

У. АБДУЛЛАЕВ

ЧИЗМА ГЕОМЕТРИЯДАН МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим
вазирлиги олий ўқув юртлари талабалари учун ўқув
қўлланма сифатида тавсия этган*

ТОШКЕНТ — «ЎЗБЕКИСТОН» — 2003

Масъул муҳаррир:
доцент Э. Собитов

Тақризчилар:
техника фанлари номзодлари
А. Мирзаев ва П. Одилов

Муҳаррир:
А. Ҳакимжонов

А $\frac{2004020000-107}{M351(04) 2002}$ —2003

ISBN 5-640-01974-3

© «ЎЗБЕКИСТОН» нашриёти, 2003 й.

СЎЗ БОШИ

Мазкур масалалар тўплами «Чизма геометрия» дарсликлари ва ўқув дастурига мувофиқ тузилган. Берилган масала ва чизмалар ҳар томонлама сараланган бўлиб, чизиш ва ўқишда қулайлик томонлари ҳисобга олинган. Масалаларни ечиш осон бўлиши учун ҳар бир мавзуга тегишли қисқача назарий тушунчалар, айрим масалаларнинг ечиш усуллари, ечимлари ва такрорлаш учун саволлар берилган. Тўпламнинг асосий қисми, ўқувчиларнинг мустақил ва амалий машғулотларда ўқитувчи ёрдамида масала, шунингдек, уйга берилган график ишларни ечишлари учун мўлжалланган. Бир хил шартга эга бўлган масалаларнинг айримлари ўқувчиларнинг билимларини текшириш учун бериладиган синов вазифалари тарзида ва имтиҳон билетлари тузишда ўқитувчи томонидан ажратилиши мумкин.

Муҳандислик графикаси дастурига асосан чизма геометрия фани асосан уч: нуқта, тўғри чизиқ ва текисликларга оид, чизмани қайта тузиш усуллари ва сиртларга оид бўлимлардан иборат. Ҳар бир бўлимга оид мавзулар ўтилгандан сўнг, бўлакли-модулли тизим асосида назоратлар ўтказилади. Назоратда ҳар бир талабага тўртта ёки бешта савол берилади. Берилган саволларни ҳар бирида тўрттадан (буни кафедра аниқлайди) жавоб кўрсатилган бўлиб, шулардан биттаси тўғри ишланган бўлади. Талаба тўртта ёки бешта саволларга жавоб топиб балл тўплайди. Баллар кафедра томонидан тавсия этилган бўлиб, шу баллар асосида талабанинг билими баҳоланади. Шунга асосланган тест саволларидан намуналар китобнинг ҳар бир бўлиmidан кейин берилган. Бу эса жорий ва якуний назоратларга тайёргарлик кўриш ва фанни яна ҳам чуқурроқ ўзлаштиришга талабаларга ёрдам беради.

МАСАЛАЛАРНИ ЕЧИШГА ОИД УМУМИЙ КЎРСАТМАЛАР

Ҳар қандай геометрик масалаларни ечишга киришишдан аввал, унинг шартини аниқ кўз олдига келтириш керак. Масалага оид назарий мавзуларни эслаш ва келтирилган такрорлаш саволларига жавоб қайтариш лозим. Сўнгра берилган масалани ечишга киришиш керак. Бунда қуйидаги кетма-кетликларга риоя қилиш мақсадга мувофиқдир:

1. Фазодаги ҳар қандай нуқта ёки геометрик шакллarning ҳолатларини уларнинг битта эмас, балки иккита ортогонал проекциялари аниқлай олишини тасаввур қилиш.

2. Масаланинг ечилиши тартибини фазода мукамал кўз олдига келтириш.

3. Масалани бажариш режаси ва график тузилишини аниқ кўз олдига келтириш.

4. Масалани ечиш жараёнида асосий ва ёрдамчи нуқталарни ҳарф ва рақамлар билан белгилаш тавсия этилади.

5. Тўпланмада келтирилган масалаларнинг шартларини ва геометрик шаклларни ўзаро жойлашиш вазиятларини аниқ ва равшан кўз олдига келтириш.

6. Чизмаларни ўлчагич асбоблар (учбурчакли чизғичлар ва циркул) ёрдамида чизиш керак. Чизмадаги ёрдамчи чизиқ ва таянч нуқталар сақланиши лозим. Ёрдамчи чизиқлар қаттиқ қаламда (T , $2T$), асосий туташ йўғон чизиқлар эса юмшоқ қаламда (M , TM) бажарилиши лозим.

7. Асосий туташ чизиқлар ёрдамчи чизиқларга нисбатан тахминан уч-тўрт марта, кўринмас йўғон чизиқ эса икки марта йўғон қилиб чизилади.

Қабул қилинган белгилар:

1. Фазодаги нуқталар лотин алфавитининг бош ҳарфлари $A, B, C, D \dots$ ёки $1, 2, 3 \dots$ рақамлар билан.

2. Фазодаги тўғри ва эгри чизиқлар лотин алфавитининг ёзма ҳарфлари $a, b, c \dots$ лар билан.

3. Текислик лотин алфавитининг бош ҳарфлари $P, S, R, Q, K \dots$ лар билан.

4. Проекциялар текислиги — лотин алфавитининг бош ҳарфи билан.

H — горизонтал проекциялар текислиги.

V — фронтал проекциялар текислиги.

W — профил проекциялар текислиги.

5. Проекциялар текисликларини алмаштириш усулидаги янги проекциялар текисликлари — V, H ҳарфининг ўнг томонининг пастки қисмига текисликнинг тартиб номери ёзилади. Масалан, $H_1, V_1, H_2, V_2 \dots$.

6. Геометрик шаклларни берилиши қавсда кўрсатилиб, ёнига шаклнинг белгиланган номи ёзилади.

Масалан, $a(A, B)$ — a тўғри чизиқ A ва B икки нуқталар билан берилган.

$P(A, B, C)$ — P текислик A, B ва C уч нуқта билан берилган;

$P(a, A)$ — P текислик, a тўғри чизиқ ва A нуқта билан берилган;

$P(a \cap b)$ — P текислик кесишувчи a ва b тўғри чизиқлар билан берилган.

7. Бурчаклар грек алфавитининг ёзма ҳарфлари α, β ва γ лар билан берилади.

8. Махсус тўғри чизиқлар: h — горизонтал чизиқ;

f — фронтал чизиқ.

9. Умумий ва махсус вазиятдаги текисликларнинг излари:

P_H — P текисликнинг горизонтал изи;

P_V — P текисликнинг фронтал изи;

10. Айланиш ўқлари — i, j ҳарфлари билан.

11. Нуқта, тўғри чизиқ ва текисликларнинг айлангандан кейинги вазиятлари қуйидагича белгиланади:

Нуқталар — $A', A'', A_2', A_2'' \dots$;

Тўғри чизиқлар — $a_1', a_1'', a_2', a_2'' \dots$;

Текисликлар — P_{H_1}, P_{V_1} .

12. Геометрик шаклларнинг устма-уст тушиш белгиси: « \equiv » — учта чизиқ билан. Масалан, $a \equiv b, A' \equiv B'$.

13. Геометрик шаклларнинг ўзаро тегишлилиги — \in белги билан, масалан, $A \in a$ — A нуқта, a тўғри чизиққа тегишли.

$h \in P$ — h тўғри чизиқ P текисликка тегишли.

14. Геометрик шаклларнинг ўзаро кесишиши « \cap » белги билан: Масалан, $a \cap b, P \cap Q$.

15. « $=$ » — геометрик шаклларнинг кесишишидан ёки бир-бирларини муносабатларидан келиб чиқадиган натижа белгиси, масалан, $F = a \cap b; m = P \cap Q$.

16. \parallel — параллеллик белгиси, масалан, $a \parallel b; a \parallel P$.

17. \perp — перпендикулярлик белгиси, масалан, $a \perp P$.

18. \sphericalangle — тўғри бурчак белгиси

19. \sphericalangle — ёки маъносида

20. \sphericalangle — ва маъносида.

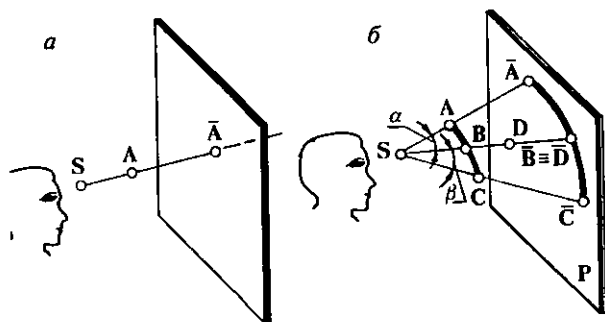
21. \Rightarrow геометрик шаклларни бир-бирларига нисбатан бўлган муносабатларидан келиб чиқадиган хулоса: агар $m \parallel n$ бўлса, унда $m' \parallel n'$ ва $m'' \parallel n''$ бўлади. Яъни $m \parallel n \Rightarrow m' \parallel n', m'' \parallel n''$.

ГЕОМЕТРИК ШАКЛЛАРНИ ТЕКИСЛИКДА ТАСВИРЛАШ УСУЛЛАРИ

1-§. Марказий ва параллел проекциялаш усуллари

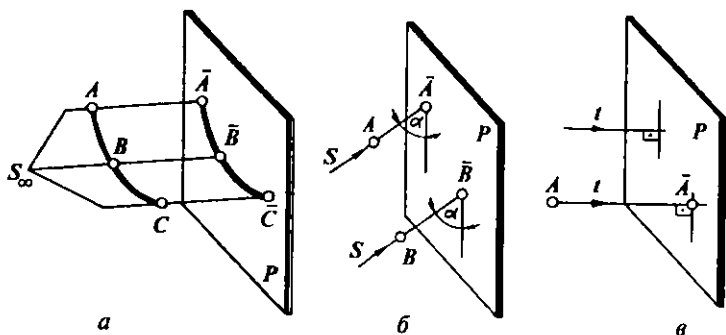
Фазодаги геометрик жисмларнинг текисликдаги тасвирини ҳосил қилиш проекциялаш усулига асосланади. Бу усулнинг асосий геометрик қисми — чизиқдир. Чизиқ ёрдамида нуқта, текислик ва фазовий ҳар қандай шаклларни текисликдаги проекциялари ҳосил қилинади. Агар бирор S нуқта ва P текислик оралигида A нуқта жойлашган бўлса, A нуқтанинг P текисликдаги проекциясини ҳосил қилиш учун S ва A нуқталарни ўзаро бирлаштириб, SA тўғри чизиқни P текислик билан кесишгунча давом эттирилади. Натижада A нуқтанинг P текисликдаги тасвири ёки \bar{A} проекцияси ҳосил бўлади (1-шакл, а). Бу ерда, P — проекциялар текислиги;

SA — проекциялаш нури; \bar{A} — A нуқтанинг P текисликдаги марказий проекцияси ва S — проекциялаш маркази дейилади. Кузатувчи S нуқта орқали қараб нуқтанинг текисликдаги проекциясини аниқлайди. Бундай проекциялаш марказий проекциялаш дейилади. Агар нуқта



1-шакл

ўрнида A, B, C нуқталар орқали берилган эгри чизиқ ва ундан маълум масофада P текислик жойлашган бўлса, A, B, C нуқталарни S билан бирлаштириб, P текислик билан кесишгунча давом эттириб, нуқталарнинг текисликдаги $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ проекцияларига эга бўлинади. Бу нуқталарни кетма-кет равон туташтириб, фазодаги ABC эгри чизиқнинг марказий проекциясига эга бўлинади (1-шакл, б). Кузатувчи S нуқта орқали ABC эгри чизиқни кузатганда бу эгри чизиқ $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ проекциясини тўсиб қолади. Лекин ABC ни йўқ деб фараз қилинса, $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ эгри чизиқ проекцияси ва SA, SB, SC нурлар орасидаги α ва β бурчаклар яққол кўринади; бунда тўғри чизиқ текислик билан фақат битта нуқтада кесишади. Шунинг учун нуқта текисликда битта проекциясига эга бўлиб, фақат ўзининг проекциясини аниқлайди. SB нурда ётувчи ҳар қандай нуқтани P текисликдаги проекцияси \bar{B} нуқта билан қўшилиб қолади. Масалан, SB нурда ётувчи D нуқтанинг текисликдаги проекцияси \bar{D} бўлади. Марказий проекциялашдаги S нуқтани бирор йўналтирувчи S чизиқ бўйича чексизликка узоқлаштирилса, амалда проекцияловчи нурлар ўзаро параллел бўлиб қолади (2-шакл, а). Буни параллел проекциялаш дейилади. 2-шакл, а да $A\bar{A}, B\bar{B}, C\bar{C}$ нурларни ўзаро параллеллиги кўрсатилган ҳамда ABC эгри чизиқнинг P текисликдаги параллел проекцияси тасвирланган. Параллел проекцияларда S проекциялар йўналиши, P



2-шакл

текислик билан ўткир бурчак ташкил қилса қийшиқ бурчакли, (2-шакл, б) агар, тўғри бурчак ташкил қилса тўғри бурчакли параллел проекциялар дейилади (2-шакл, в). A нуқтанинг тўғри бурчакли параллел проекциясини ҳосил қилиш учун A нуқтадан P текисликка перпендикуляр туширилади. Уларнинг кесишган \bar{A} нуқтаси излаётган нуқта бўлади. Бу ерда t нур P текислик билан тўғри бурчак ташкил қилади (2-шакл, в).

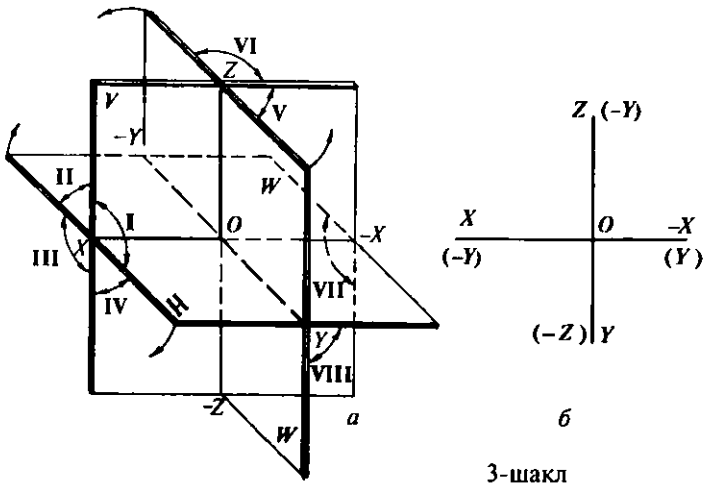
Ўз-ўзини текшириш учун саволлар:

1. Чизма геометрия фанининг вазифаларини айтиб беринг.
2. Қандай проекциялаш усулларини биласиз?
3. Марказий ва параллел проекциялар ўртасида қандай фарқ бор?
4. Проекциялар текислиги ва проекциялаш нури нима ва уни чизмада кўрсатинг.
5. Параллел проекцияларнинг хоссаларини айтиб беринг.
6. Параллел проекциялар неча хил бўлади ва уларни чизмада кўрсатинг.
7. Марказий проекциялашда, проекциялар текислигига параллел ўтувчи нурдаги нуқтанинг марказий проекциясининг қаерда бўлишини айтиб беринг.
8. Нуқтанинг проскцияси деб нимага айтилади?

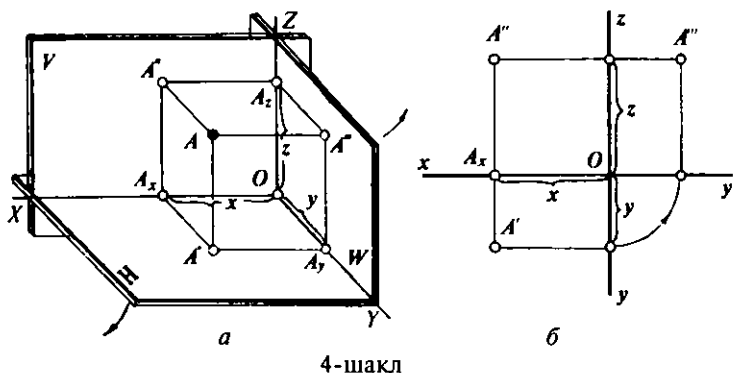
НУҚТА ВА ТҶҒРИ ЧИЗИҚНИНГ ТҶҒРИ БУРЧАКЛИ ПРОЕКЦИЯЛАРИ

2-§. Нуқтани ўзаро перпендикуляр бўлган иккита ва учта текисликка проекциялаш

Тўғри бурчакли (ортогонал) проекциялаш усулида геометрик шакл ўзаро перпендикуляр бўлган иккита ёки учта текисликка тўғри бурчак остида проекцияланади. Бундай текисликлардан бири H — горизонтал, иккинчиси — V — фронтал, учинчиси — W — профиль проекциялар текисликлари деб юритилади. Бу текисликлар ўзаро кесишиб, фазони саккиз қисмга бўлади, уларнинг ҳар бири октант дейилади (3-шакл, a , b). Проекциялар текисликларининг кесишиш чизиғи эса координата ўқлари дейилиб, улар OX , OY ва OZ билан белгиланади. Фазодаги A нуқтанинг H , V ва W текисликлардаги проекцияларини ҳосил қилиш 4-шакл, a да сўнг унинг эпюрини ҳосил қилиш эса 4-шакл, b да кўрсатилган, бунда H ни OX ўқ атрофида соат стрелкаси йўналиши бўйича, W ни эса Z ўқи атрофида ўнгга қўзғалмас қилиб олинган V билан жипслашгунча айлантирилади. Натижада нуқтанинг горизонтал A' ва



3-шакл



4-шакл

фронтал A'' проекциялари (4-шакл, б) OX ўққа, фронтал A'' ва профил A''' проекциялари Z ўққа перпендикуляр боғланиш чизиқларида жойлашади. Нуқтанинг қайси октантда жойлашганлигини аниқлаш учун X , Y ва Z координаталар ўқлари $+$ ва $-$ ишоралар билан белгиланади (3-шакл, а га қаранг).

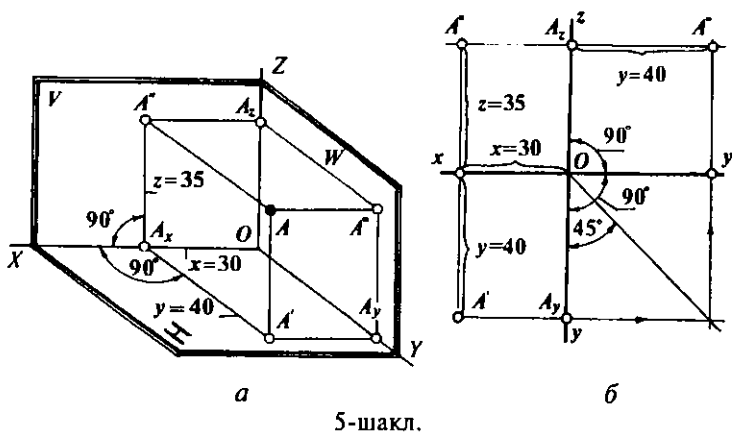
Ўз-ўзини текшириш учун саволлар:

1. Фазодаги нуқталар қандай ёзилади?
2. Нуқталарнинг H , V ва W лардаги проекцияларини белгилашишни чизмада кўрсатинг.
3. Фазодаги нуқтадан H ва V текисликларгача бўлган масофалар қандай белгиланади?
4. Проекциялар текисликлари ўзаро қандай жойланишини қоғозда чизиб кўрсатинг.
5. Нуқтанинг эпюри (комплекс чизмаси) қандай ҳосил бўлади?
6. Октантлар қандай ҳосил бўлади ва нечта октант бор?

Масалалар ва уларнинг ечилиши

1. A нуқтанинг $X=30$, $Y=40$, $Z=35$ мм координаталари берилган. Нуқтанинг фазодаги вазияти ва эпюри ясалсин (5-шакл, а, б)

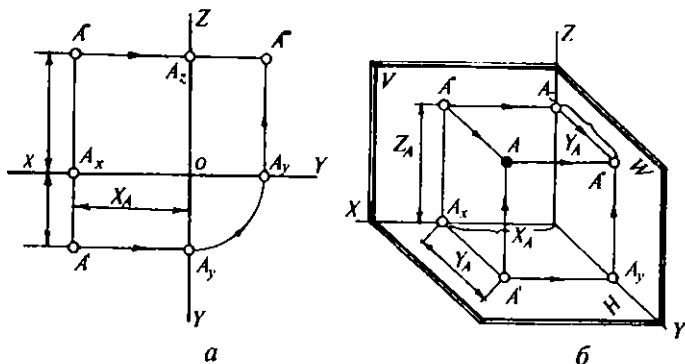
Ечиш: H , V ва W проекциялар текисликлари чизилди (5-шакл, а). Сўнгра OX ўқи бўйича $OA_x=30$, OY ўқи бўйича $A_x A'=40$ мм, OZ ўқи бўйича $A_x A''=35$ мм қиймат-



лар ўлчаб қўйилиб, нуқтанинг горизонтал A' ва фронтал A'' проекциялари аниқланади. Нуқтанинг профил A''' проекциясини аниқлаш учун, A' дан OY га перпендикуляр ўтказамиз ва бу ўқда A_y ни топамиз. Сўнгра A_y дан OY ўқига перпендикуляр қилиб ўтказилган чизиқнинг A нуқтадан W га туширилган перпендикуляр билан кесишган A''' нуқтасини топамиз. A''' ни A' дан OZ ўқигача ўтказилган перпендикуляр орқали ҳам аниқлаш мумкин (5-шакл, а). A нуқтанинг эпюрини ҳосил қилиш учун горизонтал проекциялар текислиги H ни OX ўқ атрофида V текислик билан жипслашгунча соат стрелкаси йўналиши бўйича айлантирилади. Натижада A нуқтанинг A' ва A'' проекциялари OX га перпендикуляр бир боғланиш чизиғида, фронтал A'' ва A''' профил проекциялари эса OZ ўқига перпендикуляр бўлган бир боғланиш чизиғида жойлашади. 5-шакл, б да A нуқтанинг A' , A'' ва A''' вазиятлари алоҳида чизиб кўрсатилган.

2. A нуқтанинг A' , A'' эпюрига кўра, унинг A''' профил проекцияси ва яққол тасвири ясалсин (6-шакл, а ва б лар).

Ечиш: A нуқтанинг A' ва A'' проекцияларига кўра унинг A''' профил проекцияси аниқланади (6-шакл, а да A''' нинг топилиши стрелкалар билан кўрсатилган). Сўнгра эпюлда нуқтанинг X_A , Y_A ва Z_A қийматлари аниқланиб,



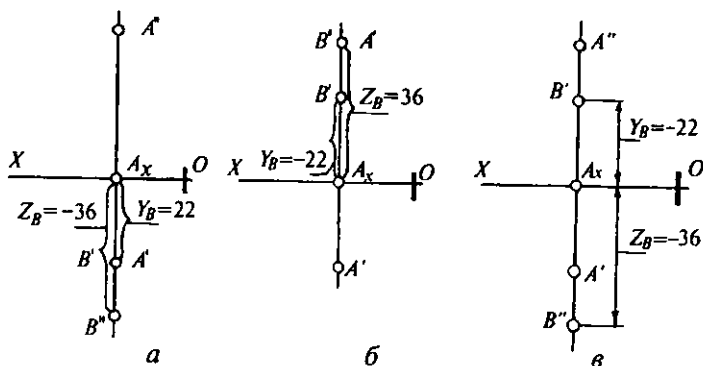
6-шакл

унинг яққол тасвири чизилади (6-шакл, б да A ва A''' ларнинг топилиши стрелкалар билан кўрсатилган).

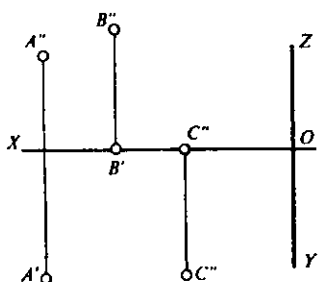
Масалалар

1. Берилган A ва B нуқталарнинг эпюрларига қараб (7-шакл, а, б, в)лар уларнинг қайси чоракда жойлашганлиги аниқлансин.

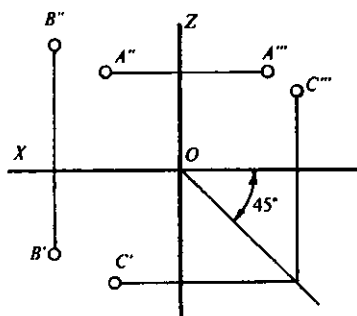
2. A , B ва C нуқталарнинг горизонтал ва фронтал проекцияларига асосан уларнинг X , Y , Z координаталари мм да аниқлансин ва жадвалга ёзилсин (8-шакл).



7-шакл



8-шакл



9-шакл

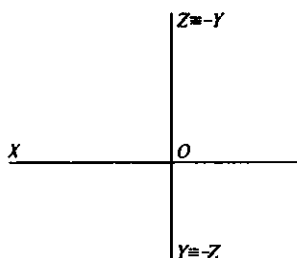
3. A , B ва C нуқталарнинг берилган иккита проекциялари бўйича уларнинг етишмайдиган учинчи проекциялари аниқлансин (9-шакл).

4. $A(25, 30, 15)$, $B(10, 25, 27)$, $C(10, 20, 26)$, $D(40, 0, 30)$, $E(32, 28, -30)$ нуқталарнинг берилган координаталарига кўра яққол тасвирда фазодаги ўрни ва эпюрлари ясалсин (10-шакл).

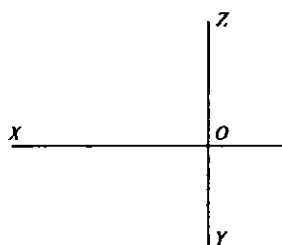
5. Берилган $A(18, 25, 20)$; $B(30, 15, 0)$; $C(0, 20, 0)$ нуқталарнинг эпюрлари чизилсин (11-шакл).

6. B нуқтанинг ($X=28$, $Y=-25$, $Z=22$) координаталарига мувофиқ унинг эпюри ясалсин ва шу нуқтанинг горизонтал, фронтал проекциялар текисликларига нисбатан симметрик бўлган M нуқтанинг эпюри чизилсин (12-шакл).

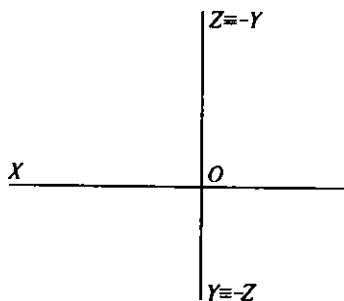
7. Берилган A , B ва C нуқталарнинг икки проекцияларига кўра уларнинг етишмаган учинчи проекциялари аниқлансин ҳамда уларнинг фазовий ўрни ясалсин (13-шакл).



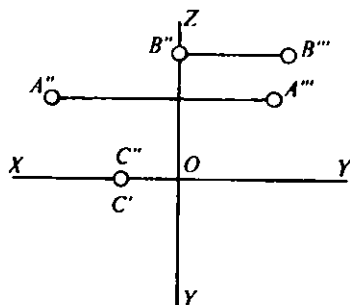
10-шакл



11-шакл



12-шакл



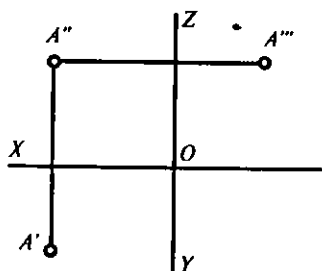
13-шакл

8. Горизонтал проекциялар текислигидан 25 мм, фронтал проекциялар текислигидан 35 мм узоқликда жойлашган ва W текисликда ётувчи A нуқтанинг эпюри ясалсин.

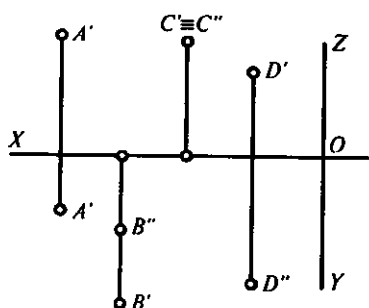
9. Берилган $A(X=20, Y=30, Z=0)$ ва $B(X=30, Y=0, Z=35)$ нуқталарнинг координаталарига кўра уларнинг эпюрлари чизилсин ва нуқталарнинг қайси чоракларда жойлашганлиги аниқлансин.

10. A нуқтанинг берилган эпюридан фойдаланиб, нуқтанинг проекциялар текисликларидан қайси бирига яқин жойлашганлиги аниқлансин ҳамда унинг X, Y, Z координаталари мм да аниқлансин (14-шакл).

11. Берилган A, B, C, D нуқталарнинг эпюрига асосан уларнинг яққол тасвири H ва V текисликлари системасида ясалсин. Нуқталардан қайси бири III чоракда жойлашган. Нуқталардан қайси бири H текисликдан энг узоқда жойлашган (15-шакл).



14-шакл

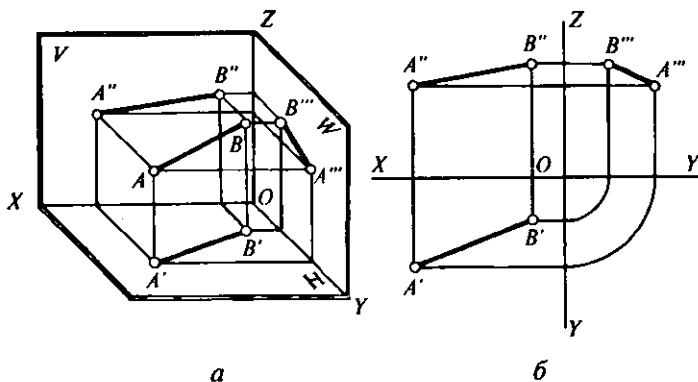


15-шакл

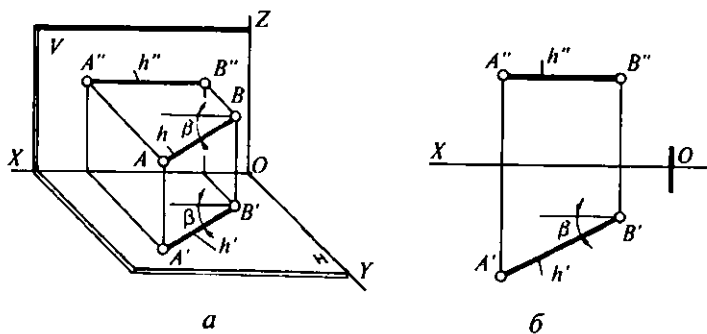
3-§. Тўғри чизиқнинг тўғри бурчакли проекциялари

Тўғри чизиқнинг фазодаги ҳолатини унинг икки нуқтаси аниқлайди. Фазада тўғри чизиқ кесмасини олиб, унинг битта учини $A (A', A'')$ нуқта деб, иккинчи учини $B (B', B'')$ нуқта деб, бу нуқталардан проекциялар текисликларига перпендикулярлар тушириб, уларни бу текисликлар билан кесишган нуқталари аниқланади (16-шакл, а). Сўнгра, A' билан B' ни A'' билан B'' ни ва A''' билан B''' ни ўзаро бирлаштириб, AB кесманинг $A' B'$ горизонтал проекциясини, $A'' B''$ фронтал проекциясини ва $A''' B'''$ профил проекциялари ҳосил қилинади (16-шакл, а) 16-шакл, б да AB кесманинг эпюри кўрсатилган. Тўғри чизиқ проекциялар текисликларига нисбатан махсус ва умумий (ихтиёрий) вазиятларда бўлиши мумкин. Агар тўғри чизиқ проекциялар текисликларидан биттасига перпендикуляр ёки параллел бўлса, бундай тўғри чизиқ махсус вазиятдаги тўғри чизиқ дейилади. Агар тўғри чизиқ проекциялар текисликларидан бирортасига ҳам параллел ёки перпендикуляр бўлмаса, бундай тўғри чизиқ умумий вазиятдаги тўғри чизиқ дейилади (16-шакл, а ва б лар). Махсус тўғри чизиқлар H , V ва W текисликларга нисбатан б хил вазиятда бўлади.

1. Тўғри чизиқ H текисликка параллел жойлашган (17-шакл, а ва б лар). Бундай тўғри чизиқ горизонтал чизиқ



16-шакл



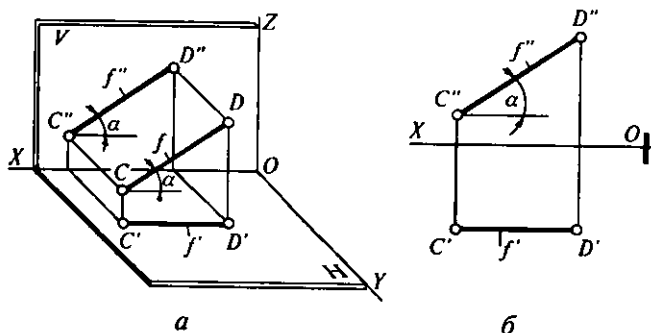
17-шакл

дейилади. Бу ерда $A''B'' \parallel OX$ ва $A'B' = AB$ бўлади. Тўғри чизиқнинг V текисликка оғиш β бурчаги H да ўз ҳақиқий катталигида тасвирланади.

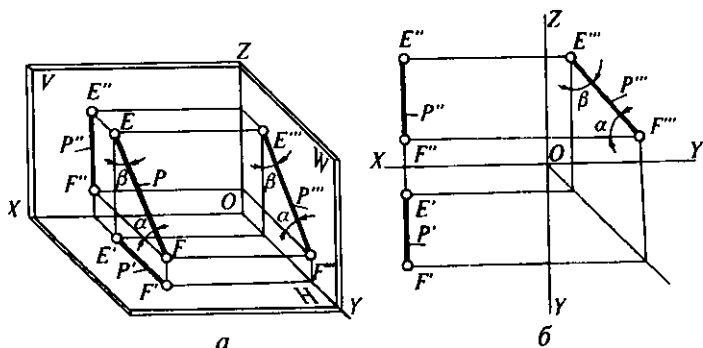
2. Тўғри чизиқ V текисликка параллел жойлашган (18-шакл, a ва b лар). Бундай тўғри чизиқ фронтал чизиқ дейилади. Бу ерда $C'D' \parallel OX$ ва $C''D'' = CD$ бўлади. CD тўғри чизиқнинг H текислиги билан ташкил қилган α бурчаги V га ўз ҳақиқий катталигида тасвирланади.

3. Тўғри чизиқ W текисликка параллел жойлашган (19-шакл, a ва b лар). Бундай, тўғри чизиқ профил чизиқ дейилади. Бу ерда $E'F'$ ва $E''F'' \perp OX$ бўлади. EF тўғри чизиқ билан H ва V текисликлар орасидаги бурчаклар W га ўз ҳақиқий катталикларида тасвирланади ва шунингдек $E''F'' = EF$ бўлади.

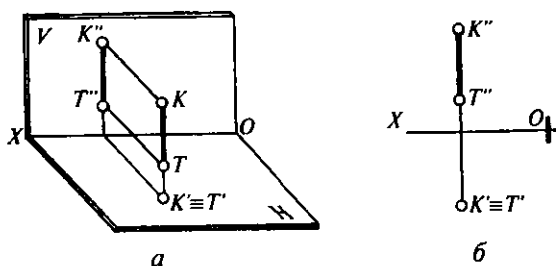
4. Тўғри чизиқ H текисликка перпендикуляр жойлашган. Бундай тўғри чизиқ горизонтал проекцияловчи чизиқ



18-шакл



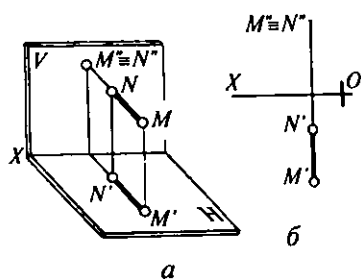
19-шакл



20-шакл

дейлади (20-шакл, *a* ва *б* лар). Бу ерда $K''T'' = KT$ бўлади ва $K' \equiv T'$.

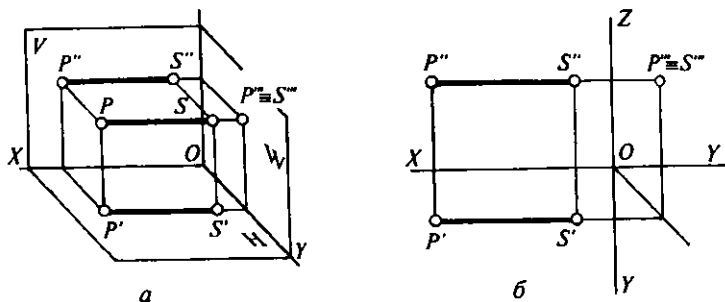
5. Тўғри чизиқ *V* текисликка перпендикуляр жойлашган. Бундай тўғри чизиқ фронтал проекцияловчи чизиқ дейлади (21-шакл, *a* ва *б* лар). Бу ерда $M'N' \perp OX$ ва $M'N' = MN$.



21-шакл

6. Тўғри чизиқ *W* текисликка перпендикуляр жойлашган. Бундай тўғри чизиқ профил проекцияловчи чизиқ дейлади (22-шакл, *a* ва *б* лар). Бу ерда $P'S'$ ва $P''S'' \parallel OX$ ва $P'S' = P''S'' = PS$.

23-шаклда *H* да ётган *AB* кесманинг ва *V* да ётган *CD* кесманинг проекциялари кўрсатилган.

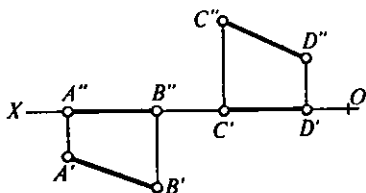


22-шакл

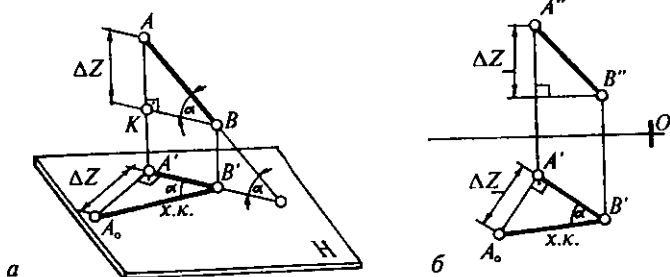
Умумий вазиятдаги тўғри чизиқ кесмасининг ҳақиқий узунлигини ва проекциялар текисликлари билан ҳосил қилган бурчакларини аниқлашни унинг проекцияларидан фойдаланиб топиш

Тўғри чизиқ кесмасининг ҳақиқий узунлиги учун тўғри бурчакли учбурчак яшаш усули қўлланилади, 24-шакл, а да бундай тўғри бурчакли учбурчакни яшаш яққол тасвирда кўрсатилган.

Бу ерда кесманинг B нуқтасидан $BK \parallel A'B'$ тўғри чизиқ ўтказилган ва $\triangle ABK$ ҳосил қилинган. Бу учбурчакнинг битта BK катети кесманинг H текислигидаги проекциясига ($KB = A'B'$), иккинчи AK катети эса кесма A ва B учларининг H текислигидан узоқ-



23-шакл



24-шакл

ликлари айирмасига тенг. ($AK=AA' - BB' = \Delta Z$). Ҳосил бўлган $\triangle AVK$ нинг AV гипотенузаси BK катети билан α бурчак ҳосил қилади. Бу бурчак, AB кесма билан H текислик орасида ҳосил қилган бурчакни ифодалайди (24-шакл, а).

Эпюрда кесманинг берилган проекциялари орқали унинг ҳақиқий катталигини ва H текислик билан ҳосил қилган α бурчагини аниқлаш юқоридаги қоида асосида 24-шакл, б да кўрсатилган. Кесманинг V ва W лар билан ташкил қилган β ва γ бурчаклари ҳам тўғри бурчакли учбурчаклар яшаш усулидан фойдаланиб топилади (26-шаклга қаранг).

Такрорлаш учун саволлар

1. Махсус тўғри чизиқларнинг турларини айтиб беринг ва уларнинг проекциялари чизмада қандай жойлашадилар?

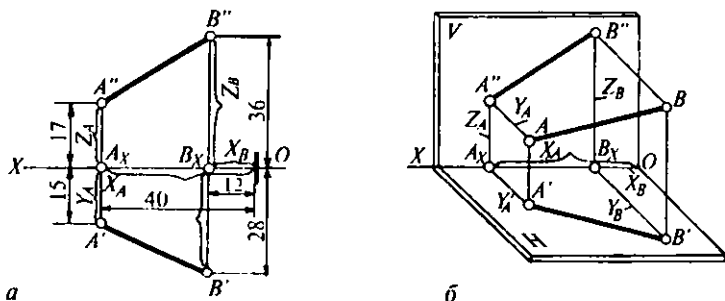
2. Қандай тўғри чизиқни умумий вазиятдаги тўғри чизиқ дейилади. Унинг проекциялари координата ўқларига нисбатан қандай жойлашади?

3. Тўғри чизиқ кесмасининг ҳақиқий узунлигини аниқлашда қандай усулдан фойдаланилади?

4. Тўғри чизиқнинг излари деб қандай нуқталарга айтилади ва улар эпюрда қандай топилишини айтиб беринг.

Мисоллар

1. AB тўғри чизиқ кесмаси горизонтал ва фронтал проекциялари билан берилган (25-шакл, а). Яққол тасвирда кесманинг H ва V проекциялар текисликларидаги проекциялари ва фазодаги вазияти ясалсин.

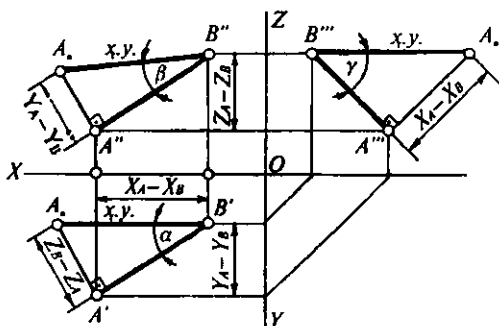


25-шакл

Е ч и ш : AB кесма учларининг X, Y, Z координаталари мм да аниқланади, улар қуйидагичадир: $A(40, 15, 17), B(12, 28, 36)$. Сўнгра, шу қийматларга кўра кесманинг яққол тасвири чизилади. Бунда A ва B нуқталарнинг H да берилган координаталари бўйича A' ва B' проекциялари, сўнгра A'' ва B'' проекциялари топилади ва бирлаштирилади. Проекциялаш қоидаларига асосан кесманинг фазодаги AB вазияти тасвирланади.

2. Умумий вазиятдаги AB тўғри чизиқ кесмаси горизонтал ва фронтал проекциялари билан берилган. Унинг ҳақиқий узунлиги ва H, V ва W текисликлар билан ҳосил қилган α, β, γ бурчаклари аниқлансин (26-шакл).

Е ч и ш : Кесманинг AB узунлиги унинг $A' B'$ ва $A'' B''$ проекцияларига кўра тўғри бурчакли учбурчак ясаш усули билан топилади. Учбурчакнинг битта катети кесманинг $A' B'$ горизонтал проекциясига, иккинчи катети эса кесма учларини H текисликкача бўлган масофалари айирмасига, яъни $Z_B - Z_A$ га тенг. Учинчи томони гипотенуза эса $A. B'$ — кесманинг ҳақиқий узунлигига тенг бўлади. Гипотенуза $A. B'$ ва $A' B'$ катет орасида ҳосил бўлган α бурчак, H текислик билан AB тўғри чизиқ орасидаги бурчакдир. AB кесманинг V ва W лар билан ташкил қилган β ва γ бурчаклари ҳам тўғри бурчакли учбурчак ясаш усулидан фойдаланиб аниқланади, буни 26-шаклдан тушуниб олиш қийин эмас.



26-шакл

Масалалар ечиш

1. Берилган $A(30, 15, 30)$ ва $B(10, 5, 16)$ кесма учларининг координаталарига кўра, AB тўғри чизиқнинг фазодаги тасвири ва эпюри чизилсин.

2. MN тўғри чизиқнинг $M(45, 10, 0)$, $N(10, 35, 35)$ учларининг берилган координаталаридан фойдаланиб, унинг ҳақиқий узунлиги аниқлансин.

3. CD тўғри чизиқнинг $C(50, 32, 35)$ ва $D(10, 0, 0)$ учларининг координаталарини қийматлари бўйича CD тўғри чизиқнинг C учидан 30 мм узоқликдаги M нуқта топилсин.

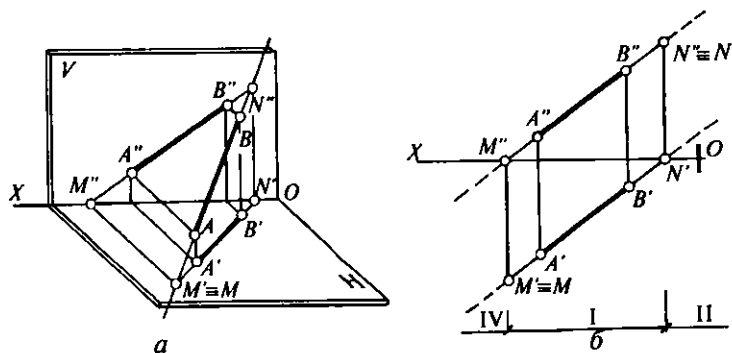
4. AB тўғри чизиқ кесмасининг $A(55, 15, 13)$ ва $B(15, 40, 30)$ учларининг қийматларидан фойдаланиб, кесманинг эпюри ва H , V ва W текисликларга нисбатан оғиш бурчаклари (α , β ва γ лар) аниқлансин.

5. Куйидаги берилган тўғри чизиқ кесмаси учларининг XYZ координаталарига асосан уларнинг эпюрлари ҳамда қайси чоракларда жойлашганлиги аниқлансин.

