

Я.И. ПЕРЕЛЬМАН

# ЖОНЛИ МАТЕМАТИКА

МАТЕМАТИК ҲИКОЯЛАР ВА  
ДУШВОР МАСАЛАЛАР

*50p 2  
1887*

«MERIYUS»  
Тошкент — 2012

22.18 - Ўзбекистон мактаб-ка  
А33

Перельман, Я.И.

Жонли математика: математик ҳикоялар ва душвор масалалар/Я.И. Перельман; тарж. Б.Комилов. – Т.: MERIYUS, 2012. – 180 б.

Таржимон

Солиҳжон ўгли Баҳодир КОМИЛОВ

физика-математика фанлари номзоди.

Я.И. Перельманнинг китоби муаллифнинг математиканинг қизиқарли масалаларига бағишланган энг тушунарли ва машҳур китоблари сирасига киради. Бу ерда турли математик масалалар йиғилган, улардан кўпчилиги кичик ҳикоялар шаклига келтирилган. Уларни ечиш учун элементар арифметика ва геометриядан энг содда маълумотлар билан таниш бўлишимиз кифоядир. Китоб мактаб ўқувчиларига, лицей, коллеж талабаларига ва дам олиш соатларда фойдали ва мулоҳазали кўнгил очишни хоҳловчи катталар учун мўлжалланган.

Мазкур рисола 1959 йилда «Государственное издательство физико-математической литературы» нашриётида (Москва ш.) чоп этилган «Живая математика, математические рассказы и головоломки» деб номланган китобнинг таржимасидир.

№ 31769  
2

© Б.С.Комилов

ISBN 978-9943-395-39-8

©“MERIYUS” ХМНҚ, 2012 йил.

Alisher Navoiy

nomidagi

O'zbekiston MK

2013/43

A5758

## МУНДАРИЖА

Сўз боши .....	7
----------------	---

### Биринчи боб ДУШВОР МАСАЛАЛИ НОНУШТА

1. Ялангликдаги олмахон .....	8
2. Коммунал ошхонада .....	11
3. Мактаб тугараклар иши .....	12
4. Ким кўп? .....	13
5. Бува ва невара .....	13
6. Темир йўл чипталари .....	13
7. Дирижабл парвози .....	14
8. Соя .....	14
9. Гугурт чўплар масаласи .....	15
10. Айёр тунка .....	16
11. Декабрь ҳақидаги масала .....	17
12. Арифметик кўзбойлогич .....	18
1–12-масалаларнинг ечимлари .....	19
13. Ўчирилган рақам .....	27
14. Ҳеч нима сўрамай сонни топиш .....	28
15. Ким нима олган? .....	29

### Иккинчи боб МАТЕМАТИКА ЎЙИНЛАРДА

<b>ДОМИНО</b> .....	32
16. 28 тошли занжир .....	32
17. Занжирнинг боши ва охири .....	32
18. Домино билан кўзбойлогич .....	32
19. Рамка .....	32
20. Етти квадрат .....	33
21. Доминода сеҳрли квадратлар .....	34
22. Доминодан тузилган прогрессия .....	34
<b>15 ТОШ ЁКИ ТАКЕН ЎЙИНИ</b> .....	35
23. Лойднинг биринчи масаласи .....	41
24. Лойднинг иккинчи масаласи .....	41
25. Лойднинг учинчи масаласи .....	41
<b>КРОКЕТ</b> .....	41
26. Дарвозадан ўтишми ёки крокерлашми? .....	41
27. Шар ва устунча .....	42
28. Дарвозадан ўтишми ёки санчишми? .....	42
29. Қопқондан ўтишми ёки крокерлашми? .....	42
30. Ўтиб бўлмас сичқон қопқони .....	42
16–30-масалаларнинг ечимлари .....	42

## Учинчи боб ЯНА ЎН ИККИТА БОШҚОТИРМА

31. Арқонча .....	50
32. Пайпоқлар ва қўлқоплар .....	50
33. Соч умрининг узоқлиги .....	51
34. Иш ҳақи .....	51
35. Чанғида югуриш .....	51
36. Икки ишчи .....	51
37. Маърузани кўчириб ёзиш .....	51
38. Иккита тишли филдирак .....	53
39. Неча ёшда? .....	53
40. Эр-хотин Ивановлар .....	53
41. Ўйин .....	53
42. Харидлар .....	53
31–42-масалаларнинг ечимлари .....	53

### Тўртинчи боб СИЗ ҲИСОБЛАШНИ БИЛАСИЗМИ?

43. Сиз ҳисоблашни биласизми? .....	59
44. Ўрмондаги дарахтларни нима учун ҳисоблаш керак? .....	62

### Бешинчи боб СОНЛИ БОШҚОТИРМАЛАР

45. Беш сўмга — юз сўм .....	64
46. Минг .....	65
47. Йигирма тўрт .....	65
48. Ўттиз .....	65
49. Етишмаётган рақамлар .....	65
50. Қандай сонлар? .....	65
51. Нимани бўлишди? .....	66
52. 11 га бўлиш .....	66
53. Кўпайтиришдаги ғалати ҳолатлар .....	66
54. Сонли учбурчак .....	66
55. Яна бир сонли учбурчак .....	66
56. Соҳрли юлдуз .....	66
45–56-масалаларнинг ечимлари .....	67

### Олтинчи боб ШИФРЛАНГАН ЁЗИШМА

57. Панжара .....	73
58. Панжарани қандай қилиб эслаб қолиш мумкин? .....	77

### Еттинчи боб УЛКАН СОНЛАР ҲАҚИДА ҲИКОЯЛАР

59. Фойдали келишув .....	81
60. Шаҳар миш-мишлари .....	86

61. Арзон велосипедлар кўчкиси .....	90
62. Мукофот .....	93
63. Шахмат тахтаси ҳақидаги афсона .....	99
64. Тез купайиш .....	105
65. Текин тушлик .....	111
66. Тангаларни бир жойдан бошқа жойга тахлаш .....	117
67. Гаров .....	121
68. Атрофимиздаги ва ичимиздаги улкан сонлар .....	125

### Саккизинчи боб ЎЛЧОВ ЧИЗҒИЧИНИ ИШЛАТМАЙ

69. Йўлни қадам билан ўлчаш .....	129
70. Жонли масштаб .....	131
71. Тангалар ёрдамида ўлчаш .....	132

### Тўққизинчи боб ГЕОМЕТРИК ЖУМБОҚЛАР

72. Арава .....	134
73. Катта қилиб кўрсатадиган ойнада .....	134
74. Дурадгор адилаги .....	135
75. Ёқлар сони .....	136
76. Янги ой .....	136
77. 12 та гугурт чўпидан .....	136
78. 8 та гугурт чўпидан .....	136
79. Пашшанинг йўли .....	136
80. Тиқинни топиш .....	137
81. Иккинчи тиқин .....	138
82. Учинчи тиқин .....	138
83. Беш тийинликни ўтказиш .....	138
84. Минора баландлиги .....	138
85. Ўхшаш шакллар .....	138
86. Сим сояси .....	139
87. Фишт .....	139
88. Девқомат ва пакана .....	139
89. Иккита тарвуз .....	139
90. Иккита қовун .....	139
91. Олча .....	139
92. Эйфел минораси модели .....	139
93. Иккита кастрюлка .....	139
94. Совуқда .....	139
95. Шакар .....	140
72–95-бошқотирмалар ечимлари .....	140

## Ўнинчи боб ЁМФИР ВА ҚОР ГЕОМЕТРИЯСИ

96. Ёмфир ўлчагич.....	151
97. Қанча ёмфир ёғди?.....	153
98. Қанча қор ёққан?.....	155

## Ўн иккинчи боб ЎТТИЗТА ТУРЛИ МАСАЛА

99. Занжир.....	158
100. Ўргимчаклар ва қўнғизлар.....	159
101. Плаш, шляпа ва калиш.....	159
102. Товуқ ва ўрдақ тухумлари.....	159
103. Учиб ўтиш.....	159
104. Пул совғалар.....	159
105. Иккита шашка.....	159
106. Икки рақам билан.....	159
107. Бир.....	160
108. Бешта тўққиз билан.....	160
109. Ўнта рақам билан.....	160
110. Тўрт усул билан.....	160
111. Тўртта бир билан.....	160
112. Сирли бўлиш.....	160
113. Бўлишнинг яна бир ҳоли.....	160
114. Нима ҳосил бўлади?.....	160
115. Ўша тоифадаги яна бир мисол.....	161
116. Самолёт.....	161
117. Миллионга буюм.....	161
118. Йўллар сони.....	161
119. Циферблат.....	161
120. Саккиз бурчакли юлдуз.....	162
121. Сонли ғилдирак.....	162
122. Уч оёқли стол.....	162
123. Қандай бурчаклар?.....	162
124. Экватор бўйлаб.....	163
125. Олти қаторга.....	163
126. Қандай бўлиш керак?.....	163
127. Хоч ва ярим ой.....	163
128. Бенедиктов масаласи.....	163
99–128- масалаларнинг ечимлари.....	164

---

## СЎЗ БОШИ

Бу китобни ўқиш учун жуда содда математика тайёр-гарлиги кифоя: арифметика қоидалари ва геометрия-дан элементар маълумотни билиш етарли. Масалалар-нинг жуда кичик қисми содда тенгламаларни тузиш ва ечишни талаб этади. Шунга қарамай китоб мазмуни жуда турли-туман: рангбаранг душвор масалалар тўп-лами ва математика гимнастикасидан жумбоқли ҳунар-лардан тортиб ҳисоблаш ва ўлчашнинг фойдали амалий масалаларигача. Тузувчи қамраб олинувчи материалнинг янгилиги ҳақида қайғурган ва шу муаллифнинг бошқа тўпламларига кирган материалларни такрорлашдан қочган («Кўзбойлогичлар ва эрмаклар», «Қизиқарли масалалар»). Ўқувчи бу ерда аввалги китобларга кирмаган юзлаб душвор масалаларни топади, шу билан бирга баъзи масалалар, масалан крокетларга оидлари, аввал умуман ҳеч чоп этилмаган. VII боб — «Улкан сонлар ҳақидаги ҳикоялар» тўртта янги ҳикоялар билан тўлди-рилган муаллиф рисоласининг қайта ишланганини ўзи-да акс эттиради.

---



## БИРИНЧИ БОБ

### ДУШВОР МАСАЛАЛИ НОНУШТА

**1. Ялангликдаги олмахон.** — Бугун тонгда мен олмахон билан бекинмачоқ ўйнадим, — деб ҳикоя қилар эди, нонушта вақтида дам олиш столи атрофида йиғилганлардан бири. Сиз бизнинг ўрмонимиз ўртасида якка қайинли доиравий ялангликни билсангиз керак?! Бу дарахт ортида мендан олмахон бекинган эди. Чангалзордан ялангликка чиқиб, менга дарахт танаси орқасидан тикилиб турган зийрак кўзли олмахон тумшукчасини дарҳол кўриб қолдим. Эҳтиётлик билан, яқинлашмасдан, яланглик чеккаси бўйлаб ҳайвончани кўриш учун айлана бошладим. Тўрт марта дарахтни айландим, аммо айёр дарахт тепасида тескари томонга аввалгидай фақат тумшукчасини кўрсатиб чекинарди. Мана шу ҳолда олмахонни айланиб ўтишни урдалай олмадим.

— Бироқ, — кимдир эътироз билдирди, — сиз ўзингиз айтаяпсиз, дарахт атрофини тўрт марта айланиб чиқдим деб.

- Дарахт атрофида, лекин олмахон атрофида эмас!
- Лекин олмахон дарахтдами?
- Шундай бўлса нима қилибди?
- Яъни сиз олмахон атрофида ҳам айлангансиз.
- Жуда яхши айланибман, агар бирор марта ҳам уни орқа томонини кўрмаган бўлсам.
- Бунга орқа томоннинг нима алоқаси бор? Олмахон



марказда, сиз эса доира бўйлаб юрибсиз. Демак, олмахон атрофида юрибсиз.

— Ҳеч ҳам бундай эмас. Тасаввур қилинг, мен сизнинг атрофингизда доира бўйлаб юрибман, сиз ҳамма вақт менга юзингиз билан қайрилиб, орқа томонингизни кўрсатмайсиз. Сиз мени сизнинг атрофингизда айланди деб айта оласизми?

— Албатта айтаман. Бошқача бўлиши мумкинми?

— Гарчи сизни орқа томонингизда бўлмасам, орқа томонингизни кўрмасам ҳам айланаман?

— Орқа томонни нима қиласиз! Сиз мени атрофимда йўлни туташтирасиз. Мана гап нимада, орқа томонни кўришда эмас.

— Ижозат беринг: бирон нарса атрофида айланиш нима дегани? Менимча, бу фақат бир нарсани билдиради: шу нарса ҳар томондан кўринадиган шундай кетмакет жойларга туришни. Тўғрими, профессор? — баҳслашувчи стол ортида ўтирган мўйсафидга юзланди.

— Баҳс бизда сўзлар маъноси ҳақида бораяпти, — жавоб берди олим. — Бундай ҳолларда ҳамма вақт сиз ҳозир юритган гапдан бошлаш керак: сўзлар маъноси ҳақида келишиб олиш керак. «Предмет атрофида ҳаракатланиш» сўзини қандай тушуниш керак? Уларнинг маъноси икки хил бўлиши мумкин. Биринчидан, ичида предмет бўлган ёпиқ чизиқ тушунилади. Бу бир тушуниш. Бошқаси: предметга нисбатан шундай юриш керакки, у ҳамма томондан кўринсин. Биринчи тушунишга кўра, сиз олмахон атрофида тўрт марта айланганингизни тан олишингиз керак. Иккинчи тушунишга кўра, унинг атрофида бирон марта айланмаганингизни тан олишга мажбурсиз. Кўриб турганингиздек, агар икки томон бир хил гапирсалар, сўзларни бирдай тушунишса, бу ерда баҳсга сабаб йўқ.

— Жуда ажойиб, икки хил тушуниш бўлиши мумкин. Лекин қайсиниси тўғри?

— Саволни бундай қўйиб бўлмайди. Хоҳлаган нарса устида келишиш мумкин. Фақат ҳамма қабул қилган тушунчага қайси бири мос келишини сўраш ўринли. Биринчи тушунча тилга келишади дейишим мумкин



1-расм. «Айёр тескари томонга чекинарди».

ва мана нима учун: Куёш, маълумки, ўз ўқи атрофида 26 суткада бир марта тўлиқ айланади...

— Куёш айланадими?

— Албатта, худди Ер ўқи атрофида айланганидек. Тасаввур қилинг, Куёш айланиши анча секинроқ, яъни унинг бир айланиши 26 сутка давомида эмас, балки 365,5 суткада, яъни бир йилда рўй берсин. Бу ҳолда Куёш Ерга ҳамма вақт бир томони билан қараб турган бўларди. Куёшнинг орқа тарафини ҳеч қачон кўрмаган бўлар эдик. Бироқ кимдир бу туфайли Ер Куёш атрофида айланмайди деб тасдиқлаши мумкин бўлармиди?

— Ҳа, энди равшан бўлди, мен барибир олмахон атрофида айланганман.

— Таклиф бор ўртоқлар! Тарқалиб кетманг, — деди баҳсни эшитиб ўтирганлардан бири. — Ёмғирда ҳеч ким сайрга бормаиди, ёмғир эса ҳали тугамайди, келинг шу ерда вақтимизни душвор масалаларни ечиш билан

ўтказайлик. Бошладик, келинг ҳар биримиз бирон бир душвор масалани эслайлик. Сиз эса, профессор, бизнинг олий ҳакамимиз бўласиз.

— Агар душвор масалалар алгебра ёки геометриядан бўлса, мен бош тортаман, деб арз қилди бир ёш аёл.

— Мен ҳам, — қўшилди яна кимдир.

— Йўқ, йўқ ҳамма иштирок этиши керак!

Биз эса қатнашчиларни, на алгебрани, на геометрияни жалб қилмасликларини, фақатгина энг бошлангич асослар бўлса жалб этишларини сўраймиз. Эътирозлар йўқми?

— У ҳолда мен розиман ва биринчи бўлиб масала таклиф этишга таййёрман.

— Жуда ажойиб, қани марҳамат! — турли тарафдан эшитилди, — бошланглар.

**2. Коммунал ошхонада.** — Менинг масалам коммунал уй шароитида туғилди. Масалани маиший деб айтиш мумкин. Шу уйда яшовчи, — қулайлик учун уни Тройкина деб атаймиз, — умумий плитага ўз ўтинидан учта тараша, яшовчи Пятёркина, бешта тараша, яшовчи Бестопливний, фаҳмлаётганингиздек ўз ўтини йўқ, юқорида айтилган иккита аёлдан рухсат сўраб умумий оловда овқат пишириб олди. Ҳаражатларни қоплаш учун қўшниларига 8 рубль тўлади. Улар бу пулни ўзаро қандай тақсимлашлари керак?

— Тенг бўлиб олишлари керак, — кимдир шошилиб айтди. Бестопливний уларнинг оловидан тенг миқдорда фойдаланди.



2-расм. «Ҳаражатларни қоплаш учун қўшниларига 8 рубль тулади».

– Кўй-э, йўқ, – эътироз билдирди бошқаси, – бу оловга қўшнилар қўшган ҳиссасини инобатга олиб ҳисоблаш керак. Ким учта тараша берган бўлса уч рубль, бешта тараша берган бўлса беш рубль олиши керак. Бу ҳақиқий тақсимлаш бўлади.

– Ўртоқлар, – ушбу масала ўйинни бошлаган ва ўз-ўзидан ўйин раисига айланган одам сўз олди. – Душвор масалаларнинг тугал ечимини ҳозирча эълон қилмай турайлик. Майли ҳар бир иштирокчи ўзи ўртага ташлаган масаласи устида яна бир бор ўйласин. Тўғри жавобларни эса ҳакам бизга кечки овқат пайтида эълон қилсин. Энди кейинги иштирокчига навбат. Марҳамат ўртоқ ўқувчи, сизга навбат!

**3. Мактаб тўғараклари иши.** – Бизнинг мактабимизда, – бошлади ўқувчи, – бешта тўғарак бор: сиёсий, ҳарбий, фотография, шахмат ва хор тўғараклари. Сиёсий тўғарак кунаро, ҳарбий тўғарак ҳар учинчи кунда, фотография тўғараги ҳар тўртинчи кунда, шахмат тўғараги ҳар бешинчи кунда ва хор тўғараги ҳар олтинчи кунда ўтказилади. Биринчи январда мактабда бешта тўғаракнинг ҳаммаси йиғилди, сўнгра машғулотлар жадвалдаги режа бўйича олиб борилди. Диққат! Савол, биринчи чоракда барча 5 та тўғарак неча оқшом йиғилганлар?

– Йил 365 кундан иборатми ёки 366 кунданми? – деб сўрашди пионердан.

– Оддий. Демак, биринчи чоракни – январь, февраль, март – 90 кун деб ҳисоблаш керакми?

– Албатта.

– Сизнинг душвор масалангизга яна бир саволни қўшишга рухсат берсангиз, – деди профессор. – Чунончи йилнинг ўша чорагида мактабда тўғарак машғулотлари умуман бўлмаган оқшомлар нечта бўлган?

– А-ҳа, тушунаман! – янгради овоз. Масала илмоқли. Бешта тўғаракдан ортиқ тўғаракли ва тўғараксиз бир кун ҳам бўлмайди. Бу равшан.

– Нима учун? – сўради раис.

– Тушунтириб бера олмайман, аммо сезаяпман, мақсад – одамни ноқулай аҳволга солиш.

– Бу асос эмас, хуллас кечкурун масала ойдинлашади. Навбат сизга ўртоқ.

**4. Ким кўп?** — Икки киши бир соат давомида улар олдидаги йўлдан неча киши ўтганини ҳисобладилар. Биттаси уй эшигининг олдида турди, бошқаси йўл бўйи у ёқ-бу ёққа юриб турди. Ким кўпроқ одам ҳисоблади?

— Юриб туриб кўпроқ ҳисоблайсан, бу равшан-ку, — эшитилди столнинг нариги томонидан.

— Жавобни кечки овқат пайтида эшитамиз, — деди раис. — Кейинги иштирокчи.

**5. Бува ва невара.** — Мен айтмоқчи бўлган воқеа 1932 йилда содир бўлган. Мен ўша пайтда туғилган йилимнинг охириги икки рақамига тенг ёшда эдим. Мен бу муносабат ҳақида бувамга айтиб берганимда, у мени унинг ёшида ҳам худди шу нарса бўлаётганини айтиб ажаблантирди. Менга бу мумкин эмасдек туюлди.

— Албатта бўлиши мумкин эмасда, — кимдир қўшиб қўйди.

— Тасаввур қилинг, бўлиши мумкин экан. Бувам бунни ўзи исботлаб берди. Биз ҳар биримиз неча ёшда эдик?

**6. Темир йўл чипталари.** — Мен, темир йўл фазначисиман, чипталар сотаман, дея бошлади кейинги иштирокчи. Кўпчилик учун бу оддий ишдек туюлади. Ҳаттоки бир кичик станция фазначисига қандай катта сонлар билан ишлашга тўғри келиши ҳақида ҳатто тасаввур ҳам қилмайдилар. Ахир йўловчилар бу станциядан шу

#### ФАЗНА



3-расм. «Темир йўл чипталари сотаман».

йўлдаги исталган бошқасига, шу билан бирга иккала йўналишда чипта олишлари зарур. Мен 25 станцияли йўлда хизмат қиламан. Сизнинг фикрингизча, темир йўл томонидан унинг барча ғазналари учун нечта турли чипталар намуналаридан тайёрлаб қўйилган?

— Сизнинг навбатингиз, — эълон қилди раис.

**7. Дирижабл парвози.** — Ленинграддан тўғри шимолга дирижабл учди. Шимолий йўналишда 500 км учиб сўнг шарққа бурилди. Яна 500 км учиб дирижабл жанубга бурилиш қилди. 500 км ўтди. Кейин ғарбга бурилди, 500 км учиб ерга қўнди. Сўралади: Ленинградга нисбатан дирижабл қаерда қўнди — шимолдами, шарқдами, жанубдами?

— Гўл одамлар деб ҳисоблаяпсизми? — деди кимдир, — 500 қадам олдинга, 500 қадам ўннга, 500 қадам орқага ва 500 қадам чапга, қаерга келамиз? Қаердан чиққан бўлсак яна ўша ерга қайтиб келамиз.

— Шундай қилиб дирижабл қаерга қўнган?

— Қаердан кўтарилган бўлса ўша ерга, шундай эмасми?

— Айнан шундай эмас.

— Бу ҳолда мен ҳеч нима тушунмаяпман. Дарҳақиқат бу ерда нимадир бор, аралашди қўшни. — Наҳотки дирижабл Ленинградга қўнмаган бўлса?.. Масалани яна бир бор қайтарса бўладими?

Учувчи бажонидил илтимосни бажарди. Уни эътибор билан тингладилар ва ҳайрон бўлиб бир-бирларига қараб қўйишди.

— Майли, — деди раис, — кечки пайтгача бу масала ҳақида ўйлашга имкон бўлади, ҳозир эса давом этамиз.

**8. Соя.** — Менга рухсат беринг, — деди навбатдаги савол берувчи, — душвор масала мазмуни қилиб ўша дирижаблни олишга. Нима узун: дирижаблми ёки унинг тўлиқ соясими?

— Бор душвор масала шундами?

— Ҳамма масала шунда!

— Албатта, соя дирижаблдан узунроқ: ахир қуёш нурлари елпигич шаклида ёйилади, — дарҳол ечим берилди.

— Мен бунга аксини айтаман, — деб эътироз билдирди кимдир, — қуёш нурлари бир-бирига параллел: демак дирижабл ва соя бир хил узунликка эга.



4-расм. Булут ортидаги қуёш нурининг турли томонларга сочилиши.

— Нима деяпсиз? Наҳотки, сиз булутлар ортидаги қуёшдан ҳамма тарафга нур сочилаётганини кўрмагансиз? Унда қуёш нурлари кучли тарқалиб кетишига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Дирижабл сояси дирижаблдан ҳудди булутни сояси булутнинг ўзидан катта бўлганидек жуда катта бўлиши керак.

— Нима учун одатда қуёш нурларини параллел деб қабул қиладилар? Денгизчилар, астрономлар қолаверса ҳамма шундай ҳисоблайдилар...

Раис баҳсни қизиб кетишига йўл қўймай кейинги иштирокчига сўз берди.

**9. Гугурт чўплар масаласи.** Навбатдаги нотик гугурт қутичадаги барча чўпларни столга сочди ва уларни учта тўпламга ажратди.

— Гулхан ёқмоқчимисиз? — ҳазиллашди эшитувчилардан бири.

— Бошқотирма, — тушунтирди топишмоқ айтувчи, — гугурт чўплари билан бўлади. Мана уларнинг сонлари турли бўлган учта тўпи. Ҳаммасида жами бўлиб 48 та чўп. Ҳар бирида қанчаданлигини мен сизга айтмайман. Лекин қуйидагини билиб қўйинг: агар биринчи тўпдан иккинчи тўпга ундаги бор чўпларга тенг сондаги чўпларни қўшиб қўйсак, кейин иккинчи тўпдан учинчи тўпга ундаги бор бўлган чўпларни қўшиб қўйсак ва, ниҳоят, учинчи тўпдан биринчи тўпга унда бор гугурт

чўпларига тенг чўпларни қўшсак, — агар шу айтилганларни бажарсак, у ҳолда барча тўпдаги гугурт чўплар сони бирдек бўлиб қолади. Аввал ҳар бир тўпда нечтадан гугурт чўпи бўлган?

**10. Айёр тўнка.** — Бу бошқотирма, — бошлади охириги бошқотирма эгасининг қўшниси, — анча аввал қишлоқ математиги менга берган масалани эслатди. Бу бутун бошли ҳикоя эди, қизиқ ҳикоя эди. Деҳқон ўрмонда нотаниш қарияни учратиб қолади. Суҳбат давомида қария деҳқонни диққат билан кузатди ва дейди:

— Мен бу ўрмонда битта ғалати тўнкани биламан. Муҳтожликда жуда ёрдам беради.

— Қандай ёрдам беради? Даволайдимми?

— Даволайдимми йўқми билмадим, лекин пулни икки баробар кўпайтиради. Унинг тагига пулли ҳамённи қўясан ва юзгача санайсан, қарабсанки ҳамёндаги пул икки баробар ортади. Мана шунақа хусусиятга эга. Ажойиб тўнка!

— Бир текшириб кўрсам яхши бўларди, — орзиқиб деди деҳқон.

— Бу мумкин. Нега бўлмас экан, фақат ҳақини тўлаш керак.

— Қимга тўлаш керак, кўпми?

— Йўл кўрсатганга тўлаш керак. Демак, менга. Қанчалиги бу алоҳида масала.



5-расм. Қария деҳқонни ўрмон ичига бошлаб кетди.



Савдолаша бошладилар. Деҳқон ҳамёнида пул камлигини билиб қария ҳар бир икки маротаба кўпайишдан сўнг 1 сўм 20 тийин олишга рози бўлди. Шунга келишиб олишди. Қария деҳқонни ўрмон ичига олиб борди, у билан узоқ тентираб юрди ва, ниҳоят, буталар орасида моғор билан қопланган қора қарағай тўнкани излаб топди. Деҳқон ҳамёнини олиб тўнка илдиэлари орасига яшириб қўйди. Юзгача санади. Қария яна тўнка тагини ковлаштира бошлади ва у ердан ҳамённи олиб деҳқонга узатди.

Деҳқон ҳамёнига қаради ва нимани кўрди? Пуллар ростдан ҳам икки баробар кўпайибди! Улардан 1 сўм 20 тийинни ваъда қилганидек қарияга берди ва ҳамёнини иккинчи марта ажиб таъсирга эга тўнка остига тиқиб қўйишни сўради.

Яна юзгача санадилар, яна қария тўнка олдидаги буталарда имирсилади, яна мўъжиза содир бўлди: ҳамёндаги пул икки марта кўпайди. Қария иккинчи марта шартланган 1 сўм 20 тийинни олди.

Учинчи бор ҳамённи тўнка остига яширдилар. Бу сафар ҳам пуллар икки мартага кўпайди. Лекин деҳқон қарияга ваъда қилган 1 сўм 20 тийинни бергач, ҳамёнида ҳеч вақо қолмабди. Бечора бу комбинацияда бор пулини йўқотибди. Энди кўпайтирадиган ҳеч нарсаси қолмабди ва деҳқон хафа бўлиб ўрмондан секин-аста чиқиб кетибди.

Пулларни сеҳрли тарзда икки марта кўпайиши сизга равшан, албатта, қария ҳамённи қидириб буталар орасида бекорга имирсиламаган. Саволга жавоб бера оласизми: макқор тўнка билан машъум тажрибалар ўтказгунича деҳқонда қанча пул бўлган?

**11. Декабрь ҳақидаги масала.** — Мен, ўртоқлар, тилшуносман, математикадан узоқдаман, — деб бошлади навбатдаги бошқотирмани айтувчи кекса киши. — Шунинг учун мендан математикага оид масала кутманглар. Ўзимга таниш соҳадан савол таклиф қилишим мумкин. Календарга оид бошқотирма келтиришга рухсат берсангиз.

— Марҳамат!

— Ўн иккинчи ой бизда «декабр» деб аталади. Сиз «декабр» сўзи нимани англатишини биласизми? Бу сўз

17

2013/23  
A 5758

Alisher Navoiy

nomidagi

O'zbekiston MK

грекча «дека» — ўн сўзини билдириб, бундан «дека-литр» — ўн литр, «декада» — ўн кун ва ҳ.к. келиб чиққан. Демак, «декабр» оий «ўнинчи» номига эга. Бу номуно-сибликни қандай изоҳлаш мумкин?

— Энди фақат битта масала қолди, — деди раис.

**12. Арифметик кўзбойлогич.** — Менга охирги нав-батда, ўн иккинчи бўлиб чиқишга тўғри келмоқда. Қизиқарли бўлиши учун мен арифметикага оид масала келтираман ва сиздан унинг ечимини кутаман. Сизлар-дан бирон киши, масалан, сиз, ўртоқ раис, менга кўр-сатмасдан уч хонали сонни қоғозга ёзиб қўясиз.

— Бу сонда ноллар ҳам бўлиши мумкинми?

— Ҳеч қандай чекловлар йўқ. Хоҳлаган уч хонали сон бўлса бас.

— Ёздим, энди-чи?

— Унинг ёнига худди шундай сонни ёзиб қўйинг, сизда, албатта олти хонали сон ҳосил бўлади.

— Ҳа. Олти хонали сон.

— Қоғозчани мендан узоқроқдаги қўшнингизга уза-тинг. У эса бу олти хонали сонни еттига бўлсин.

— Айтишга осон: еттига бўлинг! Балки бўлинмас.

— Ташвиш қилманг, қолдиқсиз бўлинади.

— Сонни билмайсиз-ку, лекин бўлинишига ишона-сиз.

— Аввал бўлинг, кейин гаплашамиз.

— Бахтингизга бўлинди.

— Натижани менга айтмай қўшнингизга беринг. У уни 11 га бўлади.

— Яна омадим келади — бўлинади деб ўйлайсизми?

— Бўлаверинг, қолдиқ қолмайди.

— Ҳақиқатдан қолдиқсиз бўлинди! Энди-чи?

— Натижани кейинги қўшнингизга узатинг. Уни, айтайлик, 13 га бўламиз.

— Ёмон сонни танладингиз. 13 га камдан кам сон қолдиқсиз бўлинади... Ие, бутун бўлинди. Жуда омадин-гиз келаяпти-ку!

— Менга натижа ёзилган қоғозчани беринг: фақат қоғозни шундай букланг-ки, натижаси менга кўрин-масин.

Қоғозни очмасдан «кўзбойлогич» уни раисга топ-ширди.

— Марҳамат қилиб ўйлаган сонингизни олинг. Тўғрими?

Жуда тўғри! — ажабланиб жавоб берди қоғозга назар солиб. — Айни шу сонни ўйлаган эдим... Энди, нотиклар рўйхати якунига етган экан, рухсатингиз билан мажлисимизни ёпсак. Хайрият ёмғир ҳам тўхтади. Барча масалалар жавоби бугун кечки овқатдан сўнг эълон қилинади. Ечимлари ёзилган қоғозларни менга беришингиз мумкин.

## 1–12- МАСАЛАЛАРНИНГ ЕЧИМИ

1. Ялангликдаги олмахон душвор масаласи илгари тўлиқ кўриб чиқилган эди. Шунинг учун кейингисига ўтамыз.

2. Кўпчилик ҳисоблаётганидек ҳар тарашага 1 сўмдан 8 сўмни 8 та тарашага тўлаган деб ҳисоблаб бўлмайди. Бу пуллар 8 тарашанинг фақат учдан бирига тўланган, чунки оловдан учаласи бир хилда фойдаланган. Бундан 8 тараша учга кўпайтирилган ва 24 сўмга баҳоланган ва бундан 1 та тараша нархи 3 сўм бўлади.

Энди ҳар бирига неча сўм тўғри келишини фаҳмлаш осон. Пятёркинага 5 тараша учун 15 сўм бериш керак, лекин унинг ўзи плитадан 8 сўмлик фойдаланган, демак 15 дан 8 ни айирсак натижада у 7 сўм олиши керак. Тройкинага 3 тарашаси учун 9 сўм бериш керак, агар бу сондан плитадан фодаланган 8 сўмни айирсак натижада унга 1 сўм бериш керак бўлади. Хуллас, одилона тақсимлаш учун Тройкина 1 сўм, Пятёркина 7 сўм олиши керак.

3. Биринчи саволга, яъни неча кундан кейин мактабда барча 5 та тўгарак бир вақтда йиғилишади деган саволга, агар 2 га, 3 га, 4 га, 5 га ва 6 га қолдиқсиз бўлинадиган энг кичик сонни топсак биз осонгина жавоб берамиз. Бу сон 60 эканини фаҳмлаймиз. Демак 61-куни ҳамма тўгараклар яна йиғилади: сиёсий — 30 та икки кунлик, ҳарбий — 20 та уч кунлик, фото 15 та тўрт кунлик, шахмат 12 та беш кунлик ва хор тўгараги 10 та олти кунлик оралиқдан кейин йиғилишади. 60 кундан олдин бундай оқшом бўлмайди. Навбатдаги оқшом яна 60 кундан сўнг, иккинчи чоракда бўлади.

Шундай қилиб, биринчи чорак давомида барча 5 та тўгарак машғулот учун фақат бир оқшомда йиғиладилар.

Масаланинг иккинчи саволи — тўгарак машғулотлардан озод оқшомлар нечта бўлади, деган саволга жавобни топиш қийинроқ. Бундай кунларни топиш учун 1 дан 90 гача бўлган барча сонларни ёзиб ва бу қаторда сиёсий тўгарак иш кунлари яъни 1, 3, 5, 7, ва ҳ. к. сонларни ёзиб чиқиш керак. Сўнг ҳарбий тўгарак машғулот кунларини: 4, 10 ва ҳ. к. кунларни ёзиш керак. Кейин шахмат ва хор тўгаракларнинг машғулот кунларини ёзамиз. Бизда биринчи чоракда биронта тўгарак ишламаган кунлар қолади. Кимки бу ишни бажарса, биринчи чорак давомида машғулотлардан озод кунлар анча кўп эканига ишонади — 24 кун. Январда 8 кун, айнан: 2-, 8-, 12-, 14-, 18-, 20-, 24- ва 30-январда. Февралда эса шундай кунлар 7 та, мартда — 9 та бўлади.

4. Иккиси ҳам бир хил ҳисобдаги ўтган йўловчиларни ҳисоблайдилар. Гарчи эшик олдида тургани икки томонга ўтувчиларни ҳисоблаган бўлса, юриб тургани эса икки маротаба кўп қаршидан келаётганларни кўрган.

5. Биринчи кўришда ҳақиқатда масала нотўғри тузилгандек кўриниши мумкин: худди невара ва бува бир ёшдек бўлиб чиқади. Бироқ масала шарти, ҳозир буни кўришимиз мумкин, осонгина қаноатлантирилади.

Невара, кўринишича, XX асрда туғилган. Унинг туғилган йилининг биринчи икки рақами, демак, 19: юзлар сони шунча. Бошқа рақамларни ифодалайдиган сон ўз-ўзига қўшилганда 32 ни ташкил этиши керак. Демак бу сон 16: неваранинг туғилган йили 1916 ва у 1932 йилда 16 ёш эди.

Унинг бобоси, албатта, XIX асрда туғилган: унинг туғилган йилининг биринчи икки рақами 18. Қолган рақамлар ифодалаган соннинг иккилангани 132 ни ташкил этиши керак. Демак, бу сон 132 нинг ярмига, яъни 66 га тенг. Бобо 1866 йил туғилган ва 1932 йилда 66 ёшда эди.

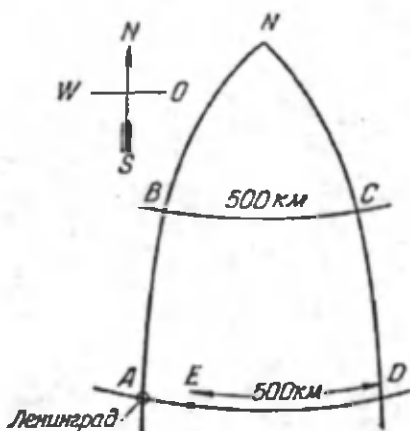
Шундай қилиб невара ҳам, бобо ҳам 1932 йили улар туғилган йилнинг охириги икки рақами ифодалаган ёшда эдилар.

6. 25 та станциянинг ҳар бирида йўловчилар исталган станциягача, яъни 24 пунктгача чипта талаб қилишлари

мумкин. Демак, турли чипталардан  $25 \times 24 = 600$  та намуна босиш керак.

7. Бу масала зиддиятга эга эмас. Дирижабл квадрат контури бўйича учган деб ўйлаш керак эмас: ҳисобга Ерни шарсимон шаклга эга эканлигини олиш керак. Гап шундаки, меридианлар шимолга қараб яқинлашадилар (6-расм), шунинг учун Ленинград кенглигидан 500 км шимолда жойлашган параллел айлана бўйлаб 500 км ўтиб, дирижабл кейин тескари тарафга учиб, Ленинград кенглигида яна пайдо бўлганида шарққа кўпроқ сондаги градусга узоклашди. Натижада дирижабл Ленинграддан шарқроқда қўнади.

Айнан қанчага? Буни ҳисоблаш мумкин. 6-расмда сиз дирижабл маршрутини кўраяпсиз:  $ABCDE$ .  $N$  нуқта — шимолий қутб, бу нуқтада  $AB$  ва  $DC$  меридианлар учрашади. Дирижабл аввал 500 км шимолга, яъни  $AN$  меридиан бўйлаб учган. Меридиан градус узунлиги 111 км бўлгани учун, 500 км ли меридиан ёки  $500 : 111 = 4^{\circ},5$  га эга. Ленинград 60-параллелда ётади; демак,  $B$  нуқта  $60^{\circ} + 4^{\circ},5 = 64^{\circ},5$  да жойлашган. Кейин дирижабл шарққа, яъни  $BC$  параллел бўйича учиб, 500 км йўл ўтган. Бу параллелдаги бир градус узунлигини ҳисоблаб топиш (ёки жадвалдан билиш) мумкин: у 48 км га тенг. Бундан дирижабл шарққа неча градусга учганини аниқлаш осон;  $500 : 48 = 10^{\circ},4$ . Кейин ҳаво



6-расм.

кемаси жануб йўналишда, яъни  $CD$  меридиани бўйича учган ва яна 500 км ўтиб, яна Ленинград параллелида бўлиб қолиши керак эди. Энди йўл ғарбга қараб ётади, яъни  $AD$  бўйлаб, бу йўлнинг 500 км и  $AD$  масофадан қисқалиги аниқ.  $AD$  масофада  $BC$  масофада қанча градус бўлса шунча градус бор, яъни  $10^{\circ},4$ .  $60^{\circ}$  кенгликда  $1^{\circ}$  узунлиги 55,5км га тенг. Шундай қилиб,  $A$  ва  $D$  орасидаги масофа  $55,5 \times 10,4 = 577$  км га тенг. Бундан кўра яппизки, дирижабл Ленинградга тушиши мумкин эмас: у унганча 77 км учиб бормаган, яъни Ладога кўлига қўнган.

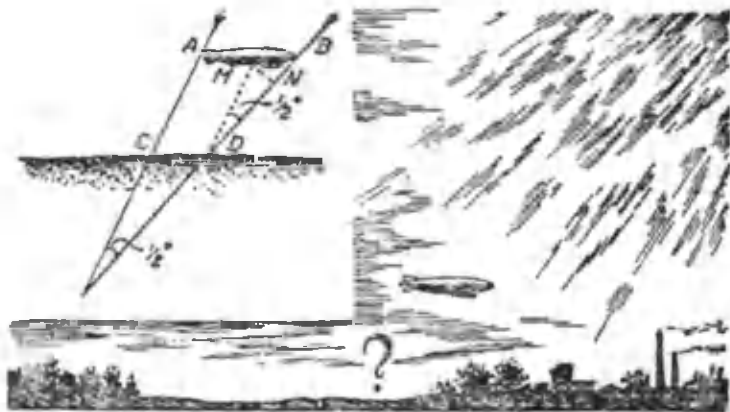
8. Бу масала бўйича суҳбатлашганлар қатор хатоларга йўл қўйишди. Ер шарига тушувчи қуёш нурлари сезиларли ёйилиши нотўғридир. Ер унинг қуёшгача бўлган масофасига қараганда анча кичик, шунинг учун унинг сиртининг бирон қисмига тушувчи қуёш нурлари сезилмас кичик бурчакка ёйиладилар: амалий жиҳатдан бу нурларни параллел деб ҳисоблаш мумкин.

Баъзан биз кўрадиган «булуторти нур сочилиши»да (4-расмга қ.) елпиғич бўлиб тараладиган қуёш нурлари перспективанинг натижасидан бошқа нарса эмас.

Перспективада параллел чизиқлар учрашувчи бўлиб тасвирланадилар: жуда узоққа кетувчи рельсларни (7- расм) ёки узун хиёбонларнинг кўринишини эсланг.



7-расм.



8-расм.

Бироқ, қуёш нурларининг ерга параллел тўп бўлиб тушишларидан дирижабл тўлиқ сояси узунлиги дирижаблнинг ўзига тенглиги келиб чиқмайди. 8-расмга қараб дирижабл тўлиқ сояси ерга қараган йўналишида сиқилишини тушунасиз ва бундан унинг ер сиртига ташловчи сояси дирижаблнинг ўзидан кичик бўлиши керак:  $CD$   $AB$  га қараганда кичикроқдир.

Агар дирижабл баландлиги маълум бўлса, бу фарқ қанчалик катта эканлигини ҳисоблаш мумкин. Айтайлик дирижабл ер сиртидан 1000 м баландликда учаётган бўлсин.  $AC$  ва  $BD$  тўғри чизиқлар ташкил қилган бурчак қуёшнинг ердан кўринадиган бурчакка тенг; бу бурчак маълум: у  $1/2^\circ$  градус атрофида. Бошқа томондан маълумки,  $1/2^\circ$  бурчак остида кўринаётган ҳар бир предмет кўздан ўзининг кўндаланг узунлигининг 115 тасига тенг узокликда жойлашган бўлади. Демак,  $MN$  кесма (бу кесма ер сиртидан  $1/2^\circ$  остида кўринади)  $AC$  нинг 115 дан бир қисмини ташкил этиши керак.  $AC$  катталики  $A$  дан ер сиртигача бўлган тик масофадан катта. Агар қуёш нурлари йўналиши билан ер сирти орасидаги бурчак  $45^\circ$  га тенг бўлса,  $AC$  (дирижаблнинг баландлиги 1000 м бўлганида) тахминан 1400 м ни ташкил этади, бундан,  $MN$  кесма  $1400/115 = 12$  метрга тенг.

Лекин дирижабл узунлигининг соя узунлигидан ортиқлиги, яъни  $MB$  кесма  $MN$  кесмадан каттароқ, тўғрироғи 1,4 марта катта,  $MBD$  бурчакнинг қарийб

45° га тенглиги билан тушунтирилади. Шундай қилиб, *MB* кесма  $12 \times 1,4$  га тенг; бу деярли 17 м га тенгдир.

Барча айтилганлар дирижаблнинг тўлиқ сояси — қора ва кўзга яққол ташланадиган соясига тегишлидир ва кучсиз ҳамда ёйилган яримсоя деб аталувчи сояга ҳеч қандай алоқаси йўқ.

Бизнинг ҳисобимиз кўрсатадики, дарвоқе, дирижабл ўрнида диаметри 17 метрдан кичик ҳаво шари бўлганида эди, у умуман тўлиқ соя ташламаган бўлар эди; унинг хира яримсояси кўринар эди.

9. Масалани охиридан ечадилар. Барча қайта тах-лашлардан (кўчириб қўйишлардан) сўнг тўплардаги гугурт чўплари сони бир хил бўлиб қолганига асосла-намиз. Бу қайта кўчириб қўйишлардан гугурт чўплари умумий сони ўзгармади, аввалича қолди (48), барча қайта қўйишлардан кейин ҳар бир тўпда 16 тадан гугурт чўпи бўлди.

Шундай қилиб, энг сўнгида қуйидагига эгамиз:

1-тўп	2-тўп	3-тўп
16	16	16

Бевосита бундан олдин 1-тўпга унда нечта чўплар бўлган бўлса, шунча чўп қўшилди; бошқача қилиб айтганда, ундаги гугурт чўплари икки марта кўпайди. Демак, сўнги қайта кўчиришгача 1-тўпда 16 та эмас, фақат 8 та гугурт чўпи бўлган. 3-тўпда эса, ундан 8 та гугурт чўпи олинган эди, бундан олдин  $16+8=24$  та гугурт чўпи бўлган.

Энди бизда тўплардаги тақсимот шундай:

1-тўп	2-тўп	3-тўп
8	16	24

Кейин: биз биламизки, бундан олдин 2-тўпдан 3-тўпга 3-тўпда бўлган гугурт чўпи сонича гугурт чўпи қўшилган. Демак, 24 — 3-тўпда бу қайта кўчиришдан олдин бор бўлган гугурт чўплари сонининг иккилангани. Бундан биринчи кўчиришдан кейинги гугурт чўплари тақсимотини билиб оламиз:

1-тўп	2-тўп	3-тўп
8	$16+12=28$	12



Осонгина тушуниш мумкинки, биринчи кўчиришдан олдин (яъни 1-тўпдан 2-тўпга унда бор бўлган гугурт сонича гугурт чўплари олиб кўчиришдан олдин) гугурт чўплари шундай бўлган эди:

1-тўп	2-тўп	3-тўп
22	14	12

Тўплардаги бошланғич гугурт чўплари сонлари шундай бўлган.

10. Бу душвор масалани охиридан ечиш осонроқ.

Биз биламизки, учинчи иккига кўпайтиришдан кейин ҳамёнда 1 сўм 20 тийин бўлиб қолган (бу пулларни қария охирги марта олган). Бу иккига кўпайтиришгача қанча пул бўлган? Албатта, 60 тийин. Бу 60 тийинни қарияга иккинчи 1 сўм 20 тийин берилгандан кейин қолган пул тўлангунга қадар ҳамёнда 1 сўм 20 тийин + 60 тийин = 1 сўм 80 тийин бўлган.

Кейин: ҳамёнда 1 сўм 80 тийин иккинчи иккига кўпайтиришдан сўнг ҳосил бўлди, бунгача қарияга биринчи иккига кўпайтиришдан сўнг 1 сўм 20 тийин берилган, кейин 90 тийин қолган эди. Бундан биламизки, пул берилгунга қадар ҳамёнда 90 тийин + 1 сўм 20 тийин = 2 сўм 10 тийин бўлган. Биринчи иккига кўпайтиришдан кейин ҳамёнда шунча пул бўлган; ундан аввал икки марта кам 1 сўм 05 тийин бўлган.

Жавобни текширамыз.

