqsad funksiya (8) ga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$F(x)=\frac{11}{2}-\frac{13}{2}x_3+\frac{7}{2}x_4 \to \max \qquad (11)$$

Musbatli shartni nazarga olgan holda ($x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$) quyidagini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned} 2x_3+x_4 &\leq 5 \\ 3x_4-x_3 &\geq 3 \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

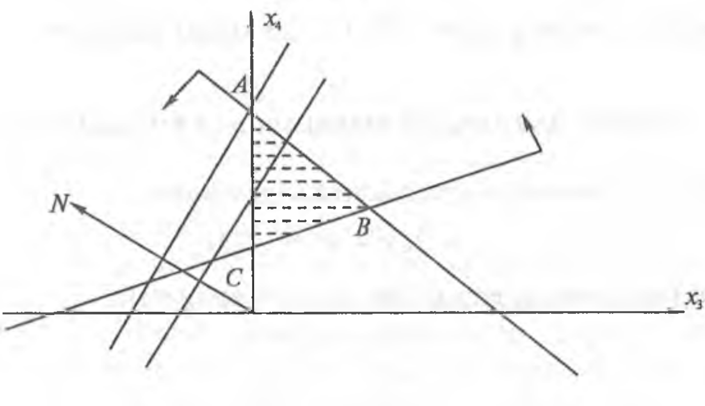
Yangi hosil qilingan IMM quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

Funksional $F(x)=\frac{11}{2}-\frac{13}{2}x_3+\frac{7}{2}x_4 \to \max$ qiymatini

$$\left.\begin{aligned} 2x_3+x_4 &\leq 5 \\ 3x_4-x_3 &\geq 3 \\ x_3 \geq 0,\ x_4 &\geq 0 \end{aligned}\right\}$$

cheklanishlar o'rinli bo'lganda grafik usulda aniqlaymiz. Avval yechimlar sohasini cheklanishlar asosida aniqlaymiz, bu masalada ABC uchburchak bo'ladi (11.1-rasm):

$$\left.\begin{aligned} l_2 &\to \frac{x_3}{1}-\frac{x_4}{3}=1 \\ l_1 &\to \frac{x_3}{5/2}+\frac{x_4}{5}=1 \end{aligned}\right\}$$



11.1-rasm.

Maqsad funksiya chizig'ini aniqlaymiz: $\frac{11}{2}-\frac{13}{2}x_3+\frac{7}{2}x_4=k=0,$

k=const, k=0 deb qabul qilib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\bar{N}=\bar{N}\left(-\frac{13}{2},\frac{7}{2}\right)$$

$$-\frac{13}{2}x_3+\frac{7}{2}x_4=-\frac{11}{2} \text{ yoki}$$

$$-13x_3 + 7x_4 = -11.$$

A nuqtada maqsad funksiya optimal qiymatga erishadi, shuning uchun A nuqtaning koordinatalarini aniqlaymiz:

$x_3 = 0$, $x_4 = 5$, chunki $l_1 \to 2x_3 + x_4 = 5$ tenglamadan hosil qilinadi.

Maqsad funksiyaning qiymatini hisoblaymiz:

$$F(x_3, x_4)=\frac{11}{2}-\frac{13}{2}\cdot 0+\frac{7}{2}\cdot 5=\frac{46}{2}=23$$

$$F(x) = 23 \to \max$$

optimal yechim vektorning koordinatalarini aniqlaymiz:

$$\bar{x}=\bar{x}(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

$$x_1 = 5 - 2x_3 - x_4 = 5 - 0 - 5 = 0$$

$$x_2=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}x_3+\frac{3}{2}x_4=-\frac{3}{2}-0+\frac{3}{2}\cdot 5=\frac{12}{2}=6$$

Shunday qilib, optimal yechimlar:

$x_1=0$, $x_2=6$, $x_3=0$, $x_4=5$ bo'lganda

maqsad funksiya eng katta: $F(x) = 23$ (max) pul qiymatni qabul qiladi.

CHIZIQLI DASTURLASH MASALASI n=3 BO'LGAN HOL

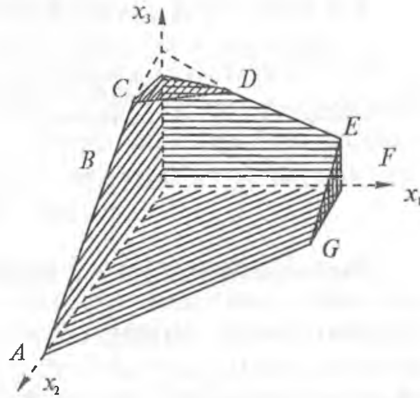
Berilgan cheklanishlarni nazarga olgan holda

$$Z = 28x_1 + 15x_2 - 12x_3 \tag{1}$$

chiziqli funksiyaning eng kichik qiymati aniqlansin:

$$\left.\begin{array}{l} x_1+x_2+x_3=5 \\ x_1<=3 \\ x_2<=3 \end{array}\right| \tag{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 >= 0 \\ x_2 >= 0 \\ x_3 >= 0 \end{array}\right\} \qquad (3)$$



11.2-rasm.

Berilgan cheklanishlar sistemasi fazoda x_2 joylashgan qavariq jismni, $x_j(j = 1, 2, 3)$ nuqtalar to'plamini qanoatlantiradi. Lekin qavariq jismning x to'plamidagi nuqtalar soni cheksiz bo'lgani uchun oddiy tanlash usulida chiziqli maqsad funksiyani minimumga tenglashtirib bo'lmaydi.

Chizmadan ma'lumki (11.2-rasm), qavariq jismning sanoqli A, B, C, D, E, F, G cho'qqilari mavjud.

Chiziqli dasturlash nazariyasidan ma'lumki, chiziqli funksional jismning biron cho'qqisida minimumga erishiladi.

Shuning uchun optimal yechimni aniqlash mumkin: chiziqli funksionalga cho'qqilarning koordinatalarini birin-ketin qo'yib, uning eng kichik qiymatini aniqlaymiz.

Z chiziqli funksionalga A, B, C, D, E, F, G nuqtalarning koordinatalarini qo'yib hisoblaymiz:

1) $A(0, 5, 0)$ $Z = 75$
2) $V(0, 23)$ $Z = -6$
3) $C(0, 0, 3)$ $Z = -36$
4) $D(2, 0, 3)$ $Z = 20$
5) $E(3, 0, 2)$ $Z = 60$
6) $F(3, 2, 0)$ $Z = 54$

$G(3, 0, 0)$ $Z = 84$

Bu qiymatlardan ma'lumki, chiziqli maqsad funksiya eng kichik qiymatini $C(0, 0,3)$ nuqtada qabul qiladi

Amaliyotda qo'llanilayotgan chiziqli dasturlash masalasida n o'lchovli fazodagi qavariq jismning cho'qqilari juda ko'p bo'lgani uchun har bir n cho'qqida ko'p amallar bajarish talab qilinadi. Matematik dasturlashda shunday usullar ishlab chiqilgan. Qavariq jismning faqat tanlangan nuqtalarini ajratib, maqsad funksiyaning maksimum (minimum) qiymati aniqlanadi (albatta, aniq bir talabga asoslanib, masalan, Simpleks usulida).

TAYANCH IBORALAR

Ko'p o'zgaruvchi, cheklanishlar soni, o'zgaruvchilar soni, chiziqli funksiya, ekstremal nuqta, optimal yechim vektori, yarim tekislik, maqsad funksiya, determinant.

XULOSA

Noma'lumlar soni $n > 2$ bo'lganda ham mahsulot ishlab chiqarish masalasini grafik usulda yechish mumkinligiga talabalar ishonch hosil qilishlari kerak, buning uchun albatta qo'shimcha shart berilishi hamda qaysi o'zgaruvchilarni boshqa o'zgaruvchilar bilan ifodalash masalasi hal qilinib, ikki noma'lumli IMM ga keltirilishi kerak.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Masalaning yechimlar sohasini aniqlay bilasizmi?
2. Yarim tekislik ta'rifini ifodalang.
3. Grafikda musbatlik sharti qanday aniqlanadi?
4. To'g'ri chiziqni nechta usulda hisoblab ko'rsatish mumkin?
5. Optimal yechimning ta'rifini ayta olasizmi?
6. Optimal yechim qanday hisoblanadi?
7. Maqsad funksiya chizig'ida ozod son qanday qiymatni qabul qiladi?
8. Ko'pburchakli yechimlar sohasi qaysi chorakda joylashadi?
9. Musbatlik shartini izohlang.

IV bob. FIRMA, KORXONANING MAHSULOT ISHLAB CHIQARISH MASALASINI SIMPLEKS USULDA ANIQLASH

12-§. MASALANING IQTISODIY-MATEMATIK MODELI, SIMPLEKS USUL

12.1. IQTISODIY-MATEMATIK MODELNING KO'RINISHLARI

Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasi tengliklar bilan berilgan bo'lsin.

I hol. Chiziqli dasturlash masalalarining IMM umumiy ko'rinishda berilgan bo'lsin:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \to B_j, \ i=1, \ m \qquad (1)$$

$$x \geq 0 \qquad (2)$$

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} C_j \cdot x_j \to \max(\min), \qquad (3)$$

bunda: $\leq \to (=, >, <, \geq, \leq, \neq)$ qiymatlarini qabul qiladi. Agar $\leq$ tengsizlik ($<$) ko'rinishda berilgan bo'lsa, xomashyo zaxiralari — ehtiyojlar mahsulot ishlab chiqarishda sarflanadigan xomashyolardan ko'p bo'lgan holni ifodalaydi. IMM da

x_j — mahsulotlarning noma'lum hajmlari;

B_i — i turdagi ehtiyojlar — xomashyo hajmlari;

C_j. — j turdagi mahsulotlarning har bir birligidan olinadigan sof daromadni ifodalaydi. Yechim simpleks usulda aniqlanadi.

II hol. Firma yoki korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasining matritsa ko'rinishi. Cheklanishlar va maqsad funksiya berilgan bo'lsin:

$$Ax \to V. \qquad (1)$$

$$x \to 0... \qquad (2)$$

$$F(x) = cx \to \max(\min), \qquad (3)$$

bunda

$$B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_m \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12}...a_{1n} \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}a_{m2}...a_{mn} \end{pmatrix}$$

Ya'ni: A — to'g'riburchakli matritsa, B, X, C, vektorlar yoki bir o'lchovli matritsalar $x = ...\ x\ (x_1,\ x_2,\ ...,\ x_n)$, $C = C(C_1,\ C_2,\ ...\ C_n)$.

12.1 a. SIMPLEKS USUL

Keyingi yillarda yaratilgan matematik apparatlar yordamida oziq-ovqat, yengil sanoat hamda qishloq xo'jaligini rejalashtirish va boshqarish bilan bog'liq bo'lgan iqtisodiy masalalarni yechishda keng qo'llanilmoqda. Bunday murakkab masalalarni hal etishda amaliy matematikaning muhim qismlaridan biri — chiziqli dasturlash usullari asosiy o'rinni egallamoqda.

Chiziqli dasturlash masalalarini yechishda, asosan hal etilgan simpleks usul-ikkilamchi simpleks usul, modifikatsiyalangan simpleks usul, transport masalalarini yechish usullari va chiziqli bo'lmagan dasturlash usullari uchun maxsus algoritmlar mavjuddir. Bu algoritmlardan foydalanishni hozirgi zamon elektron hisoblash mashinalarisiz tasavvur etib bo'lmaydi, albatta. Hozirgi vaqtda mazkur masalalarni yechishda maxsus kompyuterlardan foydalanilmoqda.

Bu yerda minglab cheklanishlar va bir necha minglab o'zgaruvchilar mavjud bo'lishi mumkin. Chiziqli dasturlash masalalarini yechishda eng ko'p qo'llaniladigan usul bu simpleks usulidir. Chiziqli dasturlash masalasi matematik shaklda quyidagi ko'rinishda beriladi:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \leq a_i (i = 1, 2, \ldots m) \tag{1}$$

yoki

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \leq a_i (i = m_{1+1}, m_{1+2}, \ldots m_{1+k}) \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \leq a_i (i = m_{2+1}, m_{2+2}, \ldots m_{2+1}) \tag{3}$$

$$x_j \geq 0 (j = 1,\ 2,\ \ldots\ n) \tag{4}$$

yoki

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \leq a_i (i = 1, 2, \ldots m \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \ldots\ n), \end{cases}$$

maqsad funksiyasi:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_j \cdot x_j \ \max(\min) \rightarrow \tag{5}$$

(1), (2) shartlarni cheklanganlik shartlari deb yuritamiz. Agar cheklanganlik shartlar tengsizlik ko'rinishida bo'lsa, ularni yordamchi o'zgaruvchilarni qo'shish bilan tenglamalarga aylantirib, kanonik ko'rinishda quyidagicha yozamiz:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_n + x_{n+1} = a_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots a_{2n}x_n + x_{n+2} = a_2 \\ a_{m1}x_{11} + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_n + x_{n+m} = a_m \end{cases} \qquad (1)$$

(1) va (2) shartlarda maqsad funksiyasining qiymati topilsin:

$$Z = -C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n \to \max \qquad (2)$$

Agar Z ning minimum qiymatini topish talab etilsa, maqsad funksiyasi quyidagicha yoziladi:

$$Z = -(C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n) \to \min$$

yoki

$$Z_{\max} = -Z_{\min}.$$

Agar chegaraviy shartlardagi a_i — ozod hadlar manfiy bo'lsa, u holda ularni har doim (-1) ga ko'paytirib, musbat holatga keltirish kerak. Agar $x_j \geq 0$ sharti (1) shartni qanoatlantirsa, uni masalaning mumkin bo'lgan yechimlari deb yuritiladi, Z maqsad funksiyasining minimum qiymatini topishda bu mumkin bo'lgan yechimlar uning ayrim maqbul yechimi deb yuritiladi.

Standart shakldagi x_1, x_2, ..., x_n o'zgaruvchilar bazis o'zgaruvchilar, qo'shimcha kiritilgan x_{n+1}; x_{n+2}, ... x_{n+m} lar bazis bo'lmagan o'zgaruvchilar deb yuritiladi.

Bu yerda bazismas o'zgaruvchilarni nolga teng deb, $x_1 = b_1$, $x_2 = b_2$, ..., $x_m = b_m$ bazis yechimlarini topamiz. Hosil bo'lgan bu bazis yechimlar birinchi bazis yechimlari bo'ladi. Ikkinchidan, topish mumkin bo'lgan yechimlarning hammasi musbat ishoraga ega, ya'ni:

$$b_1 \geq 0; \; b_2 \geq 0; \; b_m \geq 0.$$

Bundan esa birinchi bazis yechimi uchun: $Z = C_0$, ya'ni birinchi bazis yechim maqsad funksiya qiymatiga mos keladi.

Chiziqli dasturlash masalalarini simpleks usuli bilan yechishda qator ketma-ket jarayonlar amalga oshiriladi. Bu yerda bir bazis yechimdan ikkinchi bazis yechimga o'tishda Z ning qiymati o'zgarmasdan qolishi yoki kamayishi mumkin. Bunday jarayonlar yangi bazismas yechimlar evaziga takrorlanib boradi va ma'lum hisoblashlardan so'ng biz Z maqsad funksiyasining minimum yoki maksimum qiymatiga ega bo'lamiz, bu yechim maqbul yechim deb yuritiladi.

12.2. BAZIS VA YO'L QO'YILADIGAN YECHIMLAR

A. Chiziqli dasturlash masalalari chiziqli tenglamalar sistemalarini tuzishga olib keladi, shu bilan birga, bunday tenglamalar soni odatda, o'zgaruvchilar soniga teng bo'lmaydi. Bunday sistemalar uchun $m < n$, yoki $m > n$ bo'lganda cheksiz ko'p yechimlar mavjud bo'ladi.

Haqiqatan, uch o'zgaruvchili ikki tenglama sistemasi uchun

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2 \qquad 2x_1 + x_2 - x_3 = 7$$
$$x_1 = 3;\ x_2 = 1 + t;\ x_3 = t;$$

$t \geq 0$; qiymatlar t ning istalgan qiymatida ikkala tenglamani ham qanoatlantiradi.

Endi n ta o'zgaruvchili m ta chiziqli tenglamalar sistemasini qaraymiz ($m < n$):

$$\begin{cases} a_n x_1 + a_{12} x_2 + \ldots a_{in} x_n = a_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots a_{2n} x_n = a_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} x_1 + a_m x_2 + \ldots a_{mn} x_n = a_m \end{cases} \qquad (1)$$

Birinchi sistemaning barcha o'zgaruvchilarini ikki qismga ajratamiz: asosiy o'zgaruvchilar, bularning soni n ta chiziqli bog'liqmas tenglamalar soni m ga teng bo'lishi kerak, asosiymas (erkin) o'zgaruvchilar, bularning soni $(n - m)$ ga teng bo'ladi. Bunday ajratishni indekslar (tartib nomerlari) bilan bog'laymiz; u holda bunday ajratishning turli kombinatsiyalari soni n elementdan m tadan tuzilgan guruhlashlar (kombinatsiyalar) soniga teng:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)}\ .$$

Masalan, birinchi m ta $x_1, x_2 \ldots x_m$ o'zgaruvchini asosiy o'zgaruvchilar deb olaylik. $x_{m+1}, x_{m+2} \ldots, x_{m+n}$ asosiymas o'zgaruvchilarni o'z ichiga olgan hadlarni o'ng tomonga o'tkazamiz; u holda (1) sistema ushbu ko'rinishni oladi:

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots a_{im} x_n = a_{1(m+1)} x_{m+1} \ldots a_{1n} x_n; \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots a_{2m} x_m = a_m / 2b_2 - a_{2\cdot m+1} \cdot x_{m+1} \ldots a_{2n} x_n; \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots a_{mn} x_n = a_m / 2b_m - a_{m(m+1)} \ldots a_{mn} x_n. \end{cases} \qquad (2)$$

Agar (2) sistemaning x_1, x_2 ... x_m o'zgaruvchilar oldidagi koeffitsiyentlardan tuzilgan m — tartibli determinant nolga teng bo'lmasa ($D = 0$), bu sistemani x_1, x_2 ... x_m ga nisbatan yechish mumkin.

Asosiymas (erkli) o'zgaruvchilarga ixtiyoriy son qiymatlar berib, Kramer formulalari yoki boshqa bir usul bo'yicha asosiy (bog'liq) x_1, x_2 ... x_n o'zgaruvchilar uchun tegishli son qiymatlarini hosil qilamiz. Shu bilan berilgan sistemaning biror (x_1, x_2 ... x_n) yechimi hosil qilinadi va erkli o'zgaruvchilar qiymatlarining har bir to'plamiga (1) sistemaning aniq bitta yechimi mos keladi.

Erkli o'zgaruvchilar qiymatlari turli yig'indilarining cheksiz ko'p to'plamlarini tuzish mumkin. Demak, (1) sistema birgalikda aniqmas va cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi. Dasturlashda bizni bazis yechimlar deb ataladigan yechimlar qiziqtiradi.

B. Ixtiyoriy chiziqli tenglamalar sistemasining bazis yechimi deb ($m<n$) asosiymas (erkli bazismas) o'zgaruvchilarga nol qiymatlar berilganda hosil bo'ladigan yechimga aytiladi. Yuqorida ta'kidlab o'tilganidek, (1) sistemaning barcha yechimlari soni cheksiz ko'p, bazis yechimlari soni esa chegaralangan.

O'zgaruvchilar m ta asosiy (bazis) va ($n-m$) ta asosiymas (bazismas) o'zgaruvchilarga ajratilgandan so'ng bazis o'zgaruvchilar oldidagi koeffitsiyentlardan tuzilgan determinant noldan farqli bo'lgan holdagina aniq bitta bazis yechim hosil bo'ladi.

Bunday determinantlar orasida nolga teng bo'lgan determinantlar ham bo'lishi mumkin, shu sababli, bazis yechimlar soni n dan m tadan guruhlashlar sonidan, ya'ni S_n dan ortiq bo'lmaydi.

Agar bir yoki bir nechta bazis o'zgaruvchilarning qiymatlari nolga teng bo'lsa, bunday yechim *aynigan bazis yechim* deb ataladi.

Ushbu sistemaning bazis yechimlarini topamiz:

Misol:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \qquad 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 3.$$

Bu sistemada $m = 2$; $n = 3$, shu sababli har bir kombinatsiyada ikkita bazis o'zgaruvchi, bitta bazismas o'zgaruvchi bo'lishi kerak, bazis yechimlar hammasi bo'lib $C_2^3 = 3$ ta bo'ladi.

O'zgaruvchilarning barcha mumkin bo'lgan juftlarini tuzamiz:

a) (x_1, x_2); (x_2, x_3) va (x_2, x_3), shundan keyin ularning qaysi birini bazis o'zgaruvchilar sifatida olish mumkinligini aniqlaymiz.

(x_1, x_2), (x_1, x_3) va (x_2, x_3) o'zgaruvchilar oldidagi koeffitsiyentlardan tegishli determinantlarni tuzib, ularning bittasi ham nolga teng emasligiga ishonch hosil qilamiz. Demak, sanab o'tilgan juftlarning hammasini bazis o'zgaruvchilar sifatida qabul qilish mumkin.

Bu uch holning har birida bazismas o‘zgaruvchilarning qiymatini topamiz:

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-3}{-1} = 3\,;$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{1}{-1} = -1\,;$$

bundan birinchi bazis yechim (3; −1) ekani ko‘rinadi.

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{2}{3};$$

$$x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{1}{3};$$

bundan ikkinchi bazis yechim

$$\left[0; \frac{2}{3}; \frac{1}{3};\right];$$

bundan uchinchi bazis yechim $\left(0; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ ekani ko‘rinadi.

Shunday qilib, uchta bazis yechim hosil qilinadi, bunda ularning hammasi *aynimagan bazis yechimlardir.*

D. Agar bazis yechimda bazis o‘zgaruvchilarning qiymatlari manfiy bo‘lmasa, bunday yechim yo‘l qo‘yiladigan bazis yechim deb ataladi.

Yuqoridagi misolda B) va D) hollarda yechimlar yo‘l qo‘yiladigan bazis yechimlardir.

12.3. JORDAN CHIQARISH USULLARI

Jordanning oddiy chiqarish usuli

Quyidagi tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lsin:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1s}x_s = a_{1n}x_n \dots \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots a_{2s}x_s = a_{2n}x_n \dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{is}x_s = a_{in}x_n \dots \\ y_m = a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{ms}x_s = a_{mn}x_n \end{cases} \qquad (1)$$

Matritsa sistemasining koeffitsiyentlari shu sistemaning koeffitsiyentlari kabi o‘qiladi. (1) tenglamalar sistemasidan quyidagi *r* indeksli tenglamani olamiz:

$$y_r = a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \dots a_{rs}x_s = a_{rn}x_n \dots$$

va uni x_s ga nisbatan yechamiz, bunda $a_{is} \neq 0$ ni hal qiluvchi koeffitsiyent deb yuritamiz:

$$x_s = \frac{1}{\alpha_{rs}} y_s = a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \dots + a_{rm}x_n \dots \qquad (2)$$

x_s ning topilgan qiymatini (1) tenglamalar sistemasiga qo'yamiz. Bunday qulaylik uchun y_r ning o'rniga o'zgaruvchi x_s olingan;

$$y_1 = a_{i1}x_{i1} - a_{i2}x_2 + \dots a_{ris+1} + a_{is} [(a_{r1}x_{1s} - a_{r2}x_2 - \dots - a_{ris-1} + y_{r1s} +$$
$$+1 - a_m \cdot x_n)] + a_{is} + 1 + x_{is}r_1 \dots a_{in} \cdot x_n.$$

Qavslarni ochib, x_j qiymatlarini qo'yib chiqqanimizda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$y_1 = \left(\frac{a_{is} \cdot a_{r1}}{a_{i1} - a_{rs}} \cdot \frac{a_{is}a_{r2}}{x_1 + a_{i2} - a_{rs}x_2} \right) + \dots +$$

$$+ \left(\frac{a_{is} \cdot a_{rs-1}}{a_{is} - a_{rs}} \cdot \frac{a_{is}}{x_{s-1} + a_{rs}x_r} \right) + \dots + \left(\frac{a_{in} - a_{is}a_{rn}}{a_{rs}} \right). \qquad (3)$$

(3) tenglamada noma'lumlarning koeffitsiyentlarini umumiy holda b_{ij} bilan belgilasak,

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{is} \cdot a_{rj}}{a_{rs}} = \frac{a_{is}a_{rs} - a_{is}a_{rj}}{a_{rs}}. \qquad (4)$$

Bu yerda $i \neq r$ va $j \neq s$ (2) va (3) tenglamalarni (4) tenglikni nazarda tutib birlashtiramiz va quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$Y_1 = b_{11}x_1b_{i2}x_2 + \dots + \frac{a_{1s}}{a_{rs}} y_r + \dots b_{1n}x_n;$$

$$Y_1 = b_{11}x_1b_{i2}x_2 + \dots + \frac{a_{1s}}{a_{rs}} y_r + \dots b_{1n}x_n; \qquad (5)$$

$$X_s = -\frac{a_{rs}}{a_{rs}} x_1 - \frac{a_{r1}}{a_{rs}} x_2 \dots = \frac{1}{a_{rs}} Y_2 - \dots - \frac{a_{rn}x_n}{a_{rs}};$$

$$Y_m = b_{m1}x_1b_{m2}x_2 + \dots + \frac{a_{ms}}{a_{rs}} y_r + \dots b_{\min}x_n.$$

Bu sistemada qulaylik uchun x_s ning o'rniga y_r olingan. Demak, (5) sistemada (1) sistemaga nisbatan x_s va y_r o'zgaruvchilarning o'rinlarini almashgan.

Jadvalda (5) sistema uchun 1 marta oddiy Jordan chiqarish usulini qo'llash deyiladi, olingan x_s ustun bosh ustun va olingan y_r qator bosh qator va ularning kesishgan nuqtasida turgan a_{rs} son hal qiluvchi element deb yuritiladi.

Shunday qilib, 1-marta oddiy Jordan chiqarish usulini qo'llash uchun quyidagi qoidalarga e'tibor qilish kerak:

1. Hal qiluvchi element o'ziga teskari miqdorga almashtiriladi.
2. Bosh ustundagi qolgan hamma elementlar hal qiluvchi elementga bo'linadi, ammo ishorasi o'zgarmasdan qoladi, almashtiriladi.
3. Bosh qatordagi qolgan hamma elementlar hal qiluvchi (kalit) elementga bo'linadi va ishorasi qarama-qarshisiga almashtiriladi.
4. Yangi jadvaldagi qolgan elementlar quyidagi formula bilan topiladi:

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{is} \cdot a_{ij}}{a_{rs}} = \frac{a_{ij} \cdot a_{rs} - a_{is} \cdot a_{ij}}{a_{rs}}.$$

(bunda: — $i = r$, $j \neq s$).

Misol. Quyidagi sistema berilgan bo'lsin:

$$\begin{aligned} y_1 &= -x_1 + 2x_2 - 3x_3, \\ y_2 &= 2x_1 - 3x_2 + x_3, \\ y_3 &= 5x_2 - x_3. \end{aligned}$$

Bu sistemada y_1 va x_2 ga nisbatan Jordanning oddiy chiqarish usulini bir marta qo'llang.

	x_1	x_2	x_3
y_1	−1	2	−3
y_2	2	−3	1
y_3	0	5	−1

Bu yerda faqat y_1 (birinchi ustun) va x_2 (ikkinchi ustunga) nisbatan Jordan oddiy chiqarish usulini bir marta qo'llaymiz. Shuning uchun y_1 bosh qator, x_2 esa bosh ustun deb yuritiladi. Ularning kesishish joydagi 2 sonini hal qiluvchi element deb yuritamiz va uni odatda, to'rtburchak ichiga olamiz, natijada yuqorida keltirilgan to'rtta qoidani nazarda tutib, yangi jadvalni hosil qilamiz. Shu bilan bir vaqtda (1), 2) va (3) qoidalar asosida jadval to'ldirib boriladi. 4-formulani qo'llash uchun esa jadvalning 2-qatoridagi birinchi element 7/2 ga teng, ya'ni

$$A_{21} = \frac{2 \cdot 2 - (-3) \cdot 1}{2} = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}.$$

Boshqalari ham xuddi shu yo‘l bilan topiladi. Demak, quyidagi sistemalarga teng kuchli bo‘ladi.

	x_1	y_1	x_3
x_2	1/2	1/2	3/2
y_2	–7/2	–3/2	–7/2
y_3	–5/2	5/2	13/2

$$Y_1 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}y_1 + \frac{3}{2}x_3;$$

$$Y_2 = -\frac{7}{2}x_1 - \frac{3}{2}y_1 - \frac{7}{2}x_3;$$

$$Y_3 = -\frac{5}{2}x_1 + \frac{5}{2}y_1 + \frac{13}{2}x_3.$$

Bunday almashtirishlarni sistemaning xohlagan elementlari bilan bajarish mumkin, ammo bunda x o‘zgaruvchining koeffitsiyenti nolga teng bo‘lmasligi kerak.

TAYANCH IBORALAR

Firma, ishlab chiqarish korxonasi, ekstremal masala, resurslar, xomashyo, normalar, tayyor mahsulot birligi, foyda, optimal qiymat, cheklanishlar, matritsa, vektor, hal qiluvchi element, hal qiluvchi ustun elementlari, hal qiluvchi yo‘l elementlari.

XULOSA

Yangi informatsion texnologiyalarni mahsulot ishlab chiqarish korxonalariga qo‘llash, xususan, bozor iqtisodiyoti sharoitida, xohlagan mezonining optimal yechimini aniqlash va korxonani iqtisodiy mustahkamlab, ilmiy asosda boshqarish naqadar zarur ekanini isbotlaydi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Iqtisodiy-matematik modellarning qaysi bir ko‘rinishlarini yoza olasiz?
2. Iqtisodiy-matematik modelda cheklanishlar mavjudmi?
3. Masalaning mezoni nima?
4. Masalaning mezoni qanday tanlanadi?
5. Maqsad funksiyasi ekstremal qiymatmi?
6. Qanday yechimlarni bilasiz?
7. Optimal yechimning ta’rifini bilasizmi?

13-§. FIRMA, KORXONANING EKSTREMAL MASALALARINI EXCEL VA PASKALDA OPTIMALLASHTIRISH, IQTISODIY-MATEMATIK MODELLARNING TURLARI

13.1. IQTISODIY-MATEMATIK MODEL, UNING UMUMIY VA MATRITSA KO'RINISHI

Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasining cheklanishlari tenglamalar bilan berilgan bo'lsin.

I hol. Chiziqli dasturlash masalalarining IMM umumiy ko'rinishda yig'indilar orqali berilgan bo'lsin:

1. $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j B_j,\ i=\overline{1,m}$ — resurslarga nisbatan cheklanishlar (1)

2. $x_j \geq 0,\ j=\overline{1,n}$ — noma'lumlarning musbatlik sharti (2)

3. $F(x)=\Sigma C_j \cdot x_j \to \max\left(\min_{j=1}^{n}\right)$ — maqsad funksiya (3)

Bunda Q→[=, >, <, ≥, ≤...] qiymatlarini qabul qilishi mumkin. Q≤ tengsizlik ko'rinishda berilgan bo'lsa, xomashyolar zaxirasi mahsulot ishlab chiqarishda sarflanadigan xomashyolardan katta bo'lgan holni ifodalaydi. IMM da

— x_j — ishlab chiqariladigan mahsulotlarning noma'lum hajmlari ifodalaydi;

— B_i — i turdagi ehtiyojlar — xomashyo zaxiralari;

— C_j — j turdagi mahsulotlarning har bir birligidan olinadigan sof daromad. Yechim simpleks usulda aniqlanadi.

II hol. Firma yoki korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasi modelini matritsa ko'rinishda ifodalash mumkin. Cheklanishlar va maqsad funksiya matritsa ko'rinishda berilgan bo'lsin:

$Ax \leq B$. (1)
$x \geq 0$... (2)...
....
$F(x) = Cx \to \max(\min)$ (3)......,
bunda,

$$B=\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_m \end{pmatrix} \qquad A=\begin{pmatrix} a_{ij}a_{12}\ldots a_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}a_{m2}\ldots a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Ya'ni: A — to'g'riburchakli matritsa; B, X, C — vektorlar yoki bir o'lchovli matritsalar $\bar{X} = \ldots x(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (C_1, C_2, \ldots C_n)$.

13.2. MAHSULOT ISHLAB CHIQARISH MASALASI TURLAR (ASSORTIMENT) BO'YICHA

MASALANING QO'YILISHI

Qandolatchilik fabrikasida 3 xil xomashyodan foydalaniladi. Bular $П_1$, $П_2$, $П_3$ turdagi xomashyolar bo'lib, shakar, murabbo, sharbat hisoblansin. Bulardan uch xil (M_1, M_2, M_3) mahsulot ishlab chiqarish talab etilsin. Har bir mahsulotning bir tonnasidan olinadigan daromad C_1, C_2, C_3 pul birligi (ming so'm) ga teng. Yana xomashyolarning mahsulotlar ishlab chiqarish uchun sarflanadigan normalari a_{ij} berilgan. Shunday maqsad funksiyaning son qiymatini topish kerakki, shu mahsulotlardan olinadigan daromadlar yig'indisi eng katta qiymatga teng bo'lsin. Iqtisodiy-metematik model tuzish uchun quyidagi noma'lumlarni, ya'ni x_1, x_2, x_3 larni kiritishimiz kerak. Umuman, bunday mahsulotlarni birliklari tonna, metr, litr, dona bo'lishi mumkin. Masalaning boshlang'ich qiymatlari quyidagi jadvalda berilgan bo'lsin (1-jadval):

1-jadval

Xomashyo turlari	Xomashyolarning normalari			Xomashyo ehtiyojlari
	M_1	M_2	M_3	
$П_1$ — shakar	0,7	0,7	0,7	700
$П_2$ — murabbo	0,3	0,3	0,2	300
$П_3$ — sharbat		0,2	0,3	150
1 tonnadan olinadigan daromad (ming so'm)	100	110	120	

Boshlang'ich shartga ko'ra iqtisodiy-matematik model quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

1. Xomashyolarning sarflanadigan hajmlari xomashyolar zaxiralaridan oshmaslik sharti o'rinli:

$$\left.\begin{array}{l} 0,7x_1 + 0,7x_2 + 0,7x_3 \le 700 \\ 10,3x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 \le 300 \\ 0,2x_1 + 0,3x_3 \le 150 \end{array}\right\} \qquad (1)$$

2. Noma'lumlarining musbatlik sharti bajarilishi kerak:

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}. \qquad (2)$$

3. Maqsad funksiyaning qiymati korxonaning foydasi:

$$F(x) = 100x_1 + 110x_2 + 120x_3 \rightarrow \max. \qquad (3)$$

Mahsulot ishlab chiqarish masalasida mahsulotlarning turlariga talab bo'lishi ham mumkin.

Masalan, masalada quyidagi qo'shimcha shartlar berilgan: Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasini optimallashtirishda M_3 turdagi mahsulot hajmi M_2 turdagi mahsulot hajmidan oshmasligi kerak, ya'ni shunday reja tuzish kerakki, mahsulotlarni turlari bo'yicha ishlab chiqarishda $x_3 \leq x_2$ shart bajarilsin. Masalada M_1 turdagi mahsulot ishlab chiqarishi rejada cheklanmagan.

Masalani yechishdan maqsad. Shunday noma'lum hajmlarga ega bo'lgan mahsulotlarning son qiymatlarini aniqlash kerakki, maqsad funksiya optimal qiymatni, ya'ni ekstremal qiymatni qabul qilsin.

13.2.a. MASALANING IQTISODIY-MATEMATIK MODELI

Masalaning qo'yilishi: mahsulotlarni assortiment bo'yicha ishlab chiqarish tengsizlik bilan berilganda hisoblashlarni matematik usullardan foydalanib bajarish mumkin.

Shunday qilib, xomashyolarga qo'yiladigan cheklanishlar tengsizliklar sistemasiga mahsulotlarni assortiment bo'yicha ishlab chiqarishni ifodalovchi tengsizlik ham qo'shiladi.

Sistemada $x_3 \leq x_2$ ko'rinishda tengsizlikni qo'shish mumkin emas, shuning uchun bu tengsizlik yozuvini o'zgartiramiz:

$$x_3 - x_2 \leq 0 \text{ yoki } -x_2 + x_3 \leq 0. \qquad (4)$$

Bunday ko'rinishdagi tengsizlik iqtisodiy-matematik modelga qo'shiladi.

Tengsizliklar sistemasi umumiy ko'rinishda quyidagicha yoziladi:

$$1. \left. \begin{array}{l} 0,7x_1 + 0,7x_2 + 0,7x_3 \leq 700 \\ 0,3x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 \leq 300 \\ 0,2x_1 + 0,3_2 \leq 500 \\ -1x_2 + 1x_3 \leq 0 \end{array} \right| \qquad (5)$$

$$2. \ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3} \qquad (6)$$

3. $F(x) = 100x_1 + 110x_2 + 120x_3 \rightarrow \max$ (7)

13.2.b. SIMPLEKS TENGLAMALAR SISTEMASI

Iqtisodiy-matematik modelga E birlik matritsa orqali qo'shimcha o'zgaruvchilarni kiritib (fiktiv mahsulotlarni x_4, x_5, x_6, x_7) tengsizliklar sistemasi tenglamalar sistemasi bilan almashtiriladi:

$$\left.\begin{array}{l} 0,7x_1 + 0,7x_2 + 0,7x_3 + x_4 = 700 \\ 0,3x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 + x_5 = 300 \\ 0,2x_1 + 0,3x_2 + x_6 = 500 \\ -1x_2 + 1x_3 + x_7 = 0 \end{array}\right| \quad (1)$$

Hosil qilingan tenglamalar sistemasini simpleks tenglamalar sistemasi ko'rinishida yozamiz:

$$\left.\begin{array}{l} 700 = 0,7x_1 + 0,7x_2 + 0,7x_3 + x_4 \cdot 1 \\ 300 = 0,3x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 + x_4 \cdot 0 + x_5 \cdot 1 \\ 500 = 0,2x_2 + 0,3x_3 + x_4 \cdot 0 + x_6 \cdot 1 \\ 0 = -1x_2 + 1x_3 + x_4 \cdot 0 + x_5 \cdot 0 + x_6 \cdot 0 + x_7 \cdot 1 \end{array}\right| \quad (2)$$

Noma'lumlarning musbatlik sharti o'rinli:

$$x_j \geq 0, \text{ bunda } j = \overline{1,7} \quad (3)$$

Mahsulotlardan olinadigan sof foyda, ya'ni maqsad funksiya quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$F(x)=100x_1+110x_2+120x_3+x_4 \cdot 0+x_5 \cdot 0+x_6 \cdot 0+x_7 \cdot 0 => \max \quad (4)$$

Shunday qilib, (2), (3) va (4) ifodalarning noma'lumlari oldidagi koeffitsiyentlar va ozod hadlardan foydalanib, simpleks jadval tuziladi.

13.2.d. OPTIMAL REJANI ITERATSIYA USULIDA ANIQLASH

Simpleks jadvalning kataklarini to'ldirganda boshlang'ich rejada fiktiv mahsulotlarni kiritganda maqsad funksiyaning qiymati — olinadigan sof foyda nolga teng bo'ladi:

$$F_0(x) = 0.$$

Boshlang'ich rejada simpleks jadval quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

2-jadval

C_j	P_j	x_0	100	110	120	0	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_4	700	0,7	0,7	0,7	1	0	0	0
0	x_5	300	0,3	0,3	0,2	0	1	0	0
0	x_6	150	0	0,2	0,3	0	0	1	0
0	x_7	0	0	−1	1	0	0	0	1
$z_j = C_j$		0	−100	−110	−120	0	0	0	0

Optimallashtirish uchun kalit ustun, kalit (hal qiluvchi) yo'l elementlari va kalit element aniqlanadi.

Ma'lumki, kalit ustun element x_3 ustun elementlari bo'ladi, chunki min(−100, −110, −120)=> −120 x_3 turdagi mahsulot korxonaga eng katta foyda keltiradi. x_3 ustunda −120 soni joylashgani uchun x_3 ustun kalit ustun bo'ladi.

Shuning uchun x_3 turdagi mahsulot ishlab chiqarish birinchi bo'lib rejaga kiritiladi, bu ustunni belgilaymiz. Kalit yo'l elementlari esa quyidagi shartdan aniqlanadi: $\min(\bar{x}_0 / \bar{x}_3)$ ustunlarning elementlari nisbati. Eng kichik qiymat x_7 qatorda joylashgan, shuning uchun x_7 qator kalit yo'l elementlari bo'ladi, uni belgilaymiz. Kalit element birga teng, chunki kalit yo'l va kalit ustun elementlari kesimida joylashgan.

Yangi simpleks jadvalning hamma elementlari yuqorida ko'rilgan ikkita qoidaga asosan hisoblanadi:

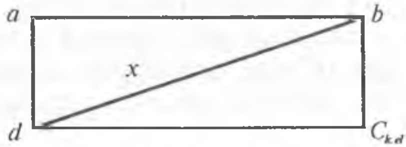
1. $(\bar{x}_3 / \bar{x}_{\text{k.el}})$— ya'ni eski yo'l elementlarni kalit elementga bo'linadi, kalit yo'l elementlari bu masalada o'zgarmadi, kalit ustun elementlari o'rniga nol qiymatlar yoziladi, kalit element o'rniga 1 (bir) soni yoziladi (3-jadval).

3-jadval

C_j	P_j	x_0	100	110	120	0	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_4	700	0,7	1,4	0	1	0	0	−0,7
0	x_5	300	0,3	0,5	0	0	1	0	−0,2
0	x_6	150	0	0,5	0	0	0	1	0,3
120	x_3	0	0	−1	1	0	0	0	1
$z_j = C_j$		0	−100	−230	0	0	0	0	120

2. Simpleks jadvalning qolgan elementlari to'rtburchak qoidasi asosida hisoblanadi (13.1-rasm):

$$x = a - \frac{b \cdot d}{C_{k.el}}.$$



13.1-rasm.

(Agar to'rtburchakda elementlar shu tartibda joylashgan bo'lsa.)

3. Qo'shimcha qoida: Agar kalit yo'l elementlari orasida nolga teng bo'lgan elementlar qatnashsa, shu ustundagi elementlar o'zgarmaydi (bizning masalamizda x_0, x_1, x_4, x_5, x_6 ustun elementlari).

Ikkinchi jadvalda ikkinchi va uchinchi ustundagi elementlar o'zgarmasdan qoldi, maqsad funksiyaning qiymati ham o'zgarmaydi, chunki maqsad funksiya qatorida bu ustunlardagi elementlar nolga teng.

Ikkinchi simpleks jadvalda eng katta foyda beriladigan mahsulot M_2 turdagi mahsulot bo'ladi, shuning uchun shu x_2 turdagi mahsulotni rejaga kiritamiz, ya'ni x_2 ustun, kalit ustun bo'ladi, uni belgilaymiz. x_6 yo'l elementlari esa kalit yo'l elementlari (hal qiluvchi yo'l elementlari). Hal qiluvchi element 0,5 ga teng (kalit element).

Rejaga kiritilgan M_2 turdagi mahsulot yangi simpleks jadvalning elementlarini hisoblashda foydalanadi, hisoblash natijasi uchinchi jadvalda keltirilgan. Bu iteratsiyada hal qiluvchi x_3 qatordagi mahsulot hajmi, nolning o'rniga 300 son hosil bo'ladi (0−150(−1) /0,5 =300).

Shunday qilib, agar rejaga M_2 turdagi mahsulot kiritilsa, biz bir vaqtda M_3 turdagi mahsulot hajmini aniqladik, oldingi rejada esa bu turdagi mahsulot nolga teng edi.

Simpleks usulni qo'llab, natijalarni 4-jadvalga joylashtiramiz:

4-jadval

C_j	P_j	x_0	100	110	120	0	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_4	280	0,7	0	0	1	0	−2,8	0,14
0	x_5	150	0,3	0	0	0	0	−1	−0,1
110	x_2	300	0	1	0	0	0	2,0	−0,6
120	x_3	300	0	0	1	0	0	2,0	0,4
$z_j - C_j$		69000	−100	0	0	0	0	460	−18

Maqsad funksiyaning qiymati $F(x) = 69000$ mln so'mga teng bo'ladi. Simpleks usulni qo'llab, hosil qilingan jadvalda hal qiluvchi ustun x_1 va x_4 hal qiluvchi qator bo'lib, kalit element 0,7 ga teng bo'ladi.

Shunday qilib, rejaga x_1 turdagi noma'lum mahsulotning sof foydasi 100 pul birligi bilan kiritiladi, matritsa elementlari esa simpleks usulning qoidalari asosida o'zgartiriladi.

HISOBLASHLARNI QISQARTIRISH

Yangi jadvallarning elementlarini hisoblashda avval kalit yo'l elementlari to'ldiriladi, keyin esa matritsaning hamma qolgan elementlari hisoblanadi. Lekin bu tartibni oxirgi simpleks jadvallar tuzishda buzish mumkin. Oxirgi simpleks jadvalda C_j, R_j, x_0 ustunlarning elementlarini optimal rejada qaysi turdagi mahsulot kiritilgani, ularning umumiy hajmlari, mahsulotlarning birligidan olinadigan sof foydalar hamda umumiy sof foyda, ya'ni maqsad funksiyaning qiymatini bildiradi.

Oxirgi jadval elementlarini ifodalaymiz (5-jadval):

5-jadval

C_j	P_j	X_0	100	110	120	0	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
100	x_4	400							
0	x_5	30							
110	x_2	300							
120	x_5	300							
$Z_j = C_j$		109000	0	0	0	14288	0	60	2

Maqsad funksiya qatorida manfiy elementlar yo'q, shuning uchun hosil bo'lgan reja optimal hisoblanadi.

1-ta'rif: Yechim $x^* = x(x_1, x_2, \dots x_n)$ bazis yechim hisoblanadi (ular cheklanishlarni qanoatlantirsa).

2-ta'rif: Yechim $x^* = x(x_1, x_2, \dots x_n)$ optimal yechim hisoblanadi (agar ular cheklanishlar va maqsad funksiyani qanoatlantirsa).

13.2.e. OPTIMAL YECHIMNI TEKSHIRISH

Optimal rejaga uch turdagi qandolat mahsulotlari kiritilgan: M_1 — 400 tonna, M_2 — 300 tonna, M_3 — 300 tonna.

Bu reja cheklanishlarni qanoatlantiradi (xomashyolarning zaxiralariga nisbatan):

Shakar uchun $400 \cdot 0{,}7 + 300 \cdot 0{,}7 + 300 : 0{,}7 = 700$ t.

Murabbo uchun $400 \cdot 0{,}3 + 300 \cdot 0{,}3 + 300 \cdot 0{,}3 = 300$ t.