- 1) $A(20, 18, 0)$, $B(10, 9, 8)$;
- 2) $A(10, -24, 34)$, $B(50, -24, 15)$;
- 3) $A(48, 28, 12)$, $B(10, 10, 35)$;
- 4) $C(40, 13, 0)$, $D(10, 13, 15)$;
- 5) $C(26; -22; 25)$, $D(26, -46, 25)$;
- 6) $C(24; 20, -40)$, $D(44, 40, -5)$

4-§. Тўғри чизиқ излари

Тўғри чизиқнинг проекциялар текисликлари билан кесишиш нуқталари унинг излари деб аталади. 27-шакл, а да M нуқта AB тўғри чизиқнинг H билан кесишган нуқтаси, яъни горизонтал изи, N нуқта эса AB нинг фронтал изидир. Эпюлда AB тўғри чизиқнинг горизонтал изини аниқлаш учун, унинг фронтал проекцияси $A'' B''$ ни OX ўқи билан кесишгунча давом эттирилади (27-шакл, б). Уларнинг кесишган M'' нуқтасидан OX ўқига перпендикуляр чизиқ ўтказилади ва бу чизиқ кесманинг горизонтал проекцияси $A' B'$ билан кесишиб, горизонтал изнинг горизонтал проекцияси M' ни ҳосил қилади. AB чизиқ-



27-шакл

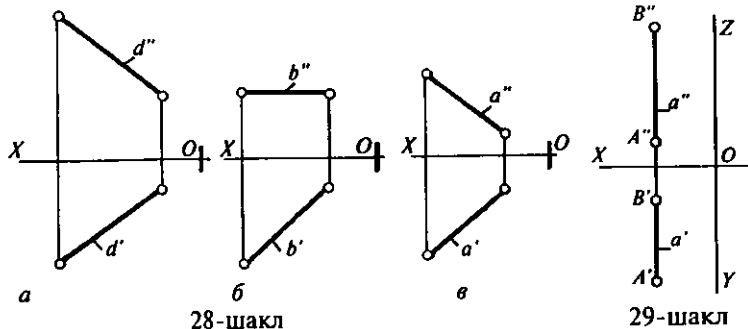
нинг фронтал изи $N(N', N'')$ ни топиш учун унинг горизонтал проекцияси $A'B'$ ни OX билан кесишган нуқтаси N' топилади ва у орқали N'' топилади (27-шакл, б). AB тўғри чизиқ IV, I ва II чораклар орқали ўтади.

Масалалар ечиш

1. 28-шакл, а, б, в ларда берилган тўғри чизиқларнинг горизонтал ва фронтал излари топилсин ва уларни қайси чораклардан ўтиши аниқлансин.

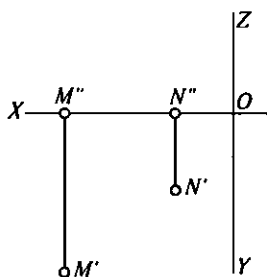
2. $AB(A'B', A''B'')$ профил тўғри чизиқнинг горизонтал ва фронтал излари топилсин ва уни қайси чораклардан ўтиши аниқлансин (29-шакл).

3. $a(a'a'')$ тўғри чизиқнинг излари $M'M''$ ва $N'N''$ берилган. Тўғри чизиқнинг горизонтал ва фронтал проекциялари ясалсин (30-шакл).

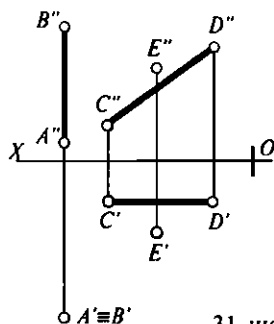


28-шакл

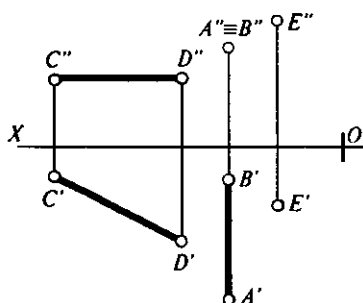
29-шакл



30-шакл



31-шакл



32-шакл

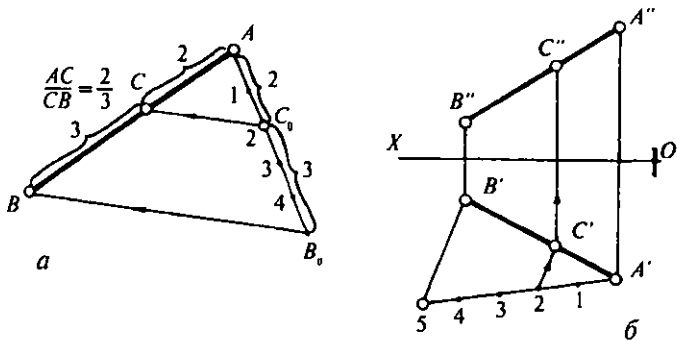
4. E нукта орқали AB ва CD тўғри чизикларни кесиб ўтувчи m тўғри чизикнинг фронтал изи аниқлансин (31-шакл).

5. (E', E'') нукта орқали ўтувчи ва AB, CD тўғри чизикларни кесиб ўтувчи l тўғри чизикнинг горизонтал изи топилсин (32-шакл).

5-§. Кесмани берилган нисбатда бўлиш

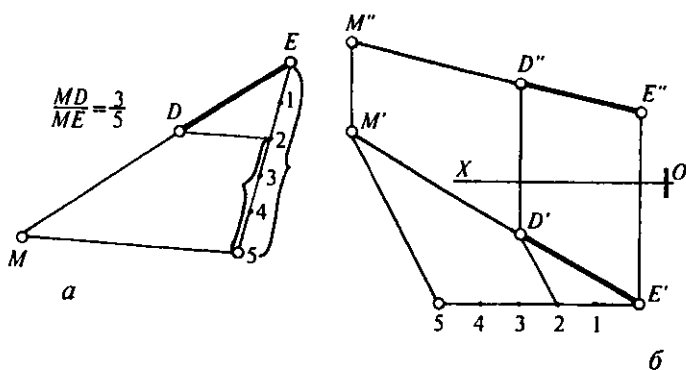
Тўғри чизик кесмасини шу кесма устида ётувчи ҳар қандай нукта берилган нисбатда бўлиши мумкин. Агар нукта кесма устида ётиб, кесмани бирор нисбатда бўлса, ички бўлиш, нукта кесма давомида бўлиб кесмани бирор нисбатда бўлса ташқи бўлиш дейилади. 33-шакл, а да AB кесмани C нукта, ички нисбатда бўлиши кўрсатилган (бу ерда $AC : CB = 2 : 3$ нисбатида бўлинган).

Эпюрда кесмани берилган нисбатда бўлиш учун, масалан, AB ($A' B', A'' B'$) кесмани C нуктада $2 : 3$ нисбатида бўлиши учун кесманинг $A' B'$ горизонтал проекциясининг A' учидан ихтиёрий йўналишда чизик ўтказилади ва унга бир хил узунликдаги бешта бирлик, яъни $(2+3=5)$ ўлчаб қўйилади. Охириги 5 ва B' нукталар бирлаштирилади. Ке-

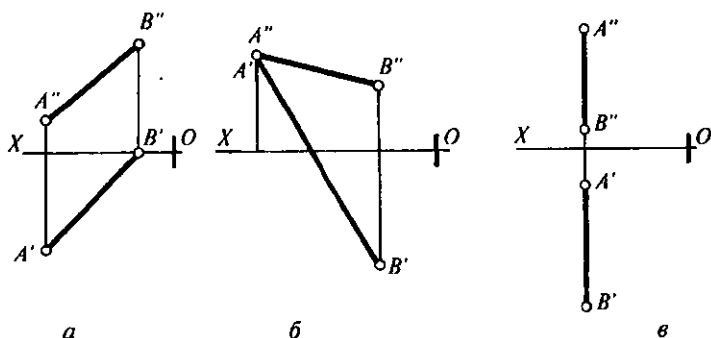


33-шакл

йин 2-нуқтадан $5B'$ чизиққа параллел қилиб чизиқ ўтказилади ва C' нуқта белгиланади. Бу нуқта изланаётган нуқтанинг горизонтал проекцияси бўлади. Боғловчи чизиқ ёрдамида M' нуқта топилади (33-шакл, б) 34-шакл, а да DE кесмани M нуқта ёрдамида ташқи $\frac{MD}{NE} = \frac{3}{5}$ нисбатда бўлиш кўрсатилган. E нуқтадан ихтиёрий йўналишида ёрдамчи тўғри чизиқ ўтказилади. Унга бешта бир хил узунликка тенг бўлган масштаб бирлиги ўлчаб қўйилади. Бунда DE кесма $E2$ ихтиёрий кесмага, яъни рақамлар фарқига мос келади. 2 ва D нуқталар бирлаштирилади. 5-нуқтадан 2- D кесмага параллел чизиқ ўтказилади ва уни DE чизиқ билан кесишган M нуқтаси аниқланади. MD чизиқ ихтиёрий



34-шакл



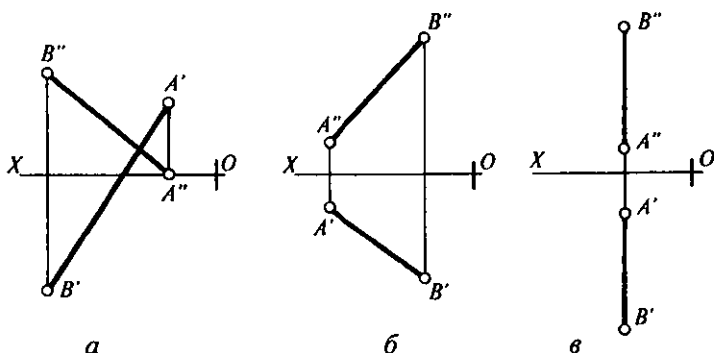
35-шакл

($E5$) чизиқнинг уч бўлагига мос келади. ME кесма эса бешта шундай кесмага тенг. Демак, M нуқта кесмани $\frac{MD}{NE} = \frac{3}{5}$ нисбатда бўлади. 34-шакл, б да эпюрда DE кесманинг $\frac{M'D'}{M'E'} = \frac{M''D''}{M''E''} = \frac{3}{5}$ нисбатда бўлиниши кўрсатилган.

Масалалар

1. AB кесмани C нуқтада $2/3$ нисбатда бўлинсин (35-шакл, а, б, в).

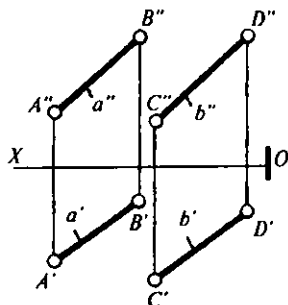
2. Берилган AB кесмани C нуқтада ташқи $CA : CB = 2 : 3$ нисбатда бўлинсин (36-шакл, а, б, в).



36-шакл

6-§. Икки тўғри чизиқ

Икки тўғри чизиқ фазода ўзаро параллел, ўзаро кесишган ва ўзаро учрашмас вазиятларда бўлади. Эпюрда параллел тўғри чизиқларнинг бир номли проекциялари ҳам умумий холда ўзаро параллел бўлади (37-шаклда $A'B' \parallel C'D'$ ва $A''B'' \parallel C''D''$). Ўзаро кесишувчи тўғри чизиқларнинг бир номли проекциялари ҳам ўзаро кесишадилар ва уларнинг кесилиш нуқталари —

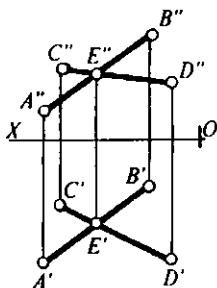


37-шакл

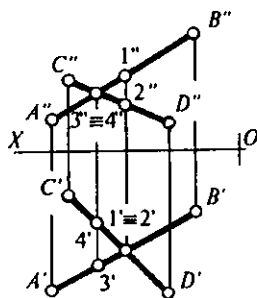
$E'E'$ проекциялар ўқи OX га перпендикуляр бир боғланиш чизиғида ётади (38-шаклда $E' = A'B' \cap C'D'$ ва $E'' = A''B'' \cap C''D''$). Учрашмас тўғри чизиқлар фазода параллел ҳам бўлмайдилар, кесишмайдилар ҳам (39-шаклдаги учрашмас тўғри чизиқларда $1'1''$ ва $2'2''$ нуқталар ҳамда $3'3''$ ва $4'4''$ нуқталар конкурент нуқталардир).

Такрорлаш учун саволлар

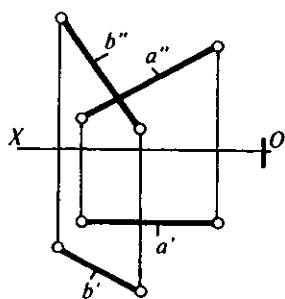
1. Икки тўғри чизиқ фазода бир-бирига нисбатан қандай вазиятларда бўлиши мумкин?
2. Эпюрда кесишувчи икки тўғри чизиқнинг кесилиш нуқталари бир-бири билан қандай жойлашган?
3. Параллел тўғри чизиқлар эпюрда ўзаро қандай жойлашган бўлади?
4. Айқаш тўғри чизиқларни эпюрда жойлашишини мисолда тушунтиринг.
5. Конкурент нуқталар деганда нимани тушунасиэ?



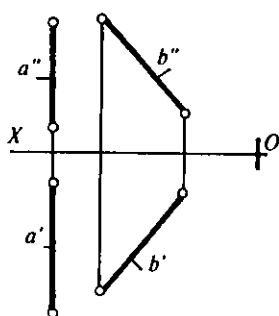
38-шакл



39-шакл



40-шакл



41-шакл

Масалалар

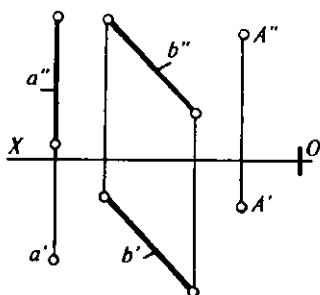
1. Горизонтал проекциялар текислигидан 25 мм узоқликда a (a' , a''), b (b' , b'') тўғри чизиқларни кесиб ўтувчи ихтиёрий (m) тўғри чизиқ ўтказилсин (40-шакл).

2. Фронтал проекциялар текислигидан 30 мм узоқликда a ва b тўғри чизиқларни кесиб ўтувчи m тўғри чизиқ ўтказилсин (41-шакл).

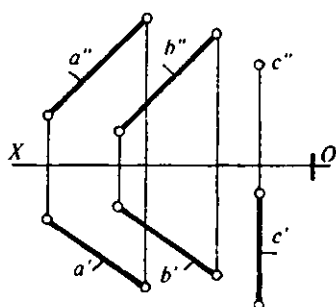
3. A (A' , A'') нуқта орқали a ва b тўғри чизиқларни кесиб ўтувчи m тўғри чизиқ ўтказилсин (42-шакл).

4. a , b ва c тўғри чизиқларни кесиб ўтувчи ҳамда H текислигига параллел бўлган m тўғри чизиқ ўтказилсин (43-шакл).

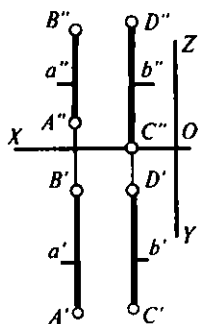
5. a ва b тўғри чизиқларнинг ўзаро параллел ёки параллел эмаслиги аниқлансин (44-шакл).



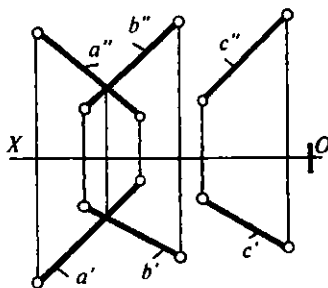
42-шакл



43-шакл



44-шакл



45-шакл

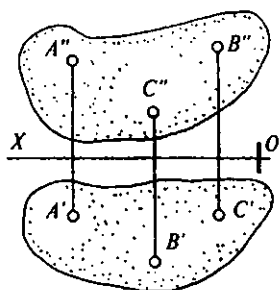
6. Берилган a ва b ; a ва c ; b ва c тўғри чизиқлар ўзаро қандай жойлашган (45-шакл).

3-боб

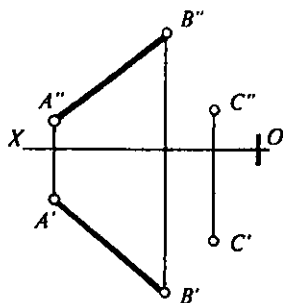
ТЕКИСЛИК. ТЕКИСЛИК ВА ТЎҒРИ ЧИЗИҚ. ИККИ ТЕКИСЛИК

Текисликнинг берилиши

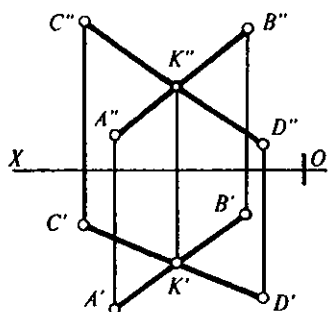
Текисликнинг фазодаги вазиятини бир тўғри чизиқда ётмайдиган уч нуқта (46-шакл), тўғри чизиқ ва бу чизиқда ётмайдиган бир нуқта (47-шакл), икки ўзаро кесишувчи тўғри чизиқлар (48-шакл) ва ўзаро параллел икки тўғри чизиқлар (49-шакл), шунингдек ҳар хил текис шакллар аниқлайди. Бундан ташқари текислик излари билан ҳам



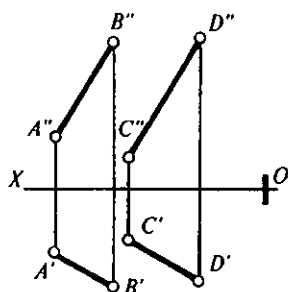
46-шакл



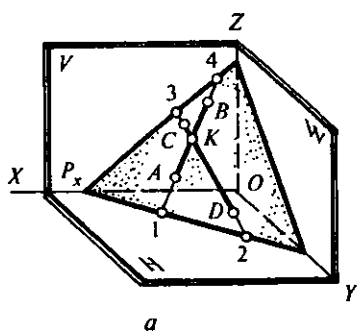
47-шакл



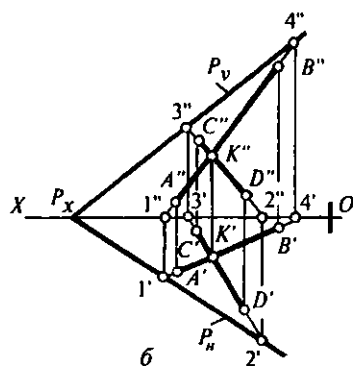
48-шакл



49-шакл



a

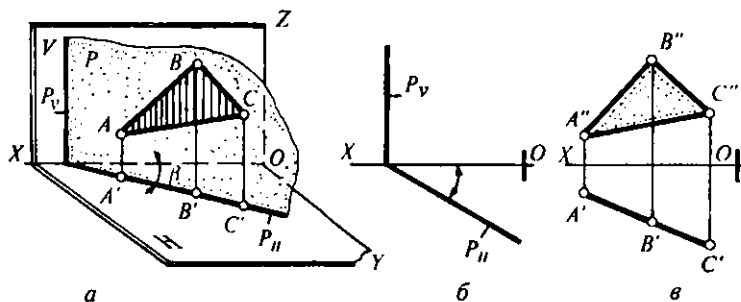


b

50-шакл

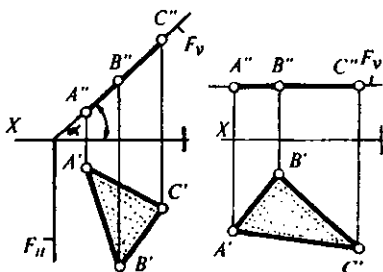
берилади. Текисликнинг H , V ва W проекциялар текисликлари билан кесишишидан ҳосил бўлган излари тегишлича горизонтал, фронтал ва профил излари дейилади. (50-шакл, a , b да P_H — P текисликнинг горизонтал изи, P_V — фронтал изи, P_W — профил изларидир).

Текислик проекциялар текисликларига нисбатан жойлашиш вазиятига қараб умумий ва махсус вазиятларда бўлади. Агар текислик проекциялар текисликларидан бирортасига параллел ҳам, перпендикуляр ҳам бўлмаса умумий вазиятдаги текислик, агар H , V ва W текисликларга нисбатан параллел ёки перпендикуляр бўлса махсус вазиятдаги текислик дейилади. 51-шакл, a , b , $в$ да горизонтал проекцияловчи текисликлар кўрсатилган. 52-шаклда фрон-



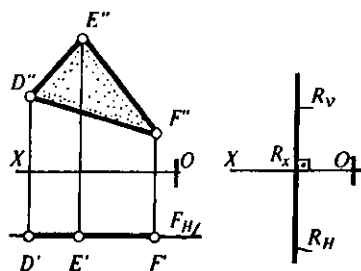
51-шакл

тал проекциялар текислигига перпендикуляр бўлган фронтал проекцияловчи ABC текислик кўрсатилган. V ва W текисликларга параллел жойлашган текисликлар 53-шакл, a , b ларда берилган. Текисликда тўғри чизик ётиши учун унинг икки нуқтаси шу текисликда ётган бўлиши лозим. Масалан, 54-шакл, a да P (P_H P_V) текисликда ётувчи a тўғри чизик P_H ва P_V излардаги M (M' M'') ва N (N' N'') нуқталар орқали ўтган. 54-шакл, b да эса кесилувчи a ва b тўғри чизиклар билан берилган текисликда 1 ($1'$ $1''$) ва 2 ($2'$ $2''$) нуқталар орқали ўтувчи 12 ($1'2'$ $1''2''$) тўғри чизик шу текисликда ётади.



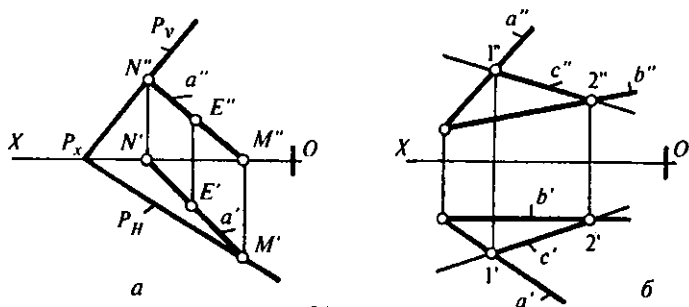
52-шакл

Текисликка тегишли нуқта, текисликдаги бирор тўғри чизик устида ётиши лозим. Масалан, 54-шакл, a да E (E' E'') нуқта P текисликда ётувчи a (a' a'') тўғри чизик устида ётади.

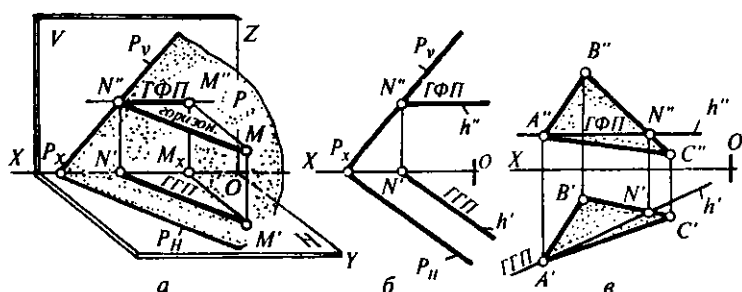


53-шакл

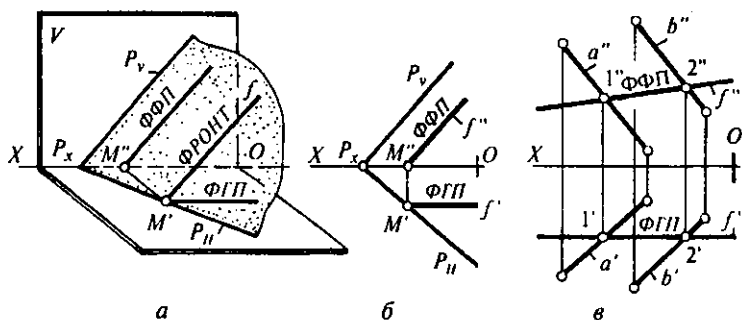
Текисликда ётувчи чизиклардан бирортаси горизонтал ёки фронтал проекциялар текисликларига па-



54-шакл

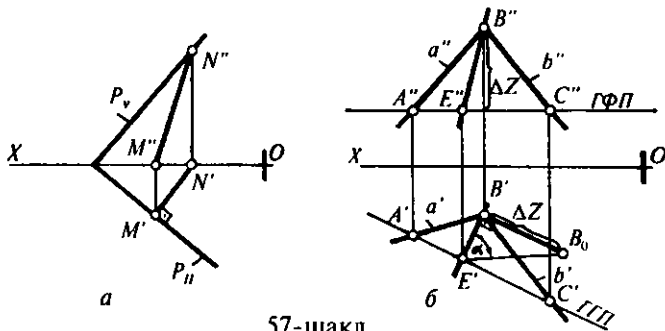


55-шакл



56-шакл

раллел бўлса, шу текисликнинг горизонтал ёки фронтал махсус чизиқлари дейилади. 55-шакл, *а*, *б*, *в* ларда текисликнинг горизонтал чизиғи, 56-шакл, *а*, *б*, *в* да текисликнинг фронтал чизиғи кўрсатилган. Берилган текисликда ётиб, унинг горизонтали ёки фронталига перпендикуляр бўлган чизиқ текисликнинг энг катта оғма чизиғи дейи-



57-шакл

лади. 57-шакл, *a*, *b* да эса текисликнинг энг катта оғма чизиклари тасвирланган. Энг катта оғма чизиғи текисликда ётиб, шу текисликнинг горизонтал ёки фронтал чизикларига перпендикуляр жойлашган бўлади. 57-шакл, *a* да $P(P_н, P_v)$ текисликни унинг горизонтал изига перпендикуляр бўлган энг катта оғма чизиғи $M'N'$, $M''N''$ кўрсатилган. Бирор текислик билан H ва V текисликлар орасидаги бурчак, текисликнинг энг катта оғма чизиғи ёрдамида аниқланади. 57-шакл, *b* да ўзаро кесишувчи *a* ва *b* тўғри чизиклар орқали берилган текислик билан H текислиги орасидаги α бурчак, BE ($B'E'$, $B''E''$) энг катта оғма чизик ёрдамида аниқланиши кўрсатилган.

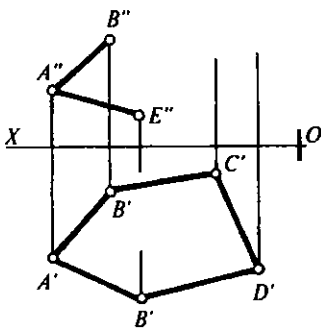
Такрорлаш учун саволлар

1. Текисликнинг фазодаги вазиятини унинг қандай геометрик элементлари аниқлайди?
2. Умумий ва махсус вазиятдаги текисликлар деб қандай текисликларга айтилади?
3. Махсус вазиятдаги текислик H , V ва W текисликларига нисбатан неча хил вазиятда жойлашган бўлади?
4. Текисликнинг изи деб нимага айтилади?
5. Махсус вазиятдаги текислик қандай хусусиятларга эга?
6. Текисликнинг горизонтал ва фронтал чизиклари деб қандай чизикларга айтилади?
7. Текисликнинг энг катта оғма чизиклари деб қандай чизикларга айтилади ва улардан фойдаланиб берилган текисликни H ва V га нисбатан оғиш бурчаклари қандай аниқланади?
8. Текисликда тўғри чизик ва нуқта танлаш шартларини айтиб беринг.

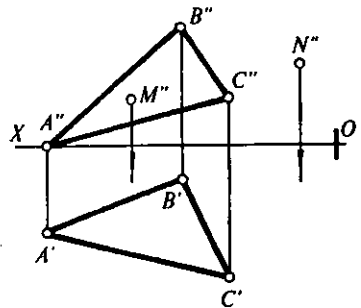
Масалалар

1. $ABCDE$ бешбурчакнинг горизонтал проекцияси ва икки томонининг фронтал проекцияси берилган. Бешбурчакнинг қолган томонларининг фронтал проекцияси аниқлансин (58-шакл).

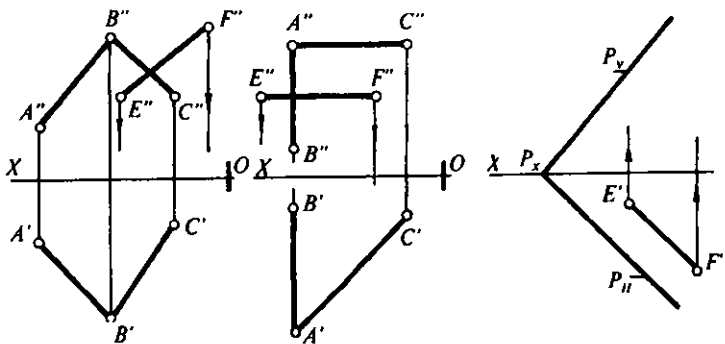
2. ABC текисликда ётувчи M ва N нуқталарнинг горизонтал проекциялари аниқлансин (59-шакл).



58-шакл



59-шакл

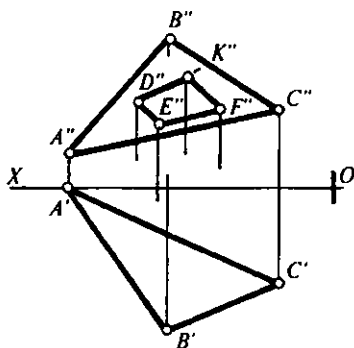


а

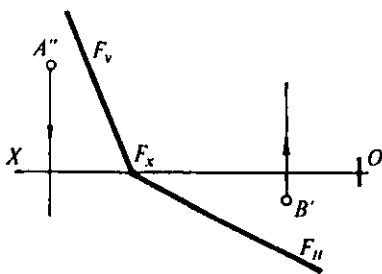
б

в

60-шакл



61-шакл



62-шакл

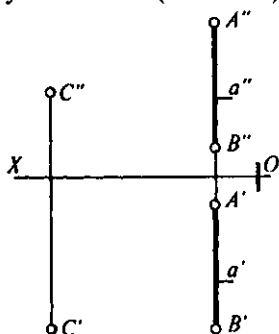
3. 60-шакл, *a*, *b*, *в* ларда берилган текисликларда ётувчи *EF* тўғри чизиқнинг етишмайдиган проекциялари аниқлансин.

4. *ABC* текисликда ётувчи *DEFK* шакlining етишмайдиган горизонтал проекцияси ясалсин (61-шакл).

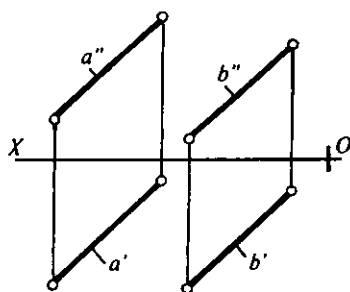
5. Излари билан берилган умумий вазиятдаги, $F_H F_V$ текисликда ётувчи *A* ва *B* нуқталарнинг етишмайдиган проекциялари топилсин (62-шакл).

6. *AB* тўғри чизиқ ва *C* нуқта орқали берилган текисликнинг горизонтал чизиғи ўтказилсин (63-шакл).

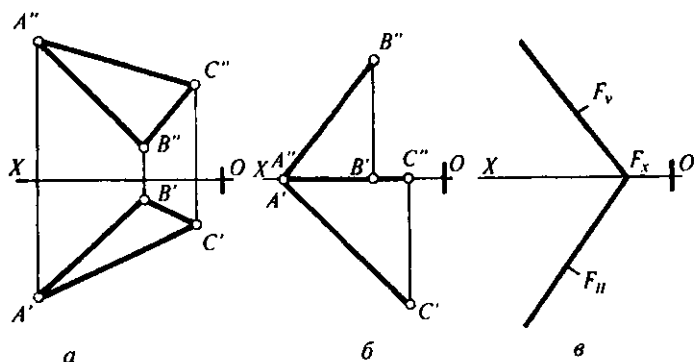
7. *a* ва *b* параллел тўғри чизиқлар орқали берилган текисликда *V* текисликдан 40 мм узоқликда фронтал чизиғи ўтказилсин (64-шакл).



63-шакл



64-шакл

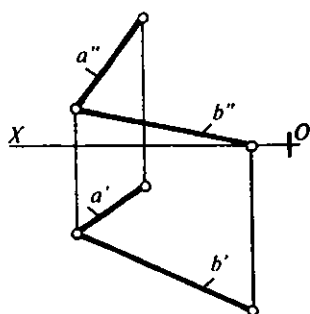


65-шакл

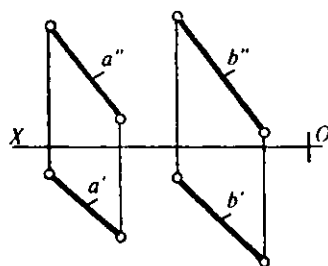
8. 65-шаклда берилган текисликларнинг горизонтал, фронтал ва энг катта оғма чизиқлари ўтказилсин ҳамда H ва V текисликларига нисбатан оғиш бурчаклар α ва β лар топилсин.

9. Ўзаро кесишувчи a ва b тўғри чизиқлар орқали берилган текисликнинг горизонтал ва фронтал излари ясалсин (66-шакл).

10. a ва b параллел тўғри чизиқлари орқали берилган текисликнинг горизонтал чизиғи H текисликдан 20 мм узоқликда, фронтал чизиғи эса V текисликдан 35 мм узоқликда ўтказилсин (67-шакл).



66-шакл

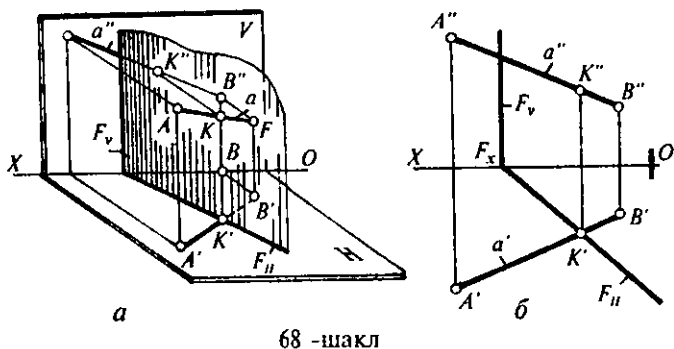


67-шакл

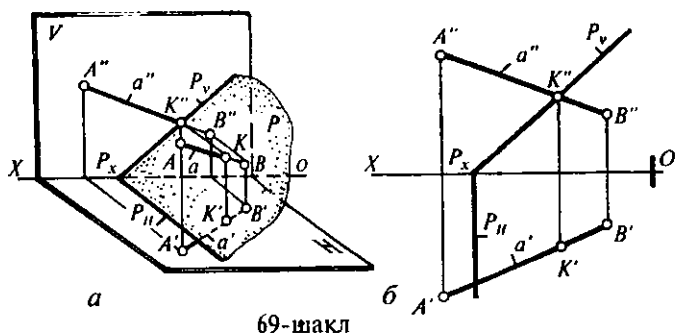
7-§. Тўғри чизиқ билан текисликнинг кесишган нуқтасини тониш

Тўғри чизиқ билан текисликнинг кесишиш нуқтаси умумий нуқта бўлиб, бу нуқта ҳам тўғри чизиққа ҳам текисликка тегишлидир. Агар текислик проекцияловчи бўлса, бу текисликда ётувчи нуқтанинг бирор проекцияси, шу текисликнинг тегишли изида ётади. Агар текислик горизонтал проекцияловчи бўлса, масалан, 68-шакл, *a*, *b* да *a* (*a'*, *a''*) тўғри чизиқ билан горизонтал проекцияловчи *F* (F_H , F_V) текисликнинг ўзаро кесишиш нуқтаси *K* нинг горизонтал проекцияси *K'* шу текисликнинг F_H изида бўлиб, *a'* нинг F_H билан кесишган жойида бўлади. Кесишиш нуқтасининг фронтал проекцияси *K''* эса $A''B''$ да бўлади.

69-шакл, *a*, *b*, да фронтал проекцияловчи *P* (P_H , P_V) текислик билан *a* (*a'*, *a''*) тўғри чизиқнинг кесишган *K*



68 -шакл



69-шакл

(K' , K'') нуктасини топиш кўрсатилган. Бунда, аввало P_V билан a'' тўғри чизиқнинг кесишган K'' фронтал проекцияси аниқланади. Сўнгра K'' орқали кесишиш нуктасининг горизонтал проекцияси K' топилади.

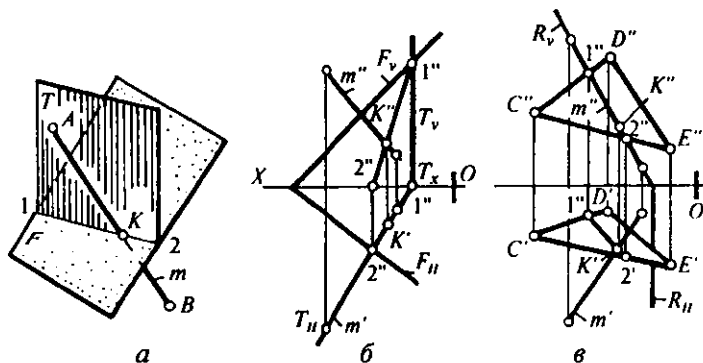
m тўғри чизиқнинг умумий вазиятдаги F текислик билан кесишган нуктасини аниқлаш учун, берилган m тўғри чизиқ орқали ёрдамчи T текислик ўтказилади, яъни $T \supset m \wedge T \perp H$; T текислик билан F текисликнинг кесишиш чизиғи 12 топилади, бунинг ечиш алгоритми қуйидагича бўлади: $12 = T \cap F$; сўнгра, 12 чизиқ билан m тўғри чизиқнинг кесишган K нуктаси аниқланади, яъни $K = m \cap 12$ (70-шакл, а). K нукта изланаётган нукта бўлади. 70-шакл, б да шу масаланинг эпюрда ечилиши кўрсатилган. Бунда аввал m (m' , m'') тўғри чизиқ орқали T (T_H , T_V) текислик ўтказилади. Ўтказилган T (T_H , T_V) текислик билан F (F_H , F_V) текисликнинг кесишган 12 ($1'2'$, $1''2''$) чизиғи топилади, яъни $T_H \cap F_H = 1'2'$; $T_V \cap F_V = 1''2''$; сўнгра, m (m' , m'') тўғри чизиқ билан 12 ($1'2'$, $1''2''$) чизиқнинг кесишган K (K' , K'') нуктаси топилади, яъни

$$m(m', m'') \cap 12(1'2', 1''2'') = K(K', K'')$$

70-шакл, в да m (m' , m'') тўғри чизиқнинг CDE ($C'D'E'$, $C''D''E''$) текислик билан кесишган K (K' , K'') нуктасини аниқланиши эпюрда кўрсатилган. Бунинг учун:

а) берилган m (m' , m'') тўғри чизиқ орқали R (R_H , R_V) текислик ўтказилади;

б) ўтказилган R (R_H , R_V) текислик билан CDE ($C'D'E'$, $C''D''E''$) текисликнинг кесишган чизиғи. 12 ($1'2'$, $1''2''$) топилади. Бунинг алгоритмли ёзуви қуйидагича бўлади:



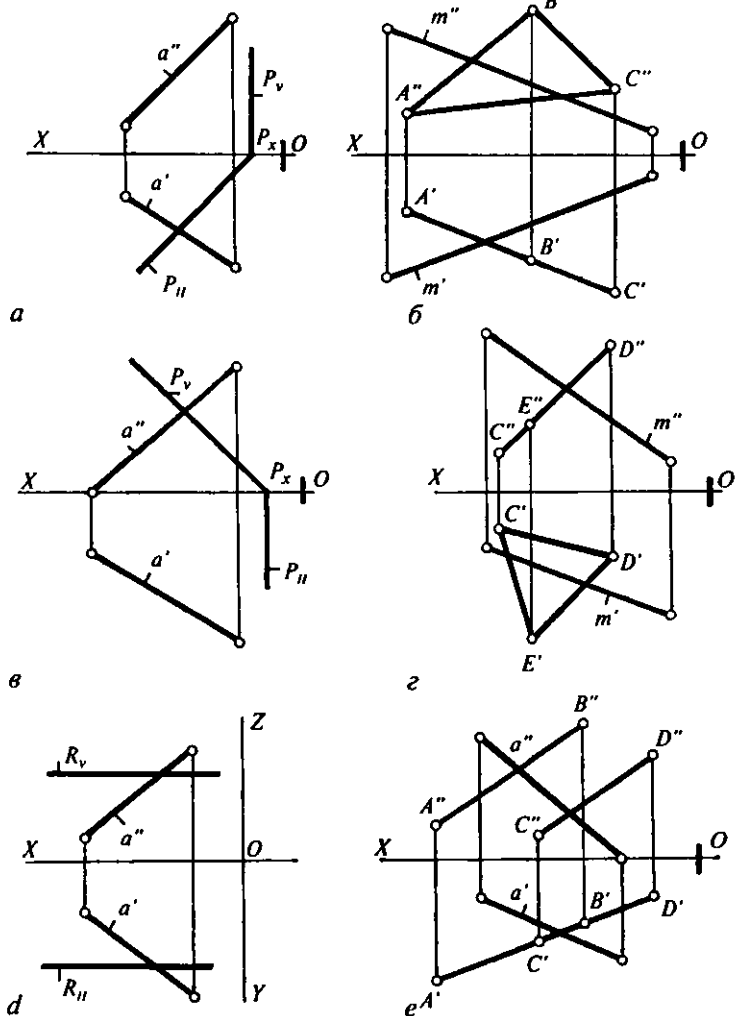
70 -шакл

$ABC(C'D'E', C'D'E'') \cap R(R_{II}, R_V) = 12(1'2', 1''2'')$.

в) Аниқланган 12 ($1'2', 1''2''$) чизиқ билан берилган $m(m', m'')$ чизиқнинг ўзаро кесишган $K(K', K'')$ нуқтаси белгиланади.

Бу ерда, $(1'2') \cap m' = K'; K'' \in m''$;

$K(K', K'') = m(m', m'') \cap CDE(C'D'E', C'D'E'')$;

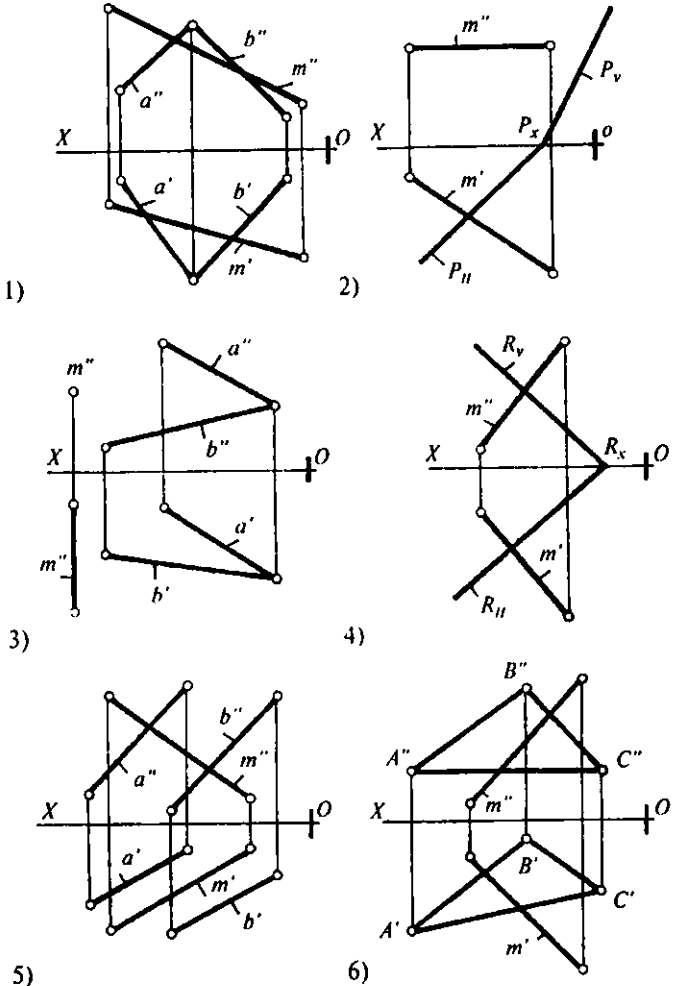


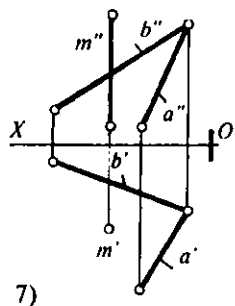
71-шакл

Масалалар

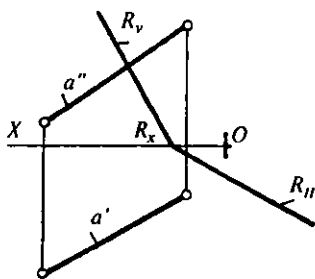
1. Қуйида берилган ихтиёрий вазиятдаги тўғри чизик билан проекцияловчи текисликнинг кесишган нуқтаси аниқлансин (71-шакл, *a, б, в, г, д, е*).

2. Берилган m (m', m'') тўғри чизик билан умумий вазиятдаги текисликларнинг кесишган нуқтаси топилсин (72-шакл, 1—10-мисоллар).

