

QASSR-D.X.K  
Г.П.З-Уз-С.С.Р.  
59 r. 977

N. RƏBKIN

# GEOMETRIA MƏSELELER ÇINAQIB

EKINŞI BƏLİM

## Steriometria

ORTA MEKTEPTİN 9—10  
KLASLARƏ UŞƏN

*Originalən RSFSR Narkomprosə,  
audarmasən QASSR  
Narkomprosə təstiqləyən*

DYZETJLGEN SEGJZINŞI  
BASPASƏNAN AUDARƏLDƏ

N2  $\frac{59}{2}$

ГПБ Уз.

QARA-QALPAQ MƏMLEKET BASPASƏ  
MOSKVA 1939 TƏRTKVL

## BASPADAN.

N. Rybkinin "Geometrija məsələlər cınaqlıy" ekinşij belimjn baspağa tairlaqanda, pytkıl məsələlerdj həm olardıñ cıapların tegis tekserip şayldı. Redaksialıq tyrinde myna məsələlerdjñ tekstjñe özgerisler kjpgizıldı: § 1, № 9, 15, 16; § 2, № 4; § 3, № 12; § 4, № 13; § 6, № 5, § 7, № 18; § 8, № 20; § 12, № 11; § 13, № 13, 22, 28, 30; § 14, № 11, 12, 18, 27, 30, 34; § 15, № 16; § 16, № 7, 8, 9, 10, 43, 46, 71, 72, 73; § 17, № 27, 30, 34, 50; § 18, № 34, 35, 36, 39; § 19, № 2, 4, 5, 6, 7; § 20, № 11; § 21, № 27; § 22, № 10; § 23, № 26, 36, 38, 45, 47; § 24, № 3, 6, 7, 28, 32; § 25, № 2, 9, 24. Bül dyzetuler bürğıñdy basyqlanlar menen jsleuge heş kemsiljk keltirmeidj. Ədeujr şny dyzetuler myna məsələlerge kjpgizılgen § 16, № 12, № 20, 21, 22 məsələlerj § 9 nan şayrılqan, ɵitkenj olar şerşenie savaqlıñny məsələlerj. Myna məsələlerdjñ cıaplarıña dyzetuler, tysndjruler qosular həm anlyqlaular bolqan: § 1, № 8, 10, 11, 21, 25, 28; § 3, № 1, 11, 12; § 4, № 12, 14, 15, 17; § 11, № 5, 9; § 12, № 11; § 13, № 15; § 16, № 24, 43, 71; § 18, № 1, § 21, № 12; § 22, № 6.

Baspa 1939 nşy cly Rybkinin məsələljgne qosymşa məsələler cınaqlı (müqallımler üşyn) şayarmaşy, onda kɵp məsələler dɵlelleu həm kenjsljkte dyzu çenjde bolady; baspa üşyn menen Rybkin məsələljgnjn 2 nşij belimjn de çoq sonday məsələlerdj belgilj bjr müqaddarda tolyqtymaşy.

---

Н. Рыбкин Сб. задач по геометрии ч. II. Стериометрия для 9—10 классов средней школы. На кара-калпакском языке.

Перевод М. Галикеева

Отв. редактор Д. Ж. Досумов. Техн. ред. В. П. Рожин.  
Корректор З. Бикбулатова.

Сдано в набор 4/I 1939 г. Подписано к печати 16/IV 1939 г. Формат 84x108<sup>3</sup>/<sub>32</sub>.

Тираж 1000 экз.

Изд. листов 6. Бум. листов 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>. Учетно-авт. листов 6,42.

168960 тип. знаков в бум. листе.

Бумага Камской ф-ки

Уполномоч. Главлита А-6968.

Заказ 9.

17 фабр. нац. книги ОГИЗ'а РСФСР треста "Полиграфкнига" Москва, Шлюзовая наб., д. 10.



## § 1. Tegjsljkke perpendikuliar h m qialar.

1. 1) 1 n j sz lmada tur  myieslj parallelepiped k rsetjl-gen. Ondaq   $DB_1$  h m  $D_1C$ ?  $BB_1$  h m  $D_1C$  tur lar  kesjlj-sedj-me?

2)  $AD$  h m  $B_1C_1$  tur lar  arqal  tegjs-ljk  yrgjzuga vola-ma?  $DC$  h m  $DB_1$  ar-qal ,  $BC$  h m  $AA_1$  tur lar  arqal  tegjs-ljk  yrgjzuga vola-ma?

2. Kuv n  vjr t besjn n   qqan u  q -v r qas n n   lar  arqal  tegjslj   yrgjzjn z. Kuv n  q v r qas   $a$  qa te . Kuv n  kel-l r   qqan kesjmn n  maida n  esaplar t v n z (2-sz lma).

3. Tur  myieslj parallelepipedt n q v r-qalar   $3\text{ sm}$ ,  $4\text{ sm}$  h m  $7\text{ sm}$  ge te . On n vjr t besjn n   qqan u  q v r qas n n   lar  arqal   yrgjzjlgen kesjmn n  maida-n n t v n z.

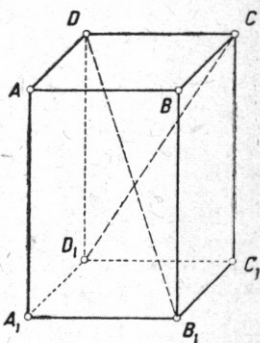
4. D r s prizman n  ltan  vol r  $a$  t -rep  var u myieslj  q zmet eted . Priz-man n v kl lj   $b$  qa te . Sol prizman n t meng   ltan n n vjr t rep  arqal  h m  oq r q   ltan n n q rs  t r q n t besj arqal  tegjslj   yrgjzjn z. Kel r   qqan kesjmn n  maida n  esaplar t v n z.

5. Tur  sz qt n vjr to kas n n sol tu-ry a perpendikuliar tegjslj   yrgjzjn z.

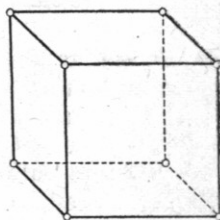
6. Tur  sz qt n s rttaq  vjr to ka arqal  sol tur  a per-pendikuliar tegjslj   yrgjzjn z.

7. 1) Tegjslj kten  $6\text{ sm}$   zaql qta volq n  $A$  to kas n n te-gjslj kke,  z n     $10\text{ sm}$  ge te  volq n  $AB$  qias   yrgjzjlgen.  $AB$  n n  s  tegjslj kteg  proektsias   $BC$  n  t v n z (3-sz lma).

2) Vjr ne e to kadan berjlgen tegjslj kke  z n     $a$  qa te  volq n perpendikuliar h m q a  yrgjzjlgen. Olard n aras ndaq  myies  $45^\circ$  qa te . Q an n  z n   n t v n z.



1-sz lma.

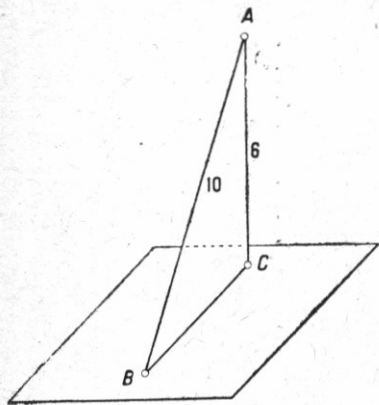


2-sz lma.

8. Berjlgen tegjsljik ystjnde, s rt ndaq  to skadan, berjlgen  zaql qta bolqan to skalar n  geometrial q orn n tavy n z.

9. D ngelektj  ora  nan on n tegjsljigj ne perpendikuliar  yrgjzjlgen. Egerde perpendikuliard n  z n     $a$  qa te  bolsa, d ngelektj  maিদan   $Q$  qa te  bolsa, v l perpendikuliard n   arag      an    verd n to kas na   ekemgj aral qt  tavy n z.

10. Berjlgen    verd n gyll n to skalar n n v rdei  zaql qta olqan, iamas  v r tur da         n y  to skadan v rdei  zaql qta bolqan to skalar n  kenjsljkteg  geometrial q orn n tavy n z.



3-s z ma.

11. Berjlgen ek  to skadan te   zaql qta     an to skalar n  geometrik orn n tavy n z.

12. Tur  my      $ABCD$   $A_1B_1C_1D_1$  parallelepipedt n        av   as   $56\text{ sm}$  ge te ,  ltan n n t       :  $AB = 33\text{ sm}$  h m  $AD = 40\text{ sm}$ .  $AD$  h m  $B_1C_1$   av    alar  ar al   yrgjzjlgen kes    n  maিদan n tavy n z.

13. Kvadratt n t         $a$ . On n ora    $O$  dan, kvadratt n tegjsljigj ne perpendikuliar      sz lqan  $OA$  tur   n n  z n 

      $b$  qa te .  $A$  to kas n n kvadratt n t     ne   ekemgj aral qt  tavy n z.

14.  $P$  tegjsljigj nen  $d = 4$   zaql   n da t    an  $M$  to kas n n sol tegjsljikke  $MA$ ,  $MB$ ,  $MC$   ialar   yrgjzjlgen. Ol  ialar  $P$  ge perpendikuliar bolqan  $MO$  tur    menen  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$    my      dyzed .  $MA$ ,  $MB$  h m  $MC$   ialar n n  z n    n tavy n z.

15. Geipara v r  $M$  to kas n n  $P$  tegjsljigj ne       te  y   ia:  $MA = MB = MC = l$   yrgjzjlgen.  $A$ ,  $B$  h m  $C$  to skalar  ( ialard n  ltanlar   $P$  tegjsljig  ystjnde)  $O$  to kas n n ora   et  ,  $M$  to kas n n proektsias  bolqan v r                 n n k         .

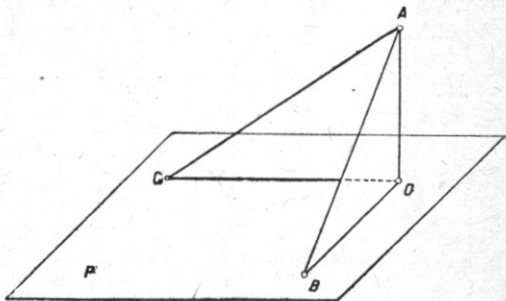
16. Kenjsljkteg  v r ne   to skadan, berjlgen tegjsljikke ek   ia tys     ; v     n n  z n      $20\text{ sm}$ , ek       n n  z n      $15\text{ sm}$ . Olard n v       n n tegjsljkteg  proektsias   $16\text{ sm}$  ge te . Ek       n n proektsias n tavy n z.

17. Kenjsljktegj vjr ne e to skadan, berjlggen tegjsljkke,  z n     6 *sm* bolqan perpendikuliar h m  z n     9 *sm* bolqan qia  yrgjzjlgen. Perpendikuliard n qiada   proektsias n tavy   z.

18. Te  t replj y myie ljktjn t replerj 3 *sm* ge te . On n h r t besjn n 2 *sm*  zaql qta  atqan to skan n y myie ljktjn tegjsljgjn n qan a  zaql qta  atqan n vlnjz.

19. 1) *A* to kas n n (4-sz lma.) *P* tegjsljgjn e  $AO=1$  perpendikuliar h m  z ara te   $AB$  h m  $AC$  qialar  yrgjzjlgen. B l qialar  ljgj perpendikuliar menen vjrdei  $\angle BAO = \angle CAO = 60^\circ$    , al  z-ara  $\angle CAB = 90^\circ$     myie  dyzedj. Qialard n  ltan  aras nda    $BC$   zaql  n tavy   z.

2) Bjr to skadan berjlggen tegjsljkke, h r qais   2 *sm* ge te  bolqan ekj qia  yrgjzjlgen. Olard n aras nda   myie   $60^\circ$  qa te  vol r, olard n proektsialar n n aras nda   myie j — tur  myie . Sol to ska menen tegjsljktjn aras n tavy   z.



4-sz lma.

3) Bjr to skadan berjlggen tegjsljkke ekj  z-ara te  qia  yrgjzjlgen. Olard n aras nda   myie   $60^\circ$  qa te , al olard n proektsialar n n aras nda   myie j — tur  myie . H r vjr qia aras nda   h m on n proektsias  aras nda   myie tj tavy   z.

20. Te qaptall  y myie ljktjn  ltan  h m vijkljgj 4 *sm* den. Berjlggen to ska menen y myie ljktjn tegjsljgjn n aras  6 *sm*, h m ol y myie ljktjn t belerjn n vjrdei  zaql qta t rad . Sol aral qt  tavy   z.

21. Te qaptall   $ABC$  y myie ljgj berjlggen, on n  ltan   $b=6$  *sm* qaptal t replerj  $a=5$  *sm* sanaladb. Sol y myie ljktjn tegjsljgjn , on n j jn  sz lqan    verd n ora   *O* dan  $OK=2$  *sm* perpendikuliar  yrgjzjlgen. *K* to kas n n y myie ljktegi t replerjn n h m *B* t besjn n  zaql  n tavy   z.

22. 1)  $ABC$  y myie ljgjn n *B* myie j tur  myie  h m  $BC$  katetj *a* qa te . *D* h m *C* to skalar n n aras  *f* qa te  etj y myie ljktjn *A* t besjn n tegjsljgjn   $AD$  perpendikuliar  yrgjzjlgen. *D* to kas n n  $BC$  katetj ne  ekemgj aral qt  tavy   z.

2) Tur  myie lj  $ABC$  y myie ljgjn  katetlerj  $15\text{ m}$  h m  $20\text{ m}$  ge ten. On  tur  myie j  $C$  n  t besjn n y myie ljktjn tegjsljgjn   $CD = 35\text{ m}$   z n    nda perpendikuliar  yrgjzjlgen.  $D$  to kas n n  $AB$  gepotenuzas na  ekemgj aral qt  tav   z.

3) T replerj  $10\text{ sm}$ ,  $17\text{ sm}$  h m  $21\text{ sm}$  bolq n y myie ljktjn y ken myie jn  t besjn n al p, on  tegjsljgjn ,  z n      $15\text{ sm}$  ge ten bolq n perpendikuliar  yrgjzjlgen. Perpendikuliard     lar n n y ken t repke  ekemgj  zaql qt  tav   z.

23.  $ABC$  y myie ljktjn  $C$  myie j tur  myie j;  $CD$     y myie ljktjn tegjsljgjn  perpendikuliar.  $D$  to kas   $A$  h m  $B$  menen t tast rylq n. Eger  $CA = 3\text{ dm}$ ,  $BC = 2\text{ dm}$  h m  $CD = 1\text{ dm}$  berjlgen bols ,  $ADB$  y myie ljgjn  maida n n tav   z.

24.  $ABCD$  tur myie ljgjn   $A$  t besjn n tegjsljgjn   $AK$  perpendikuliar  yrgjzjlgen, perpendikuliard    $K$     basq  t belerjn n  $6\text{ sm}$ ,  $7\text{ sm}$  h m  $9\text{ sm}$   zaql qta.  $AK$  perpendikuliar n   z n    n tav   z.

25.  $A$  h m  $B$ —tegjslj   $M$  da   to kalar;  $AC$  h m  $BD$     tegjslj ke perpendikuliarlar, son  menen v rge  $AC = a$  h m  $BD = b$ .  $AD$  h m  $BC$  sz qlar n n kesjet    n n d lellenjz h m olard   kesjsken to kas n n  $M$  tegjsljgjn   ekemgj aral qt  an qla z.

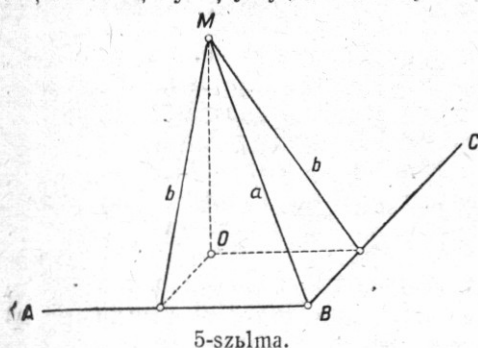
26. Berjlgen tur  myie tjn tegjsljgjn n s rtta  atq n  $M$  to kas  v myie ljktjn  $B$  t besjn n  zaql     $a$  q  ten, al

on n h r v r t repjn n  zaql     $b$  q  ten. Tur  myie tjn tegjsljgjn n  $M$  to kas  menen  $MO$  n   ar  nege ten ekenjn tav   z (5-s  ma).

27.  $M$  tegjsljgjn n y tjn  v r-brjn n aras   $a$  q  ten bolq n  $AB$  h m  $CD$  parallel tur lar  v rjlgen h m  $M$  tegjsljgjn n s rt nda  $AB$  dan aras   $b$  q  ten bolq n,

$CD$  dan aras   $c$  q  ten bolq n v r  $S$  to kas  v rjlgen. Egerde: 1)  $a = 66$ ,  $b = c = 65$ ; 2)  $a = 6$ ,  $b = 25$ ,  $c = 29$  v lgjl bols ,  $S$  to kas  menen  $M$  tegjsljgjn n aras n tav   z.

28. 1) Egerde tegjsljktjn y tjn   atq n myie tjn t besjn n, sol tegjslj ke qarata sz lq n q a, myie tjn t replerj menen



şamalarь тең болған myieşler çasasa, onda qianььң proektsiasь berilgen myieştjь bissektriasь voladь. Uşьнь дәлелленjz.

2)  $ABC$  уşmyieşljьgjnьң  $A$  төвешнен уşmyieşljьktjь сыртна қарай szьлған  $AD$  турьсь өтkezjлjь, оньң  $AB$  һәм  $AC$  тәреplerj менен тең syjь myieşler dyzedj. Egerde  $AB = 51\text{ m}$ ,  $AC = 34\text{ m}$  һәм  $BC = 30\text{ m}$  bolsa,  $AD$  турьсьньң уşmyieşljьktjьң tegjsljьgjndegj proektsiasь  $BC$  тәреpjн қандай yleslerge böledj?

## § 2. Турь szьq penen tegjsljьk arasьndaqь myieş.

1. Турь myieşljь parallelepipedtjьң ұltаньньң қавььrqаларь  $4\text{ sm}$  һәм  $3\text{ sm}$  ұзынлықта volьp parallelepipedtjьң bьjkljьgj  $5\text{ sm}$  ge тең. Оньң diagonalьн һәм diagonal менен ұltаньньң tegjsljьgj ortasьndaqь myieşjн тавьньз.

2. Турь myieşljь parallelepipedtjьң diagonalь менен ұltаньньң tegjsljьgj  $45^\circ$  ь myieş çasaidь. Ultаньньң тәреplerj  $120\text{ sm}$  һәм  $209\text{ sm}$  ge тең. Parallelepipedtjьң bьjkljьgjn belgjenjz.

3. Турь myieşljь piramidanьң bьjkljьgj  $h$  ge тең volьp, apofemasь ұltаньньң tegjsljьgj менен  $60^\circ$  ь myieş çasaidь. Piramidanьң qaptal қавььrqаларьн тавьньз.

4. Dürьs уş myieşljь piramidanьң qaptal қавььrqasь  $b$  qa тең volьp, piramidanьң ұltань менен  $30^\circ$  ь myieş çasaidь. Ultаньньң тәреpjн тавьньз.

5. Qianьң ұзынлыqь  $a$  qa тең. Egerde qia proektsia tegjsljьgj менен: 1)  $45^\circ$ ; 2)  $60^\circ$ ; 3)  $30^\circ$  ь myieş çasaituqьн bolsa, оньң tegjsljьktegj proektsiasь nege тең voladь?

6. Toşka tegjsljьkten  $h$  ұzaqlьqьnda тұradь. Bұл toşkadan tegjsljьkke: 1)  $30^\circ$ ; 2)  $45^\circ$ ; 3)  $60^\circ$  ь myieşler çasaituqьн etjьp уş qia szьлған. Sol qialardьң ұзынлыqlарьн тавьньз.

7. Uзынлыqь  $10\text{ sm}$  lьk kesjndj tegjsljьktjь kesjь өtedj, һәм оньң ұşларь tegjsljьkten  $3\text{ sm}$  һәм  $2\text{ sm}$  ұzaqlьqьta çатыр. Berilgen kesjndj менен tegjsljьktjьң arasьndaqь myieştjь тавьньз.

8. Proektsiasь kesjndjнjң өзinen екj ese кşj volуь ұşьн, ол kesjndjнj tegjsljьkke қандай myieş penen çьrgjzu kerek?

9. 1) Tegjsljьktjьң сыртндаqь tegjsljьkten ұzaqlьqь  $a$  volған toşkadan tegjsljьkke çьrgjzjлgen екj qia tegjsljьk penen  $45^\circ$  ь, ал өз-ара  $60^\circ$  ь myieş çasaidь. Qialardьң tegjsljьktegj ұşларь arasьndaqь ұzaqlьqьtь belgjenjz.

2) Tegjsljьkten  $a$  ұzaqlьqьnda тұrqан toşkadan, tegjsljьkke çьrgjzjлgen екj qia, tegjsljьk penen  $45^\circ$  ь һәм  $30^\circ$  ь myieş volьp, өз ара турь myieş dyzedj. Qialardьң tegjsljьktegj ұşларьньң arasьndaqь ұzaqlьqьtь belgjenjz.



10. Tegjsljktjñ üzaqlıqı  $a$  qa teñ bolqan toşkadan, tegjsljkke  $30^\circ$  ı myieş penen, ekj qia çyrgjzjlgen. Olardıñ proekt-sialarý öz-ara  $120^\circ$  ı myieş dyzedj. Olardıñ tegjsljktegı üşlarý arasýndaqı üzaqlıqtı tavyñyz.

11.  $M$  tegjsljginde  $AB$  turıś tıradı.  $B$  toşkasýnan  $AB$  qa perpendikuliar etjp  $BC$  häm  $BD$  turılarý çyrgjzjlgen; olar  $M$  tegjsljgj menen  $50^\circ$  ı häm  $15^\circ$  ı myieş dyzedj.  $CBD$  myieşjn tavyñyz.

12. Egerde teñqaptallı—turı myieşlj yşmyieşljktjñ vjr katetj  $M$  tegjsljginde çatsa häm ekjnşj katetj tegjsljk penen  $45^\circ$  ı myieş çasasa, ol uaqıtta gipotenuzası  $M$  tegjsljgj menen  $30^\circ$  ı myieş dyzedj. Uşññ tekserjp körjniz.

13. Egerde  $AB$  qiası  $M$  tegjsljgj menen  $45^\circ$  ı myieş çasap, bül  $M$  tegjsljginde çatqan  $AC$  turıś  $AB$  qia proektiası me-nen  $45^\circ$  ı myieş dyzjp,  $\angle BAC = 60^\circ$  voladı. Uşññ tekserjp körjniz.

14. Egerde dürys yş myieşlj piramidanyñ vjkljgj onıñ ültan-nyñ täreplerjne teñ volsa, onda qaptal qavırqası ültan te-gjsljgj menen  $60^\circ$  ı myieş çasadı. Uşññ дәlelleniz.

### § 3. Parallel turýlar häm tegjsljklar.

Parallel  
turýlar.

1. 1)  $A$  häm  $B$ ,  $M$  tegjsljgjnıñ sırtýndaqı toşkalar;  $AC$  häm  $BD$ —bül tegjsljkke per-pendikuliar turýlar;  $AC = 3\text{ m}$ ,  $BD = 2\text{ m}$  häm  $CD = 24\text{ dm}$ .  $A$  häm  $B$  toşkalarý-nyñ arasýn tavyñyz.

2) Vjr-vrjnep üzaqlıqı  $3,4\text{ m}$  bolqan çerdjñ vetjne vertikal etjp ornатылqan ekj baqananyñ ystjnep өrljk salылqan. Baqan-lardıñ vrj çerden  $5,8\text{ m}$ , ekjnşjsj  $3,9\text{ m}$  vjkljkte şqarылqan. Örljktjñ üzınlıqın tavyñyz.

2. 1) Uзынлық 125 sm bolqan kesjndjnjñ üşlarý, tegjsljkten 100 sm häm 56 sm üzaqlıqta tıradı. Onıñ proektiasınyñ üzınlıqın tavyñyz.

2) Uзынлық 15 m bolqan telefon сымының vjr üş telefon baqanasының basына — çerden 8 m vjkljkke bekjtılgen; сымның ekjnşj üşyn qarsысындаqı yige әkeljp çerden 20 m vjkljkke bekjtılgen. Telefon smı asыlp tırмаıdы dep esaplap, telefon baqanası menen yidjñ arasýn tavyñyz.

3.  $M$  tegjsljgjne  $A$  toşkasýnan alıp qia turı szыq çyrgj-zjlgen, häm onıñ ystjnep  $B$  häm  $C$  toşkalarý алынqan. Sonıñ menen vjrge  $AB = 8\text{ sm}$  häm  $AC = 14\text{ sm}$  алынqan.  $B$  toşkası



$M$  tegslijgjninen  $6\text{ sm}$  üzaqlıqta tıradı.  $C$  toşkasıñnıñ  $M$  tegslijgjninen üzaqlıqıñıñ tabıñız.

4. Üzññıñ  $10\text{ sm}$  bolqan kesjndj turı kesip ötedj. Onıñ üşlar tegslijkten brj  $5\text{ sm}$ , ekñ  $10\text{ sm}$  üzaqlıqta. Kesjndjñ tegslijktegi proektsiasıñnıñ tabıñız.

5. Tegslijkj kesjp ötetüqñ kesjñ üşlar tegslijkten  $8\text{ sm}$  häm  $2\text{ sm}$  üzaqlıqta çatır. Sol kesjñ ortası tegslijkten qandai üzaqlıqta ekenjñ tabıñız.

6. Tegslijkj kespeitüqñ kesjñ üşlar tegslijkten  $30\text{ sm}$  häm  $50\text{ sm}$  üzaqlıqta tıradı. Kesjndjñ  $3:7$  qatnasında ekjge böletüqñ toşkanıñ tegslijkten üzaqlıqıñıñ tabıñız? (Ekj çaqdai.)

7. Dürs üşmyeştjñ tegslijkke proektsiasıñ tysjrılgen. Üşmyeştjñ tövelerj proektsia tegslijgjninen  $10\text{ dm}$ ,  $15\text{ dm}$  häm  $17\text{ dm}$  üzaqlıqta çatadı. Üşmyeştjñ oraıñnıñ tegslijkten üzaqlıqıñıñ tabıñız.

8. Berjlgen  $AB$  kesjndjsj tegslijkke parallel häm üzññıñ  $a$  qa teñ. Kesjndjññ  $B$  üşñ menen ol kesjndjññ ekjñşj üşñnıñ proektsiasıñ  $A_1$  dñ tütastıratüqñ  $BA_1$  kesjndjsj tegslijk penen  $60^\circ$  ıñ myieş çasadı.  $BA_1$  kesjndjsjññ üzññıñ belgilenjz.

9.  $M$  tegslijgjnıñ ystjndegj  $A$  häm  $B$  toşkalarñnan tegslijkten sırtqa qarai  $AC=8\text{ sm}$  häm  $BD=6\text{ sm}$  üzññıñda özara parallel ekj turı çyrgizjlgen.  $C$  häm  $D$  arqalı çyrgizjlgen üşñşj turı  $M$  tegslijgjn  $E$  toşkasında kesjp ötedj (ne üşñ?). Kesjndj  $AB=4\text{ sm}$ .  $BE$  aralıqıñıñ tabıñız.

10.  $M$  tegslijgjnıñ ystjnde çatqan  $AB$  kesjndjsjññ üzññıñ  $a$  qa teñ;  $M$  tegslijgjnıñ sırtında çatqan  $AC$  häm  $BD$  kesjndjlerjññ üzññıñ  $b$  qa teñ, üşñnıñ menen  $AC$  kesjndjsj  $M$  tegslijgjne perpendikuliar, al  $BD$  turıñşj  $AB$  qa perpendikuliar häm  $M$  tegslijgjn menen  $30^\circ$  ıñ myieş çasadı.  $CD$  arasıñıñ tabıñız.

11. 1) Berjlgen toşka arqalı, berjlgen tegslijkke parallel turı çyrgizjñz.

2) Berjlgen toşka arqalı berjlgen turıñda parallel tegslijk çyrgizjñz. Sondai neşe tegslijk çyrgizuge mymkjñ boladı?

3) Tegslijk häm oqan parallel bolqan turı berjlgen. Tegslijktegi toşka arqalı, sol tegslijkjñ ystjnde, berjlgen tegslijkke parallel turı çyrgizjñz.

12. Berjlgen toşka arqalı, onıñ menen berjlgen tegslijkke proektsia kesjndjññ özjne teñ bolatüqñ etjp  $a$  kesjndjsjñ çyrgizjñz.

Tegslijkjññ  
parallelj, turıñşj.

13.  $Uş$  myieslj dürys prizmanyň ültanyň täreplerj  $a$  qa teň, qaptal qabyrgasj  $b$  qa teň. Sol prizmanyň qaptal qabyrgasj hem köserj arqaly çyrgjzylgen kesjmnjñ maidanyñ tawyñyz.

14. Sýrtqj  $A$  toşkasynan alyp  $M$  tegsliygjne  $AB$  kesjndjsj çyrgjzylgen. Ol kesjndj  $C$  toşkasynnda 3:4 qatnasynnda ekjge weljnedj ( $A$  dan  $B$  qa qarai), sol toşkadan çene  $M$  tegsliygjne parallel etjip  $CD=12\text{ sm}$  kesjndjsj çyrgjzylgen.  $D$  toşkasj arqaly  $M$  tegsliygjne  $ADE$  kesjndjsj çyrgjzylgen.  $B$  hem  $E$  toşkalary arasynndaqj üzaqlqqtj tawyñyz.

15.  $BDC$  kesjndjsj  $M$  tegsliygjne parallel; sýrttaqj  $A$  toşkasynnan  $M$  tegsliygjne çyrgjzylgen  $yş$   $ABE$ ,  $ADF$ ,  $ACG$  turýlary  $M$  tegsliygjn  $E$ ,  $F$ ,  $G$  toşkalarynda kesjip ötedj, sonyn menen wjrgje  $AF \perp BC$ . Egerde  $BC=a$ ,  $AD=b$  hem  $DF=c$  bolsa,  $E$  hem  $G$  toşkalarynyň arasy nege teň bolady?

16.  $AB$  hem  $CD$  ekj kesjsuş tegslijktegy çatqan parallel kesjndjler.  $AE$  hem  $DF$  tegslijklerjnjñ kesjli szýqyna perpendikuliar turýlar.

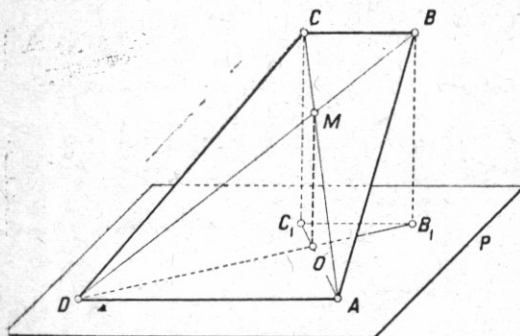
$AD$  aralyqj  $5\text{ sm}$  ge teň hem  $EF$  kesjndjsj  $4\text{ sm}$  ge teň.  $AB$  hem  $CD$  turýlary arasynndaqj üzaqlqqtj tawyñyz.

17.  $ABCD$  trapetsiasynyň (6-szylma) ültany  $DA$ , berjlgjen  $P$  tegsliygjnnde çatyr;  $CB$  ültany tegslijkten  $5\text{ sm}$  üzaqlqqtj tär. Egerde  $DA:CB=7:3$

bolsa, sol trapetsianynyň diagonallarynyň kesjljsken toşkasj— $M$  nyň  $P$  tegsliygjnne üzaqlqqtj nege teň bolady?

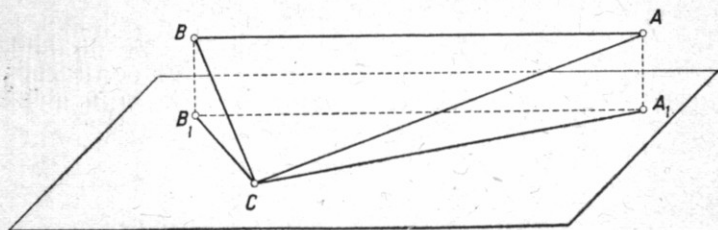
18.  $ABCD$  parallelogramynyň  $A$  hem  $D$  töwelerj  $M$  tegsliygjnnde, al  $B$  hem  $C$  töwelerj tegslijktnjñ sýrtynnda çatyr. Onyn täreplerj:  $AD=10\text{ sm}$ ,  $AB=15\text{ sm}$ ,  $AC$  hem  $BD$  diagonallarynyň  $M$  tegsliygjnnde gy proektsialary, wjrnşjsjnjkj  $13,5\text{ sm}$  hem ekjnsjsjnjkj  $10,5\text{ sm}$  ge muaryq teň. Diagonallarynyň üzwnlyqyn tawyñyz.

19. Rombynyň wj tärej arqaly oqan qarsj tärepten aralyqj  $4\text{ sm}$  çerden tegslijk çyrgjzylgen. Rombynyň diagonallarynyň sol tegslijktegy proektsialary  $8\text{ sm}$  hem  $2\text{ sm}$  ge teň. Rombynyň täreplerjnjñ proektsialaryñ tawyñyz.



6-szylma.

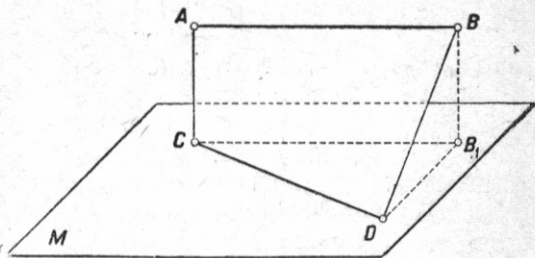
20. Turly myieslj  $ABC$  usmyiesljgjnjd turly myiesjnjd tobesj  $C$  arqaly onyñ gipotenuzasyna parallel etjp hem gipotenuzadan uzaqlyqy  $1\text{ dm}$  ge ten bolqan tegjsljkl çyrgjzjlgen. Katetlerdjñ bul tegjsljktegj proektsialary  $3\text{ dm}$  hem  $5\text{ dm}$  ge ten. Gipotenuzanyñ sol tegjsljktegj proektsiasyn tavyñyz (7-szylma).



7-szylma.

21.  $AB$  hem  $CD$ ,  $M$  tegjsljgjnjd ystjnde çatqan, ekj parallel turly, olardyñ ekeujnjñ arasy  $28\text{ sm}$ .  $AB$  qa parallel bolqan syrtqy  $EF$  turlysynyñ  $AB$  dan uzaqlyqy  $17\text{ sm}$ ,  $M$  tegjsljgjnjen uzaqlyqy  $15\text{ sm}$ .  $EF$  hem  $CD$  dyñ aralyqyn tavyñyz. (Ekj çaqdai.)

22.  $M$  tegjsljgjne parallel bolqan  $AB$  kesjndjsjnjd usynan tegjsljkke  $AC$  perpendikuliar çyrgjzjlgen hem usynan  $BD \perp AB$  qiasy çyrgjzjlgen (8-szylma). Egerde  $AB = a$ ,  $AC = b$  hem  $BD = c$  bolsa,  $CD$  aralyqy nege ten volady?

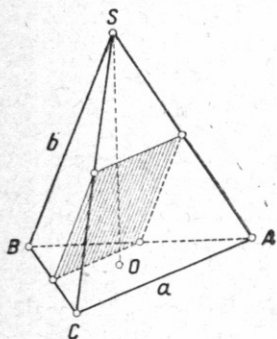


8-szylma.

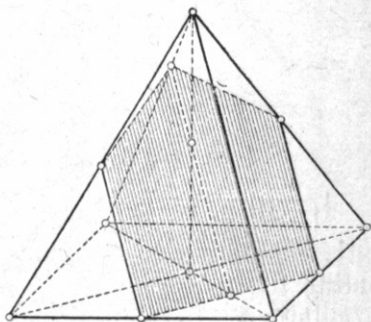
23.  $AB$  kesjndjsj  $M$  tegjsljgjne parallel.  $AC$  hem  $BD$  turlylary  $AB$  qa perpendikuliar etjp  $M$  tegjsljgjne çyrgjzjlgen, vadytlaqy vjrdei volmaqan, ekeuj vjr-vjrjne ten qialar. Kesjndj  $AB = 2\text{ sm}$  hem  $M$  tegjsljgjnjen uzaqlyqy  $7\text{ sm}$  ge ten, al  $AC$  hem  $BD$  tegjsljklery  $8\text{ sm}$  den.  $CD$  aralyqyn tavyñyz.

24. Dürs tört myieslj piramidanyn ultanyñ diagonalary arqaly, onyñ qaptal qabyrqasyna parallel etjp tegjsljkl çyrgjzjlgen. Ultanyñ täreplerj  $a$  qa ten, qaptal qabyrqasy  $b$  qa ten. Keljp şyqqan kesjmnjd maيدanyn tavyñyz.

25. Düräs yş myieslj piramida  $SABC$  nñ ültanynñ täreplerj  $a$  qa ten, qaptal qabyrqas  $b$  qa ten. Sol piramidanyñ  $AB$  häm  $BC$  qabyrqalarynñ ortas  $arqaly$   $SB$  qabyrqasyna parallel etjp tegislik çyrgjzjnñz. Keljp şyqqan kesjmnñ maيدаныñ tabyñyz (9-szylma).



9-szylma.



10-szylma.

26. Düräs tört myieslj piramidanyñ häm bñr qabyrqas  $a$  qa ten. Ültanynñ ekj qoñs täreplerjnñ ortas häm bñkljgnñ ortas  $arqaly$  ötetüqn etjp tegislik çyrgjzjnñz häm keljp şyqqan kesjmnñ maيدаныñ (10-szylma) tabyñyz.

Parallel tegislikler.

27. Berjlgen toşka  $arqaly$  berjlgen tegislikke parallel tegislik çyrgjzjnñz.

28. Qabyrqas  $a$  qa ten bolqan kubyñ çoqarqy ültanynñ ekj qoñs qabyrqalarynñ ortas, häm tömengj ültanynñ orañ  $arqaly$  tegislik çyrgjzjnñz. Keljp şyqqan kesjmnñ perimetrjn tabyñyz.

29. Ekj parallel tegisliktjn aras  $8\text{ dm}$  ge ten. Uzynlyqy  $10\text{ dm}$  bolqan kesjndj, özjnñ üslar menen sol tegisliklerge taianqan. Sol kesjndjnñ häm tegisliktegi proektsiasyn tabyñyz.

30. 1)  $M$  häm  $P$  tegisliklerj öz-ara parallel.  $M$  tegisliyginde çatqan  $A$  häm  $B$  toşkalarnan  $P$  tegisliygine  $AC = 37\text{ sm}$  häm  $BD = 125\text{ sm}$  bolqan ekj qia çyrgjzjlgen  $AC$  qiasynñ sol tegisliklerdjñ bñndegj proektsiasy  $12\text{ sm}$  ge ten.  $BD$  qiasynñ proektsiasy nege ten ekenjn tabyñyz.

2) Ekj parallel tegisliktjn arasndaqy ekj turь kesjndjnñ breuj  $51\text{ sm}$  ge, ekjnsj  $53\text{ sm}$  ge ten, al olardyñ bñl tegisliklerdjñ bñndegj proektsialarynñ qatnas  $6:7$  qatnasyndai. Bñl berjlgen ekj tegisliktjn arasyn tabyñyz.

31. Ekj parallel tegjsljktjñ ortasýndaqý perpendiculardýñ üzýnlýqý  $4\text{ m}$ , qianýñ üzýnlýqý  $6\text{ m}$ . Olardýñ här tegjsljktegj üşlarýññ arasý  $3\text{ m}$  ge teñ. Perpendicular menen qianýñ ortasýndaqý üzaqlýqtý tawýñyz.

32. Ekeujññ qosýndýsý  $c$  qa teñ bolqan ekj kesjñdj, özlerjññ üşlarý menen, ekj parallel tegjsljkke treljp tür. Olardýñ proektsialarý  $a$  häm  $b$ . Üsý kesjñdjlerdj tawýñyz.

33. Ekj öz-ara parallel  $P$  häm  $Q$  tegjsljklery arqaly  $AC$  häm  $BD$  kesjñdjlerj çyrgýzylgen ( $A$  häm  $B$  toşkalary  $P$  tegjsljgjnede).  $AC = 13\text{ sm}$ ;  $BD = 15\text{ sm}$ ;  $AC$  häm  $BD$  njñ sol tegjsljklerdjñ brjnedej proektsialarýññ qosýndýsý  $14\text{ sm}$  ge teñ. Sol proektsialardýñ üzýnlýqýñ häm tegjsljklernjñ arasýñ tawýñyz.

34. 1) Keñjsljktegj ekj turý myiesljik sáikes täreplerj öz-ara parallel, waqýtlarý bjñdej häm ekeujññ töwelerjñ qosatýqýñ kesjñdjge perpendicular. Ol kesjñdjññ üzýnlýqý  $a$  qa teñ. Bjñ myiestjñ bjñ tärepi ystjñde onýñ töwesjñnen baslap  $b$  kesjñdjsj belgilengen häm ekjñsj myiestjñ oqan parallel bolmaqan tärepiññ ystjñde onýñ töwesjñnen baslap  $c$  kesjñdjsj belgilengen. Sol kesjñdjlerdjñ üşlarýññ arasýñ tawýñyz.