Sharbat uchun $300 \cdot 0{,}2 + 300 \cdot 0{,}3 = 150$ t.

Assortiment bo'yicha ham shart bajariladi: $x_3 \leq x_2$, ya'ni $300 \leq 300$. Umumiy sof daromad quyidagicha:

$F_{op}(x) = 400 \cdot 100 + 300 \cdot 110 + 300 \cdot 120 = 109000$ so'm bo'ladi, bu qiymatni maqsad funksiya qatorida ko'rish mumkin.

Masalaning simpleks usuldagi dasturi «Paskal» algoritmik tilida tuzilgan va institut saytiga joylashtirilgan.

13.3. IQTISODIY-MATEMATIK MODELNI EXCELDA OPTIMALLASHTIRISH

Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasini, ya'ni chiziqli dasturlashni Simpleks usulda optimallashtirish «Matematik dasturlash» fanining ma'ruzalar matniga keltirilganini nazarga olgan holda, bu masalani Excelda yechamiz.

Masalaning qo'yilishi: ishlab chiqarish korxonasi (masalan, mebel fabrikasi) stol va stullar ishlab chiqaradi. Mahsulot ishlab chiqarish uchun resurslarning xarajat normalari va mahsulotlarning birligidan olinadigan daromadlar quyidagi jadvalda keltirilgan:

Resurslar	Stollar	Stullar	Resurslar hajmi
Yog'och xarajatlari, m^3	0,5	0,04	200
Mehnat xarajatlari, odam-soat	12	0,6	1800
Mahsulot birligidan olinadigan sof foyda, so'm	180	20	

Bundan tashqari, hokimiyat 80 ta stol tayyorlash uchun shartnoma tuzgan; bu shartnoma albatta bajarilishi kerak. Maqsad: korxonaning ishlab chiqarish optimal dasturini shunday tuzish kerakki, mahsulotni realizatsiya qilishdan olinadigan sof foyda maksimum qiymatga erishsin.

IQTISODIY-MATEMATIK MODEL

Iqtisodiy-matematik model tuzish uchun noma'lumlarni kiritamiz:

x_1 — stollar soni;

x_2 — stullar soni.

Bu holda cheklanishlar sistemasi va maqsad funksiya quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$180x_1 + 20x_2$ max (maqsad funksiya);

$0,5x_1 + 0,04x_2$ 200 (yog'ochga nisbatan cheklanish);

$12x_1 + 0,6x_2$ 1800 (mehnatga nisbatan cheklanish);

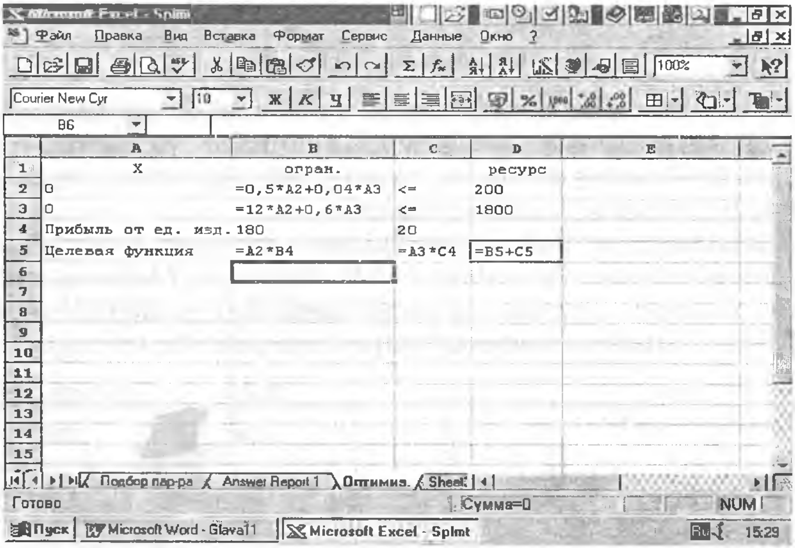
$x_1 \geq 80$ (hokimiyat bilan shartnoma);

$x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;$

$x_1,\ x_2$ — butun sonlar.

Oxirgi cheklanishni minus birga ko'paytirib, bir xil alomatga ega bo'lgan cheklanishlarni hosil qilamiz.

Masalani Excel da yechish uchun uni 13.2.-rasmda berilgan ko'rinishda yozamiz [38].



13.2.-rasm. **Chiziqli optimallashtirish masalasining boshlang'ich qiymatlarini yozish.**

Masalani yechish uchun *«Сервис-Поиск»* yechim menyusini chaqiramiz (Tools-Solver).

Bu holda ochilgan *«Поиск решения»* muloqot oynada (13.3-rasm) ko'rsatamiz:

- Maqsad funksiya yacheykasining manzili (bizning misolimizda D5);
- Izlanayotgan yacheykalar diapazoni (*A*2:*A*3);
- Cheklanishlar: *A*2>=80

*A*2 : *A*3

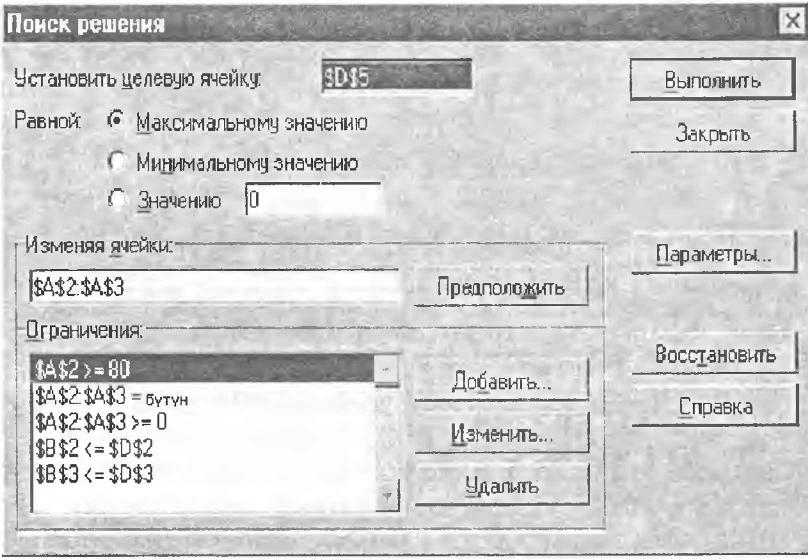
*A*2 : *A*3>=0

*V*2 <=*D*2

*B*3<=*D*3.

Qo'shimchalar, o'zgarishlar, cheklanishlarni o'chirish quyidagi tugmalar orqali bajariladi: *«Добавить, Изменить, Удалить»* (Add, Change, Delete).

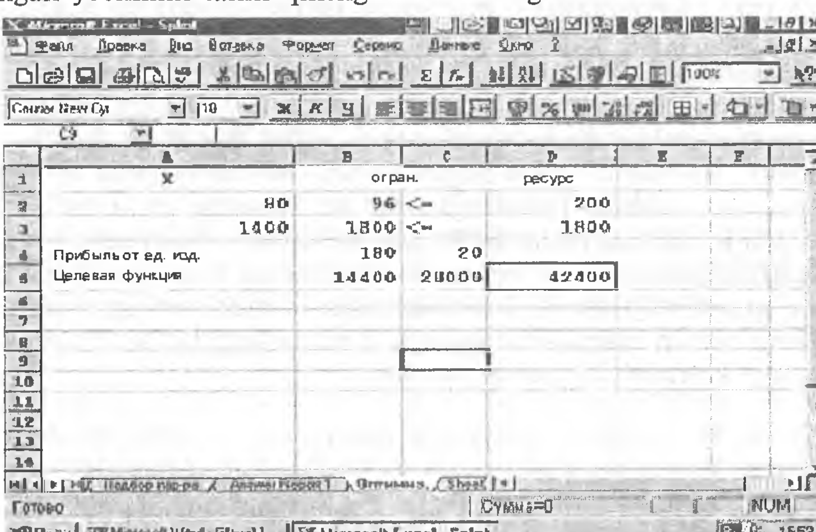
Optimal yechimni aniqlash uchun *«Выполнить»* (Solve) tugmasi bosiladi. Natijada jadvalda maqsad funksiyaning qiymati — 42400 mln so'm. x_1 = 80 va x_2 = 1400 ga teng bo'lganda (13.4-rasm).



13.3.-rasm. «Поиск решения» **dialog darchasi.**

«Поиск решения» dialog darchasi natijani hosil qilishiga imkon beradi (13.3-rasm):

- ishchi varaqasida aniqlangan optimal yechimni saqlab turadi;
- boshlang‘ich qiymatlarni qayta tiklaydi;
- ssenariyni saqlab turadi;
- natijalarning hisobotini berish, turg‘unlik chegaralarni, aniqlangan yechimni tahlil qilishga kerak bo‘lgani uchun.



13.4.-rasm. **Aniqlangan optimal yechim ishchi varaqasi.**

13.5.-rasm. «Результаты поиска решения» **dialog darchasi.**

Agar OK tugmasi bosilsa, bunda boshlang'ich jadval o'rnida optimal yechim qiymatlari jadvalini hosil qilamiz (13.5-rasm).

Yechimlar natijasidan ma'lumki, korxona stollar ishlab chiqarishdan foyda ko'rmaydi. Shuning uchun stollar ishlab chiqarishni shartnoma bo'yicha bajarib, qolgan resurslar stullar ishlab chiqarishiga yo'naltirilgan.

Korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasini optimallashtirish Paskal tilida institut saytida berilgan.

13.4. IQTISODIY-MATEMATIK MODELNI TENGLAMALAR BILAN IFODALASH

Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasi tenglamalar bilan berilgan bo'lsin.

Masalaning qo'yilishi: M_1 turdagi mahsulotning hajmi M_2 turdagi mahsulotning hajmidan 2 baravar ko'p va M_2 turdagi mahsulot M_3 turdagi mahsulotning hajmiga teng, ya'ni $M_2 = M_3$ bo'lgan holni ko'ramiz. Bu masala uchun qolgan boshqa shartlar yuqorida ko'rilgan shartlar ko'rinishida ifodalangan bo'ladi. Bunday masalani simpleks usul yordamida yechib bo'lmaydi. Masalani yechish uchun ishlab chiqariladigan mahsulotlarning umumiy noma'lum hajmlarini x_1, x_2, x_3 orqali belgilaymiz. Bu holda, agar birinchi turdagi mahsulot hajmini qolgan mahsulotlarga ko'ra 2 marta ko'p bo'lsa, bu shartni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$0{,}5\ x_1 = x_2 = x_3. \tag{1}$$

Ya'ni, birinchi turdagi mahsulot 2 tonna ishlab chiqarilsa, ikkinchi turdagi mahsulot 1 tonna ishlab chiqariladi. Shu (1) ko'rinishdagi mahsulotlar uchun to'plam tuzib, har birining noma'lum hajmlarini hisoblaymiz. Buning uchun berilgan masalaning shartiga ko'ra to'plam sonlari hisoblanadi. To'plamlarga shakardan qancha sarflanganini hisoblaymiz va boshqa xomashyolarning sarflanishini bir to'plam uchun aniqlaymiz, ular quyidagilarga teng bo'ladi:

$$\begin{aligned} &\Pi_1 \text{ — shakar} \to 2 \cdot a_{11} + I \cdot a_{12} + I \cdot a_{23} = \Pi_1 \\ &\Pi_2 \text{ — sharbat} \to 2 \cdot a_{21} + I \cdot a_{22} + I \cdot a_{23} = \Pi_2 \\ &\Pi_3 \text{ — murabbo} \to 2 \cdot a_{31} + I \cdot a_{32} + I \cdot a_{33} = \Pi_3 \end{aligned} \tag{2}$$

Lekin shartga ko'ra B_1, B_2, B_3 orqali korxonalardagi xomashyolar zaxiralarining hajmlari berilgan.

Shuning uchun bu zaxiralardan nechtadan to'plamlar tuzilishi mumkin bo'lgan sonlarini hisoblash mumkin. Buning uchun xomashyolarning (B_j) ehtiyojlarini bir to'plamga sarflanadigan xomashyolarning hajmlariga nisbatini olamiz:

$$\begin{aligned} &\Pi_1 \text{ — shakardan} \to \mathrm{B}_1 : \Pi_1 = y_1 \\ &\Pi_2 \text{ — sharbatdan} \to \mathrm{B}_2 : \Pi_2 = y_2 \\ &\Pi_3 \text{ — murabbodan} \to \mathrm{B}_3 : \Pi_3 = y_3 \end{aligned} \tag{3}$$

Bunda: y_i — to'plamlar soni ($i = 1, 2, 3$).

Hosil bo'lgan to'plamlar sonining eng kichigi tanlanadi:

$$\min(y_1, y_2, y_3) \to y_1 \tag{4}$$

Eng kichik sonni olishimizga sabab shuki, zaxiralar xarajatlarining umumiy hajmi bu to'plamlar sonidan oshmasligi kerak, (4) shartni nazarga olgan holda ishlab chiqariladigan mahsulotlarning umumiy hajmlari quyidagi qiymatga ega bo'ladi:

$$M_1 \to u_1 \cdot 2; \; M_2 \to u_1 \cdot 1; \; M_3 \to u_1 \cdot 1;$$

Vektor ko'rinishda esa: $\bar{X}(x_1, x_2, x_3) = \bar{X}(2y_1, y_1 \cdot 1, y_1 \cdot 1)$ ko'rinishni qabul qiladi.

Noma'lum mahsulotlarning hajmlari aniqlanadi.

Mahsulotlar hajmini ularning hajmlari birligidan olinadigan foydalarga ko'paytirib, korxonaning umumiy daromadini hisoblash mumkin, ya'ni maqsad funksiyaning qiymati hisoblanadi:

$$F(x) = 2 \cdot C_1 y_1 + 1 \cdot C_2 y_2 + 1 \cdot C_3 y_1$$

Maqsad funksiyaning son qiymati, ya'ni korxonaning umumiy olinadigan foydasi simpleks usulda olingan foydaga yaqin qiymatga ega bo'lishi kerak. Bu holda korxonaning daromadi optimal qiymatga teng emas.

1-masala. Bunday masalani yechish uchun avval sarf qilinadigan xomashyo zaxiralari B_1, B_2, B_3 ning hajmlari hisoblanadi, yana A —

xomashyolarning sarflanadigan normalari va C_1, C_2, C_3 mahsulotlar birligidan olinadigan sof foydalar berilgan. Yuqorida berilgan boshlang'ich shartlarga ko'ra har bir to'plamlar uchun xomashyolarning sarflanadigan hajmlarni aniqlaymiz:

1) $\sum_{j=1}^{3} d_{ij}x_j = \Pi_i$, bunda — $i = 1,\ 3$, ya'ni 1-jadval A dagi

boshlang'ich qiymatlardan foydalanib, hosil qilamiz:

$2 \cdot 0{,}7 + 1 \cdot 0{,}7 + 0{,}7 = 2{,}8$ t.	shakar $\Rightarrow \Pi_1$
$2 \cdot 0{,}3 + 1 \cdot 0{,}3 + 1 \cdot 0{,}2 = 1{,}1$ t.	sharbat $\Rightarrow \Pi_2$
$2 \cdot 0 + 1 \cdot 0{,}2 + 1 \cdot 0{,}3 = 0{,}5$ t.	murabbo $\Rightarrow \Pi_3$

2) Har bir xomashyodan nechtadan to'plamlar tuzish mumkin bo'lganini hisoblaymiz.

$B_i : \Pi_i = y_i$, bunda $i = \overline{1,3}$, ya'ni

$$\left.\begin{array}{l} 700 \text{ t.} : 2{,}8 \text{ t.} = 250 \\ 300 \text{ t.} : 1{,}1 \text{ t.} = 273 \\ 150 \text{ t.} : 0{,}5 \text{ t.} = 300 \end{array}\right\}.$$

Bu to'plamlardan eng kichigini aniqlaymiz, min y_i, ya'ni

3) min(250, 273, 300)$\rightarrow$250.

Shu to'plamlar uchun mahsulotlarning qanchadan ishlab chiqarilgan umumiy hajmlarini aniqlaymiz:

$$4)\quad \left.\begin{array}{l} M_1 \Rightarrow 250 \cdot 2 = 500\,\text{t} \Rightarrow x_1 \\ M_2 \Rightarrow 250 \cdot 1 = 250\,\text{t} \Rightarrow x_2 \\ M_3 \Rightarrow 250 \cdot 1 = 250\,\text{t} \Rightarrow x_3 \end{array}\right\}.$$

$$\bar{X}\,(x_1, x_2, x_3) = \bar{X}\,(500,\ 250,\ 250).$$

Maqsad funksiyaning qiymatini hisoblaymiz: $F(x) = \sum_{i}^{3} C_j x_j \rightarrow \max$, ya'ni korxona ishlab chiqaradigan mahsulotlaridan olinadigan umumiy foydani hisoblaymiz:

$$F(x) = 500 \cdot 100 + 250 \cdot 110 + 250 \cdot 120 = 107500 \text{ so'm}.$$

Optimal yechim esa quyidagi qiymatga teng: $F_{opt}(x) = 110000$ so'm. Ularning ayirmasi: $\Delta F = 2500$ so'm, $(\Delta F = F_{opt})$, ya'ni bu usul bilan yechganda $F(x)$2500 so'mga farq qilar ekan.

Mahsulotlarni turlari bo'yicha ishlab chiqarish masalasi yechildi, simpleks usulni qo'llashning iloji bo'lmagan holda bu usulni qo'llash kerak.

2-masala.

Masalada firma, korxonaning M_1, M_2, M_3 turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarishi: $M_1=4M_2=4M_3$ (qo'shimcha shart) tengliklar bilan berilgan bo'lsin hamda iqtisodiy-matematik modeli ma'lum bo'lsin. Qo'shimcha shartni qo'shib, quyidagi IMMni hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned} 0,1x_1+0,3x_2+0,4x_3=300 \\ 0,5x_1+0,2x_2+0,1x_3=200 \\ 0,4x_1+0,1x_2+0,3x_3=150 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

$$x_j \geq 0 \qquad (2)$$

$$F(x)=80x_1+70x_2+120x_3 \to \max. \qquad (3)$$

Agar x_1, x_2, x_3 orqali noma'lum mahsulotlar hajmlari ifodalangan bo'lsa, bu holda qo'shimcha shart uchun quyidagi tengliklar o'rinli bo'ladi:

$$M_2=M_1:4=0,25\ M_1;\ \text{ya'ni}\ 0,25x_1=x_2=x_3,$$

ya'ni M_2, M_3 mahsulotlarning har 1 tonnasiga M_1 ning 4 t mahsulotini ishlab chiqarish kerak ekan. Har bir to'plamga sarflanadigan xomashyolar hajmini hisoblaymiz:

$$\left.\begin{aligned} 0,1\cdot 4+0,3\cdot 1+0,4\cdot 1=1,1 \Rightarrow \Pi_1 \\ 0,5\cdot 4+0,2\cdot 1+0,1\cdot 1=2,3 \Rightarrow \Pi_2 \\ 0,4\cdot 4+0,1\cdot 1+0,3\cdot 1=2 \Rightarrow \Pi_3 \end{aligned}\right\}$$

To'plamlar sonini aniqlaymiz:

2) 300 t : 1,1 = 273
200 t : 2,3 = 87
150 t : 2 = 75.

Shu to'plamlardan eng kichigini tanlaymiz, bu son hamma xomashyolardan ishlab chiqarilishi mumkin bo'lgan to'plamlar soniga teng bo'ladi:

3) min (273, 87, 75)→75.

Ishlab chiqariladigan mahsulotlar hajmlarini hisoblaymiz:

$$\left.\begin{array}{l} M_1 \Rightarrow 75\cdot 4 = 300\,\text{t} \Rightarrow x_1 \\ M_2 \Rightarrow 75\cdot 1 = 75\,\text{t} \Rightarrow x_2 \\ M_3 \Rightarrow 75\cdot 1 = 75\,\text{t} \Rightarrow x_3 \end{array}\right\}$$

Vektor ko'rinishi $x(x_1, x_2, x_3) = x(300, 75, 75)$.

Maqsad funksiyaning qiymatini hisoblaymiz:

$$F(x) = 80 \cdot 300 + 70 \cdot 75 + 120 \cdot 75 = 24000 + 5250 + 9000 = \\ = 38250 \to \max$$

Olinadigan daromad 38 mln so'mdan oshgan.

TAYANCH IBORALAR

Mahsulot ishlab chiqarishda proporsionallik, to'plam, birikma, qo'shimcha shartlar, ehtiyojlar, xomashyolar, vektorlar, mahsulot turlari, daromad, assortiment, firma, Excel, muloqot oyna, optimal yechim ishchi varaqa, IMM tenglamalar bilan berilgan hol.

XULOSA

Shunday qilib, firmaning mahsulot ishlab chiqarish masalalari har xil ko'rinishlarda berilishi va ularni yechish usullari ham bir necha xil bo'lishi mumkin. Lekin shuni nazarda olish kerakki, optimal yechim eng katta daromadni aniqlovchi hol bo'ladi, qolgan usullarda maqsad funksiyaning qiymati optimal qiymatga yaqin bo'ladi.

Masalaning tahlili talabalarga havola etiladi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Mahsulot ishlab chiqarishning necha turlari mavjud?
2. IMMda cheklanishlar soniga qo'shimcha shart qo'shilishi mumkinmi?
3. Xomashyolar birikmasi haqida nimani bilasiz?
4. To'plamlar soni qanday aniqlanadi?
5. Qaysi bir holda firma eng katta daromad oladi?
6. Mahsulotlarni turlari bo'yicha ishlab chiqarishni qanday tushunasiz?
7. Assortiment bo'yicha mahsulot ishlab chiqarish masalasida maqsad funksiyasi $F(x)$ optimal qiymatdan katta farq qiladimi?
8. To'plamlar orasida qanday qiymat tanlanadi?
9. Maqsad funksiyani hisoblashda o'zgaruvchilar qanday qiymatga ega?
10. Mahsulot ishlab chiqarish hajmi qanday aniqlanadi?
11. Assortiment masalasida cheklanishlarning farqi nimada?
12. Masalada bazis yechimning qiymati aniq songa tengmi?
13. Tengsizliklar soni cheklanishda necha songa teng?
14. Yechimni qanday tahlil qilasiz?
15. Optimal yechimni qanday aniqlaysiz?
16. Birlik matritsa simpleks usulda hisoblashda yechimga ta'sir etadimi?

14-§. FIRMA, KORXONANING MAHSULOT ISHLAB CHIQARISHIDAN OLINADIGAN DAROMADNI HISOBLASH

14.1. MASALANING QO'YILISHI

Firmalarda mahsulot ishlab chiqarish masalalarining bir katta guruhini maqsad funksiyaning eng kichik qiymatini topish masalalari tashkil etadi. Ularda kerakli cheklanishlarni nazarga olgan holda arzon mahsulotlar ishlab chiqarish talab etiladi. Bu masalalar to'qimachilik sanoatida to'qish masalalari, tikuvchilikda bichish masalasi, oziq-ovqat sanoatida qorishmalar va diyeta masalalari, turli sanoatlarga tegishli o'rash materiallarini bichish masalasi va boshqalar hisoblanadi.

To'qimachilik sanoatida har xil raqamli ip gazlamalar to'qiladi va iplar o'raladi. Bu mahsulotlar har xil fizikaviy va kimyoviy xossalarga ega bo'lishi zarur, shuning uchun kerakli xossaga ega bo'lgan gazlamalarni to'qishdan oldin xomashyolarni optimallashtirish zarur.

Xuddi shu usulda oziq-ovqat sanoatida oziqa qorishmalar tayyorlanadi. Bolalar bog'chalari, yaslilardagi bolalar, armiya safida xizmat qiladigan harbiylar uchun tarkibida kerakli miqdorda oziqalari, vitaminlari bo'lgan qorishmalar tuzishda quyidagi masalani ko'rish mumkin.

Qorishma masalasi: Ovqat ratsionallarini tuzishda albatta uning tarkibida kerakli miqdorda oqsillar 0,3 (30%), yog'lar 0,2 (20%), uglevodlar 0,4 (40%) va boshqa to'yimli moddalar 0,1 (10%) bo'lishi kerak. Bu moddalarni o'z tarkibida optimal ravishda saqlaydigan qorishma tuzish uchun to'rt xil xomashyodan foydalanish kerak bo'lsin. Masalaning boshlang'ich sharti quyidagi jadvalda berilgan:

Kerakli moddalar	Xarajatlar, xomashyo norm.			Qorishma tarkibidagi moddalar, %
	M_1	M_2	M_3	
P1-oqsillar	0,3	0,1	0,6	0,3
P2-yog'lar	0,1	0,2	0,2	0,2
P3-uglevod	0,5	0,6	0,1	0,4
P4-vitamin	0,1	0,1	0,1	0,1
Mahsulotning i/ch narxi	4	2	3	

Cheklanishlar tenglamalar bilan berilgan.

Iqtisodiy-matematik model tuzamiz. Buning uchun x_1, x_2, x_3 noma'lumlarni kiritamiz va ular orqali xomashyolarning umumiy hajmlarini belgilaymiz. Bu holda qorishma tarkibida bo'ladigan moddalar uchun cheklanishlar o'rinli bo'lishi kerak.

1-cheklanish. Birinchi cheklanish qorishmada oqsillar hajmi 0,3, qolgan to'yimli moddalar 0,2, 0,4, 0,1 qismlardan oz bo'lmasligini ifodalaydigan cheklanishlar quyidagi sistema orqali ifodalanadi:

$$\left.\begin{aligned} 0,3x_1 + 0,1x_2 + 0,6x_2 &= 0,3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 + 0,2x_2 &= 0,2 \\ 0,5x_1 + 0,6x_2 + 0,1x_5 &= 0,4 \\ 0,1x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_5 &= 0,1 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Qorishma masalasi uchun yana quyidagi qo'shimcha cheklanish o'rinli:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1. \qquad (2)$$

Ya'ni, qorishma modelini tuzishda yana shuni nazarga olish kerakki, noma'lumlar yig'indisi biron-bir yaxlit songa teng bo'lsin. Umumiy holda noma'lumlar yig'indisini birga tenglashtirish kerak. Noma'lumlar uchun musbatlik sharti o'rinli:

$$x_j \to 0, \quad \text{bunda: } j = \overline{1,3} \qquad (3)$$

Maqsad funksiya qiymati quyidagi ko'rinishni oladi:

$$F(x) = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \min. \qquad (4)$$

Tuziladigan xomashyolar qorishmasi eng arzon bo'lishi kerak.

14.3. IQTISODIY-MATEMATIK MODELNING UMUMIY KO'RINISHI

Shunday qilib, (*a*, *b*, *c*) cheklanishlar va (*d*) maqsad funksiya birgalikda qorishma masalasining iqtisodiy-matematik modelini hosil qiladi.

Iqtisodiy-matematik modelning umumiy ko'rinishi:

I. $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j = b_j$, bunda: $1 = \overline{I, m}$;

II. $\sum_{j=1}^{n} x_j = R$

III. $x_j \geq 0$

IV. $F(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min$.

14.4. SIMPLEKS USULDA OPTIMALLASHTIRISH

Berilgan boshlang‘ich qiymatlarga ko‘ra simpleks tenglamalar sistemasi, keyin esa simpleks jadval tuzamiz. Simpleks jadvalda (1-jadval) avval birinchi uchta ustunni to‘ldirish kerak, bu ustunlarda boshlang‘ich reja qiymatlari yoziladi, ya’ni boshlang‘ich rejaga fiktiv xomashyolarni kiritamiz, ularning birqalikdagi tannarxi eng katta M soniga teng bo‘lsin. Boshlang‘ich rejaning qiymati bu holda eng katta qiymat —2 M ga teng bo‘ladi. Endi jadvalning qolgan ustunlariga simpleks tenglamalar sistemasidagi noma’lumlar oldidagi koeffitsiyentlarni joylashtiramiz. Bu qiymatlarda boshlang‘ich rejaning maqsad funksiyasini hisoblash mumkin:

$$F_0(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_{0i} = 2M \text{, ya'ni}$$

$$F_0(x) = (0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}4 + 0{,}1 + 1) = 2M.$$

Bunda: M — qo‘shimcha o‘zgaruvchilar birligining narxi. Maqsad funksiya qatorining qolgan elementlari ham shunday hisoblanib, noma’lumlar hajmlari birliklarining tannarxlari teng bo‘ladi, ya’ni:

1-jadval

C_j	P_j	x_0	4	2	3	M	M	M	M	M	x_0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_2
M	$x4$	0,3	0,3	0,1	0,6	1	0	0	0	0	3
M	x_5	0,2	0,1	0,2	0,2	0	1	0	0	0	1
M	x_6	0,4	0,5	0,6	0,1	0	0	1	0	0	2/3
M	x_7	0,1	0,1	0,1	0,1	0	0	0	1	0	1
M	x_8	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
Z_j	C_j	$F_0=2M$	$2M$-4	$2M$-2	$2M$-3	0	0	0	0	0	

maqsad funksiya qatorining birinchi x_1 ustuni uchun quyidagi o'rinli:

$$EI = \Sigma C_i\, xIi = (0{,}3M+0{,}1M+0{,}5M+$$
$$+0{,}1 \cdot M + 1 \cdot M) - 4 = 2M-4.$$

Qolgan ustunlar uchun ham shu amallar bajariladi. Simpleks jadval kataklarini to'ldiramiz. Shu masalani optimallashtirishga o'tamiz, ya'ni kalit ustun, kalit yo'l, kalit elementlarni aniqlaymiz, shuning uchun maqsad funksiya qatorida eng katta sonni belgilaymiz:

$$\max(2M-4,\ 2M-2,\ 2M-3) \to 2M-2 \to x_2.$$

Bu katta son x_2 ustunda joylashayapti, shu ustun kalit ustun hisoblanadi. Endi kalit yo'l elementlarini aniqlaymiz. Buning uchun x_0 ustun elementlarini kalit ustun (x_2) elementlariga bo'lib, eng kichigini tanlaymiz, bu eng kichik element x_6 yo'lda joylashgan, 0,6 ga teng qiymat, kalit element bo'ladi (2-jadval). Qolgan hamma hisoblashlar simpleks usulda optimallashtirish masalasida qanday bajarilgan bo'lsa, shunday takrorlanadi. Keyingi iteratsiyalarni simpleks jadvallarda hisoblab, optimal yechimini aniqlaymiz. Qorishmaning optimal qiymati $F(x) = 36/15$ so'mga teng (3-jadval).

2-jadval

C_j	P_1	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
M	x_4	$\frac{7}{30}$	$\frac{13}{60}$	0	$\frac{7}{12}$	1	0	$-\frac{1}{6}$	0	0
M	x_5	$\frac{1}{15}$	$-\frac{1}{15}$	0	$\frac{1}{6}$	0	1	$-\frac{1}{3}$	0	0
2	x_2	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	1	$\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{10}{6}$	0	0
M	x_7	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{1}{12}$	0	0	$-\frac{1}{6}$	1	0
M	x_8	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{5}{6}$	0	0	$-\frac{10}{6}$	0	1
Z_j	C_j	$\frac{2}{3}M+\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}M+\frac{7}{3}$	0	$\frac{5}{3}M-\frac{8}{3}$	0	0	$-\frac{20}{6}M+\frac{20}{6}$	0	0

3-jadval

C_j	P_2	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Z	x_3	$\frac{2}{5}$	$\frac{13}{35}$	0	1	$\frac{12}{7}$	0	$-\frac{2}{7}$	0	0
M	x_5	0	$-\frac{9}{70}$	0	0	$-\frac{2}{7}$	1	$\frac{6}{21}$	0	0
2	x_2	$\frac{3}{5}$	$\frac{27}{35}$	1	0	$\frac{2}{7}$	0	$\frac{13}{7}$	0	0
M	x_7	0	$\frac{1}{70}$	0	0	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	1	0
M	x_8	8	$\frac{1}{7}$	0	0	$-\frac{10}{7}$	0	$-\frac{10}{7}$		1
Z_j	C_j	$\frac{36}{15}$	$-\frac{2}{7}M+\frac{47}{35}$	0	0	$-\frac{20}{7}M+\frac{32}{7}$	0	$-\frac{20}{7}M+\frac{18}{7}$	0	0

Bu yechim $X^x = x(x_3, x_5, x_2, x_7, x_8)$ optimal yechim, chunki maqsad funksiya qatorida manfiy sonlar qatnashayapti.

TAYANCH IBORALAR

Sanoat, birikma, diyeta, norma, modda, tenglama, to'yimli moddalar, boshlang'ich maqsad funksiya qiymati, maqsad funksiya, qator, qorishma, vitaminlar, oqsillar, moylar.

XULOSA

IMMning bir katta guruhi minimal qiymatlarni topish mezonlarini tashkil etadi, yani arzon mahsulotlar ishlab chiqarish masalalari bo'lishi mumkin. Bunday masalalarni optimallashtirish uchun eng katta son «M» usulidan foydalaniladi. Maqsad funksiya eng katta sondan minimumga intiladi. Rejadan eng katta sonlar ketma-ket ayrilib tashlanadi, $F(x) \to \min$ ga intiladi. Talabalar yangi usul bilan tanishadilar.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Qaysi masalalarda maqsad funksiya eng arzon qiymatni qabul qiladi?
2. Nega qo'shimcha mahsulotlarning tannarxi eng katta M qiymatni qabul qiladi?
3. Kalit ustun elementni aniqlash qanday bajariladi?
4. Ko'rilgan masalalardan bunday masalani yechishning farqi nimada?
5. Maqsad funksiya qatoridagi elementlar qanday hisoblanadi?
6. Kalit yo'l elementlari qanday aniqlanadi?

7. Tuzilgan reja qachon optimal hisoblanadi?
8. Optimal yechimda qaysi haqiqiy mahsulotlar qatnashadi?
9. Optimal rejaga ko'ra haqiqiy mahsulotlarning birligi tannarxini aniqlang.
10. Optimal rejaga kirgan o'zgaruvchilar ustunida nega nollar va bir soni yoziladi?

15-§. MAHSULOT ISHLAB CHIQARISH MASALASI (CHEKLANISHLAR TENGSIZLIKLAR BILAN BERILGAN)

15.1. IQTISODIY-MATEMATIK MODEL (IMM)

a) Masalaning IMM matritsa ko'rinishida quyidagicha ifodalanadi:

$$\left.\begin{aligned} & A_x \geq B \\ & x \geq 0 \\ & F(x) = C_x \to \min \end{aligned}\right\}$$

A — ikki o'lchovli matritsa; $A = a_{ij}$ — xomashyolar tarkibidagi to'yimli oziqa moddalar; B — bir o'lchovli matritsa, vektor.

Quyida vektorlarni ifodalaymiz:

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_m \end{pmatrix}$$

$X \to X(x_1, x_2, \ldots x_n)$ — sarflanadigan xomashyolarning noma'lum hajmlari,

$C \to C(C_1, C_2, \ldots C_n)$ — xomashyolar birligining tannarxi,

B_m — oziqa moddalar (qorishmada).

$F(x)$ — maqsad funksiya ikki vektorning skalyar ko'paytmasiga teng:

$$F(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \min.$$

b) Iqtisodiy-matematik model yig'indilar orqali quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sum_{j=1}^{m} x_j a_{ij} \geq b_i, \qquad \text{bunda: } i = \overline{1, m}$$

$$X_j \geq 0, \qquad \text{bunda: } j = \overline{1, n}$$

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} C_j \cdot X_j \to \min.$$

Masala.

Masalani yechish uchun quyidagi qiymatlarga ega bo'lgan iqtisodiy-matematik model (1), (2), (3) ifodalar bilan berilgan bo'lsin:

1. Qorishma tarkibidagi moddalar berilgan qiymatlardan oz bo'lmaslik sharti o'rinli:

$$\left.\begin{array}{l} 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \geq 62 \\ 6x_1 + x_2 + 2x_2 \geq 30 \\ 4x_1 + 6x_2 + 4x_3 \geq 44 \end{array}\right| \qquad (1)$$

2. O'zgaruvchilarning musbatlik sharti o'rinli:

$$x_j \geq 0, \quad j = 1,\ 2,\ 3. \qquad (2)$$

3. Ishlab chiqariladigan qorishma eng arzon bo'lishi kerak:

$$F(x) = 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 \to \min. \qquad (3)$$

15.2. SIMPLEKS TENGLAMALAR SISTEMASI

Masalani yechish uchun avval tengsizliklarni, ya'ni modeldagi cheklanishlarni tenglamalar sistemasi bilan almashtiramiz. Buning uchun tengsizliklarga qo'shimcha (x_4, x_5, x_6) noma'lumlar kiritamiz, E-manfiy birlik matritsa yordamida. Manfiy noma'lumlar tengsizliklarga manfiy birlik koeffitsiyentlar orqali kiritiladi. Shunday qilib, tengsizliklar tenglamalar bilan almashtiriladi. Hosil bo'lgan modelni optimallashtirish uchun simpleks usulni qo'llaymiz, buning uchun albatta yangi fiktiv (x_7, x_8, x_9) xomashyolar kiritamiz. Bu fiktiv noma'lumlar musbat koeffitsiyentlarga ega bo'lib, E matritsa orqali kiritiladi, shularni nazarga olgan holda quyidagi simpleks tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz:

$$\left.\begin{array}{l} 62 = 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 1\cdot x_4 - 0\cdot x_5 - 0\cdot x_6 + 1\cdot x_7 + 0\cdot x_8 + 0\cdot x_9 \\ 30 = 6x_1 + x_2 + 2x_3 + -0\cdot x_4 - 1\cdot x_5 - 0\cdot x_6 + 0\cdot x_7 + 1\cdot x_8 + 0\cdot x_9 \\ 44 = 4x_1 + 6x_2 + 4x_3 - 0\cdot x_4 - 0\cdot x_5 + 1\cdot x_6 + 0\cdot x_7 + 0\cdot x_8 + 1\cdot x_9 \end{array}\right| \qquad (1)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,9} \qquad (2)$$

$$F(x) = 8x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 0\cdot x_4 - 0\cdot x_5 - 0\cdot x_6 + Mx_7 + Mx_8 + Mx_9 \to \min \qquad (3)$$

Maqsad funksiya qiymatlaridan ko'rinib turibdiki, fiktiv xomashyolar tannarxlari eng katta qiymatga ega ekan (M).

Masalani optimallashtirish uchun simpleks jadval tuzamiz. Simpleks jadvalda maqsad funksiya qatori uchun bu masalada 2 ta satr qator ajratiladi.

Boshlang'ich simpleks jadvalda oxirgi ikki qator to'ldirilmaydi, bu qatorlar va 1, 2-ustunlar boshlang'ich reja tuzilganda to'ldiriladi. Shuning uchun boshlang'ich rejaga fiktiv mahsulotlar kiritamiz, ularning tannarxlari eng katta M qiymatga teng. Bu holda simpleks jadval quyidagi ko'rinishini oladi (1-jadval).

1-jadval

C_j	P_j	x_0	8	5	6	0	0	0	M	M	M
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
M	x_7		4	3	6	−1	0	0	1	0	0
M	x_8	30	6	1	2	0	−1	0	0	1	0
M	x_9	44	4	6	4	0	6	−1	0	0	1
Z_1	M	$136M$	$14M$	$10M$	$12M$	$-M$	$-M$	$-M$	0	0	0
C_1		0	−8	−5	−6	0	0	0	0	0	0

Boshlang'ich rejada maqsad funksiya qiymati eng katta qiymatga ega bo'ladi ($F_0 = 136$ m). Bu qiymatni optimallashtirib (simpleks usulda) eng kichik qiymatni aniqlash kerak, buning uchun kalit yo'l, kalit ustun va kalit elementlarini aniqlaymiz.

Hisoblash usuli. Kalit ustun elementlarini aniqlashda maqsad funksiya qatorida eng katta qiymatga ega bo'lgan sonni aniqlaymiz, ya'ni max ($14M$, $10M$, $12M$) = $14M$. Eng katta son x_1 ustunda joylashgan ekan. Shuning uchun x_1 ustun kalit ustun bo'ladi, $14M \Rightarrow v x_1 \Rightarrow v$ kalit ustun. Kalit ustunni aniqlashda maqsad funksiya qatoridagi 2- qator qiymatlari nazarga olinmaydi, chunki ular M ga nisbatan kichik sonlar. Kalit yo'l elementlarini aniqlash uchun x_0 ustun elementlarining x_1 ustunga nisbati (x_0; x_1)min qiymatini aniqlaymiz, ya'ni $\min(\overline{X}_0 / \overline{X}_1) \to$ min(60/4, 30/6, 44/4)$\to$min (I5; 5; II)=5$\to x_8$ yo'lda joylashgan eng kichik qiymatdir.

Shunday qilib, x_8 yo'lda joylashgan elementlar kalit yo'l elementlari ekan. x_7 kalit yo'l elementlari va x_1 kalit ustun elementlari kesimida kalit element joylashgan. Kalit element 6 ga teng bo'ladi. Optimal qiymatni aniqlashda simpleks jadvallar tuzishni talabalarga tavsiya etamiz, hosil qilinadigan natijalarni 2-, 3-, 4-jadvallar qiymatlari bilan solishtirib, hisoblash asosida natijani tahlil etish talab etiladi.

2-jadval

C_j	P_j	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
M	x_7	42	0	−7/8	14/3	−1	3/2	0	1	−2/3	0
8	x_1	5	1	1/6	1/3	0	-1/6	0	0	1/6	0
M	x_9	24	0	16/3	8/3	0	2/3	−1	0	−2/3	1
M		66	0	23/3	22/3	−1	4/3	−1	0	−7/3	0
$Z_j - C_j$		40	0	−11/3	−10/3	0	-4/3	0	0	4/3	0

3-jadval

Cj	P_j	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
M	x_7	63/2	0	0	7/2	−1	3/8	71/16	1	−3/8	−7/16
8	x_1	17/4	1	0	1/4	0	−3/16	1/32	0	3/16	−1/32
5	x_2	9/2	0	1	1/2	0	1/8	−3/16	0	−1/8	3/16
M		63/2	0	0	7/2	−1	3/8	−7/16	0	−11/8	−23/16
$Z_j - C_j$		113/2	0	0	−3/2	0	−7/8	−11/16	0	7/8	11/16

4-jadval

C_j	P_3	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
6	x_3	9									
8	x_1	2									
5	x_2	0									
M		0	0	0	0	0	0	0	−1	−1	−1
$Z_j - C_j$		70	0	0	0	−3/7	−5/7	−1/2	3/7	5/7	1/2

15.4. YECHIMNI TAHLIL ETISH

Hosil bo‘lgan yakunlovchi reja (4-jadval) optimal qiymatga ega, chunki maqsad funksiya qatorida musbat elementlar, 0 sonlar joylashgan. Yechim (9, 2, 0) sonlarga teng, bu qiymatlarni cheklanishlar sistemasiga qo‘ysak, bu yechimlar berilgan cheklanishlar sistemasini qanoatlantiradi. Maqsad funksiya qiymatini hosil qilamiz:

$$F(x) = 8 \cdot 2 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 9 = 70 \text{ ming so‘m.}$$

Qorishmaning eng arzon narxi $F(x) = 70$ ming so‘mga teng bo‘lar ekan.

TAYANCH IBORALAR

Manfiy birlik matritsa, musbat birlik matritsa, fiktiv mahsulotlar, qo'shimcha mahsulotlar, katta *M* son, vektor, yechim cheklanishlar tengsizliklar bilan berilgan.

XULOSA

Mahsulot ishlab chiqarish masalasining IMM cheklanishlar katta *e* teng ($\geq$) tengsizliklar bilan berilgan bo'lib, $-E$ va E birlik matritsalar orqali simpleks tenglamalar sistemasi, simpleks jadval tuzib optimal arzon narx aniqlanadi. Bu yangi usul talabalar bilimini oshiradi va diyeta masalalarini yechishda qo'llaniladi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Qanday tengsizliklarni simpleks tenglamalar tizimi bilan almashtiramiz?
2. Manfiy birlik matritsaning iqtisodiy ma'nosi nimada?
3. Maqsad funksiya qatori soni nechtaga teng?
4. Nega ikkinchi maqsad funksiya qatordagi manfiy sonlar uning birinchi qatoriga ta'sir etmaydi?
5. Yechim vektori cheklanishlarni qanoatlantiradimi?
6. Masalaning yechimini tahlil qila olasizmi?
7. Bu masala yechimini aniqlash algoritmining maksimum masaladan farqi nimada?
8. Boshlang'ich rejaning maqsad funksiyasi qanday hisoblanadi?
9. Fiktiv va qo'shimcha mahsulotlar qatnashgan ustunlarning maqsad funksiya qatorlaridagi elementlar qanday hisoblanadi?
10. Maqsad funksiyani necha usulda hisoblash mumkin?

16-§. MATERIALLARNI BICHISH MASALASINI OPTIMALLASHTIRISH

16.1. MASALANING QO'YILISHI

Hamma mahsulot ishlab chiqarish korxonalarida o'rash materialidan foydalaniladi. O'rash materiallarini har xil usullarda kerakli shakllardagi kesmalar ko'rinishida bichish zarur bo'ladi. Bichishdan keyin har xil yuzalarga ega bo'lgan chiqindilar hosil bo'lishi mumkin. Bichish materiallari sifatida karton varaqlari, qog'oz, yengil sanoat matolari, yog'och, polietilen matolar va boshqalardan foydalaniladi. Bu masalaning sharti 1-jadvalda to'g'ri to'rtburchak shaklli bichish materiallari misolida berilgan bo'lsin. Agar ma'lum material kesimini biron xil usulda qirqsak, quyidagi shakl hosil bo'lishi mumkin.

1-jadval

Birinchi usulda bichganda shtrix bilan belgilangan qismlar chiqindilardir (ular (1, 3) kesimlarda ko'rsatilgan). Bichish usullari bir necha ko'rinishlarda bo'lishi mumkin. Agar bichishda material boshqa bir usulda qirqilsa, u holda qirqiladigan yuzalar o'zgaradi va chiqindi ham katta yoki kichik bo'lishi mumkin. Bichish masalasining boshlang'ich qiymatlari 2-jadvalda berilgan.