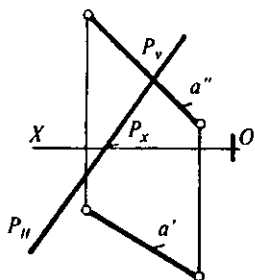




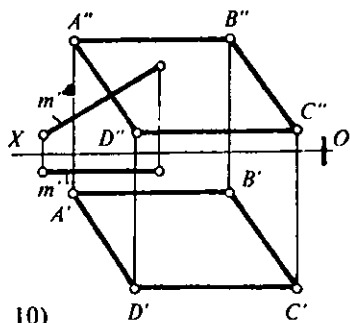
7)



8)



9)

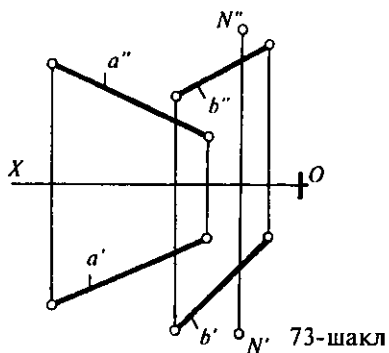


10)

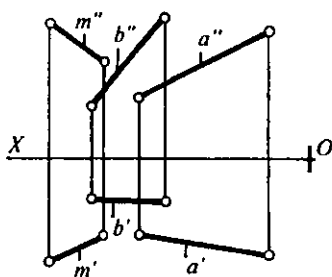
72-шакл

3. Берилган $N'N''$ нуқта орқали a ва b айқаш тўғри чизикларни кесиб ўтувчи тўғри чизик ўтказилсин (73-шакл).

4. Берилган $m'm''$ тўғри чизикқа параллел ҳамда a ва b айқаш тўғри чизикларни кесиб ўтувчи тўғри чизик ўтказилсин (74-шакл).



73-шакл



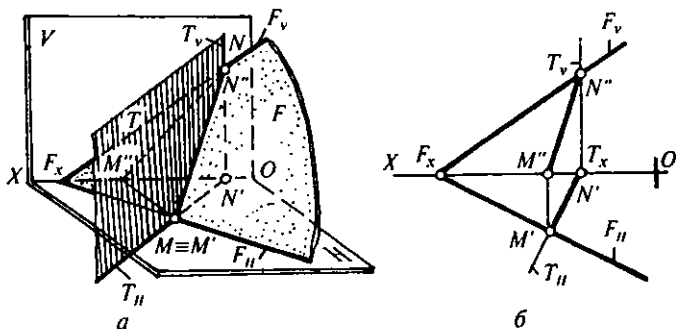
74-шакл

8-§. Текисликларнинг ўзаро кесишиши

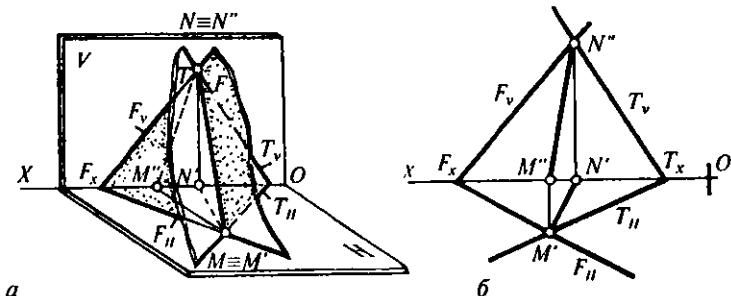
Маълумки, текисликлар ўзаро тўғри чизиқ бўйича кесишади. Шунга кўра кесишиш чизигининг йўналишини аниқлаш учун унинг икки нуқтасини аниқлаш kifоядир. Агар кесишувчи текисликлардан бири проекцияловчи вазиятда бўлса, уларнинг ўзаро кесишиш чизигини аниқлаш осон бўлади.

75-шакл, *a* да ихтиёрий вазиятдаги F текисликнинг проекцияловчи T текислик билан ўзаро кесишиш чизигининг топилиши фазовий тасвирда кўрсатилган. Бунда аввало F ва T текислик изларининг кесишган M ва N нуқталарини топиб оламиз. Кейин бу нуқталарни ўзаро бирлаштирамиз. MN чизиқ F ва T текисликларнинг кесишиш чизигидир. 75-шакл, *b* да шу масаланинг эпюрда ечилиши кўрсатилган. T (T_H, T_V) текислик горизонтал проекцияловчи бўлганлиги учун, ихтиёрий вазиятдаги F (F_H, F_V) текислик билан кесишган чизигининг горизонтал проекцияси T_H да бўлади. Шу сабабли F_H ва T_H изларнинг кесишган M (M', M'') нуқтаси топилади, сўнгра F_V ва T_V изларнинг кесишган N (N', N'') нуқтаси аниқланади. Кейин, бир номли нуқталар ўзаро бирлаштирилиб, изланаётган MN ($M'N', M''N''$) чизиққа эга бўлинади.

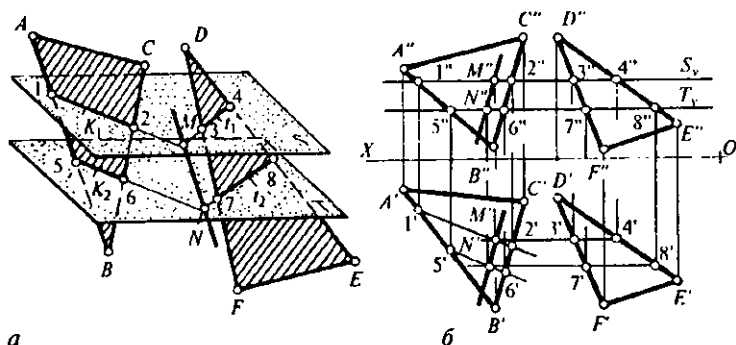
76-шакл, *a* да излари билан берилган F ва T ихтиёрий вазиятдаги текисликларнинг ўзаро кесишиш чизигини аниқлаш кўрсатилган, бунда MN тўғри чизиқ F ва T текисликларнинг кесишиш чизигидир. Шу масалани эпюрда ечилиши 76-шакл, *b* да берилган. Бу ерда текисликлар-



75-шакл



76-шакл



77-шакл

нинг F_H ва T_H бир номли излари кесишиб, M (M' , M'') нуқтани, F_V ва T_V излари кесишиб эса N (N' , N'') нуқтани ҳосил қилади. Топилган нуқталарнинг бир номли проекциялари туташтирилиб, MN ($M'N'$, $M''N''$) изланаётган чизиққа эга бўлинади.

77-шакл, a ва b ларда умумий вазиятдаги ABC ва DEF учбурчаклар орқали берилган текисликларнинг кесишган чизигини аниқлаш кўрсатилган.

Бу масала қуйидагича ечилади:

1. Берилган ҳар икки текисликни кесиб ўтувчи S текислик ўтказилади. Эпюрда $S \parallel H$, демак, $S_V \parallel OX$.

2. Ўтказилган S текислик билан берилган текисликларнинг кесишган 12 ($1'2'$, $1''2''$) ва 34 ($3'4'$, $3''4''$) чизиқлари аниқланади.

3. Аниқланган чизиқлар ўзаро кесишиб M (M' , M'') нуқтани ҳосил қилади.

4. Иккинчи ёрдамчи кесувчи T текислик ўтказилади; бунда $T \parallel H$, демак, $T_v \parallel OX$

5. T текислик билан берилган текисликларнинг кесишган $56 (5'6', 5''6'')$ ва $78 (7'8', 7''8'')$ чизиқлари топилади.

6. Топилган чизиқлар ўзаро кесишиб, $N (N', N'')$ нуқтани ҳосил қилади.

7. Аниқланган $M (M', M'')$ ва $N (N', N'')$ нуқталар ўзаро туташтирилади.

Натижада берилган ихтиёрий вазиятдаги икки текисликнинг изланаётган $MN (M'N', M'N'')$ чизигига эга бўлинади.

Такрорлаш учун саволлар

1. Икки текислик бир-бирига нисбатан қандай вазиятларда жойлашиши мумкин?

2. Икки текислик ўзаро кесишганда нима ҳосил бўлади?

3. Умумий вазиятдаги текислик билан проекцияловчи текисликнинг кесишган чизиги қандай аниқланади? Бу текисликлар қандай хусусиятларга эга?

4. Кесивчи текисликлар излари билан берилса, уларнинг кесишиш чизиги қандай аниқланади? Агар биттаси проекцияловчи бўлсачи?

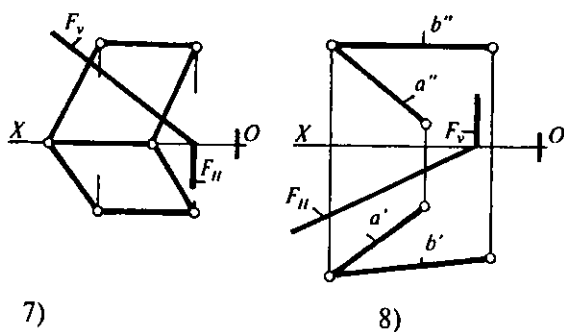
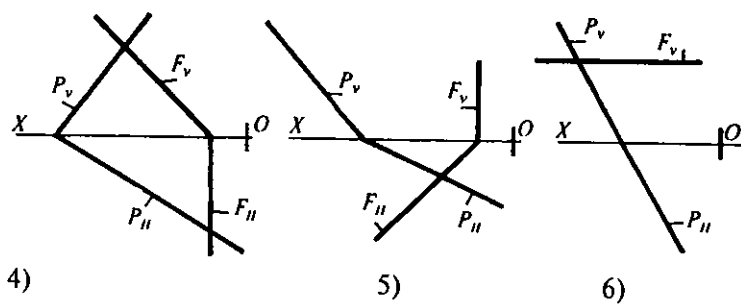
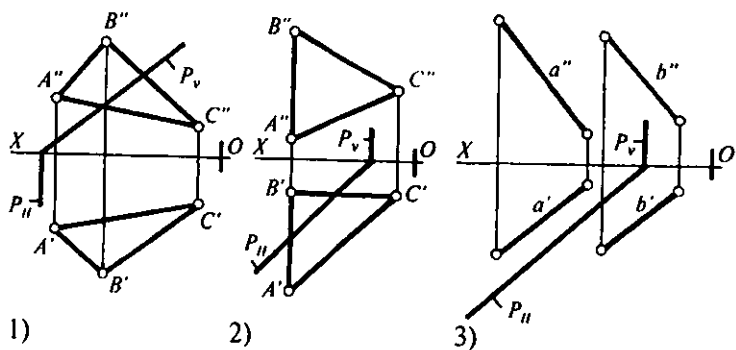
5. Иккита фронтал проекцияловчи текисликларнинг кесишган чизиги эпюрга қандай кўрсатилади? Агар текисликлар горизонтал проекцияловчи бўлсачи?

6. Умумий вазиятдаги икки текисликнинг кесишган чизиги қандай аниқланади?

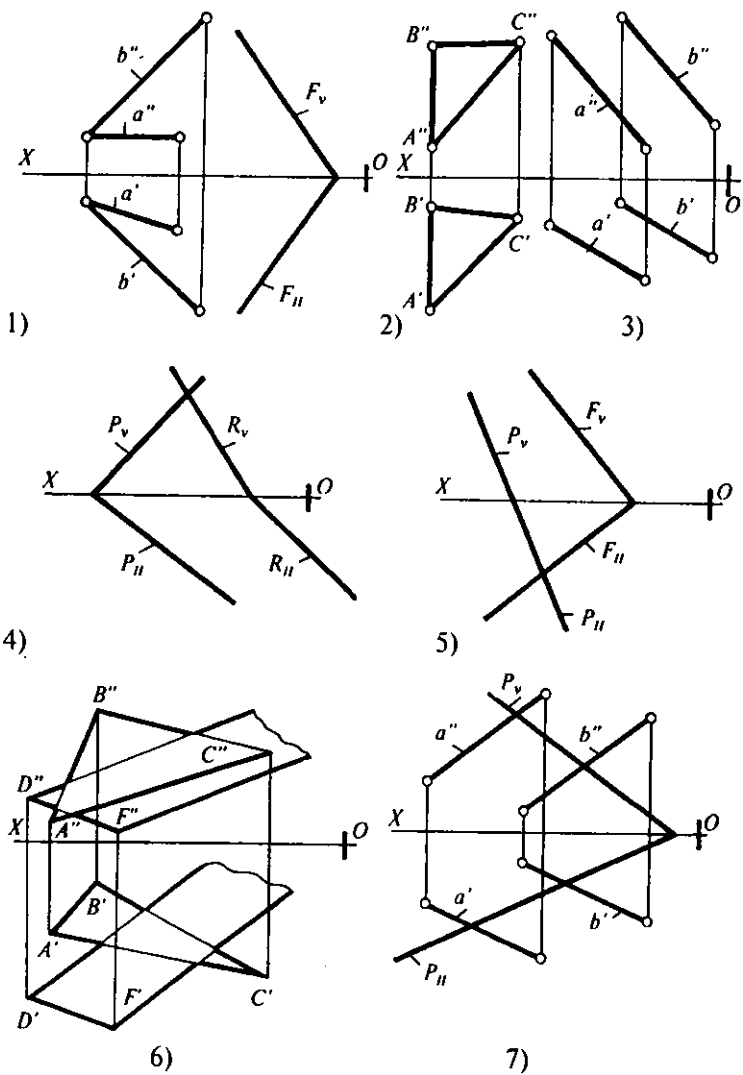
Масалалар

1. Берилган проекцияловчи ва умумий вазиятдаги текисликларнинг кесишган чизиқлари ясалсин (78-шакл, 1—8).

2. Икки умумий вазиятларда жойлашган текисликларнинг кесишган чизиқлари аниқлансин (79-шакл, 1—7 масалалар).



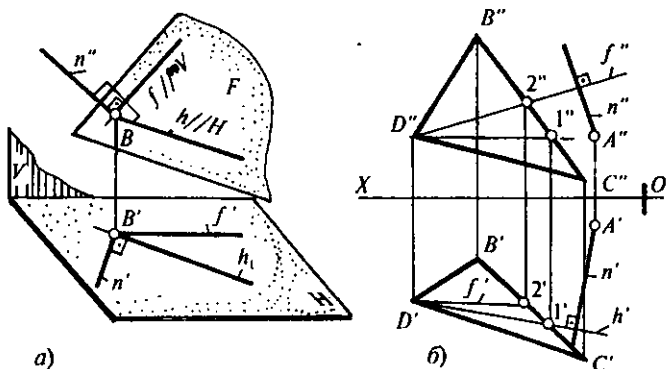
78-шакл



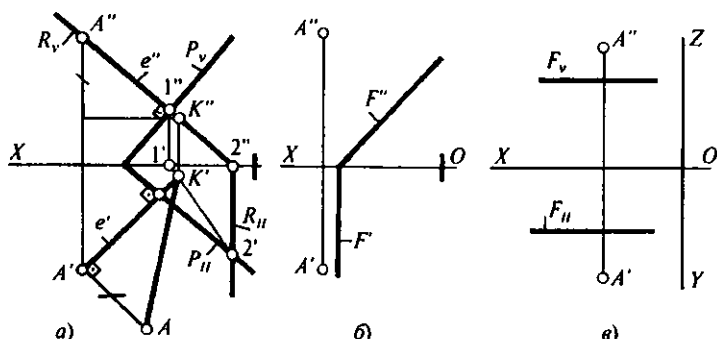
79-шакл

9-§. Тўғри чизиқнинг текисликка перпендикулярлиги

Агар тўғри чизиқ текисликка перпендикуляр бўлса, унинг горизонтал проекцияси текислик горизонтал чизиғининг горизонтал проекциясига перпендикуляр, фронтал проекцияси эса шу текисликнинг фронтал чизиғининг фронтал проекциясига перпендикуляр бўлади. Бу ҳолда параллел проекцияларнинг тўғри бурчакка оид хосасига кўра текислик горизонтали билан тўғри чизиқ орасидаги тўғри бурчак H га ўзгармасдан, фронтали билан тўғри чизиқ орасидаги тўғри бурчак эса V га ўзгармасдан проекцияланади. 80-шакл, *a* да n тўғри чизиқ F текисликнинг горизонтали h га ва f фронталига перпендикулярдир. Демак, n тўғри чизиқ F текисликка перпендикуляр бўлади. 80-шакл, *b* да $A (A'A'')$ нуқтадан $DBC (D'B'C', D''B''C'')$ текисликка перпендикуляр тушириш кўрсатилган. Бунда A' нуқтадан берилган текислик горизонталининг горизонтал проекцияси $D'1'$ га перпендикуляр, A'' дан эса фронталнинг фронтал проекцияси $D''2''$ га перпендикуляр туширилади, яъни $a' \perp h'$ ва $a'' \perp f'' \Rightarrow a \perp (DBC)$. Тўғри чизиқни текисликка перпендикулярлик шартидан фойдаланиб, нуқтадан текисликкача бўлган масофа, нуқтадан тўғри чизиқкача бўлган масофаларни топиш каби масалаларини ечиш мумкин. Масалан, $A (A'A'')$ нуқтадан (81-шакл, *a*) излари билан берилган $P (P_H P_V)$ текисликка қадар



80-шакл



81-шакл

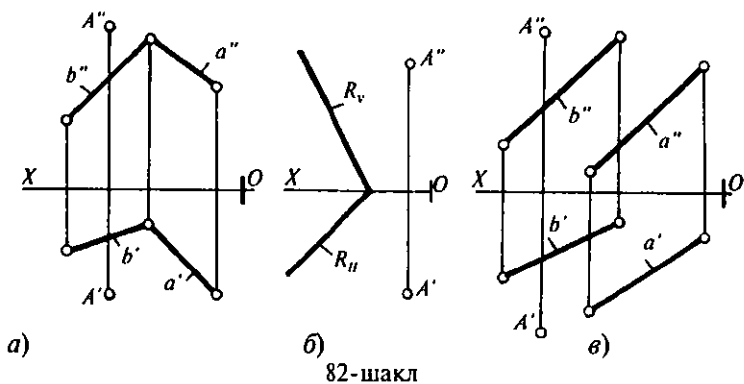
бўлган қисқа масофани аниқлаш учун: A' нуқтадан $P_{\text{н}}$ га, A'' нуқтадан P_{v} га перпендикуляр ўтказилади. Бунда, $e' \perp P_{\text{н}}$ ва $e'' \perp P_{\text{v}}$ бўлади. e (e' , e'') чизиқ орқали R текислик ўтказиб, P текислик билан кесишган 12 ($1'2'$, $1''2''$) чизиғи аниқланади. 12 ($1'2'$, $1''2''$) чизиқ билан e (e' , e'') перпендикулярнинг кесишган K (K' , K'') нуқтаси топилади, яъни $K' = e' \cap 1'2'$; $K'' = e'' \cap 1''2''$ бўлади.

AK ($A'K'$, $A''K''$) кесма изланаётган масофанинг проекцияларидир. Тўғри бурчакли учбурчак яшаш усули билан масофанинг $AK' = AK$ ҳақиқий узунлиги топилади. Масаланинг ечиш алгоритмини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$e \in A \wedge e \perp P; R \supset e \wedge R \perp P_{\text{v}}; (12) = R \cap P; \\ K = e \cap (12); (AK) = AK'.$$

Такрорлаш учун саволлар

1. Тўғри чизиқнинг текисликка перпендикулярлик шартини тушунтиринг.
2. Перпендикулярнинг асоси деганда нимани тушунасиш?
3. Нуқтадан умумий вазиятдаги текисликка перпендикуляр ўтказиш учун текисликнинг қандай чизиқларидан фойдаланилади?
4. Нуқтадан текисликкача бўлган масофа қандай аниқланади? Текислик проекцияловчи бўлсачи?
5. Нуқтадан ихтиёрий вазиятдаги тўғри чизиқкача бўлган масофани аниқлаш усулини тушунтиринг.
6. Икки параллел текисликлар орасидаги масофа қандай аниқланади?
7. Икки параллел тўғри чизиқлар орасидаги масофани аниқлаш усулини кўрсатинг.



82-шакл

Масалалар

1. $A (A', A'')$ нуқтадан проекцияловчи $F (F_H F_V)$ текисликка перпендикуляр бўлган чизиқ ўтказилсин (81-шакл, б, в).

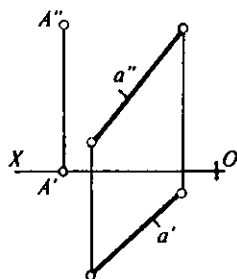
2. $A (A', A'')$ нуқтадан берилган текисликларга қадар бўлган қисқа масофа аниқлансин (82-шакл, а, б, в).

3. $A (A', A'')$ нуқтадан $a (a' a'')$ тўғри чизиққа перпендикуляр текислик ўтказилсин (83-шакл).

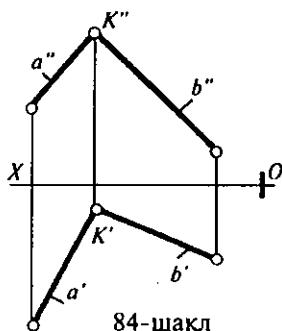
4. $K (K', K'')$ нуқтадан $P (a \cap b)$ текисликка перпендикуляр чизиқ ўтказилсин (84, 85-шакллар).

5. $K (K', K'')$ нуқтадан $a (a' a'')$ тўғри чизиққа перпендикуляр бўлган текислик излари билан ўтказилсин (86-шакл).

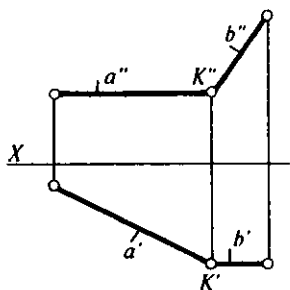
6. ABC текисликдан 20 мм узоқликда унга параллел бўлган текислик ўтказилсин (87-шакл).



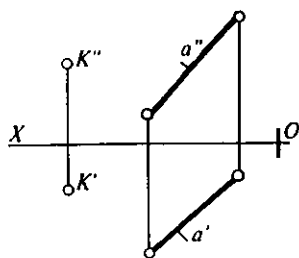
83-шакл



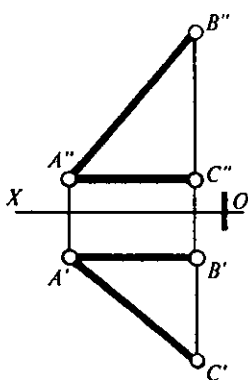
84-шакл



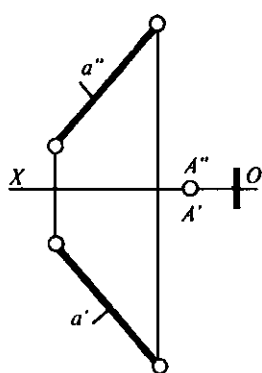
85-шакл



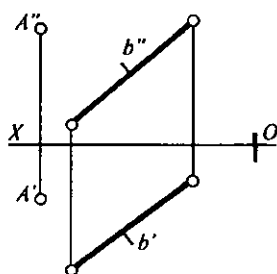
86-шакл



87-шакл



88-шакл



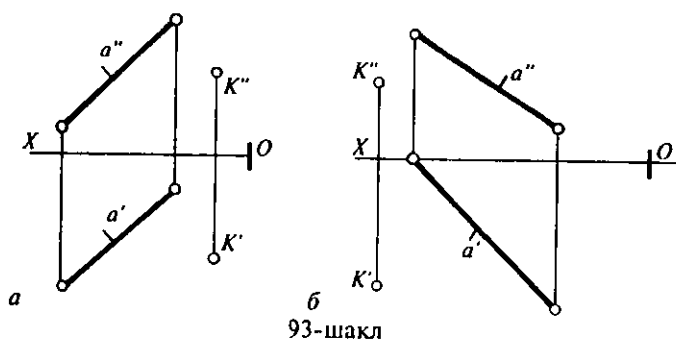
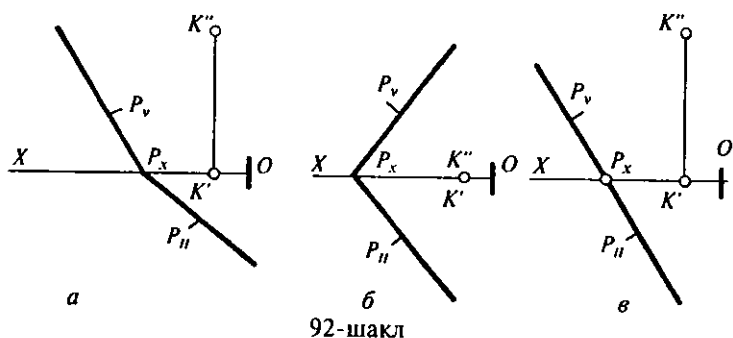
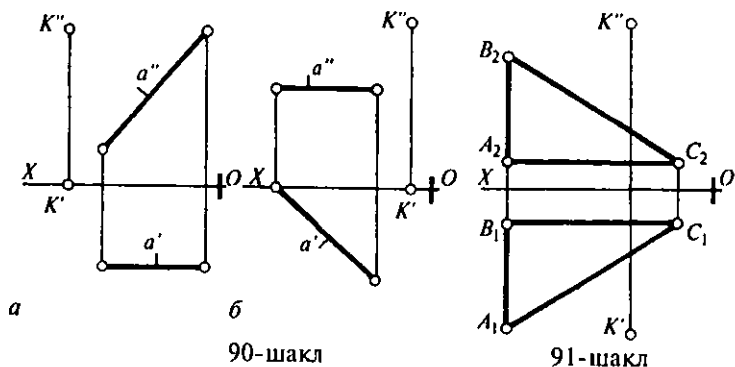
89-шакл

7. $A (A', A'')$ нуктада $a (a', a'')$ тўғри чизикқа қадар бўлган масофа аниқлансин (88-шакл).

8. $A (A', A'')$ нуктадан $b (b', b'')$ тўғри чизикқа перпендикуляр бўлган текислик ўтказилсин (89-шакл).

9. $K (K', K'')$ нуктадан махсус $a (a', a'')$ тўғри чизикқа қадар бўлган қисқа масофа аниқлансин (90-шакл, $a, б$).

10. $K (K', K'')$ нуктадан ABC текисликка қадар бўлган масофа аниқлансин (91-шакл).



11. $K(K', K'')$ нуктадан излари билан берилган $P(P'', P_V)$ текисликка қадар бўлган масофа аниқлансин (92-шакл, а, б, в).

12. $K(K', K'')$ нуктадан ихтиёрий вазиятдаги $a(a', a'')$ тўғри чизикка қадар бўлган масофа аниқлансин ҳамда шу

тўғри чизикдан 40 мм узоқликдаги нуқтанинг геометрик ўрни топилсин (93-шакл, а, б).

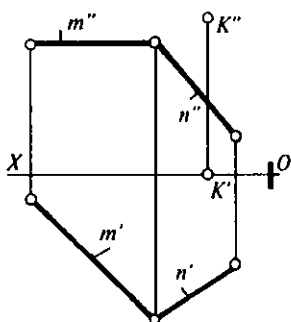
13. $K (K', K'')$ нуқтадан $P (m \cap n)$ текисликка қадар бўлган масофа аниқлансин (94-шакл).

14. $P (P_H, P_V)$ излари билан берилган текисликка нисбатан $K (K', K'')$ нуқтага симметрик бўлган $F (F', F'')$ нуқта аниқлансин (95-шакл).

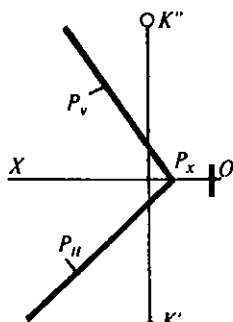
15. $K (K', K'')$ нуқтадан $P (a \cap b)$ текисликка қадар бўлган масофа аниқлансин (96-шакл).

16. $K (K', K'')$ нуқтадан ABC текисликка қадар бўлган масофа топилсин (97-шакл).

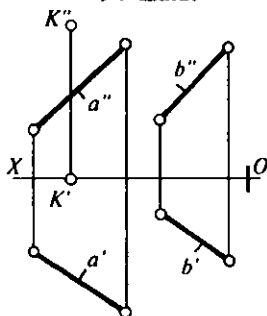
17. Берилган ABC текисликдан 30 мм узоқликда жойлашган M нуқта аниқлансин (98-шакл).



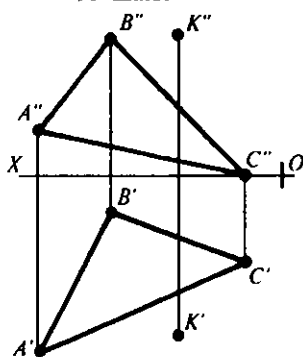
94-шакл



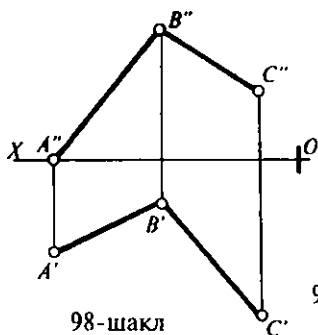
95-шакл



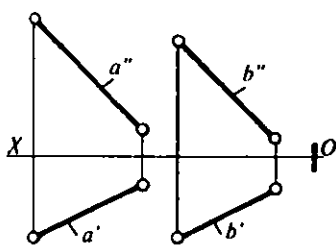
96-шакл



97-шакл



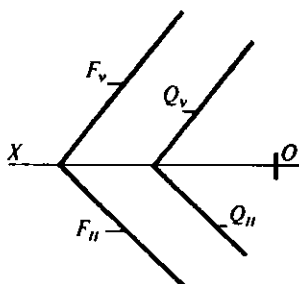
98-шакл



99-шакл

18. Икки ўзаро параллел тўғри чизиқлар $a \parallel b$ орасидаги масофа аниқлансин (99-шакл).

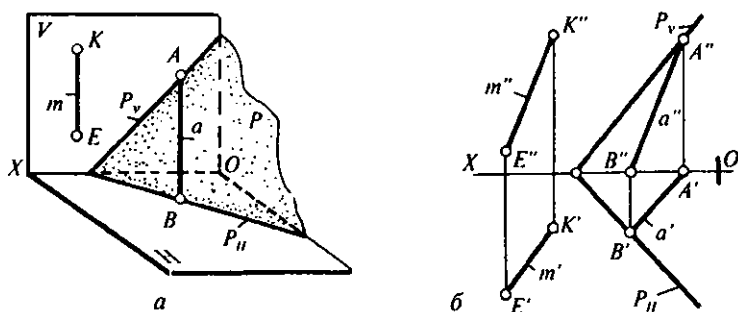
19. Излари билан берилган ўзаро параллел икки $F(F_H, F_V)$ ва $Q(Q_H, Q_V)$ текисликлар орасидаги масофанинг ҳақиқий узунлиги аниқлансин (100-шакл).



100-шакл

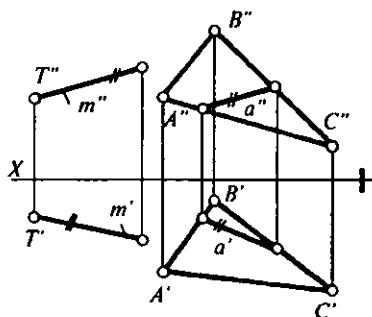
10-§. Тўғри чизиқнинг текисликка параллеллиги

Маълумки, агар текисликдан ташқаридаги бирор тўғри чизиқ текисликда ётувчи чизиқлардан бирортасига параллел бўлса, текисликнинг ўзига ҳам параллел бўлади (101-шакл). Шу қоидадан фойдаланиб, берилган текисликка параллел қилиб тўғри чизиқ ўтказиш ёки тўғри чизиқ берилса унга параллел қилиб текислик ўтказиш каби масалаларни ечиш мумкин. 101-шакл, *a* да тўғри чизиқни *P* текисликка параллеллиги яққол тасвирда кўрсатилган. Бунда тўғри чизиқ *P* текисликда ётувчи тўғри чизиққа параллел, демак, m чизиқ *P* текисликнинг ўзига ҳам параллел, яъни $m \parallel a \in P \Rightarrow m \parallel P$. Эпюрда $P(P_H, P_V)$ текисликка параллел қилиб тўғри чизиқ ўтказиш учун аввало бу текисликда ётувчи ихтиёрий $a(a', a'')$ тўғри чизиқни танлаб оламиз (101-шакл, *б*). Кейин текисликда ётмайдиган бирор $K(K', K'')$ нуқта олиб, у орқали $m' \parallel a'$ ва $m'' \parallel a''$

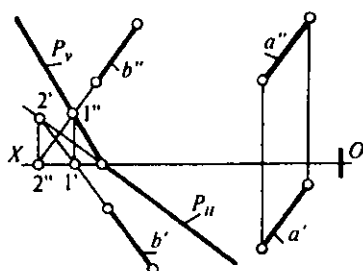


101-шакл

чизиқларни ўтказамиз. Демак, $m'm''$ тўғри чизиқ $P(P_H, P_V)$ текисликка параллел бўлади, яъни: $m \parallel P$. 102-шаклда $T(T', T'')$ нуқтадан ихтиёрий вазиятдаги $ABC(A'B'C', A''B''C'')$ текисликка параллел $m(m'm'')$ тўғри чизиқ ўтказиш кўрсатилган. Бунинг учун $ABC(A'B'C', A''B''C'')$ текисликда $a(a', a'')$ тўғри чизиқ танлаб оламиз. Сўнгра T орқали $m' \parallel a'$ ва T'' орқали эса $m'' \parallel a''$ тўғри чизиқларни ўтказамиз. Бунда $a(a', a'') \in A'B'C', A''B''C''$; демак $m'm'' \parallel A'B'C', A''B''C''$ бўлади. 103-шаклда берилган $a(a', a'')$ тўғри чизиқни $P(P_H, P_V)$ текисликка параллел ёки параллел эмаслиги эпюрда кўрсатилган. Бунинг учун $P(P_H, P_V)$ текисликда a'' га параллел қилиб b'' чизиқ ўтказамиз ва унинг горизонтал проекцияси b' ни аниқлаймиз. Шунда b' чизиқ a' чизиққа параллел эмаслиги чизмадан кўриниб турипти. Демак, $a(a', a'')$ чизиқ $P(P_H, P_V)$ текисликка параллел эмас.



102-шакл



103-шакл

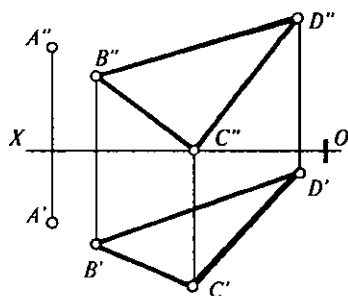
Такрорлаш учун саволлар

1. Тўғри чизиқни текисликка параллеллик шarti қандай?
2. Берилган нуқтадан берилган текисликка параллел тўғри чизиқ ўтказиш учун нима қилиш керак?
3. Берилган тўғри чизиқ берилган текисликка параллел ёки параллел эмаслиги қандай аниқланади?

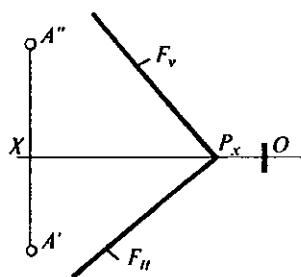
Масалалар

1. $A(A', A'')$ нуқтадан $BCD(B'C'D', B''C''D'')$ текисликка параллел қилиб $a(a', a'')$, тўғри чизиқ ўтказилсин (104-шакл).

2. $A(A', A'')$ нуқтадан излари билан берилган $F(F_H, F_V)$ текисликка параллел бўлган $m'm''$ тўғри чизиқ ўтказилсин (105-шакл).



104-шакл

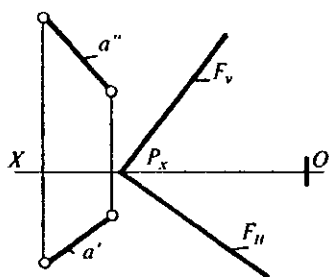


105-шакл

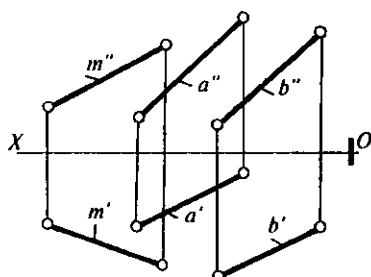
3. $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг $F(F_H, F_V)$ текисликка параллел ёки параллел эмаслиги аниқлансин (106-шакл).

4. 107-шаклда берилган $m(m', m'')$ тўғри чизиқни $a(a', a'')$ ва $b(b', b'')$ параллел тўғри чизиқлар орқали берилган текисликка параллел ёки параллел эмаслиги аниқлансин.

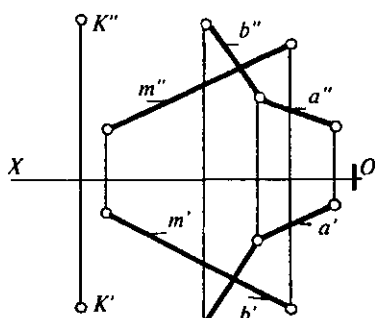
5. $K(K', K'')$ нуқтадан $a \cap b(a' \cap b', a'' \cap b'')$ текисликка параллел ҳамда $m(m', m'')$ тўғри чизиқни кесиб



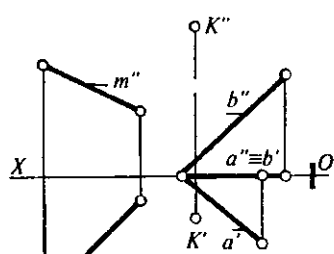
106-шакл



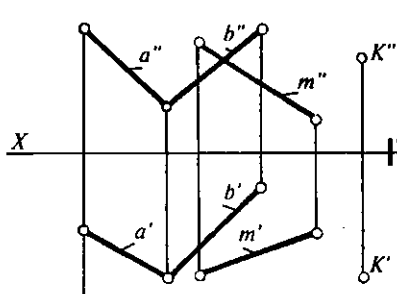
107-шакл



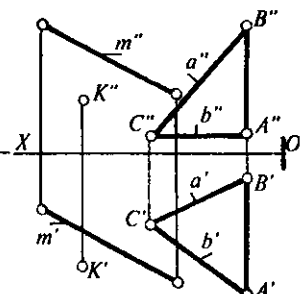
а



б



в

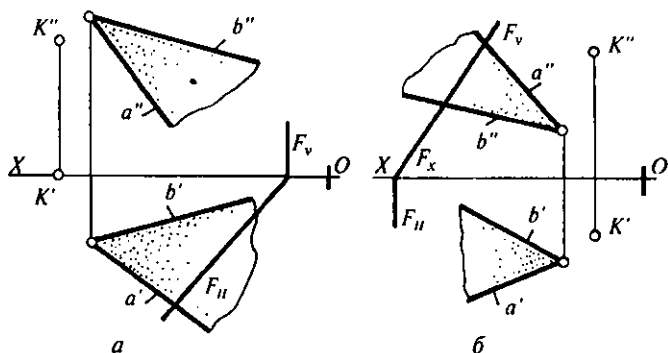


г

108-шакл

ўтувчи n (n' , n'') тўғри чизиқ ўтказилсин (108-шакл, а, б, в, г).

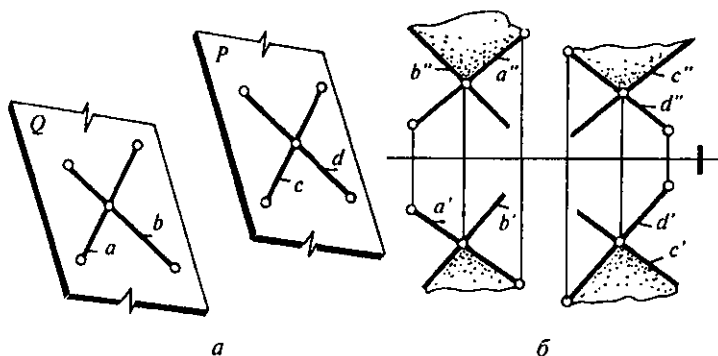
6. K (K' , K'') нуқтадан F (F_H , F_V) ва $a \cap b$ ($a' \cap b'$, $a'' \cap b''$) текисликларга параллел бўлган m (m' , m'') тўғри чизиқ ўтказилсин. (109-шакл, а, б).



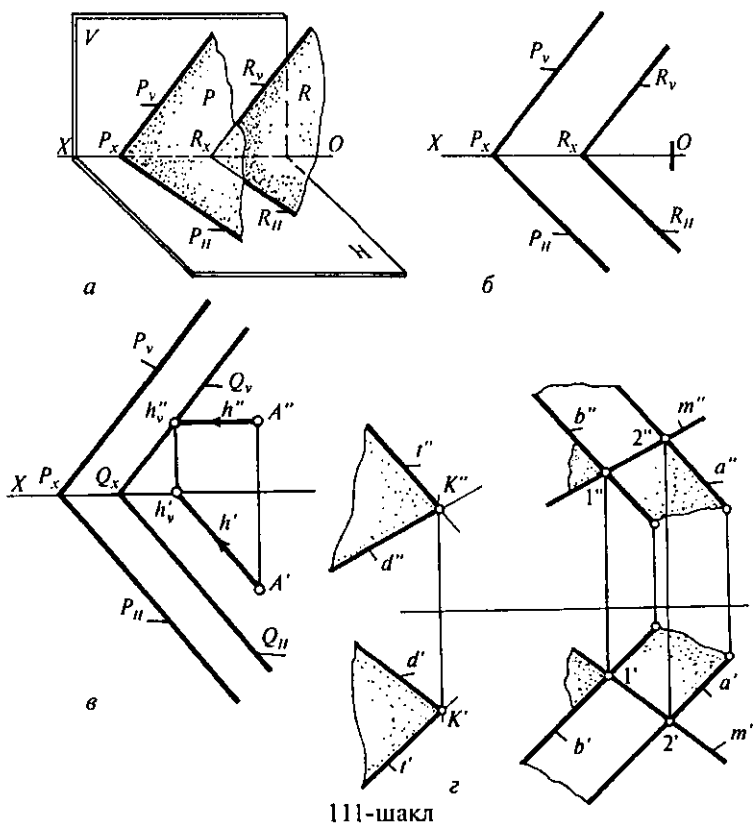
109-шакл

11-§. Икки текисликнинг ўзаро параллеллиги

Бир текисликда ётувчи ва ўзаро кесишувчи икки тўғри чизиқ иккинчи текисликда ётувчи ва ўзаро кесишувчи тўғри чизиқларга мос равишда параллел бўлса, текисликлар ҳам ўзаро параллел бўлади. Масалан, 110-шаклда Q текисликда ётувчи ва ўзаро кесишувчи a ва b тўғри чизиқлар, иккинчи P текисликда ётувчи ва ўзаро кесишувчи c ва d тўғри чизиқларга мос равишда параллеллиги кўрсатилган. Бу ерда, $a \parallel c$, $b \parallel d$. Демак, $Q \parallel P$ дир. 110-шаклда $(a' \cap b', a'' \cap b'') \parallel (c' \cap d', c'' \cap d'')$ чунки, $a'a'' \parallel c'c''$ ва $b'b'' \parallel d'd''$. Умумий вазиятда берилган параллел текисликларнинг бир номли излари ҳам ўзаро параллел бўлади 111-



110-шакл



111-шакл

шакл, а ва б ларда $P \parallel R$ демак, $P_H \parallel R_H$ ва $P_V \parallel R_V$. Шу қоидларга асосланиб, берилган текисликка параллел текислик ўтказиш ёки берилган нуқтадан берилган текисликка параллел текислик ўтказиш ва шу каби масалаларни ечиш мумкин. 111-шакл, в да $A(A', A'')$ нуқта орқали излари билан берилган $P(P_H, P_V)$ текисликка параллел текислик ўтказиш кўрсатилган. Бунда аввал $A(A', A'')$ нуқта орқали изланаётган текисликнинг горизонтал чизиғини P текисликнинг P_H горизонтал изига параллел қилиб ўтказилади ва унинг фронтал изи h'_v, h''_v аниқланади. Сўнгра бу из орқали изланаётган текисликнинг фронтал изи Q_V ни P_V га параллел қилиб ва Q_X нуқта орқали эса Q_H изини P_H га параллел қилиб ўтказилади. Натижада изланаётган $Q(Q_H, Q_V)$

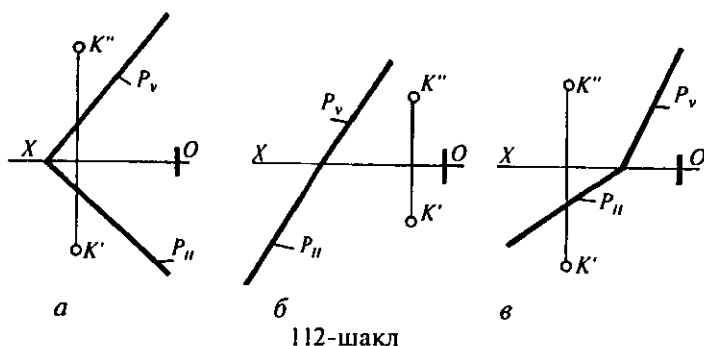
текисликка эга бўлинади. 111-шакл, ε да $K(K', K'')$ нуқтадан $a(a', a'')$ ва $b(b', b'')$ параллел чизиқлар билан берилган текисликка параллел текислик ўтказиш эпюрода тасвирланган. Бунда берилган текисликка тегишли ихтиёрий $m(m', m'')$ тўғри чизиқ ўтказилади. Сўнгра K нуқтанинг K' проекциясидан $d' \parallel m', t' \parallel a', K''$ дан эса $d'' \parallel m'', t'' \parallel a''$ қилиб чизиқлар ўтказамиз. Ҳосил бўлган $d(d', d'') \cap t(t', t'')$ кесишувчи чизиқлар изланаётган текисликни ифодалайди.

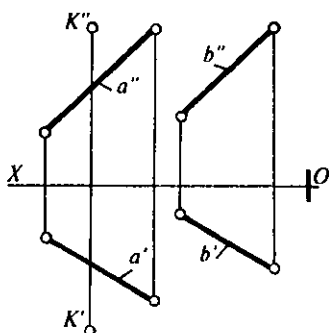
Такрорлаш учун саволлар

1. Икки текисликнинг ўзаро параллеллик шартини айтинг.
2. Ўзаро параллел текисликлар чизмада қандай тасвирланади? Излари билан берилган текисликлардачи?
3. Берилган нуқтадан берилган текисликка параллел текислик қандай тартибда ўтказилади?