Ҳамёндаги пуллар:

биринчи иккига

кўпайтиришдан кейин  $1 \text{ сўм } 05 \text{ т.} \times 2 = 2 \text{ сўм } 10 \text{ т.}$

биринчи пул тўлангандан

кейин  $2 \text{ сўм } 10 \text{ т.} - 1 \text{ сўм } 20 \text{ т.} = 90 \text{ т.}$

иккинчи иккига

кўпайтиришдан кейин  $90 \text{ т.} \times 2 = 1 \text{ сўм } 80 \text{ т.}$

пул тўлангандан кейин

$1 \text{ сўм } 80 \text{ т.} - 1 \text{ сўм } 20 \text{ т.} = 60 \text{ т.}$

учинчи иккига

кўпайтиришдан кейин  $60 \text{ т.} \times 2 = 1 \text{ сўм } 20 \text{ т.}$

пул тўлангандан кейин

$1 \text{ сўм } 20 \text{ т.} - 1 \text{ сўм } 20 \text{ т.} = 0.$

11. Бизнинг календар ўз ибтидосини қадимги римликлар календаридан бошлаган. Римликлар (Юлий

Цезаргача) йил боши деб 1 январни эмас, балки 1 мартни ҳисоблаганлар. У вақтда декабр шундай қилиб ўнинчи ой бўлган. Йил боши 1 январга қўчирилди, аммо ойлар номи ўзгартирилмади. Шу туфайли ойлар номи ва тартиб рақамлари орасида номувофиқлик содир бўлди ва бу нарса қатор ойлар учун ҳозир ҳам мавжуд.

Ойлар номи	Номлар маъноси	Тартиб рақами
сентябр	еттинчи	9
октябр	сақизинчи	10
ноябр	тўққизинчи	11
декабр	ўнинчи	12

12. Ўйланган сон устида нималар қилинганини кузатамиз. Аввало уни ёнига олинган уч хонали сонни ёзиб қўйишди. Бу олинган сон ёнига учта нолни ёзиб, кейин унга ўйланган сонни қўшиш билан тенг кучлидир:

$$872\ 872 = 872\ 000 + 872$$

Энди сон билан нима қилингани равшан. Уни 1000 марта орттирдилар ва, бундан ташқари, унинг ўзини қўшдилар; қисқа қилиб айтилганда — сонни 1001 га кўпайтирдилар.

Шундан кейин нима амал бажарилди? Уни кетма-кет 7 га, 11 га ва 13 га, яъни  $7 \times 11 \times 13 = 1001$  га бўлдилар. Натижада ўша сонни ўзи ҳосил бўлганига ажабланиш керакми?!

\* \* \*

Дам олиш уйидаги душвор масалалар ҳақидаги бобни яқунлашдан олдин, яна учта арифметик кўзбойлогич ҳикоя қилиб бераман, булар билан сиз ўртоқларингизнинг бўш вақтларини банд қилишингиз мумкин. Иккитаси сонларни топишдан, учинчиси нарса эгаларини топишдан иборат.

Булар — эски, сизга маълум кўзбойлогичлардир, лекин кўпчилик улар нимага асосланганини билмаса керак. Кўзбойлогични назарий асосини билмасдан уни онгли ва ишончли равишда ечиш амри маҳолдир.

Биринчи икки кўзбойлогичнинг асосланиши биздан бошланғич алгебра соҳасига оддий ва ҳеч ҳам бизни чарчатмайдиган саёҳатни талаб этади.

**13. Ўчирилган рақам.** Айтайлик сизнинг ўртоғингиз бирор кўп хонали сон, масалан 847 ни ўйласин. Унга бу сон рақамлари йиғиндиси ( $8+4+7=19$ )ни топишни ва уни ўйланган сондан айиришни таклиф этинг. Натижада,

$$847 - 19 = 828$$

ҳосил бўлади.

Ҳосил бўлган сондан бирор рақамни, фарқи йўқ қайсини, ўчирсин ва қолганларни сизга маълум қилсин. Сиз дарҳол унга ўчирилган сонни айтасиз, гарчи ўйланган сонни ва қайси сонни ўчирилганини билмасангиз ҳам.

Буни сиз қандай бажаришингиз мумкин ва кўзбойлогичнинг ечими нимада?

Бу жуда осон бажарилади: шундай рақам қидириб топиладики, у сизга айтилган рақамлар йиғиндиси билан биргаликда 9 га қолдиқсиз бўлинувчи энг яқин сонни ташкил этсин. Агар, масалан, 828 сониди биринчи рақам (8) ўчирилган ва сизга 2 ва 8 рақами айтилган бўлса, у ҳолда  $2+8$  ни қўшиб, сиз фаҳмлайсизки, 9 га бўлинувчи энг яқин сонгача, яъни 18 гача 8 етмайди. Мана шу ўчирилган рақам бўлади.

Нима учун шундай бўлди? Чунки агар бирор сондан унинг рақамлари йиғиндиси айирилса, 9 га бўлинувчи сон ҳосил бўлиши керак, бошқача айтганда, рақамлар йиғиндиси 9 га бўлинувчи сон ҳосил бўлади. Ҳақиқатда, ўйланган сонда юзлар рақами —  $a$ , ўнлар рақами —  $b$  ва бирликлар рақами —  $c$  бўлсин. Демак, бу сонда жами

$$100a + 10b + c \text{ та}$$

бирликлар бор. Бу сондан унинг рақамлари йиғиндиси  $a + b + c$  ни айраимиз: Натижада қуйидагини оламиз:

$$100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b = 9(11a + b).$$

$9(11a + b)$  албатта 9 га бўлинади. Демак, сондан унинг рақамлари йиғиндиси айрилганда ҳамма вақт 9 га қолдиқсиз бўлинувчи сон ҳосил бўлиши керак.

Кўзбойлогич бажарилаётганда сизга хабар қилинган рақамлар йиғиндисининг ўзи 9 га бўлиниши мумкин

(масалан 4 ва 5). Бу ўчирилган рақам 0 ёки 9 эканлигини кўрсатади. Сиз ҳам шундай жавоб беришингиз керак: 0 ёки 9.

Мана шу кўзбойлогичнинг ўзгарган кўриниши: ўйланган сондан унинг рақамлари йиғиндисини айириш ўрнига, берилган сондан унинг рақамлари ўрнини алмаштиришдан ҳосил бўлган сонни айириш мумкин. Масалан, 8247 сондан 2748 ни айириш мумкин (агар ўйланган сондан катта сон ҳосил бўлса, қаттасидан кичиги айрилади). Кейин  $8247 - 2748 = 5499$  бажарилади; агар 4 рақами ўчирилган бўлса, сиз 5, 9, 9 рақамларни билган ҳолда, фаҳмлаганингиздек,  $5+9+9$ , яъни 23, 9 га бўлинадиган яқин сон 27 дир. Демак, ўчирилган рақам  $27 - 23 = 4$  дир.

**14. Ҳеч нима сўрамай сонни топиш.** Сиз ўртоғингизга исталган уч хонали сонни (биноқ четки рақамлари орасидаги фарқ 2 дан кичик бўлмасин) ўйлашни таклиф қиласиз ва кейин рақамларнинг ўринларини тескари тартибда алмаштиришни сўрайсиз. Буни бажариб, у катта сондан кичигини айиришини ва ҳосил бўлган айирма рақамларини ўрнини тескари тартибда ўзгартирган ҳолда унинг ўзига қўшиши керак. Ҳеч нимани сўрамасдан, сиз унга натижада ҳосил бўлган сонни хабар қиласиз. Агар, масалан, 467 ўйланган бўлса, ечувчи қуйидаги амалларни бажариши шарт:

$$467; 764; 764 - 467 = 297, 297 + 792 = 1089$$

Сиз бу якуний натижа — 1089 ни ўртоғингизга эълон қиласиз. Сиз буни қаердан билдингиз?

Масалани умумий ҳолда кўриб чиқамиз.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  рақамли сонни оламиз. У қуйидагича ифодаланеди:

$$100a + 10b + c.$$

Рақамлари тескари жойлаштирилган сон қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$100c + 10b + a$$

Биринчи ва иккинчи сон айирмаси

$$99a - 99c$$

бўлади. Қуйидаги ўзгартиришларни бажарамиз:

$$99a - 99c = 99(a - c) = 100(a - c) - (a - c) =$$

$$= 100(a - c) - 100 + 100 - 10 + 10 - a + c =$$

$$= 100(a - c - 1) + 90 + (10 - a + c).$$

Демак, айирма қуйидаги учта рақамдан ташкил топган:

юзлар рақами:  $a - c - 1$

ўнлар рақами:  $9$

бирлар рақами:  $10 + c - a$

Рақамлар тескари жойлашган сон қуйидагича ифодаланади:

$$100(10 + c - a) + 90 + (a - c - 1).$$

Иккала ифодани қўшиб

$$100(a - c - 1) + 90 + 10 + c - a +$$

$$+ 100(10 + c - a) + 90 + a - c - 1$$

қуйидаги рақамни оламиз:

$$100 \cdot 9 + 180 + 9 = 1089$$

$a$ ,  $b$ ,  $c$  рақамлар қандай бўлишидан қатъий назар амаллар натижасида ҳамма вақт бир хил сон: 1089 ҳосил бўлади. Шунинг учун бу ҳисоблаш натижасини топиш осон: сиз уни аввалдан билар эдингиз.

Бу душвор масалани бир одамга икки марта кўрсатиб бўлмаслиги ўз-ўзидан тушунарли — сир фош бўлиб қолади.

**15. Ким нима олган?** Бу ажойиб кўзбойлогични бажариш учун чўнтакда қулай жойлашадиган учта қандайдир кичкина нарсаларни, масалан — қалам, калит ва қаламтарош (қалам очадиган кичкина пичоқ)ни тайёрлаб қўйиш керак. Бундан ташқари, столга 24 та ёнғоқли ликопча қўйинг, ёнғоқ бўлмаса шашка доналари, домино тошлари, гугурт чўплари ва ҳ.к. қўйиш мумкин.

Учта ўртоғингизга сиз хонадан чиққандан сўнг чўнтақларига ким нимани ҳоҳласа ўшани — қаламми, калитми ёки пичоқни яшириб қўйишларини таклиф этасиз.

Топиш тартиби қуйидагича ўтказилади. Ўртоқларингиз чўнтақларига нарсалар яширганидан сўнг сиз хонага қайтиб ишни ликопчадаги ёнғоқларни уларга тақсимлашдан бошлайсиз. Биринчисига — битта, иккинчисига — иккита, учинчисига — учта ёнғоқ берасиз. Сўнг ўртоқларингизга қуйидаги инструкцияни қолдириб, хонадан

яна чиқиб кетасиз. Ҳар бири ликопчадаги ёнғоқдан, яъни қалам эгаси унга берилган ёнғоқ сонига тенг ёнғоқ олади; калит эгаси унга берилган ёнғоқ сонидан икки баробар кўп ёнғоқ олади; пичоқча эгаси унга берилган ёнғоқ сонидан тўрт марта кўп олади. Қолган ёнғоқлар ликопчада қолади.

Булар бажарилиб бўлингандан ва сизни ичкарига таклиф қилишгандан кейин хонага кириб ликопчадаги ёнғоқларга назар соласиз ва кимнинг чўнтагида нима борлигини эълон қиласиз.

Бироқ кўзбойлогич сизга сезилмас хабар бериб турувчи шериксиз бажарилгани учун ҳам янада огирроқдир. Унда ҳеч қандай алдов йўқ: у тўлиқ арифметика ҳисобига асосланган. Сиз ҳар бир нарса эгасини ликопчада қолган ёнғоқлар сонига қараб қидириб топасиз. Ликопчада қолган ёнғоқлар кўп эмас — 1 дан 7 гача бўлади ва уларни бир қарашда ҳисоблаш мумкин.

Қолган ёнғоқларга қараб, ким қандай нарса олганини қандай билиш мумкин?

Жуда осон: ўртоқлар орасида нарсаларнинг ҳар бир тақсимоти учун ликопчада қолган ёнғоқларни ўзига хос сони тўғри келади. Биз ҳозир бунга амин бўламиз.

Келинг, ўртоқларингиз исми Владимир, Георгий, Константин бўлсин; уларни бош ҳарфлари билан белгилаймиз: В., Г., К. Нарсаларни ҳам ҳарфлар билан белгилаймиз; қалам —  $a$ , калит —  $b$ , пичоқча —  $c$ . 3 та нарса учта ўртоқ орасида қандай тақсимланган бўлиши мумкин? **6 хил ҳол мавжуд:**

В	Г	К
$a$	$b$	$c$
$a$	$c$	$b$
$b$	$a$	$c$
$b$	$c$	$a$
$c$	$a$	$b$
$c$	$b$	$a$

Шуниси маълумки, бошқа ҳолатлар бўлиши мумкин эмас; бизнинг жадвалимиз барча комбинацияларни систематик равишда тамомлайди.

Энди қандай қолдиқлар 6 ҳолдан ҳар бирига жавоб беришини кўриб чиқамиз:

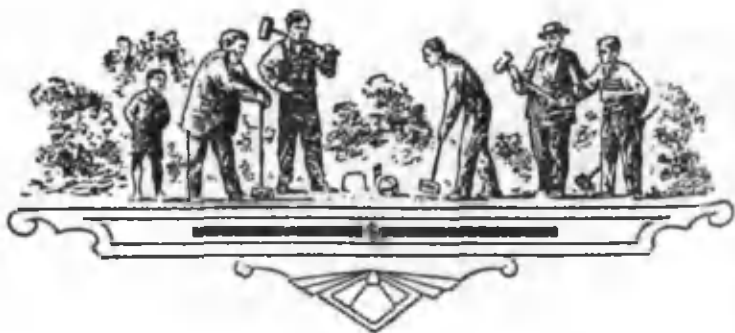
ВГК	Олинган ёнғоқлар сони	Натижа	Қолдиқ
<i>abc</i>	$1+1=2, 2+4=6, 3+12=15$	23	1
<i>acb</i>	$1+1=2, 2+8=10, 3+6=9$	21	3
<i>bac</i>	$1+2=3, 2+2=4, 3+12=15$	22	2
<i>bca</i>	$1+2=3, 2+8=10, 3+3=6$	19	5
<i>cab</i>	$1+4=5, 2+2=4, 3+6=9$	18	6
<i>cba</i>	$1+4=5, 2+4=6, 3+3=6$	17	7

Кўраяписизки ёнғоқ қолдиқлари ҳар гал ҳар хил қолади. Шунинг учун, қолдиқни билиб, сиз ўртоқларингиз орасидаги нарсалар тақсимоли қандайлигини жуда осонгина ўрнатасиз. Сиз яна – учинчи марта – хонадан чиқасиз ва келтирилган жадвал ёзилган (сизга биринчи ва охири графалар керак) ёзув дафтарчангизга қарайсиз; уни ёдлаб олиш қийин, бироқ бунинг зарурати ҳам йўқ. Жадвал кимни чўнтагида нима борлигини сизга айтади. Агар, масалан, ликопчада бешта ёнғоқ қолган бўлса, у ҳолда бу (*b, c, a* – ҳол):

- калит – Владимирда;
- пичоқча – Георгийда;
- қалам – Константинда

эканлигини билдиради.

Кўзбойлоғич уудаланиши учун сиз ҳар бир ўртоқингизга қанча ёнғоқ берганингизни ёдла тутишингиз керак (шунинг учун ёнғоқларни биз қилганимиздек алифбо тартибида беринг).



## ИККИНЧИ БОБ

# МАТЕМАТИКА ЎЙИНЛАРДА

## ДОМИНО

**16. 28 тошли занжир.** Нима учун доминонинг 28 тошини ўйин қоидасига амал қилиб битта узлуксиз занжирга ёйиш мумкин?

**17. Занжирнинг боши ва охири.** Доминонинг 28 тошини занжирга ёйилганда унинг бир учида беш очко бўлиб қолди. Занжирнинг иккинчи учида нечта очко бор?

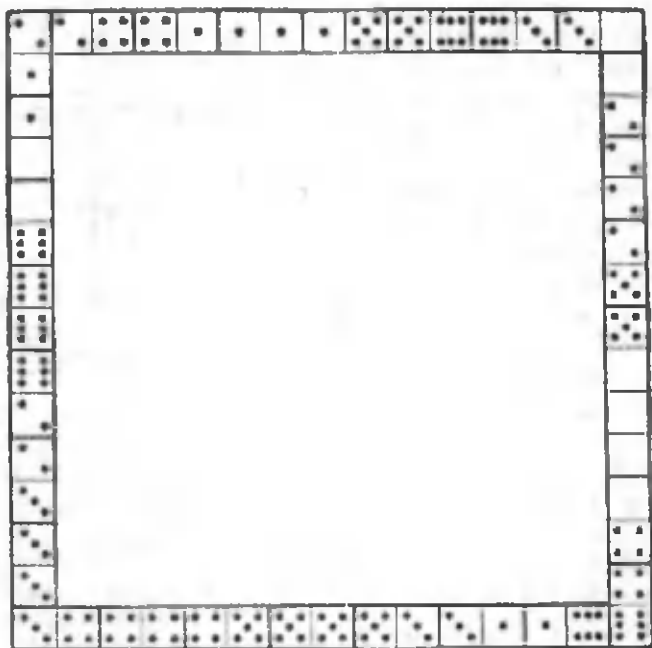
**18. Домино билан кўзбойлогич.** Дўстларингиздан бири домино тошларидан бирини олади ва сизга қолган 27 тошдан узлуксиз занжир тузишни таклиф этади. Бунда у қандай тош олинмасин ҳамма вақт буни амалга ошириш мумкин деб тасдиқлайди. Ўзи эса сиз тузган занжирни кўрмаслик учун қўшни хонага чиқиб кетади.

Сиз занжир тузишга тушасиз ва дўстингиз ҳақлигига ишонасиз: 27 тош бир занжирга ёйилди. Яна ҳам ажабланарлиси шуки, дўстингиз қўшни хонада бўла туриб ва сизнинг занжирингизни кўрмай туриб, у ердан унинг учларида очколар қандай эканлигини эълон қилади.

У буни қандай билиши мумкин? У нима учун турли 27 та домино тошларидан узлуксиз занжир тузилишига ишонади?

**19. Рамка.** 9-расм ўйин қоидаларига риоя қилинган ҳолда домино тошларидан ёйилган квадрат рамкани



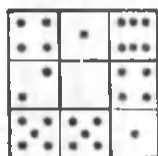


9-расм. Доминодан ясалган рамка.

тасвирлайди. Рамка томонлари узунликлари бўйича тенг, лекин очколар сони бўйича бир хил эмас: юқоридаги ва чапдаги қаторлар 44 очкодан, қолган 2 қатор — 59 ва 32 очкодан.

Ҳамма томонлари бир хил очколар йиғиндисили — айнан 44 очколи шундай квадрат рамкани ёя оласизми?

**20. Етти квадрат.** Домино тўртта тошини шундай танлаш мумкинки, улардан ҳамма томонларида очколар йиғиндиси тенг квадратча тuzилади. Бунга намунани 10-расмда кўриб турибсиз: квадратчанинг ҳар бир томонидаги очколарни қўшиб барча ҳолда 11 ни оласиз.

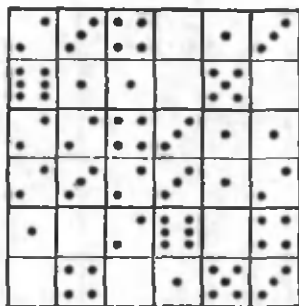


10-расм.  
Доминодан  
ясалган квадрат.

Доминонинг тўлиқ тўпламидан бир вақтда еттита шундай квадратлар туза оласизми? Бир томондаги очколар йиғиндиси ҳамма квадратларда бир хил бўлиши талаб этилмайди, балки ҳар бир квадрат

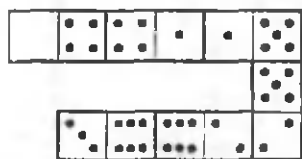
ўзининг тўрт томонида бир хил очколар йиғиндисига эга бўлса бас.

**21. Доминода сеҳрли квадратлар.** 11-расмда доминонинг 18 тошидан тузилган квадрат кўрсатилган. У шуниси билан ажойибки, исталган қаторидаги — бўйламасидаги, кўндалангидаги ёки диагоналидаги очколар йиғиндиси бир хил: 13. Бунга ўхшаш квадратлар қадимдан «сеҳрли» деб аталади.



11-расм. Доминодан ясалган «сеҳрли» квадрат.

Сизга қаторида очколар йиғиндиси бошқача бўлган бир нечта 18 та тошли сеҳрли квадратлар тузиш таклиф этилади. 13 — 18 та



12-расм. Доминодан тузилган прогрессия.

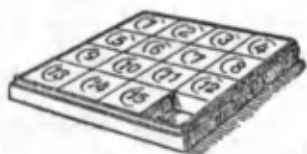
тошдан тузилган сеҳрли квадратлар қаторидаги энг кичик йиғинди, энг катта йиғинди эса 23 дир.

**22. Доминодан тузилган прогрессия.** Сиз 12-расмда ўйин қоидаларига кўра ёйилган ва тошлардаги (ҳар бир тошнинг иккала ярмидаги) очколар 1 га ортиши билан фарқ қиладиган олти дона домино тошини кўраяпсиз: 4 дан бошлаб қатор қуйидаги очколардан ташкил топган:

4; 5; 6; 7; 8; 9.

Бирдай қийматга ўсувчи (ёки камаювчи) бундай сонлар қатори «арифметик прогрессия» деб аталади. Бизнинг қаторимизда ҳар бир сон аввалги сондан 1 га катта, бироқ прогрессияда бошқа исталган «фарқ» бўлиши мумкин.

Масала олти тошли яна бир нечта прогрессия тузишдан иборат.



13-расм. 15 тош ўйини.

## 15 ТОШ ЁКИ ТАКЕН ЎЙИНИ

Ҳаммага маълум бўлган 15 та рақамланган квадрат шаклдига шашкалари (тошлари) бор қутича уни ўйнайдиганлардан кўпи билмайдиган қизиқарли

тарихга эга. У ҳақида немис ўйинлар тадқиқотчиси, математик В. Аренс сўзлари билан ҳикоя қиламиз.

«Тахминан ярим аср аввал — 70-чи йиллар охирида — Америка Қўшма Штатларида «15 ўйини» лоп этиб пайдо бўлиб, у жуда тез оммалашди, орада сон-саноксиз тиришқоқ ўйинчиларни ўзига асир этиши туфайли ҳақиқий жамият фалокатига айланди.

«Худди шу ҳол океаннинг бошқа томонида, Европада ҳам кузатилди. Бу ерда ҳаттоки кўнкалар (от қўшиб юриладиган вагонлар)да ҳам 15 шашкали қутича ўйнаган йўловчиларни кўриш мумкин эди. Идора ва дўконларда хўжайинлар ўз хизматчиларининг бу ишқибозликларидан чорасиз аҳволга келишди ва уларга машғулотлар ва савдо вақтида ўйнашни ман қилишга мажбур бўлдилар. Кўнгилочар корхоналар эгалари бу ўта ишқибозликдан эпчиллик билан фойдаланиб, катта ўйин мусобақаларини ташкил этардилар. Ўйин ҳаттоки немис рейхстаги тантаналар залига ҳам кириб борди: «Ўз қўлларидаги квадрат қутичаларга диққат билан қараётган сочига оқ тушган одамларни ҳозиргидек кўриб турибман», — деб эслайди ўйин эпидемияси вақтида депутат бўлган машҳур географ ва математик Зигмунд Гюнтер.

«Парижда бу ўйин ўзига очиқ осмон остида, хиёбонларда қўним топди ва тезлик билан пойтахтдан ҳамма вилоятларга тарқалди. «Тўрларига ўралашиб қолган тайёр қурбонини кутиб турган бу ўргимчак ин қўймаган бирорта қишлоқ уйи қолмади», — деб ёзган эди бир француз муаллифи.

«1880 йили ўйин талвасаси ўзининг энг юқори нуқтасига етди. Аммо бундан кейин бу золим математика қуроли билан ағдарилган ва мағлуб этилган эди. Ўйиннинг математик назарияси таклиф қилиниши мумкин

бўлган кўп масалалардан фақат ярми ечилиши мумкинлигини, қолган ярми эса ҳеч қандай усул билан ечилмаслигини аниқлади.

«Нима учун баъзи масалалар энг зўр тиришишларга ҳам ён бермагани ва нима учун турнир ўтказувчилари масалани ечишга катта мукофотлар белгилашга журъат этганлари равшан бўлди. Бу маънода ҳаммадан Нью-Йорк газеталаридан бирига, унинг якшанба кунини чиқадиган сонига ечилмас масаланининг ечими учун 1000 доллар мукофот пулини бериш таклифи билан чиқишни таклиф этган ушбу ўйиннинг ихтирочиси ўтиб тушди; нашр иккилангани учун ихтирочи айтилган пулни тўлалигича ўз кармонидан тўлашга тайёрлигини билдирди. Ихтирочининг номи Самуэл (Сам) Лойд. У ақлбовар қилмайдиган масалалар ва кўпгина бошқотирмалар тузувчиси сифатида кенг машхурликка эга бўлди. Қизиги шундаки, у ўйлаб топган ўйини учун Америкада патент олишнинг уддасидан чиқа олмади. Инструкцияга мувофиқ, намунавий партиyani бажариш учун у «ишчи моделни» тақдим қилиши керак эди; у патент бюроси амалдорига масалани таклиф этади ва амалдор масала ечимга эга-эгамаслиги ҳақида сўраганида: «Йўқ бу математик жиҳатдан мумкин эмас», деб жавоб берди. «Бу ҳолда, — эътироз билдирди амалдор, — ишчи модел ҳам бўлиши мумкин эмас, моделсиз патент ҳам йўқ». Лойд бу резолюция билан қаноатланди, лекин, эҳтимол агар у ўз кашфиётининг бунчалик кулоқ эшитмаган муваффақиятга эга бўлишини олдиндан кўра билганида янада қатъийроқ бўлар эди.\*



14-расм. «15 тош» ўйини ихтирочиси Самуэл Лойд.

\* Бу лавҳадан Марк Твеннинг «Америкалик дльвогар» романида фойдаланилган.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

15-расм. Шашкларнинг  
тўғри жойлашиши  
(1-вазият).

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

16-расм. Ечиб  
бўлмайдиган ҳолат  
(2-вазият).

Ўйин ихтирочисининг ўйин тарихидан баъзи бир маълумотлари ҳақидаги ҳикоясини келтирамиз:

«Топқирлик салтанатида қадимда яшовчи одамлар, — Ёзади Лойд, — 70-йиллар бошида «15 тош» номи билан машҳурлик қозонган ҳаракатчан шашкали қутичали ўйин устида мен бутун дунёни бошини қотиришга мажбур қилганимни эсда сақлайдилар» (15-расм). 15 та шашка квадрат қутичада тўғри тартибда жойлаштирилган ва фақатгина 14- ва 15-шашкачалар 16-расмда кўрсатилгандек тасвирланган. Масала шашкаларни кетма-кет кўчириб, уларни нормал ҳолатга келтиришдан иборат бўлиб, шу билан бирга 14- ва 15-шашкалар тартиби тўғри ҳолатга келтирилиши керак.

«Бу масаланинг биринчи тўғри ечимига таклиф этилган минг долларлик мукофотга, гарчи барчанинг бу масалани тинимсиз ечишга уринишларига қарамай ҳеч ким сазовор бўлмаган эди. Бу туфайли ўз дўконларини очишни унутган сотувчилар ҳақида, ечимни қидириб бутун тун кўча ёритгичлари остида туриб қолган обрўли амалдорлар ҳақида қизиқарли воқеаларни ҳикоя қилинарди. Ҳеч ким ечимни қидиришдан воз кечишни хоҳламас эди, чунки ҳамма уларни кутаётган муваффақиятга эришишга ишонар эдилар. Айтишларича, штурманлар ўйин туфайли кемаларни саёзликка ўтказишар, машинистлар бекатларда тўхтамай ўтиб кетар, фермерлар ўз оочларини ташлар эдилар».

\* \* \*

Ўқувчини бу ўйин назариясининг бошланғич билимлари билан таништирамиз. Тўлиқ ҳолда у жуда мураккаб ва олий алгебра бўлимларидан бирига чамбарчас



17-расм. «Фермерлар ўз омовчларини ташлар эдилар...».

боғланган («детерминантлар назарияси»). Биз В.Аренс баён қилган баъзи бир мулоҳазалар билан чекланамиз.

«Ўйин мақсади одатда бўш майдоннинг мавжудлиги йўл берадиган кетма-кет кўчиришлар билан 15 шашкаларнинг исталган бошланғич ҳолатини нормал ҳолатга келтиришдир, яъни шундай ҳолатга келтириладики, унда шашкалар ўз сонлари тартибида келади: юқори чап бурчакда 1, ўнгда 2, кейин 3, сўнгра ўнг юқори бурчакда 4, кейинги қаторда чапдан ўнгга: 5, 6, 7, 8 ва ҳ.к. Бундай нормал якуний жойлашишни биз 15-расмда келтирганмиз.

«Энди 15 шашкани турли хил тартибсизликда жойлашган ҳолатини тасаввур қилинг. Қатор кўчирилишлардан кейин биринчи шашкани уни расмда эгаллаган ўрнига ҳамма вақт келтириш мумкин.

«Худди шундай шашка 1 га тегмай ўнгдаги ўринга шашка 2 ни келтириш мумкин. Сўнгра 1 ва 2 шашкаларга тегмай 3 ва 4 шашкаларни уларни нормал ўринларига жойлаштириш мумкин: агар улар тасодифан охириги икки вертикал қаторларда бўлмасалар, уларни бу ерга осонлик билан келтириш ва қатор кўчиришлар билан керакли натижага эришиш мумкин. Энди юқори сатр 1, 2, 3, 4 каби тартибга келтирилган ва шашкалар билан кейинги манипуляцияларда бу қаторга тегмаймиз. Худди шундай йўл билан иккинчи қаторни тартибга келтиришга ҳаракат қиламиз: 5, 6, 7, 8; бунга эришиш мумкин-

лигига осон ишонч ҳосил қилиш мумкин. Кейин охириги икки қатордаги соҳада 9 ва 13 шашкаларни нормал ҳолатга келтириш керак, бунга ҳам ҳамма вақт эришиш мумкин. Тартибга келтирилган 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ва 13 шашкаларни кейин кўчирилди; биттаси бўш, қолган бештаси ихтиёрий тартибда жойлашган 10, 11, 12, 14, 15 шашкалар билан банд бўлган олти ўринли катта бўлмаган соҳа қолади. Бу олти ўринли соҳа чегарасида ҳамма вақт 10, 11, 12 шашкаларни нормал ҳолатга келтириш мумкин. Бунга эришилгандан сўнг охириги қаторда 14 ва 15 шашкалар ё нормал тартибда, ёки тесқари ҳолатда жойлашган бўлишлари мумкин (16-расм). Ўқувчилар амалда осонгина текшириб кўришлари мумкин бўлган шундай йўл билан биз қуйидаги натижага келамиз.

Исталган бошланғич ҳолат ё 15-расмдаги ҳолатга (1-вазият), ёки 16-расмдаги ҳолатга (2-вазият) келтирилиши мумкин.

Агар  $S$  билан қисқача белгиланган бирор ҳолат 1-вазиятга ўзгартирилиши мумкин бўлса, у ҳолда, шубҳасиз аксинча ўзгартириш — 1-вазиятни  $S$  вазиятга ўтказиш мумкин. Ахир шашкаларнинг барча йўллари қайтариувчандир: масалан, 1-схемада биз шашка 12 ни бўш ўринга жойлаштиришимиз мумкин, шу билан бирга бу юришни шу заҳоти қарама-қарши ҳаракатлар билан орқага қайтаришимиз ҳам мумкин.

Демак, биз жойлашишларнинг икки сериясига эгамиз, биринчи сериянинг вазияти I нормал вазиятга, бошқа сериянинг вазияти II вазиятга ўтказилиши мумкин. Ва аксинча, нормал тартибда жойлашишдан биринчи сериянинг исталган вазиятини, II жойлашиш тартибидан 2-сериянинг исталган вазиятини олиш мумкин. Ниҳоят бир серияга тегишли бўлган исталган икки жойлашиш тартиби бир-бирларига ўтказилишлари мумкин.

Яна давом этиб, бу I—II жойлашиш тартибларини бирлаштириш мумкинми? Бу вазиятларнинг бири иккинчисига ҳар қандай юришлари сони билан ўзгариб ўтмаслигини қатъий исботлаш мумкин (бунга чуқур кириб ўтирмаймиз). Шунинг учун шашкалар жойлашишларининг улкан сони иккита бир-бирига боғлан-

маган серияларга бўлинади: 1) I нормал ҳолатга ўтказилиши мумкин бўлганларига: бу — ҳал қилинувчи вазиятлар; 2) II вазиятга ўтказилиши мумкин бўлганларга, демак, ҳеч қандай ҳолатларда нормал жойлашиш тартибига ўтмайдилар: бу — ечими учун катта мукофотлар белгиланган вазиятлар.

7	2	3	4
5	6	7	9
8	10	14	12
13	11	15	

18-расм.  
Шашкалар  
тартибга  
келтирилмаган.

Берилган жойлашиш тартиби биринчи ёки иккинчи серияга тегишлилигини қандай билиш мумкин? Қуйидаги мисол буни тушунтириб беради.

18-расмда тасвирланган жойлашиш тартибини кўриб чиқамиз.

Шашкаларнинг биринчи қатори иккинчи қатор каби, охириги шашкани (9) истисно қилган ҳолда, нормал тартибда. Бу шашка нормал тартибда 8 га тегишли ўринни эгаллайди. Шашка 9, демак, шашка 8 дан олдин турибди: нормал тартиб учун бундай огоҳлантириш «тартибсизлик» деб аталади. Шашка 9 ҳақида шуни айта оламиз: бу ерда битта тартибсизлик бор. Кейинги шашкаларга қараб, шашка 14 учун «огоҳлантириш»ни аниқлаймиз. У ўз нормал вазиятидан олдинги учта (12, 13, 11 шашкалар) ўринга қўйилган; бу ерда бизда учта тартибсизлик (14 12 дан олдин; 14 13 дан олдин; 14 11 дан олдин) мавжуд. Ҳаммаси бўлиб биз энди  $1+3=4$  тартибсизликни ҳисобладик. Кейин шашка 12 шашка 11 дан ва худди шундай шашка 13 шашка 11 дан олдин жойлаштирилган. Бу яна иккита тартибсизликни беради. Ҳаммаси бўлиб олтита тартибсизликка эга бўлдик. Шундай ҳолда ҳар бир жойлашиш учун умумий тартибсизликлар сони пастдаги ўнг бурчакнинг охириги жойини олдиндан бўшатиб, ўрнатилади. Агар юқорида кўрилган ҳолдаги каби тартибсизликлар умумий сони жуфт бўлса, берилган жойлашиш тартиби сўнгги нормал ҳолга келтирилиши мумкин; бошқа сўз билан айтганда, у ҳал қилинувчидир. Агар тартибсизликлар сони тоқ бўлса, жойлаштириш тартиби иккинчи серияга, яъни ҳал бўлмайдиганларга киради (нол тартибсизлик жуфт сонга қабул қилинади).



	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

19-расм. Лойднинг биринчи масаласига намуна.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

20-расм. Лойднинг иккинчи масаласига намуна.

Бу ўйинга математика туфайли киритилган равшанлик туфайли, илгариги иштиёқдаги ҳаяжонли эҳтиросни ҳозирги вақтда мутлақо тасаввур қилиб бўлмайди. Математика ўйиннинг биронта шубҳали пункти қолдирмаган мукамал назариясини яратди. Ўйин натижаси бошқа ўйинлардаги каби қанақадир тасодифларга, топқирликка боғлиқ эмас, балки шак-шубҳасиз соф математик омилларига боғлиқ».

Энди бу соҳадаги душвор масалаларга эътиборимизни қаратамиз.

Қуйида ўйин ихтирочиси ўйлаб топган бир нечта ҳал қилинадиган масалалардан намуналар келтирилган.

**23. Лойднинг биринчи масаласи.** 18-расмда келтирилган жойлашишдан келиб чиқиб шашкаларни чапдан юқори бурчакда бўш ўрин қоладиган қилиб тўғри тартибга келтириш керак (19-расм).

**24. Лойднинг иккинчи масаласи.** 15-расмдаги жойлашишдан келиб чиқиб, ўйин қутчасини чорак доирага ( $90^\circ$  га) айлантинг ва шашкаларни 20-расмдаги тартибни олгунларигача кўчиринг.

**25. Лойднинг учинчи масаласи.** Ўйин қоидаларига амал қилган ҳолда шашкаларнинг ўрнини алмаштириб, қутичани «мўъжизали квадрат»га айлантинг, айнан, шашкаларни шундай жойлаштирингки, ҳамма йўналишдаги сонлар йиғиндиси 30 га тенг бўлсин.

## КРОКЕТ\*

Крокет ўйинчиларга қуйидаги бешта масалани таклиф этаман.

**26. Дарвозадан ўтишми ёки крокерлашми?** Крокет дарвозалари тўғри тўртбурчак шаклига эга. Уларнинг

\* 179-бетга қаранг.

кенглиги шар диаметридан икки марта катта. Қуйидаги шартларда нима осонроқ: эркин, симга тегмай дарвозанинг энг яхши позициясидан ўтганими ёки шу масофадан шарни крокерлашми?

**27. Шар ва устунча.** Крокет устунчаси ост қисми қалинлиги — 6 см. Шар диаметри — 10 см. Шарга тегиш шу берилган масофадан санчишга қараганда қанча марта осон?

**28. Дарвозадан ўтишми ёки санчишми?** Шар тўғри тўртбурчакли дарвозадан икки марта тор ва устунчадан икки марта кенг. Нима осон: энг яхши позициядан дарвозадан эркин ўтишми ёки шу масофадан санчишми?

**29. Сичқон қопқонидан ўтишми ёки крокерлашми?** Тўғри тўртбурчак шаклидаги дарвоза кенглиги шар диаметридан уч марта катта. Нима осон: энг яхши позициядан сичқон қопқонидан ўтишми ёки шу масофадан шарни крокерлашми?

**30. Ўтиб бўлмас сичқон қопқони.** Тўғри тўртбурчак шаклидаги дарвоза кенглиги билан шар диаметри орасидаги қандай нисбатда сичқон қопқонидан ўтиш мумкин бўлмайди?

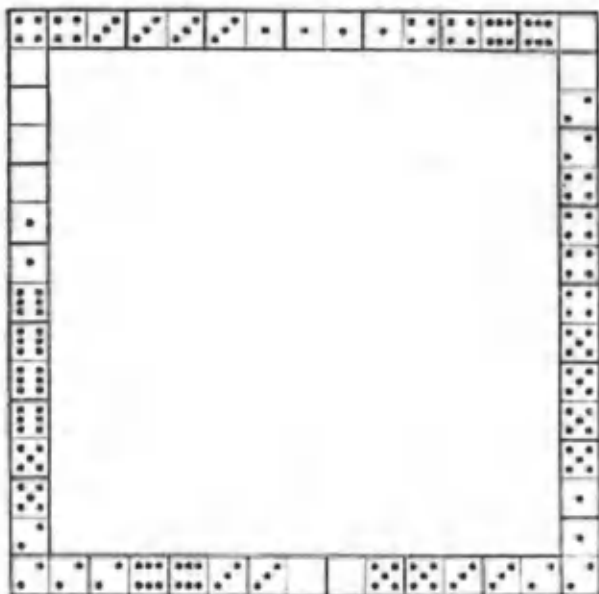
## 16–30- МАСАЛАЛАРНИНГ ЕЧИМИ

### ДОМИНО

**16.** Масалани соддалаштириш учун барча 7 та икки томонида бир хил очколи тошлар: 0–0, 1–1, 2–2 ва ҳ.к. ларни бир чеккага олиб қўямиз. 21 та тош қолади, уларда ҳар бир очколар сони 6 марта қайтарилади. Масалан, 4 очко (бир майдонда) қуйидаги олтита тошда қайтарилади:

4–0; 4–1; 4–2; 4–3; 4–4; 4–5; 4–6.

Шундай қилиб, кўраяпмизки, ҳар бир очко сони жуфт сонда такрорланади. Равшанки, тошларнинг бундай тўпламини бир хил сонли очколар билан бирини иккинчисига барча тўплам тугагунча ёнма-ён қўйиш мумкин. Бу бажарилганда эса, яъни 21 та тош узлуксиз занжирга чўзилганда, 0–0, 1–1, 2–2, 3–3 ва ҳ.к. бирикиш жойлари орасига юқорида олиб қўйилган 7 та тошни



21-расм.

мос равишда тиқиштирамиз. Шундан сўнг 28 та тошнинг барчаси ўйин қоидаларига риоя қилинган ҳолда бир занжирга чўзилган бўлади (21-расм).

17. 28 та домино тошидан ташкил топган занжирнинг охири унинг боши бошланган очколар сони билан бир хил тугалланиши кераклигини кўрсатиш осон. Ҳақиқатда: агар бундай бўлмаганида эди, занжир охирларида бўлиб қолган очколар сони тоқ сон марта қайтарилган бўлар эди (ахир занжир ичида очколар сони жуфт-жуфт бўлиб ётибди); бироқ, биламизки, домино тошлари бутун тўпламида очколарнинг ҳар бир сони 8 марта, яъни жуфт сон марта қайтарилади. Шундай қилиб, занжир охирларида бир хил очколар бўлмаслиги ҳақидаги бизнинг фаразимиз – нотўғри: очколар сони бир хил бўлиши керак. (Бу каби фикрлар математикада «тескарасидан исботлаш» деб аталади).

Дарвоқе, занжирнинг ҳозир исботланган хоссасидан қуйидаги қизиқарли натижа келиб чиқади: 28 та тошдан иборат занжир учларини ҳамма вақт бирлаштириш ва

халқа олиш мумкин. Демак, домино тошларининг тўлиқ тўплами ўйин қоидаларига риоя қилинган ҳолда, наинки озод учли, балки ёпиқ халқа ҳолида ҳам тери-лиши мумкин.

Ўқувчини қуйидаги савол қизиқтириб қолиши мум-кин: нечта турли усул билан бундай занжир ёки халқа бажарилиши мумкин? Ҳисоблашларнинг зерикарли икир-чикирларига кирмай, бу ерда шуни айтишимиз мумкин, 28 тошли занжир (ёки халқа) тузиш усуллари сони жуда катта: 7 триллиондан ортиқ. Мана аниқ сон:

7 959 229 931 520

(у қуйидаги кўпайтувчилар кўпайтмасини ташкил этади:  $2^{13} \cdot 3^8 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 4231$ ).

18. Бу бошқотирманинг ечими ҳозир айтилганлардан келиб чиқади. Доминонинг 28 та тоши, биламизки, доимо ёпиқ халқага терилади; демак, агар бу халқадан бир тош олинса, у ҳолда:

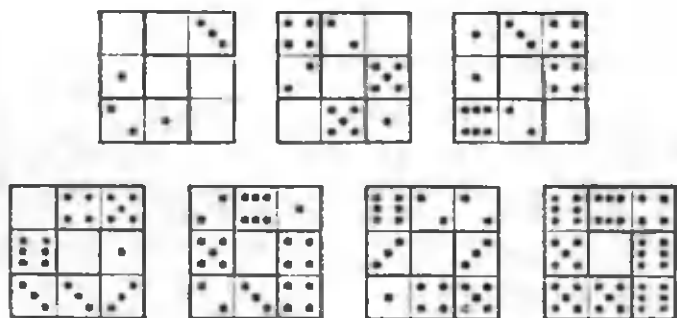
1) қолган 27 та тош учлари узилган узлуксиз зан-жирни ташкил этади;

2) бу занжир учларидаги очколар сони тортиб олин-ган тошдаги очколар сони каби бўлади.

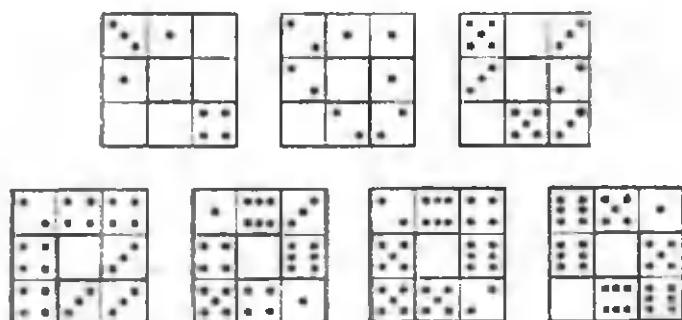
Доминонинг бир тошини беркитиб қўйиб, биз шунинг учун олдиндан қолган тошлардан тузилган занжир учларидаги очколар сони қандайлигини айтиб беришимиз мумкин.

19. Қидирилаётган квадратнинг барча томонлари очколари йиғиндиси  $44 \times 4 = 176$  га тенг, яъни домино тошларининг тўлиқ тўплами очколари йиғиндисидан (168) 8 тага кўп бўлиши керак. Бу албатта, квадрат учларини эгаллаган очколар сони икки мартадан ҳисоб-лангани учун содир бўлади. Айтилганлардан квадрат учларидаги очколар йиғиндиси қандайлиги аниқланади: бу 8. Бу талаб қилинган жойлаштиришларни қидиришни енгиллаштиради, гарчи уни топиш етарлича овора қилса ҳам ечим 21-расмда кўрсатилган.

20. Бу масаланинг кўплаб мумкин бўлган ечимлари-дан иккита ечимини келтирамиз. Биринчи ечимда (22-расм) қуйидагига эгамиз:

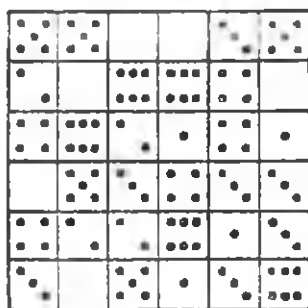


22-рasm.



23-рasm.

йиғиндиси 3 бўлган 1 квадрат      йиғиндиси 9 бўлган 2 квадрат  
 йиғиндиси 6 бўлган 1 квадрат      йиғиндиси 10 бўлган 1 квадрат  
 йиғиндиси 8 бўлган 1 квадрат      йиғиндиси 16 бўлган 1 квадрат



24-рasm.

**Иккинчи ечимда (23-расм):**

Йиғиндиси 4 бўлган 2 квадрат      йиғиндиси 10 бўлган 2 квадрат  
йиғиндиси 8 бўлган 1 квадрат      йиғиндиси 12 бўлган 2 квадрат

**21.** 24-расмда қаторларида очколар йиғиндиси 18 бўлган сеҳрли квадрат намунаси берилган:

**22.** Мана мисол сифатида айирмаси 2 бўлган иккита прогрессия:

а) 0-0; 0-2; 0-4; 0-6; 4-4; (ёки 3-5); 5-5 (ёки 4-6).

б) 0-1; 0-3 (ёки 1-2); 0-5 (ёки 2-3); 1-6 (ёки 3-4); 3-6 (ёки 4-5); 5-6.

Барча олтита тошли прогрессиялардан 23 тасини тузиш мумкин. Уларнинг бошланғич тошлари қуйидагича:

а) айирмаси 1 бўлган прогрессиялар учун:

0-0	1-1	2-1	2-2	3-2
0-1	2-0	3-0	3-1	2-4
1-0	0-3	0-4	1-4	3-5
0-2	1-2	1-3	2-3	3-4

б) айирмаси 2 бўлган прогрессиялар учун:

0-0; 0-2; 0-1.

**23.** Масаланинг ечими бошланғич вазиятдан 44 юриш билан олиниши мумкин:

14, 11, 12, 8, 7, 6, 10, 12, 8, 7,  
4, 3, 6, 4, 7, 14, 11, 15, 13, 9,  
12, 8, 4, 10, 8, 4, 14, 11, 15, 13,  
9, 12, 4, 8, 5, 4, 8, 9, 13, 14,  
10, 6, 2, 1.

**24.** Масаланинг жойлашиш тартиби қуйидаги 39 юриш билан ечилади:

14, 15, 10, 6, 7, 11, 15, 10, 13, 9,  
5, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 10, 13,  
9, 5, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 14,  
13, 9, 5, 1, 2, 3, 4, 8, 12.

**25.** Йиғиндиси 30 бўлган сеҳрли квадрат қатор юришлардан кейин олинади:

12, 8, 4, 3, 2, 6, 10, 9, 13, 15,  
14, 12, 8, 4, 7, 10, 9, 14, 12, 8.

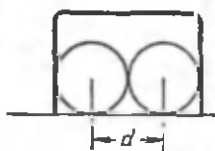
4, 7, 10, 9, 6, 2, 3, 10, 9, 6,  
 5, 1, 2, 3, 6, 5, 3, 2, 1, 13,  
 14, 3, 2, 1, 13, 14, 3, 12, 15, 3.