2-jadval

Kesmalar turlari	Qirqish variantlari				Kesmalarga talab (dona)
	$M1$	$M2$	$M3$	$M4$	
$\Pi_1(20\times30)$ sm	3	4	5	10	240
$\Pi_2(30\times40)$ sm	2	0	1	0	100
$\Pi_3(40\times40)$ sm	1	2	1	0	80
Chiqindilar, sm^2	200	400	200	0	

Jadvaldan ko'rish mumkinki, agar biz materiallarni M_1 usulda qirqsak, u holda Π_1 kesmadan 3 dona, Π_2 kesmadan 2 dona, Π_3 kesmadan *1* donadan chiqadi, bu holda chiqindining yuzasi 200 sm^2 teng bo'ladi. M_4 usulda qirqilganda chiqindi qolmaydi. Bichish masalalarini optimallashtirish ekstremal masalalarni optimallashtirish masalasiga kiradi. Ekstremal masala bo'lganligi uchun uni simpleks usulda optimallashtiramiz. Buning uchun avval masalaning IMM ni tuzish kerak, buning uchun x_1, x_2, x_3 orqali sarflanadigan materiallarning miqdorini belgilaymiz. Berilgan bichish variantlariga ko'ra, M_1, M_2, M_3, M_4 usullarda bichib kesmalar hosil qilish uchun quyidagi tenglamalar o'rinli bo'ladi:

I.
$$\left.\begin{aligned} \Pi_1 &> 3x_1+4x_2+5x_3+10\cdot x_4=240 \\ \Pi_2 &> 2x_1+0x_2+x_3+0\cdot x_4=100 \\ \Pi_3 &> x_1+2x_2+1x_3+10\cdot x_4=80 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

II. Noma'lumlarning musbatlik sharti o'rinli:

$$X_j \to 0, \quad j=\overline{1,4} \qquad (2)$$

III. Chiqindilarning umumiy yuzasi eng kichik qiymatga intiladi, ya'ni maqsad funksiya minimum qiymatiga intilishi kerak:

$$F(x) = 200x_1 + 400x_2 + 200x_3 + 0 \cdot x_4 \to \min. \qquad (3)$$

I, II, III ifodalar birgalikda o'rash materiallarini bichish masalasini optimallashtiradigan IMM bo'ladi.

16.2. MODELNING MATRITSA KO'RINISHI

Modelning matritsa ko'rinishi quyidagicha ifodalanadi:

$$Ax = B \qquad (1)$$
$$x \geq 0 \qquad (2)$$
$$F(x) = sx \to \min. \qquad (3)$$

Iqtisodiy-matematik model yig'indilar orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \qquad (1');$$

$$x_j \geq 0 \qquad (2')$$

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} C_j x_j \to \min . \qquad (3')$$

Masalaning shartidan ma'lumki, M_4 usulida bichganda qoldiq qolmaydi, chiqindi nolga teng bo'ladi. Shuning uchun x_4 ni optimal yechim deyish mumkin, uni fiktiv materiallarga kiritamiz, yana ikkita fiktiv noma'lumlar kiritiladi (x_5, x_6). Bu holda x_4, x_5, x_6 fiktiv noma'lumlar bo'ladi. Sarflanadigan material x ni hisoblash uchun birinchi tenglama ko'rinishini o'zgartiramiz:

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 240$$

yoki hamma hadlarini 10 ga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{3}{10}x_1 + \frac{4}{10}x_2 + \frac{5}{10}x_3 + x_4 = 24 .$$

Bu tenglamada x_4 ning koeffitsiyentini birga tenglashtirsak, u holda simpleks tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$24 = \frac{3}{10}x_1 + \frac{2}{5}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6$$

$$100 = 2x_1 + 0 \cdot x_2 + x_3 + 0 \cdot x_4 + x_5 + 0 \cdot x_6$$
$$80 = x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 + 0 + x_4 + x_5 + 0 \cdot x_6$$
$$x_j \geq 0;\ j = 1{,}6$$
$$F(x) = 200x_1 + 400x_2 + 200x_1 + 0 \cdot x_4 + M \cdot x_5 + M \cdot x_6 \rightarrow \min.$$

Asosiy o'zgaruvchi x_4 fiktiv qo'shiluvchiga aylandi.

16.3. SIMPLEKS USULDA OPTIMALLASHTIRISH

Hosil qilingan simpleks tenglamalar sistemasi asosida simpleks jadval tuzib, simpleks usul yordamida yechiladi (1-jadval).

Noma'lumlarni, ya'ni kerakli kesmalarning sonini hosil qilishda sarflanadigan materiallarni aniqlashni (agar boshlang'ich rejasini quyidagi simpleks jadvalda berilgan bo'lsa), ya'ni yechimlarni aniqlashni optimallashtirishni talabalarga havola qilamiz.

1-jadval

C_i	P_j	x_0	200	400	200	0	x	x
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_4	24	3/10	2/5	1/5	1	0	0
M	x_5	100	2	0	1	0	1	0
M	x_6	80	1	2	1	0	0	1
M		180 m	3	2	2	0	0	0
$Z_3 - C_3$		0	−200	−400	−200	0	0	0

Jadvaldan bazis yechimni $X = x\ (x_4, x_5, x_6)$ va boshlang'ich rejada maqsad funksiyaning qiymatini aniqlash mumkin:

$$F_0(x) = 0{,}24 + 100\text{ m} + 80\text{ m} = 180\text{ m}.$$

TAYANCH IBORALAR

Materiallar, bichish, o'rash materiallari, qirqim, chiqindi, bichish usuli, ekstremal, chiqindilar yig'indisi, fiktiv noma'lumlar va katta son, simpleks usul.

XULOSA

Ma'lumki, optimal yechimni aniqlashda noma'lumlar soni kam bo'lsa, iteratsiya soni ham kam bo'ladi. O'rash materiallari hamma ishlab chiqarish sohalari uchun zarur. Ularni samarali qirqish usullarida bichib, chiqindilar ozroq bo'lishiga intiladilar. Masalani optimallashtirishda optimal bichish variantini tanlab, noma'lumlar soni kamaytiriladi va kerakli natijaga erishiladi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. O'rash materiallari qaysi sohalarda ishlatiladi?
2. Bichish usullari cheklanganmi?
3. Qaysi usulda bichganda qirqim qoldig'i qolmaydi?
4. Bichish masalasini optimallashtirishda nechta iteratsiya kerak?
5. Boshlang'ich simpleks jadval ko'rinishi o'zgaradimi, yo'qmi?
6. Masala yechimining iqtisodiy ma'nosini tushuntira olasizmi?
7. Bu masalada qo'shimcha maqsad funksiya qatori yechimga ta'sir etadimi?

17-§. YENGIL SANOATDA XOMASHYOLARDAN FOYDALANISH MASALASINI OPTIMALLASHTIRISH

17.1. ARALASHMALAR TUZISHNI OPTIMALLASHTIRISH

Yengil sanoatda, xususan, to'qimachilik sanoatining yigiruv fabrikalarida har xil turdagi aralashmalarni tuzish muhim ishlab chiqarish masalasi bo'lib, texnologik jarayon va texnik-iqtisodiy ko'rsatkichlar ularning aniq yechimiga bog'liq. Bunday masalalar, avvalo, har xil xossalarga ega bo'lgan tolalarni aralashtirish, yog'li emulsiyalarni tuzish, bo'yoq tarkiblar retsepturasini hosil qilish, yelimlarni, silliqlash eritmalari va hokazolarni tayyorlash bo'la oladi. Umuman aralashma masalasini optimallashtirish chiziqli dasturlash masalasi ko'rinishida ifodalash mumkin.

17.2. TOLALAR ARALASHMASINI OPTIMALLASHTIRISHNING SAMARALI MEZONI

Aralashmalarni tayyorlashni loyihalashdan asosiy maqsad arzon va sifatli komponentlar kombinatsiyasini hosil qilish. Aralashmalar tarkibini tuzish juda katta mehnat talab qiladigan va mas'uliyatli jarayon. Ma'lumki, paxta yigiruvida, masalan, aralashmalar tuzish jarayonida paxtaning seleksiyasi turi, markasi va navlari nazarga olinadi.

Xomashyo va paxta tolalarining ba'zi navlari narxlarini nazarga olgan holda ularning chiziqli zichligi (tig'izligi), tola uzunligi, uzulish kuchi, chiqindilar yig'indisi va h.k.ga ahamiyat beriladi.

Agar har xil tolalar masalan, paxta tolalari va lavsan, lavsan va shtapelli tolalar aralashtirilsa, masala yanada murakkablashadi. Tayyorlangan aralashma avvalgi foydalanilgan aralashmaga nisbatan bir jinsli bo'lishini nazarga olish kerak.

Ma'lumki, yuqoridagi hamma talablarni intuitiv ravishda, sezgi organlar yordamida yoki oddiy hisoblash usulida aniqlab bo'lmaydi. Shuning uchun aralashmaning retsepturasini tuzishda shunday shartlarni ifodalash uchun matematik dasturlashning iqtisodiy modelini aniq tuzish lozim. Aralashma tayyorlashni loyihalashtirishda asosiy talab bu iqtisodiy ko'rsatkich bo'lib, xomashyolarga bo'lgan xarajatlarni ifodalaydi. Bu ko'rsatkichlar aralashma birligining tannarxi, paxta kalavasi chiqishi hamda xomashyolarga qilinadigan xarajatlarni o'z ichiga oladi.

Tolalar aralashmasini optimallash mezonining eng sodda ko'rinishi aralashmaning massasi birligi (bir sentner, 1 t) tannarxini ifodalash hisoblanadi.

Aralashma tannarxining minimalligini loyihalashda quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

X_j — j-tur yoki tola navining massasi birligi;

C_j — j-tur yoki tola navining ulgurji narxi.

Bu holda maqsad funksiya quyidagicha yoziladi:

$$L(x)=\sum_{j=1}^{n} C_j X_j \to \min . \quad (1)$$

Agar maqsad funksiyada kalavaning chiqishi, har bir tolaning turi (navi) nazarga olinsa, ya'ni aralashmadan kalava chiqishining umumiy hajmi aniqlangan bo'lsa, aniqroq natijaga ega bo'lish mumkin. Bu holda, aralashma birlik massasining tannarxi kalavaning chiqishini nazarga olgan holda hisoblanadi:

$$L(x)=\sum_{j=1}^{n} \frac{C_j X_j}{\omega_0} \to \min, \quad (2)$$

bunda: ω_j — j-navdan kalava chiqadigan qism.

Agar xomashyoga qilinayotgan xarajatlar kalavaning tannarxi bo'yicha minimallashgan bo'lsa, bu holda optimallashtirish mezoni quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$L(x)=\frac{\sum_{j=1}^{n} C_j X_j-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_i d_{ij} X}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(1-d_{ij})X_j} \to \min , \quad (3)$$

bunda: i — chiqindilarning tartib nomeri;

d_{ij} — i-turdagi chiqindi j-navdagi tola massasidan;

C_i — i-turdagi chiqindi birligininig tannarxi.

Ma'lumki, keltirilgan ifodada $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_j d_{ij} X_j$ — chiqindilar birlik massalarining tannarxi, $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(1-d_{ij})X_j$ — bu yig'indi aralashma birlik massasidan kalava qismini ifodalaydi.

Ifoda (C) kasr chiziqli funksiya bo'lgani uchun uni yechishda maxsus algoritmni qo'llash kerak.

Iqtisodiy ko'rsatkichlardan tashqari masalaning maqsad funksiyasida yana muhim omil maksimallashtirish talabi hisoblanadi, bu esa tolalarning sifat ko'rsatkichidir. Bunday ko'rsatkichga, masalan, birlik tolalarining uzilish kuchi hisoblanadi. Bu holda o'rtacha uzilish kuchini maksimallashtirish talabining maqsad funksiyasi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$L(x) = \sum_{i=1}^{n} P_j X_j \to \min\,, \tag{4}$$

bunda: P_j — j -navdagi tolaning uzilish kuchi.

17.3. ARALASHMA TANNARXI MEZONI BO'YICHA TOLALAR ARALASHMASINI OPTIMALLASHTIRISH MODELI

Tolalar aralashmasini optimallashtirish modelini aralashma tannarxi mezoni bo'yicha aniqlaymiz. Buning uchun quyidagi belgilarni kiritamiz:

T_j — tolaning j-komponenti chiziqli zichligi;
T — tolaning rejalashtirilgan o'rtacha chiziqli zichligi;
L_i — j tolaning komponenti bo'yicha o'rtacha uzunligi;
l — tolaning rejalashtirilgan o'rtacha uzunligi;
P_j — tolalarning j-komponenti uzilish kuchi;
P — tolalarning rejalashtirilgan o'rtacha uzilish kuchi.

Texnik-iqtisodiy jihatdan masalaning qo'yilishi aralashmaning tannarxi minimal qiymatga teng bo'lishini ko'zda tutadi.

Masalaning cheklanishlarini ifodalaymiz:

Aralashmaning to'plamli sharti:

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = 1\,. \tag{1}$$

Tolaning o'rta chiziqli zichligi rejalanganidan oshmaslik sharti:

$$\sum_{j=1}^{n} T_j X_j \le T . \qquad (2)$$

Loyihalanadigan aralashma tarkibidagi o'rta chiziqli tolasi berilgan kattalikdan kam bo'lmaslik sharti:

$$\sum_{j=1}^{n} l_j X_j \ge e . \qquad (3)$$

Shunday aralashma tuzish kerakki, tolaning o'rtacha uzilish kuchi, rejalashtirilgan qiymatdan oshmaslik sharti o'rinli bo'lsin:

$$\sum_{j=1}^{n} P_j X_j > P . \qquad (4)$$

Shunday qilib, *a*, *b*, *c*, *d* cheklanishlarni nazarga olgan holda maqsad funksiyaning (*B*) eng kichik qiymatini hisoblash kerak, x_1, x_2, ... x_n o'zgaruvchilar to'plami musbat qiymatga ega bo'lgan holda bular birgalikda chiziqli dasturlash masalasini ifodalaydi.

17.4. TOLALAR ARALASHMASI TARKIBI TANNARXINING OPTIMAL QIYMATINI HISOBLASH

Tolalar aralashmasini optimallashtirish masalasining iqtisodiy-matematik modelini tuzib, aniq qiymatlarni topish uchun masalani yechamiz. Paxta tolalari aralashmasidan o'rtacha chiziqli zichligi 18,5—25 teks. ga teng tanda kalava yigirish kerak bo'lsin.

Buning uchun fabrika to'rt navdagi paxta tolalaridan foydalanadi (1-jadval). Shunday tolalar aralashmasini tuzish kerakki, sifat ko'rsatkichi rejalashtirilgandan kam bo'lmasin, tannarxi shu shartlarda minimum qiymatga erishsin.

Maqsad funksiyaning qiymati, ya'ni aralashmaning birlik massasi eng kichik qiymatga teng bo'lish sharti:

$$L(x) = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \to \min .$$

Aniq boshlang'ich qiymatlarni nazarga olgan holda bu funksionaldan foydalanib, 1-jadvaldan quyidagi maqsad funksiyani hosil qilamiz:

$$L(x) = 2{,}69x_1 + 2{,}52x_2 + 2{,}03x_3 + 1{,}4x_4 \to \min.$$

1-jadval

Paxta navlari	Indekslar (j)	Paxtaning ulgurji narxi, C_i, 1t.mln. so'm	Tolalarning chiziqli zichligi, M, Teks (T_j)	Tolalarning o'rta uzunlik o'lchovi, mm, l_j	Uzulish kuchi, CH (P_j)
I II III IV	1 2 3 4	2,69 2,52 2,03 1,42	164 144 163 134	28,6 27,2 26,5 27	4,54 4,15 4,06 3,51
Aralashmaning rejadagi sifat ko'rsatkichi		2,2772	162 dan oshmasligi kerak	27,3 dan kam bo'lmasligi sharti	4,2 dan kam bo'lmasligi sharti

Iqtisodiy-matematik modelda funksional cheklanishlar quyidagi shartlar orqali ifodalanadi.

Aralashmaning to'plamli sharti

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1.$$

Chiziqli zichlik bo'yicha

$$164x_1 + 144x_2 + 163x_3 + 134x_4 \leq 162;$$

tolalarning uzunligi bo'yicha

$$28{,}6x_1 + 27{,}2x_2 + 26{,}5x_3 + 27x_4 \geq 27{,}2;$$

tolaning uzilish kuchi bo'yicha

$$4{,}5x_1 + 4{,}15x_2 + 4{,}06x_3 + 3{,}51x_4 \geq 4{,}2.$$

Noma'lumlarning musbatlik sharti o'rinli

$$x_i \geq 0, \ i = 1{,}4.$$

Masalaning iqtisodiy-matematik modelini kononik ko'rinishga keltirib va optimallashtirishning simpleks usulini qo'llab, sun'iy bazis kiritib, aralashmaning 1 t uchun tannarxini, ya'ni eng kichik qiymatini aniqlaymiz:

$$F(x) = 2{,}2772 \text{ ming so'm}.$$

Hisoblangan maqsad funksiyaning qiymati, aralashmaning eng arzon, optimal narxi hisoblanadi.

Bu qiymatni quyidagi optimal yechim, vektor orqali ifodalash mumkin:

$$X=[x_1, x_2, x_3, x_4] = [0{,}4198;\ 0{,}5313;\ 0;\ 0{,}0489].$$

Bu yechimdan xulosa qilish mumkinki, aralashma tarkibida paxtaning 41,98 % I navli paxta, 53,13 % II navli paxta va 4,89% IV navli paxtani hosil qilar ekan, optimal yechim vektor esa cheklanishlarni va maqsad funksiyani qanoatlantiradi.

Aralashma 1 tonnasining tannarxi $F(x) = 2{,}2772$ mln so'mga teng ekan. Boshlang'ich qiymatlarning o'zgarmasligini nazarga olgan holda uzilish kuchini aniqlashning iqtisodiy-matematik modeli quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 28{,}6x_1 + 27{,}2x_2 + 26{,}5x_3 + 27x_4 \geq 27{,}3 \\ 164x_1 + 144x_2 + 163x_3 + 134x_4 \leq 162 \\ 2{,}69x_1 + 2{,}52x_2 + 2{,}03x_3 + 1{,}42x_4 = 2{,}2772 \end{cases}$$

$$F_1(x) = 4{,}54x_1 + 4{,}15x_2 + 4{,}06x_3 + 3{,}51x_4 \rightarrow \max.$$

Bu iqtisodiy-matematik modelni yechib, paxta tolasining o'rta uzilish kuchi hisoblandi, aralashma tarkibini optimallashtirish esa shu ko'rsatkich bo'yicha

$F_1(x) = 4{,}282\ C_H$ gacha o'sdi, lekin aralashma tannarxi o'zgarmadi, avvalgi aniqlangan minimal qiymat darajasida qoldi.

Amaliyotda yana bir necha o'nlab cheklanishlarni tuzib, iqtisodiy-matematik modelga qo'shish mumkin, bunda maqsad funksiyaning qiymati yanada kuchayadi.

TAYANCH IBORALAR

Tolalar aralashmasi, effektiv mezon, yigirish, ulgurji narx, tolaning uzunligi, paxta navlari, paxta tolasining o'rta uzilish kuchi.

XULOSA

To'qimachilik sanoatida har xil tolalardan aralashmalar tayyorlanadi, bunda har xil mezonlar qabul qilinadi hamda har xil maqsad funksiyalar tuziladi. Masalan, aralashmaning minimal tannarxini, kalavaning o'rtacha uzilish kuchini aniqlash va h.k.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Ishlab chiqarish masalasi qanday iqtisodiy ma'noga ega?
2. Ishlab chiqarish masalasining matematik modelni tushuntirib bering.
3. Ishlab chiqarish masalasini yechishning qanday usullarini bilasiz?
4. Bunday masalani yechishda qanday kompyuter dasturlaridan foydalanish mumkin?
5. Ifodalangan masala ekstremal masalaga kiradimi?

V bob. BOZOR MIKROIQTISODIY TAHLILI ASOSLARI

18-§. BOZOR KONYUNKTURASI TAHLILI

18.1. BOZOR KONYUNKTURASINING O‘ZGARISH DARAJASI

Ma’lum davrda tovarlar va xizmatlar sotilishidagi imkoniyatlarni ifodalovchi iqtisodiy shart-sharoitlar majmui bozor konyunkturasini bildiradi. U aniq iqtisodiy ko‘rsatkichlar — talab va taklif muvozanati, baholar darajasi, bozor hajmyi va boshqalar bilan ifodalanadi.

Bozor konyunkturasi mamlakat iqtisodiy holatiga to‘g‘ridan to‘g‘ri bog‘liq. Shuning uchun tovar bozorining tahlili quyidagi ikki yo‘l bilan olib borilishi mumkin: 1) Agar konyunkturaning o‘zgarish darajasi va an’analarini bilish ko‘zlansa, u holda uning belgilangan davrdagi dinamikasi o‘rganiladi. 2) Agar konyunkturaning ma’lum muddatga bo‘lgan ahvolini bilish zarur bo‘lsa, unda tovarning bozordagi harakati o‘rganiladi, aniq bosqichi belgilanadi va tahlil qilinadi.

Butun yil uchun axborotlar uch qismga bo‘linadi. Birinchisiga konyunkturani oldingi davrda ifodalagan ma’lumotlar kirib, hozir ularning hech qanday aloqasi yo‘q. Ikkinchisi konyunkturaning hozirgi ahvolini bildiradi, ammo uning istiqboliga ta’sir ko‘rsata olmaydi. Uchinchisi konyunkturaning tahlili bozorning ayrim tomonini ifodalovchi ko‘rsatkichlargagina emas, balki uning kompleks holatini ifodalovchi barcha yig‘ilgan va statistik ma’lumotlarga, ularning umumiy qarama-qarshi tomonlariga asoslanishi kerak.

18.2. KONYUNKTURA AXBOROTNOMASI

Konyunktura axborotnomasi — konyunkturaning tahlil shakli hisoblanadi. Bu hujjat bozorning holatiga ta’sir etuvchi barcha omillarni ularning o‘zaro aloqalari hamda konyunkturaning umumiy o‘zgarishini ifodalovchi qonuniyatlarini o‘zida mujassamlashtiradi. Mamlakat iqtisodiy doirasida konyunkturani tahlil qilish quyidagi ko‘rsatkichlarga asoslanadi.

Makroiqtisodiy ko‘rsatkichlar: yalpi milliy mahsulot, yalpi milliy daromad, sanoat, qishloq xo‘jaligi, investitsiya, transport, tovar muomalasi ko‘rsatkichlari — ichki va tashqi bozorlarda tovarlar sotilishi hajmi, pul muomalalari, kapital aylanishi va baholar dinamikasi, ishsizlik va inflatsiya darajalari.

Mikroiqtisodiy ko'rsatkichlarga tovar bozorlari holati, talab va taklif, baho, talabning qondirilish darajasi, tovar ishlab chiqarish, uning sotilishi, yangi korxonalar qurilishi va boshqalar kiradi. Yuqoridagi ko'rsatkichlarning umumiylik tomoni shundaki, ular bir-biri bilan bog'liq bo'lib, davlat iqtisodiyoti bir bosqichdan ikkinchisiga o'tganda ularda o'zgarish ro'y beradi.

18.3. YALPI MILLIY MAHSULOT

Yalpi milliy mahsulot shaxsiy iste'mol, davlat buyurtmalari, yalpi kapital qurilish, tovar va xizmatlarni, eksport va import ko'rsatkichlarini o'z ichiga oladi. Bu ko'rsatkichlarni hisoblashda noaniqliklar (qaytadan hisoblash) ro'y bersa ham, u oxirgi talab hajmi va har doim mamlakat iqtisodiyoti holatini baholashda muhim o'rinni egallaydi. Mamlakat iqtisodiyoti konyunkturasida ro'y beradigan barcha o'zgarishlar manbayi bo'lib, ishlab chiqarish sohalari hisoblanadi. Iqtisodiyotda sanoatning ulushi qanchalik katta bo'lsa, uning ko'rsatkichlari ahamiyati ham shunchalik yuqori bo'ladi. Sanoat ishlab chiqarishining asosiy ko'rsatkichlari: sanoat ishlab chiqarish indeksi; ishlab chiqarilgan mahsulotlarning mutlaq hajmi; ishlab chiqarish imkoniyatlari va haqiqatda o'zlashtirilgan quvvatlar (sohalar bo'yicha), mehnat unumdorligi; ishsizlar, ish haqi; buyurtmachilar, investitsiya va boshqalar. Ular tahlil qilinadi hamda bozor konyunkturasiga ta'siri aniqlanadi. Qishloq xo'jaligi ishlab chiqarishi bo'yicha esa ishlab chiqarish indeksi; mutlaq hajmi; ekin maydonlari; hayvonotlar soni; o'rtacha hosildorlik; agrofirmalar soni va tarkibi; ishlovchilar soni; yetishtirilgan mahsulotlar bahosi; sotib olinayotgan texnika; yonilg'i va o'g'itlarining baholari; fermerlarning daromadlari; qishloq xo'jalik texnikasi va yerdan foydalanish samarasi tahlil qilinadi. Shu bilan birga, qishloq xo'jaligining sanoatga qaraganda o'ziga xos qiyinchiliklari tufayli iqtisodiyot sohalari orasidagi nomutanosiblikni kuchaytirishi va natijada talab va taklif muvozanati buzilishiga olib kelish sabablari ochib beriladi. Qishloq xo'jaligi mahsulotlari bozori konyunkturasi faqat shu sohaning iqtisodiy ko'rsatkichlari asosida tahlil qilinmaydi. U ko'proq qishloq xo'jaligi mahsulotlarini qayta ishlovchi sanoat korxonalari va ta'minoti bilan shug'ullanuvchi tarmoqlar ish natijalariga bog'liq holda o'rganilishi va tahlil qilinishi shart.

Investitsiyaning rivoji bozor holatiga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Agar ishlab chiqarish sohalarida tugatilmagan obyektlar soni kamaysa, sanoat mahsuloti ko'payadi va bozorda taklif talabdan yuqorilashadi. Yuk tashish transporti rivojlanish ko'rsatkichlarining bozor konyunkturasi uchun ahamiyati kattadir, chunki uning ish natijalari xomashyo, materiallar va tovarlar yetkazib berishdan iborat.

Ichki chakana tovar ko'rsatkichlari mamlakat iqtisodiyotining, aholi turmush darajasining eng asosiy belgilaridan bo'lib, bozor konyunkturasining negizidir, chunki chakana tovar oborot hajmi, tarkibi, undagi o'zgarishlar va barcha ko'rsatkichlar bozorning asosiy holati — talab va taklif muvozanatiga bog'liqdir. Chakana tovar oboroti va xizmatlar umumiy hajmi, tarkibi (tovar guruhlari), aholi jon boshiga to'g'ri kelishi, tuman, shahar va viloyatlar bo'yicha tahlili, savdo, ovqatlanish, xizmat ko'rsatish, dorixonalar va boshqa shoxobchalarning turlari, ularning joylashishi, savdo maydonlarining hajmi va 1000 kishi hisobiga to'g'ri kelishi kabilar muhim ko'rsatkichlardir. Chakana savdoning tahlili, uning tovarlar bilan ta'minoti manbalari — ulgurji savdo firmalari bilan birgalikda olib boriladi.

Savdo oboroti dinamikasini tahlil qilganda oziq-ovqat va nooziq ovqat tovarlari, uzoq muddat ishlatiladigan uy-ro'zg'or buyumlari, sport, sayohat va boshqa zamonaviy talablarni qondirishga mo'ljallangan tovarlar alohida ko'riladi. Pul muammolari ko'rsatkichlari emissiya, inflatsiya, kreditlar, foiz stavkalari, valutalar kursi, bank depozitlari, bankrotlik va boshqalar bozor konyunkturasiga sezilarli ta'sir etuvchi omillardir. Tashqi savdo ko'rsatkichlari ichki bozor konyunkturasining shakllanishida o'ziga xos o'ringa ega, chunki tashqi savdo orqali mamlakat ichki bozori jahon bozori bilan bog'lanadi. Tashqi bozor oboroti eksport va import hajmlari va tarkiblari, savdo balansi qoldig'i, eksport va import geografiyasi mamlakatning jahon bozoridagi eksportga ishlab chiqarilgan (tayyor) mahsulotlar, mashinasozlik tovarlari va xizmatlarning ulushi, iste'molda importning o'rni va tashqi savdo baholari tahlil qilinadi va ichki bozor konyunkturasiga ta'siri aniqlanadi.

18.4. BOZOR MUVOZANATI

Bozor muvozanati har doim iqtisodiy konyunktura (umumxo'jalik yoki tovar holati), bozordagi raqobat va baholar dinamikasi shart-sharoitlari ta'sirida shakllanayotgan talab va taklif munosabatlariga bog'liq bo'ladi. Ana shu iqtisodiy jarayonlar «bozor» tushunchasi va bozor mexanizmi elementlaridan iborat. Ularning bog'liqligini quyidagicha tasavvur qilish mumkin:

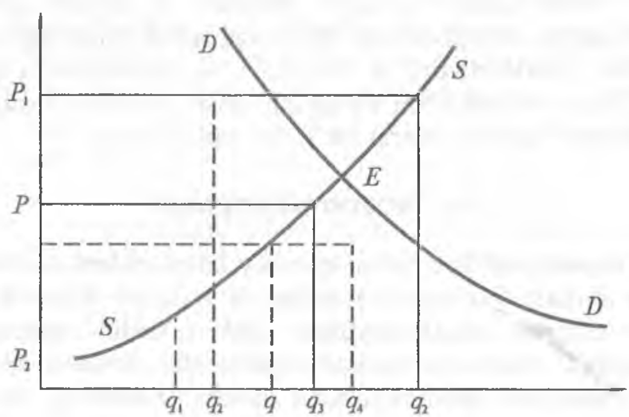
Talab	B	Narx	D	Taklif

Taklif ishlab chiqarish faoliyati mahsuloti bo'lib, tovar holida sotishga mo'ljallangan.

Talab jamiyat ehtiyoji bo'lib, ishlab chiqarish va shaxsiy iste'-mollarni ifodalaydi. Ammo talab ehtiyojni sotib olish salohiyatiga (pul bilan ta'minlangan) ega bo'lgan qismidir. Narx — tovar qiymatini pul shaklida ifodalanishidir.

Talab va taklif hajmi — iste'molchilar sotib olishga, ishlab chiqaruvchilar bozordagi narxda sotishga tayyor bo'lgan tovarlar va xizmatlar majmuidan iborat. Shunday ekan, talab va taklif iste'mol bilan ishlab chiqarishning bozordagi ifodasidir. Ularning bir-biri bilan to'g'ridan-to'g'ri va teskari bog'liqlikda bo'lishi kuzatiladi. Narxning o'sishi (pasayishi) talabning o'sishiga yoki aksincha, rag'batlantirishga olib keladi. Ikkinchi tomondan talabning kengayishi narxning pasayishiga emas, balki uning oshishiga olib keladi. Narx darajasi taklif hajmiga teskari bog'liq bo'ladi. Ayni vaqtda narxning ko'tarilishi (pasayishi) taklif hajmining o'zgarishiga sabab bo'ladi Talabning o'zgarishi taklifni harakatga keltiradi, ana shu yo'nalishda teskari holat ham yuz beradi. Aytilganlardan narx va taklifning bozordagi aloqalari ichki qarama-qarshilikka ega ekanligi ko'rinib turibdi. «Talab — narx — taklif» kategoriyalarining o'zaro harakatlari va bog'liqlarini to'laroq yoritish uchun bozor muvozanati tushunchasini ko'rib chiqamiz.

Bozor muvozanati — talab va taklif bir-biriga, narx esa tovar qiymatiga (oddiy tovar ishlab chiqarishda) yoki ishlab chiqarish bahosiga (erkin raqobat sharoitida) teng holatini bildiradi.



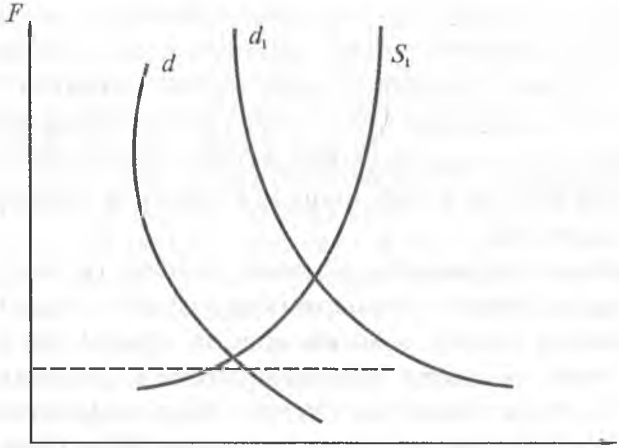
18.1-rasm.

Rasmdagi chizmadan ko‘rinib turibdiki (18.1-rasm), narxning o‘sishi (P dan) va bahoning yuqoriroq ko‘tarilishi bilan iste’molchi firmalar ichida mablag‘i kamlari chiqib ketaveradi, moliyaviy ahvoli yaxshilari esa tovar (xomashyo) sotib olishni kamaytiradi, ma’lum miqdorda arzonlashganlarni izlay boshlaydi. Narxning pasayishi (P dan P_2 gacha) bilan unga muvofiq ravishda talab oshadi (q dan q_3 gacha). Taklif egri chizig‘i SS, uning to‘g‘ridan to‘g‘ri narxga bog‘liqligini ko‘rsatmoqda.

Grafikda ko‘rsatilishicha, narxning oshishi (P dan P_1 gacha) (q_3 dan q_2 gacha) yangi quvvatlarni ishga tushirish, yangi korxonalar ochish, ularning bozorga sotuvchi sifatida chiqishi va zaxiralarni chiqarish orqali taklifning ko‘payishiga olib keladi. Narxning pasayishida esa teskari holat ro‘y beradi. Shuni esda tutish lozimki, DD va SS egri chiziqlari yig‘indisi haqiqiy talab taklif va narxlarni bildirmaydi. Faqat ularning aniq imkoniyatlari hajmini ko‘rsatadi. Ularning haqiqiy ahamiyatlari egri chiziqlar kesishayotgan E nuqtasiga intiladi, ana shunda talab va taklif bir xil miqdordagi tovar birligiga teng bo‘ladi va muvozanatga erishadi. Haqiqatda narxning P_1 darajasida taklif q_2 talab q_1 dan yuqoridir. Bu holatda sotishga chiqarilgan bir qism tovar xarid qilinmaydi, tovar yetkazib beruvchilar orasidagi raqobat kurashi mexanizmi orqali narxning pasayishiga olib keladi (Misol-P_2 gacha). Natijada talab q_4 taklif q_3 dan oshib ketadi. Bozorda tovar yetishmovchiligi kelib chiqadi. Uning sababi erkin raqobatdagi narx o‘sishi bo‘ladi. Narx, taklif va talab orasidagi qarama-qarshiliklar E nuqtasida yechiladi, chunki muvozanatlashgan raqobatli P narx unga mos keladi. Ammo haqiqatda E nuqtasi doimiy harakatda: u talab va taklif egri chiziqlarning koordinata uchi atrofidagi tekislikda siljishlari bilan birga ro‘y beradi.

Buning iqtisodiy ma’nosi shundaki, har xil teng sharoitlar deb atalgan qoida haqiqatda talab va taklifga ko‘p omillar ta’siri natijasida o‘zgarib turadi, keyingi chizmada (18.2-rasm) talabning o‘sishi iste’molchi kompaniyalar uyg‘unlashgan (jami) talab qobiliyatlarining oshishiga bog‘liqligi ko‘rsatiladi.

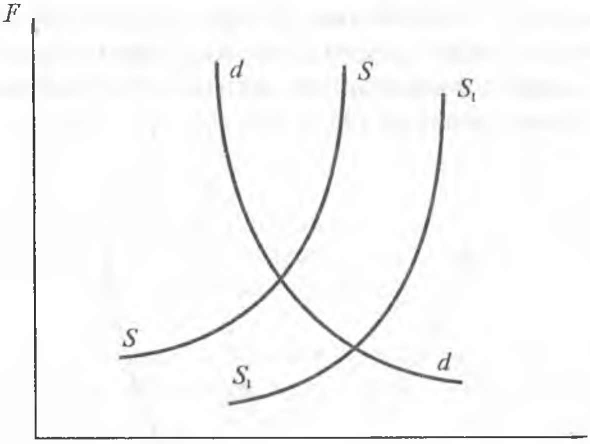
Yangi egri chiziqlar d, d_1 iste’molchining paydo bo‘lishi bilan har bir narx o‘zgarishiga ilgariga qaraganda ko‘proq tovar olish salohiyatini bildiradi. Bunda taklifga tashqi omillar ta’siri bo‘lmaganligi uchun uning egri chizig‘i o‘z holicha qoldi va bozorda muvozanat buzildi.



18.2-rasm.

Yangi muvozanat E nuqtasida o'rnatilishi shart (narx P_1 va q_1 soni). Chunki o'sha yerda o'zgargan talab egri chizig'i va «o'zgarmagan» taklif chiziqlari kesishadi. Bu holda bir vaqtning o'zida «narx — talab aloqasi» (narxning oshishi sotib olishni kamaytiradi) va boshqa aloqa — «talab-narx» (to'lov qobiliyatli talabni ko'payishi tovar narxini oshiradi) ishga tushadi. Oxiridagi aloqaning ta'siri kuchayadi va sotish narx oshishiga qaramay ko'payadi. Shu bilan birga bu yerda teskari (manfiy) aloqa — «narx-talab» ham qatnashadi. U esa tovar sotib olishni q_2 darajasiga yetkazishga (q_1 dan ko'p) to'sqinlik qiladi.

Narxning oshishi sotuvchilar tomonidan bozorga ko'proq tovar chiqarishni rag'batlantiradi. Chizmada (18.1-rasm) ko'rsatilgan taklif egri chizig'i holati shuni ko'rsatadiki, tovarlar sotilishining ko'payishi zaxiralar hisobiga emas, balki ishlab chiqarish xarajatlarining kamayishiga bog'liq. Endi bozordagi muvozanatning buzilishiga sabab bo'lgan taklif bo'lishini ko'ramiz (18.2-rasm). Bu holat yangi xomashyo bazalarini ishga tushirish yoki boshqa omillar ta'sirida mehnat unumdorligining oshishi orqali vujudga kelishi mumkin. Chizmada (18.3-rasm) bu jarayon taklif egri chizig'ining o'ng tomoni pastga, yangi muvozanat nuqtasiga siljishi va unga ancha past narx va sotishning o'sish darajasi to'g'ri kelishini ko'rsatadi.



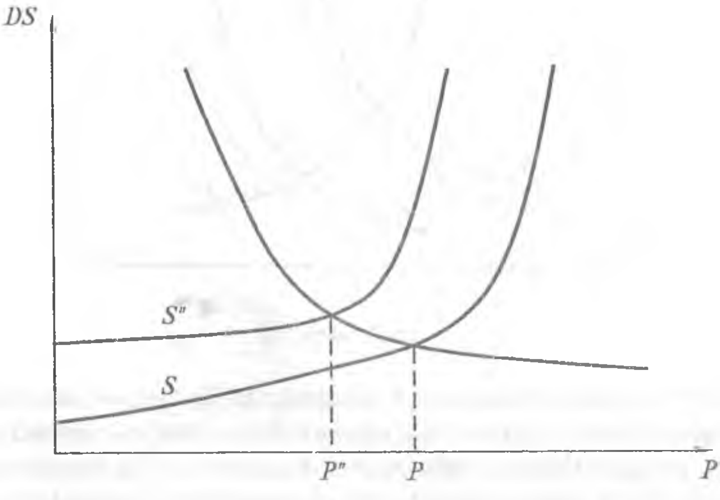
18.3-rasm.

Egri chiziqning *SS* dan S_1S_1 holatiga siljish jarayonida raqobat qilayotgan ishlab chiqaruvchilar bankrotlikka uchraydi. Ammo yuqori mehnat unumdorligiga erishayotgan korxonalar o‘z raqobatchilari tovarlari o‘rnini juda qiyinchilik bilan tugatadilar. Natijada bozorda nisbatan past muvozanatlashgan baho o‘rnatiladi, tovar ishlab chiqarishi pasaygan ijtimoiy jarayonlarni o‘zida aks ettiradi. Umum-xo‘jalik konyunkturasini tashkil qilishda davlat miqyosidagi jami uyg‘unlashgan talab va taklif tushunchalari ishlatiladi.

Jami talab — bu ichki talab va eksport (tashqi talab) ichki talab — davlatning iste’mol tovarlari, xizmatlar, joriy iste’mol uchun olinadigan uskunalari va ishlab chiqarish tovarlari (xomashyo, yarim tayyor mahsulotlar, yonilg‘i va boshqalar) ni o‘z ichiga oladi. Jami talab omillari shaxsiy iste’mol, yalpi investitsiyalar — asosiy kapitalni yangilash va ko‘paytirishga, xorijiy ishlab chiqarish darajasi, xomashyo va yarim tayyor mahsulotlarga talabga bog‘liq. Jami (uyg‘unlashgan) taklif — mamlakatda ishlab chiqarilgan tovarlar, xizmatlar va import (tashqi taklif). Jami taklif omillari: ishlab chiqarish salohiyati, mehnat resurslari va ularning malakasi, fundamental va amaliyot, ilmiy tadqiqotlari (NIOKR), import hajmi va tarkibi.

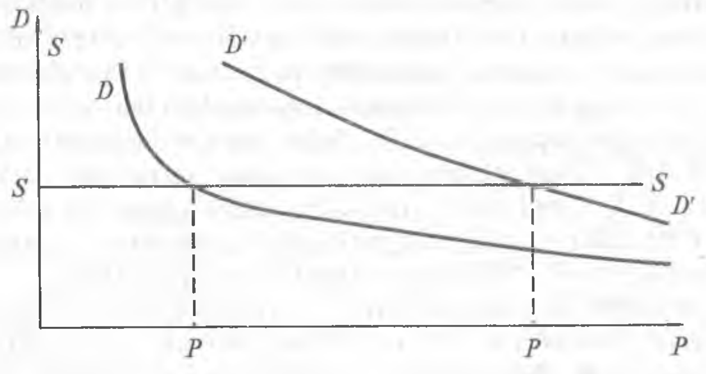
Bozor hajmi bir yilda mamlakat milliy bozorlarida sotilgan (fizik yoki qiymat ifodada) tovarlar yoki iste’mol qilingan tovar va xizmatlar bilan aniqlanadi. Bozor hajmi — milliy ishlab chiqarish hajmi + import hajmi — eksport hajmi formulasi bilan topiladi.

Yangi tejamli texnologiyalarni ishlab chiqish, maxsus davlat dotatsiyalari ajratilishi sababli kam xarajat mahsulot ishlab chiqarish avvalgi hajmlarda saqlab turishni ifodalaydi. Shunday sharoitda taklif egri chizig'i chap tomon yuqoriga siljiydi (S'') (18.4-rasm) hamda muvozanatli narx kamayadi ($P'' < P$).



18.4-rasm.

Tanho huquqli bozor sharoitida taklif amalda narxga bog'liq bo'lmaydi (elastiklik bo'lmaganda) yoki narxning o'sishida talab kamayadi. Bunday holatda narxning o'zgarishi talabning o'zgarishiga bog'liq bo'lib qoladi (18.5-rasm).



18.5-rasm.

Yuqorida keltirilgan tahlil yana umumiyrok holni ko'rishga yordam beradi, ya'ni bir necha faktorlarni muvozanat narxiga ta'sir etishini ko'rsatadi (masalan, iste'molchilarning foydalari o'sishi, qo'shimcha dotatsiyalar ajratish ishlab chiqarish korxonasiga maxsus sharoitlar yaratish). Bunday holdagi qarama-qarshi tandensiyalar (narxning o'sishi yoki kamayishi) o'z-o'zini o'chirib, narxning barqarorligi saqlab qolinadi.

Agar iste'molchilarning daromadi o'sishi o'rinli bo'lib, korxonaning shart-sharoiti yaxshilanmasa, bu holatda narxni nazorat qilib bo'lmaydi, bu holatni talabning inflatsiyasi deyiladi (demendpull inflation).

Agar iste'molchilarning daromadlari amalga oshmasdan, ishlab chiqaruvchilarning xarajatlari oshib borsa, inflatsiyaning boshqa holati: xarajatlar inflatsiyasi (cost — pushinflation) yuz beradi.

Real sharoitlarda inflatsiyaning sabablari va inflatsion holatlar tasniflari juda murakkab bo'ladi.

Muvozanatning o'zgarish holati sonli tadqiqotini tashqi sharoitlar variatsiyasi asosida o'tkazish va ularga mos parametrlarni topish solishtirish statistikasi deyiladi.

Bunday tahlillarni qanday amalga oshirishni misollarda ko'ramiz.

Faraz qilaylik, biron tovarning taklif funksiyasi

$$S(P) = -4P - 3$$

formula bilan ifodalansin.

Talab funksiyasi

$$D(P) = \frac{10}{P}$$

quyidagiga teng bo'lsin:

$$4P - 3 = \frac{10}{P}.$$

Tenglamaning yechimi esa muvozanat narx (P) ga teng. Ma'lumki, muvozanat narxi $P=2$ ga va mahsulotni sotiladigan hajmi $Q=10$ ga teng.

Avval, faraz qilaylik, iste'molchilar daromadi 10% oshsa, talab funksiya quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$D_1(P) = \frac{11}{P}.$$

Yangi muvozanat narxi quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$4P - 3 = \frac{11}{P},$$

bundan yangi muvozanat narxi ushbuga teng bo'ladi:

$$P_1 = 2{,}075.$$

Shunday qilib, agar iste'molchi daromadi 10% ga oshsa, muvozanat narxi 4% ga oshdi. Bu holda muvozanat narxi elastikligi daromad bo'yicha taxminan

$$E_{pi} \approx 0{,}4$$

ga teng bo'ladi, ya'ni o'rtacha daromad 1% ga o'sganda narx 0,4% ga o'sadi.

Bu misolda shunday holni ko'ramizki, agar talab funksiyasi o'zgarmasdan qolib, shu mahsulotlarni ishlab chiqarishga sarflanadigan xomashyoga, materiallarga narx kamaysa, bu holda taklif funksiya quyidagicha yoziladi:

$$S(P) = 5P - 3.$$

Muvozanat narx quyidagi tenglamadan aniqlanadi:

$$5P - 3 = 10/P,$$

bu tenglamadan $P_2 = 1{,}475$.

Shunday qilib, taklifning elastikligi narx bo'yicha 20% ga yetganda muvozanat narxi 12,7% ga kamayadi. Bundan xulosa qilish mumkinki, xomashyo va materiallarning o'rtacha narxi 1% ga arzon bo'lganda, mahsulot muvozanat narxi 0,6% ga kamayadi. Statik solishtirish usulidan yana ham murakkabroq holatlarda, ya'ni bozorning ko'p mahsulotlariga muvozanati haqida so'z yuritilganda foydalaniladi. Shu usul davlat tomonidan iqtisodiyotni boshqarishda o'tkaziladigan tadbirlarning samaradorligi va ta'sirchanligini baholashga yordam beradi.

Tayanch iboralar

Bozor konyunkturasi, talab va taklif muvozanati, baholar darajasi, bozor hajmi, mamlakat holati, dinamika, mikro va makroiqtisodiy ko'rsatkichlar, yalpi milliy mahsulot, bozor muvozanati, narx, pul, yangi texnologiyalar, dotatsiya, inflatsiya.

XULOSA

Bozor konyunkturasi mamlakat iqtisodiy holatiga to'g'ridan to'g'ri bog'liq. Tovarlar va xizmatlar sotilishidagi imkoniyatlarni ifodalovchi iqtisodiy shart-sharoitlar majmuyi — bozor konyunkturasini bildiradi.