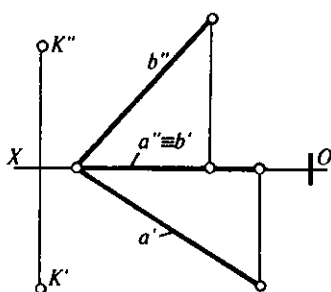
Масалалар

1. $K(K', K'')$ нуқтадан $P(P_{\Pi}, P_{\nu})$ текисликка параллел $Q(Q_{\Pi}, Q_{\nu})$ текислик ўтказилсин (112-шакл $a, б, в$).
2. $K(K', K'')$ нуқтадан $a \parallel b (a' \parallel b', a'' \parallel b'')$ текисликка параллел текислик икки кесишувчи тўғри чизиқлар орқали ўтказилсин (113-шакл).
3. K нуқтадан $a \cap b (a' \cap b', a'' \cap b'')$ кесишувчи тўғри чизиқлар орқали берилган текисликка параллел текислик ўтказилсин (114-шакл).





113-шакл



114-шакл

4. $K(K', K'')$ нуқтадан берилган $a \cap b$ ($a' \cap b'$, $a'' \cap b''$) текисликка параллел текислик ўтказинг ва унинг изларини топинг (115-шакл).

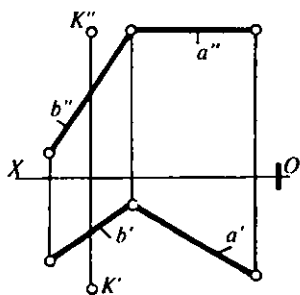
5. Берилган ўзаро параллел текисликлар орасидаги масофанинг ҳақиқий катталиги аниқлансин (116-шакл).

6. Излари билан берилган ўзаро параллел текисликлар орасидаги масофа аниқлансин (117-шакл, а, б).

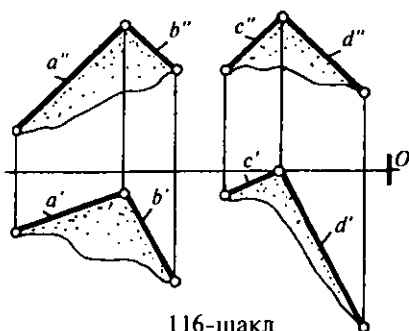
7. Берилган a (a' , a'') тўғри чизиқдан 30 мм узоқликда, унга параллел қилиб текислик ўтказилсин (118-шакл, а, б, в).

8. Берилган текисликлардан 40 мм узоқликда унга параллел бўлган текисликлар ўтказилсин (119-шакл, а, б, в, г).

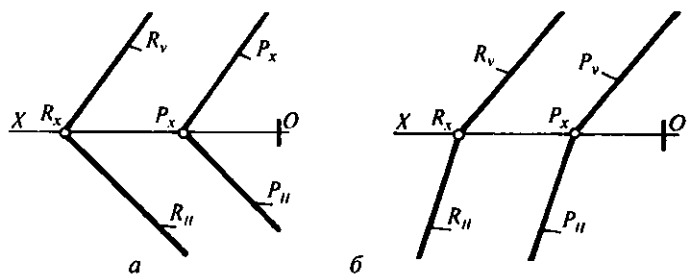
9. Умумий вазиятда берилган текисликдан 25 мм узоқликда унга параллел текислик ўтказилсин (120-шакл, а, б).



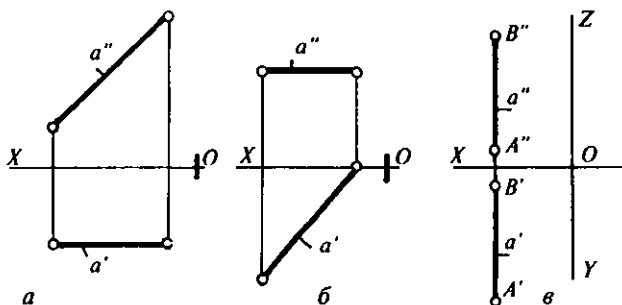
115-шакл



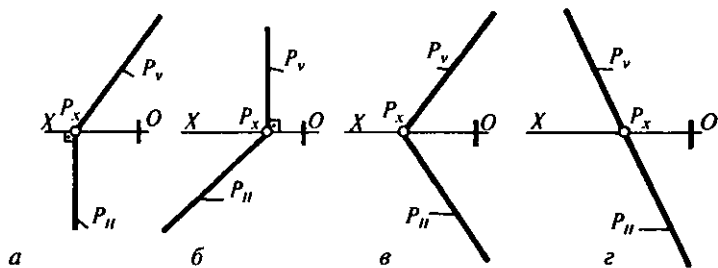
116-шакл



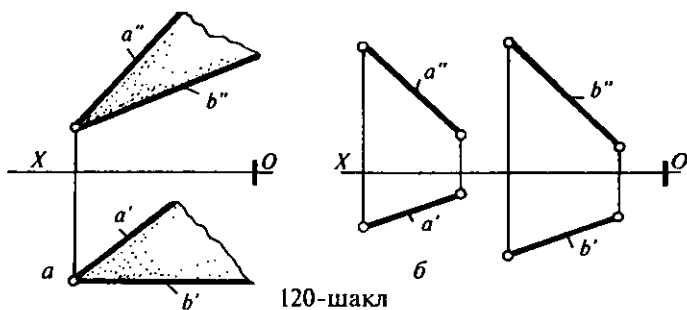
117-шакл



118-шакл



119-шакл



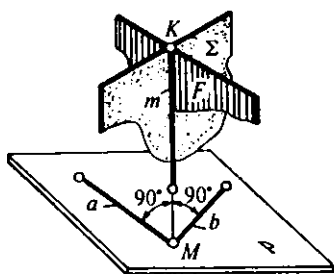
120-шакл

12-§. Икки текисликнинг ўзаро перпендикулярлиги

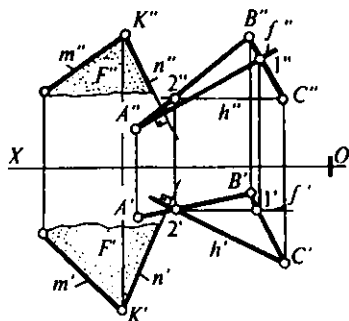
Маълумки, бир текисликда ётувчи тўғри чизиқ, иккинчи текисликка перпендикуляр бўлса, бу текисликлар ўзаро перпендикуляр бўлади. Масалан, 121-шаклда F ёки Σ текисликда ётувчи ва K нуқта орқали ўтувчи m тўғри чизиқ, P текисликда ётувчи ва ўзаро кесишувчи a ва b тўғри чизиқларга бир йўла перпендикулялар жойлашган, яъни $m \perp a$; $m \perp b$. m тўғри чизиқ орқали ўтувчи ҳар қандай (F ёки Σ) текислик P текисликка перпендикуляр бўлади. Эпюрда m ($m'm''$) тўғри чизиқ орқали ABC ($A'B'C'A''B''C''$) текисликка перпендикуляр бўлган умумий вазиятдаги F текислик ўтказиш учун (122-шакл) тўғри чизиқнинг текисликка перпендикуляр бўлиш шартига асосан аввал ABC текисликда ётувчи h ва f махсус чизиқлари ўтказилади. m тўғри чизиқнинг бирор нуқтасидан, масалан, K нуқтанинг горизонтал проекцияси K' дан, $n' \perp h'$, фронтал проекцияси K'' дан эса $n'' \perp f''$ чизиқлар ўтказилади. Ҳосил бўлган $F(m \cap n)$ текислик, изланаётган текислик бўлади.

Такрорлаш учун саволлар

1. Икки текисликнинг ўзаро перпендикулярлик шартини тушунтириб беринг.
2. Ўзаро перпендикуляр бўлган икки текисликка (чизмада) перпендикуляр қилиб учинчи текислик қандай ўтказилади?
3. Тўғри чизиқ орқали умумий вазиятдаги текисликка перпендикуляр текислик ўтказиш шартини тушунтиринг.



121-шакл



122-шакл

4. Берилган нуқтадан берилган текисликка перпендикуляр қилиб, текислик ўтказишни тушунтириб беринг. Текислик проекцияловчи бўлсачи?

5. Ўзаро перпендикуляр бўлган текисликларнинг бир номли излари чизмада қандай тасвирланади?

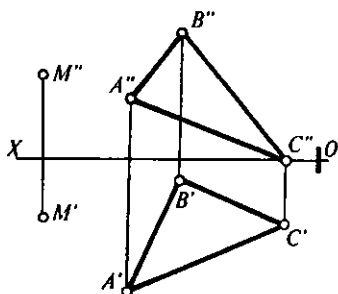
6. Ўзаро перпендикуляр бўлган текисликларни комплекс чизмада қандай билиш мумкин?

Масалалар

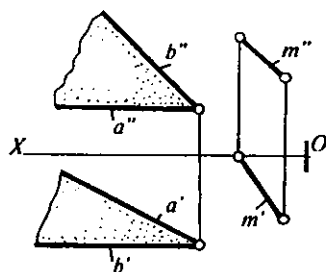
1. $M(M', M'')$ нуқта орқали ABC текисликка перпендикуляр бўлган текислик ўтказилсин (123-шакл).

2. $m(m', m'')$ тўғри чиқиқ орқали $P(a \cap b)$ текисликка перпендикуляр текислик ўтказилсин (124-шакл).

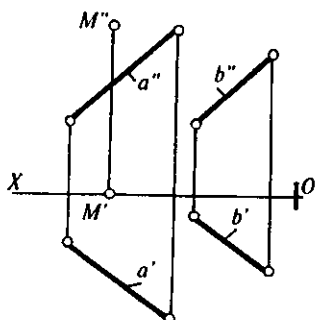
3. $M(M', M'')$ нуқта орқали берилган $(a \parallel b)$ текисликка перпендикуляр текислик ўтказилсин ва унинг горизонтал ва фронтал излари аниқлансин (125-шакл).



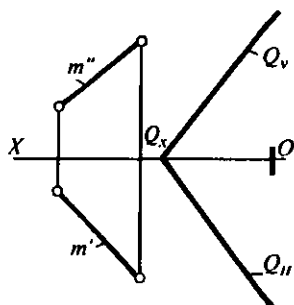
123-шакл



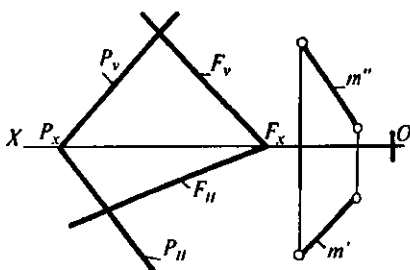
124-шакл



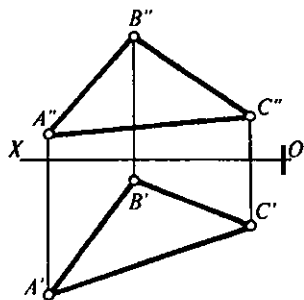
125-шакл



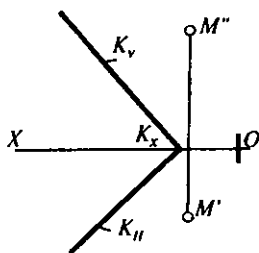
126-шакл



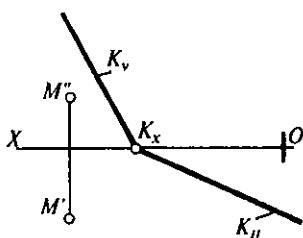
127-шакл



128-шакл



а



б

129-шакл

4. m (m' , m'') тўғри чизиқ орқали берилган Q (Q_H , Q_V) текисликка перпендикуляр P текислик ўтказилсин (126-шакл).

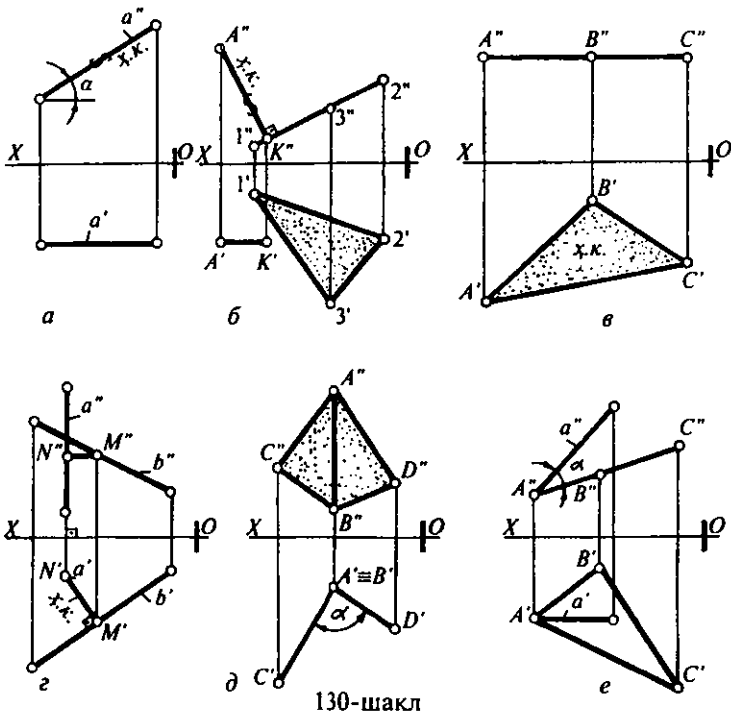
5. m' m'' тўғри чизиқ орқали берилган P ва F текисликларга перпендикуляр бўлган учинчи текислик ўтказилсин (127-шакл).

6. ABC учбурчакнинг B (B' , B'') учидан шу текисликка перпендикуляр бўлган текислик ўтказилсин (128-шакл).

7. M (M' , M'') нуқта орқали K (K_H , K_V) текисликка перпендикуляр текислик излари билан ўтказилсин (129-шакл, а, б).

ЧИЗМАНИ ҚАЙТА ТУЗИШ УСУЛЛАРИ

Чизмани қайта тузиш усули шундан иборатки, унда умумий вазиятларда тасвирланган геометрик шакллар проекцияловчи вазиятга келтирилади. 130-шаклда чизмани қайта тузиш усули билан умумий вазиятдаги тўғри чизиқнинг узунлиги (130-шакл, а), нуқтадан текисликкача бўлган масофа (130-шакл, б), айқаш тўғри чизиқлар орасидаги масофа (130-шакл, в), текис ABC шаклнинг ҳақиқий катталиги (130-шакл, д), икки ёқлик бурчак (130-шакл, е), тўғри чизиқ ва текислик орасидаги бурчакнинг ҳақиқий катталикларини аниқлаш (130-шакл, е) масалаларининг охириги натижалари тасвирланган. Чизмани қайта тузишда асосан проекциялар текисликларини алмаштириш ва айлан-тириш усулларидан фойдаланилади.

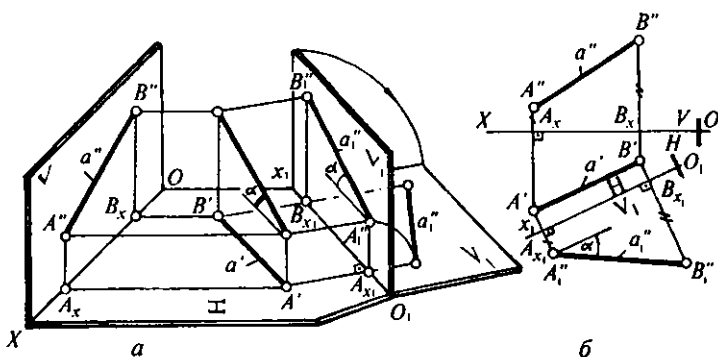


Такрорлаш учун саволлар

1. Проекциялар текисликларини алмаштириш усули тўғри-сида нималарни биласиз. Бу усул қандай ҳолларда ишлатилади?
2. Айлантириш усулини тушунтириб беринг. Бу усулдан қандай масалаларни счишда фойдаланилади?
3. Умумий вазиятдаги текисликни юқоридаги ҳар икки усул билан проекцияловчи вазиятга келтиришни тушунтириб беринг.
4. Айлантириш элементларини айтиб беринг.
5. Умумий вазиятдаги учбурчакнинг ҳақиқий катталигини унинг горизонтали атрофида айлантириб топиш усулини тушунтириб беринг.

13-§. Проекциялар текисликларини алмаштириш усули

Проекциялар текисликларини алмаштириш усулида геометрик элементлар (нуқта, тўғри чизиқ ва текис шакллар) H ва V текисликларга нисбатан ўз ҳолатларини ўзгартирмай, бу геометрик элементлар янги ўзаро перпендикуляр бўлган H_1 ва V_1 текисликлар билан алмаштирилган текисликларга проекцияланади ва масаланинг шартига кўра қулай вазиятга келтирилади (131-шакл, а).



131-шакл

Мисоллар

1. Умумий вазиятдаги AB тўғри чизиқнинг ҳақиқий узунлиги аниқлансин. Бунинг учун V текисликни $V_1 \perp H$ вазиятдаги текислик билан алмаштирилса $O_1X_1 \frac{V_1}{H}$ янги проекциялар текисликлари тизими ҳосил бўлади. a (a' , a'') тўғри чизиқнинг учларидан мазкур текисликка перпендикуляр ўтказиб, янги фронтал проекцияси $A_1'' B_1''$ ни топамиз. Бунда, $A_{X_1} A_1' = A_X A'$, $B_{X_1} B_1' = B_X B''$ га тенг бўлади. Тўғри чизиқнинг янги проекциялар тизимидаги эпюрини ҳосил қилиш учун, V_1 текисликни ўз вазиятини ўзгартирмаган, яъни H проекциялар текислиги билан жипслаштирилади (131-шакл, б).

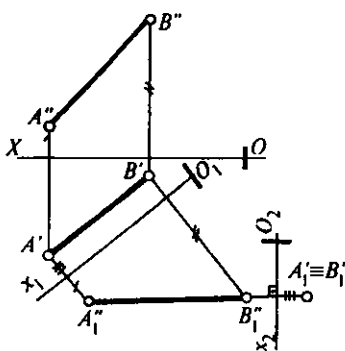
Янги $O_1X_1 \frac{V_1}{H}$ проекциялар текисликлари тизимидаги a тўғри чизиқнинг эпюрини ясаш учун V_1 текисликни O_1X_1 ўқи атрофида айлантрилиб, H текисликка жипслаштирилади. a тўғри чизиқнинг янги проекциясини ясаш учун O_1X_1 ўқни a' га параллел қилиб ўтказилади ва A' , B' нуқталардан шу ўққа перпендикуляр боғланиш чизиқлари туширилади. Сўнгра O_1X_1 билан кесишган нуқтасидан $A''A_X$ ва $B''B_X$ масофалар ўлчаб қўйилади, яъни $A''A_X = A_{X_1} A_1'$, $B''B_X = B_{X_1} B_1'$ бўлади. Натижада тўғри чизиқнинг ҳақиқий узунлиги $A_1''B_1'' = AB$ ҳосил бўлади (131-шакл, б).

2. Тўғри чизиқ H_1 га ёки V_1 га нуқта бўлиб проекцияланиши учун V ва H текисликлар кетма-кет алмаштирилади, яъни

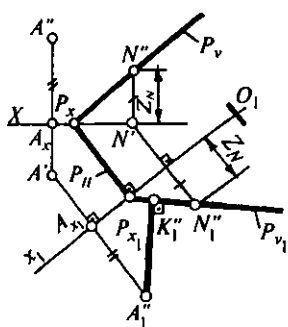
$$OX \frac{V}{H} \rightarrow O_1X_1 \frac{V_1}{H} \rightarrow O_2X_2 \frac{V_1}{H_1}.$$

Бунда, аввал $O_1X_1 \parallel A'B'$, кейин $O_2X_2 \perp A_1'B_1'$ бўлади (132-шакл). Демак, a тўғри чизиқ янги H_1 текисликка перпендикуляр бўлиб, унга нуқта кўринишида проекцияланади.

3. A (A' , A'') нуқтадан излари билан берилган P (P_H , P_V) текисликкача бўлган масофа аниқлансин. Бунинг учун ихтиёрый вазиятдаги P текис-



132-шакл

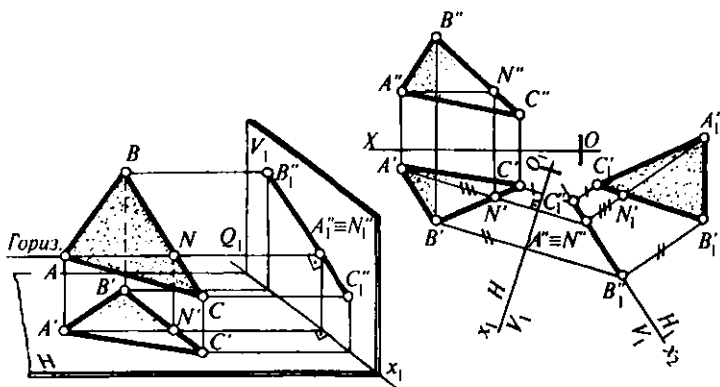


133-шакл

лик янги текисликлар системасида проекцияловчи вазиятга келтирилади. Шу мақсадда P_H изнинг бирор жойида шу изга перпендикуляр қилиб, янги проекциялар ўқи O_1X_1 ўтказилади. O_1X_1 ўқи билан P_H изнинг кесишиш нуқтаси P_{X_1} деб белгиланади. P_V изда бирорта $N(N', N'')$ нуқтани танлаб, шу нуқтанинг горизонтал проекцияси орқали O_1X_1 ўқига перпендикуляр қилиб боғловчи чизиқ

ўтказилади. N'' нуқтанинг OX дан узоклигини ўлчаб, O_1X_1 га ўтказилган боғловчи чизиққа ўлчаб қўйилади ва уни N_1'' деб белгиланади. N_1'' билан P_{X_1} ни туташтириб, янги P_{V_1} изни ҳосил қилинади. Сўнгра $A'' A_X$ масофани, A' дан O_1X_1 га туширилган боғловчи чизиққа унинг O_1X_1 билан кесишган нуқтаси A_{X_1} дан ўлчаб қўйилади, натижада нуқтанинг янги A_1'' проекцияси ҳосил бўлади. Энди A_1'' нуқтадан P_{V_1} изга перпендикуляр ўтказилади. $A_1''K_1''$ масофа изланаётган масофади (133-шакл).

4. Умумий вазиятдаги ABC шаклнинг ҳақиқий кўриниши аниқлансин (134-шакл). Бу масалани ечишда, аввало V текислик янги V_1 текислик билан алмаштирилади ва ABC учбурчак проекцияловчи вазиятга келтирилади. Бунинг



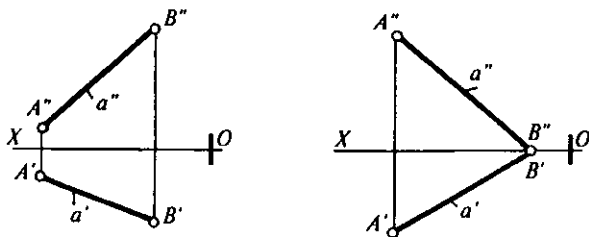
134-шакл

учун O_1X_1 ўқ горизонталнинг горизонтал проекцияси $A'N'$ га перпендикуляр қилиб ўтказилади. Бунда горизонтал янги V_1 текисликка нуқта бўлиб, ABC учбурчак эса $B_1'A_1'C_1'$ тўғри чизик бўлиб проекцияланади. Иккинчи марта O_2X_2 ўқ текисликнинг янги проекцияси $B_1'A_1'C_1'$ га параллел қилиб ўтказилади (бу масалада O_2X_2 ўқ текисликнинг ўзидан ўтказилган). Сўнгра, $A'B'$ ва C' нуқталардан O_1X_1 ўқигача бўлган масофалар тегишли боғловчи чизиклар бўйича O_2X_2 ўқдан бошлаб қўйилади. Натижада текисликнинг $[A'B_1'C_1'] = [ABC]$ ҳақиқий катталиги ҳосил бўлади (134-шакл).

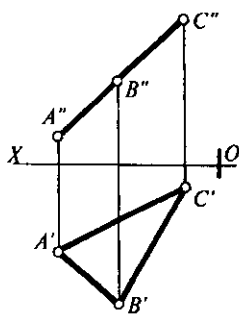
Масалалар

1. Умумий вазиятдаги AB тўғри чизикнинг ҳақиқий узунлиги ва H, V проекциялар текисликлари билан ҳосил қилган α ва β бурчаклари аниқлансин (135-шакл, а, б).

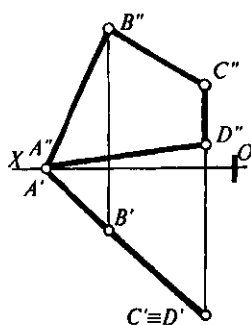
2. Фронтал проекцияловчи ABC шаклнинг ҳақиқий кўриниши аниқлансин (136-шакл).



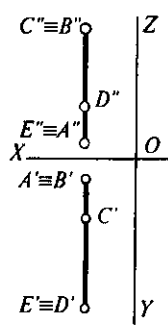
135-шакл



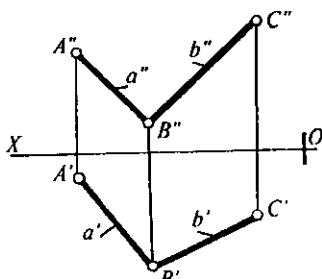
136-шакл



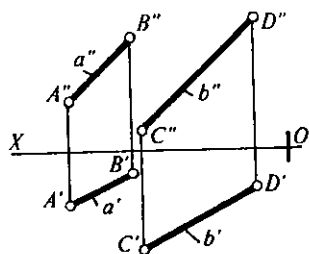
137-шакл



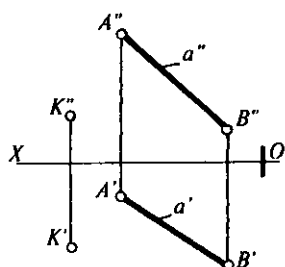
138-шакл



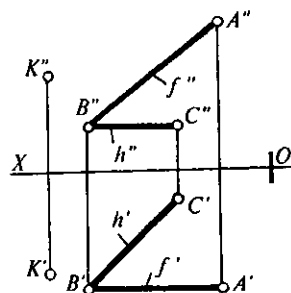
137-шакл



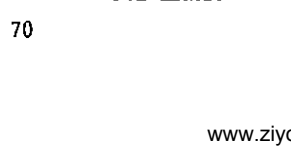
138-шакл



139-шакл



140-шакл



141-шакл



142-шакл

3. Горизонтал проекцияловчи $ABCD$ тўртбурчакнинг ҳақиқий кўриниши аниқлансин (137-шакл).

4. Берилган $ABCDE$ бешбурчакнинг ҳақиқий кўриниши аниқлансин (138-шакл).

5. $P(a \cap b)$ текисликнинг горизонтал проекциялар текислигига нисбатан оғиш бурчаги аниқлансин (139-шакл).

6. $P(a \parallel b)$ текислик билан V фронтал проекциялар текислиги орасида ҳосил бўлган β бурчак аниқлансин (140-шакл).

7. $K(K', K'')$ нуқтадан $a(a', a'')$ тўғри чизикқа қадар бўлган масофа аниқлансин (141-шакл).

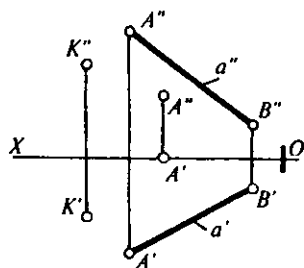
8. $K(K', K'')$ нуқтадан $P(h \cap f)$ текисликка қадар бўлган масофа аниқлансин (142-шакл).

9. $K(K', K'')$ нуқтадан $P(A, a)$ текисликка қадар бўлган масофа топилсин (143-шакл).

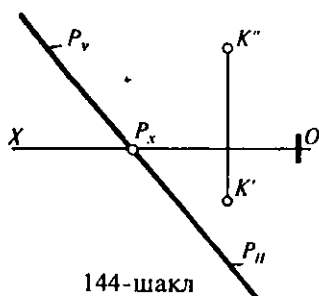
10. $K(K', K'')$ нуқтадан излари билан берилган $P(P_H, P_V)$ текисликка қадар бўлган масофа аниқлансин (144-шакл).

11. Ўзаро параллел K ва F текисликлар орасидаги масофанинг ҳақиқий узунлиги топилсин (145-шакл).

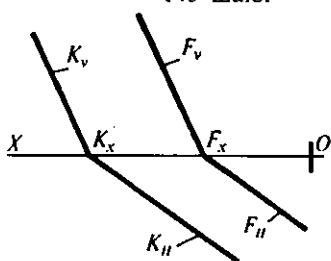
12. $K(K', K'')$ нуқтадан $a(a', a'')$ чизикқа қадар бўлган масофанинг ҳақиқий узунлиги аниқлансин (146-шакл).



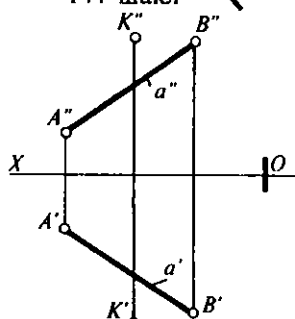
143-шакл



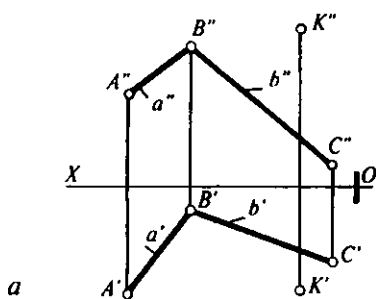
144-шакл



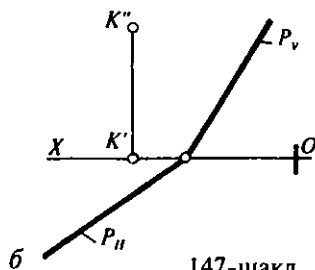
145-шакл



146-шакл



а



б

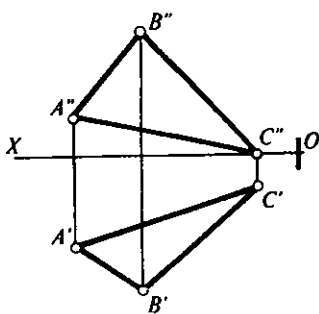
147-шакл

13. Берилган текисликларга нисбатан $K(K', K'')$ нуқтага симметрик бўлган $E(E', E'')$ нуқта аниқлансин (147-шакл а, б).

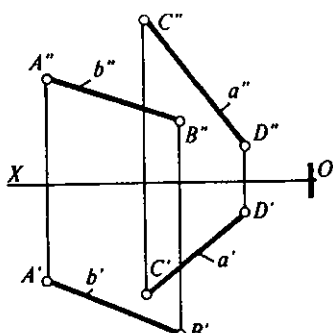
14. Умумий вазиятдаги ABC учбурчакнинг учларидан ўтувчи айлананинг маркази топилсин (148-шакл).

15. a ва b айқаш тўғри чизиқлар орасидаги масофа аниқлансин (149-шакл).

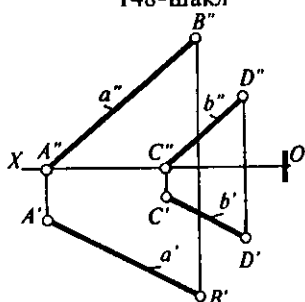
16. Ўзаро параллел ($a \parallel b$) тўғри чизиқлар орасидаги масофа аниқлансин (150-шакл).



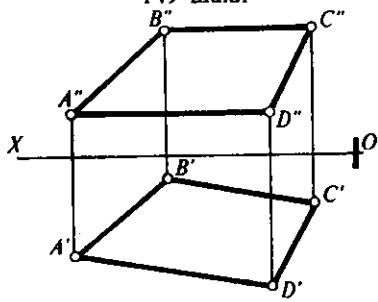
148-шакл



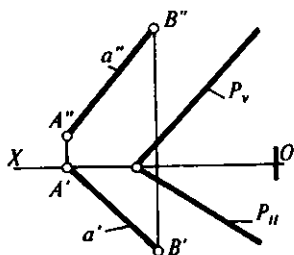
149-шакл



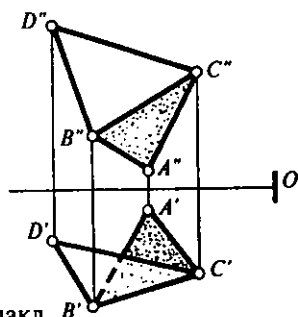
150-шакл



151-шакл



152-шакл



153-шакл

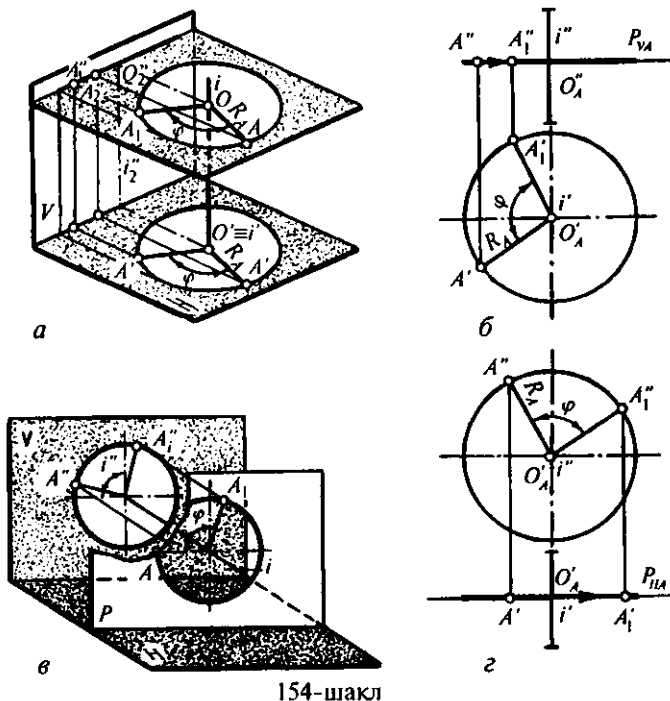
17. Умумий вазиятдаги $ABCDE$ шаклнинг ҳақиқий катталиги аниқлансин (151-шакл).

18. a тўғри чизик билан P_H, P_V текислик орасида ҳосил бўлган бурчак аниқлансин (152-шакл).

19. ABC ва $B'CD$ текисликларнинг BC қиррасидаги икки ёқли бурчакнинг ҳақиқий катталиги топилсин (153-шакл).

14-§. Айлантириш усули

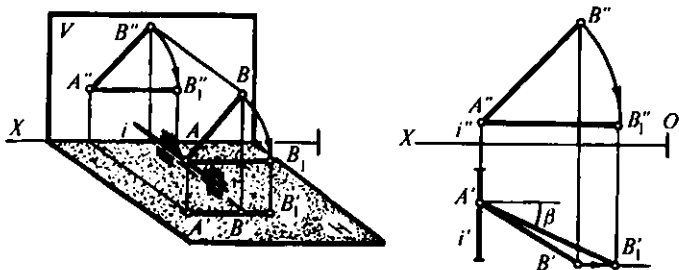
Айлантириш усулида геометрик элементлар кўпинча H ёки V текисликларга нисбатан перпендикуляр жойлашган бирор ўқ (тўғри чизик) атрофида айлана бўйича ҳаракатланиб, умумий вазиятдан проекцияловчи ёки масалани шарти талаб қилган ҳолатга келтирилади. Бунда ҳар бир нуқта айланиш ўқида ётувчи O маркази, марказдан ҳаракатланувчи нуқтагача бўлган масофа (айланиш радиуси) атрофида ва ўз ўқида перпендикуляр бўлган текислик (ҳаракат текислиги) бўйича ҳаракатланади. 154-шаклда A нуқтани i ўқ атрофида айланиши кўрсатилган. A нуқта i ўқ атрофида айланганда айлана чизади. Бу айлана ётган текислик H текисликка параллел бўлганлиги учун, айлана H текисликка ўзгармасдан, V га эса тўғри чизик кўринишида проекцияланади. Бу ерда P текислиги i ўқ билан кеси-



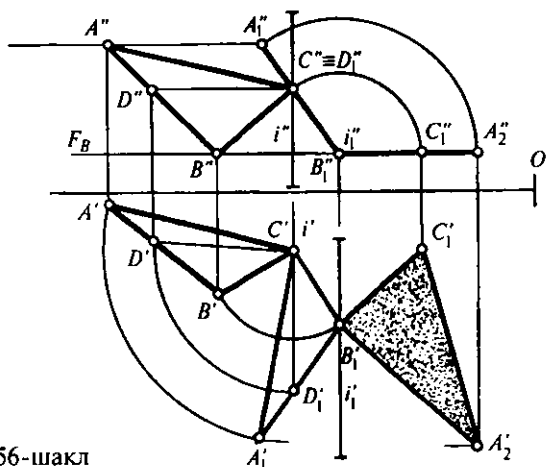
154-шакл

шиб, айланиш O марказини, $OA=R_1$ айланиш радиусини, $A_1 A_1'$ нукта A нуктанинг айлангандан кейинги вазиятини ҳосил қилади (154-шакл, б). Агар нукта V га перпендикуляр ўқ атрофида ҳаракатланса, ҳаракат текислигининг горизонтал проекцияси тўғри чизик кўринишида, фронтал проекцияси эса айлана кўринишида проекцияланади (154-шакл, в ва г лар) 155-шаклда умумий вазиятда жойлашган AB тўғри чизикнинг ҳақиқий узунлигини бир марта айлантириб аниқланиши кўрсатилган (155-шакл, а). Бунда β бурчак AB тўғри чизик билан V текислик орасидаги бурчакдир (155-шакл). Бу ерда айланиш ўқи, A нукта орқали ўтиб V га перпендикулярдир. Шунинг учун кесма ни битта $B(B', B'')$ нуктасини айлантириш kifоядир. Бунда $A'B_1' \parallel OX$ вазиятни олади. Боғловчи чизик ёрдамида B_1' нукта аниқланади. B_1' нуктани A' нукта билан туташтириб $[B_1'A'] = [AB]$ тўғри чизикнинг ҳақиқий катталигига эга бўлинади.

Айрим масалалар геометрик шакллارни икки марта айлантириш усулидан фойдаланиб ечилади. 156-шаклда ABC шаклни икки марта айлантириб унинг ҳақиқий катталигини аниқлаш кўрсатилган. Бунда ABC шаклнинг $C(C', C'')$ учи орқали $i(i', i'') \perp H$ айланиш ўқи ўтказилади. Шу нукта орқали $DC(D'C', D''C'')$ горизонтал чизик ўтказилади. $CD(C'D', C''D'')$ чизикни OX ўқига нисбатан перпендикуляр вазиятга келгунча айлантирилади ва $C'D_1', C''D_1''$ чизикқа эга бўлинади. A_1' ва B_1' нукталарни топиш учун ёйларни кесиштириш усулидан фойдаланилади. $A_1'C_1' = A'C'$, $A_1'D_1' = A'D'$ радиусларни кесиштириб, A_1' нукта топилади. Бунинг учун C' нукта орқали $A'C'$ радиус билан



155-шакл

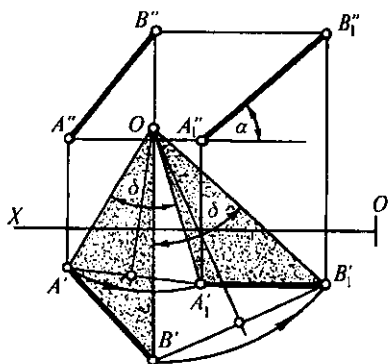


156-шакл

ёй чизилади. D_1' нукта орқали $A'D'$ радиус билан ёй чизилади. Ёйлар ўзаро кесишиб, A_1' нуктани беради. B_1' нукта ҳам худди шу усулда топилади. $A_1'B_1'C_1'$ нукталарни туташтириб, ABC текисликнинг янги $A_1'B_1'C_1'$ горизонтал проекцияси ҳосил бўлади. Боғловчи чизиклар ёрдамида $A_1'B_1'C_1'$ нукталар аниқланади. Иккинчи ўқ $B_1'B_1''$ нукта орқали V га перпендикуляр қилиб ўтказилади. $B_1'B_1''$ марказ орқали текисликни OX ўқига параллел бўлгунча айлантирилади ва $B_1'C_1'A_2'$ чизик ҳосил бўлади. Боғловчи чизик орқали C_1', A_2' нукталар аниқланади. Аниқланган B_1', C_1', A_2' нукталарни ўзаро туташтириб, ABC нинг ҳақиқий катталиги топилади.

15-§. Текис-параллел ҳаракатланиш усули

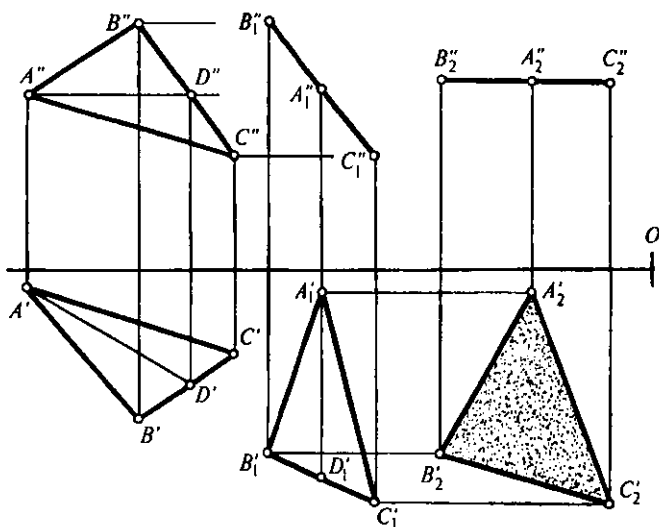
Бу усул айлантириш усулининг бир тури бўлиб, бунда айланиш ўқи аниқ кўрсатилмайди. Умумий вазиятдаги AB тўғри чизикнинг ҳақиқий катталигини аниқлаш учун, тўғри чизикнинг горизонтал проекцияси $A'B'$ ни маълум бурчакка буриб, OX га параллел вазиятга келтирилади. Буриш бурчагининг O маркази $A'A_1'$ ва $B'B_1'$ кесмаларни ўртасидан чиқарилган чизикларни кесишишидан ҳосил бўлади (157-шакл). Бу ерда $OA' = OA_1'$; $OB' = OB_1'$; $\triangle OA'B' = \triangle OA_1'B_1'$ бўлади. Лекин $\angle A'OB' = \angle A_1'OB_1'$, чунки $\angle A_1'OB_1' + \angle A_1'OB' = \delta$. Шунинг учун ҳар икки учбурчак томонлари



157-шакл

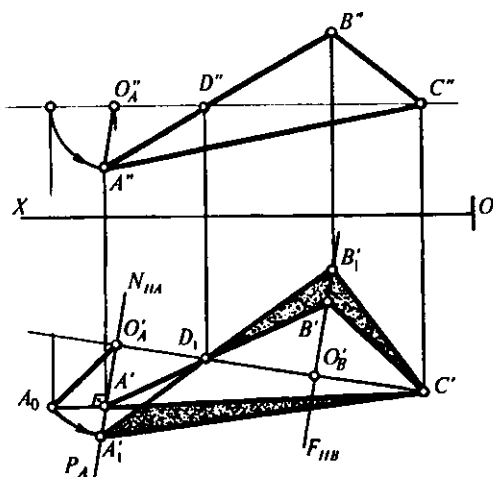
ўзаро тенгдир. Демак, O нуқтани марказ қилиб $A'B'$ томонини OX га параллел бўлгунча буриш мумкин. Умумий вазиятдаги ABC учбурчакнинг ҳақиқий кўринишини аниқлаш учун (158-шакл), ABC шаклнинг $A'D'$, $A''D''$ горизонтали ўтказилади. Бунда, $A'D'$ чизиқ OX га, $A'D''$ эса $A''B''$ орқали топилади. $A'D'$ чизиқни OX ўқиға перпендикуляр қилиб,

исталган жойга кўчириб қўйилади ва $A'_1D'_1$ деб белгиланади. A'_1 нуқтадан $A'B' = A'_1B'_1$ радиус билан ёй чизилади, D'_1 нуқтадан $D'B' = D'_1B'_1$ радиус билан ёй чизилади. Ёйлар ўзаро кесишиб, B'_1 нуқтани беради. Худди шу тартибда C'_1 нуқта топилади. A'', B'', C'' нуқталардан OX ўқиға параллел чизиқлар (ҳаракат текисликлари) чиқариб, $A'_1B'_1C'_1$ нуқталардан чиқарилган боғловчи чизиқлар билан кесишти-



158-шакл

рилади ва $A_1'' B_1'' C_1''$ нуқталар аниқланади ва улар ўзаро туташтирилади. Энди ABC текисликни H текисликка нисбатан параллел вазиятга келтириш учун $A_1'' B_1'' C_1''$ чизикни, V текисликка нисбатан перпендикуляр бўлган ўқ атрофида OX ўқиға нисбатан параллел вазиятга келгунча айлантирамиз ва (исталган жойга кўчириш мумкин) уни $B_2'' A_2'' C_2''$ деб белгиланади. Бу нуқталарнинг горизонтал проекцияларини аниқлаш учун A_1', B_1', C_1' нуқталардан OX га парал-



159-шакл

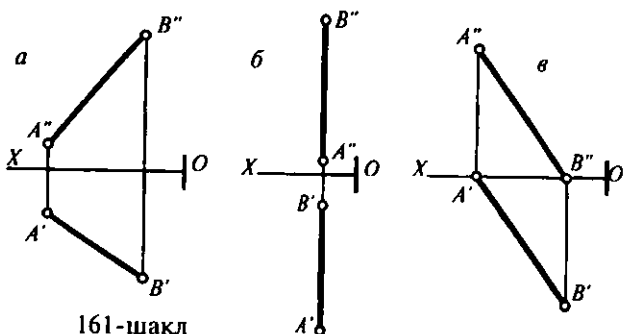
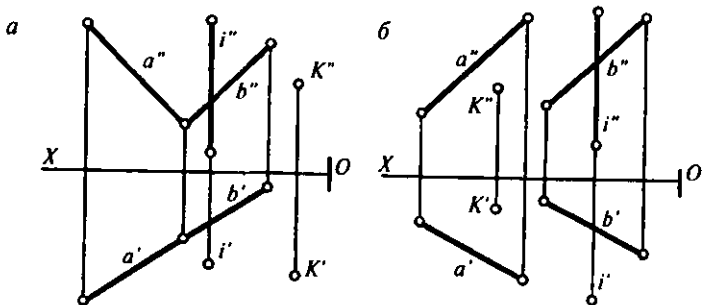
лел чизиклар ўтказиб, B_2'', A_2'', C_2'' нуқталардан туширилган боғловчи чизиклар билан кесиштирилади ва B_2', A_2', C_2' нуқталар аниқланади. Бу нуқталарни ўзаро туташтириб, учбурчакнинг ҳақиқий катталигига эга бўлинади (158-шакл). 159-шаклда умумий вазиятдаги ABC шаклнинг ҳақиқий кўринишини, унинг горизонтали атрофида айлантириб топилши кўрсатилган. Бунда аввало, текисликнинг $S(C', C'')$ нуқтаси орқали $CD(C'D', C''D')$ горизонтали ўтказилган ва бу чизик текисликнинг айланиш ўқи деб олинади. $S(C', C'')$ нуқта кўзғалмас бўлганлиги учун ҳаракатланувчи нуқталар $A(A', A'')$ ва $B(B', B'')$ бўлади. $A'A''$ ва $B'B''$ нуқталар орқали $C'D'$ айланиш ўқиға перпендикуляр қилиб, P_A, F_B айланиш текисликлари ўтказилади. Бу текисликлар CD айлантириш ўқи билан кесишиб $O_A'' O_A'$ ва $O_B'' O_B'$ айланиш марказларини ҳосил қилади. Сўнг-

ра айланиш радиуслари аниқланади, масалан, $A(A', A'')$ нукта учун $R=A'O'_A$, $A''O''_A$ бўлади. Тўғри бурчакли учбурчак усулидан фойдаланиб, айланиш радиусининг ҳақиқий катталиги $O'_A A$ топилади. O'_A марказдан $O'_A A$ радиусда ҳаракат текислиги N_{HA} билан кесишгунча бурилади ва кесишиш нуктасини A'_1 деб белгиланади. Худди шу усулда $B(B', B'')$ нуктанинг янги B'_1 проекцияси топилади. Топилган $A'_1 B'_1$ нукталарни C нукта билан туташтирилса, берилган учбурчакнинг $[A'_1 B'_1 C] = [ABC]$ ҳақиқий катталиги бўлади.