2) Sol maseledegj turý myiestj  $60^\circ$  ly myies penen almasterýp häm  $a=24$ ,  $b=5$ ,  $c=8$  dep alýp jslenjz.

35. Täreplerj  $a$  qa teñ bolqan teñ täreplj ýsmyiesljktjñ töwelerj  $M$  tegjsljgjnññ sýrtýnda, tegjsljkten bjñdej  $d$  üzaqlýqýnda çatýr. Ýsmyiesljktjñ oraýñnan onýñ tegjsljgjne üzýnlýqý  $h$  bolqan häm  $M$  tegjsljgjne qarama-qarsý tärepkke çoneltjlgjen perpendicular türqýzýlqan. Bül perpendiculardýñ üşýñnan alýp ýsmyiesljktjñ töwelerj arqaly  $M$  tegjsljgjn kesjp ketetýqýñ turýlar çyrgýzylgen. Sol turýlardýñ ýsmyiesljktjñ töwelerj  $M$  menen tegjsljik arasýndaqý kesjñdjlerjñ häm kesjñdjlerdjñ tegjsljktegj üşlarýññ arasýñ tawýñyz.

36.  $ABCD$   $A_1B_1C_1D_1$  kubyññ qarsý qawýrqlarý  $AA_1$  häm  $CC_1$  njñ ortalarýndaqý  $K$  häm  $L$  toşkalary kubyññ  $B$  häm  $D_1$  töwelerj menen turý szýq arqaly tütasterýlqan. Üsýdan keljp şýqqan  $KBLD_1$  törtmyiesljgjnñ täreplerjñ häm diagonallarýñ tawýñyz häm törtmyiesljktjñ tyrjñ anyqlañyz. Kubyññ qawýrqlarý  $a$  qa teñ.

37.  $ABCD$   $A_1B_1C_1D_1$  kubyññ  $AA_1$ ,  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$ ,  $C_1C$ ,  $CD$ ,  $DA$  häm  $AA_1$  qawýrqlarýññ ortalarýñ tærtjp penen tütasterýp şoýñyz. Üsýdan keljp şýqqan figuranyñ dürys altýmyiesljik ekenjñ дәлеллеñjz, häm kubyññ qawýrqasý  $a$  woýñşa onýñ maıdanýñ tawýñyz.

38. 1) Dürýs prizmanyñ ültany, täreplerj  $3\text{ dm}$  bolqan, altý-

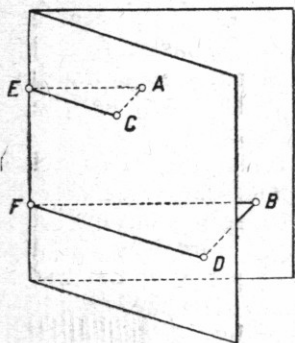


myieşlik. Prizmanıń bijklijgı 13 dm ge teń. Prizmanıń çoqarqı hэм төменгі ұлтанıń ekj qarama-qarsı tärepi arqalı çyrgizilgen kesimniń maıdanıń tabıqı.

2) Qaptal çaqlarы kvadrat bolqan dürgıs altımyieşli prizmanıń төменгі hэм çoqarqı ұлтанıń qarama-qarsı çatqan tärepleri arqalı tegislik çyrgizilgen. Ұлтанларның tärepi  $a$  qa teń. Kelip şыqqan kesimniń maıdanıń tabıqı.

#### § 4. Ekj çaqlы myieşler hэм perpendicular tegislikler.

1. 1) Ekj çaqlы myieştıń bjr çaqıńda  $A$  hэм  $B$  toşkalarы berilgen (11-sızma); sol toşkalardan ekjnşj çaqqa tysjrılgen perpendicular:  $AC = 1$  dm,  $BD = 2$  dm hэм qabyrqasına tysjrılgen perpendicular:  $AE = 3$  dm hэм  $BF$ . Qabyrqasına tysjrılgen ekjnşj perpendicular  $BF$  tj tavamыз.



11-sızma.

2) Ekj çaqlы myieştıń bjr çaqıńda onıń qabyrqasınan 51 sm hэм 34 sm ұzaqlıqta çatqan ekj toşka berilgen. Brjnşj toşkanıń ekjnşj çatqan ұzaqlıqı 15 sm. Ekjnşj toşkanıń ekjnşj çatqan ұzaqlıqıń tabıqı.

2. Ekj çaqlы myieş  $45^\circ$  qa teń. Onıń bjr çaqıńda ekjnşj çaqıńan ұzaqlıqı  $a$  qa teń bolqan bjr toşka berilgen. Sol toşkanıń ekj çaqlы myieştıń qabyrqasınan ұzaqlıqıń tabıqı.

3. Egerde tenqaptalı  $ABC$  yşmyieşlijin  $ABD$  hэм  $CBD$  tegisliklerj turı ekj çaqlы myieş dyzetıqıń etip  $BD$  bijklijgı voıńşa vygilse, ol naqıtta  $DA$  hэм  $DC$  öz-ara perpendicular bolıp,  $BA$  hэм  $BC$  өз-ara  $60^\circ$  ı myieş dyzedj. Snap kørnjiz.

4. Ekj çaqlы myieştıń bjr çaqıńda toşka myieştıń qabyrqasınan, onıń ekjnşj çaqıńa qaraqanda ekj ese ұzaqlıqta tır. Sol myieştıń şamasıń tabıqı.

5. 1) Ekj çaqlы myieştıń įsindegj bjr toşkadan onıń qabyrqasına perpendicular çyrgizilgen. Ol perpendicular myieştıń bjr çaqlы menen  $38^\circ 24'$  ı, ekjnşj çaqlы menen  $71^\circ 36'$  ı myieş çasaıdı. Ekj çaqlы myieştıń şamasıń tabıqı.

2) Ekj çaqlы myieş  $60^\circ$  qa teń. Onıń įsindegj bjr toşkanıń hэр ekj çatqan ұzaqlıqı bjrdei —  $a$  qa teń. Sol toşkanıń myieştıń qabyrqalarыnan ұzaqlıqıń tabıqı.

6. 1)  $A$  hem  $B$ —turь ekiy çaqly myieştij qabyrqasьnda çatqan ekiy toşka;  $AC$  hem  $BD$ —myieştij ekiy çaqlyna çyrgizilgen, myieştij qabyrqasьna perpendikuliar turьlar.  $AB=6\text{ sm}$ ,  $AC=3\text{ sm}$  hem  $BD=2\text{ sm}$ .  $CD$  aralyqьn tabьңыз.

2) Çoqarьdaqь maseledegj turь ekiy çaqly myieştij  $120^\circ$  ly myieş penen hem: a)  $AB=AC=BD=a$ ; b)  $AB=3$ ,  $AC=2$ ,  $BD=1$  dep alьp islenjz.

7.  $ABC$  yşmyieşlijijnj  $C$  myieşj turь, al katetj  $AC$  menen  $M$  tegislijjne taianadь, hem tegislik penen  $45^\circ$  ly ekiy çaqly myieş çasaidь. Katet  $AC=2\text{ m}$ , al  $AB$  gipotenuzasьnьn  $BC$  katetjne qatnasь  $3:1$  qatnasьndai. Yşmyieşlijktij  $B$  төbesjnen  $M$  tegislijjne şekemgj aralyqь tabьңыз.

8. Turь prizmanьn ultanь—tenqaptallь  $ABC$  yşmyieşlijgj. Onьn  $AB$  hem  $BC$  tәreplerj  $7\text{ sm}$  den, al yşjnşj tәrepj  $AC=2\text{ sm}$ .  $AC$  tәrepj arqaly ultanь menen  $30^\circ$  ly myieş çasaituqьn hem oqan qarsь çatqan qaptal qabyrqasьn  $D$  toşkasьnda kesjp өtetuqьn etjp tegislik çyrgizilgen. Keljp şьqqan kesjmnjn maidanьn hem vьijr qabyrqasьndaqь  $BD$  kesjndjsjn tabьңыз.

9. Ekiy tenqaptallь yşmyieşlik uluma ultanqа ie, al olardьn tegisliklerj arasьndaqь myieş  $60^\circ$  qa teң. Uluma ultanьnьn ьзыnьqь  $16\text{ sm}$ , breujnijn qaptal tәreplerj  $17\text{ sm}$  den, ekjnşjsjnijn qaptal tәreplerj öz-ara perpendikuliar. Yşmyieşliklerdijn төbelerijn arasьn tabьңыз.

10. 1) Turь myieşlj yşmyieşlijktij katetlerj  $7\text{ sm}$  hem  $24\text{ sm}$ . Gipotenuza arqaly өtjp yşmyieşlijktij tegislijgj menen  $30^\circ$  ly myieş çasaituqьn tegislikten yşmyieşlijktij turь myieşjnijn төbesjne şekemgj aralyqь tabьңыз.

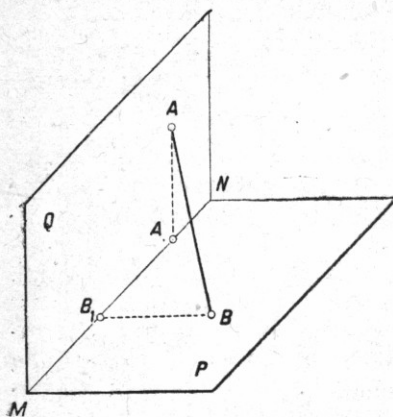
2) Berjlgen  $ABC$  yşmyieşlijijnijn tәreplerj:  $AB=9$ ,  $BC=6$ , hem  $AC=5$ .  $AC$  tәrepj arqaly өtetuqьn  $M$  tegislijgj yşmyieşlijktij tegislijgj menen  $45^\circ$  ly myieş çasaidь. Yşmyieşlijktij  $B$  төbesj menen  $M$  tegislijgjijn arasьn tabьңыз.

11.  $AB$  turьsь  $M$  tegislijjne parallel hem tegislikten ьzaqьlyqь  $a$  qa teң;  $AB$  arqaly  $M$  tegislijgj menen  $45^\circ$  ly myieş çasaituqьn  $P$  tegislijgj çyrgizilgen;  $P$  tegislijjne  $AB$  menen  $45^\circ$  ly myieş çasaituqьn ekjnşj vьr turь szьloqan. Bül turьnьn  $AB$  menen  $M$  tegislijgj arasьndaqь kesjndjsjn tabьңыз.

12.  $AB$  hem  $CD$  ekeuj  $60^\circ$  ly myieş çasap kesjljsetuqьn ekiy tegislikte çatqan parallel turьlar.  $A$  hem  $D$  toşkalary tegisliklerdijn kesjsu szьloqьnan  $8\text{ sm}$  hem  $6,3\text{ sm}$  ьzaqьlyqьta.  $AB$  menen  $CD$  nьn arasьn tabьңыз.

13.  $AB$  kesjndjsj özijnj ьşlary menen ekiy çaqly turь  $PMNQ$

myieşjnıj  aqlarına taian r t r (12-szylma); kesjndjnıj  şlar  ekj  aql  myieştjn  $MN$  qav rqas nan te   zaql qta. Sol kesjndjnıj  aqlar a qialanatı yn myieşlerjnıj qatnas n tavy  z.



12-szylma.

14. Berjlgen tegjslj ke perpendikuliar h m sol tegjslj kte  atqan tur   kes ş tur lard n geometrik orn n tavy  z.

15. 1) Berjlgen toşka arqalı ekjnş tegjslj ke perpendikuliar tegjslj   yrgjznıjz.

2) Berjlgen tur  arqalı ekjnş tegjslj ke perpendikuliar tegjslj   yrgjznıjz.

16.  $AB$  —  z-ara perpendikuliar bolqan ekj:  $M$  h m  $P$  tegjslj lerjnıj kesjsu sz   ;  $CD$  —  $AB$  menen parallel h m onnan  $60\text{ sm}$   zaql qta  atqan  $M$  tegjslj jnıj  stjndegj kesjndj.  $E$  —  $AB$  dan  $91\text{ sm}$   zaql qta

 atqan  $P$  tegjslj jnıj  stjndegj toşka.  $E$  dan  $CD$   a şekemgj  zaql qte tavy  z.

17.  $AB$  —  z ara perpendikuliar ekj tegjslj ktegj  $A$  h m  $B$  toşkalar n t tast ruş  tur .  $A$  h m  $B$  toşkalar nan tegjslj lerjnıj kesjsu sz   na tysjrılgen perpendikuliar tur lar  $a$  h m  $b$   a te ,  ıard n  şlar n n aras   $c$   a te .  $AB$  kesjndjsjnıj  z n   n h m on n berjlgen tegjslj klerdegj proektsialar n n  z n   n tavy  z.

2) Berjlgen kesjndj  znıj  şlar  menen, ekj  z-ara perpendikuliar tegjslj klerge taian r t r h m tegjslj ktjn brj menen  $45^\circ$    , al ekjnşjsj menen  $30^\circ$     myieş  asaı . Kesjndjnıj  z n     $a$   a te . Sol kesjndjnıj  şlar nan al r tegjslj klerdjn kesjlsu sz   na tysjrılgen perpendikuliar tur lar n n aras nda   kesjlsu sz   n n  lesjn tavy  z.

18. D r s alt  myieşlj piramidann n qaptal qav rqas   $8\text{ dm}$  ge,  ltann n t replerj  $4\text{ dm}$  ge te .  ltann n ekj qo ş t replerjnıj ortas  arqalı o an perpendikuliar etjp tegjslj   yrgjzılgen.  şdan keljp ş qqan kesjmnıj maidann n tavy  z.

19. D r s t rt myieşlj piramidann n  ltann n brj t repj arqalı o an qars   atqan qaptal qav rqas na perpendikuliar etjp tegjslj   yrgjznıjz.  ltann n t replerj  $a = 30\text{ sm}$ , piramidann n bijkljgj  $h = 20\text{ sm}$ . Keljp ş qqan kesjmnıj maidann n tavy  z.

## § 5. Kөp қаqlы myieşler.

1. a) Мынадai tegjs myieşler menen yş қаqlы myieş қасауға бола ма: 1)  $130^\circ$ ,  $85^\circ$  һәм  $36^\circ$ ; 2)  $100^\circ$ ,  $70^\circ$ , һәм  $40^\circ$ ; 3)  $160^\circ$ ,  $130^\circ$  һәм  $80^\circ$ ; 4)  $82^\circ$ ,  $56^\circ$  һәм  $26^\circ$ ; 5)  $150^\circ$ ,  $120^\circ$  һәм  $90^\circ$ ?

b) Мынадai tegjs myieşler menen дөң төрт қаqlы myieş қасауға бола ма: 1)  $40^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $100^\circ$  һәм  $150^\circ$ ; 2)  $150^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $70^\circ$  һәм  $40^\circ$ ; 3)  $130^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $30^\circ$  һәм  $70^\circ$ ?

2. Egerde төрт myieşlj дүрбс piramidanyң төbesindegj tegjs myieşlerj  $60^\circ$  тан болса, ол uақытта қарамa-қарсы қатқан қаптал қавырқаларь өз-ара перпендикуляр боладь. Усынь дәлелленjз.

3. Сыртқы ұлума бjr тошкaдан tegjsljкке екj қia қыргызылген, олардың бjr tegjsljк penen  $70^\circ$  ль, екінсисj  $15^\circ$  ль myieş dyzedj. Sol қialардың арасындақы myieş неге тең боладь?

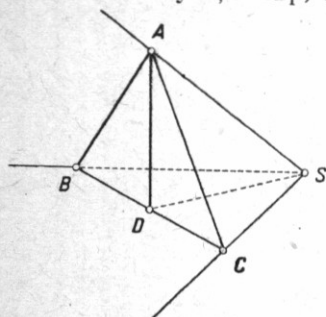
4. Yş қаqlы myieştjн һәр бjr tegjs myieşj  $60^\circ$  тан. Қавырқаларының бjr ystjнде төbesjнен альр 3 ке тең kesjndj белгилengen, һәм ол kesjndjнjң ұшынан қарсы қаққа перпендикуляр тьсырjлген. Sol перпендикулярдың ұзындығын табыңыз.

5. Yş қаqlы myieş  $SABC$  da  $\angle BSC = 90^\circ$ ,  $\angle ASB = \angle ASC = 60^\circ$  һәм  $SA = a$  берjлген.

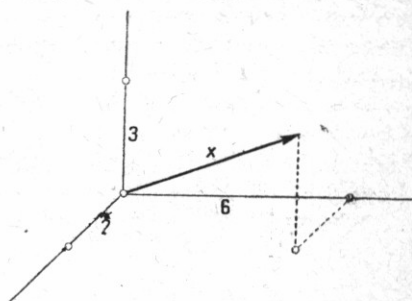
1)  $A$  тошкасынан  $BSC$  tegjsljgjне şekemgj аралықты табу керек.

2)  $SA$  қавырқасы  $BSC$  tegjsljgj менен  $45^\circ$  ль myieş dyzetуғының дәлеллеу керек.

6. Egerde yş қаqlы myieşte (13-сызлма) бjr tegjs myieşlj— $\angle BSC$  турь myieş больр, қалқан екj myieşlj— $\angle ASB$  һәм  $\angle ASC$



13-сызлма.



14-сызлма.

$60^\circ$  тан болса, онда myieştjн yş қавырқасынан yş тең kesjndjлер kesetуғын  $BAC$  tegjs, турьmyieştjн tegjsljgjне перпендикуляр боладь. Усынь дәлелленjз.

7.  $Yş$  çaqlı myieştjñ ekj tegjs myieşj  $45^\circ$  tan, olardıñ orta-sındaqı ekj çaqlı myieş — turı myieş.  $Yşjñşj$  tegjs myieştj tabıñız.

8.  $Yş$  çaqlı myieştjñ ekj tegjs myieşj  $45^\circ$  tan,  $yşjñşj$  tegjs myieşj  $60^\circ$  qa teñ.  $Yşjñşj$  tegjs myieşke qarsı çatqan ekj çaqlı myieştj tabıñız.

9.  $Yş$  çaqlı myieştjñ ekj myieşj  $60^\circ$  tan,  $yşjñşjşj$  — turı. Turı myieştjñ tegjslğj menen qarsı çatqan qavırqanıñ orta-sındaqı myieştj tabıñız.

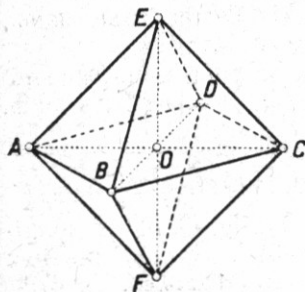
10.  $Yş$  çaqlı myieştjñ qavırqaları öz-ara perpendikuliar. Onıñ jşinde төbesinen алып kesjndj çyrgjzılgen. Ol kesjndjñ myieştjñ hər qavırqasındaqı proektsiası 1 ge teñ. Sol kesjndjñ çaqlarındaqı proektsiasın tabıñız һәм suretjñ sızñız.

11.  $Yş$  çaqlı myieştjñ tegjs myieşlerjññ gyllənj de turı. Onıñ jşinde çaqlardan 1 dm, 2 dm, һәм 2 dm ұzaqlықта бір тошка берілген. Sol тошканыñ myieştjñ төbesinen ұzaqlығын tabıñız.

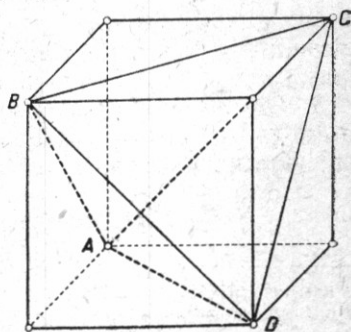
12.  $Yş$  çaqlı myieştjñ tegjs myieşlerjññ gyllənj de turı. Onıñ jşinde төbesinen алып  $x$  kesjndjsj çyrgjzılgen. Ol kesjndjñ qavırqalardaqı proektsiası 2 sm, 3 sm һәм 6 sm. Kesjndjñ ұзынлығын tabıñız (14-szılma).

## § 6. Dürb kər çaqlıylar.

1. Dürb oktaedrdıñ qavırqası  $a = 1 m$  (15-szılma). Oktaedrdıñ ekj qarama-qarsı çatqan төbelerj arasındaqı  $EF$  ұzaqlығын tabıñız (oktaedrdıñ көşerj).



15-szılma.



16-szılma.

2. Кубтыñ бір төbesj (D) den onıñ çaqlарына DA, DB һәм DC diagonallары çyrgjzılgen, һәм olardıñ ұslары turı sızqlар



menen tütastırılqan (16-szılma). Sol turıylar arqalı ötetüqılın töt tegslıjken dyzılgen  $DABC$  көр қаqlıьь — dırıь tetraedr ekenın dөlellenjz.

3. Kuvtıң qavırqası  $a$  qa teң. Onıң jıjne dırıь oktaedrıń betın esaplaңыз (17-szılma). Onıң sol kuv jıjne szılqan dırıь tetraedrıń betıne qatnasın tавыңыз (ekınşı мәselege qараңыз).

4. (Auzekj.) 1) Dırıь tetraedrıń bjr төbesı arqalı neşe simmetria tegslıgın cыrgızuge voladı?

2) Uluma alqanda dırıь tetraedrde neşe simmetria tegslıgı cыrgızuge voladı?

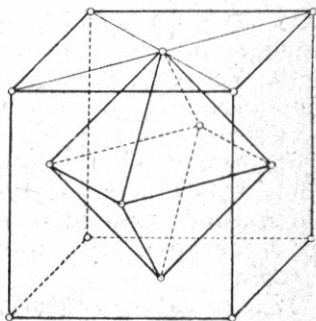
5. Dırıь oktaedrıń hөr bjr qoңьь қаqlarының oraın turıylar menen tütastırılz hөm qoңььlas turıylar arqalı tegslıj cыrgızılz. Sonnan kelıp ырqqan altı қаqlының kuv ekenın dөlellenjz hөm egerde oktaedrıń qavırqası  $a$  qa teң volsa, onıң betın esaplaңыз.

6. 1) Dırıь oktaedrıń qavırqası  $a$  qa teң, onıң ekı qoңьь қаqlarының oraılar arasıндаqı ızaqıyqtı tавыңыз.

2) Dırıь oktaedrıń qavırqası 3 ke teң, onıң ekı qaramaqarsı cıtqan қаqlarының arasın tавыңыз.

7. Dırıь tetraedrıń jıjne teң qavırqalı dırıь yş myleslı prizma szılqan. Onıң bjr ılтаньның төbelerı tetraedrıń qaptal qavırqalarының ыstınde hөm ekınşı ılтаньның төbelerı tetraedrıń ılтаньның tegslıgınde cатыр. Tetraedrıń qavırqalarы  $a$  qa teң. Prizmanıң qavırqalarын tавыңыз.

8. Dırıь oktaedrıń jıjne төbelerı oktaedrıń qavırqasıнда cıtatıqılın etıp kuv cısalqan. Oktaedrıń qavırqalarы  $a$  qa teң. Kuvtıң qavırqalarын tавыңыз.



17-szılma.

## § 7. Parallelepipedler həm prizmalar.

**Parallelepiped-  
tıң diagonalı.**

1. Turı myleslı parallelepipedtıң diagonalarын onıң yş өлsemlerı voınşı tавыңыз:  
1) 1; 2; 2; 2) 2; 3; 6; 3) 6; 6; 7; 4) 8; 9; 12;  
5) 12; 16; 21.

2. 1) Turı parallelepipedtıң qaptal qavırqası  $5m$  ge teң volıp, ılтаньның төreplerı  $6m$  hөm  $8m$  ge teң, ılтаньндаqı bjr diagonalı  $12m$  ge teң. Diagonalarын tавыңыз.

2)  oqarq  m seledegj berilgen sanlard  t rtjp voibn sa m na sanlar menen  zgertjniz: 9 sm; 7 sm h m 11 sm; 14 sm.

3. Tur  parallelepipedtjn  ltan n n t replerj 3 sm h m 5 sm, al  ltan n n vjr diagonal  4 sm. Parallelepipedtjn q sqa diagonal   ltan n n tegisljgj menen  $60^\circ$    myie  dyzedj. Parallelepipedtjn diagonal lar n tavy nz.

4. Tur  parallelepipedtjn  ltan n n t replerj 2 sm h m 5 sm; m n n q sqalar n n araly  4 sm; qaptal qavy qas   $2\sqrt{2}$  sm ge te . Parallelepipedtjn diagonal lar n tavy nz.

5. Tur  parallelepipedtjn h r vjr qavy qas   $a$  qa te  vol r, al  ltan n n myie j  $60^\circ$  qa te  bolsa, tur  parallelepipedtjn diagonal lar n tavy nz.

6. 1) Tur  parallelepipedtjn  ltan n n t replerjn n  zn l q  3 sm h m 4 sm, ekeujn n araly ndaq  myie j  $60^\circ$  dyzedj, al qaptal qavy qas   ltan n n t replerj aras ndaq  orta proportional volad . U  parallelepipedtjn diagonal lar n tavy nz.

2) Tur  parallelepipedtjn vjr t besjn n  yqan qavy qalar  1 m, 2 m h m 3 m ge te ; m n n ekj k j qavy qas n n arar  q ndaq  myie   $60^\circ$  qa te . U  parallelepipedtjn diagonal lar n tavy nz.

7. Kuvt n qavy qas   $a$  qa te . Kuvt n t besjn n on  diagonal lar na  kemgj araly t  tavy nz.

8. Kuvt n qavy qas   $a$  qa te . Kuvt n diagonal lar  menen keslj speit q n qavy qas n n e   aq n araly n tavy nz.

9. Qandai parallelepiped bolsa da, olard n diagonal lar n n kvadrat n n qos nd s  var  q  qavy qalar n n kvadrat n n qos nd s na te  volat q n  q n d l leniz.

Parallelepiped-  
tjn kesjm lerj.

10. 1) Tur  myie lj parallelepipedtjn  ltan n n t replerj 7 dm h m 24 dm ge te , al parallelepipedtjn vjkljgj 8 dm ge te . Diagonal   kesjmn n maida n tavy nz.

2) Tur  myie lj parallelepipedtjn qaptal qavy qas  5 sm ge te , diagonal   kesjmn n maida n  $205 \text{ sm}^2$  h m  ltan n n maida n  $360 \text{ sm}^2$ .  ltan lar n n t replerjn tavy nz.

11. Tur  parallelepipedtjn qaptal qavy qas  1 m ge te ,  ltan n n t replerj 23 dm h m 11 dm ge te , al  ltan n n diagonal lar n n qatnas  2:3. Diagonal  kesjmn n maida nlar n tavy nz.

12. Tur  parallelepipedtjn  ltan n n t replerj 17 sm h m 28 sm,  ltan n n vjr diagonal  25 sm ge, diagonal  kesjmn n maida nlar n n qos nd s  menen  ltan n n maida n n qatnas  16:15. Diagonal  kesjmn n maida n tavy nz.

13. Үлтань  $ABCD$  турь параллелепипедт берілген:  $AB=29\text{ см}$ ,  $AD=36\text{ см}$ ,  $BD=25\text{ см}$  һәм қаптал қавырғасы  $48\text{ см}$  ге тең.  $AB_1C_1D_1$  кесімнің маиданын табыңлар.

14. Турь параллелепипедтін үлтаньның сыйр мыеş  $\alpha^\circ$  боладь; үлтаньның вјг тәрепј  $a$  қа тең, үсь тәреп пенен оқан қарсы қақтан қавырға екеуінің кесімнің маиданы  $Q$ , һәм ол тегісліктін үлтань менен  $90^\circ - \alpha^\circ$  мыеş қасаидь. Үлтанның басқа тәреплерін табыңлар.

15. Қиа параллелепипедтін үлтань  $ABCD$  ромбысь волър қызмет етедж, вұл дызедј:  $\angle BAD = 60^\circ$ ; қаптал қавырғасы үлтан тегіслігјне қаланған мыеş  $60^\circ$ , һәм  $AA_1C_1C$  тегіслігј үлтан тегіслігјне перпендикулиар боладь.  $BB_1D_1D$  һәм  $AA_1C_1C$  кесімлерінің маиданларының қатнась  $2:3$  екенлігін дәлелленјз.

16. (Аузеkj.) Төрт мыеşлј призмақа неşe diagonal чыргјзуге боладь? Бес мыеşлјге? Уş мыеşлјге?  $n$  мыеşлјге?

17. (Аузеkj.) Бес мыеşлј призмада неşe тегіс мыеş бар? Екј қақлы мыеşлер неşe? Уş қақлы мыеşлер неşe?

18. (Аузеkj.) 1) Параллелепипедтін diagonalлық кесімј қандаі фигура боладь?

2) Бес мыеşлј призманьң вјг қавырғасы арқалы неşe diagonal кесімлер чыргјзуге боладь?

3) Берілген призмань вұл тегісліклер неşe ылеске бөледј (2-сорав).

4) Вұл ылеслердјң һәр қайсы қандаі дене боладь? (2 һәм 3-сорав).

19. (Аузеkj.)  $n$  мыеşлј призманьң варлық қаптал қавырғасынан неşe diagonal кесімлер чыргјзуге боладь?

20. 1) Дұрыс төрт мыеşлј призманьң үлтаньның маиданы  $144\text{ см}^2$  қа тең, ал вјклігј  $14\text{ см}$  ге тең. Үсь призманьң diagonalын табыңыз.

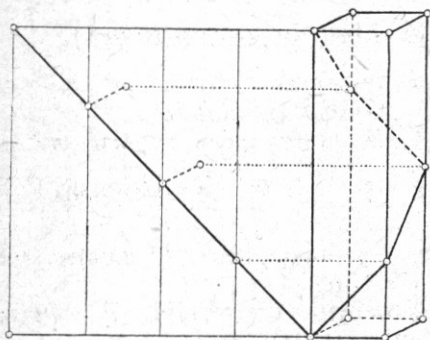
2) Егерде үлтаньның diagonalь  $8\text{ см}$  ге тең волър, ал қаптал қақлының diagonalь  $7\text{ см}$  ге тең болса, дұрыс төрт мыеşлј призманьң diagonalын табыңыз.

21. Егерде дұрыс төрт мыеşлј призма  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  нјң diagonalлары  $B_1 D$  һәм  $D_1 B$  өз-ара перпендикулиар болса, онда  $A_1 C$  һәм  $B_1 D$  diagonalлары  $60^\circ$  мыеş қасаидь, үсьнь дәлелленјз.

22. Дұрыс төрт мыеşлј призманьң қаптал қақлының маиданы  $Q$  қа тең. Diagonal кесімнің маиданын табыңыз.

23. Призманьң үлтань  $a$  тәрепј бар дұрыс алтымыеşлјк волър, қаптал қақлары—квadrat боладь. Үсь призманьң diagonalлары һәм оның diagonal кесімнің маиданын табыңыз.

24. D r s alt  myie lj prizman n qaptal  aqlar  kvadratlar bol p, d r s alt  myie lj prizman n i inen t mengj  ltan n n bjr t repj menen  oqarq   ltan n n oqan qars   atqan t repj arqal  tegjslj   yrgjzu kerek. D r s alt  myie lj prizman n  ltan n n t replerj  $a$  qa te . B l kesjmjn n maidan n tavy n z.



18-sz lma.

25. D r s y  myie lj prizman n h r bjr qav r as   $a = 3$  m.  ltan n n t repj menen k  erjnj  ortas  arqal  tegjslj   yrgjzljgen. Kesjmjn n maidan n tavy n z.

26. D r s t rt myie lj prizman n  ltan n n t repj 15 ke te ; bijklijgj 20 qa te .  ltan n n t replerj-nen rizman n, on n me-nen kesjlspeit   n, diagonal na  ekemgj e   aq n aral qt  tavy n z.

27. Betjne bjr diagonal sz lo an kvadrat, byklene kele, d r s t rt myie lj prizman n qaptal betj bol p  oad ,   itjr kvadratt n diagonal  sn q sz qqa ainald  (tegjs emes). On  ekj qon blas kesjndjlerjnj  aras nda  myie tj tavy n z (18-sz lma).

Tur  prizma.

28. Tur  y  myie lj prizman n  ltan n n bjr t repj arqal , qars   atqan qaptal qav r as n kesjr  tet   n h m  ltan tegjslj-gjnen  $45^\circ$    myie  dyzet   n tegjslj   yrgjzljgen.  ltan n n maidan   $Q$  qa te . Kesjmjn n maidan n tavy n z.

29. Tur  y  myie lj prizman n  ltan n n t replerj 10 sm, 17 sm h m 21 sm ge te , al prizman n bijklijgj 18 sm ge te . Prizman n qaptal qav r as  h m  ltan n n k j bijklijgj arqal   yrgjzljgen. Kesjmjn n maidan n tavy n z.

30. Tur  prizman n  ltan  bol p romb  q zmet etedj, prizman n diagonal lar  8 sm h m 5 sm ge te , bijklijgj  $2$  sm.  ltan n n t repjn tavy n z.

Qia prizma.

31. Qia prizman n qaptal qav r as   $l = 15$  sm, h m ol  ltan n n tegjsljgjne  $\alpha = 30^\circ$    myie  penen qialan an. Prizman n bijklijgj tavy n z.

32. Y  myie lj qia prizman n qaptal  aqlar n n aras nda 

ekj  aqly myie lerjn n breuj  $20^{\circ}43'28''$ ; ekjn sj  $105^{\circ}27'32''$ .  
 U jn j myie  nege te  volady?

33. U  myie lj qia prizman n qaptal  aqlarg n n aralar  37 *sm*, 13 *sm* h m 40 *sm*. Qaptal  aqlarg n n ylkenj menen oqan qars   atqan qaptal qabyrqas n n aralyq n tavy  z.

## § 8. Parallelepipedtjn h m prizman n betj.

Кув   m турь  
 myie lj paralle-  
 leiped.

1. (*Auzekj.*) Кув n betj 24 *m*<sup>2</sup> qa te  bolsa, on n qabyrqas n tavy  z.

2. a) Egerde kув n betj, 1) 5046 *sm*<sup>2</sup> qa; 2)  $793\frac{1}{2}$  *dm*<sup>2</sup> qa; 3) 47 *m*<sup>2</sup> qa te  bolsa, kув-

 n qabyrqalar n tavy  z.

b) Кув n betjn tavy  z: 1) diagonal  — *l* vo n  a, 2) diagonal kesjmjn n maidan  *Q* vo n  a.

3. Турь myie lj parallelepipedtjn u     emj:  $a = 10$  *sm* h m  $b = 22$  *sm*,  $c = 16$  *sm*. On n betjn tavy  z.

2) Турь myie lj parallelepipedtjn qabyrqalar n n qatnas  — 3:7:8, al betj 808 *sm*<sup>2</sup> bolsa qabyrqalar n tavy  z.

4. Турь myie lj parallelepipedtjn  ltan n n t replerjn n qatnas  7:24, al diagonal q kesjmjn n maidan  50 *dm*<sup>2</sup>. Qaptal betjn tavy  z.

5. Egerde турь myie lj parallelepipedtjn vijkljg *h*,  ltan n n maidan  *Q* h m diagonal q kesjmjn n maidan  *M* qa te  bolsa, on n qaptal betjn tavy  z.

Турь parallele-  
 piped.

6. Турь parallelepiped  ltan n n t repleri 6 *m* h m 8 *m* ge te  h m  $30^{\circ}$    myie   a-  
 said : qaptal qabyrqas  — 5 *m*. U  parallelepipedtjn tolyq betjn tavy  z.

7. Турь parallelepipedtjn  ltan n n t repleri 10 *sm* h m 17 *sm* ge te .  ltan n n vjr diagonal  — 21 *sm*; parallelepipedtjn ylken diagonal  29 *sm* ge te . Parallelepipedtjn tolyq betjn tavy  z.

8. Турь parallelepipedtjn  ltan n n t repleri 3 *sm* h m 8 *sm*; olard n aralyq ndaq  myie   $60^{\circ}$ . Parallelepipedtjn qaptal betj 220 *sm*<sup>2</sup> ge te . Tolyq betj menen k j diagonal kesjmjn n maidan n tavy  z.

9. Турь parallelepipedtjn  ltan  romb , on n ekj diagonal  6 *sm* h m 8 *sm*; qaptal  aq n n diagonal  13 *sm* ge te . U  parallelepipedtjn tolyq betjn tavy  z.

10. Турь parallelepipedtjn  ltan  romb , al diagonal q



kesjmjn n maiderlar   $M$  h m  $N$ . Parallelepipedtjn qaptal betj tavr   .

D r s prizma.

11. (*Auzekj.*) Tur  y  myieslj prizman n varl q qavr  alar    -ara te . Qaptal betj  $12 m^2$  qa te . Bijklijgjn tavr   .

12. (*Auzekj.*) D r s t rt myieslj prizman n qaptal betj  $32 m^2$ , al tol q betj  $40 m^2$ . Bijklijgjn tavr   .

13.  ltan n n t repj  $a$  h m qaptal qavr  as   $b$  volqanda: 1) y  myieslj; 2) t rt myieslj; 3) alt  myieslj; d r s prizman n tol q betjn tavr   .

14. D r s t rt myieslj prizman n tol q betjn tavr   , egerde on n diagonal   $14 sm$  ge te , al qaptal  aq diagonal   $10 sm$  ge te  volsa.

15. D r s t rt myieslj prizman n diagonal   $9 sm$  ge te , al on n tol q betj  $144 sm^2$  qa te .  ltan n n t replerjn h m qaptal qavr  as n tavr   .

16. D r s y  myieslj prizman n  ltan n n t repj menen, qar    atqan qavr  as n n ortas nan  tet   n tegsli ,  ltan  menen  $45^\circ$  myies  asaid .  ltan n n t repj —  $l$ . Prizman n qaptal betjn tavr   .

Tur  prizma.

17. Tur  y  myieslj prizman n tol q betjn tavr   , on n bijklij   $= 50 sm$ , al  ltan n n t replerj:  $40 sm$ ,  $13 sm$   $37 sm$ .

18. Tur  y  myieslj prizman n  ltan n n t replerj  $25 dm$ ,  $29 dm$ , h m  $36 dm$  ge te , al tol q betj —  $1620 dm^2$ . Prizman n qaptal betj menen bijklijgjn tavr   .

19. Tur  y  myieslj prizman n  ltan n n t replerjn n qatnas  —  $17:10:9$ , al qaptal qavr  as   $16 sm$  ge te ;    prizman n tol q betj  $1440 sm^2$  volsa,  ltan n n t replerjn tavr   .

20. Tur  prizman n  ltan  te  qaptall  y myiesli , on n qaptal t repjn n  ltan na volqan qatnas   $5:6$ . Prizman n bijklij  on n qaptal t repjne tysjrli en  ltan n n bijklij ne te ; tol q betj  $2520 m^2$ . Prizman n qavr  alar n tavr   .

21. Tur  prizman n  ltan  te  qaptall  trapetsia  $ABCD$ , m n n t replerj:  $AB = CD = 13 sm$ ,  $BC = 11 sm$  h m  $AD = 21 sm$ ; prizman n diagonal   kesjmjn n maider —  $180 sm^2$ .    prizman n tol q betj menen  $AB, C, D$  kesjmjn n maider n tavr   .

22. D r s alt  myieslj prizman n    n diagonal nan kesli en diagonal   kesjmjn n maider   $1 m^2$ . Prizman n qaptal betjn tavr   .

23. Tur  prizman n  ltan , radius   $R$  ge te  volqan d n gelektjn    ne sz lqan d r s onmyiesli . Prizman n qaptal

qav rqas   ltan n n v r nj t besjn n 4 n j t besjne  ekemgj  yrg z lgen diagonal a te . U  prizman n qaptal vetjn tav n z.

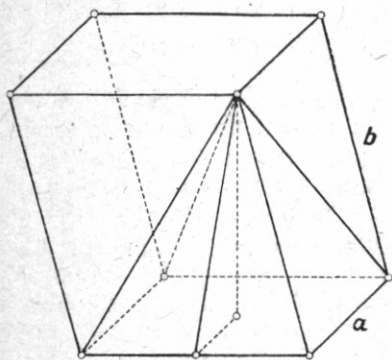
Qia prizma h m qia parallelepiped.

24. (Auzekj.) U  myie lj qia prizman n qaptal qav rqalar n n aras : 2 sm, 3 sm h m 4 sm; qaptal vetj  $45 \text{ sm}^2$ . Qaptal qav rqas n tav n z.

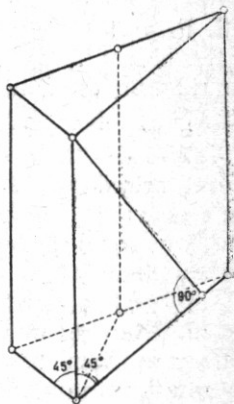
25. 1) T rt myie lj qia prizman n qaptal qav rqas  8 sm, al  aloqas qaptal qav rqalar n n aras : 3 sm, 6 sm, 2 sm h m 7 sm. U n n qaptal vetjn tav n z.

2) U  myie lj qia prizman n ekj qaptal  aq   z-ara perpendicular; olard n  luma qav rqas  24 sm h m basqa ekj qaptal qav rqas  menen aras  12 sm h m 35 sm. U  prizman n qaptal vetjn tav n z.

26. 1) U  myie lj qia prizman n qaptal qav rqalar n n aral   — 37 sm, 15 sm h m 26 sm, al qaptal vetj perpendicular kes mj menen te   ll  qta. Qaptal qav rqas n tav n z.