Konyunktura axborotnomasi — konyunkturaning tahlil shakli hisoblanadi. Konyunkturani tahlil etish makroiqtisodiy va mikroiqtisodiy ko'rsatkichlarga asoslanadi. Bunda yangi tushuncha — bozor muvozanati tushunchasida ahamiyat berish kerak. Bozor muvozanati — talab va taklif bir-biriga, narx esa tovar qiymatiga yoki ishlab chiqarish bahosiga teng holatini bildiradi. Taklif va talab modelini grafik usulda ko'rsatish mumkinligi yangi vizual xulosalarga keltiradi, bu qiymatlarni matematik formulalar bilan ham hisoblash mumkin.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Bozor konyunkturasi deganda nimani tushunasiz?
2. Konyunktura axborotnomasi qanday hujjat?
3. Yalpi milliy mahsulot nimalarni o'z ichiga oladi?
4. Bozor muvozanati nimaga bog'liq?
5. Taklif deganda nimani tushunasiz?
6. Talab deganda nimani tushunasiz?
7. Yangi texnologiyalar, dotatsiyalar taklif chizig'ini siljitadimi?
8. Yangi texnologiyalar, dotatsiyalar narxni ko'paytiradimi?
9. Bozorning tanho huquqliligida taklif narxga bog'liqmi?
10. Muvozanat narxi tenglamaning yechimiga tengmi?

19-§. ISHLAB CHIQARISH VA ISHLAB CHIQARISH FUNKSIYALARI

19.1. ISHLAB CHIQARISH FUNKSIYALARI

Ishlab chiqarish va ishlab chiqarish funksiyalari tushunchalari tabiiy, moddiy-texnikaviy va intellektual (aqliy) resurslardan foydalanib moddiy va nomoddiy boyliklarni tayyorlashni bildiradi.

Ishlab chiqarish vositalarining rivojlanishi, insonning aql-zakovati o'sib borishi ishlab chiqarish munosabatlarining taraqqiy etishiga sabab bo'ldi. Insoniyat tosh qurollardan kosmik kemalar asrigacha bo'lgan davrni bosib o'tdi.

Hozirgi zamonda bilim, texnologiyalar, insonning intellektual resurslari hal qiluvchi ahamiyatga ega bo'lib qoldi. Bizning davrimiz — informatsion texnologiyalar davri, ilmiy-texnikaviy elementlar hukmronlik qiladigan davr hisoblanadi. Yangi texnologiyalarni ishlab chiqarishga qo'llash hal qiluvchi ahamiyatga ega. Jamiyatni yalpi informatsiyalash rivojlangan davlatlarga asosiy masala qilib qo'yilgan. Jahon kompyuter to'r tizimi — Internet jadal rivojlanib bormoqda.

Hozir ishlab chiqarish resurslarini mahsulotga aylantirish jarayoni nazariyaga asoslanadi. Mehnat (L) va kapital (K) ishlab chiqarishning asosiy resurslari hisoblanadi. Ishlab chiqarish usuli yoki mavjud ishlab chiqarish texnologiyasi asosida mehnat va kapitalni mahsulotga aylantirish mumkin. Mavjud texnologiyalar matematik tarzda ishlab chiqarish funksiyasi orqali ifodalanadi. Agar ishlab chiqariladigan mahsulotni y harfi orqali ifodalasak, bu holda ishlab chiqarish funksiyasi quyidagicha yoziladi:

$$y = f(K,\ L).$$

Ishlab chiqarish hajmini bu model orqali ifodalasak, y kapital va mehnat soni funksiyasi ekanligini ko'rsatadi. Ishlab chiqarish funksiyasi hozirgi vaqtda mavjud bo'lgan texnologiyalarni ifodalaydi. Agar eng yangi texnologiya yaratilsa, bir xil kapital sarflangan holda mahsulot ishlab chiqarish hajmi oshadi. Shunday qilib, texnologiya o'zgarsa, ishlab chiqarish funksiyasi ham o'zgaradi.

Metodologik tomondan ishlab chiqarish nazariyasi iste'mol nazariyasiga simmetrik. Lekin agar iste'mol nazariyasida asosiy kategoriyalar faqat subyektiv o'lchansa, yoki umuman o'lchamga ega bo'lmasa, ishlab chiqarishning asosiy kategoriyasi nazariyasi obyektiv asosga ega bo'lib, ular aniq tabiiy yoki qiymat birligida o'lchanadi.

«Ishlab chiqarish» tushunchasi juda keng ma'noga ega bo'lib, lekin hayotda «Ishlab chiqarish» ma'nosi korxona, qurilish va qishloq xo'jalik fermasi, transport korxonasi, milliy iqtisodiyotni ifodalaydi, iqtisodiy-matematik modellashtirish esa bu hamma obyektlarning umumiyligini ifodalaydi.

Shu umumiylik, boshlang'ich resurslarni o'zgartirish jarayoni bo'lib, (ishlab chiqarish faktorlarni) ularni oxirgi natija — mahsulotga aylantiradi. Iqtisodiy obyekt tasvirining asosiy va boshlang'ich tushunchasiga ko'ra «texnologik usul» ko'pincha vektor ko'rinishida xarajat — ishlab chiqarish xarajatlari, xususiy xarajatlar, resurslar (vektor x) va o'zgarish natijalari tayyorlangan mahsulotlarga yoki boshqa ko'rsatkichlar (daromad, rentabellik va boshqalar) (vektor y)ni ifodalaydi:

$$V = (x;\ y).$$

x va y vektorlarning o'lchamlari (va ularni o'lchash usullari, tabiiy yoki birlik qiymati) o'rganilayotgan muammoga bog'liq yoki boshqa iqtisodiy rejalashtirish va boshqarish masalasi bo'la oladi. Vektorlar majmuasi — texnologik usulning ishlab chiqarish protsessining biron obyektiga real qo'llanishi bu obyektning texnologik «V» majmuasi hisoblanadi.

Aniqlik uchun x va y vektorlarning o'lchamlarini M va N ga teng deb qabul qilamiz. Shunday qilib, texnologik usul $(M+N)$ o'lchovli vektor va texnologik to'plam $V< R$ bo'ladi.

Obyektda amalga oshiriladigan texnologik usullar orasida ma'lum o'ringa ega bo'lgan va kamroq xarajat qilib, aniq hajmda (yoki eng ko'p) mahsulot ishlab chiqaradigan usul aniqlanadi.

Agar $\vartheta^{(1)}>\vartheta^{(2)}$ bo'lsa va quyidagi shartlar bajarilsa:

1. $y_i^{(1)} \geq y_i^{(2)}$; $(i=\overline{1, M})$

2. $x_j^{(1)} \leq x_j^{(2)}$; $(j=\overline{1, N})$

$\vartheta^{(1)}=(x_{(1)}, y^{(1)}$ vektor $\vartheta^{(2)}=(x^{(2)}, y^{(2)})$ vektordan afzalroq hisoblanadi.

Agar V to'plamga kirsa va boshqa vektor yo'q $\bar{v} \in V$ yoki u $\bar{V}$ dan afzalroq bo'lsa, texnologik usul V effektiv hisoblanadi.

Effektiv texnologik to'plam tushunchasi yordamida ishlab chiqarish funksiyasi (IF)ni quyidagicha aniqlash mumkin:

$$y=f(x), \text{ bunda } V=(x; y) \in V^*,$$

V^* — effektiv to'plam.

To'plam $f(x)$ bittadan ko'p nuqtani qamraydi. Ishlab chiqarish funksiyasi rejali hisoblashlarda foydali apparat hisoblanib, hozirgi zamonda ishlab chiqarish funksiyalarini tuzishiga statistik usullar qo'llaniladi. Bunday funksiyalarda bir necha parametrlar qatnashadi va ularni matematik statistika usullari yordamida aniqlash yaxshi natijalar beradi.

Ishlab chiqarish funksiyalari orasida amaliyotda ko'proq quyidagi chiziqli ishlab chiqarish funksiyalaridan foydalaniladi:

$$y=a_0+\sum_{j=1}^{n} a_j x_j .$$

Ularning koeffitsiyentlarini statistik usullar yordamida baholash mumkin.

Yana amaliyotda ko'rsatkichli funksiyalardan foydalanish mumkin (agar ularni logarifmlab chiziqli ko'rinishga keltirilsa):

$$y=a_0+\sum_{j=1}^{n} a_j x_j .$$

Ishlab chiqarish funksiyalarini x to'plamning har bir nuqtasida differensiallanuvchiligini, sarflanadigan resurslar kombinatsiyasini nazarga olgan holda ishlab chiqarish funksiyalariga bog'liq bo'lgan foydali miqdorlarni ifodalaymiz.

Xususiy holda,

$$dy = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_j} dx_j ,$$

bu differensial ishlab chiqariladigan mahsulot tannarxi o'zgarishini ifodalaydi.

Bu holda xususiy hosila qiymati

$$q_j = \frac{\partial f}{\partial x_j}$$

resurslarni sarflashning chegaraviy qiymatini, ya'ni resursning j nomeri «kichik» birlikka ko'payganda mahsulot ishlab chiqarish qanchaga o'zgarishini ifodalaydi. Kutiladigan mahsulotning o'sishi

$$\Delta_j f = q_j$$

orqali ifodalanadi va narxning yuqori chegarasi P_j dan katta qiymatga ega

$$P_j \leq q_j,$$

bu holda qo'shimcha foyda olish mumkin.

O'zgaruvchi resursning bir birlikka o'sishida umumiy mahsulotning o'sishi, o'zgaruvchan resursning chegaraviy mahsuloti deyiladi. Mehnatning chegaraviy mahsuloti quyidagicha yoziladi:

$$MPL = F(K,\ L + 1) - F(K,\ L);$$

bunda: MPL — mehnatning chegaraviy mahsuloti.

Kapitalning chegaraviy mahsuloti quyidagicha ifodalanadi:

$$MPK = F(K + 1,\ L) - F(K,\ L);$$

bunda: MPK — kapitalning chegaraviy mahsuloti.

Ishlab chiqarish obyektining xarakteristikasi — bu resursning o'rtacha qayta berish kattaligini ifodalaydi (ishlab chiqarish faktorining unumdorligi):

$$m_j = \frac{y}{x_j}.$$

Bu ifoda yaqqol iqtisodiy ma'noga ega bo'lib, ishlab chiqariladigan mahsulotning xarajat qilinadigan resursning birligi hisobida bo'lganini ifodalaydi.

Mehnat unumdorligi miqdoriga teskari qiymat resursning sig‘imi deyiladi.

$$d_j = \frac{1}{m_j}.$$

Ko‘p foydalaniladigan va tushunarli bo‘lgan terminlarga fond sig‘imi, material sig‘imi, energiya sig‘imi, mehnat sig‘imi va hokazolarni o‘sishi iqtisodiyotning yomon holatini, ularning kamayishi esa yaxshi natijani ifodalaydi. Yana amaliyotda ko‘rsatkichli funksiyalardan foydalanishi mumkin (ularni logarifmlab, chiziqli ko‘rinishga keltirilsa):

$$y = a_0 \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_i}.$$

Ishlab chiqarish funksiyalarni X to‘plamning har bir nuqtasida differensiallashuvligini, harakatlanadigan resurslar kombinatsiyasini nazarga olgan holda ishlab chiqarish funksiyalarga bog‘liq bo‘lgan foydali miqdorlarni ifodalaymiz.

Xususiy holda

$$d_y = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_j,$$

bu differensial ishlab chiqariladigan mahsulotning tannarxi o‘zgarishini ifodalaydi ($x = (x_1, x_2, \ldots x_n)$ resurslar xarajatlaridan $x \leq dx = (x_1 + dx_1, x_n + dx_n)$ to‘plamga o‘tganda, effektiv texnologik usulning xossallari saqlangan shartda).

Bu holda, xususiy hosila qiymati

$$q_j = \frac{\partial t}{\partial x_j}$$

resurslarni berishning chegaraviy qiymatini, ya’ni resursning j nomeri «kichik» birlikga ko‘payganda mahsulot ishlab chiqarishi qanchaga o‘zgarishini ifodalaydi, kutiladigan mahsulotning o‘sishi

$$\Delta_j f = q_j$$

orqali ifodalanadi va narxning yuqori chegarasi p_j dan katta qiymatga ega

$$p_j \geq q_j.$$

Differensial unumdorlikning o‘rtacha unumdorlikka nisbati mahsulotni j ishlab chiqarish faktori bo‘yicha elastik koeffitsiyenti deyiladi. Bu ifoda mahsulotning o‘sishiga nisbatan (protsentga) faktor xarajatini 1 % ga nisbiy o‘sishiga hisoblanadi:

$$E_j = \frac{q}{m_j} = \frac{x_j}{y}\frac{\partial f}{\partial x_j} = \frac{\partial \ln y}{\partial P_n x_j}.$$

Agar $E_j \leq 0$ bo‘lsa, j iste’mol faktorini o‘sishida mahsulot ishlab chiqarishi mutlaq ravishda kamayadi, bunday holat texnologik noqulay bo‘lgan xomashyolarni ishlatishni noto‘g‘ri texnologiyadan foydalanishni ifodalaydi. Agar $a < E_j \leq 1$ oraliqda o‘zgarsa, keyingi qo‘shimcha sarflanadigan birlik resurs avvalgisiga qaraganda oz qo‘shimcha o‘sishga olib keladi.

Agar $E_j \geq 1$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, o‘suvchi unumdorlik kattaligi o‘rtacha unumdorlikdan ustun bo‘ladi.

Shunday qilib, resursning qo‘shimcha birligi ishlab chiqariladigan mahsulotning hajmini nafaqat o‘stiradi, balki yana resursni berishning o‘rtacha xarakteristikasini ko‘paytiradi.

Masalan, agar ilg‘or texnologiyalar qo‘llansa, samarali mashinalar va dastgohlar ishga solinsa, fond qaytishining o‘sishi jarayoni yuz beradi.

19.2. IZOKVANTA VA UNING XOSSALARI

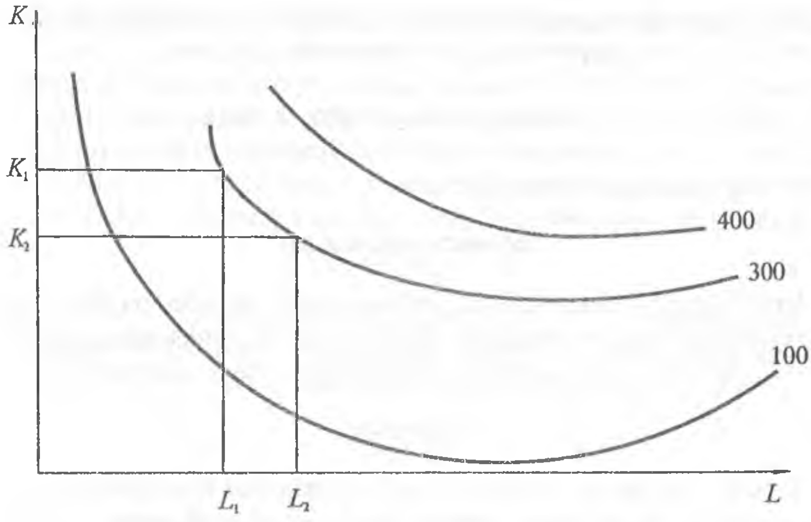
Iste’molchi talabini modellashtirishda bir xil darajali iste’molchilar boyligi kombinatsiyasi grafik ko‘rinishda befarqlik egri chizig‘i orqali ifodalanadi. Korxonaning iqtisodiy-matematik modellarida har bir texnologiya grafik ko‘rinishda nuqtalar orqali ifodalanadi va koordinatalari eng kichik K, L resurslarning shu hajmli mahsulot ishlab chiqarish uchun qancha sarflanganini ifodalaydi.

Shu nuqtalarning to‘plami bir xil ishlab chiqarish chizig‘i yoki izokvantani ifodalaydi.

Shunday qilib, ishlab chiqarish funksiyasi grafik ko‘rinishda izokvanta oilasi orqali ifodalanadi.

Koordinata sistemasi boshidan izokvanta qancha uzoqlikda joylashgan bo‘lsa, shuncha katta hajmda mahsulot ishlab chiqarishni ifodalaydi.

Befarqlik egri chizig‘idan har bir izokvantaning farqi shundaki, u aniq bir songa teng bo‘lgan ishlab chiqarish hajmini ifodalaydi. 19.1-rasmda uchta izokvanta ifodalangan bo‘lib, ular mos ravishda 100, 300 va 400 mahsulot ishlab chiqarish hajmi birligini ifodalaydi.



19.1-rasm. **Har xil ishlab chiqarish hajmlariga ega bo'lgan izokvantalar.**

Chizmadan ko'rinadiki, 300 mahsulot birligini ishlab chiqarish uchun K_1 kapital birligi va L_1 mehnat birligi, yoki K_2 kapital birligi, L_2 mehnat birligi, yo bo'lmasa boshqa biron to'plamdagi kombinatsiyasi $x_2=300$ ga teng izokvanta orqali ifodalangan.

Umumiy holda ishlab chiqarish funksiyasining izokvantasi quyidagicha ifodalanadi:

$$f(x) = C.$$

Shunday qilib, izokvantaga mos bo'lgan resurslar to'plamiga teng ishlab chiqariladigan mahsulot to'g'ri keladi.

Mahsulot ishlab chiqarish jarayonida izokvanta faktorlar o'zaro almashishi mumkinligini ko'rsatib, o'zgarmas ishlab chiqarish hajmini ifodalaydi. Shunga ko'ra, resurslarning o'zaro almashuv koeffitsiyentidan foydalanib, nisbiy differensialni izokvanta bo'yicha aniqlash mumkin bo'ladi:

$$dy = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_j = 0 .$$

Shu tenglamadan, j va k juft faktorlarning ekvivalent almashinuv koeffitsiyenti teng bo'ladi:

$$\gamma_{jk} = -\frac{\partial x_k}{\partial x_j} = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial x_j}}{\dfrac{\partial f}{\partial x_k}} = \frac{q_j}{q_k}.$$

Hosil qilingan munosiblik shuni ifodalaydiki, agar ishlab chiqarish resurslari nisbiy ravishda ishlab chiqarishni o'sish nisbatiga teng bo'lsa, bu holda ishlab chiqariladigan mahsulot miqdori o'zgarmasdan qoladi. Aytish kerakki, ishlab chiqarish funksiyasini bilish resurslarni o'zaro almashish masshtabini ifodalab, effektiv texnologik usullarni tanlashga yordam beradi.

TAYANCH IBORALAR

Intellektual resurs, bilim, informatsion texnologiyalar, yangi texnologiyalar, ishlab chiqarish, ishlab chiqarish funksiyalari, mehnat, kapital, daromad, rentabellik, funksiyalar turlari, izokvanta.

XULOSA

Moddiy-texnikaviy va intellektual resurslardan foydalanib, moddiy va nomoddiy boyliklarni tayyorlashda ishlab chiqarish va ishlab chiqarish funksiyalari tushunchalari qabul qilinadi. Hozirgi zamonda mahsulotlar yangi texnologiyalar va yangi informatsion texnologiyalardan foydalanib ishlab chiqariladi, ishlab chiqarish funksiyalarining matematik modellari tuziladi. Resurslar (K, L)ning bir xil hajmdagi mahsulotlarni grafik ko'rinishi izokvantalar orqali ifodalanadi. Izokvantaga mos bo'lgan resurslar to'plamiga teng ishlab chiqariladigan mahsulot to'g'ri keladi. Talabalar bozor sharoitidagi yangi tushunchalar bilan tanishtiriladi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Ishlab chiqarish funksiyasini yoza olasizmi?
2. Metodologik tomondan ishlab chiqarish nazariyasi iste'mol nazariyasiga simmetrikmi?
3. Ishlab chiqarish funksiyalari deganda nimani tushunasiz?
4. Ishlab chiqarish funksiyalari qaysi usulda hisoblanadi?
5. Qanday ko'rinishdagi ishlab chiqarish funksiyalarini yoza olasiz?
6. Chiziqsiz ishlab chiqarish funksiyalarining son qiymatini qanday hisoblash mumkin?
7. Mehnatning chegaraviy mahsulotini yozing (MPL).
8. Kapitalning chegaraviy mahsulotini yozing (MPK).
9. Energiya sig'imi, mehnat sig'imi oshganda iqtisodiyotning holati qanday baholanadi?
10. Elastik koeffitsiyentning formulasini yozing.
11. Agar elastik koeffitsiyent $E_u \geq 1$ bo'lsa, o'suvchi unumdorlik kattaligi o'rtacha unumdorlikdan ustun bo'ladimi?
12. Ishlab chiqarish funksiyasi grafik ko'rinishda nimani ifodalaydi?
13. Koordinata boshidan izokvanta uzoqda joylashsa, bu nimani ifodalaydi?

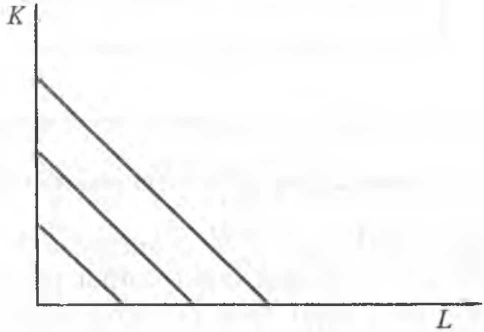
20-§. IZOKVANTA TURLARI, MUVOZANATGA ERISHISH JARAYONINI MODELLASHTIRISH

20.1. IZOKVANTA TURLARI

Befarqlik egri chiziqlariga o'xshab, izokvantalar ham bir necha turga bo'linadi. Ularning umumiy chiziqli ishlab chiqarish funksiyasi:

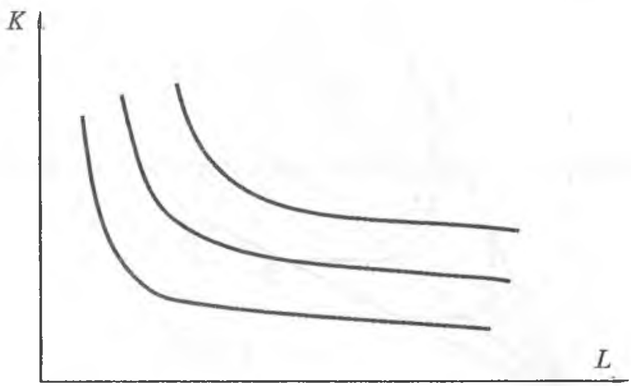
$$Y = A + b_1 K + b_2 L.$$

Bunda: Y — ishlab chiqarish hajmi; A, b_1, b_2 — parametrlar; K, L — kapital va mehnat xarajatlari. Bir resursni ikkinchisi bilan to'liq almashishda izokvanta chiziqli shaklni ifodalaydi (20.1-rasm).



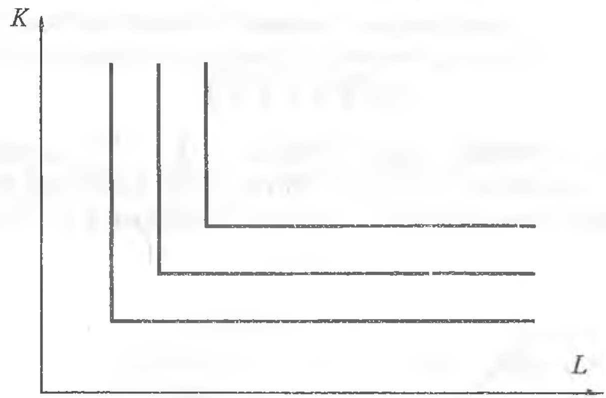
20.1-rasm. **Chiziqli izokvantalar turi.**

Darajali ishlab chiqarish funksiyaning $Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$ ko'rinishi grafikda egri chiziqlar orqali ifodalanadi (20.2-rasm):



20.2-rasm. **Darajali ishlab chiqarish funksiya izokvantalari.**

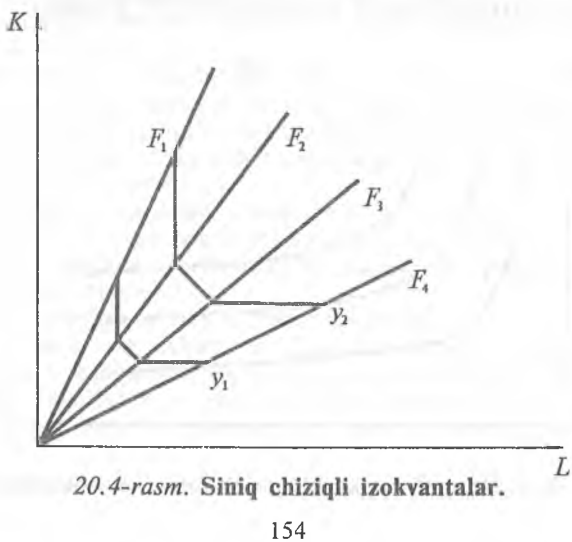
Agar mahsulot ishlab chiqarishda faqat bitta texnologik usul qo'llanilsa, bu holda izokvanta mehnat va kapitalning mumkin bo'lgan bitta kombinatsiyasi orqali ifodalanadi. Bir-birini to'ldiruvchi resurslar izokvantasi 20.3-rasmda ko'rsatilgan.



20.3-rasm. **Mustahkam o'zaro to'ldiruvchi resurslar izokvantasi.**

Amerikalik iqtisodchi olim V. V. Leontyev siniq chiziqli izokvantalarni yaratdi, u o'zi tuzgan input-output (xarajat-mahsulot) usuliga asos bo'lib, olim nomi bilan Leontyev izokvantasi deyiladi.

Shunday shaklga ega bo'lgan izokvantalardan chiziqli dasturlashda resurslarning optimal taqsimot nazariyasini asoslashda foydalaniladi. Kesmali (siniq chiziqli) izokvantalar ishlab chiqarish obyektlarining texnologik imkoniyatini aniqroq ifodalaydi (20.4-rasm).



20.4-rasm. **Siniq chiziqli izokvantalar.**

Lekin iqtisodiyot nazariyasida asosan egri chiziqli izokvantalardan foydalaniladi.

20.2. RESURSLARNING OPTIMAL KOMBINATSIYALARI

Ishlab chiqarish faktorlariga ajratilgan mablag'lardan optimal foydalanish masalasini yechishda ishlab chiqarish usullaridan foydalaniladi.

Faraz qilaylik, (x_1, x_2, ... x_n) faktorlar (P_1, P_2, ... P_n) narxlarda sotib olinadi, mablag'ning umumiy miqdori «b» (ming so'm). Bu holda faktorlarning mumkin bo'lgan to'plami quyidagi ko'rinishda beriladi:

$$\sum_{j=1}^{n} P_j x_j \le b\,.$$

Mablag'lardan to'liq foydalanishga mos to'plamning chegaraviy chizig'i *izokosta* deyiladi. Izokostaga bir xil «b» qiymatga ega bo'lgan to'plamlar mos keladi. Ajratilgan mablag'dan optimal ravishda foydalanish quyidagicha ifodalanadi: shunday faktorlar to'plamini aniqlash kerakki, eng ko'p mahsulot cheklangan «b» moliya mablag'iga ishlab chiqarilsin. Shunday qilib, agar iqtisodiy-matematik model quyidagicha ifodalansa, masalaning yechimini aniqlash kerak:

$$y = f(x_1,\ x_2,\ \dots\ x_n) \to \max.$$

Maqsad funksiya quyidagicha cheklanishlarda aniqlansin:

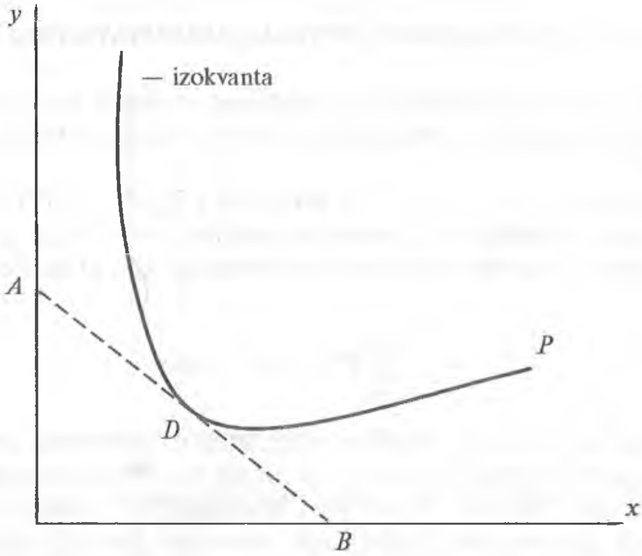
$$\sum_{j=1}^{n} P_j X_j = b$$
$$X_j \ge 0\,.$$

Izlanayotgan yechimni aniqlashda quyidagi sistemadan foydalaniladi:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial a}{\partial x_j} = \lambda P_j \\ \sum\limits_{j=1}^{n} P_j X_j = b \end{cases} \qquad j = \overline{1, n}$$

bunda: λ — Lagranj koeffitsiyenti.

Xususiy holda, agar faktorlar soni $n=2$ bo'lsa, masala aniq geometrik ko'rinishda ifodalanadi (20.5-rasm).



20.5-rasm. **Resurslarning optimal kombinatsiyasi.**

Bunda: AB — kesma izokosta, P — egri chiziq — izokvanta D nuqtada izokostaga urinadi hamda (x_1, x_2) optimal faktorlar to'plamiga mos keladi.

Masala. Yuqorida ifodalangan masalaning to'liq yechimini $n=2$ teng bo'lganda keltirish foydali.

Berilgan $x_1 = K$ — kapital (asosiy fondlar),

$x_2 = L$ — mehnat (ishchi kuchi).

Ishlab chiqarish funksiyasi

$$y = f(K, L) \to \max.$$

Resurslarning cheklanganlik sharti

$$r \cdot K + w \cdot L = Q.$$

Bunda:

r — mashina va dastgohlardan foydalanish narxi (ya'ni kapitalning xizmati), bu esa bank protsenti normasiga teng;

w — mehnat to'lovi, maosh (oylik miqdori).

Bu masala ekstremal masala bo'lgani uchun maqsad funksiyadan L va K o'zgaruvchilar bo'yicha olinadigan xususiy hosilalar r va w ga teng bo'lish shartlari bajarilishi kerak.

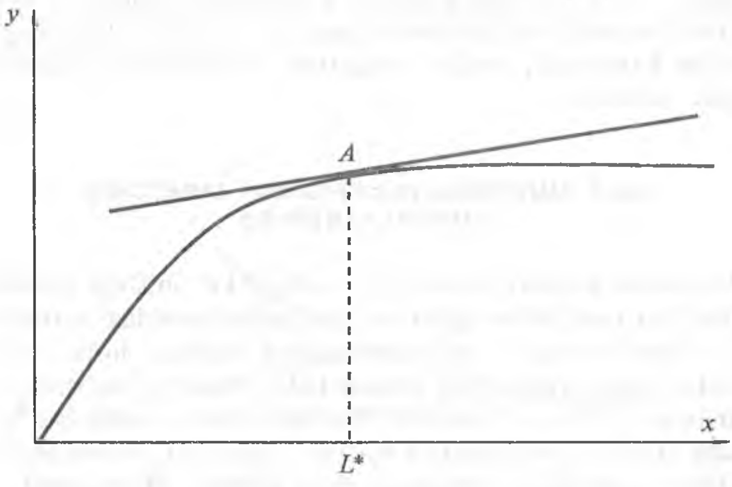
Optimal sharti asosida:

$$\text{a)}\quad \frac{\partial y}{\partial K} = r .$$

Bu shartga ko'ra, kapitalning foydalaniladigan hajmi shu darajada qabul qilinishi kerakki, marginal (chegaraviy burilish nuqtasi) fond qaytish qiymati $\left(\frac{\partial y}{\partial K}\right)$ norma protsentiga teng bo'lsin; y kapitalning keyingi o'sishi samaradorlik pasayishiga olib kelishini ifodalaydi:

$$\text{b)}\quad \frac{\partial y}{\partial L} = w .$$

Bu shartga ko'ra, ishchilarning soni shu darajada bo'lishi kerakki, shu vaqtda marginal (chegaraviy) mehnat unumdorligi $\left(\frac{\partial y}{\partial L}\right)$ to'lanadigan oylikka teng bo'lsin. Keyingi ishchilar sonini ko'paytirish zararga olib keladi (L nuqta, 20.6-rasm).



20.6-rasm. **Ish bilan band bo'lganlarning optimal soni.**

A nuqtadan o'tadigan to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti w ga teng.

Zamonaviy makrodaraja tahlilida Kobba-Duglas tenglamasining ahamiyati katta, chunki uning asosida ishlab chiqarish jarayoniga o'z ta'sirini ko'rsatadigan faktorlarni tahlil etish mumkin.

Masala: Kobba-Duglas tenglamasining ishlab chiqarish funksiyasi uchun maksimum y aniqlansin:

$$\max\ y = aK^{\alpha} \cdot L^{\beta}.$$

(agar $rK + wL = b$ shart bajarilsa).

Yechim uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\hat{K} = \frac{ab}{(\alpha+\beta)r}; \qquad L = \frac{b}{(\alpha+\beta)W}$$

$$\hat{Y} = a \cdot K_{\alpha} L_{\beta}; \quad \lambda = \frac{\alpha+\beta}{b} y .$$

Ko'paytuvchi koeffitsiyent α moliya mablag'ning chegaraviy unumdorligi. U shuni ko'rsatadiki, agar ΔY ga maksimal mahsulot ishlab chiqarish $\hat{Y}$ o'zgarsa, b mablag' hajmi «kichik» birlikka o'sadi.

Kapital (α) va mehnat (β) ning elementlarining yig'indisi, ya'ni chegaraviy mahsulot (otdacha) ishlab chiqarish birligi o'zgarishida elastiklar yig'indisini ifodalaydi (resurslarning xarajatlari (K va L) bir xil son birligida o'sganda).

Agar $\alpha + \beta > 1$ bo'lsa, chegaraviy mahsulot o'sadi, $\alpha + \beta = 1$ da chegaraviy mahsulot o'zgarmaydi, agar $\alpha + \beta < 1$ bo'lsa, chegaraviy mahsulot kamayadi, ishlab chiqarish funksiyasining qavariqligi yuqorida bo'ladi.

20.3. MUVOZANATGA ERISHISH JARAYONINI MODELLASHTIRISH

Muvozanat adolatli almashish narxi P ko'rinishda ifodalanishi mumkin, bu narx sotuvchilar va xaridorlar orasidagi bitimlar natijasida hosil qilinadi. Muvozanatning bunday holati afzalligi shundaki, unda talab to'liq qondiriladi, ortiqcha mahsulot ishlab chiqarilmaydi hamda korxona xomashyolari tejamli sarflanadi. Shunday qilib, ishlab chiqarish nuqtayi nazaridan, muvozanat holati xomashyo resurslarini tejashga mos keladi. Muvozanat holati bozorning ikki guruh qatnashchilari: ishlab chiqaruvchilar va iste'molchilar uchun amalga oshiriladi. Shuning uchun asosiy jarayon narx orqali tartibga solinadi.

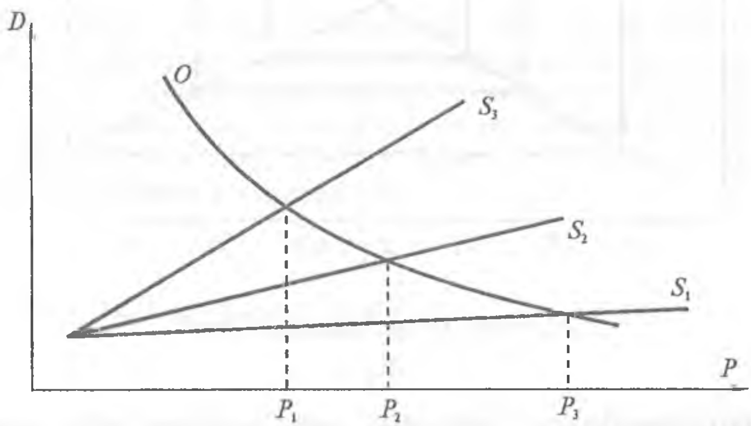
Qoidaga binoan raqobatli iqtisodiyotda kelishishsiz muvozanatga erishish bu tartibsiz jarayon bo'lib, har bir narxga asoslanib muvozanatdan oshuvchi sotiladigan mahsulot miqdori, iste'molchilarning talablaridan oshadi, bu hol narxning pasayishiga ta'sir qiladi, ba'zi sotuvchilar o'z tovarlaridan qutilish uchun amaldagi narxga (qiymat narxga) qarshi harakat qiladilar; muvozanat darajasidan pastroq narxga ham bu ta'sir etib, narxni yuqoriga ko'taradi.

Sotiladigan mahsulotga barqaror narxga asoslangan, rasmiylashtirilgan talab, ya'ni vaqtga bog'liq bo'lmagan talab funksiyasi $D(P)$ berilgan holda bozor muvozanatining uch ko'rinishi mavjud.

A) Lahzali muvozanat: taklif belgilangan ($S_1(P)$ =CONST), ya'ni tovarlarni ishlab chiqaruvchilar ishlab chiqarishni kengaytirishga tayyor emas yoki kengaytira olmaydilar; bunday holda muvozanatlikka erishiladi: P ma'lum, P_1 yuqori narxda, bu esa ishlab chiqaruvchilarning keyingi harakatlarini rag'batlantiradi.

B) Fursatli muvozanat: mavjud resurslar harakatga solinsa (ozod ishlab chiqarish quvvati) va taklif bir qancha oshirilsa $S_2(P) > 0$, muvozanat narx P_2 bunday holatda P_1 dan pastda, lekin umuman yuqorida joylashgan bo'ladi.

D) Uzoq muddatli normal muvozanat holati: hamma ishlab chiqaruvchilar ishlab chiqarishda qatnashsa hamda korxonaning xo'jalik faoliyati qayta ko'rilsa, taklif funksiyasi $S_3(P)$ bu holda ham o'suvchi va muvozanat narx P_3, korxonaning normal xarajatlariga mos bo'ladi (20.7-rasm).



20.7-rasm. **Uzoq muddatli normal muvozanat holati.**

Taxmin qilinadiki, savdo kunining t boshlanishida P_t tovarning boshlang'ich narxi aniqlangan bo'lib, taklif hajmini to'liq ifodalaydi:

$$S_t = S(P_t).$$

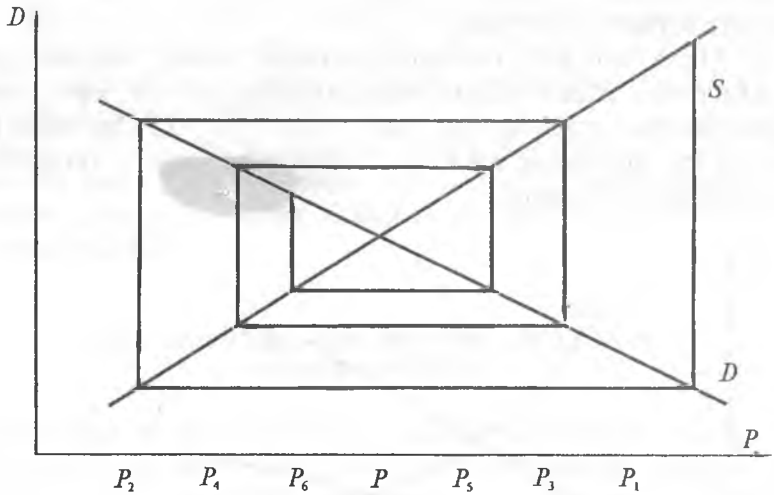
Keyin hisoblanadiki, kun oralig'ida hamma taklif qilinadigan tovar P_{t+1} narxda sotiladi, bu esa vaqtincha muvozanat shartidan aniqlanadi:

$$D(P_{t+1}) = S_t,$$

ya'ni, bu narx keyingi kunning sotiladigan boshlang'ich narxi hisoblanadi va hokazo.

Ifodalangan jarayonning geometrik tasviri muvozanatga yaqinlashadi (20.8-rasm) bu esa o'rgimchak uyasini eslatadi, shuning uchun modelning o'zini *o'rgimchaksimon model* deyiladi.

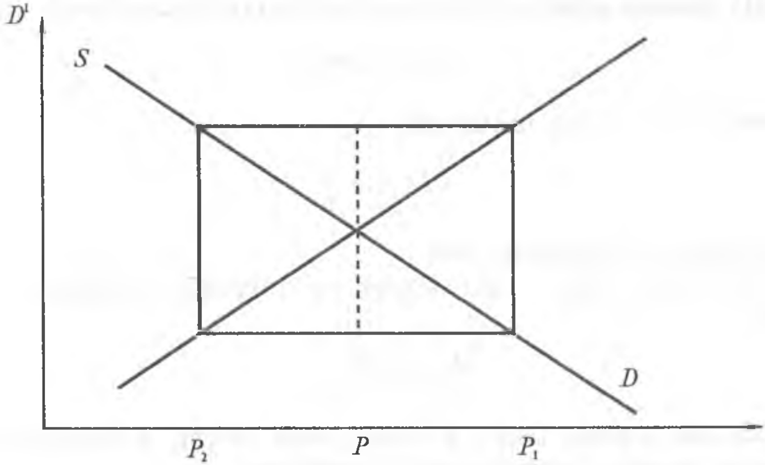
Aytish mumkinki, agar quyidagi shart bajarilsa, ko'rsatilgan bozor jarayoni yaqinlashishi kafolatlanadi: $S'(P) \le |D'(P)|$.



20.8-rasm. **O'rgimchaksimon model.**

Oxirgi hol shuni ifodalaydiki, agar marginal taklif marginal talabdan oshmasa, boshqacha aytganda ishlab chiqaruvchining musbat ta'siri narxning oshishiga unchalik ahamiyatli bo'lmasa, yaqinlashishda normal holat hisoblanadi.

Shuni esda saqlash kerakki, $S'(P) = D'(P)$ bo'lganda «cho'chqali sikl» holati yuzaga keladi, bunda muvozanat holatiga erishilmaydigan vaziyat vujudga keladi. Agar talab chizig'ining egilishi taklif chizig‘i egilish darajasidan yuqori bo‘lsa, spiral teskari tartibda buriladi. Agar talab va taklif chiziqlarining egilishi bir xil bo‘lsa, bu holda o‘rgimchaksimon aylana holiga keladi (20.9-rasm).



20.9-rasm. **O‘rgimchaksimon aylana model.**

Muvozanat jarayonga erishishning ikkinchi modeli ishlab chiqaruvchilarning faol holatlarini ifodalashga qarshi foydalanilishi mumkin, ular vujudga kelgan talabga tez javob berishga tayyor.

Bunday ko‘rinishdagi holat quyida sistema ko‘rinishida ifodalanadi: Sotiladigan t kundagi taklif S_t berilgan, bu esa P_t narxni ifodalaydi, tenglama yechimiga ko‘ra

$$S(P_t) = S_t.$$

Bu narx esa talab hajmini ifodalaydi:

$$D_t = D(P_t).$$

Keyingi savdo kunidagi taklif to‘g‘ridan to‘g‘ri oldingi kunning talabiga bog‘liq

$$S_{t+1} + 1 = D_t.$$

Tasvirlangan jarayon o‘rgimchaksimon model orqali ifodalanishi mumkin (hatto yetarli shartning yaqinlashishi quyidagi ko‘rinishni qabul qilsa ham).

$$S'(P) > |D'(P)|.$$

Bunday holat esa ishlab chiqaruvchilarning iste'molchilarga nisbatan kuchli ta'sirni ifodalaydi.

Muvozanat jarayonini muhokama qilishni yuqorida ifodalangan masala asosida yuritamiz: Faraz qilaylik, taklif funksiyasi

$$S(P) = 4P-3.$$

ko'rinishida va talab funksiyasi

$$D(p) = \frac{10}{p}.$$

ko'rinishidek berilgan bo'lsin.

Bu holda asosiy o'zaro munosabat quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$4p_{t+1} - 3 = \frac{10}{p_t}.$$

Bundan keyingi bozor kunidagi narx oldingi kundagi narxga nisbatan quyidagi formula orqali ifodalanadi:

$$D_{t+1} = \frac{2,5}{p} + 0,75.$$

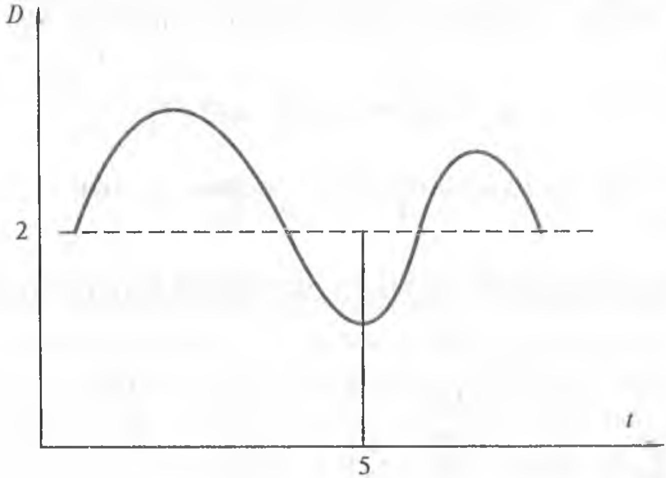
Tasavvur qilaylik, P_0 boshlang'ich narx $P_0 = 1,5$ ga teng bo'lsa, hisob natijalarini quyidagi jadvalda keltiramiz (1-jadval).

1-jadval

NARXNING VAQT BO'YICHA MUVOZANATGA YAQINLASHISHI

P	D	S	$E=D-S$
1,5	6,67	3	3,67
2,42	4,14	6,67	−2,53
1,78	5,61	4,14	1,47
2,15	4,65	5,61	−0,96
1,91	5,23	4,65	0,58
2,06	4,85	5,23	−0,38
1,96	5,10	4,85	0,25
2,02	4,95	5,10	−0,15
1,99	5,02	4,95	0,07
2,01	4,98	5,02	−0,04
2,00	5,0	4,98	0,02

Shunday qilib, ikkinchi holatli «bozor» kunlari narx muvozanat narxga yaqinlashadi, hisoblangan $P=2$ narxga teng bo‘ladi. Jadvaldan ma’lumki, narxlarning oraliq qiymatlari navbat bilan ba’zan muvozanat narxdan katta, ba’zan undan kichik qiymatni qabul qiladi. Bunday holat jarayonning tebranish xarakteriga ega ekanligini ifodalab, kamayuvchi amplitudaga ega bo‘ladi (20.10-rasm).



20.10-rasm. **Muvozanat narxga yaqinlashish jarayoni.**

Narxni aniqlash jarayonining qat’iy (monoton) xarakterga ega bo‘lgan usuli bu «siypalab» aniqlash usuli bo‘lib, unda tashqi (markazlashgan) rostlash katta ahamiyatga ega. Biz P. Samuelson nomi bilan atalgan usulni ko‘ramiz. Bunday modelda narxning o‘zgarishi t savdo kunida oshiqcha talabga bog‘liq bo‘ladi:

$$\Delta p_t = p_{t+1} - p_t = aE_t = a(D_t - S_t) \qquad (a > 0)$$
$$D_t = D(p_t); \qquad S_t = S(p_t).$$

Bunda: $E_t > 0$ (talab iste’moldan katta)da narx o‘sadi, teskari holatda narx kamayadi. Bu jarayon $S^1(P)$ va $D^1(P)$lar xohlangan nisbatda bo‘lganda yaqinlashadi.