Домино ва 15 ўйинига тегишли бошқотирмалар билан шуғулланиб, биз арифметикадан четга чиқмай, унинг чегараларида қолдиқ. Крокет майдонидаги бошқотирмага ўта туриб, биз қисман геометрияга кирамиз.

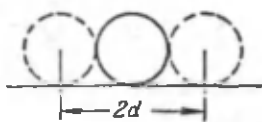
26. Ҳаттоки тажрибали ўйинчи, эҳтимол, кўрсатилган шартларда крокерлашдан кўра дарвозадан ўтиш осон деб айтади: ахир дарвоза шардан икки марта кенг. Бироқ бундай тасаввур хатодир: дарвоза, албатта, шарга қараганда кенгроқ, лекин дарвозадан шарнинг ўтиши учун бўш йўлак крокерлаш учун нишондан икки марта тор.

25-расмга қаранг ва айtilганлар сизга равшан бўлади. Шар маркази дарвоза симига радиуси катталигидан камроқ масофада яқин келиши мумкин эмас, акс ҳолда шар симга тегиб кетади. Демак, шар маркази учун дарвоза кенглигидан икки радиусдан кам нишон қолади. Бизнинг масаламиз шартларида дарвозадан энг яхши позициядан ўтганда нишон кенглиги шар диаметрига тенглигини осон кўриш мумкин.

Энди крокерлашда ҳаракатланувчи шар маркази учун нишон кенглиги қанчалик катта эканлигини кўрамиз. Шубҳасиз, крокерловчининг маркази крокерланувчининг марказига шар радиусидан камроқ масофада яқин-



25-расм.

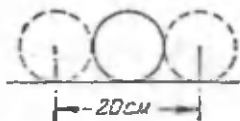


26-расм.

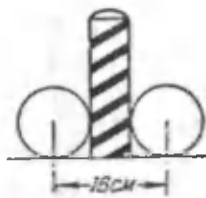
лашса, зарба таъминлангандир. Демак, бу ҳолда нишон кенглиги, 26-расмдан кўринганидек, шарнинг икки диаметрига тенг.

Шундай қилиб, ўйинчилар фикрига хилоф равишда, берилган шартларда дарвозадан энг яхши позициядан эркин ўтишдан кўра шарга тегмоқ икки марта осонроқдир.

27. Ҳозир айtilганлардан сўнг бу масала узоқ тушун-



27-расм.



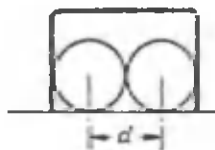
28-расм.

тиришларни талаб этмайди. Крокерлашда нишон кенглиги шарнинг иккита диаметрига тенг, яъни 20 см (27-расм), устунчага мўлжалланганда нишон кенглиги шар ва устунча диаметрлари йиғиндисига, яъни 16 см га тенг (28-расм). Демак, санчишга қараганда крокерлаш

$$20 : 16 = 1 \frac{1}{4} \text{ марта,}$$

бор-йўғи 25% осон. Ўйинчилар эса одатда крокерлаш имкониятларини устунчага тегизишга нисбатан кучли бўрттириб кўрсатадилар.

28. Баъзи ўйинчилар шундай фикрлайдилар: дарвоза шарга қараганда икки марта кенг экан, устунча эса шардан икки марта энсиз, у ҳолда дарвозадан озод ўтиши учун нишон устунчага тегишдан кўра тўрт марта кенг-



29-расм.



30-расм.



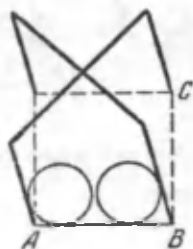
31-расм.

дир. Аввалги масалалардан тажриба орттириб олган бизнинг ўқувчимиз бундай хатоларга йўл қўймайди. Устунчани нишонга олиш учун нишон дарвозадан энг яхши позициядан ўтишдан  $1\frac{1}{2}$  марта кенг. Бу 29- ва 30-расмлардан равшандир.

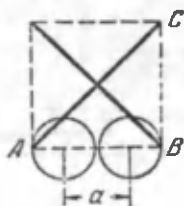
(Агар дарвоза тўғри тўртбурчак бўлмай, қавариқ ёй-симон бўлганда эди, шар учун йўл яна ҳам тор бўлар



эди — буни 31-расмни кўриб чиқиб англаш мумкин).



32-расм



33-расм

29. 32- ва 33-расмлардан кўринадики, шар маркази ўтиши учун қолдирилган  $a$  оралиқ масалада кўрсатилган шартларда жуда тордир. Геометриядан хабари борлар квадратнинг томони ( $AB$ ) унинг диагоналидан ( $AC$ ) 1,4 марта кичиклигини биладилар. Агар дарвоза кенглиги  $3d$  ( $d$  — шар диаметри) бўлса,  $AB$  қуйидагига тенг:

$$3d : 1,4 = 2,1d.$$

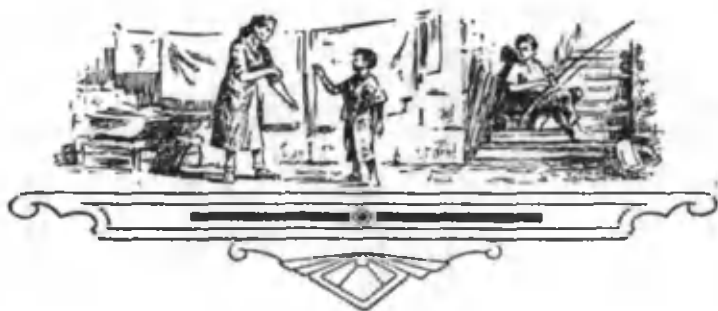
Сичқон қопқонини энг яхши позициядан ўтаётган шар маркази учун нишон бўлган  $a$  оралиқ эса яна ҳам тор. У бутун бир диаметрга кичик ва

$$2,1d - d = 1,1d$$

га тенг.

Шу билан бирга, крокерланувчи шар маркази учун нишон, биламизки,  $2d$  га тенг. Шундай қилиб, бу шартларда крокерлаш сичқон қопқонини ўтишдан деярли икки марта енгил.

30. Сичқон қопқони дарвоза кенглиги шар диаметридан 1,4 мартадан кам катта бўлса, мутлақо ўтиб бўлмас бўлиб қолади. Бу аввалги масалада берилган тушунтиришдан келиб чиқади. Агар дарвоза ёйсимон бўлса, ўтиш шартлари яна ҳам ёмонлашади.



## УЧИНЧИ БОБ

### ЯНА ЎН ИККИТА БОШҚОТИРМА

31. Арқонча\*. Яна арқончами? — сўради она, қўлини кирли жомдан кўтарар экан. Нима мен сенга фақат арқончадан иборатманми? Фақат арқон-арқон деган сўзни эшитганим-эшитган. Ахир мен кечагина сенга каттагина арқон ўрамини берган эдим-ку. Сенга нима учун шунча кўп арқон керак? Уни қаёққа йўқ қилдинг?

— Арқонни қаёққа йўқ қилдим? — жавоб берарди бола.

— Биринчидан, ярмини ўзингиз қайтариб олдингиз...

— Унда кир солинган пакетларнинг оғзини нима билан боғлашни буюрасан?

— Қолган ярмини зовурда балиқ овлаш учун мендан Том олган эди.

— Акангга сен ҳамма вақт ён босишинг керак.

— Мен ён босдим. Озгина қолган эди, шуни ҳам ярмини отам автомобил билан кўнгилсизлик бўлганида кулиб узиб юборган подтяжкасини (шимни тортиб турувчи тасма) тўғрилаш учун олди. Сўнгра қолган бешдан икки қисми сочларини боғлаш учун синглимга керак бўлиб қолди...

— Қолган арқончани нима қилдинг?

— Қолганини? Қолгани бор-йўғи 30 см эди! Мана энди шундай бўлақдан телефон қилиб кўр...

Дастлаб арқонча қандай узунликка эга эди?

32. Пайпоқлар ва қулқоплар. Бир яшикда 10 жуфт жигаранг ва 10 жуфт қора пайпоқлар, бошқасида эса 10

\* Бу бошқотирма инглиз беллетристи Барри Пенга тегишли.

жуфт жигарранг ва ўшанча жуфт қора қўлқоплар ётибди. Ҳар бир яшиқдан нечтадан пайпоқ ва қўлқоп олиш керакки, бунда улардан қандайдир бир жуфт пайпоқ ва бир жуфт қўлқоп танлаб олиш мумкин бўлсин?

**33. Соч умрининг узоқлиги.** Одам бошида ўртача нечта соч толаси бор? Ҳисоблашларга кўра, 150000 га яқин\*. Ҳар ойда ўрта ҳисобда уларнинг нечтаси тўкилиши аниқланган: 3000 атрофида.

Бу маълумотларга кўра ҳар бир соч толаси бошда, ўртача қанча вақт туришини қандай ҳисоблаш мумкин?

**34. Иш ҳақи.** Менинг охириги ойдаги иш ҳақим иш вақтидан ташқари қилинган иш учун тўланадиган ҳақ билан 250 сўмни ташкил этади. Асосий иш ҳақи иш вақтидан ташқари қилинган иш учун тўланадиган ҳақдан 200 сўм кўп. Менинг асосий иш ҳақим қанча?

**35. Чанғида югуриш.** Чанғичининг ҳисобига кўра, агар у соатига 10 км йўл босса, белгиланган жойга тушдан бир соат кейин келади, соатига 15 км тезликда чопса тушдан бир соат олдин келади.

Белгиланган жойга айнан тушда етиб келиши учун у қандай тезлик билан югуриши керак?



34-расм. Қандай тезлик билан югуриши керак?

**36. Икки ишчи.** Икки ишчи, қария ва ёш, бир уйда туришади ва бир заводда ишлашади. Ёш ишчи уйдан заводга 20 минутда, қария эса 30 минутда етиб боради. Агар қария уйдан ёш ишчидан 5 минут аввал чиқса, неча минутдан сўнг ёш ишчи қарияга етиб олади?

**37. Маърузани кўчириб ёзиш.** Маърузани кўчириб ёзиш икки машинисткага топширилди. Улардан

\* Буни қандай билишгани кўпчиликни ажаблантиради: наҳотки бошдаги толаларни битталаб ҳисоблашган бўлса? Йўқ, буни қилмаганлар: фақат бошдаги ҳар 1 см кв да нечта соч толаси борлиги ҳисобланган. Буни ва сочи бор бош териси юзасини билган ҳолда, бошдаги соч толалари умумий миқдорини топиш осон. Қисқача қилиб айтганда, анатомлар ўрмончилар ўрмонда дарахтларни ҳисоблашда фойдаланадиган усул билан буни ҳисоблаганлар.

тажрибалироғи ҳамма ишни икки соатда, бироз тажрибасизроғи эса уч соатда бажариши мумкин.

Агар улар ишни қисқа вақтда бажаришлари учун ўзаро ишни бўлиб олсалар, маърузани қанча соатда кўчириб бўладилар?

Бундай тоифадаги масалаларни одатда ҳовузлар ҳақидаги машҳур масалани ечими каби ечадилар. Чунончи: бизнинг масалада ҳар бир кўчириб ёзувчи соатига ҳамма ишнинг қандай қисмини бажариши топилади: иккала каср қўшилади ва бирни шу йиғиндига бўладилар. Сиз юқоридаги андазавий ечимдан фарқли бундай масалаларни ечишнинг янги усулини ўйлаб топа оласизми?

**38. Иккита тишли гилдирак.** 8 тишли гилдирак 24 тишли гилдиракка тиркашган (35-расм). Катта гилдирак айланганда тишли кичик гилдирак унинг атрофини айланиб ўтади.

Сўралади: тишли кичик гилдирак тишли катта гилдирак атрофида айланиб ўтгунча ўз ўқи атрофида неча марта айланади?

**39. Неча ёшда?** Бошқотирмаларнинг ишқибозидан унинг ёши нечада эканини сўрадилар. Жавоб жумбоқли бўлди:

— Менинг уч йилдан кейин келадиган ёшимнинг учланганидан уч йил олдинги ёшимнинг учланганини айиринг — роппа-роса менинг ҳозирги ёшим чиқади.

Ҳозир унинг ёши нечада экан?

**40. Эр-хотин Ивановлар.** Иванов неча ёшда?

— Келинг, ўйлаб кўрамиз. Ўн саккиз йил аввал, уйланган йили, у, ёдимда, ўз хотинидан уч марта катта эди.

— Рухсат этсангиз, қанчалик менга маълум, у ҳозир ўз хотинидан икки марта катта. Бу бошқа хотиними?

— Ўшанинг ўзи. Ва шунинг учун ҳозирда Иванов ва унинг хотинининг ёши нечадалигин аниқлаш қийин эмас.

Китобхон, ҳозир улар неча ёшда?



35-расм. Тишли кичик гилдирак неча марта айланади?

**41. Ұйин.** Биз ўртоқларимиз билан бу ўйинни бошлаганимизда бизнинг пулларимиз бир хил эди. Биринчи қурра ташлашда мен 20 тийин ютиб олдим. Иккинчи қурра ташлашда қўлимдаги пулнинг учдан икки қисмини ютқаздим ва менда ўртоғимдаги пулга қараганда тўрт марта кам пул қолди.

Биз ўйинни неча пул билан бошлаган эдик?

**42. Харидлар.** Харид қилишга жўнаб туриб, мен ҳамёнимда бир неча бир сўмлик ва 20 тийинликларда жами 15 сўмга эга эдим. Қайтгач, бошида неча 20 тийинлик танга бўлган бўлса, шунча бир сўмлик ва неча бир сўмлик бўлган бўлса шунча 20 тийинлик олиб келдим. Ҳамёнимда харидга кетаётганимдаги пулнинг учдан бири қолди.

Харидлар неча сўм бўлди?

## 31–42- БОШҚОТИРМАЛАРНИНГ ЕЧИМИ

**31.** Она арқоннинг ярмини олганидан кейин унинг  $1/2$  қисми қолди; ака олганидан кейин  $1/4$  қолди; отадан кейин  $1/8$ , сингилдан кейин  $1/8 \times 3/5 = 3/40$  қисми қолди. Агар 30 см арқон бошланғич узунлигининг  $3/40$  қисмини ташкил этса, бутун узунлик  $30 : 3/40 = 400$  см ёки 4 м га тенг.

**32.** 3 та пайпоқ етарли, чунки улардан 2 таси ҳамма вақт бир хил рангда бўлади. Қўлқоп билан иш унчалик осон эмас, улар бир-бирларидан нафақат ранглари билан, балки яна уларнинг ярми ўнг, қолган ярми чап қўл учун эканлиги билан фарқ қилади. Бу ерда 21 та қўлқоп олиш етарли бўлади. Агар бундан кам, мисол учун 20 та, қўлқоп олинадиган бўлса, 20 таси бир қўлники (10 та жигарранг чап ва 10 та қора чап) бўлиб қолиши мумкин.

**33.** Энг кейин бугун энг ёш бўлган соч толаси, яъни ёши — 1 кун бўлгани тўкилади.

Унинг тўкилиши учун қанча вақт кетишини кўриб чиқайлик. Биринчи ойда бугун бошда бор бўлган 150000 та соч толасидан 3 минг таси, биринчи икки ойда — 6 мингтаси, бир йил давомида 12 марта 3 мингтадан, яъни 36 мингтаси тўкилади. Охириги соч толасига тўкилиш навбати келишидан олдин, демак, тўрт йилдан сал кўпроқ вақт ўтади. Мана шундай қилиб одам соч тола-

сининг ўртача яшаш даври аниқланди: 4 йилдан сал кўпроқ вақт керак.

34. Кўпчилик ўйлаб ўтирмасдан 200 сўм деб жавоб берадилар. Бу нотўғридир: ахир унда асосий иш ҳақи иш вақтидан ташқари қилинган иш учун тўланадиган ҳақдан 200 сўмга эмас, балки фақат 150 сўмга кўп бўлади.

Масалани мана бундай ечиш керак. Биз биламизки, агар иш вақтидан ташқари қилинган иш учун тўланадиган ҳақга 200 сўм қўшилса, асосий иш ҳақини оламиз. Шунинг учун агар 250 сўмга 200 сўмни қўшсак, бизда иккита асосий иш ҳақи ташкил бўлиши лозим. Лекин  $250+200=450$ . Демак, иккиланган асосий иш ҳақи 450 сўмни ташкил этади. Бу ердан иш вақтидан ташқари қилинган иш учун тўланадиган иш ҳақисиз асосий иш ҳақи 225 сўмга тенг, иш вақтидан ташқари қилинган иш учун тўланадиган ҳақ 250 сўмнинг қолганини, яъни 25 сўмни ташкил этади.

Текширамыз: 225 сўм иш ҳақи иш вақтидан ташқари қилинган иш учун тўланадиган ҳақдан, яъни 25 сўмдан 200 сўмга кўпроқ, яъни масала шартида талаб қилинганча кўп.

35. Бу масала икки жиҳатдан қизиқарли: биринчидан, у қидирилайётган тезлик соатига 10 км билан 15 км ни ўртачаси, яъни соатига  $12\frac{1}{2}$  км деган ўйга осонгина ишонтириши мумкин. Бундай ўй нотўғри эканлигига амин бўлиш қийин эмас. Ҳақиқатда, агар югуриш узунлиги  $a$  км бўлса, 15 км ли тезликда чанғичи йўлда  $a/15$  соат, 10 км ли тезликда эса  $a/10$ ,  $12\frac{1}{2}$  км ли тезликда

эса  $\frac{a}{12\frac{1}{2}}$  ёки  $\frac{2a}{25}$  соат бўлади. Лекин у ҳолда,

$$\frac{2a}{25} - \frac{a}{15} = \frac{a}{10} - \frac{2a}{25}$$

тенглик мавжуд бўлиши керак, чунки бу айирмаларнинг ҳар бири бир соатга тенг. Тенгликнинг касрларини  $a$  га қисқартириб,

$$\frac{2}{25} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10} - \frac{2}{25}$$

га эга бўламиз ёки арифметик пропорция хоссасига кўра:

$$\frac{4}{25} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10},$$

тенглик нотўғри:  $\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{1}{6}$ , яъни  $\frac{4}{25}$  эмас, балки  $\frac{4}{24}$ .

Масаланинг иккинчи ўзига ҳослиги шундаки, у нафақат тенгламаларсиз, балки оғзаки ҳисобланиши мумкин.

Шундай мулоҳаза қиламиз: агар 15 км тезликда чанғичи йўлда икки соат ортиқча бўлган бўлса (яъни 10 км тезликдаги каби), у ўтиш керак бўлган йўлдан 30 км га кўп йўл ўтар эди. Бир соатда, биламизки, у 5 км га кўп йўл ўтади; демак, у йўлда  $30 : 5 = 6$  соат бўлар эди. Бу ердан 15 км тезликда югуришнинг давом этиш вақти аниқланади:  $6 - 2 = 4$  соат. Шу билан бирга ўтилган масофа ҳам маълум бўлади:  $15 \times 4 = 60$  км.

Энди чанғичи роппа-роса тушда жойига етиб келиши учун, бошқача айтганда, югуришга 5 соат ишла-тиши учун у қандай тезликда юришини топиш осон:

$$60 : 5 = 12 \text{ км}$$

Текшириш орқали бу ечимнинг тўғрилигига ишонч ҳосил қилиш осон.

36. Масалани тенглама тузишга мурожаат қилмай, шу билан бирга турли усуллар билан ечиш мумкин.

Мана биринчи усул. Ёш ишчи 5 минутда йўлнинг  $1/4$  қисмини, қария эса  $1/6$  қисмини, яъни ёшга нисбатан

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

га кам ўтади. Қария ёшдан йўлнинг  $1/6$  қисмича ўтиб кетгани учун, ёш унга

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{12} = 2 \text{ та}$$

беш минутлик оралиқдан кейин, бошқача айтганда, 10 минутдан кейин етиб олади.

Бошқа усул соддароқ. Ҳамма йўлни ўтиш учун қария ёшга қараганда 10 минут кўп вақт сарф қилади. Қария ёшдан 10 минут олдин чиққанида эди, иккаласи заводга бир вақтда келар эди. Агар қария 5 минут олдин чиққан бўлса, у ҳолда ёш унга йўлнинг айнан қоқ ўртасида етиб олиши керак, яъни 10 минут ўтгач (ҳамма йўлни ёш ишчи 20 минутда ўтади).

Яна бошқа арифметик ечимлар бўлиши ҳам мумкин.

37. Масаланинг ноандазавий ечими шундай. Авваламбор шундай саволни қўямиз: ишни бир вақтда тугатиш учун машинисткалар уни ўзаро қандай бўлишиб олишлари керак? (Ҳақиқатда, фақат шундай шартда, яъни тўхталиш бўлмаганида, иш энг қисқа вақтда бажарилади). Тажрибали машинистка кам тажрибалига қараганда  $1\frac{1}{2}$  марта тез матн тергани учун унинг улуши иккинчисининг улушидан  $1\frac{1}{2}$  марта кўпроқ бўлиши керак — шу ҳолдагина иккалалари ишни бир вақтда тугатадилар. Бундан биринчиси маърузанинг  $\frac{3}{5}$  қисмини, иккинчиси эса  $\frac{2}{5}$  қисмини кўчиришга киришиши кераклиги келиб чиқади.

Аслида масала қарийб ечилди. Фақат, биринчи матн терувчи ўзининг ишнинг  $\frac{3}{5}$  қисмини қанча вақтда бажаришини топиш қолади. Барча ишни, биламизки, у икки соатда бажариши мумкин; демак, ишнинг  $\frac{3}{5}$  қисми  $2 \times \frac{3}{5} = 1\frac{1}{5}$  соатда бажарилади. Худди шу вақт ичида иккинчи матн терувчи ҳам ўз қисмини териб бўлиши керак.

Шундай қилиб, иккала машинистка биргаликда ишлагандаги маърузани кўчириб бўлиш вақти — 1 соату 12 минут.

38. Агар сиз тишли гилдирак уч марта айланиб чиқади деб ўйласангиз, адашасиз: у учта эмас, тўртта айланиш бажаради.

Гап нимада эканлигини тушуниб олиш учун олдингизга текис қоғоз устига иккита бир хил тангани, масалан, йигирма тийинликни 36-расмда кўрсатилгандек қўйинг. Пастки тангани ушлаб туриб, унинг гардиши (чети) бўйлаб юқоридаги тангани думалатинг. Сиз кутилмаган нарсани кўрасиз: юқоридаги танга пастдагисининг ярмини ўтиб унинг пастиди бўлганида у ўз ўқи атрофида битта тўлиқ айланишга улгурди; бу тангадаги соннинг ҳолатидан кўринади. Ҳаракатсиз тангани айланиб, бизнинг танга ўз ўқи атрофида битта эмас, иккита айланишга улгурди.

Умуман жисм айланиб доира



36-расм.



бўйича юмаласа, тўғридан-тўғри ҳисоблагандагига кўра битта айланиш кўпроқ бажаради. Шу сабаб туфайли ер шаримиз қуёш атрофида айланаётиб, ўз ўқи атрофида 365-у чорак марта эмас, 366-у чорак марта айланади, агар айланишларни қуёшга нисбатан эмас, юлдузларга нисбатан ҳисобланса. Сиз энди юлдуз суткалари қуёш суткаларидан нима учун қисқалигини тушунган бўлсангиз керак.

39. Арифметикавий ечим анча чигал, лекин, агар алгебра хизматларига юзланиб тенглама тузилса, масала осонгина ечилади. Қидирилаётган ёшни  $x$  ҳарфи билан белгилаймиз. У ҳолда уч йилдан кейинги ёшни  $x+3$  билан, уч йил аввалги ёшни  $x - 3$  билан белгилаш лозим. Қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$3(x + 3) - 3(x - 3) = x,$$

уни ечиб,  $x=18$  ни оламиз. Бошқотирмалар ишқибози ҳозир 18 ёшда.

Текшираимиз: уч йилдан кейин у 21 ёшда бўлади; уч йил аввал у 15 ёшда эди. Айирма

$$3 \cdot 21 - 3 \cdot 15 = 63 - 45 = 18,$$

яъни ишқибознинг ҳозирги ёшига тенг.

40. Аввалгисига ўхшаб, масала қийин бўлмаган тенглама ёрдамида ечилади. Агар хотини ҳозир  $x$  ёшда бўлса, эри  $2x$  ёшда. Ўн сақкиз йил аввал уларнинг ҳар бири 18 ёшга ёш эди: эри  $2x - 18$ , хотини  $x - 18$  ёшда эди. Шу билан бирга эри хотинидан уч марта катта ёшда эканлиги маълум:

$$3(x - 18) = 2x - 18.$$

Бу тенгламани ечиб,  $x = 36$  ни оламиз: хотини ҳозир 36 ёшда, эри 72 ёшда.

41. Айтайлик ўйин бошида ҳар бир ўйинчида  $x$  тийин бўлган бўлсин. Биринчи қурра ташлашдан кейин бир ўйинчида  $x + 20$ , бошқасида  $x - 20$  тийин бўлди. Иккинчи қурра ташлашдан кейин аввал ютган шерик ўз пулининг  $\frac{2}{3}$  қисмини йўқотди, шундай қилиб, унда

$$\frac{1}{3}(x+20)$$

тийин қолди.

$(x - 20)$  тийинга эга бўлган бошқа шерик  $\frac{2}{3}(x+20)$  тийин олди; шундай қилиб, унда

$$x-20+\frac{2}{3}(x+20)=\frac{5x-20}{3}$$

бўлиб қолди.

Биринчи ўйинчида иккинчи ўйинчининг пулидан тўрт марта кам пули борлиги маълум бўлгани учун

$$\frac{4}{3}(x+20)=\frac{5x-20}{3},$$

бу ердан  $x=100$ ; ҳар бир ўйинчида ўйин бошида 1 сўмдан бўлган.

**42.** Бошланғич бир сўмликларнинг сонини  $x$  орқали, йигирма тийинликлар сонини  $y$  орқали белгилаймиз. У ҳолда, харидга кета туриб мен ҳамёнда

$$(100x + 20y) \text{ тийинга}$$

эга эдим.

Харид қилиб қайтгандан кейин

$$(100y + 20x) \text{ тийинга}$$

эга эдим.

Охирги йиғинди биринчи йиғиндидан уч марта кичиклигини биламиз; демак,

$$3(100y + 20x) = 100x + 20y.$$

Бу ифодани соддалаштириб,

$$x = 7y$$

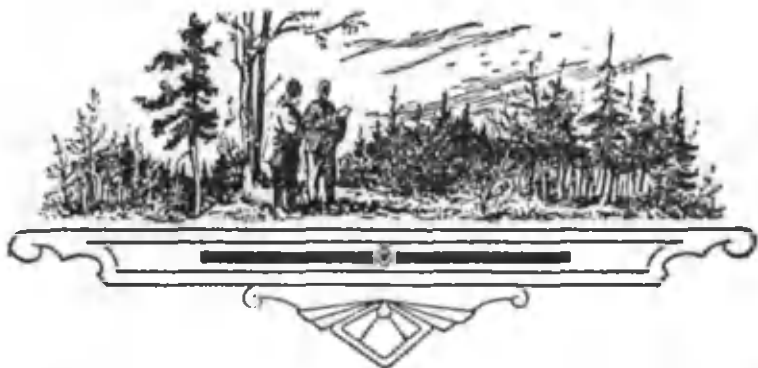
ни оламиз. Агар  $y = 1$  бўлса,  $x = 7$  бўлади. Бундай ҳолда менда бошида 7 сўм 20 тийин бўлган; бу масала шартига тўғри келмайди («15 сўмга яқин»).

$y = 2$  ни синаб кўрамиз, у ҳолда  $x = 14$  бўлади. Бошланғич пул 14 сўм 40 тийинга тенг бўлади, бу эса масала шarti билан мос келади.

$y = 3$  тахмин эса жуда кўп пул миқдорини беради: 21 сўм 60 тийин.

Шундай қилиб, ягона мос жавоб — 14 сўм 40 тийин. Харидлардан кейин 2 та алоҳида бир сўмлик ва 14 та 20 тийинлик қолди, яъни  $200 + 280 = 480$  тийин; бу ҳақиқатда бошланғич пулни учдан бирига тенг ( $1440 : 3=480$ ).

Ҳаммаси бўлиб,  $1440 - 480 = 960$  тийин сарф қилинган. Демак, харид қиймати 9 сўм 60 тийин.



## ТҮРТИНЧИ БОБ

### СИЗ ҲИСОБЛАШНИ БИЛАСИЗМИ?

**43. Сиз ҳисоблашни биласизми?** Савол уч ёшдан катта одам учун эҳтимол, ҳатто ранжитадиган саволдир. Ким ҳисоблашни билмайди? Кетма-кет «бир», «икки», «уч» — дейиш учун алоҳида қобилият талаб этилмайди. Шунга қарамай, ишончим комилки, сиз бир қарашда оддий бўлиб туюлган бу ишни ҳамма вақт ҳам яхши уддалай олмайсиз. Ҳаммаси нимани ҳисоблашга боғлиқ. Яшиқдаги михни ҳисоблаш қийин эмас. Лекин, айтайлик, унда фақат мих эмас, балки мих билан винт аралашган ҳолда ётибди; алоҳида михдан ва алоҳида винтдан нечталигини билиш талаб этилади. Сиз бу ҳолда нима қиласиз? Тўпламни мих ва винтга ажратиб, кейин уларни ҳисоблайсизми?

Бундай масала ювиш учун кирларни ҳисоблашда уй бекаси олдида ҳам юзага келади. У аввал кирларни сортларга ажратади: кўйлақларни бир уюмга, сочиқларни бошқасига, ёстик жилдларини учинчисига ва ҳ.к. Ва фақат шу жуда чарчатадиган ишни қилиб бўлиб, ҳар бир уюмда неча дона кир борлигини ҳисоблашга тушади.

Мана шунга ҳисоблашни билмаслик деб айтилади! Чунки бир жинсли бўлмаган предметларни ҳисоблашнинг бундай усули жуда ноқулай, машаққатлидир, кўпинча буни ҳатто асло амалга ошириб бўлмайди. Агар

сизга мих ёки кир ҳисоблашга тўғри келса, яхши: уларни уюмларга ажратиш осон. Лекин сиз ўзингизни бир гектарда нечта қарағай, ўша майдонда нечта қорақарағай, нечта қайин ва нечта тоғтерак борлигини ҳисоблаши керак бўлган ўрмончининг ўрнига қўйиб кўринг. Бу ерда дарахтларни сортларга бўлиш, уларни аввал тури бўйича гуруҳлашнинг иложи йўқ. Нима, энди сиз аввал фақат қарағайларни, кейин фақат қорақарағайларни, кейин фақат қайинларни, сўнгра тоғтеракларни ҳисоблайсизми? Майдонни тўрт марта айланиб чиқасизми?

Майдонни бир ўтишда буни бажаришнинг содда усули йўқмикан? Ҳа, бундай усул бор ва ундан анчадан бери ўрмон ишчилари фойдаланадилар. Бу нимадан иборатлигини мих ва винтларни ҳисоблаш мисолида кўрсатаман.

Қутидаги михлар ва винтларни аввал сортларга бўлмай бирваракай ҳисоблаш учун қалам ва қуйидаги намуна бўйича графаларга бўлинган қоғоз варақларини ҳозирланг:

Михлар	Винтлар

Сўнгра ҳисоблашни бошланг. Қутидан қўлингизга нима илинса, шуни олинг. Агар бу мих бўлса, қоғоз варағида мих графасида чизиқча чизасиз, агар винт бўлса — винт графасида уни чизиқча билан белгилайсиз. Кейин иккинчи нарсани оласиз ва яна шундай кўринишда иш қиласиз. Учинчи нарсани оласиз ва ҳ.к. Бутун қути бўшагунча шундай иш қиласиз. Ҳисоб якунида қоғозда мих графасида қутида қанча мих бўлган бўлса, ўшанча чизиқча, винтлар графасида қанча винт бўлса, ўшанча чизиқча бўлади. Фақат қоғоздаги чизиқчаларни ҳисоблашгина қолади, холос.

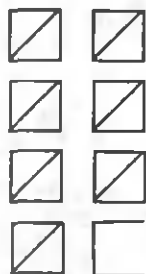
Агар чизиқчаларни бирининг тагига иккинчисини қўймасдан, бештадан шаклчаларга, масалан, 37-расмда кўрсатилганидек йиғилса, чизиқчаларни ҳисоблашни соддалаштириш ва тезлаштириш мумкин.

Бу кўринишдаги квадратчаларни яхшиси жуфтлаб



37-расм.  
Чизиқчаларни  
бештадан  
йиғиш лозим.

гуруҳлаш маъқул, яъни биринчи 10 та чизиқчадан кейин 11-сини янги қаторга қўйиш маъқул; иккинчи устунда 2 квадрат ҳосил бўлгандан кейин учинчи квадрат учинчи қатордан бошланади ва ҳ.к. У ҳолда чизиқчалар тахминан 38-расмда кўрсатилган кўринишда жойлашадилар.



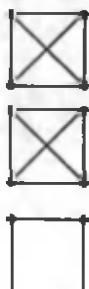
38-расм.  
Ҳисоблаш  
натижалари  
шундай  
бўлади.

Бундай жойлашган чизиқчаларни ҳисоблаш жуда осон: сиз бу ерда дарҳол учта ўнталик, битта бешталик ва яна учта чизиқча, ҳаммаси бўлиб  $30+5+3=38$  чизиқча борлигини дарҳол кўрасиз.

Бошқа кўринишдаги шаклчалардан ҳам фойдаланса бўлади: кўп ҳолларда, масалан, тўлиқ квадрат 10 ни билдирадиган белгилардан фойдаланилади (39-расм).

Ўрмон участкасидаги турли турдаги дарахтларни ҳисоблаганда сиз худди шундай иш тутишингиз керак, лекин қоғоз варағида энди сизда иккита графа эмас, тўртта графа бўлади. Бу ерда тик графалардан кўра, ётиқ графалар қулайроқ бўлади. Ҳисоблашдан олдин, демак, варақ 40-расмдагига ўхшаш кўринишга эга бўлади.

Ҳисоб якунида бланка тахминан 41-расмда кўрсатилганга ўхшаш бўлади.



39-расм. Ҳар  
бир тўла  
кватратча  
10 ни  
билдиради.

Қарағайлар	
Қорақарағайлар	
Қайинлар	
Тоғтераклар	

40-расм. Ўрмондаги дарахтларни ҳисоблаш учун  
бланк.

Қарағайлар	☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☐ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑
Қорақарағайлар	☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☐
Қайыңлар	☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑
Тоғтераклар	☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ ☑ Г

41-расм. Ҳисоблашдан кейинги бланк кўриниши.

Бу ерда якуний натижани келтириш осон:

Қарағайлар ..... 53      Қайыңлар ..... 46  
Қорақарағайлар ..... 79      Тоғтераклар ..... 37

Худди шу ҳисоб усулидан микроскоп остида олинган қон намунасида қанча қизил ва қанча оқ таначалар борлигини билиш учун тиббиёт ходимлари фойдаланадилар.

Меҳнат ва вақтни тежаш учун уй бекаси ювиш учун кирлар рўйхатини тузаётганида худди шундай иш тутиши керак.

Агар сизга ўтлоқнинг кичкина майдонида қандай ўсимликлар ва қанча миқдорда ўсаётганини ҳисоблашингиз зарур бўлса, сиз бу масалани иложи борича қисқа муддатда ҳал этишни энди биласиз. Қоғоз варағида сиз ўтлоқда кўрган ўсимликларингиз номини ҳар бирига алоҳида графа ажратиб ва яна кейинроқ кўриб қолишингиз мумкин бўлган ўсимликлар учун бир нечта бўш графаларни қолдириб ёзиб чиқасиз. Сиз ҳисобни, масалан, 42-расмда кўрсатилгандек қоғозчадан бошлайсиз.

Кейин эса ўрмон участкасидаги каби ҳисоб каби иш тутилади.

Момақаймоқ	
Айиқтовон	
Баргизуб	
Юлдузча	
Очамбити	

42-расм. Ўтлоқ участкасидаги ўсимликлар ҳисобини қандай бошлаш керак.

#### 44. Ўрмондаги дарахтларни нима учун ҳисоблаш керак?

Нима учун ўрмондаги дарахтлар ҳисобланади? Шаҳарликларга бу умуман бажариб бўлмайдиган ишдек туюлади. Л.Н. Толстойнинг «Анна Каренина» романида қишлоқ хўжалиги билимдони Левин, бу ишдан нўноқроқ бўлган ўз ўрмонини сотмоқчи бўлган қариндошидан сўрайди:

— Дарахтларни ҳисобладингми?

— Дарахтларни қандай ҳисоблаш керак? — ажабланиб жавоб берди у. — Қумларни, сайёралар нурларини ҳисоблашни юқори онг эгаси балки эпларди...».

— Ҳа, албатта, Рябиннинг (сотиб олувчи) юқори онги эса эплайди. Ҳисобламай туриб бирорта ҳам мужик сотиб олмайди».

Ўрмондаги дарахтлар унда неча метр куб ёғоч борлигини билиш учун ҳисобланади. Ўрмондаги барча дарахтларни эмас, балки ушбу ўрмон дарахтларининг зичлиги, таркиби, қалинлиги ва баландлиги ўртача бўладиган қилиб танлаб олинган чорак ёки ярим гектарли аниқ участкадаги дарахтлар ҳисобланади. Бундай «намунавий майдонни» омадли танлаш учун, албатта, тажрибали кўзга эга бўлиш керак. Ҳисоблашда ҳар бир дарахт турининг сонинигина аниқлаш етарли эмас: бундан ташқари, яна берилган қалинликдаги дарахт танаси қанчалигини билиш зарур: 25 сантиметрлиги қанча, 30 сантиметрлиги қанча, 35 сантиметрлиги қанча ва ҳ.к. Ҳисоб қайдномасида бизнинг юқоридаги содда мисолдаги каби тўртта графа эмас, балки анча кўпроқ графа зарур бўлади. Сиз, агар юқорида тушунтирилганидек ҳисобламасдан, балки одатдагидек ҳисоблаганингизда ўрмонни қанча кўп марта айланиб чиққан бўлишингизни энди ўзингиз тасаввур қила оласиз.

Кўраяписизки, агар фақат бир жинсли предметларни ҳисобланганда ҳисоблаш оддий ва енгил иш бўлади. Агар турли жинсдаги предметларнинг сонларини билиш керак бўлса, у ҳолда, ушбу усулларнинг мавжудлиги ҳақида ҳатто кўпчилик билмайдиган, юқорида тушунтирилган ўзига хос усуллардан фойдаланишга тўғри келади.



## БЕШИНЧИ БОБ

### СОНЛИ БОШҚОТИРМАЛАР

45. Беш сўмга – юз сўм. Бир эстрада ҳисобчиси ўзининг сеансларида томошабинларга қуйидаги ўзига жалб қиладиган таклифни қиларди:

– Гувоҳлар олдида кимки менга эллик, йигирма ва беш тийинликларда жами 5 сўмлик йигирмата танга берса, мен унга 100 сўм тўлайман деб эълон қиламан. Беш сўмга юз сўм! Ким буни хоҳлайди?

Жимлик ҳукм сурарди. Томошабинлар ўйга чўмардилар. Қаламлар ёзув дафтарчаларида югурарди, лекин жавоб таклифи бўлмасди.

– Кўраяпманки, халойиқ 100 сўм учун 5 сўм тўлашни қиммат деб топаяпти. Рухсат берсангиз, мен икки сўмни олиб ташлашга тайёрман ва тушган нархни белгилайман: жами 3 сўмлик йигирма танга учун айтилган пулни бераман. 3 сўмга 100 сўм тўлайман! Истовчилар, навбатга туринглар!

Лекин навбат сафланмасди. Халойиқ камдан-кам учрайдиган ҳолатдан фойдаланиб қолишга аниқ шошилмасди.

– Наҳотки 3 сўм ҳам қимматлик қилса? Яхши суммани яна бир сўмга тушираман; кўрсатилган йигирма тангамиз билан ҳаммаси бўлиб фақат 2 сўм тўланг ва мен шу заҳоти буни тақдим қилганга юз сўмни топшираман.



Ҳеч ким бундай алмаштиришни бажаришга тайёр эканлигини ифодаламаганлиги учун, ҳисобчи давом этарди:

— Балки сизда майда пул йўқдир? Бундан уялманг, мен қарзга ҳам ишонаман. Менга фақатгина қандай қий-матли тангачадан нечтасини бериш мажбуриятини бўй-нингизга олишингиз ҳақидаги рўйхатини берсангиз бас.

Ўз томонидан мен менга ушбу рўйхатни қоғозда юборган ҳар бир ўқувчига юз сўмдан тўлашга тайёрман.

**46. Минг.** Сиз 1000 сонини саккизта бир хил рақам билан ифодалай оласизми? (Рақамлардан ташқари амал-лар белгиларидан фойдаланиш рухсат этилади).

**47. Йигирма тўрт.** 24 сонини учта саккиз билан ифо-далаш жуда осон:  $8+8+8$ . Лекин сиз худди шу сонни, саккиздан фойдаланмасдан бошқа учта бир хил сон билан ифодалай оласизми? Масала бир нечта ечимга эга.

**48. Ўттиз.** Ўттиз сонини учта беш билан ифодалаш жуда осон:  $5 \cdot 5 + 5$ . Буни бошқа бир хил сон билан бажариш эса анча мушкул. Уриниб кўринг. Балки сиз бир нечта ечимни топишга муваффақ бўларсиз?

**49. Етишмаётган рақамлар.** Бу кўпайтириш мисолида рақамларнинг ярмидан кўпи юлдузчалар билан алмаш-тирилган:

$$\begin{array}{r} \times \quad *1* \\ \quad \quad 3*2 \\ \hline \quad \quad *3* \\ + 3*2* \\ \quad *2*5 \\ \hline 1*8*30 \end{array}$$

Сиз етишмаётган рақамларни тиклай оласизми?

**50. Қандай сонлар?** Мана шундай турдаги яна бир мисол. Мисолда қандай сонлар ўзаро кўпайтириляёт-ганини ўрнатиш талаб этилади:

$$\begin{array}{r} \times \quad **5 \\ \quad \quad 1** \\ \hline \quad \quad 2**5 \\ + 13*0 \\ \quad \quad *** \\ \hline 4*77* \end{array}$$

51. Нимани бўлишди? Бундай бўлиш мисолидаги етишмаётган рақамларни тикланг:

$$\begin{array}{r}
 - *2*5* \overline{) 325} \\
 \underline{***} \phantom{)} \\
 - *0** \\
 \phantom{-} *9** \\
 \underline{\phantom{-} *5*} \\
 \phantom{-} *5*
 \end{array}$$

52. 11 га бўлиш. Қайтарилувчи рақамлари бўлмаган (барча рақамлари ҳар хил) ва 11 га қолдиқсиз бўлинадиган бирор тўққиз хонали сон ёзинг.

Бундай сонларнинг энг каттасини ёзинг.

Бундай сонларнинг энг кичигини ёзинг.

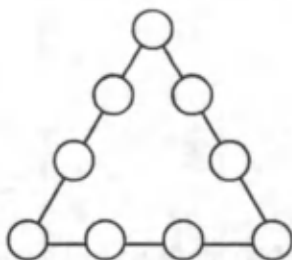
53. Кўпайтиришдаги ғалати ҳолатлар. Икки сонни кўпайтиришнинг қуйидагича ҳолатини кўриб чиқинг:

$$48 \cdot 159 = 7632.$$

Унинг ажойиблиги шундаки, унда барча тўққизта рақам бир мартадан қатнашади.

Сиз шундай мисоллардан яна бир нечтасини келтира оласизми? Агар улар умуман мавжуд бўлса, улар нечта?

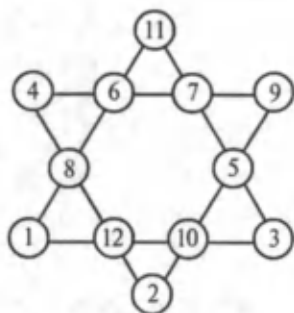
54. Сонли учбурчак. Мавжуд тўққизта рақамни учбурчакнинг доирачаларига шундай жойлаштирингки (43-расм), унинг ҳар бир томонидаги рақамлар йиғиндиси 20 ни ташкил этсин.



55. Яна бир сонли учбурчак. Мавжуд тўққизта рақамни уша учбурчак доирачаларига шундай жойлаштирингки (43-расм), унинг ҳар бир томонидаги рақамлар йиғиндиси 17 га тенг бўлсин.

43-расм. Доирачаларда 9 та рақамни жойлаштиринг.

56. Сеҳрли юлдуз. 44-расмда тасвирланган сонли олтибурчакли юлдуз «сеҳрли» хоссага эга: сонларнинг барча олти қатори бир хил йиғиндига эга:



44-расм. Сонли  
олтибурчакли юлдуз.

$$\begin{aligned}
 4 + 6 + 7 + 9 &= 26 \\
 11 + 6 + 8 + 1 &= 26 \\
 4 + 8 + 12 + 2 &= 26 \\
 11 + 7 + 5 + 3 &= 26 \\
 9 + 5 + 10 + 2 &= 26 \\
 1 + 12 + 10 + 3 &= 26
 \end{aligned}$$

Лекин учларидаги сонлар йи-  
гиндиси бошқача:

$$4 + 11 + 9 + 3 + 2 + 1 = 30.$$

Доирачаларга сонларни шун-  
дай жойлаштириш керакки,  
нафақат қатордаги сонлар бир  
хил йиғиндига (26), балки учла-  
ридаги сонлар йиғиндиси ҳам шу сондан (26) иборат  
бўлсин. Сиз ушбу юлдузни шундай қилиб  
такомиллаштира оласизми?

## 45–56- МАСАЛАЛАРНИНГ ЕЧИМЛАРИ

45. Барча учта масала ҳам ечилмасдир: ҳисобловчи  
ҳам ва мен ҳам кўрқмасдан уларнинг ечими учун истал-  
ган мукофотни ваъда қилишимиз мумкин эди. Бунга  
ишониш учун алгебрага мурожаат қиламиз ва масала-  
ларни бирин-кетин кўриб чиқамиз.

5 сўм учун тўлов. Фараз қилайлик, тўлов бўлиши  
мумкин ва бунинг учун  $x$  та 50 тийинлик,  $y$  та йигирма  
тийинлик ва  $z$  та беш тийинлик керак бўлсин. У ҳолда

$$50x + 20y + 5z = 500$$

тенгламага эга бўламиз. Тенгламани бешга қисқартириб,  
қуйидагини оламиз:

$$10x + 4y + z = 100.$$

Бундан ташқари, шартга кўра, тангаларнинг умумий  
сони 20 тага тенг, шунинг учун  $x$ ,  $y$  ва  $z$  яна бошқа  
тенглама билан ҳам боғланган:

$$x + y + z = 20$$

Бу тенгламани биринчи тенгламадан айириб,

$$9x + 3y = 80$$

ни оламиз. 3 га бўлиб, тенгламани

$$3x+y=26\frac{2}{3}$$

кўринишга келтирамиз.

Аmmo 50 тийинликлар сони  $3x$  албатта, бутун сон. 20 тийинликлар сони  $y$  ҳам бутун сон. Иккита бутун сон йиғиндиси каср сон бўлиши мумкин эмас ( $26\frac{2}{3}$ ). Бизнинг, бу масала ечилади, деган фаразимиз бемаъниликка олиб келади. Демак, масала ечилмасдир.

Худди шунга ўхшаш тарзда ўқувчи бошқа иккита «арзонлаштирилган» масалаларнинг, яъни 3 ва 2 сўм тўловли масалаларни ҳам ечилмаслигига ишонч ҳосил қилиши мумкин. Биринчиси қуйидаги

$$3x+y=13\frac{1}{3}$$

тенгламага олиб келади. Иккинчиси эса

$$3x+y=6\frac{2}{3}$$

тенгламага олиб келади. Униси ҳам, буниси ҳам бутун сонларда ечимга эга эмас.

Кўрганингиздек, ҳисобчи бу масалани ечиш учун катта пул таклиф қилишда ҳеч қанча таваккал қилмаган: ҳеч қачон мукофотни тўлашга тўғри келмайди.

Агар айтилган қийматдаги йигирмата танга билан 5 сўмни эмас, 3 сўмни эмас ва 2 сўмни эмас, балки, масалан, 4 сўмни тўлаш талаб этилганда бошқа гап эди: у ҳолда масала ҳаттоки еттита турли усул билан осонгина ечилиши мумкин эди\*.

46.  $888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$ .