19-s  ma.



20-s  ma.

2) U  myie lj qia prizman n qaptal qav rqalar n n h r qais   8 sm den; perpendicular kes mjnj  t replerjnj  qatnas  — 9:10:17; al on n maিদan   $144 \text{ sm}^2$  qa te . U  prizman n qaptal vetjn tav n z.

27. 1) Parallelepipedtjn  ltan  kvadrat;  oqar    ltan n n v r t besjn n, t mengj  ltan n n var  q t besjn n, al     v rdei.  ltan n n t repj  $a$  qa te , qaptal qav rqas   $b$  qa te . U  parallelepipedtjn tol q vetjn tav n z (19-s  ma).

2) Sol parallelepipedtjn diagonal n h m diagonal  q kes mjnj  maিদan n tav n z.

28. Qia prizmanьң ultiьnь dursь ysmьiesljьk, onьң terepь  $a$ ; qaptal qabyrqasьnьң ultiьnьqь  $b$ ; qaptal qabyrqalarьnьң brj, ultiьnьң qoqsьlas tereplerj menen  $45^\circ$  ь myiesь qasaidь. Usь prizmanьң qaptal betjn tabьnьz (20-szьlma).

29. Qia prizmanьң ultiьnь teь qaptallь ysmьiesljьk  $ABC$ , muniьң tereplerj  $AB = AC = 10\text{ sm}$  hьm  $BC = 12\text{ sm}$ ;  $A_1$  tьbesj  $A$ ,  $B$  hьm  $C$  tьbesjnen bьrdei alьsьlqta hьm qabyrqasь  $AA_1 = 13\text{ sm}$ . Usь prizmanьң toььq betjn tabьnьz.

## § 9. Piramida.

1. Piramidanьң ultiьnьnьң terepь  $a$  hьm qaptal qabyrqasь  $b$  bolsa, 1) yь myiesljь; 2) tьrt myiesljь; 3) altь myiesljь dursь piramidanьң bьjkljgjn tabьnьz.

2. Piramidanьң ultiьnьnьң terepь  $a$  qa teь hьm bьjkljgь  $h$  qa teь bolsa: 1) yь myiesljь; 2) tьrt myiesljь; 3) altь myiesljь dursь piramidanьң aprofemasьn tabьnьz.

3. Dursь tьrt myiesljь piramidanьң bьjkljgь  $7\text{ sm}$  ge teь, al ultiьnьnьң terepь  $8\text{ sm}$  ge teь. Qaptal qabyrqasьn tabьnьz.

4. Piramidanьң ultiьnь parallelogram, muniьң tereplerj  $3\text{ sm}$  hьm  $7\text{ sm}$ , al bьr diagonalь  $6\text{ sm}$ ; ultiьnьnьң diagonalьnьң kesj-ljsken toşkasьnan tysjrlgen piramidanьң bьjkljgь  $4\text{ sm}$  ge teь. Piramidanьң qaptal qabyrqalarьn tabьnьz.

5. Piramidanьң ultiьnь teьqaptallь ysmьiesljьk, muniьң ultiьnь  $6\text{ sm}$  ge teь hьm bьjkljgь  $9\text{ sm}$  ge teь; qaptal qabyrqalarь ьz-ara teь hьm hьr bьr qabyrqasь  $13\text{ sm}$  den. Usь piramidanьң bьjkljgjn tabьnьz.

6. Prizmanьң ultiьnь teьqaptallь ysmьiesljьk, muniьң ultiьnь  $12\text{ sm}$  ge teь, al qaptal tereplerj  $10\text{ sm}$  ge teь. Piramidanьң qaptal qaqларь ultiьnь menen  $45^\circ$  tan ekь qaqь teь myiesler dyzedj. Usь piramidanьң bьjkljgjn tabьnьz.

7. Piramidanьң ultiьnь teьqaptallь ysmьiesljьk, muniьң ultiьnь  $6\text{ sm}$  ge teь hьm bьjkljgь  $8\text{ sm}$ ; piramidanьң hьr bьr qaptal qabyrqasь  $13\text{ sm}$  den. Piramidanьң bьjkljgjn şqarьnьz.

8. Dursь tьrt myiesljь prizmanьң jsjne szьlqan kuctьң tьrt tьbesj piramidanьң qaptal qabyrqalarьnda tьradь, al qalqan tьrt tьbesj onьң ultiьnьnьң tegjsljgjn de. Egerde piramidanьң ultiьnьnьң terepь  $a$  qa, bьjkljgь  $h$  ge teь bolsa, kuctьң qabyrqasьn tabьnьz.

Piramidanın  
kesimlerini.

9. Dürs dört myişli piramidanın ulti-  
nın terepi 14 *sm* ge ten, al qartal qavırqas-  
ının ızını 10 *sm*. Diagonal kesimnin  
maidanın tavıdır.

10. Dürs altı myişli piramidanın bıjklıjı *h* ge ten, al  
ultiının terepi *a*. Diagonal kesimleri nin maidanın tavıdır.

11. Dürs uş myişli piramidanın ultiının terepi *a* hem  
qartal qavırqası *b* qa ten bolsa, piramidanın qartal qavırqası  
menen bıjklıjı aralı ırırılgen kesimin maidanın tavıdır.

12. (*Auzej*.) Piramidanın bıjklıjını ortası na ulti menen  
parallel etip kesim ırırılgen. Ultının maidanı *Q* qa  
ten. Kesimin maidanın tavıdır.

13. Piramidanın bıjklıjı bırdei etilip 4 ke vılngen hem  
ulti menen parallel etip vılu toşkalardı aralı tegislik ır-  
ırılgen. Ultının maidanı 400 *kv*. bırık. Kelip şırqan  
kesimin maidanları tavıdır.

14. Dürs piramidanın bıjklıjı bırdei *n* vılkke vılngen hem  
ulti menen parallel etip vılu toşkalardı aralı kesim ırırıl-  
gen. Ultının maidanı *Q*. Kesimin  
maidanın tavıdır ( $Q = 400, n = 5$ ).

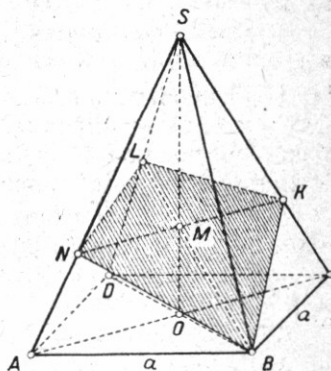
15. Piramidanın parallel kesim  
onı bıjklıjını (tövesinen ultiına  
şeingi) 3:4 qatnasında ekı yleske vı-  
ledı, al kesimin maidanı ultiının  
maidanı na 200 *sm*<sup>2</sup> kşj. Ultının  
maidanın tavıdır.

16. Piramidanın bıjklıjı *h*, onı  
parallel kesimin maidanı ultiının  
maidanının ırtıısına ten vılu ışı, onı  
töve menen aralı ırırıl qandı  
vılu kerek? Egerde kesimin mai-  
danı  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$  ge ten hem ılıma alqanda

ultiının maidanının  $\frac{1}{n}$  ne ten bolsa, ol ırırılta qandı vıladır?

17. Dürs dört myişli piramidanın ultiının terepi *a* qa  
ten. Qartal qavırqası bıjklıjı menen 30° myiş ırasadı. Ultı-  
nın tövesinen, qarsı ırırıl qavırqası na, perpendikular etip  
kesim ırasadı hem onı maidanın tavıdır (21-sızma).

18. 1) Piramidanın bıjklıjı 16 *m* ge ten, ultiının maidanı  
512 *m*<sup>2</sup> qa ten. Maidanı 50 *m*<sup>2</sup> vılqan parallel kesim menen  
ultiının aralı ırırıl qandı vıladır?



21-sızma.

2) Piramidanıñ ultińnıñ maidanı  $150 \text{ sm}^2$ , parallel keskeninıñ maidanı  $54 \text{ sm}^2$ , ekeuinıñ aralıǵı  $14 \text{ sm}$  ge teń. Piramidanıñ bıǵlǵın tabıǵız.

19. Dırıs yş myieslj piramidanıñ ultińnıñ bjr terepinen, qarsı çatqan qaptal qavırqasına, perpendikuliar tegislik cırgızılgen. Egerde piramidanıñ ultińnıñ terepi  $a$  qa teń, al bıǵlǵı  $h$  ge teń ( $a=1$ ;  $h=4$ ) bolsa, kelip sıqqan kesimnin maidanı tabıǵız.

## § 10. Piramidanıñ beti.

Dırıs piramida-  
lar.

1. Ultıńnıñ terepi  $a$ , bıǵlǵı  $h$  bolǵan  
1) yş myieslj, 2) tırt myieslj, 3) altı myieslj  
dırs piramidanıñ tolıq betin tabıǵız.

2. Egerde dırıs yş myieslj piramidanıñ bıǵlǵı  $4 \text{ sm}$ , apofeması  $8 \text{ sm}$  bolsa, onıñ betin tabıǵız.

3. Dırıs altı myieslj piramidanıñ apofeması  $k$ , ultińnıñ apofeması  $r$ . Uş prizmanıñ tolıq betin tabıǵız.

4. Dırıs yş myieslj piramidanıñ ultińnıñ terepi  $a$ , qaptal beti ultińnıñ maidanınan ekı ese ylken. Uş piramidanıñ bıǵlǵın tabıǵız.

5. Dırıs tırt myieslj piramidanıñ qaptal beti  $14,76 \text{ m}^2$  qa teń, al tolıq beti  $18 \text{ m}^2$  qa teń, uş piramidanıñ bıǵlǵın hám ultińnıñ terepin tabıǵız.

6. Dırıs yş myieslj piramidanıñ ultińnıñ terepi  $a$  qa teń hám qaptal qavırqası ultińnıñ tegisligi menen  $45^\circ$  ı myiesısaıdı. Piramidanıñ qaptal betin tabıǵız.

7. Dırıs tırt myieslj piramidanıñ diagonal kesim ultińnı menen teń ıllıbıqta, ultińnıñ terepi  $a$ . Piramidanıñ qaptal betin tabıǵız.

8. Dırıs tırt myieslj piramidanıñ bıǵlǵı  $h$  hám qaptal beti  $P$ . Ultıńnıñ terepin tabıǵız.

9. Dırıs yş myieslj piramidanıñ qaptal qavırqası  $10 \text{ sm}$  hám qaptal beti  $144 \text{ sm}^2$ . Piramidanıñ ultińnıñ terepi menen apofemın tabıǵız.

10. Dırıs tırt myieslj piramidanıñ qaptal qavırqası  $5 \text{ sm}$  ge teń, al tolıq beti  $16 \text{ sm}^2$  qa teń. Uş piramidanıñ ultińnıñ terepin tabıǵız.

11. Dırıs altı myieslj piramidanıñ ultińnıñ terepi  $a$ , al qaptal, saqı ultińnıñ diametrj arqalı cırgızılgen, diagonal kesim menen teń ıllıbıqta. Piramidanıñ qaptal betin tabıǵız.



12. Dürs on myieşlj piramidanıñ ultanıñ radiusı  $R$  qa teñ, al bijklıgj ultanıñ radiusınan, ultanıñ tärepiñj çar-tısyndai, yłken bolsa qaptal betjn tabıñız.

13. Kuvtıñ çoqarqı ultanıñ oraı menen tømengj ultanıñ tärepiñj ortası, sol kuvtıñ işjne sızılqan, piramidanıñ tøbelerj voladı. Kuvtıñ qavırqası  $a$ . Piramidanıñ qaptal betjn tabıñız.

Dürs emes pi-  
ramidalar.

14. Piramidanıñ ultan rombı, münñ diagonalları  $6\ m$  hám  $8\ m$ ; piramidanıñ bijklıgj piramidanıñ ultanında çatqan rombı diagonallarıñ kesiljsken toşkasınan etedj hám  $1\ m$  ge teñ. Uş piramidanıñ qaptal betjn tabıñız.

15. Piramidanıñ ultan parallelogram, münñ täreplerj  $20\ sm$  hám  $36\ sm$ , al maidan  $360\ sm^2$ ; piramidanıñ bijklıgj ultanıñ diagonallarıñ kesiljsken toşkasınan etedj hám úzıñlıq  $12\ sm$  ge teñ. Uş piramidanıñ qaptal betjn tabıñız.

16. Piramidanıñ ultan parallelogram volıp qızmet etedj, münñ täreplerj  $5\ m$  hám  $4\ m$  ge teñ, al diagonalıñ vırj  $3\ m$  ge teñ; piramidanıñ bijklıgj ultanıñ diagonallarıñ kesiljsken toşkası arqalı etjp hám úzıñlıq  $2\ m$  ge teñ. Uş piramidanıñ tolıq betjn tabıñız.

17. Piramidanıñ ultan teñ qaptalı yşmyieşlj, münñ vırj tärepi  $40\ sm$ , al basqa ekj tärepiñj hár qaisı  $25\ sm$  den. Piramidanıñ bijklıgj ultanıñ vırdei tärepleriñj arasındaq myieşjñ tøbesej arqalı etedj hám  $8\ sm$  ge teñ. Uş piramidanıñ qaptal betjn tabıñız.

18. Piramidanıñ ultan yşmyieşlj münñ tärepleri:  $13\ sm$ ,  $14\ sm$ ,  $15\ sm$ . Ultanıñ mıqdarı voıñsa orta tärepiñe qarsı çatqan qaptal qavırqası, ultanıñ tegislıgjne perpindikuliar hám  $16\ sm$  ge teñ. Uş piramidanıñ tolıq betjn tabıñız.

19.  $SABC$  piramidasıñ ultan turı myieşlj yşmyieşlj  $ABC$ , münñ gipotenuzası  $AB = 26\ sm$  hám katetj  $AC = 24\ sm$ ,  $SA$  qavırqası  $ABC$  ultanıñ tegislıgjne perpindikuliar hám  $18\ sm$  ge teñ. Uş piramidanıñ qaptal betjn tabıñız.

20. Piramidanıñ ultan kvadrat, al onıñ bijklıgj ultanıñ vırj tøbesejnen etedj. Ultanıñ tärepi  $20\ dm$  ge teñ, bijklıgj  $21\ dm$  ge teñ. Uş piramidanıñ qaptal betjn tabıñız.

21. Piramidanıñ ultan dürs altımyieşlj, münñ tärepi  $a$ ; qaptal qavırqasıñ vırj ultanıñ tegislıgjne perpindikuliar hám ultanıñ vırj tärepi menen teñ. Uş piramidanıñ qaptal betjn tabıñız.

22. Piramidanyň  $\text{öltaný}$   $\text{ten}$  qaptallý  $\text{yşmyeşljik}$ ,  $\text{münýň}$   $\text{tärepi}$   $a$ ; qaptal  $\text{çaqlarynyň}$   $\text{breui}$   $\text{ten}$   $\text{tärepli}$   $\text{yşmyeşljik}$   $\text{häm}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tegjsljigjine}$   $\text{perpendikuliär}$ . Uş  $\text{piramidanyň}$   $\text{qaptal}$   $\text{betjn}$   $\text{tawýňyz}$ .

## § 11. Kesjk piramida.

1. Dürs  $\text{tört}$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{bijkljg}$   $7\text{ sm}$   $\text{ge}$   $\text{ten}$ .  $\text{Öltanlarynyň}$   $\text{tärepleri}$   $10\text{ sm}$   $\text{häm}$   $2\text{ sm}$ .  $\text{Piramidanyň}$   $\text{qaptal}$   $\text{qawýrqasyň}$   $\text{tawýňyz}$ .

2. Dürs  $\text{yş}$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepleri}$   $4\text{ dm}$   $\text{häm}$   $1\text{ dm}$ .  $\text{Qaptal}$   $\text{qawýrqasy}$   $2\text{ dm}$ .  $\text{Kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{bijkljgjn}$   $\text{tawýňyz}$ .

3. Dürs  $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{qaptal}$   $\text{qawýrqasy}$   $c$   $\text{häm}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{çoqarqý}$   $\text{häm}$   $\text{tömengj}$   $\text{tärepleri}$   $a$   $\text{häm}$   $b$   $\text{bolsa}$ ,  $\text{yş}$   $\text{myeşlj}$ ,  $\text{tört}$   $\text{myeşlj}$ ,  $\text{altý}$   $\text{myeşlj}$   $\text{dürs}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{bijkljgjn}$   $\text{tawýňyz}$ .

4. Dürs  $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{bijkljg}$   $63\text{ sm}$   $\text{ge}$   $\text{ten}$ ,  $\text{apofemj}$   $65\text{ sm}$   $\text{ge}$   $\text{ten}$ ,  $\text{al}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepleriňjn}$   $\text{qatnasy}$   $7:3$ . Uş  $\text{tärepleriň}$   $\text{tawýňyz}$ .

5. (*Auzekj.*)  $\text{Bes}$   $\text{myeşlj}$   $\text{häm}$   $n$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidaqa}$   $\text{qanşa}$   $\text{diagonallar}$   $\text{çyrgjzige}$   $\text{bolady}$ ?

6. Dürs  $\text{tört}$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{bijkljg}$   $2\text{ sm}$   $\text{ge}$   $\text{ten}$ ,  $\text{al}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepleri}$   $3\text{ sm}$   $\text{häm}$   $5\text{ sm}$ . Uş  $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{diagonalýň}$   $\text{tawýňyz}$ .

7. Dürs  $\text{tört}$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{bijkljg}$   $7\text{ sm}$   $\text{ge}$   $\text{ten}$ ,  $\text{qaptal}$   $\text{qawýrqasy}$   $9\text{ sm}$   $\text{häm}$   $\text{diagonalý}$   $11\text{ sm}$   $\text{ge}$   $\text{ten}$   $\text{bolsa}$ ,  $\text{münýň}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepleriň}$   $\text{tawýňyz}$ .

8.  $ABCD$   $A_1B_1C_1D_1$   $\text{dürs}$   $\text{tört}$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{diagonallary}$   $AC_1$   $\text{häm}$   $A_1C$   $\text{öz-ara}$   $\text{perpendikuliär}$ ,  $\text{münýň}$   $\text{här}$   $\text{qaisýsý}$   $2$   $\text{ge}$   $\text{ten}$   $\text{bolsa}$   $\text{bijkljgjn}$   $\text{tawýňyz}$ .

9. Dürs  $\text{tört}$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{diagonallary}$   $\text{qaptal}$   $\text{qawýrqasyňa}$   $\text{perpendikuliär}$ ,  $\text{tömengj}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepi}$   $9\text{ sm}$   $\text{häm}$   $\text{qaptal}$   $\text{qawýrqasy}$   $8\text{ sm}$ .  $\text{Çoqarqý}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepleriň}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{bijkljgjn}$   $\text{häm}$   $\text{diagonallaryň}$   $\text{kesjljsken}$   $\text{toşkasyň}$   $\text{tömengj}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tegjsljigjine}$   $\text{şekemgj}$   $\text{arany}$   $\text{tawýňyz}$ .

10. Dürs  $\text{tört}$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjlgen}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{ylken}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepi}$   $a$ ,  $\text{kşj}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepi}$   $b$ .  $\text{Qaptal}$   $\text{qawýrqasy}$   $\text{öltaný}$   $\text{menen}$   $45^\circ$   $\text{myeş}$   $\text{çasaidý}$ .  $\text{Qaptal}$   $\text{qawýrqasyň}$   $\text{tawýňyz}$ .

11. Dürs  $\text{yş}$   $\text{myeşlj}$   $\text{kesjk}$   $\text{piramidanyň}$   $\text{öltanýnyň}$   $\text{tärepleri}$   $2\text{ sm}$   $\text{häm}$   $6\text{ sm}$ .  $\text{Qaptal}$   $\text{çaqý}$   $\text{ylken}$   $\text{öltaný}$   $\text{menen}$   $60^\circ$   $\text{myeş}$   $\text{çasaidý}$ .  $\text{Bijkljgjn}$   $\text{tawýňyz}$ .

## Kesjmler.

12. Dürs tört myieşlj kesjk piramidanyň bijkljg 4. Ültanyň täreplerj 2 häm 8. Diagonal kesjmjnjd maidanyň tawýňz.

13. Dürs yş myieşlj kesjk piramidanyň ylken ültanyň täreperj  $a$ , kşj ültanyň täreperj  $b$ . Qaptal qawyrqasy ültany menen  $45^\circ$  ly myieş çasaidy. Qaptal qawyrqasy menen kşerj arqaly kesjm çyrgjzjnz häm onyň maidanyň tawýňz.

14. Dürs tört myieşlj kesjk piramidanyň bijkljg 4  $sm$ , diagonal 5  $sm$ . Diagonal kesjmjnjd maidanyň tawýňz.

15. Dürs tört myieşlj kesjk piramidanyň ültanyň maidanlary  $Q$  häm  $q$ , al qaptal qawyrqasy tömengj ültanyň tegjsljg menen  $45^\circ$  myieş çasaidy. Diagonal kesjmjnjd maidanyň tawýňz.

16. Dürs myieşlj kesjk piramidanyň ültanyň täreplerj 8  $m$  häm 5  $m$  ge, teň al bijkljg 3  $m$ . Tömengj ültanyň täreperj menen çoqarqy ültanyň oqan qarsy төbesjnen kesjm çyrgjzjnz. Kesjmjnjd maidanyň häm sol kesjm menen tömengj ültanyň arasyndaqy ekj çaqly myieşlj tawýňz.

17. Dürs tört myieşlj kesjk piramidanyň ültanyň täreplerj 6  $sm$  häm 8  $sm$  ge teň, al qaptal qawyrqasy 10  $sm$ . Kşj ültanyň diagonalynyň vjr şetjnen, sol diagonalqa perpendikulyar etj, kesjm çyrgjzjnz de, şyqqan kesjmjnjd maidanyň tawýňz.

18. Kesjk piramidanyň ültanyň saikes ekj täreperjnjd qatnas 13:17, al orta kesjmjnjd perimetrij 45  $m$ . Ültanyň perimetrlerjn tawýňz.

19. Kesjlgen piramidanyň ültanyň maidanlary 9  $sm^2$  häm 25  $sm^2$ . Orta kesjmjnjd maidanyň tawýňz.

20. Kesjlgen piramidanyň ekj ültanyň maidany  $Q_1$  häm  $Q_2$ , orta kesjmjnjd maidany  $M$  bolsyn. Sonda 
$$\sqrt{M} = \frac{\sqrt{Q_1} + \sqrt{Q_2}}{2}$$
 ekenjn dälellenjz.

21. Kesjk piramidanyň ültanlarynyň maidany 2  $m^2$  häm 98  $m^2$ . 1) Münyň bijkljgjnjd ortasyňan çyrgjzjlgen parallel kesjmjnjd maidanyň tawýňz. 2) Maidany ekj ültanyň arifmetikalyq ortasasy menen teň bolu üşyn parallel kesjm qai çerden çyrgjzjlu kerek; sony tawýňz.

22. Kesjk piramidanyň bijkljg  $h$  ge teň, al ültanlarynyň maidanlary  $Q$  häm  $q$ . Parallel kesjmjnjd maidany ekj ültanyň proporsionallyq ortasy bolu üşyn, qai çerjnen kesjluj kerek?

23. Kesjk piramidanyň ültanlary 18  $m^2$  häm 128  $m^2$ . Bijkljgjnjd qatnas 2:3 volatüqyn parallel kesjmjnjd maidanyň tawýňz (kşj ültanyňan waslap).

24. Kesjk piramidanyň bijkljgj vjrdei etjljp yske wöljngen hem ultiňyna parallel etjp, wolu toşkalary arqaly, tegjsljg çyrgjzljgen. Egerde ultiňynyň maiderlary  $Q$  hem  $q$  ( $Q=32$ ;  $q=2$ ) bolsa, keljp şyqqan kesjmnjn maiderlaryň tawýňyz.

## § 12. Kesjk piramidanyň betj.

1. Dürs tört myieslj kesjk piramidanyň ultiňynyň täreplerj  $8\text{ m}$  hem  $2\text{ m}$ . Bijkljgj  $4\text{ m}$  ge teň bolsa, tolyq betjn tawýňyz.

2. Dürs ys myieslj kesjk piramidanyň ultiňlaryňnyň täreplerj  $6\text{ dm}$  hem  $12\text{ dm}$ , bijkljgj  $1\text{ dm}$  ge teň bolsa, qaptal betjn tawýňyz.

3. Dürs altý myieslj kesjk piramidanyň ultiňynyň täreplerj  $4\text{ sm}$  hem  $2\text{ sm}$ , bijkljgj  $1\text{ sm}$ . Qaptal betjn tawýňyz.

4. Dürs kesjk :1) ys myieslj, 2) tört myieslj, 3) altý myieslj piramidanyň tolyq betjn tawýňyz, bijkljgj  $h$  hem ultiňynyň täreplerj  $a$  hem  $b$  dep alýňyz.

5. Dürs tört myieslj kesjk piramidanyň ultiňlaryňnyň täreplerj  $a$  hem  $b$ , al ultiňynyň qosýndýsý qaptal betj menen teň üllýlyqta bijkljgn tawýňyz.

6. 1) Dürs tört myieslj kesjk piramidanyň apofemj  $12\text{ sm}$  ge teň, qaptal qawýrçasý  $13\text{ sm}$  hem qaptal betj  $720\text{ sm}^2$  bolsa ultiňynyň täreplerjn tawýňyz.

2) Dürs tört myieslj kesjk piramidanyň bijkljgj  $12\text{ sm}$ , ultiňynyň täreplerjnjn aýrmasý  $10\text{ sm}$  hem tolyq betj  $512\text{ sm}^2$  bolsa, ultiňynyň täreplerjn tawýňyz.

7. Dürs ys myieslj kesjk piramidanyň ultiňyndaqý ekj çaqly myiesj  $60^\circ$  qa teň, wül ultiňynyň täreprj  $a$  hem tolyq betj  $S$  bolsa, wasqa ultiňynyň täreprjn tawýňyz.

8. Dürs tört myieslj kesjk piramidanyň ultiňynyň maiderlary  $Q$  menen  $q$ , al qaptal betj  $P$  bolsa, diagonal kesjmnjn maiderlaryň tawýňyz.

9. Kesjk piramidanyň ultiňlary—dürs ys myiesljklr, olardyň täreplerj  $a$  hem  $b$ , qaptal qawýrçasýnyň vj  $c$  qa teň hem ultiňynyň tegjsljgjne perpendikuliary. Uş kesjk piramidanyň qaptal betjn tawýňyz ( $a=5$ ;  $b=3$ ;  $c=1$ ).

10. Kesjk piramidanyň ultiňlary turmyiesljklr. Ultanlaryňnyň diagonalalaryňnyň kesjlsken toşkalary ekeuj de ultiň tegjsljgjne perpendikuliary bolqan vjr turynyň ystjnde. Vjr turmyiesljktjn täreplerj  $54\text{ sm}$  hem  $30\text{ sm}$ ; ekjnsj turmyiesljktjn perimetrij  $112\text{ sm}$ ; olardyň tegjsljklrjnjn ortasyndaqý aralyq  $12\text{ sm}$  ge teň. Kesjk piramidanyň qaptal betjn tawýňyz.

11. Dürьs төрт myieşlj kesjk piramidanьң işjne, ultanьң çoqarqь kvadrat, al төbesjn төmengj kvadrattьң orai dep qavьl etjp işkj piramida dyzjnз. Kvadratlardьң төреplerj:  $a$  dan artьq,  $b$  dan kem. Egerde olardьң (sol kesjlgен һәм işkj toьq piramidanьң) qartal betlerj тең ullьььqta bolса, piramidalardьң vijkljgь nege тең? (Mәselenjң qai şaraitta şeşjuj volatıoьььң көrsetjnз).

12. Kesjk piramidanьң ultanьңң sәikes төреplerjңjң qatnasь 3:11. Onьң orta kesjmь qartal betjn qandai qatnasta vөle-tioьььң tabььqз.

### § 13. Tsilindr (döngelik, turь tsilindr).

1. (Auzekj.) Tsilindrjң ultanьңң radiusь 2 m, vijkljgь 3 m bolса, көşer kesjmjңjң diagonalьн tabььqз.

2. (Auzekj.) Tsilindrjң көşer kesjmь—kvadrat, onьң maidanь Q bolса, ultanьңң maidanьн tabььqз.

3. (Auzekj.) Tsilindrjң vijkljgь 6 sm, ultanьңң radiusь 5 sm bolса, tsilindrjң көşerjнен 4 sm ұзақььqtaqь parallel kesjmjңjң maidanьн tabььqз.

4. (Auzekj.) Tsilindrjң vijkljgь 8 dm, ultanьңң radiusь 5 dm. Bұл tsilindrjң көşerj менен parallel kesjmь kvadrat. Uсь kesjmь менен көşerdjң аральoььн tabььqз.

5. Tsilindrjң көşerjne parallel etjp çьrgьzjlgен tegьsljk onьң ultanьңң şeңberjнен  $120^\circ$  qa тең doqа kesjp tysjriedj. Көşerjңjң ұзыньoьь  $h = 10$  sm, onьң kesujңjң tegьsljктен ұзақььoьь  $a = 2$  sm. Kesjmjңjң maidanьн tabььqз.

6. Tsilindrjң ultanьңң maidanь менен көşer kesjmь maidanьнң qatnasь  $\pi:4$  qatnasьндаi. Көşer kesjmjңjң diagonalларь arasьндаqь myieşj tabььqз.

7. Тең төреplj tsilindrjң көşer kesjmjңjң diagonalь  $a$  qa тең (көşer kesjmь kvadrat). Uсь tsilindrjң işjne szьloqan segьz myieşlj dүрьs prizmanьң көлемjн tabььqз.

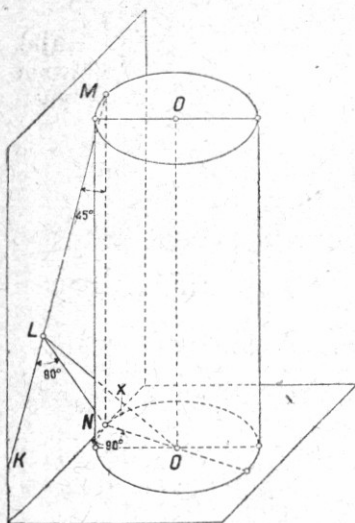
8. Tsilindrjң vijkljgь 6 dm, ultanьңң radiusь 5 dm. Berjlgен kesjndjңjң ekь şetj ultanларьнң şeңberlerjнде çatadь һәм ұзыньoьь 10 dm ge тең. Sol kesjndjңjң көşerge şekemgь ең қаqьн arasьн tabььqз.

9. (Auzekj.) Tsilindrjң vijkljgь 2 m, ultanьңң radiusь 7 m. Uсь tsilindrjң işjne szьloqan kvadrattьң төbelerjңjң gьllәnj de tsilindrjң ultanларьнң şeңberjнде çatadь, һәм kvadrattьң özj көşerge qia etjp salьnoqan. Kvadrattьң төреplerjн tabььqз.

10. Tsilindrjң çasaуşьььнң çoqarqь ұşьnan, onьң менен  $45^\circ$  ь myieş çasaitioььн etjp tsilindrge ұrьnba çьrgьzjlgен.



Tsilindrdjn  $\tilde{\text{altan}}\text{ny}\tilde{\text{n}}$  radiusь  $1\text{ m}$ , bijklijg  $4\text{ m}$ . Uгьпваньд һәр екj  $\tilde{\text{altan}}\text{ny}\tilde{\text{n}}$  oraьннан  $\tilde{\text{uzaqlыqы}}\tilde{\text{n}}$  тавьңыз (22-szьlma).



22-szьlma.

11. Tsilindrge  $\tilde{\text{uqsaqan}}$  pu qazannьd diametrj  $0,7\text{ m}$ ; onьd  $\tilde{\text{uзы}}\text{ny}\tilde{\text{qы}}\tilde{\text{n}}$   $3,8\text{ m}$  ge тең. Qazannьd  $1\text{ sm}^2$  betjne, pu  $10\text{ kg}$  kыш penen basatıqьn bolsa, pudьd qazannьd tolyq betjne basatıqьn kыsj qanьsa volady?

12. Tsilindrdjn bijklijg  $\tilde{\text{altan}}\text{ny}\tilde{\text{n}}$  radiusьnan  $10\text{ sm}$   $\tilde{\text{uзы}}\text{ny}\tilde{\text{qы}}\tilde{\text{n}}$ , al tolyq betj  $144\pi\text{ sm}^2$  ge тең.  $\tilde{\text{Altan}}\text{ny}\tilde{\text{n}}$  radiusьn, һәм bijklijgjn тавьңыз.

13. Diametrj  $65\text{ sm}$  volqan ty-tjn truvasьnyd bijklijg  $18\text{ m}$ . Egerde truvanь islegende qanьlytlardь  $\tilde{\text{calqastыru}}$   $\tilde{\text{uзы}}\text{ny}\tilde{\text{qы}}\tilde{\text{n}}$  rasxod volqan pytkjl qanьlytdьd  $10\%$  ketetıqьn bolsa, sol truvanь  $\tilde{\text{casau}}$   $\tilde{\text{uзы}}\text{ny}\tilde{\text{qы}}\tilde{\text{n}}$  neьse kvadrat metr qanьlytьr kerek volady?

14.  $\tilde{\text{Carty}}$  tsilindrge  $\tilde{\text{uqsaqan}}$  podval gymvezjnjd  $\tilde{\text{uзы}}\text{ny}\tilde{\text{qы}}\tilde{\text{n}}$   $6\text{ m}$

һәм diametrj  $5,8\text{ m}$ . Podvaldyd tolyq betjn тавьңыз.

Tsilindrdjn  
betj.

15. Pu menen  $\tilde{\text{cыnatıqьn}}$  yidьd pu ketetıqьn truvasьnyd  $1\text{ m}^2$  betjnjd  $1$  saatta veretıqьn  $\tilde{\text{cылысь}}$   $550$   $\tilde{\text{cылысь}}$  bьrljgьj. menen esaplanady. Yidьd  $\tilde{\text{cылыту}}$   $\tilde{\text{uзы}}\text{ny}\tilde{\text{qы}}\tilde{\text{n}}$   $4500$

$\tilde{\text{cылысь}}$  bьrljgьjndeі  $\tilde{\text{cылы}}$  kerek bolsa, diametrj  $34\text{ mm}$  volqan truvanьd neьse metrjn ornatuqa kerek volady?

16. (Auzekj.) Turьmyiesljktjң tәreplerj  $a$  menen  $b$ . Bұл turьmyiesljktjң bьrjңsj tәrepjnjң dәgeregьnde ainaloqanda  $\tilde{\text{ььqqan}}$  tsilindrdjn qaptal betjn тавьңыз.

17. (Auzekj.) Tsilindrdjn  $\tilde{\text{altan}}\text{ny}\tilde{\text{n}}$  diametrj  $1$  ge тең, bijklijg  $\tilde{\text{altan}}\text{ny}\tilde{\text{n}}$   $\tilde{\text{ьeңberj}}$  menen тең. Qaptal betjn тавьңыз.

18. (Auzekj.) Тең tәrepj tsilindrdjn bijklijg —  $h$  ge тең. Qaptal betjn тавьңыз.

19. (Auzekj.) Tsilindrdjn  $\tilde{\text{altan}}\text{ny}\tilde{\text{n}}$  radiusь  $R$  qa тең, qaptal betj  $\tilde{\text{altanlaгы}}\text{ny}\tilde{\text{n}}$  maіdanlaгыnyd qosьndьсьna тең. Bijklijgjn тавьңыз.

20. (Auzekj.) Tsilindrdjn kәшer kesjmnjnj maіdanь  $Q$  qa тең. Qaptal betjn тавьңыз.

21. 1) Tsilindrdjn qaptal betjnjn maidanьnyң көşer kesimj bolqan qatьnasь qanşaqqa teң bolady?

2) Tsilindrdjn qaptal betj ultanьnyң maidanьnan yş ese artьq bolu uşьn, tsilindrdjn bijklijg qandai bolu kerek?

22. Egerde teңtäreplj tsilindrdjn qaptal betj  $P = 50 \text{ sm}^2$  bolsa, teң täreplj tsilindrdjn tolyq betjn tabьqьz.

23. 1) Tsilindrdjn ultanьnyң radiusь  $r = 2 \text{ sm}$ , al bijklijg  $h = 7 \text{ sm}$ . Uşь tsilindrdjn tolyq betj menen teң ullaььqta bolatıqьn döngeliktjn radiusьn tabьqьz.

2) Egerde sol tsilindrdjn tolyq betj menen teң ullaььqtaqь döngeliktjn radiusь tsilindrdjn bijklijg menen ultanьnyң radiusьnyң qosьndьsьndai bolsa, ol tsilindrdjn bijklijg menen ultanьnyң arasyndaqь bailanьsьn tabьqьz.

24. 1) Döngelik qaңlytyrdan jslengen tsilindr stakanьnyң diametrj  $25 \text{ sm}$  de, bijklijg  $50 \text{ sm}$ . Qaңlytyrdьң betjnjn maidanь stakan jslengende özgermeidj dep qarap, dəslepki döngelik qaңlytyrdьң diametrjn tabьqьz.

2) Sol stakanqa (24-mäsele 1 dj qara) qaңlytyrdan jslegen qaqraqtyң diametrj  $25,2 \text{ sm}$  de, bijklijg  $0,5 \text{ sm}$ . Qaqraq etjlgen döngelik qaңlytyrdьң diametrjn tabьqьz.

25. Tsilindrdjn ultanьnyң maidanь  $Q$  qa teң һәм көşer kesimjnjn maidanь  $M$ . Uşь tsilindrdjn tolyq betjn tabьqьz.

26. 1) Tsilindrdjn көşer kesimjnjn сытына szьloqan döngelik uşь tsilindrdjn qaptal betj menen teң ullaььqta bolu uşьn, bijklijg menen ultanьnyң radiusьnyң arasyndaqь bailanьsь qandai bolu kerek?

2) Tolyq betj uşьn da uşь мәselenjn özjndei мәsele.

27. Tsilindrdjn jşjne dүrьs altь myieşlj prizma szьloqan. Tsilindr menen prizmanьң qaptal betlerjnjn qatnasьn tabьqьz.

28. Şьqqan kesimjnjn maidanь, tsilindrdjn qaptal betjnjn beljmlerjnjn arasyndaqь orta proporsionalь bolatıqьndai, ultanь menen parallel etjp verjlgen tsilindrge tegjsljк çьrgjzjniz.

Kesuşj tegjsljktjn turьsьn tabьqlar (ultanьnyң radiusь  $R$  һәм bijklijg  $H$ ). Mәselenjn şeşjluj var şartьn көrsetjniz.

29. Qabyrқasь  $a$  menen teң kubyң сытына szьloqan tsilindrdjn tolyq betjn tabьqlar (kubyң төbelerj tsilindrdjn ultanlarьnyң şeңberjnde tırady).

30. Dүrьs oktaedrdjn сытына tsilindr szьloqan. Oktaedrdjn ekj төbesj tsilindrdjn, ultanlarьnyң oraььna çatady, al basqa төrt төbesj tsilindrdjn qaptal betjnde çatady. Oktaedrdjn qabyrқasь  $a = 10 \text{ sm}$ . Tsilindrdjn qaptal betjn tabьqьz.

### § 14. Konus (döngelek, tur̃ konus).

1. (Auzekj.) Konustың ұltанының radiusы  $3\text{ m}$ , bijkljgi  $4\text{ m}$ . Çasaуşsып тавыңыз.

2. (Auzekj.) Konustың çasaуşsы  $L$  ұltанының tegjsljgje  $30^\circ$  ы myies çasap qialanqan. Bijkljgjn тавыңыз.

3. (Auzekj.) Konustың ұltанының radiusы  $R$ . Kөşer kesjmj tur̃ myieslj yşmyiesljik, onың maidанып тавыңыз.

4. Konustың ұltанының maidанының көşer kesjmjnıң maidанына qatnasы  $\pi$  qa тең. Çasaуşsы менен ұltанының arasyндағы myiesjn тавыңыз.

5. Konustың bijkljgj  $H$ . Ultанына parallel etjp çyrgjzjlgen kesjmjnıң maidаны, ұltанының çartyсына тең болу ұşып, tegjsljktj konustың төbesjnen qandai ұzaqlыqtan çyrgjzuge kerek bolady?

6. 1) Konustың ұltанының radiusы  $R$ . Bijkljgjnıң ortasy arqaly, ұltанына parallel etjp, tegjsljik çyrgjzjlgen. Kesjmniң maidанып тавыңыз.

2) Konustың ұltанының radiusы  $R$ . Konustың bijkljgjnıң (төbesjnen ұltанына qarai) qatnasып  $m:n$  etjp boletüqып parallel kesjmjnıң maidанып тавыңыз.

7. Konustың bijkljgj  $20$ . Onың ұltанының radiusы  $25$ ; төbesjnen çyrgjzjlgen kesjmjnıң, konustың ұltанының oraı menen aralyqы  $12$ . Usы kesjmjnıң maidанып тавыңыз.

8. Теңqaptallı konustың (көşer kesjmj — dүrys yşmyiesljik) ұltанының radiusы  $R$ . Aralyqындағы myiesj  $30^\circ$  volatüqып ekj çasaуş arqaly çyrgjzjlgen kesjmjnıң maidанып тавыңыз.