Bu holatning eng katta ifodasini bozorda arbitor (auksioner) aniqlaydi, qolgan talab asosida P_{t+1} narxni keyingi kunda belgilaydi, ishtirokchilar esa shu ko‘rsatmaga shartsiz bo‘ysunadilar. Iste’molchilar o‘zlarining talablarini $D(P)$ talab funksiyasi orqali, ishlab chiqaruvchilar esa mahsulot ishlab chiqarishini mos ravishda $S(P)$ taklif funksiyasi orqali ifodalaydilar.

Bu sxemada eng katta ahamiyatga ega bo‘lgan ko‘rsatkich «a» parametri hisoblanadi, chunki uning kichik qiymatida yaqinlashish jarayoni sekinlik bilan o‘tadi, katta qiymatida esa jarayon muvozanatga yaqinlashmasligi mumkin.

Misol: bu yaqinlashish jarayonini ko‘rib chiqamiz, agar parametr $a = 0,1$ bo‘lsa, bu holda asosiy o‘zaro munosabat quyidagicha yoziladi:

$$P_{t+1} + 1 = P_t + 0,1\left(\frac{10}{P_t} - 4P_t + 3\right).$$

Hisoblangan natijalarni $P_0 = 1$ uchun quyidagi 2-jadvalda keltiramiz.

MUVOZANAT NARXNI P. SAMUELSON MODELI ASOSIDA ANIQLASH

2-jadval

P	D	S	$E=D-S$
1,5	6,67	3	3,67
1,87	5,35	4,48	0,87
1,96	5,11	4,83	0,28
1,99	5,03	4,96	0,07
2	5	5	0

Boshqariladigan bozor jarayoni xossalarini tahlil etishda modelning differensial ko‘rinishini keltirish mumkin:

$$\frac{dp}{dt} = a[X(P) - S(P)].$$

Ko‘p mahsulotli bozorda muvozanat holatini talab va taklif funksiyalari orqali ifodalash mumkin.

Faraz qilaylik, bozorga L xil tovarlar chiqarilgan bo‘lib, $I=\overline{1, L}$ ularning nomerlari bo‘lsin, $P=(P_1 \dots P_L)$ tovarlarning narxlar sistemasini ifodalaydi, $D_i(P)$ — talab funksiyasi, $S_1(P)$ — taklif funksiyasi. Bu holda muvozanat tushunchasi tor ma’noda shunday holatni ko‘rsatadiki, bunda talab va taklif mos kelib, tovarning hamma pozitsiyalari bo‘yicha sotiladi:

$$D_I(\bar{P}) = S_I(\bar{P}) .$$

Bunda: $\bar{P} = (\bar{P}_1 ... \bar{P}_L)$ — teng o'lchovli narx sistemasi. Teng o'lchovli narx sistemasi keng ma'noda shunday holatki, unda

$$D_I(P) \leq S_I(P). \qquad (I = 1, \bar{L}) .$$

Ko'p tovarlar bozorining muvozanat holati xossalari bir xil tovar bozori holatiga o'xshash. Har holda, uni sinchiklab o'rganish foydali bo'ladi. Agar alohida bir-birini almashuvchi va o'zaro to'ldiruvchi tovarlar bozorlari ko'rilsa, o'zaro almashinuvchi tovarlar bozorida talab funksiyasi quyidagi munosabatni qanoatlantirishi kerak:

$$\frac{\partial D_I}{\partial P_1} < O; \quad \frac{\partial D_k}{\partial P_1} > O; \quad (k \neq 1); \ (I, K = 1, L).$$

Oxirgi shart shuni anglatadiki, har bir tovarga narxning o'sishida, lekin boshqa tovarlarga narxning o'zgarmasligida talab sektori tovarga talabni kamaytiradi, ammo ayni vaqtda boshqa almashinuvchi tovarga (mahsulotga) talab o'sadi. Muvozanatning erishish jarayoni esa bu holda savdo kunlarini ketma-ket o'rganishdan aniqlanadi.

Bunday holda $(t+1)$ savdo kunining boshida $P_t = (P_{t1} ... P_{t2})$ narxlar sistemasi aniqlangan bo'lib, shu narxlarga ko'ra ishlab chiqaruvchilar bozorda o'z tovarlarini shu hajmlarda savdoga chiqaradilar:

$$S_{ti} = S_i(P_t); \quad (i = \overline{1, L}).$$

Tovarning hammasi $(t+1)$ savdo kunida sotiladi va yangi narx sistemasi P_{t+1} talab funksiyasiga ko'ra aniqlanadi. Boshqacha aytganda, yangi narx sistemasi quyidagi sistema yechimiga ko'ra aniqlanadi:

$$D_i(P_{t+1}) = S_{ti}(i = \overline{1, L}).$$

Ma'lumki, agar quyidagi shart bajarilsa, bu jarayon muvozanat holatiga yaqinlashadi:

$$\|S^1(P)\| \leq \|D^1(P)\|,$$

bunda: $S^1(P)$, $D^1(P)$ — Yakobi matritsasi. Mos ravishda taklif va talab funksiyalaridan matritsa birinchi tartibli xususiy hosilalardan tuzilgan.

Ketma-ket almashishga asoslanib, har xil tartibga solish usullarini qo'llab muvozanatga erishish mumkin, agar muvozanatga yaqinlashish o'rinli bo'lmasa, bu holda muvozanatga erishish jarayonini tezlashtirish mumkin. Ko'p hollarda yaqinlashmaslikka sabab taklifni narx bo'yicha yuqori elastikligi hisoblanadi. Bunday elastiklikni kamaytirish uchun ishlab chiqarishni kamaytirish — rag'batlantirish «usulini» qo'llash, ya'ni to'g'ri kompensatsiya berish yo'li bilan kam mahsulot hajmi uchun yoki mahsulotning ko'p hajmi uchun soliqni ko'paytirish yo'li bilan maqsadga erishish mumkin.

Shunday qilib, talab va taklif funksiyalarining muvozanatligi quyidagicha ifodalanadi, ya'ni mos ravishda

$$D = D\ (P,\ I);$$
$$S = S\ (P,\ Q).$$

Teng bo'lgan muvozanatlik sharti o'rinli:

$$D(P, \bar{I}) = S(\bar{P}, \bar{Q}).$$

Bunday ko'rinishlarda esa

P — tovar narxi;

$\bar{P}$ — tovar muvozanat narxi;

I — iste'molchining mahsulot sotib olishga sarflanadigan daromadning qismi;

$\bar{Q}$ — resurslar hajmi;

D — talab funksiyasi;

S — taklif funksiyasi.

Funksiyalardagi hamma xususiy hosilalar (P, I, Q) o'zgaruvchilar bo'yicha musbat sonlarga teng bo'lib, faqat $\partial D/\partial P < O$ manfiy qiymatga ega,

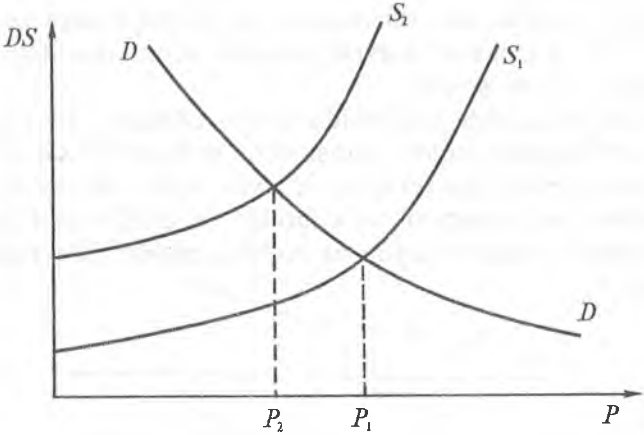
$$\text{ya'ni } \frac{\partial D}{\partial P} < 0, \frac{\partial D}{\partial I} > 0; (*) \qquad \frac{\partial S}{\partial P} > 0, \frac{\partial S}{\partial Q} > 0. (**)$$

Oxirgi ifodalardan aniqlash mumkinki, muvozanat narxi P resurslar hajmlari Q va daromadlar I ga bog'liqligi quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{\partial P}{\partial Q} = \frac{\partial S/\partial Q}{(\partial D/\partial P - \partial S/\partial P)} < 0;$$

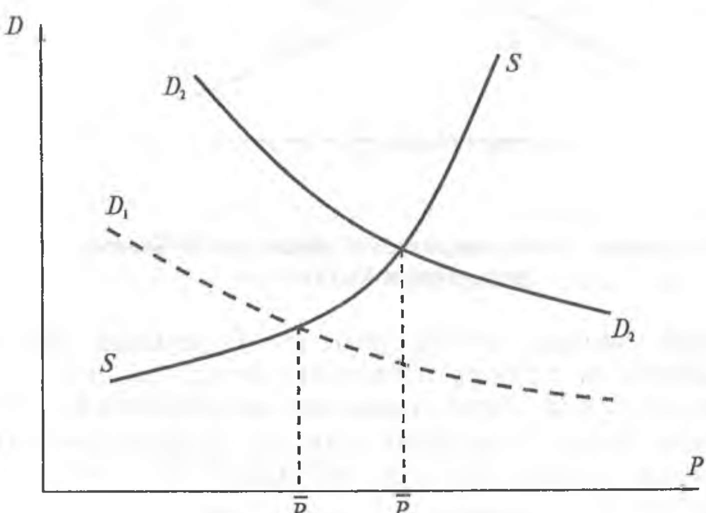
$$\frac{\partial P}{\partial I} = \frac{\partial D/DI}{(\partial S/\partial P - \partial D/\partial P)} > 0.$$

Shunday qilib, ishlab chiqaruvchi (Q) tomonidan resurslar hajmi o'sishida, talabni o'zgarmaslik holida (20.11-rasm) taklif egri chizig'i S_1 resurs o'zgarmas hajmiga mos keladi.



20.11-rasm. **Resurslar o'sishi bilan muvozanat narxi *P* kamayadi.**

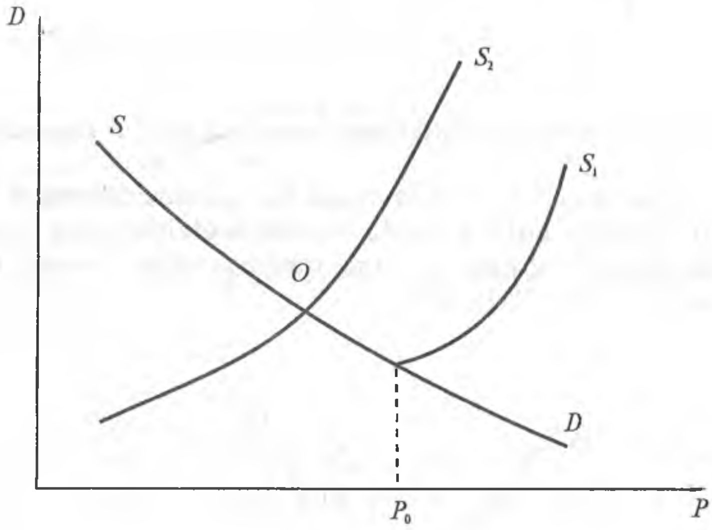
Bunda S_2 egri chizig'i ($Q + \Delta Q$) o'sgan hajmga mos. Shunga o'xshash taklif o'zgarmay qolgan holda va iste'molchilarning talablari o'sganda, talab *D* egri chizig'i o'ng tomonga siljiydi hamda muvozanat narxi o'sadi (20.12-rasm).



20.12-rasm. **Iste'molchilar daromadlari o'sganda talab egri chizig'ini yuqori o'ngga ko'chiradi.**

Hosil qilingan natijalardan bozorsiz rostlash usullarini tuzishda foydalanish mumkin, ular subsidiyalar va dotatsiyalarga asoslangan. Ba'zi hollarda muvozanat narxini aniqlash uchun quyidagi amallarni bajarishga to'g'ri keladi:

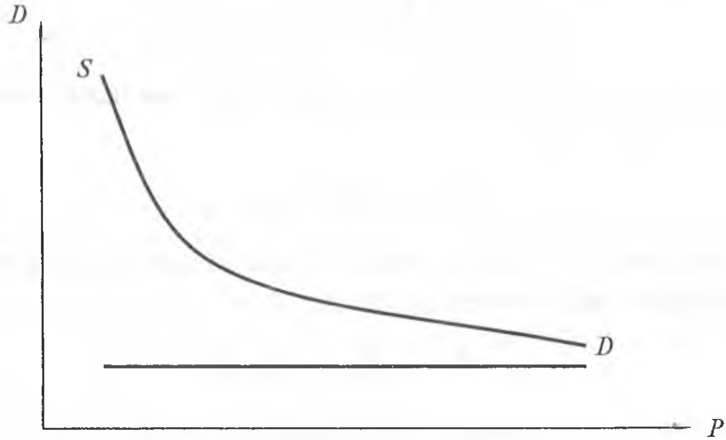
1) Ishlab chiqarish jarayonida ishlab chiqaruvchi xarajatlarni ko'proq sarflaydigan holda mahsulotni rentabellik chegara narxi (P_0) dan pastroq narxga yetkaza olmaydi. Lekin bu narx iste'molchilar uchun juda yuqori narx bo'lib, $P \geq P_0$ (taklif talabdan katta)da ishlab chiqarish hajmi oz bo'lib, rentabellik o'rinli bo'ladi (20.13rasm).



20.13-rasm. **Ishlab chiqaruvchini dotatsiyalashi bozorni muvozanatga keltiradi.**

Ma'lumki, bunday holatda, ya'ni $P > P_0$ da(taklif talabdan katta bo'lganda) tor ma'noda muvozanat mavjud emas, lekin keng ma'noda mavjud. Agar ishlab chiqaruvchi dotatsiya bilan ta'minlansa, bunday holatni o'zgartirish mumkin. Bundan keyin taklif (S_1) egri chizig'i chapga siljib, (S_2) holatga o'tadi va muvozanat O nuqtaga yotadi.

2) Tovar ishlab chiqarish ko'p bo'lmagan tanqis (difitsit) holatda, ya'ni narxning o'sishi ahamiyatga molik emas, qat'iy yo butunlay elastik bo'lmaganda, iste'molchilar tovarni xohlagan narxda sotib olishga tayyor (20.14-rasm).



20.14-rasm. **Tovar mahsuloti oz bo'lganda bozorda muvozanat yo'q, tanqislik vujudga keladi.**

Ma'lumki, to'g'ri narx holatida muvozanat tor va keng ma'noda mavjud emas, aksincha, tovar tanqisligi o'rinli.

Ishlab chiqarishni keskin ko'targanda yoki iste'molchilarning daromadini keskin cheklantirish asosida muvozanatlikka erishish mumkin (masalan, pul islohotini o'tkazish orqali).

20.4. KO'P TOVARLI BOZOR

Ko'p tovarli bozorning iqtisodiy muvozanatliligi xossalarini quyidagi iqtisodning yopiq modeli orqali o'rganish mumkin. Iqtisodiy-matematik model tuzish uchun quyidagi belgilarni kiritamiz:

L — tovarlar bozorlari, $I=\overline{1,L}$; $I=1,\ 2,\ ...,\ L$;

m — iste'molchilar, $i=\overline{1,m}$;

n — ishlab chiqaruvchilar, $j=\overline{1,n}$;

$P(P_1 .... P_l)$ — tovarlarning narx sistemasi;
D_{il} — i iste'molchining I tovarga talabi;
$S_{j,I}$ — I tovarning j ishlab chiqaruvchi tomonidan taklifi.

Har bir tovardan muvozanat shartlar guruhi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$S_i = \sum_{j=1}^{n} S_{ji} = \sum_{i=1}^{m} D_{il} = D_l, \ (I = 1,2). \qquad (I)$$

Talab funksiyasining narxlar sistemasi va iste'molchilar daromadlariga bog'liqligi (I_i):

$$D_{il} = D_{jl}(P_1 P_2;\ I_i).$$

Taklif funksiyasi narx sistemasi va ishlab chiqaruvchining moliya resursi (Q_j)ga bog'liqligi:

$$S_{ji} = S_{ji}(P_1,\ P_2,\ \dots\ P_L;\ Q_i).$$

Daromadlar (I_i), resurslar (Q_j), bozorlar L, tenglama (I) muvozanat narxlar sistemasini aniqlashga xizmat qiladi:

$$P = (P_1,\ \dots.\ P_n).$$

Muvozanat narxlar sistemasi iste'molchilarning mos daromadlari va ishlab chiqaruvchilar (Q_j) resurslariga bog'liqligini ifodalashi mumkin.

Iste'molchilar daromadlarining majmuyi mahsulotlarni sotib olishga sarflanishiga bog'liqlikni ifodalaymiz:

$$\sum_{l=1}^{L} P_l D_l = \sum_{l=1}^{L} P_l \sum_{i=1}^{m} D_{ij} = \sum_{i=1}^{m} I_i = I.$$

Ishlab chiqaruvchilarning resurslari majmuyi (Q) esa tovarlarni sotish natijasida hosil qilinadi:

$$Q = \sum_{j=1}^{n} Q_i = \sum_{l=1}^{L} P_l S_l = \sum_{l=1}^{L} P_l \sum_{j=1}^{n} S_{jl}.$$

Bunda quyidagi holatlarni ko'rish mumkin:

A) Belgilangan kattaliklar majmuyi bir-biri bilan tengligi o'rinli:

$$Q = 1 \text{ yoki } \sum_{l=1}^{L} P_l \sum_{j=1}^{n} S_{ll} = \sum_{l=1}^{n} P_l \sum_{i=1}^{m} D_{il}. \qquad (2)$$

Bunday holat normal ish natijasida sistemaning o'z-o'zini ta'minlashida yuzaga keladi; bunda ishlab chiqaruvchilar tomonidan pulga bo'lgan (Q) talab esa butunlay iste'molchilar xarajatlari hisobidan qanoatlantiriladi.

Qulaylik uchun biror tovar baza sifatida deb qabul qilinadi (masalan, pul).

B) Iste'molchilar daromadi va ishlab chiqaruvchilar daromadi majmuyi bir-biriga teng emas:

$$Q \neq I.$$

Bu holda (*1*) tenglamalar sistemasi umuman manfiy yechimga ega emas, ya'ni iqtisodiy jihatdan muvozanat narxlar sistemasi mavjud emas.

Misol. Ikkita tovar bozorida ikkita ishlab chiqaruvchi (har biri bittadan tovar ishlab chiqaradi) va ikkita iste'molchini ko'ramizki, ular (iste'molchilar) har ikki tovarni iste'mol qilsin.

Berilgan P_1, P_2 — tovarlar narxi.

1) Taklif funksiyalari quyidagicha ifodalanadi:

$$S_1(P_1) = 10P_1, \qquad S_2(P_2) = 40P_2.$$

Shunday qilib, ishlab chiqaruvchilarning daromadlar majmuyi:

$$Q = P_1S_1 + P_2S_2 = 10P_1^2 + 40P_2^2.$$

2) Talab funksiyasi quyidagicha ifodalanadi, daromadlar majmuyi:

$$I = Q = 10P_1^2 + 40P_2^2.$$

Birinchi iste'molchi daromadi:

$$I_1 = 0{,}6I.$$

Ikkinchi iste'molchining daromadi:

$$I_2 = 0{,}4I.$$

Birinchi iste'molchining tovarga talabi:

$$D_{11} = \frac{0{,}8I}{P_1} = \frac{0{,}48I}{P_1}; \qquad D_{12} = \frac{0{,}2I_1}{P_2} = \frac{0{,}12I}{P_2}.$$

Ikkinchi iste'molchining tovarga talabi:

$$D_{21} = \frac{0{,}5I}{P_1} = \frac{0{,}2I}{P_1}; \qquad D_{22} = \frac{0{,}5I_2}{P_2} = \frac{0{,}2I}{P_2}.$$

Muvozanat sharti asosida:

$$\begin{cases} 10P_1 = 0,48\frac{l}{P_1} + 0,2\frac{l}{P_2} = 0,68\frac{l}{P_1} \\ 40P_1 = 0,12\frac{l}{P_2} + 0,2\frac{l}{P_2} = 0,32\frac{l}{P_2}. \end{cases}$$

Bundan nisbiy muvozanat narxini aniqlaymiz:

$$P_1 = 2,315\bar{P}_2.$$

Agar ikkinchi tovarni baza sifatida qabul qilsak (birlik ming so'm), tovarlarning hajmlarini esa tonnalarda ifodalasak, bunda muvozanat holati quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

Narxlar: $\bar{P}_1 = 2,215$ m.so'm/tonna;
$\bar{P}_2 = 1$ m.so'm/tonna.

Sonli qiymatlar shartli deb qabul qilingan.
Birinchi turdagi mahsulotdan $S_1 = 29,15$ tonna ishlab chiqariladi.
Ikkinchi turdagi mahsulotdan esa $S_2=40$ tonna ishlab chiqariladi.
Iste'molchilar mahsulotlarni quyidagi hajmlarda sotib oladilar:

$D_{11}=20,62$ t; $D_{12}= 15$ t;
$D_{21}=8,59$ t; $D_{22}=25$ t.

Ishlab chiqaruvchilarning daromadlar majmuyi:

$R=125$ mln. so'm.

Iste'molchilar xarajatlari esa mos ravishda:

$l_1=75$ mln so'm, $l_2=50$ mln so'm.

Misol. Xulosa uchun muvozanat modelini ko'ramiz; unda ishlab chiqarish korxonalarining imkoniyatlar majmuyi (20.15-rasm) da keltirilgan quyidagi nisbat ko'rinishida berilgan bo'lsin:

$$\frac{y_1^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} \le 1; \qquad y_1 \ge 0, \quad y_2 \ge 0.$$

Bunda korxona yalpi daromadini maksimallashtirishga harakat qiladi:

$$R = P_1Y_1 + P_2Y_2 \to \max.$$

Bu masalaning yig'imi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\bar{Y}_1 = \frac{P_1a_2}{\sqrt{P_1^2a_1^2 + P_2^2b^2}}; \qquad y_2 = \frac{P_2b^2}{\sqrt{P_1^2a^2 - P_2^2b^2}}.$$

Bu ifodalar taklifning narxga bog'liqligini ifodalaydi (taklif funksiyalari S_1 va S_2). Iste'molchi foyda funksiyasini maksimallashtirishga harakat qiladi:

$$U(X_1X_2) = C_1\ln X_1 + C_2\ln X_2 \to \max.$$

Budjet cheklangan holda:

$$P_1X_1 + P_2X_2 \le 1;\ X_1 \ge 0,\ X_2 \ge 0.$$

$$X_1 = \frac{CC_1}{(C_1+C_2)P_1};\quad X_2 = \frac{C_2 l}{(C_1+C_2)P_2}.$$

Muvozanat sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\hat{Y}_1 = \hat{X}_1;\qquad \hat{Y}_2 = \hat{X}_2.$$

Bu tenglamalar sistemasini yechib, P_1 va P_2 muvozanat narxlarini aniqlaymiz:

$$P_1 = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{C_1 l}{C_1+C_2}};$$

$$P_2 = \frac{1}{b}\sqrt{\frac{C_2 l}{C_1+C_2}}.$$

Hamda muvozanat E nuqtaning koordinatalarini aniqlaymiz:

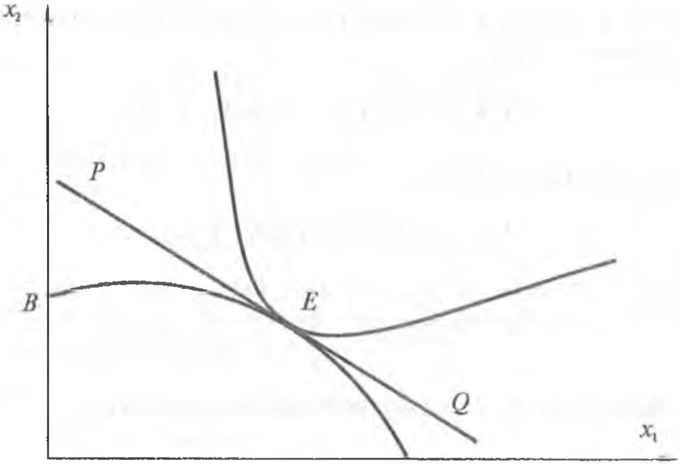
$$X_1^{12} = \frac{C_1 l}{(C_1+C_2)P_1};$$

$$X_2^{B} = \frac{C_2 l}{(C_1+C_2)P_2}.$$

Nuqta E (20.15-rasm) mumkin bo'lgan ishlab chiqarish to'plamiga o'tkazilgan urinma va eng yuqori befarq egri chizig'i, ya'ni Pareto optimumi hisoblanadi. To'plamni ajratadigan PQ to'g'ri chizig'i narx chizig'i hisoblanadi.

Muvozanatga erishish jarayoni iste'molchi va ishlab chiqaruvchining harakati tufayli bo'lishi mumkin.

Iste'molchi o'zining eng yuqori foydali E nuqtasini narx chizig'i bo'yicha harakat qilib, ya'ni budjet chegarasidan chiqmagan holda erishadi (20.15-rasm).



20.15-rasm. **Pareto optimumi.**

Ishlab chiqaruvchi o'zining eng yuqori daromadiga *AB* chegara chizig'i bo'yicha harakat qilib *E* nuqtada erishadi.

Bozor konyunkturasi istiqbolini aniqlash

Umuman istiqbolni aniqlash (prognoz) ma'lum obyekt (jarayon) ning bo'lajak holati (obrazi)ni ilmiy asosda yaratish demakdir. Har qanday mamlakat ichki iqtisodiy holatini va ishlab chiqarish istiqbolini belgilashda jahon bozoridagi o'zgarishlarni aniq tasavvur qilishi va baholay olishi, uning ilg'or tendensiyalarga mos ilmiy-ishlab chiqarish omillarini ishga solishi obyektiv zaruratdir. Tovarlar bozori istiqbolini aniqlashda quyidagi talablar e'tiborga olinishi shart:

1. Kelajakda bozor konyunkturasiga ta'sir etuvchi omillarni hisobga olgan holda ilmiy asoslangan, ishonchli va tizimli yondoshish.
2. Istiqbolni aniqlashda bir necha variantlardan foydalanish (ularning natijalari bir xil yoki yaqin bo'lishi mumkin).
3. Ishlatilgan uslublarning ilmiy asosi yetarli bo'lishi.
4. Xulosalar aniq va ravon tilda bayon qilinishi, ayniqsa, qaror qabul qiluvchilarga tushunarli bo'lishi.
5. Bozor konyunkturasi istiqboli o'z vaqtida aniqlanishi va korxona, assotsiatsiya, kompaniya va vazirliklar ishini boshqarishda qo'llanilishi.

Tovar bozorlari istiqboli, ular guruhlari, eksport yoki import mahsulotlari, bozordagi baholar va boshqalar shaklida ishlab chiqilishi mumkin. Ular qisqa (3 yilgacha), o'rta (5 yilgacha) va uzoq muddatlar (5 yildan ko'p) ga aniqlanishi mumkin.

Jahon mamlakatlari tajribasida obyekt (jarayon) lar istiqbolini aniqlashning yuzdan ortiq ilmiy uslublari ishlatiladi. Ular ichida eng ko'p ishlatiladigani eksportlar orqali baholash, g'oyalar kurashi, tarixda qaytarilishini nazarda tutish, matematik, statistik, EHM yordamida modellash uslublaridir. Dinamik qatorlarni ekstrapolyatsiya qilish (funksiyaning berilgan qiymatlari qatoridan uning boshqa qiymatlarini topish) yo'li bilan talab istiqbolini aniqlash mumkin. Istiqbolni aniqlash usulini tanlash uning maqsadiga istiqbolni ko'rish darajasini o'rganishga, axborot ta'minotiga va boshqa shartlarga bog'liq.

Talabni ekstrapolyatsiya qilish usuli bilangina aniqlash mumkin. Istiqbolni aniqlash axborotlar dinamik qatorlarini vaqt ko'rinishida ifodalovchi statistik ma'lumotlar bilan qisman ta'minlanadi. Bunday hollarda istiqbolni belgilash faqat bu dinamik qatorlarni tashqaridan topish va kelajakda har xil yo'llarda amalga oshirishdir. Dinamik qatorlarning ekstrapolyatsiya usuli ularning xususiyatlariga bog'liq. Ko'p hollarda qondirilgan talab dinamikasi (qisqa muddatli) o'zgarmasligi bilan tavsiflanadi. Misol uchun o'tgan haftaning 7 kunida do'konda nonni sotish dinamikasi qatori quyidagicha bo'lgan:

Kunlar	1	2	3	4	5	6	7
Sotish	2320	2350	2305	2340	2330	2345	2320

Bu qatorlarga baho berish shundan guvohlik beradiki, sotilgan nonga talab o'sish va kamayish tendensiyasiga bog'liq emas, aksincha, o'rtacha miqdorlar atrofida o'zgarmoqda xolos. O'z-o'zidan ma'lumki, agar yaqin kunlar ichida nonga bo'lgan talabning shakllanish sharti o'zgarmasligiga ishonch hosil qilsak, u holda kelgusi 3—4 kun ichida nonga bo'lgan talabning istiqbolini 2330 kg ga teng deb belgilash mumkin. Buni 8, 9 va 10-kunlardagi nonga bo'lgan talab orqali asoslash mumkin, chunki shu kunlari nonga bo'lgan talab hajmi 2330 kg atrofida bo'lgan.

Agar istiqbolni belgilash davridagi talabning shakllanishini hosil qiluvchi kompleks omillar o'zgarmasa, u holda istiqbolni belgilashning o'rtacha xatosini quyidagi formula orqali hisoblash mumkin.

$M = \pm\sqrt{q^2 / n}$, bu yerda: M — o'rtacha xatolik.

Dispersiya $q^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}$, n — dinamik qatorlardagi ko'rsatkichlar soni. Bizning misolimizda 8, 9, 10-kunlardagi kundalik non sotishning istiqbolini belgilashning o'rtacha xatosi 15 kg ni tashkil etadi. Lekin xatoning bunday istiqbolini belgilash haddan tashqari shartli, chunki bu holat talab shakllanishi o'zgarmaydi degan nuqtayi nazardan kelib chiqmoqda. Agar 8—9-kunlari aholi yashash joylaridagi: uning atrofidagi non bilan savdo qiluvchi do'konlar ishlamasa va faqat sotish istiqboli aniqlanayotgan do'kon ishlasa, u holda bizning hisob xato bo'ladi. Bu shartning o'zgarishi shu do'konda non sotish darajasining nihoyatda o'sishini bildiradi.

Qayishqoqlik koeffitsiyenti yordamida ham talab istiqbolini aniqlash mumkin. *Talabning qayishqoqligi* deb, uning daromad, baho va boshqa iqtisodiy omillar ta'sirida o'zgarish qobiliyatiga aytiladi.

Qayishqoqlik ko'rsatkichlari talabning nisbiy o'zgarishlari va uni shakllantiruvchi omillarning nisbiy o'zgarishi (daromadlar, baho, ishlab chiqarish hajmi va hokazo) o'rtasidagi bog'lanishlarni ifodalaydi.

Talab qayishqoqligining daromadga bog'liqligi quyidagi tenglik orqali ifodalanishi mumkin:

$$E = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y},$$

bu yerda: E — qayishqoqlik koeffitsiyenti; y — aholi jon boshiga talabning o'sishi; x — aholi jon boshiga daromadning o'sishi; Δy — o'rtacha jon boshiga talab miqdori; Δx — o'rtacha jon boshiga daromad miqdori.

Misol. Aholi jon boshiga yillik daromad 600 so'mdan to'g'ri keldi va 640 so'mgacha o'sdi, gazlamalar sotilishi esa 28 so'mdan 40 so'mgacha ko'tarildi (raqamlar eski pul hisobida). Bunda talabning qayishqoqlik ko'rsatkichi (koeffitsiyenti):

$$E = \frac{600}{40} \cdot \frac{2}{28} = 1{,}08 \text{ ni tashkil etadi}.$$

Qayishqoqlik koeffitsiyenti daromad 1% ga o'sganda talab qancha foizga o'zgarishini ko'rsatadi. Shu usul davlat tomonidan iqtisodiyotni boshqarishda o'tkaziladigan tadbirlarning samaradorligi va ta'sirchanligini baholashga yordam beradi.

TAYANCH IBORALAR

Izokvanta turlari, ishlab chiqarish hajmi, izokosta, moliya mablag'i, Lagranj koeffitsiyenti (λ), mehnat to'lovi, bozor muvozanati ko'rinishlari, taklif va talab funksiyalari, ko'p mahsulotli bozor muvozanat holati, pul islohoti.

XULOSA

Ma'lumki, resurslar almashtirilganda izokvanta chiziqlari shakllari o'zgaradi. Iqtisodiyotda chiziqli, chiziqsiz, o'zaro to'ldiruvchi, kesmali (siniq chiziqli) izokvantalardan foydalaniladi. Talabalar grafik usulga ega bo'lgan izokvantalarning geometrik ko'rinishlari bilan tanishadilar. Ma'lumki, mablag'lardan to'liq foydalanishiga mos bo'lgan to'plamning chegaraviy chizig'i izokosta bo'ladi, ya'ni izokvantaga urinma bo'lgan to'g'ri chiziq izokosta hisoblanadi. Nuqta $D(x_1, x_2)$ da x_1, $x_2(KL)$ optimal faktorlarga mos keladi. Marshalga ko'ra, bozor muvozanati uch ko'rinishda mavjud: lahzali, fursatli, uzoq muddatli.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Izokvantaning qanday turlari mavjud?
2. Mablag'larning to'liq foydalanishiga mos bo'lgan to'plamning chegaraviy chizig'i nima deyiladi?
3. Izokosta to'g'ri chiziqni ifodalaydimi yoki egri chiziqni ifodalaydimi?
4. Ish bilan band bo'lganlarning optimal soni qanday aniqlanadi?
5. Uzoq muddatli bozor muvozanatini ifodalang.
6. Muvozanat narxga yaqinlashish jarayonini grafikda ifodalang.
7. Resurslar o'sishi bilan muvozanat narxi qanday o'zgaradi?
8. Qachon pul islohoti o'tkaziladi?

21-§. MODELLASHTIRISHGA IMITATSION YONDOSHISH

21.1. IMITATSION MODELLASHTIRISH

Amaliy masalalar ma'lum bir konkret vaqt intervalida qo'llanishi bilan nazariy masalalardan farq qiladi. Amalda bizni qiziqtirgan real obyektni cheksiz vaqt davomida qarash shart emas. Amaliy masalalarni yozishda asosan qarab chiqilgan konstruktiv matematik usullardan foydalaniladi. Ana shunday usullardan biri imitatsion modellashtirishdir. Imitatsion model nima, u nimani o'rganadi, uning analitik modellashtirishdan farqi, qulayligi va hozirgi zamondagi o'rni — ushbu paragrafda ana shunday savollarga javoblar qarab chiqiladi.

Imitatsion model — bu o'rganilayotgan obyektning ma'lum biror vaqt intervali oralig'idagi dinamik o'zgarishlarini akslantiruvchi algoritmining kompyuter uchun mo'ljallangan dasturidir.

Bizga ma'lumki, «imitatsiya» lotincha so'z bo'lib, «tahlil qilish», «o'xshash» degan ma'noda ishlatiladi. Modellashtirish nuqtayi nazarida imitatsion model real obyektning kompyuterdagi «aynan» obrazi yoki «nusxasi». Bu «nusxa» real obyektning asosiy va asosiy bo'lmagan xususiyatlarini o'zida akslantirishi mumkin. Analitik modellashtirish haqida buni ayta olmaymiz, chunki analitik model real obyektni faqat va faqat eng asosiy xususiyatlarini o'zida akslantira oladi, u real obyektning iloji boricha soddalashtirilgan obrazidir. Imitatsion model buning aksi, ya'ni iloji boricha real obyektga yaqinlashgan obrazdir. Imitatsion modellashtirish usuli real obyekt haqidagi har qanday ma'lumotdan foydalanishga imkon beradi. Analitik matematik modellashtirish usuli haqida buni aytish qiyin.

Albatta, yuqorida aytilganlardan imitatsion modellashtirish analitik modellashtirishga nisbatan mukammal va samaraliroq, degan xulosa kelib chiqmaydi. Bu ikki matematik modellashtirish usullarining bir-biridan farq qilishi ularning har biri o'ziga xos masalalarga ega ekanligidan dalolat beradi. Bundan shu kelib chiqadiki, har bir matematik modellashtirish usuli atrof-muhitni o'rganishda o'z o'rniga ega va hech qachon bir-birining o'rnini bosmaydi, faqat bir-birini to'ldiradi, xolos.

Imitatsion modellashtirish EHM va kompyuterlar bilan chambarchas bog'liq, ya'ni EHM va kompyutersiz imitatsion modellashtirish ma'noga ega emas. Hozirgi zamonda kompyutersiz taraqqiyotimizni tasavvur qilishimiz mumkin emas. Ana shuning o'zi imitatsion modellashtirishning hozirgi zamon taraqqiyot darajasida tutgan o'rnini yaqqol ifodalaydi.

21.2. MATEMATIK MODELLASHTIRISHGA IMITATSION YONDOSHISH

Amalda ko'p masalalar mavjudki, ular ma'lum bir konkret vaqt intervalida qaraladi (masalan, prognozlashtirish). Shunday dolzarb amaliy masalalardan ob-havoni oldindan ayta olish, atrof-muhitning ifloslanish darajasini oldindan ko'ra bilish, kompleks ishlab chiqarish obyektlarini trayektoriyasini kuzatish kabi masalalardir. Bunday tipdagi masalalar ko'pincha juda ko'p o'zgaruvchilar, parametrlar, ularning o'zaro chiziqli va chiziqsiz bog'liqliklari va natijaning xilma-xil (sonli kattaliklar, grafikaviy, jadvalli va o'zgaruvchilar) ko'rinishga ega bo'lishi bilan xarakterlanadi. Bunday masalalar uchun u yoki bu tipdagi analitik bir butun matematik modelni qurish umuman mumkin emas. Bunday tipdagi masalalar asosan hisoblash mashinalari (kompyuterlar) uchun mo'ljallangan bo'ladi. Bunda o'rganilayotgan masala iloji boricha elementar hodisalarga bo'linib, har bir elementar hodisaga alohida matematik model tuziladi va elementar modellarning ma'lum bir ketma-ketligini ta'minlovchi struktura, ya'ni blok-sxema yoziladi. Bundan so'ng bunday blok-sxema yoki strukturaviy sxemaga biror-bir algoritmik tilda kompyuterga mo'ljallangan dastur tuziladi. Bu dastur o'rganilayotgan masala dinamikasini kompyuterda akslantira olishi lozim, ya'ni bizni qiziqtirgan parametrlarning o'zgarishini oldindan ko'ra bilish mumkin bo'lsin, ana shunday dastur o'rganilayotgan masalaning imitatsion modeli bo'la oladi. Imitatsion modelni boshqa tipdagi modellardan, amaliy nuqtayi nazardan, imkoniyatlari ancha keng.

21.3. HISOBLASH EKSPERIMENTLARINI O'TKAZISH

Analitik modellarni tekshirish va ularni o'rganish usullari bilan batafsil tanishib chiqdik. Imitatsion modellarni tekshirish usullari analitik modellarni tekshirish usullaridan farq qiladi. Imitatsion modellarni tekshirish va o'rganish usuli hisoblash eksperimentiga asoslangan.

Hisoblash eksperimenti quyidagi bosqichlardan iborat: 1) Modelni haqiqiy obyekt bilan muvofiqlashtirish; 2) Model parametrlarini aniqlash va baholash; 3) Prognozlashtirish masalalarni bajarish; 4) Hisoblash natijalarini tahlil qilish va qayta ishlash; 5) Real obyektni o'rganish maqsadida imitatsion modelda har xil ilmiy tadqiqotlarni o'tkazish.

Yuqorida bayon qilingan masalalarga alohida to'xtab o'tamiz.

1) **Modelni haqiqiy obyekt bilan muvofiqlashtirish.** Bu bosqichda, asosan, biz qurgan imitatsion modelimiz o'rganilayotgan obyektni aniq aks ettiradimi yoki yo'qmi, degan savolga javob axtariladi. Muvofiqlik deganda, miqdor jihatdan emas, balki sifat jihatdan imitatsion model natijalarining haqiqiy obyektni kuzatish natijalari bilan o'xshashligi bir xil yo'nalishdaligi va hokazolar tushuniladi.

Bunda o'tkazilgan matematik tadqiqotlar asosida biror-bir qulay algoritmik tilda kompyuter uchun dastur tuziladi. Dastur va tegishli berilganlar asosida kompyuterda bizni qiziqtirgan hisoblashlar bajariladi, olingan natija haqiqiy obyektda kuzatilgan ma'lumotlar bilan solishtiriladi. Agar muvofiqlik o'rnatilmagan bo'lsa, qiyosiy tahlil natijasi asosida dastur yoki matematik yozuvlarga ba'zi bir o'zgartirishlar kiritib, qayta hisoblanadi va yana qiyosiy tahlil o'tkaziladi. Bu jarayon bir necha marta o'tkaziladi (o'rganilayotgan obyekt va imitatsion model orasida muvofiqlik o'rnatilguncha).

Qiyosiy tahlil natijasida imitatsion model va haqiqiy obyekt orasida muvofiqlik o'rnatilgan bo'lsa, imitatsion eksperimentning ikkinchi bosqichiga o'tiladi.

2) **Model parametrlarini baholash.** Bu bosqichda asosan imitatsion model natijalarini nafaqat sifat jihatdan, balki miqdor jihatdan ham haqiqiy obyektni kuzatish natijalari bilan yaqinlashtirish masalasi hal qilinadi.

Bunda imitatsion modelga obyektni dinamikasini xarakterlaydigan ba'zi bir parametr yoki kattaliklar hisobga olinadiki, ularni tabiiy eksperimentlarda aniqlab bo'lmaydi. Bunday parametrlarni aniqlash bajarilayotgan ilmiy ishning eng asosiy negizi hisoblanadi. Modellashtirishning maqsadi tabiiy eksperimentlarda aniqlanishi mumkin bo'lmagan ana shunday parametrlarni aniqlashdan iboratdir. Bu parametrlar quyidagicha baholanadi: avval bunday parametrlarga eksperimenti mumkin bo'lgan biror-bir qiymat beriladi. Hisoblash eksperimenti kompyuterda bajariladi, natija haqiqiy obyektni kuzatishlar natijalari bilan solishtiriladi, shu qiyosiy tahlil natijasi asosida o'rganilayotgan parametrga keyingi qiymat berilib ko'riladi va yana hisoblash eksperimenti o'tkaziladi. To ma'lum bir kerakli yaqinlikka erishilguncha bu jarayon davom ettiriladi. Kerakli yaqinlikka erishilgan hisoblash eksperimentidagi parametrning qiymatini o'rganilayotgan parametrning haqiqiy qiymatiga yaqin qiymat deb qabul qilamiz va shu parametrning o'zgarish intervalini aniqlaymiz. Keyingi qadam aniqlangan parametrni o'rganilayotgan obyektga nisbatan xarakterlashimiz, ya'ni fizik ma'nosini tushuntirishimizdan iborat.

Agar o'rganilayotgan modelda parametrlar (kattaliklar) ko'p bo'lsa, unda parametrlarni baholash masalasi qiyinlashadi, chunki hozirgacha matematik modellashtirish nazariyasida modeldagi bir necha parametrlarni birgalikda baholash muammosi hal qilinmagan. Amaldagi bunday hollarda modelni alohida bloklarga bo'lib, har bir blokdagi parametr alohida baholanadi. Bu yo'l juda ko'p hollarda parametrlarni xato baholashga olib keladi. Ba'zi bir hollarda elementar zarrachalar fizikasi sohasida parametrlarni birgalikda baholash ishlari o'tkazilgan, bunda bir parametr baholanganda qolganlari o'zgarmasdan saqlanadi va bu jarayon to kerakli natija olinguncha juda ko'p qaytariladi.

Birinchi va ikkinchi bosqichda bajariladigan ishlar imitatsion modellashtirishda identifikatsiyalash deb ataladi.

3) **Prognozlashtirish masalalarini bajarish**. Imitatsion modellashtirishning bu bosqich identifikatsiyalashtirilgan modelni identifikatsiya jarayonida ishlatilmagan obyekt berilganlari bo'yicha hisoblash eksperimentini o'tkazamiz, bu jarayonga *verifikatsiya* deyiladi. Bu jarayon modellashtirishda real obyektni ba'zi bir hisobga olinmagan (tabiiy eksperimentda ochiqdan ochiq ko'zga tashlanmagan) tabiatini o'rganishdan iboratdir. Bunday hisoblash eksperimentlari obyektning bir necha har xil guruh berilganlari uchun o'tkaziladi. Ana shu jarayonda model bilan real obyekt dinamikasi orasida kerakli darajadagi yaqinlikka erishilsa, unda qurilgan model real obyekt dinamikasini akslantira oladi, deyish mumkin, agar kerakli darajadagi yaqinlikka erishilmasa, demak, modelni qayta ko'rib chiqishga to'g'ri keladi. Bunda hamma yuqoridagi jarayonlar qaytariladi.

4) **Hisoblash natijalarini qayta ishlash, tahlil qilish va xulosa chiqarish.** Bu bosqichda verifikatsiya o'tkazilgan imitatsion modelni amalda qo'llash andozalari ishlab chiqiladi, ya'ni imitatsion model natijalarining qulay ko'rinishini tanlash, imitatsion model natijalaridan yangi xulosalar olish (ekspert masalalarini yechish bo'lgan hisoblash eksperimentlarni ishlab chiqish), imitatsion model natijalaridan qulay grafikaviy diagrammalar va jadvallar ko'rinishidagi ma'lumotlarni olish yo'llarini axtarish, prognozlashtirishni hisoblash, eksperimentlar andozasini ishlab chiqish va hokazolar bajariladi.

5) **Imitatsion modelda ilmiy tadqiqotlar o'tkazish.** Juda ko'p hollarda real obyekt ustida tabiiy eksperimentlarni o'tkazish mumkin emas. Masalan, yangi kimyoviy preparatlarni tabiiy holda o'simliklar yoki hasharotlarga ta'sirini (ekosistemaning ifloslanishi, bir tomonlama jarayonlar ro'y berishi mumkinligi, kommuliyativlik xossasiga ega bo'lish mumkinligi va hokazolarni) o'rganish, iqlimini global masshtabda o'rganish, biosferani o'rganish, davlat iqtisodiyotini o'rganish, quyoshdagi termodinamik reaksiyalarni o'rganish, yadro fizikasi obyektlarni (glyuonlar, kvarklar) va hokazolarni o'rganish jarayonlari. Ana shunday holatlarda imitatsion modelda har xil mantiqan mumkin bo'lgan hisoblash eksperimentlarini o'tkazish juda qo'l keladi va bu usul birdan-bir tadqiqot o'tkazish metodi bo'lib xizmat qiladi.