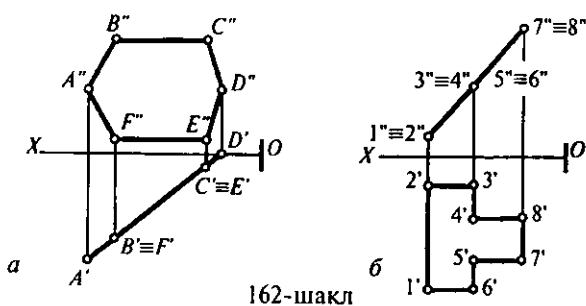
Масалалар

1. Берилган $K(K', K'')$ нукта $i(i', i'')$ ўқ атрофида берилган текислик билан қўшилгунча айлантирилсин (160-шакл, а, б).

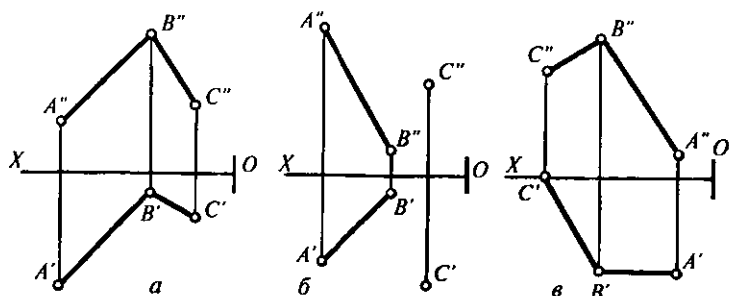
2. Берилган AB тўғри чизиқнинг ҳақиқий узунлиги ва H, V текисликлар билан ҳосил қилган бурчаклари айлантириш усулидан фойдаланиб аниқлансин (161-шакл, а, б, в).



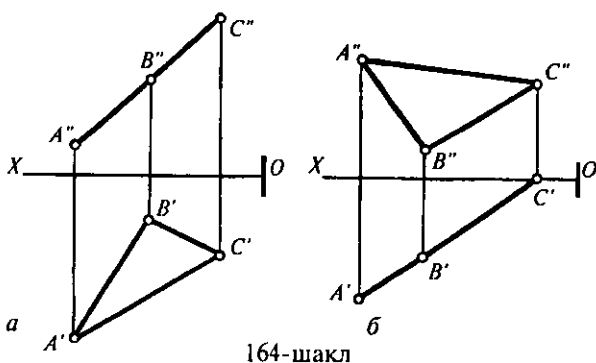
161-шакл



162-шакл



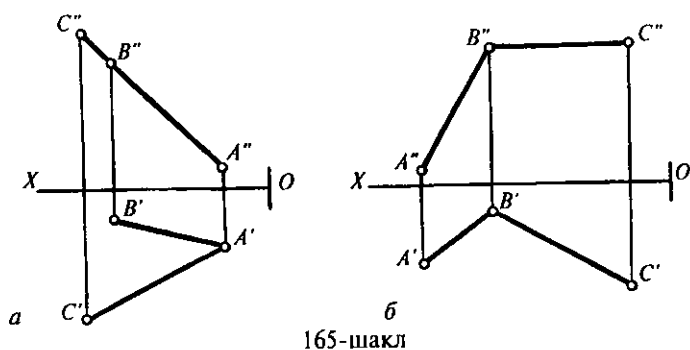
163-шакл



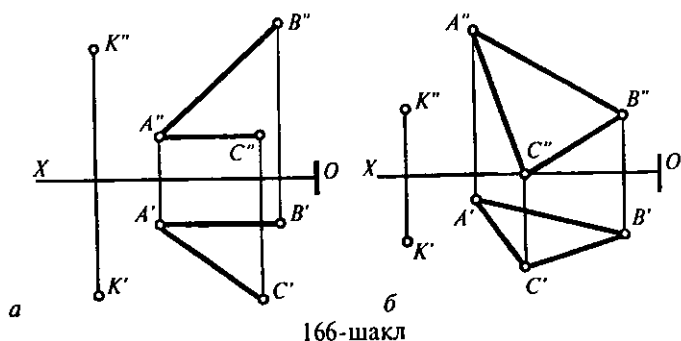
164-шакл

3. Берилган шаклларнинг ҳақиқий кўринишлари айлантириш усули билан аниқлансин (162-шакл, *a*, *б*).

4. Умумий вазиятда берилган ABC текисликларни, $C(C', C'')$ нуқтадан ўтувчи ва H текисликка перпендикуляр бўлган $i(i', i'')$ ўқ атрофида айлантириб, фронтал проекцияловчи вазиятга келтирилсин (163-шакл, *a*, *б*, *в*).



165-шакл



166-шакл

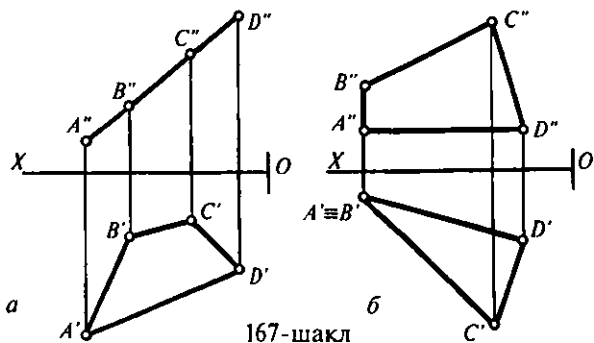
5. Берилган учбурчакларга ички чизилган айлананинг маркази топилсин (164-шакл, *a*, *b*).

6. Берилган ABC текисликнинг A , B ва C нуқталаридан бир хил узоқликда жойлашган K нуқта аниқлансин (165-шакл, *a*, *b*).

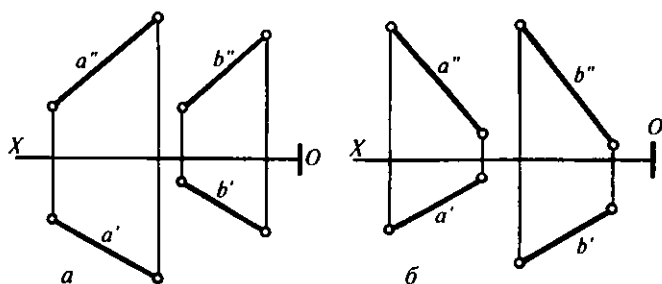
7. $K(K', K'')$ нуқтадан ABC текисликкача бўлган масофа айлантириш усулидан фойдаланиб аниқлансин (166-шакл, *a*, *b*).

8. Берилган шаклларни ҳақиқий катталиги текис параллел ҳаракатланиш усули билан аниқлансин (167-шакл, *a*, *b*).

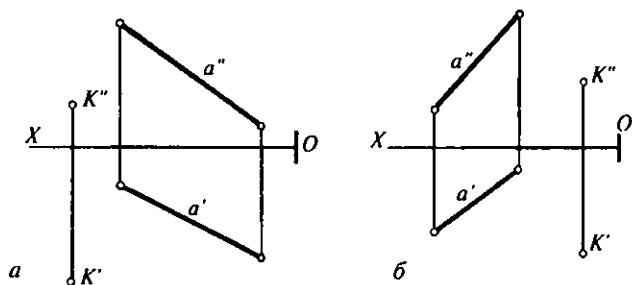
9. Икки ўзаро параллел $a(a', a'')$ ва $b(b', b'')$ тўғри чизиклар орасидаги масофа, текисликнинг горизонтал чизиғи атрофида айлантириб аниқлансин (168-шакл, *a*, *b*).



167-шакл



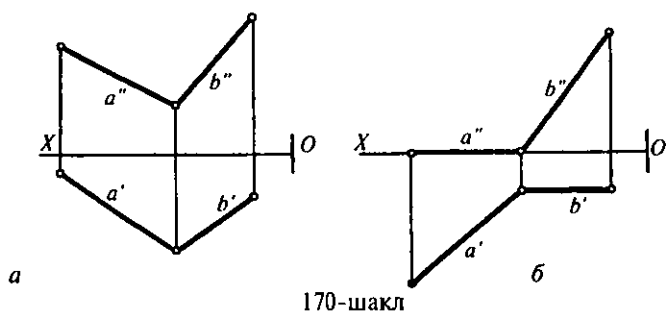
168-шакл



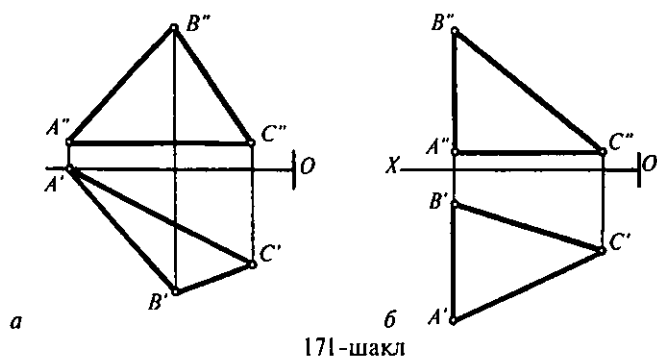
169-шакл

10. $K (K', K'')$ нуктадан $a (a', a'')$ тўғри чизиққача бўлган масофа текисликнинг горизонтали атрофида (169-шакл, a) ва фронтали атрофида (169-шакл, b) айлантириб аниқлансин.

11. Ўзаро кесишувчи ($a \cap b$) тўғри чизиқлар орасидаги бурчак айлантириш усули билан аниқлансин (170-шакл, a, b).



170-шакл



171-шакл

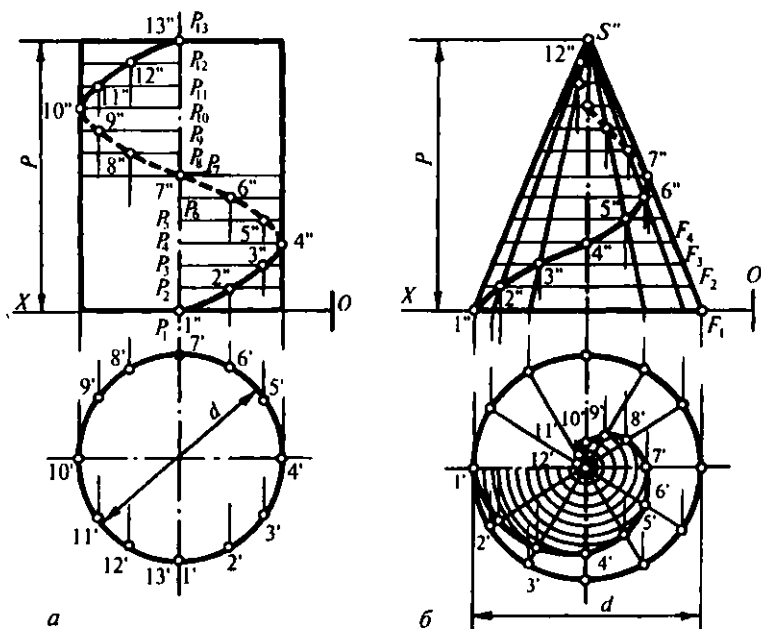
12. Берилган учбурчакка ташқи чизилган айлананинг маркази аниқлансин (171-шакл, *a*, *б*).

5-боб

ЭГРИ ЧИЗИҚЛАР

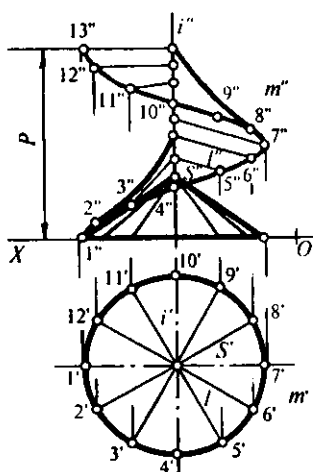
16-§. Эгри чизиклар тўғрисида қисқача тушунча

Эгри чизиклар текис ва фазовий бўлади. Ҳамма нуқталари битта текисликда ётган эгри чизик текис эгри чизик дейилади. Ҳамма нуқталари битта текисликда ётмаган эгри чизик фазовий эгри чизик деб юритилади. Чизма геометрия нуқтаи назаридан қаралганда эгри чизик фазода маълум йўналишда узлуксиз ҳаракатланувчи бирон нуқтанинг қолдирган изи деб қаралади.



172-шакл

Куйида бир неча эгри чизиқларни ҳосил бўлиши келтирилган. 172-шаклда цилинрик винт чизиғини ҳосил бўлиши кўрсатилган. Бунинг учун берилган цилиндр асоси d ни 12 тенг бўлакка бўлинади (ушбу мисолда 12 бўлакка бўлинган) ва бўлиниш нуқталари винт чизиғини ҳосил қилувчи нуқта ҳаракати йўналиши бўйича 1, 2, 3... 12 билан белгиланади. Сўнгра цилиндрнинг контур ясовчисига P қадам қиймати ўлчаб қўйилади ва бу қадамни ҳам 12 тенг бўлакка бўлинади. Бўлиниш нуқталари пастдан юқорига қараб номланади. Нуқта 1 ($1', 1''$) вазиятдан 2 ($2', 2''$) вазиятга кўтарилганда унинг фронтал проекцияси $1''$ дан $2''$, яъни $P/12$ қисмга кўтарилади. Нуқта $2'$ дан $3'$ вазиятга эга бўлганда унинг фронтал проекцияси $3''$ нуқтага, яъни $2P/12$ баландликка кўтарилади ва ҳоказо. Нуқта цилиндр атрофида тўла бир марта айланиб, винт чизиқнинг P қадамига тенг бўлган баландликка кўтарилади. Топилган 1, 2...13 нуқталарни равои эгри чизиқ билан бирлаштирилади. Натижада винт чизиғи ҳосил бўлади. 172-шакл, б-да конус



173-шакл

винт чизиғини ясалиши кўрсатилган. Бунинг учун конус асоси айланасининг 12 та ясовчиси ўтказилади ва қадами P ҳам 12 тенг бўлакка бўлинади. Бу бўлинган нуқталар орқали ўтказилган текисликлар конус сиртида айланалар ҳосил қилади. Айланалар тегишли ясовчилар билан кесишиб, H текисликдаги винт чизиқнинг $1', 2', 3' \dots 12'$ нуқталарини ҳосил қилади. Бу нуқталарнинг фронтал $1'', 2'', 3'' \dots 12''$ проекциялари F текисликларнинг фронтал проекцияларида аниқланади. Топилган нуқталарни равои эгри чизиқ билан таштирилади. 173-шаклда қий-

шиқ геликоиднинг ясалиши кўрсатилган. Бу масалада винт ясовчиси l , винт ўқи i га нисбатан ўткир φ бурчак остида жойлашади. Геликоиднинг ясовчиси ўзининг ҳаракати даврида тўғри доиравий цилиндр ҳамда ундаги винт чизиқ ўқи i ни кесиб ўтиб, винт чизиқ билан ўқдош бўлган тўғри доиравий конус ясовчиларига параллел бўлади. Бундай конус йўналтирувчи конус дейилади.

Геликоидни яшаш учун $S(S', S'')$ учли йўналтирувчи конусни ва унинг d диаметрли асосини тенг 12 га бўлинади. Ясовчи l ва i ўқ орасидаги φ бурчак ясалади. Сўнгра m' айланани ҳамда P қадамни ҳам 12 га бўлинади. i ўқнинг фронтал проекцияси i'' ўқдаги бўлинма нуқталаридан конус ясовчиларининг фронтал проекциясига тегишлича параллел қилиб, ясовчининг фронтал проекцияси ўтказилади. Ясовчи тўғри чизиқ ўз ҳаракатини давом эттириб, тўла бир марта айланганда ўқ бўйлаб P қадамга сурилади. Геликоиднинг фронтал проекцияси ясовчи тўғри чизиқнинг бир қанча вазиятларини айланиб ўтувчи эгри чизиқдан иборат бўлади.

Такрорлаш учун саволлар

1. Эгри чизиқлар қандай ҳосил бўлади ва уларнинг турларини айтиб беринг?
2. Эгри чизиқлар чизмада қандай берилади?
3. Текис ва фазовий эгри чизиқларнинг фарқини тушунтиринг?
4. Винт чизиғи қандай ҳосил бўлади?
5. Қийшиқ геликоиднинг асосий параметрлари нималардан иборат?

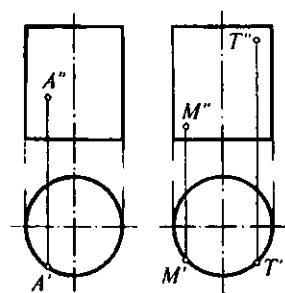
Масалалар

1. Цилиндр сиртида ётувчи ва $A(A', A'')$ нуқта орқали ўтувчи ўнақай цилиндрлик винт чизиғи ясалсин (174-шакл, а). Винт чизиғини қадами цилиндр баландлигига тенг.

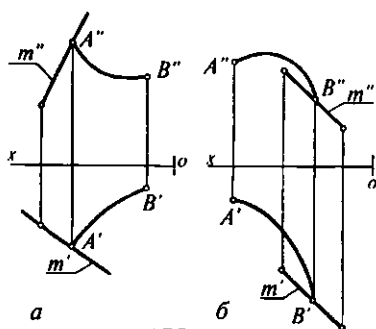
2. Радиуси 30 мм ли цилиндр сиртида ётувчи $M(M', M'')$ ва $T(T', T'')$ нуқталардан ўтувчи винт чизиғининг бирор қисми ясалсин. Винт чизиғини қадами цилиндрнинг баландлигига тенг (174-шакл, б).

3. Ясовчиси $m(m', m'')$ ва йўналтирувчиси $AB(A'B', A''B'')$ бўлган цилиндр сиртини, H текислиги билан кесишган чизиғи ясалсин (175-шакл, а).

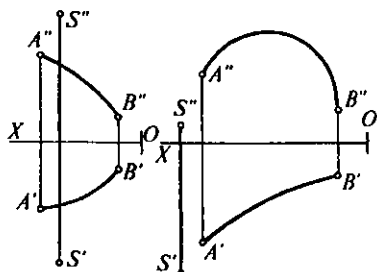
4. Ясовчиси $m(m', m'')$ ва йўналтирувчиси $AB(A'B', A''B'')$ бўлган цилиндр сиртини V текислик билан кесишган эгри чизиғи ясалсин (175-шакл, б).



174-шакл



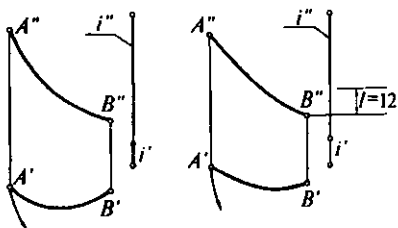
175-шакл



а б
176-шакл

5. Конус сиртининг учи $S(S', S'')$ ва йўналтирувчи $AB(A'B', A''B'')$ берилган. Уни H текислик билан кесишиш чизиғи ясалсин (176-шакл, а).

6. Конус сиртининг учи $S'S''$ ва йўналтирувчи чизиғи $AB(A'B', A''B'')$ берилган. Конус билан фронтал проекциялар текислиги V нинг кесишган эгри чизиғи ясалсин (176-шакл, б).



177-шакл 178-шакл

7. AB эгри чизиқни берилган йўналишда $i(i', i'')$ ўқ атрофида айланма ҳаракат бўйича 120° бурчакка буриб, унинг янги проекцияси ҳосил қилинсин (177-шакл).

8. $AB(A'B', A''B'')$ эгри чизиқни берилган йўналишда $i(i', i'')$ ўқ атрофида (айланма ҳаракатланиб) 120° бурчакка бурилган ҳолати ва шу йўналиши бўйича илгариланма ҳаракатланиб $h = 12$ мм га сурилган ҳолати аниқлансин (178-шакл).

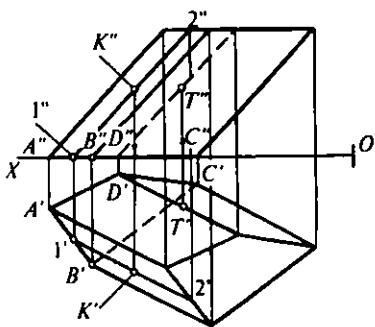
6-боб

СИРТЛАР

17-§. Умумий тушунча. Сиртларда нуқта танлаш

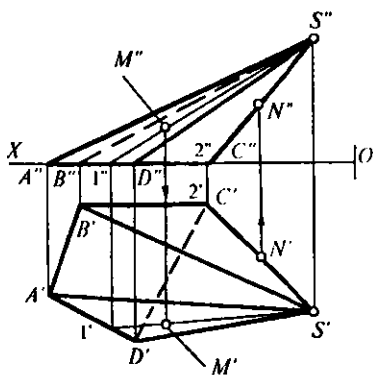
Сиртларнинг ортогонал проекцияларида, шу сиртга оид нуқтанинг битта проекцияси берилган бўлса, унинг етишмайдиган иккинчи проекциясини аниқлаш учун, тўғри чизиқли сиртларда, сирт ясовчилари, айланиш сиртларида эса сирт параллелларидан фойдаланилади. 179-шаклда

оғма призмага тегишли $K(K', K'')$ нуқтанинг фронтал K'' проекцияси берилган. Унинг горизонтал проекциясини аниқлаш учун, K'' нуқта орқали сирт қирраларига параллел қилиб $1''2''$ ясовчи ўтказилади. Ҳосил бўлган ясовчининг $1'2'$ горизонтал проекцияси аниқланади ва боғловчи чизик ёрдамида нуқтанинг K' горизонтал проекцияси топилади. T нуқтанинг T'' фронтал проекциясини топиш учун, аввал T' орқали сирт қирраларига параллел ясовчи ўтказиб боғловчи чизик ёрдамида T'' проекцияси аниқланади. 180-шаклда пирамида сиртида ётувчи $M(M', M'')$ ва $N(N', N'')$ нуқталарнинг етишмайдиган M' ва N' проекцияларини аниқлаш кўрсатилган. Бунинг учун, M нуқтанинг фронтал проекцияси M'' орқали $S'1''$ тўғри чизик топилади. Сўнгра боғловчи чизиклар ёрдамида $1'S'$ да M' топилади. N нуқта SC қиррада ётганлиги учун унинг фронтал проекцияси M'' қирра $S''C''$ да бўлса, горизонтал

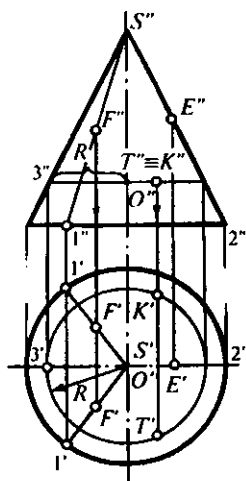


179-шакл

180-шаклда пирамида сиртида ётувчи $M(M', M'')$ ва $N(N', N'')$ нуқталарнинг етишмайдиган M' ва N' проекцияларини аниқлаш кўрсатилган. Бунинг учун, M нуқтанинг фронтал проекцияси M'' орқали $S'1''$ тўғри чизик топилади. Сўнгра боғловчи чизиклар ёрдамида $1'S'$ да M' топилади. N нуқта SC қиррада ётганлиги учун унинг фронтал проекцияси M'' қирра $S''C''$ да бўлса, горизонтал



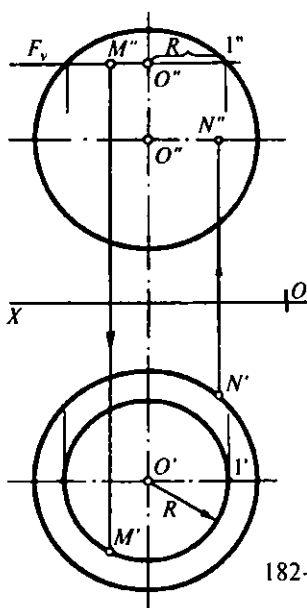
180-шакл



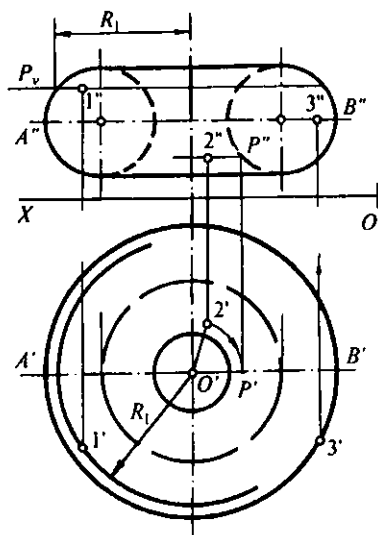
181-шакл

проекцияси N' эса $C'S'$ да бўлади. 181-шаклда конус сиртидаги F нуқтанинг етишмайдиган F' горизонтал, E нуқтанинг E'' проекцияси, T ва K нуқталарнинг эса фронтал T'' , K'' проекциялари бўйича горизонтал проекциялари T' ва K' ларнинг аниқланиши кўрсатилган. F нуқтанинг F' горизонтал проекциясини топиш учун F'' нуқтанинг конус учи фронтал S'' проекцияси билан туташтирилади. Ҳосил бўлган $S''1''$ ясовчини горизонтал $S'1'$ проекцияси топилади. Сўнгра боғловчи чизиқ ёрдамида F' топилади. E нуқтанинг горизонтал E'' проекцияси $S'2'$ ясовчида ётганлиги учун E' проекцияси $S'2'$ да бўлади. T ва K нуқталарнинг етишмайдиган T' ва K' проекциялари $R=0''3''$ радиусда чизилган айлана ёрдамида топилади.

182-шаклда шар сиртида ётувчи M нуқтанинг берилган M'' фронтал проекцияси бўйича горизонтал проекцияси M' , N нуқтанинг эса N' проекцияси бўйича N'' проекцияларини топилиши кўрсатилган. Бунда, M' нуқта орқали OX га параллел қилиб F текислик ўтказилган. F текислик шарни $R=0''1''$ радиусли айлана бўйича кесади. R радиусли



182-шакл



183-шакл

айлананинг горизонтал проекциясида боғловчи чизиқ ёрдамида нуқтанинг етишмайдиган M' проекцияси аниқланади. N нуқта экваторда ётганлиги учун, шу нуқтанинг фронтал N'' проекцияси экваторнинг фронтал проекциясида бўлади. Ҳалқа сиртининг олд томонида ётувчи l нуқтанинг етишмайдиган горизонтал проекцияси l' ни топиш учун l'' нуқта орқали $P \parallel H$ текислик ўтказилади. P текислик сиртни R_1 радиусли айлана бўйича кесиб ўтади. R_1 радиусда H текислигида айлана чизилади ва l'' нуқтадан боғловчи чизиқ ўтказилади. Бу боғловчи чизиқ айлана билан l' нуқтада кесишади (183-шакл). Экваторда ётувчи 3 нуқтанинг $3'$ горизонтал проекцияси маълум бўлса, фронтал проекцияси $3''$ экваторнинг фронтал проекциясида ётади. 2 нуқтанинг $2'$ горизонтал проекцияси берилган бўлса, унинг $2''$ фронтал проекциясини топиш учун $R=O'2'$ радиусда O' нуқтадан айлана торнинг параллелини чизиб, бу айланани фронтал проекцияси ўтказилади. Сўнгра, $2'$ нуқтадан боғловчи чизиқ ўтказилади. Бу боғловчи чизиқ айлананинг фронтал проекцияси билан кесишиб, изланаётган $2''$ нуқтани беради.

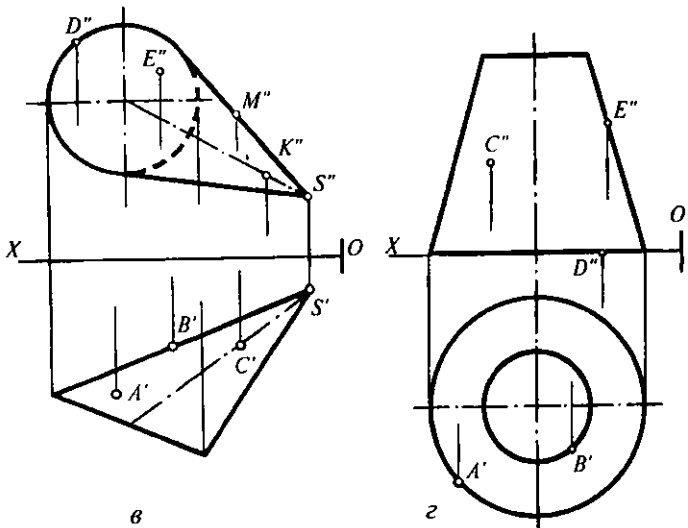
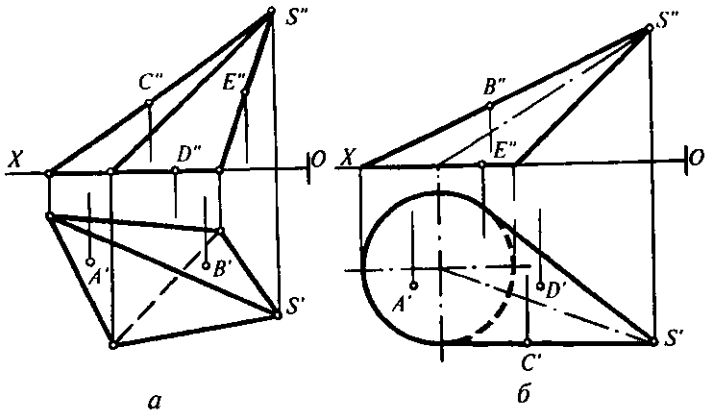
Такрорлаш учун саволлар

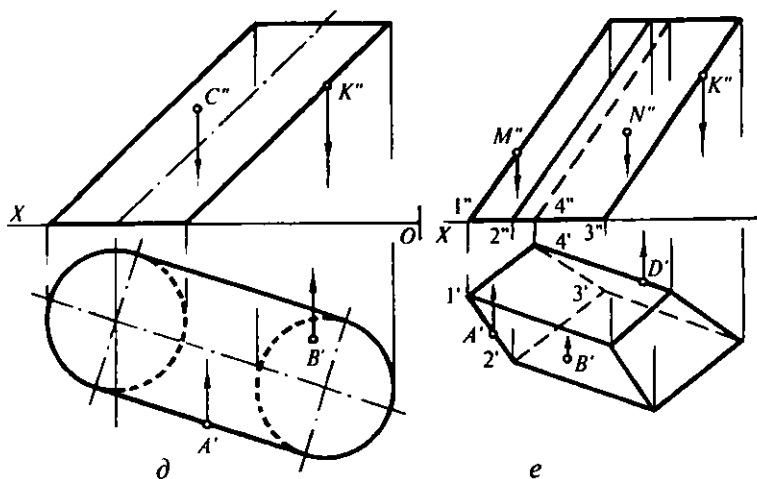
1. Сиртларнинг ҳосил бўлиш қонунларини айтиб беринг.
2. Сиртларнинг қандай турларини биласиз?
3. Йўналтирувчи эгри чизиқ деганда нимани тушунасиз?
4. Бош меридиан текислиги деб қандай текисликни айтади?
5. Бош меридиан чизиғи қандай ҳосил бўлади?
6. Қандай чизиқларни экватор ва буйин чизиғи дейилади?
7. Тўғри чизиқли ёйилувчи сиртларга қандай сиртлар киради?
8. Сиртларда нуқта қандай шартга биноан танланади?
9. Сирт очерки нима?

Масалалар

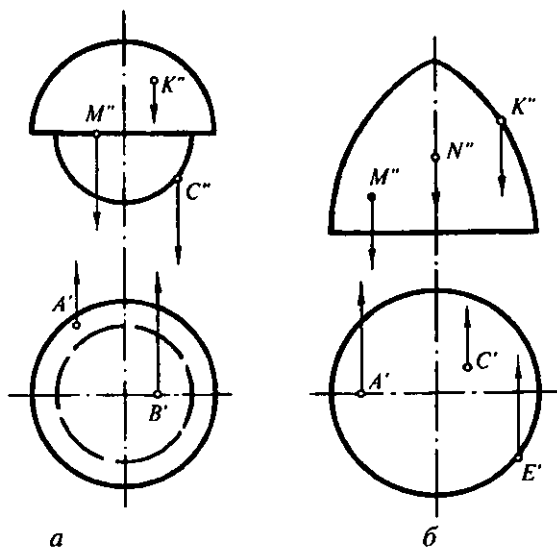
1. Берилган тўғри чизиqli ёйилувчи сиртларда ётувчи нуқталарнинг биттадан проекциялари берилган. Етишмайдиган проекциялари аниқлансин (184-шакл, а, б, в, г, д, е).

2. Айланиш сиртлари устида ётувчи нуқталарнинг етишмайдиган проекциялари топилсин (185-шакл, а, б).



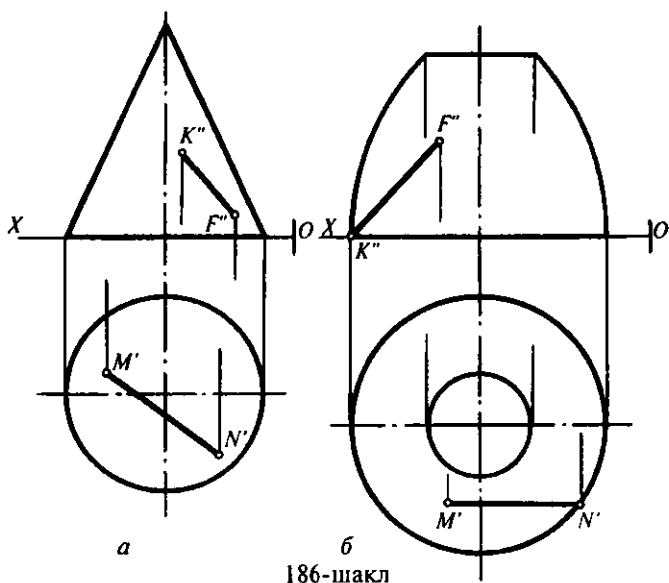


184-шакл



185-шакл

3. Берилган сиртларда ётувчи чизиқларнинг етишмайдиган проекциялари аниқлансин (186-шакл, а, б).



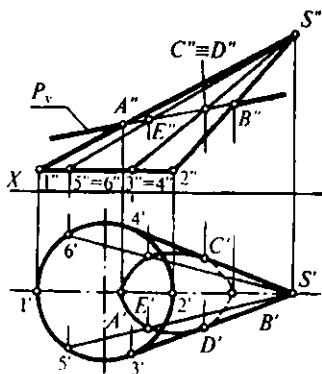
186-шакл

18-§. Сиртларнинг проекцияловчи текисликлар билан кесишиши

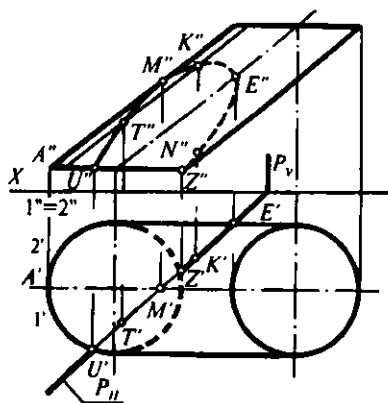
187-шаклда берилган конус сирти билан фронтал проекцияловчи $P(P_v)$ текисликнинг кесишган юзасини аниқлаш учун:

1. Конус сиртида бир неча ясовчилар ўтказилади.
2. Ясовчилар билан берилган текисликнинг кесишган нуқталари топилади. Бунда, аввало таянч нуқталар (A, B, C ва D лар) топилади. Сўнгра оралиқ нуқталар E ва F лар топилади.

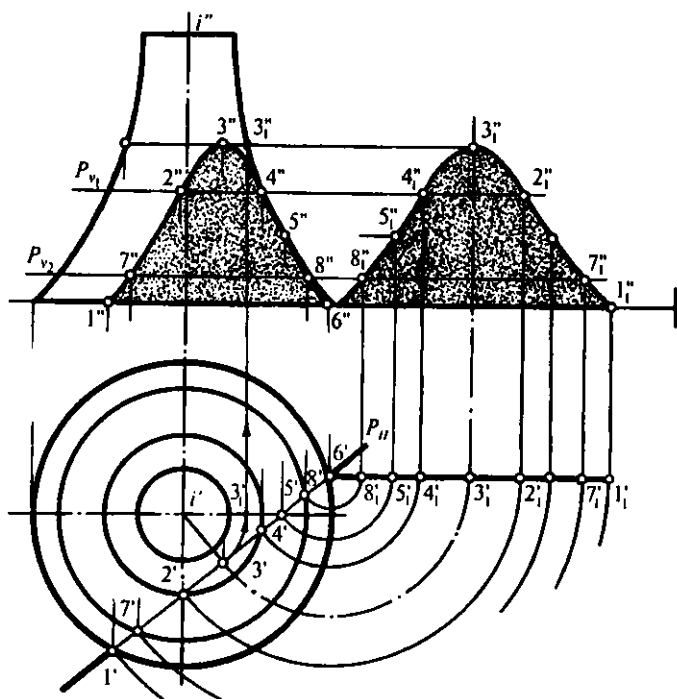
3. Топилган нуқталар кетма-кет текис равион қилиб туташтирилади. Ҳосил бўлган эгри чизиқ изланаётган эгри чизиқ бўлади. Кесишиш чизигининг проекцияларини ҳосил қилишда, аввало $S1 (S'1', S''1'')$ ва $S2 (S'2', S''2'')$ ясовчиларда ётувчи $A'A''$ ва $B'B''$ нуқталарнинг $S'3', S''3''$ ва $4'S', 4''S''$ ясовчилардаги $C'C'', D'D''$ таянч нуқталари топилади. Сўнгра бир неча, масалан, $S5', S''5''$ ясовчида ётувчи $E(E', E'')$ нуқта, $S6 (S'6', S''6'')$ ясовчидаги $F(F', F'')$ нуқта аниқланади. Бу масаладаги текислик проекциялов-



187-шакл



188-шакл



189-шакл

чи бўлганлиги учун эгри чизиқнинг фронтал проекцияси текисликнинг фронтал изи билан қўшилиб қолади. 188-шаклда цилиндр сиртини горизонтал проекцияловчи $P(P_H, P_V)$ текислик билан кесишган эгри чизигининг яса-лиши кўрсатилган. Бунда: 1. Цилиндр сиртида бир неча, масалан $A(A', A'')$, $1(1', 1'')$, $3(3', 3'')$ ва ҳ.к. нуқталар ор-қали ўтувчи ясовчилар ўтказилади.

2. Ясовчилар билан $P(P_H, P_V)$ текисликнинг кесишган $T(T', T'')$, $M(M', M'')$, $K(K', K'')$, $N(N', N'')$ цилиндр асосидаги $U(U', U'')$ ва $Z(Z', Z'')$ нуқталар топилади.

3. Топилган нуқталарни кетма-кет ўзаро бирлаштири-либ, изланаётган эгри чизиққа эга бўлинади.

189-шаклда айланиш сирти билан горизонтал проек-цияловчи P текисликнинг кесишган эгри чизиғи ва унинг ҳақиқий катталигини аниқлаш кўрсатилган.

Бунинг учун: P текислик билан бош меридианнинг кесишиш нуқталари $1(1', 1'')$, $5(5', 5'')$ ва $6(6', 6'')$ топи-лади.

Эгри чизиқнинг энг юқори нуқтасини топиш учун i' нуқтадан P_H текисликка перпендикуляр чизиқ ўтказила-ди, сўнгра $i'3'$ радиусда айлана чизилади ва айланани фронтал проекцияси топилади. Боғловчи чизиқ ёрдамида $3''$ нуқта топилади. $P_{1/2}$ ва $P_{2/2}$ текисликлар ўтказилади. Бу текисликлар сиртни $7'7''$ ва $2'2''$... нуқталар ётган парал-леллари бўйича кесади. Топилган нуқталар кетма-кет ту-таштирилади.

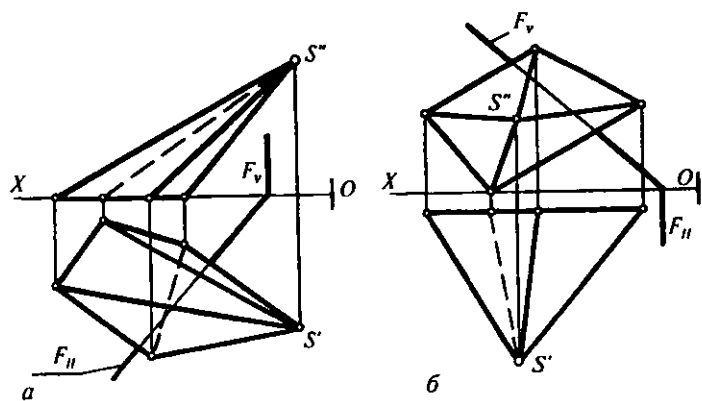
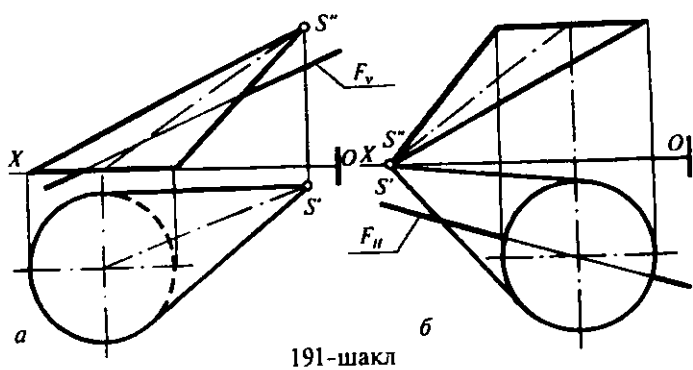
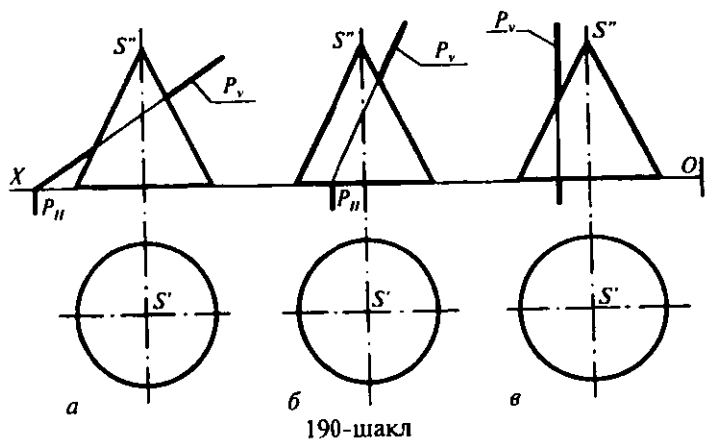
Ҳосил бўлган эгри чизиқни ҳақиқий катталиги айлан-тириш усули билан аниқланади.

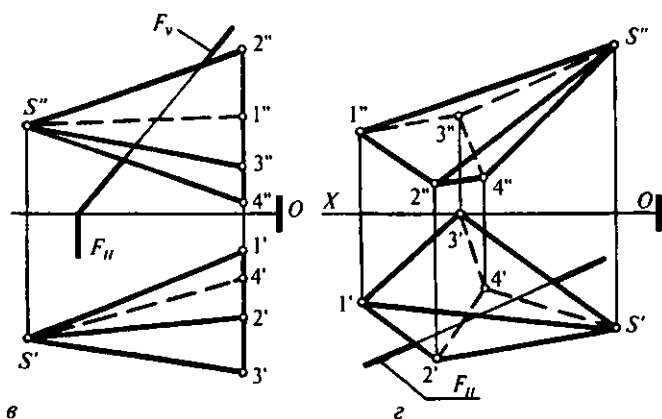
Масалалар

1. Берилган конус сирти билан P текисликнинг кесиш-ган эгри чизиғи ясалсин ва бу эгри чизиқларнинг номла-ри аниқлансин (190-шакл, *а, б, в*).