9. Konustың bijkljgj  $H$  qa тең. Bijkljk penen çasaуşsып arasyндағы myiesj  $60^\circ$ . Öz-ara perpendikuliar volatüqып ekj çasaуş arqaly çyrgjzjlgen kesjmjnıң maidанып тавыңыз.

10. 1) Bijkljgj ұltанының radiusы  $R$  менен тең konustың төbesjnen çyrgjzjlgen tegjsljik ұltанының шеңberjnen  $90^\circ$  doqasып kesjp şqarady. Keljp şыqqan kesjmjnıң maidанып тавыңыз.

2) Konustың төbesjnen ұltанына qarai  $45^\circ$  myies çasaitüqып tegjsljik çyrgjzjlgen; bұл tegjsljik ұltанының шеңberjnen төrtten bjr ylesjn kesjp şqarady. Konustың bijkljgj  $10\text{ sm}$  ge тең. Kesjmjnıң maidанып тавыңыз.

11. Konustың bijkljgjnıң ortasyнан, çasaуş  $L$  менен parallel tur̃ szыq çyrgjzjlgen. Konustың jşindegj tur̃ kesjndjnıң üzılyqып тавыңыз.

12. Konustың çasaуşsы  $13\text{ sm}$ , bijkljgj  $12\text{ sm}$ . Bұл konus ұltанына parallel  $MN$  tur̃ szыqы менен kesjlgen; onың ұl-

тань менен аралыгы  $6\text{ см}$  ге тең, бийикligj менен аралыгы  $2\text{ см}$ . Усы турь сызгыч конус ийиндеги кесиндиси тавыңыз (23-сызлама).

13. Конустың ұлтаньның радиусы  $R$ , бийикligj  $H$ . Оның сыртна сызылган кубтың қавырғасын тавыңыз.

14. Конустың ұлтаньның радиусы  $R$ , бийикligj  $H$ . Оның ийіне қаптал қақпары квадрат болып келген дүрыс ұшырылган призма сызылган. Усы призманың қавырғасын тавыңыз.

Конустың беті.

15. (Аузекі.) Конустың бийикligj  $h=6$ , ұлтаньның радиусы  $r=8$ .

Қаптал бетін тавыңыз.

16. (Аузекі.) Конустың бийикligj  $h=4$  қасауысы  $a=5$ . Толық бетін тавыңыз.

17. Конусқа ұқсаған кенер шатырдың бийикligj  $3,5\text{ м}$  һәм ұлтаньның диаметрі  $4\text{ м}$  кенер пенен қабылдан. Бұл шатырға неше квадрат метр кенер кеткен?

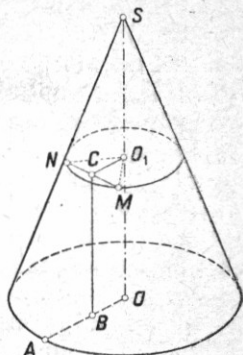
18. Силос мұнарасының төбесі конус формасында. Төбесінің бийикligj  $2\text{ м}$ , мұнараның диаметрі  $6\text{ м}$ . Қаңылтырдың өлшемі  $0,7 \times 1,4\text{ (м}^2\text{)}$  болса, һәм тоитарып қалған ұшының  $10\%$  темір кететіні болса, сол төбесінің қабы ұшының неше табақ қаңылтыр расход болады?

19. Мұнараның конусқа ұқсап келген васының беті  $250\text{ м}^2$  ге тең, ұлтаньның диаметрі  $9\text{ м}$ . Мұнараның васының бийикligjн тавыңыз.

20. 1) Шеңбердің диаметрінің ұзындығы  $25\text{ см}$ , ал оның ұшынан шыққан хорданың ұзындығы  $20\text{ см}$  ге тең. Сол хорданың диаметр дөңгелегінде айналырудан келіп шыққан дененің бетін тавыңыз.

2) Радиусы  $r=7\text{ м}$  болған шеңбердің  $A$  тоқсасынан  $AB=l=24\text{ м}$  ұзындығын сызып алынған һәм оның  $B$  ұшынан шеңбердің ортасы арқасы өтетінін  $BOC$  кесінісі сызып алынған. Кесінісінің ұзындығы дөңгелегінде айналығандағы  $BC$  кесіндісі сызылған бетінің мұқдарын тавыңыз.

21. Тең қапталы ұшырылған өзіндік бийикligj дөңгелегінде айналығанда қасалған дененің толық беті  $60\pi\text{ см}^2$  ге тең. Егерде оның периметрі  $30\text{ см}$  ге тең болса, ұшы ұшырылған дененің тәрізін тавыңыз.



23-сызлама.

22. Konusnyň çasauşylarynyň arasyndaqy eň ylken myeş  $60^\circ$  qa teň. Qaptal betjnyň konus ultiňnyň maidanyňa bolqan qatnasyn tawyňyz.

23. 1) Teň täreplj konusnyň qaptal betjnyň, tolyq betjnyň hem ultiň maidanyňnyň öz-ara qatnaslaryn tawyňyz.

2) Teň täreplj konusnyň bijklijg  $H$ , sol woıyňa onyň tolyq betjn tawyňyz hem teň täreplj konusta tolyq betj tawyňyz.

24. Bijklijklerj vjrdei bolqan teň täreplj konusnyň hem teň täreplj silindrdjnyň qaptal betlerjnyň qatnasyn qandai bolady?

25. Qaptal betj, tolyq betj menen ultiňnyň maidany arasyndaqy orta proporsional bolqan konusnyň radiusyn menen çasauşsynyň arasyndaqy bailanyş tawyňyz.

26. 1) Konusnyň tolyq betj, radiusyn sol konusnyň bijklijgndeı volyp kelgen döngelek penen teň ulti volu uşyn, ultiňnyň radiusyn hem konusnyň çasauşsyn arasyndaqy bailanyş qandai volu kerek?

2) Konusnyň tolyq betj, konusny çasauşyqa teň radius syzojan döngeliktjny maidany menen teň ultiylyqta volu uşyn, konusnyň çasauşsyn menen ultiňnyň radiusyn arasyndaqy bailanyş qandai volu kerek?

Konusnyň çaiyl-  
oıany.

27. 1) Konusnyň bijklijg 4, ultiňnyň radiusyn 3. Qaptal betj tegjslykke çaiylqan. Keljp şyqqan sektordny myeşjny tawyňyz.

2) Ultıňnyň radiusyn  $R$  hem çasauşsyn  $L$  bolqan konusnyň qaptal betjn çaiqanda şqatıqyn myeşj tawyňyz. (Teň täreplj konus çaqdaıyn aırym qarau kerek).

3) Konusnyň: a) egerde çasauşylar arasyndaqy eň ylken myeşj turk bolsa, b) çasauşyn menen ultiň tegjslijg aralyqynda myeşj  $30^\circ$  bolsa, onda konusnyň qaptal betjn çaiqanda şqatıqyn myeşj esaplap şqaryňyz.

28. 1) Çarty döngelek konuslyq bet etjp oralqan konusnyň çasauşsyn menen bijklijgjnny aralyqyndaqy myeşj tawyňyz.

2) Sektordny radiusyn  $3m$ , onyň myeşj  $120^\circ$ . Sektor oralyp konuslyq bet bolqan. Konusnyň ultiňnyň radiusyn tawyňyz.

29. 1) Konusnyň qaptal betj  $80\text{ sm}^2$ , onyň çaiylmasynny myeşj  $112^\circ 30'$ . Ultıňnyň maidany tawyňyz.

2) Konusnyň qaptal betj  $10\text{ sm}^2$  qa teň, çaiylqanda myeşj  $36^\circ$  ly sektor bolady. Tolyq betjn tawyňyz.

3) Konusnyň qaptal betj döngeliktjny törtten vjnen oralqan. Onyň kşer kesjmjnny maidany  $M$  ge teň bolsa, uş konusnyň tolyq betjn tawyňyz.



Jške həm sırt-  
qa sızılğan  
konus.

30. Konustñ çasauşılarь arasыndaqь eñ yłken myieşj  $120^\circ$  bolsa, onьñ qaptal betj ultiñ da həm bijkłıgı de bjrdei volьp kelgen tsilindrdıñ qaptal betj menen teñ ulti boladı. Usıñ tekserıñjz.

31. Teñ täreplj konustñ jşjne dırьs tört myieşlj piramida sızılğan. Konus penen piramidanyñ qaptal betlerıñıñ qatnasь qandai?

32. Berılgen konustñ ultiñnyñ radiusь  $r = 39$  sm, al bijkłıgı  $h = 52$  sm. Bıññ jşjne sızılğan tsilindrdıñ qaptal betj, onьñ yskj ultiñ ulti etken, basqa kşj konustñ qaptal betj menen teñ ulti boladı. Jşjne sızılğan tsilindrdıñ bijkłıgıñ tabьñz.

33. Konustñ bijkłıgı  $H$  həm çasauşьь  $L$ ; onьñ jşjne sızılğan tsilindrdıñ qaptal betj konustñ qaptal betjnen  $n$  ese kem. Jşjne sızılğan tsilindrdıñ bijkłıgıñ tabьñz ( $L = 1,5 H$ ;  $n = 4$ ).

34. Konustñ jşjne tsilindr sızılğan, onьñ tolьq betj konustñ qaptal betj menen teñ ulti. Konustñ çasauşılarь arasыndaqь myieş turьqa teñ. Konustñ төbesjnen tsilindrdıñ çoqarqь ultiña şekemgj aralьq konustñ çasauşььnyñ çartььna teñ ekenljgıñ dällelenjz.

## § 15. Kesjk konus.

1. (Auzekj.) Kesjk konustñ ultiñnyñ radiuslarь 3 m həm 6 m; bijkłıgı 4 m. Çasauşььñ tabьñz.

2. (Auzekj.) Kesjk konustñ ultiñnyñ radiuslarь  $R$  həm  $r$ ; çasauşьь ultiña  $45^\circ$  myieş penen qıalanqan, bijkłıgıñ tabьñz.

3. Kesjk konustñ ultiñnyñ radiuslarь 11 sm həm 16 sm; çasauşьь 13 sm. Çoqarqь ultiñnyñ oraıñnan төmengj ultiñnyñ şenberjne şekemgj aralьqь tabьñz.

4. (Auzekj.) Kesjk konustñ bijkłıgı  $H$  qa teñ; egerde çasauşь ultiña  $30^\circ$  myieş çasar qıalanqan bolsa, usь çasauşььñ tabьñz.

5. Kesjk konustñ çasauşьь  $2a$  qa teñ həm ultiña  $60^\circ$  myieş çasar qıalanqan. Bjr ultiñnyñ radiusь ekıñşj ultiñnyñ radiusıñan ekj ese ulti hər bjr radiuslarьñ tabьñz.

6. Kesjk konustñ ultiñnyñ radiuslarь 3 dm həm 7 dm; çasauşьь 5 dm. Kşer kesjmıñıñ maidanьñ tabьñz.

7. 1) Kesjk konustyn  $\tilde{u}$ ltanynnyj maïdanlary 4  $m^2$  h m 16  $m^2$ . Bijklijgjn ortal  arqal   $\tilde{u}$ ltanyna parallel tegisljk  yrgizjlg n. Kesjmnjn maïdanyn tavy   .

2) Kesjk konustyn  $\tilde{u}$ ltanynnyj maïdanlary  $M$  h m  $m$ .  $\tilde{U}$ ltanlary menen parallel orta kesjmnjn maïdanyn tavy   .

8. Kesjlg n konustyn  $\tilde{u}$ ltanynnyj maïdanlary 4 h m 25. Bijklijgjn vjrdej  tjp 3 v ljmg  v lgen h m v lu to kalary arqal   $\tilde{u}$ ltanyna parallel tegisljkler  yrgizjlg n. Kesjmnjn maïdanlaryn tavy   .

9. Kesjk konustyn  $\tilde{u}$ ltanynnyj maïdanlary 1  $m^2$  menen 49  $m^2$ . Parallel kesjmnjn maïdan  $\tilde{u}$ ltanlarynnyj maïdanlarynnyj qosynd  ynnyj  art   na te  volady. B l kesjm kesjk konustyn bijklijgjn qandai ekj yleske v ledj?

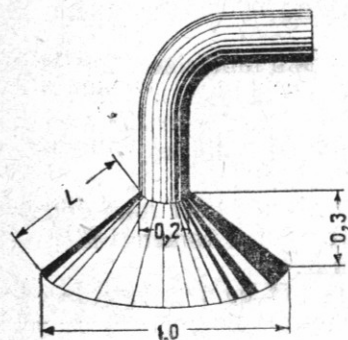
10. Kesjk konustyn bijklijg  $h = 10$  sm, al  $\tilde{u}$ ltanlarynnyj radiuslary 8 sm h m 18 sm. Maïdan  $\tilde{u}$ ltanlarynnyj maïdanlary aras nda orta proporsional volat   yn parallel kesjmnjn maïdan  o arq   $\tilde{u}$ ltanynan qan a aral qta volady?

Kesjlg n konustyn betj.

11. Kesjlg n konustyn bijklijg 4 dm; ony   $\tilde{u}$ ltanynnyj radiuslary 2 dm h m 5 dm. Qaptal betjn tavy   .

12. Kesjk konustyn  $\tilde{u}$ ltanynnyj radiuslary  $R$  h m  $r$ .  asau      $\tilde{u}$ ltanyna  $60^\circ$     my    penen qialanqan qaptal betjn tavy   .

13. Kesjlg n konustyn  $\tilde{u}$ ltanlarynnyj radiuslary h m ony  asau    ynnyj qatnasy 1:4:5; bijklijg 8 sm ge te . Qaptal betjn tavy   .



24-s   ma.

14. 1) Kesjk konustyn tolyq betj  $572 \pi m^2$ , al  $\tilde{u}$ ltanlarynnyj radiuslary 6 m h m 14 m. Bijklijgjn tavy   .

2) Kesjk konustyn bijklijg  $h = 63$  dm,  asau      $l = 65$  dm h m qaptal betj  $S = 26 \pi m^2$ .  $\tilde{U}$ ltanlarynnyj radiuslaryn tavy   .

15. Rupor jsl u    n ne   kvadrat metr latun qan lt r kerek volady, egerde ony  vjr  aq nnyj

diametrj 0,43 m, ekjn    aq njkj 0,036 m h m  asau     1,42 m bols ?

16. Qazannyn ystjne kesjlg n konusqa  qsas qalpaq ornatyloqan;     mj (metr esav  menen) 24 n   sz  mada k rs t jlg n.

Онъ тайарлау ўшын несе квадрат метр қаңлытър темжр керек болған. (kesjndjlerj eske алынбайды.) Qалпақтың қаиыласының сзылмасын берјјјз.

17. Kesjлген конусқа ўқсас шеклтјн аузының диаметрі 30 *sm*, түбјнјң диаметрі 25 *sm*, қасаушы 27,5 *sm*. Мұның воіауына, шеклтјн 1 *m*<sup>2</sup> бетіне, 150 грамм олиф кететүқын болса, мұндай шеклтјн 100 данасын воіау ўшын қанша олиф керек?

18. Formasy һәм өлшемј (santimetr esawy menen) 25 ншј сзылмادا көрсетјлген sauttъ қасап шқару ўшын қанша material керек шетлерјн толтыру ўшын materialдың 3% кететүқын болса?

19. 1) Kesjлген конустың қасаушысы  $l=5$  *sm*, ал ұтанларының radiusлары 1 *sm* һәм 5 *sm*. Qaptal betj de, wјklygj de ўсы kesjлген konus penen wјrdei tsilindrdјң radiusларын тавыңыз.

2) Kesjлген конустың ұтанларының radiusлары 6 *sm* һәм 10 *sm*, ал қасаушысы  $l=5$  *sm* болса: а) kesjk konus penen wјklygj wјrdei толық betj ўсы конустың qaptal betj менен тең ўлы volatүқын tsilindrdјң radiusын тавыңыз; б) kesjлген konus penen wјklygj wјrdei, толық betj ўсы конустың толық betj менен тең ўлы volatүқын tsilindrdјң radiusын тавыңыз.

20. Kesjk konустың қасаушысы менен ұтанының tegjslygjнјн aralyқындақъ myiesj 30°, ал көшер kesjmјнјң maidany *F* qa тең болса, qaptal betjн тавыңыз.

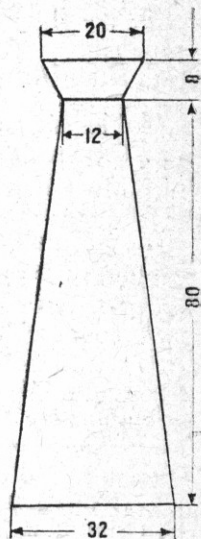
21. Kesjk konустың qaptal betj *S*, ал ұтанларының radiusлары *R* һәм *r*. Толық konустың qaptal betjн тавыңыз.

22. Kesjk konустың qaptal betj ұтанларының qosындасына тең ўлы, ал оның radiusлары *R* менен *r* болса, wјklygjн тавыңыз.

23. 1) Kesjk konустың қасаушысы, ұтанының tegjslygj менен 45° myiesъ қасаидъ, ал ұтанының radiusлары *R* менен *r* болса qaptal betjн тавыңыз.

2) Kesjk konустың қасаушысы, ұтанының tegjslygj менен 60° myiesъ қасаидъ, ал ұтанларының maidanлары *Q* менен *q* болса, qaptal betjн тавыңыз.

24. 1) Kesjk konустың wјklygj *H*, қасаушысы *L* һәм qaptal betj *S*. Көшер kesjmјнјң maidанын тавыңыз.



25-szylma.

2) Kesjk konustyn ultiannyjn maiderlar  $Q$  menen  $q$  həm qaptal betj  $S$ . Kəşer kesjmnjn maidernı tavyñyz.

25. Kesjk konustyn ultiannaryn radiuslar  $1\text{ sm}$  menen  $3\text{ sm}$ ; egerde kesjk konustyn tolyq betj qaptal betjnıjn çaiymasynan şqatıñyn pytjn dengelek dögerek penen teñ ulti volatıñyn bolsa, çasauşsyn tavyñyz.

## § 16. Parallelepipedtjn, prizma həm tsilindrdjn kölemj.

1. (Auzekj.) Kuvtn kölemj  $8\text{ m}^3$  bolsa, onyñ betjn tavyñyz.

2. Qavırqalar  $3\text{ sm}$ ,  $4\text{ sm}$  həm  $5\text{ sm}$  volatıñyn uş latun kuvyn vıktıjıjı qııjıjı vır kuv çasaimyz. Uş qııjıjı çasaqan kuvtn qavırqalarınñ ultiñlyq qandai volady?

3. 1) Metaldan jslengen kuvtn sırtqı qavırqas  $a = 10,2\text{ sm}$  həm aurlıq  $514,15\text{ g}$ . Tərepjnıjn qalıñlyq  $m = 0,1\text{ sm}$ . Metal kuvtn metalnıñ salıstırma salmaqın tavyñyz.

2)  $10\text{ kg}$  qorqasynnan kuv qııjıjı şqarqan. (Qorqasynnıñ salıstırma salmaq  $11,4$ , erjtılğende çanqan esarqa alınvaidı). Sol kuvtn qavırqasın tavyñyz.

3) Jşj quş şoıyn kuvtn sırtqı qavırqas  $260\text{ mm}$ , tərepjnıjn qalıñlyq  $30\text{ mm}$ , (şoıynnıñ salıstırma salmaq  $7,4$ ) onyñ salmaqın tavyñyz.

4. 1) Diagonal geteñ, 2) tolyq betj  $S$  ge teñ kuvtn kölemjn tavyñyz.

5. 1) Egerde kuvtn hər vır qavırqas  $2\text{ sm}$  den artatıñyn bolsa, onyñ kölemj  $98\text{ sm}^3$  artady. Uş kuvtn qavırqasın tavyñyz.

2) Egerde kuvtn qavırqas  $1\text{ m}$  den artatıñyn bolsa, onyñ kölemj  $125$  ese artady. Uş kuvtn qavırqasın tavyñyz.

3) Kuvtn betj (kvadrat vırlıkte), kölemj (kuv vırlıkte) ekeuj de vır san menen kərsetılgen. Uş kuvtn qavırqasın tavyñyz.

6. (Auzekj.) Ekj kuvtn kşjreitılgen masştabnıñ qatnas  $1:2$ ;  $1:3$ ;  $1:4$  həm taq taqylar, al qalava alqanda  $1:n$  bolsa, ekj kuvtn kölemjnıñ qatnas qandai volady.

7. Normal gerpjıstıj ( $25\text{ sm} \times 12\text{ sm} \times 6,5\text{ sm}$ ) aurlıq  $3,51\text{ kg}$ . Onyñ salıstırma salmaqın tavyñyz.

8. Sıym  $10\text{ m}^3$  volatıñyn rezervuardı su uşyn maider  $2,5\text{ sm} \times 1,75\text{ m}$  mıqdarda bolqan çerğe ornatu kerek. Rezervuardıñ vıklıgjn tavyñyz.

9. Turı myieşlj altın taqtanıñ ölsemj,  $4,7\text{ sm} \times 6,2\text{ sm}$

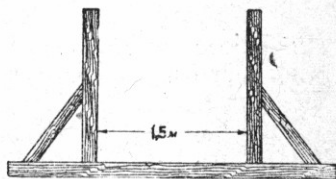
Турı myieşlj  
parallelepiped.

h m aurlu  6,3 g. (Altynny  salıstırma salma ı 19,3.) Taqtan n qalınlı ıyn tabı ı .

10. H r qaisı ıny n tur  myies  kesimj zınyl   3,6 m, enj 0,20 m h m bijklijj 0,25 m bolqan 16 aqas an sal  asalqan. Us  sal qandai  yktj vatpai k tere aladı? (aqas ı n salıstırma salma ı 0,84).

11. Ma ınan n qazan o aqı na  aqı lqan otynny  esavyn alu  ı n,  ıznyl   1,5 m bolqan  lseu   asalqan (26-szylma). O aqqa  aqı latı ıyn otynny n h r qıl   ıznyl   var: 54 sm, 71 sm h m 1 m. Egerde barlı  m helde de  lseu bjrlijj 1 kub. metr bolsa, h r bjr m  dar yimjn n bijklijjn tabı ı .

12. (Auzekj.) Tur  myies lj aqas ı n k lemjn ekj ese? U  ese? Uluma alqanda  $n$  ese artıru  ı n, on n kub u   l emjn n h r qaisı ıyn, h r  ola ne e ese artıru kerek?



26-szylma.

13. Tur  myies lj aqas ı n  l emlerj: 3 sm, 4 sm h m 5 sm. Egerde m n n h r bjr qavırqas n  $y$  sm den artırqanda betj 54 sm<sup>2</sup> artatı ıyn bolsa, on n k lemj qandai artadı.

14. 1) Tur  myies lj parallelepipedtjn  l emlerj: 15 m, 50 m h m 36 m. Oqan te   ll  kvıtn n qavırqas n tabı ı .

2) Tur  myies lj parallelepipedtjn  l emlerj: 2 sm, 3 sm h m 6 sm ge te , k lemjn n qatnas  betlerj n bolatı ıyn qatnas n-dai kvıtn n qavırqas n tabı ı .

15. 1) Tur  myies lj parallelepipedtjn diagonal  35 sm ge te , al qavırqalar ny n qatnas  2:3:6. Parallelepipedtjn k lemjn tabı ı .

2) Tur  myies lj parallelepipedtjn  ltan ny n t replerjn n qatnas   $m:n$ , al diagonal kesimj  $Q$  maidan  menen kvadrat. Parallelepipedtjn k lemjn tabı ı .

16. 1) Tur  myies lj parallelepipedtjn u   aqı ny n maidanlar  2 m<sup>2</sup>, 3 m<sup>2</sup> h m 6 m<sup>2</sup> bolsa, on n k lemjn tabı ı .

2) Tur  myies lj parallelepipedtjn u   aqı ny n maidanlar :  $Q_1$ ,  $Q_2$  h m  $Q_3$ ,  ı ny n k lemjn tabı ı .

17. Tur  myies lj parallelepipedtjn diagonal   $l$  qa te  h m bjr  aq  menen 30  myies   asaı , al ekjn j  aq  menen 45  myies   asaı . Us  parallelepipedtjn k lemjn tabı ı .



Турь parallelepiped.

18. Турь parallelepipedtjn  ltanlar n n t replerj  $a$  menen  $b$   z-ara  $30^\circ$  myie   asaids; qaptal betj  $S$  qa te , on n k lemjn tav n z.

19. 1) Турь parallelepipedtjn  ltan  vol r parallelogram q zmet etedj, on n vjr diagonal   $17\text{ sm}$ , al t replerj  $9\text{ sm}$  h m  $10\text{ sm}$  ge te . U  parallelepipedtjn tol q betj  $334\text{ sm}^2$  den q ralqan. On n k lemjn tav n z.

2) Турь parallelepipedtjn  ltan n n t replerj  $13\text{ dm}$  h m  $37\text{ dm}$  ge te , al  ltan n n  ll  diagonal   $40\text{ dm}$  ge te . Qaptal qav rqas n n parallelepipedtjn  ll  diagonalqa bolqan qatnas   $15:17$ . U  parallelepipedtjn k lemjn tav n z.

20. Турь parallelepipedtjn  ltan n n t replerj:  $2\sqrt{2}\text{ sm}$  h m  $5\text{ sm}$  ge te  volsa,  z-ara  $45^\circ$    myie   asaids, parallelepipedtjn k j diagonal   $7\text{ sm}$  ge te . U n n k lemjn tav n z.

21. Турь parallelepipedtjn  ltan n n t replerj  $8\text{ sm}$  h m  $15\text{ sm}$  ge te  vol r  $60^\circ$    myie   asaids; parallelepipedtjn k j diagonal   ltan n n tegisljg  menen  $30^\circ$  myie   asaids. U  parallelepipedtjn k lemjn tav n z.

22. 1) Турь parallelepipedtjn  ltan  vol r romb q zmet etedj, m n n maidsan   $1\text{ m}^2$  qa te . Diagonal kesjmjn n maidsanlar   $3\text{ m}^2$  h m  $6\text{ m}^2$ . Parallelepipedtjn k lemjn tav n z.

2) Турь parallelepipedtjn  ltan  vol r romb q zmet etedj, m n n maidsan   $Q$  qa te ; diagonal kesjmjn n maidsanlar   $M$  h m  $N$  ge te . Parallelepipedtjn k lemjn tav n z.

23. Parallelepipedtjn  ltan  vol r romb q zmet etedj, diagonal kesjm lerj  ltan n n tegisljg ne perpendikuliar h m on n maidsanlar   $100\text{ sm}^2$ ,  $105\text{ sm}^2$ , al on n kesjl su sz qlar n n  z nl q   $10\text{ sm}$  ge te . U  parallelepipedtjn qaptal betj menen k lemjn tav n z.

24. Турь parallelepipedtjn  ltan  vol r parallelogram q zmet etedj, m n n t replerj  $3\text{ sm}$  h m  $5\text{ sm}$  vol r, aral q ndaq  myie j  $60^\circ$ ;  ll  diagonal kesjmjn n maidsan   $63\text{ sm}^2$  qa te . U  parallelepipedtjn k j diagonal n, qaptal betjn h m k lemjn tav n z.

25. Турь parallelepipedtjn  ltan  menen  $ABCD$  de, on n qav rqas   $AB=50\text{ sm}$ ;  $B_1$  t besjnen  $AD$  qav rqas na tysjrligen perpendikuliar  $B_1E$   $41\text{ sm}$  ge te  h m  $AD$  qav rqas n  $AE=30\text{ sm}$  h m  $ED=18\text{ sm}$  kesjndjlerge b ledj. Parallelepipedtjn k lemjn tav n z.

Дурьs prizma.

26.  ltan n n t repj  $a$  qaptal qav rqas   $b$  vol n sa, 1)  $U $  myie lj, 2) t rt myie lj, 3) alt  myie lj d r s prizman n k lemjn

tav n z.

27. Dürs segizmyieşlj formasındaqь aqaş taqtaidьn tərəpj  $3,2 \text{ sm}$  həm qalınlıqь  $0,7 \text{ sm}$  salmaqь  $17,3 \text{ g}$ . Aqaştьn salıstьrma salmaqьn tavyьqьz.

28. Dürs on ekj myieşlj prizma siaqlь temjrdjn ultiьnьn tərəpj  $a = 12 \text{ sm}$  həm bijklijg  $h = 78 \text{ sm}$  (salıstьrma salmaqь  $7,4$ ) bolsa, onьn salmaqьn tavyьqьz.

29. Şoibьn trubanьn kesimj kvadrat; münьn sırtqь enj  $25 \text{ sm}$ ; tərəpjnj qalınlıqь  $3 \text{ sm}$  (salıstьrma salmaqь  $7,3$ ). Trubanьn bjr metrjn salmaqь qanşa voladь?

30. 1) Dürs төрт myieşlj prizmanьn diagonalь  $3,5 \text{ m}$  ge ten, al qaptal çaq diagonalь  $2,5 \text{ m}$  bolsa, kölemjn tavyьqьz.

2) Dürs төрт myieşlj prizmanьn diagonalь  $6 \text{ sm}$ , al qaptal betj  $32 \text{ sm}^2$ . Kölemjn tavyьqьz.

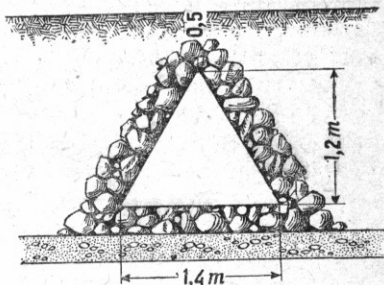
31. 1) Dürs yş myieşlj prizmanьn ultiьnьn tərəpj  $a$  qa ten, al qaptal betj ultiьnlarьnьn qosьndьsь menen ten ultiь bolsa, kölemjn tavyьqьz.

2) Dürs yş myieşlj prizmanьn qaptal qavьrqasь ultiьnьn bijklijgьne ten, al olar arqalь çyrgjzljgen kesimjn maিদanь  $Q$  qa ten. Kölemjn tavyьqьz.

32. Radiusь  $R$  dөngelektjn işjne sзыqan dürs yşmyieşlj prizmanьn ultiьn voladь; onьn qaptal çaqларь — kvadrat. Uşь prizmanьn kölemjn tavyьqьz.

33. Dürs altь myieşlj prizmanьn eң ylken diagonal kesimjn maিদanь  $4 \text{ m}^2$  ge ten, al qarsь çatqan ekj qaptal çaqларьnьn aralьqь  $2 \text{ m}$ . Prizmanьn kölemjn tavyьqьz.

34. Dürs altь myieşlj prizmanьn ylken diagonal kesimj ultiьn menen ten ultiьlьqta; ultiьnьn tərəpj  $a$  qa ten. Uşь prizma menen ten ultiьlьqtaqь kubьn qavьrqasьn tavyьqьz.



27-szylma.

Турь prizma.

35. Su çyretuqьn trubanьn kesimj

27 nşi sзыlmada көрсетilgen, onnan çyretuqьn sudьn aqьsьnьn tezljgь sekundyна  $2 \text{ m}$ . Sol trubadan 1 saatta çyretuqьn sudьn şamasьn kub metr menen esaplap şqарьqьz.

36. Турь prizmanьn ultiьn турь myieşlj yşmyieşlj, münьn katetlerjn qatnasь  $24:7$ ; ultiьnьn gipotenuzasь menen priz-

manın bijklijgjn qatnasъ 5:2; qaptal vetj  $140 m^2$ . Prizmanın kölemjn tavьңыз.

37. 1) Turъ уş myieslj prizmanın ultiannyaъ täreplerj  $4 sm$ ,  $5 sm$  һәм  $7 sm$ , al qaptal qavьrqasъ ultiannyaъ ylken bijklijg menen teң. Prizmanın kölemjn tavьңыз.

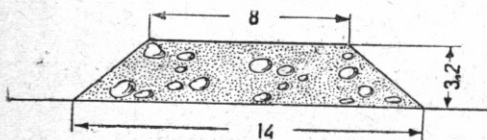
2) Turъ уş myieslj prizmanın bijklijg  $5 m$  ge teң, onьң kölemj  $24 m^3$ , al qaptal қаqlарьның maidanларьның qatnasъ 17:17:16. Ultiannyaъ täreplerjn tavьңыз.

38. Turъ уş myieslj prizmanın ultiannyaъ maidanъ  $4 sm^2$  qa ten, al qaptal қаqlарьның maidanларь  $9 sm^2$ ,  $10 sm^2$  һәм  $17 sm^2$ . Kölemjn tavьңыз.

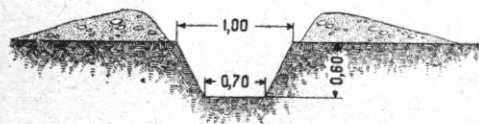
39. 28 нşj szьlmada temjr çoldьң topraqьның kesjmj verjlgен; өлsemj metr esavьnda көrsetilgen. Bjr  $km$  çerге qanşa kub metr topraq kerek ekenljgjn tavьңыз.

40. Dzeden отьгьр oq atatuqьң okortьң ьзыньoqь bjr völek әsker ьşьң  $25 m$  voluь kerek (29-szьlmada көrsetilgen), ylken kyrek penen 6 saatta qazьp ptjru ьşьң, (ylken kyrek penen 1 saatta  $0,75 m^3$  çer qazuqь voladь). Uşьoqьan neşe ksj ravoşı kerek voladь?

41. Turъ prizmanın ultiанъ  $ABCD$  trapetsiasъ onьң parallel täreplerj  $AD_1 = 39 sm$  һәм  $BC = 22 sm$ , al parallel emes tärepj  $AB = 26 sm$  һәм  $CD = 25 sm$ .  $AA_1C_1C$  kesjmjnjn maidanъ  $400 sm^2$ . Uşь prizmanın kölemjn tavьңыз.



28-szьlma.



29-szьlma.

42.  $ACDB$  — çartь şeңber, onьң radiusъ  $= R$ ,  $C$  — onьң ortasъ, onьң  $CB$  doqasьның ortasъ —  $D$ . Ultanъ  $ADB$  уşmyiesljg, al qaptal qavьrqasъ  $AC$  xordasъ menen teң bolqьan turъ prizmanın kölemjn tavьңыз.

43. Tereңljg  $61,5 m$  çap qazьlqьan, onьң tyгь һәм өlsemlerj (metr menen) 30 нşj szьlmada көrsetilgen. Çartьң tarylesj keң ylesjne  $45^\circ$  myies volьp qosьladь. Qazььp şoqlarьlqьan topraqtьң kölemjn tavьңыз.

Qia parallelepiped.

44. Qia parallelepipedtjn ultiанъ  $ABCD$  parallelogramь, mьnьң qavьrqalarь  $AB = 3 dm$ ,  $AD = 7 dm$  һәм  $BD = 6 dm$ .  $AA_1C_1C$

diagonall q kesjmj  ltan n n tegjsljgine perpendikuliar h m  $1 m^2$  ge t n. Parallelepipedtjn k lemjn tavy n z.

45. Qia parallelepipedtjn  ltan  kvadrat, on n t replj  $1 m$  ge t n. Qaptal qav rqas n n brj  ltan n n oqan qon s  t replerjnjn h r qais s  menen  $60^\circ$    myies   saisid ,  zn l q   $2 m$  ge t n. Parallelepipedtjn k lemjn tavy n z.

2) Qia parallelepipedtjn  ltan  kvadrat h m qaptal qav rqas n n brj  ltan n n qon s  t replerj menen t n syijr myies   saisid .  ltan n n t replj  $a$  qa t n, qaptal qav rqas   $b$ ; ekj  ltan n n s ikes t replerjnjn aral q   $c$ . Parallelepipedtjn k lemjn tavy n z. ( $a=15$ ;  $b=14$ ;  $c=10$ ).

46. Parallelepipedtjn  aqlar  t n romb , on n t replj  $a$  h m syijr myies   $60^\circ$  bolsa, parallelepipedtjn k lemjn tavy n z.

47. Qia parallelepipedtjn  ltan  tur myieslj , on n t replerj  $a$  menen  $b$ ; qaptal qav rqas   $c$   ltan n n t replerj menen  $60^\circ$  myies   saisid . Parallelepipedtjn k lemjn, qaptal betjn h m qaptal qav rqas n n  ltan n n tegjsljgine qialanu myies n tavy n z.

48. Qia parallelepipedtjn  ltan   $ABCD$  romb , on n t replj  $a$  h m syijr myies   $60^\circ$ . Qav rqas   $AA_1=a$  qa h m  $AB$ ,  $AD$  qav rqas  menen  $45^\circ$  myies   saisid .  s  parallelepipedtjn k lemjn tavy n z.

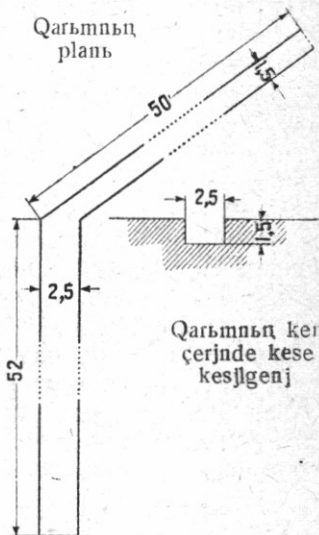
Qia prizma.

49. Prizman n  ltan  y myieslj , on n brj qav rqas   $2 sm$  ge t n, al basqa ekj qav rqas   $3 sm$  den; qaptal qav rqas   $4 sm$  ge t n h m  ltan n n tegjsljg menen  $45^\circ$  myies   saisid , on n menen t n  ll  kv tn  qav rqas n tavy n z.

50. 1) Prizman n  ltan  y myieslj , on n t replerj  $3 sm$ ,  $5 sm$  h m  $7 sm$ . Qaptal qav rqas n n  zn l q   $8 sm$ , ol  ltan n n tegjsljg menen  $60^\circ$  myies   saisid . Prizman n k lemjn tavy n z.

2) Y myieslj qia prizman n  ltan n n t replerj  $5 m$ ,  $6 m$  h m  $9 m$ ; qaptal qav rqas   $10 m$  ge t n h m  ltan n n tegjsljg menen  $45^\circ$    myies   saisid . Prizman n k lemjn tavy n z.

Qar mn n  
plan 



30-s ylma.

51. Призманың ұлтань  $ABC$  дүрбь ушмыеşljgj, оның төрепj  $a$ ;  $A_1$  төвесj төменгj ұлтаньның орайына проектланадь;  $AA_1$  қавьрқасы ұлтаньның қавьрқасы менен  $45^\circ$  мыеş çасаидь. Призманың көлемj менен қаптал бетjn тавьңьз.

52. Қия призманың ұлтань тең төреплj ушмыеşljg, оның төрепj  $a$ ; қаптал қақьның вреuj ұлтаньның tegisljgjne перпендикуляр һәм гомвьда ұсаидь, мұның кşj diagonalь  $c$  қа тең. Призманың көлемjn тавьңьз.

53. 1) Қия уş мыеşlj призманың қаптал қавьрқаларь  $15\text{ m}$  ден, ал вұлардың вrjnен вrjnң аральқь  $26\text{ m}$ ,  $25\text{ m}$  һәм  $17\text{ m}$ . Көлемjn тавьңьз.

2) Берjлген уş мыеşlj призманың қаптал қавьрқаларьның аральқаларьның қатнась  $9:10:17$ ; қаптал қавьрқасы  $1\text{ m}$  ге тең; қаптал бетj  $6\text{ m}^2$  қа тең. Усь призманың көлемjn тавьңьз.

54. Қия призманың ұлтань  $ABCD$  төртмыеşljgj, оның diagonalь өз-ара перпендикуляр;  $AA_1C_1C$  diagonalьқ кесjmj ұлтаньның tegisljgjne перпендикуляр. Diagonal  $BD = 16\text{ dm}$  һәм кесjmjnң маидань  $AA_1C_1C = 250\text{ dm}^2$ . Көлемjn тавьңьз.

55. Қия уş мыеşlj призманың қаптал қақьның вреujjnң маидань  $m^2$ , ал оның қарсь қатқан қавьрқасы менен аральқь  $2a$ . Призманың көлемj қаншақа тең?

|           |
|-----------|
| Tsilindr. |
|-----------|

56. Ұзылықь  $25\text{ m}$  мыстың салмақь  $100,7\text{ g}$ . (Мыстың салыстырма салмақь  $8,9$ ). Сымның диаметрjn тавьңьз.

57. Кенджr арқанньң диаметрj  $36\text{ mm}$ , мұның вjr метрjnң салмақь  $0,96\text{ kg}$ . Оның салыстырма салмақьн тавьңьз.

58. Термометр тытjгjnң jşjndegj снаптьң ұзылықь  $15,6\text{ sm}$ , салмақь  $5,2\text{ g}$ . (Снаптьң салыстырма салмақь  $13,6$ ). Тытjктегj снаптьң көлденен кесjmjnң маиданьн тавьңьз.

59. Мензурканың (кув. сантиметрлерге вөлjngen tsilindrge ұсақан ьдсь) қоңсылас екj вөлjmjnң аральқь  $1,8\text{ sm}$ . Мензурканың jşkj диаметрjn тавьңьз.

60. Пу маşинаның қазанына су берjп тұратуқьн насостьң екj tsilindrj бар. Нәр вjr tsilindrdjn өлшемj: порşенньң çоль  $150\text{ mm}$ , диаметрj  $80\text{ mm}$ . Вjr порşен минутьна  $50$  мәртеве қайталаидь. Насостьң вjr саатта сқаратуқьн суьның мұқдарьн тавьңьз.