47. Мана масаланинг иккита ечими:

$$22 + 2 = 24; \quad 3^3 - 3 = 24$$

---

\* Мана мумкин бўлган ечимлардан бири: 6 та 50 тийинлик, 2 та йигирма тийинлик ва 12 та беш тийинлик.

48. Масаланинг учта ечимини келтирамиз:

$$6 \cdot 6 - 6 = 30; \quad 3^3 + 3 = 30; \quad 33 - 3 = 30.$$

49. Етишмаётган рақамлар, агар қуйидаги мулоҳаза юритиш йўли қўлланса, секин-аста тикланадилар.

Қулайлик учун қаторларни рақамлаб чиқамиз:

$$\begin{array}{r} \times \quad *1* \quad \dots\dots\dots \text{I} \\ \quad \underline{3*2} \quad \dots\dots\dots \text{II} \\ \quad \quad *3* \quad \dots\dots\dots \text{III} \\ + \quad 3*2* \quad \dots\dots\dots \text{IV} \\ \quad \underline{*2*5} \quad \dots\dots\dots \text{V} \\ \quad \quad \underline{1*8*30} \quad \dots\dots\dots \text{VI} \end{array}$$

Осонликча фаҳмлаш мумкинки, III рақамлар қаторидаги охириги юлдузча 0; бу VI қатор охирида 0 турганидан равшан.

Энди I қатордаги охириги юлдузча қиймати топилади: бу шундай рақамки — уни 2 га кўпайтирганда нол билани якунланадиган сонни, 3 га кўпайтирганда 5 билан тугалланадиган сонни берувчи (V қатор) рақамдир. Бундай рақам фақат битта — бу 5.

II қатор юлдузчаси остида қандай рақам беркилганини топиш осон: 8, чунки фақат у 15 сонига кўпайтирилганда 20 билан тугалланувчи натижани беради (IV қатор).

Ниҳоят, I қатордаги биринчи юлдузчанинг қиймати ойдин бўлади: бу 4 рақами, чунки фақат 4 рақами 8 га кўпайтирилганда 3 дан бошланадиган натижани беради (IV қатор). Қолган номаълум рақамларни топиш энди қийин эмас: бунинг учун биринчи икки қатордаги аниқланган сонларни кўпайтириш етарлидир.

Натижада кўпайтиришнинг шундай намунасини ола-миз:

$$\begin{array}{r} \times \quad 415 \\ \quad \underline{382} \\ \quad \quad 830 \\ + \quad 3320 \\ \quad \underline{1245} \\ \quad \quad \underline{158530} \end{array}$$

50. Ҳозир қўлланилган мулоҳаза юритишга ўхшаш йўл билан бу ҳолатдаги юлдузчаларнинг ҳам қийматини топамиз.

Натижада қуйидагини оламиз:

$$\begin{array}{r} \times 325 \\ \quad 147 \\ \hline 2275 \\ + 1300 \\ \quad 325 \\ \hline 47775 \end{array}$$

52. Мана бўлишнинг қидирилаётган ҳолати:

$$\begin{array}{r} - 52650 \quad | \quad 325 \\ \quad 325 \quad | \quad 162 \\ \hline - 2015 \\ \quad 1950 \\ \hline - 650 \\ \quad 650 \\ \hline \end{array}$$

53. Бу масалани ечиш учун, 11 га бўлиниш аломатини билиш керак. Сон 11 га бўлинади, агар жуфт ўринда турган рақамлари йиғиндисидан тоқ ўринда турган рақамлари йиғиндисининг айирмаси 11 га бўлинса ёки нолга тенг бўлса.

Мисол учун, 23658904 сонини синаб кўрамиз.

Жуфт жойда турган рақамлари йиғиндиси:

$$3 + 5 + 9 + 4 = 21,$$

тоқ жойда турган рақамлари йиғиндиси

$$2 + 6 + 8 + 0 = 16.$$

Уларнинг фарқи (каттасидан кичигини айириш керак) қуйидагига тенг:

$$21 - 16 = 5.$$

Бу айирма (5) 11 га бўлинмайди, олинган сон ҳам 11 га қолдиқсиз бўлинмайди.

Бошқа сон — 7344535 ни олиб кўрамиз:

$$\begin{array}{l} 3 + 4 + 3 = 10, \\ 7 + 4 + 5 + 5 = 21, \\ 21 - 10 = 11. \end{array}$$

11 сони 11 га бўлингани учун синалаётган сон ҳам 11 га қолдиқсиз бўлинади.

Энди 11 га қолдиқсиз бўлинувчи ва масала шартларини қаноатлантирувчи сон ҳосил бўлиши учун тўққизта рақамни қандай ёзиш кераклигини фаҳмлаш осон.

Мисол учун:

$$352\ 049\ 786.$$

Синаймиз:

$$3 + 2 + 4 + 7 + 6 = 22,$$

$$5 + 0 + 9 + 8 = 22.$$

Айирма  $22 - 22 = 0$ ; демак, биз ёзган сон 11 га қарали. Бундай сонларнинг энг каттаси:

$$987\ 652\ 413.$$

Энг кичиги:  $102\ 347\ 586.$

54. Сабрли ўқувчи бундай кўпайтиришнинг тўққиз ҳолини қидириб топиши мумкин. Мана улар:

$$12 \cdot 483 = 5796$$

$$42 \cdot 138 = 5796$$

$$18 \cdot 297 = 5346$$

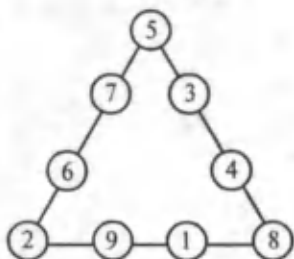
$$27 \cdot 198 = 5346$$

$$39 \cdot 186 = 7254$$

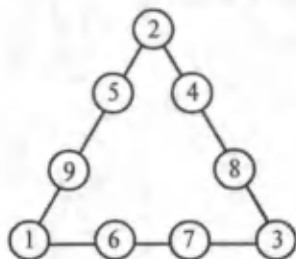
$$48 \cdot 159 = 7632$$

$$28 \cdot 157 = 4396$$

$$4 \cdot 1738 = 6952$$



45-расм.



46-расм.

$$4 \cdot 1963 = 7852$$

54–55. Ечимлар келтирилган 45- ва 46-расмларда

кўрсатилган. Ҳар бир қаторнинг ўртасидаги рақамларининг ўринларини алмаштириб, яна қатор ечимларни олиш мумкин.

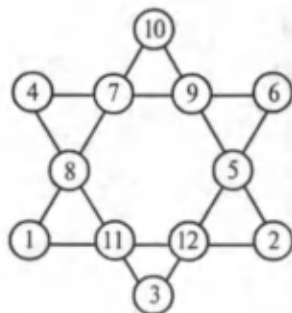
56. Талаб этилган рақамлар жойлашувини топишни енгиллаштириш учун қуйидаги мулоҳазалар бўйича иш тутамиз.

Қидирилаётган юлдуз учларидаги сонлар йиғиндиси 26 га тенг; юлдузнинг барча сонлари йиғиндиси эса 78. Демак, ички олтибурчак сонлари йиғиндиси қуйидагига тенг:  $78 - 26 = 52$ .

Сўнгра катта учбурчаклардан бирини кўриб чиқамиз. Унинг ҳар бир томонидаги сонлари йиғиндиси 26 га тенг; уч томондаги барча сонларни қўшиб чиқамиз —  $26 \cdot 3 = 78$  ни оламиз, шу билан бирга, учларда турувчи сонларнинг ҳар бири икки мартадан ҳисобланади. Учта ички жуфтлар сонлари йиғиндиси (яъни ички олтибурчакнинг), биламизки, 52 га тенг бўлиши керак бўлганлиги учун, ҳар бир учбурчак учларидаги сонлар йиғиндисининг иккилангани  $78 - 52 = 26$  га тенг; бундан, бир каррали йиғинди эса 13 га тенглиги келиб чиқади.

Энди қидириш майдони анча торайди. Биз биламизки, масалан, на 12 ва на 11 юлдуз учини эгаллай олади (нима учун?). Демак, синовни 10 дан бошласа бўлади, шу билан бирга учбурчакнинг қолган учларини қандай икки сон эгаллаши мумкинлиги топилади: 1 ва 2.

Шундай равишда иш юритиб, биз, ниҳоят, талаб этилган жойлашувни топамиз. У 47-расмда кўрсатилган.



47-расм.





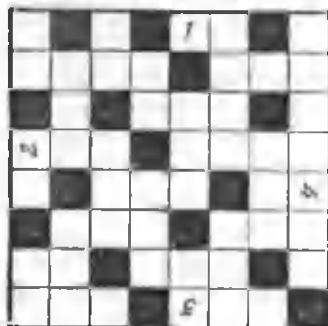
## ОЛТИНЧИ БОБ

### ШИФРЛАНГАН ЁЗИШМА

**57. Панжара.** Махфий яширин ташкилот аъзоси ўзининг ёзувлари ва ўртоқлари билан ёзишмаларини шундай олиб бориши керакки, унинг ёзганларини ҳеч қайси бегона кимса тушунмасин. Бунинг учун ёзувнинг алоҳида усулидан — «яширин ёзув» (ёки «криптография») — дан фойдаланилади. Яширин ёзувнинг турли системалари ўйлаб чиқилган: уларнинг хизматига нафақат яширин ташкилот аъзолари, шу билан бирга дипломатлар ва ҳарбийлар давлат сирларини сақлашда мурожаат этадилар.

Яширин ёзишма олиб бориш усуллари билан бири ҳақида, айнан «панжара» усули ҳақида ҳикоя қилиб бермоқчимиз. У энг содда ва арифметика билан чамбарчас боғланган усуллардандир.

Яширин ёзишма олиб боришнинг бу усулидан фойдаланишни истовчи ҳар бири киши «панжара» билан, яъни қирқилган дарчалари бор қоз квадратча билан ғамланиб олиши керак. Панжара-



48-расм. Махфий ёзишма учун панжара. (Қоздан шундай панжара ясаб, 52-расмдаги махфий ёзувни ўқинг.)

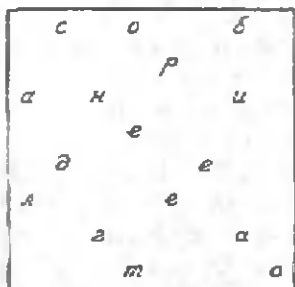
нинг намунасини сиз 48-расмда кўраяпсиз. Дарчалар ихтиёрий эмас, балки маълум тартибда жойлаштирилган. Бу тартиб сизга кейинроқ аён бўлади.

Айтайлик, ўртоғингизга шундай ёзувни юбориш талаб этилсин: *Туман депутатлари йиғилишини бекор қилинг. Полиция кимдир томонидан огоҳлантирилган. Антон.*

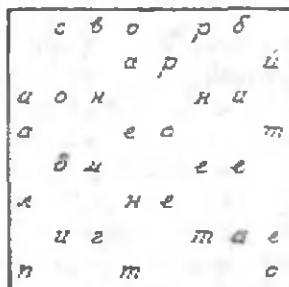
Қоғоз варағига панжарани қўйиб, яширин ташкилот аъзоси панжара дарчаларига хабарнинг ҳарфини бирма-бир ёза бошлайди. Дарчалар 16 та бўлгани учун аввал ёзувнинг фақат бир қисми жойлаштирилади: *Туман депутатлари...*

Панжарани олиб, биз 49-расмда тасвирланган ёзувни кўрамиз.

Бу ерда, албатта, ҳозирча ҳеч қандай махфийлашти-



49-расм. Панжарани олиб, ушбу ёзувни кўрамиз.



50-расм. Кейин навбатдаги 16 ҳарфини ёзамиз..

рилган нарса йўқ: ҳар ким иш нимада эканлигини осонликча тушунади. Лекин бу фақат бошланиши, хат бу аҳволда қолмайди. Яширин ташкилот аъзоси панжарани соат миллари бўйича чорак айланишга буради. Яъни уни ўша варақда илгари ён томонда бўлган 2 рақами энди юқорида бўлиб қолади. Панжаранинг янги ҳолатида илгари ёзилган барча ҳарфлар беркитилади, дарчаларда эса тоза қоғоз кўриниб туради. Унга махфий хабарнинг кейинги 16 та ҳарфи ёзилади. Агар панжарани олсак, энди 50-расмда кўрсатилган ёзувни оламиз.

Бундай ёзувни нафақат четдан келган киши, балки агар тексни ёзувчининг ўзи ҳам эсдан чиқарган бўлса, тушунмайди.

о	с	в	о	л	р	б
и	а	р	ц	й		
а	о	н	и	н	и	я
а	к	с	о	е	т	
д	ч	ч	е	е		
ч	т	н	е	о	п	
и	г	р	т	а	е	
п	е	т	д	в	у	о

51-расм. Панжарани яна  
буриш керак.

о	с	в	о	л	р	б	п
р	и	с	а	р	ц	ж	й
а	о	н	и	д	н	и	я
а	е	к	е	о	н	с	т
а	д	ч	а	ч	е	е	н
ч	т	т	н	е	о	о	п
н	и	г	р	а	т	а	е
п	е	б	т	д	в	у	о

52-расм. Махфий ёзув  
тайёр.

Аmmo хабарнинг ҳозирча фақат ярми, айнан: *Туман вакиллари йиғилишини бекор қ...* ёзилган.

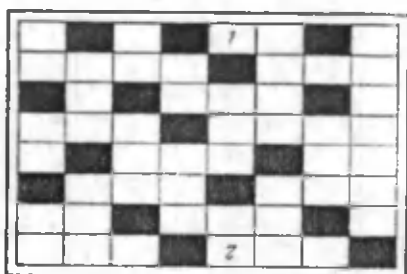
Ёзишни яна давом эттириш учун панжарани яна соат миллари бўйича чорак айланишга буриш керак. У барча ҳарфларни ёпади ва янги 16 бўш катакни очади. Уларда яна бир нечта сўз ёзилади ва хат 51-расмдаги кўринишни олади.

Ниҳоят, 4 рақами юқорида бўладиган панжаранинг охириги бурилиши бажарилади ва очилган 16 та тоза квадратчаларга хатнинг қолган қисми ёзилади. Учта фойдаланилмаган катакчалар *а, б, в* ҳарфлари билан хатда бўш катакча қолдирмаслик учун тўлдирилади.

Хат 52-расмда тасвирланган кўринишга эга бўлади.

Ундан бирор нарсани фаҳмлаб кўринг-чи! Майли хат полиция қўлига тушсин ҳам дейлик, майли полициячилар унда муҳим хабар яширинган деб қанча шубҳалансалар ҳам, барибир хат мазмунини улар фаҳмлай олмайдилар. Бегоналардан ҳеч бири ундаги биронта сўзни ҳам топа олмайди. Уни фақат жўнатувчи фойдаланган панжара сингари панжараси бор хатни олувчи ўқий олиши мумкин.

Бу махфий хатни олувчи қандай қилиб ўқийди? У панжарани хат устига 1 рақамини юқорига қилиб қўйиб, дарчаларда пайдо бўладиган ҳарфларни ёзиб олади. Бу хабарнинг биринчи 16 та ҳарфи бўлади. Кейин у панжарани буради ва унинг олдида кейинги 16 та ҳарф пайдо бўлади. Тўртинчи буришдан кейин бутун махфий хат ўқиб бўлинади.



53-расм. Почта карточкаси шаклидаги панжара.

1	2	3	4	13	9	5	7
5	6	7	8	14	10	6	2
9	10	11	12	15	11	7	3
13	14	15	16	16	12	8	4
4	8	12	16	16	15	14	13
3	7	11	15	12	11	10	9
2	6	10	14	8	7	6	5
1	5	9	13	4	3	2	1

54-расм. Бир квадратда тўрт миллиарддан ортиқ махфий панжара бор.

Квадрат панжара ўрнига кенг дарчали почта карточкаси шаклидаги тўғри тўртбурчак панжарадан фойдаланса бўлади (53-расм). Бундай панжара дарчаларига алоҳида ҳарфларни эмас, балки сўз қисмларини, ҳаттоки бутун сўзларни, агар улар сифса, ёзса бўлади. У ҳолда ёзув тушунарли бўлиб қолади, деб ўйламанг! Ҳеч хам! Гарчи алоҳида бўгинлар ва сўзлар кўринса ҳам, улар шундай тартибсиз аралашиб кетган бўладик, ундаги сир етарлича ишончли сақланган бўлади. Узунчоқ панжарани аввал бир қирраси билан юқорига, кейин қарама-қарши қирраси билан юқорига қилиб қўйилади; шундан сўнг уни чап томонга бурадилар ва қайтадан икки ҳолатдан фойдаланадилар. Ҳар янги ҳолатда панжара илгари ёзилганларнинг барчасини ёпади.

Агар фақат биттагина панжара мумкин бўлганида, у билан ёзишма ёзиш махфийлик томонидан ярамас эди. Полиция қўлида, албатта, бу ягона панжара бўларди ва сир дарҳол очилиб қолар эди. Бироқ, ҳамма иш шунда-да, турли панжаралар тузиш сони жуда катта ва қандай панжарадан фойдаланилганини умуман топиб бўлмайди.

64 катакли квадрат учун тайёрланиши мумкин бўлган барча панжаралар 54-расмда белгиланган. Дарчалар учун сиз исталган 16 катакни танлаб олишингиз мумкин, бунда фақат олинган катакчалар орасида иккита бир хил номерли катакчалар бўлмаслиги керак. Биз ҳозир фойдаланган панжара учун катакларнинг қуйидаги номерлари олинган эди:

2, 4, 5.  
 14  
 9, 11, 7  
 16  
 8, 15  
 3, 12  
 10, 6  
 13, 1

I	II
III	IV

55-расм.  
 54-расмга  
 схема.

Кўраяпсизки, ҳеч бир номер такрорланмайди.

Квадратдаги рақамларнинг жойлашиш системасини тушуниш қийин эмас (54-расм). У кўндаланг чизиклар билан 4 та кичик квадратларга бўлинади, уларни қулайлик учун рим рақамлари I, II, III, IV билан белгилаймиз (55-расм). I квадратда катаклар одатдаги тартибда номер-

ланган. II квадрат ўнгга чорак айланишга бурилган I квадратнинг ўзгинаси. Уни яна чорак бурилишга буриб, III квадратни оламиз; кейинги чорак бурилишга буриб IV квадрат олинади.

Турли панжаралардан нечтаси мавжуд бўлиши мумкинлигини математик йўл билан ҳисоблаймиз. 1-рақамли катакни (дарча сифатида) 4 та жойда олиш мумкин. Ҳар бир ҳолда 2-рақамли катакни, уни ҳам 4 та жойда олиб, қўшиб олиш мумкин. Шундай қилиб, иккита дарчани  $4 \cdot 4$  марта, яъни 16 усул билан белгилаш мумкин. Учта дарчани  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  усул билан олиш мумкин. Шу каби мулоҳаза юритиб, 16 дарчани 16 та тўртнинг кўпайтмаси, яъни  $4^{16}$  усул билан белгилаш мумкинлигини аниқлаймиз. Бу сон 4 миллиарддан ортиқ бўлади. Агар гарчи ҳисобимиз бир неча юз миллионга ошиб кетган деб ҳисобласак ҳам (чунки бир-бирига тегиб гурадиган дарчали панжаралардан фойдаланиш ноқулай бўлгани учун бу ҳолларни инкор этиш керак), шунда яна бир неча минг миллион панжара қолади — бутун бошли уммон, бундан эса керагини танлаб олишга умид йўқ. Бундай улкан сонни полиция ўзига бўйсундира олмайди.

**58. Панжарани қандай қилиб эслаб қолиш мумкин?** Ўз-ўзидан маълумки, ёзишманинг иккала иштирокчиси уларнинг панжаралари бегона қўлларга тушмаслиги учун

доимо эҳтиёт бўлишлари керак. Яхшиси панжараларни умуман сақламаслик керак, балки уларни хат олинганда тайёрлаб ва ёзишма ўқиб бўлинган заҳоти йўқотиш керак. Аммо дарчаларнинг жойлашишини қандай эслаб қолиш керак? Бу ерда бизга ёрдамга яна математика келади. Дарчаларни 1 рақами билан, панжаранинг қолган катакларини 0 рақами билан белгилаймиз. У ҳолда панжара катакларининг биринчи қатори шундай кўринишни олади (56-расм):

01010010

ёки олдиндаги нолни ташлаб юборсак,

1010010.

Иккинчи қатор, агар олдиндаги нолларни ташлаб юборилса, шундай белгиланади:

1000.

Қолган қаторлар қуйидаги кўринишларни олади:

10100010

10000

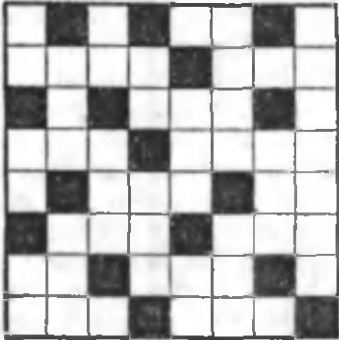
1000100

10001000

100010

10001.

Бу сонларни соддалаштириш учун, улар одатда фойдаланиладиган ўнлик системада эмас, балки «иккилик» системасида ёзилган деб ҳисоблаймиз. Бу эса бирлик

$82 = 01010010 =$	
$8 = 00001000 =$	
$162 = 10100010 =$	
$16 = 00010000 =$	
$68 = 01000100 =$	
$136 = 10001000 =$	
$34 = 00100010 =$	
$17 = 00010001 =$	

56-расм. Махфий панжарини арифметикалаштириш.

Ўзининг ўнг томонида турувчи қўшни бирликдан 10 марта эмас, балки икки марта катта демақдир. Сон охиридаги бир, одатдагидек, оддий бирни, охиридан олдиндаги бир иккини, охиридан учинчи бир — тўртни, тўртинчи ўриндагиси — саккизни, бешинчи ўриндагиси — 16 ни ва ҳ.к. ларни билдиради. Бундай тушунишда биринчи қатордаги дарчалар жойлашувини билдирувчи 1010010 сони оддий бирлардан

$$64 + 16 + 2 = 82$$

тасига эга, чунки ноллар шу хона бирликлари йўқлигини кўрсатади.

1000 сони (иккинчи қатор) ўнлик системада 8 сони билан алмаштирилади.

Қолган сонларни қуйидагилар билан алмаштириш керак бўлади:

$$128 + 32 + 2 = 162$$

$$64 + 4 = 68$$

$$128 + 8 = 136$$

$$32 + 2 = 34$$

$$16 + 1 = 17$$

82, 8, 162, 16, 68, 136, 34, 17 сонларини эслаб қолиш унчалик оғир эмас. Уларни билган ҳолда эса ҳамма вақт улардан ҳосил бўлган ва панжарада дарчалар жойлашишини тўғридан-тўғри кўрсатувчи бошланғич сонлар гуруҳини олиш мумкин.

Бунинг қандай бажарилишини биринчи сон — 82 мисолида кўрсатамиз. Уни унда нечта икки борлигини билиш учун иккига бўламиз; 41 ни оламиз; қолдиқ йўқ — демак, охирги ўринда оддий бирлар разрядида 0 бўлиши керак. Олинган иккилар сони 41 ни 2 га бўлиб, бизнинг сонимизда нечта тўртлар борлигини аниқлаймиз:

$$41 : 2 = 20, \text{ қолдиқ } 1.$$

Бу иккилар разрядида, яъни охиридан олдинги ўринда 1 рақами борлигини билдиради. Кейин 20 ни 2 га бўлиб, бизнинг сонимизда нечта саккиз борлигини биламиз:

$$20 : 2 = 10.$$

Қолдиқ йўқ. Демак тўртлар ўрнида 0 турибди.

10 ни 2 га бўламиз ва қолдиқсиз 5 ни оламиз: саккизлар ўрнига 0 ни қўямиз.

5 ни 2 га бўлишда ( $5 : 2$ ) 2 ни ва қолдиқда 1 ни оламиз: бу разрядда 1 рақами турибди. Ниҳоят, 2 ни 2 га бўламиз ва кейинги разрядда 0 ни, охириги разрядда 1 ни оламиз (бу разряд олтмиш тўртга мос келади).

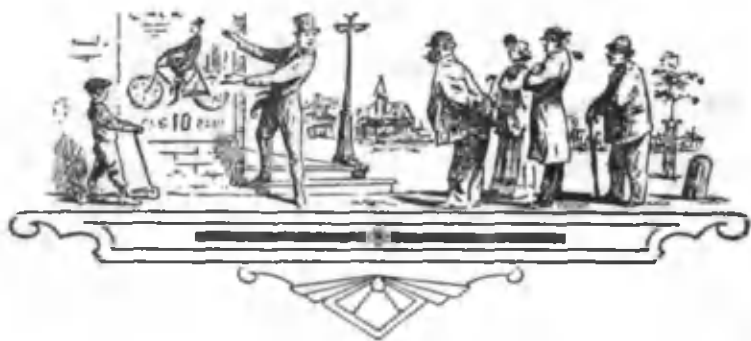
Шундай қилиб, қидирилаётган соннинг барча рақамлари топилди: 1010010. Бу ерда ҳаммаси бўлиб 7 та рақам, панжаранинг ҳар қаторида эса 8 та катак борлигидан равшанки, олдиндаги битта нол тушириб қолдирилган ва дарчалар жойлашуви биринчи қаторда

01010010

рақамлари билан аниқланади, яъни дарчалар 2-, 4- ва 7-ўринларда бор. Худди шу каби бошқа қатордаги дарчаларнинг жойлашувлари ўрнатилади.

Айтилганидек, махфий ёзишма ёзишнинг кўплаб турли системалари мавжуд. Биз панжара усулида тўхталганимизнинг боиси, у математика билан яқин туради ва турмушнинг математика татбиқ этиладиган томонлари хилма-хил эканлигини яна бир бор исботлайди.





## ЕТТИНЧИ БОБ

### УЛКАН СОНЛАР ҲАҚИДА ҲИКОЯЛАР

59. **Фойдали келишув.** Бу воқеа қачон ва қаерда бўлгани номаълум. Эҳтимол, умуман бўлмагандир: тўғрироғи бўлмаган бўлса керак. Аммо бу бўлганми ёки ўйлаб чиқилганми, унинг тарихини эшитиш жуда мароқли.

#### I

Миллионер-бой бир жойга бориб жуда хурсанд қайтди: унинг йўлида катта фойда бериши мумкин бўлган бахтли учрашув содир бўлди.

«Шунақа омадлар ҳам бўлар эканда, — ҳикоя қилар эди у уйдагиларига. — Пулга пул чопади деб бекорга айтишмас экан. Мана менинг ҳам пулимга пул чошиб келяпти. Қандай тасодиф! Йўлимда менга кўримсиз нотаниш бир одам учради. Менинг у билан гаплашишга иштиёқим ҳам йўқ эди, бироқ унинг ўзи менда молдунёнинг борлигини билгандек гап бошлади. Сухбат сўнгида шундай фойдали ишни таклиф этдики, дамим ичимга тушиб кетди.

— Шундай битим тузамиз, — деди. Мен бутун бир ой давомида ҳар куни сенга юз минг сўмдан олиб келаман. Албатта, текинга эмас, лекин тўлови арзимас. Биринчи куни битимга кўра — айтишга кулгили — бор-йўғи бир тийин тўлайман.

Мен кулоқларимга ишон-  
мадим:

— Бир тийин? — қайта  
сўрадим.

— Бир тийин. — деди у. —  
Иккинчи юз минг сўмга 2 ти-  
йин тўлайсан.

— Хўп, — дедим мен тоқат-  
сизлик билан. — Кейин- чи?

— Кейин: учинчи юз  
мингга 4 тийин, тўртинчисига  
8 тийин, бешинчисига 16  
тийин. Шундай аснода бир ой  
ҳар куни олдинги кундан  
икки марта кўп тўлайсан.

— Ундан кейинчи? —  
сўрайман мен.

— Бўлди, — дейди у, — бошқа ҳеч нарса талаб этмай-  
ман. Фақат битимга қатъий риоя қилиш: ҳар тонгда юз  
минг сўм олиб бораман, сен эса битимга кўра тўлайсан.  
Бир ойдан олдин тугатмайсан.

Юз мингларни тийинларга бераяпти. Агар пуллар  
қалбаки бўлмаса, бу одам соғ эмас. Бироқ, иш фойдали,  
уни қўлдан чиқариб бўлмайди.

— Майли, — дедим. — Пулларни олиб кел. Мен эса  
ўзимникини ўз вақтида тўлайман. Ўзинг, қараб тур, ал-  
дама: пулларни тўғри келтир.

— Ҳотиржам бўл, — дейди — эртага тонгда кут.

Бир нарсадан хавотирдаман: келармикин? Фойдасиз  
ишга қўл уриб кўйганини билиб қолиб, келмай қолсачи!  
Майли, эртани кутишга кўп вақт қолгани йўқ.



57-расм. «Бор-йўғи бир  
тийин...».

## II

Бир кун ўтди. Эрта тонгда бойнинг деразасини ўша  
йўлда учратган нотаниш одам коқди.

— Пулингни тайёрла. — деди. — Мен ўзимникини  
олиб келдим.

Ва, ҳақиқатда, уйга кирибоқ, ғалати одам пулларни  
ола бошлади — ҳақиқий, қалбаки эмас. Роппа-роса юз



58-расм. «Нотаниш дераза  
қоқди...».

минг сўм ҳисоблади ва деди:

— Мана меники битимга кўра.  
Энди сенинг тўлаш навбатинг.

Бой столга мис 1 тийинликни қўйди ва хавотирда меҳмон тангани оладими ёки ўз пулларини қайтиб оладими деб кутиб турди. Ташриф буюрувчи тангани текшириб, қўлида ўлчаб, халтасига беркитди.

— Эртага шу вақтда кут. Ҳа, икки тийин олиб қўйиш эсингдан чиқмасин. — деди у ва кетди.

Бой омадига ишонмасди: юз минг осмондан тушди! Яна қайтадан пулни ҳисоблади, калбаки эмаслигига яхшилаб ишонч ҳо-

сил қилди: ҳаммаси тўғри. Пулларни яхшилаб яширди ва эртанги тўловни кута бошлади.

Тунда уни шубҳа ўз домига олди: содда бўлиб кўринган қароқчи эмасмикан, пулни қаёққа яширганимни билиб олиб, кейин ўз тўдаси билан қўққисдан бостириб келмасмикан?

Бой эшикларни қаттиқ қилиб ёпди, кеч тушиши билан деразага қараб-қараб кўярди, қулоқ соларди. Анча маҳалгача ухлай олмади. Тонгда дераза тақиллади: нотаниш одам пул олиб келган эди. Юз мингни санаб берди. Ўзининг икки тийинини олди. Тангани халтасига яширди ва хайрлашувда:

— Эртага тўрт тийинни, тайёрлаб қўй, — деди ва кетди.

Бой яна хурсанд: иккинчи юз минг текинга келди. Меҳмон эса ўғрига ўхшамайди: ҳар томонга қарамайди, ҳеч нарсани искамайди, фақат ўзининг тийинларини талаб этади. Тентак! Дунёда бунақалар кўп бўлса, ақлли одамлар яхши яшарди...

Нотаниш одам учинчи кун ҳам келди — учинчи юз минг бойга тўрт тийинга тушди.

Яна бир кун ўтди ва худди шундай тўртинчи юз минг — 8 тийинга тушди.

Бешинчи юз минг келди — 16 тийинга.

Кейин олтинчиси — 32 тийинга.

Келишув бошланган етти кун  
ўтгандан сўнг бизнинг бойимиз  
етти юз минг сўм олди. Тўловга  
эса арзимаган пул берди:

1 тий. + 2 тий. + 4 тий. + 8 тий.  
+ 16 тий. +  
+ 32 тий. + 64 тий. = 1 сўм 27  
тий.

Бу ҳол очкўз миллионерга ёқиб  
қолди ва у фақат бир ойга  
шартлашганларига ачина бошлади. Чунки уч миллион-  
дан ортиқ олиб бўлмасди. Тентакни муддатни ҳеч бўл-  
маса яна ярим ойга чўзишга кўндирсинмикин? Хаво-  
тирли: пулни бекорга бераётганини фаҳмлаб қолиши  
мумкин...

Нотаниш одам эса мунтазам ҳар тонгда ўзининг юз  
минги билан пайдо бўлар эди. У 8-куни 1 сўм 28 тийин,  
9-куни — 2 сўм 56 тийин, 10-куни — 5 сўм 12 тийин, 11-  
куни — 10 сўм 24 тийин, 12-куни — 20 сўм 48 тийин, 13-  
куни — 40 сўм 96 тийин, 14-куни — 81 сўм 92 тийин  
олди.

Бой мамнуният билан бу пулларни тўлар эди: ахир  
у бир миллион 400 минг сўм олган, нотаниш одамга  
эса бор-йўғи бир юз эллик сўм атрофида берган эди.

Бойнинг хурсандчилиги узоққа чўзилмади: у яқин  
орада бу ғалати меҳмон содда эмас ва у билан тузилган  
шартнома туюлганидек унчалик фойдали эмаслигини  
фаҳмлай бошлади. 15 кун ўтгандан сўнг навбатдаги юз  
минг учун энди тийинлар эмас, юзлаб сўмлар тўлашга  
тўғри келди ва тўлов даҳшатли тарзда тез ортиб борар  
эди.

Ҳақиқатда бой ойнанинг иккинчи ярмида қуйидагича  
тўлади:

15-юз минг сўм учун	163 сўм 84 тийин
16-юз минг сўм учун	327 сўм 68 тийин
17-юз минг сўм учун	655 сўм 36 тийин
18-юз минг сўм учун	1310 сўм 72 тийин
19-юз минг сўм учун	2621 сўм 44 тийин



59-расм. «Юз минг  
осмондан тушди».

Шундай бўлса ҳам бой ҳали ўзини кўп зиён кўрмаган деб ҳисобларди, гарчи беш минг сўмдан зиёд пул тўлаган бўлса ҳам, бироқ 1800 минг сўм олган эди.

Фойда, бироқ, кун сайин камаяр, шу билан бирга жуда тез ва тез суръатда камаярди.

Мана кейинги тўловлар:

20-юз минг сўм учун	5242 сўм 88 тийин
21-юз минг сўм учун	10485 сўм 88 тийин
22-юз минг сўм учун	20971 сўм 52 тийин
23-юз мииг сўм учун	41943 сўм 04 тийин
24-юз минг сўм учун	83886 сўм 08 тийин
25-юз минг сўм учун	167772 сўм 16 тийин
26-юз минг сўм учун	335644 сўм 32 тийин
27-юз минг сўм учун	671088 сўм 64 тийин

Энди олишга қараганда кўпроқ тўлашга тўғри келмоқда эди. Шу ерда тўхталса яхши бўларди, лекин шартномани бузиб бўлмайди.

Кейин яна ҳам ёмонлашди. Миллионер нотаниш одам уни қақшатгич алдаганини ва унинг ўзи тўлаганидан кўра кўп пул олишини жуда кеч тушунди.

28-кундан бошлаб, бой миллионлаб тўлов тўлаши керак эди. Охирги икки кун эса уни ниҳоят хонавайрон қилди. Мана бу улкан тўловлар:

28-юз минг сўм учун	1342177 сўм 28 тийин
29-юз минг сўм учун	2684354 сўм 56 тийин
30-юз минг сўм учун	5368709 сўм 12 тийин

Меҳмон охирги марта кетганидан кейин, биринчи қарашда арзон туюлган уч миллион сўм унга қанчага тушганини миллионер ҳисоблаб кўрди. Маълум бўлдики, нотанишга

10 737 418 сўм 23 тийин тўланган. Сал кам 11 миллион!.. Лекин ахир ҳаммаси 1 тийиндан бошланган эди-ку. Нотаниш одам уч юз минг сўмдан олиб келганда ҳам фойда қилар эди.



60-расм. Нотаниш уни чув туширди.

### III

Бу воқеани тугатишдан олдин бизнинг миллионери-мизнинг зиёнларини ҳисоблашни қандай тезлаштириш мумкин бўлган усулини кўрсатаман: бошқача айтганда — сонлар қаторини қўшишни тезроқ бажаришни кўрсатаман:

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + \text{ва ҳ.к.}$$

Бу сонларнинг қуйидаги хусусиятини сезиш қийин эмас:

$$1 = 1$$

$$2 = 1 + 1$$

$$4 = (1 + 2) + 1$$

$$8 = (1 + 2 + 4) + 1$$

$$16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1$$

$$32 = (1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1 \text{ ва ҳ. к.}$$

Кўрамизки, бу қаторнинг ҳар бир сони биргаликда олинган барча аввалги сонлар ҳамда плюс бирга тенг. Шунинг учун, бундай қаторнинг барча сонларини қўшиш керак бўлганда, масалан, 1 дан 32768 гача, охириги сонга фақат аввалгиларнинг барча йиғиндисини, бошқача айтганда — бири кам охириги сонни (32768 — 1) қўшамиз. Натижада 65535 ни оламиз.

Бу усул билан, бой охириги марта қанча тўлаганини билган ҳолда, у кўрган зарарни ҳисоблай олишимиз мумкин. Унинг охириги тўлови 5 368 709 сўм 12 тийин эди. Шунинг учун 5 368 709 сўм 12 тийинга 5 368 709 сўм 11 тийинни қўшиб, қидирилаётган натижани топамиз: 10 737 418 сўм 23 тийин.

**60. Шаҳар миш-мишлари.** Шаҳарда миш-мишлар қандай тез тарқалиши одамни жуда ажаблантиради! Баъзан бир неча киши кўрган бирор ҳодисанинг содир бўлишига икки соат ўтмасидан, бу янгилик бутун шаҳарга тарқалади: ҳамма у ҳақида билади, ҳамма уни эшитади. Ноодатий бу тезлик ҳайратланарли, жумбоқли туюлади.

Бироқ, агар бу ишга ҳисоб-китоб билан ёндошилса, бу ерда ҳеч қандай ажабланарли нарса йўқлиги равшан бўлади: ҳаммаси — миш-мишларнинг сирли хусусиятлари билан эмас, балки сонларнинг хоссалари билан тушунтирилади.

Мисол учун шундай ҳодисани кўриб чиқамиз.



61-расм. Пойтахт яшовчиси қизиқ янгилик олиб келди.

Пойтахтдан узоқроқдаги 50000 аҳолиси бор шаҳарчага эрталаб соат 8 да пойтахтда яшовчи бир одам янги, ҳаммага қизиқ бўлган янгилик олиб келди. Келган одам тўхтаган уйда фақат шу ерда яшовчи уч кишига янгиликни етказди: бунга, айтайлик, чорак соат кетган.

Шундай қилиб, эрталабки соат  $8\frac{1}{4}$  да бу янгилик шаҳарчадаги тўрт кишига: пойтахтдан келган кишига ва учта маҳаллий кишига маълум эди.

Бу янгиликдан хабардор бўлган уч фуқародан ҳар бири яна учта бошқа фуқарога бу янгиликни ҳикоя қилиб беришга шошилди. Бу яна чорак соат талаб этди. Демак, янгиликнинг шаҳарга кириб келишидан ярим соатдан сўнг у ҳақда энди  $4 + (3 \cdot 3) = 13$  киши билар эди.

Бу янгиликдан хабардор 9 кишидан ҳар бири яқин чорак соат ичида яна 3 кишига бу хабарни етказди. Демак, эрталабки соат  $8\frac{3}{4}$  да бу янгилик

$$13 + (3 \cdot 9) = 40$$

кишига маълум бўлди.

Агар янгилик шаҳарчада кейин ҳам шундай алфозда тарқалса, яъни янгиликдан хабардор бўлган ҳар бир киши чорак соатда уни яна 3 ҳамшаҳарига етказишга улгурса, у ҳолда шаҳарликларнинг янгиликдан хабардор бўлишлари қуйидагича содир бўлади:

соат 9 да янгиликни  $40 + (3 \cdot 27) = 121$  киши,

соат  $9\frac{1}{4}$  да янгиликни  $121 + (3 \cdot 81) = 364$  киши,

соат  $9\frac{1}{2}$  да янгиликни  $364 + (3 \cdot 243) = 1093$  киши.

Шаҳарчада янгиликнинг биринчи бор пайдо бўлганидан бир ярим соатдан кейин, кўрамизки, уни ҳаммаси бўлиб 1100 атрофидаги киши биледи. Бу, 50000 аҳолиси бўлган шаҳар учун камдек туюлади. Янгилик ҳали-бери ҳамма аҳолига маълум бўлмайди, деб ўйлаш мумкин. Бироқ, миш-мишнинг кейин қандай тарқалишини кузатамиз:

соат  $9\frac{3}{4}$  да янгиликни  $1093 + (3 \cdot 729) = 3280$  киши,

соат 10 да янгиликни  $3280 + (3 \cdot 2187) = 9841$  киши

билган.

Яна чорак соатдан сўнг шаҳарнинг ярим аҳолисидан кўпи янгиликдан хабардор бўлади:

$$9841 + (3 \cdot 6561) = 29524.$$

Ва, демак, 10.30 бўлмасдан шаҳарчанинг барча аҳолиси соат 8 да фақат бир кишига маълум бўлган янгиликдан хабардор бўлади.



62-расм. Ҳар бир киши яна 3 кишига айтди.



63-расм. 10.30 да барча аҳоли янгиликдан хабардор бўлади.

## II

Юқоридаги ҳисоб қандай бажарилганини таҳлил қиламиз. У қуйидаги сонлар қаторини қўшишимиздан иборат:

$$1 + 3 + (3 \cdot 3) + (3 \cdot 3 \cdot 3) + (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \text{ ва ҳ. к.}$$





64-расм. Миш-мишнинг тарқалиш йўли.

Бу йиғиндининг қийматини қисқароқ қилиб, яъни аввалроқ  $1+2+4+8$  ва ҳ.к. сонлар қатори йиғиндисини топганимиздек топишимиз мумкин эмасми? Буни қилиш мумкин, агар бу ерда қўшилувчи сонларнинг қуйидаги хусусиятини эътиборга олсак:

$$1 = 1$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1$$

$$9 = (1 + 3) \cdot 2 + 1$$

$$27 = (1 + 3 + 9) \cdot 2 + 1$$

$$81 = (1 + 3 + 9 + 27) \cdot 2 + 1 \text{ ва ҳ.к.}$$

Бошқача айтганда: бу қаторнинг ҳар бир сони аввалги сонлар йиғиндисининг иккилангани плюс бирга тенг.

Бундан, агар бизнинг қаторимизнинг 1 дан бирор сонгача барча сонлари йиғиндисини топиш керак бўлса, бу охириги сонга унинг ярмини (аввалроқ охириги сондан бирни ташлаб юбориб) қўшиш кераклиги келиб чиқади. Масалан,

$1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$  сонлар йиғиндисини  $729 + 728$  нинг ярми, яъни  $729 + 364 = 1093$  га тенг.

### III

Бизнинг ҳолимизда янгиликни билган ҳар бир яшовчи уни фақат уч кишига етказган. Бироқ, агар шаҳар аҳолиси яна ҳам гапдонроқ бўлганларида ва эшитган янгиликларини 3 кишига эмас, масалан, бошқа 5 та ёки, ҳаттоки, 10 кишига етказганларида, албатта, хабар яна ҳам тезроқ тарқалар эди. Масалан, 5 кишига етказилганида, шаҳарнинг бу янгиликдан хабардорлик сурати қуйидагича бўлар эди:

соат 8 да .....	= 1 киши
соат $8\frac{1}{4}$ да .....	$1 + 5 = 6$ киши
соат $8\frac{1}{2}$ да .....	$6 + (5 \cdot 5) = 31$ киши
соат $8\frac{3}{4}$ да .....	$31 + (25 \cdot 5) = 156$ киши
соат 9 да .....	$156 + (125 \cdot 5) = 781$ киши
соат $9\frac{1}{4}$ да .....	$781 + (625 \cdot 5) = 3906$ киши
соат $9\frac{1}{2}$ да .....	$3906 + (3125 \cdot 5) = 19531$ киши.

Соат  $9\frac{3}{4}$  дан олдин янгилик 50 минглик шаҳарнинг барча аҳолисига маълум бўлар эди.

Агар янгиликни эшитган ҳар бир киши уни 10 та бошқа одамга етказганида хабар яна ҳам тезроқ тарқалар эди. У ҳолда сонларнинг қуйидаги қизиқарли тез ўсувчи қаторини оламиз:

соат 8 да .....	1
соат $8\frac{1}{4}$ да .....	$1 + 10 = 11$
соат $8\frac{1}{2}$ да .....	$11 + 100 = 111$
соат $8\frac{3}{4}$ да .....	$111 + 1000 = 1111$
соат 9 да .....	$1111 + 10000 = 11111$

Бу қаторнинг кейинги сони, равшанки, 111 111 – бу шуни кўрсатадики, бутун шаҳар янгиликни соат 9 нинг бошидаёқ билиб бўлади. Янгилик бир соатга яқин вақтда тарқалади!

**62. Арзон велосипедлар кўчкиси.** 19 асрнинг бошларида чет элда, эҳтимол ҳозир ҳам топилади, – тадбиркорлар одатда ўртача сифатдаги ўз молларини ўзига хос сотиш усулини ишга солардилар. Ишни машҳур газета ва журналларда қуйидаги мазмундаги рекламаларни эълон қилишдан бошлар эдилар:

### **10 сўмга велосипед!**

*Ҳар бир одам фақат 10 сўм сарфлаб ўзига велосипед сотиб олиши мумкин.*

*Кам учрайдиган ҳодисадан фойдаланиб қолинг.*

**50 СЎМ ЎРНИГА – 10 СЎМ.**

*Харид шартлари текинга юборилади.*

Кўпчилик одамлар, албатта, ўзига тортувчи бу эълонга қизиқиб қолиб, ноодатий харид шартларини жўна-

тишларини сўрардилар. Талабга жавоб сифатида улар барчаси батафсил баён этилган проспектни олардилар, қайсидан қуйидагиларни билиб олардилар.

10 сўмга ҳозирча велосипеднинг ўзини эмас, балки ўзининг тўртта танишига 10 сўмдан сотиш керак бўлган 4 та чиптагина юборилар эди. Шундай қилиб, йиғилган 40 сўм фирмага жўнатилад ва шундангина велосипед юборилар эди, демак, у харидорга ҳақиқатда бор-йўғи 10 сўмга тушар эди, ахир қолган 40 сўм унинг чўнтагидан тўланмас эди. Тўғри, нақд 10 сўм тўлашдан ташқари, велосипедни харид қилувчи танишларига билетни сотишда баъзи-бир оворагарчиликка учрарди, лекин бу кичик меҳнат ҳисобга кирмасди.

Бу қандай билетлар эди? Уларни 10 сўмга сотиб олган харидор қандай наф кўрарди? У фирмадан бу билетни худди шундай 5 та билетга алмаштириш ҳуқуқини олар эди; бошқа сўз билан айтганда, велосипед сотиб олиш учун 50 сўм йиғиш имкониятига эга бўларди, ва бундан, у велосипед унга фақат 10 сўмга, яъни билет нархига тушар эди. Билетларнинг янги эгалари ўз навбатида фирмадан кейинги тарқатиш учун 5 та дан билет олар эдилар ва ҳ.к.

Биринчи қарашда бунда ҳеч қандай алдов йўқ. Рекламадаги ваъда бажарилаётган эди: велосипед ҳақиқатда 10 сўмга тушаётган эди. Фирма ҳам зиён кўрмаётган эди — у ўз маҳсулоти учун унинг тўлиқ нархини олаётган эди.

Ҳақиқатда эса бу иш — шубҳасиз фирибгарликдир. Бизда «кўчки» ёки французларда «юмалоқланган қор» деб аталган бу қаллоблик билет сотиб олиб, кейинчалик уларни сота олмаган кўплаб иштирокчиларининг зиён кўришига олиб келди. Ана ўшалар фирмага велосипеднинг 50 сўмлик нархи билан тўланган 10 сўм ўртасидаги фарқни тўлар эдилар. Эртами-кечми, шубҳасиз шундай вақт келар эдики, билет эгалари уларни сотиб олувчиларни топа олмай қолардилар. Буни албатта содир бўлишини, қўлингизда қалам билан кўчкига жалб этилаётган одамлар сонини қандай тезликда ўсишини кузатиб, бироз меҳнат сарф қилиб, тушуниб оласиз.

Фирмадан тўғри ўз билетларини олган харидорларнинг биринчи гуруҳи одатда харидорларни осонлик би-

лан топадилар: бу гуруҳнинг ҳар бир аъзоси янги тўрт иштирокчини билет билан таъминлайди.