TAYANCH IBORALAR

Yalpi mahsulot, chiziqsiz model, jarayon, prognoz (bashorat) masalasi, o'zgaruvchilar, chiziqsiz model, parametrlar.

XULOSA

Ishlab chiqarish korxonalarining faoliyatlarini yoki tabiatdagi jarayonlarni ifodalashda ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan chiziqsiz matematik modellardan foydalanish mumkin. Ular ishlab chiqarish funksiyalari ko'rinishida ifodalanadi. Ulardan amaliyotda keng qo'llaniladigani Kobbi-Dauglas modeli hisoblanib, unda KvaL-kapital va ishchi kuchi resurslaridan foydalanib, yalpi mahsulot ishlab chiqarish funksiyasi ifodalanadi. Korxonalar faoliyatini izohlashda mutaxassislar shu ishlab chiqarish funksiyalaridan foydalanishlari mumkin.

Bunday modellarni yechishda yangi informatsion texnologiyalardan to'liq foydalanish zarur. Maqsad analitik modellar tuzish va amaliyotda Excelni, Turbo Paskalni qo'llashni ta'kidlash.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. «Imitatsiya» so'zining ma'nosi nima?
2. «Tahlil qilish», «o'xshash» so'zlarining ayni ma'nosi nimani bildiradi?
3. Imitatsion model nima?
4. Imitatsion modellashtirish asosan nima bilan chambarchas bog'liq?
5. Dastur imitatsion model bo'la oladimi?
6. Hisoblash eksperimenti qanday bosqichlarga ega?
7. Prognozlash hisoblash eksperimentining bosqichi bo'la oladimi?

I. AMALIY MASHG‘ULOTLAR

1-AMALIY MASHG‘ULOT

TESKARI MATRITSANI ANIQLASH

Ishning maqsadi: Ma’lumki, firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasida cheklanishlarni tenglamalar sistemasi orqali ifodalash mumkin:

$$AX = B.$$

Bunday ko‘rinishdagi sistemani yechishda teskari A^{-1} matritsani aniqlash kerak bo‘ladi.

Masala. Berilgan A matritsaga teskari matritsani aniqlaymiz:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Buning uchun avval matritsaning aniqlovchisini (determinantini) aniqlaymiz:

1. $\Delta = 8 \cdot 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 2 \cdot 3 - 8 \cdot 3 \cdot 4 - 3 \cdot 1 \cdot 5 =$
$= 80 + 27 + 8 - 12 - 96 - 15 = -8.$

$\Delta = -8$. Determinantning qiymati nolga teng emas, demak, teskari matritsani hisoblash mumkin.

2. Berilgan matritsaning algebraik to‘ldiruvchilarini aniqlaymiz:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}.$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 10 - 12 = -2$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -(5 - 9) = 4$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (4 - 6) = -2$$

$$A_{21}=(-1)^{1+2}\cdot\begin{vmatrix}3 & 2\\ 4 & 5\end{vmatrix}=(-1)\cdot(15-8)=-7$$

$$A_{22}=\cdot\begin{vmatrix}8 & 2\\ 3 & 5\end{vmatrix}=40-6=34$$

$$A_{23}=(-1)\cdot\begin{vmatrix}8 & 3\\ 3 & 4\end{vmatrix}=(-1)\cdot(32-9)=-23$$

$$A_{31}=\cdot\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{vmatrix}=(9-4)=5$$

$$A_{32}=(-1)\cdot\begin{vmatrix}8 & 2\\ 1 & 3\end{vmatrix}=(-1)\cdot(24-2)=-22$$

$$A_{33}=\cdot\begin{vmatrix}8 & 3\\ 1 & 2\end{vmatrix}=(16-3)=-13.$$

Algebraik to‘ldiruvchilardan tuzilgan matritsa quyidagicha yoziladi:

$$A_1=\begin{vmatrix}-2 & 4 & -2\\ -7 & 34 & -23\\ 5 & -22 & 13\end{vmatrix}$$

Transponirlashgan matritsani aniqlaymiz:

$$A^{\mathrm{T}}=\begin{vmatrix}-2 & -7 & 5\\ 4 & 34 & -22\\ -2 & -23 & 13\end{vmatrix}$$

Teskari matritsa esa quyidagicha aniqlanadi:

$$A^{-1}=\frac{1}{\Delta}A^{T}=\frac{1}{(-8)}\begin{vmatrix}-2 & -7 & 5\\ 4 & 34 & -22\\ -2 & -23 & 13\end{vmatrix}$$

bundan

$$A^{-1}=\begin{vmatrix}4 & 7/8 & -5/8\\ -1/2 & -17/4 & 11/4\\ -2 & 23/8 & -13/8\end{vmatrix}$$

ya’ni, teskari matritsa aniq ko‘rinishni qabul qildi.

Topshiriq. Berilgan A matritsaning ustunlari bo‘yicha, variantlari bo‘yicha, 1, 2, 3 sonlarni qo‘shib, teskari matritsalar hisoblansin.

2-AMALIY MASHG'ULOT

GAUSS USULI BILAN TESKARI MATRITSANI HISOBLASH

Ishning maqsadi: Talabalarda kvadrat matritsaga teskari matritsani topish ko'nikmasini hosil qilish.

Masalaning qo'yilishi: 1) talabalarda teskari matritsani hisoblash haqida qisqacha nazariy ko'nikma hosil qilish;

2) berilgan matritsaga teskari matritsani topish;

3) Gauss usuli yordamida berilgan matritsaga teskari matritsani topish dasturini tuzish va qo'lda olingan hisob natijasi bilan taqqoslash. Agar $A \cdot A$ ko'paytma birlik matritsa, ya'ni $A \cdot A = A \cdot A = E$ (E-birlik matritsa) bo'lsa, A matritsa A^* matritsaga teskari matritsa deyiladi.

Berilgan matritsaga teskari matritsani Gauss usuli bilan hisoblash algoritmini quyidagi topshiriqni bajarish misolida keltiramiz:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 7 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

Yechish. Buning uchun quyidagi matritsani tuzamiz:

$$\left| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right|$$

Birinchi ustunni 1 ga, so'ngra 2 ga ta ko'paytirib, mos ravishda ikkinchi va uchinchi ustunga qo'shamiz:

$$\left| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right|$$

Ikkinchi ustunni 2 ga va 1 ga ko'paytirib, mos ravishda birinchi va uchinchi ustunga qo'shamiz:

$$\left| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right|$$

Uchinchi ustunni 3 ga ko'paytirib, birinchi ustunga qo'shamiz va ikkinchi ustunni 1 ga ko'paytiramiz:

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 6 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right|$$

Ikkinchi va uchinchi ustunlarni almashtiramiz:

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 6 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

Natijada A ga teskari A^{-1} matritsani hosil qilamiz:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Topshiriqlar.

Birinchi tajriba ishida keltirilgan matritsa elementlariga shifringizning oxirgi raqamini qo'shib, variantlar bo'yicha teskari matritsani aniqlang.

3-AMALIY MASHG'ULOT

TENGLAMALAR SISTEMASINI TESKARI MATRITSA YORDAMIDA YECHISH

Masalaning qo'yilishi:

Mahsulot ishlab chiqarish masalasining boshlang'ich qiymatlari berilgan:

$$A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,8 & 0,8 \\ 0,4 & 0,4 & 0,4 \\ 0 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}$$ — xomashyolarning sarflanadigan normalari.

$$B = \begin{pmatrix} 800 \\ 400 \\ 150 \end{pmatrix}$$ — xomashyo zaxirasi.

$C = (100,\ 120,\ 130)$ — mahsulotlar birligidan olinadigan sof foydalar.

Ishning maqsadi: Talabalarni yechimlarning turlari bilan tanishtirish.

Masalani yechish. Masalaning iqtisodiy-matematik modelini matritsa ko'rinishida ifodalaymiz:

$$AX \leq B \tag{1}$$

$$X \leq 0 \tag{2}$$

$$F(x) = CX \to \max \tag{3}$$

Birinchi cheklanishlar sistemasini tenglamalar sistemasi bilan almashtiramiz:

$$AX = B$$

Bu sistemadan yechim vektorini aniqlaymiz:

$X = A^{-1}B$ yoki $X = \frac{1}{\Delta A} A^{T} B$ bunda, $\Delta_A \neq 0$,

ya'ni determinant nolga teng bo'lmasligi kerak.

Determinantni Sarius usulida hisoblaymiz:

$$\Delta A = \left| \begin{array}{ccc|cc} 0,8 & 0,8 & 0,8 & 0,8 & 0,8 \\ 0,4 & 0,4 & 0,4 & 0,4 & 0,4 \\ 0 & 0,2 & 0,3 & 0 & 0,2 \end{array} \right| =$$

$$0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,3 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0 + 0,8 \cdot 0,4 \times$$
$$\times 0,2 - 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0 - 8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 - 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,096 + 0,064 -$$
$$- 0,032 - 0,096 = 0,064$$

Determinantning qiymati $\Delta = 0,064$, $(\Delta \neq 0)$ nolga teng emas, teskari A^{-1} matritsani hisoblash mumkin. Matritsani algebraik to'ldiruvchilarini aniqlaymiz:

$$a_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

$$a_{11} = \begin{vmatrix} 0,4 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 \end{vmatrix} = 0,4 \cdot 0,3 - 0,2 \cdot 0,2 = 0,12 - 0,04 = 0,08$$

$$a_{12} = -\begin{vmatrix} 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0,3 \end{vmatrix} = -(0,12 - 0) = -0,12$$

$$a_{13} = \begin{vmatrix} 0,4 & 0,4 \\ 0 & 0,2 \end{vmatrix} = (0,08 - 0) = 0,08$$

$$a_{21} = -\begin{vmatrix} 0,3 & 0,8 \\ 0,2 & 0,3 \end{vmatrix} = -(0,24 - 0,16) = -0,08$$

$$a_{22} = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,8 \\ 0 & 0,3 \end{vmatrix} = (0,24 - 0) = -0,24$$

$$a_{23} = -\begin{vmatrix} 0,8 & 0,8 \\ 0 & 0,2 \end{vmatrix} = -(0,16-0) = -0,16$$

$$a_{31} = 0$$

$$a_{32} = -\begin{vmatrix} 0,8 & 0,8 \\ 0,4 & 0,4 \end{vmatrix} = -(0,16-0,32) = 0,16$$

$$a_{33} = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,8 \\ 0,4 & 0,4 \end{vmatrix} = (0,32-0,32) = 0$$

Algebraik to‘ldiruvchilardan A_{T} matritsa tuzamiz:

$$A_{\text{T}} = \begin{pmatrix} 0,08 & -0,12 & 0,08 \\ -0,08 & 0,24 & -0,16 \\ 0 & 0,16 & 0 \end{pmatrix}$$

A_{T} matritsaga transponirlashgan A^{T} matritsa tuzamiz:

$$A^{\text{T}} = \begin{pmatrix} 0,08 & -0,08 & 0 \\ -0,12 & 0,24 & 0,16 \\ 0,08 & -0,16 & 0 \end{pmatrix}$$

Ma’lumki [4],

$$X = \frac{1}{\Delta_A} \cdot A^T \cdot B$$

Aniqlangan qiymatlarni o‘rniga qo‘yib, yechim vektorini hisoblaymiz, avval vektorning matritsaga ko‘paytmasi qoidasidan foydalanamiz.

$$X = \frac{1}{0,064} \cdot \begin{pmatrix} -0,08 & -0,08 & 0 \\ -0,12 & 0,24 & 0,16 \\ 0,08 & -0,16 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 800 \\ 600 \\ 150 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,08 \cdot 800 + (-0,08) \cdot 400 + 0 \\ -0,12 \cdot 800 + 0,24 \cdot 400 + 0,16 \cdot 150 \\ 0,08 \cdot 800 - 0,16 \cdot 400 + 0 \end{pmatrix} \frac{1}{0,064} = \begin{pmatrix} 64 - 32 \\ -86 + 96 + 24 \\ 64 - 64 \end{pmatrix} \frac{1}{0,064} =$$

$$= \begin{pmatrix} 32 \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{0,064} \cdot$$

Yechim vektori quyidagi qiymatga ega bo'ladi:

$$X = \begin{pmatrix} 32/0,064 \\ 24/0,064 \\ 0/0,084 \end{pmatrix}, \text{ ya'ni yechim } X \approx \begin{pmatrix} 500 \\ 372 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ vektorga teng.}$$

Xulosa. Hosil qilgan yechimni optimal yechim bilan keyingi tajriba ishlarida solishtirish mumkin.

Topshiriq. B va C vektorlarga shifringizning oxirgi raqamini qo'shib, yechim vektori X ni aniqlang. Boshlang'ich qiymatlar 1-tajriba ishida keltirilgan.

4-AMALIY MASHG'ULOT

FIRMA, KORXONANING MAHSULOT ISHLAB CHIQARISH MASALASINING IQTISODIY-MATEMATIK MODELINI TUZISH

Ishning maqsadi: Talabalarni iqtisodiy-matematik modellarni tuzishga o'rgatish, natijani tahlil qilish.

Masala: Qandolat sexi 2 xil ($j = 1,2$) mahsulot ishlab chiqaradi. Bu mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun 3 xil xomashyo ($I = 1, 2, 3$) ishlatadi. Sex omborida I xil xomashyo (shakar) 120 miqdorda, II xil xomashyo (meva sharbati) 130 miqdorda, III xil xomashyo (un) 75 miqdorda bor. Bir birlik j- turdagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun I turdagi xomashyodan qancha sarflanishi 1-jadvalda keltirilgan.

Sex bir birlik I turdagi mahsulotni sotishdan 5 pul birligida, II turdagi mahsulotning bir birligini sotishdan 6 pul birligida foyda ko'radi.

1-jadval

Xomashyo turlari	Mahsulot turlari, normalar		Xomashyo zaxiralari, t.
	1	2	
I (shakar)	6	4	120
II (meva sharbati)	2	5	130
III (un)	1	3	75
Sof foyda, ming so'm	5	6	

Qandolat sexi ishini tashkil qilishda sex eng ko'p foyda olishi uchun qaysi mahsulotdan qancha ishlab chiqarish kerakligini aniqlash kerak.

Iqtisodiy-matematik modelning matritsa ko‘rinishi quyidagicha berilgan bo‘lin:

$$Ax \geq = B \tag{1}$$
$$X > 0 \tag{2}$$
$$F(x) = Cx > \max \tag{3}$$

Topshiriq. Boshlang‘ich qiymatlar B va C ga shifringizning oxirgi (N) raqamini qo‘shib, ($B_1 = B + N$, $C_1 = C - N$), quyidagilarni bajaring:

1. Iqtisodiy-matematik modelni tuzing.
2. Simpleks tenglamalar sistemasini tuzing.
3. Simpleks jadval tuzing.
4. Boshlang‘ich reja $F_0(x)$ ni aniqlang.
5. Boshlang‘ich yechimni aniqlang.

5-AMALIY MASHG‘ULOT

FIRMA, KORXONANING MAHSULOT ISHLAB CHIQARISH MASALASINI SIMPLEKS USULIDA OPTIMALLASHTIRISH

Ishning maqsadi: Amalda talabalarni simpleks usulida optimallashtirish masalalarini yechishga o‘rgatish.

Topshiriq.

Boshlang‘ich qiymatlarga ko‘ra firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarishi optimal rejasi aniqlansin. Shunga ko‘ra, iqtisodiy-matematik model, simpleks jadval tuzilsin. Maqsad funksiyaning optimal qiymati belgilansin va boshqarish vektor ajratib ko‘rsatilsin.

Uchinchi topshiriqni qandolat ishlab chiqarish fabrikasining zaxiralari va har bir mahsulotdan olinadigan daromad talaba shifrining oxirgi ikki raqami qo‘shilgan holda yechiladi.

Quyidagi boshlang‘ich qiymatlar berilgan bo‘lsin:

B — (420, 200, 120) — xomashyolar zaxiralari;

C — (110, 150, 120) — mahsulotning har bir tonnasidan olinadigan daromad;

$$A - \begin{pmatrix} 0,6 & 0,6 & 0,6 \\ 0,3 & 0,3 & 0,2 \\ 0 & 0,1 & 0,4 \end{pmatrix}$$ — mahsulotlarni ishlab chiqarishda xomashyolarning sarflanadigan normalari (ulushlari).

Agar talaba shifri 15 raqam bilan tugasa, topshiriqni yechganda quyidagi boshlang‘ich qiymatlar qabul qilinadi:

B — (435, 215, 135) — xomashyolar zaxiralari;

C — (125, 135, 135) — mahsulotlarning har bir tonnasidan olinadigan daromad.

Izoh: A — matritsaning qiymatlari o'zgarmaydi.

MASALANI YECHISH UCHUN METODIK KO'RSATMA

Topshiriqning optimal yechimini aniqlash.

Berilgan ishlab chiqarish korxonasining boshlang'ich qiymatlariga ko'ra cheklanishlar sistemasini tuzamiz.

1. Birinchi cheklanish sarflanadigan xomashyolar mahsulot ishlab chiqarish uchun xomashyolar zaxiralaridan oshmasligi kerak, ya'ni quyidagi tengsizliklar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left|\begin{array}{c} 0,8x_1+0,8x_2+0,8x_3\leq 800 \\ 0,4x_1+0,4x_2+0,2x_3<400 \\ 0,2x_2+0,3x_3<150 \end{array}\right| \tag{1}$$

2. Ikkinchi cheklanish o'zgaruvchilarning musbatlik sharti o'rinli:

$$x_j\geq 0,\ \text{bunda} — \ j=\overline{1,3} \tag{2}$$

3. Maqsad funksiya, bu mahsulot turlaridan olinadigan umumiy daromadni ifodalaydi:

$$F(x)=100x_1+120x_2+130x_3=>\max. \tag{3}$$

Birinchi, ikkinchi cheklanishlar va maqsad funksiya birgalikda korxonalar ishlab chiqarishining iqtisodiy-matematik modelini hosil qiladi.

Fiktiv (x_4, x_5, x_6) mahsulotlar kiritib, simpleks tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} 800=0,8x_1+0,8x_2+0,8x_3+x_4 \\ 400=0,4x_1+0,4x_2+0,2x_3+x_5 \\ 150=0,2x_2+0,3x_3+x_6 \end{cases} \tag{4}$$

$$x_j>0,\ \ J=\overline{1,6} \tag{5}$$

$$F(x)=100x_1+120x_2+130x_3+0x_4+0x_5+0x_6=>\max \tag{6}$$

Simpleks tenglamalar sistemasi asosida simpleks jadval tuzamiz (1-jadval):

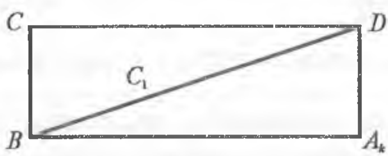
1-jadval

C_j	P_K	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_0/x_3
			100	120	130	0	0	0	
0	x_4	800	0,8	0,8	0,8	1	0	0	800/0,8=1000
0	x_5	400	0,4	0,4	0,2	0	1	0	400/0,2=2000
0	x_6	150	0	0,2	0,3	0	0	1	150/0,3=500
24 – C_1		F_0=0	–100	–120	–130	0	0	0	

Maqsad funksiya qatorida eng kichik qiymatiga ko'ra, kalit x_3 ustun elementlarini aniqlaymiz. Bu x_3 mahsulotdan korxona eng katta daromad oladi.

Keyingi bosqichga kelib ustun elementlari sifatida eng kichik qiymatni belgilaymiz. Bu qiymatlar jadvalning o'ng ustunida joylashgan. Ya'ni min(1000, 2000, 500) =>500; bu qiymat x_6 qatorda joylashgan, shuning uchun qator x_6 kalit yo'l elementlari bo'ladi. Uni chiziq bilan belgilaymiz. Kalit yo'l elementlari va kalit ustun elementlari kesishgan joydagi element (x_6 — kalit yo'l, x_3 — kalit ustun) kalit element hisoblanadi, kalit element 0,3 ga teng.

Keyingi 2,3 simpleks jadvallar to'g'ri to'rtburchak qoidasiga binoan hisoblanadi (agar to'rtburchakning cho'qqilari quyidagi belgilar bilan belgilansa):



bunda: A_k — simpleks jadvalining kalit elementi;

C — izlanayotgan yangi element;

C_1 — izlanishi kerak bo'lgan element (C)ning eski qiymati.

Unda hisoblashlarda quyidagi formula qo'llaniladi:

$$C_1 = C - \frac{B \cdot D}{A_k}, \qquad (1)$$

bunda: B, D — aniq qiymatlarga teng bo'lib, kalit elementlarning ustun va yo'lida joylashgan kataklardagi elementlar. To'g'ri to'rtburchakda esa aniq burchakdagi diagonal elementlar, ya'ni yangi simpleks jadvalning elementlari shu nuqta yordamida hisoblanadi, simpleks jadvalining qolgan kalit yo'l elementlari esa eski elementlarni A_k elementga bo'lish natijasida hosil bo'ladi.

Kalit ustun elementlarining o'rniga esa yangi simpleks jadvalida nollar yoziladi, faqat kalit element o'rnida bir joylashtiriladi. Kalit yo'l, kalit ustun elementlarini aniqlash bu iqtisodiy ma'noga ega, ya'ni fiktiv x_6 mahsulotni haqiqiy x_3-daromad keltiradigan mahsulot bilan almashtirishni ifodalaydi.

Shu tartibda yangi simpleks jadvallar tuziladi va hosil bo'lgan reja optimal reja hisoblanadi (maqsad funksiya qatorida manfiy sonlar qolmaguncha yangi simpleks jadvalning qiymatlari pastdagi 2-jadvalda joylashgan).

2-jadval

C_j	P_k	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
			100	120	130	0	0	0
0	x_4	400	0,8	0,3	0	1	0	−2,6
0	x_5	300	0,4	0,39	0	0	1	0,66
130	x_3	500	0	0,7	1	0	0	3,33
Z_1-P_K		F_1=65000	−100	−34	0	0	0	433

Bu ikkinchi jadvalning qiymatlari optimal qiymat emas, chunki maqsad funksiya qatorida manfiy sonlar bor. Maqsad funksiyaning qiymati F_1 quyidagiga teng:

$$F_1 = 65000 \text{ ming so'm.}$$

Maqsad funksiyaning son qiymatini to'rtburchaklar qoidasi asosida ham hisoblash mumkin:

$$F_1(x) = 0 - \frac{(-150)\cdot 130}{0,3} = 500 \cdot 130 = 65000 \text{ ming so'm}.$$

Hosil qilingan reja optimal reja bo'lmagani uchun yana kalit ustun elementlari kalit yo'l elementlari va kalit elementni ikkinchi jadvaldan aniqlab, yangi, 3-jadval elementlarini hisoblaymiz:

3-jadval

C_j	P_k	x_0	x_1	x_2	x_4	x_5	x_6
1000	x_1	500	1	0	33,3	0	−0,8
0	x_5	100	0	0	0,5	1	−1
130	x_3	500	0	1	0	0	3,33
Z_1-P_k		F_1=115000	0	0	125	0	133

Uchinchi simpleks jadval optimal qiymatga ega, chunki maqsad funksiya qatorida manfiy sonlar qolmagan, maqsad funksiyaning optimal qiymati F_{max} jadvalga ko'ra 115000 ming so'mga teng.

$$F_2(x) = 115\,000 \text{ ming so'm.}$$

Xulosa.

F_{max} — korxonaning mahsulotlaridan olinadigan umumiy daromadni ifodalaydi. Boshqarish vektorining komponentalarini, ya'ni ishlab chiqariladigan mahsulotlari hajmlarini aniqlaymiz:

$$X = x(x_1,\ x_2,\ x_3), \text{ ya'ni } X = x(500,\ 0{,}500).$$

Vektorning qiymatidan ma'lumki, x_2-turdagi mahsulot rejaga kirmagan, chunki bu x_2-turdagi mahsulotdan korxona daromad olmas ekan. Aniqlangan mahsulotlarni cheklanishlarga qo'ysak, ularni qanoatlantiradi.

6-AMALIY MASHG'ULOT

GRAFIK USULDA OPTIMAL YECHIMNI ANIQLASH

Ishning maqsadi: Talabalarga optimal yechimning grafik usulini o'rgatish.

Masalaning qo'yilishi: Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasining iqtisodiy-matematik modeli berilgan:

$$\left.\begin{array}{l} L_1 \to 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ L_2 \to 2x_1 - 3x_2 \geq 6 \\ L_3 \to 4x_1 + 3x_2 \geq 12 \end{array}\right\} \quad (1)$$

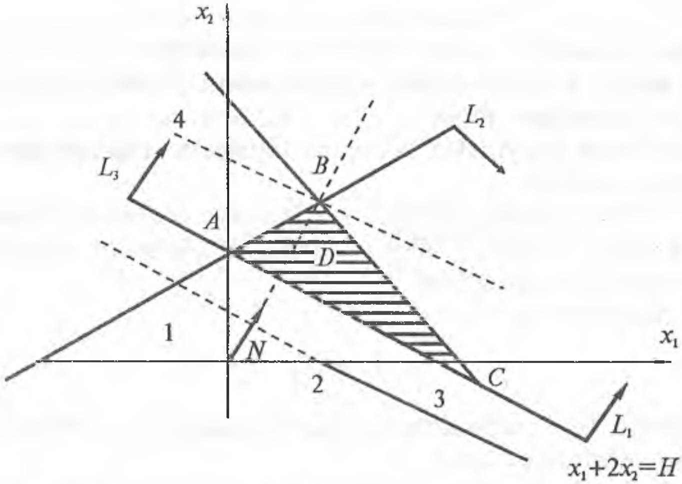
$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \quad (2)$$

$$F(x) = x_1 + 2x_2 \to \max. \quad (3)$$

Topshiriq. Firma, korxona ishlab chiqaradigan shunday noma'lum mahsulotlari hajmlarini aniqlash kerakki, maqsad funksiya ($F(x)$) maksimum qiymatga erishsin.

Agar cheklanishlar sistemasi $A_i x + B_i x + C_i \Theta$ O (bunda — 1, 2, 3) bo'lsa, $\Theta = [=, \neq, \geq, \leq, >, <]$ belgilarni bildiradi.

To'g'ri chiziqlarning tenglamalari bilan ifodalangan bo'lsa, $i = 3$, ya'ni L_3 tenglamalarning A_3, B_3 koeffitsiyenti va C_3 ozod hadlariga



1-rasm.

N shifringizning oxirgi raqamini qo'shib, ishlab chiqariladigan mahsulotlarning hajmlarini aniqlang. Grafik chizing, D yechimlar sohasini aniqlang.

Metodik ko'rsatma.

1. Yechimlar sohasi (D) mavjud, sistema yechimga ega (ΔABC — uchburchak) (1-rasmga q.)

2. Maqsad funksiya chizig'i:

$x_1 + 2x_2 = h$, bunda — $C_1 = 1$, $C_2 = 2$ ga teng qiymatlarni qabul qiladi.

3. Normal vektor $\overline{N} = \overline{N}(1, 2)$ ko'rinishni qabul qiladi.

Izoh: Masala shartlari o'zgarganda D sohaning ko'rinishi ham o'zgaradi.

7-AMALIY MASHG'ULOT

MAHSULOTLARNI ASSORTIMENT (TURLARI) BO'YICHA ISHLAB CHIQARISH

Mahsulotlar bozor sharoitida talab o'zgarib turganini nazarga olgan holda, assortiment (turlar) bo'yicha ishlab chiqarilishi shart.

Mahsulotlarni turlari bo'yicha ishlab chiqarishda cheklanishlar sistemasiga yana bitta cheklanish qo'shiladi va masala yana simpleks usulda yechiladi.

Shundan xulosa chiqarish mumkinki, cheklanishlarga xohlagan sharoitlarni qo'shib, masalaning optimal yechimini aniqlash mumkin.

Ishning maqsadi: Talabalarga bozor sharoitiga mos iqtisodiy-matematik model tuzishni hamda optimallashtirish masalasini hal qila bilishni o'rgatishdan iborat.

Masalaning qo'yilishi: Ikkinchi tajriba mashg'ulotning boshlang'ich qiymatlari:

B= (70000, 30000, 15000) — xomashyo resurslari (tonna);

C= (10000, 11000, 12000) — bir birlik mahsulot olinadigan sof foyda darajasi (ming so'm).

Qo'shimcha shart

$$X_3 = X_2.$$

Uchinchi (X_3) mahsulotning hajmi ikkinchi (X_2) mahsulotning hajmidan oshmasligi kerak.

Topshiriq. 1. Berilgan boshlang'ich shartlarga ko'ra iqtisodiy-matematik model tuzing.

2. *B* va *C* vektor qiymatlarga shifringizning oxirgi raqamini qo'shing va simpleks tenglamalar sistemasini tuzing.

3. Simpleks tenglamalar sistemasi asosida simpleks jadval tuzing.

4. Maqsad funksiyasining optimal qiymatini aniqlang.

5. Optimal vektor yechimini aniqlang.

6. Shifrining ikki raqami 10 bo'lgan talaba berilgan boshlang'ich qiymatlarni nazarga olgan holda masalani yechadi va EHM da yechilgan natija bilan solishtiradi (2-tajriba ishi)

7. Hosil qilingan yechimni tahlil qiling.

8-AMALIY MASHG'ULOT

ARALASHMA MASALASINI OPTIMALLASHTIRISH (MINIMUM MASALALARGA DOIR)

Ishning maqsadi: Funksiyaning eng kichik qiymatini aniqlash.

Masalaning qo'yilishi: Ovqat ratsionallarini tuzishda uning tarkibida kerakli miqdorda oqsillar 0,2(40%), yog'lar 0,2(20%), uglevodlar 0,3 (30%) va vitaminlar 0,2 (20%) bo'lishi kerak. Aralashma tuzishda M_1, M_2, M_3 turdagi xomashyolardan foydalanilgan, bu xomashyolar birliklarining tannarxi ma'lum qiymatlarga ega.

Agar biz X_1, X_2, X_3 orqali aralashma modelini tuzish uchun kerak bo'lgan noma'lum xomashyolarni belgilasak, ularning yig'indisi biron son (R)ga teng bo'lsa (xususiy holda):

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

tenglik o‘rinli bo‘lishi kerak.

Foydalaniladigan xomashyolar tarkibida aniq miqdorlarda yuqorida ifodalangan moddalar mavjud bo‘lsa, quyidagi iqtisodiy-matematik model tuziladi:

$$\left.\begin{aligned} 0,2x_1 + 0,2x_2 + 0,1x_3 &= 0,2 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 + 0,3x_3 &= 0,4 \\ 0,3x_1 + 0,3x_2 + 0,4x_3 &= 0,3 \\ 0,4x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 &= 0,1 \end{aligned}\right] \qquad (1)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \qquad (2)$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \qquad (3)$$

$$F(x) = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \to \min. \qquad (4)$$

TOPSHIRIQLAR VA TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Noma’lumlar oldidagi koeffitsiyentlarni o‘zgartirib eng arzon aralashma modelini tuzing.
2. Iqtisodiy-matematik modelini umumiy holda yig‘indilar orqali ifodalang.
3. Fiktiv xomashyolar birliklarining tannarxi *M* qanday sonni belgilaydi?
4. Simpleks tenglamalar sistemasini tuzishda fiktiv xomashyolarning soni nechta bo‘ladi?
5. Aralashma masalasini qaysi usul yordamida optimallashtirish mumkin?
6. Minimum masalasini optimallashtirish maksimum masalasini optimallashtirishdan qanday farq qiladi?
7. Minimum masalasi uchun simpleks jadval tuzing.
8. Minimum masalasida iqtisodiy-matematik model tengsizliklar bilan ifodalangan bo‘lsa, necha guruh o‘zgaruvchilardan foydalanib simpleks tenglamalar sistemasi tuziladi?

II. TAJRIBA MASHG'ULOTLARI

1-TAJRIBA MASHG'ULOTI

Quyida Gauss usuli yordamida matritsaga teskari matritsani topish dasturi keltirilgan.

Dasturda boshlang'ich qiymatlarni o'zgartiring, matritsaning son qiymatlarini kiriting.

Ishning maqsadi: Tuzilgan dastur operatorlarini tushunib, amaliyotda qo'llashni o'rganish.

PASKAL algoritmik tilidagi dastur matni:

```
TESKARI MATRISANI TOPISH
type mat=array [l .. 10,1 .. 20] of real;
var i, j, n:integer; s:real; a:mat;
Prosedure Matr(n:integer; var a:mat);
begin for i:=l to n do
for j:= 1 to n do begin
Write ('A (', i', Y j,') ='); Readln (a[i, j]);
end; end;
Procedure inv (n:integer; var a:mat; var s:real);
var i, j, k:integer;
r:real;
begin
for i:=1 to n do
begin
for j:=n+l to 2·n do
begin
a[i, j]:=0; a[i, i+n]:=l;
end;
for k:=l to n do
begin
s:=a[k, k]; j:=k;
for i:=k+l to n do
begin
r:=a[i, k];
if abs (r) >abs (s) then begin
s:=r; j:=1 end; end; end;
if s=0. 0 then exit;
if jo k then for i:=k to 2·n do begin
r:=a[k, i]; a[k, i]:=a[j, i]; a[j, i]: =rend;
for j:=k+l to 2·n do a[kj]:=a[kj]/s;
for i:=k+l to 2·n do begin r:=a[I, k];
```

```
For i:=k+l to n do begin
r:=a[k, i]; a[k, i]: = a[j, i]; a[j, i]:r end;  end;
for j:=k to n do a[kj]:=a[kj]/s;
for i:=k to n do begin r:=a[I, k];
for j:=k to n do a[Ij]: =a[Ij]-a[kj]:r; end;
p:=p·s; end;
s:=p·a[n, n]; end;
begin
repeat Write ('N='); Readln (n); Matr (n, a); det (n, a, s);
Writeln ('DET=', S); Until false
end.
```

TOPSHIRIQLAR. Berilgan kvadrat matritsaga teskari matritsani Gauss usuli yordamida toping.

Topshiriq tarkibi	Ozod had	Matritsa elementlari			Topshiriq tartibi	Ozod had	Matritsa elementlari		
1	2	3			1	2	3		
1	6	8	3	2	2	1	12	5	2
	5	1	2	3		6	−10	3	4
	2	3	4	5		7	8	11	17
3	12	6	5	2	4	11	10	3	0
	5	−1	2	3		3	2	12	6
	4	3	15	1		7	2	8	3
5	2	3	5	1	6	2	−3	2	5
	3	4	1	−1		2	5	−2	8
	5	2	4	3		7	3	2	4
7	4	11	3	5	8	−2	4	6	8
	13	−2	9	0		5	−1	2	1
	1	2	3	4		14	15	16	13
9	3	1	−4	7	10	2	3	−2	8
	11	13	2	1		1	3	2	1
	1	5	0	2		7	5	16	−3
11	2	−1	11	7	12	7	15	2	8
	3	−2	8	1		2	11	10	3
	6	7	2	1		1	6	5	−1
13	2	−1	1	10	14	1	−2	4	11
	3	−3	−16	2		2	−3	5	6
	4	1	−3	3		3	7	9	12
15	2	2	4	−5	16	18	0	1	12
	8	12	15	1		1	−1	3	−3
	6	7	−2	0		3	2	1	5

17	5 3 2	4 1 5	3 2 −7	4 1 9	18	3 2 1	−1 2 −2	5 −2 1	7 11 18
19	17 3 1	5 4 3	−8 1 3	3 16 17	20	3 2 5	12 −2 7	3 −6 9	4 3 11
21	1 2 8	3 2 12	3 4 15	1 −5 1	22	2 18 1	−1 0 −1	8 1 3	2 12 −3
23	5 3 2	4 1 5	2 −7 −2	1 9 3	24	2 1 3	2 −2 5	−2 1 7	11 18 13
25	17 3 1	5 4 3	−8 1 3	3 16 17	26	3 2 5	12 −2 7	3 −6 9	4 3 11
27	3 13 1	11 −4 0	4 3 −3	1 2 4	28	3 1 4	2 3 −5	12 11 17	1 8 3
29	7 1 11	2 4 2	−3 11 −3	2 6 7	30	8 3 2	2 2 1	13 16 11	2 −3 1

2-TAJRIBA MASHG'ULOTI

Simpleks usul dasturi asosida optimallashtirish masalasini yechish.

Ishning maqsadi: Optimallashtirish masalalarini yechishda dasturlarni qo'llashga talabalarni o'rgatish.

Masalaning sharti 4-tajriba mashg'ulotida keltirilgan.

II. Simpleks usuli dasturining listingi (Paskal tilida).

```
uses crt;
label 1;
var
f:text;
r, k, m, n, j, i, ml, s, d:integer;
z, min, rt, pv:real;
a:array [1.. 10, 0.. 10] of real;
nb, bs:array [1.. 10] of integer;
v:array [1.. 10] of real;
begin   CLRSCR;
assign (f, 'c:\simplex. txt');
rewrite (f);
write ('ishlatilayotgan xomashyolar soni:');
readln (M);
```

```
write ('ishlab chiqarilishi kerak bo'lgan mahsulotlar soni:');
readln (n);
m1:=m+1;
for i:=1 to m1 do
begin
if i=m1 then
begin
writeln ('', 'maqsad funksiya koeffitsiyentlarini kiritish:');
for j:=1 to n do
begin
write (j, '-koeffitsiyentni kiritish:'); readln (a[i, j]);
end;
write ('Foydani kiritish:');
readln (a[i, 0]);
end
else
begin
writeln ('', i, '-tenglama koeffitsiyentlarini kiritish:');
for j:=1 to n do
begin
write (j, '-koeffitsiyentni kiritish:');readln (a[i, j]);
end;
write (i, '-tenglamaning ozod sonini kiritish:');
readln (a[i, 0]);
end;
end;
for i:=1 to m do
begin
write (i, '-bazis o'zgaruvchi belgisini kiritish:');
readln (bs[i]);nb[bs[i]]:=1;
end;
for j:=1 to bs[i]—1 do nb[j]:=0;
writeln (f, 'Berilganlar.');
writeln (f);
write (f, 'B = (');
for i:=1 to m do
begin
if i=m then write (f, a[i, 0]:5:2, ') -xomashyo resursi.')
else write (f, a[i, 0]:5:2, ', ');
end;
writeln (f);
```

```
writeln (f);
write (f, 'C = (');
for j:=1 to n do
begin
if j=n then
write (f, abs (a[m1, j]):5:2, ') -bir birlik mahsulotdan olinadigan
foyda darajasi.')
else write (f, abs (a[m1, j]):5:2, ', ');
end;
writeln (f);
writeln (f);
writeln (f, 'Xomashyoning ishlatilish normasi (A matritsa):');
for i:=1 to m do begin writeln (f);
for j:=1 to n do begin
if j=1 then write (f, ' | ', a[i, j]:5:2)
else begin
if j=n then write (f, a[i, j]:5:2, ' | ')
else write (f, '', a[i, j]:5:2);
end;end;end;
k:=1;z:=0,000000001;
repeat
writeln (f);
writeln (f, '', k, ' — Simpleks jadval ');
for i:=1 to m1 do begin writeln (f);
for j:=0 to n do write (f, a[i, j]:2:2, ' |');writeln (f);
write(f, '______________________________________________');end;
min:=-z;s:=0;pv:=0;
for j:=1 to n do
begin
if a[m1, j]<min then
begin
min:=a[m1, j];s:=j; s:=j;
end;
end;
if s<>0 then
begin
min:=1000000;r:=0;
end
else goto l;
for i:=1 to m do
```

```
begin
if a[i, s]>z then
begin
rt:=a[i, 0]/a[i, s];
if rt<min then
begin
r:=i;min:=a[i, 0]/a[i, s];
end;
end;
end;
if r<>0 then pv:=a[r, s]
else
begin
writeln ('reja optimal emas'); readln;halt (0);
end;
for i:=1 to m1 do v[i]:=a[i, s];
for i:=1 to m1 do
begin
if i<>r then
a[i, s]:=0;
end;
for i:=1 to m1 do
begin
if i<>r then
begin
for j:=0 to n do if j<>s then
a[i, j]:=a[i, j]-v[i]*A[R, J]/PV;
end;
end;
for j:=0 to n do
begin
A[R, J]:=a[r, j]/PV;
end;
nb[bs[r]]:=0;nb[s]:=1;bs[r]:=s;
k:=k+1;
until k>n;
l: clrscr;
writeln ('NATIJA');
writeln ('________________________________________________');
writeln ('Eng katta foydaga erishish uchun ishlab chiqarilishi
kerak bo‘lgan');
```

```
writeln ('mahsulotlarning o‘lchov birliklari:');
for j:=1 to n do
begin
d:=0;
for i:=1 to m do
begin
if bs[i]=j then
begin
writeln ('x[', j, ']=', a[i, 0]:2:2, ';');d:=1;
end;
end;
if d=0 then
writeln ('x[', j, ']=', 0);
end;
writeln ('_______________________________________');
writeln ('ortib qolgan xomashyolarning o‘lchov birliklari:');
for j:=n+1 to n+m do
begin
d:=0;
for i:=1 to m do
begin
if bs[i]=j then begin
writeln ('x[', j, ']=', a[i, 0]:2:2, ':');d:=1;
end;
end;
if d=0 then
writeln ('x[', j, ']=', 0);
end;
writeln ('_______________________________________');
writeln ('Eng katta foyda: F=', a[m1, 0]:2:2, ':');
writeln ('Ushbu masala bo‘yicha to‘liq ma’lumotni C:\simplex.
txt faylidan olishingiz mumkin. ');
writeln (f, 'NATIJA');
writeln (f, '_______________________________________');
writeln (f, 'Eng katta foydaga erishish uchun ishlab chiqarilishi
kerak bo‘lgan ');
writeln (f, 'mahsulotlarning o‘lchov birliklari:');
for j:=1 to n do
begin
d:=0;
for i:=1 to m do
```

```
begin
if bs[i]=j then
begin
writeln (f, 'x[', j, ']=', a[i, 0]:2:2, ';');d:=1;
end;
end;
if d=0 then
writeln (f, 'x[', j, ']=', 0);
end;
writeln (f, '______________________________________________');
writeln (f, 'Ortib qolgan xomashyolarning o‘lchov birliklari:');
for j:=n+1 to n+m do
begin
d:=0;
for i:=1 to m do
begin
if bs[i]=j then begin
writeln (f, 'x[', j, ']=', a[i, 0]:2:2, ':');d:=1;
end;
end;
if d=0 then
writeln (f, 'x[', j, ']=', 0);
end;
writeln (f, '______________________________________________');
writeln (f, 'Eng katta foyda: F=', a[m1, 0]:2:2, ':');
readln; close (f);
end.
```

BOSHLANG‘ICH QIYMATLAR

B = (700,00; 300,00; 150,00; 0,00) xomashyo resurslari (tonna).

C = (100,00; 110,00; 120,00) bir birlik mahsulotdan olinadigan sof foyda darajasi. (ming so‘m)

Mahsulot ishlab chiqarish uchun xomashyolarning ishlatish normalari

(A matritsa):

$$\begin{vmatrix} 0,70 & 0,70 & 0,70 \\ 0,30 & 0,30 & 0,20 \\ 0,00 & 0,20 & 0,30 \\ 0,00 & -1,00 & 1,00 \end{vmatrix}$$

Berilgan boshlang‘ich qiymatlarga ko‘ra simpleks jadval tuziladi.

1-SIMPLEKS JADVAL

700,00	0,70	0,70	0,70
300,00	0,30	0,30	0,20
150,00	0,00	0,20	0,30
0,00	0,00	–1,00	1,00
0,00	–100,00	–110,00	–120,00

2-SIMPLEKS JADVAL

700,00	1,40	0,70	0,00
300,00	0,30	0,50	0,00
150,00	0,00	0,50	0,00
0,00	0,00	–1,00	0,00
0,00	–100,00	–230,00	0,00

3-SIMPLEKS JADVAL

280,00	0,70	0,00	0,00
150,00	0,30	0,00	0,00
300,00	0,00	1,00	0,00
300,00	0,00	0,00	1,00
69000,00	–100,00	0,00	0,00

Eng katta foydaga erishish uchun ishlab chiqarilishi kerak bo‘lgan mahsulotlarning o‘lchov birliklari:

$x[1]=400{,}00$;
$x[2]=300{,}00$;
$x[3]=300{,}00$;

Ortib qolgan xomashyolarning o‘lchov birliklari:

$x[4]=0$
$x[5]=30{,}00$:

$x[6]=0$
$x[7]=0$
Eng katta foyda:
$F=109000$ ming so‘m

Topshiriq. 5-amaliy mashg‘ulotga keltirilgan qiymatlarga ko‘ra simpleks usuli dasturini qo‘llab, natijalar bu yechim bilan ($F=109000$ ming so‘m) taqqoslansin.

3-TAJRIBA MASHG‘ULOTI

IQTISODIY JARAYONLARNING MATEMATIK MODELINI ANIQLASH

Masalaning qo‘yilishi. Jarayonlarning bog‘lanishi quyidagi jadvalda berilgan:

Banklar	Mehnat unumdorligi (jihoz. soat)	Ishlarni avtomatlashtirish koeffitsiyenti
i	Y_i	X_i
1	20	32
2	24	30
3	28	36
4	30	40
5	31	41
6	33	47
7	37	56
8	38	54
9	40	60
10	41	65
11	42	61
12	43	67
13	45	68
14	48	76

Topshiriq. Shifringizning oxirgi raqamini x_i, y_i larga qo'shib, jarayonlarning bog'liqligi matematik modelini aniqlang.

Ishning maqsadi: Dasturdan foydalanib, shaxsiy kompyuterda jarayonlarning matematik modelini tuzishni o'rgatish.

Yechish.