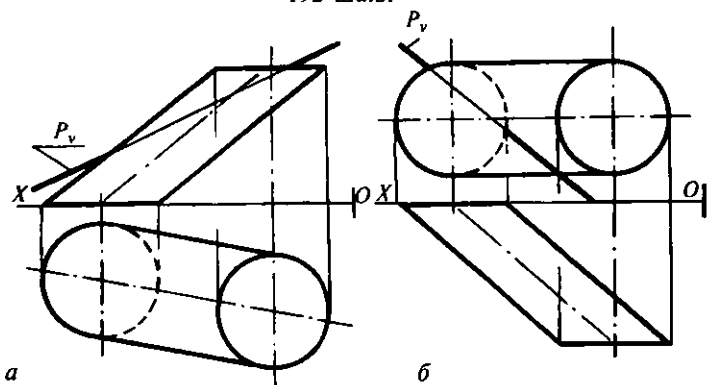
2. Оғма конус билан F текисликнинг кесишган эгри чизиғи ясалсин (191-шакл, *а, б*).

3. Пирамида сирти билан F текисликнинг кесишиш чи-зиғи ва унинг ҳақиқий катталиги аниқлансин (192-шакл, *а, б, в, г*).

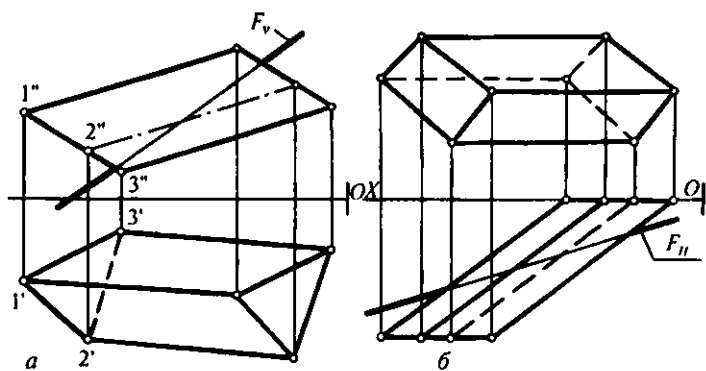




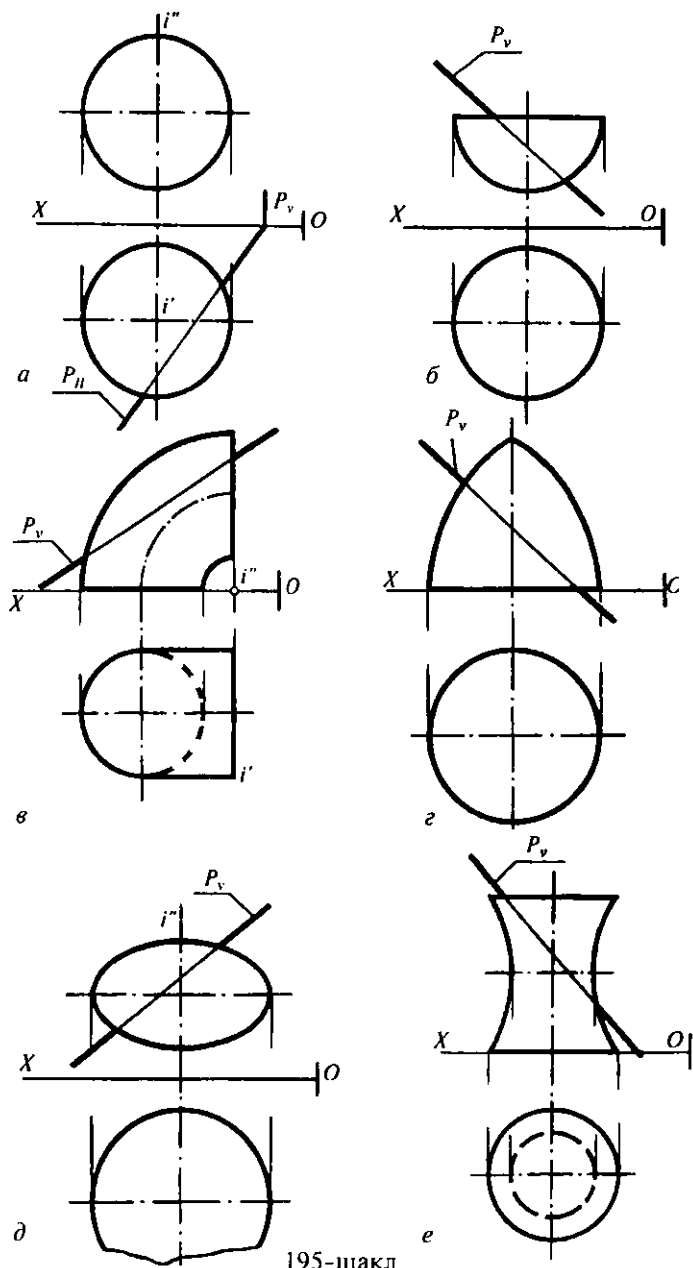
192-шакл



193-шакл



194-шакл



4. Цилиндр сирти билан P текисликнинг кесишган эгри чизиғи ясалсин (193-шакл, $a, б$).

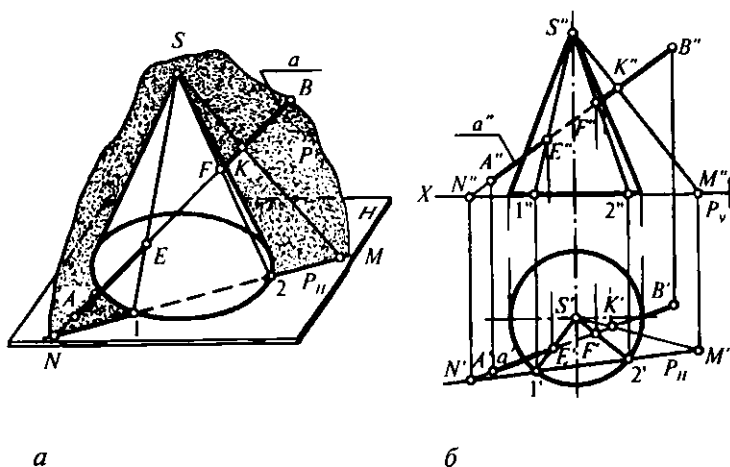
5. Призма сирти билан F текисликнинг кесишган эгри чизиғи ва унинг ҳақиқий катталиғи аниқлансин (194-шакл, $a, б$).

6. Берилган айланиш сиртлари билан $P(P_{\text{пр}}, P_{\text{в}})$ текисликнинг кесишган эгри чизиғи ясалсин (195-шакл, $a, б, в, г, д, е$).

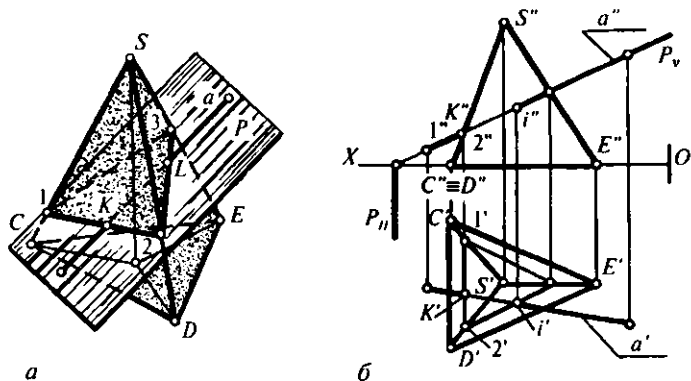
19-§. Сиртлар билан тўғри чизиқнинг кесишиши

Сиртлар билан тўғри чизиқнинг кесишган нуқталарини аниқлаш учун берилган тўғри чизиқ орқали ёрдамчи текислик (кўпинча проекцияловчи текислик) ўтказилади ва бу текисликни сирт билан кесишиш юзаси топилади. Сўнгра берилган тўғри чизиқни топилган юза билан кесишган нуқталари топилади, улар изланган нуқталарни ифодалайди.

196-шакл, a да конус сирти билан a (AB) тўғри чизиқнинг кесишган нуқталари E ва F ларни аниқлаш кўрсатилган.



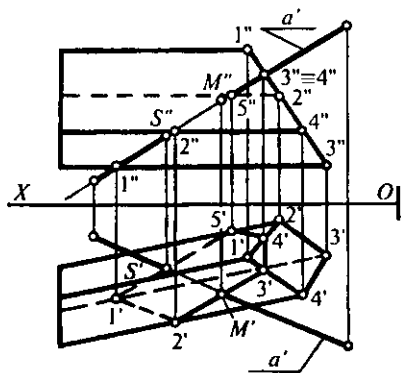
196-шакл



197-шакл

Бунинг учун: $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг бирор, масалан, $K(K', K'')$ нуқтаси конуснинг $S(S', S'')$ учи билан бирлаштирилади (196-шакл, б). Ҳосил бўлган $A'K'$, $A''K''$ ва $S'K'$, $K''S''$ кесишувчи чизиқлар ёрдамчи P текисликни ифодалайди;

Ёрдамчи текислик билан конус сиртининг кесишган чизиғини ясаш учун ёрдамчи текисликни конус асоси ётган H текисликдаги изи аниқланади. Бунинг учун $SK(S'K', S''K'')$ тўғри чизиқнинг H текислик билан кесишган $M(M', M'')$ нуқтаси ва $AK(A'K', A''K'')$ тўғри чизиқни H текислик билан кесишган $N(N', N'')$ нуқтаси аниқланади. $M(M', M'')$ ва $N(N', N'')$ нуқталар ўзаро туташтирилади ва P текислигининг горизонтал изи (P_H изи) ҳосил бўлади. P текислигининг горизонтал P_H изи конус асосини 1 ($1', 1''$) ва 2 ($2', 2''$) нуқталарда кесди. Бу нуқталарни $S(S', S'')$ конус учи билан туташтирилади. Натижада, $S1(S'1', S''1'')$ ва $S2(S'2', S''2'')$ ясовчилар ҳосил бўлади. Бу ясовчилар $a(a', a'')$ тўғри чизиқни $E(E', E'')$ ва $F(F', F'')$ нуқ-



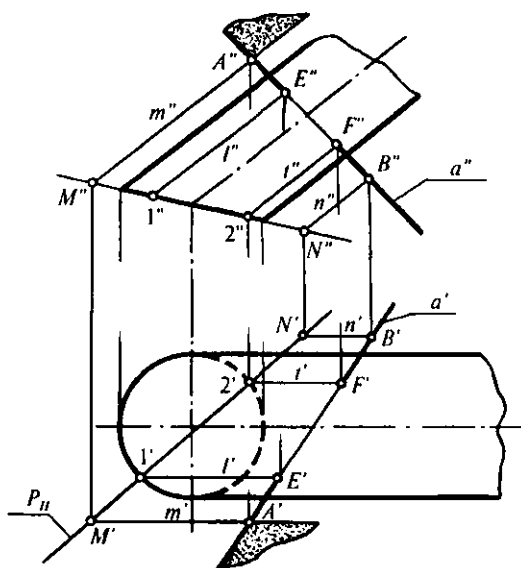
198-шакл

таларда кеседи. Бу нукталар изланаётган нукталарни ифодалайди (196-шакл, а, б).

197-шаклда пирамида сирти билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишган нукталарини аниқланиши кўрсатилган. Бу масalani ечишда a тўғри чизиқ орқали фронтал проекцияловчи ёрдамчи $P(P_H, P_V)$ текислик ўтказилган. Сўнгра $P(P_H, P_V)$ текислик билан пирамиданинг кесишиш чизиғи, яъни 123 ($1'2'3', 1''2''3''$) синиқ чизиқлар аниқланади. Аниқланган синиқ чизиқлар билан берилган $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг $K(K', K'')$ ва $L(L', L'')$ кесишган нукталари аниқланади. Шу нукталар изланаётган нукталар бўлади (197-шакл, а, б).

198-шаклда призма сирти билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишган нукталарини аниқлаш усули кўрсатилган.

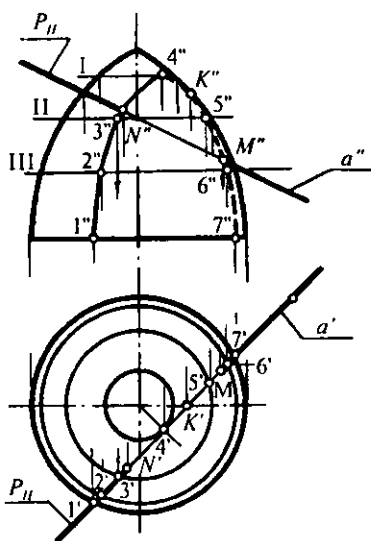
Бунинг учун $a(a', a'')$ тўғри чизиқ орқали $P(P_H, P_V)$ ёрдамчи текислик ўтказилади. Ўтказилган P текислик билан призманинг кесишган $1'2'3'4'5', 1''2''3''4''5''$ чизиғи ясалади. Бу кесишиш чизиғи билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқ-



199-шакл

нинг кесишган $M(M', M'')$ ва $S(S', S'')$ нуқталари белгиланади. Шу нуқталар изланаётган нуқталар бўлади.

199-шаклда берилган эллиптик цилиндр билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишган нуқталарини топиш учун $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг бирор, масалан, $A(A', A'')$ нуқтаси орқали цилиндрнинг ясовчиларига параллел қилиб $m(m', m'')$ ва $n(n', n'')$ тўғри чизиқлар ўтказилади. Ҳосил бўлган $m(m', m'')$ ва $a(a', a'')$ кесишувчи чизиқлар ёрдамчи P текисликни ифодалайди. Ёрдамчи P текислик билан

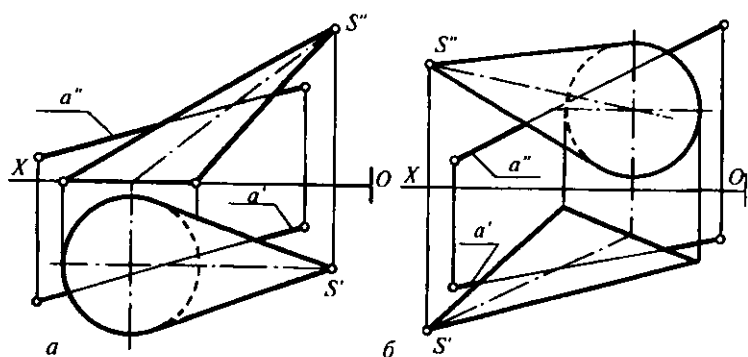


200-шакл

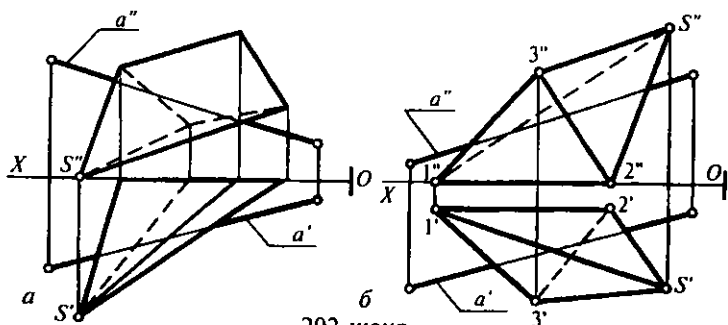
цилиндрнинг кесишиш чизиқлари $l(l', l'')$ ва $t(t', t'')$ ясалади. Бунинг учун P текисликни цилиндрнинг асос текислиги билан кесишиш чизиғи $MN(M'N', M''N'')$ топилади. Бу чизиқ цилиндр асосини $1(1', 1'')$ ва $2(2', 2'')$ нуқталарда кесиб ўтади. Бу нуқталар орқали $l(l', l'')$ ва $t(t', t'')$ ясовчилар ўтказилади. Берилган $a(a', a'')$ тўғри чизиқ билан l' ва t' ясовчиларнинг кесишиш нуқталари аниқланади ва улар орқали E' ва F' аниқланади. Топилган $E'E''$ ва $F'F''$ лар берилган тўғри чизиқнинг цилиндр билан кесишиш нуқталарининг проекцияларини ифодалайди.

200-шаклда $a(a', a'')$ тўғри чизиқ билан айланиш сиртининг кесишган нуқталарини аниқлаш кўрсатилган.

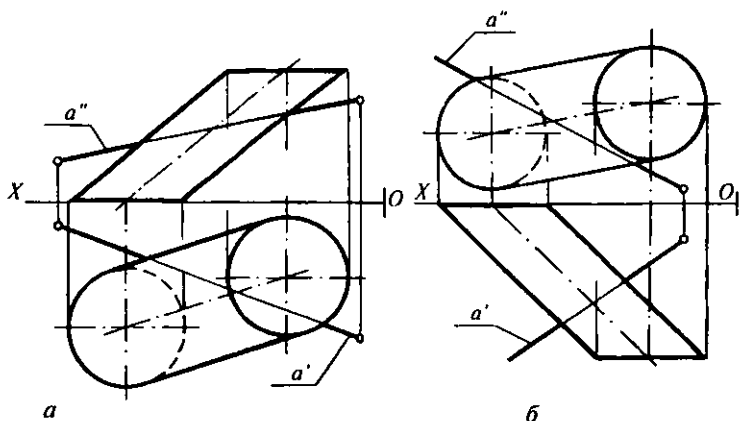
Бунинг учун: 1. $a(a', a'')$ тўғри чизиқ орқали ёрдамчи горизонтал проекцияловчи $P(P_{II})$ текислик ўтказилган. 2. P текислик билан айланиш сиртининг кесишган эгри чизиғи ($1'2'...7'$, $1''2''...7''$) ясалади. 3. Берилган $a(a', a'')$ тўғри чизиқ билан аниқланган эгри чизиқнинг кесишиш $M(M', M'')$ ва $N(N', N'')$ нуқталари аниқланади.



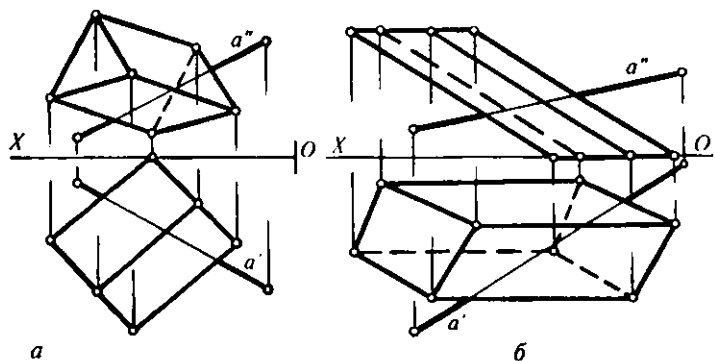
201-шакл



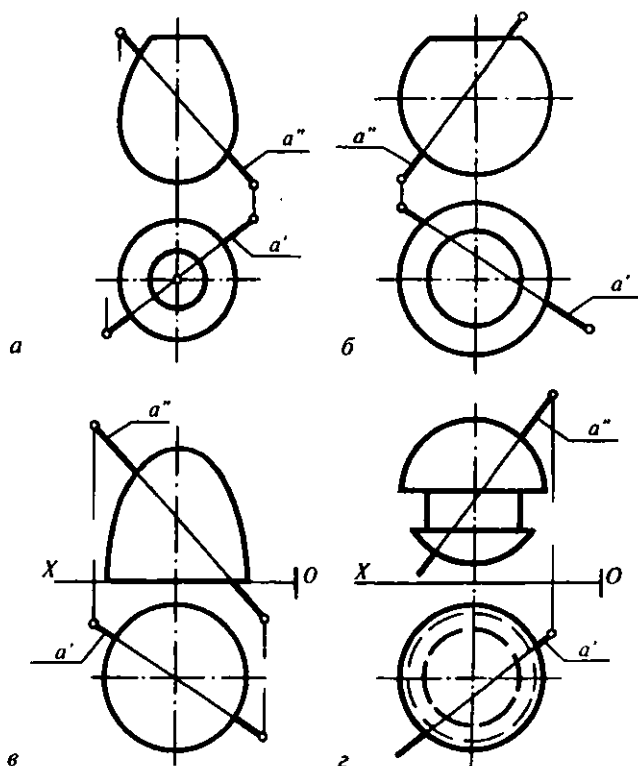
202-шакл



203-шакл



204-шакл



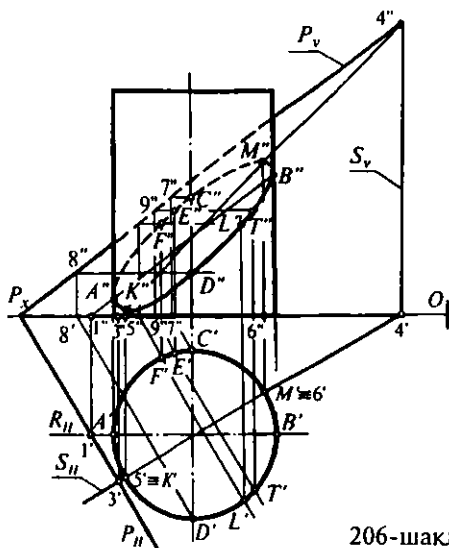
205-шакл

Масалалар

1. Берилган конус сирти билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишган нуқталари аниқлансин (201-шакл, $a, б$).
2. $a(a', a'')$ тўғри чизиқ билан пирамида сиртининг кесишган нуқталари топилсин (202-шакл, $a, б$).
3. Цилиндр сирти билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишган нуқталари аниқлансин (203-шакл, $a, б$).
4. Призма сирти билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишиш нуқталари топилсин (204-шакл, $a, б$).
5. Берилган айланиш сиртлари билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишган нуқталари аниқлансин (205-шакл, $a, б, в, г$).

20-§. Сиртларнинг умумий вазиятдаги текисликлар билан кесишиши

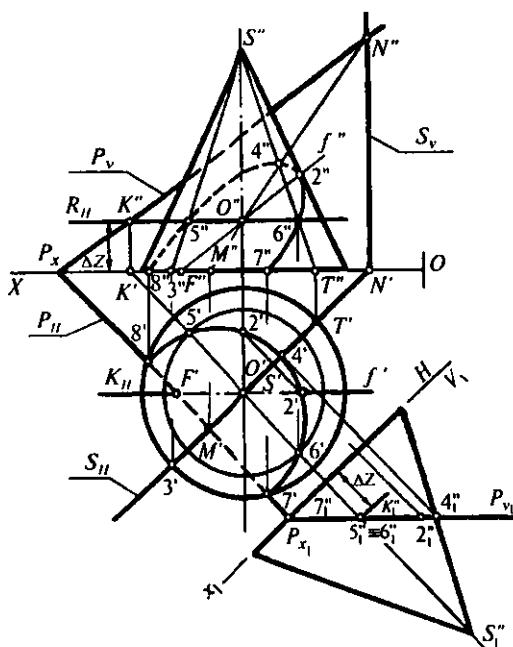
206-шаклда асоси H текисликда жойлашган тўғри доиравий цилиндр билан умумий вазиятдаги $P(P_H, P_V)$ текисликнинг кесишган эгри чизигини яшаш эпюрда кўрсатилган. Бунда аввало цилиндрнинг четки ясовчилари билан $P(P_H, P_V)$ текисликнинг кесишиш нуқталари $A(A', A'')$ ва $B(B', B'')$ топилади. Бунинг учун четки ясовчилар орқали фронтал текислик $R(R_H)$ ўтказилади. Бу текислик $P(P_H, P_V)$ текислик билан $12(1'2', 1''2'')$ тўғри чизиқ бўйича кесишади. Кесишиш чизигининг фронтал проекцияси $1''2''$ цилиндр четки ясовчиларининг фронтал проекцияси билан кесишиб, A'' ва B'' нуқталарни ҳосил қилади. Кесимнинг энг юқори ва энг қуйи нуқталарини аниқлаш учун, цилиндрнинг ўқидан ўтувчи $P(P_H, P_V)$ текисликка перпендикуляр бўлган $S(S_H, S_V)$ горизонтал проекцияловчи текислик ўтказилади. Бу текислик цилиндрни $5(5', 5'')$ ва $6(6', 6'')$ нуқталар орқали ўтувчи ясовчилари, P_H, P_V текисликни эса $34(3'4', 3''4'')$ тўғри чизиқ бўйича кесади. Бу ясовчиларнинг фронтал проекциялари $3''4''$ тўғри чизиқ билан кесишиб K'' ва M'' нуқталарни ҳосил қилади. Кесимнинг бошқа оралиқ нуқталарини текисликнинг гори-



206-шакл

горизонтал ёки фронтал чизиқлари ёрдамида топилади. Масалан, $D(D', D'')$, $L(L', L'')$, $C(C', C'')$, $E(E', E'')$... нуқталар текисликнинг горизонтал чизиқлари ёрдамида аниқланган. Цилиндрнинг кузатувчига қаратилган олдинги ярим қисми кўринади, орқа томондаги қисми эса кўринмайди. Шунинг учун кесимнинг фронтал проекциясидаги $A'', K'', D'', L'', T'', B''$ қисми кўринади, $B'', M'', C'', E'', F'', A''$ қисми эса кўринмайди. Топилган нуқталарни кетма-кет туташтириб, изланаётган эгри чизиққа эга бўлинади.

207-шаклда конус сирти билан умумий вазиятдаги $P(P_H, P_V)$ текисликнинг кесишган эгри чизигининг юзасини аниқлаш келтирилган. Бу масала икки хил усул билан ечилган. Кесим юзасининг проекцияларини топишда энг юқори ва қуйи нуқталарини топишдан бошланади. Бунинг учун конус учидан ўтувчи ва P_H текисликка перпендикуляр бўлган $S(S_H, S_V)$ текислик ўтказилади. Бу текислик конус сирти билан $ST(S'T', S'T'')$ ва $S3(S'3', S'3'')$ ясовчилар бўйича, P текислик билан эса $MN(M'N', M'N'')$ тўғри чизиқ бўйича кесишади. ST ясовчининг $T'S''$ фронтал проекцияси $M'N'$ чизиқ билан кесишиб энг юқори

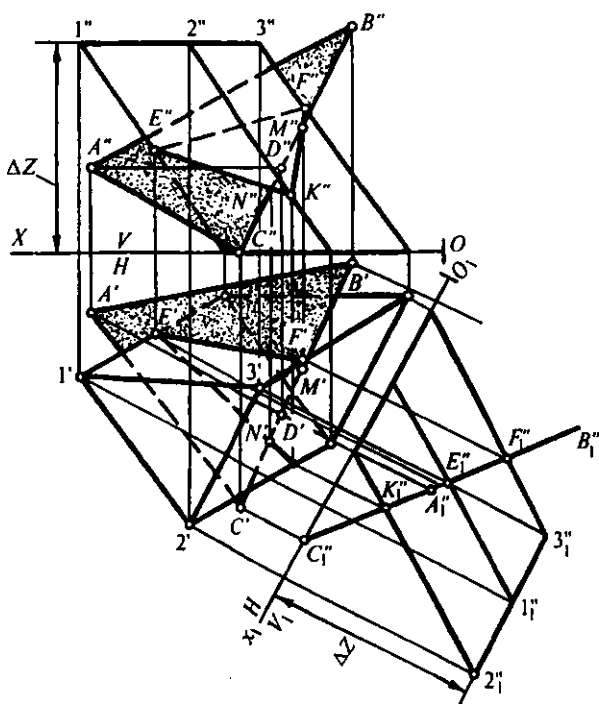


207-шакл

4'4'' нуктани ҳосил қилади. S_2 кўринар ясовчи билан берилган текисликнинг кесишган нуктасини топиш учун ёрдамчи фронтал $K(K_{II})$ текислик ўтказилади. Бу текислик конусни $f'f''$ фронтал чизиқ бўйича кесади ва унинг f'' фронтал проекцияси конуснинг фронтал очерки билан 2'' нуктада кесишади. Қўшимча оралиқ, масалан 5 (5', 5'') ва 6 (6', 6'') нукталарни O' нуктадан ўтувчи $R(R_{II})$ текисликнинг ёрдамида топилади. Бу текислик конусни айлана бўйича, берилган текисликни эса горизонтал чизиқ бўйича кесади. Улар ўзаро кесишиб 5 (5', 5'') ва 6 (6', 6'') нукталарни ҳосил қилади. Берилган текислик конус асосини кесиб ўтганлиги учун кесим юзаси тўлиқ эмас. Текисликнинг горизонтал P_H изи конус асосини 7 (7', 7'') ва 8 (8', 8'') нукталарда кесиб ўтади.

Иккинчи усул. Бу усул чизмани қайта тузишдан иборат бўлиб, фронтал V проекциялар текислигини янги V_1 текислик билан алмаштирилади, яъни $OX \frac{V}{H} \rightarrow O_1X_1 \frac{V_1}{H}$ бўла-

ди. Бунинг учун: берилган текисликнинг горизонтал P_H изига перпендикуляр қилиб, янги $O_1 X_1$ ўқи ўтказилади. Сўнгра P_V изда ихтиёрий $K(K', K'')$ нуқта танлаб олинади, аппликата (ΔZ) масофани, шу нуқта орқали ўтган горизонтал чизиқ билан $O_1 X_1$ ўқнинг кесишган нуқтасидан ўлчаб қўйилади. K_1'' ва P_{X_1} нуқталарни ўзаро туташтириб, P текисликнинг янги P_{H_1} изи ҳосил қилинади. Худди шунингдек конус сирти ҳам янги текисликка олиб ўтилади. Энди конусни проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғини топишдек $7_1'' 5_1'' 6_1'' 2_1'' 4_1''$ нуқталар топилади ва бу нуқталар орқали кесим юзасининг горизонтал ва фронтал проекциялари топилади. Ҳар иккала усулда ҳам ҳосил бўлган эгри чизиқ текис раван қилиб, бирлаштирилади.

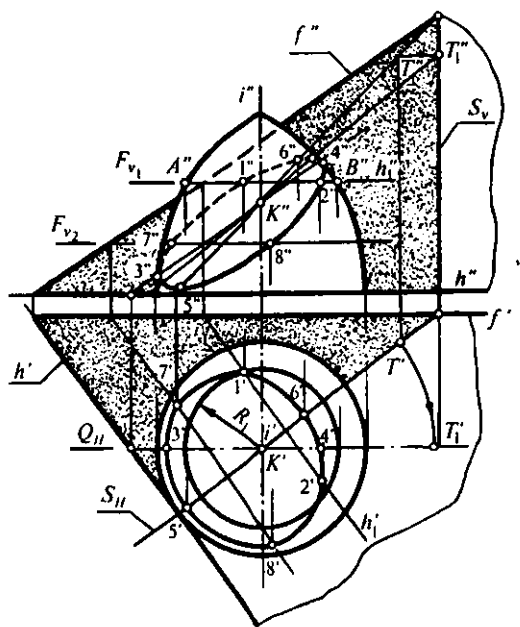


208-шакл

208-шаклда призма сирти билан ABC текисликнинг кесишган чизигини проекциялар текисликларини алмаштириш усули билан аниқланиши кўрсатилган. Бу масалани ечиш учун ABC текисликини фронтал проекцияловчи вазиятга келтирилади.

Бунинг учун текисликнинг горизонтали AD ($A'D'$, $A''D''$) ўтказилади. $O_1 X_1$ ўқини горизонталнинг горизонтал проекцияси $A'D'$ га перпендикуляр қилиб ўтказилади. Призма ва ABC текисликининг янги V_1 текисликидаги проекцияларини ҳосил қилиш учун олдинги масалага ўхшаш, нуқталарнинг ΔZ координаталарини боғловчи чизиқ билан $O_1 X_1$ ўқни кесишган нуқтасидан ўлчаб қўйилади. Ҳосил бўлган $C_1 A_1 B_1$ проекцияловчи текислик билан призманинг кесишган KEF ($K'E'F'$, $K''E''F''$) ёпиқ синиқ чизигининг горизонтал ва фронтал проекциялари ясалади.

209-шаклда берилган айланиш сирти билан, умумий вазиятдаги $P(h \cap F)$ текисликининг кесишган эгри чизи-



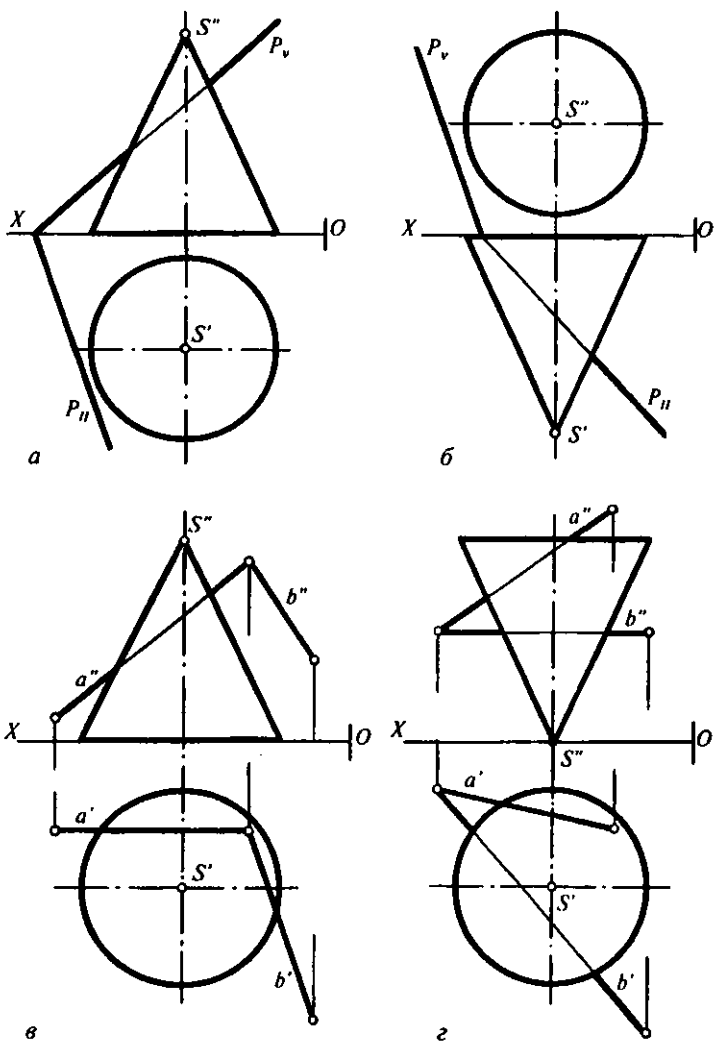
209-шакл

ғини ҳосил қилиш кўрсатилган. Бунда: 1. айланиш ўқи $i(i', i'')$ га перпендикуляр қилиб ёрдамчи $F(F_{v_1})$ горизонтал текислик ўтказилади. Бу текислик сиртни унинг $A'B'$ (R_1 радиусли) параллели бўйича, берилган текисликни эса унинг горизонтали $h_1' h_1''$ бўйича кесади.

Параллел ва горизонтал чизиқлар ўзаро кесишиб $1'1''$ ва $2'2''$ нуқталарни ҳосил қилади. 2. Сиртнинг экватори (туби) орқали фронтал P_v текислик ўтказилади. $Q(Q_H)$ текислик билан $P(h \cap f)$ текисликнинг кесишган чизиғи орқали сиртнинг фронтал контурида иккита 3 ($3', 3''$) ва 4 ($4', 4''$) нуқта аниқланади. Бу нуқталар кесим чизиғининг фронтал проекциясида кўринар ва кўринмас қисмларга ажратади. 3. Сирт ўқи орқали текисликнинг горизонтал чизиғига перпендикуляр қилиб горизонтал проекцияловчи S текислик ўтказилади. $S(S_H, S_v)$ текислик сиртни меридиани орқали, $P(h \cap f)$ текисликни эса энг катта оғма чизиғи орқали кесиб ўтади. Меридиан кесимни ясашга бирмунча кўп вақт кетишини ҳисобга олиб, уни ясамасдан бош меридиан билан қўшилгунча айлантрилади. Бунда энг катта оғма чизиқ ҳам, бош меридиан билан бирга айлантрилади. Энг катта оғма чизиқнинг бош меридиан билан кесишган нуқтасидан OX ўққа параллел чизиқ чизиб, олдинги вазиятдаги энг катта оғма чизиққа ўтилади. Шунда кесим чизиғининг энг юқори 6 ($6', 6''$) ва энг қуйи 5 ($5', 5''$) нуқталари ҳосил қилинади. 4. Кесим чизиғига оид яна бир неча оралиқ нуқталарини топиш учун бир неча горизонтал текисликлар ўтказилади. Масалан, F_2 текислик ёрдамида 7 ($7', 7''$) ва 8 ($8', 8''$) нуқталар топилади ва ҳоказо. 5. Топилган нуқталарнинг кўринар ва кўринмаслигини эътиборга олиб кесим юзаси горизонтал ва фронтал проекциялари кетма-кет равон эгри чизиқлар билан туташтириб чиқилади.

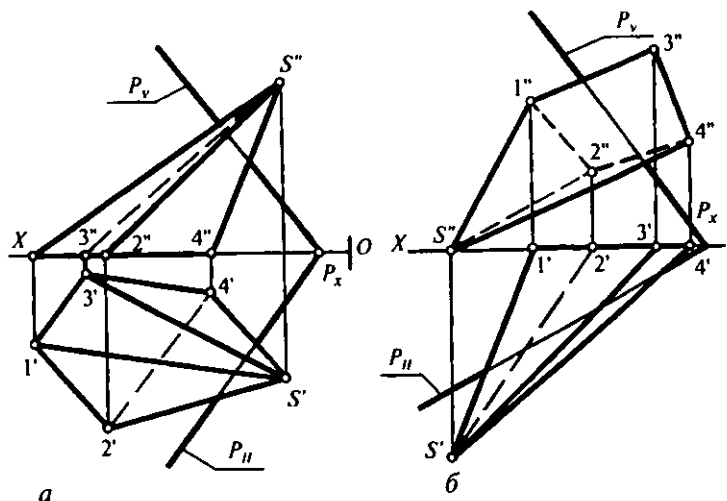
Масалалар

1. Конус сирти билан умумий вазиятдаги $P(P_H, P_v)$ текисликнинг кесишган эгри чизиғи ясалсин (210-шакл, $a, б, в, г$).

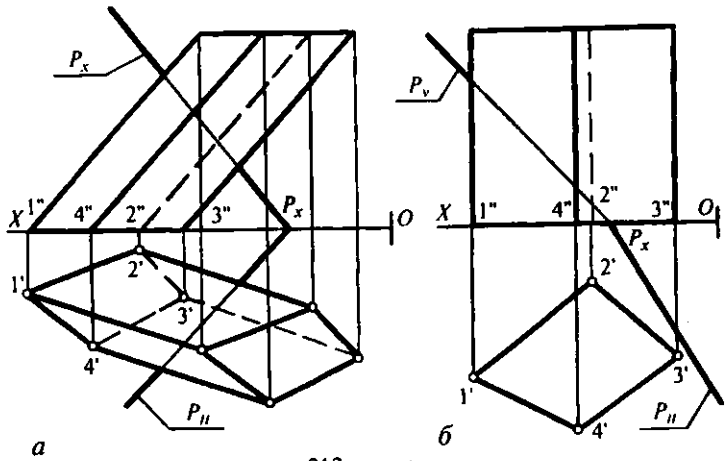


210-шакл

2. Ихтиёрий вазиятдаги $P(P_H, P_V)$ текислик билан пирамида сиртининг кесишиш чизиғи ясалсин (211-шакл, а, б).



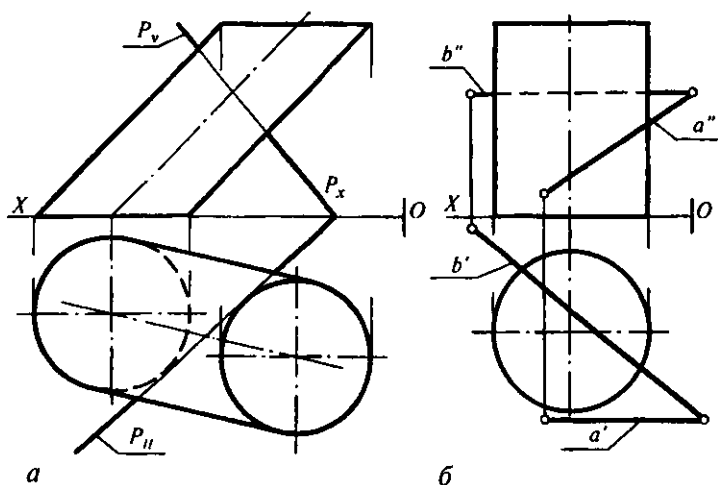
211-шакл



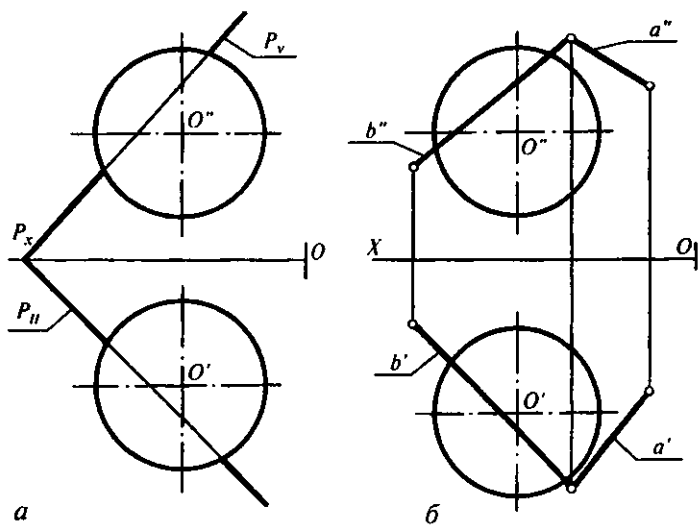
212-шакл

3. Призма сиртининг умумий вазиятдаги $P(P_H, P_V)$ текислик билан кесишиш чизиғи ва унинг ҳақиқий катталиги аниқлансин (212-шакл, а, б).

4. Берилган цилиндр сирти билан умумий вазиятдаги $P(P_H, P_V)$ текисликнинг кесишган эгри чизиғи ясалсин (213-шакл, а, б).



213-шакл



214-шакл

5. Умумий вазиятдаги $P (P_H, P_V)$ текислик билан айла-ниш сиртларининг кесишган эгри чизиғи ясалсин (214-шакл, 1—6).

Такрорлаш учун саволлар

1. Сирт билан проекцияловчи текислик кесишганда кесишиш чизиғининг проекциялари қандай кўринишда тасвирланади.

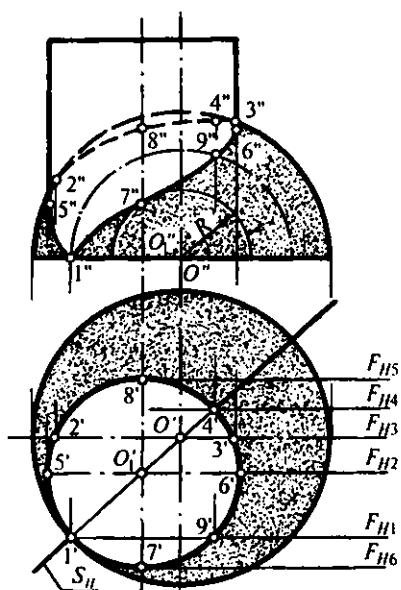
2. Конус билан текислик қандай вазиятларда кесишганда эллипс, парабола ва гипербола эгри чизиқлари ҳосил бўлади?

3. Сирт билан тўғри чизиқнинг кесишиш нуқталарини аниқлашда қандай усуллардан фойдаланилади?

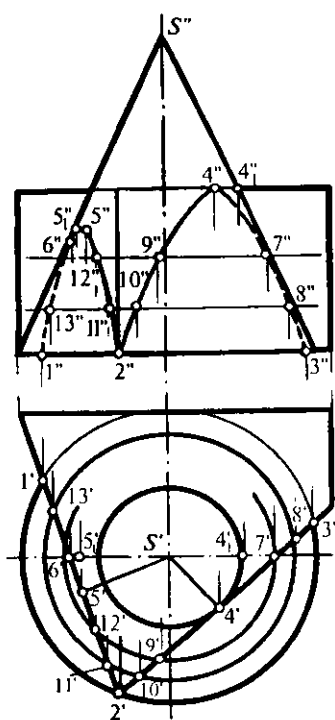
21-§. Сиртларнинг ўзаро кесишиши

Тўғри чизиқли ёйилувчи сиртларнинг ўзаро ва айланаш сиртлари билан кесишган эгри чизиғини аниқлашда асосан ёрдамчи текисликлар ва ёрдамчи шарлар (сфералар) усулларидан фойдаланилади.