Бу тўрт киши ўз билетларини  $4 \cdot 5$ , яъни 20 кишига, уларни бундай хариднинг фойдалигига ишонтириб сотишлари керак. Айтайлик, бунинг уддасидан чиқилди ва яна 20 харидор бунга жалб этилди.

Кўчки ҳаракатда яна давом этади. Билетларнинг 20 та янги эгалари яна  $20 \cdot 5 = 100$  та бошқа кишиларни билетлар билан таъминлашлари керак.

Кўчки «асосчилар»ининг ҳар бири ҳозиргача унинг домига  $1+4+20+100=125$  кишини тортиб олди, улардан 25 таси велосипедга эга, 100 таси эса 10 сўм тўлаб, фақат уни олиш умидига эга.

Энди кўчки ўзаро таниш одамларнинг тор доирасидан ташқарига чиқади ва шаҳар бўйича тарқала бошлайди. У ерда эса янги «материал»ни топиш тобора қийинлашиб боради. Билетларнинг охириги 100 та эгаси худди шундай билетлар билан яна 500 кишини таъминлаши керак, ўз навбатида эса улар билетлар билан яна 2500 янги қурбонни таъминлашларига тўғри келади. Шаҳар жуда тезлик билан билетларга тўлади ва уларни сотиб олувчи талабгорни қидириб топиш амри маҳол бўлиб қолади.

Кўраяписизки, кўчкига жалб этилган одамлар сони юқорида биз янгиликнинг тарқалиши ҳақидаги суҳбатимизда учраган қонун бўйича ўсади. Бу ҳолда ҳосил бўладиган сонлар пирамидаси қуйидагичадир:

1
4
20
100
500
2500
12500
62500

Агар шаҳар катта бўлса ва велосипедда ўтира оладиган аҳолиси  $62\frac{1}{2}$  мингтани ташкил этса, унда кўрилаётган моментда, яъни 8 «турда» кўчки сўниши керак. Бу қаллоблик ҳаммани ўз домига тортди. Бироқ, уларнинг фақат  $\frac{1}{5}$  қисмигина велосипедга, қолган  $\frac{4}{5}$  қисми эса

қўлида ҳеч кимга сотиб бўлмайдиган билетларга эга бўлади.

Яна ҳам кўп сонли аҳолиси бор шаҳар, ҳаттоки ҳозирги замонда миллионлаб аҳолига эга бўлган пойтахт-марказда бу фирибгарлик учун тўйиниш вақти бир неча турдан кейингина келади, холос, чунки кўчкидаги сонлар ниҳоятда тез ўсади. Мана бизнинг сонлар пирамида-дамизнинг кейинги поғоналари:

312 500  
1 562 500  
7 812 500  
39 062 500

12-турда кўраяпсизки, кўчки ўзига бутун бошли давлатни тортиши мумкин эди. Ва бу аҳолининг 4/5 қисми кўчкининг ташкилотчиларидан алданадилар.

Фирма кўчкини яратиб нимага эришишига яқун ясаймиз. У аҳолининг 4/5 қисмини қолган 1/5 аҳолининг харид қиладиган молининг тўловини тўлашга мажбур этади: бошқача айтганда, тўрт фуқарони бешинчисига сахийлик қилишига мажбур этади. Бундан ташқари, фирма мутлақо текинга, унинг маҳсулотини ғайрат билан тарқатувчиларнинг кўп сонли штатига эга бўлади. Ёзувчиларимиздан бири бу қаллобликни «ўзаро бир-бирини чув тушириш кўчкиси» сифатида тўғри характерлаб беради\*. Бу душвор ҳаракат орқасида беркинган сонли девқомат арифметик ҳисоб-китобдан фойдаланиб, қаллобларнинг тажовузидан ўз фойдаларини асрай олмайдиганларни жазолайди.

**62. Мукофот.** Ривоятга кўра, кўп асрлар илгари қадимги Римда мана қандай воқеа содир бўлган\*\*.

## I

Саркарда Теренций император буйруғига кўра, голибона юришни амалга ошириб, Римга катта ўлжалар билан қайтди. Пойтахтга қайтиб, у император ҳузурига киритишларини сўради.

\* И.И. Ясинский.

\*\* Ҳикоя Англиянинг бир хусусий китоб омборига тегишли қадимги лотин қўлёзмасидан эркин тарзда берилган.

Император мулойимлик билан саркардани қабул қилди, империяга хизмати учун юракдан миннатдорчилик билдирди ва мукофот сифатида сенатда юқори ўринлардан бирини беришга ваъда берди.

Аммо Теренцийга бу керакмас эди. У эътироз билдирди:

— Сенинг қудратингни юқорига кўтаришга ва номингни шараф билан ўраш учун, ҳокон, мен кўплаб ғалабаларга эришдим. Мен ўлимдан кўрқмадим ва менда бир эмас, кўп жон бўлганда ҳам, уларни сенга фидо қилар эдим. Лекин мен жанг қилишдан чарчадим; ёшлик ўтди, томирларимда қон илгаридек жўш урмаяпти. Аждодларим уйида дам олиш ва сокин уй ҳаётидан шодланиш вақти етди.

— Мендан нимани хоҳлар эдинг, Теренций? — сўради император.

— Марҳаматинг ила менга қулоқ сол, ҳоқон! Кўп йиллик ҳарбий ҳаётимда кундан-кун қиличимни қизил қонга белаб, мен ўзимни моддий жиҳатдан таъминлай олмадим. Мен камбағалман, ҳоқон...

— Давом эт, довюрак Теренций.

— Агар камтар хизматкорингга мукофот бермоқчи бўлсанг, — давом этди руҳланган саркарда, — сенинг ҳимматинг менга уйимда йиллар давомида тўкинликда яшашга ёрдам берсин. Мен қудратли сенатдан юқори лавозим ва иззат-икром қидирмаяпман. Мен ҳоқимият ва жамоавий ҳаётдан тинчликда дам олиш учун йироқлашишни хоҳлар эдим. Ҳоқон, умримнинг қолган қисмини таъминлаш учун менга пул бер.

Император, хабар қилади ривоят, ўз сахийлиги билан ажралиб турмасди. У ўзи учун пул тўплашни яхши кўрарди ва уларни бошқаларга зиқналик билан сарф қилар эди. Саркарданинг илтимоси уни ўйлашга мажбур этди.

— Қандай суммани, Теренций, ўзинг учун етарли деб биласан?

— Миллион динорни. ҳоқон.

Император яна ўйланиб қолди. Саркарда бошини эгган ҳолда кутарди. Ниҳоят император гапга тушди:

— Жасоратли Теренций! Сен буюк жангчисан ва сенинг шонли қаҳрамонликларинг мукофотга лойиқ.

Мен сенга бойлик бераман. Эртага тушда сен менинг қароримни эшитасан.

Теренций таъзим бажо айлади ва ташқарига чиқиб кетди.

## II

Эртасига белгиланган соатда саркарда император саройида пайдо бўлди.

— Салом сенга, довьюрак Теренций! — деди император. Теренций итоаткорона бошини эгди.

— Мен сенинг қарорингни эшитиш учун келдим, ҳоқон. Сен мени илтифотли мукофотлашингни ваъда қилган эдинг.

Император жавоб берди:

— Сенга ўхшаган шундай олийҳиммат сипоҳ ўз қаҳрамонлиги учун арзимаган мукофот олишини истамайман. Менинг газнамда 5 миллион мис брасс\* ётибди. Энди менинг сўзларимга қулоқ сол. Сен газнамга кирасан, қўлингга битта тангани оласан, шу ерга қайтасан ва оёқларим остига қўясан. Келгуси куни яна газнага борасан, 2 брассга тенг танга оласан ва биринчи танга ёнига қўясан. Учинчи куни 4 брасс турувчи тангани, тўртинчи куни 8 брасс турувчи тангани, бешинчи куни 16 ва кейинчалик танганинг қийматини ҳамма вақт икки марта орттириб олиб келаверасан. Мен ҳар куни сен учун керакли қийматдаги тангани тайёрлашга буйруқ бераман. Сен тангани кўтаришга кучинг етгунча уларни газнамдан олиб чиқаверасан. Сенга ҳеч кимнинг ёрдам беришга ҳаққи йўқ; сен фақат ўз кучингдан фойдаланишинг керак. Тангани энди кўтараолмай қолганинг заҳоти тўхта: шартимиз шу ерда тугайди, аммо сен олиб чиқишга муяссар бўлган тангалар сенга қолади ва сенга мукофот бўлиб хизмат қилади.

Теренций императорнинг ҳар бир сўзини жон қулоғи билан тинглади. Унга газнадан олиб чиқидигани бири-биридан катта, улкан кўп танга бўлиб туюлди.

— Мен сенинг илтифотингдан қаноатландим, ҳоқон — жавоб берди у шодиёна жилмайиш билан. — Ҳақиқатдан ҳам сенинг мукофотинг саҳоватли!

---

\* Динорнинг бешдан бирига тенг майда танга.

Теренцийнинг ҳар куни давлат газнасига қатнаши бошланди. Газна императорнинг қабул қилиш залидан унча узоқ бўлмаган жойда жойлашган эди ва тангалар билан биринчи утишлар Теренцийга кўп ҳам қийин бўлмади.

Биринчи куни у газнадан бор-йўғи бир брасс олиб чиқди. Бу кўндаланг узунлиги 21 мм ва оғирлиги 5 г бўлган кичкина танга эди.

Иккинчи, учинчи, тўртинчи, бешинчи ва олтинчи ўтишлар ҳам энгил бўлди, бунда саркарда танганинг иккиланган, учланган, саккизланган, ўнолтиланган ва ўттиз иккиланган оғирлиги қийматидаги тангани олиб чиқди.

Еттинчи танга ҳозирги замон ўлчамлари бўйича 320 грамм ва кўндаланг узунлиги  $8\frac{1}{2}$  см (аниқроғи 84 мм) га эга эди\*.

Саккизинчи куни Теренцийга газнадан 128 тангаларга тенг танга олиб чиқишга тўғри келди. Унинг оғирлиги 640 г ва кенглиги  $10\frac{1}{2}$  см эди.

Тўққизинчи куни Теренций император залига 256 тангаларга тенг танга олиб келди. Унинг кўндаланг узунлиги 13 см ва оғирлиги  $1\frac{1}{4}$  кг га тенг эди.



65-расм. Биринчи танга.

66-расм. Еттинчи танга.

67-расм. Тўққизинчи танга.

\* Агар танга ҳажми бўйича одатдагидан 64 марта катта бўлса, у бор-йўғи 4 марта кенгроқ ва қалинроқдир, чунки  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ . Ҳикояда айтилаётган тангалар ўлчамларини кейинги ҳисоблашда буни эътиборга олиш керак.



Ўн иккинчи куни танганинг кўндаланг узунлиги деярли 27 см га ва оғирлиги  $10\frac{1}{4}$  кг га етди.

Шу пайтгача саркардага меҳрибонлик билан қараган император, энди уз хурсандлигини яширмасди. У 12 ўтиш қилинганини кўрди, газнадан эса ҳаммаси бўлиб фақат 2000 дан бироз ортиқ мис танга олиб чиқилган эи.

Ун учинчи кун қўрқмас Теренцийга 4096 тангага тенг танга берди. У кўндаланг узунликда 34 см атрофида, оғирлиги эса  $20\frac{1}{2}$  кг эди.

Ўн тўртинчи куни Теренций газначиликдан 41 кг оғирликда ва 42 см га яқин кенгликдаги тангани олиб чиқди.

– Чарчамадингми менинг қўрқмас Теренцийим? – сўради император ўз кулгусини зўрға тийиб.

– Йўқ, менинг ҳоқоним, – хўмрайиб жавоб берди саркарда пешонасидаги терни арта туриб.

Ўн бешинчи кун келди. Бу гал Теренцийнинг юки оғир эди. У император томонга 16 384 тангадан тузилган оғир тангани кўтарганча судралиб борарди. У 53 см кенликка ва оғирлиги 80 кг га – гавдали жангчи оғирлигига етди.



68-расм. Ўн биринчи танга.



69-расм. Ўн учинчи танга.



70-расм. Ўн бешинчи танга.



71-расм.  
Ўн олтинчи  
танга.



72-расм. Ўн сттинчи  
танга.



73-расм. Ўн саккизинчи  
танга.

Ўн олтинчи куни саркарда унинг елкасида ётган оғир юк остида каловланиб борарди. Бу 32 768 бирлик тангага тенг ва 164 кг оғирликка эга танга эди. Унинг кундаланг узунлиги 67 см га етарди.

Саркарда ҳолдан тойган ва оғир нафас оларди. Император жилмаяр эди...

Келгуси кун императорнинг қабул залига Теренций келганида у қаттиқ кулги билан кугиб олинган эди. У энди юкини кўлида кўтара олмас эди, шунинг учун тангани юмалатиб чиқди. Танганинг кундаланг узунлиги 84 см ва оғирлиги 328 кг эди. У 65 536 танга оғирлигига тенг эди.

Ўн саккизинчи кун Теренцийнинг охирги бойиш куни эди. Шу кундан унинг газнага келиши ва юк билан император залига кириши тугади. Унга бу гал 131 072 бирлик тангага мос танга олиб кетишга тўғри келди. Унинг кундаланг узунлиги бир метрдан узунроқ ва оғирлиги 655 кг эди. Ўзининг найзасидан ричаг сифатида фойдаланиб Теренций улкан кучаниш билан зўр-базўр уни залга юмалатиб келди. Улкан танга тарақлаб император оёғи остига ағанади. Теренций бутунлай ҳолдан тойган эди.

— Бошқа қила олмайман... Етар, — пичирлади у.

Император мамнунлик кулгисини ўз хийласининг тўлиқ муваффақиятини кўра туриб зўр қийинчилик билан босди. У газначига Теренций қабул залига қанча брасс олиб чиққанини ҳисоблашни буюрди.

Газначи вазифани бажарди ва деди:

– Ҳокон, сенинг сахийлигинг туфайли ғолиб жангчи Теренций мукофот учун 262 143 брасс олди.

Шундай қилиб, зиқна император саркарда Теренцийга сўраган миллион динарийнинг 20 дан бир қисмига яқинини берди.

\* \* \*

Ҳазначининг ҳисобини, шу билан бирга тангалар оғирлигини текшираимиз. Теренций олиб чиққан тангалари қуйидагича:

1-кун	1 брасс,	оғирлиги	5 г
2-кун	2 брасс,	оғирлиги	10 г
3-кун	4 брасс,	оғирлиги	20 г
4-кун	8 брасс,	оғирлиги	40 г
5-кун	16 брасс,	оғирлиги	80 г
6-кун	32 брасс,	оғирлиги	160 г
7-кун	64 брасс,	оғирлиги	320 г
8-кун	128 брасс,	оғирлиги	640 г
9-кун	256 брасс,	оғирлиги	1 кг 280 г
10-кун	512 брасс,	оғирлиги	2 кг 560 г
11-кун	1024 брасс,	оғирлиги	5 кг 120 г
12-кун	2048 брасс,	оғирлиги	10 кг 240 г
13-кун	4096 брасс,	оғирлиги	20 кг 480 г
14-кун	8192 брасс,	оғирлиги	40 кг 960 г
15-кун	16384 брасс,	оғирлиги	81 кг 920 г
16-кун	32768 брасс,	оғирлиги	163 кг 840 г
17-кун	65536 брасс,	оғирлиги	327 кг 680 г
18-кун	131072 брасс,	оғирлиги	655 кг 360 г.

Биз бундай қаторлар сонлари йиғиндисини осон ҳисоблаш усулини биламиз: иккинчи устун (яъни брасслар сони берилган устун) учун у, 86-бетда кўрсатилган қоидага кўра, 262 143 га тенг. Теренций императордан бир миллион динарий, яъни 5 000 000 брасс сўраган эди. Демак, у сўраганидан

$$5\,000\,000 : 262\,143 = 19$$

марта кам пул олди.

**63. Шахмат тахтаси ҳақида афсона.** Шахмат – энг қадимги ўйинлардан бири. У кўп асрлардан бери мавжуд бўлиб, жуда кўп вақт ўтганлиги учун у билан ростлигини текшириб бўлмайдиган нақллар боғланган. Шунга ўхшаш афсоналардан бирини мен ҳикоя қилиб бермоқ-

чиман. Уни тушуниш учун шахмат ўйнашни билиш шарт эмас: ўйин 64 катак навбатма-навбат қора ва оққа бўлинган тахтада ўйналишини билиш етарли.

## I

Шахмат ўйини Ҳиндистонда ўйлаб топилган эди ва у билан ҳинд шоҳи Шерам танишганидан кейин, у бу ўйиннинг донолиги ва ундаги мумкин бўлган ҳолатларнинг турли-туманлигига қойил қолган эди. Ўйин унинг фуқароларидан бири томонидан кашф қилинганини билиб, шоҳ уни омадли кашфиёти учун шахсан мукофотлаш мақсадида чақиришларига буйруқ берди.

Ихтирочи, уни Сета деб атардилар, ҳукмдор тахти ёнида муҳайё бўлди. Бу камтарона кийинган, ўз яшаши учун ўқувчиларидан маблағ оладиган олим эди.

— Сета, мен сени ўйлаб топган ўйиннинг учун муносиб равишда тақдирламоқчиман, — деди шоҳ.

Донишманд таъзим қилди.

— Мен сенинг хоҳлаган талабингни бажариш учун етарлича бойман, — давом этди шоҳ, — сени қаноатлантирадиган мукофотни айт, сен уни оласан.

Сета сукут сақларди.

— Кўрқма, — далда берди унга шоҳ. — Ўз тилагингни айт. Уни бажариш учун мен ҳеч нарсани аямайман.

— Ҳимматинг улуғ, ҳукмдор. Аммо жавобни ўйлаб олиш учун муҳлат бер. Эртага пишиқ фикрлаб, мен сенга ўз илтимосимни хабар қиламан.

Эртасига тахт пиллапояларига яна қайтган Сета ўз илтимосининг мислсиз камтарлиги билан шоҳни ажаблантирди.

— Ҳукмдор, — деди Сета, — шахмат тахтаси биринчи катаги учун менга битта бугдой дони беришга буйруқ бер.

— Оддий бугдой доними? — ҳайрон бўлди шоҳ.

— Ҳа, ҳукмрон. Иккинчи катак учун 2 та, учинчи катакка 4 та, тўртинчисига — 8 та, бешинчисига — 16 та, олтинчисига — 32 та донни ва ҳ.к. беришга буйруқ бер.

— Етар, — ғазаб билан унинг гапини бўлди шоҳ. — Истагингга мувофиқ барча 64 катак учун сен донларингни оласан: ҳар бир катакка олдингисидан икки баробар кўп. Аммо билиб қўй, сенинг илтимосинг менинг илтифотимга мос эмас. Бундай арзимас мукофотни сўраб,



74-расм. «Иккинчи катак учун икки дона буғдой беришга буюр».

сен менинг марҳаматимга беҳурматлик билан менсимай қараяпсан. Ҳолбуки, устоз сифатида, ўз ҳукмдоринг марҳаматига ҳурматнинг яхшироқ намунасини кўрсатишинг мумкин эди. Боравер. Хизматкорларим сенга донли қопингни олиб чиқиб беришади.

Сета кулимсиради, зални тарк этди ва сарой дарвозаси олдида кута бошлади.



75-расм. «Сарой дарвозаси олдида кута бошлади».

## II

Тушлик пайтида шоҳ шахмат кашфиётчиси ҳақида эслаб қолди ва тентак Сета ўзининг арзимаган мукофотини олиб кетган-кетмаганлигини билиб келиш учун хизматкорларини жўнатди.

— Ҳукмдор, — жавоб бўлди, — сенинг буйруғинг бажарилаяпти. Сарой ҳисобчилари бериладиган донлар сонини ҳисобляптилар.



76-расм. «Ҳисобчилар тинмасдан ишляптилар».

Шоҳ қошларини чимирди. У буйруқлари шундай секин бажарилишига кўникмаган эди. Кечкурун, уйқуга кетар экан, шоҳ Сета ўзининг донли қопи билан сарой деворларини қачон тарк этганини билмоқчи бўлди.

— Ҳукмдор, — жавоб бердилар унга, — сенинг ҳисобчиларинг тинмасдан ишляптилар ва тонггача ҳисобни тугатишга умид қилишмоқда.

— Нима учун бу ишда сусткашлик қилмоқдалар? — газаб билан сўради шоҳ. — Эртага, мен уйғонгунимча, охирги донгача барча дон Сетага берилиши керак. Мен икки марта буйруқ бермайман.

Эрта билан шоҳга сарой математикларининг каттаси муҳим хабарни айтиши кераклигини илтимос қилганини айтишди.

Шоҳ уни олиб киришга буйруқ берди.

— Ўз ишинг ҳақида айтишдан олдин, — эълон қилди Шерам. — Сетага ўзига эп кўрган арзимас мукофоти берилдими, йўқми, шуни эшитмоқчиман.

— Шунинг учун сенинг олдингга эрта билан келишга журъат этдим, — жавоб берди чол. — Биз виждонан Сета олмоқчи бўлган ҳамма дон миқдорини ҳисоблаб чиқдик. Бу сон шундай улканки...

— Қандай катта бўлмасин, — шу заҳоти гапини бўлди шоҳ, — менинг галла омборларимдаги дон камайиб қолмайди. Мукофот ваъда қилинган ва берилиши керак...



77-расм. «Барча қуруқ ерларни экин майдонларига айлантиришга буйруқ бер».

— Бундай истакларни бажариш сенинг ҳукмингда эмас, ҳукмдор. Сенинг ҳамма омборларингда ҳам Сета талаб этган бундай сондаги дон йўқ. Бутун давлат омборларида ҳам шунча бугдой йўқ. Ер юзида ҳам шунча дон топилмайди. Ва агар дарҳол ваъда қилинган мукофотни беришни истасанг салтанатингнинг барча қуруқ ерини экин майдонларига айлантиришга буйруқ бер, денгиз ва океанларни қуритишга буйруқ бер, узоқ шимолдаги саҳроларини қоплаб ётган қор ва музларни эритишга буйруқ бер. Уларнинг бутун юзасига дон экилсин. Бу майдонларда униб чиқадиган барча донни Сетага беришга буйруқ бер. Шунда у ўз мукофотини олади.

Шоҳ ҳайратланиб қариянинг сўзларини эшитди.

— Бу даҳшатли сонни менга айт, — деди у хаёлга чўмиб.

— Ўн саккиз квинтильон тўрт юз қирқ олти квадратильон етти юз қирқ тўрт триллион етмиш уч биллион етти юз тўққиз миллион беш юз эллик бир минг олти юз ўн беш дона бугдой, эй ҳукмдорим!

### Ш

Афсона ана шундай. Бу ерда айтилганлар ҳақиқатда бўлганми-бўлмаганми, номаълум, лекин ривоятда айтилган мукофот миқдори шундай сон билан ифодаланиши керак, бунга сиз бардош билан ҳисоблаш орқали ишонч ҳосил қилишингиз мумкин. Бирдан бошлаб, қуйидаги сонларни қўшиш керак: 1, 2, 4, 8, 16 ва ҳ.к.

63 марта иккилантириш натижаси ихтирочига 64-катак учун қанча дон берилишини кўрсатади. 86-бетда тушунтирилганидек иш тутиб, биз берилиши керак бўлган донлар йиғиндисини охириг соннинг икки бараварини олиб, ундан бирни айириб, осонликча топамиз. Демак, ҳисоб 64 та 2 ни кетма-кет кўпайтиришдан иборат бўлади:

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  ва ҳ. к. 64 марта.

Ҳисоблашни осонлаштириш учун бу 64 кўпайтувчини ҳар бирида 10 та икки бўлган 6 гуруҳга ва 4 та икки бўлган яна бир гуруҳга ажратамиз. 10 та иккининг кўпайтмаси, осон ишонч ҳосил қилиш мумкин, 1024 га, 4 та иккининг кўпайтмаси 16 га тенг. Демак, қидирилаётган натижа:

$1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 16$  га тенг.

1024 ни 1024 га кўпайтириб 1 048 576 ни оламиз.

Энди

$1\ 048\ 576 \cdot 1\ 048\ 576 \cdot 1\ 048\ 576$

ни топиб, натижадан бирни айириш қолади ва бизга донларнинг қидирилаётган сони

$18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615$

маълум бўлади.

Агар сиз бу соннинг нақадар катталигини тасаввур қилишни истасангиз, шунча миқдордаги донни сиғдириш учун қандай катталиқдаги омбор кераклигини чамалаб кўринг. Маълумки, бир метр куб бугдойда 15 миллион донага яқин дон бўлади. Демак, шахмат ихтирочиси мукофоти 12 000 000 000 000 метр куб ёки 12 000 км куб ҳажми эгаллаши керак бўлар эди. Агар омборнинг баландлиги 4 м ва кенглиги 100 м бўлгандаги узунлиги 300 000 000 км га, яъни Ердаи Куёшгача бўлган масофадан икки марта катта узунликка чўзилиши керак эди!

Ҳинд шоҳи бунга ўхшаш мукофотни беришга қодир эмас эди. Аммо у агар кучли математик бўлганида бундай қарздан осонликча қутилиши мумкин эди. Бунинг учун у Сетага олиши керак бўлган бугдой донларини ўзи бирма-бир санаб олишини таклиф қилиши керак эди, холос.





78-расм. «Омбор қуёшдан ҳам нарига  
чўзилиб кетган бўлар эди».

Ҳақиқатан ҳам, Сета ҳисоблашга киришиб, агар секундига бир дона буғдой санаб узлуксиз туну-кун ҳисоб олиб борганида, у биринчи суткада бор йўғи 86 400 га донни санаб оларди. Бир миллион буғдой донини санаб олиш учун 10 суткадан кам бўлмаган муддат тинимсиз ҳисоблашига тўғри келар эди. Бир метр куб буғдойни у тахминан ярим йилда ҳисоблаб олар эди: бу эса атиги 5 чорак\* бўлар эди. 10 йил давомида узлуксиз ҳисоблаб у ўзига 100 чоракдан кўп бўлмаган донни ҳисоблаб оларди. Кўраяпсизки, қолган умрининг ҳаммасини ҳисоблашга сарф қилиб, Сета ўзи талаб этган мукофотнинг фақат арзимаган кичик қисмини олган бўлар эди.

**64. Тез кўпайиш.** Пишган кўкнори боши кичик донлар билан тўла бўлади: ҳар бирдан бутун бошли ўсимлик ўсиб чиқиши мумкин. Агар ҳар бир уруғ униб чиқса, қанча кўкнори ҳосил бўлади? Бунни билиш учун бир бош кўкноридаги уруғларни ҳисоблаш керак. Зерикарли иш, лекин натижа шундай қизиқки, бунинг учун сабр қилиш ва ҳисобни охиригача олиб бориш керак бўлади. Маълум бўлишича, бир бош кўкнори (яхлит сон билан олинганда) 3000 уруғга эга.

Бундан нима хулоса келиб чиқади? Хулоса шуки, кўкнори ўсимлиги атрофида экин битадиган етарли ер майдони бўлса, ҳар бир тушган уруғ ўсимлик бериб, келгуси ёзда бу жойда 3000 кўкнори ўсиб чиқарди. Бир бош кўкноридан бутун бошли кўкнори даласи!

\* Чорак (четверть) — сочилувчан жисмлар учун эски ҳажм ўлчов бирлиги. тахминан 0,209 м<sup>3</sup> га тенг.

Бундан кейин нима бўлишига бир назар солайлик. Ҳар бир 3000 туп кўкнори 3000 та уруғи бор камида биттадан (кўпинча бир нечтадан) бош беради. Етилган ҳар бир бош уруғлари янги 3000 туп ўсимлик беради ва шундай қилиб, иккинчи йили бизда

$$3\ 000 \cdot 3\ 000 = 9\ 000\ 000$$

дан кам бўлмаган ўсимлик бўлади.

Учинчи йили биттагина кўкнори боши берган наслари сони нечтага етишини осонлик билан ҳисоблаш мумкин:

$$9\ 000\ 000 \cdot 3\ 000 = \\ = 27\ 000\ 000\ 000$$

Тўртинчи йили эса

$$27\ 000\ 000\ 000 \cdot 3\ 000 = 81\ 000\ 000\ 000\ 000$$

тупни ташкил этади. Бешинчи йили кўкнорига ер шари тор бўлиб қолади, чунки ўсимлик сони

$81\ 000\ 000\ 000\ 000 \cdot 3\ 000 = 243\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$  дона бўлади, қуруқлик юзаси эса, яъни ер шарининг ҳамма материғи ва ороллари фақат 135 миллион километр квадратни, яъни 135 000 000 000 000 метр квадратни ташкил этади, бу эса тахминан ўсиб чиқиши мумкин бўлган кўкнори тупи сонидан 2000 марта кам.

Кўраяпсизки, агар кўкнорининг барча уруғлари ўсиб чиққанда эди, бир ўсимлик авлоди беш йил ичида ер шари ҳамма қуруқ юзасининг ҳар бир метр квадратини икки минг ўсимликли зич чакалакзор бўлиб қоплаб олар эди. Кичкина кўкнори уруғида қандай баҳайбат сон яширинган!

Шундай ҳисобни кўкнори учун эмас, камроқ уруғ берадиган ўсимлик учун бажарилганда ҳам, биз шундай натижага келамиз, аммо унинг авлоди ҳамма Ер юзасини беш йилда эмас, бироз кўпроқ муддатда қоплар эди. Мисол учун, момақаймоқни оламиз. У ҳар йили юзга



79-расм. Агар ҳамма уруғ кўкариб чиқса, қанча кўкнор ҳосил бўлади?

яқин уруғ беради. Агар уларнинг барчаси унганда эди биз қуйидагига эга бўлар эдик:

1 йилда .....	1 ўсимлик
2 йилда .....	100 ўсимлик
3 йилда .....	10 000 ўсимлик
4 йилда .....	1 000 000 ўсимлик
5 йилда .....	100 000 000 ўсимлик
6 йилда .....	10 000 000 000 ўсимлик
7 йилда .....	1 000 000 000 000 ўсимлик
8 йилда .....	100 000 000 000 000 ўсимлик
9 йилда .....	10 000 000 000 000 000 ўсимлик.



80-расм. Бир туп  
момақаймоқ ҳар йили  
100 тача уруғ беради.

Бу миқдор бутун қуруқлик-  
даги мавжуд метр квадратлар  
сонидан 70 марта кўп.

Демак, 9-йили ер шари ма-  
терикларининг ҳар метр квад-  
ратида 70 тадан момақаймоқ  
бўлар эди.

Нима учун ҳақиқатда биз  
бундай ҳаддан ташқари кўпа-  
йиш суратини кузатмаймиз?  
Чунки уруғларнинг улкан сони  
ўсимлик бермасдан нобуд  
бўлади: улар ё мос келадиган  
тупроққа тушмайди ёки бутун-  
лай ўсиб чиқмайди ёки ўсиши  
давомида бошқа ўсимликлар  
томонидан бўғилади ёки, ни-

ҳоят, ҳайвонлар томонидан йўқ қилинади. Лекин агар  
уруғлик ва ўсимталарни бу оммавий қирғини бўлмаган-  
нида эди, ҳар бир ўсимлик қисқа вақтда сайёрамизнинг  
барча ерини тўлиқ қоплар эди.

Бу нафақат ўсимликларга, ҳатто ҳайвонлар учун ҳам  
тааллуқлидир. Ўлим бўлмаганида исталган ҳайвоннинг  
бир жуфтидан тарқаган авлодлари эртами-кечми Ерни  
тўлдириб юборарди. Улкан майдонларни қоплаган чи-  
гиртка тўдаси, бизга агар ўлим тирик мавжудотнинг  
кўпайишига тўсқинлиқ қилмаганида нима бўлиши мум-  
кинлиги ҳақида бирмунча тасаввурни бериши мумкин.



81-расм. Осмон юзи эса қуш ва ҳашаротларнинг кўплигидан хира бўлиб қолар эди.

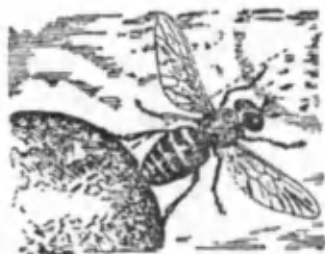
Қандайдир йигирма-ўттиз йил ичида қитъалар ўгиб бўлмас зич ўрмонлар ва чўллар билан қопланиб, улар ўзаро жой учун курашаётган миллионлаб ҳайвонлар билан гиж-гиж қопланар эди. Океанлар балиқ билан шундай зич тўлар эдики, кемалар юриши мумкин бўлмай қоларди. Осмон юзи эса қуш ва ҳашаротларнинг кўплигидан хира бўлиб қолар эди.

Мисол сифатида ҳаммага маълум хона пашшасининг қандай тез кўпайишини кўриб чиқамиз. Айтайлик, ҳар бир пашша 120 та тухум қўйсин ва ёз давомида пашшаларнинг 7 насли пайдо бўлишига улгурсин, уларнинг ярми – урғочи. Биринчи тухум қўйиш бошини 15 апрель деб оламиз ва урғочи пашша 20 кун ичида ўзи тухум қўядиган даражада улғаяди, деб ҳисоблаймиз. У ҳолда кўпайиш шундай содир бўлади:

15 апрель – урғочи пашша 120 тухум қўйди; майнинг бошида – 120 та пашша чиқди, улардан 60 таси урғочи;

5 май – ҳар бир урғочи 120 та тухум қўяди; майнинг ўртасида –  $60 \cdot 120 = 7200$  та пашша чиқади, улардан 3600 таси урғочи;

25 май – 3600 урғочи пашшанинг ҳар бири 120 тадан тухум қўяди, июнь бошида –  $3600 \cdot 120 = 432000$  пашша чиқади, улардан 216000 таси урғочи;



82-расм. Бир пашшадан бир ёзда тарқалган насл бир чизиққа тизилса, узунлиги Ердан Урангача етар эди.

14 июнь — 216000 та урғочи пашшанинг ҳар бири 120 тадан тухум қўяди; июнь охирида — 25 920 000 та пашша чиқади, улардан 12 960 000 таси урғочи;

5 июль — 12 960 000 та урғочи 120 тадан тухум қўяди; июлда — 1 555 200 000 та пашша чиқади, улар орасидан 777 600 000 таси урғочи;

25 июль — 93 312 000 000 та пашша чиқади, улардан

46 656 000 000 таси урғочи;

13 август — 5 598 720 000 000 та пашша чиқади, улар орасидан 2 799 360 000 000 таси урғочи;

1 сентябрь — 355 923 200 000 000 та пашша чиқади.

Бир жуфт пашшадан ҳеч қандай қаршилиққа учрамай бир ёз давомида урчиши мумкин бўлган пашшаларнинг нақадар улкан массасини аниқроқ тасаввур этиш учун, уларни кетма-кет бир тўғри чизиққа сафланган деб, фараз қилайлик. Битта пашшанинг узунлиги 5 мм бўлганидан, бу пашшалар 2500 млн. км га — Ердан Қуёшгача бўлган масофадан 18 марта узун масофага (яъни тахминан, Ердан олисдаги Уран сайёрасигача) чўзилган бўлар эдилар...

Сўзимиз охирида, қулай шароитларга тушган жониворларнинг мисли кўрилмаган тез кўпайишларининг ҳақиқатда бўлган бир нечта мисолларини келтирамиз.

Америкада авваллари чумчуқлар бўлмаган. Бизда одатдаги бу қушча Қўшма Штатларга у ерда зарарли ҳашаротларни қириш мақсадида киритилган эди. Чумчуқ, маълумки, боғ ва полизларга зарар келтирувчи ебтўймас қурт ва бошқа ҳашаротларни кўплаб териб ейди. Янги шароит — чумчуқларга ёқиб қолди: Америкада бу қушларни қирувчи йиртқичлар йўқ эди ва чумчуқ тез кўпая бошлади. Зарарли ҳашаротлар миқдори сезиларли камая бошлади, аммо тез орада чумчуқлар шундай тез кўпая бошладик, ейишга қурт-қумурсқалар етишмаганидан ўсимликларни еб, экинларни қириб



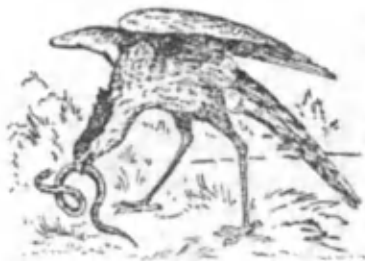
83-расм. Австралияни куён галалари босиб кетган эди.

ташлай бошладилар. Гавай оролларида эса улар барча майда кушларни сиқиб чиқардилар. Чумчуқлар билан курашишга тўғри келди; бу кураш америкаликларга шундай қимматга тушдики, кейинчалик Америкага ҳар қандай жониворларни олиб киришни ман қилувчи қонун чиқарилган.

*Иккинчи мисол.* Австралияда, бу материк европаликлар томонидан очилган вақтда, куён йўқ эди. Куён у ерга XVIII асрда олиб келинган ва у ерда уларни еювчи йиртқичлар бўлмаганликлари туфайли бу кемиривчилар ҳаддан ташқари тез суръат билан кўпая борган. Тез орада куёнлар галаси бутун Австралияни босиб кетди. Улар қишлоқ хўжалигига даҳшатли зарар келтириб, ҳақиқий фалокатга айланди.

Қишлоқ хўжалигига келган бу офат билан курашиш учун катта маблағ сарфланган эди ва фақат кучли ва ғайратли чоралар билан бу балони енгишга эришилди. Шунга ўхшаш воқеа кейинчалик Калифорниядаги куёнлар билан ҳам содир бўлди.

Учинчи ибратли воқеа Ямайка оролида бўлиб ўтди. Бу ерда заҳарли илонлар мўл-кўлликда яшарди. Улардан қутулиш учун оролга заҳарли илонларни шиддатли қирувчи мирзоқуш (илонхўр)ларни олиб келишга қарор қилинди. Илонлар сони, ҳақиқатда, тез орала камайди, лекин илгари илонлар еган дала каламушлари ниҳоятда



84-расм. Мирзоқуш — илонлар кушандаси.

кўпайиб кетди. Каламушлар шакарқамиш майдонларига шундай зарар келтирар эдики, уларни қириш ҳақида жиддий ўйлашга тўғри келди. Каламушларнинг душмани ҳинд мангусти эканлиги маълум. Оролга 4 жуфт бу жониворни олиб келишга ва уларга эркин кўпайиш учун имкон беришга қарор қилинди.

Мангустрлар янги ватанларига яхши мослашдилар ва тезда бутун оролга ёйилиб кетдилар. Ўн йил ўтмасдан улар каламушларни деярли қириб ташладилар. Аммо, афсус каламушларни қириб бўлиб, дуч келган нарсани еб, бошқа жонзотларнинг кушандасига айландилар: кучукларга, улоқларга, чўчқаларга, паррандаларга ва уларнинг тухумига ташлана бошладилар. Улар яна ҳам кўпайиб кетиб, мевали боғларга, буғдой далаларига, плантацияларга ҳужум қила бошладилар. Аҳоли ўзларининг яқиндагина ўзига иттифоқчи бўлган бу жонзотларни йўқотишни бошладилар, лекин улар мангустрлар келтирадиган зарарнинг маълум қисмини камайтиришгагина муяссар бўлдилар.

**65. Текин тушлик.** Ўнта ўспирин ўрта мактабни битирганликларини нишонлаш учун ресторанда кичкина зиёфат ўтказишга қарор қилдилар. Ҳамма йиғилиб, биринчи овқат тортилгандан сўнг стол атрофида қандай тартибда ўтириш ҳақида баҳслашиб колдилар. Бирлари алфавит бўйича, бошқалари ёшга, учинчилари фанлардан улгуриш даражасига, тўртинчилари бўйларига қараб жойлашишни таклиф этдилар. Баҳс чўзилиб кетди, суяқ овқат совида, стол атрофида ҳеч ким ўтирмади. Уларни куйидаги таклиф билан мурожаат қилган официант келиштирди:

— Менинг ёш дўстларим, ўз баҳсларингизни кўйинг. Стол атрофида ким қандай хоҳласа шундай ўтирсин ва мени тингланг.



85-расм. Стол атрофига ким қандай хоҳласа шундай ўтирсин.

Ҳамма пала-партиш ўтирди. Официант давом этди:  
 – Сиздан бирингиз ҳозир қандай тартибда ўтирган бўлсангиз шунга ёзиб қўйсин. Эртага сиз яна шу ерга овқатлангани келасиз ва энди бошқа тартибда жойлашасиз. Индинга яна янги тартибда ўтирасиз ва ҳ.к, токи ҳамма мумкин бўлган жойлашишларни амалда қўрмагунингизга қадар. Яна худди бугунгидек ўтириш навбати келганда, тантанали ваъда бераман, унда мен сизларни энг лаззатли овқатлар билан ҳар куни текинга меҳмон қилишни бошлайман.

Таклиф ёқди. Ҳар куни бу ресторанда йиғилишга ва тезроқ текин овқатдан фойдаланишни бошлаш учун стол атрофида жойлашишнинг ҳамма усуллари текшириб куришга қарор қилишди.

Бироқ, уларга бу кунни кўриш насиб этмади. Бу официантнинг ваъдасини бажармагани учун эмас, балки стол атрофида мумкин бўлган жойлаштиришлар сони-



86-расм. Уларга текин овқат насиб этмади.



нинг жуда ҳам катталигидандир. У кўп эмас, кам эмас — 3 628 800 та. Бундай сондаги кунлар деярли 10 000 йилни ташкил этишини ҳисоблаш қийин эмас!

Сизга 10 киши шундай катта сондаги турли усуллар билан жой алмаштириши мумкин эмасдек туюлади. Ҳисобни ўзингиз текшириб кўринг.

Авваламбор, ўрин алмаштиришлар сонини аниқлашни ўрганиб олиш керак. Соддалик учун ҳисобни кам сонли предметлардан — учта предметдан бошлаймиз. Уларни А, Б ва В деб атаймиз.

Биз нечта усул билан бирини бошқасининг ўрнига қўйиш мумкинлигини билишни хоҳлаймиз. Куйидагича



87-расм. Иккита буюмни фақат икки усулда жойлаштириш мумкин.

мулоҳаза юритамиз. Агар ҳозирча В буюмни четга чиқариб қўйсак, қолган иккитасини фақат икки усулда жойлаштириш мумкин.

Энди В нарсани бу жуфтликнинг ҳар бирига қўшамиз. Биз буни уч ҳолатда бажаришимиз мумкин:

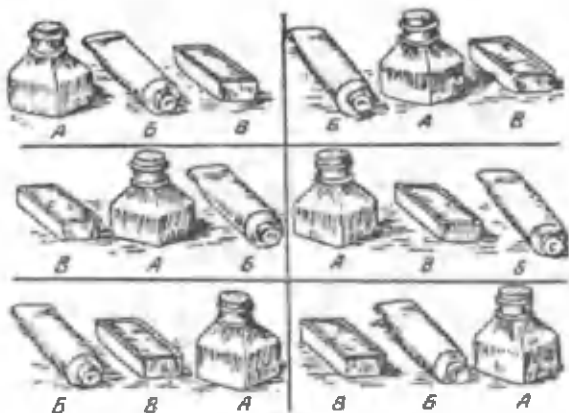
- 1) В ни жуфтликнинг кетига жойлаштириш;
- 2) В ни жуфтликнинг олдига жойлаштириш;
- 3) В ни жуфтлик орасига жойлаштириш мумкин.

В буюм учун, равшанки, бу уч ҳолатдан бошқа ҳолат бўлиши мумкин эмас. Бизда АВ ва БА икки жуфтлик бўлгани учун буюмларни жойлаштиришнинг барча усуллари

$$2 \cdot 3 = 6 \text{ та бўлади.}$$

Бу усуллар 88-расмда кўрсатилган.

Давом этамиз, энди 4 та нарса учун ҳисобни бажарамиз. Айтайлик, бизда 4 та нарса А, Б, В ва Г бор. Ҳозирча яна бир нарсани, масалан Г ни, четга олиб қўямиз, қолган учтаси билан мумкин бўлган барча ўрин алмаштиришларни бажарамиз. Биз биламизки, бу алмашти-



87-расм. Учта нарсани олти усул билан жойлаштириш мумкин

ришлар сони — 6 та. Тўртинчи нарса Г ни 6 та учликнинг хар бирига нечта усул билан бирлаштириш мумкин? Равшанки, тўртта усул билан куйидагича қўйиш мумкин:

- 1) Г ни учликнинг кетига;
- 2) Г ни учликнинг олдига;
- 3) Г ни 1- ва 2- нарсалар орасига;
- 4) Г ни 2- ва 3- нарсалар орасига. Шундай қилиб, ҳаммаси бўлиб

$$6 \cdot 4 = 24$$

ўрин алмаштиришни оламиз;  $6 = 2 \cdot 3$ ,  $2 = 1 \cdot 2$  бўлгани учун барча ўрин алмаштиришлар сонини

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

кўпайтма кўринишида тасвирлаш мумкин.

Худди шундай мулоҳаза юритиб, 5 та нарса бўлган учун ўрин алмаштиришлар сони

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 \text{ га}$$

тенглигини биламиз. 6 предмет учун:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720 \text{ ва ҳ.к.}$$

Энди 10 та овқатланувчи ҳолатга қайтамыз. Бу ердаги мумкин бўлган ўрин алмаштиришлар сони

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$$

кўпайтмани ҳисоблаб чиқсак, аниқланади. Шунда юқорида кўрсатилган сон олинади:

$$3\ 628\ 800.$$

Агар 10 овқатланувчидан 5 таси қиз бўлганида ва улар йигитлар билан навбатлашиб ёнма-ён ўтиришни истаганларида, ҳисоб яна ҳам мураккаброқ тус оларди. Гарчи мумкин бўлган ўрин алмаштиришлар сони бу ерда анча камроқ бўлгани билан уни ҳисоблаш анча қийин.

Айтайлик, стол ёнига йигитлардан бири хоҳлаган тарзда ўтирсин. Қолган тўрт йигит ўз ораларида қизлар учун бўш стуллар қолдириб,  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$  та турли усул билан ўтиришлари мумкин. Ҳамма стуллар сони 10 та бўлгани учун биринчи йигит 10 хил усулда ўтириши мумкин, демак, йигитлар учун барча жой алмашишлар сони  $10 \cdot 24 = 240$  та.

Йигитлар орасидаги бўш стулларга 5 та қиз неча хил усул билан ўтиришлари мумкин? Равшанки,  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$  усулда. Йигитларнинг 240 ҳолатидан ҳар бирини қизларнинг 120 ҳолатидан ҳар бири билан бирикмалар ҳосил қилиб, мумкин бўлган барча жойлаштиришлар сонини оламиз:

$$240 \cdot 120 = 28\ 800.$$

Бу сон аввалги сондан анча кичик ва сал кам 79 йил талаб қилади. Ресторанга келадиган ёшлар башарти юз йил яшаганларида эди, улар официантнинг ўзидан бўлмаса ҳам, унинг ворисларидан текин овқат ундиришлари мумкин эди

Биз ўрин алмаштиришлар сонини ҳисоблашни билиб олган ҳолда, энди «15» ўйини қутчасидаги шашкаларнинг мумкин бўлган турли жойлашишлар сонининг қанчалигини топишимиз мумкин\*. Бошқача айтганда, бу, ўйин таклиф қилиши мумкин бўлган барча масалалар сонини беради. Осон тушуниш мумкинки, ҳисоб 15 та предметнинг ўрин алмаштириш сонини топишга келади. Биламизки, бунинг учун

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 14 \cdot 15$$

кўпайтиришни бажариш керак. Ҳисоблаш

\* Бунда буш катак доимо пастки ўнг бурчакда қолиши керак.

ни беради, яъни триллиондан кўп.

Шу жуда катта сондаги масалаларнинг ярми ечилмасдир. Демак, бу ўйиннинг 600 миллиарддан ортиқ ечилмас варианты бор. Бундан ўйиннинг катта сондаги ечиб бўлмас ҳолларининг мавжудлиги ҳақида билмаган одамларни ўзига қамраб олган «15» ўйинига берилиш эпидемиясини қисман тушунса бўлади,

Яна шуни айтишимиз мумкинки, агар ҳар секундда шашкаларга янги ҳолат бериш мумкинлиги тахмин қилинса, мумкин бўлган барча ҳолатларни синаб кўриш учун кеча-кундуз сурункасига тинимсиз ишлаганда 40000 дан ортиқ йил талаб этилар эди.

Ўрин алмаштиришлар сони ҳақидаги суҳбатимизни тугатар эканмиз, мактаб ҳаётидаги доир шундай масалани ечамиз.