Matematik modelni quyidagi ko'rinishda tanlaymiz:

$$Y = A_0 + A_1 x$$

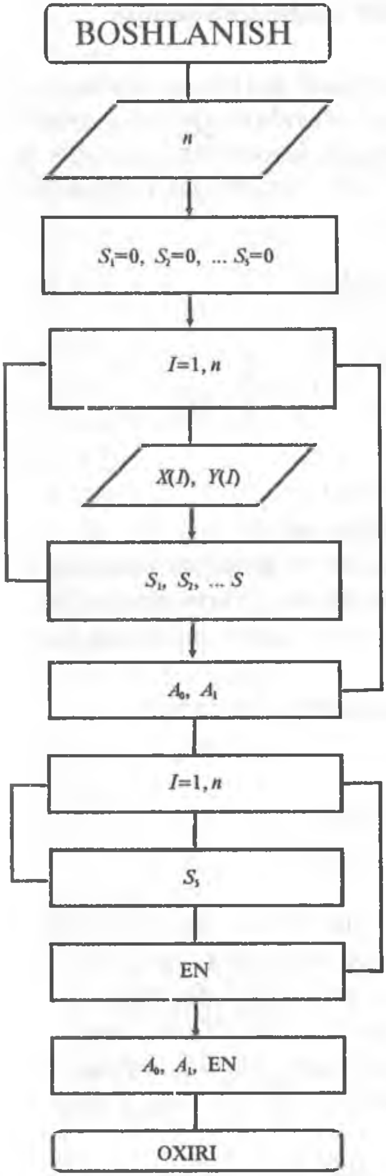
bunda: A_0 va A_1 — noma'lum parametrlar, bu noma'lum parametrlarni aniqlash uchun eng kichik kvadratlar usulini qo'llaymiz, quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{n} Y_i = a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i\\&\sum_{i=1}^{n} Y_i x_i = a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + a_1 \sum x_i^2\end{aligned}\right|$$

Bu sistemada qatnashgan yig'indilarni quyidagi blok-sxema va dastur orqali aniqlaymiz.

Jarayonlarni matematik modeli a_0 va a_1 aniqlanganda tanlangan formulaga qo'yib, matematik modelni aniqlaymiz.

Matematik modelni dastur orqali eng kichik kvadratlar usulida ham aniqlash mumkin, buning uchun algoritmik blok-sxemasini aniqlab, dasturni Paskal tilida tuzamiz.



Dastur Paskal tilida

```
PROGRAM  MNSH
VAR
S1, S2, S3, S4, S5, EN, AO, A1,
R1:REAL;
N,1; INTEGER;
Y, X, YR:ARRAY(1.....10)OF
REAL;
BEGIN
READLN(N);
S1:=0, S2:=0, S3:=0, S4:=0, S5:=0;
FOR I:=1 to N do;
BEGIN
READLN (X[I],Y[I]);
S1:=S1+x[I];
S2:=S2+x[I]·x[I];
S3:=S3+Y[I];
S4:=S4+x[I];
END;
A1:=(n·S4-S1·S3)/(n·S2-
S1·S1);
AO:=(S2·S3-S4·S1)/(n·S2-
S1·S1);
FOR I:-1 to N do;
BEGIN
YR(1):AO+A1·x[I];
S5:=S5+ABS(Y[I]-YR(1))/y(I);
END;
EN—(S5/N)·100.0;
WRITELN («AO-»,AO:O:2, «A1-»,
A1:6:2, «EN-»,EN:6:2)
END.
```

Ko'rsatma:

Y-AO+A1·x Matematik model.

$X=S1$

$X\cdot 2=S2$

$Y=S3$

$X\cdot Y=S4$

$$\frac{|Y(I)-Y2(I)|}{Y(I)}=S5$$

4-TAJRIBA MASHG'ULOTI

PROGNOZ MASALASINI DASTUR ORQALI ANIQLASH

Matematik modelni grafik orqali aniqlab bo'lmagan holda matematik modelni bir necha funksiyalar orasidan tanlash mumkin.

Ishning maqsadi: Talabalarni dasturdan foydalanib, iqtisodiy jarayonlarning matematik modellarini tuzib, prognozlash masalasini aniqlash.

Masalaning qo'yilishi:

Boshlang'ich qiymatlar quyida berilgan:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	1	2,1	3	3,9	4,5	5,2	8	7,5	9,5	10,6
$Y_1 = Y + N$										

Bunda: N — talaba shifrining oxirgi raqami.

Topshiriq. Boshlang'ich qiymatlarga ko'ra iqtisodiy jarayonning matematik modeli dastur yordamida aniqlansin (Variantlar bo'yicha matematik model, $Y_1 = Y + N$, bunda: N — talaba shifrining oxirgi raqami).

I. Matematik model 7 ta formula orasidan tanlansin.

Dastur listingi:

```
uses crt;
label 1, 2, 3, 4, 6, 24, 41, 47, 50, 50;
var
e:string;
bl, al, kl, kl, k2, k3, k4, 1, k, q, i, n, nl, n2, n3, el:integer;
yl, y2, y3, y4, y5, y6, y7, xa, d, byx, bxy, sbyx, sbxy: real;
min, sa, fish, ts, a, b, c, si, s2, s3, s4, s5, sr, tfsy:real;
sx, r, tr, ary, arx, sxy, Ar, GeO, Gar, Yayui, Ygoyul:real;
Ygayul, Xar, Xgeo, Ygeo, Ygar, yar, xgar, ya, 3d, odlrreai;
ml, m2, m3, in4, dl, v, t, tp5, tpol, tgl, go, t5, tol, glrreal;
g2, Gil, G22, SG1, SG2: real;
O, u, z, w, p, x, y:array[1...25] of real;
J1, j, ex, st, fm:array [1...7] of real;
{------------------------------------------------------}
PROCEDURE KALIT; {Inittialization}
var
```

```
Qs, Qsl: ARRAY [1.. 20] OF string[10j;
tX, TXl:text;
JN1, JN:INTEGER;
begin
assign (tX, 'c:\tp6\XFILES2. TXT'};
RESET (TX);
assign (tXl, 'c:\tp6\YFILES2. TXT'};
RESET (TX1);
FOR I:— 1 TO N DO READLN{TX, QS{I]};
FOR I:— 1 TO N DO READLN{TXl, QSl[I]);
CLOSE (TX) /CLOSE (TXl);
FOR I:= 1 TO N DO BEGIN
VAL (QS[I], X[I], JN1);
WRITELNC X{f, 1, f ] = ', X[IJ;2;2);
END;
FOR I:— 1 TO N DO BEGIN
VAL (QS1[I], Y[I3, JN1};
gotoxy (30, i+2);
WRITELN (f Y[', I, f3=T, Y[IJ:2:2):
END;
READLN; END;
{------------------------------------------------------}
procedure MNK;
begin
sl:=0; s2:=0; s3:=0; s4:=G,
for i: =1 to n do begin
sl:=sl+p[i3;
s2:=s2+z[ij;
s3:=s3+p[i]*z[i];
s4:=s4+p[i]*p[i];
end;
c:= (n·s3−sl·s2) / (n·s4)
d:= (s2−c·sl) /n;
for i:— 1 to n do begin
z[i]:="c·p[i3+d;
end; end;
{------------------------------------------------------}
procedure MNG;
```

```
BEGIN
WRITELN (k, BOG‘LIQ BO‘YICHA BER-N VA BASHORAT
KIY-G JADVALI);
readln;
WRITELN ('------------------------------------------')
WRITELN ('|berilgan | berilgan |bashorat|ber-gan qiymat b-n |');
WRITELN ('| qiymat  | qiymat   |qiymat |bashorat qiymat farqi|')
WRITELN ('------------------------------------------');
for i;=l  to n do begin  O[I]:=y[I] -w[I];
WRITELN (|'x[', i, ']=x[i]:5:2, '|', 'y[', i, ']=', U[i]: 5:2,
'w[', i, ']= ', w[i]:5:2, ', O[', i, ']=', O[i]:5:2,')
end;
WRITELN ('------------------------------------------');
end;
{-----------------------------------------------------}
procedure DIS;
BEGIN
st[k]:=0;
for i:=l to n do begin
st[k]:=st[k]+sqr ((y[i]−w[i]));
end;
st[k]:=st[k]/(n−2);
ex[k]:=0;
for i:=l to n do begin
ex[k]:=ex[k] + abs ((y[i]−w[i]))·100/y[i];
end;
ex [ k]: =ex [k]/n;
fm[k]:=sy/st[k];
if fm[k]>fish then begin
j[k]:·0; jl[k]:=0; end;
sa:=(sy/sx)·sqrt ((l−r·r)/(n−2)):
tr:=a/sa;
if abs (tr)>ts then j[k]:=l
else j [k]:=0;
tr:=b/sa;
if abs (tr)>ts then jl[k]:−l
else jl[k]:=0;
end;
```

```
{----------------------------------------------------------}
begin clrscr;
writeln ('X BA Y NING NECHTA QIYMATI MAVJUD'};
READLN (N);
KALIT;
6: xa: =0;
writeln ('STATISTIK KO‘RSATKICHLARNI DASTLABKI
QAYTA ISHLASH');
for i: =1 to n do
xa: =xa+x [i];
xa:=xa/n;
writeln ('o‘rta arifmetik qiymat xa=', xa: 2: 2};
sdl:=0; ml:=0; m3:=0; m4:=0; m2:=0;
for i:=l to n do
begin
tgl:=2. 62; t5:=1. 73; tol:=3. 61;
u[i]:=x[i]-xa;  sdl:=sdl+u[i] *u[i];
m1: =ml+u [i];  m2:=m2+u [i] · u [i];
m3:=m3+u[i] · u[i] · u[i]; m4:=m4+sqr (sqr(u[i]));
end;
ml:=jml/n; m2:=m2/n; m3:=m3/n;
sd:=m2;
sx:=m2/ (n—1);
sl:=sqrt (sd);
s2:=sqrt (sx);
v=s2 · 100/xa
wri teln ('o‘rta kvadratik farqlanish s 1= ', sl: 2: 2);
wri teln ('nazariy o‘rta kvadratik farqlanish s2=', s2:2:2);
wri teln {'dispersiya (2-markaziy moment) sd= ', sd: 2: 2);
wri teln ('nazariy dispersiya sx= ', sx: 2: 2);
wri teln ('markaziy moment)
ml= ', m1:2:2, 'm3=', m3:2:2, 'm4=', m4:2:2);
wri teln ('VARIATSIYA KOEFFITSIYENTI V=', v:2:2);
readln;
wri teln ('SHUBHALI ELEMENTLARNI TEKSHIRISH
BOSQICHI');
24: wri teln ('shubhali element bormi (u/n');
read (e);
```

```
if e='n' then begin
writeln ('shubhali element yo‘q'):goto 50; end
else writeln ('shubhali element bor');
writeln ('shubhali sonni kiriting');
readln (go);
if n<=25 then begin t:=abs (go-xa)/s2;
if t<=tgl then begin writeln ('qo‘pol xato yo‘q'); goto 24;
end
else begin writeln ('qo‘pol xato bor, o‘qi hisobdan chiqarish
kerak'};
goto 41; end;
tf:=abs (go-xa)/s2; tp5:=t5·sqrt ((n−1))/sqrt ((n−2)−t5·t5));
tpol:=tol*sqrt ((n−1)) /sqrt ((n 2>tol·tol));
if (tf>tp5) and (tf<tpol) then begin
writeln ('qo‘pol xatoni yo‘qotish uchun mulohaza qilib ko‘rish
kerak');
goto 47; end
else begin writeln ('qo‘pol xatoni hisobdan chiqarish kerak');
goto 41;end;end
else begin writeln ('qo‘pol xato yo‘q');goto 24;end;
writeln ('qo‘pol xatoni to‘plamdan chiqarish bosqichi');
41:k:=0;
for i:=1 to n do
begin
if go<>x[i] then k:=k+l; x[k]:=x[i];
writeln (x[k]); end;
n:=k; goto 6;
47:writeln ('xatoni to‘plamdan chiqarasizmi');
read (q);
if q=−l then begin
wri te{'xato chiqariladi'); goto 41; end
else begin
write ('xato to‘plamda qoladi'); goto 24; end;
50:writeln ('ma’lumotlar taqsimot normalligini tekshirishga
tayyor');
if v<33 then begin
gl:=m3/exp (1.5·ln (m2) ); g2:=m4/m2·m2−3;
Gll:=sqrt (n−l)·gl/ (n−2);
```

```
G22:= (n–l)·( (n+1)·g2+6)/((n–2)·(n–3) };
SG1:– SQRT (6·n·(n—1)/((n–2)·(n+1 )·{n+4)}};
SG2:=SQRT (24·n·sqr (n–l)/((n–3)·(n–2)·(n+3)·(n+5)));
goto 58;
if (abs (G11) <=3·SG1) and (abs (G22) <=5·SG2) then
58 : wri teln ('taqsimot normal')
else wri teln ('taqsimot normal emas'): end;
readln;
writeln ('EMPIRIK FORMULANI TANLASH BOSQICHI');
writeln;
ar:=0;geo:=0;gar:=0;
Xar:= (X[l]+x[n])/2;
Yar:= (Y[l]+Y[n])/2;
Xgeo:=sqrt (x[l]·x[n]);
Ygeo:=sqrt (y[l]·y[n]);
Xgar:= (2·x[l]·x[n])/(x[1]+x[n]);
Ygar:= (2·y[l]·y[n])/(y[l]+y[n]);
writeln ('1-BOSQICH'};
wri teln ('X arifmetik', Xar:5:2};
writeln ('X geometrik', Xgeo:5:2);
writeln ('X garmonik', Xgag:5:2};
writeln ('Y arifmetik', Yar:5:2);
writeln{'Y geometrik', Ygeo:5:2);
writeln ('Y garmonik', Ygar:5:2);
readln; clrscr;
writeln ('1-BOSQICH'};
for i:=l to n do begin
if Xar=x[i] then begin yayul:=y[i]; ar:=l;
end;
if Xgeo=x{i] then begin ygoyul:=y[i]; geo:=1;
end;
if Xgar=x[i] then begin ygayul: =y[i]; gar:= l;
end; end;
if Ar=0 then begin
for i:=l to n do begin
if Xar<x[i] then begin n3:=i;goto l;end;
end;
l:Yayul:=y[n3–1] + ((y[n3]–y[n3–1])/(x[n3]–x[n3–l])}·
```

```
·(Xar−x[n3−l]);
end;
if Geo=0 then begin
for i:=l to n do begin
if Xgeo<x[i] then begin nl:=i;goto 2;end;
end;
2: Ygoyul:=y[nl−l] + ((y[nl]−y [nl−1])/(x[nl]−x[n−l]))·
−(Xgeo−x[nl−l]); end;
if Gar=0 then begin
for i:=l to n do begin
if Xgar<x[i] then begin n2:=i;goto3; end;
end;
3:Ygayul:=y[n2−l]+( (y[n2j−y[n2−l])/<x[n2]−x[n2−1]))·
·(Xgar−x[n2−l]); end;
writeln ('Y arifmetik yulduzcha', Yayul: 5:2);
writeln ('Y geometrik yulduzcha', Ygoyul: 5:2);
writeln ('Y garmonik yulduzcha', Ygayul: 5:2);
readln; clrscr;
writeln ('3-BOSQICH');
p[1]:=abs (Yayul-Yar); writeln ('1:=', p[1]:5:2);
p[2]:=abs (Ygoyul-Ygeo); writeln ('2:=', p[2]:5:2);
p[3]:=abs (Yayul-Ygeo); writeln ('3:=', p[3]:5:2);
p[4]:=abs (Ygayul-Yar); writeln ('4:=', p[4]:5:2);
p[5]:=abs (Yayul-Yar); writeln ('5=', p[5]:5:2);
p[6]:=abs (Ygayul-Ygar); writeln ('6:=', p[6]:5:2);
p[7]:=abs (Ygoyul-Yar); writeln ('7:=', p[7]:5:2);
min:=p[1];
for i:=l to 7 do begin
if min>=p[i]  then begin min:=p[i];  q: =i; end
end;
case q of
l:writeln ('MATEMATIK MODEL FORMULASI y=ax+b
chiziqli');
2:writeln ('MATEMATIK MODEL FORMULASI y=ax^b
darajali');
3:writeln ('MATEMATIK MODEL FORMULASI y=ab^x
ko‘rsatkichli');
```

```
4:writeln ('MATEMATIK MODEL FORMULASI y=a+b/x giperbolik');
5:writeln ('MATEMATIK MODEL FORMULASI y=1/(ax+b) ratsional');
6:writeln ('MATEMATIK MODEL FORMULASI y=x/(ax+b) ratsional');
7:writeln ('MATEMATIK MODEL FORMULASI y=algx+b logorifmik');
end;
readln;
begin clrscr;
if n=10 then begin
fish:=3,14; ts:=4,5;end;
if n=20 then begin
fish:=3,08; ts:=3,92;end
else fish:=3. 10; ts:=4. 3;
ary:=0; arx:=0; sy:=0; sx:=0; sxy:=0;
for i:=1 to n do begin
ary: =ary+y [i]; arx: =arx+x[i]; end;
ary:=ary/n; arx:=arx/n;
for i:=l to n do begin
sy:=sy+sqr (y [i]-ary); sx:=sx+sqr (x[i] -arx);
sxy:=sxy+ (y [i] -ary)·(x[i]-arx); end;
r:=sxy/sqrt (sx·sy);
writeln ('KORRELATSIYA KOEFFITSIYENT!* ', G: 2: 2);
sr:=sqrt (l-r·r) /sqrt (n-2);
writ el n ('korrelatsiya koeffitsiyenti xatoligi', sr: 2: 2);
if:=r/sr;
if tf>=ts then
writeln ('korrelatsion bog‘lanish muhim')
else writeln ('korrelatsion bog‘lanish muhim emas'};
sy:=sy/ (n—1); sx:=sx/ (n—1);
writeln ('y-BO‘YICHA DISPERSIYA', sy:2:2);
writeln ('x-BO‘YICHA DISPERSIYA', sx:2:2);
readln; clrscr;
begin for i:=l to n do begin z[i]i-y[i]1 p[i]:=x[i];end;
mnk;
```

```
for i:=l to n do begin
w[i]:=z[i]; end;
a:=c; b:=d;
dis; end;
begin for i:=l to n do begin z[i]:=ln (y[i]);
p[i3:=ln(x[i]);end;
mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]:=exp (z[i]);end;
a:=exp (d); b:=c;
dis; end;
begin for i:=l to n do begin z[i]:=ln (y[i] ); p[i]:=x[i];
end; mnk;
for i:=l to n do begin
W[i]:=exp (z[i]); end;
a:=exp (c); b:=exp (d);
dis; end;
begin for i:=l to n do begin z[i]:=y[i]; P[i]:=1/x[i]; end;
mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]:=z[i]; end;
a:=c; b:=d;
dis; end;
k:=5;
begin for i:=l to n do begin z[i]:=i/y[i]; p[i]:=x[i]; end;
mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]:=l/z[i]; end;
a:=c; b:=d;
dis; end;
fc:=6;
begin for i:=l to n do begin z[i]; -x[i]/y[i]; p[i]s-x[i];
end; mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]:=x[i]/z[i];  end;
a:=c; b:=d;
dis; end;
k:=7;
```

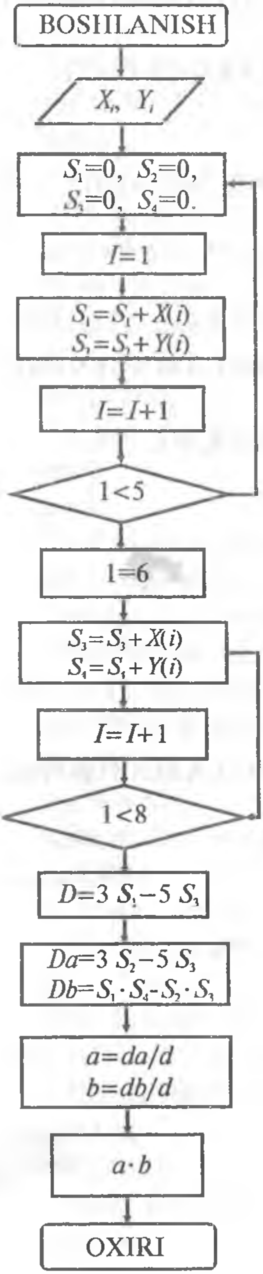
```
Begin for i:=l to n do begin z[i]:a=y [i];
p[i]:=ln (x[i]) /ln (10);end;
mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]:=2[i]end;
a:=c; b:=d;
dis;end;end;
WRITELN ('7 XIL FORMULA BO'YICHA HISOB-GAN
QIYMATLAR JADVALI');
Writeln ('l  BO'LSA AHAMIYATGA EGA'};
Writeln ('O BO'LSA AHAMIYATGA EGA EMAS'};
WRITELN ('-------------------------');
WRITELN ('| K | a koef-tni | b koef-tni | nisb |qoldiq |Fisher |');
WRITELN ('|baholash|baholash|xatoligi |dispersiya|mezoni |');
WRITELN ('-------------------------');
for k:=l to 7 do
WRITELN {' |' |K, '|', j[k]:1:1, '|' l[k]:1:1, '|', ex[k]:5:2, '|',
st[k]:5:2, '|', fm[k]:5:2, '|' );
WRITELN {'-------------------------');
min:=ex[l];
for k:=l to 7 do  begin
if min>=ex[k]  then begin  min:=st[k];  l;=k;  end;end;
writeln (l, '-tenglama  tajriba natijalarini  baholaydi');
writeln ('chunki',  st[1]:5:2.  'qoldiq dispersiya eng kichik');
min:=st[1];
for k:=l  to 7 do  begin
if min>=st[k]  then begin   min:=st[k];  l:=k:  end; end;
writeln (l, '-tenglama   tajriba natijalarini   baholaydi');
writeln ('chunki',  st[1]: 5:2. 'qoldiq dispersiya eng kichik');
writeln;
k:=l;
case k of
1:begin
for i:=l to n do begin z[i]:=y[i]; p[i]:=X[i]; end;
mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]:=z[i]; end;
a:=c; b:=d;
```

```
WRITELN (k, 'REGRESSIYA TENGLAMASINING
UMUMIY KO'RINISHI
CHIZIQLI Y=', a:5:4, ' x+', b:5:4);
writeln;
mng; end;
2:begin for i:=l to n do begin z[i]:=ln (y[i]);
p[i]:=ln(x[i]); end;
mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]:=exp (z[i]); end;
a:=exp (d); b:=c;
WRITELN (k, 'REGRESSIYA TENGLAMASINING
UMUMIY KO'RINISHI
DARAJALI Y=', a:5:4, '·x^', b:5:4);
mng; end;
3:begin  for i:=l to n do begin z[i]:=ln (y[i]); p[i]:=x[i];
end;
mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]:=exp (z[i]); end;
a:=exp (c); b:=exp (d);
WRITELN (k, '-REGRESSIYA TENGLAMASINING
UMUMIY KO'RINISHI
KO'RSATKICHLI Y=', a:5: 4, '*', b:5:4, '^x');
writeln;
mng; end;
4:begin for i:=l to n do begin z[i]:=y[i]; p[i]:=l/x[i];
end;mnk;
for i:=l to n do begin
w[i]i=z[i]; end;
a:=c; b:=d;
WRITELN (k, 'REGRESSIYA TENGLAMASINING
UMUMIY KO'RINISHI
GIPERBOLIK Y=', a:5:4, '/x+', b:5: 4);
writeln;
mng;end;
5:begin for i:=l to n do begin z[i]:=l/y [i]; p[i]:=x[i];
end;mnk;
```

```
for i:=1 to n do begin
w[i]:=1/z[i]; end;
a:=c; b:=d;
WRITELN (k, 'REGRESSIYA TENGLAMASINING
UMUMIY KO'RINISHI
RATSIONAL Y=', '1/', '(', a:5:4, 'x+'. b:5:4.')');
writeln;
mng; end;
6: begin for i:=1 to n do begin z[i]:=x[i]/y[i]; p[i]:=x[i];
end; rank;
for i:=1 to n do begin
w[i]:=x[i]/z[i]; end;
a:=c; b:=d;
WRITELN (k, 'REGRESSIYA TENGLAMASINING
UMUMIY KO'RINISHI
RATSIONAL Y=', 'x/', f (',3:5:4, 'x+', B:5:4,')');
writeln;
mng; end;
7:begin for i:=1 to n do begin
p[i]: — ln (x[i]) /ln (10); end;
mnk;
for i:=1 to n do begin
w[i]:=z[i];end;
a:=c; b:=d;
WRITELN (k, 'REGRESSIYA TENGLAMASINING
UMUMIY KO'RINISHI
LOGORIFMIK Y=', a:5:4, '·lgx+' b:5:4);
readln; clrscr;
writeln;
mng;end;
end;
readln;
end.
```

5-TAJRIBA MASHG'ULOTI
O'RTA QIYMATLAR USULI

BOSHLANG'ICH QIYMATLAR YUQORIDA BERILGAN



$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{5} Y_i = a\sum_{i=1}^{5} X_i + 5b \\ \sum_{i=6}^{8} Y_i = a\sum_{i=6}^{8} X_i + 3b \end{cases}$$

```
program nuts (input, output);
type asum=array [1...8] of real;
function sum (a, b:byte, m: asum): rea
var sum1: real; I: byte;
begin
for I:=a to b do sum1:sum1+m[i];
sum:=sum1;
end;
var i: byte, x, y; asum; x1, x2, y1, y2,
b, d, d1, d2: real;
begin
for I:=1 to 8 do
readln (x[i], y[i]);
x1:=sum (1, 5, x); y1:=sum (1, 5, y);
x2:=sum (6, 8, x); y2:=sum (6, 8, y);
d:=3·x1–5·x2;
d1:=x1·y2–y1·x2;
d2:=5·y2–3·y1;
a:=d1/d; b:=d2/d;
writeln (a, b);
end.
```

STANDART FUNKSIYALAR

Funksiyaning Paskaldagi ifodasi	Funksiyaning matematik ifodasi	Argument turi	Funksiyaning turi
ABS(x)	$\|x\|$	REAL, INTEGER	REAL, INTEGER
LN(x)	$\ln x$	REAL, INTEGER	REAL, REAL
SIN(x)	$\sin x$	REAL, INTEGER	REAL, REAL
COS(x)	$\cos x$	REAL, INTEGER	REAL, REAL
EXP(x)	e^{x}	REAL, INTEGER	REAL, REAL
SQR(x)	x^{2}	REAL, INTEGER	REAL, INTEGER
SQRT(x)	$\sqrt{x}$	REAL, INTEGER	REAL, REAL
ARCTAN(x)	arctg$x$	REAL, INTEGER	REAL, REAL
TRUNC(x)	Sonning butun qismini olish	REAL	INTEGER
ROUND(x)	Sonni yaxlitlash	INTEGER, CHAR, BOOLEAN	INTEGER, INTEGER
PRED(x)	x dan oldin keluvchi element	INTEGER, CHAR, BOOLEAN	INTEGER, CHAR, BOOLEAN
SUCC(x)	x dan keyingi element	INTEGER, CHAR, BOOLEAN	INTEGER, CHAR, BOOLEAN
ORD(x)	Simvollar to'plamida x ning tartib nomerini aniqlash	CHAR	INTEGER
CHR(I)	Simvolni simvollar to'plamidagi I-tartib nomeri bo'yicha aniqlash	INTEGER	CHAR
ODD(x)	Sonning juftligini aniqlash	INTEGER, x-toq yoki x-juft	BOOLEAN TRUE, FALSE

KALIT SO'ZLAR

AND	va	MOD	modul
ARRAY	massiv	NOT	yo'q
BEGIN	boshlanishi	OR	yoki
CASE	variant	OF	undan
Const	konstanta	PACKED	upakovkali
DIV	butunga bo'lish	PROCEDURE	protsedura
DO	bajarish	PROGRAM	dastur
DOWNTO	aytilgangacha kamaytirish	TO	gacha oshirish
ELSE	aks holda	REPEAT	takrorlash
END	oxiri	SET	to'plam
FILE	fayl	THEN	unda
FOR	uchun	RECORD	yozish
FUNCTION	funksiya	TYPE	tip
GOTO	unga o'tish	UNTIL	ungacha
IF	agar	VAR	o'zgaruvchi
IN	ichida	WHILE	hozircha
LABEL	metka	WITH	bilan (c)

AMAL BELGILARI

Arifmetik amallar	
+	(qo‘shish)
–	(ayirish)
*	(ko‘paytirish)
/	(bo‘lish)
DIV	(butun bo‘lish)
MOD	Bo‘lishda qoldiqni topish
Munosabat belgilari	
<	(katta)
>	(kichik)
<=	kichik yoki teng
>=	katta yoki teng
=	teng
<>	teng emas

Mantiqiy belgilar	
NOT	inkor
OR	mantiqiy qo‘shish
AND	mantiqiy ko‘paytirish
To‘plam belgilari	
*	to‘plamning kesishishi
+	to‘plamning birlashishi
–	to‘plamning farqi
IN	to‘plamga tegishliligi

Skalyar turlari	
Paskalda yozilishi	Tarjimasi
INTEGER	Butun
REAL	Haqiqiy
BOOLEAN	Mantiqiy
CHAR	Literli

Amallarni bajarish tartibi	
NOT	Inkor qilish amali
*, /, DIV, MOD, END	Ko‘paytirish turidagi amallar
+, -, OR	Qo‘shish turidagi amallar
<, >, <=, >=, <>, =, IN	Munosabat belgilari

TESTLAR

1. Mahsulot ishlab chiqarish masalasining iqtisodiy-matematik modelida (IMM) cheklanishlari nimani ifodalashi mumkin?

a) tekislikni;

b) gipertekislikni;

c) ko‘pburchakli yechimlar sohasini;

d) yarimtekislikni;

e) hamma javoblar noto‘g‘ri.

2. Mahsulot ishlab chiqarish masalasining maqsad funksiyasi nimani ifodalaydi?

a) chiziqni ifodalaydi;

b) egri chiziqni ifodalaydi;

c) tekislikni ifodalaydi;

d) ishlab chiqariladigan mahsulotlardan olinadigan umumiy sof foydani;

e) to‘g‘ri javob yo‘q.

3. Qaysi turdagi mahsulotdan olinadigan sof foyda maksimumga ega ekanligini aniqlang (agar maqsad funksiya $F(x) = 2x_1 - x_2 \to \max$).

a) x_2 turdagi mahsulotdan;

b) x_1 va x_2 turlardagi mahsulotlarning yig‘indisidan olinadigan sof foyda;

c) x_1 turdagi mahsulotdan;

d) ko‘pburchakli yechimlar sohasida;

e) to‘g‘ri javob yo‘q.

4. Material model real obyektlarni tabiiy va sun’iy materiallar yordamida aks ettirsa, qaysi biri material model bo‘la olmaydi?

a) karton bilan maket tuzish;

b) qalam bilan formula yozish;

c) metalldan avtomodel tuzish;

d) qushning osmondagi parvozi trayektoriyasi;
e) bo'r bilan doskaga chizish.

5. Masalaning yechimini grafik usulda aniqlashda quyida keltirilganlar asosida firmaning mahsulot ishlab chiqarish masalasining IMM qaysi biri to'g'ri ifodalangan?

a) $3x_1 + 2x_2 \leq 1$ (1)
2. $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$ (2)
3. $F(x) = x_1 + 2x_2 \to \max$ (3)

b) $2x_1 + 3x_2 \geq 1$ (1)
$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$ (2)
$F(x) = 2x_1 + x_2 \to \max$ (3)

c) $2x_1 + 3x_2 \leq 1$ (1)
$x_1 \geq 0,\ x_2 \leq 0$ (2)
$F(x) = x_1 + x_2 \to \max$ (3)

d) $x_1 + 3x_2 \leq 1$ (1)
$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 1$ (2)
$F(x) = x_1 + x_2 \to \max$ (3)

e) $2x_1 + 3x_2 \leq 1$ (1)
$x_1 \leq 0,\ x_2 \leq 0$ (2)
$F(x) = x_1 + x_2 \to \max$ (3)

6. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasining iqtisodiy-matematik modelida maqsad funksiya:

$C_1x_3 + C_2x_4 = h$ grafikda ifodalaydi.

a) egri chiziqni;
b) parabola chizig'ini;
c) maqsad funksiya chizig'ini;
d) cheklanishlarni;
e) to'g'ri javob yo'q.

7. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasida IMM berilgan holda, ko'pburchakli yechimlar sohasi mavjud bo'lsa:
a) mahsulot ishlab chiqarishni aniqlab bo'lmaydi;
b) ekstremal qiymatlarni aniqlash mumkin emas;
c) ortogonal radius-vektorni aniqlab bo'lmaydi;
d) maqsad funksiyaning eng katta yoki eng kichik qiymatlari aniqlanadi;
e) to'g'ri javob yo'q.

8. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasi, $n > 2$ bo'lgan holda, grafik usulda aniqlashi mumkin:

a) bazis yechimni;

b) ishlab chiqariladigan mahsulotlarning birikmalarini aniqlab bo'lmaydi;

c) maqsad funksiyaning ekstremal qiymatlarini;

d) ko'pburchakli yechimlar sohasini aniqlab bo'lmaydi;

e) to'g'ri javob yo'q.

9. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasini ($n>2$ da bo'lganda), grafik usulda yechganda quyidagi shart bajarilishi kerak:

a) cheklanishlar soni uchun $m-n-2$;

b) maqsad funksiya uchun $F(x)=\sum_{d-1}^{m} C_j K_j$;

c) o'zgaruvchilar soni uchun $m=n-a$;

d) musbatlik sharti uchun: $x_0 \leq 0$;

e) to'g'ri javob yo'q.

10. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasida IMM da o'zgaruvchilar x_j, bunda $j = 1, 2, 3, 4$ ko'rinishida bo'lsa, necha o'zgaruvchilarning qiymatlarini hisoblash kerak:

a) bitta o'zgaruvchining qiymatini;

b) ikkita o'zgaruvchining qiymatini;

c) uchta o'zgaruvchining qiymatini;

d) to'rtta o'zgaruvchining qiymatini;

e) to'g'ri javob yo'q.

11. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasining IMM ko'rinishlarini yozing.

a) IMM faqat bir xil ko'rinishda ifodalanadi;

b) IMM faqat ikki xil ko'rinishda ifodalanadi;

c) IMM faqat uch xil ko'rinishda ifodalanadi;

d) IMM faqat besh xil ko'rinishda ifodalanadi;

e) to'g'ri javob yo'q.

12. Firma aralash masalasining optimal qiymati bazis yechimga nisbatan qanday holatda bo'ladi?

a) $F_{bazis}(x) < F_{opt}(x)$;

b) $F_{bazis}(x) = F_{opt}(x)$,

c) $F_{bazis}(x) \geq F_{opt}(x)$,

d) $F_{\text{bazis}}(x) > F_{\text{opt}}(x)$,
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

13. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasining optimal rejasidan qaysi birida mahsulot rejaga kirgani aniqlanadi?
a) simpleks jadvalning birinchi ustunidan;
b) simpleks jadvalning ikkinchi ustunidan;
c) simpleks jadvalning uchinchi ustunidan;
d) simpleks jadvalning to‘rtinchi ustunidan;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

14. Optimal rejaning qaysi ustunidan ishlab chiqariladigan mahsulotlarning hajmlari aniqlanadi?
a) simpleks jadvalning birinchi ustunidan;
b) simpleks jadvalning ikkinchi ustunidan;
c) simpleks jadvalning uchinchi ustunidan;
d) simpleks jadvalning to‘rtinchi ustunidan;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

15. Optimal reja qanday tahlil etiladi?
a) sonli qiymatlar tahlil etiladi;
b) ishlab chiqariladigan mahsulotlar chegaralarini qanoatlantiradi;
c) maqsad funksiya tekshiriladi;
d) maqsad funksiya qatori tekshiriladi;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

16. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasida maqsad funksiya necha usulda hisoblanadi?
a) to‘rtbuchaklar ta’rifi asosida;
b) simpleks jadvalning ikkita ustuni;
c) ikkita usul yordamida;
d) birlik matritsa elementlari orqali;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

17. Ustun P_j da o‘zgaruvchilarning indekslari o‘zgarishining iqtisodiy ma’nosi quyidagicha:
a) yangi o‘zgaruvchilar optimal rejaga kirmaydi;
b) yangi o‘zgaruvchilar optimal rejaga kiradi;
c) yangi o‘zgaruvchilar katta foyda keltirmaydi;
d) bu o‘zgaruvchilar yechimini hosil etmaydi;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

18. Nechta iteratsiyada maqsad funksiya $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ optimal qiymatga ega bo'ladi?

a) bitta iteratsiyada;
b) ikkita iteratsiyada;
c) uchta iteratsiyada;
d) to'rtta iteratsiyada;
e) to'g'ri javob yo'q.

19. Tasodifiy hodisaning chiziqli qismi quyidagi bosqichda hisoblanadi:

a) ikkinchi bosqichda;
b) ikkita parametrni optimallaganda;
c) birinchi bosqichda;
d) uchinchi bosqichda;
e) to'g'ri javob yo'q.

20. Quyidagi analitik bog'lanishlar tasodifiy hodisalarga kirmaydi:

a) viloyat bo'yicha paxta hosildorligi;
b) viloyat bo'yicha ob-havo temperaturasi;
c) ishlab chiqarish funksiyasi uchta parametrga bog'liq bo'lgan holda;
d) milliy daromadning matematik modeli;
e) korxonalarni joylashtirish iqtisodiy-matematik modeli.

21. Ishlab chiqarishni rivojlantirish va joylashtirish masalasi quyidagi masalalar turiga kiradi:

a) dinamik dasturlash masalasiga;
b) taqsimot masalasining turiga;
c) statistik masalalar turiga;
d) stoxastik masalalar turiga;
e) o'yin nazariyasi masalasi turiga.

22. Ma'lum davrda tovarlar va xizmatlar sotilishidagi shart-sharoitlar majmuyi — bozor konyunkturasini bildirsa, uning iqtisodiy ko'rsatkichlari quyidagilar hisoblanadi:

a) taklif va talab muvozanati;
b) baholar darajasi;
c) bozorda mahsulotlarni sotish hajmi;
d) pul muomalasi;
e) to'g'ri javob yo'q.

23. Mamlakat iqtisodiy doirasida konyunkturani tahlil qilish quyidagi makroiqtisodiy ko'rsatkichga asoslanadi:
a) yalpi milliy mahsulot;
b) yalpi milliy daromad;
c) paxta hosildorligi yillar bo'yicha;
d) inflatsiya darajalari;
e) to'g'ri javob yo'q.

24. Mamlakat iqtikonyunkturani tahlil qilish quyidagi mikroiqtisodiy ko'rsatkichga asoslanadi:
a) tovar bozorlari holati;
b) tovar ishlab chiqarilishi;
c) talab va taklif;
d) talabni qondirish darajasi;
e) import qilish ko'rsatkichi.

25. Bozor muvozanati quyidagi holatni ifodalaydi:
a) narxning har xil darajalarida sotib olishi mumkin bo'lgan tovarlar miqdorini ko'rsatadi;
b) talab va taklif bir-biriga, narx esa tovar qiymatiga teng holatini bildiradi;
c) talab va taklif bir-biriga yoki ishlab chiqarish bahosiga teng holatini bildiradi;
d) talab — narx — taklif kategoriyalari tengligi;
e) to'g'ri javob yo'q.

26. Yangi tejamli texnologiyalarni ishlab chiqish va mahsulot ishlab chiqarishda qo'llash natijasida:
a) dotatsiyalar taklif chizig'ini siljiydi;
b) muvozanat narx kamayadi ($r_1<p$);
c) kam xarajatli mahsulot avvalgi hajmlarda saqlanib qoladi;
d) taklif egri chizig'i chap tomon yuqoriga siljimaydi;
e) to'g'ri javob yo'q.

27. Obyekt (jarayon) lar istiqbolini quyidagi usulda aniqlash mumkin:
a) matematik usullar yordamida;
b) statistik usullar yordamida;
c) dinamik qatorlarni ekstrapolyatsiya qilish yo'li bilan;
d) grafik usulda;

e) qiyishqoqlik koeffitsiyenti yordamida talab istiqbolini aniqlab bo'lmaydi.

28. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida cheklanishlar qanday ko'rinishda bo'ladi?
a) chiziqsiz;
b) yuqori tartibli;
c) manfiy son;
d) ikkinchi tartibli;
e) chiziqli.

29. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida maqsad funksiya qanday ko'rinishda bo'ladi?
a) vektor;
b) vektorlar yig'indisi;
c) o'zgaruvchilar yig'indisi;
d) vektorlarni skalyar ko'paytmalari;
e) aniq son.

30. Jarayonlarning matematik modellari qaysi usul yordamida tuziladi?
a) hisoblash usulida;
b) kvadrat usulida;
c) eng kichik kvadratlar usulida;
d) simpleks usulda;
e) taqsimot usulida.

31. Ifodaning geometrik ma'nosini aniqlang (agar $4x_1-3x_2\leq 12$ $x_1=4$ $x_1\geq 0$, $x_2\geq 0$ matematik model berilgan bo'lsa).
a) tekislik;
b) uchburchak;
c) yarimtekislik;
d) to'g'ri chiziq;
e) gipertekislik.

32. Korxonalarning mahsulot ishlab chiqarish masalasida optimallashtirish qaysi usul yordamida bajariladi?
a) taqsimot;
b) statistik;
c) differensial renta;
d) simpleks;
e) Fogel usulida.

33. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida maqsad funksiya qanday qiymat bo'ladi ($F(x)$)?
a) maksimum;
b) max va min;
c) nol son;
d) cheksiz son;
e) max yoki min.

34. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasida $F_6(x)$ maqsad funksiyasining qiymati aniqlansin (agar IMM berilgan bo'lsa).

$$\left.\begin{array}{l} 6x_1+6x_2 \le 36 \\ 4x_1+2x_2 \le 20 \\ 4x_1+8x_2 \le 40 \end{array}\right\} \qquad (1)$$

$$x_1,\ x_2 \ge 0 \qquad (2)$$

$$F(x) = 12x_1 + 15x_2 \ge \max \qquad (3)$$

a) 0;
b) $2\frac{1}{2}$;
c) 15;
d) 25;
e) 4.

35. Amaliy matematikaning yo'nalishlarini aniqlang.
a) chiziqli dasturlash;
b) statistik yechimlar nazariyasi;
c) dasturlash;
d) musbat sonlar nazariyasi;
e) yechimlar nazariyasi.

36. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida maqsad funksiyaning optimal qiymatini aniqlang, optimal yechim qanday ko'rinishda bo'ladi?
a) boshqarish vektori;
b) boshqarish vektorlar;
c) aniq son;
d) butun sonlar to'plami;
e) butun soha.

37. Chiziqli dasturlash modellaridagi o'zgaruvchilar qaysi chorakda joylashishi kerak?
a) ikkinchi;
b) birinchi;
c) to'rtinchi;
d) beshinchi;
e) sakkizinchi.

38. Ko'pburchakli yechimlar sohasini aniqlang.

$$\left.\begin{array}{l} 3x_1 - 4x_2 \le 12 \\ x_1 + 3x_2 \le 6 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}\right\}$$

a) to'rtburchak;
b) mavjud emas;
c) uchburchak;
d) ikkiburchak;
e) beshburchak.

39. Amaliy matematikaning yo'nalishlarini aniqlang.
a) chiziqsiz dasturlash;
b) o'yinlar nazariyasi;
c) stoxastik dasturlash;
d) butun sonli dasturlash;
e) chiziqli dasturlash.

40. Yechimlar sohasini aniqlang (agar soha quyidagi cheklanishlar bilan berilgan bo'lsa).

$$\left.\begin{array}{l} L_1 \rightarrow 3x_1 - 4x_2 \le 12 \\ L_2 \rightarrow x_1 + 3x_2 \ge 6 \end{array}\right\} \text{ va } \left.\begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = 3 \end{array}\right\} \text{ chiziqlar bilan, } \left.\begin{array}{l} x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{array}\right\}$$

a) to'rtburchak;
b) oltiburchak;
c) uchburchak;
d) o'nburchak;
e) soha mavjud emas.

41. Simpleks usul yordamida qanday masalalar yechiladi?
a) taqsimot masalalari;
b) geometrik masalalar;
c) mahsulot ishlab chiqarish masalalari;
d) sarius masalasi;
e) uchburchaklar masalasi.

42. Amaliy matematikaning yo'nalishlarini aniqlang.
a) butun sonli dasturlash;
b) dinamik dasturlash;
c) matematik dasturlash;
d) stoxastik dasturlash;
e) chiziqli dasturlash.

43. Korxonalarning mahsulot ishlab chiqarishini optimallashtirish masalasini aniqlang.
a) differensial renta;
b) eng kichik kvadratlar usuli;
c) taqsimot usuli;
d) bichish masalasi;
e) $\min C_{ij}$ usuli.

44. Yechimlar sohasini aniqlang (agar soha

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 \le 12 \\ x_1 - 3x_2 \ge 6 \end{cases} \quad \text{va} \quad x = 5$$

shartlari bilan chegaralangan bo'lsa, $x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$).
a) beshburchak;
b) uchburchak;
c) to'rtburchak;
d) oltiburchak;
e) mavjud emas.

45. Firma mahsulot ishlab chiqarish masalasida optimal yechim qanday ko'rinishda bo'ladi?
a) uchburchak;
b) to'rtburchak;
c) vektor;
d) vektorlar;
e) aniq son ko'rinishida.

46. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida nechta cheklanishlar sistemasi bo'lishi mumkin?
a) bitta;
b) beshta;
c) to'rtta;
d) ikkita;
e) uchta.

47. Simpleks usul yordamida $F_0(x)$ maqsad funksiya qiymatini hisoblang

$$\text{(agar, } \left.\begin{array}{l} -5x_1+3x_2\le 15 \\ 4x_1-x_2\le 4 \\ 20x_1+5x_2\ge 20 \end{array}\right\} F(x)=21x_1+14x_2 \Rightarrow \max,\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0,$$

ya'ni IMM berilgan bo'lsa).

a) $F_0(x) = 0$;
b) $F_0(x) = 230$;
c) $F_0(x) = 300$;
d) $F_0(x) = 361$;
e) $F_0(x) = 380$.

48. O'yinlar nazariyasida masala yechganda nechta egar nuqta bo'lishi mumkin?
a) cheklanmagan;
b) bir nechta;
c) yarimta;
d) to'rttadan uchta;
e) uchtadan bitta.

49. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida bazis yechimni aniq model qiymatlaridan hisoblash mumkinmi?
a) qariyb mumkin;
b) mumkin emas;
c) balkim;
d) mumkin;
e) ba'zan.

50. Minimum masalasini aniqlang.
a) aralash masalasi;
b) assortiment bo'yicha mahsulot ishlab chiqarish masalasi;
c) qo'shma masala;
d) stoxastik masala;
e) dinamik masalalar.

51. Qaysi masala simpleks usul yordamida yechiladi?
a) tolalar aralashmasi;
b) taqsimot;
c) talabni qondirish;

d) korxonalarni joylashtirish;
e) statistik masalalar.

52. Optimal yechim $x^*=X\ (x_1,\ x_2,\ ...x_n)$ nimani qanoatlantiradi?
a) cheklanishlarni;
b) maqsad funksiyasini;
c) ikkovini ham;
d) boshlang'ich qiymatlarni;
e) hech qaysisini.

53. Bazis yechim $x^*=X\ (x_1,\ x_2,\ ...x_n)$ nimani qanoatlantiradi?
a) cheklanishlarni;
b) $F(x)$ni;
c) ikkovini;
d) boshlang'ich qiymatlarni;
e) hech qaysisini.

54. Tengsizlik $2x_1-5x_2+6 \leq 0$ qaysi yarim tekislikni aniqlaydi?
a) chetki;
b) o'ng tomondagi;
c) ostki;
d) yuqori;
e) birinchi chorakni.