215-шаклда берилган цилиндр билан сферанинг кесишган эгри чизиғини ясаш учун: цилиндр сирти H текисликка перпендикуляр бўлганлиги учун кесишиш чизиғининг горизонтал проекцияси цилиндрнинг горизонтал проекцияси билан устма-уст тушади. Шунинг учун кесишиш эгри чизиғининг фронтал проекциясини аниқлаш кифоядир. Бунинг учун бир неча ($F_{H1}, F_{H2} \dots F_{H6}$) фронтал текисликлар ўтказилади. Бу текисликлар цилиндрнинг ясовчиси, шарни эса унинг параллеллари, яъни айланалар бўйича кесиб ўтади. Мас айлана ва ясовчиларнинг ўзаро кесишиш нуқталари изланган нуқталарни ифодалайди. Аввал кесишиш чизиғининг та-



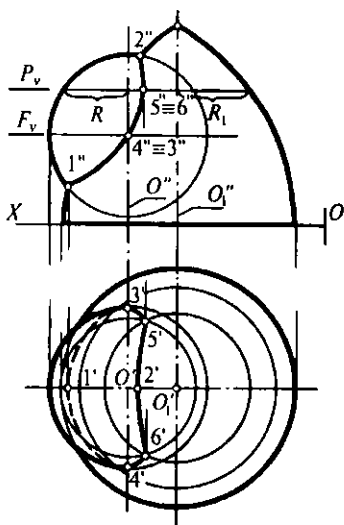
215-шакл



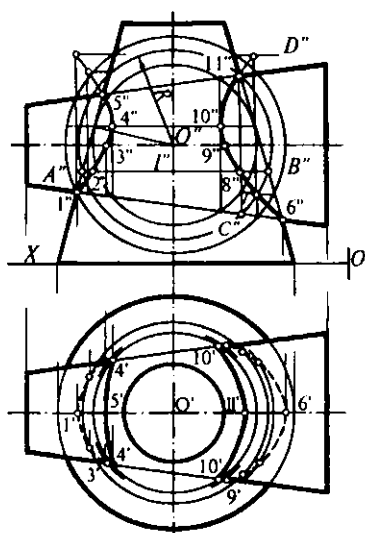
216-шакл

7 (7', 7'') ва 8 (8', 8'') чегара нуқталарни ҳосил қилади. Топилган нуқталарни F_{H2} текисликни орқа тарафидаги кўринмас нуқталарни ҳисобга олиб текис равон эгри чизиклар билан туташтирилади. 216-шаклда конус билан призма сиртининг кесишган эгри чизигининг ясалиши кўрсатилган. Бу масалада кесишиш чизигининг горизонтал проекцияси призма қирралари билан қўшилиб қолади. Шунинг учун аввало кесишиш чизигининг горизонтал проекциясига тегишли 1', 2' ва 3' нуқталар белгиланади. Бу нуқталарнинг фронтал проекциялари 1'', 2'', 3'' ҳамда 6'', 7'' нуқталарни боғловчи чизиклар воситасида аниқланади. Кесимнинг энг юқориги нуқтасини аниқлаш учун $S'4'$ ва $S'5'$ кесмаларни S' нуқтадан V текисликка параллел бўлгунча айлантирилади. Сўнгра 4', 4'', 5', 5'' нуқталар

янч нуқталари аниқланади. Сфера ва цилиндр проекцияларининг контурларида ётган, яъни бош меридиан эгри чизигидаги 2 (2', 2'') ва 3 (3', 3'') нуқталар аниқланади. Бунинг учун 0 (0', 0'') марказ орқали F_{H2} текислик P_{v2} ўтказилади. Чегара 5 (5', 5'') ва 6 (6', 6'') нуқталарни топиш учун $O_1' O_1''$ марказдан F_{H2} кесувчи текислик ўтказилади. Энг пастки ва энг юқори 1 (1', 1'') ва 4 (4', 4'') нуқталар O' ва O_1' марказлар орқали ўтган S_H текислик (сиртларнинг умумий симметрия текислиги) ёрдамида аниқланади. Бу текислик цилиндрни 1 (1', 1'') ва 4 (4', 4'') нуқтадан чиқувчи ясовчилари бўйича, сферани эса айлана бўйича кеседи, F_{H5} ва F_{H6} текисликлар сиртлар билан кесишиб



217-шакл



218-шакл

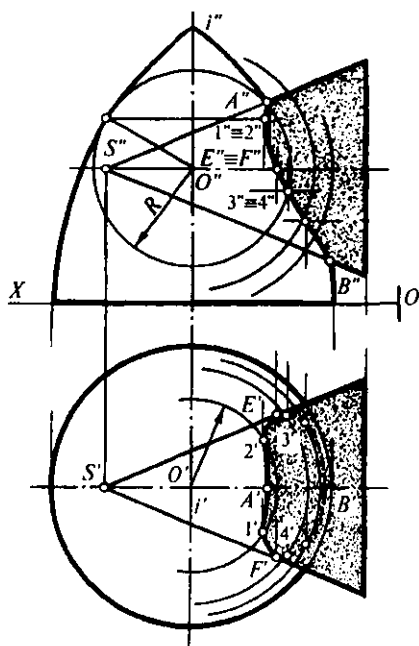
белгиланади. Кейин яна олдинги вазиятига қайтариб, 4'' ва 5'' нуқталар топилади. Оралиқдаги 7, 9, 12 нуқталари P_{H_1} текислик, 8, 10, 11 ва 13 нуқталари эса P_{H_2} текислик ёрдамида аниқланади.

Топилган нуқталар кетма-кет туташтирилади.

217-шаклда берилган икки айланиш сиртининг кесишган эгри чизиғини ясаш кўрсатилган. Бунинг учун аввало, сиртларнинг бош меридианларини кесишиш чизиғининг энг юқориги ва энг қуйи 2 (2', 2'') ва 1 (1', 1'') нуқталари белгиланади. Оралиқ нуқталарини аниқлаш учун берилган сиртларни кесувчи горизонтал $P(P_H, P_V)$, $F(F_H, F_V)$ текисликлар ўтказилади. Бу текисликлар ҳар икки айланиш сиртини тегишли радиусли параллеллари бўйича кесади. Мос параллелларнинг кесишиш нуқталари икки сиртнинг кесишиш чизиғига тегишли нуқталарни беради. Масалан, $P(P_H, P_V)$ текислик шарни R радиусли айлана бўйича, айланиш сиртини эса R_1 радиусли айлана бўйича кесади. H текисликда O' ва O_1' нуқталарни марказ қилиб, айланалар чизиб, уларнинг кесишиш нуқталари 5', 6' топилади. Боғланиш чизиқлари ёрдамида 5'' ва 6'' лар аниқ-

ланади. Бошқа нуқталар ҳам шу усулда топилади. Топилган нуқталарни кетма-кет равоқ қилиб бирлаштирилади.

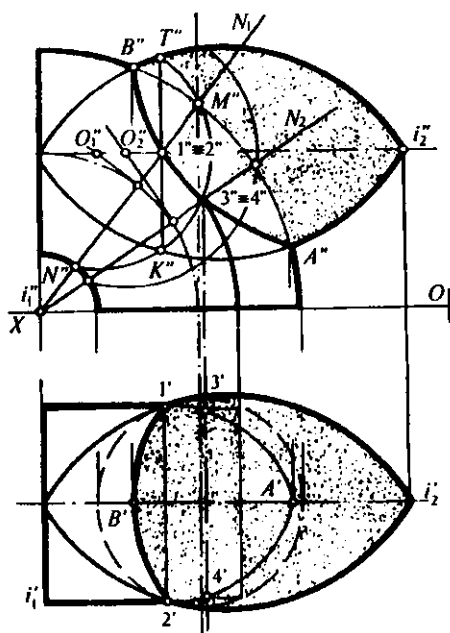
218-шаклда икки кесик конуснинг ўзаро кесишган эгри чизигини аниқлаш кўрсатилган. Бунда ўқлари $O(0', 0'')$ нуқтада кесишувчи ва симметрия текислиги V проекциялар текислигига параллел бўлган икки конуснинг кесишиш чизиги шарлар усули билан ясалган. Бунинг учун сиртларнинг бош меридианларини кесишиш чизигининг энг юқориги ва энг қуйи $5(5', 5'')$, $11(11', 11'')$ ва $1(1', 1'')$, $6(6', 6'')$ нуқталари аниқланади. Қолган оралиқ нуқталарни топиш учун берилган сиртларни кесувчи шарлар ўтказилади. Масалан, O' нуқтани марказ қилиб R радиусли шар чизилади. Бу шар ҳар икки сиртга $l'l''$ ва $l'_1 l''_1$ айланалар бўйича кесади. Бу айланалар кесишиб $8(8', 8'')$ нуқтани ҳосил қилади. Шу тарзда бир неча 1...4 нуқталарни аниқлаб, бу нуқталар кетма-кет бирлаштирилади.



219-шакл

219-шаклда икки айланиш сиртининг кесишиш чизиқлари ёрдамчи шарлар усули билан аниқланган. Бунда, аввало таянч $A(A', A'')$ ва $B(B', B'')$ нуқталар белгиланади. Сирт ўқларининг кесишган $O(O', O'')$ нуқтаси шарлар маркази қилиб олинади. Оралиқ нуқталар (1, 2, 3, 4) юқоридагидек бир неча шарлар ўтказилиб топилади. $F'F'$ ва $F''F''$ нуқталар конус очеркидаги нуқталардир.

220-шаклда икки айланиш сиртининг кесишган эгри чизиғи ёрдамчи шарлар усулидан фойдаланиб, аниқланиши кўрсатилган. Бу усулдан фойдаланиб, сиртларнинг кесишиш чизиғини топиш учун марказлари турли жойларда бўлган ёрдамчи шарлар ўтказилади. Сиртларнинг фронтал контурлари (очерклари)нинг ўзаро кесишиш нуқталари A'', B'' нуқталар ва улар орқали A', B' нуқталар аниқланади. Оралиқ нуқталарни топиш учун ҳалқа билан шар кесишишидан ҳосил бўладиган айлана текислигининг изи, масалан N_1 изи ўтказилади. Бу текислик билан ҳалқанинг кесишишидан ҳосил бўлган айлана V текисликка $M''N''$ тўғри

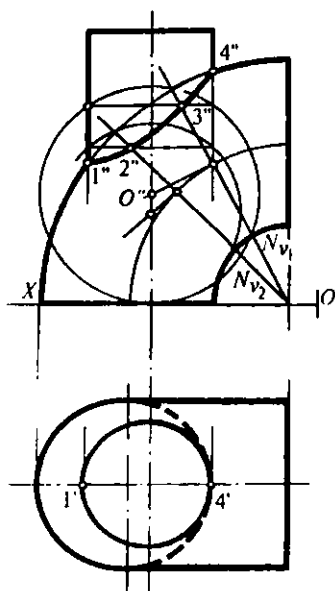


220-шакл

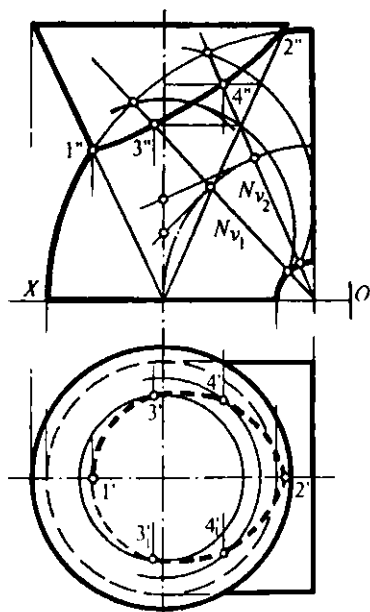
чизиқ кесмаси кўринишда проекцияланади. $M'' N''$ кесманинг ўртасидан шу кесмага ўтказилган перпендикуляр билан иккинчи айланиш сирти ўқининг кесишган нуқтаси O_1' , ҳалқани ва айланиш сиртини айлана бўйича кесадиган, ёрдамчи шарнинг маркази бўлади. Шар билан айланиш сиртининг кесишишидан ҳосил бўлган айлана V текисликка $K'' T''$ кесма тарзида проекцияланади. $N'' M''$ билан $K'' T''$ кесишиб 1 ($1', 1''$) ва 2 ($2', 2''$) нуқталарни ҳосил қилади. Худди шунингдек N_{v2} текисликни ўтказиб, 3 ($3', 3''$) ва 4 ($4', 4''$) нуқталарга эга бўлинади. Бу нуқталарнинг горизонтал проекциялари айланиш сиртидаги $K'' T''$ профил айлана воситасида топилади. Топилган нуқталарни ўзаро бирлаштириб, изланаётган эгри чизиққа эга бўлинади. Юқорида баён қилинган умумий усул билан қуйидаги масалаларни ҳам ечиш мумкин.

221-шаклда ҳалқа билан цилиндрнинг кесишиш чизигини яшаш кўрсатилган.

222-шаклда эса конус билан торнинг кесишиш эгри чизигининг аниқланиши берилган.



221-шакл



222-шакл

Такрорлаш учун саволлар

1. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи қандай усуллардан фойдаланиб аниқланади?

2. Эгри сиртлар кесишганда қандай чизиқ ҳосил бўлади? Кўп ёқликлар кесишгандачи? Эгри сирт билан кўп ёқлик кесишгандачи?

3. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғини ясашда қандай ҳолатларда ёрдамчи текисликлар ва ёрдамчи шарлар усули қўлланади.

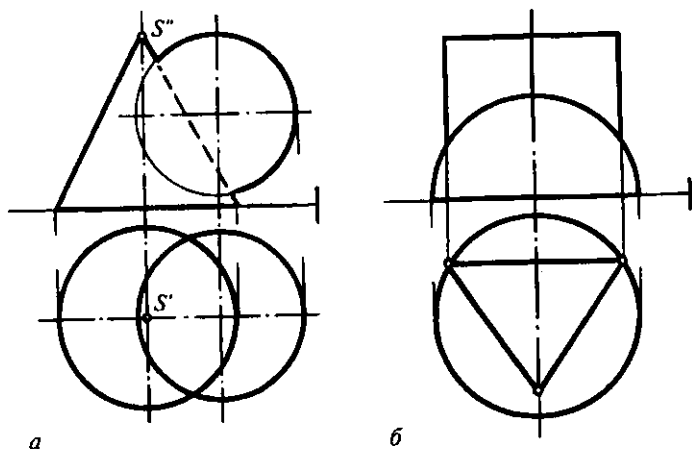
Масалалар

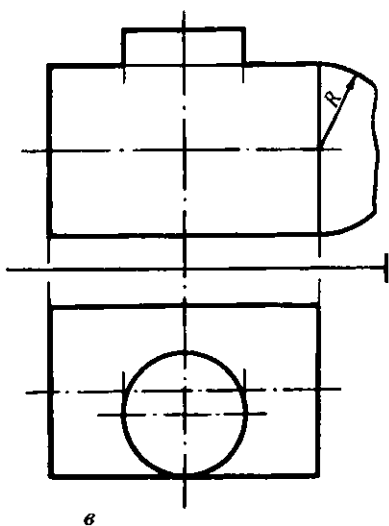
1. Берилган сиртларнинг ўзаро кесишган эгри чизиғи ясалсин (223-шакл, *a, б, в, г, д, е*).

2. Берилган сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи ёрдамчи шарлар усули билан аниқлансин (224-шакл, *a, б, в, г*).

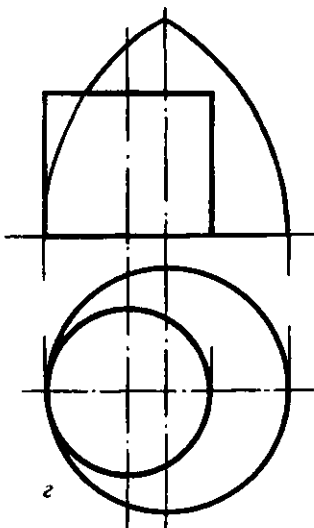
3. Берилган сиртларнинг ўзаро кесишган чизиғи фақат фронтал проекцияларда ясалсин (225-шакл, *a, б*).

4. Конус билан ҳалқанинг ўзаро кесишиш чизиғи аниқлансин (226-шакл, *a, б*).

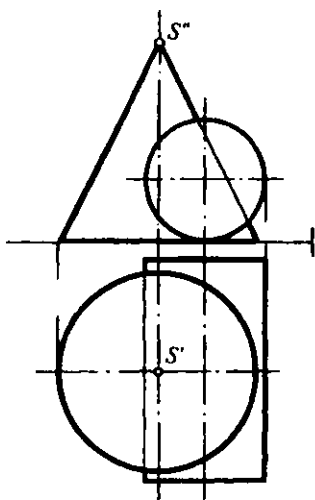




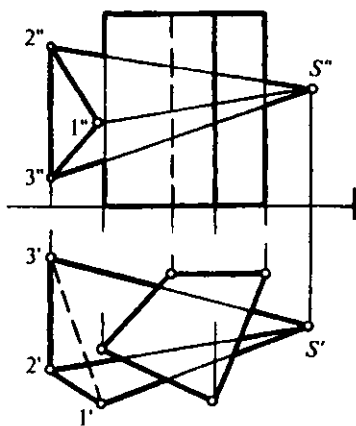
б



з

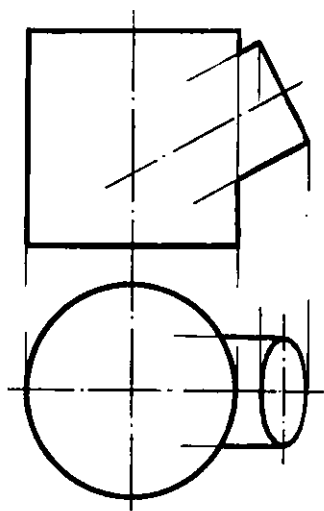


д

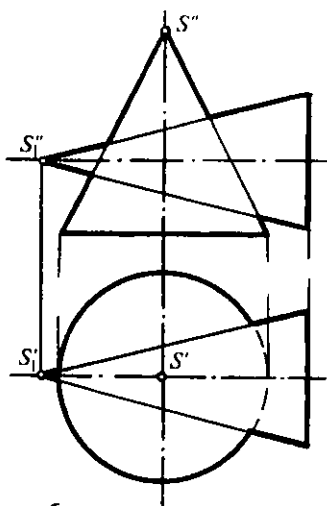


е

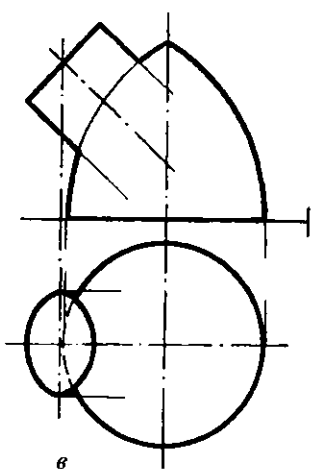
223-шакл



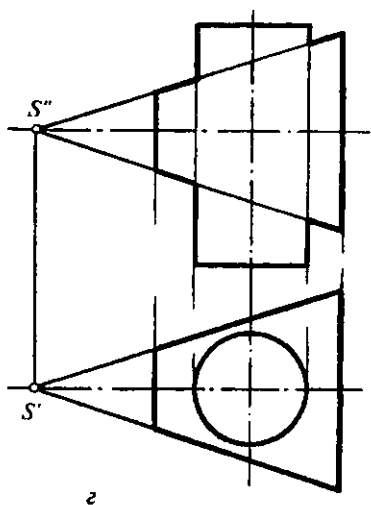
a



б

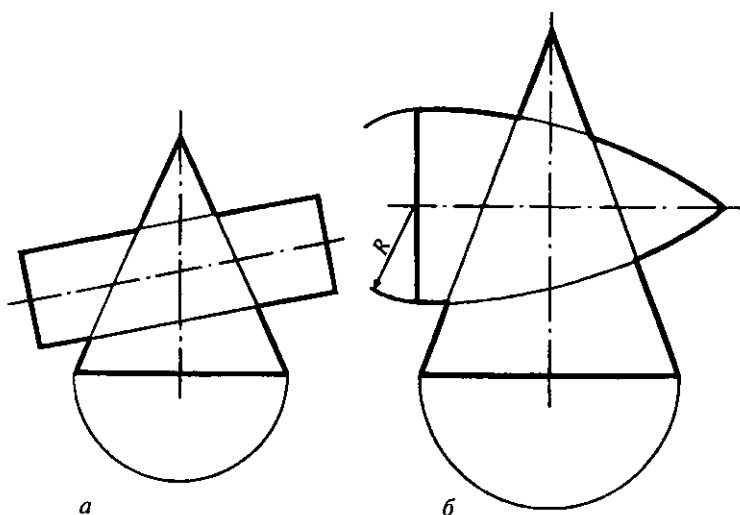


в

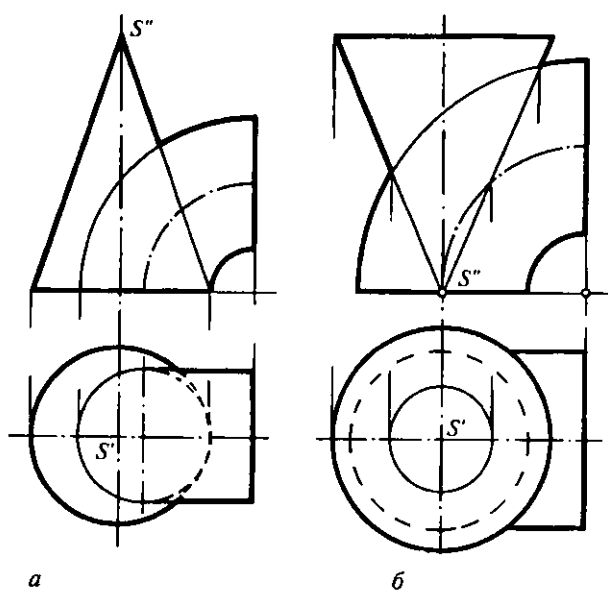


г

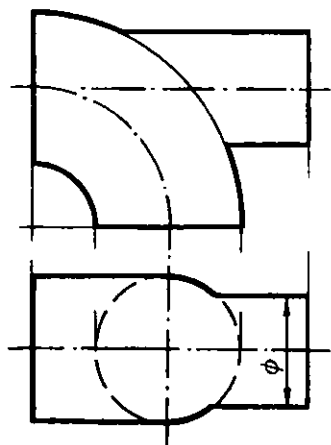
224-шакл



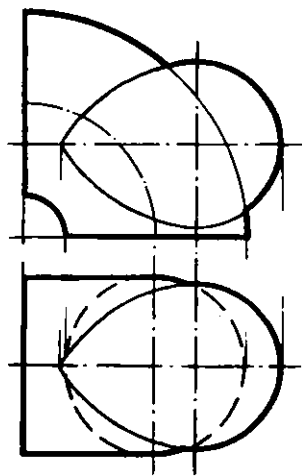
225-шакл



226-шакл



227-шакл



228-шакл

5. Айланиш сиртларининг кесишган эгри чизиғи экс-центрик сфералар усули билан ясалсин (227-шакл).

6. Айланиш сирти билан ҳалқанинг ўзаро кесишган чи-зиғи аниқлансин (228-шакл).

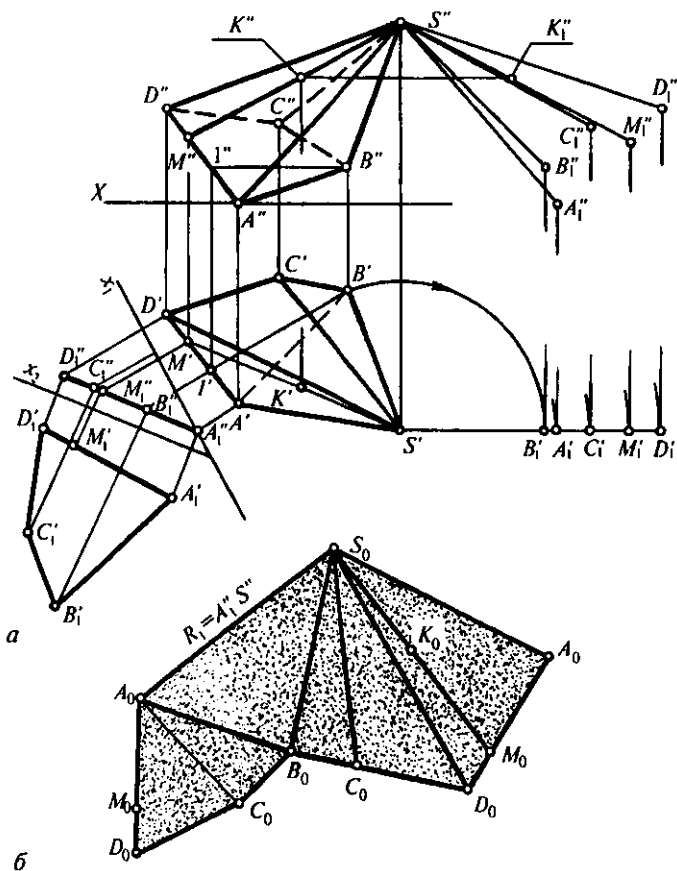
22-§. Сиртларни текисликка ёйиш

Сиртлар чўзилмасдан, йиртилмасдан ва букилмасдан текисликка маълум қоида билан ёйилишидан ҳосил бўлган текис шаклга (юзага) шу сиртнинг ёйилмаси дейилади. Сиртларнинг ёйилмаларини ҳосил қилишда қуйидаги усул-лардан фойдаланилади:

1. Учбурчаклар усули. 2. Сиртни юмалатиб ёйиш усу-ли. 3. Нормал кесим усули.

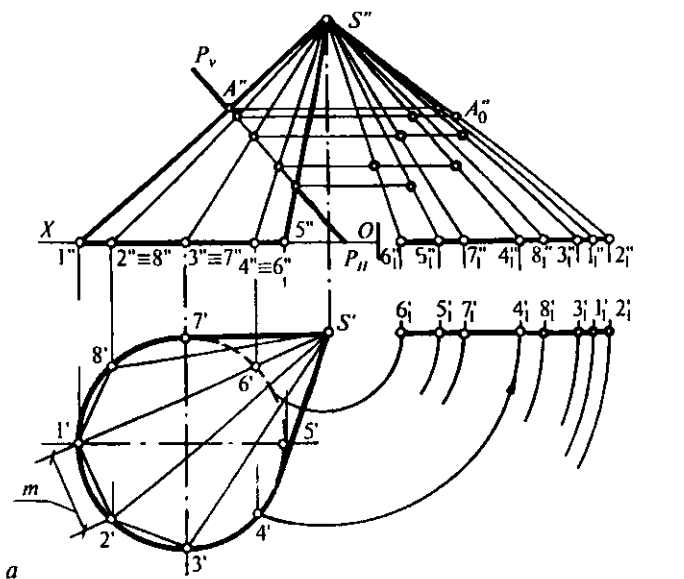
Биринчи усул билан пирамида ва конус сиртларини, иккинчи ва учинчи усуллар ёрдамида эса цилиндр, приз-ма сиртлари текисликка ёйилади.

229-шаклда умумий вазиятдаги пирамида сиртнинг тўла ёйилмасини яшаш кўрсатилган. Бу сиртни ёйиш учун аввало, ҳамма ён қирраларининг ҳақиқий узунликлари айлантириш усули билан аниқланади. Пирамида асосининг

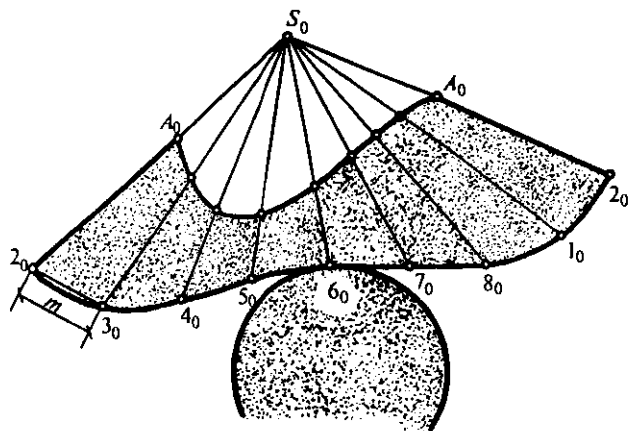


229-шакл

($ABCD$) ҳақиқий катталиги проекциялар текисликларини алмаштириш усулидан фойдаланиб топилади (229-шакл, a). Сиртни AS қирра орқали қирқилган деб, чизма қоғозини бўш жойидан ихтиёрий йўналишда $A_1''S'' = A_0S_0$ чизик ўтказилади. Сўнгра, $A_0B_0 = A_1''B_1''$ радиусда A_0 нуқтадан ёй чизилади. $SB = S''B_1''$ радиусда S_0 нуқтадан ёй чизилади. Бу ёйлар кесишиб B_0 нуқтани ҳосил қилади. $B_0C_0 = B_1''C_1''$ радиусда B_0 нуқтадан ёй чизилади ва бу ёйни $SC = S''C_1''$ радиусда S_0 нуқтадан ёй чизиб кесилади ва C_0 нуқтага эга бўлинади. Худди шу тартибда D_0 ва A_0 нуқталар топилади. Сўнгра



a



б

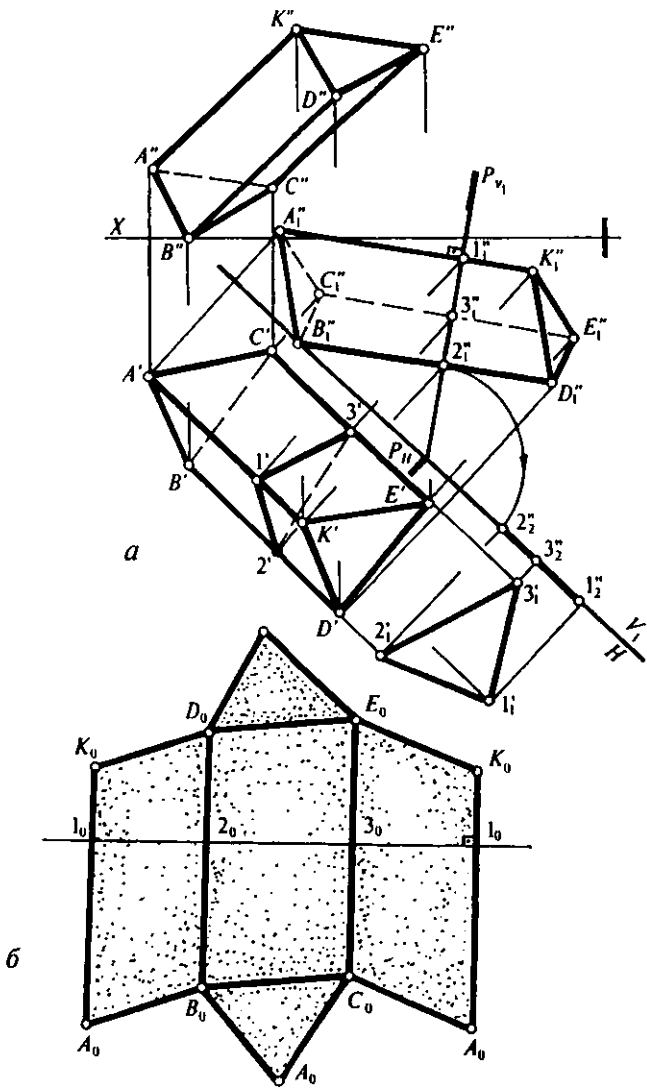
230-шакл

пирамиданинг асоси $A_0D_0C_0B_0$ ясалади. Сиртда ётувчи $K(K', K'')$ нуқтани ёйилмага олиб ўтиш учун $S' K'$ ва $S'' K''$ ни бирлаштириб SM ($S'M'$, $S''M''$) чизик ҳосил қилинади. Бу чизикни $S' M'_1 = SM$, ҳақиқий узунлиги аниқланади. K'' нуқтадан OX ўқига параллел чизик ўтказилади ва бу чи-

зиқни $S''M_1''$ чизик билан кесишган K_1'' нуқтаси аниқланади. $A_1''N_1'' = AN$ кесма A нуқтадан ўлчаб қўйилади. Ҳосил бўлган SN' кесманинг S нуқтасидан $S''K_1'' = SK$ кесма ўлчаб қўйилади. Натижада изланаётган K_0 нуқтага эга бўлинади (229-шакл, б).

230-шаклда оғма конуснинг тўла ёйилмасини ясаши берилган. Бунинг учун конус сиртида бир неча, масалан $S1', S''1'', S'2', S''2''$ ясовчилар танланади. Бу ясовчиларнинг ҳақиқий узунлиги айлантириш (230-шакл, а) усули билан аниқланади. $S2$ ясовчиси орқали қирқиб, чизма қоғозини бўш жойидан бирор S_0 нуқта сайлаб, шу нуқта орқали ихтиёрий йўналишда $S_02_0 = S''2_1''$ чизик ўтказилади. $R = 2'3'$ радиусда 2_0 — нуқтадан ёй чизилади. Сўнгра $S_03_0 = S''3_1''$ кесма S_0 нуқтадан ёй ўтказилади. Ёйлар кесишиб 3_0 нуқтани ҳосил қилади. Қолган нуқталар ҳам шу тартибда аниқланади. Энди конус билан $P(P_N, P_V)$ фронтал проекцияловчи текисликни кесишган эгри чизигини конус ёйилмасида қуришни кўриб чиқамиз. Бунда конус билан текисликнинг кесишишидан ҳосил бўлган нуқталардан, масалан, A'' нуқтадан OX ўқига параллел чизик ўтказилади. Бу чизик $S''2_1''$ билан кесишиб, A_0 нуқтани ҳосил қилади. Кейин $SA = S''A_0''$ кесмани ёйилмадаги S_02_0 чизикқа S_0 нуқтадан ўлчаб қўйилади. Ҳосил бўлган A_0 нуқта текислик билан сиртнинг кесишган эгри чизигининг ёйилмадаги битта нуқтаси бўлади. Қолган нуқталар худди шунга ўхшаш топилади. Аниқланган ҳамма нуқталар равон қилиб бирлаштирилади (230-шакл, б).

231-шаклда берилган ихтиёрий вазиятдаги оғма призманинг ёйилмасини яшаш учун ён қирраларининг ҳақиқий узунлиги проекциялар текисликларини алмаштириш усулидан фойдаланиб топилади. Бунда қирралар янги текисликка параллел жойлашади (231-шакл, а). Призма ён қирраларининг ҳақиқий узунликларига перпендикуляр қилиб, P_H, P_V текислик ўтказилади ва унинг призма билан кесишган чизиги ҳамда унинг 1—2—3 ҳақиқий катталиги аниқланади. Кесим юзасининг ҳақиқий катталиги $1-2=1'_1-2'_1$, $2-3=2'_1-3'_1$, $3-1=3'_1-1'_1$ кесмаларни бир тўғри чизикқа ўлчаб қўйилади. Ҳосил бўлган $1_0, 2_0, 3_0$ ва 1_0 нуқталардан 1_0-1_0 чизикқа перпендикуляр чизиклар ўтказилади (231-

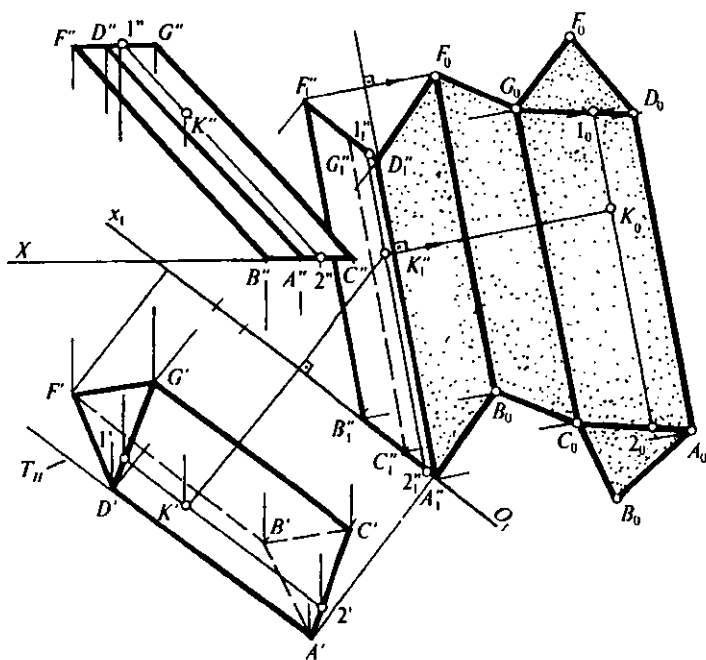


231-шакл

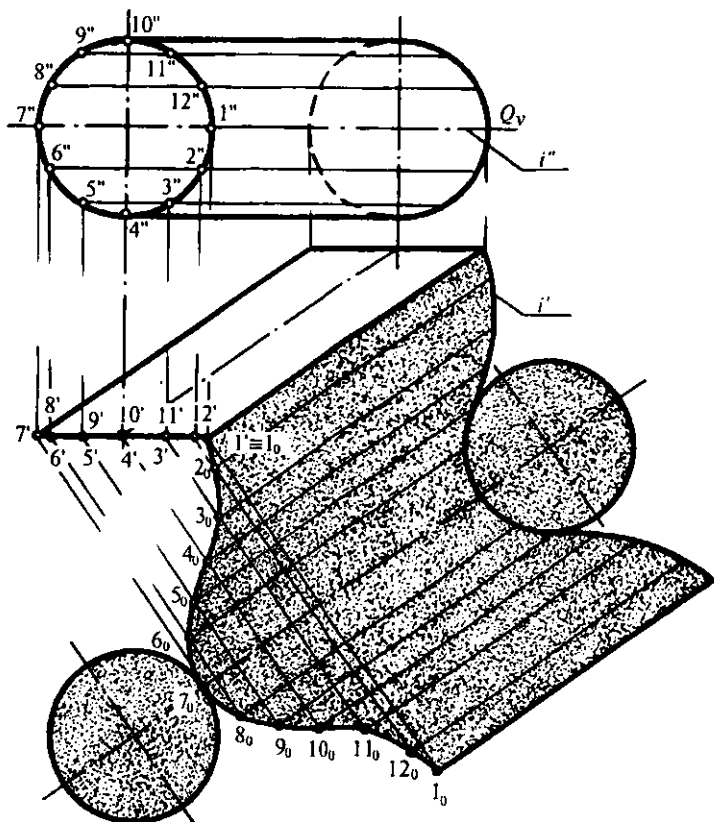
шакл, б). Перпендикуляр чизиқларга, масалан, I_0 нуқтадан $I_1'K_1'$ кесма юқорига ва $A_1'1_1'$ кесма эса пастга ўлчаб қўйилади. Қолган масофалар ҳам шу тартибда ўлчаб қўйилади. Ҳосил бўлган $A_0B_0C_0A_0$ ва $K_0D_0E_0K_0$ нуқталар кетма-кет бирлаштирилади (231-шакл, б). Сўнгра призманинг $B_0C_0A_0$ остки ва $D_0A_0E_0$ устки асослари ясалади.

232-шаклда асослари H текисликка параллел бўлган призманинг ёйилмаси юмалатиш усули билан кўрсатилган.

Бунинг учун, аввало призма ён қирраларига параллел бўлган V_1 текислик ўтказиб призмани шу янги V_1 текисликка проекциялаймиз. Призманинг AD ($A'D'$, $A''D''$) қирраси ёйилманинг бошланиш чизиғи деб олиниб, AD қирра орқали ўтган T (T_H) текислик бўйича ёйилади. Призманинг қирраларидан бири FB ($F'B'$, $F_1'B_1'$) нинг ёйилмадаги ўрнини кўриб чиқамиз. Бунда A_1' нуқтани марказ қилиб, $A'B' = AB$ радиусда ёй чизилади. Сўнгра B_1' нуқтадан эса



232-шакл



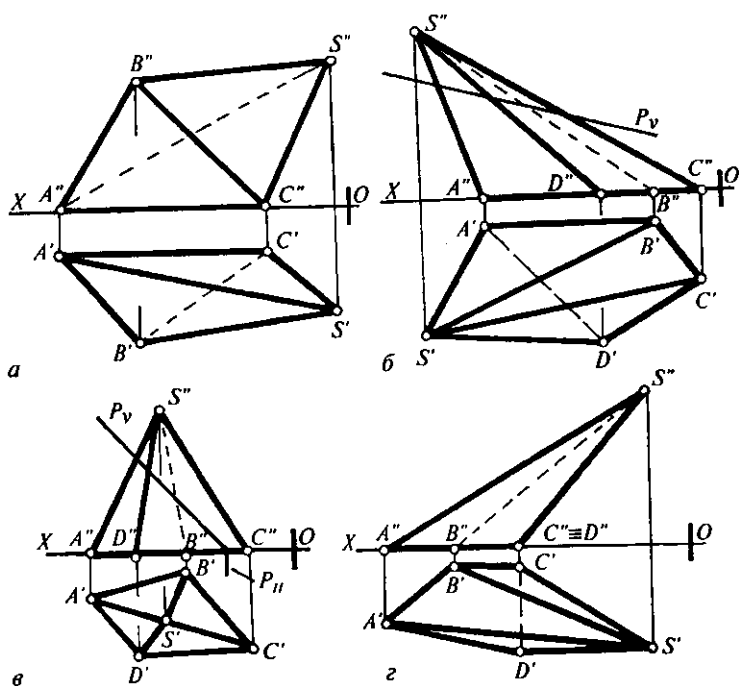
233-шакл

$A_1^* D_1^*$ қиррага перпендикуляр чизик ўтказилади. Ёй билан тўғри чизик кесишиб, ёйилмадаги B нуқтани ҳосил қилади. B нуқта орқали $A_1^* D_1^*$ га параллел қилиб $BF = A_1^* D_1^*$ ясовчи ўтказилади. Ёйилмадаги G, C, \dots нуқталар ва улар орқали ўтувчи ясовчилар ҳам B нуқта ва B' қирра сингари ясалади. Призма сиртида ётувчи $K(K', K'')$ нуқтани ёйилмага олиб ўтиш усулини чизмадан тушуниб олиш қийин эмас. Охирида призма асосларининг ёйилмадаги вазиятлари ясалади. 233-шаклда берилган оғма цилиндрнинг ёйилмасини юмалатиш усули билан яшаш учун цилиндр асосини 12 тенг бўлакка бўлинади. Ҳар бир бўлинган нуқтадан цилиндрнинг ясовчилари ўтказилади. Сиртнинг ясовчиси

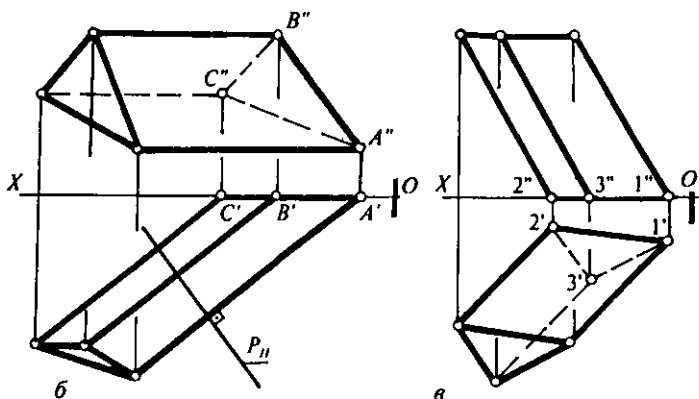
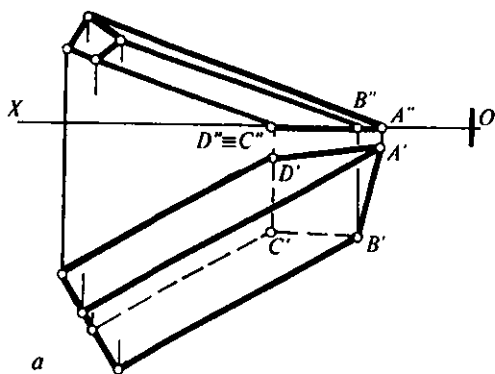
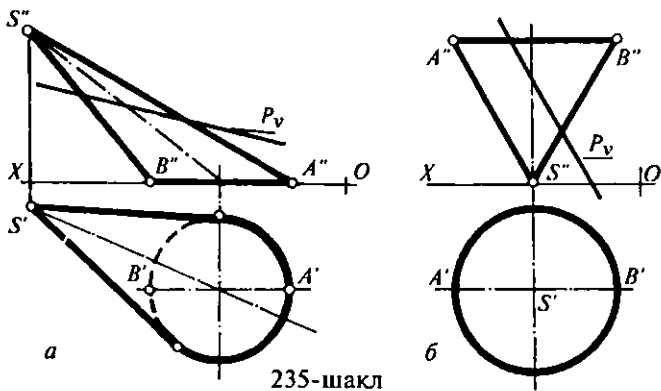
орқали ўтувчи Q текисликни ёйилма текислиги деб олинди. $1', 2' \dots 12'$ нуқталардан l_1 ясовчига перпендикуляр чизиклар ўтказилади ва $1''2''$ кесмали радиусда ҳар бир ҳосил бўлган нуқтани марказ қилиб, ҳар бир перпендикулярни ёй билан кесилади. Масалан, $1'$ нуқтадан $1''2''$ радиусда $2'$ дан чиққан перпендикуляр кесилади. Натижада 2_0 нуқта ҳосил бўлади. Сўнгра 2_0 нуқтани марказ қилиб, ўша радиусда $3'$ нуқтадан чиққан перпендикуляр кесилади ва 3_0 нуқтага эга бўлинади. Қолган нуқталар шу тартибда аниқланади. Топилган $1_0, 2_0, 3_0 \dots 12_0, 1_0$ нуқталар текис равион қилиб бирлаштирилади. Юқори асосининг ёйилмаси пастки асосига ўхшаш бўлади.