Синфда 25 та ўқувчи бор. Уларни парталарга неча усулда ўтказиш мумкин?

Бу масаланинг ечимини топиш юқорида барча айтилганларни ўзлаштирганлар учун қийин эмас: шундай 25 та сонни кўпайтириш керак:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25.$$

Математика кўп ҳисоблашларни қисқартириш усуларини кўрсатиб беради, бироқ хозир юқорида келтирилганга ўхшаш ҳисобларни енгиллаштиришни билмайди. Бу барча сонларни бирма-бир кўпайтиришдан бошқа бу ҳисоблашнинг аниқ бажаришнинг бошқа усули йўқ. Фақат кўпайтувчиларни тегишли тарзда гуруҳлаб ҳисоблаш вақтни бироз қисқартиришга имкон беради. Натижа 26 рақамдан иборат жуда катта сон бўлади, унинг катталигини тасаввур қилишга бизнинг онгимиз ожизлик қилади. Мана бу сон:

$$15\ 511\ 210\ 043\ 330\ 985\ 984\ 000\ 000.$$

Шу вақтгача бизга учраган сонлардан — бу, албатта, энг каттаси ва у бошқа сонларга қараганда «улкан сон» номи билан аталишга ҳақлидир. Ер шарининг барча океанларидаги ва денгизларидаги майда томчилар сони ҳам бу ниҳоятда катта сон олдида жуда кичкина сон бўлиб қолади.

**66. Тангаларни бир жойдан бошқа жойга тахлаш.** Болалигимда акам менга, эсимда, тангалар билан боғлиқ қизиқарли ўйинни кўрсатган эди. Учта ликопчани ёнма-ён қўйиб, энг чеккадагисига 5 та танга қўйди: тагига бир сўмликни, унинг устига — эллик тийинликни, унинг юқорисига йигирма тийинликни, кейин беш тийинликни ва энг юқорисига икки тийинликни қўйди. Бу тангаларни учинчи ликопчага қуйидаги учта қоидага риоя қилиб кўчириш керак. Биринчи қоида: бир кўчиришда фақат битта танга кўчирилади. Иккинчи қоида: катта тангани кичик танга устига қўймаслик керак. Учинчи қоида: икки қоидага риоя қилган ҳолда, вақтинча иккинчи ликопчага тангаларни қўйиб туриши мумкин, бироқ ўйин охирида тангалар дастлабки тартибдагидек учинчи ликопчада бўлиши лозим. Қоидалар, кўраяпсанки, қийин эмас. Энди ишга кириш.

Мен кўчиришга киришдим. Икки тийинликни учинчи ликопчага, беш тийинликни ўртадагига қўйдим ва ўйланиб қолдим. Йигирма тийинликни қаерга қўйиш керак? Ахир у икки ва беш тийинликдан катта-ку.

— Хўш? — деди акам. — Икки тийинликни ўртадаги ликопчага, беш тийинликнинг устига қўй. Шунда йигирма тийинлик учун учинчи ликопча бўшайди.

Мен шундай қилдим ҳам. Бироқ кейин — яна янги қийинчилик. Эллик тийинликни қаерга қўйиш керак? Лекин мен тез фаҳмладим: аввал йигирма тийинликни биринчи ликопчага, ўн беш тийинликни учинчи ликопчага ва кейин икки тийинликни учинчи ликопчага ўтказдим. Энди эллик тийинликни ўртадаги бўш ликопчага қўйиш мумкин. Кейин, бир нечта ўрин алмаштиришлардан сўнг бир сўмлик тангани биринчи ликопчадан кўчиришга ва, ниҳоят, тангаларнинг барчасини учинчи ликопчада йиғишга муваффақ бўлдим.

— Сен нечта кўчириш бажардинг? — сўради акам бажарган ишимни маъқуллаб.

— Санамадим.

— Кел ҳисоблаб кўрамлиқ. Мақсадга энг кам сонли йўл билан эришишни билиш қизиқ-ку. Агар тангалар 5 та эмас, 2 та — ўн беш ва ўн тийинликдан иборат бўлганида нечта юриш керак бўлар эди?



89-расм. Акам менга қизиқ ўйин кўрсатди.

– Учта: ўн тийинлик ўртадаги ликопчага, ўн беш тийинлик учинчига ва сўнгра ўн тийинлик учинчи ликопчага.

– Тўғри. Яна битта танга – йигирма тийинликни қўшамиз ва бу тангаларни нечта юриш билан ўтказиш мумкинлигини ҳисоблаймиз: аввало кетма-кет кичик икки тангани ўртадаги ликопчага ўтказамиз. Бунинг учун биламизки, 3 юриш қилиш керак. Сўнгра йигирма тийинликни учинчи бўш ликопчага ўтказамиз – 1 юриш. Шундан кейин иккала тангани ўртадаги ликопчадан учинчига ўтказамиз – яна 3 юриш. Жами  $3+1+3=7$  та юриш.

– Тўртта танга учун юришлар сонини, рухсат берсанг, мен ҳисоблай. Аввал учта кичик тангани ўрта ликопчага ўтказаман – 7 юриш; кейин эллик тийинликни учинчи ликопчага – 1 юриш; ва шундан сўнг қайтадан учта кичик тангани учинчи ликопчага ўтказаман – яна 7 юриш. Жами  $7+1+7=15$ .

– Аъло баҳо. Беш танга учун қанча ўтказиш бажариш керак?

–  $15+1+15=31$ , – дархол топдим мен.

– Мана сен ҳисоблаш усулини билиб олдинг. Лекин мен сенга бу ҳисобнинг яна соддалаштириш йўлини кўрсатаман. Эътибор бер, биз олган сонлар 3, 7, 15, 31 – барчалари иккени ўзига бир ёки бир неча бор кўпайти-

ришдан ҳосил бўлган сондан битта кам сонни ифодалайди. Мана қара.

Акам қуйидаги жадвални ёзди:

$$3 = 2 \cdot 2 - 1$$

$$7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 - 1$$

$$15 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 - 1$$

$$31 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 - 1.$$

– Тушундим: нечта танга кўчирилса, икки шунча марта кўпайтувчи қилиб олинади, кейин эса натижадан бир айрилади. Мен энди исталган тангалар тўплами учун юришлар сонини ҳисоблай оламан. Масалан, 7 та танга учун:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 - 1 = 128 - 1 = 127.$$

– Мана сен бу қадимий ўйинни билиб олдинг. Фақат бир амалий қонидани яна билиб олишинг керак: агар тўпланда тангалар сони тоқ бўлса, у ҳолда биринчи тангани учинчи ликопчага кўчириб қўйиш керак, агар жуфт бўлса – ўртадаги ликопчага кўчириб қўйиш керак.

– Қадимги ўйин деб айтдингизми? Ахир уни ўзингиз ўйлаб топмаганмисиз?

– Йўқ, мен уни фақат тангаларга татбиқ этдим. Ўйин жуда қадимдан бор ва, айтишларича, Ҳиндистонда пайдо бўлган. Бу ўйин билан боғлиқ жуда қизиқарли афсона мавжуд. Банорас шаҳрида бир ибодатхона бормишки, унда ҳинд худоси Брама дунёни яратганида бу ибодатхонага уч олмос таёқча ўрнатиб, улардан бирига 64 та олтин ҳалқани тизиб қўйган эмиш: энг катта ҳалқа пастда ва ҳар кейингиси олдингисидан кичик ўлчамда. Ибодатхона қоҳинлари куну тун тинмасдан, бу ҳалқаларни биридан иккинчисига учинчисидан ёрдамчи сифатида фойдаланиб, бизнинг ўйин қондаларимизга риоя қилган ҳолда кўчиришга мажбур эдилар; ҳар гал бир ҳалқани кўчиришлари ва каттасини кичигининг устига қўймасликлари керак эди. Афсонада айтилишича, барча 64 ҳалқа кўчириб бўлинганида, дунё қиёмат қойимга учрайди.

– О, демак, агар бу ривоятга ишонилса, дунё аллақачон йўқ бўлиб кетиши керак!

– 64 ҳалқани кўчириб ўтказиш кўп вақтни олмайди,



90-расм. Коҳинлари куну тун тинмасдан, бу ҳалқаларни кўчиришлари керак эди.

деб ўйлайсан, шекилли?

– Албатта. Ҳар секундда бир юриш қилиб, бир соатда 3600 кўчиришни бажариш мумкин.

– Хўш, нима бўлибди?

– Бир суткада – юз мингга яқин юриш қилинади. Ўн кунда – миллион юриш. Миллион юриш билан эса мингта тўгаракни ҳам ўтказиш мумкин.

– Адашасан. Барча 64 тўгаракни ўтказиш учун яхлит сонда 500 миллиард йил керак бўлади!

– Лекин нима учун? Ахир юришлар сони бор-йўғи 64 та икки кўпайтмасининг битта камига тенг, бу эса ... Шошмай турчи, мен ҳозир кўпайтириб кўрай!

– Жуда яхши. Сен кўпайтиргунингча, мен ўз ишларимни битириб келаман.

Шундай қилиб, акам ҳисоблаш ишларини менга ташлаб, ўзи чиқиб кетди. Мен аввал 16 та иккиннинг кўпайтмасини топдим, сўнгра бу натижани – 65 536 ни яна ўзига, ҳосил бўлган натижани эса яна ўзига кўпайтирдим. Кейин натижадан бирни айиришни ҳам унутмадим. Менда

18 446 744 073 709 551 615 \*

ҳосил бўлди.

Демак, акам ҳақ экан...

---

\* Китобхонга бу сон маълум: у шахмат ўйинининг ихтирочиси томонидан талаб этилган мукофотни белгилайди.



Эҳтимол сизга оламнинг ёши қандай сонлар билан аниқланишини билиш қизиқарли бўлса керак. Олимлар бу ҳақда, албатта, фақат тақрибий маълумотларга эгалар:

Куёш ..... 5 000 000 000 йилдан бери мавжуд.  
 Ер шари ..... 3 000 000 000 йилдан бери мавжуд.  
 Ердаги ҳаёт .... 1 000 000 000 йилдан бери мавжуд.  
 Инсон ..... 300 000 йилдан бери мавжуд.

**67. Гаров.** Дам олиш уйи тамаддихонасида тушлик вақтида воқеалар эҳтимоллиги қандай ҳисобланиши ҳақида гап кетди. Овқатланувчилар орасида бўлган ёш математик танга чиқарди ва деди:

– Столга тангани унга қарамай отаман. Унинг герб томони билан тушиш эҳтимоллиги қандай?

– Аввал «эҳтимоллик» нималигини тушунтирсангиз, – деган овозлар янгради. – Ҳаммага ҳам бу равшан эмас.

– О, бу жуда осон! Танга столда икки ҳолда (91-расм) ётиши мумкин: мана бундай – герби билан юқорига ва мана бундай – герби билан пастга. Бу ерда мумкин бўлган барча ҳодисалар иккита бўлиши мумкин. Улардан бизни қизиқтирувчи ҳодиса учун фақат биргина ҳол қулайдир. Энди қуйидаги нисбатни топамиз:



91-расм. Танга икки ҳолда ётиши мумкин.

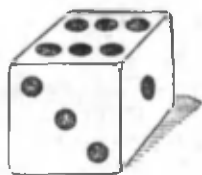
$$\frac{\text{ижобий воқеалар сони}}{\text{мумкин бўлган воқеалар сони}} = \frac{1}{2}$$

$1/2$  каср танганинг гербли томони билан юқорига тушиш «эҳтимоллигини» ифодалайди.

– Танганинг иши осон, – аралашди кимдир. – Сиз мураккаброқ ҳодисани, масалан, ўйин тошини кўриб чиқинг.

– Келинг кўриб чиқамиз, – рози бўлди математик. – Бизда қирраларида рақамлари бор куб шаклидаги

ўйин тоши бор (92-расм). Ташланган куб маълум рақами билан юқорига қараб тушиши, айтайлик, олти рақами билан тушиши эҳтимоллиги қандай? Мумкин бўлган барча ҳодисалар сони қанча? Кубча ўзининг олти томонидан исталгани билан ётиши мумкин; демак, ҳаммаси бўлиб 6 та ҳодиса бўлиши мумкин. Улардан бизга қулайи фақат битта: олти рақами юқорида бўлган ҳол. Шундай қилиб, эҳтимоллик 1 ни 6 га бўлишдан ҳосил бўлади. Қисқача айтганда, у  $1/6$  касри билан ифодаланади.



92-расм. Ўйин тоши.

– Наҳотки ҳамма ҳолларда эҳтимолликни ҳисоблаш мумкин бўлса? — сўради дам олувчилардан бири. Шундай мисолни олайлик. Ошхона деразасидан бизга кўринадиган биринчи йўловчи эркак бўлади, деб фараз қилдим. Менинг бу фаразимнинг тўғри чиқиш эҳтимоллиги қандай?

– Эҳтимоллик, равшанки, яримга тенг, агар фақат биз бир яшарлик ўғил болани ҳам эркак деб ҳисоблашга келишиб олсак. Дунёдаги эркаклар сон жиҳатдан аёллар сонига тенг.

– Биринчи иккита йўловчи эркак бўлиб чиқиши эҳтимоллиги қандай? — сўради дам олувчилардан бири.

– Бу ҳисоб бироз мураккаброқ. Бу ерда умуман қандай ҳоллар бўлиши мумкинлигини санаб чиқамиз. Биринчидан, иккита ўтувчи эркак бўлиши мумкин. Иккинчидан, аввал эркак кўринади, кейин эса аёл. Учинчидан, аксинча: аввал аёл пайдо бўлади, кейин эркак. Ва ниҳоят, тўртинчи ҳол: иккила йўловчи ҳам аёл киши. Барча бўлиши мумкин бўлган ҳоллар сони 4. Улардан фақат биттаси, яъни биринчи ҳол биз учун мақбул. Эҳтимоллик учун  $1/4$  касрни оламиз. Мана сизнинг масалангиз ҳам ечилди.

– Тушунарли. Лекин учта эркак ҳақида ҳам савол қўйиш мумкин: биринчи учта ўтувчининг ҳаммаси эркак бўлиш эҳтимоллиги қандай?

– Майли бунга ҳам ҳисоблаймиз. Яна мумкин бўлган ҳолларни ҳисоблашдан бошлаймиз. Иккита ўтқинчи

тўртта. Учинчи ўткинчини қўшиш билан мумкин бўлган ҳоллар сони икки марта ортади, чунки икки ўткинчи учун санаб ўтилган 4 гуруҳнинг ҳар бирига ё эркак, ё аёл қўшилади. Ҳамма ҳодисалар бу ерда жами  $4 \cdot 2 = 8$  та бўлиши мумкин. Қидирилаётган эҳтимоллик равшанки,  $1/8$  га тенг, чунки қулай ҳодисага фақат битта ҳолат тўғри келади. Бу ердан ҳисоблаш қоидасини осон сезиш

мумкин: икки ўткинчи киши ҳолида биз  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  эҳтимолликка эга эдик; учта ўткинчи киши бўлганида  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ; тўртта ўткинчи киши ҳолида эҳтимоллик тўртта  $1/2$  кўпайтмасига тенг ва ҳ.к. Кўраётганингиздек эҳтимоллик борган сари камайиб бормоқда.

— У, масалан, ўнта ўткинчи киши учун нимага тенг?

— Яъни биринчи ўнта ўткинчи киши кетма-кет ўнта эркак бўлиш эҳтимоллиги қандай? Ўнта ярим, яъни  $1/2$  нинг кўпайтмаси нечага тенглигини ҳисоблаймиз.

Бу  $\frac{1}{1024}$ , мингдан бир улушдан ҳам кичик. Демак, агар сиз бу ҳодиса бўлади деб 1 сўм қўйсангиз, мен бўлмайди деб 1000 сўм қўяман.

— Фойдали гаров! — деди кимдир. — Мен жон деб минг сўм ютиб олиш учун бир сўм қўярдим.

— Лекин сизнинг бир имкониятингизга мингта қарши имконият борлигини инобатга олинг.

— Бунинг ҳеч қандай аҳамияти йўқ. Мен ҳаттоки юзта ўткинчининг ҳаммаси бирваракайига эркак бўлиб чиқиш эҳтимоллигига бир сўмни таваккал қилиб минг сўмга қарши қўярдим.

— Сиз бу ҳодисанинг эҳтимоллиги қандай кичкина бўлишини тасаввур қилаяпсизми? — сўради математик.

— Миллиондан бир улуш ёки шунга ўхшашми?

— Бундан бениҳоят кичик! Миллиондан бир улуш 20 ўткинчи учуноқ ҳосил бўлади. Юзта ўткинчи учун... Қани, мен бир қоғозда ҳисоблаб кўрай-чи. Биллиондан бир... Триллиондан бир... Квадриллиондан бир... Оҳ! Ўттизта нолли бир!

— Бор-йўғи шуми?

– Сизга ўттизта нол камми? Бутун дунё океанида бундай соннинг мингдан биричалик томчи йўқ.

– Жуда салобатли сон. Нимасини айтасиз! Унда менинг бир сўмимга қарши неча сўм қўясиз?

– Ҳа-ҳа!... Ҳаммасини! Менда борини ҳаммасини.

– Ҳаммаси – бу жуда кўп. Гаровга велосипедингизни қўйинг. Ахир қўймасангиз керак?

– Нима учун йўқ? Марҳамат! Майли велосипед бўла қолсин, агар хоҳласангиз. Мен ҳеч қанча ютқазмайман.

– Мен ҳам ютқазмайман. Бир сўм катта пул эмас. Аммо велосипед ютиб олишим мумкин, сиз эса ҳеч нима.

– Тушунсангизчи, ахир, сиз шубҳасиз ютқазасиз! Велосипед ҳеч қачон сизга тегмайди, лекин сизнинг бир сўмингиз аллақачон менинг чўнтагимда дейиш мумкин.

– Нима қилаяпсиз? – математикни туртди унинг дўсти. – Бир сўм деб, велосипеддан ажралмоқчимисиз? Ақлсизлик!

– Аксинча, – жавоб берди математик, – бундай шароитда ҳаттоки бир сўмни ҳам қўйиш ақлсизлик. Бу аниқ ютқиизиш-ку! Яхшиси бир сўмни шундай ташлаб юборганингиз яхши.

– Аммо битта бўлса ҳам имконият борми?

– Бу уммондан бир томчидек гап. Ўнта уммондан! Мана сизнинг имкониятингиз. Мен тарафда эса бир томчига қарши ўнта уммон. Менинг ютуғим икки карра икки тўрт каби аниқ...

– Қизишиб кетаяпсиз, йигитча, – баҳсни ҳамма вақт сукут билан тинглаган қариянинг сокин овози янгради.

– Қизишаяпсиз...

– Қандай қилиб? Профессор, сиз ҳам калта фикр-лаяпсизми?

– Бу ерда ҳамма ҳодисалар ҳам тенг имкониятли эмаслигини ўйлаб кўрдингизми? Эҳтимолликни ҳисоблаш фақат қандай ҳодисалар учун тўғри? Тенг имкониятлилар учун, шундай эмасми? Кўрилаётган мисолда... Бироқ, – деди қария, қулоқ солиб, – ҳақиқатнинг ўзи сизга хатоингизни тушунтириб беради. Ҳарбий мусиқа овози эшитилаяпти, тўғри эмасми?

– Мусиқанинг бунга нима дахли бор? – деб бошлади математик ва дами ичига тушиб кетди. Унинг юзида қўрқув аломати акс этарди. У ўрнидан ирғиб турди,

ойна томон ташланди ва бошини чиқарди.

— Хавторилганганимдай тўғри чиқди! — унинг сўниқ овози келди. — Гаровни ютқаздим! Алвидо, менинг велосипедим...

Бир дақиқадан сўнг гап нимада эканлиги аён бўлди. Деразалар рўпарасидан солдатлар батальони ўтиб борарди.

**68. Атрофимиздаги ва ичимиздаги улкан сонлар.** Улкан сонлар билан дуч келишнинг алоҳида ҳолатларини қидиришнинг ҳожати йўқ. Улар атрофимизда ва, ҳаттоки, ичимизда ҳам мавжуд — фақат уларни кўра билиш керак. Бошимиз устидаги осмон, оёқларимиз остидаги қум, атрофимиздаги ҳаво, жисмимиздаги қон — буларнинг ҳаммаси ўзларида кўринмас улкан сонларни яширадilar.

Осмон фазосидаги улкан сонлар кўпчилик кишилар учун кутилмаган сонлар эмас. Яхши маълумки, гап коинотдаги юлдузлар сони, уларнинг биз билан ва ўзаро ораларидаги масофалари, уларнинг ўлчамлари, оғирликлари, ёшлари ҳақида кетадими — ҳамма ҳолларда биз доимо ўзларининг улканликлари билан бизнинг тасаввуримизга сиғмайдиган сонлар билан дуч келамиз. «Астрономик сон» ифодаси бежизга машҳур бўлиб кетмади. Кўпчилик одамлар, астрономлар кўпинча ҳаттоки «кичкина» деб атайдиган осмон жисмлари уларга биз ерда ишлатадиган ўлчовларни қўлласак, асли ҳақиқатда чинакам улкан жисмлар эканлигини билмайдилар. Бизнинг қуёш системамизда шундай сайёралар борки, улар ўзларининг кичик ўлчамлари туфайли астрономлар томонидан «кичик» сайёралар деб аталади. Улар орасида шундайлари ҳам борки, уларнинг кўндаланг ўлчовлари атиги бир неча километрга тенг. Фоят катта масштабларга кўникиб қолган астрономлар назарида улар шундай кичикки, улар ҳақида гапирганда, назарга илмай «жимитдай» деб атайдилар. Лекин улар яна ҳам улкан осмон ёритгичлари ёнида «жимитдай» бўлиб туюладилар, бироқ одамзод ишлатадиган ўлчовларда улар бунчалик ҳам кичик эмас. Диаметри 3 км бўлган «жимитдай» сайёрани олайлик. Геометрия қоидаларига асосланиб, бундай жисмнинг сирти 28 км кв ёки 28 000 000 кв м эканлигини ҳисоблаб топиш осон. 1 м<sup>2</sup> га тик турган ҳолда 7 киши сиғиши мумкин. Кўраяпсизки, 28 миллион м<sup>2</sup> да 196 миллион кишига жой топилиши мумкин.

Оёғимиз тагидаги биз босадиган қум ҳам бизни улкан сонлар дунёсига олиб киради. «Худди денгиз қумидек беҳисоб» ибораси бежиз эмас. Бироқ қадимгилар қумнинг кўп сонли эканлигига уни юлдузлар сони билан бир хил деб етарлича баҳо бермаганлар. Қадимда телескоплар бўлмаган, оддий кўз билан эса биз ҳаммаси бўлиб 3500 га яқин юлдузنى (битта яримшарда) кўра оламиз. Денгиз қирғоғидаги қум эса қуролланмаган кўзга кўринадиган юлдузлардан миллионлаб марта кўп.

Энг улкан сон эса биз нафас олаётган ҳавода яширинган. Ҳавонинг ангишвонадек келадиган ҳар  $1 \text{ см}^3$  да 27 квинтиллион (яъни 18 та нолли 27) «молекула» деб аталувчи майда заррачалар бор.

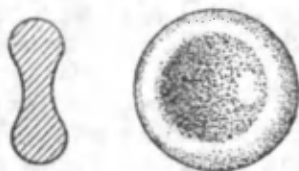
Бу соннинг қандай улкан эканлигини ҳаттоки тасаввур ҳам қилиб бўлмайди. Агар дунёда шунча одам бўлганида, улар учун планетамизда жой етишмас эди. Дарҳақиқат: ер шари сирти, унинг барча материк ва океанлари ҳисобланганида — 500 миллион  $\text{км}^2$  га тенг. Бу сиртни метр квадратларга парчалаб,

$500\ 000\ 000\ 000\ 000\ \text{м}^2$

ни оламиз.

27 квинтиллионни бу сонга бўлиб, биз 54 000 ни оламиз. Бу ер шари сиртининг ҳар квадрат метрига 50 000 дан ортиқ одам тўғри келишини билдиради!

Улкан сонларнинг одам жисми ичида ҳам яширинганликлари ҳақида аввал айтган эдик. Буни қонимиз мисолида кўрсатамиз. Агар унинг бир томчисини микроскоп остида кузатсак, унда жуда кўп миқдордаги ниҳоятда кичик қизил таначалар сузиб юрганини кўрамиз. Айнан улар қонга қизил ранг беради. Ҳар бир бундай «қизил қон таначаси» ўртаси ботиқ зигирдаккина доиравий ёстиқча шаклига эга (93-расм). Уларнинг барчаси одамда, тахминан бир хил ўлчовда ва 0,007 мм узунликка ҳамда 0,002 мм қалинликка эга. Қоннинг  $1 \text{ мм}^3$  ҳажмидаги зигирдек томчисида улардан 5 миллиони бор. Жисмимизда ҳаммаси бўлиб қанча қон



93-расм. Қизил қон таначаси.

бор? Одам жисмида тақрибан унинг оғирлигидан 14 марта кам литр миқдорда қон бўлади. Агар сизнинг оғирлигингиз 40 кг бўлса, сизнинг жисмингизда 3 литрга яқин ёки 3 000 000 мм<sup>3</sup> ҳажмда қон бор. Ҳар 1 мм<sup>3</sup> қонда 5 миллион қизил қон таначаси бўлгани учун, бизнинг қонимиздаги уларнинг умумий сони қуйидагига тенг:

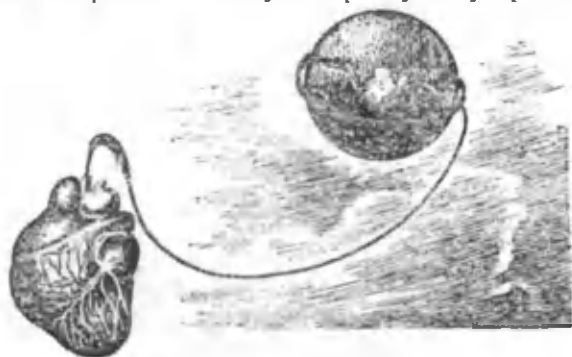
$$5\,000\,000 \cdot 3\,000\,000 = 15\,000\,000\,000\,000.$$

15 триллионта қизил қон таначалари! Агар бу доира шаклидаги таначалар армияси қатор қилиб терилса, қандай узунликка эга бўлади? Бундай қатор узунлиги 105 000 км бўлишини ҳисоблаб топиш қийин эмас. Қонингизнинг қизил қон таначаларидан тузилган ип юз минг километрдан зиёдроқ узоққа чўзилган бўлар эди. У билан ер шарининг экваторини

$$100\,000 : 40\,000 = 2,5 \text{ марта,}$$

катта ёшдаги одамнинг қон таначаларидан тузилгани билан эса 3 марта ўраш мумкин бўлар эди.

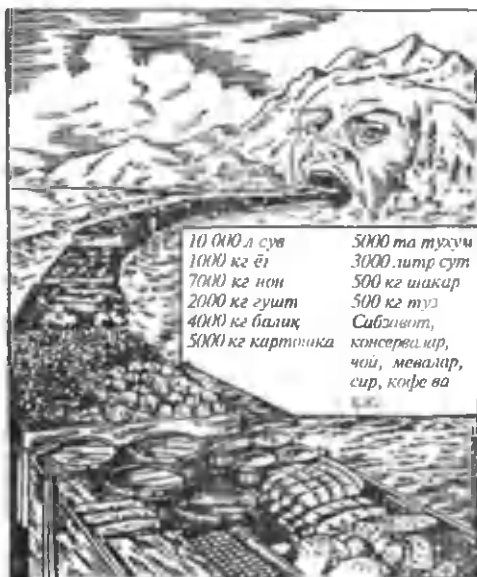
Қон таначаларининг бундай майдалашувининг организмизга қандай аҳамиятга эгаллигини тушунтирамиз. Бу таначаларнинг вазифаси кислородни бутун тана бўйича элтишдан иборатдир. Қон ўпкадан ўтганида бу таначалар кислородга тўйинади ва қон оқими уларни танамиз тўқималарига, ўпкадан энг узоқ жойларгача элтганда кислородни яна ўзидан ажратиб чиқаради. Бу таначаларнинг бундай жуда ҳам майдалашуви бу вазифани бажаришга ёрдам беради, чунки уларнинг жуда кўп сондалигида қанча майда бўлсалар, шунча уларнинг сирти



94-расм. Катта ёшдаги одамнинг қон таначаларидан тузилган ип билан ер шарини экватор бўйлаб уч марта ўраш мумкин эди.

катта бўлади, қон таначаси эса ўз сирти билан кислородни ютиши ва ажратиб чиқариши мумкин. Ҳисобнинг кўрсатишича, уларнинг умумий сирти юзаси одам танаси сиртидан кўп марта катта ва 1200 м<sup>2</sup> га тенг. Бундай майдонга узунлиги 40 м ва кенлиги 30 м бўлган полиз эга. Энди сиз организмнинг фаолияти учун қон таначаларининг бундай майда бўлакчаларга бўлинганлиги ва кўп сондалигининг қандай муҳим аҳамиятга эгалигини тушунасиз: улар танамиз юзасидан минглаб марта катта сиртда кислородни олиши ва чиқаришлари мумкин.

Улкан сон деб, одам ўртача 70 йиллик ҳаётида қанча турли озиқ-овқат ейишини ҳисоблаганда, ҳосил бўлаган натижани ҳам айтиш тўғри бўлар эди. Одам ўз ҳаёти давомида ютишга улгурган тонналаб сув, нон, гўшт, парранда гўшти, балиқ, картошка ва бошқа сабзавотлар, минглаб дона тухум, минглаб литр сут ва ҳ.к.ларни ташиш учун бутун бошли темир йўл поезда керак бўлади. 95-расм одам танаси оғирлигидан минг марта оғир бўлган бу кутилмаган катта натижа ҳақида кўргазмани тасаввур беради. Уни кўрган заҳоти одам шундай баҳайбат, узун юк поезда юкани, бирдан эмас албатта, ютишига ишонмайсан



95-расм. Одам уз умри давомида қанча озиқ-овқат ейди?





## САККИЗИНЧИ БОБ

### ЎЛЧОВ ЧИЗҒИЧНИ ИШЛАТМАЙ

69. Йўлни қадам билан ўлчаш. Ўлчов чизғичи ёки тасмаси ҳамма вақт ҳам қўлингиз остида бўлавермайди ва уларсиз, ҳеч бўлмаса, тахминий ўлчашларни ўтказишни билиш фойдали.

Бирмунча олис масофаларни, масалан, экскурсия вақтида, қадамлаб ўлчаш осонроқдир. Бунинг учун ўз қадамимиз узунлигини ва қадамларни санашни билиш керак. Албатта улар ҳамма вақт ҳам бир хил бўлмайди: биз майда қадам, хоҳлаганимизда эса кенгроқ қадам ҳам ташлашимиз мумкин. Лекин одатдаги юришда биз деярли бир хил узунликдаги қадамларни ташлаймиз ва агар уларнинг ўртача узунлиги маълум бўлса, масофани қадамлар билан катта хатоларсиз ўлчашимиз мумкин.

Ўз қадамингизнинг ўртача узунлигини билиш учун кўп қадамларимиз узунлигини биргаликда ўлчаб, бундан бир қадамнинг узунлигини ҳисоблаш керак. Буни, албатта, ўлчов лентаси ёки арқонисиз амаллаб бўлмайди.

Лентани текис жойда тортинг ва 20 м масофа ўлчаб олинг. Бу масофани ерда чизинг ва лентани олиб қўйинг. Энди чизиқ бўйича одатдаги қадамлар билан ўтиб, шу билан бирга, қўяётган қадамларингиз сонини ҳисобланг. Ўлчанган узунликка қадамлар бутун сон марта жойлашмаслиги мумкин. Қолдиқ бутун қадамнинг ярмидан кичик бўлса, у ҳолда уни ташлаб юбориш мум-

кин; агар ярмидан кўп бўлса, бутун қадам сифатида олинади. Умумий узунлик 20 м ни қадамлар сонига бўлиб, бир қадамнинг ўртача узунлигини оламиз. Кейинчалик ўлчашларга тўғри келинган вақтда ундан фойдаланиш учун бу сонни эслаб қолиш керак.

Қадамларни ҳисоблашда адашмаслик учун, айниқса, узоқ масофаларда, ҳисоблашни қуйидагича олиб бориш мумкин. Қадамлар 10 тагача ҳисобланади; бу сонгача ҳисоблаб, чап қўлнинг битта бармоғи қайрилади. Чап қўлнинг ҳамма бармоқлари қайрилганидан кейин, яъни 50 та қадам қўйилганидан кейин, ўнг қўлдаги битта бармоқ қайрилади. Ҳисобни шундай тариқа 250 тагача олиб бориш мумкин, кейин ўнг қўлдаги барча бармоқлар неча марта қайрилганини эслаб қолиб ҳисобни қайтадан бошлаш мумкин. Агар, масалан, бирор масофани ўтиб сиз ўнг қўлдаги барча бармоқларни икки маротаба ва йўл охирида ўнг қўлдаги 3 та бармоқ, чап қўлда эса 4 та бармоқ букилган бўлса, у ҳолда сиз томондан

$$2 \cdot 250 + 3 \cdot 50 + 4 \cdot 10 = 690 \text{ та}$$

қадам қўйилган бўлади. Бунга чап қўл бармоғи охириги марта букилгандан кейин қўйилган бир нечта қадамлар сонини ҳам қўшиш керак.

Йўл-йўлакай қуйидаги қадимги қондани эслаб ўтамиз: катта ёшли одам қадамнинг ўртача узунлиги унинг кўзидан товонигача бўлган масофанинг ярмига тенг.

Бошқа яна бир қадимги амалий қоида юриш тезлигига тегишли: одам бир соатда у 3 секундда босадиган қадамлари сонига тенг километр ўтади. Бу қоида фақат маълум қадам узунлигига ва шу билан бирга етарлича катта қадам учун тўғрилигини осонликча кўрсатиш мумкин. Ҳақиқатда: айтайлик, қадам узунлиги  $x$  м, қадамлар сони 3 секундда  $n$  га тенг бўлсин. У ҳолда 3 секундда йўловчи  $1,2nx$  м, бир соатда (3600 сек) —  $1200nx$  м ёки  $1,2nx$  км ўтади. Бу йўл 3 секундда қилинган қадамлар сонига тенг бўлиши учун қуйидаги тенглик мавжуд бўлиши керак:

$$1,2nx = n$$

ёки

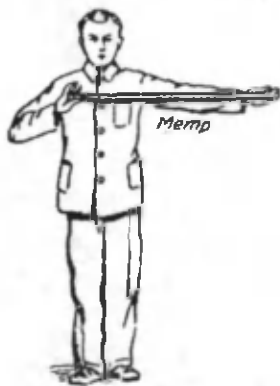
$$1,2x = 1,$$

бундан

$$x = 0,83 \text{ м.}$$

Агар қадам узунлигининг одам бўйига боғлиқлиги ҳақидаги аввалги қоида тўғри бўлса, ҳозир кўрилаётган иккинчи қоида ўрта бўйли — 175 см ли одамлар учун ўринлидир.

**70. Жонли масштаб.** Қўл остида метрли чизғич ёки тасма бўлмаса, ўртача катталиқдаги предметларни ўлчаш учун шундай йўл тутиш мумкин. Чилвирни ёки таёқчани



96-расм. Узатилган қўл учидан иккинчи қўл елкасигача бўлган масофа тахминан бир метрга тенг.

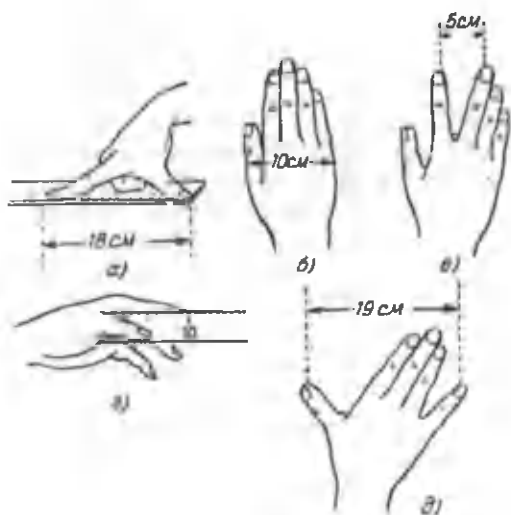
ён томонга чўзилган қўл учидан қарама-қарши елкагача тортиш керак — бу эса катта ёшли эркакда метрнинг тақрибий узунлигини беради (96-расм). Метрнинг тахминий узунлигини олишнинг иккинчи бир усули тўғри чизик бўйича 6 қарич (иложи борича кенгроқ қўйилган бошмалдоқ билан кўрсаткич бармоқ орасидаги масофа)ни қўйиш керак (97-а расм).

Охирги кўрсатма бизни «фақат қўллар» билан ўлчаш санъатини ўргатади: бунинг учун аввал ўз қўлингиз панжасини ўлчашингиз ва ўлчам натижасини маҳкам эслаб

қолишларингиз зарур.

Панжангизда нималарни ўлчаш керак? Энг аввал қафт кенглигини 97-б расмда кўрсатилганидек ўлчаш керак. Катта ёшли одамда у тахминан 10 см; балки сизда кичикроқдир ва у қанча кичиклигини билишингиз керак. Сўнг иложи борича кенгроқ очилган ўрта ва кўрсаткич бармоқлар учлари орасидаги масофа қанчалигини ўлчаш керак (97-в расм). Кейин 97-г расмда кўрсатилганидек, катта бармоқ асосидан ҳисоблаб ўз кўрсаткич бармоғингиз узунлигини билиш фойдали. Ва ниҳоят, 97-д расмда кўрсатилганидек, катта бармоқ ва жимжилоқ кенгроқ очилганда улар орасидаги масофани ўлчанг.

Бу «жонли масштаб»дан фойдаланиб, сиз кичкина предметларни тақрибий ўлчашларингиз мумкин.



97-расм. Ўлчаш асбобларини ишлатмай иш битирш учун ҳар ким ўз қулининг қасрларини ўлчаш керак?



98-расм. Ёнма-ён зич қилиб қўйилган беш тийинлик ва бир тийинликнинг узунлиги 4 см бўлади.



99-расм. Ёнма-ён зич қилиб қўйилган уч тийинлик ва икки тийинликнинг узунлиги 4 см бўлади.

**71. Тангалар ёрдамида ўлчаш.** Бизнинг ҳозирги замонда зарб қилинадиган мис (бронза) тангаларимиз ҳам ўлчашлар учун яхши хизмат қилиши мумкин. Камчиликка бир тийинлик танганинг узунлиги  $1\frac{1}{2}$  см га, беш тийинликники эса  $2\frac{1}{2}$  см га тенглиги маълум. Ёнма-ён қўйилган бу икки танга биргаликда 4 см ни беради (98-расм). Демак, агар сизда бир нечта мис танга бўлса, сиз қуйидаги узунликларни олишингиз мумкин:

1 тийинлик .....	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> см
5 тийинлик .....	2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> см
2 та бир тийинлик .....	3 см
5 тийинлик ва 1 тийинлик .....	4 см
2 та беш тийинлик .....	5 см ва ҳ.к.

Беш тийинлик танганинг узунлигидан бир тийинлик танганинг узунлигини айирсак, роппа-роса 1 см оламиз.

Агар сизда 5 ва 1 тийинлик бўлмаса, фақат 2 ва 3 тийинлик тангалар бўлса, ёнма-ён қўйилган бу иккала танга ҳам 4 см беришини эслаб қолсангиз улар ҳам сизларга маълум даражада ёрдам бериши мумкин (99-расм). 4 сантиметрли қоғоз тасмачани икки буклаб ва яна икки буклаб 4 см ли масштаб оласиз.

Кўраяпсизки, маълум тайёргарликда ва топагонликда сиз амалиётда ўлчашларни ўлчов чизғичисиз ҳам ўтказишингиз мумкин.

Бунга бизнинг мис (бронза) тангаларимиз зарурат туғилганда нафақат ўлчаш воситаси бўлиб хизмат қилиши мумкинлигини, шу билан бирга юкларни тортиш учун тошлар сифатида ишлатилиши мумкинлигини ҳам қўшиб қўйиш фойдалидир. Ҳозирги вақтдаги янги, сийқаланмаган чақалар устига неча тийин деб ёзилган бўлса, ўшанча грамм келади: 1 тийинлик чақа — 1 г, 2 тийинлик чақа — 2 г ва ҳоказо. Қўлдан-қўлга ўтиб сал сийқаланган чақанинг оғирлиги бу нормадан бир оз фарқ қилади. Кўпинча 1 грамдан 10 граммгача майда ўлчов тошлари бўлмаганлиги сабабли юқорида кўрсатилган нисбатларни билиш жуда қўл келиши мумкин.



## ТЎҚҚИЗИНЧИ БОБ

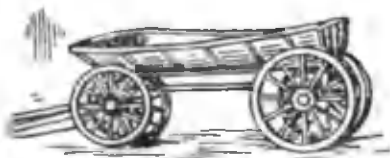
### ГЕОМЕТРИК ЖУМБОҚЛАР

Бу бобга тўпланган жумбоқларни ечиш учун геометриянинг тўла курсини билиш талаб этилмайди. Геометриядан бир озгина хабардор бўлган киши ҳам бу жумбоқларни ҳал қила олади. Бу ерда геометриядан келтирилган 24 та масала китобхоннинг геометриядан биламан деб ўйлаган маълумотини ҳақиқатан эгаллаганлигига ишонч ҳосил қилиш учун ёрдам беради.

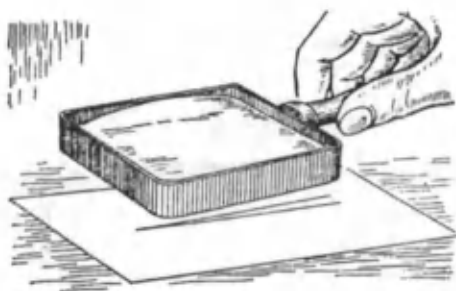
Геометрияни пухта билиш фигураларнинг хоссаларини бирма-бир айтиб бера билишдангина иборат бўлмай, балки уларни реал масалаларни ечишга амалда ишлатиш санъатидан ҳам иборатдир. Отишни билмайдиган кишига милтиқнинг нима фойдаси бор? Китобхон геометрик нишонга қараб отган 24 ўқидан қанчаси тўппа-тўғри бориб текканлигини бир текшириб кўрсин,

**72. Арава.** Нима учун араванинг олдинги ўқи кейингисига қараганда кўпроқ ейилади ва тез қизиб кетади?

**73. Катта қилиб курсатадиган оинада.**  $1\frac{1}{4}$  градуслик бурчакка 4 баравар катта қилиб кўрсатадиган лупа билан қаралганда бурчак қандай катталикда кўринади (101-расм)?



100-расм. Нима учун араванинг олдинги ўқи кейингисига қараганда кўпроқ ейилади?



101-расм. Бурчак қандай катталикда кўринади?

**74. Дурадгор адилаги.** Сиз дурадгорлар ишлатадиган адилакни («шайтонни») кўргансиз (102-расм). Бу асбобнинг таглиги қийшайтирилганда найча ичидаги ҳаво пуфакчаси ўртадаги чизиқчадан қочади. Асбобнинг таглиги қанча кўп қийшайтирилса, пуфакча ўртадаги чизиқчадан шунча кўп қочади. Найча ичидаги пуфакчанинг нари-бери ҳаракат қилишига сабаб ҳаво пуфакчаси ўзи турган суюқликдан енгиллиги туфайли юқорига қалқиб чиқишидадир. Бироқ, найча ёй каби эгилган бўлмай, тўппа-тўғри бўлса, асбоб бирор томонга салгина оғиши билан пуфакча найчанинг учига, яъни унинг энг юқори қисмига югуриб кетган бўлар эди. Маълумки, бундай адилакдан амалда фойдаланиш жуда ноқулай бўларди. Шунинг учун ҳам адилак найчаси 102-расмда кўрсатилгани каби эгилган бўлади. Бундай адилакнинг таглиги горизонтал бўлганда пуфакча найчанинг энг юқори нуқтасини эгаллаб, унинг ўртасида туради; агар адилак қийшайтирилса, найчанинг энг юқори нуқтаси унинг ўртаси эмас, балки ёнидаги бирорта қўшни нуқтаси бўлади, бунда пуфакча ўртадаги чизиқчадан найчанинг бошқа жойига сурилади\*.

Масаланинг саволи: агар найча эгилиш ёйининг радиуси 1 м бўлиб, адилак ярим градус қийшайса, пуфакча чизиқчадан неча миллиметр нари сурилишини аниқлашдан иборат.

\* «Чизиқча пуфакчадан нарига сурилади» дейиш аниқроқ, бўлар эди, чунки пуфакча жойида қолади, найча эса чизиқчаси билан бирга пуфакча ёнидан ўтади.



102-расм. Дурадгор адилаги.

**75. Ёқлар сони.** Қуйидаги савол, шубҳасиз, кўп кишиларга жуда содда ёки, аксинча, жуда ҳийлали кўринади: Олти ёқли қаламда нечта ёқ бор?

Жавобга қарашдан илгари масалани пухта ўйлаб кўринг.

**76. Янги ой.** Атиги иккита тўғри чизиқ чизиш билан янги ой шаклини (103-расм) 6 бўлакка бўлиш талаб этилади. Буни қандай қилса бўлади?

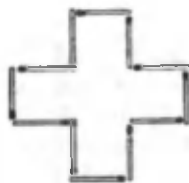
**77. 12 та гугурт чўпидан.** 12 та гугурт чўпидан юзи 5 та «гугурт» квадратига тенг бўлган хоч шакли яшаш мумкин (104-расм).

Гугурт чўпларининг жойланишини шундай ўзгартирингки, шакл контури фақат 4 та «гугурт» квадратига тенг бўлган юзни эгалласин.

Бунда ўлчов асбобларидан фойдаланиш мумкин эмас.



103-расм. Янги ой.

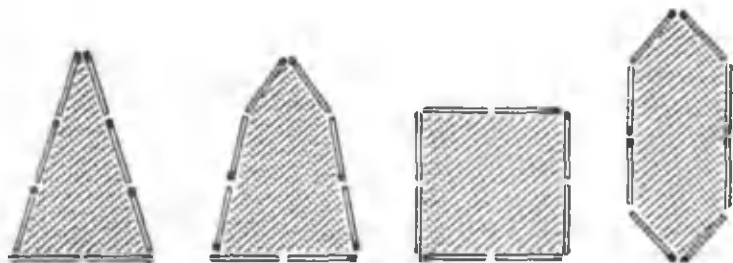


104-расм. 12 та гугурт чўпидан ясалган хоч.

**78. 8 та гугурт чўпидан.** 8 та гугурт чўпидан талайгина хилма-хил ёпиқ фигуралар яшаш мумкин. Улардан баъзилари 105-расмда кўрсатилган; албатта уларнинг юзлари ҳар хил. Масала 8 та гугурт чўпидан энг катта юзали шакл яшашдан иборат.

**79. Пашшанинг йўли.** Шиша цилиндр банканинг ички деворида, идишнинг лабидан 3 см пастда бир томчи асал кўриниб турибди. Идишнинг ташқи девор-





105-расм. 8 та гугурт чўпидан қандай қилиб энг катта юзага эга булган шакл тузиш мумкин?



106-расм. Пашшага асал томчисига борадиган энг яқин йўлни курсатинг.

часига, диаметрал қарама-қарши нуқтага бир пашша қўнди (106-расм).

Пашшага асал томчисига юриб борадиган энг қисқа йўлни кўрсатинг.

Банканинг баландлиги 20 см; диаметри 10 см.

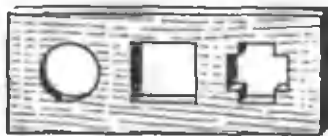
Сиз, пашшанинг ўзи энг қисқа йўлни топиб олади ва шу билан масалани ечиш енгиллашади, деб ўйламанг, чунки бунинг учун пашша геометрия фанидан хабардор бўлиши керак эди, ҳолбуки у бундай илмни миясига сиғдира олмайди.

**80. Тиқинни топиш.** Олдингизда учта тешикли бир тахтача бор (107-расм): тешиклардан бири квадрат, бири учбурчак ва бири доира шаклида. Ана шу

учала тешикни ёпишга ярайдиган ягона тиқин бўлиши мумкинми?



107-расм. Шу учта тешикка мос келадиган ягона тиқинни топинг.



108-расм. Шу учта тешикка мос келадиган ягона тиқин мавжудми?