61. Tsilindrge ұсақан гранаттьң ұзылықь  $3\frac{1}{2}$  калибрj<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Калибр деп топтьң тытjгjnң jşkj диаметрj айтылады.



һәм оның диалъның қалыңлығъ  $\frac{1}{8}$  калибрj. Калибрj 76 mm dala пушканының гранатының jjne тольтырылған дәринj (trotili amasa melinittы) көлемjн куб сантиметр esавъ менен тавыңыз.

62. (Auzekj.) Kvadrattyң төрепj  $a$ , оның өзjнjң төрепj дөгерегjнде айналдырудан келjп шыққан дененjң көлемjн тавыңыз.

63. Tsilindrdjn көшер кесjмj квадрат, оның diagonalъ 4 ke тең. Tsilindrdjn көлемjн тавыңыз.

64. (Auzekj.) 1) Tsilindrdjn һәм оның 1:2, 1:3 һәм 1:n қатнасы маcштабында кsjрейтjп алынған modeljнjң көлемлерjнjң қатнасы қандай боладъ?

2) Eкj tsilindrdjn би-  
jклjклерj һәм ұltанлары-  
ның диаметрлерj вjрдеi  
болса, ұсы екj tsilindrdjn  
көлемлерjнjң қатнасы  
қандай боладъ?

3) Tsilindrdjn ұltа-  
ның өзгертпей, көлемjн  
екj есе,  $n$  есе арттыру  
ұсын биjклjгjн һәр қола  
неше есе ұзынaitу керек?

4) Tsilindrdjn биjклjгjн өзгертпей, көлемjн екj есе  $n$  есе арттыру ұсын, ұltанының радиусын һәр қола неше есе ұзaitу керек?

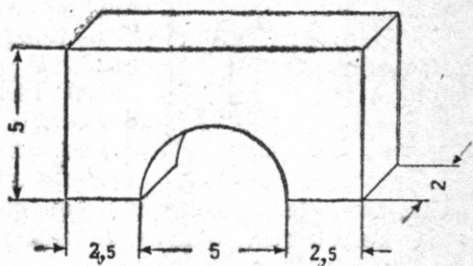
5) Tsilindrdjn қаптал бетj (квадрат өлшемj менен) һәм кө-  
лемj (куб өлшемj менен) eкеуjнjң өлшемjнjң сапы вjрдеi боладъ.  
Tsilindrdjn диаметрjн тавыңыз.

65. (Auzekj.) 1) Bir tsilindrdjn ұltанының диаметрj 0,20 m, биjклjгj 0,60 m. Eкjншj вjр tsilindrdjn биjклjгj 0,30 m, ұltанының диаметрj 0,30 m. Усы екj tsilindrdjn көлемjн өз-ара салысты-  
ғыңыз.

2) Bjр tsilindrdjn биjклjгj 2,4 m һәм ұltанының диаметрj 1 m; екjншj tsilindrdjn биjклjгj 1,2 m һәм ұltанының диаметрj 0,5 m. Усы екj tsilindrdjn көлемjн өз-ара салыстырыңыз.

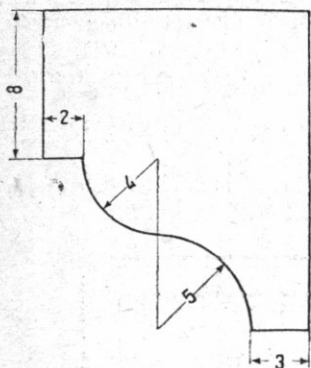
66. Tsilindrdjn jjne дүрбс үш myieslj prizma szылған, ал дүрбс үшmyieslj prizmanyң jjne tsilindr szылған. Eкj tsilindr-  
djң көлемjнjң қатнасын тавыңыз.

67. Tsilindrdjn қаптал бетj  $S$  қа тең, ал ұltанының шеңберj-  
нjң ұзынлығъ  $C$ . Көлемjн тавыңыз.



31-сызма.

68. 1) Tsilindrdjn qaptal betijnj çayılası kvadrat, onıñ tärepij  $a$ . Kөlemjn tabıñız.



32-sızma.

2) Tsilindrdjn vijklıgj  $H$ , qaptal betijn çai qanda qı diagonalı menen çasaıñsınñ aralıqında qı myiesj  $60^\circ$ . Kөlemjn tabıñız.

69. Turı myieslj qañıltırdıñ ızıñlıqı  $1,6 m$ , enj  $0,8 m$ . Mıñ 2 çol menen ijr truva jslauge boladı; vıjñsj çolı truvanıñ ızıñlıqı  $1,6 m$ , ekjñsj çol  $0,8 m$ . Truvalardıñ kölemj-njñ qatnasıñ, betijnj, qaptal betijnjñ һәм tolıq betijnjñ qatnaslarıñ tabıñız.

70. Tsilindrdjn jñjne altı myieslj dırıs prizma szılqan, onıñ һәр vjr qavırqası  $a$  qı ten. Uı tsilindrdjn kölemjn tabıñız.

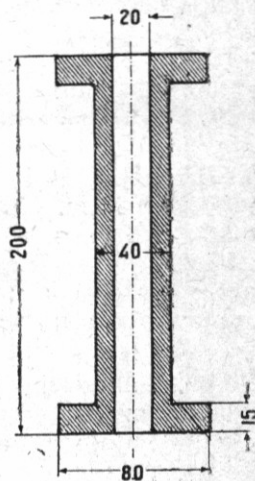
71. Өlşemlerj detsimetr esavı menen berjlgen, 31-nşj szıl-mada kөretjlgen, qım şege zaııñ salmaqıñ tabıñız (qım şegeñjñ salıstırma salmaqı  $2,4$ ).

72. Izvestniakten jslengen karnızdjñ kese kesmj 32 nşj szıl-mada kөretjlgen, өлsemj santimetr menen berjlgen. Uı izvestniakten jslengen karnızdjñ vjr metrij-njñ salmaqıñ tabıñız (izvestniaktıñ salıstırma salmaqı  $2,2$ ).

73. Qorqasıñ truvanıñ tärepijnñ qalıñlıqı  $4 mm$ , jşkj diameterj  $13 mm$ . Bıl truvanıñ 25 metrijnjñ salmaqı qandai boladı? (Qorqasıñnıñ salıstırma salmaqı  $11,4$ ).

74. Polat vaqıanadıñ ızıñlıqı  $1,40 m$  һәм diameterj  $0,083 m$ . Mıñ çonıñ diameterjn  $0,00,3 m$  kemjtkende salmaqıñnıñ qanşasıñ kemjtedj (polattıñ salıstırma salmaqı  $7,4$ ).

75. Өlşemlerj ( $mm$  esavı menen) 33 nşj szıl-mada kөretjlgen aqas katıñkanıñ salmaqıñ esaplar şqarıñız (aqasıñ salıstırma salmaqı  $0,8$ ).



33-sızma.

## § 17. Piramidanyň häm konustyň kölemj.

Dürs piramida.

1. Ültanyňyň tärepi  $a$  häm qaptal qabyrğasy  $b$  bolan: 1)  $yş$  myieşlj, 2) tört myieşlj, 3) altý myieşlj dürs piramidanyň kölemjn tawyňyz.

2. (Auzekj.) Dürs tört myieşlj piramidanyň bijkljg  $3 m$ , qaptal qabyrğasy  $5 m$  bolsa, kölemjn tawyňyz.

3. Dürs altý myieşlj piramidanyň kölemj  $6 sm^3$ . Ültanyňyň tärepi  $1 sm$  bolsa. Qaptal qabyrğasyň tawyňyz.

4. 1) Dürs  $yş$  myieşlj piramidanyň apofemasy  $k$  ge teň, al bijkljg  $h$ . Kölemjn tawyňyz.

2. Dürs tört myieşlj piramidanyň ültanyňyň maidany  $Q$  häm qaptal beti  $S$ . Kölemjn tawyňyz ( $Q = 12$ ;  $S = 24$ ).

5. 1) (Auzekj.)  $yş$  myieşlj piramidanyň qaptal qabyrğalary öz-ara perpendikuliar; olardyň her qaisy  $b$  qa teň. Kölemjn tawyňyz.

2) Dürs  $yş$  myieşlj piramidanyň ültanyňyň tärepi  $a$  qa teň, qaptal qabyrğalary öz-ara perpendikuliar. Kölemjn tawyňyz.

6. Dürs tetraedrnyň  $a$  qa teň qabyrğasy boýnşa onyň betjn häm kölemjn tawyňyz.

7. Dürs oktaedrnyň qabyrğasy  $a$  qa teň bolsa, onyň betj menen kölemjn tawyňyz.

8. Dürs tetraedrnyň qabyrğalarynyň ortalaryň turý szýq penen qosatýdýn bolsaq, dürs oktaedrnyň qabyrğasy bolady. Tetraedrnyň qabyrğasy  $a$ , oktaedrnyň kölemjn tawyňyz, ony tetraedrnyň kölemj menen salýstýrýdýz.

9. 1) Kubyň çaqlarynyň oralary dürs oktaedrnyň töweleri bolady. Uş kub penen oktaedrnyň kölemjnyň qatnasýn tawyňyz.

2) Dürs oktaedrnyň çaqlarynyň oraly kubyň töweleri bolady. Kub penen oktaedrnyň kölemjnyň qatnasýn tawyňyz.

10. 1) Dürs  $yş$  myieşlj piramidanyň ültanyňyň tärepi  $a$ , al qaptal qabyrğasy ültanyňyň tegjsljg menen  $45^\circ$  myieş çasaıdý. Piramidanyň kölemjn tawyňyz.

2) Dürs  $yş$  myieşlj piramidanyň bijkljg  $h$ , al qaptal çaqý ültanyňyň tegjsljg menen  $60^\circ$  myieş çasaıdý. Piramidanyň kölemjn tawyňyz.

11. 1) Dürs altý myieşlj piramidanyň ültanyňyň tärepi  $a$ , al ültanyndaqý ekj çaqý myieş  $45^\circ$ . Piramidanyň kölemjn tawyňyz.

2) Berjigen dürs altý myieşlj piramidanyň kölemj  $V$ , qaptal

қавырғасы ұлтаньның төрелерјнен екј есе ұзын. Ұлтаньның төрепјн һәм қаптал қавырғасы менен ұлтаньның тегіслігјнјң аралығындақы мыіеітј тавьңыз.

Dürs emes piramida.

12. Piramidanьң ұлтань турьмыіеітј, оның төрелерј 9 m һәм 12 m: қаптал қавырғасының һәр вреуј: 12,5 m ге тең. Piramidanьң көлемјн тавьңыз.

31. Piramidanьң ұлтань турь мыіеітј, оның төрелерј 6 sm, 15 sm, біклігј ұлтаньның diagonallарьның кесјскен тоқсасы арқалы өтеді, һәм қаптал беті  $126 \text{ sm}^2$  қа тең. Ұсы piramidanьң көлемјн тавьңыз.

14. Piramidanьң ұлтань тең қапталы ұсымыіеітј, оның төрелерјнјң екеуј 6 sm ден, ал ұсјнсі төрепј 8 sm. Қаптал қавырғалар өз-ара тең һәм һәр вреуј 9 sm ден. Ұсы piramidanьң көлемјн тавьңыз.

15. Piramidanьң ұлтань турьмыіеітј, оның diagonallарьның арасындақы мыіеітј  $60^\circ$ , ал маидань Q қа тең; қаптал қавырғаларь менен ұлтаньның тегіслігјнјң аралығындақы мыіеітј  $45^\circ$ . Ұсы piramidanьң көлемјн тавьңыз.

16. Piramidanьң ұлтань ұсымыіеітј, оның төрелерј 39 sm, 17 sm һәм 28 sm; қаптал қавырғаларьның һәр вреуј 22,9 sm ден. Ұсы piramidanьң көлемјн тавьңыз.

17. 1) Piramidanьң ұлтань тең қапталы ұсымыіеітј, оның тең төрелерј 39 sm ден, ал ұсјнсі төрепј 30 sm. Ұлтаньндақы екј қақлы мыіеітлерј өз-ара тең де, һәр вреуј  $45^\circ$ . Ұсы piramidanьң көлемјн тавьңыз.

2) Piramidanьң ұлтань тең қапталы ұсымыіеітј, оның тең төрелерј 7 sm ден, ал ұсјнсі төрепј 6 sm. Piramidanьң төбесјнјң ұлтаньның гыллән төрелерјнен алыслығы бірдеі, мұның біклігј менен қатнасы 5:4. Piramidanьң көлемјн тавьңыз.

18. Берілген ұсы мыіеітј piramidanьң ұлтаньндақы екј қақлы мыіеітлерј өз-ара тең; ұлтаньның төрелерј: 7 sm, 8 sm һәм 9 sm; piramidanьң көлемј  $40 \text{ sm}^3$ . Мұның қаптал бетјн тавьңыз.

19. Төрепј 15 sm болған ромбы piramidanьң ұлтань болады. Оның һәр бір қақлары ұлтаньна  $45^\circ$  қйаланқан.  $S_{\text{қаптал}} = 4 \text{ dm}^2$ . Piramidanьң көлемјн тавьңыз.

20. (Аузекј.) Ұсы мыіеітј piramidanьң қаптал қавырғалары  $a, b$  һәм  $c$  өз-ара перпендикуляр болады. Piramidanьң көлемјн тавьңыз.

21. 1) Ұсы мыіеітј piramidanьң перпендикуляр екј қақы, екеуі де тең төрепј ұсымыіеітј, мұның төрелерј 4 sm ден. Piramidanьң көлемјн тавьңыз.

2)  $Uş$  myieşlj piramidanın qaptal çaqlar öz-ara perpendikuliar,  $uşeujnıj$  maıdanı  $6 m^2$ ,  $4 m^2$  həm  $3 m^2$ . Piramidanın kölemjn tabıqı.

22.  $Uş$  myieşlj piramidanın bır qavırqası 4 ke teı, basqa qavırqaların ıı hər breıj 3 ke teı. Piramidanın kölemjn tabıqı.

23.  $SABC$  piramidasının ultiarı  $ABC$   $uşmyieşljıj$ , onda  $AB = 15 sm$ ,  $BC = 27 sm$  həm  $AC = 18 sm$ .  $SAB$  həm  $SAC$  çaqlar  $ABC$  tegıslıjıne perpendikuliar, al  $SBC$  çaıı onıı menen  $45^\circ$  myieş çaıadı. Piramidanın kölemjn həm  $BSC$  çaıının maıdanı tabıqı.

24. Piramidanın ultiarı — turı myieşljı, onıı maıdanı  $1 m^2$  ge teı; ekj qaptal çaqlar ultiarına perpendikuliar, al basqa ekj çaıının ultiarı menen aralıqı  $30^\circ$  həm  $60^\circ$  bolsa kölemjn tabıqı.

25. Piramidanın ultiarı teıqaptalı trapetsia, onıı parallel tereplerı  $3 sm$  həm  $5 sm$ , al qaptal terepj  $7 sm$ , bıklıj ultiarının diagonallarının kesılksen toşkasına etedj həm ultiarı qaptal qavırqası  $10 sm$  ge teı.  $Uş$  piramidanın kölemjn tabıqı.

26.  $Uş$  myieşlj piramidanın ultiarının bır terepj  $16 sm$ ; oıan qarşı çatıan qaptal qavırqası —  $18 sm$ ; basqa terti qavırqası öz-ara teı həm  $17 sm$  den.  $Uş$  piramidanın kölemjn tabıqı.

27. (*Auzekj.*) 1) Piramidanın orta kesımj kölemjnıı qandı bılımjı kesıj şıaradı?

2) Piramidanın bıklıj  $h$ . Onıı kölemjn bırdei etıj ekj biletııı parallel kesımj piramidanın tıbesınen qandı aralıqta tıradı?

28. Piramidanın ultiarı menen parallel tegıslıj bıklıjı bırdei etıj beske biledj. Piramidanın kölemj qalı bılınedj. Tııdılerııı qatnas qandı boladı?

29. Piramida ultiarına parallel tegıslıkler menen teı ultiarı etıj  $uş$  yleske bılıngen. Piramidanın bıklıj qalı bılınedj, tııdılerııı qatnas qandı boladı?

30. Piramidanın ultiarına parallel kesımjıı maıdan, onıı ultiarının  $0,36$  na teı. Piramidanın kölemjn kesımj qandı qatnaslar qaledj?

31. Dırı tetraedrın çaqlarının oralı basqa bır dırı tetraedrge teı boladı. Ekeııı kölemlerııı həm betlerııı qatnasların tabıqı.



## Konus.

32. (Auzekj.) Konusun birligij 3, çasauşsı 5. Kölemjn tabıqız.

33. 122 mm ljk bomba çarılqanda tysken çerjn voronkaqa üsatır qazır ketedj; voronkanın diametrj 4 m həm terenlignj 1,5 m. Topraqtın 1 m<sup>3</sup> njn salmaq 1650 kg bolsa, bombanın qazır şarılqan topraqtın salmaq qanşa voladı?

34. Konusqa üsatır yijgen maida tas yijmjnjn ütanın radius 2 m, çasauşsı 3,5 m. Üsındai 10 yijmge yijgen maida tastı tası üşn neşe arva kerek? 1 m<sup>3</sup> maida tas 3 t voladı. Bjr arvaqa 0,5 t çyk salınadı.

35. Töbesj konus volır kelgen tsilindr formasında yijgen şertjn birligij 4 m, ütanın radius 2,5 m; tsilindrge üsaqan völegjnjn birligij 2,2 m, şertjn salıstırma salmaq 0,03. Sol yijmjnjn salmaqın tabıqız.

36. Konusqa üsaqan sauttın ütanın diametrj 0,24 m, birligij 0,18 m. Münnj şjndegj sudı bjr tsilindr sautqa qııamız. Bül tsilindr sauttın ütanın diametrj 0,10 m. Sonda sudı betj bül tsilindrdjn qai çerjnen keledj?

37. Konustın köşer kesmj teñqaptallı turı myieslj yşmyieslj, onıñ maidanı 9 m<sup>2</sup>. Konustın kölemjn tabıqız.

38. Konustın ütanın maidanı  $9\pi sm^2$ , tolıq betj  $24\pi sm^2$ . Konustın kölemjn tabıqız.

39. Konustın birligij menen çasauşsınnıñ qatnası 4:5, al konustın kölemj  $96\pi sm^3$ , onıñ tolıq betjn tabıqız.

40. Konustın çasauşsınnıñ üznıqı  $l$  ge teñ, al ütan şerjnjn üznıqı  $C$  bolsa, kölemjn tabıqız.

41. Konustın ütanın maidanı  $Q$  həm qaptal betj  $S$  bolsa, kölemjn tabıqız.

42. Konustın birligij 15 m, al kölemj  $320\pi m^3$  ge teñ. Tolıq betjn tabıqız.

43. Konustın birligij 6 sm, al qaptal betj  $24\pi sm^2$ . Konustın kölemjn tabıqız.

44. Konustın çasauşsı  $l$  ge teñ həm ütanın tegislignj menen  $30^\circ$  myies çasadı. Konustın kölemjn tabıqız.

45. Konustın kölemj  $V$ . Onıñ birligij bjrdei yş völkke vöjngen həm ütanı menen parallel etjr völu toşkalardı arqalı tegislignj çyrgjzjgen. Orta völmjnjn kölemjn tabıqız.

46. 1) Egerde olardıñ tolıq betj teñ üllı bolsa, teñ qaptallı konus penen teñ qaptallı tsilindrdjn kölemjnjn qatnası qandai voladı?

2) Egerde olardıñ kölemj teñ bolsa, teñ qaptallı konustın

toluq betj həm teñ qaptallı tsilindrdjn toluq betjnjn qatnası qandai boladı?

47. 1) Konustın kölemj  $V$ , al ultiannın radiusı  $R$  ge teñ. Konustın kışer kesjmjnjn maidan qanşaq teñ boladı?

2) Konustın ultiannın maidan  $Q$  qa teñ həm kışer kesjmjnjn maidan  $M$ . Kölemj menen qaptal betjn tabıñız.

48. Bjr ultiña konus həm oqan teñ üllı tsilindr çasalqan. Tsilindrdjn bijklijgjnjn ortası arqalı ultiña menen parallel teğslijk çyrgjzılgen. Konus penen tsilindrdjn kesjmjnjn maidanlarınjn qatnası qandai boladı?

49.  $250^\circ$  doqal myieslj dęgelek qanıltrdın sektorının radiusı —  $20\text{ sm}$ . Uş sektordı orap konus çasalqan. Sol konustın kölemjn tabıñız.

50. Konustın ultiannın radiusı  $R$  voınsa, uş konustın kölemjn bjrdei etjr ekjge vıletüqın, ultiña parallel kesjmjnjn radiusın tabıñız.

51. Dırıs tetraedrdın qavırqası  $a$ , ısınıñ jşjne szılqan konustın kölemj menen qaptal betjn tabıñız.

Konus ainalıs  
denesj.

52. Teñ tırepj yşmyiesljık özjnjn  $a$  tırepj dęgerejnde ainaladı. Ainalqan denenj  $S$  həm  $V$  nj tabıñız.

53. Yşmyiesljıktjn ultiña  $b$ , onıñ bijklijg  $h$ . Onı özjnjn ultiannın dęgerejnde ainaldırudan şıqqan denenj kölemjn tabıñız.

54. Turı myieslj yşmyiesljıktjn katetlerj  $a$  menen  $b$ , bıl özjnjn gipotenuzasının dęgerejnde ainaladı. Keljr şıqqan qos konustın kölemjn həm betjn tabıñız.

55. 1) Teñ qaptallı yşmyiesljık özjnjn qaptal tırepjnde ainalqandaq çasalqan denenj betjn həm kölemjn tabıñız. Yşmyiesljıktjn ultiña  $30\text{ sm}$  ge teñ, al qaptal tırepj  $25\text{ sm}$  ge teñ.

2) Teñ qaptallı yşmyiesljıktjn tıbesjndeğj myiesj  $120^\circ$  həm qaptal tırepj  $a$ , yşmyies uş qaptal tırepjnjn dęgerejnde ainalqandaq şqatıqın denenj betjn həm kölemjn tabıñız.

56. 1) Yşmyiesljıktjn tıreplerj:  $10\text{ sm}$ ,  $17\text{ sm}$  həm  $21\text{ sm}$ , bıl özjnjn üllı tırepjnjn dęgerejnde ainaladı. Ainalqandaq şqatıqın denenj betj menen kölemjn tabıñız.

2) Yşmyiesljıktjn tıreplerj:  $6\text{ sm}$ ,  $25\text{ sm}$  həm  $29\text{ sm}$ , bıl özjnjn dęgerejnde ainaladı. Ainalqandaq şqatıqın denenj betj menen kölemjn tabıñız.

57. Yşmyiesljıktjn tırepj:  $8\text{ sm}$  həm  $15\text{ sm}$ , münjn aralıqındaq myiesj  $60^\circ$ , bıl özjnjn üllı tırepjnjn dęgerejnde ainaladı. Ainalqanda şqatıqın denenj betjn həm kölemjn tabıñız.

58. Diametrj  $AB$  çartý şenberdj  $M$  toşkasýnda, qatnasý  $1:2$  ge teň etjip, ekijge böledj. Egerde ýşmyiesljiktjñ kşj tärepi  $a$  qa teň bolsa,  $ABM$  ýşmyiesljigjñ özjñ  $AB$  kşerjñde ainaldyrýan-da şqatıuýñ denenjñ betjñ hem kölemjñ tawýñyz.

59. 1)  $ABC$  ýşmyiesljigj, özjññ  $BC = a$  tärepiññ dögeregjn-de ainalady, sonda şýqqan denenjñ kölemj  $Va = \frac{4}{3} \pi \frac{Q^2}{a}$  bolady, munda  $Q$  — ýşmyiesljiktjñ maidany. Uşññ dälellenjz.

2) Bjr ýşmyiesljik özjññ ýş tärepiñde kezek-kezek ainalatıuýñ bolsa, onnan şqatıuýñ konustyň kölemj özjññ ainaldýan tärepi menen kerj proporsional bolady. Uşññ dälellenjz.

## § 18. Kesjk piramidanyň hem kesjk konustyň kölemj.

Kesjk piramida

1. 1) Egerde kesjk piramida tärzlj etjip qazylyan şıqırdyñ terenljg  $1,5 m$ , төmenggj kvadrat ıltanyñ täreplerj  $0,8 m$ , çoqarqı ıltanyñ täreplerj  $1,2 m$  den bolsa, oqan

qanşa su siady?

2) Dırýs төrt myieslj kesjk piramida tärzlj şıqırdıa  $349 g$  su siady. Onyñ төmenggj ıltanyñ täreplerj— $1,4 m$ . Çoqarqı ıltanyñ täreplerj— $2,3 m$ . Sol şıqırdyñ terenljgñ tawýñyz.

2. ıltanlar kvadrat bolqan kesjk piramida tärzlj granit taiaıuýñ (podstavka) vijkljg  $3,6 m$ , ıltanlar kvadrat; ıltanyñ täreplerj:  $a = 2,8 m$  hem  $b = 2 m$ . Taiaıdyñ aırlıqıñ tawýñyz. (Granıtyñ salıstırma salmaqı  $2,5$ ).

3. Dırýs төrt myieslj kesjk piramidanyñ qaptal qabyrýasý  $3 m$  ge teñ; ıltanyñ täreplerj  $5 m$  hem  $1 m$ . Kölemjñ tawýñyz.

4. Kesjk piramidanyñ ıltanlarıññ maidany  $245 m^2$  hem  $80 m^2$ , tolyq piramidanyñ vijkljg  $35 m$  ge teñ. Kesjk piramidanyñ kölemjñ tawýñyz.

5. 1) Kesjk piramidanyñ vijkljg  $15 m$ ; onyñ kölemj  $475 m^3$ , ıltanlarıññ maidanlarıññ qatnasý  $4:9$  qatnasýndai. ıltanlarıññ maidanyñ tawýñyz.

2) Төрт myieslj dırýs kesjk piramidanyñ kölemj  $430 m^3$ , vijkljg  $10 m$  ge teñ, bjr ıltanyñ tärepi  $8 m$ . Ekinşj ıltanyñ tärepiñ tawýñyz.

6. 1) Kesjk piramidanyñ kölemj  $76 m^3$ , vijkljg  $6 m$  hem ıltanlarıññ vjñññ maidany  $18 m^2$  ge teñ. Ekinşj ıltanyñ maidanyñ tawýñyz.

2) Kesjk piramidanyñ ıltanlar maidanyññ aıyrması  $6 sm^2$

ge teň, bijkljg 9 *sm* ge teň hem kölemj 42 *sm*<sup>3</sup> qa teň. Ültanlaryňnyň maidanyň tawýňyz.

7. Kesjk piramidanyň kölemj 1720 *m*<sup>3</sup>, bijkljg 20 *m*; ekj ültanyňnyň sâikes täreplerjnj qatnasý 5:8 qatnasýnda. Ültanlaryňnyň maidanyň tawýňyz.

8. Uş myieşlj kesjk piramidanyň bijkljg 10 *m*, bjr ültanyňnyň täreplerj 27 *m*, 29 *m* hem 52 *m* ge teň; ekjnjş ültanyňnyň perimetrj 72 *m*. Sol kesjk piramidanyň kölemjn tawýňyz.

9. Qaptal qawyrqasý *l*, ültanlaryňnyň täreplerj *a* hem *b* bolqan dürys kesjk piramidalar: 1) uş myieşlj, 2) tört myieşlj, 3) altý myieşlj. Kesjk piramidanyň kölemjn tawýňyz.

10. 1) Tört myieşlj dürys kesjk piramidanyň apofemasý menen ültanlaryňnyň täreplerjnj qatnasý 5:8:2 qatnasýnda. Kölemj  $1\frac{3}{4}$  *m*<sup>3</sup>. Oný tolyq wetjn tawýňyz.

2) Ültanlaryňnyň täreplerj 30 *m* hem 20 *m* den bolqan hem qaptal wetj ültanlary maidanyňny qosýndýsýna teň bolqan dürys uş myieşlj kesjk piramidanyň kölemjn tawýňyz.

11. Diagonalý 9 *sm*, ültanlaryňnyň täreplerj 7 *sm*, 5 *sm* bolqan tört myieşlj dürys kesjk piramidanyň kölemjn tawýňyz.

12. Ültanlaryňnyň täreplerj *a* hem *b* bolqan hem qaptal qawyrqasý төмөngj ültanyňnyň tegjsljg menen 30° lъ myieş çasaitýjny dürys altý myieşlj kesjk piramidanyň kölemjn tawýňyz.

13. Tört myieşlj dürys kesjk piramida, ystkj ültanyňnyň qarama-qarsý täreplerj arqaly, astqý ültanyňnyň tegjsljgine perpendicular etjp çyrgjzylgen ekj tegjsljik penen uş yleske wöljnedj. Kesjk piramidanyň bijkljg 4 *sm*, ültanlaryňnyň täreplerj 2 *sm* hem 5 *sm*. Oný hêr bjr ylesjnj kölemjn tawýňyz hem szylmasýň salýňyz.

14. Uş myieşlj kesjk piramidanyň kşj ültanyňnyň tärepi arqaly, oqan qarsý çatqan qaptal qawyrqasýna parallel etjp, tegjsljik çyrgjzylgen; ültanlaryňnyň sâikes täreplerjnj qatnasý 1:2 qatnasýna teň bolsa, sol tegjsljik penen kesjk piramidanyň kölemj qandai qatnasta wöljnedj?

15. Tört myieşlj dürys kesjk piramidanyň ekj qarama-qarsý qaptalyňnan, çoqarqý ültanyňnyň diagonalýnyň üslary arqaly sol diagonalda perpendicular etjp çyrgjzylgen ekj tegjsljik penen kesjp alýnqan. Kesjk piramidanyň bijkljg *h*, ültanlaryňnyň täreplerj *a* hem *b*; kesjlgennen qalqan ylesjnj kölemjn tawýňyz. Szylmasýň szýňyz.

16. Tört myieşlj dürys kesjk piramidadan, piramida tärjzlj ekj yles kesjp alýnqan. Sol piramidalaryň төwelerj kesjlgен

piramidanyň diagonallarynyň kesjsken toşkasýnda, al ültanlary — sol kesjk piramidanyň ültanlary. Kesjk piramidanyň bijklijg  $h$ , al ültanlarynyň täreplerj  $a$  hem  $b$ . Kesjk piramidanyň qalqan ylesjnj kölemjn tawýңыз.

17. Tört myieslj kesjk piramidanyň diagonallarynyň kesjsken toşkasý arqaly onyň ültanlaryna parallel etjp tagjslj çyrgyjilgen. Ultanlarynyň täreplerj  $6\text{ m}$  hem  $3\text{ m}$ , bijklijg  $9\text{ m}$ . Keljp şyqqan kesjmnj diagonalyn hem kesjmnen paida bolqan kesjk piramidanyň her bir bölegjnj kölemjn tawýңыз.

18. Kesjk piramidanyň ültanlarynyň maidany  $Q$  hem  $q$ , bijklijg  $h$ . Tolyq piramidanyň hem onyň çoqarqy kesjlgen bölegjnj kölemjn tawýңыз.

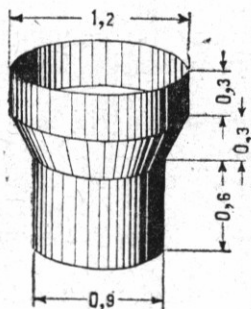
19. Kesjk piramidanyň ültanyň maidany  $Q$  hem  $q$ , al onyň kölemj  $V$ . Tolyq piramidanyň kölemjn tawýңыз.

20. Kesjk piramidanyň ekj ültanyň säikes täreplerjnj qatnasý  $m:n$  qatnasýnda. Orta kesjm menen sol kesjk piramidanyň kölemj qandai qatnasta ekjge wöljnedj? ( $m:n=5:2$ .)

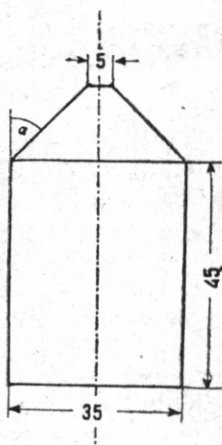
21.  $15,5\text{ m}$  üzýnlýýndaqy qaraqai aqaş kesjndjsjnj üşlarynyň diametrj  $d_1=42\text{ sm}$ ,  $d_2=25\text{ sm}$ . Sol aqaştyň kese ortadan kesjmnjnj maidany, onyň bijklijgine көвеітү çoly menen, qaraqaidyň kölemjn tapqandaqy çasalqan qatenj protsenty tawýңыз.

22. Ыдыстыň formasý hem ölşemlerj (metr menen) 34-szylmada көрсетілгендеі. Sol ыдыстыň сымын тавыңыз.

23. Bidonnyň (ыдыс) formasý hem ölşemlerj ( $\text{sm}$  menen) 35-nşj szylmada көрсетілгендеі. Sol bidonnyň сымы неşe  $l$  ekenjn tawýңыз ( $\alpha=45^\circ$ ).



34-szylma.



35-szylma.



24. Kesjk konustıń ultanlarǵıń radiusları  $R$  hám  $r$ ;  $\varphi$  sausı ultanına  $45^\circ$  ı myıes penen qıalanqan. Kólemjn tabıńız.

25. Kesjk konustıń bıklıgj 3 ke teń. Bjr ultanıń radius ekıńsıjnıen ekı ese ıllı, al  $\varphi$  sausı ultanına  $45^\circ$  ı myıes penen qıalanqan. Kólemjn tabıńız.

26. Kesjk konustıń bjr ultanıń radius ekıńsıjnıjnıen ekı ese ıllı; qaptal betj ultanlar maidanıń qosındısına teń. Kóser kesjmıjnı maidan  $36 m^2$ . Kólemjn tabıńız.

27. 1) Kesjk konustıń kólemj  $584\pi sm^3$ , ultanlarǵıń radius 10  $sm$  hám 7  $sm$ . Bıklıgjı tabıńız.

2) Kesjk konustıń ultanlarǵıń radiuslar menen  $\varphi$  sausı ultanıń qatnası 4:11:25 qatnasındai, kólemj  $181\pi m^3$  ge teń. Ultanlarǵıń radiusı hám  $\varphi$  sausı tabıńız.

3) Kesjk konustıń kólemj  $248\pi sm^3$ ; onıń bıklıgj 8  $sm$ , ultanlarǵıń breıjnı radius 4  $sm$ . Ekıńsı ultanıń radiusı tabıńız.

28. Ultanlarǵıń radiuslar 3  $sm$  hám 5  $sm$  bolqan kesjk konus, hám sonдай bıklıktegj tolyq konustıń kólemj teń ıllı-ıyqta. Tolyq konustıń ultanıń radius nege teń?

29. Kesjk konustıń kólemj 52  $sm^3$ , bjr ultanıń maidan, ekıńsı ultanıń maidanınan 9 ese ıllı. Sol kesjk konus tolyq konusqa ctkıjılıp dyzılgen. Tolyq konustıń kólemjn tabıńız.

30. 1) Parallel tóreplerj 7  $sm$  hám 17  $sm$  ge, maidan 144  $sm^2$  qa teń bolqan teń qaptalı trapetsia orta bıklıgj dögeregınde ainaladı. Sonnan kelıp şyqqan denenı kólemjn tabıńız.

2)  $AB$  — carty dőgelektıń diameter;  $ACDB$  onıń jıne cısalqan trapetsia;  $\angle CAB = 60^\circ$ . Bıl trapetsia  $AB$  qa perpendikuliar bolqan radius dögeregınde ainaladı. Dőgelektıń radius  $R$  qa teń. Ainalqan denesıjnı kólemjn tabıńız.

31. Kesjk konustıń kóser kesjmıjnı maidan onı ultanlar maidanıń aıymasına teń, ultanlarǵıń radiuslar  $R$  hám  $r$ . Kesjk konustıń kólemjn tabıńız.

32. Kesjk konustıń bıklıgj 12  $sm$ , ortalıq parallel kesjmıjnı maidan  $225\pi sm^2$  hám kólemj  $2800\pi sm^3$ . Ultanlarǵıń radiusları tabıńız.

33. Kesjk konustıń  $\varphi$  sausı 17  $sm$  ge ten, kóser kesjmıjnı maidan 420  $sm^2$  hám orta kesjmıjnı maidan 196  $\pi sm^2$ . Onı kólemjn hám qaptal betjn tabıńız.

34. 1) Kesjk konustıń kşj ultanı, ekıńsı ultan konustıń ıllı ultanıń tegıslıgınde cıtqan, tsilindr cısalqan. Kelıp şyqqan tsilindr kesjk konustıń cıtjden bjr ylesjne teń. Kesjk konustıń ultanlarǵıń radiuslar arasındaqı vailanısı tabıńız.

2) Cıqarqı ultanıń oraınan tómengı ultanıń şeqve-

гјне җыргызлген конусьд вет кесјк конустьн көлемјн җартылаи вөледј. Кесјк конустьн ultiанларьньн радиусларь арасьндақь байланысь тавьдъз.

35. Ultанларьньн радиусларь 4 *sm* һәм 22 *sm* ге тең волқан кесјк конусть, сол кесјк конустьн вјклјгјнде волқан тсиліндрге айналдыру керек. Сол тсиліндрдјн радиусьн тавьдъз.

36. Кесјк конустьн вјклјгј 18 *sm* ге, ultiанларьньн радиусларь 5 *sm* ге һәм 11 *sm* ге тең. Ultанларьна параллел етјр җыргызлген екј тегјслјк оның вјклјгјн тең усь улеске вөледј. Сол кесјк конустьн һәр вјр улесјнјң көлемјн тавьдъз.

37. Кесјк конустьн вјр ultiаньньн радиусь екјнсьсјнјң радиусьнан төрт есе ulti. Оның вјклјгјн усь тең улеске вөлјр, вөлјну тошкарларь арқалы ultiанларьна параллел екј тегјслјк җыргызлген. Кесјк конустьн көлемј сол тегјслјклер менен қандаи улеслерге вөлјнедј?

38. Кесјк конустьн ultiанларьньн радиусь  $r$  һәм  $R$ . Сол кесјк конус көлемјнјң тольқ конус көлемјне қатнасын тавьдъз.

39. Вјклјгј  $h = 48$  *sm*, ultiанларьньн диаметр  $D_1 = 44$  *sm* һәм  $D_2 = 32$  *sm* волқан ақастан җасалқан кесјк конустьн (ақастың салыстырма салмақь 0,58) көсерј воилап тсиліндрік тесілген. Кесјк конус пенен тсиліндрдјң көсерј дус келедј. Тесілген орын темјр менен толтырылқан (темјрдјң салыстырма салмақь 7,5). Тсиліндрдјң диаметр  $d = 10$  *sm*. Сөйтјр җасалқан дененјң салыстырма салмақьн тавьдъз.

40. Ultанларьньн радиусларь  $R$  һәм  $r$ , вјклјгј  $h$  волқан кесјк конустан ultiанларь, сол кесјк конустьн ultiанларь волқаннан вреујнјң җасаушьсьньн дауамь, екјнсьсјнјң җасаушьсь волқан екј конус кесјр алыңқан. Кесјк конустьн кесілгеннен қалқан улесјнјң көлемјн тавьдъз.

## § 19. Prizmatoid (sna) ның һәм кесјк призманьн көлемј.

Noton-Simpson formulas:  
көлем

$$V = \frac{1}{6} H$$

$$(Q_1 + Q_2 + 4 Q_0).$$

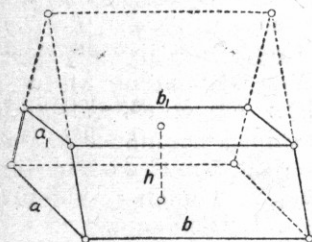
1. Noton-Simpson formulasньн призма, тсиліндр, пирамида конус, кесјк пирамида, һәм кесјк конустьн көлемјн табу ұсьн җарайтуғыньн снап көрјнјз.

2. Бөгеттјң формась 36 ншь сзылмада көрсетілген дене (prizmatoid) сияқь. Онь җасау ұсьн қанша арба топрақ керек? Бөгеттјң төменгј ultiаньньн формась турьмыеşлјк, ұзынь

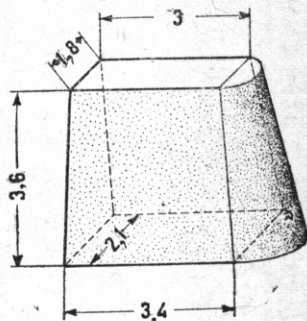
58 *m*, енј 4,6 *m*. Ғоқарқь ultiань да турьмыеşлјк, енј 3,4 *m* һәм воіь 50 *m*; вјклјгј 2,3 *m* ге тең. Бул бөгеттј җасау ұсьн неşe қоларба топрақ тасу керек? Вјр қоларбақа 0,38 *m*<sup>3</sup> топрақ сиадь.

3. Prizmatoid siaqlь etjр yilgen qўmньн төменгj ұltаньнньн тәреплерj  $a$  һәм  $b$  болған турьмьiesljк, чоқарқы ұltаньнньн тәреплерj  $a_1$  һәм  $b_1$  болған турьмьiesljк. Уимньн вjкljгj  $h$ . Eгерде өлсемлерj метр менен берjлген болса, сол yimde неше куб метр qўм варьн тавьңыз.