55. Modelning turini aniqlang $\sum\limits_{i=1}^{m} a_i > \sum\limits_{j=1}^{n} b_j$.
a) ochiq;
b) yopiq;
c) yarim yopiq;
d) balansi buzuq;
e) yarim ochiq.

56. Qanday formada IMM. $AX=B,\ x \geq 0,\ F(x)=CX \Rightarrow \max$ berilgan?
a) doimiy;
b) yig'indi;
c) mahsulot ishlab chiqarishi ko'rinishda;
d) matritsa ko'rinishida;
e) o'zgaruvchan.

57. Qanday sohani ifodalaydi (cheklanishlar $x_1+x_2 \leq 3,\ x_1,\ x_2 \geq 0$ berilgan bo'lsa)?

a) to‘rtburchak;
b) uchburchak;
c) yarimtekislik;
d) kub;
e) konus.

58. Moddiy bo‘lmagan usulni aniqlang.
a) fizikaviy modellashtirish;
b) geometrik;
c) jadval;
d) matematik modellash;
e) iqtisodiy-matematik.

59. Qaysi tipdagi masalani IMM ifodalaydi?

$$\sum_{j}^{n} x_{ij} = a_i, \ \sum_{i} x_{ij} \leq b_j, \ x_{ij} \geq 0, \ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} C_{ij}X_{ij} \Rightarrow \min$$

a) simpleks masalasi modelini;
b) ko‘rsatkichli IMM;
c) taqsimot masalasi modelini;
d) mahsulot ishlab chiqarish modelini;
e) joylashtirish masalasini IMM.

60. Chiziqsiz dasturlash usulini aniqlang.
a) dinamik;
b) chiziqli;
c) grafik usuli;
d) matematik usul;
e) iqtisodiy-matematik.

61. Chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechganda eng kam bo‘lgan noma’lumlar sonini aniqlang.
a) bitta;
b) ikkita;
c) uchta;
d) to‘rtta;
e) beshta.

62. Mahsulot ishlab chiqarish masalasini yechganda birlik (E) matritsaning tartibi nimaga bog‘liq bo‘ladi?
a) tenglama soniga;
b) tengsizlik soniga;

c) cheklanishlarda qatnashgan tengsizliklar soniga;
d) koordinata o‘qi boshiga;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

63. Tengsizlik nimani ifodalaydi? $x_1 + 2x_2 + 3 \leq 0$
a) aylanani;
b) chiziqni;
c) to‘g‘ri chiziqni;
d) yarim tekislikning yuqori qismini;
e) uchburchakni.

64. Yechimlar sohasi mavjudmi (agar cheklanishlar berilgan bo‘lsa)?

$$x_1 + x_2 \leq 0,\ x_1 - x_2 \leq 0$$

a) ha;
b) yo‘q;
c) ha, yo‘q;
d) balkim;
e) ba’zan.

65. Modellashtirish usullari bo‘lmaganini aniqlang.
a) fizikaviy modellashtirish;
b) geometrik modellashtirish;
c) jadvalli modellashtirish;
d) matematik modellashtirish;
e) iqtisodiy-matematik modellashtirish.

66. Mahsulot ishlab chiqarish masalasining modelini ifodalaydimi?

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i,\ x_j \geq 0,\ \sum_{j} C_j x_i \Rightarrow \max,\ i = \overline{1, m}$$

a) ifodalashi mumkin;
b) ha;
c) ba’zan;
d) yo‘q;
e) ha, yo‘q.

67. Simpleks usul yordamida qanday masalalar yechilmaydi?
a) stoxastik;
b) taqsimot;

c) statistik;
d) joylashtirish;
e) hamma javob to'g'ri.

68. Tengsizlik nimani ifodalaydi: $a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n \leq 0$?
a) to'g'ri chiziqni;
b) egri chiziqni;
c) tekislikni;
d) gipertekislikni;
e) aylanani.

69. Model qaysi ko'rinishda berilgan: $AX \leq V$, $X \geq 0$,
$F(x) = CX \Rightarrow \max$
a) logarifmik;
b) doimiy;
c) uchburchakli;
d) matritsa formasida;
e) kvadratli.

70. Qaysi masalaning IMM $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq bi,\ x_j \geq 0,\ i = \overline{1, m}$
$F(x) = \sum_j C_j X_j \Rightarrow \max$
a) joylashtirish;
b) taqsimot;
c) uchburchakli;
d) mahsulot ishlab chiqarish masalasi;
e) reklamali.

71. Mahsulot ishlab chiqarish masalasini optimallashtirish usulini aniqlang.
a) statistik usul;
b) Fogel usuli;
c) potensial;
d) iteratsiya usuli;
e) simpleks usul.

72. Bazis yechimni aniqlaydigan usulni ifodalang.
a) shimoliy-g'arbiy;
b) potensial;
c) taqsimot;

d) differensial renta,
e) grafik usul.

73. Chiziqsiz dasturlash usulini aniqlang.
a) dinamik dasturlash;
b) chiziqli;
c) grafik;
d) matematik;
e) iqtisodiy-matematik dasturlash.

74. Optimal yechim cheklanishlarni qanoatlantiradimi?
a) ha;
b) yo'q;
c) IMM ni;
d) qariyb;
e) balkim.

75. IMMning aniq qimmatidan boshlang'ich maqsad funksiyani aniqlash mumkinmi?
a) qariyb;
b) yo'q;
c) balkim;
d) ha;
e) jadval orqali.

76. Qaysi bir figura ekstremal masalani aniqlash sohasini ifodalaydi?
a) chiziq;
b) tekislik;
c) uchburchakli soha;
d) tetraedr;
e) kub soha.

77. Simpleks usul qaysi turdagi masalalani optimallashtirishda qo'llaniladi?
a) aralashma masalasida;
b) taqsimot masalasida;
c) talabni qondirish masalasida;
d) korxonalarni joylashtirish masalasida;
e) statistik masalalarda.

78. $y=a_0+a_1x$ regressiya tenglamasidagi a_0 parametr quyidagilarni bildiradi:

a) hisobga olingan faktorlarning natijaviy belgiga o‘rtacha ta’sirini;

b) faktor X bir birlikka ortganida natijaviy belgi y o‘rtacha qanchaga o‘zgarishini;

c) tadqiqot uchun ajratilgan x faktorlarning natijaviy belgi y ga o‘rtacha ta’sirini;

d) natijaviy belgi bir birlikka ortganda faktor ko‘rsatkich x ning o‘rtacha o‘zgarishini;

e) to‘g‘ri javob yo‘q.

79. $y=a_0+a_1x$ regressiya tenglamadagi a_1 — parametr quyidagilarni bildiradi:

a) hisobga olinmagan faktorlarning natijaviy belgi y ga o‘rtacha ta’sirini;

b) faktor x bir birlikka ortganda natijaviy belgi y o‘rtacha qanchaga o‘zgarishini;

c) tadqiqot uchun ajratilgan x faktorning natijaviy belgi y ga o‘rtacha ta’sirini;

d) natijaviy belgi bir birlikka ortganda faktor ko‘rsatkich (x) o‘rtacha qanchaga o‘zgarishini;

e) to‘g‘ri javob yo‘q.

80. Determinatsiya indeksi R^2 quyidagilarni ifodalaydi:

a) regressiya chizig‘ining empirik ma’lumotlarga maksimal yaqinligini;

b) regressiya chizig‘ining yaxshi tanlanganini;

c) approksimatsiyaning o‘rtacha xatosini;

d) natijaviy belgi y ning empirik qiymatlarining hisoblangan y qiymatlariga nisbatan tebranishini;

e) natijaviy belgi y ning umumiy o‘zgarishining qancha qismi x faktor ta’sirida yuzaga kelganini.

81. Variatsiya ko‘rsatkichida $\delta_y^2=\sum(y_i-y)^2/n$ nimani ifodalaydi?

a) X faktordan boshqa faktorlarga bog‘liq bo‘lgan y natijaviy belgi variatsiyasini ifodalovchi qoldiq dispersiya;

b) faktor ko‘rsatkichining dispersiyasi;

c) natijaviy belgi y ning umumiy dispersiyasi;

d) natijaviy belgi y ning faktor dispersiyasi;

e) barcha javoblar to‘g‘ri.

82. Variatsiya ko‘rsatkichi $\delta_{\varepsilon}^{2} = \sum(y_i - y_j)^2 / n$ nimani ifodalaydi?

a) X faktordan boshqa faktorlarga bog‘liq bo‘lgan y natijaviy belgi variatsiyasini ifodalovchi qoldiq dispersiya;
b) faktor ko‘rsatkichning dispersiyasi;
c) natijaviy belgi y ning umumiy dispersiyasi;
d) natijaviy belgi y ning faktor dispersiyasi;
e) barcha javoblar noto‘g‘ri.

83. Noto‘g‘ri javobni aniqlang. Modelning adekvatligi mezoni sifatida qo‘llaniladi:
a) determinatsiya indeksi R_2;
b) qoldiq dispersiya;
c) bog‘liqlik zichligi ko‘rsatkichi;
d) o‘rtacha eng kichik xatolik ko‘rsatkichi ε;
e) barcha javoblar noto‘g‘ri.

84. Model nima? Ta’rifi.
a) paraxodning modeli;
b) inshootning modeli;
c) jarayon va hodisalarning xossalarini biron modda bilan solishtirish tavsifi;
d) jarayon va hodisalarning asosiy xossa va xususiyatlarining tavsifi;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

85. Masalaning algoritmi nima?
a) o‘zgaruvchilarning ketma-ket hisoblanishi;
b) sonlarning ketma-ketligi;
c) amallarning ketma-ket bajarilishi masalaning oxiriga olib kelishi;
d) amallarning ketma-ket bajarilishi yechimga olib kelishiga;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

86. Jarayonlarning bog‘lanishini modellashtirish deb — ...
a) grafigini chizishga;
b) jadval qiymatlarini aniqlashga;
c) jarayon xossalarini aniqlashga;
d) modelni tuzish jarayoniga;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

87. Dastur tili hisoblanmaydi:
a) beysik;
b) fortran;
c) vord;
d) paskal;
e) si.

88. Mikromodellarga misol bo'la oladi:
a) innovatsion loyihalardan olinadigan foyda;
b) yalpi milliy mahsulot;
c) mahsulot ishlab chiqarishning vaqt bilan bog'langanligi;
d) respublika bo'yicha pul aylanish tezligi;
e) to'g'ri javob yo'q.

89. Algoritm blok-sxemasining asosiy belgilariga kirmaydi:
a) hisoblash belgisi;
b) boshlanish;
c) o'chirish;
d) shartli tekshirish;
e) informatsiyalarni xotiraga kiritish.

90. Dastur nimaning asosida tuziladi?
a) jadval asosida;
b) so'z asosida;
c) yozuv asosida;
d) masalaning qo'yilishi asosida;
e) hammasi ham noto'g'ri.

91. Qaysi dasturlash tilida *for I 1 antil N Do* — shartli tekshirish operatori qo'llaniladi?
a) si;
b) fortran;
c) avtokod;
d) paskal;
e) to'g'ri javob yo'q.

92. O'zgaruvchilarga uya (yacheyka) dasturning qayerida ajratiladi?
a) dasturning oxirida;
b) dasturning ichida;

c) dasturning o'rtasida;
d) dasturning boshlanishida;
e) dastur siklining ichida.

93. Operator to'g'ri yozilgan:
a) WRITELN ('AX=; AX:5:1');
b) WRITELN ('AX="; AX:5:1');
c) WRITELN ('AX=; AX:5:1');
d) WRITELN ('AX=; AX:5:1');
e) to'g'ri javob yo'q.

94. O'zgaruvchilarni quyidagicha belgilash mumkin:
a) 3A;
b) 2A;
c) AX;
d) 1/AX;
e) A/X.

95. Dasturda o'zgaruvchilarni ifodalashdan asosiy maqsad:
a) ularning turini aniqlash;
b) hisoblashlarda foydalanish;
c) bosmaga chiqarish;
d) ularga uyalar (yacheykalar) ajratish;
e) to'g'ri javob yo'q.

96. Integrator qurilmasi qaysi amalni bajaradi?
a) hisoblashni;
b) o'zgaruvchilarni qurishni;
c) differensiallashni;
d) integrallashni;
e) to'g'ri javob yo'q.

97. Modellashtirishdan asosiy maqsad?
a) dastur tuzish;
b) jarayonlarning bog'lanishini aniqlash;
c) natijani ifodalash;
d) jarayonlar bog'lanishining o'zgarish qonuniyatini aniqlash;
e) to'g'ri javob yo'q.

98. Modellashtirish quyidagi fanlarda qo'llanilmaydi:
a) iqtisodiyotda;

b) statistikada;
c) matematikada;
d) astrologiyada;
e) fizikada.

99. Matematik modelning nisbiy xatosi:

a) $\eta_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_f - y_m}{y_f}$;

b) $\eta_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_f - y_m}{y_m} \cdot 100\%$;

c) $\eta_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_m - y_f}{y_f} \cdot 100\%$;

d) $\eta_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{|y_m - y_f|}{y_f} \cdot 100\%$;

e) to'g'ri javob yo'q.

100. Korrelatsiya koeffitsiyenti kerak:
a) matematik modelni baholashda;
b) kovariatsiyani hisoblash uchun;
c) dispersiyani hisoblash uchun;
d) nisbiy xatoni hisoblashda;
e) protsentni hisoblashda.

101. Modellashtirish bosqichlarining soni:
a) uchta;
b) to'rtta;
c) beshta;
d) oltita;
e) yettita.

102. Kobb-Duglas modelida $x_1 + x_2$ parametrlarning yig'indis teng:

a) $\alpha_1 + \alpha_2 = 5$;
b) $\alpha_1 + \alpha_2 = 2$;
c) $\alpha_1 + \alpha_2 = 3$;

d) $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$;
e) $\alpha_1 + \alpha_2 = 4$.

103. Bir o'zgaruvchi chiziqli modelda parametrlar soni teng bo'ladi:
a) birga;
b) ikkiga;
c) uchga;
d) to'rtga;
e) beshga.

104. Ko'p o'zgaruvchi chiziqli matematik modelda parametrlar soni teng:
a) birga;
b) n taga;
c) $(n + 1)$ taga;
d) $(n + 2)$ taga;
e) $(n + 3)$ taga.

105. Iqtisodiy jarayonlar matematik modellarining turlarini aniqlang:
a) differensialli;
b) grafikli;
c) aylanali;
d) statistik;
e) integralli.

106. Firma, korxonaning jarayonlari orasidagi bog'lanishlari quyidagi model bilan ifodalanadi:
a) integralli;
b) egri chiziqli;
c) optimizatsion;
d) grafikli;
e) to'g'ri javob yo'q.

107. Ko'p o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan matematik model baholanadi:
a) nisbiy xato bilan;
b) determinatsiya koeffitsiyenti bilan;
c) determinant bilan;
d) ko'p o'zgaruvchi korrelatsiya koeffitsiyenti bilan;

e) korrelatsiya koeffitsiyenti bilan.

108. Matematik model orqali yechiladi:
a) integral;
b) tenglama;
c) bashorat (prognoz) masalasi;
d) optimizatsion masala;
e) to‘g‘ri javob yo‘q.

109. Quyidagi o‘rtacha qiymat bo‘la oladi:
a) o‘rta geometriya;
b) o‘rtacha geometrik;
c) o‘rtacha matematik;
d) o‘rtacha piramida;
e) o‘rtacha yo‘l.

110. Quyidagi o‘rtacha qiymat bo‘lolmaydi:
a) o‘rtacha arifmetik;
b) o‘rtacha geometrik;
c) o‘rtacha garmonik;
d) o‘rtacha yo‘l;
e) o‘rtacha son.

111. Hosilaning xususiy hosiladan farqi:
a) katta harf bilan yozilishida;
b) o‘zgaruvchi bilan yozilishida;
c) bitta o‘zgaruvchi bilan yozilishida;
d) ko‘p o‘zgaruvchidan bog‘liq bo‘lishida;
e) kasr bilan yozilishida.

112. Ekzogen o‘zgaruvchi bo‘la oladi:
a) darajali o‘zgaruvchi;
b) karrali o‘zgaruvchi;
c) erkin o‘zgaruvchi;
d) ko‘p o‘zgaruvchi;
e) bir o‘zgaruvchi.

113. Regression tenglamaning adekvatligini baholash uchun foydalaniladi:
a) o‘rta arifmetikdan;
b) korrelatsiya koeffitsiyentidan;

c) nisbiy xatodan;
d) determinatsiya koeffitsiyentidan;
e) hech qaysidan foydalanib bo'lmaydi.

114. Parametrlarga nisbatan chiziqli bo'lgan modellardagi parametrlarni aniqlashda nima tuziladi?
a) tenglama tanlanadi;
b) hosila olish kerak;
c) tenglamalar sistemasini tuzish kerak;
d) differensiallash kerak;
e) to'g'ri javob yo'q.

115. Matematik model tanlashning asosiy mezoni:
a) o'rta qiymatlarni aniqlash;
b) funksiyalarning qiymatlarini argument qiymatlariga nisbatan aniqlash;
c) ayirmalarning eng kichigini tanlash;
d) xususiy hosilalarni aniqlash;
e) ayirmalarni hosil qilish.

116. O'rtacha qiymatlar usulida matematik model tanlash quyidagiga bog'liq:
a) o'zgaruvchilar soniga;
b) argument soniga;
c) funksiyaning grafik ko'rinishiga;
d) tenglama soniga;
e) to'g'ri javob yo'q.

117. Matematik modelni tanlangan nuqtalar usulida aniqlash quyidagiga bog'liq:
a) o'zgaruvchilar soniga;
b) argument soniga;
c) funksiya soniga;
d) tenglamalar soniga;
e) tanlangan nuqtalarga.

118. Iqtisodiy jarayonlarni quyidagi usulda aniqlangan matematik model adekvat ifodalaydi:
a) tanlangan nuqtalar usuli;
b) o'rta qiymatlar usuli;
c) eng kichik kvadratlar usuli;

d) grafik usuli;
e) geometrik usul.

119. Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasining IMMda cheklanishlar sistemasi ifodalaydi:
a) to'g'ri chiziqni;
b) egri chiziqni;
c) parabolalarni;
d) yarim tekisliklarning to'plamini;
e) ko'pburchakli yechimlar sohasini.

120. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida musbatlik shartining iqtisodiy ma'nosini aniqlang.
a) mahsulot ishlab chiqarilmaydi;
b) mahsulot ishlab chiqarishi rejaga kiritilgan;
c) noma'lumlar ikkinchi chorakda;
d) noma'lumlar uchinchi chorakda;
e) to'g'ri javob yo'q.

121. Yechim $x = x \cdot (x_1, x_2, \dots x_n)$ optimal yechim hisoblanadi:
a) agar yechim musbatlik shartini qanoatlantirsa;
b) agar yechim cheklanishlarni qanoatlantirsa;
c) agar yechim cheklanishlar va maqsad funksiyani qanoatlantirsa;
d) agar yechim maqsad funksiyani qanoatlantirsa;
e) to'g'ri javob yo'q.

122. Yechim $\overline{x} = \overline{x}\ (x_1, x_2, \dots x_n)$ bazis yechim hisoblanadi, agar:
a) yechim musbatlik shartini qanoatlantirsa;
b) yechim cheklanishlarni qanoatlantirsa;
c) yechim cheklanishlar va maqsad funksiyani qanoatlantirsa;
d) yechim tenglamani qanoatlantirsa;
e) yechim tengsizlikni qanoatlantirsa.

123. Firma, korxonaning IMMni yechishda ishlab chiqarish texnologiyasi quyidagi holatda bo'ladi:
a) o'zgaradi;
b) ham o'zgaradi, ham o'zgarmaydi;
c) o'zgarmaydi;
d) turg'un holatda bo'ladi;
e) hammasi ham noto'g'ri.

124. Normal vektor koordinatalari teng:
a) (a_n, a_{21});
b) (b_1, b_2);
c) (a_{12}, a_{13});
d) (c_1, c_2);
e) (x_1, x_2).

125. Normal vektorning yo'nalishi aniqlanadi:
a) sistemadagi ozod hollaridan;
b) sistemadagi noma'lumlar oldidagi koeffitsiyentlaridan;
c) maqsad funksiya noma'lumlari oldidagi koeffitsiyentlardan;
d) noma'lumlarning musbatlik shartidan;
e) qo'yilgan masalaning shartidan.

126. Maqsad funksiya chizig'i ko'rinishi:
a) egri chiziq;
b) parabola;
c) to'g'ri chiziq;
d) giperbola;
e) logarifmik funksiya chizig'i ko'rinishiga o'xshash.

127. Firma, korxonaning mahsulot ishlab chiqarish masalasini grafik usulda yechganda tengsizliklar soni teng bo'ladi:
a) birga;
b) ikkiga;
c) m-taga;
d) uchtaga;
e) cheklanmagan bo'lishi mumkin.

128. Grafik usulda yechim aniq qiymatga ega bo'ladi, agar:
a) ko'pburchakli yechimlar sohasi D ochiq soha bo'lsa;
b) ko'pburchakli yechimlar sohasi D yopiq soha bo'lsa;
c) ko'pburchakli yechimlar sohasi yuqoridan cheklangan bo'lsa;
d) soha mavjud emas;
e) yarim tekislik nuqtaga aylansa.

129. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida yarim tekisliklarni quyidagi usulda aniqlab bo'lmaydi:
a) to'g'ri chiziq tenglamasini kesmalar ko'rinishga keltirib tiziladi;
b) to'g'ri chiziqning ikkita nuqtasini topib uni chizish mumkin;

c) parabola ko'rinishida yozib nuqtalar orqali ifodalab chiziladi;
d) to'g'ri chiziqni koordinatalar o'qi bilan kesishgan nuqtalari orqali;
e) to'g'ri javob yo'q.

130. Mahsulot ishlab chiqarish masalasida cheklanishlardagi tenglamalarning burchak koeffitsiyenti aniqlanadi:

a) to'g'ri chiziqning y lar o'qi bilan hosil qilingan burchagi tangensini;
b) to'g'ri chiziqning ikkinchi to'g'ri chiziq bilan hosil qilgan burchagi tangensini;
c) to'g'ri chiziqning x lar o'qiga parallellikdan hosil qilgan burchagi tangensini;
d) to'g'ri chiziqning x lar o'qi bilan hosil qilgan burchagi tangensini;
e) to'g'ri javob yo'q.

TEST JAVOBLARI

1 — C
2 — D
3 — B
4 — D
5 — A
6 — C
7 — D
8 — C
9 — A
10 — B
11 — C
12 — A
13 — B
14 — C
15 — D
16 — A
17 — A
18 — D
19 — C
20 — B
21 — B
22 — A
23 — A
24 — E
25 — D
26 — B
27 — A
28 — E
29 — D

44 — E
45 — E
46 — A
47 — A
48 — B
49 — A
50 — A
51 — A
52 — C
53 — A
54 — D
55 — E
56 — D
57 — B
58 — C
59 — C
60 — A
61 — B
62 — C
63 — D
64 — B
65 — C
66 — B
67 — E
68 — D
69 — D
70 — D
71 — B
72 — A
73 — A

87 — C
88 — C
89 — C
90 — D
91 — B
92 — D
93 — A
94 — C
95 — D
96 — D
97 — B
98 — D
99 — D
100 — A
101 — D
102 — D
103 — B
104 — B
105 — D
106 — C
107 — D
108 — D
109 — B
110 — D
111 — D
112 — C
113 — B
114 — C
115 — C
116 — D

30 — C
31 — B
32 — D
33 — E
34 — D
35 — B
36 — C
37 — B
38 — B
39 — B
40 — A
41 — C
42 — B
43 — D

74 — C
75 — D
76 — C
77 — A
78 — E
79 — C
80 — A
81 — D
82 — A
83 — C

84 — D
85 — D
86 — D

117 — D
118 — C
119 — E
120 — B
121 — C
122 — B
123 — C
124 — D
125 — C
126 — C
127 — B
128 — B
129 — E
130 — D

XULOSA

Tabiatdagi, jamiyatdagi hodisalarning firma, korxonalardagi jarayonlarning matematik, iqtisodiy-matematik modellarini tuzish, matematik usullarini bila olish hamma yo'nalishlar bo'yicha tayyorlanadigan muhandislar uchun zarur va shart ekanligi vaqt taqozosi, hozirgi zamon talablaridan biri hisoblanadi.

Matematik usullar yordamida moddiy resurslar, mehnat va pul resurslaridan oqilona foydalaniladi.

Matematik usullar va modellar iqtisodiy va tabiiy fanlarni rivojlantirishda yetakchi vosita bo'lib xizmat qiladi.

Matematik usullar va modellar yordamida tuzilgan prognozlarga umumiy amalga oshirish vaqtida ayrim tuzatishlarni kiritish mumkin bo'ladi.

Matematik modellar yordamida iqtisodiy jarayonlar faqat chuqur tahlil qilinibgina qolmasdan, balki ularning o'rganilmagan yangi qonuniyatlarini ham ochish imkoni yaratiladi. Shuningdek, ular yordamida iqtisodiyotning kelgusidagi rivojlanishini oldindan aytib berish mumkin.

Matematik usul va modellar hisoblash ishlarini mexanizatsiyalash va avtomatlashtirish bilan birga, aqliy mehnatni yengillashtiradi hamda iqtisodchi xodimlarning mehnatini ilmiy asosda tashkil etadi va boshqaradi.

Matematik modellarni tuzishdan maqsad jarayonlarning bog'lanishi, o'zgarish qonuniyatlarini aniqlash, prognoz masalasini hal qilish, boshqarish, qaror qabul qilish va avtomatlashtirilgan boshqarish tizimlarini tuzishni ifodalashdan iborat.

ADABIYOTLAR

1. *A. Abdullayev, K. Muftaydinov, X. Aybeshov.* Kichik biznesn boshqarish. — T., Moliya, 2003.

2. *Бездудный Ф. Ф., Павлов. А. П.* Математические методы модели в планировании текстельной и легкой промышленности. Легкой индустрии. — М., 1979.

3. Iqtisodiy-matematik usullar va modellar. Ma'ruzalar matni Toshkent Davlat Iqtisodiyot universiteti. — T., 2000.

4. *Кузнецов Ю. Н. и др.* «Математическое программирование» — М., «Высшая школа».

5. *K. Ahmedov, M. Mirzayeva.* Iqtisodiy matematik modellashtirish. — T., «Fan va texnologiya», 2004.

6. *Кубонива М.* Математическая экономика на персональном компьютере. — М., 1991.

7. *Кобалев Н. Б.* Практика применения экономико-математических методов и моделей. — М., ЗАО Финстат, 2000.

8. *Макарова Н. В. и др.* «Информатика». — М., «Финансы и статистика», 1997.

9. *Макарова Н. В. и др.* «Информатика, Практикум». — М. «Финансы и статистика», 1997.

10. *Sh. R. Mo'minov.* Matematik dasturlash. Texno-tasvir. — Buxoro, 2003.

11. *М. А. Насритдинова, О. М. Аҳмедов.* «Бизнес стратегияси». — Т., «Шарқ», 1996.

12. *M. Sh. Zokirova, A. A. Abdugaffarov.* «Iqtisodiy modellashtirish amaliyoti». — T., «O'zbekiston», 1999.

13. *Останчук Н. В.* «Основы математического моделирования на предприятиях пищевой промышленности». — М., 1991

14. *Robert Pimdayk, Daniel Rubinfeld.* Mikroiqtisod / ingliz tilidan tarjima. A. O'lmasov va boshqalar. «Sharq» nashriyot matbaa aksiyadorlik kompaniyasi bosh tahririyati. — T., 2002.

15. *K. Safayeva, Sh. Ikramov.* «Matematik programmalashtirishda ma'ruzalar matnlari to'plami». — T., T.M.I. 2001.

16. Г. А. «Информационные технологии в маркетинге». ЮНИТИ, — М., 2000.

17. *Срайвен А.* «Теория линейного целочисленного программирования». — М., Мир, 1996.

18. *Федосив В. В, Эрнашвили Н. Д.* Экономико-математические методы и модели в маркетинге. Юнити. — М., 2001.

19. «Экономико-математические методы и модели». — М., 2002. РУДН.

20. *T. Shodiyev, A. Qo'chqorov, U. Mizrapov* «Ishlab chiqarishni rejalashtirishda matematik usullar». — T., «Fan», 1998.

21. *Sh. R. Mo'minov.* «Matematik modellashtirish va EHMda dasturlash», «Ma'ruzalar matni». — Buxoro, 2001.

22. Экономико-математические методы и модели // Под общей редакции проф. *А. В. Кузнецова.* — М., БГЭУ, 1999.

23. *Шинин Е. В., Чхартишвили А. Г.* Математические методы и модели в управлении. — М., Дело, 2000.

24. *Беренская Е. В., Бережной В. И.* Математические методы моделирования экономических систем, М: Финансы и статистика. — М., 2001.

25. *Кочович Е.* «Финансовая математика». Пер. с Серб. — М., ФиС, 1996.

26. *Класс Эклунд.* «Эффективная экономика». — М., Экономика, 1991.

27. *Н. Грегори Мэнкью.* «Макроэкономика» Изд. Московского Университета. — М., 1994.

28. *Коршунов Ю. М.* «Математические основы кибернетики». Энергия. — М., 1980.

QO'SHIMCHA ADABIYOTLAR

1. *Скирухин В. И.* «Математическое моделирование». — М., 1989.

2. Под ред. *В. Т. Шорина* «Экономико — математические методы и модели планирования и управления», «Знание». — М., 1973.

3. *Попов И. Г.* «Математические методы в планировании отраслей и предприятий». — М., «Экономика», 1973.

4. *М. Мину.* «Математическое программирование» теория и алгоритмы перев. с французкого. — М., «Наука», 1987.

GLOSSARIY
(*GLOSSERY*)

Aksiya egasining daromadi — divident stavkasi asosida yoki aksiyaning nominal bahosi asosida hisoblangan daromad.

Amaliy o'yinlar — turli ishlab chiqarish vaziyatlarida boshqaruvga oid qarorlar qabul qilishga belgilangan qoidalar asosidagi o'yinlar vositasida tahlil qilish uslubi.

Antogonistik o'yin (yoki ikki tomon o'yinida o'yinning yutug'i nolga teng) — juftlik o'yin, bunda tomonlar qarama-qarshi maqsadlarga ega.

Bazis yechim — IMMning cheklanishlarini qanoatlantiruvchi yechim.

Bozor — sotuvchi bilan xaridor o'rtasida tovarlarni pulga ayirboshlash munosabati; tovarlar bilan oldi-sotdi munosabatlari, tovar ishlab chiqarish, tovar ayirboshlash va pul muomalasi qonunlariga binoan amalga oshiriladi. Bozorda ikki jarayon amalga oshadi: biri tovarlarni sotish; bunda tovar pulga almashadi, ikkinchisi tovarni xarid qilish, pulni tovarga ayirboshlash. Ayirboshlash ixtiyoriy va erkin shakllangan narxlarda olib boriladi.

Bozor iqtisodiyoti — erkin tovar-pul munosabatlariga asoslangan, iqtisodiy monopolizmni inkor etuvchi, ijtimoiy mo'ljalga, aholini ijtimoiy muhofaza qilish yo'llariga ega bo'lgan va boshqa tartiblanib turuvchi iqtisodiyot.

Biznes (business) — daromad keltiradigan yoki boshqa naf beradigan xo'jalik faoliyati yoki sohibkorlik — tijorat ishlari bilan shug'ullanish, pul topish maqsadida biror ish bilan band bo'lish. Biznes tovar ishlab chiqarish va uni sotish, xizmat ko'rsatish, transport va boshqa sohalardagi faoliyatdir. Biznes xo'jalik yuritish ko'lamiga qarab yirik, o'rta va kichik turlarga bo'linadi. Yirik biznesga asosan ishlab chiqarishda 500 dan ortiq kishi band bo'lgan, o'rta biznesga 20—500 kishi band bo'lgan, kichik biznesga 10—20 va undan kam kishilar ishlaydigan korxonalar kiradi.

Bozor muvozanati — bozordagi talab va taklifning miqdoran va tarkibi jihatdan bir-biriga muvofiq kelishi.

Gipertekislik — *n* o'lchovli fazoda tekislik.

Daromad — korxona xo'jalik faoliyatida aktivlarning o'sishi yoki majburiyatlarning kamayishi bo'lib, u xususiy kapitalning o'sishiga olib keladi.

Daromad solig'i — davlat tomonidan yuridik va jismoniy shaxslar (aholi, korxona va tashkilotlar) ning daromadidan davlat budjeti uchun majburiy undiriladigan to'lovlar.

Determinatsiyalangan iqtisodiy modellar — korxonalarning ishlab chiqarish faoliyatidagi texnik-iqtisodiy ko'rsatkichlarni hisoblashda ishlatiladigan analitik talaffuzli modellar.

Defitsit (yetishmaslik) (shortage) — bu bozordagi vaziyat bo'lib, amaldagi narxda talab miqdori taklif miqdoridan ortiq bo'ladi. Yetishmaslik barqaror voqea bo'lib, faqat pul narxlari kamyob foydali buyumlarni raqobatchi xaridorlar orasida taqsimlashda o'z vazifasini bajarmaydi.

Zarar — korxona daromadi va umumiy xarajatlar orasidagi manfiy ayirma.

Zaxira: 1) Valuta zaxirasi — boshqa mamlakatlar markaziy banklarning xalqaro hisob-kitob uchun mamlakat valutasida yig'ib va saqlaydigan mablag'lari.

2) Kapital (fond) zaxirasi — korxona, aksionerlik jamiyati va hokazolarning foydadan chegirib qolib tashkil qilinadigan xususiy mablag'lar qismi bo'lib, xo'jalik operatsiyalari faoliyatidagi zararlarni qoplash, asosiy fondlarni to'ldirish va kundalik foyda yetarli bo'lganda dividendlar to'lash uchun foydalaniladi.

Imitatsion model — o'rganilayotgan obyektning ma'lum biror vaqt intervali oralig'idagi dinamik o'zgarishlarini akslantiruvchi algoritmining kompyuter uchun mo'ljallangan dasturi.

Izokvanta — mos bo'lgan resurslar (Li, Ki, $i=1, n$) to'plamiga teng ishlab chiqariladigan mahsulotning grafik ifodasi.

Investorlar — o'z mablag'larini qimmatbaho qog'ozlarni xarid qilish uchun sarflaydigan yuridik va jismoniy shaxslar.

Import — boshqa davlatlardan mamlakat ichki bozorida realizatsiya qilish (sotish) yoki uchinchi bir mamlakatga o'tkazish uchun olib kelinadigan tovarlar, xizmatlar, qimmatbaho qog'ozlar va boshqalar.

Ixtisoslashtirish — bir yoki bir nechta tovar (xizmat)lar ishlab chiqarish uchun resurslarni to'plash.

Kalit (hal qiluvchi) element — kalit ustun va kalit yo'l elementlar kesimida joylashgan element.

Konyunktura — bozor mexanizmi sharoitlarida rivojlanishning qonuniyatli shakllari davlat tomonidan tartibga solinishi va raqobatning, iste'molchilar va korxonalar tomonidan qaror qabul qilishdagi mustaqillikning muvozanati bilan belgilanuvchi jarayon: muayyan iqtisodiy hayot omillari va shart-sharoitlari yig'indisi.

Ko'pburchakli yechimlar sohasi — IMM ning cheklanishlari $(n=2)m$ — burchakli ko'pburchakni hosil qilsa, ko'pburchakli yechimlar sohasi mavjud hisoblanadi. **$(K-1)$ o'lchovli simpleks, X_1, X_2, ... X_k cho'qqili** — qavariq sirtli afin bog'liq bo'lmagan X_1, X_2, ...X_k nuqtalar.

Monitoring — bozorning ahvoli va rivojlanish yo'nalishi ustidan kuzatish.

Makroiqtisodiyot — iqtisodiyotning asosiy muammolarini umumjamiyat nuqtayi nazaridan o'rganuvchi bo'limi.

Marketing — xaridor ehtiyojlarini imkoni boricha to'laroq qondirish maqsadlarida bozor holatini asosli o'rganish va oldindan baholash bilan tovarlarni ishlab chiqarish, sotishni tashkil etish tadbirlari tizimi; bozor iqtisodiyotining muhim unsuri; marketing ishi qisqa va uzoq muddatli maxsus dasturlar orqali amalga oshiriladi, ularda xaridorlar va raqobatchilarni o'rganish asosida tovarlar sifatini yaxshilash, tovar narxini o'zgartirish, reklama o'tkazish, tovarga talab chaqirish, tovarlarni o'z vaqtida yetkazib turish, xaridorlarga ma'qul tushadigan xizmat ko'rsatish kabi chora-tadbirlar nazarda tutiladi. Ishlab chiqarish marketing vositasida g'oyat o'zgarib turadigan bozor talabiga moslashadi va samaraga erishadi. Tovar ishlab chiqaruvchilar marketing tufayli bozor bilan uzviy bog'lanadilar, ishlab chiqarish manbalarini bozor talab tovarlar yaratishga qaratadilar, sohibkorlik va tijorat ishlarini rejalashtiradilar.

Mahsulot birligidan olingan foyda — muayyan mahsulotni sotishdan olingan foydaning shu mahsulotning ishlab chiqarish hajmiga nisbati.

Mahsulot narxi — talab va taklif miqdorlari teng bo'lganda bozorda yuzaga keladigan narx.

Mikroiqtisodiyot — iqtisodiyotning asosiy muammolarini alohida ishlab chiquvchi va iste'molchi nuqtayi nazaridan hal qiladigan bo'limi.

Matritsali o'yinning asosiy teoremasi — Dj.fon Neymanning teoremasi, hamma matritsali o'yinlarda aralash strategiyalarning yechimlari mavjud.

Maksmin (yoki o'yinning quyi narxi) o'yinning xususiy strategiyalarida — A o'yinchining maksimal xususiy strategiyalari orasidagi effektiv ko'rsatkich: $a = \max a_i = \max\min a_{ij} 1 < i < m,\ 1 < j < n$

Minimaks (yoki o'yinning yuqori narxi) o'yinning xususiy strategiyalarida — *B* o'yinchining minimal xususiy strategiyalar orasidagi effektiv bo'lmagan ko'rsatkich: $B = \min B_i = \min \max A_{ij} 1 < j < n\ 1 < j = n,\ 1 < i < m.$

Model — o'rganilayotgan obyekt, jarayon yoki hodisaning muhim xususiyatlarini, xossalarini matematik belgilar, tenglama va tengsizliklar orqali ifodasi.

Modellashtirish — model tuzish jarayoni.

Narx (price) — tovarning pul bilan ifodalanuvchi qiymati. U tovar ishlab chiqarilishi bilan bog'liq xarajatlar va daromadni o'z ichiga oladi.

Oltin-valuta zaxiralari — markaziy bankdagi oltin va chet el valutalarining rasmiy zaxirasi.

Optimal yechim — IMM cheklanishlari va maqsad funksiyasini qanoatlantiruvchi yechim.

Reklama — tovar yoki ko'rsatiladigan xizmat to'g'risida tijorat maqsadida iste'molchi qiziqishini uyg'otishga yo‘naltirilgan axborot; talabni ko‘paytirish maqsadlarida xaridorlarga tovarlarning xossalari, afzalliklari va sotib olish shartlarini yetkazish va oshkor etish. Bozor iqtisodiyoti sharoitida reklama xizmatlarining ahamiyati kuchayib, muomala xarajatida reklama xarajatlarining hissasi ortib boradi.

Rentabellik — tarmoq yoki korxonalarning foyda olib ishlashi; foyda olish rejasini ko‘rsatadi. Foiz hisobida ifodalanadi. Ishlab chiqarish rentabelligi ma’lum davr (oy, kvartal, yil) da qo‘lga kiritilgan foyda miqdorini shu vaqtda foydalanilgan yillik asosiy ishlab chiqarish fondlari va oborot vositalari qiymati yig‘indisiga yoki mahsulotni ishlab chiqarish, sotish xarajatlarining tannarxiga nisbati sifatida hisoblanadi.

Resurs — pul mablag‘lari, qimmatbaho narsalar, zaxiralar, imkoniyatlar, mablag‘lar va daromadlar (tabiiy, iqtisodiy, moliyaviy) manbalari.

Sof strategiya — o‘yinda o‘yinchining xohlagan xatti-harakati.

Strategiya — maqsadlarga erishish yo‘lidagi umumiy tuzilgan reja.

Statistik yechimlar nazariyasi — nizoli va tavakkalchilik holatlarda matematik modellar nazariyasi asosida optimal qaror qabul qilish.

Sof foyda — soliq va barcha to‘lovlar to‘langandan keyingi qolgan yalpi foyda miqdori.

Statistika — ijtimoiy hodisalarning miqdoriy tomonlarini ularning sifat tomonlari bilan uzviy ravishda bog'langan holda o'rganuvchi fan.

Talab — to'lovga qobil ehtiyoj; bozorga chiqqan va kerakli miqdordagi pul bilan ta'minlangan ehtiyojni ifodalaydi. Talab ehtiyojdan kelib chiqadi, xaridga ajratilgan pul shaklida ifoda etiladi.

Tarmoq — jarayonlarning maxsus bo'limlarga ajratilishi, masalan, «qishloq xo'jaligi», «yengil sanoat», «og'ir sanoat» va hokazo.

Tovar — bozorda oldi-sotdi orqali ayirboshlanadigan mehnat mahsuli. Tovar shunday mahsulotki, u o'zini ishlab chiqaruvchilarning emas, balki boshqalarning talab-ehtiyojini qondirish uchun yaratiladi. Shu sababli u ayirboshlanadi. Tovar moddiy shakldagi mahsulot bo'lishi shart emas, xizmatlar ham tovar shakliga kiradi. Turli moddiy shakldagi aqliy mehnat mahsuli, ilmiy-texnikaviy g'oyalar va ishlanmalar, nomoddiy shakldagi xizmatlar (davolash, o'qitish, musiqa, raqs ijro etish, qo'shiq kuylash kabilar), har xil qimmatli qog'ozlar (aksiya, obligatsiya, sertifikat, valuta) ham tovar bo'ladi. Tovar bozorda pul vositasida ayirboshlanadi.

Ekonometrik model — prognozlashda obyektning barcha mavjud faktorlarining o'zaro bog'lanishini ifodalovchi regressiya tenglamalar tizimlari.

Egar nuqtaga ega bo‘lgan o‘yin — o‘yin, matritsasida hech bo‘lmaganda bitta egar nuqtaga ega bo‘lgan hol.

Ekspert — maxsus bilimga ega bo‘lib, korxona, tashkilot yoki davlat organlari tomonidan ekspertiza (masalan, buxgalteriya, patent ekspertizasi) o‘tkazishga taklif qilinadigan shaxs.

Eksport — tovarlar, xizmatlar va texnologiyalarni tashqi bozorda realizatsiya qilish (sotish) uchun olib chiqish.

Effektivlik (samaradorlik) — har xil ko‘rinishdagi iqtisod resurslari yoki resurslar majmuyi bilan iqtisodiy faoliyat amaliy natijalari nisbatini aks ettiruvchi iqtisodiy kategoriya.

Yuridik shaxs — turli mulkchilikka asoslangan, mustaqil ish yurituvchi, qonunga ko‘ra fuqarolik huquqlari va majburiyatlari subyekti bo‘lgan korxona, tashkilot, muassasa. O‘z nomidan mulkiy hamda nomulkiy huquqni olish va majburiyatlarni bajarish, sud, arbitraj va hakamlar sudida da’vogar bo‘lishi mumkin. Bankda o‘z hisob varaqasiga ega, mustaqil balans yuritadi.

Yalpi ichki mahsulot (YAIM) (gross domestik product GDP) — davlat hududida ishlab chiqariladigan tovar va xizmatlarning ma'lum vaqt davridagi yalpi bozor qiymati.

Yalpi milliy mahsulot (YAMM) (gross national product GDP) — ma'lum vaqt davrida milliy iqtisodiy faoliyat natijasi (bir oy, uch oylik, bir yil), u milliy ishlab chiqarish orqali o‘lchanishi mumkin, YAMMni daromadlari va so‘nggi iste’mollari ishlab chiqarish orqali o'lchangan bo'lsa, u ma'lum vaqt davrida davlatni rezidentlar sektori tomonidan ishlab chiqilgan tovar va xizmatlarni yalpi bozor qiymati hisoblanadi, undan o'rtacha iste'molini qiymati ayirilmog'i darkor. Yalpi daromadlar orqali o'lchangan bo'lsa, bu omil daromadlar jamg'armasi bo'lib, ichki ishlab chiqarishdan maosh shaklidagi omil daromadlari jamg'armasi korxona egalariga to'langan foizlar va daromadlar hamda xorijdan keladigan rezidentlar sektori daromadining sof omilidir. So'nggi iste'mol orqali o'lchangan YAMM — bu uy xo'jaliklari, korxonalar va hokimiyat tomonidan sotib olingan tovar va xizmatlar, asosiy fondlarga kiritilgan kapital mablag'lar hamda sotilmay qolgan mahsulotning birgalikdagi bozor qiymatidir.

Yarim tekisliklar — to'g'ri chiziq tekislikni ikki qismga ajratadi, to'g'ri chiziqdan yuqori va to'g'ri chiziqdan pastda joylashgan yarim tekisliklar.

O'yin narxi (o'yin narxi aralash strategiyalari) — aralash strategiyalarda o'yinning quyi va yuqori narxi umumiy qismi.

O'yinning xususiy yechimi sof strategiyalarida — A va B o'yinlarning bir juft toza optimal A_j va B_i strategiyalari va o'yin bahosi.

O'yin matritsasining egar nuqtasi — muvozanat holatda A matritsaning yutug'i; o'yin matritsaning egar nuqtasida joylashgan element.

O'yin nazariyasi — nizoli holatlarda matematik modellar nazariyasi asosida optimal qaror qabul qilish.

O'yin — nizoli holatlarda optimal yechimni qabul qilishning matematik modeli (masalan, iqtisod, biznesda va h.k.).

MUNDARIJA

Sh. R. Mo'minov

MATEMATIK MODELLAR VA USULLAR

«Turon-Iqbol» nashryoti —2006

Muharrir *M. Mirboboyev*
Badiiy muharrir *J. Gurova*
Texnik muharrir *T. Smirnova*
Musahhih *H. Zokirova*
Kompyuterda sahifalovchi *B. Babaxodjayeva*

Terishga 26.10.06 da berildi. Bosishga 20.12.06 da ruxsat etildi.
Bichimi $60\times90^1/_{16}$. «Tayms» garniturada ofset bosma usulida bosildi.
Shartli b.t. 17,0. Nashr b.t. 19,09. Jami 1500 nusxa. 204-raqamli buyurtma.

«ARNAPRINT» MCHJ da sahifalanib, chop etildi.
Toshkent, H. Boyqaro ko'chasi, 41.