**81. Иккинчи тиқин.** Сиз аввалги масалани ечишни уddалаган бўлсангиз, у ҳолда сиз 108-расмда кўрсатилган тешиклар учун ҳам тиқин топишни уddалай оларсиз?

**82. Учинчи тиқин.** Ниҳоят, яна шу тоифадаги масала: 109-расмдаги учта тешик учун битта тиқин мавжудми?

**83. Беш тийинликни ўтказиш.** Ҳозирги замон зарбидаги иккита танга: 5 тийинлик ва 2 тийинлик тангани ҳозирлаб олинг. Қоғоз варағида 2 тийинлик танга айланасига тенг доира ясанг ва эҳтиётлик билан кесиб олинг.

Нима деб ўйлайсиз: беш тийинлик танга шу тешикдан ўтиши мумкинми? Бу ерда фириб йўқ; масала асл геометрик масаладир.

**84. Минора баландлиги.** Шаҳрингизда диққатга сазовор нарса — баланд минора бор, бироқ сиз унинг баландлигини билмайсиз. Сизда миноранинг фотосурати ҳам бор. Қандай қилиб бу сурат сизга миноранинг баландлигини билишга ёрдам бериши мумкин?

**85. Ўхшаш шакллар.** Бу масала геометрик ўхшашлик мазмуни нимада эканлигини биладиганлар учун мўлжалланган. Қуйидаги иккита саволга жавоб бериш талаб этилади:

1. Чизмачилик учбурчаги шаклидаги (110-расм) ташқи ва ички учбурчак ўхшашми?

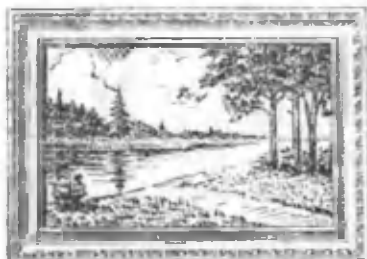
2. Рамка шаклидаги (111-расм) ташқи ва ички тўртбурчаклар ўхшашми?



109-расм. Шу учта тешикка мос келадиган ягона тиқин яшаш мумкинми?



110-расм. Ташқи ва ички учбурчаклар ўхшашми?



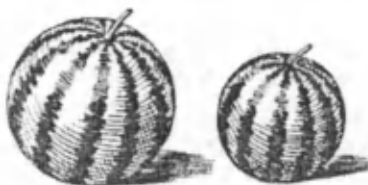
111-расм. Ташқи ва ички тўртбурчаклар ўхшашми?

**86. Сим сояси.** Офтобли кунда диаметри 4 мм бўлган телеграф симининг фазога тушадиган тўлиқ сояси қанча узоққа чўзилади?

**87. Гишт.** Қурилиш гиштининг оғирлиги 4 кг. Ҳамма ўлчамлари 4 марта кичик бўлган ўша материалдан ясалган ўйинчоқ гиштчанинг оғирлиги қанча келади?

**88. Девқомат ва пакана.** 2 м ли девқомат одам 1 м ли пакана одамдан тахминан неча марта оғир?

**89. Иккита тарвуз.** Иккита катта-кичик тарвуз сотилаяпти. Бири иккинчисидан чорак қисмга кенг бўлиб,  $1\frac{1}{2}$  марта қимматроқ. Улардан қайси бирини сотиб олиш фойдалироқ (112-расм)?



112-расм. Қайси тарвузни сотиб олиш фойдали?

**90. Иккита қовун.** Бир навдаги иккита қовун сотилаяпти. Бирининг айланаси 60, иккинчисиники — 50 см. Биринчиси иккинчисидан бир ярим марта қиммат. Қайси қовунни сотиб олиш фойдали?

**91. Олча.** Олчанинг юшоқ қисми (эти) данагини данак қалинлигидаги қатлам билан ўраб туради. Олча ва данак шар шаклига эга ҳеб ҳисоблаймиз. Олча этининг ҳажми данагининг ҳажмидан неча марта катта эканлигини ўйингизда тасаввур қила оласизми?

**92. Эйфел минораси модели.** Париждаги Эйфел минораси баландлиги 300 м бўлиб, бутунлигича темирдан ясалган. Бунга 8000000 кг га яқин темир кетган. Мен машҳур минорага айнан ўхшаш 1 кг келадиган темир моделига буюртма бермоқчиман.

Унинг баландлиги қанча бўлади? Оддий стакандан баландми ёки пастми?

**93. Икки кастрюлка.** Бир хил шаклли ва деворларининг қалинлиги бир хил иккита мис кастрюлка бор. Биринчиси иккинчисидан 8 марта сигимлироқ.

У неча марта оғирроқ?

**94. Совуқда.** Совуқда катта киши ва бола турибди, улар бир хил кийинган.

Улардан қай бирларига совуқ кўпроқ таъсир қиляпти?

95. Шакар. Нима оғирроқ: бир стакан шакарми ёки шундай стакандаги қанд кукуними?

## 72–95- БОШҚОТИРМАЛАР ЕЧИМЛАРИ

72. Биринчи қарашда бу масала умуман геометрияга алоқаси йўқдек туюлади. Бироқ бу фанни ўзлаштириш шундан иборатки, бошқа фанга тааллуқли ёт тафсилотлар билан яширинган масаланинг геометрик асосини топа билишдан иборат. Бизнинг масала моҳияти жиҳатидан сўзсиз геометрияга хосдир. Геометрияни билмасдан уни ечиб бўлмайди.

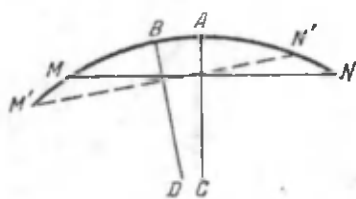
Шундай қилиб, нима учун арава олд ўқи орқасидан кўпроқ едирилади? Маълумки, олд ғилдираклар орқа ғилдираклардан кичик бўлади. Бир хил масофада кичик доира катта доирадан кўпроқ айланади: кичик доиранинг айланаси ҳам кичик – шунинг учун у берилган узунликка кўп сон марта жойлашади. Энди тушунарли бўладики, араванинг ҳамма юришларида унинг олд ғилдираклари орқадагиларига қараганда кўпроқ айланади, кўп сонли айланиш, албатта, ўқни кўпроқ едиради.

73. Агар лупада бизнинг бурчагимиз  $1\frac{1}{2} \cdot 4 = 6^\circ$  бўлади деб ҳисобласангиз, хато қиласиз. Бурчак катталиги унга лупа орқали қараганда ҳеч ҳам ортмайди. Тўғри, бурчакни ўлчовчи ёй, шубҳасиз ортади, лекин худди шунча марта бу ёй радиуси ҳам ортади, шунинг учун марказий бурчак катталиги ўзгаришсиз қолади. Бу айтилганлар 113-расмдан очиқ англашилади.



113-расм.

74. 114-расмни кўриб чиқинг, унда  $MAN$  шайтон ёйининг бошланғич ҳолати,  $M'BN$  – унинг янги ҳолати, шу билан бирга  $M'N'$  ватар  $MN$  ватар билан  $\frac{1}{2}^\circ$  ли



114-расм.

бурчак ташкил этади. Аввал  $A$  нуқтада бўлган пуфакча ўша нуқтада қолди, лекин  $MN$  ёй ўртаси  $B$  га силжиди. Агар радиуси  $1$  м, ёйнинг градуслардаги катталиги  $1/2^\circ$  бўлса,  $AB$  ёй узунлигини ҳисоблаш

талаб этилади (бу перпендикуляр томонли ўткир бурчаклар тенглигидан келиб чиқади).

Ҳисоблаш қийин эмас. Радиуси  $1$  м ( $1000$  мм) ли айлана узунлиги  $2 \cdot 3,14 \cdot 1000 = 6280$  мм га тенг. Айланада  $360^\circ$  ёки  $720$  та ярим градуслик борлигидан, битта ярим градус узунлиги

$$6280 : 720 = 8,7 \text{ мм}$$

бўлади.

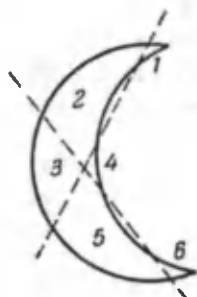
Пуфакча белгидан (тўғрироғи, белги пуфакчадан сурилади) тахминан  $9$  мм — деярли  $1$  см га сурилади. Осон кўриш мумкинки, трубка эгрилик радиуси қанча катта бўлса, шайтоннинг сезгирлиги шунча каттадир.

75. Бу масаланинг ҳеч бир ҳазил жойи йўқ ва одатдаги сўз ишлатишнинг хатолигини очиб беради. Кўпчилик ўйлаганидек, «олти томонли» қаламда  $6$  та томон эмас, балки, агар учи очилмаган бўлса, томонлари  $8$  та бўлади: олти ён томон ва икки учидоги яна иккита кичик томони. Ҳақиқатда унинг томонлари  $6$  та бўлганида эди, у умуман бошқа шаклга — тўртбурчак кесимли брусок шаклига эга бўлар эди.

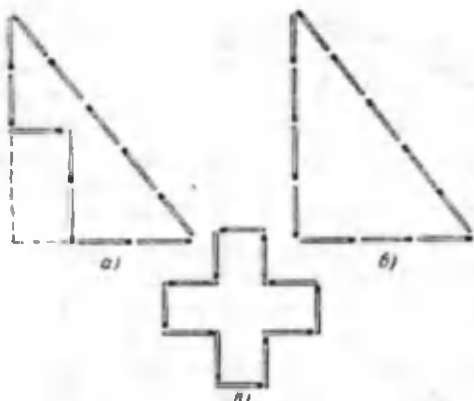
Асосни эсдан чиқарган ҳолда, призмаларда фақат ён томонларни ҳисоблаш одати кенг тарқалган. Кўпчилик уч томонли призма, тўрт томонли призма ва ҳ.к. деб айтади. Ҳақиқатда эса бу призмаларни шундай аташ керак: учбурчакли, тўртбурчакли ва ҳ.к. — асос шаклига кўра. Уч томонли призма, яъни учта томонга эга призма хаттоки мавжуд эмас.

Масалада сўз юритилган қаламни шунинг учун олти томонли эмас, балки олтибурчакли деб аташ тўғри бўлади.

76. Чизиқларни 115-расмда кўрсатилганидек тортиш



115-расм.



116-расм.

керак. 6 бўлак ҳосил бўлади, улар кўрғазмалик учун рақамланган.

77. Гугурт чўпларини 116-а расмда кўрсатилгандек жойлаштириш керак; бу шаклнинг юзаси «гугурт» квадрати юзасининг тўртланганига тенг. Бунга қандай ишонч ҳосил қилиш мумкин? Шаклимизни фикран учбурчакка тўлдирамиз. Асоси 3 та, баландлиги 4 та гугуртга тенг тўғри бурчакли учбурчак ҳосил бўлади\*. Унинг юзаси асосининг баландлигига кўпайтмасининг ярмига тенг:  $1/2 \cdot 3 \cdot 4 = 6$  га, яъни томонининг узунлиги битта гугурт чўпига тенг бўлган 6 квадратга тенг (116-б расм). Лекин бизнинг шаклимиз юзи, равшанки, учбурчак юзасидан иккита «гугурт» квадратига кичик ва, демак, шундай квадратлардан 4 тасига тенг.

78. Теварагининг узунлиги бир хил бўлган шакллар ичидан энг катта юзга доира эга эканини исбот қилиш мумкин. Гугурт чўпларидан айлана ясаб бўлмайди; бироқ, 8 та гугурт чўпидан айланага анча яқин шаклни ясаш мумкин (117-расм), бу — мунтазам саккизбурчак бўлади.

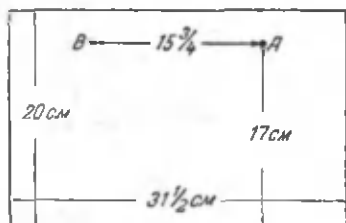


117-расм.

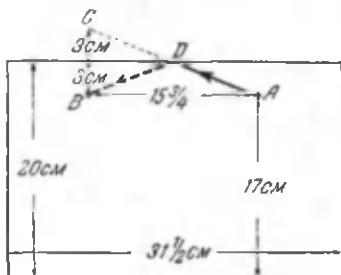
\* «Пифагор теоремаси» билан таниш ўқувчилар, бу ерда ҳосил булган учбурчакнинг тўғри бурчакли учбурчак эканлигини нима учун ишонч билан таъкидлашимизни тушуналалар, чунки  $3^2 + 4^2 = 5^2$ .

Мунтазам саккизбурчак бизнинг масаламиз талабини қаноатлантирувчи шаклдор: у энг катта юзага эга.

79. Масалани ечиш учун цилиндр банканинг ён сиртини текис шаклга ёямиз: баландлиги 20 см, асоси банка айланасига тенг, яъни  $10 \cdot 3\frac{1}{7} = 31\frac{1}{2}$  см га тенг тўғри тўртбурчакни оламиз (118-расм). Бу тўғри тўртбурчакда пашша ва асал томчилари ўринларини белгилаймиз. Пашша *A* нуқтада, асосдан 17 см баландликда, томчи *B* нуқтада, яъни ўша баландликда ва *A* дан банка



118-расм.



119-расм.

ярим айланасига тенг масофада, яъни  $15\frac{3}{4}$  см узоқликда жойлашган.

Пашша банка қиррасини ошиб ўтадиган нуқтани топиш учун қуйидагича иш қиламиз. *B* нуқтадан (119- расм) тўғри тўртбурчакнинг юқори томонига тўғри бурчак остида тўғри чизиқ ўтказамиз ва уни шунча масофага давом эттирамиз: *C* нуқтани оламиз. Бу нуқтани *A* нуқта билан тўғри чизиқ орқали тугаштирамиз. *D* нуқта пашша банканинг бошқа томонига ошиб ўтиши керак бўлган нуқта, *ADB* эса энг қисқа йўл бўлади.



120-расм.

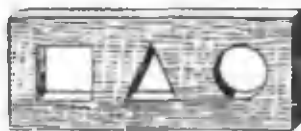
Ёйилган тўғри тўртбурчакда энг қисқа йўлни топгандан сўнг, уни яна цилиндрга айлантриб, асал томчисига тезроқ етиш учун пашша қандай тезлик билан чопишини аниқлаймиз (120-расм).

Шунга ўхшаш ҳолларда пашшалар шундай йўлни танлашадими ёки йўқми, номаълум. Балки ҳид билишга асосланиб, пашша ҳақиқатда энг қисқа йўл бўйича югурар, лекин бунинг эҳтимоли кам:

бунинг учун ҳид билиш сезгисининг ўзи етарли эмас.

80. Берилган ҳолда зарур бўлган тиқин мавжуд. У 121-расмда кўрсатилган шаклга эга. Битта шундай тиқин ҳақиқатда ҳам квадрат, ҳам учбурчак, ҳам доира тешикларни ёпиши мумкинлигини кўриш осон.

81. 122-расмда тасвирланган доира, квадрат ва хочсимон тешиклар учун ҳам тиқин мавжуд. У уч ҳолатда



121-расм.



122-расм.

келтирилган.

82. Бундай тиқин ҳам мавжуд: сиз уни учала томондан кўринишини 123-расмда кўришингиз мумкин.

(Биз ҳозир шуғулланган масалаларни чизмачилар қандайдир бир машина қисмини уч «проекция»си бўйича унинг шаклини ўрнатишлари керак бўлганда тез-тез ечишларига тўғри келади.)

83. Шуниси қизиқки, бундай кичик тешикдан беш тийинликни бемалол ўтказиш мумкин. Фақат бу ишни эпламоқ керак. Қоғоз шундай букланадики, думалоқ тешик тўғри тирқишга чўзилади (124-расм): бу тирқишдан беш тийинлик ўтади.



123-расм.



124-расм.



Геометрик ҳисоб бир қарашда ўйлантирувчи трукни тушунишга ёрдам беради. Икки тийинлик танга диаметри — 18 мм: унинг айланаси узунлиги, осонгина ҳисобланади: 56 мм (бироз ортиғи билан)га тенг. Тўғри тирқиш узунлиги, равшанки, тешик айлана узунлигидан икки марта кичик бўлиши керак, демак, 28 мм га тенг бўлади. Шу билан бирга, беш тийинликнинг кўндаланг узунлиги 25 мм; демак, унинг қалинлигини ҳисобга олганда ( $1\frac{1}{2}$  мм) ҳам 28 мм ли тирқишдан ўта олади.

**84.** Сурат бўйича минора баландлигининг ҳақиқий баландлигини топиш учун, фотосуратда, авваламбор, миноранинг баландлиги ва унинг асоси узунлигини иложи борица аниқроқ ўлчаш керак. Фараз қилайлик, суратда миноранинг баландлиги 95 мм, асоси узунлиги эса 19 мм бўлсин. Шундан сўнг минора олдига бориб, унинг асоси узунлигининг ҳақиқий узунлигини ўлчасиз. Айтайлик, у 14 м га тенг бўлсин.

Буни бажариб, сиз шундай мулоҳаза юритасиз.

Миноранинг сурати ва унинг ҳақиқий чизмалари бир-бирига геометрик ўхшаш. Бундан, баландлик тасвири асос тасвиридан неча марта катта бўлса, миноранинг ҳақиқий баландлиги унинг асоси узунлигидан шунча катта бўлади. Биринчи нисбат  $95 : 19$  га тенг, яъни 5 га тенг; бу ердан минора баландлиги унинг асоси узунлигидан 5 марта катта деб хулоса қиласиз ва табиий ҳолда  $14 \cdot 5 = 70$  м бўлади.

Шундай қилиб, шаҳар минораси баландлиги 70 м.

Шуни таъкидлаш керакки, бироқ миноранинг баландлигини фотографик аниқлаш учун ҳар қандай сурат ҳам яравермайди, фақатгина тажрибасиз фотографларда учрайдиган пропорциялар бузилишлари бўлмаган суратлар керак.

**85.** Масалада қўйилган иккала саволга, одатда, ижобий жавоб берадилар. Ҳақиқатда эса фақат учбурчаклар ўхшаш; рамка шаклидаги ташқи ва ички тўртбурчаклар, умуман айтганда, ўхшаш эмас. Учбурчаклар ўхшашлиги учун бурчаклар тенглиги етарли; ички учбурчак томонлари ташқи учбурчак томонларига параллел бўлгани учун, бу шакллар ўхшаш. Лекин бошқа кўпбурчакларнинг ўхшашлиги учун бурчакларнинг тенглиги етарли эмас (ёки томонлар параллеллиги етарли эмас): яна



125-расм.

томонлар пропорционал бўлиши ҳам зарур. Рамка шаклидаги ташқи ва ички тўртбурчак учун бу фақат квадратлар ҳолидагина ўринли (ва умуман ромблар учун). Қолган барча ҳолларда ташқи тўртбурчак томонлари ички тўртбурчак томонларига пропорционал эмас ва шакллар ўхшаш эмас. 125-расмда тасвирланган кенг планкали тўғри тўртбурчак рамкалари учун ўхшашликнинг йўқлиги очиқ бўлиб қолади. Чапдаги рамкада ташқи томонлар бир-бирларига  $2 : 1$  нисбатда, ичкилари эса  $4 : 1$  нисбатдадир. Ўнгдаги рамкада — ташқилари  $4:3$ , ичкилари эса  $2 : 1$  нисбатдадир.

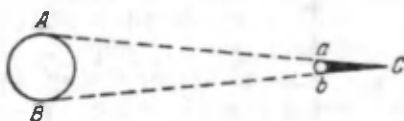
**86.** Кўпчиликка бу масалани ечишда астрономиядан маълумотлар: Ердан Қуёшгача бўлган масофа ва Қуёш диаметри қиймати ҳақидаги маълумотлар зарур бўлиши кутилмагандек бўлади.

Симнинг фазода ташлайдиган тўлиқ сояси узунлиги 126-расмда кўрсатилган геометрик ясашдан топилади. Соя симнинг диаметридан Ердан Қуёшгача бўлган масофа (150 000 000 км) Қуёшнинг диаметридан (1 400 000 км) қанча катта бўлса, шунча катта. Охириги нисбат яхлит ҳисобда 115 га тенг. Бинобарин, симнинг фазога ташловчи тўлиқ соясининг узунлиги

$$4 \cdot 115 = 460 \text{ мм} = 46 \text{ см га тенг.}$$

Тўлиқ соянинг айтарли узунмаслиги уни ерда ёки уйлар деворларида кўринмайдиган бўлиши билан тушунтирилади; бунда хира бўлиб кўринадиган соя излари соялар эмас, балки нимсоялардир.

Бундай масалаларни ечишнинг бошқача усули 8-бошқотирмани кўздан кечиришда кўрсатилган эди.



126-расм.

87. Ұйинчоқ гишт оғирлиги 1 кг, яъни бор-йўғи тўрт марта кам деган жавоб кўпол хатодир. Гиштча ҳақиқийсидан нафақат тўрт марта қисқа, балки тўрт марта энсиз ҳамдир. Шу билан бирга тўрт марта паст, шунинг учун ҳам унинг оғирлиги  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  марта кам.

Тўғри жавоб, демак, шундай: Ұйинчоқ гиштча оғирлиги  $4000 : 64 = 62,5$  г.

88. Сиз бу масалани тўғри ечишга энди тайёрсиз. Одамлар жисмининг шакли бир-бирига тахминан ўхшаш бўлгани учун одам бўйига икки марта баланд бўлганида унинг ҳажми 8 марта катта бўлади. Демак, бизнинг паҳлавон паканадан 8 марта оғирроқ.

Элзасда яшаган бир одамнинг бўйи 275 см лиги ҳақида (ўрта бўйли одам бўйидан нақд 1 метрга баланд) маълумотлар сақланиб қолинган. Энг паст бўйли пакана одамнинг бўйи 40 см га етмаган, яъни унинг бўйи элзаслик улкан одамникидан 7 марта паст бўлган. Шунинг учун агар тарозининг бир палласига эльзаслик паҳлавон қўйилса, мувозанат ҳосил бўлиши учун иккинчи палласига  $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$  пакана одамларнинг бутун бошли галасини қўйиш керак бўлади.

89. Катта тарвузнинг ҳажми кичик тарвуз ҳажмидан

$$1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{125}{64},$$

марта, яни деярли икки марта катта. Демак, йирик тарвузни сотиб олиш фойдалироқдир: у фақат бир ярим марта қиммат, ейиладиган модда эса икки марта кўп.

Аммо, нима учун сотувчилар бундай тарвузларга одатда икки марта эмас, фақат бир ярим марта кўп пул сўрашади? Бу сотувчилар кўп ҳолларда геометриядан кучли билимдон эмасликлари билан оддийгина тушунтирилади. Шу билан бирга харидорлар ҳам геометрияни билиш бобида сотувчилардан қолишмайдилар, шунинг учун улар баъзан шу каби фойдали харидлардан воз кечадилар. Йирик тарвузларни майдороқларига нисбатан сотиб олиш фойдали эканлигини дадиллик билан тасдиқлаш мумкин, чунки улар доимо ҳақиқий қийматларидан пастроқ баҳоланадилар; лекин кўпчилик харидорлар бу ҳақида билмайдилар.

Худди шу сабабга кўра, йирик тухумларни сотиб олиш майдасини сотиб олишдан фойдалироқдир, фақат агар улар оғирликлари бўйича баҳоланмаса.

90. Айланалар ўзаро диаметрлар нисбати каби нисбатда бўлади. Агар бир қовуннинг айлана узунлиги 60 см, иккинчисиники 50 см бўлса, уларнинг диаметрлари нисбати  $60 : 50 = \frac{6}{5}$ , уларнинг ҳажмлари нисбати

$$\left(\frac{6}{5}\right)^3 = \frac{216}{125} = 1,73.$$

Катта қовун, агар унинг ҳажмига (ёки оғирлигига) нисбатан баҳоланса, кичик қовундан 1,73 марта, бошқача айтганда 73% га қиммат бўлиши керак. Лекин у учун эса бор-йўғи 50%га кўпроқ нарх сўрашяпти. Равшанки, уни сотиб олиш фойдалидир.

91. Масаланинг шартидан олчанинг диаметри данаги диаметрдан 3 марта катталиги келиб чиқади. Демак, олчанинг ҳажми данак ҳажмидан  $3 \cdot 3 \cdot 3$ , яъни 27 марта

катта. Данакка олча ҳажмининг  $\frac{1}{27}$  қисми, серсув қис-

ми ҳажмига эса қолган  $\frac{26}{27}$  қисми тўғри келади. Шундай қилиб, олчанинг серсув қисми данакдан ҳажм бўйича 26 марта катта.

92. Агар модел ҳақиқийдан 8 000 000 марта енгил ва иккаласи бир хил металдан тайёрланган бўлса, модел ҳажми ҳақиқий ҳажмидан 8 000 000 марта кичик бўлиши керак. Биз биламизки, ўхшаш жисмлар ҳажмлари уларнинг баландликлари кублари нисбати кабидир. Демак, модел ҳақиқийсидан 200 марта паст бўлиши керак, чунки

$$200 \cdot 200 \cdot 200 = 8\,000\,000.$$

Миноранинг ҳақиқий баландлиги 300 м. Бундан модел баландлиги

$$300 : 200 = 1\frac{1}{2} \text{ м}$$

бўлиши кераклиги келиб чиқади.

Модел деярли одам бўйидек бўлади.

93. Иккала кастрюлка – геометрик ўхшаш жисмлардир. Агар катта кастрюлка 8 марта сигимлироқ бўлса, унинг барча чизиқли ўлчамлари икки марта каттадир: у икки марта баландроқ ва икки марта кенгроқдир. Агар у икки марта баланд ва кенг бўлса, унинг сирти  $2 \cdot 2$  марта, яъни 4 марта катта, чунки ўхшаш жисмлар сиртлари чизиқли ўлчамлари квадрати нисбати каби нисбатда бўлади. Деворларининг қалинликлари бир хил бўлганда кастрюлка оғирлиги унинг сирти катталигига боғлиқ. Бу ердан масала саволига жавоб оламиз: катта кастрюлка кичкина кастрюлкадан тўрт марта оғirroқдир.

94. Бу масала, бир қарашда умуман математик масала эмас, моҳиятига кўра аввалги масалада қўлланган геометрик мулоҳазалар билан ечилади.

Уни ечишга киришишдан олдин, унга ўхшаш, лекин бироз соддароқ масалани кўриб чиқамиз.

Катта ва кичик бир хил материалдан ва шаклда ясалган иккита қозон (ёки иккита самовар) қайноқ сув билан тўлдирилган. Қайси бири тезроқ совийди?

Нарсалар асосан сиртдан совийдилар: демак, ҳар бир ҳажм бирликка катта юза тўғри келган қозон тезроқ совийди. Агар бир қозон бошқасидан  $n$  марта баланд ва кенг бўлса, унинг сирти  $n^2$  марта, ҳажми эса  $n^3$  марта катта бўлади; катта қозонда бирлик сиртга  $n$  марта катта ҳажм тўғри келади. Демак, кичик қозон тезроқ совийди керак.

Шу сабабли совуқда турган бола у билан бир хил кийинган катта одамга қараганда кўпроқ совқотади: иккалаларида ҳам тананинг ҳар см кубига юзага келувчи иссиқлик миқдори тахминан бир хил, лекин болада ҳар бир см кубга тўғри келадиган совийдиган тана юзаси катта одамникига қараганда катта.

Қўл ёки бурун тананинг бошқа қисмларига қараганда кучлироқ совқотади ва шу сабабли уларни бошқа тана аъзоларига нисбатан тез-тез совуқ уради, гарчи уларнинг сирти ҳажмига қараганда айтарли катта бўлмаса ҳам.

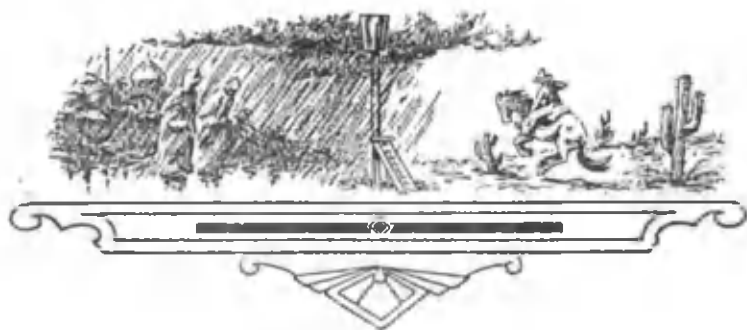
Бу ерга, ниҳоят, қуйидаги масала ҳам тааллуқлидир: Нима учун йўғон тўнкадан чопиб олинган пайраха шу тўнкага қараганда тезроқ ёнади?

Қизиш сиртдан бошлангани ва жисм бугун ҳажмига тарқалгани учун, ёғочнинг ҳар см кубига иккала ҳолда қандай катталикдаги сирт тўғри келишини топиш учун

ўша узунликдаги ва ўша квадрат кесимли пайраха сирти ва ҳажмини (масалан, квадрат кесимли) тўнканинг сирти ва ҳажми билан солиштириш керак. Агар тўнка пайраҳадан 10 марта қалинроқ бўлса, тўнканинг ён сирти пайраха ён сиртидан 10 марта, унинг ҳажми пайраха ҳажмидан 100 марта катта бўлади. Демак, пайраҳада ҳар бир бирлик сиртга тўнкага қараганда ўн марта кичик ҳажм тўғри келади: бир хил иссиқлик миқдоридан пайраҳада ўн марта кам модда қиздирилади, бундан бир иссиқлик манбаидан чиққан иссиқликдан пайраҳанинг тўнкага қараганда аввалроқ ёниши содир бўлади. (Ёғоч иссиқликни ёмон ўтказганлиги туфайли, кўрсатилган муносабатларни тақрибий деб қараш керак; улар жараённинг миқдорий томонини эмас, балки унинг умумий боришинигина характерлайдилар.)

95. Жуда чалкаш бўлиб туюлган бу масалага, бироз диққат билан киришилса, у жуда осон ечилади. Соддалик учун майдаланган қанднинг кўндаланг ўлчами шакар зарраларидан 100 марта катта деб фараз қиламиз. Энди ўзимизча, шакар зарраларининг кўндаланг ўлчами у солинган стакан билан биргаликда 100 марта катталашган деб тасаввур қиламиз. Стаканнинг сигими  $100 \cdot 100 \cdot 100$  марта, яъни миллион марта ўсади. Ундаги шакар оғирлиги ҳам шунчага ортади. Бундай йириклашган шакарнинг бир одатдаги (катталаштирилмаган) стаканини фикран бошқа идишга соламиз, яъни гигант стакандаги шакарнинг миллиондан бир қисмини. Бошқа идишга солинган шакар, албатта, одатдаги шакарнинг одатдаги стакани оғирлигидаги оғирликда бўлади. Бироқ, бошқа идишга солинган бизнинг йириклашган шакаримиз нимани тасвирлайди? Бўлинган қандни. Демак, стаканда шакар оғирлигидаги қанд бўлади.

Агар юз карра кўпайтириш ўрнига биз олтмиш марта ёки қандайдир бошқа марта кўпайтиришни олсак ҳам натижа ўзгармайди. Фикрлашнинг моҳияти, қанд бўлаклари шакар зарраларига геометрик ўхшаш жисм ва шу билан бирга уларга ўхшаш ҳолда жойлашган деб қарашдир. Бу тахмин, албатта, унчалик тўғри эмас, лекин у ҳақиқатга етарлича яқин (агар бунда гап машинада майдаланган қанд ҳақида эмас, балки айнан қўлда майдаланган қанд ҳақида кетаётган бўлса).



## ЎНИНЧИ БОБ

### ЁМҒИР ВА ҚОР ГЕОМЕТРИЯСИ

**96. Ёмғир ўлчагич.** Ленинградни жуда серёмғир, масалан, Москвадан ҳам анча серёмғир шаҳар деб ҳисоблаш одат бўлиб қолган. Бироқ олимлар бошқа нарсани, яъни улар ёмғир Москвага бир йилда Ленинграддагидан кўп сув келтиради, деб айтадилар. Улар буни қаердан биладилар? Ёмғир қанча сув олиб келишини наҳотки ўлчаш мумкин бўлса?

Бу мураккаб масала бўлиб туюлади, лекин ёмғирни бундай ҳисоблашни ўзингиз ҳам ўрганишингиз мумкин. Бунинг учун ёққан ҳамма ёмғир сувини йиғиш керак деб ўйламанг. Агар ёққан ёмғир оқиб ва ерга сингиб кетмаганда ерда ҳосил бўладиган сув қатлами қалинлигини ўлчаш етарлидир. Буни бажариш жуда ҳам қийин эмас. Ёмғир ёғаётганда ҳамма жойга бир меъёрда гушади: бир эгатга кўпроқ, кўшни эгатга камроқ сув олиб келиши мумкин эмас. Шунинг учун бирор майдончадаги ёмғир сувини ўлчаб, биз ёмғир ёққан бутун майдондаги унинг қалинлигини била оламиз.

Сиз энди, эҳтимол, ёмғир бўлиб тушган сув қатлам қалинлигини ўлчаш учун нима қилиш кераклигини англаган бўлсангиз керак. Ёмғир суви шимилмайдиган ва оқиб кетмайдиган бир кичикроқ майдон қуриш керак. Бунинг учун исталган очиқ идиш, масалан, челақ ярайди. Агар сизда деворлари тик бўлган челақ (ости ва уст

дарчалари бир хил) бўлса, уни очиқ жойга қўйинг\*. Ёмғир тугаганидан кейин челақда йиғилган сув баландлигини ўлчанг ва сиз ҳисоблаш учун керак бўладиган барча маълумотларга эга бўласиз.

Биз қўлбола «ёмғир ўлчагичимиз» билан батафсилроқ шуғулланамиз, Челақдаги сув баландлигини қандай ўлчаш керак? Лекин бу челақда сув кўп бўлганда қулай. Борди-ю сув қатламининг баландлиги 2–3 см дан ёки ҳатто бир неча миллиметрлардан ошмаса (одатда шундай бўлади), сув қатлами қалинлигини бундай усулда ўлчашни уддалаб бўлмайди. Бу ерда ҳар бир миллиметр, ҳаттоки ҳар бир унинг ўндан бир улуши ҳам муҳимдир. Унда нима қилиш керак?

Яхшиси сувни яна ҳам торроқ шиша идишга қўйиш керак. Бундай идишда сув юқорироқ туради, шаффоф деворлардан эса сатҳ баландлигини кўриш осон. Сиз тушунасизки, тор идишда ўлчанган сув баландлиги биз ўлчашимиз керак бўлган сув қатлами қалинлигини бермайди. Лекин бир ўлчашни бошқасига ўтказиш осон. Айтайлик, тор идишнинг туби диаметри бизнинг ёмғир ўлчагич — челақ туби диаметридан роппа-роса ўн марта кичик бўлсин. Идиш туби юзаси челақ туби юзасидан 10 · 10 марта, яъни 100 марта кичик. Бундан челақдан қуйилган сув шиша идишда 100 марта баландроқ туриши кераклиги тушунарлидир. Демак, агар челақда ёмғир суви қатлами қалинлиги 2 мм бўлган бўлса, тор идишда ўша сув 200 мм, яъни 20 см баландликдаги сатҳда туради.

Сиз бу ҳисобдан кўряпсизки, шиша идиш ёмғир ўлчагич челақка нисбатан жуда ҳам тор бўлмаслиги керак, акс ҳолда уни жуда ҳам баланд олиш керак бўлар эди. Агар шиша идиш челақдан 5 марта тор бўлса, бу етарли бўлади: унда унинг туб юзаси челақ туб юзасидан 25 марта кичик бўлиб, унга қуйилган сув сатҳи шунча марта кўтарилади. Челақдаги сув қатлами қалинлиги ҳар миллиметрига тор идишдаги сувнинг 25 мм баландлиги тўғри келади. Шунинг учун шиша идиш ташқи деворига қоғоз тасма елимлаш ва унга ҳар 25 мм дан

---

\* Челақка ёмғир томчиси ерга урилганда сув томчилари челақка тушмаслиги учун уни юқорироқ қўйиш керак.



кейин бўлинмалар чизиш, уларни кейин 1, 2, 3 ва ҳ.к. рақамлар билан белгилаш яхши бўлади. Кейин тор идишдаги сув баландлигига қараб, сиз ҳеч қандай ортиқча ҳисоблашларсиз челақ ёмғир ўлчагичдаги сув қатлами қалинлигини тўғри билиб оласиз. Агар тор идиш кўндаланг ўлчами челақникидан 5 марта эмас, айтайлик 4 марта кичик бўлса, бўлинмаларни шиша идиш деворига ҳар 16 мм дан сўнг чизиш керак бўлади.

Челақдаги сувни тор идишга чеккасидан қуйиш жуда ҳам ноқулайдир. Яхшиси челақ деворида кичкина тешик очиб, унга тиқинга эга шиша трубкача қўйиб, у орқали сувни тор идишга қуйиш анча қулай бўлади.

Шундай қилиб, сизда ёмғир суви қатлами қалинлигини ўлчаш учун асбоб бор. Албатта, челақ ва қўлбола ўлчаш идиши метеорология станцияларида фойдаланиладиган чинакам ёмғир ўлчагич ва чинакам ўлчаш стаканчаси каби ёмғир сувини аниқлик билан ўлчашга имкон бермайди. Ҳар ҳолда сизнинг содда арзон асбобларингиз сизга кўп фойдали ҳисобларни амалга оширишга ёрдам беради.

Бу ҳисобларга биз ҳозир киришамиз.

**97. Қанча ёмғир ёғди?** Айтайлик узунлиги 40 м ва кенглиги 24 м бўлган томорқа бор бўлсин. Ёмғир ёғди ва томорқага хаммаси бўлиб қанча сув тушганини билмоқчисиз. Буни қандай ҳисоблаш керак?

Албатта, ишни ёмғир суви қатлами қалинлигини топишдан бошлаш керак: бу рақамсиз ҳеч қандай ҳисобни бажариб бўлмайди. Айтайлик, сизнинг қўлбола ёмғир ўлчагичингиз ёмғир 4 мм баландликдаги сув қатлами ҳосил қилганини кўрсатсин. Агар сув ерга шимилмаган бўлса, томорқанинг ҳар квадрат метрида неча см куб ёмғир турганини ҳисоблаймиз. Бир  $m^2$  100 см кенгликка ва 100 см узунликка эгадир: унда 4 мм, яъни 0,4 см баландликдаги сув қатлами турибди. Демак, бундай сув қатлами ҳажми

$$100 \cdot 100 \cdot 0,4 = 4000 \text{ см}^3$$

га тенг.

Сиз  $1 \text{ см}^3$  сув оғирлиги 1 г эканлигини биласиз. Демак, томорқанинг ҳар квадрат метрига 4000 г ёмғир суви ёққан, яъни 4 кг. Томорқада ҳаммаси бўлиб

$$40 \cdot 24 = 960 \text{ м}^2 \text{ бор.}$$

Демак, унга ёмғир пайтида

$$4 \cdot 960 = 3840 \text{ кг,}$$

яъни сал кам 4 тонна ёмғир суви ёққан.

Кўргазмалик учун, яна томорқани ёмғир олиб келган сувга тенг бўлган сув миқдори билан суғориш учун неча челак сув ташиб келиш керак бўлишини ҳисоблаб чиқинг. Одатдаги челакка 12 л га яқин сув кетади. Демак, ёмғир

$$3840 : 12 = 320 \text{ челак}$$

сув ёғдирган.

Шундай қилиб, қандайдир чорак соат давом этган ёмғир келтирган сув ўрнини босиш учун томорқага 300 челакдан ортиқ сув куйишингизга тўғри келар эди.

Кучли ва кучсиз ёмғир сонларда қандай ифодаланади? Бунинг учун ёмғир бир дақиқада неча миллиметр сув (яъни сув қатлами) ёғишини — «ёғингарчилик кучи» деб аталувчи миқдорни топиш керак бўлади. Агар ҳар дақиқада ўртача 2 мм ёмғир ёққан бўлса, бу — кучли сел бўлади. Кузги майда ёмғир ёққанда, бир соатда ёки ундан ҳам кўпроқ вақтда бор-йўғи 1 мм ёмғир суви йиғилади.

Кўраяпсизки, ёмғир билан қанча сув тушишини ўлчаш нафақат мумкин, балки ҳатто қийин ҳам эмас. Бундан ташқари, сиз агар хоҳласангиз, ёмғир вақтида нечта алоҳида томчилар тушганини тахминан аниқлашингиз мумкин. Ҳақиқатда: одатдаги ёмғирда томчиларнинг ўртача оғирлиги шундайки, уларнинг 12 таси 1 грамм бўлади. Демак, юқорида айтилган ёмғирда томорқанинг ҳар м кв. га

$$4000 \cdot 12 = 48\,000 \text{ томчи}$$

тушган.

Бутун томорқага қанча ёмғир томчиси тушганини ҳисоблаш қийин эмас. Лекин томчилар сонини ҳисоблаш кизиқарли, холос; ундан бирор фойда олиб бўлмайди. Буни эслатишимиздан мақсад, агар исталса, бир қарашда ақлга сиғмайдиган ҳисоб-китобларни уларни ҳисоблаш йўлини билган ҳолда амалга ошириш мумкинлигини кўрсатиш эди.

**98. Қанча қор ёққан?** Биз ҳозир ёмғир олиб келадиган сув миқдорини ўлчашни ўрганиб олдик. Дўл олиб келадиган сув миқдорини қандай ўлчаш мумкин? Худди аввалдагидек усулда. Дўл парчалари бизнинг челагимизга тушиб, унда эрийди: дўлдан ҳосил бўлган сувни ўлчайсиз ва керакли натижани оласиз.

Қор келтирган сув миқдори бошқача ўлчанади. Агар бунда ёмғир ўлчагичдан фойдаланилса, у жуда ноаниқ натижани берган бўларди, чунки челаққа тушувчи қорнинг бир қисмини шамол учириб кетади. Аммо қор сувини ўлчашда ҳар қандай ёмғир ўлчагичисиз ҳам иложини қилса бўлади: ҳовли, томорқа, далани қоплаган қор қатлами тўғридан-тўғри тахта таёқча (рейка) ёрдамида ўлчанади. Бу қор эриганда қандай қалинликдаги сув қатлами ҳосил бўлишини билиш учун тажриба ўтказиш керак: челақ ёққан қор зичлигидаги қор билан тўлдирилади ва эритилади. Ҳосил бўлган сувдан сув қатламининг баландлиги билинади. Шундай тарзда сиз қор қатлампидан неча миллиметр баландликда сув қатлами ҳосил бўлишини аниқлайсиз. Буни билиб, сизга қор қатлами қалинлигини сув қатлами баландлигига ўтказишингиз осон бўлади.

Агар ҳар куни йилнинг иссиқ кунлари давомида ёққан ёмғир сувининг миқдорини узлуксиз ўлчасангиз ва бунга қишда қор ҳолида йиғилган сув миқдорини қўшсангиз, сиз ҳудудингизда бир йил давомида ҳаммаси бўлиб ёғадиган сув миқдорининг қанчалигини билиб оласиз. Бу берилган ҳудудда ёғингарчилик миқдорини ўлчовчи жуда муҳим натижадир («ёғингарчилик» деб ёмғир, дўл, қор ва ҳ.к. кўринишда ёғувчи барча умумий сувга айтилади).

Қуйида турли шаҳарларда ҳар йили ўртача миқдорда қанча ёғингарчилик бўлиши кўрсатилган:

Ленинград .....	47 см	Астрахан .....	14 см
Вологда .....	45 см	Кутаиси .....	179 см
Архангельск .....	41 см	Боку .....	24 см
Москва .....	55 см	Свердловск .....	36 см
Кострома .....	49 см	Тоболск .....	43 см
Қозон .....	44 см	Семипалатинск .....	21 см
Куйбишев .....	39 см	Олма-ота .....	52 см
Чкалов .....	43 см	Тошкент .....	31 см
Одесса .....	40 см	Енисейск .....	39 см

Санаб ўтилган жойлардан Кутаисида энг кўп ёгингарчилик (179 см) бўлади. Астраҳанда эса энг кам ёгингарчилик (14 см) — Кутаисига қараганда 13 марта кам сув осмондан тушади. Аммо ер шарида Кутаисига қараганда анча кўп ёгингарчилик бўладиган жойлар ҳам бор. Масалан, Ҳиндистоннинг бир жойи борки, бу жой ёмғир сувига кўмилиб кетади: у ерда бир йилда 1260 см, яъни  $12\frac{1}{2}$  м миқдориди ёмғир ёғади! Ҳаттоки, бу ерга бир суткада 100 см дан кўп сув тушган пайт ҳам бўлган. Ва аксинча, Астраҳандан анча кам ёгингарчилик бўладиган жойлар ҳам мавжуд: чунончи, Жанубий Американинг бир вилоятида, Чилида, бутун йил бўйи тушган ёгин 1 см га ҳам етмайди.

Бир йилда 25 см дан кам ёгингарчилик бўладиган районлар қурғоқчил районлар ҳисобланади. Бу ерда сунъий суғоришсиз дон хўжалигини етиштириб бўлмайди.

Агар сиз биз санаб ўтган жойларнинг ҳеч бирида яшамасангиз, у ҳолда сиз истиқомат қиладиган жойдаги ёгингарчилик миқдорини ўлчашни ўзингиз бажаришингизга тўғри келади. Сабр билан йил давомида ҳар бир ёмғир ёки дўл қанча сув олиб келишини ва қорда қанча сув заҳираси борлигини ўлчаб, сиз шаҳрингиз бошқа шаҳарлар орасида ёгингарчилик бўйича қандай жойни эгаллаши ҳақида тасаввур оласиз.

Ҳар йили ер шарининг турли жойларида қанча ёгингарчилик ёғишини ўлчаб, бу рақамлардан бир йилда бутун Ерга умуман ўртача қанча сув қатлами ёғишини билиш қийин эмас. Маълум бўлишича, қуруқликда (океанларда кузатиш олиб борилмайди) бир йилдаги ўртача ёгингарчилик 78 см га тенг. Океан устида ҳам тахминан қуруқликдагига тенг сув миқдори ёғади, деб ҳисобланади. Сайёрамизда ҳар йили ёмғир, дўл, қор билан қанча сув олиб келинишини ҳисоблаш қийин эмас. Лекин бунинг учун ер шари сиртининг катталигини билиш керак. Агар сиз бу қийматни ҳеч ердан тополмасангиз, сиз ўзингиз уни қуйидагича ҳисоблашингиз мумкин.

Сизга маълумки, бир метр ер шари айланасининг тахминан 40 миллиондан бирини ташкил этади. Бошқача айтганда, Ернинг айлана бўйича узунлиги 40 000 000 м га, яъни 40 000 км га тенг. Ҳар қандай доиранинг кўндаланг

ўлчами унинг айланаси узунлигидан тақрибан  $3\frac{1}{7}$  марта кичик. Буни билган ҳолда сайёрамизнинг кўндаланг ўлчамини топа оламиз:

$$40\ 000 : 3\frac{1}{7} = 12\ 700\ \text{км.}$$

Ҳар қандай шар сиртини топишнинг қондаси шундай: кўндаланг ўлчамни ўз-ўзига ва яна  $3\frac{1}{7}$  га кўпайтириш керак:

$$12\ 700 \cdot 12\ 700 \cdot 3\frac{1}{7} = 509\ 000\ 000\ \text{км}^2.$$

(Натижанинг тўртинчи рақамидан бошлаб биз ноллар ёзамиз, чунки фақат биринчи учта рақами ишончлидир).

Шундай қилиб, ер шарининг бутун сирти 509 миллион  $\text{км}^2$  га тенг.

Масаламизга қайтамиз. Ер сиртининг ҳар  $\text{км}^2$  га қанча сув ёғишини ҳисоблаймиз. 1  $\text{м}^2$  га ёки 10 000  $\text{см}^2$  га

$$78 \cdot 10\ 000 = 780\ 000\ \text{см}^3$$

сув тушади.

Бир  $\text{км}^2$  да  $1000 \cdot 1000 = 1\ 000\ 000\ \text{м}^2$ . Демак, унга

$$780\ 000\ 000\ 000\ \text{см}^3\ \text{ёки}\ 780\ 000\ \text{м}^3$$

сув тушади.

Барча ер сиртига

$$780\ 000 \cdot 509\ 000\ 000 = 397\ 000\ 000\ 000\ 000\ \text{м}^3$$

сув тушади. Бу  $\text{м}^3$  ларни  $\text{км}^3$  га айлантириш учун уни  $1000 \cdot 1000 \cdot 1000$  га, яъни бир миллиардга бўлиш керак. У ҳолда 397 000  $\text{км}^3$  ни оламиз.