4. Арваньн jsjньн өлсемj: төменjнде  $1,35\text{ m} \times 0,62\text{ m}$ , чоқарқы  $1,52\text{ m} \times 0,86\text{ m}$ ; тереңljгj  $0,75\text{ m}$ , туьвj tegjs. Jsj бетjне şekem qўм менен толтьрылған. Qўмньн сальстырма салмақы  $1,9$ . Арвадақы варьлq qўмньн ауырлқы тавьңыз.

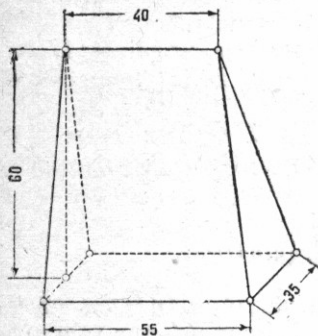


36-сьылма.

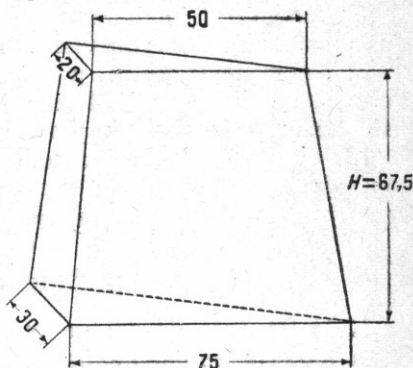


37-сьылма.

5. Көпрj ұшьн қасалған битон таiaудьн формась һәм өлсемлерj (метр менен) 37 нсь сьылмада көрсетjлгендеi. Sol таiaудьн көлемjн тавьңыз. (Таiaудьн ұltанларьннан һәр қайсысь қарть дөңгелек пенен тўтасқан турь мьiesь боладь).



38-сьылма.

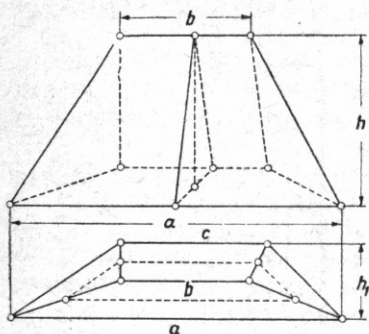


39-сьылма.

6. Formась һәм өлсемлерj (сантиметр менен) 38 нсь сьылмада көрсетjлгендеi сынаньн көлемjн тавьңыз. (Уltаньнда турьмьiesljк қарть; ұltанға қарсь қатқан қавьрға ұltанға параллель боладь).

7. Formasıy həm ɵleşimlerj (santimetr menen) 39 nş sızıl-mada kɵrsetilgendei sñnanıñ kɵlemjn tabıñız. (Çoqarqıy həm tɵmengj ɵltanlar ıur myieslj yşmyiesljik formasında voladı; olardıñ katetlerjnıñ ɵzınlıqıy sızıl-mada kɵrsetilgen).

8. It arqa çaidıñ planıy trapetsiaqıa ɵqsarqan, onıñ parallel tɵreplerj  $a$  həm  $c$ , bıjklıgj  $h_1$ ; al tɵbenıñ bıjklıgj  $h$ , həm tɵve qıy ı— $b$ . Usıñnıñ kɵlemjn tabıñız. (40 nş sızılma).



40-sızılma.

9. Kesjk parallelepipedtjñ yş qaptal qavırqalar ıñnıñ ɵzınlıq-larıy jzve-jz—15 sm, 23 sm, həm 18 sm. Tɵrtjnşj qaptal qavır-qasıy tabıñız.

10. Kesjk tɵrt myieslj dırıs prizmanıñ ɵltan ıñnıñ tɵreplerj  $a$  qa ten; ekj qonşılas qaptal qavırqasıyñ ɵzınlıqıy  $b$ , qal-qan ekeujñ ıñnıñ ıñnıñ  $c$  qa ten. Usı kesjk prizmanıñ kɵlemjn həm qaptal betjn tabıñız.

11. Turıy kesjk prizmanıñ ɵltanıy turıy myieslj yş myiesljik

$ABC$ . Onıñ katetj  $AC = 15$  sm, ekjnşj ketetj  $BC = 20$  sm. Qap-tal qavırqalar  $BB_1$  həm  $CC_1$  hər qasıy 10 sm den. Al,  $AA_1 = 18$  sm. Usı kesjk prizmanıñ kɵlemjn həm tolyq betjn tabıñız.

12. 1) Yş myieslj kesjk prizmanıñ kɵlemj, onıñ perpendi-kulıar kesjmjnıñ maidanıy yş qaptal qavırqasıyñ arifmeti-kalıq ortasıy kɵveimesjne teñ ekenjn dɵlellenjz.

2) Yş myieslj kesjk prizmanıñ qaptal qavırqalarıy: 17 sm, 25 sm, həm 30 sm, al olardıñ arasıy: 18 sm, 20 sm həm 34 sm. Usı kesjk prizmanıñ kɵlemjn tabıñız.

13. Qaptal qavırqalar ıñnıñ ıñnıñ  $l$ ,  $m$  həm  $n$  ge ten həm vjr vjrnen ızaqlıqıy  $a$  volqan yş myieslj kesjk prizmanıñ kɵlemjn həm qaptal betjn tabıñız.

## § 20. Şar həm onıñ qasietlerj.

1. 1) Radiusıy 41 dm ge ten volqan şar, oraidan 9 dm ızaq-lıqta tegsljk penen kesjlgen. Usı kesjmjnıñ maidanıy tabıñız.

2) Şardıñ radiusıyñ ortasıy arqalıy, radiusqa perpendikulıar etjp, tegjs çyrgızılgen. Keljp şıqqan kesjm ıñnı dɵngelektjñ maidanıy qatnasıy tabıñız.

2. Şardıñ radiusıy 63 sm. Şarqa ırbnuş tegsljktjñ ystjnde,

үрпн тошкасынан арасы  $16\text{ sm}$  ге тең болған тошка алынған. Осы тошкadan şардың бетіне şекемгј ең қағып аралықты тавыңыз.

3. Şардың бетіндегј екј тошкаға қыргызылген радиустарның арасындағы мүйеш  $60^\circ$  қа тең, ал бұл тошкaların ең қағып арасы  $5\text{ sm}$ . Şардың радиусын тавыңыз.  $\left(\frac{1}{\pi} \approx 0,32\right)$ .

4. Şардың радиусы  $R$ . Радиустың ұшынан, оның менен  $60^\circ$  іы мүйеш қасайтуғын тегіслік қыргызылген. Қасалған кесімнің майданын тавыңыз.

5. Радиусы  $R$  болған шар берілген. Оның бетіндегј бір тошкadan екј тегіслік қыргызылген: бірінші шарға ұрына, екіншісі бірінші тегіслік пенен  $30^\circ$  іы мүйеш дызедј. Қасалған кесімнің майданын тавыңыз.

6. 1) Қер шарының радиусы  $R$ . Кеңігј  $60^\circ$  қа тең болған параллель дөңгелектің шеңберінің ұзындығы неге тең болды?

2)  $N$  қаласы арқа кеңіктің  $60^\circ$  ында тұр. Қердің өз кешерінің дөңгелегінде айналадан бұл қала бір саат ішінде қанша қол қыредј? Қердің радиусын  $6000\text{ km}$  деп алыңыз.

7. Şардың бетінде үш тошка берілген. Олардың арасы тұрысшық воыңша:  $6\text{ sm}$ ,  $8\text{ sm}$ ,  $10\text{ sm}$ . Şардың радиусы  $13\text{ sm}$ . Сол үш тошка арқалы өтетүғын тегісліктен şардың орайына şекемгј аралықты тавыңыз.

8. Şардың диаметрі  $25\text{ sm}$ . Оның бетінде  $A$  тошкасы һәм гyllән тошкалары  $A$  дан (тұрысшық воыңша)  $15\text{ sm}$  ұзақтықта болған дөңгелек берілген. Сол дөңгелектің радиусын тавыңыз.

9. Şардың радиусы  $15\text{ m}$ . Şардың сыртында оның бетінен ұзақтығы  $10\text{ m}$  болған  $A$  тошкасы берілген. Гyllән тошкалары  $A$  тошкасынан  $20\text{ m}$  ұзақтықта қатқан, сол şардың бетіндегј шеңбердің ұзындығын тавыңыз.

10. Қарты шар һәм оның ішіне қасалған конус ортақ ұлтанға һәм ортақ биіктікке іе. Биіктіктің ортасынан ұлтанға параллель етіп тегіслік қыргызылген. Конустың қаптал беті менен қарты şардың қаптал беті арасындағы кесім майданы ұлтан майданының қартысына тең екенін дәлелленізі.

11. Дене екј контсентрік (орайлас) шар бетлер менен şекленген (қуыс шар). Дененің орайы арқалы өтетүғын тегіслік пенен қасалған кесім, ішкі шар бетіне ұрына кесім менен тең ұллылықта екенін дәлелленізі.

12. 1) Радиустары  $R$  болған екј тең шар, бірінші орайы екіншісінің бетінде қатқандай етіп, орнаған. Сол шарлардың бетлерінің кесісу сызығының ұзындығын тавыңыз.

2) Екј şардың Радиустары  $25\text{ dm}$  һәм  $29\text{ dm}$ . Орайларының



arasy 36 dm. Olardy n vetlerjnjn kesjsu szby ny n  zy nly y n tavy y z.

13. U myie ljktjn t replerj: 13 sm, 14 sm, 15 sm. U myie ljktjn t replerjne  r nqan  ard n ora na  kem u myie ljktjn tegjsljg arasy n tavy y z.  ard n radius  5 sm.

14. Romby ny n diagonallary 15 sm h m 20 sm.  ar bolqan vetj romby ny n gyll n t replerjne tijp t rad .  ard n radius  10 sm.  ard n ora nan romby ny n tegjsljgjne  kemgj aralyqt  tavy y z.

15. T replerjnjn h r qais s  6 dm bolqan romby ny n t replerj,  arqa tijp t rat y n etjp,  ard n ystjne qo lyqan.  ard n radius  5 dm,  ard n ora nan romby ny n tegjsljgjne  kemgj aralyq 4 dm. Romby ny n maidany n tavy y z.

16.  ard n betjnde  atqan to ka arqaly, ekj  z-ara perpendikuliar tegjslj   yrgjzljgen, b l tegjslj ler  ard  radiuslary  $r_1$  h m  $r_2$  bolqan d ngelekler vo n a kesjp  qad .  ard n radius n —  $R$  d  tavy y z.

17.  ard n radius  7 sm. Ony n vetjne 2 sm ge te  xorda menen kesjset y n ekj vjrdei   n er verjlgen.   n erlerdjn tegjslj lerj  z-ara perpendikuliar.   n erlerdjn radiuslary n tavy y z.

18.  arqa  r nva bolqan ekj tegjslj   z-ara  $120^\circ$  myie   asaid  ( arqa qaraqan myie ).  ar vetj vo n a tegjslj lerdjn  r nu to kalary ny n  aq n arasy 70 sm.  ard n radius n tavy y z.

## § 21.  ar h m ony n yleslerjnjn k lemj.

 ar.

1. (Auzekj.) 1)  ard n radius  1 m.  ard n k lemjn tavy y z.

2)  ard n radius n 3 ese, 4 ese artt rqanda, ony n k lemj ne e ese  llylanad ?

2.  o ynnan  asalqan rigulator  arlary ny n h r breujnjn aurl q  10 kg.  o ynny n sal st rma salmaq  7,2.  arlardy n diametrjn tavy y z.

3. 1) Diametrlerj  $d_1 = 25$  sm h m  $d_2 = 35$  sm bolqan ekj  o yn  ardan erjtjp vjr  ar q iu kerek.  eitjp  asalqan  ana  ard n diametrj nege te  bolmaq? ( anu esapqa al nvas n.)

2) U   ard n radiuslary: 3 sm, 4 sm h m 5 sm. K lemj sol u   ard n k lemlerjnjn qos nd s na te  bolqan  ard n radius n tavy y z.

4. Aurl q  1 kg qa te  bolqan qorqas n var. Sonnan diametrj 1 sm ge te  ne e  ar jsleuge volad ? Qorqas nny n sal st rma salmaq  11,4.

5. (Аузеки.) 1) Диаметр 20 *см* болған қорғасын шарды ерттір, диаметр әуелгиден 10 есе кәш болған, неше шар ислеуге болады? Мәседе не мағлумат артық берілген?

2) (Аузеки.) Диаметр 5 *мм* болған мада қорғасын шарларды ерттір диаметр 3 *см* болған бир ұлы шар ислеу керек. Бүның ұсын мада шарлардан нешеун ала болады?

6. Диаметр 0,012 *м* болған қорғасын шарды һәм диаметр 0,160 *м* болған иш қуыс шише шарды екеун таразының екж қағуна байлап, таразыны теңlestirлген, иақни екеуниниң де һауадағы аурығы бирдеи. Егерде мүның бирин бирге насостың қалпақтының астына қоыр, насос пенен қалпақтың астындағы барлық һауаны тартып алақ, сонда әлгж шарлардың қайсысы төмен тиседж һәм олардың аурықларының айырмасы неге тең болады? Бүл құрал физикада в а р о с к о п деп аталады. Һауаның салыстырма салмағы 0,0013.

7. 1) Биклиги ұлтаньның диаметрине тең болған ақаş тсилиндр (тең төрепли тсилиндр) ден, көлеми ең ұлы болған шар ойр алынған. Неше протсент материал ойр тасланғанын билдиз.

2) Кубтан ең ұлы бир шар ойылан. Неше протсент материалдың ойылып тасланғанын билдиз.

8. Егерде уş шардың радиустарының қатнасы 1:2:3 тин қатнасындай болса, ұлы шардың көлеми қалқан екж шардың көлемлериниң қосындысынан уş есе ұлы болады. Усыны тексерип көриниз.

9. Иш қуыс шардың сыртғы диаметр 18 *см*; стенасының қалыңлығы 3 *см*. Стенасының көлемин табыңыз.

10. Шоиннан қасалқан иш қуыс шардың ишкж диаметр 8 *см*, сыртғы диаметр 10 *см*. Шоинның салыстырма салмағы 7,3. Шардың аурығын табыңыз.

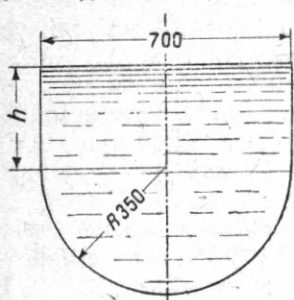
11. Иш қуыс шардың стенасының көлеми.  $876\pi$  *см*<sup>3</sup>, ал стенасының қалыңлығы 3 *см*. Уş шардың ишкж һәм сыртғы бетлериниң радиустарын табыңыз.

12. Тең төрепли тсилиндрдин ұлтаньның радиусы *R*. Оған квадрат сызып, оның үстине қаптал қақлар тең төрепли дүғыс төрт муыешл пирамиди дызилген: келп шыққан құрама денени тең ұлылықтағы шарға айналырылған, сол шардың радиусын табу керек.

13. Ыдыстың формасы төңкерилген конус сияқы. Оның көшер кесимни тең төрепли уşмуыешлик. Ыдыстың ишине радиусы *R* болған тембр шар салынған, оның үстине шардың бет менен бирдеи етип су салынған. Шарды қайтып алқанда ыдыстың ишиндегж су қандай бикликте қалуы керек?

14. Су салатқыны ыдыс (резервуар), радиусы *R* болған қарты

 ar h m  ltan ny  radius  sonдай bolqan tsilindrd n dyzylgen (41 n j szylma). Rezervuardy  varly  k lemj  $200 m^3$  ge t n bolu    yn ony  tsilindrge  saqan ylesjnj  bijklygj  $h$  nege t n bolu  kerek? ( l emlerj santimetr esab  menen alynqan).



41-szylma.

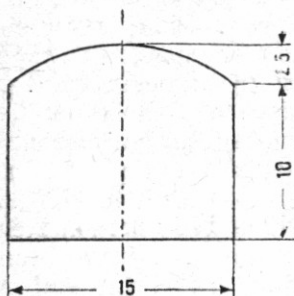
 ar segmenty.

15.  ar berjlgen.  ard n diametrjne perpendikuliar bolqan tegjslyk diametrdj  $3 sm$  h m  $9 sm$  l ekj yleske b ledj. Sonda  ard n k lemj qandai yleslerge b ljnedj?

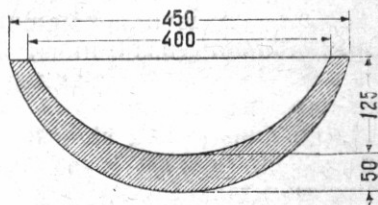
16. Bijklygj  ard n diametrjnj   $0,1$  ne t n bolqan sferik segment-t n k lemj  ar k lemjnj  qandai ylesjne t n bolady?

17.  ar segmentt n bijklygj  ard n radius ny   $0,4$  ylesjnde , sol segmentt n k lemj sonдай bijkke h m sonдай  ltanq  i  bolqan tsilindr k lemjnj  qandai ylesjne t n bolady?

18.  l emlerj (metr menen) 42 n j szylmada berjlgende , gaz rezervuar  tsilindr formas na  saqan bol p ystj  ar segmentj siaql . U y rezervuardy  s ymly  y n tavy  z.



42-szylma.



43-szylma.

19. Ekj  z-ara t n  ard n breujnj  ora , ekjn sjnj  betjnde  at r.  arlard n  luma ylesjnj  k lemj pyt n  ar k lemjne qatnas n tavy  z.

20.  ard n diametrj  $30 sm$  ge t n, al diametrj  ltan ny  radius   $12 sm$  bolqan tsilindrd n k  erj bol p t r.  ard n tsilindr j jne  ailasqan ylesjnj  k lemjn tavy  z.

21. Metal q iat  y n o aud n vo q a kesmj 43 n j szylmada k rsetjlgen. J kj h m s rtq  betlerj sferik bet ( l emlerj

millimetr menen berjgen). Salıstırma salmaq 7,9. Uş oçaudıñ özjnjñ aurlıqñ tabıñız.

22. Ekj çaq ı dñes sferik aınanñ betlerjnjñ radiuslar 10 *sm* həm 17 *sm*. Olardıñ orırlarññ arası 21 *sm*. Sol aınanñ kölemjñ tabıñız.

Şar sektorı.

23. Şar sektorıññ radius  $R$ , kşer kesjmnjndegj myiesj 120°. Kölemjñ tabıñız.

24. Şar sektorıññ ılтанıññ radius 60 *sm* ge teñ, şardıñ radius 75 *sm* ge teñ bolsa, sektordıñ kölemjñ tabıñız.

25. Myiesj 30° həm radius  $R$  bolqan dñgelek sektorı özjnjñ qaptal radiuslarññ breujnjñ dğeregjnde aınals çasadı. Sonnan keljp şıqqan denenjñ kölemjñ tabıñız.

26. Radius  $R$  bolqan çartı dñgelek, ekj radius menen teñ uş yleske bñlgen həm ol diametrj dğeregjnde aınaladı. Hər ylestjñ aınaluñnan keljp şıqqan denelerdjñ kölemjñ tabıñız.

27. Egerde sferik sektorda kşer kesjmnjñ maıdanı yłken dñgelektjñ maıdanıññ  $\frac{1}{3}$  ne teñ bolsa, onıñ kölemj şardıñ kölemjnjñ  $\frac{1}{4}$  ne teñ boladı. Dñlellenjz.

Şar qatlamı.

28. Şar qatlamıññ ılтанларıññ radiuslar 3 *m* həm 4 *m*, onıñ şar betjnjñ radius 5 *m*. Qatlamıññ kölemjñ tabıñız. (Ekj çaqdai.)

29. Radius 65 *sm* bolqan şardıñ orarıññ vjr tñrepjnde, orıdan ızaqlıqlar 16 *sm* həm 25 *sm* bolqan ekj parallel tegjslj çyrgızılgen. Sol tegjsljklerdjñ arasına çailasqan denenjñ kölemjñ tabıñız.

30. Şar qatlamı həm tsilindr ekeuj ıluma vjkljkke həm ıluma ılтанqa ie. Olardıñ qaptal betlerj ortasına çailasqan denenjñ kölemj 36  $\pi$  *sm*<sup>3</sup>. Olardıñ vjkljgjn tabıñız.

31. Xordası  $a$  bolqan dñgelek segmentjñ, bıl xordaqa parallel bolqan diametr dñgelegjnde aınaldırudan keljp şıqqan denenjñ kölemj dñgelektjñ radiusıññ şamasına vailanıslı emes ekenjñ dñlellenjz.

## § 22. Şar həm onıñ yleslerjnjñ betj.

Şar.

1. 1) (Auzekj.) Şardıñ ıllı dñgelegjnjñ maıdanı 1 *m*<sup>2</sup> qa teñ. Şardıñ betjñ tabıñız.

2) Çartı şardıñ qısq betj, onıñ ılтанıññ maıdanı  $M$  artıq. Sol çartı şardıñ ılтанıññ maıdanıññ tabıñız.

3) Radius   $R$  bolqan  art  şar berjlg n, ony  tol q vetjn tavy   .

2. 1) Şard n radius   $5\text{ sm}$  ony  vetjn tavy    ( $\pi = 3,1416$ ).

2) Şard n vetj  $225\pi\text{ m}^2$  qa te . Ony  k lemjn tavy   .

3) Şard n  $V$  k lemj vo     ony  vetjn tavy   .

3. (Auzekj.) 1) Radius  4 ese ylkeitk nde, 5 ese ylkeitk nde şard n vetj h m k lemj qandai  zgeredj?

2) Ekj şard n vetlerjnj  qatnas   $m:n$  qatnas ndai. Olard n k lemlerjnj  qatnas  qandai bolady?

3) Ekj şard n k lemlerjnj  qatnas   $m:n$  qatnas ndai. Olard n vetlerjnj  qatnas  qandai bolady?

4. Tur  my     y my    ktj n gipotenuzas  h m katetlar  y  şard n diametrj bolqan bolsa, ol şarlard n vetlerj aras nda qandai bailan s bolady?

5. Şard n ora n n  vjr  aq nda ekj parallel kesjm  yrgjzjlg n, olard n maidanlar   $49\pi\text{ dm}^2$  h m  $4\pi\text{ dm}^2$  qa te , ekj kesjmnj  aras   $9\text{ dm}$  ge te . Şard n vetjn tavy   .

6. 1) Te  t replj konust n tol q vetj, ony  vijkljgjn diametr etjp al p  asalqan şard n vetj menen te   lly qta bolady. U    d lellenjz.

2) Egerde te  t replj konus h m  art  şar  luma  ltanqa ie bolsa, ol uaq tta konust n qaptal vetj  art  şard n sferik vetj menen te   lly qta, al olard n kesjsu s    n n   z n   ,  ltan     erjnj   z n    nan ekj ese   sq  bolady. U    d lellenjz.

3) Şard n k lemj (kub vjrljkte) h m ony  vetj (kvadrat vjrljkte) eke  de vjrdei san menen k rsetjlg n. Şard n radius n tavy   .

7. Te  qaptall  tsilindr formas na ie bolqan metald  erjtj  onnan şar jsleng n. Ony  vetjnj  şamas  qandai  zgergenj  vlnjz.

8. Kvadratt   zjnj  vjr t replj d geregjn de ainal  rudan keljp   qqan den nj  vetj, radius , sol kvadratt n  t replj ne te  bolqan şard n vetj menen te   lly qta bolady. U    d lellenjz.

9. Şar poias n n   ltanlar n n  radius 

Şar poias .

20  $m$  h m 24  $m$ , şard n  zjnj  radius  25  $m$ .

Şar poias n n  vetjn tavy   . (Ekj  aq dai.)

10. Şard n radius n  $R$  dep al p  ltanlar n n  vjr şard n  lly  d ngelegj, al qaptal vetj ekj  ltan n n   os nd s na te  bolqan sferik qatlam n n  vijkljgjn tavy   .

11. Şar poias n n  vijkljgj 7  $sm$ , al  ltanlar n n  radius  16  $sm$  h m 33  $sm$ . Şar poias n n  vetjn tavy   .



12. Şar poiasınyñ betjn, onyñ bıjklıgj  $h$  həm ultiñlaranyñ radiuslar  $r$  həm  $r_1$  arqaly kersetjnjz ( $r > r_1$ ).

Segment həm  
sektor.

13. Şardıñ radiusyñ  $R$  dep alıp, qaptal betj ultiñnyñ maidanyñan  $m$  ese ultiñ volqan sferik segmenttyñ bıjklıgjñ tavyñyz. ( $m = 4$ ).

14. Egerde  $yş$  teñ yleske vöjngen çarty şenberdj özjññ diametrij degeregjñde ainaldırsa, ol uaqıtta ortadaqy doqalanyñ sızloqan betj ekj şetkj doqalardıñ sızloqan betjññ qosındıyna teñ volady. Uşynyñ dälellenjz.

15. Şar segmentjññ bıjklıgj  $h$ , ultiñnyñ radiusyñ  $r$ . Uşyñan qarap şar segmentjññ qısıq betjñ tavyñyz.

16. Myiesj  $120^\circ$  həm maidanyñ  $Q$  volqan dengelek segmentj özjññ bıjklıgj degeregjñde ailandırılqan. Uşynnan kelip şyqqan denenjñ tolyq betjñ tavyñyz.

17. Şar segmentjññ işjñe çasalqan konustıñ qaptal betj, segmentjñ ultiñ maidanyñ həm segmentjññ qaptal bet ortaşındaqy proporsional orta volady. Uşynyñ dälellenjz.

18. 1) Şardıñ radiusyñ  $15\text{ sm}$  ge teñ. Onyñ oraidan  $25\text{ sm}$  ızaqlıqtaqy toşkadan körjnetüqyn ylesjññ betjñ tavyñyz.

2) Şardıñ radiusyñ  $R$ . Şar betjññ  $\frac{1}{3}$  ylesjñ çaqtylau ışyn çaqtylyq toşkasy şardıñ oraıynan qanşalyq ızaqlıqta voluy tijs?

19. Myiesj  $90^\circ$ , maidanyñ  $Q$  qa teñ volqan dengelek sektor orta radiusynyñ degeregjñde ainalady. Uşdan kelip şyqqan denenjñ betjñ tavyñyz.

20. Sferik həm konuslyq betlerj teñ ultiñlyqta, sferik sektor-дың kölemj, şar kölemjññ qandai ylesjñe teñ volady?

21. Radiusyñ  $R = 10\text{ sm}$  volqan şardıñ kşerj voıñşa tsilindr tärjzlendjrip, oıyp alıñqan. Oıylqan tesjktñ diametrij  $12\text{ sm}$ . Oıylp alıñqan denenjñ tolyq betjñ tavyñyz.

22. § 21 degj № 18-mäseledegj berjilgenler voıñşa, sonдай rezervuar çasau ışyn neşe kvadrat metr qalai kerek volatüqyn esaplap şqarğyñyz.

## § 23. İşke sızloqan həm sırtqa sızloqan şarlar.

Куб, паралле-  
пипед, призма  
һәм шар.

1. (Auzekj.) Кубтыñ qavırqasy  $a$  qa teñ. Кубтыñ sırtына sızloqan şarlardıñ radiuslar-ыñ tavyñyz.

2. 1) Турь myieslj parallelepipedtñ qavırqalar  $4\text{ sm}$ ,  $6\text{ sm}$ ,  $12\text{ sm}$ . Onyñ sırtына sızloqan şardıñ radiusyñ tavyñyz.

2) Dürs turь myieşlj prizmanьñ bijkljgj 2 *sm*. Ultanlarьñ täreplerj 4 *sm* den. Onьñ sızrtьna sızloqan şardьñ radiusьñ tabьñz.

3. Şardьñ radiusь 9 *dm*, onьñ işjne, bijkljgj 14 *dm* bolqan, dürs tört myieşlj prizma sızloqan. Prizmanьñ ultanьññ täreperjñ tabьñz.

4. Dürs altь myieşlj prizmanьñ bijkljgj 8 *m*, qaptal çaqьññ diagonalь 13 *m*. Onьñ sızrtьna sızloqan şardьñ radiusьñ tabьñz.

5. Radiusь  $R$  bolqan şardьñ sızrtьna dürs altь myieşlj prizma sızloqan. Onьñ tolyq betjñ tabьñz.

6. Dürs yş myieşlj prizmanьñ qaptal qavьrqasь 2 *m*, ultanьññ täreplerj 3 *m* den. Onьñ sızrtьna sızloqan şardьñ diameterjñ tabьñz.

7. Radiusь 14 *sm* bolqan şardьñ işjne dürs yş myieşlj prizma sızloqan; onьñ qaptal çaqьññ diagonalь 26 *sm*. Prizmanьñ ultanьññ täreperljñ tabьñz.

8. Turь prizmanьñ ultanь, täreplerj 6 *sm*, 8 *sm* həm 10 *sm* bolqan yşmyieşlj. Prizmanьñ bijkljgj 24 *sm*. Onьñ sızrtьna sızloqan şardьñ radiusьñ tabьñz.

9. Radiusь  $R$  bolqan şardьñ sızrtьna dürs yş myieşlj prizma sızloqan. Prizmanьñ betjñ həm kölemjñ tabьñz.

10. Egerde yş şardьñ breujnjñ betj kувьñ çaqlarьna tijp tўrsa, ekjñşjsj onьñ qavьrqalarьna tijp tўrsa, yş myieşlj onьñ төbelerj arqalь өtetўqьñ bolsa, bўndai yş şardьñ kölemlerjññ qatnasь qandai boladь?

11. Şardьñ sızrtьna dürs yş myieşlj prizma sızloqan həm onьñ sızrtьna çəne şar sızloqan. Sol şarlardьñ betlerjññ qatnasь qandai boladь?

Piramida həm  
şar.

12. Dürs turь myieşlj piramidanьñ bijkljgj  $h$ , qaptal qavьrqasь  $b$ . Onьñ sızrtьna sızloqan şardьñ radiusьñ tabьñz.

13. Dürs turь myieşlj piramidanьñ ultanьññ täreperj 4 *m*, bijkljgj çəne 4 *m*. Onьñ sızrtьna sızloqan şardьñ radiusьñ tabьñz.

14. 1) Qavьrqasь  $a$  bolqan dürs tetraedrđñ işjne sızloqan şarlardьñ həm sızrtьna sızloqan şarlardьñ radiuslarьñ tabьñz.

2) Brjñşjsj dürs tetraedrđñ çaqlarьna ўрьньр тұrqan, ekjñşjsj onьñ qavьrqalarьna ўрьньр тұrqan, yşjñşjsj onьñ төbelerj arqalь өtetўqьñ yş şardьñ kölemlerjññ qatnasь qandai boladь?

15. Dürs oktaedrđñ  $a$  qavьrqasь boьñşa onьñ işjne çəne sızrtьna sızloqan şarlardьñ radiuslarьñ tabьñz.

16. Дүрһс пирамиданың бијклігі  $h$ , ұлтань қасындағы екь қағлы мыіеşі  $60^\circ$  қа тең. Усы пирамиданың ішіне sзылоян шардың радиусын тавьңыз.

2)  $45^\circ$  мыіеş ұшың да сол мәселенің өзі.

17. Берілген пирамиданың қавырқалары  $9\text{ см}$  ге тең, бијклігі  $5\text{ см}$  ге тең. Оның сыртна sзылоян шардың радиусын тавьңыз.

18. Шардың ішіне дүрһс төрт мыіеşлі пирамида sзылоян. Шардың ораиы, оның бијклігі  $4\text{ см}$  һәм  $5\text{ см}$  ілк, екь ылеске бөледі. Усы пирамиданың көлемін тавьңыз.

19. Дүрһс үш мыіеşлі пирамиданың бијклігі  $h$ . Қаптал қавырқалары өз-ара перпендикуляр. Оның сыртна sзылоян шардың радиусын тавьңыз.

20. Дүрһс пирамиданың бијклігі  $H$ , ұлтаньның радиусы  $R$ . Бијклігі менен ұлтаньның радиусы қандай қатнаста болғанда, оның сыртна қасалқан шардың ораиы: 1) пирамиданың ұлтань ішінде қатады, 2) пирамиданың ішінде қатады һәм 3) пирамиданың сыртна қатады?

21. Пирамиданың ұлтань, төреп  $3\text{ dm}$  болған дүрһс үшмыіеş-лік. Пирамиданың қаптал қавырқаларының биј  $2\text{ dm}$  ге тең һәм ұлтаньның тегіслігіне перпендикуляр. Оның сыртнан қасалқан шардың радиусын тавьңыз.

22. Дүрһс төрт мыіеşлі кесік пирамиданың ұлтаньның төрептері  $7\text{ dm}$  һәм  $1\text{ dm}$ . Қаптал қавырқасы ұлтаньна  $45^\circ$  ы мыіеş пенен қиаланған. Оның сыртнан қасалқан шардың

Кесік пирамида  
һәм шар.

радиусын тавьңыз.

23. Алты мыіеşлі дүрһс кесік пирамиданың ұлтаньның төрептері  $3\text{ м}$  һәм  $4\text{ м}$  ге тең, бијклігі  $7\text{ м}$  ге тең. Оның сыртна sзылоян шардың радиусын тавьңыз.

24. Үш мыіеşлі дүрһс кесік пирамиданың бијклігі  $17\text{ см}$ . Ұлтанларының сыртна sзылоян шеңберлердің радиустары  $5\text{ см}$  һәм  $12\text{ см}$ . Сол кесік пирамиданың сыртна sзылоян шардың радиусын тавьңыз.

25. Радиусы  $R$  болған шардың сыртна ұлтань қасындағы екь қағлы мыіеşі  $45^\circ$  болған дүрһс төрт мыіеşлі кесік пирамида sзылоян. Сол кесік пирамиданың толық бетін тавьңыз.

26. Радиусы  $R$  болған шардың ішіне тең төрепті тсиліндр sзылоян. Тсиліндрдің ұлтань шар бетін қандай ылеске бөледі?

Тсиліндр һәм  
шар.

27. Шардың сыртна тсиліндр sзылоян. Олардың беттері қандай қатнаста болды? Көлемтері қандай қатнаста болды?

28.  ard n  sine,  ltan n n radius  menen bijklijgijn  qatnas   $m:n$  ge te  bolqan, tsilindr sızloqan. Egerde  ard n betj  $S$  ke te  bolsa, tsilindrd n toly  betjn tavy  z.

Konus h m  ar.

29. Konus n bijklijg  $h$ ,  asa     $l$ . On n sırt na  asalqan  ard n radius n tavy  z.

30.  ard n radius   $5\text{ sm}$  ge te .  ard n  sine konus sızloqan, on n  ltan n n radius   $4\text{ sm}$ . Konus n bijklijgijn tavy  z.

31.  ard n radius   $2\text{ m}$ . On n  sine te  t replj konus sızloqan. Konus n toly  betjn h m k lemijn tavy  z.

32. Konus n bijklijg  $8\text{ m}$ ,  asa     $10\text{ m}$ . On n  sine sızloqan  ard n radius n tavy  z.

33. Te  t replj konus h m on n  sine sızloqan  ard n k lemlerijn  qatnas n tavy  z.

34.  ltan n n radius   $r$ ,  asa     $l$  bolqan konus n  sine  ar sızloqan.  ard n betj menen konus n betj ekeujn   r n r t rat   n s    n n   n    n tavy  z.

35. Egerde  ard n sırt na, bijklijg  ard n diametr nen 2 ese   l  bolqan konus s lsa, ol konus n k lemj h m toly  betj,  ard n k lemjn n h m betjn n ekj ese   l  bolad . U  n  s nap k rjnjz.

36. Radius   $r$  bolqan  ard n sırt na,  asa  ylar n n aras nda   e  y ken my    tur  bolqan konus sızloqan. Konus n toly  betjn tavy  z.

37. Konus n bijklijg  $20\text{ sm}$ .  asa     $25\text{ sm}$ .  ltan  konus n  ltan nda  atqan,  sine sızloqan,  art   ard n radius n tavy  z.

38. Konus n bijklijg  $9\text{ sm}$ ,  ltan n n radius   $12\text{ sm}$ . On n menen  luma  ltan a ie bolqan  sine sızloqan segmenttjn radius n tavy  z.

Kesjk konus  
h m  ar.

39. Kesjk konus n  ltanlar n n radiuslar   $3\text{ m}$  h m  $4\text{ m}$ ; bijklijg  $7\text{ m}$ . S rt na sızloqan  ard n radius n tavy  z.

40.  ard n radius   $10\text{ sm}$ . On n  sine kesjk konus sızloqan. Konus n  ltanlar n n radiuslar   $6\text{ sm}$  h m  $8\text{ sm}$ . On n bijklijgijn tavy  z. (Ekj  aq ai.)

41.  ard n sırt na,  ltanlar n n radiuslar   $r$  h m  $R$  bolqan kesjk konus sızloqan.  ard n radius n tavy  z.

42.  ard n sırt na,  asa     ltan n n betj menen  $45^\circ$    my   dyzet   n kesjk konus sızloqan. On n qaptal betj  ard n betjn n ekj ese   l  ekenjn d l llenjz.

43.  ard n radius   $6\text{ sm}$ . On n sırt na sızloqan kesjk

konustың ғасауысы 13 *sm*. Sol kesjk konustың qaptal betjn hәм көлемjn tabыңыз.

Шар секторы,  
segmentj hәм  
шар.

44. Sferalық sektordың radiusы  $R$ . Kөser kesjmjnың doғасы  $60^\circ$ . Onың іsjne sзылған шардың radiusы hәм olardyң ұрынған шеберіjnың ұзындығыn tabыңыз.

45. Sferalық sektordың іsjne radiuslarы 1 *dm* hәм 3 *dm* bolған өз-ara ұрыныр түруш екj шар sзылған. Berілgen sektordың radiusыn tabыңыз.

46. Radiuslarы  $R$  bolған өз-ara тең төрт шар берілген. Olardyң hәр bіj qalған үшеіjne ұрыныр тұрады. Bұл шарlardың бәрj-nede ұрыныр тұратуғын шардың radiusыn tabыңыз. (Ekj қағдай.)

47. Berілген шар segmentіjnың толық betj, onың іsjne sзылған, шардың betінен  $m$  ese ұлы. Onың sferalық betіjnың radiusы  $R$  ekenіj blіp, шар segmentіjnың bіjklіgіjn tabыңыз ( $m=2$ ).

48. Berілген шар segmentіjnың көлемj, onың іsjne sзылған шардың көлемінен  $m$  ese ұлы. Onың sferalық betіjnың radiusы  $R$ . Усыдан қарап sferіk segmentіjnың bіjklіgіjn tabыңыз ( $m=2$ ).

49. Kөser kesjmjnың myіeşj  $120^\circ$  bolған. Шар секторының іsjne тең төреплj конус sзылған. Konустың төbesj sektordың sferalық betінде, al konустың ұltаны bolsa, sektordың конуслық betіне тііп тұрады. Konустың hәм sektordың көлемлеріjnың қатнасыn tabыңыз.

## § 24. Ainalu denelerj.

Тsilindr, конус  
hәм kesjk  
конус.

1. Төреплерj  $a$  bolған kvadrat diagonalының ұшынан diagonalға перпендикуляр etіп қыргызылген турғын дөгерегінде ainalады. Усыдан келіп шыққан дененің көлемі hәм betіn tabыңыз.

2. Төрепj  $a$  bolған kvadrat, төрепjne parallel hәм onnan төрепj ұзындығына ұзақлықта тұрған сыртқы көсер дөгерегінде ainalады. 1) Kеліп шыққан дененің көлемі hәм betіn tabыңыз; 2) kvadrattyң ainalуынан келіп шыққан көлем, kvadrattyң diagonalы sзылған бет пенен, қандай ylesлерге бөлjнетуғынын tabыңыз.

3. Тең төреплj ұшмыeşлjk төрепjнiң ұшынан оған қыргызылген перпендикуляр дөгерегінде ainalады. Ушмыeşлjkіjn hәр bіj төрепjнiң sзылған бетлерj өз-ara қандай қатнаста болады?

4. Тең төреплj ұшмыeşлjk дөслеп төрепjнiң дөгерегінде, kein төbesjнен төрепjne parallel etіп қыргызылген parallel дөгере-



gjnđe ainaladъ. Ekjnşj retteğj kölem hăm bet dəslep kjdegjdē ekj ese ũllъ volъp şqadъ. Tekserjп kerjnşj.

5. Tărepj  $a$  qa teğ volqan teğ tăreplj yşmyieşlj k sŕtqъ kőşer dăgereğjnđe ainaladъ. Bŭl kőşer yşmyieşljktjñ tărepjne parallel hăm onnan, yşmyieşljktjñ apofemasъnъ ũzъnlъqъndai, ũzaqlъqta. Keljp şyqqan denenjn kălemjn hăm betjn tabъñъz.

6. Teğ tăreplj yşmyieşljktjñ tăreplerjnēn brj  $a$  nъ ũzъnlъqъnda dauam ettjrjп, dauamъnъ ũşъnan, oqan perpendikuliar çyrgjzjlgen. Yşmyieşljktj sol perpendikuliar dăgereğjnđe ainaldъrudan keljp şyqqan denenjn kălemjn hăm betjn tabъñъz.