Масалалар

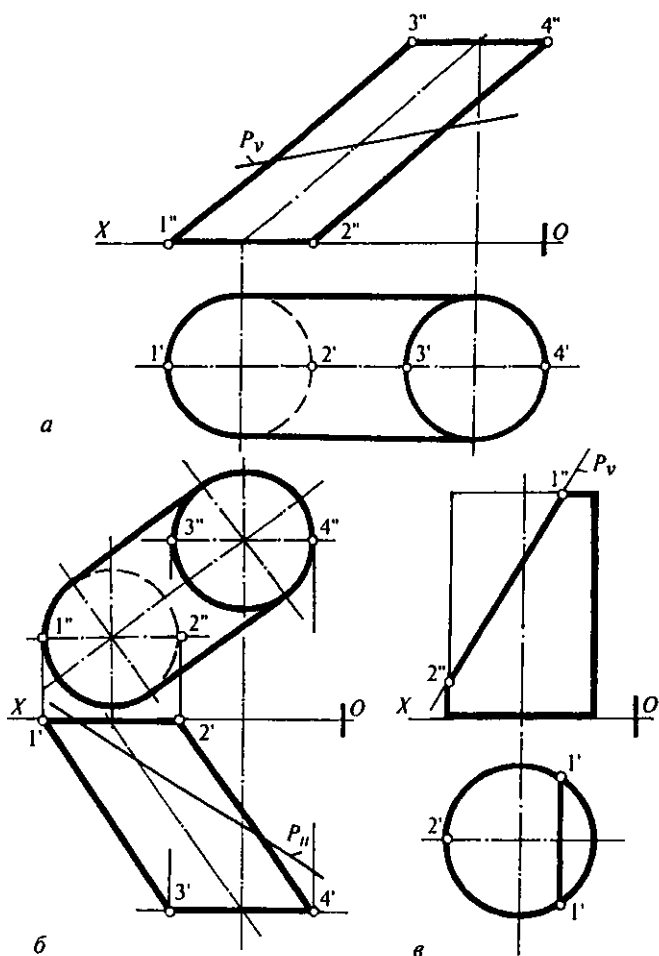
1. Берилган пирамида сиртлари текисликка ёйилсин (234-шакл, *a, б, в, г*).



234-шакл



236-шакл



237-шакл

2. 235-шакл, а, б, да берилган конус сиртлари текисликка ёйилсин.

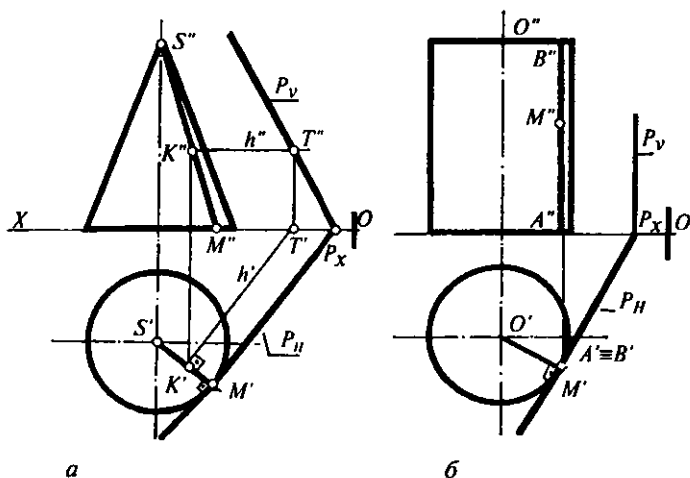
3. Берилган призма сиртларининг тўла ёйилмаси ясалсин (236-шакл, а, б, в).

4. 237-шакл, а, б, в да берилган цилиндр сиртининг тўла ёйилмаси ясалсин.

23-§. Сиртларга уринма текисликлар ўтказиш

Сиртлар шакли ва фазодаги вазиятига қараб, текисликлар билан нуқта, тўғри чизиқ, айлана ва бошқа геометрик шакллар ҳосил қилиб уринади. Сиртларга уринма текисликлар, сирт устидаги нуқта, сирт ташқарисидаги нуқта, берилган тўғри чизиққа параллел ва берилган текисликка параллел ва ҳ. к. орқали ўтказилиши мумкин. Уринма текисликлар чизмада бир тўғри чизиқда ётмайдиган уч нуқта, тўғри чизиқ ва унда ётмайдиган нуқта, икки кесишувчи тўғри чизиқ ва параллел тўғри чизиқлар орқали тасвирланади.

238-шакл, *a* да берилган конус сиртида ётувчи $K(K', K'')$ нуқта орқали уринма текислик ўтказиш учун K'' ва S'' нуқталар бирлаштирилиб, конус асосида M'' нуқта топилади сўнгра боғловчи чизиқ ёрдамида $S'M''$ аниқланади. Сўнгра $K(K', K'')$ орқали $KT(K'T, K'T'')$ уринма чизиқ ўтказилади. Бунда $K'T \perp S'M'$. Кейин конус асосидаги $S'M'$ ясовчига перпендикуляр қилиб уринма текисликнинг горизонтал изи P_H ўтказилади. Сўнгра P_H билан T'' бирлаштирилиб, текисликнинг P_V фронтал изи ўтказилади.

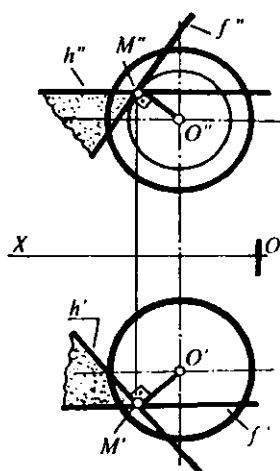


238-шакл

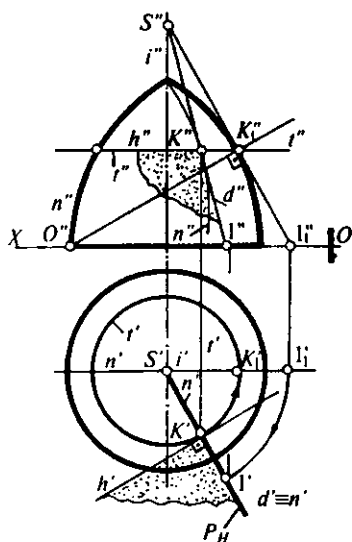
238-шакл, б да берилган цилиндр сиртидаги $M(M', M'')$ нуқта орқали уринма текислик ўтказиш учун $M(M', M'')$ нуқта орқали $AB(A'B', A''B'')$ ясовчи ўтказилади. M' орқали $O'M'$ га перпендикуляр қилиб (цилиндр асосига уринма қилиб) уринма текисликнинг P_H горизонтал изи ўтказилади. $A'B'' \perp H$ бўлганлиги учун P_V из OX ўқига перпендикуляр бўлади 239-шаклда шар сиртининг $M(M', M'')$ эллиптик нуқтаси орқали уринма текислик ўтказиш кўрсатилган. Бунда аввало $M(M', M'')$ нуқтадан горизонтал чизиқнинг $h(h', h'')$ проекциялари ва фронталнинг $f(f', f'')$ проекциялари ўтказилади. Бунда $h'' \parallel OX$, $h' \perp O'M'$ ва $f'' \parallel OX$; $f' \perp O'M'$ бўлади. Ҳосил бўлган ва ўзаро кесишувчи $h' \cap f'$, $h'' \cap f''$ тўғри чизиқлар изланаётган уринма текислик бўлади.

Айланиш сиртининг ихтиёрий $K(K', K'')$ нуқтаси орқали унга уринма текислик ўтказиш 240-шаклда кўрсатилган. Бунинг учун $K(K', K'')$ нуқтадан ўтувчи, сиртнинг $t(t', t'')$ параллели ва $n(n', n'')$ меридиани ўтказилади.

t параллелда ётувчи берилган $K(K', K'')$ нуқта орқали $h(h', h'')$ уринма чизиқ ўтказилади. Сўнгра $n(n', n'')$ меридианга ўтказилган уринма чизиқнинг горизонтал про-



239-шакл



240-шакл

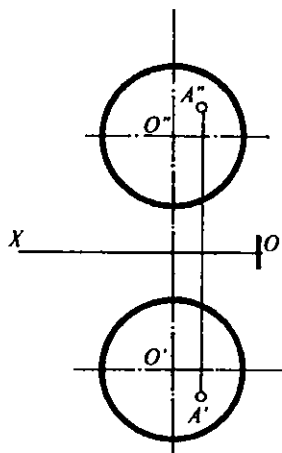
екцияси d' ўтказилади. d — уринма чизиқнинг фронтал проекцияси d'' ни аниқлаш учун айланиш ўқи $i(i', i'')$ ва $K(K', K'')$ уриниш нуқтасидан иборат P_H меридиан текислигини V проекциялар текислигига параллел бўлгунча i ўқ атрофида бурамиз ва K нуқтанинг, янги $K(K', K'')$ вазияти аниқланади. Уриниш нуқтасининг янги фронтал проекциясидан сиртнинг бош меридианига уринма ёки $O'K_1'$ чизиққа перпендикуляр ўтказиб i билан кесишгунча давом эттирилади ва уларнинг кесишган S' нуқтаси белгиланади. Бу ерда O' нуқта сиртнинг бош меридианини чизишда марказдир. Сўнгра S' ва K'' ларни бирлаштириб d'' чизиқ ҳосил қилинади. Ўтказилган $h(h', h'')$ ва $d(d', d'')$ ўзаро кесишувчи тўғри чизиқлар $K(K', K'')$ нуқтадан ўтган уринма текислик бўлади.

Такрорлаш учун саволлар

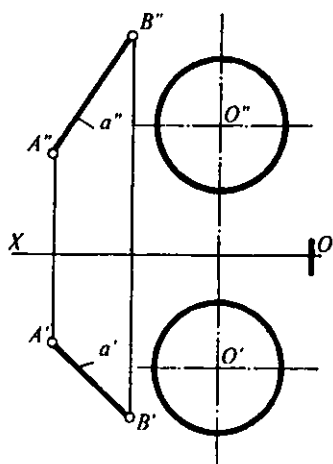
1. Сиртларга уринма текислик қандай шартларга асосан ўтказилади?
2. Уринма текислик чизмада қандай кўринишларда берилиши мумкин?
3. Сиртнинг эллиптик, параболик ва гиперболоик нуқталарини тушунтириб беринг?
4. Сиртнинг нормал чизиғи қандай ўтказилади?

Масалалар

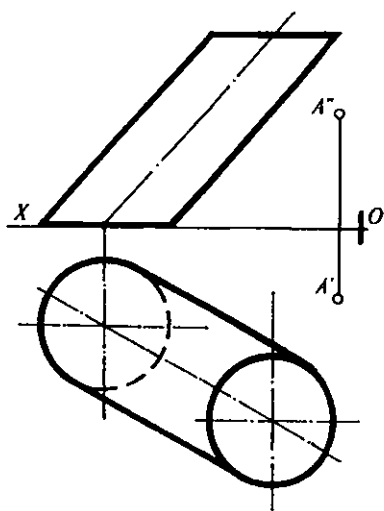
1. Шар сиртида ётувчи $A(A', A'')$ нуқтадан сиртга уринма текислик ўтказилсин (241-шакл).
2. Берилган $a(AB)$ тўғри чизиққа параллел қилиб, сферага уринма бўлган текислик ўтказилсин (242-шакл).
3. Цилиндр сиртидан ташқаридаги $A(A', A'')$ нуқта орқали сиртга уринма бўлган текислик ўтказилсин (243-шакл).
4. Конус сиртидан ташқаридаги $A(A', A'')$ нуқтадан шу сиртга уринма текислик ўтказилсин (244-шакл).
5. Айланиш сиртидаги $A(A', A'')$ нуқта орқали сиртга уринма текислик ўтказилсин (245-шакл, $a, б$).



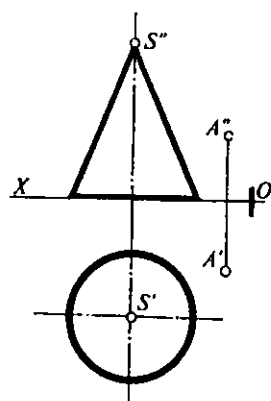
241-шакл



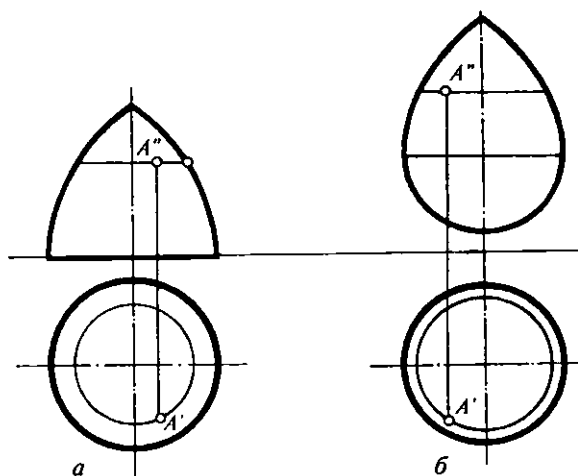
242-шакл



243-шакл



244-шакл

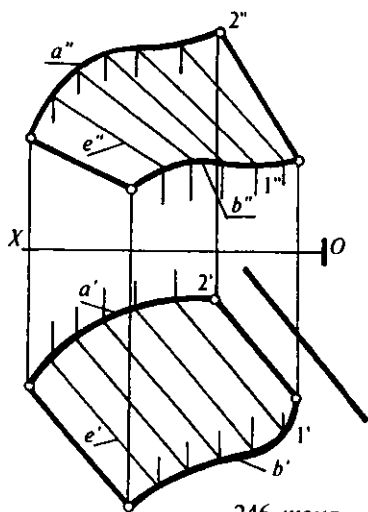


245-шакл

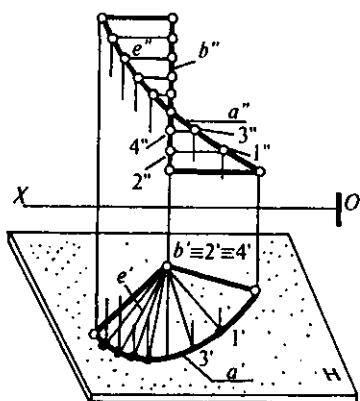
24-§. Параллелизм текислигига эга бўлган чизикли сиртлар

Параллелизм текислигига эга бўлган сиртлар шундан иборатки, чексиз кўп ($L...L_n$) ясовчиларнинг бирор параллелизм текислиги деб аталувчи текисликка параллел бўлиб, берилган икки йўналтирувчи чизикни кесиб ўтади. Агар йўналтирувчи чизикнинг ҳар иккиси эгри чизик бўлса, цилиндроид сирти, йўналтирувчи чизикни бири тўғри чизик, иккинчиси эса эгри чизик бўлса коноид сирти ва ниҳоят йўналтирувчи чизикнинг ҳар иккиси тўғри чизик бўлса гипербололи параболоид сирти дейилади.

246-шаклда $P(P_H)$ горизонтал проекцияловчи параллелизм текислиги ҳамда икки йўналтирувчи a ва b эгри чизиклар орқали берилган цилиндроиднинг ясалиши кўрсатилган. Цилиндроиднинг ясовчиларини ўтказиш учун (проекцион чизмада) йўналтирувчи эгри чизикда, масалан b эгри чизикда бир неча ($1'...$) нуқталар танлаб шу нуқталар орқали P_H текисликка ($1'-2''...$) параллел текисликлар ўтказилади. Сўнгра ўтказилган текисликлар билан йўналтирувчи эгри чизикларни кесишган нуқталари аниқланади. Бу нуқталар орқали боғловчи чизиклар



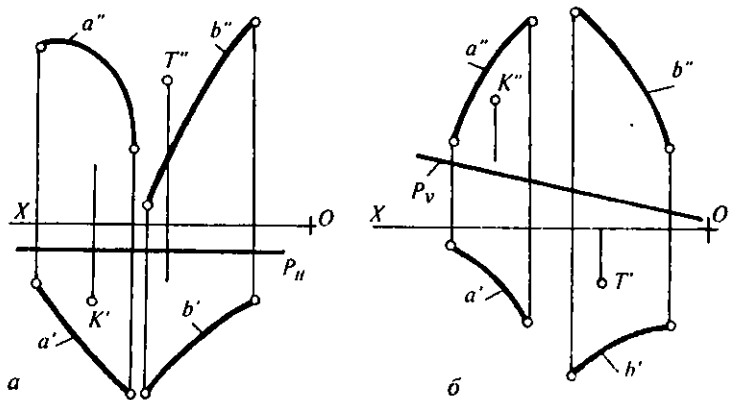
246-шакл



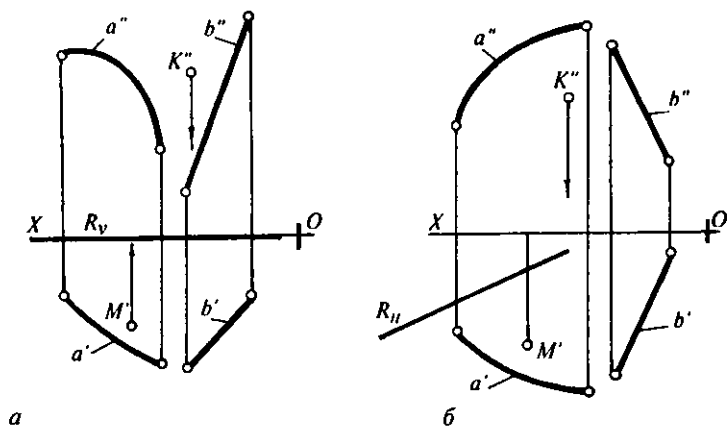
247-шакл

Ўтказилади ва улар билан йўналтирувчиларнинг $1''$, $2''$ ва χ к кесишган нуқталари белгиланади. Топилган нуқталарни тегишлича туташтирилади.

247-шаклда параллелизм текислиги H бўлган тўғри каноиднинг ясалиши кўрсатилган. Бунда ясовчилар $l_1 \dots l_n$ горизонтал чизиқдир. a' йўналтирувчида бир неча нуқталар, масалан, $1'$, $3'$ сайлаб b' билан туташтирилади. Сўнгра $1'$, $3'$ нуқталардан боғловчи чизиқлар ўтказиб $1''$ ва $3''$ лар аниқ-



248-шакл



249-шакл

ланади. Бу нуқталардан OX ўқига параллел чизиб, b'' билан кесишган $2''$, $4''$... топилади.

Масалалар

1. Тўғри цилиндроид сирти a ва b йўналтирувчи эгри чизиги, параллелизм текислиги P билан берилган. Сиртда ётувчи K ва T нуқталарнинг етишмайдиган проекциялари аниқлансин (248-шакл, a , b).

2. Коноид сирти йўналтирувчи a ва b эгри чизиқлар ҳамда параллелизм текислиги R орқали берилган. Сиртда ётувчи M ва K нуқталарнинг M' , K'' проекциялари берилган, M' ва K' проекциялари топилсин (249-шакл, a , b).

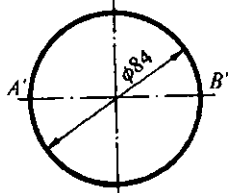
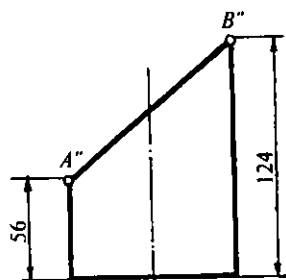
АКСОНОМЕТРИЯГА ОИД МАСАЛАЛАР

Такрорлаш учун саволлар

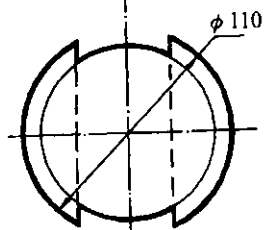
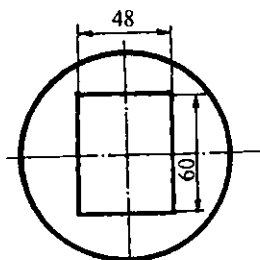
1. Аксонометрик проекция деб нимага айтилади?
2. Аксонометрик проекцияларнинг турлари ва уларнинг фарқи?
3. Стандарт аксонометрик проекцияларни тушунтиринг.
4. Тўғри бурчакли изометрияда ўқларнинг жойлашиши ва уларнинг ўзгариш кўрсаткичлари тушунтирилсин.
5. Горизонтал, фронтал ва профил проекциялар текисликларида ётувчи айланаларнинг изометрик проекциялари қандай ясалади?
6. Диметрияда ўқларнинг жойлашишини кўрсатинг.
7. Диметрияда горизонтал, фронтал ва профил проекциялар текисликларида жойлашган айланаларнинг эллипсларининг ясаши кўрсатилсин.

Масалалар

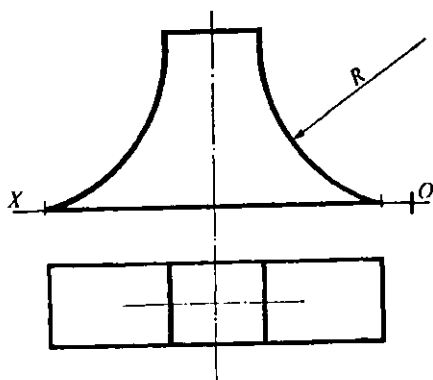
1. $A(30, 25, 0)$, $B(60, 20, 80)$, $C(15, 60, 75)$ нуқталарнинг координаталарига кўра учбурчакнинг изометрияси ясалсин.
2. Кесик цилиндрнинг тўғри бурчакли изометрияси ясалсин (250-шакл).
3. Берилган шарнинг изометрияси ясалсин. Шарни призма шаклидаги паррон тўртбурчак кесиб ўтган (251-шакл).
4. 252-шаклда берилган деталнинг изометрияси ясалсин.
5. Кесик олти қиррали призманинг изометрияси ясалсин. Призманинг ён томони тўғри бурчакли тешикдан иборат (253-шакл).



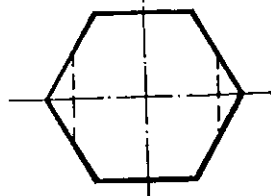
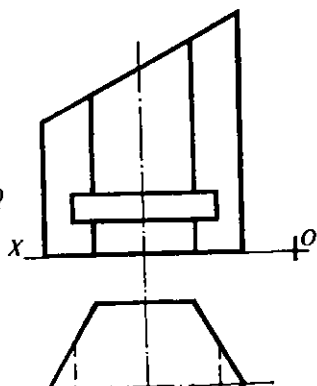
250-шакл



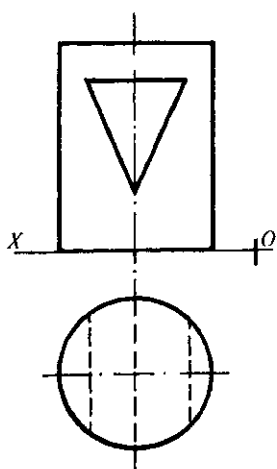
251-шакл



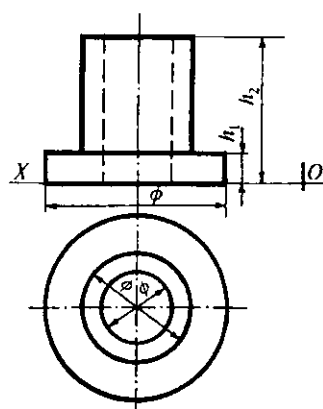
252-шакл



253-шакл



254-шакл

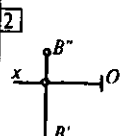
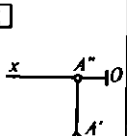
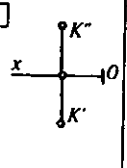
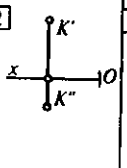
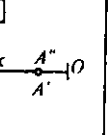


255-шакл

6. Ён томони учбурчак тешиқдан иборат бўлган цилиндрнинг диметрияси ясалсин (254-шакл).

7. 255-шаклда берилган деталнинг тўғри бурчакли изомерияси ясалсин.

Нуқта мавзусига оид тест саволлари

Саволлар	Чизмалар			
I Қайси чизмада нуқта иккинчи чоракда жойлашган.	1 	2 	3 	4 
II Қайси чизмада $A(A', A'')$ нуқта тўртинчи чоракда жойлашган.	1 	2 	3 	4 
III Қайси чизмада нуқта H текисликда жойлашган.	1 	2 	3 	4 
IV Қайси чизмада нуқта V текисликда ётади.	1 	2 	3 	4 
V Қайси чизмада $K(K', K'')$ нуқтанинг x ва y координаталари нолга тенг.	1 	2 	3 	4 
VI Қайси чизмада нуқта учинчи чоракда жойлашган.	1 	2 	3 	4 

Тўғри чизиққа оид тест саволлари

Саволлар	Чизмалар			
I Қайси чизмада $a(a', a'')$ кесма H ва V ларга нисбатан умумий вазиятда жойлашган.	1	2	3	4
II Берилган тўғри чизиқ кесмаларидан қайси бири H текисликка параллел жойлашган.	1	2	3	4
III Қайси чизмада $a(a', a'')$ кесма H текисликка перпендикуляр жойлашган.	1	2	3	4
IV Қайси чизмада тўғри чизиқлар ўзаро параллел жойлашган.	1	2	3	4
V Қайси чизмада $a'a'$ ва $b'b'$ кесмалар ўзаро кесишмайди.	1	2	3	4
VI Қайси шаклда тўғри чизиқ ҳақиқий узунлиги билан тасвирланади.	1	2	3	4

Текисликка оид тест саволлари

Саволлар	Чизмалар			
I Қайси чизмада $A'B'C, A''B''C''$ текислик умуий вазиятда жойлашган.	1	2	3	4
II Берилган шакллардан қайси бири V текисликка параллел жойлашган.	1	2	3	4
III Қайси чизмада $P(P_H, P_V)$ текислик H га перпендикуляр жойлашган.	1	2	3	4
IV Берилган $F(F', F'')$, $T(T', T'')$, $E(E', E'')$ ва $K(K', K'')$ нуқталардан қайси бири $A'B'C, A''B''C''$ текисликда ётади.	1	2	3	4
V Қайси чизмада $a(a', a'')$ тўғри чизик (1234) текисликда ётади.	1	2	3	4
VI Қайси шаклда $P(P_H, P_V)$ текисликнинг $h(h', h'')$ горизонтали тўғри ўтказилган.	1	2	3	4

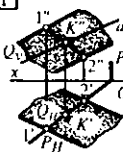
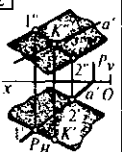
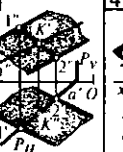
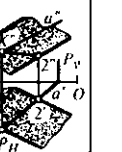
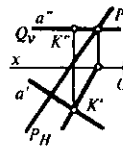
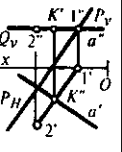
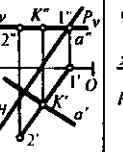
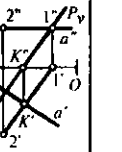
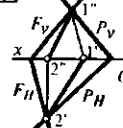
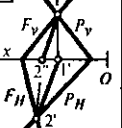
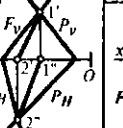
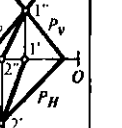
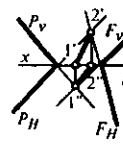
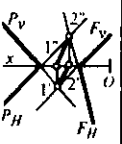
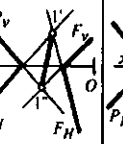
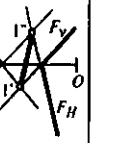
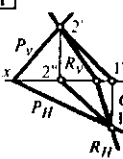
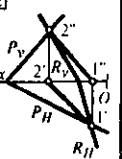
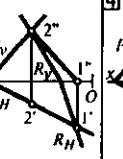
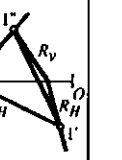

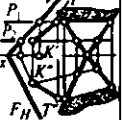


Текисликка оид тест саволлари

Саволлар	Чизмалар			
I Қайси чизмада ABC текислигининг $f(f', f'')$ фронтали тўғри ўтказилган.				
II ABC текислигининг энг катта оғма чизиғи қайси чизмада тўғри ўтказилган.				
III Излари билан берилган $P(P_V, P_H)$ текислигининг энг катта оғма чизиғи тўғри ўтказилган.				
IV Қайси шаклда $P(P_V, P_H)$ текислик умумий вазиятда жойлашган.				
V Қайси чизмада P текисликда ётувчи K нуқтанинг етишмайдиган K'' проекцияси тўғри топилган.				
VI Қайси шаклда AB кесманинг етишмайдиган $A'B'$ проекцияси тўғри аниқланган.				

**Тўғри чизик ва текисликларнинг кесишишига
оид тест саволлари**

Саволлар	Чизмалар			
I Қайси шаклда Q ва P текисликларнинг кесишиш чизиғи тўғри топилган.	1	2	3	4
II F ва P текисликларнинг кесишиш чизигининг тўғри топилганлиги ва унинг қайси чоракда жойлашганлиги аниқлансин.	1	2	3	4
III Қайси чизмада умумий ва проекцияловчи текисликларнинг кесишган чизиғи тўғри топилган.	1	2	3	4
IV Қайси шаклда горизонтал проекцияловчи ва умумий вазиятдаги текисликларнинг кесишиш чизиғи тўғри аниқланган.	1	2	3	4
V Қайси чизмада ABC текислиги билан $a(a', a'')$ тўғри чизикнинг кесишган нуқтаси тўғри топилган.	1	2	3	4
VI Қайси шаклда $a(a', a'')$ тўғри чизик билан $P(P_H, P_V)$ текислигининг кесишган нуқтаси тўғри топилган.	1	2	3	4

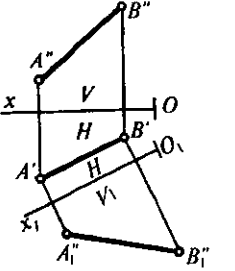
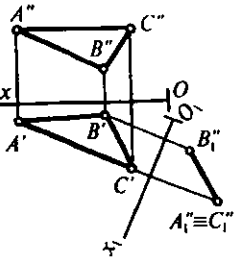
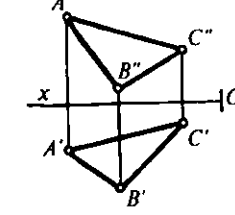
**Тўғри чизиқ ва текисликларнинг кесишишига
оид тест саволлари**

Саволлар	Чизмалар			
<p>I P текислик билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишган нуқтаси қайси шаклда тўғри кўрсатилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>II Қайси чизмада P текислик билан $a(a', a'')$ тўғри чизиқнинг кесишган нуқтаси тўғри аниқланган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>III F ва P текисликларнинг кесишган чизиғи қайси шаклда тўғри топилган</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>IV Берилган текисликларнинг кесишган чизиғи қайси шаклда тўғри топилган ва қайси чоракда жойлашган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>V Излари билан берилган текисликларнинг кесишган чизиғи қайси чизмада тўғри топилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>VI Икки текисликнинг кесишган чизиғи қайси шаклда тўғри аниқланган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 

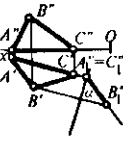
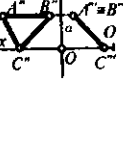
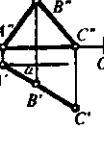
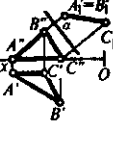
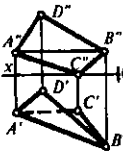
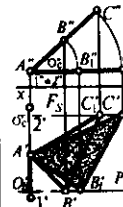
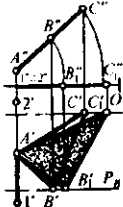

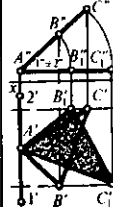
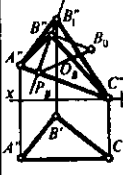
**Тўғри чизиқ билан текисликнинг
перпендикуляр ва параллеллиги**

Саволлар	Чизмалар			
<p>I Қайси шаклда $A(A', A'')$ нуқтадан $P(a \cap b)$ текисликка туширилган перпендикулярнинг асоси $K(K', K'')$ тўғри топилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>II Қайси чизмада $A(A', A'')$ нуқтадан $P(P_H, P_V)$ текисликка қадар бўлган масофа тўғри топилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>III $A(A', A'')$ нуқтадан $a(a', a'')$ тўғри чизиқка қадар бўлган масофа қайси шаклда тўғри топилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>IV Қайси чизмада $a(a', a'')$ тўғри чизиқ $P(P_H, P_V)$ текисликка параллел қилиб тўғри ўтказилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>V $A(A', A'')$ нуқтадан P ва Q текисликларга параллел $a(a', a'')$ тўғри чизиқ қайси чизмада тўғри ўтказилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>VI Қайси чизмада $A(A', A'')$ нуқтадан $Q(Q_H, Q_V)$ текисликка параллел қилиб $P(P_H, P_V)$ текислик тўғри ўтказилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 

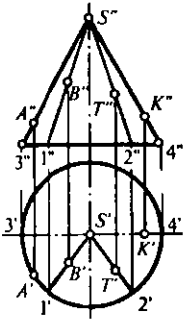
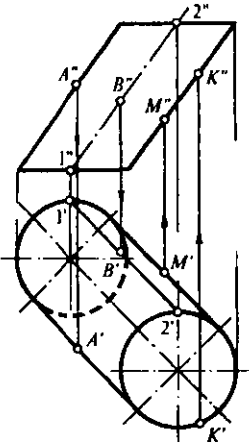
Чизмани қайта тузиш усулларига оид саволлар

Саволлар	Чизмалар	
<p>I $AB(A'B', A''B'')$ тўғри чизикнинг ҳақиқий узунлигини топишда V проекциялар текислигини V_1 билан алмаштирилса, AB тўғри чизик қайси система бўйича жойлашади.</p>		<ol style="list-style-type: none"> 1. $V_1 \perp V$ 2. $V_1 \perp H$ 3. $V_1 // V$ 4. $V_1 \perp W$
<p>II Иштиёрй вазиятда $ABC(A'B'C', A''B''C'')$ текисликни проекцияловчи вазиятга келтириш учун:</p> <p>а) асосий проекциялар текисликларидан қайси бири V_1 билан алмаштирилган.</p> <p>б) $A_1''B_1''C_1''$ текисликни ясашда янги O, X_1 проекциялар ўқини қайси йўналишда ўтказилган.</p>		<p>а) 1. W 2. V 3. H</p> <p>б) 1. $\frac{V_1}{H} // B'C'$ 2. $\frac{V_1}{H} \perp A'C'$ 3. $\frac{V_1}{H} // B''C''$ 4. $\frac{V_1}{H} \perp A''C''$</p>
<p>III $A'B'C', A''B''C''$ текисликнинг ҳақиқий кўринишини аниқлашда қайси усулдан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир, ёки қайси усулда бажарилиш қадамлари кам бўлади.</p>		<ol style="list-style-type: none"> 1. Проекциялар текисликларини алмаштириш; 2. Текис-параллел ҳаракат усули; 3. Айлантириш усули; 4. Текисликнинг махсус чизиклари атрофида айлантириш.

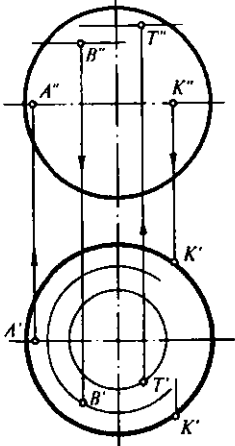
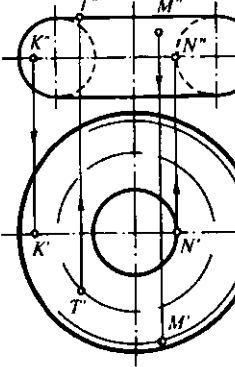
Чизмани қайта тузишга оид тест саволлари

Саволлар	Чизмалар				
<p>I Қайси шаклда $ABC(ABC, A'B'C')$ текислик билан H орасидаги α бурчак тўғри топилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 	
<p>II $ABC(ABC, A'B'C')$ ва $ABD(A'B'D', A'B'D')$ текисликлар орасидаги икки ёқли бурчакнинг ҳақиқий катталиги H, V ва W ларнинг қайси бирида аниқлаш мумкин.</p>		<p>1</p>	<p>2</p>	<p>3</p>	<p>4</p>
<p>III Қайси чизмада $ABC(A'B'C', A'B'C')$ текисликнинг ҳақиқий кўриниши тўғри топилган.</p>	<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 	
<p>IV a) $A'B_1C_1=ABC$ учбурчакнинг ҳақиқий катталиги қайси усул билан ясалган. б) $A''B_1C_1=ABC$ учбурчак проекциялар текисликларидан қайси бирига параллел ёки перпендикуляр жойлашган.</p>		<p>a)</p> <p>1 Проекциялар текисликларини алмаштириш</p> <p>б)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $(\Delta A''B_1C_1) // H$ 2. $(\Delta A''B_1C_1) // V$ 3. $(\Delta A''B_1C_1) // W$ 	<p>2 Текисликлар параллел ҳаракат ҳаракат усули</p>	<p>3 Текисликнинг махсус чизиги атрофида айлантириш</p>	

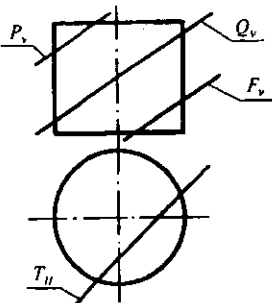
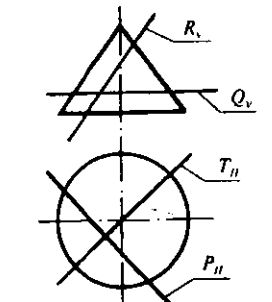
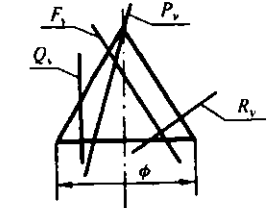
Сиртларга оид тест саволлари

Саволлар	Чизмалар
<p>I Конус сиртида ётувчи $A(A_1, A_2)$, $B(B', B'')$, $T(T', T'')$ ва $K(K', K'')$ нуқталардан қайси бирининг горизонтал проекцияси нотўғри топилган.</p>	 <p>The diagram shows a cone with apex S'' and base circle. Points A'', B'', T'', and K'' are marked on the cone's surface. Their horizontal projections are A', B', T', and K' respectively. The vertical projection shows the cone's profile with points $3''$, $1''$, $2''$, and $4''$ on the base line. The horizontal projection shows the base circle with points $1'$, $2'$, $3'$, and $4'$ on its circumference.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. A' 2. B' 3. T' 4. K'
<p>II Цилиндр сиртида ётувчи $A(A', A'')$, $B(B', B'')$, $M(M', M'')$ ва $K(K', K'')$ нуқталардан қайси бирининг горизонтал проекциялари тўғри топилган.</p>	 <p>The diagram shows a cylinder with points A'', B'', M'', and K'' on its surface. Their horizontal projections are A', B', M', and K' respectively. The vertical projection shows the cylinder's profile with points $1''$ and $2''$ on the top edge. The horizontal projection shows the cylinder's base with points $1'$ and $2'$ on the circumference.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. A' 2. B' 3. M' 4. K'

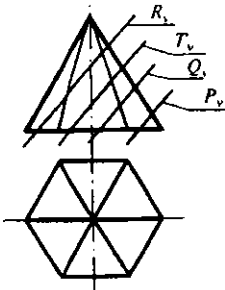
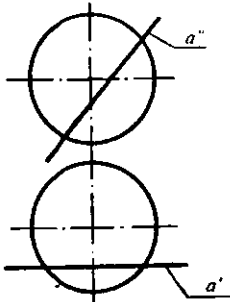
Сиртларга оид тест саволлари

Саволлар	Чизмалар
<p>III Шар сиртида ётувчи A, B, T ва K нуқталарнинг фронтал проекцияларига кура, уларнинг горизонтал проекцияларини аниқлашда қайси нуқтанинг горизонтал проекцияси нотўғри топилган.</p>	 <ol style="list-style-type: none"> 1. A' 2. B' 3. T' 4. K'
<p>IV Тор сиртига тегишли M, N, K ва T нуқталарнинг етишмайдиган проекцияларини аниқлашда қайси нуқтанинг проекцияси нотўғри топилган.</p>	 <ol style="list-style-type: none"> 1. $M'M''$ 2. $N'N''$ 3. $K'K''$ 4. $T'T''$

**Сиртларнинг текисликлар билан
кесишишига оид саволлар**

Саволлар	Чизмалар
<p>I Қайси текислик цилиндр билан кесишганда тўлиқ эллипс ҳосил қилади.</p>	 <ol style="list-style-type: none"> 1. $P(P_v)$ 2. $Q(Q_v)$ 3. $F(F_v)$ 4. $T(T_H)$
<p>II Қайси текислик конус сирти билан кесишиб парабола эгри чизигини ҳосил қилади.</p>	 <ol style="list-style-type: none"> 1. $R(R_v)$ 2. $Q(Q_v)$ 3. $T(T_H)$ 4. $P(P_H)$
<p>III Қайси текислик конус сирти билан кесишиб гипербола эгри чизигини ҳосил қилади.</p>	 <ol style="list-style-type: none"> 1. $P(P_v)$ 2. $Q(Q_v)$ 3. $R(R_v)$ 4. $F(F_v)$

**Сиртларнинг текисликлар билан
кесишишига оид саволлар**

Саволлар	Чизмалар
<p>IV Қайси текислик пирамида сирти билан кесишиб энг кўп нуқта ҳосил қилади.</p>	 <ol style="list-style-type: none"> 1. $R(R_v)$ 2. $T(T_v)$ 3. $Q(Q_v)$ 4. $P(P_v)$
<p>V $a(a', a'')$ тўғри чизиқ билан шар сиртининг кесишиш нуқталарини топиш учун қайси кесувчи текисликдан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир.</p>	 <ol style="list-style-type: none"> 1. Умумий 2. Горизонтал 3. Фронтал 4. Профил

Аксонетрияга оид тест саволлари

Саволлар	Чизмалар
<p>I Қайси чизмада тўғри бурчакли диметриядаги x ва y ўқларнинг йўналиши тўғри чизилган.</p>	<p>1 2 3 4</p>
<p>II Тўғри бурчакли изометрияда V текисликка параллел жойлашган айлана эллипсининг катта AB ва кичик CD ўқларининг қийматлари аниқлансин.</p>	<p>1 2 3 4</p> <p>$AB = 1,06d$ $AB = 1,22d$ $AB = 1,06d$ $AB = 1,3d$ $CD = 0,35d$ $CD = 0,71d$ $CD = 0,95d$ $CD = 0,54d$</p>
<p>III Тўғри бурчакли диметрияда H, V ва W текисликларига параллел жойлашган айлана эллипсларининг катта ва кичик ўқларининг йўналишлари қайси чизмада тўғри ўтказилган.</p>	<p>1 2 3 4</p>
<p>IV Тўғри бурчакли изометрияда YOZ текислигида жойлашган айлана эллипсининг катта ва кичик ўқларининг йўналишлари қайси чизмада тўғри кўрсатилган.</p>	<p>1 2 3 4</p>

МУНДАРИЖА

Сўз боши	3
Масалаларни ечишга оид умумий кўрсатмалар	4
1 - б о б . Геометрик шаклларни текисликда тасвирлаш усуллари	7
1-§. Марказий ва параллел проекциялаш усуллари	7
2 - б о б . Нуқта ва тўғри чизиқнинг тўғри бурчакли проекциялари	11
2-§. Нуқтани ўзаро перпендикуляр бўлган иккита ва учта текисликка проекциялаш	11
3-§. Тўғри чизиқнинг тўғри бурчакли проекциялари	16
4-§. Тўғри чизиқ излари	22
5-§. Кесмани берилган нисбатда бўлиш	24
6-§. Икки тўғри чизиқ	27
3 - б о б . Текислик. Текислик ва тўғри чизиқ. Икки текислик	29
7-§. Тўғри чизиқ билан текисликнинг кесишган нуқтасини топиш	37
8-§. Текисликларнинг ўзаро кесишиши	42
9-§. Тўғри чизиқнинг текисликка перпендикулярлиги	47
10-§. Тўғри чизиқнинг текисликка параллеллиги	53
11-§. Икки текисликнинг ўзаро параллеллиги	57
12-§. Икки текисликнинг ўзаро перпендикулярлиги	62
4 - б о б . Чизмани қайта тузиш усуллари	65
13-§. Проекциялар текисликларини алмаштириш усули	66
14-§. Айлантриш усули	73
15-§. Текис-параллел ҳаракатланиш усули	75

5 - б о б . Эгри чизиқлар	82
16-§. Эгри чизиқлар тўғрисида қисқача тушунча	82
6 - б о б . Сиртлар	86
17-§. Умумий тушунча. Сиртларда нуқта танлаш	86
18-§. Сиртларнинг проскцияловчи текисликлар билан кесишиши	92
19-§. Сиртлар билан тўғри чизиқнинг кесишиши	98
20-§. Сиртларнинг умумий вазиятдаги текисликлар билан кесишиши	104
21-§. Сиртларнинг ўзаро кесишиши	113
22-§. Сиртларни текисликка ёйиш	123
23-§. Сиртларга уринма текисликлар ўтказиш	133
24-§. Параллелизм текислигига эга бўлган чизиқли сиртлар	137
7 - б о б . Аксонометрияга оид масалалар	141

Убайдулла Абдуллаев

**ЧИЗМА ГЕОМЕТРИЯДАН
МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ**

Бадий муҳаррир *У. Салихов*
Техник муҳаррир *У. Ким*
Мусаҳҳиҳ *Н. Умарова*

Теришга берилди 12.04.2002. Босишга рухсат этилди 20.01.2003.
84×108¹/₃₂ ўлчамли «Таймс» гарнитурда босма усулида босилди.
Шартли б. т. 8,4. Нашр т. 8,19. Нусхаси 2000.
Буюртма 16.

«Ўзбекистон» нашриёти, 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30.
Нашр № 134—2000.

Ўзбекистон матбуот ва ахборот агентлигининг Тошкент китоб-
журнал фабрикасида чоп этилди. Тошкент, Юнус-Обод даҳаси,
Муродов кўчаси, 1.

22.151.3

A 15

Абдуллаев У.

Чизма геометриядан масалалар тўплами: Олий ўқув юртлари талабалари учун ўқув қўлланма.—Т.: Ўзбекистон—2003. 160 бет.

Мазкур ўқув қўлланмада чизма геометриядан масалаларни ечиш усуллари, мавзуларга оид қисқача назарий тушунчалар, масалалар ечимлари ва такрорлаш учун саволлар берилган. Қўлланма олий ўқув юртлари талабаларига мўлжалланган.

ББК 22.151.3