Шундай қилиб, ҳар йили атмосферадан сайёрамиз сиртига яхлит сонларда 400 000  $\text{км}^3$  сув ёғади.

Шу билан ёмғир ва қор геометрияси ҳақидаги суҳбатимизни яқунлаймиз. Бу ерда ҳикоя қилинганлар ҳақида батафсилроқ метеорологияга доир китобларда ўқиб чиқиш мумкин.



## ЎН БИРИНЧИ БОБ

### ЎТТИЗТА ТУРЛИ МАСАЛА

Бу китоб билан танишиш китобхонда изсиз ўтмаган-лигига, уни нафақат қизиқтиргани, шу билан бирга унда топқирликни, зеҳнлиликни кучайтириб, ўз билимларидан моҳирона фойдаланиш қобилиятини ривожлантиришда маълум даражада фойда берганлигига ишонамиз. Китобхон, эҳтимол, энди ўз зеҳнининг ўткирлигини биронта масала ечишда синаб кўришни ҳам хоҳлар. Китобчамизнинг охириги бобида йиғилган турли турдаги ўттизта масала ана шу мақсадни кўзда тутиб берилган.

**99. Занжир.** Темирчига ҳар бўлагида 3 тадан ҳалқаси бор занжирнинг 5 та узилган бўлагини келтиришди ва уни бир занжирга бирлаштиришга буюртма беришди.

Темирчи ишни бошлашдан олдин, бунинг учун нечта ҳалқани очиши ва яна қайта парчинлаши кераклиги ҳақида ўйлай бошлади. У тўртта ҳалқани очиши ва қайта парчинлаши керак деган хулосага келди.

Ишни бундан камроқ сонда очиб ва яна қайта парчинлаш орқали бажариб бўлмасмикан?



**100. Ўргимчаклар ва қўнғизлар.** Бола қутичага ўргимчак ва қўнғизлар — ҳаммаси бўлиб 8 та ҳашарот йиғди. Агар қутичадаги ҳашаротлар оёқларининг умумий сони 54 та бўлса, қутичада нечта ўргимчак ва нечта қўнғиз бор?

**101. Плаш, шляпа ва калиш.** Бир одам плаш, шляпа ва калишни 140 сўмга сотиб олди. Плаш шляпага қараганда 90 сўмга қиммат, шляпа ва плаш эса биргаликда калишдан 120 сўмга қиммат. Ҳар бир нарса алоҳида неча сўм туради?

Масалани тенгламасиз, оғзаки ечиш талаб этилади.



128-расм. Сотувчи қайси саватчани назарда тутган эди?

**102. Товуқ ва ўрдак тухумлари.** 128-расмдаги саватчаларда тухумлар бор. Бирларида товуқ тухумлари, бошқаларида эса ўрдак тухумлари бор. Уларнинг сони саватларда кўрсатилган. «Агар мана шу саватдаги тухумларни сотсам, — деди сотувчи, — менда ўрдак тухумларидан роппа-роса икки марта кўп товуқ тухумлари қолади».

Сотувчи қайси саватчани назарда тутган эди?

**103. Учиб ўтиш.** Самолёт А шаҳардан В шаҳаргача бўлган масофани 1 соату 20 минутда учиб ўтди. Бироқ орқага учиб ўтишни 80 минутда бажаради. Сиз буни қандай тушунтирасиз?

**104. Пул совғалар.** Икки ота ўғилларига пул совға қилдилар. Бири ўз ўғлига 150 сўм, бошқаси эса 100 сўм берди. Бироқ маълум бўлдики, икки ўғил биргаликда ўз сармойларини фақат 150 сўмга орттирганлар. Буни нима билан тушунтириш мумкин?

**105. Икки шашка.** Бўш шашка тахтасига иккита турли шашкани жойлаштириш керак. Улар тахтачада нечта турли вазиятларни эгаллашлари мумкин?

**106. Икки рақам билан.** Икки рақам билан сиз қандай энг кичик мусбат сонни ёза оласиз?

107. **Бир.** Барча ўнта рақамни ишлатиб 1 ни ифодаланг.

108. **Бешта тўққиз билан.** Бешта тўққиз билан 10 ни ифодаланг. Ҳеч бўлмаганда бунинг икки усулини кўрсатинг.

109. **Ўнта рақам билан.** 100 ни барча ўнта рақамдан фойдаланиб ифодаланг. Сиз буни нечта усул билан бажара оласиз? Тўрттадан кам бўлмаган усул мавжуд.

110. **Тўрт усул билан.** Тўрт хил усул билан 100 ни бешта бир хил рақам билан ифодаланг.

111. **Тўртта бир билан.** Сиз тўртта бир билан қандай энг катта сонни ёза оласиз?

112. **Сирли бўлиш.** Қуйидаги бўлиш мисолида тўртта тўртдан бошқа рақамлар юлдузчалар билан алмаштирилган. Юлдузчалар ўрнига алмаштирилган рақамларни топиб қўйинг.

$$\begin{array}{r} \text{*****}4 \quad | \quad \text{***} \\ \text{---} \quad \text{***} \quad | \quad \text{**4**} \\ \text{---} \quad \text{**4*} \\ \text{---} \quad \text{****} \\ \text{---} \quad \text{****} \\ \text{---} \quad \text{*4*} \\ \text{---} \quad \text{****} \\ \text{---} \quad \text{****} \end{array}$$

Мисол бир нечта ечимга эга.

113. **Бўлишнинг яна бир ҳоли.** Еттита еттидан бошқа рақамлари юлдузчалар билан алмаштирилган қуйидаги бўлиш мисолини ҳам юқоридагига ўхшаш топинг:

$$\begin{array}{r} \text{**7*****} \quad | \quad \text{****7*} \\ \text{---} \quad \text{*****} \quad | \quad \text{**7**} \\ \text{---} \quad \text{*****7*} \\ \text{---} \quad \text{*****} \\ \text{---} \quad \text{*7****} \\ \text{---} \quad \text{*7****} \\ \text{---} \quad \text{*****} \\ \text{---} \quad \text{****7**} \\ \text{---} \quad \text{*****} \\ \text{---} \quad \text{*****} \end{array}$$

114. **Нима ҳосил бўлади?** Бир метр квадратдаги квадрат миллиметрларнинг ҳаммасини бир-бирига зич қи



либ жойлаштиришдан тузилган тасмача қандай узунликка чўзилишини онгингизда ҳисоблаб кўринг.

**115. Ўша тонфадаги яна бир мисол.** Онгингизда бир метр кубдаги миллиметрли кубчалар бир-бирининг устига қўйилишидан тузилган устун неча километр баландга чўзилишини ҳисоблаб кўринг.

**116. Самолёт.** Эни 12 м бўлган самолёт фотоаппарат устидан тик ўтаётган вақтда пастдан фотосурати олинди. Камеранинг фокус масофаси 12 см. Суратда самолёт эни (кенглиги) 8 мм га тенг.

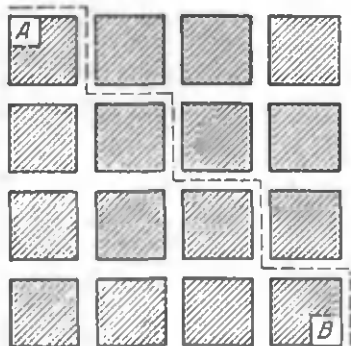
Самолёт фотосурати олинаётган лаҳзада қандай баландликда учган?

**117. Миллионта буюм.** Буюм оғирлиги 89,4 г. Шундай буюмларнинг миллионтаси неча тонна оғирликка эга бўлишини ўйлаб кўринг.

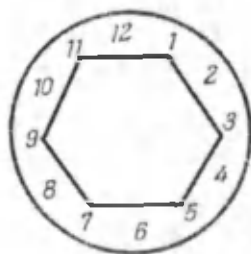
**118. Йўллар сони.** 129-расмда сўқмоқлар билан квадрат кварталларга бўлинган ўрмон дала ҳовлисини кўраяпсиш. Узук-узук чизиқ билан *A* нуқтадан *B* нуқтагача сўқмоқлар бўйича йўл белгиланган. Бу, албатта, сўқмоқлар бўйича кўрсатилган нуқталар орасидаги ягона йўл эмас. Сиз бир хил узунликдаги турли йўлларнинг нечасини ҳисоблаб бера оласиз?

**119. Циферблат.** Бу циферблатни (130-расм) 6 та турли шаклдаги 6 бўлакка бўлиш керак. Фақат улар шундай бўлинадики, ҳар бир бўлақдаги сонлар йиғиндиси бир хил бўлсин.

Масаладан мақсад, сизнинг фақат топқирлигингиз-



129-расм.

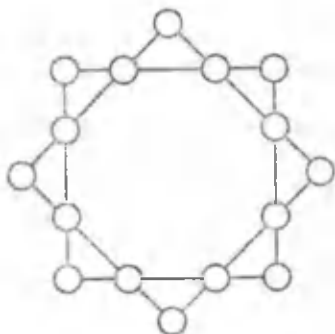


130-расм.

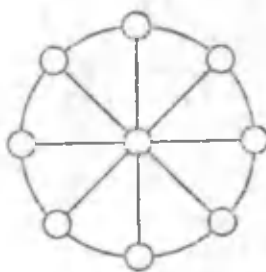
ни эмас, балки зийраклигингизни ҳам синаб куришдан иборат.

**120. Саккиз бурчакли юлдуз.** 1 дан 16 гача бўлган сонларни 131-расмда тасвирланган шакл чизиқлари кесишган нуқталарда шундай жойлаштириш керакки, ҳар бир квадрат томонидаги сонлар йиғиндиси 34 ва ҳар бир квадрат учигадаги сонларнинг ҳам йиғиндиси 34 ни ташкил этсин.

**121. Сонли ғилдирак.** 1 дан 9 гача бўлган рақамларни 132-расмдаги шаклга шундай жойлаштириш керакки, битта рақам доира марказида, қолганлари диаметрлари



131-расм.

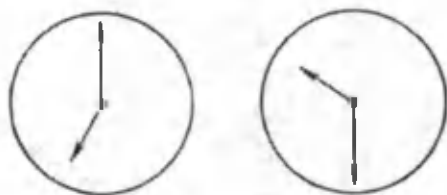


132-расм.

учларида ва ҳар бир қатордаги уч рақам йиғиндиси 15 ни ташкил этсин.

**122. Уч оёқли стол.** Уч оёқли стол, унинг оёқлари бир хил узунликда бўлмасада, ҳеч ҳам тебранмайди, деган фикр мавжуд. Шу тўғрими?

**123. Қандай бурчаклар?** 133-расмдаги соат миллари ўзаро қандай бурчакларни ташкил этади? Жавобни



133-расм.

транспортдан фойдаланмасдан, тасаввур қилиш орқали бериш керак.

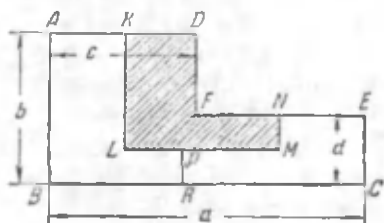
**124. Экватор бўйлаб.** Агар биз ер шарини экватори бўйлаб айланиб чиқа олганимизда эди, бошимизнинг тепаси оёқ кафтларимизнинг ҳар бир нуқтасидан узунроқ йўл ўтган бўларди. Бу фарқнинг катталиги қандай?

**125. Олти қаторга.** Тўққизта отни 10 та оғилга жойлаштириб, ҳар бир оғилда биттадан от бўладиган ҳазил ҳикоя, эҳтимол, сизга маълум бўлса керак. Ҳозир таклиф қилинадиган масала, ташқаридан қараганда, шу машҳур ҳазил ҳикояга ўхшаш бўлсада, бироқ хаёлий эмас, балки реал ечимга эга. У қуйидагидан иборат:

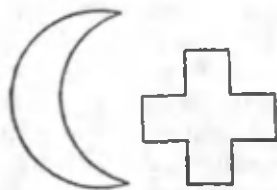
24 та кишини ҳар қаторида 5 тадан киши бўладиган 6 қаторга жойлаштириш керак.

**126. Қандай бўлиш керак?** Бурчакни (чорак қисми олиб ташланган тўғри тўртбурчак) тўртта тенг қисмга бўлиш масаласи маълум. Худди шундай шаклни (бурчакни) 134-расмдагидек учта бўлакка шундай бўлишга ҳаракат қилингки, ҳосил бўлган қисмлар тенг бўлсин. Бу масалани ечиш мумкинми?

**127. Хоч ва ярим ой.** 135-расмда доиранинг иккита ёйидан ташкил топган яримой шакли тасвирланган.



134-расм.



135-расм.

Яримой юзасига айнан тенг юзали хоч чизиш талаб этилади.

**128. Бенедиктов масаласи.** Кўплаб рус адабиёти ихлосмандлари шоир В.Г.Бенедиктов биринчи рус тилидаги математик бошқотирмалар тўплами муаллифи эканлигидан беҳабар бўлсалар керак. Бу тўплам нашр этилмаган: у қўлёзма ҳолида қолган ва фақат 1924 йили

қидириб топилган эди. Бу қўлэзма билан танишиб чиқишга имконим бўлди ва ҳатто бошқотирмаларнинг бири асосида унинг тузилган йилини ўрнатишга муваффақ бўлдим, яъни 1869 йил (қўлэзмада ёзилган йили кўрсатилмаган). Белетристика шаклида шоир томонидан қайта ишланган қуйидаги масалани ушбу қўлэзмадан олдим. Масала «Мушкул масалани хийлакорона ечиш» деб сарлавҳа олган.

«Тухум сотувчи бир хотинда сотиш учун тўқсонга тухуми бор эди. У тухумни сотиш учун уччала қизини бозорга юборди: қизлардан энг ақллиси бўлган катта қизига ўнта, иккинчисига 30 та, учинчисига эса 50 та тухум берди. Бозорга кетишларидан олдин у қизларига шундай деди:

— Аввал сотадиган нархларингизни ўзаро келишиб олинглар ва бу келишувни бузманг: бу нархни қаттиқ ушланг. Лекин менинг ақлли катта қизим ўзининг зийраклиги билан, ҳатто орангизда қандай нарҳда сотиш ҳақида умумий келишув бўлишига қарамай, у ўзининг ўнта тухумини катта синглиси 30 та тухумни сотган пулга сотади ва, ҳатто, шу синглисини ўзининг 30 та тухумини кичик синглиси 50 та тухумни сотган пулга сотишга ўргатади, деб умид қиламан. Учовларингиз сотган пул ва тухумларнинг нархи бир хил бўлсин. Шу билан бирга барча тухумларнинг ҳаммасини ўнта тухумни яхлити билан 10 тийинга, барча тўқсонга тухумни 90 тийинга ёки 30 олтидан кам бўлмаган пулга сотишингизни хоҳлар эдим».

Қизлар оналарининг топшириғини қандай бажарганликларини китобхонларимиз мустақил равишда топишларига имкон бериш учун мен ушбу ҳикояни шу ерида тўхтатаман.

## 99—128-БОШҚОТИРМАЛАРНИНГ ЕЧИМИ

99. Талаб этилган ишни фақат уч ҳалқани очиб бажариш мумкин. Бунинг учун занжирнинг бир бўлагидagi ҳалқаларни бўшатиб, улар билан қолган тўртта бўлак учларини бирлаштириш керак.

**100.** Бу масалани ечиш учун энг аввал табиат фанидан кўнғизларда ва ўргимчакларда нечтадан оёқлар борлигини эслаш керак: кўнғизда 6 та оёқ, ўргимчакда 8 та оёқ бор.

Буни билган ҳолда, қутичада фақатгина 8 та кўнғиз бор, деб фараз қиламиз. У ҳолда барча оёқлар сони  $6 \cdot 8 = 48$  та, яъни масалада кўрсатилгандан 6 та кам бўлар эди. Энди бир кўнғизни бир ўргимчак билан алмаштирамиз. Бундан оёқлар сони 2 тага ортади. Чунки ўргимчакда 6 та эмас, 8 та оёқ бор.

Равшанки, биз шундай алмаштиришлардан учтасини бажарсак, қутичадаги умумий оёқлар сонини талаб қилинган 54 тага олиб борамиз. У ҳолда 8 та кўнғиздан фақат бештаси қолади, қолганлари ўргимчаклар бўлади.

Шундай қилиб, қутичада 5 та кўнғиз ва 3 та ўргимчак бўлган.

Текширамиз: 5 та кўнғизда 30 та оёқ, 3 та ўргимчакда 24 та оёқ, ҳаммаси бўлиб эса  $30 + 24 = 54$  та, яъни масала шарти талаб этилганидек оёқ ҳосил бўлади.

Масалани бошқа усулда ҳам ечиш мумкин. Айнан: қутичада фақатгина 8 та ўргимчак бўлган, деб фараз қилиш мумкин. У ҳолда ҳамма оёқлар сони  $8 \cdot 8 = 64$  та, яъни масала шартида кўрсатилгандан 10 та кўп бўлар эди. Бир ўргимчакни кўнғиз билан алмаштириб, оёқлар сонини 2 тага камайтирамиз. Талаб этилган 54 тага келтириш учун шундай алмаштиришлардан 5 та бажариш керак. Бошқача айтганда, 8 та ўргимчакдан 3 тасини қолдириш, қолганларини кўнғизлар билан алмаштириш керак.

**101.** Агар плаш, шляпа ва калиш ўрнига икки жуфт калиш сотиб олинганда, 140 сўм эмас, балки плаш ва шляпадан калиш қанча арзон бўлса, шунча кам, яъни 120 сўмга кам тўланар эди. Биз, шундай қилиб, икки жуфт калишнинг нархи  $140 - 120 = 20$  сўмлигини, бу ердан бир жуфт калишнинг нархи 10 сўм эканлигини билиб оламиз.

Энди плаш ва шляпа  $140 - 10 = 130$  сўм эканлиги маълум бўлди, шу билан бирга плаш шляпадан 90 сўм қиммат. Аввалгидек мулоҳаза юритамиз: плаш ва шляпа

ўрнига иккита шляпа сотиб оламиз. Биз 130 сўм эмас, 90 сўмга кам пул тўлаймиз. Демак, иккита шляпа  $130 - 90 = 40$  сўм туради. бундан бир шляпанинг нархи 20 сўмлиги келиб чиқади.

Шундай қилиб, буюмларнинг баҳоси қуйидагича: калиш — 10 сўм, шляпа — 20 сўм, плаш — 110 сўм.

**102.** Сотувчи 29 та тухумли саватчани назарда тутган. Товуқ тухумлари 23, 12 ва 5 белгили саватчаларда; ўрдак тухумлари эса 14 ва 6 сонли саватчаларда жойлашган эди.

*Текширамиз.* Ҳаммаси бўлиб

$$23 + 12 + 5 = 40 \text{ та}$$

товуқ тухумлари қолган.

*Ўрдакларники эса*

$$14 + 6 = 20 \text{ та қолган.}$$

Масала шартида талаб этганидек, товуқ тухумлари ўрдак тухумларидан икки марта кўп қолган.

**103.** Бу масалада изоҳланадиган ҳеч нима йўқ: самолёт икки йўналишни бир хил вақт ичида учиб ўтади, чунки 80 минут = 1 соат 20 минут.

Масала эътиборсиз, яъни 1 соат 20 минут ва 80 минут орасида фарқ бор деб ўйлайдиган китобхонга мўлжалланган. Шуниси ажабланарлики, бундай қармоққа илинадиганлар оз эмас, яна ҳам ажабланирлиси, бундайлар тажрибаси кам ҳисобчиларга нисбатан ҳисоб-китоблар қилишга одатланганлар орасида кўпроқ учрайди. Сабоби, ўнлик саноқ системаси ва пул бирлиги системасига ўрганиб қолинганликдадир. «1 с. 20 мин.» ва унинг ёнида «80 минут» ёзувини кўриб, биз улар орасидаги фарқни 1 сўм 20 тийин ва 80 тийин орасидаги фарқни баҳолагандек баҳолаймиз. Масала ҳам мана шу психологик хатога мўлжаллаб тузилган.

**104.** Гапнинг маъзи шундаки, оталарнинг бири иккинчисига ўғил бўлганидадир. Уларнинг ҳаммаси тўрт киши эмас, балки уч киши эди: бува, ўғил ва невара. Бува ўғилга 150 сўм берди, у эса ундан 100 сўмини неварага (яъни ўзининг ўғлига) берди, шу билан у ўз маблағларини бор-йўғи 50 сўмга орттирган.

**105.** Биринчи шашка донасини шахмат тахтасининг 64 та катагининг исталган биттасига жойлаштириш мумкин, яъни 64 усул билан жойлаштириш мумкин. Биринчи шашка донаси кўйилгандан сўнг, иккинчисини қолган 63 катакнинг бирига жойлаштириш мумкин. Демак, биринчи шашка донасининг ҳар бир 64 ҳолатига иккинчи шашка донасининг 63 ҳолатини кўшиш мумкин. Бу ердан икки шашка донасининг тахтадаги турли ҳолатларининг умумий сони

$$64 \cdot 63 = 4032 \text{ тага}$$

тенглиги келиб чиқади.

**106.** Иккита рақам билан ёзиш мумкин бўлган энг кичик сон, эҳтимол баъзи ўқувчилар ўйлаганидек, 10 эмас, балки қуйидагича ифодаланган бирдир:

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4} \text{ ва ҳ.к. то } \frac{9}{9} \text{ гача.}$$

Алгебра билан таниш бўлганлар бу ифодаларга яна қатор бошқа белгилашларни ҳам қўшадилар:

$$1^0, 2^0, 3^0, 4^0 \text{ ва ҳ.к. то } 9^0 \text{ гача,}$$

чунки нолинчи даражали ҳар қандай сон бирга тенг\*.

**107.** Бирни икки каср йиғиндиси сифатида ифодалаш керак:

$$\frac{148}{296} + \frac{35}{70} = 1.$$

Алгебрани билувчилар яна бошқа жавобларни ҳам беришлари мумкин:

$$123456789^0; 234567^{9-9-1}$$

ва шунга ўхшаш, чунки нолинчи даражали сон бирга тенг.

**108.** Иккита усул қуйидагилар:

$$9 \frac{99}{99} = 10,$$

$$\frac{99}{9} - \frac{9}{9} = 10$$

---

\* Бироқ  $\frac{0}{0}$  ва  $0^0$  ечимлар нотўғри бўлган бўларди, чунки бу ифодалар умуман маънога эга эмас.

Алгебрани биладиганлар яна бир нечта ечимларни қўшишлари мумкин, масалан:

$$\left(9\frac{9}{9}\right)^9 = 10, \quad 9 + 99^{9-9} = 10.$$

109. Мана 4 та ечим:

$$70 + 24\frac{9}{18} + 5\frac{3}{6} = 100;$$

$$80\frac{27}{54} + 19\frac{3}{6} = 100;$$

$$87 + 9\frac{4}{5} + 3\frac{12}{60} = 100;$$

$$50\frac{1}{2} + 49\frac{38}{76} = 100.$$

110. 100 сонини бешта бир хил рақам билан, яъни бир, уч ва, энг осони, бешни қўллаб қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$111 - 11 = 100;$$

$$33 \cdot 3 + \frac{3}{3} = 100;$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 100;$$

$$(5 + 5 + 5 + 5) \cdot 5 = 100.$$

111. Масаланинг саволига кўп ҳолларда 1111 деб жавоб берадилар. Бироқ ундан кўл марта катта сонни ёзиш мумкин — айнан 11 нинг 11-даражасини:  $11^{11}$ . Агар сиз чидам билан бу ифодани ҳисоблашни охиригача олиб борсангиз (бу ҳисоблашларни логарифмлар ёрдамида анча тез бажариш мумкин), сиз бу соннинг 280 миллиарддан катта эканлигига ишонч ҳосил қиласиз. Демак, у 1111 сондан 250 миллион марта каттароқ бўлади.

112. Берилган бўлиш мисолига тўртта турли ҳол мос келиши мумкин, яъни

$$1\ 337\ 174 : 943 = 1418;$$

$$1\ 343\ 784 : 949 = 1416;$$



$$1\ 200\ 474 : 846 = 1419;$$

$$1\ 202\ 467 : 848 = 1418.$$

**113.** Бу мисол бўлишнинг фақат биргина ҳолига жавоб беради:

$$7\ 375\ 428\ 413 : 125\ 473 = 58\ 781*.$$

Охирги берилган иккита масала биринчи марта Америка нашрларида чоп этилган эди: «Математика газетаси», 1920 йил ва «Мактаб дунёси», 1906 йил.

**114.** Бир квадрат метрда мингта минг миллиметр квадрат бор. Ҳар мингта бир-бирига ёнма-ёнма қўйилган миллиметр квадратчалар 1 м ни, улардан мингта минги эса 1000 м ни, яъни 1 км ни ташкил этади; тасмача нақд бир километрга чўзилади.

**115.** Жавоб ўзининг кутилмаганлиги билан ҳайрон қолдиради: устун 1000 км юқорига чўзилган бўлар эди.

Оғзаки ҳолда ҳисоблаш бажарамиз. Куб метрда  $1000 \cdot 1000 \cdot 1000$  куб миллиметр бор. Бир-бирининг устига қўйилган мингта миллиметр кубча  $1000\ м = 1\ км$  устун беради. Бизда кубчалар сони яна минг марта кўп бўлгани учун ҳам устун 1000 км га чўзилади.

**116.** 136-расмдан кўринадики (1 ва 2 бурчакларнинг тенглигидан), предметнинг чизиқли ўлчамлари тасвирдаги мос ўлчамларига предметнинг объективдан узоқлигининг камера чуқурлигига нисбати каби нисбатдадир. Бизнинг ҳолда самолётнинг ер юзасидан баландлигини  $x$  м ларда ифодалаб,

$$12\ 000 : 8 = x : 0,12$$

пропорцияга эга бўламиз, бу ерлан  $x = 180\ м$ .

**117.** Бунга ўхшаш ҳисоблар ўйда қуйидагича бажарилади. 89,4 г ни миллионга, яъни мингта мингга кўпайтириш керак.

Кўпайтиришни икки марта

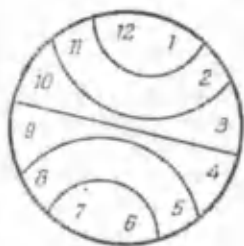


136-расм.

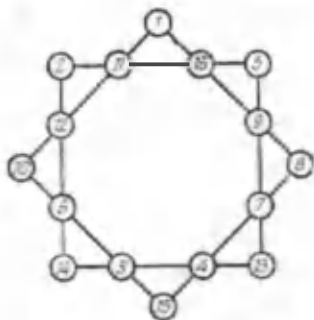
\* Кейинчалик яна уч ечими топилган.

базарамиз:  $89,4 \text{ г} \cdot 1000 = 89,4 \text{ кг}$ ,  
 чунки килограмм граммдан минг  
 марта катта. Сўнгра:  
 $89,4 \text{ кг} \cdot 1000 = 89,4 \text{ тонна}$ , чунки  
 тонна килограммдан 1000 марта  
 қўп. Шундай қилиб, қидирилаётган  
 оғирлик 89,4 тоннадир.

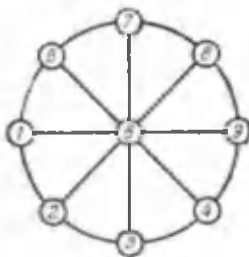
118. А дан В гача бўлган ўрмон  
 сўқмоқлари ҳаммаси 70 та



137-расм.



138-расм.



139-расм.

эканлигини ҳисоблаш мумкин. (Бу масалани систематик  
 ечимини алгебра курсларида ўрганиладиган Паскал  
 учбурчаги деб аталувчи усул ёрдамида бажариш  
 мумкин).

119. Циферблатда кўрсатилган барча сонлар йиғин-  
 диси 78 га тенг бўлгани учун, ҳар бир участка сонлари  
 биргаликда  $78 : 6$  ни, яъни 13 ни ташкил этиши керак.  
 Бу 137-расмда кўрсатилган ечимни топишни енгиллаш-  
 тиради.

120—121. Ечимлар 138- ва 139-расмларда  
 келтирилган.

122. Уч оёқли стол ўзининг уч оёғи учлари билан  
 ҳамма вақт полга тегиб туриши мумкин, чунки фазо-  
 нинг ҳар қандай учта нуқтасидан текислик ўтказиш  
 мумкин фақат битта: уч оёқли столнинг тебранмасли-  
 гининг сабаби шу. Кўраяписизки, масала диникага оид  
 эмас, балки соф геометрик масаладир.

Мана шунинг учун ер ўлчаш асбоблари ва фотоапаратларни уч оёққа қўндириб ишлатиш қулайдир. Тўртинчи оёқ тагликни турғунроқ қилолмайди; аксинча, ҳар сафар тагликни қимирламайдиган қилиб ўрнатиш чорасини кўришга тўғри келарди.

**123.** Агар миллар қандай вақтни билдирса, масала саволига жавоб бериш анча енгил бўлади. Чапдаги доирада миллар (133-расм) соат 7 ни кўрсатиб турибди. Демак, бу миллар орасида доиранинг  $5/12$  қисмига тенг ёй жойлашган.

Градус ўлчовда бу  $360^\circ \cdot 5/12 = 150^\circ$  ни ташкил этади.

Ўнгдаги доирада миллар соат 9-у 30 минутни кўрсатётганини англаш қийин эмас. Миллар учлари орасидаги ёй тўлиқ айлананинг ўн иккидан бир улушининг  $3\frac{1}{2}$  тасига ёки  $7/24$  тасига тенг.

Градус ўлчовда бу

$$360^\circ \cdot 7/24 = 105^\circ$$

ни ташкил этади.

**124.** Одам бўйини 175 см деб қабул қилиб ва Ер радиусини  $R$  деб белгилаб,

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3,14 \cdot (R + 175) - 2 \cdot 3,14 \cdot R &= \\ = 2 \cdot 3,14 \cdot 175 &= 1100 \text{ см,} \end{aligned}$$

яъни 11 м га яқин қийматга эга

бўламиз. Бу ерда ҳайратлиси шуки, натижа умуман шар радиусига боғлиқ эмас ва, демак, улкан Қуёшда ва кичкина шарчада ҳам бир хил бўлади.

**125.** Агар одамларни 140-расмдагидек олтибурчак шаклида жойлаштирсак, масаланинг талаби осонлик билан қаноатлантирилади.

**126.** Бу масаланинг қизиқлиги шундаки, масала  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  нинг ҳар қандай қийматида ҳам ечилавермайди, балки баъзи бир маълум қийматларида ечилади.

Ҳақиқатда биз 134-расмдаги штрихланган бўлакни ҳар бир штрихланмаган бўлакка тенг бўлишини истаймиз.  $LM$  томон  $BC$  дан кичиклиги равшан; демак, у  $AB$  га тенг бўлиши керак. Лекин бошқа томондан  $LM$   $RC$  га тенг бўлиши керак; демак,  $LM = RC = b$ . Бундан.



140-расм.

$BK = a - b$ . Лекин,  $BR$   $KL$  ва  $CE$  га тенг бўлиши зарур. Демак,  $BR = KL = CE$ , яъни  $a - b = d$  ва  $KL = d$ .

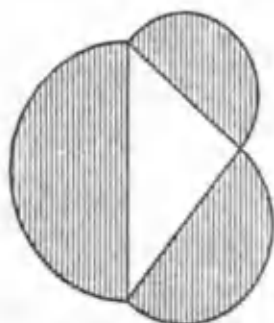
Кўраялпмизки,  $a$ ,  $b$  ва  $d$  лар ихтиёрий танлаб олиниши мумкин эмас.  $d$  томон  $a$  ва  $b$  томонлар айирмасига тенг бўлиши керак. Лекин бу етарли эмас. Биз ҳамма томонлар  $a$  томоннинг аниқ улушлари бўлиши кераклигини ҳозир кўрамиз.

$PR + KL = AB$  ёки  $PR + (a - b) = b$ , яъни  $PR = 2b - a$  га эга бўламиз. Ўнг бурчакнинг штрихланган ва штрихланмаган томонларини солиштириб,  $PR = MN$ , яъни  $PR = \frac{d}{2}$  оламиз: бу ердан  $\frac{d}{2} = 2b - a$ . Охирги тенгликни  $a - b = d$  муносабат билан солиштириб,  $b = \frac{3}{5}a$  ва  $d = \frac{2}{5}a$  ни топамиз. Штрихланган ва штрихланмаган шаклларнинг чапдагисини солиштириб, кўрамизки,  $AK = MN$ , яъни  $AK = PR = \frac{d}{2} = \frac{1}{5}a$ . Шундай қилиб,  $KD = PR = \frac{1}{5}a$  эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Демак,  $AD = \frac{2}{5}a$ .

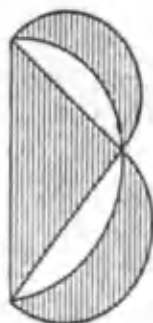
Шундай қилиб, шаклимиз томонлари ихтиёрий равишда олиниши мумкин эмас. Улар  $a$  томоннинг аниқ бўлаклари  $\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$  бўлишлари керак. Фақат шу ҳолдагина ечим мавжуд бўлиши мумкин.

**127.** Доира квадратураси масаласи ечилмаслиги ҳақида эшитган китобхонлар, эҳтимол, ушбу берилган масалани ҳам геометрик қатъий ечилмас деб ҳисоблашлари мумкин. Кўпчилик: модомики, тўлиқ доирани унга тенг қийматли квадратга айлантириб бўлмас экан, у ҳолда айлананинг иккита ёйидан тузилган ойчани ҳам тўғри тўртбурчакка айлантириб бўлмайди, деб ўйлайдилар.

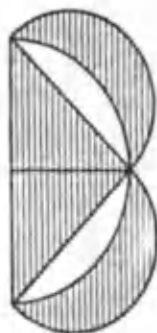
Ҳолбуки, ҳаммага маълум Пифагор теоремасининг ажойиб бир натижасидан фойдаланилса, масалани шубҳасиз геометрик яшаш билан ечиш мумкин. Мен назарда тутган натижа бундай ифодаланади: катетларга



141-расм.



142-расм.



143-расм.

ясалган яримдоиралар юзларининг йиғиндиси гипотенузада ясалган яримдоира юзасига тенг (141-расм). Катта яримдоирани бошқа томонга утказиб (142-расм), иккала штрихланган ойчалар биргаликда учбурчакка тенгдош эканлигини кўрамиз\*. Агар учбурчакни тенг ёнли қилиб олинса, ҳар бир ойча алоҳида бу учбурчак ярмига тенгдош бўлади (143-расм).



144-расм.

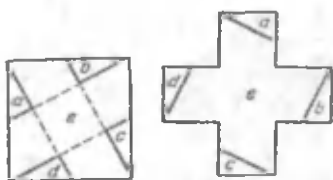
Бу ердан юзаси ойча юзасига тенг тенг ёнли тўғри бурчакли учбурчакни геометрик аниқ қуриш мумкинлиги келиб чиқади.

Тенг ёнли тўғрибурчакли учбурчак тенгдош квадратга ўтадиганлиги сабабли (144-расм), бизнинг ўроқсимон ойчамиз соф геометрик қуриш билан тенгдош квадратга алмаштирилиши мумкин.

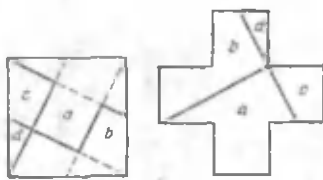
Энди фақат бу квадратни Қизил хоч (бир-бирларига зич бўлиб турган 5 та тенг квадратлардан тузилган) шаклига айлантириш қолади.

Бундай қуришни бажаришнинг бир неча усули мавжуд; улардан иккитаси 145- ва 146-расмларда кўрсатилган. Иккала қуришни квадратнинг учларини қарама-қарши томонлари ўрталари билан бирлаштиришдан бошланади.

\* Бу ҳол геометрияда «Гиппократ ойчалари ҳақидаги теорема» номи билан маълумдир.



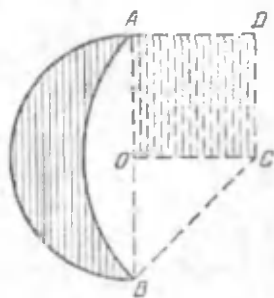
145-расм.



146-расм.

Муҳим эслатма: тенгдош хочга фақат иккита доира ёйларидан, яъни ташқи — яримайлана ва ички — катта радиусли айлана чорагидан тузилган янги ой шаклини айлантириш мумкин\*.

Шундай қилиб, янги ойга тенгдош хоч қуйдагича ясалди. Янги ойнинг  $A$  ва  $B$  учларини (147-расм) тўғри чизиқ билан бирлаштирамиз. Бу тўғри чизиқнинг ўртаси  $O$  да  $OC = OA$  перпендикуляр чизиқ қўйилади.



147-расм.

Тенг ёнли учбурчак  $OAC$  ни  $OADC$  квадратгача тўлдирилади ва уни 145- ва 146-расмларда кўрсатилган усулларнинг бири билан хочга айлангирадилар.

**128.** Бенедиктов ҳикоясининг якуини келтирамиз:

«Вазифа қийин эди. Бозорга кетаётган қизлар ўзаро маслаҳатлаша бошладилар, шу билан бирга иккинчиси ва учинчиси каттасининг йўл кўрсатиши ва маслаҳатини кутишди. У ўйлаб туриб деди:

— Сингилларим, тухумларимизни шу кунгача сотганимиздек ўнтадан эмас, балки еттидан сотамиз. Ҳар еттита тухумга бир хил баҳо қўямиз, онамиз айтганидек, шу нархни маҳкам тутамиз. Келишиб олайлик, белги-ланган нархдан бир тийин ҳам тушурмаймиз! Биринчи еттита тухум учун бир олтин\*, розимисизлар?

\* Осмонда бизга кўринадиган янги ойнинг шакли бироз бошқачароқ шаклга эга: унинг ташқи ёйи — яримайлана, ичкиси эса — ярим эллипс-дир. Рассомлар янги ойни аксарият ҳолларда айлана ёйларидан тузилган шаклда тасвирлаб хато қиладилар.

\* Олтин — 3 тийинлик танганинг қадимги номи.

— Арзонку, — деди иккинчиси.

— Йўқ, — эътироз билдирди каттаси, — лекин биз яхлит еттитааб сотганимиздан кейин саватда қолган тухумларнинг нархини оширамиз. Мен бозорда биздан бошқа тухум сотувчи йўқлигини олдиндан суриштириб қўйдим. Нархни туширадиган ҳеч ким йўқ; қолган тухумларга талаб бўла туриб, мол тугаши арафасида, маълумки, нарх ошади. Биз қолган тухумларда йўқотганларимизни қоплаб оламиз.

— Қолганларни қанчадан сотамиз? — сўради кичиги.

— Ҳар бир тухумни 3 олтиндан. Сотсангина бўлди. Кимга керак бўлса, индамай беради.

— Қиммат бўлиб кетди, — эътироз билдирди ўртанчаси.

— Нима қилипти, — илиб кетди каттаси, — лекин дастлабки еттитааб сотган тухумларимиз арзон кетади. Бир иккинчисини тўлдиради.

Рози бўлишди.

Бозорга келдилар. Опа-сингилнинг ҳар бири ўз жойига ўтирди ва савдо қила бошлади. Арзонлигига хурсанд бўлган эркак ва аёл харидорлар саватида элликта тухуми бўлган кичик сингилга ёпишдилар ва ҳамма тухумни сотиб олдилар. Етти кишига еттита тухумдан еттитасини сотиб, 7 олтинга эга бўлди, битта тухум эса саватда қолди. Ўттизта тухуми бор ўртанча сингил 4 та харидор аёлга еттитадан сотди ва унинг саватида иккита тухум қолди: у 4 олтин олди. Каттасидан еттита тухумни бир олтинга сотиб олдилар ва унда 3 та тухум қолди.

Бир вақт бойнинг хотини қандай бўлмасин ўнта тухум сотиб олишни буюриб юборган ошпаз аёл келиб қолди. Бойваччаникига қисқа муддатга меҳмонга унинг ўғиллари келиб қолган бўлиб, улар қовурилган тухумни яхши кўрар эканлар.

Ошпаз аёл тухум қидириб бозорнинг у ёғидан бу ёғига югурди, аммо тухумлар сотиб бўлинган эди. Фақат уч сотувчида 6 та тухум қолган эди: бирида — битта тухум; бошқасида — 2 та, учинчисида — 3 та. Ҳаммасини бу ёққа бер!

Ўз-ўзидан маълумки, ошпаз аёл аввал 3 та тухуми бориға югурди, бу эса етгита тухумни бир олтинга сотган катта қиз эди. Ошпаз аёл сўради:

– 3 та тухумингга қанча сўрайсан?

У бўлса жавоб қилди:

– Ҳар бир тухумга 3 олтиндан.

– Нима деяпсан? Эсдан оғдингми? – деди ошпаз аёл.

У эса:

– Хоҳлаганинг, – деди, – бундан арзонга бермайман.

Бу охиргиси.

Ошпаз аёл саватида иккита тухуми бориға югурди:

– Неча пул?

– 3 олтиндан. Шундай нарх қўйилган. Бошқа тухум йўқ.

– Сенинг тухуминг неча пул? – сўради аёл кичигидан.

У жавоб берди:

– 3 олтин.

Ҳеч нарса қилиб бўлмайди. Қулоқ эшитмаган нархда сотиб олишга мажбур бўлди.

– Ҳамма тухумларни беринг.

Ошпаз аёл каттасига унинг 3 та тухуми учун 9 олтин берди, бу ундаги олтинлар билан биргаликда 10 олтинни ташкил этди. Иккинчисига унинг иккита тухуми учун 6 олтин берди, дастлаб етгитадан 4 марта сотган тухуми учун олган 4 олтини билан биргаликда бу ҳам 10 олтинни ташкил этди. Кичиги ўзининг қолган тухуми учун 3 олтин олди ва уни олдин етгитадан 7 марта сотган тухуми учун олган 7 олтинга қўшиб ўзида ҳам 10 олтин олди.

Шундан сўнг қизлар уйларига қайтдилар ва оналарига ҳар бирлари 10 олтиндан бериб, тухумларни қандай сотганликларини ҳамда нарх борасида шартлашиб олиб, 10 та тухумга ҳам, 50 та тухумга ҳам қандай қилиб бир хил пул олишганини айтиб беришди.

Она ўз қизларининг берган топшириғини пухта бажарганларидан ва катта қизининг топқирлигидан



жуда мамнун бўлди, чунки бу топшириқ унинг маслаҳати билан бажарилган эди. У қизлардаги умумий тушум унинг хоҳишига кўра 30 олтин, яъни 90 тийин бўлганлигидан яна ҳам хурсанд бўлди.

\* \* \*

Китобхонларни ҳозир юқорида келтирилган масала олинган В.Г. Бенедиктовнинг нашр этилмаган қўлёзмаси ўзида нимани акс эттириши қизиқтурса керак. Бенедиктовнинг бу асари номланишга эга эмас, лекин унинг характери ва вазифаси ҳақида тўпламнинг кириш қисмида муфассал сўз юритилади.

«Арифметик ҳисоб турли кўнгилочар машғулотлар, ўйинлар, ҳазиллар ва шунга ўхшашларга татбиқ этилиши мумкин. Кўпгина *фокуслар* деб аталувчи машқлар (қўлёзмада остига чизилган) сонли мулоҳазаларга асосланган, дарвоқе одатдаги карталар ёрдамида қилинадиган фокуслар ҳам. У ерда ё карталарнинг ўзларининг сони, ё у ё бу карталар билан ифодаланган очколар сони ёхуд шуларнинг иккаласи ҳам ҳисобга олинади. Ечимига энг улкан сонлар кириши керак бўлган баъзи бир масалалар ўзларида қизиқарли фактларни ифодалайдилар ва ҳар қандай тасаввурга сиғмайдиган сонлар ҳақида тушунчалар берадилар. Биз уларни арифметиканинг қўшимча қисмига киритамиз. Баъзи масалалар, гарчи бир қарашда мутлақо беўхшов ва теран фикрни инкор этувчи туюлсада, масалан, бу ерда келтирилган «Тухумларнинг айёрона савдоси» номли масалага ўхшаш, ечилиши мумкин, бироқ бунга ақл зийраклиги талаб этилади. Арифметиканинг амалиётга оид қисми гоҳида фақат соф арифметикада баён этиладиган назарий қоидаларни билишнигина эмас, балки нафақат ишларнинг, ёинки биз бу ерда беришни ортиқча эмас деб ҳисоблаган майда нарсаларнинг ҳам турли томонлари билан танишишда ақлий ривожланиш орқали орттириладиган топқирликни талаб этади.

Асар Баше-де-Мезирьякнинг «Қизиқарли ва ёқимли масалалар» асари ёзилган услубга ўхшаш, ҳар бири

алоҳида сарлавҳага эга 20 та қисқа, номерланмаган бобларга бўлинган. Биринчи боблар қуйидагича номланган: «Сеҳрли деб аталган квадратлар», «1 дан 30 гача ўйланган сонни топиш», «Махфий равишда тақсимланган пулни топиш», «Ўз-ўзидан топилувчи махфий ўйланган рақам». «Ўчирилган рақамни билиш» ва ш.ў. Сўнгра арифметик характердаги бир қатор карта фокуслари келади. Ундан кейин ажиб боб – «Сеҳрли таъсир этувчи саркарда ва арифметика армияси», латифа шаклида таклиф этилган бармоқлар ёрдамида кўпайтиришга оид боб; кейин – мен кўчириб ёзган тухум сотишга оид масала келади. Охиридан битта олдинги – «Шахмат тахтасидаги 64 каттак учун буғдой донларининг етмаслиги» номли боби бизнинг китобхонларимизга таниш шахмат ўйини кашфиётчиси ҳақидаги қадимги ривоятни ҳикоя қилади. Ниҳоят, 20-боб: «Ер шарида яшаб ўтган одамларнинг улкан сони» номли боби одамзотнинг бутун мавжуд бўлиш вақтидаги умумий сонини ҳисоблашга қизиқарли уриниб кўришни ўз ичига олган (Бенедиктовнинг бу ҳисобининг муфассал таҳлили менинг «Қизиқарли алгебра» китобимда келтирилган).



---

Крокет (инглизча ва французча croquet - илгак) спорт типигаги ўйин. Бу ўйинда шарни ёғоч тўқмоқчада уриб, муайян тартибда жойлашган сим дарвозалар қаторидан ўтказилиб мўлжалга — рақиб қозиқчасига имкон борича тезроқ етказиш ва уни ўз қозиқчасига қайтариш керак. Крокет 17 асрда Францияда маълум эди. 19 асрда кўпгина мамлакатларга асосан дам олиш ва вақт чоғлик қилиш воситаси сифатида тарқалган. Крокетни ихтиёрий ўлчамдаги (узунлиги 24-90 м ва кенглиги 13,5-45 м) текис ерда ёки ўти қирқилган майдонда ўйнайдилар. Шарлар диаметри 8,28 см, тўқмоқча сопи узунлиги 1 метрлар чамаси, дарвозалар ўлчами ихтиёрий (тахминан 25х25см). 19-аср охирида Крокет тури — рокки пайдо бўлди (ўйин 18х9 метрли қаттиқ ерда, дарвозалар ерга маҳкамланган, дарвоза устунлари шар диаметридан фақат 2,54 смга кенг майдонда ўтказилади). 1904 йилда рокки Олимпиада ўйинлари дастурига киритилган. Крокет ва рокки бўйича расмий спорт мусобақалари ўтказилмайди.

*Оммабоп нашр*

**Я.И. ПЕРЕЛЬМАН**

# **ЖОНЛИ МАТЕМАТИКА**

*(математик хикоялар ва  
душвор масалалар)*

*Мухаррир Ж.Мусамухамедов  
Рассом Ш.Раҳимқориев  
Матн терувчи А.Комилов  
Саҳифаловчи Н.Мавлонова*

Нашр лиц. А1 № 104, 15.07.2008. Босишга 02.04.2012 йилда  
руҳсат этилди. Бичими 84x108 1/32. Офсет босма усулида ок  
коғозга босилди. Шартли босма тобоғи 12,0. Адади 1000 нусха.  
Буюртма № 46. Баҳоси келишув асосида.

«MERIYUS» хусусий матбаа-нашриёт корхонасида  
нашрга тайёрланди ва чоп этилди.  
Манзил: Тошкент ш., ген. Узоқов кўчаси, 2-А уй.