7. Teğ tăreplj yşmyieşljktjñ bijklijğ tăvesjnēn sŕtqa çăne ũzъnlъqъna dauam ettjrjlgen hăm dauamъnъ ũşъnan oqan perpendikuliar çyrgjzjlgen. Yşmyieşljktjñ tărepj  $a$ . Yşmyieşljktj sol perpendikuliar dăgereğjnđe ainaldъrudan keljp şyqqan denenjn kălemjn hăm betjn tabъñъz.

8. Kvadrattъñ tăreplerj onъñ sŕtъna dyzjlgen teğ tăreplj yşmyieşljklērdjn de tăreplerj voladъ. Solai etjp çasalqan figura ekj qarama-qarsъ yşmyieşljktjñ sŕtqъ tăreplerjn qosatŭqъn turъnъñ dăgereğjnđe ainaladъ. Kvadrattъñ tăreplerj  $a$ . Keljp şyqqan denenjn kălemjn hăm betjn tabъñъz.

9. Dŭrъs altъmyieşljktjñ tăreplerj  $a$ , onъñ: 1) ũzjnjn diametrij; 2) apofemasъ dăgereğjnđe ainaludan keljp şyqqan denenjn kălemjn hăm betjn tabъñъz.

10. Dŭrъs altъmyieşljktjñ tărepj  $a$ , onъ ũzjnjn tărepjnjn dăgereğjnđe ainaldъrudan keljp şyqqan denenjn kălemjn hăm betjn tabъñъz.

11. Tărepj  $a$  volqan dŭrъs altъmyieşlj k, onъñ tăvesj arqalъ, sol tăve arqalъ ũtetŭqъn radiusqa perpendikuliar etjp çyrgjzjlgen, kőşer dăgereğjnđe ainaladъ. Ainalu denesjnñ kălemjn hăm betjn tabъñъz.

12. Tărepj  $a$  volqan dŭrъs altъmyieşlj k, onъñ tărepjne parallel volъp, onnan apofemanъñ ũzъnlъqъnşa ũzaqlъqta tŭrqan sŕtqъ kőşer dăgereğjnđe ainaladъ. Keljp şyqqan denenjn kălemjn hăm betjn tabъñъz.

13. Katetlerj 5  $sm$  hăm 12  $sm$  volqan turъ myieşlj yşmyieşljktjñ ylken katetjne parallel volъp, onnan 3  $sm$  ũzaqlъqta tŭrqan sŕtqъ kőşer dăgereğjnđe ainaladъ. Ainalu denesjnñ kălemjn hăm betjn tabъñъz.

14. Katetlerj 15  $sm$  hăm 20  $sm$  volqan turъ myieşlj yşmyieşlj k ylken syjŕ myieşjnñ tăvesjnēn gipotenuzasъna çyrgjzjlgen perpendikuliar dăgereğjnđe ainaladъ. Ainalu denesjnñ kălemjn hăm betjn tabъñъz.

15. Təreplerj  $9\text{ sm}$ ,  $10\text{ sm}$ , həm  $17\text{ sm}$  bolqan yşmyeşljik, onıñ kşj myieşjnıñ təbesjnen çyrgızljgen bijkljktıñ dögeregjnıde ainaladı. Keljp şyqqan denenıñ kölemjn həm betjn tabıñız.

16. Təreplerj  $8\text{ sm}$  həm  $5\text{ sm}$ , olardıñ arasındaq myieşj  $60^\circ$  bolqan yşmyeşljik, sol myieştıñ təbesjnen etjp, kşj tərepke perpendikuliar bolqan kəşer dögeregjnıde ainaladı. Ainalu denesjnıñ kölemjn həm betjn tabıñız.

17. Parallelogramdı jzbe-jz ekj qonş təreplerj dögeregjnıde ainaldırudan keljp şyqqan denelerdjñ kölemj, sol təreplerge terjs proporsional boladı. Dəlellenjz.

18. Maidanь  $Q$  bolqan rombь, tərepjnıñ dögeregjnıde ainaladı. Keljp şyqqan denenıñ betjn tabıñız.

19. 1) Terepj  $a$  həm syjyr myieşj  $60^\circ$  bolqan rombь, syjyr myieştıñ təbesjnen tərepjne perpendikuliar etjp çyrgızljgen, kəşer dögeregjnıde ainaladı. Ainalu denesjnıñ kölemjn həm betjn tabıñız.

2) Sol məselenj ekjnşj ret syjyr nyeştj  $45^\circ$  dep alıp jslenjz.

20. Syjyr myieşj  $45^\circ$ , qaptal tərepj kşj ultanьna teñ bolqan teñ qaptallь trapetsia, qaptal tərepj dögeregjnıde ainaladı. Qaptal tərepjnıñ üznlıqь  $a$ . Ainalu denesjnıñ kölemjn həm betjn tabıñız.

21. Radiusь  $R$  bolqan çartь dəngelektıñ jsjne trapetsia sızlqan. Trapetsianıñ təmengj ultanь — dəngelektıñ diametrj, al qaptal təreplerj  $30^\circ$  ь doqqa tartьp turaladı. Bül trapetsianı, onıñ ultanьna perpendikuliar radius dögeregjnıde ainaldırudan keljp şyqqan denenıñ kölemjn həm betjn tabıñız.

22. Berjlgen çartь şenberdjñ radiusь  $R$ ,  $AB$  — onıñ diametrj,  $BC$  —  $60^\circ$  qa teñ bolqan doqqa,  $AC$  — xorda,  $CD$  — ırьпва, onıñ ışь  $D$  toşkasь  $AB$  diametrjnıñ dauamьnda çatadı.  $ACD$  yşmyeşljgjn  $AD$  kəşerjnıñ dögeregjnıde ainaldırudan keljp şyqqan denenıñ kölemjn həm betjn tabıñız.

23. Radiusь  $R$  bolqan çartь şenberdjñ diametrj  $AB$  ьñ ışьпan alьp,  $60^\circ$  ь  $BMC$  doqasь belgjlengen həm  $C$  toşkasьn  $A$  toşkasь menen tıfastьrılqan.  $AB$  diametrj,  $AC$  xordasь həm  $BMC$  doqasь menen şeklengen figuranь  $AB$  dögeregjnıde ainaldırudan keljp şqatıqьn denenıñ kölemjn həm betjn tabıñız.

24. Radiusь  $R$  bolqan çartь şenberdjñ diametrj  $AB$  ьñ ışьпan alьp  $45^\circ$  ь  $BMC$  doqqa belgjlengen həm  $C$  toşkasьпan ırьпва çyrgızljgen. Ol  $AB$  diametrjnıñ dauamьn  $D$  toşkasьnda kesjp etedj.  $BD$  həm  $CD$  turьlarь menen həm  $BMC$  doqasь

Şar həm onıñ  
yleslerj.

menen şeklengen figurany  $BD$  dögeregjnde ainaldyrudan keljp şyqqan denenij kölemjn hem betjn tabyňyz.

25.  $O$  — Radiusy  $R$  bolqan  $AMC$  doqasyňy oraıy.  $B$  —  $OA$  radiusyňy dauamýndaqy toşka,  $BC$  —  $AMC$  doqasyňa ügynwa,  $CD$  —  $OA$  radiusyňa perpendikuliar. Sol figura  $OB$  keşerjnj dögeregjnde ainalady.  $AMC$  doqasyňy ainaluýnan çasalqan tegislik,  $OCB$  yşmyeşljgjn  $OB$  keşerj dögeregjnde ainaldyrudan keljp şyqqan denenij kölemjn ortalai bōletüqyn bolsa,  $OD$  aralyqy nege teň bolady?

26. Çarty dōngelektjn oraıy  $O$ , diametrj  $AB$ , ol yş ten yleske bōljngen. Ol ylesler jzbe-jz  $AMC$ ,  $CND$  hem  $DPB$ .  $OC$  hem  $OD$  radiuslary hem  $AC$  hem  $AD$  xordalary çyrgizjp, bül figurany  $AB$  diametrjnj dögeregjnde ainaldyrylqan.  $ACND$  hem  $OCND$  figuralary ekeuj de vjrdei kölem szylaryň hem ol kölemlerdjn her vrj şardyň kölemjnj çartyşyňa teň ekenjn dōlellenjz.

27. Dōngelek segmentj diametrge parallel xorda dögeregjnde ainalady. Onnan keljp şyqqan kölem, diametrj segmentjn xordasyňa teň bolqan şardyň kölemjne teň ekenjn dōlellenjz.

28. 1)  $AOB$  radiusy  $R$  hem oraıy  $O$  bolqan kvadrat  $AMC$  —  $60^\circ$  qa teň bolqan doqa;  $AD$  — ügynwa, ol  $D$  toşkasynda  $OC$  radiusyňy dauamý menen kesjsedj.  $AD$  hem  $CD$  kesjndjlerj menen hem  $AMC$  doqasy menen şeklengen figura  $OB$  radiusyňy dögeregjnde ainalady. Keljp şyqqan denenij kölemjn hem betjn tabyňyz.

2) Sol mäselenj çenede doqasy  $AMC = 45^\circ$  dep alpj jslenjz.

**Giulden teoremasy.**

29. Giuldenijn ekj teoremasyň da tōmendegj ainalu çaqdailary üşyn tekserjp kōrjnjz.

1) tōreplerjnj vrj dögeregjnde turmyeşljktjn ainalyşy üşyn;

2) tōrepj  $a$  hem vijklgij  $h$  bolqan öz tōrepjnj dögeregjnde ainaluşy romby üşyn;

3) ultiňyňa parallel bolpj tōbesj arqaly ötuşj keşerj dögeregjnde ainaluşy  $a$  tōreplj dürys yşmyeşljik üşyn;

4) vjr katetjnj dögeregjnde ainaluşy turmyeşlj yşmyeşljik üşyn;

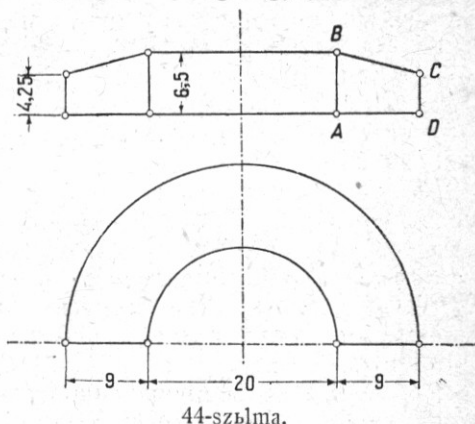
5) gipotenuzasy dögeregjnde ainaluşy turmyeşlj yşmyeşljik üşyn.

30. Temjr blezjktjn kese kesjmj kvadrat; onyň tōrepj  $a = 4$  sm; blezjktjn ortalıq diametrj  $d = 80$  sm; onyň salıstırma salmaqy 8,6. Blezjktjn aurlıqyn tabyňyz.

31. Kese kesjmj şenber bolqan qūtqaru dōngelegjn, dōnge-

lektj bjr kəşer dögeregjnde ainaldırudan keljp şyqqan dene dep qarauqa boladı. Kesjm diametrj  $d=12\text{ sm}$  qütqaru dølgelegjnjn sırtqə diametrj  $D=75\text{ sm}$ . Qütqaru dølgelegjnjn betjn həm onıñ kölemjn tabıñız.

32. Paravoz deposı planda, işkj diametrj  $20\text{ m}$  ge teñ bolqan, çarım çyzjk tərjzlj (44-szylma); çarım çyzjktjn keñljg  $9\text{ m}$  dep, onıñ kese kesjmjnjn tyrj turı myieslj trapetsia  $ABCD$ . Onıñ parallel täreplerj  $4,25\text{ m}$  həm  $6,5\text{ m}$  ge teñ. Deponıñ kölemjn tabıñız.



33. Uşmyiesljktjn täreplerj  $9\text{ sm}$ ,  $10\text{ sm}$  həm  $17\text{ sm}$ . Ol özjnıñ ulla bıjklıgjnıñ dögeregjnde ainaladı. Ainalu denesjnıñ kölemjn həm betjn tabıñız.

34. Uşmyiesljktj ultiñıñ dögeregjnde həm təbesjnən ətjp ultiña parallel bolqan turıñ dögeregjnde ainaldırudan şyqqan denelerdn kölemlerjnıñ qatnası  $1:2$  qatnasındai ekenjn dälellenjz.

## § 25. Aralas bəljm.

1. 45 nşj szylmada domna peşjnıñ işkj kesjmj kərsetjlgen; өлşemlerj metr menen berjlgen. Peştjn otlyqıñnı, zapleşıgjnı, həm uş ylesten quralqan şaxtanıñ kölemlerjn tabıñız həm pytjn peştjn de kölemjn tabıñız.

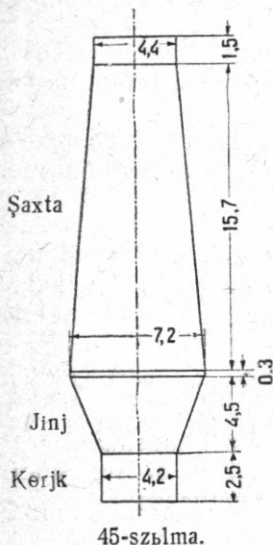
2. Piramidanıñ ultiña parallel etjp çyrgjzjlgen tegjslj onıñ qaptal betjn təbesjnən yleslerge böledj. Olardnıñ qatnası  $4:5$  qatnasındai. Uş tegjslj onıñ bıjklıgjn qandai qatnasta böletüqıñnı tabıñız.

3. Turı parallelepipedtjn diagonallar  $9\text{ sm}$  həm  $\sqrt{33}\text{ sm}$  ge teñ; ultiñıñ perimetrj  $18\text{ sm}$  ge teñ, qaptal qavırqası  $4\text{ sm}$  ge teñ. Uş parallelepipedtjn tolyq betjn həm kölemjn tabıñız.

4. Radius  $R$  bolqan şardıñ işjne kub szylqan həm onıñ çaqıar ystjnde, təbelerj şardıñ betjnde çatatüqıñ etjp dırıs piramidalar dyzjlgen. Keljp şyqqan kər çaqıar kölemjn tabıñız həm onıñ şar kölemjne qatnasın kərsetjniz.

5. Ültanına parallel etjp çyrgjzljgen tegjslj, konustjñ qaptal betjn ortalai böledj. Ültanynñ radius  $R$ , çasauşs  $l$ . Çasauşynñ çoqarqy kesjndjsjn tabyñz. ( $R=1$ ;  $l=8$ ).

6. Şardyñ sırtına ekj ültanynñ täreplerjnñ qatnas  $m:n$  bolqan dürys tört myieşlj kesjk piramida sşyloqan. Onyñ kölemjnñ şar kölemjne qatnasyn tabyñz.



7. Egerde dürys tört myieşlj prizmanñ qaptal qabyrqas  $\delta$ ltanynñ diagonalynñ çartyşna teñ bolsa, mündai prizmanñ tolyq betj, onyñ  $\delta$ ltanynñ tärepj ystjne dyzylgen segiz çaqlyññ betj menen teñ ülylyqta volady. Uşyn: 1) esaplau çoly menen; 2) esaplamai tekserjp körjnz.

8. Turş parallelepipedtñ diagonalaryñ kesjsu toşkas  $\delta$ ltanynñ tegjsljgjn 3  $sm$  üzaqlqta, qaptal çaqлары 2  $sm$  hem 4  $sm$  üzaqlqta;  $\delta$ ltanynñ perimetrj 30  $sm$  ge teñ. Parallelepipedtñ tolyq betjn hem kölemjn tabyñz.

9. Maida syiek nәrselerdñ betjn tegisleu uşyn jslengen temjr baravannñ formas  $\delta$ lyrys alt  $\delta$  myieşlj prizmaqa uşaydy. Onyñ  $\delta$ ltanynñ täreplerj 200  $mm$  hem üzynlyqy 800  $mm$ . Jslegen kezde baravannñ kölemjnñ 45% j batyp türady. Sondai bes baravan jsleu uşyn qanşa temjr kerekljgjn hem,

syiektñ salıstırma salmaqyn 1,2 dep alyp, sol baravanlar da bjr çola jslenetüqyn nәrselerdñ aurlıqyn tabyñz.

10. Dürys alt  $\delta$  myieşlj şoıyn prizma kәserj boıynşa tesjlgjen. Onyñ üzynlyqy 4,8  $m$ , salıstırma salmaqy 7,25. Tesjlgjen tsilindr tәrjzlj tesjktñ diametrj 32  $sm$  hem  $\delta$ ltanynñ täreplerj 32  $sm$ . Prizmanñ aurlıqyn tabyñz.

11. Egerde turş myieşlj yşmyieşljktñ gipotenuzas arqaly etetüqyn tegjslj katetler menen  $30^\circ$  ly hem  $45^\circ$  ly myieşler dyzse, onda ol yşmyieşljktñ tegjsljg menen  $60^\circ$  ly myieş dyzedj. Dәlellenjz.

12. Radius  $R$  bolqan şardyñ sşytına, kölemj şardyñ kölemjnen  $m$  ese üly bolqan, kesjk konus sşyloqan. Onyñ  $\delta$ ltanlaryñ radiuslaryn tabyñz.

13. Egerde turş myieşlj parallelepipedtñ diagonal ekj qabyrqas menen  $60^\circ$  ly myieşler çasasa, yşnj qabyrqas menen ol  $45^\circ$  ly myieş çasaydy. Dәlellenjz.



14. Berjlgen konustyn işjne sızqlan şardn betj onn ulti menen teñ ultiyqta. Tavıqqa kerek: 1) sol şardn betjnjn konustyn qaptal betjne qatnas qandai volady? 2) şardn kölemj konustyn kölemjnjn qandai ylesjne teñ volady?

15. Qaptal qavırqas  $b$  ge teñ, al tövesjndegj tegjs myieşj  $36^\circ$  volqan tört myieşlj dırıs piramidann kölemjn tabıyız.

16. Dırıs tetraedrnn sırtına sızqlan konustyn kölemj menen sol tetraedrnn işjne sızqlan şardn kölemjnjn qatnas nege teñ volady?

17. Piramidann ulti menen romb, onn täreplerj  $25\text{ dm}$ , kşj diagonal  $30\text{ dm}$ , piramidann bjkklgj ultiannyñ doqal myieşjnjn tövesjnen ötedj hñm ızınlıq  $32\text{ dm}$  ge teñ. Sol piramidann tolıq betjn tabıyız.

18. Çartı şenber hñm  $120^\circ$  ı doqa menen şeklengen aışq, doqalarannyñ ortasın tıtaştırış turı döğeregjnde ainalady. Aışqtn xordas  $a$  qa teñ. Keljp şıqqan denenj kölemjn hñm betjn tabıyız.

19. Teñ täreplj konustyn işjne, ulti dögelegj konustyn ultiannyñ tegjsljgnde çatatıqın etjp, çarımşar sızqlan. Urıwa şenberj çartı şardn qaptal betj menen konustyn qaptal betjn qandai qatnasta böledj?

20. Dırıs tört myieşlj piramidann ulti şar segmentjnj işjne çasalqan kvadrat. Piramida menen segmenttjn bjkklgj ışırasqan. Şardn radius  $R=6,5\text{ m}$ , segmenttjn bjkklgj  $h=5\text{ m}$ . Piramidann qaptal betjn tabıyız.

21. Qavırqas  $a$  volqan kvıtn hñr bır yş ışırasatıqın qavırqalarannyñ ortalar voınsa myieşlerj kesljp alıqan. Keljp şıqqan kñr çaqılannyñ kölemjn hñm betjn tabıyız.

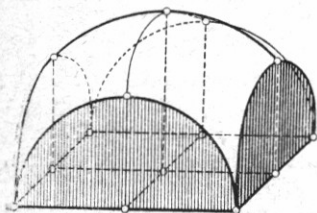
22. Teñ täreplj konustyn çasaışs  $a$ , onn işjne şar sızqlan hñm şardn işjne kv sızqlan. Kvıtn qavırqasın tabıyız.

23. Berjlgen dırıs yş myieşlj prizmann qaptal qavırqas ultiannyñ tärepl —  $a$  qa teñ. Ultannyñ tegjsljg arqal onn menen  $60^\circ$  ı myieş çasatıqın etjp çyrgızılgen kesjmnjn maidanny tabıyız.

24. Dırıs tetraedrnn qaptal çaqılarınñ orailar öz ara turı sızqlar menen tıtaştırılqan. Keljp şıqqan yş myieşljktjn maidan ultiannyñ maidannyñ neşe ese kşj ekenjn tabıyız.

25. Oral arqal çyrgızılgen kesuşj  $ACD$   $40\text{ sm}$  ge teñ; urıwa  $AB=20\text{ sm}$ .  $AB$  hñm  $AD$  turı sızqlar menen hñm  $BMD$  doqas menen şeklengen figurasannyñ  $AD$  döğeregjnde ainalıw menen döregen denenj kölemjn hñm betjn tabıyız.

26. Radius  $r$  bolqan şardın sırtına konus sızılqan. Konusnıñ qaptal beti menen şar betinıñ qatnası 3:2 qatnasındai. Konusnıñ ultiñnıñ radiusın tavyñız.



46-sızılma.

27. Çartı şardın ultiñnıñ işjne kvadrat sızılqan. Kvadrattıñ tärepleri arqalı çartı şardın ultiñnıñ tegislişjne perpendikuliär etip tegislişkler çyrgizilgen (46 nış sızılma). Bül tegislişkler çartı şardan tört sferikalıq çartı segment kesip ötedi. Qalqan ylesj gymbezge üsaqan dene bolıp şıadı. Kvadrattıñ tärepi  $a = 6,5 m$ . Gymbezdiñ alıp turqan kölemjn tavyñız.

28. Radius  $R$  bolqan çartı şardın işjne tärepleri  $a$  hem  $b$  bolqan turı myieşliş sızılqan. Turı myieşlişktıñ tärepleri arqalı, çartı şardın ultiñna perpendikuliär etip tört tegislişkler çyrgizilgen. Tegislişkler çartı şardan tört (çarım segment) kesip tıyredj. Qalqan ylesjnıñ kölemjn tavyñız.

29. Turı myieşlişktıñ tärepleri  $a$  hem  $b$ : ol tövesi arqalı diagonalına parallel etip çyrgizilgen köşer dögereginde ainaladı. Ainalmadan kelip şıqqan denenin kölemjn hem betjn tavyñız.

30. Turı myieşlişktıñ tärepleri  $a$  hem  $b$ ; ol diagonalnıñ üşnän, sol diagonalqa perpendikuliär etip, çyrgizilgen turıñ dögereginde ainaladı. Kelip şıqqan denenin kölemjn hem betjn tavyñız.

31. Maidan  $36 sm^2$  qa teñ bolqan uşmyieşliş, täreplerinıñ bir dögereginde ainaldırlıqan. Kelip şıqqan denenin kölemj  $192 \pi sm^3$ , beti  $216 \pi sm^2$ . Uşmyieşlişktıñ täreplerin tavyñız hem olardıñ qaisı köşer bolqan körsetiniz.

32. Tört myieşliş dürys kesik piramidannıñ ultiñnıñ tärepleri  $a$  hem  $b$ , bişliş  $h$ . Qaptal çaqlı menen, çoqarqlı ultiñnıñ tärepi arqalı, sol qaptal çaqlına parallel etip çyrgizilgen tegisliş arasındaqlı kesik piramida ylesjnıñ kölemjn tavyñız.

33. Täreplerinıñ qatnası 13:14:15 qatnasındai bolqan uşmyieşliş, orta tärepinıñ dögereginde ainaladı. Kelip şıqqan ekliş konusnıñ işjne şar sızılqan. Onıñ kölemjnıñ qos konusnıñ kölemjne qatnası qandai voladı?

34. Tärepleri  $a$  hem  $b$  bolqan turı myieşliş diagonalı voıñ-şa vyklegende, uşmyieşlişklernıñ tegislişklerni öz-ara eki çaqlı turı myieş çasaqan. Turı myieşlişktıñ eki çaqlı myieştiñ qavırqasında çatraitılqan, eki tövesinıñ arasıñ tavyñız.

İerdjı k lemjn  $V$ ,  $V_1$  h m  $V_2$  dep alalıq. Sonda  $\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$  volat r n n d lellenjz.

36. Турь призманьц  $\Delta$ тань турь  $\mu$ ыеşlj  $y\mu$ ыеşljк  $ABC$ . оньц  $gipotenuzas\ AB=c$  һәм вjр  $syj\ \mu$ ыеşj  $15^\circ$ . Egerde оньц екj qartal  $\Delta$ ацъ  $C_1CAA_1$  һәм  $C_1CBB_1$  нь вjр tegjsljк etjр  $\Delta$ азьр, оннан kein  $C_1A$  һәм  $C_1B$  турьларьң  $\Delta$ ьргjзсек, олар  $\Delta$ з-ара турь  $\mu$ ыеş dyzedj. Усь призманьц  $\Delta$ адаьнь һәм qartal vetjн тавьньз.

37. Konustың ішкіне бір қанша шар сызылған, олардың біріншісі конустың ұлтаньна, қаптал бетіне ұрынып тұрады, ал қалғанларының һәр қайсысы конустың қаптал бетіне һәм бірінші шардың бетіне ұрынып тұрады. Конустың биіктігі  $8\text{ см}$  ге тең, ұлтаньның радиусы  $6\text{ см}$  ге тең. Егерде ішке сызылған шарлардың саны  $k$  есе артатынын болса, олардың көлемлерінің қосындысының сегі неге ұмтылады?

38. Qabyrqasъ a qa teң bolqan kubyң işjne, betj kubyң barlyq qabyrqalaryña ūrnyр tūratūqyn etip, şar dyzylgen, şardyң kuv işjндеgj ylesjnñn kölemjn tabyңыз.

39. Dürs tørt myieslj prizmanyň űltanyňyň terepj *a* qa  
teň hem qaptal qawyroşasy 4*a* qa teň. Prizmanyň diagonaly  
arqaly, űltanyňyň diagonalyna parallel etjp çyrgyjylgeň kesjm-  
nyň maidanyň tawnyz.

40. Berilgen dürys tört myieslj kesjk piramida menen teñ üllilyqta etjp dürys tört myieslj prizma dyzylgen. Olardyñ ültanlarynyñ oraıñ üsyrasady, qaptal qabyrqalardy brj-brjn kesjp ötedj. Kesjk piramidanyñ ültanlarynyñ täreplerj 2 m häm 11 m. Usdan: 1) prizmanyñ ültanynyñ täreplerjn tabyñyz; 2) kesjsu toşkalarynda olardyñ qaptal qabyrqalardy (çoqarñdan esaplaqanda) qandai qatnasta ekjge böljnetüqynyñ bljniz; 3) kesjsu szylardy olardyñ qaptal betlerjn qandai qatnasta ekjge böljetüqynyñ bljniz.

41. Şardıñ işjne konus szılqan, konustıñ bıjklıgı şardıñ oraı menen orta hám şet qatnasta bөлjedj. Şardıñ kölemj konustıñ kölemjnen neşe ese üllı ekenjın tabıñız.

42.  $ABCD$  trapetsiasında  $BC \parallel AD$ , verilgenj:  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AB = 8 \text{ sm}$ ,  $AD = 5 \text{ sm}$  həm  $BC = CD$ . Sol trapetsianı  $AD$  tərəfini döğeregində ainaldırudan kəlj şərqlən denenli kölemlin həm betin tavırlı.

## ЌUAPЛАРЬ.

### § 1.

1. 1) Ќоқ; 2) волады; волады; 3) 18,5 см<sup>2</sup>.
2.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .
3. 18,5 см<sup>2</sup>.
4.  $\frac{a}{4}\sqrt{3a^2+4b^2}$ .
7. 1) 8 см; 2)  $a\sqrt{2}$ .
8. Берілген тошқадан берілген теңсіздікке тәуелді перпендикулярдың ұлтань орай болған шеңбер.
9.  $\sqrt{\frac{Q}{\pi} + a^2}$ .
10. Шеңбердің орайы арқалы өтетіндік және оның теңсіздігіне перпендикуляр тұр.
11. Берілген тошқаларды қосындыға тұтастыратын және оның ортасынан тең өтетіндік қосындыға перпендикуляр теңсіздік.
12. 26 дм<sup>2</sup>.
13.  $\sqrt{b^2 + \frac{a^2}{2}}$ .
14.  $MA = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ ;  $MB = 4\sqrt{2}$ ;  $MC = 8$ .
15.  $OA = OB = OC = \sqrt{l^2 - OM^2}$ .
16. 9 см.
17. 4 см.
18. 1 см.
19. 1)  $2\sqrt{2}$ ; 2)  $\sqrt{2}$ ; 3) 45°.
20. 6,5 см.
21. 2,5 см;  $KB = \sqrt{10,25} \approx 3,2$  см;
- $KA = KC = \frac{\sqrt{61}}{2} \approx 7,8$  см.
22. 1)  $\sqrt{f^2 - a^2}$ ; 2) 37 м; 3) 8 см, және 17 см.
23. 3,5 дм<sup>2</sup>.
24. 2 см.
25. 6  $\frac{ab}{a+b}$  немесе  $\frac{ab}{a-b}$  (егер  $a > b$  болса) және  $\frac{ab}{b-a}$  (егерде  $b > a$  болса).
26.  $\sqrt{2b^2 - a^2}$ .
27. 1) 56; 2) 20.
28. Көрсету. Қиын қалған тошқасынан мына теңсіздігіне перпендикуляр тәуелді және оның ұлтань мына теңсіздігі биссектрисасында қатқан көрсету.
- 2) 18 м; 12 м.

### § 2.

1.  $5\sqrt{2}$  см;  $\approx 45^\circ$ .
2. 241 см.
3.  $\frac{h}{3}\sqrt{15}$ .
4. 1,5 б.
5. 1)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ ; 2)  $\frac{a}{2}$ ; 3)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .
6. 1) 2h; 2)  $h\sqrt{2}$ ; 3)  $\frac{2h\sqrt{3}}{3}$ .

7.  $30^\circ$ .  
 10.  $3a$ .  
 8.  $60^\circ$ .  
 11.  $35^\circ$ ,  $115^\circ$ ,  $145^\circ$ ,  $145^\circ$ .  
 9. 1)  $a\sqrt{2}$ ; 2)  $a\sqrt{6}$ .

### § 3.

1. 1)  $2,6 m$   $115^\circ$ ; 2)  $\approx 3,9 m$ .  
 3.  $10,5 sm$ .  
 6.  $36 sm$   $115^\circ$ ; 44  $sm$ .  
 9.  $12 sm$ .  
 2. 1)  $117 sm$ ; 2)  $9 m$ .  
 5.  $3 sm$ .  
 8.  $2a$ .  
 10.  $\sqrt{a^2 + b^2}$ .  
 11. 1) Берілген тошка арқалы, берілген тегісдіктің кесіп өтетінін тегісдік сызығына параллель түрде сызылу керек. Бұл мәселенің көп шешімі бар. 2) Берілген тошка арқалы берілген түрде параллель түрде сызылу керек және ол арқалы қалған тегісдік сызығын. Бұл мәселенің шексіз көп шешімі бар.  
 12. Көрсету. Мәселенің шексіз көп шешімі бар.  
 13.  $\frac{ab\sqrt{3}}{2}$ .  
 16.  $3 sm$ .  
 18.  $19 sm$  және  $17 sm$ .  
 21.  $25 sm$  және  $39 sm$ .  
 24.  $\frac{ab\sqrt{2}}{4}$ .  
 28.  $\frac{a}{2}(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$ .  
 31.  $2 m$ .  
 33.  $5 sm$ ;  $9 sm$ ;  $12 sm$ .  
 35.  $\frac{d}{h}\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}}$ ;  $\frac{a(h+d)}{h}$ .  
 36.  $KB = BL = LD_1 = D_1K = \frac{a}{2}\sqrt{5}$ ;  $BD_1 = a\sqrt{3}$ ;  $KL = a\sqrt{2}$ ; ромб.  
 37.  $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ .  
 38. 1)  $63 dm^2$ ; 2)  $3a^2$ .  
 14.  $28 sm$ .  
 17.  $3,5 sm$ .  
 19.  $5 sm$  және  $3 sm$ .  
 22.  $\sqrt{c^2 - b^2 + a^2}$ .  
 25.  $\frac{ab}{4}$ .  
 29.  $6 dm$ .  
 32.  $\frac{a^2 - b^2 + c^2}{2c}$ ;  $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$ .  
 15.  $\frac{a(b+c)}{b}$ .  
 23.  $8 sm$ .  
 26.  $\frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$ .  
 30. 1)  $120 sm$ ; 2)  $45 sm$ .

### § 4.

1. 1)  $6 dm$ ; 2)  $10 sm$ .  
 5. 1)  $110^\circ$ ; 2)  $2a$ .  
 8.  $8 sm^2$ ;  $4 sm$ .  
 11.  $2a$ .  
 2.  $a\sqrt{2}$ .  
 6. 1)  $7 sm$ ; 2)  $2a$ ;  $4$ .  
 9.  $13 sm$ .  
 12.  $7,3 sm$   $115^\circ$ ;  $\approx 12,2 sm$ .  
 4.  $30^\circ$ .  
 7.  $5 dm$ .  
 10. 1)  $3,36 sm$ ; 2)  $4$ .  
 13.  $1$ .



14. Berjigen tegisljikke perpendikular h m berjigen tur  arqaly  tet   n tegisljk.
15. 1) *K rsetu*. Y  perpendikular teoremas  menen pайдalan   ; 2)  amasa v r  amasa sans z k p tegisljkler.
16. 109 sm. 17. 1)  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ;  $\sqrt{a^2 + c^2}$ ;  $\sqrt{b^2 + c^2}$ ; 2)  $\frac{a}{2}$ .
18. 3 dm<sup>2</sup>. 19. 460,8 sm<sup>2</sup>.

### § 5.

1. a) 1) Bolmaidy; 2) volady; 3) bolmaidy; 4) volmaidy; 5) bolmaidy.  
 b) 1) Bolmaidy; 2) bolmaidy; 3) volady.
3.  $55^\circ \leq x \leq 95^\circ$ . 4.  $\sqrt{6}$ . 5. 1)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .
7.  $60^\circ$ . 8.  $90^\circ$ . 9.  $45^\circ$ .
10.  $\sqrt{2}$ . 11. 3. 12. 7 sm.

### § 6.

1.  $a\sqrt{2}$ . 2.  $DA = DB = DC = CB = CA = AB = a\sqrt{2}$ .
3.  $a^2\sqrt{3}$ ;  $\frac{1}{2}$ . 4. 1) 3; 2) 6. 5.  $\frac{4}{3}a^2$ .
6. 1)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ ; 2)  $\sqrt{6}$ . 7.  $a(\sqrt{6} - 2)$ . 8.  $a(2 - \sqrt{2})$ .

### § 7.

1. 1) 3; 2) 7; 3) 11; 4) 17; 5) 29.
2. 1) 13 m h m 9 m; 2)  $\sqrt{277} \approx 16,6$  sm h m 15 sm.
3. 8 sm h m 10 sm. 4. 7 sm h m 5 sm. 5.  $a\sqrt{2}$  h m  $2a$ .
6. 1) 5 sm h m 7 sm; 2) 4 m h m  $\sqrt{12} \approx 3,464$  m. 7.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .
8.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ . 10. 1)  $2m^2$ ; 2) 40 sm h m 9 sm.
11.  $2m^2$  h m  $3m^2$ . 12. 273 sm<sup>2</sup> h m 175 sm<sup>2</sup>. 13. 1872 sm<sup>2</sup>.
14.  $\frac{Q}{a}$ . 16. 4; 10; 0;  $n(n-3)$ . 17. 30; 15; 10.
18. 1) Parallelogram; 2) 2; 3) y  b ljnedj; 4) prizma.
19.  $\frac{n(n-3)}{2}$ . 20. 1) 22 sm; 2) 9 sm. 22.  $Q\sqrt{2}$ .
23.  $2a$  h m  $a\sqrt{5}$ ;  $a^2\sqrt{3}$  h m  $2a^2$ . 24.  $3a^2$ .
25.  $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9} \approx 6,928 m^2$ . 26. 12. 27.  $120^\circ$ .

28.  $Q \sqrt{2}$ . 29.  $144 \text{ см}^2$ . 30.  $4,5 \text{ см}$ .  
31.  $7,5 \text{ см}$ . 32.  $53^\circ 49'$ . 33.  $12 \text{ см}$ .

### § 8.

1.  $2 \text{ м}$ .  
2. а) 1)  $29 \text{ см}$ ; 2)  $11\frac{1}{2} \text{ см}$ ; 3)  $\sqrt{7\frac{5}{6}} \approx 2,8 \text{ м}$ . б) 1)  $2l^2$ ; 2)  $3Q\sqrt{2}$ .  
3. 1)  $1464 \text{ см}^2$ ; 2)  $6 \text{ см}$ ;  $14 \text{ см}$ ;  $16 \text{ см}$ . 4.  $124 \text{ дм}^2$ .  
5.  $2\sqrt{M^2 + 2Qh^2}$ . 6.  $188 \text{ м}^2$ . 7.  $1416 \text{ см}^2$ .  
8.  $220 + 24\sqrt{3} \approx 261,6 \text{ см}^2$ ;  $70 \text{ см}^2$ . 9.  $288 \text{ см}^2$ .  
10.  $2\sqrt{M^2 + N^2}$ . 11.  $2 \text{ м}$ . 12.  $4 \text{ м}$ .  
13. 1)  $3ab + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ ; 2)  $4ab + 2a^2$ ; 3)  $6ab + 3a^2\sqrt{3}$ .  
14.  $192 + 32\sqrt{6} \approx 270,4 \text{ см}^2$ .  
15.  $6 \text{ см}$  ҳам  $3 \text{ см}$  ямаса  $4 \text{ см}$  ҳам  $7 \text{ см}$ . 16.  $3l^2\sqrt{3}$ .  
17.  $4980 \text{ см}^2$ . 18.  $9 \text{ м}^2$  ҳам  $1 \text{ м}$ . 19.  $34 \text{ см}$ ,  $20 \text{ см}$ ,  $18 \text{ см}$ .  
20.  $25 \text{ см}^2$ ,  $25 \text{ см}$ ,  $30 \text{ см}$ ,  $24 \text{ см}$ . 21.  $906 \text{ см}^2$  ҳам  $240 \text{ см}^2$ .  
22.  $3 \text{ м}^2$ . 23.  $10 R^2$ . 24.  $5 \text{ см}$ .  
25. 1)  $144 \text{ см}^2$ ; 2)  $2016 \text{ см}^2$ . 26. 1)  $2 \text{ см}$ ; 2)  $576 \text{ см}^2$ .  
27. 1)  $2a^2 + 2a\sqrt{4b^2 - a^2}$ ; 2)  $b$ ,  $\sqrt{b^2 + 2a^2}$ ,  $\sqrt{4a^2 + b^2}$ ,  $a\sqrt{2b^2 - a^2}$ ,  $ab\sqrt{2}$ .  
28.  $ab(\sqrt{2} + 1)$ . 29.  $492 \text{ см}^2$ .

### § 9.

1. 1)  $\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}$ ; 2)  $\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}$ ; 3)  $\sqrt{b^2 - a^2}$ .  
2. 1)  $\frac{1}{2}\sqrt{4h^2 + \frac{a^2}{3}}$ ; 2)  $\frac{1}{2}\sqrt{4h^2 + a^2}$ ; 3)  $\frac{1}{2}\sqrt{4h^2 + 3a^2}$ .  
3.  $9 \text{ см}$ . 4.  $5 \text{ см}$  ҳам  $6 \text{ см}$ . 5.  $12 \text{ см}$ . 6.  $3 \text{ см}$ .  
7.  $12 \text{ см}$ . 8.  $\frac{ah}{a+h}$ . 9.  $14 \text{ см}^2$ .  
10.  $ah$ ;  $\frac{1}{4} a\sqrt{12h^2 + 3a^2}$ . 11.  $\frac{1}{4} a\sqrt{3b^2 - a^2}$ . 12.  $\frac{1}{4} Q$ .  
13.  $25$ ;  $100$ ;  $225$ . 14.  $\frac{Q}{n^2}$ ,  $\frac{4Q}{n^2}$ ,  $\frac{9Q}{n^2}$ , ...,  $\frac{(n-1)^2 Q}{n^2}$ ;  $16$ ,  $64$ ,  $144$ ,  $256$ .  
15.  $245 \text{ см}^2$ . 16.  $\frac{h}{\sqrt{2}}$ ;  $\frac{h}{\sqrt{3}}$ ;  $\frac{h}{\sqrt{5}}$ ;  $\frac{h}{\sqrt{n}}$ .  
17.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ . 18. 1)  $11 \text{ м}$ ; 2)  $35 \text{ см}$ . 19.  $\frac{3a^2h}{4\sqrt{a^2 + 3h^2}} = \frac{3}{7}$ .

## § 10.

1. 1)  $\frac{3a}{4} \sqrt{4h^2 + \frac{a^2}{3} + \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}$ ; 2)  $a \sqrt{4h^2 + a^2 + a^2}$ ;  
 3)  $\frac{3a}{2} \sqrt{4h^2 + 3a^2} + \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$ . 2.  $238 \text{ см}$ . 3.  $2r(k+r) \sqrt{3}$ .  
 4.  $\frac{1}{2} a$ . 5.  $1,8 \text{ м}$  һәм  $4 \text{ м}$ . 6.  $\frac{1}{4} a^2 \sqrt{15}$ .  
 7.  $3a^2$ . 8.  $\sqrt{-2h^2 + \sqrt{4h^4 + P^2}}$ .  
 9.  $16 \text{ см}$  һәм  $6 \text{ см}$  җамаса  $12 \text{ см}$  һәм  $8 \text{ см}$ . 10.  $\sqrt{2} \approx 1,4 \text{ см}$ .  
 11.  $3a^2$ . 12.  $5R^2$ . 13.  $\frac{3}{2} a^2$ .  
 14.  $26 \text{ м}^2$ . 15.  $768 \text{ см}^2$ . 16.  $22 + \sqrt{136} \approx 33,66 \text{ м}^2$ .  
 17.  $540 \text{ см}^2$ . 18.  $448 \text{ см}^2$ . 19.  $6 \text{ дм}^2$ .  
 20.  $10 \text{ м}^2$ . 21.  $\frac{1}{2} a^2 (6 + \sqrt{7})$ . 22.  $\frac{1}{4} a^2 (\sqrt{3} + \sqrt{15})$ .

## § 11.

1.  $9 \text{ см}^2$ . 2.  $1 \text{ дм}$ .  
 3.  $\sqrt{c^2 - \frac{1}{3} (a-b)^2}$ ;  $\sqrt{c^2 - \frac{1}{2} (a-b)^2}$ ;  $\sqrt{c^2 - (a-b)^2}$ .  
 4.  $56 \text{ см}$  һәм  $24 \text{ см}$ . 5.  $5$ ;  $n(n-3)$ . 6.  $6 \text{ см}$ .  
 7.  $2 \text{ см}$  һәм  $10 \text{ см}$ . 8.  $\sqrt{2}$ . 9.  $1 \frac{8}{9} \text{ см}$ ;  $6 \frac{2}{9} \text{ см}$ ;  $5 \frac{1}{7} \text{ см}$ .  
 10.  $a-b$ . 11.  $2 \text{ см}$ . 12.  $20 \sqrt{2}$ .  
 13.  $\frac{1}{4} (a^2 - b^2)$ . 14.  $12 \text{ см}^2$ . 15.  $\frac{1}{2} (Q-q)$ .  
 16.  $24 \text{ м}^2$ ;  $30^\circ$ . 17.  $14 \text{ см}^2$ . 18.  $39 \text{ м}$  һәм  $51 \text{ м}$ .  
 19.  $16 \text{ см}^2$ .  
 21. 1)  $32 \text{ м}^2$ ; 2) параллел кесимнн ысткн ۇлтаннын ۇзаqlыqlы  $\frac{2}{3} h$ , бۇнда  $h$ —  
 берілген кескн пнрамиданын бнкллгж.  
 22.  $\frac{h \sqrt{q}}{\sqrt{Q} + \sqrt{q}}$ . 23.  $50 \text{ м}^2$ .  
 24.  $\frac{1}{9} (Q + 4q + 4 \sqrt{Qq}) = 8$ ;  $\frac{1}{9} (4Q + q + 4 \sqrt{Qq}) = 18$ .

§ 12.

1.  $168 \text{ m}^2$ .
2.  $54 \text{ dm}^2$ .
3.  $36 \text{ sm}^2$ .
4. 1)  $\frac{3}{4} (a+b) \sqrt{4h^2 + \frac{(a-b)^2}{3} + \frac{(a^2+b^2)}{4} \sqrt{3}}$ ;  
2)  $(a+b) \sqrt{4h^2 + (a-b)^2 + a^2 + b^2}$ ;  
3)  $\frac{3}{2} (a+b) \sqrt{4h^2 + 3(a-b)^2} + \frac{3}{2} (a^2+b^2) \sqrt{3}$ .
5.  $\frac{ab}{a+b}$ .
6. 1)  $20 \text{ sm}$  ҳам  $10 \text{ sm}$ ; 2)  $2 \text{ sm}$  ҳам  $12 \text{ sm}$ .
7.  $\sqrt{3a^2 - \frac{4S}{\sqrt{3}}}$ .
8.  $\frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{P^2 - (Q-q)^2}$ .
9.  $\frac{1}{4} (a+b) [4c + \sqrt{4c^2 + 3(a-b)^2}] = 16$ .
10.  $1920 \text{ sm}^2$ .
11.  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{a(2b^2 - a^2)}{2b+a}}$ . Шарты:  $a < b\sqrt{2}$ .
12.  $5:9$ .

§ 13.

1.  $5 \text{ m}$ .
2.  $\frac{\pi Q}{4}$ .
3.  $36 \text{ sm}^2$ .
4.  $3 \text{ dm}$ .
5.  $\approx 69,28 \text{ sm}^2$ .
6.  $90^\circ$ .
7.  $\frac{1}{4} a^3$ .
8.  $3 \text{ dm}$ .
9.  $10 \text{ m}$ .
10.  $1 \text{ m}$  ҳам  $3 \text{ m}$ .
11.  $912 \text{ m-dei}$ .
12.  $4 \text{ sm}$  ҳам  $14 \text{ sm}$ .
13.  $40 \text{ m}^2\text{-dei}$ .
14.  $116 \text{ m}^2\text{-dei}$ .
15.  $77 \text{ m-dei}$ .
16.  $2\pi ab$ .
17.  $\pi^2$ .
18.  $\pi h^2$ .
19.  $R$ .
20.  $\pi Q$ .
21. 1)  $\pi$ ; 2)  $H = \frac{3}{2} R$ .
22.  $\frac{3}{2} P = 75 \text{ sm}^2$ .
23. 1)  $6 \text{ sm}$ ; 2)  $H = R$ .
24. 1)  $75 \text{ sm}$ ; 2)  $\approx 26,2 \text{ sm}$ .
25.  $\pi M + 2Q$ .
26. 1)  $H = 2R(2 + \sqrt{3})$ ; 2)  $H = 2R(2 + \sqrt{5})$ .
27.  $\pi:3$ .
28. Кесушј тегјслјк пенен ѓлтан тегјслјгјнјн арасъ тен  $\frac{1}{2}(H \pm \sqrt{H^2 - R^2})$   
волуб тјјс  $H > R$ .
29.  $\pi a^2 (\sqrt{2} + 1)$ .
30.  $2\pi a^2 \approx 628 \text{ sm}^2$ .

§ 14.

1.  $5 \text{ m}$ .
2.  $\frac{1}{2} L$ .
3.  $R^2$ .
4.  $45^\circ$ .
5.  $\frac{H\sqrt{2}}{2}$ .
6. 1)  $\frac{1}{4} \pi R^2$ ; 2)  $\pi R^2 \cdot \frac{m^2}{(m+n)^2}$ .
7.  $500$ .

8.  $R^2$ . 9.  $2H^2$ . 10. 1)  $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ ; 2)  $100\sqrt{2} \approx 141,4 \text{ sm}^2$ .
11.  $\frac{3}{4}L$ . 12.  $3 \text{ sm}$ . 13.  $\frac{HRV\sqrt{2}}{H+RV\sqrt{2}}$ .
14.  $\frac{HRV\sqrt{3}}{H+RV\sqrt{3}}$ . 15.  $80\pi$ . 16.  $24\pi$ .
17.  $\approx 25,3 \text{ m}^2$ . 18.  $\approx 38 \text{ vet}$ . 19.  $\approx 17,1 \text{ m}$ .
20. 1)  $240\pi \text{ sm}^2$ ; 2)  $286,72\pi \text{ m}^2$ . 21.  $11 \text{ sm}$ ;  $11 \text{ sm}$ ;  $8 \text{ sm}$ .
22. 2:1. 23. 1) 1:2:3; 2)  $\pi H^2$ . 24. 2:3.
25. Ültanьнын radiusь şet һәм orta qatnasta bөлjengen çasaуşьнын ыль ylesjne ten.
26. 1) Çasaуşьсь ыltanьнын diametrjне ten (tentөreplj konus).  
2) Ültanьнын radiusь şet һәм orta qatnasta bөлjengen çasaуşьнын ыль ylesjne ten.
27. 1)  $\approx 216^\circ$ ; 2)  $360^\circ \cdot \frac{R}{L}$ ; tentөreplj konus bolqanda  $180^\circ$ ; 3) a)  $\approx 225^\circ$ ; b)  $\approx 312^\circ$ .
28. 1)  $30^\circ$ ; 2)  $1 \text{ m}$ . 29. 1)  $25 \text{ sm}^2$ ; 2)  $11 \text{ sm}^2$ ; 3)  $\frac{\pi M V \sqrt{15}}{3}$ . 31.  $\pi:V\sqrt{7}$ .
32.  $20 \text{ sm}$ . 33.  $\frac{nH \pm \sqrt{n^2 H^2 - 2nHL}}{2n}$ ;  $\frac{3}{4}H$ ,  $\frac{1}{4}H$ .

## § 15.

1.  $5 \text{ m}$ . 2.  $R - r$ . 3.  $20 \text{ sm}$ . 4.  $2H$ .
5.  $a$  һәм  $2a$ . 6.  $30 \text{ dm}^2$ . 7. 1)  $9 \text{ m}^2$ ; 2)  $\frac{1}{4}(V\overline{M} + V\overline{m})^2$ .
8.  $9$  һәм  $16$ . 9.  $\frac{1}{3}$  һәм  $\frac{2}{3}$ . 10.  $4 \text{ sm}$ . 11.  $35\pi \text{ dm}^2$ .
12.  $2\pi(R^2 - r^2)$ . 13.  $100\pi \text{ sm}^2$ . 14. 1)  $15 \text{ m}$ ; 2)  $28 \text{ dm}$  һәм  $12 \text{ dm}$ .
15.  $1,04 \text{ m}^2$ . 16.  $\approx 0,942 \text{ m}^2$ . 17.  $4,3 \text{ kg}$  şamaly 18.  $\approx 7025 \text{ sm}^2$ .
19. 1)  $5 \text{ sm}$ ; 2) a)  $5 \text{ sm}$ ; b)  $9 \text{ sm}$ . 20.  $2\pi F$ . 21.  $\frac{SR^2}{R^2 - r^2}$ .
22.  $\frac{2Rr}{R+r}$ . 23. 1)  $\pi(R^2 - r^2)\sqrt{2}$ ; 2)  $2(Q - q)$ .
24. 1)  $\frac{SH}{L\pi}$ ; 2)  $\frac{1}{\pi}V\overline{S^2 - (Q - q)^2}$ . 25.  $1 + V\sqrt{6} \approx 3,45 \text{ sm}$ .

## § 16.

1.  $24 \text{ m}^2$ . 2.  $6 \text{ sm}$ .
3. 1)  $8,4$ ; 2)  $9,57 \text{ sm}$ ; 3)  $\approx 71 \text{ kg}$ . 4. 1)  $\frac{1}{9}I^3\sqrt{3}$ ; 2)  $\frac{1}{6}S\sqrt{\frac{1}{6}S}$ .



5. 1) 3 sm; 2) 25 sm; 3) 6.  
 7. 1,8. 8.  $\approx 2,29$  m.  
 11. 1,23 m; 0,94 m; 0,67 m.  
 13. Ekj ese. 14. 1) 30 m; 2) 3 sm.
6. 1:8; 1:27; 1:64; 1:n<sup>3</sup>.  
 9.  $\approx 0,11$  mm. 10.  $\approx 0,46$  m.  
 12.  $\sqrt[3]{2} \approx 1,26$ ;  $\sqrt[3]{3} \approx 1,44$ ;  $\sqrt[3]{n}$ .
15. 1) 4500 sm<sup>3</sup>; 2)  $\frac{mnQV\overline{Q}}{m^2 + n^2}$ . 16. 1) 6 m<sup>3</sup>; 2)  $V\overline{Q_1Q_2Q_3}$ .
17.  $\frac{1}{8} l^3 \sqrt{2}$ . 18.  $\frac{abS}{4(a+b)}$ . 19. 1) 360 sm<sup>3</sup>; 2) 36 m<sup>3</sup>.
20. 60 sm<sup>3</sup>. 21. 780 sm<sup>3</sup>. 22. 1) 3 m<sup>3</sup>; 2)  $\sqrt{\frac{MNQ}{2}}$
23. 525 sm<sup>3</sup>; 290 sm<sup>2</sup>. 24. 10 sm; 144 sm<sup>2</sup>;  $\frac{135\sqrt{3}}{2} \approx 116,9$  sm<sup>3</sup>.
25. 17 280 sm<sup>3</sup>. 26. 1)  $\frac{1}{4} a^2 b \sqrt{3}$ ; 2)  $a^2 b$ ; 3)  $1,5 a^2 b \sqrt{3}$ .
27. 0,5. 28. 930 kg-dei. 29. 192,72 kg.
30. 1) 3 m<sup>3</sup>; 2)  $8\sqrt{2} \approx 11,3$  sm<sup>3</sup>; 32 sm<sup>3</sup>. 31. 1)  $\frac{1}{8} a^3$ ; 2)  $Q\sqrt{\frac{Q}{3}}$ .
32.  $2\frac{1}{4} R^3$ . 33. 6 m<sup>3</sup>. 34.  $1\frac{1}{2} a$ .
35. 6048 m<sup>3</sup>. 36. 105 m<sup>3</sup>.  
 37. 1) 48 sm<sup>3</sup>; 2) 3,4 m, 3,4 m һәм 3,2 m.  
 39. 35 200 m<sup>3</sup>. 40. 3 adam.  
 42. R<sup>3</sup>. 43.  $\approx 306$  m<sup>3</sup>.  
 44. 200 dm<sup>3</sup>.
45. 1)  $\sqrt{2} m^3$ ; 2)  $a^2 \sqrt{2c^2 - b^2} = 450$  куб бјrljk. 46.  $\frac{1}{2} a^3 \sqrt{2}$ .
47.  $\frac{1}{2} abc \sqrt{2}$ ;  $(a+b)c\sqrt{3}$ ; 45°. 48.  $\frac{1}{2} a^3$ .
49. 2 sm. 50. 1) 45 sm<sup>3</sup>; 2) 100 m<sup>3</sup>.
51.  $\frac{1}{8} a^3 \sqrt{2}$ ;  $\frac{1}{2} a^2 (2 + \sqrt{2})$ . 52.  $\frac{1}{8} ac \sqrt{12a^2 - 3c^2}$ .
53. 1) 3060 m<sup>3</sup>; 2) 1 m<sup>3</sup>. 54. 2 m<sup>3</sup>. 55. am<sup>2</sup> куб. бјrljk.  
 56. 0,75 mm-dei. 57. 0,95-tei. 58.  $\approx 2,45$  mm<sup>2</sup>.  
 59.  $\approx 8,4$  mm. 60.  $\approx 4500$  l. 61.  $\approx 630$  sm<sup>3</sup>.  
 62.  $\pi a^3$ . 63.  $4\pi \sqrt{2}$  куб бјrljk.
64. 1) 1:8; 1:27; 1:n<sup>3</sup>; 2) radiusların qatnasındai, bјrljklerjn qatnasındai; 3) 2 ese; n ese; 4)  $\sqrt{2} \approx 1,4$  ese;  $\sqrt{n}$  ese; 5) 4.
65. 1)  $v_2:v_1=1:2$ ; 2)  $v_2:v_1=1:8$ .
66. 4:1. 67.  $\frac{SC}{4\pi}$ . 68. 1)  $\frac{a^3}{4\pi}$ ; 2)  $\frac{3H^3}{4\pi}$ .
69.  $V_1:V_{II}=1:2$ ; 2)  $S_1$  qaptal set :  $S_{II}$  qaptal set = 1:1;  $S_1$  tolbg set :  $S_{II}$  tolbg =  $(\pi + 0,25):(\pi + 1) \approx 3,39:4,14 \approx 0,82$ .

70.  $\frac{3}{4} \pi a^3$ .

71.  $\approx 200 \text{ kg}$ .

72.  $\approx 39 \text{ kg}$ .

73.  $\approx 61 \text{ kg}$ .

74.  $\approx 4 \text{ kg}$ .

75.  $240 \text{ g}$ .

## § 17.

1)  $\frac{a^2}{12} \sqrt{3b^2 - a^2}$ ; 2)  $\frac{1}{6} a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}$ ; 3)  $\frac{1}{2} a^2 \sqrt{3(b^2 - a^2)}$ .

2.  $32 m^3$ .

3.  $7 \text{ sm}$ .

4. 1)  $h(k^2 - h^2) \sqrt{3}$ ; 2)  $\frac{1}{6} \sqrt{Q(S^2 - Q^2)} = 12$ . 5. 1)  $\frac{1}{6} b^2$ ; 2)  $\frac{1}{24} a^3 \sqrt{2}$

6.  $a^2 \sqrt{3}$ ;  $\frac{1}{12} a^3 \sqrt{2}$ . 7.  $2a^2 \sqrt{3}$ ;  $\frac{1}{3} a^3 \sqrt{2}$ .

8.  $\frac{1}{24} a^3 \sqrt{2}$ ; 2 ese ks.

9. 1) 6:1; 2) 9:2.

10. 1)  $\frac{1}{12} a^3$ ; 2)  $\frac{1}{3} h^3 \sqrt{3}$ . 11. 1)  $\frac{3}{4} a^3$ ;

2)  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} V$ ;  $60^\circ$ .

12.  $360 m^3$ .

13.  $120 \text{ sm}^3$ .

14.  $48 \text{ sm}^3$ .

15.  $\frac{Q \sqrt{Q}}{3 \sqrt[3]{3}}$ .

16.  $420 \text{ sm}^3$ .

17. 1)  $1800 \text{ sm}^3$ ; 2)  $16 \text{ sm}^3$ .

18.  $60 \text{ sm}^2$ .

19.  $\approx 889 \text{ sm}^3$ .

20.  $\frac{1}{6} abc$ .

21. 1)  $8 \text{ sm}^3$ ; 2)  $4 m^3$ .

22.  $\sqrt{11} \text{ куб. вјrljk}$ .

23.  $400 \text{ sm}^3$ ;  $180 \text{ sm}^2$ .

24.  $\frac{1}{3} m^3$ .

25.  $80 \text{ sm}^3$ .

26.  $576 \text{ sm}^3$ .

27. 1)  $\frac{1}{8}$ ; 2)  $\frac{h}{\sqrt[3]{2}} \approx 0,8h$ . 28. 1:7:19:37:61.

29.  $1:(\sqrt[3]{2} - 1):(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$ .

30. 27:98.

31. 1:9; 1:27.

32.  $16\pi$ .

33.  $10 \text{ t}$  şamasında.

34.  $720 \text{ çyk}$ .

35.  $\approx 1,6 \text{ t}$ .

36.  $\approx 0,35 \text{ m}$ .

37.  $9\pi m^3$ .

38.  $12\pi \text{ sm}^3$ .

39.  $96\pi \text{ sm}^2$ .

40.  $\frac{C^2}{24\pi^2} \sqrt{4\pi^2 l^2 - C^2}$ . 41.  $\frac{1}{3} \sqrt{\frac{(S^2 - Q^2) Q}{\pi}}$ . 42.  $200\pi m^2$ .

43.  $24\pi \text{ sm}^3$ .

44.  $\frac{1}{8} \pi l^3$ .

45.  $\frac{7}{27} V$ .

46. 1)  $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ ; 2)  $\sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{2}$ .

47. 1)  $\frac{3V}{\pi R}$ ; 2)  $\frac{1}{3} M \sqrt{\pi Q}$ ;  $\sqrt{\pi M^2 + Q^2}$ .

48. 25:36.

49.  $2,9 \text{ dm}^3$ . 50.  $\frac{1}{2} R \sqrt[3]{4} \approx 0,8 R$ . 51.  $\frac{\pi a^3}{108} \sqrt[3]{6}$ ;  $\frac{\pi a^2}{4}$ .
52.  $\frac{1}{4} \pi a^3$ ;  $\pi a^2 \sqrt[3]{3}$ . 53.  $\frac{1}{3} \pi b h^2$ .
54.  $\frac{\pi a^2 b^2}{3 \sqrt{a^2 + b^2}}$ ;  $\frac{\pi a b (a + b)}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .
55. 1)  $4800 \pi \text{ sm}^3$ ;  $1320 \pi \text{ sm}^2$ ; 2)  $\frac{1}{4} \pi a^3$ ;  $\frac{1}{2} \pi a^2 (3 + \sqrt[3]{3})$ .
56. 1)  $448 \pi \text{ sm}^3$ ;  $216 \pi \text{ sm}^2$ ; 2)  $800 \pi \text{ sm}^3$ ;  $1080 \pi \text{ sm}^2$ .
57.  $240 \pi \text{ sm}^3$ ;  $84 \pi \sqrt[3]{3} \text{ sm}^2$ . 58.  $\frac{1}{2} \pi a^3$ ;  $\frac{1}{2} \pi a^2 (3 + \sqrt[3]{3})$ .

### §. 18.

1. 1)  $1520 \text{ l}$ ; 2)  $10 \text{ m}$ . 2.  $52 \text{ m dei}$ . 3.  $10 \frac{1}{3} \text{ m}^3$ .
4.  $2325 \text{ m}^3$ . 5. 1)  $20 \text{ m}^2$ , ҳам  $45 \text{ m}^2$ ; 2)  $5 \text{ m}$ .
6. 1)  $8 \text{ m}^2$ ; 2)  $2 \text{ sm}^2$  ҳам  $8 \text{ sm}^2$ . 7.  $128 \text{ m}^2$  ҳам  $50 \text{ m}^2$ .
8.  $1900 \text{ m}^3$ .
9. 1)  $\frac{1}{12} (a^2 + ab + b^2) \sqrt[3]{3l^2 - (a - b)^2}$ ;  
 2)  $\frac{1}{3} (a^2 + ab + b^2) \sqrt[3]{l^2 - \frac{1}{2} (a - b)^2}$ ;  
 3)  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2} (a^2 + ab + b^2) \sqrt[3]{l^2 - (a - b)^2}$ .
10. 1)  $10 \frac{1}{2} \text{ m}^2$ ; 2)  $1900 \text{ m}^3$ .
11.  $109 \text{ sm}^3$ . 12.  $\frac{1}{2} (a^3 - b^3)$ .
13. Ортасындағы бөлегінң көлемі.  $28 \text{ sm}^3$ , шеткісінң 12  $\text{sm}^3$ .
14. 3:4. 15.  $abh$ . 16.  $\frac{2}{3} abh$ .
17.  $4\sqrt[3]{2} \text{ m}$ ;  $37 \text{ m}^3$ ;  $152 \text{ m}^3$ . 18.  $\frac{Qh \sqrt[3]{Q}}{3(\sqrt[3]{Q} - \sqrt[3]{q})}$ ;  $\frac{qh \sqrt[3]{q}}{3(\sqrt[3]{Q} - \sqrt[3]{q})}$ .
19.  $\frac{VQ \sqrt[3]{Q}}{Q \sqrt[3]{Q} - q \sqrt[3]{q}}$ . 20.  $\frac{7m^2 + 4mn + n^2}{7n^2 + 4mn + m^2} = \frac{73}{31}$ .
21.  $\approx 2\%$ . 22.  $\approx 1 \text{ m}^3$ . 23.  $\approx 49 \text{ l}$ .
24.  $\frac{1}{3} \pi (R^3 - r^3)$ . 25.  $63 \pi \text{ куб. вјрлјк}$ . 26.  $84 \pi \text{ m}^3$ .
27. 1)  $8 \text{ sm}$ ; 2)  $2 \text{ m}$ ;  $5,5 \text{ m}$ ;  $12,5 \text{ m}$ ; 3)  $7 \text{ sm}$ . 28.  $7 \text{ sm}$ .
29.  $54 \text{ sm}^3$ . 30. 1)  $457 \pi \text{ sm}^3$ ; 2)  $\frac{7}{24} \pi R^3 \sqrt[3]{3}$ .

31.  $\frac{1}{3} \pi^2 (R^3 - r^3)$ . 32. 10 sm həm 20 sm. 33.  $3020\pi \text{ sm}^3$ ;  $476\pi \text{ sm}^2$ .
34. 1)  $R = 4r$ ; 2)  $r = R \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$  iaqni  $r$ , orta həm şet qatnasta bəljən  
 $R$  dən üllə bəljəne tən boladı.
35. 14 sm. 36.  $218\pi \text{ sm}^3$ ;  $386\pi \text{ sm}^3$ ;  $602\pi \text{ sm}^3$ .
37. 7:19:37. 38.  $\frac{R^3 - r^3}{R^2}$ . 39.  $\approx 1,05 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ .
40.  $\frac{2}{3} \pi R r h$ .

## § 19.

2.  $\approx 1312 \text{ arba}$ . 3.  $\frac{1}{6} h [(2a + a_1)b + (2a_1 + a)b_1] m^3$ .
4.  $\approx 0,79 m$ . 5.  $\approx 28 m^3$ . 6.  $52,5 \text{ dm}^3$ .
7.  $\approx 53,4 \text{ dm}^3$ . 8.  $\frac{1}{6} h h_1 (a + b + c) = \frac{h h_1}{2} \cdot \frac{a + b + c}{3}$ .
9. 10 sm. 10.  $\frac{1}{2} a^2 (b + c)$ ;  $2a (b + c)$ .
11.  $1900 \text{ sm}^3$ ;  $1080 \text{ sm}^2$ . 12. 2)  $3456 \text{ sm}^3$ .
13.  $\frac{1}{12} a^2 \sqrt{3} (l + m + n)$ ;  $a (l + m + n)$ .

## § 20.

1. 1)  $16\pi m^2$ ; 2) 3:4. 2. 2 sm. 3.  $\approx 4,8 \text{ sm}$ .
4.  $\frac{1}{4} \pi R^2$ . 5.  $\frac{1}{4} \pi R^2$ . 6. 1)  $\pi R$ ; 2)  $785 \text{ km}$ .
7. 12 sm. 8. 12 sm. 9. 24  $\pi$ .
12. 1)  $\pi R \sqrt{3}$ ; 2)  $4\pi m$ . 13. 3 sm. 14. 8 sm.
15.  $36 \text{ dm}^2$ . 16.  $\sqrt{r_1^2 + r_2^2}$ . 17. 5 sm. 18.  $\approx 67 \text{ sm}$ .

## § 21.

1. 1)  $\frac{4}{3} \pi m^3$ ; 2) 27 ese; 64 ese. 2. 14 sm şamasında.
3. 1) 39 sm şamasında; 2) 6 sm. 4.  $\approx 168$ .
5. 1) 1000; 20 sm; 2) 216.
6. Qoroşanın aurluğu 0,012 g artadı; şişə şarın aurluğu 2,8 g artadı. Demek şişə şar tısnıj tıjs.
7. 1)  $33 \frac{1}{3} \%$ ; 2)  $\approx 47,8\%$ . 9.  $\approx 2148 \text{ sm}^3$ . 10.  $1866 z \approx 1,9 \text{ kg}$ .
11. 10 sm həm 7 sm. 12.  $R \sqrt[3]{\frac{3\pi + 1}{2\pi}}$ . 13.  $R \sqrt[3]{12} \approx 2,3 R$ . 14.  $\approx 286 \text{ sm}$ .

15.  $45\pi \text{ sm}^3$  həm  $243\pi \text{ sm}^3$ . 16. 0,028. 17.  $\frac{13}{24}$ .  
 18.  $\approx 1995 \text{ m}^3$ . 19. 5:16. 20.  $3528\pi \text{ sm}^2$ . 21.  $\approx 62 \text{ kg}$ .  
 22.  $\approx 640 \text{ sm}^3$ . 23.  $\frac{1}{3} \pi R^3$ . 24.  $112,5 \pi \text{ dm}^3$ . 25.  $\frac{1}{3} \pi R^3 (2 - \sqrt{3})$ .  
 26.  $\frac{1}{3} \pi R^3$ ,  $\frac{2}{3} \pi R^3$  həm  $\frac{1}{3} \pi R^3$ . 28.  $12 \frac{2}{3} \pi \text{ m}^3$  iamas  $144 \frac{2}{3} \pi \text{ m}^3$ .  
 29.  $34182\pi \text{ sm}^2$ . 30.  $6 \text{ sm}$ .  
 31. Kəlem tavu pışın verijgen  $V = \frac{1}{6} \pi a^3$  anlatrasına dengelektjn radius kjrmeidj.

## § 22.

1. 1)  $4 \text{ m}^2$ ; 2)  $M$ ; 3)  $3\pi R^2$ .  
 2. 1)  $314,16 \text{ sm}^2$ ; 2)  $562,5\pi \text{ m}^3$ ; 3)  $\sqrt[3]{36\pi V^2}$ .  
 3. 1) 16 ese həm 64 ese artadı; 25 ese həm 125 ese; 2)  $\sqrt{m^3} : \sqrt{n^3}$ ; 3)  $\sqrt[3]{m^2} : \sqrt[3]{n^2}$ .  
 4. Ünlü bet qalqan ekeujn qosındısına teñ voladı.  
 5.  $25\pi \text{ m}^2$ . 6. 3. 3) 3. 7.  $S_s : S_{ts} = \sqrt[3]{18} : 3 \approx 0,87$ . 9.  $400\pi \text{ m}^2$  iamas  $1100\pi \text{ m}^2$ .  
 10.  $R(\sqrt{3} - 1)$ . 11.  $910\pi \text{ sm}^2$ . 12.  $\pi \sqrt{(r^2 - r_1^2 - h^2)^2 + 4r^2 h^2}$ .  
 13.  $2R \frac{m-1}{m}$ ;  $\frac{3}{2} R$ . 15.  $\pi(r^2 + h^2)$ . 16.  $\frac{21\pi Q}{4\pi - 3\sqrt{3}}$ .  
 18. 1)  $180\pi \text{ sm}^2$ ; 2)  $3R$ . 19.  $2Q(4 - \sqrt{2})$ . 20.  $\frac{1}{5}$ .  
 21.  $512\pi \text{ sm}^2$ . 22.  $\approx 840 \text{ m}^2$ .

## § 23.

1.  $\frac{1}{2} a$ ;  $\frac{1}{2} a \sqrt{3}$ . 2. 1)  $7 \text{ sm}$ ; 2)  $3 \text{ sm}$ . 3.  $8 \text{ dm}$ . 4.  $11 \text{ m}$ .  
 5.  $12R^2 \sqrt{3}$ . 6.  $4 \text{ m}$ . 7.  $18 \text{ sm}$ . 8.  $13 \text{ sm}$ .  
 9.  $18R^2 \sqrt{3}$ . 6.  $4R^3 \sqrt{3}$ . 10. 1:2:3. 11. 1:5.  
 12.  $\frac{b^2}{2h}$ . 13.  $3 \text{ m}$ . 14. 1)  $\frac{1}{4} a \sqrt{6}$ ;  $\frac{1}{12} a \sqrt{6}$ ; 2) 1:3:9. 15.  $\frac{1}{2} a \sqrt{2}$ ;  
 $\frac{1}{6} a \sqrt{6}$ . 16. 1)  $\frac{1}{3} h$ ; 2)  $h(\sqrt{2} - 1)$ . 17.  $8,1 \text{ sm}$ . 18.  $54 \text{ sm}^3$ .  
 19.  $1,5 \text{ h}$ . 20. 1)  $H = R$ ; 2)  $H > R$ ; 3)  $H < R$ . 21.  $2 \text{ dm}$ .  
 22.  $5 \text{ sm}$ . 23.  $5 \text{ m}$ . 24.  $13 \text{ sm}$ . 25.  $56R^2$ .  
 26.  $S_{seg} = \pi R^2 (2 - \sqrt{2})$ ;  $S_{poias} = 2\pi R^2 \sqrt{2}$ .  
 27. 2:3 (Ekeuj de). 28.  $\frac{2Sm(m+n)}{4m^2 + n^2}$ . 29.  $\frac{l^2}{2h}$ .  
 30.  $8 \text{ sm}$  iamas  $2 \text{ sm}$ . 31.  $9\pi \text{ m}^2$ ;  $3\pi \text{ m}^3$ . 32.  $3 \text{ m}$ . 33. 9:4.



34.  $2\pi r \frac{l-r}{l}$ .      36.  $\pi r^2 (5\sqrt{2} + 7)$ .      37.  $12 \text{ sm}$ .  
 38.  $20 \text{ sm}$ .      39.  $5 \text{ m}$ .      40.  $2 \text{ sm}$  iamaşa  $14 \text{ sm}$ .      41.  $\sqrt{Rr}$ .  
 3.  $169\pi \text{ sm}^2$ ;  $532\pi \text{ m}^3$ .      44.  $\frac{1}{3} R$ ;  $\frac{1}{3} \pi R \sqrt{3}$ .  
 45.  $9 \text{ dm}$ .      46.  $\frac{1}{2} R (\sqrt{6} \pm 2)$ .      47.  $\frac{4R}{m+1}$ ;  $\frac{4}{3} R$ .  
 48.  $\frac{6R}{m+2}$ ;  $\frac{3}{2} R$ .      49.  $9:64$ .

## § 24.

1.  $\pi a^3 \sqrt{2}$ ;  $4\pi a^2 \sqrt{2}$ .      2. 1)  $3\pi a^3$ ;  $12\pi a^2$ ; 2)  $4:5$ .      3. 1)  $1:2:3$ .  
 5.  $\frac{1}{2} \pi a^3$ ;  $2\pi a^2 \sqrt{3}$ .      6.  $\frac{3}{4} \pi a^3 \sqrt{3}$ ;  $9\pi a^2$ .      7.  $\frac{1}{4} \pi a^3$ ;  $5\pi a^2 \sqrt{3}$ .  
 8.  $\frac{1}{6} \pi a^3 (3 + 2\sqrt{3})$ ;  $\pi a^2 (3 + \sqrt{3})$ .  
 9. 1)  $\pi a^3$ ;  $2\pi a^2 \sqrt{3}$ ; 2)  $\frac{7}{12} \pi a^3 \sqrt{3}$ ;  $3,5\pi a^2$ .      10.  $4,5\pi a^3$ ;  $6\pi a^2 \sqrt{3}$ .  
 11.  $3\pi a^3 \sqrt{3}$ ;  $12\pi a^2$ .      12.  $9\pi a^3$ ;  $12\pi a^2 \sqrt{3}$ .      13.  $280\pi \text{ sm}^3$ ;  $270\pi \text{ sm}^2$ .  
 14.  $3400\pi \text{ sm}^3$ ;  $1440\pi \text{ sm}^2$ .      15.  $504\pi \text{ sm}^3$ ;  $504\pi \text{ sm}^2$ .      16.  $60\pi \sqrt{3} \text{ sm}^3$ ;  $120\pi \text{ sm}^2$ .  
 18.  $4\pi Q$ .  
 19. 1)  $\frac{3}{4} \pi a^3 \sqrt{3}$ ;  $6\pi a^2$ ; 2)  $\frac{1}{2} \pi a^3 (\sqrt{2} + 1)$ ;  $2\pi a^2 (2 + \sqrt{2})$ .  
 20.  $\frac{1}{6} \pi a^3 (5 + 3\sqrt{2})$ ;  $3\pi a^2 (1 + \sqrt{2})$ .  
 21.  $\frac{1}{24} \pi R^3 (7 + 2\sqrt{3})$ ;  $\frac{1}{2} \pi R^2 (3,5 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) = \frac{1}{4} \pi R^2 (7 + \sqrt{6} + \sqrt{2})$ .  
 22.  $\frac{3}{4} \pi R^3$ ;  $3\pi R^2$ .      23.  $\frac{7}{12} \pi R^3$ ;  $2\frac{1}{2} \pi R^2$ .  
 24.  $\frac{1}{6} \pi R^3 (3\sqrt{2} - 4)$ ;  $\frac{1}{2} \pi R^2 (4 - \sqrt{2})$ .      25.  $\frac{1}{3} R$ .  
 28. 1)  $\frac{1}{3} \pi R^3 \sqrt{3}$ ;  $1\frac{1}{2} \pi R^2 (2\sqrt{3} + 1)$ ; 2)  $\frac{1}{3} \pi R^3 (2 - \sqrt{2})$ ;  
 $\frac{1}{2} \pi R^2 (4 + 3\sqrt{2})$ .  
 30.  $\approx 34,6 \text{ kg}$ .      31.  $S \approx 75 \text{ dm}^2$ ;  $V \approx 22 \text{ dm}^3$ .  
 32.  $V \approx 2200 \text{ m}^3$ .      33.  $\approx 1583 \text{ sm}^3$  һәм  $\approx 1583 \text{ sm}^2$ .

§ 25.

1.  $\approx 34,6 m^3; \approx 117,5 m^3; \approx 457,9 m^3; \approx 610 m^3$ .
2. 1:2.
3.  $104 sm^2; 64 sm^3$ .
4.  $2\frac{2}{3} R^3; 2:\pi \approx \frac{7}{11}$ .
5.  $\sqrt{\frac{l(R+l)}{2}} = 6$ .
6.  $\frac{2}{\pi} \cdot \frac{m^2 + mn + n^2}{mn}$ .
8.  $260 sm^2; 240 sm^3$ .
9.  $5,84 m^2; \approx 224 kg$ .
10.  $\approx 6,5 m$ .
12.  $\frac{1}{2} R (\sqrt{2m+1} + \sqrt{2m-3})$  һәм  $\frac{1}{2} R (\sqrt{2m+1} - \sqrt{2m-3})$ .
14. 1)  $3:5$ ; 2)  $\frac{3}{8}$ .
15.  $\frac{1}{6} b^3 \sqrt{2\sqrt{5}-4}$ .
16.  $8:1$ .
17.  $24 m^2$ .
18.  $\frac{5}{6} \pi a^2; \frac{\pi a^3}{216} (18 - 5\sqrt{3})$ .
19. Ortalai; 9:7.
20.  $120 m^2$ .
21.  $\frac{5}{6} a^3; a^2 (3 + \sqrt{3})$ .
22.  $\frac{1}{3} a$ .
23.  $\frac{4}{9} a^2 \sqrt{3}$ .
24. 9 ese.
25.  $4800\pi sm^3; 960\pi sm^2$ .
26.  $r\sqrt{3}$  iamas  $r\sqrt{2}$ .
27.  $\approx 155 m^3$ .
28.  $\frac{\pi}{24} (3a^2b + 3ab^2 + 2a^3 + 2b^3 - 16R^3)$ .
29.  $\frac{2\pi a^2 b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \frac{4\pi ab(a+b)}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .
30.  $\pi ab \sqrt{a^2 + b^2}; 2\pi (a+b) \sqrt{a^2 + b^2}$ .
31.  $9 sm, 10 sm$  һәм  $17 sm$ ; kşjsj.
32.  $\frac{1}{2} bh (a+b)$ .
33.  $3:7$ .
34.  $\sqrt{\frac{a^4 + b^4}{a^2 + b^2}}$ .
36.  $\frac{c^3}{16}; \frac{c^2}{4} (2 + \sqrt{6})$ .
37.  $\frac{256\pi}{7} sm^3$ .
38.  $\frac{1}{12} \pi a^3 (15 - 8\sqrt{2})$ .
39.  $3a^2$ .
40. 1)  $7 m$ ; 2)  $5:4$ ; 3) prizmada  $5:4$ ; kesjk piramidada  $5:8$ .
41. 4 ese
42.  $864\pi sm^3; 326\pi \sqrt{3} sm^2$ .

# MAZMUN.

|                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------|----|
| 1. Tegjsljikke perpendikuliar h m qialar . . . . .             | 3  |
| 2. Tur  s  q penen tegjsljik aras ndaq  myie  . . . . .        | 7  |
| 3. Parallel tur lar h m tegjsljikler . . . . .                 | 8  |
| 4. Ekj  aq  myie ler h m perpendikuliar tegjsljikler . . . . . | 14 |
| 5. K r  aq  myie ler . . . . .                                 | 17 |
| 6. D r s k r  aq lar . . . . .                                 | 18 |
| 7. Parallelepipedler h m prizmalar . . . . .                   | 19 |
| 8. Parallelepipedtjn h m prizman n betj . . . . .              | 23 |
| 9. Piramida . . . . .                                          | 26 |
| 10. Piramidan n betj . . . . .                                 | 28 |
| 11. Kesjk piramida . . . . .                                   | 30 |
| 12. Kesjk piramidan n betj . . . . .                           | 32 |
| 13. Tsilindr (d ngelek, tur  tsilindr) . . . . .               | 33 |
| 14. Konus (d ngelek, tur  konus) . . . . .                     | 36 |
| 15. Kesjk konus . . . . .                                      | 39 |
| 16. Parallelepipedtjn, prizma h m tsilindrdjn k lemj . . . . . | 42 |
| 17. Piramidan n h m konust n k lemj . . . . .                  | 51 |
| 18. Kesjk piramidan n h m kesjk konust n k lemj . . . . .      | 56 |
| 19. Prizmatoid (sna) n n h m kesjk prizman n k lemj . . . . .  | 60 |
| 20.  ar h m on n qasietlerj . . . . .                          | 62 |
| 21.  ar h m on n yleslerjn n k lemj . . . . .                  | 64 |
| 22.  ar h m on n yleslerjn n betj . . . . .                    | 67 |
| 23.  ske s   an h m s rtqa s   an  arlar . . . . .             | 69 |
| 24. Ainalu denelerj . . . . .                                  | 73 |
| 25. Aralas v ljm . . . . .                                     | 77 |
|  uaplar  . . . . .                                             | 83 |