

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС  
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

**А. ТЕШАБОЕВ, С. ЗАЙНОБИДДИНОВ, Ш. ЭРМАТОВ**

**ҚАТТИҚ ЖИСМ ФИЗИКАСИ**

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги  
томонидан ўқув қўлланма сифатида тавсия этилган*

**ТОШКЕНТ — «МОЛИЯ» — 2001**

УДК 539.2

**А. Тешабоев, С. Зайнобиддинов, Ш. Эрматов.** Қаттиқ жисм физикаси.  
Тошкент, «Молия» нашриёти, 2001 йил. 324 б.

Ушбу ўкув қўлланмада қаттиқ жисмлар физикасининг асосий бўлимлари ҳақида маълумотлар келтирилган. Қаттиқ жисмларнинг айрим хоссалари бўйича турлари, ҳозирги замон қаттиқ жисм квант физикаси асосий тасаввурлари заминида металлар, ярим ўтказгичлар, диэлектрикларнинг иссиқлик, механик, электрик, магнитик хоссалари баён қилинган. Бундан ташқари, ҳозир фан ва техникада катта аҳамият касб этаётган қаттиқ материаллар – керамика, мартенситлар, композитлар хоссалари ва қўлланниши тўғрисида ҳам маълумотлар берилган. Ўтилган мавзуларни мустаҳкамлаш мақсадида ҳар бобнинг охирида назорат учун саволлар, шу бобга тегишли масалалар жойлаштирилган. Қўлланмада келтирилган расмлар, жадваллар, кўшимчалар унинг матнини тўлдиради. Ўкув қўлланма олий ўкув юртларининг тегишли касблар бўйича мутахассислашаётган бакалавр, магистр талабалари, тадқиқотчилар, аспирантлар ва ўқитувчилар учун мўлжалланган.

**Масъул муҳаррир Э. З. Имамов**, физика-математика фанлари доктори, профессор

**Тақризчилар:** *A. Т. Мамадолимов*, физика-математика фанлари доктори, профессор, ЎзР ФА академиги.

*M. С. Баҳодирхонов*, физика-математика фанлари доктори, профессор.

Ўзбекистон Республикаси Давлат Фан Техника қўмитасининг инновация лойиҳаси асосида ҳамда ЎзР ДФТҚ, Олий ва ўрта маҳсус мактаб муаммолари институти, Андижон Давлат университети ҳомийлигига нашр этилди.

© Ўзбекистон Республикаси Банк-молия  
академияси «Молия» нашриёти, 2001 й.

## СЎЗ БОШИ

Маълумки, ўзбек тилида қаттиқ жисм физикасидан ўқув қўлланма (дарслик) йўқ. Ваҳоланки, университетлар ва техник ўқув юртларида бу фан умумий ва маҳсус фан сифатида ўқитилади. Бинобарин, кўп минглаб талабалар, ўқитувчилар, тадқиқотчи, аспирантларга ана шундай ўқув қўлланма жуда кепрак. Шу эҳтиёжларни ҳисобга олиб, мазкур фанни ўқитиш тажрибасига таяниб, ушбу «Қаттиқ жисм физикаси» ўқув қўлланмаси ёзилди. Бу китобнинг мундарижасини тузища Олий ва ўрта маҳсус таълим вазирлиги томонидан тасдиқланган «Қаттиқ жисм физикаси» фани дастурини («Университет таълими учун физика ва астрономия мутахассисликлари бўйича ўқув дастурлари», Тошкент, «Университет», 1996 й., 90-92-бет) асос қилиб олинди. Қўлланма асосан «Бакалавр» ихтинослиги талабалари ҳам фойдаланиши мумкин. Ушбу қўлланмада қаттиқ жисмлар турлари, кристал қаттиқ жисмлар ҳақида маълумот, физик статистика асосларининг қисқача баёни берилди. Кристалл панжараси тебранишлари анча батафсил қараб чиқилди. Кристалл қаттиқ жисмларда иссиқдик ҳодисаларига муносиб ўрин ажратилди. Қўлланманинг муҳим қисмини идеал кристал қаттиқ жисмларда электронларнинг энергетик спектри назарияси (зоналар назарияси), ҳақиқий кристаллардаги нуқсонлар физикаси баёни ташкил этади. Суюқ кристаллар ва аморф қаттиқ жисмлар ҳақида қисқача маълумот бериш лозим деб топилди. Кейинги вақтда микроэлектрониканинг жадал ривожланиши туфайли қаттиқ жисмлар сиртида юз берадиган ҳодисалар, хусусан, сиртнинг ҳолати масалалари муҳим аҳамиятга эга бўлиб бормоқда. Шунинг учун бу масалаларга ҳам муносиб жой ажратилди. Қаттиқ жисмларнинг механик хоссалари ва уларга деформациялар таъсирига ҳам эътибор берилди. Қаттиқ жисмда содир бўладиган ҳажмий ўзгаришларнинг энг муҳимлари қараб чиқилди. Қаттиқ жисмларнинг асосий турлари бўлмиш металлар, ярим ўтказгичлар,

диэлектрикларга алоҳида боблар багишланди. Тадқиқданиши ва қўлланиши тобора кенгая бораётган керамик қаттиқ жисмлар ва композицион моддалар ҳақида маълумотни қўлланмага киритишин зарур деб ҳисобладик. Қаттиқ жисмларда юз берадиган кинетик ҳодисалар, моддалар, асбоблар хоссаларини назарий ўрганиш ва амалий қўлланишида катта аҳамиятли бўлгани учун улар тўғрисида асосий маълумотлар баён қилинди. Ҳар бир боб охирида назорат учун саволлар ва масалалар жойланди. Қўлланма охирида зарурий қўшимчалар, жадваллар келтирилди, фойдаланилган ва тавсия қилинадиган алабиёт рўйхати берилди. Алоҳида таъкидлаши керакки, узоқ йиллик ҳамкоримиз Москвалик профессор В. И. Фистулнинг иккى жилдли «Физика и химия твердого тела» (М., «Металлургия», 1995 г.) дарслигидаги бир қатор керакли маълумотлардан фойдаландик. Ундан кўп миннатдормиз. Қўлланманинг тегишли жойларида керакли чизмалар, чизмалар, диаграммалар, жадваллар каби матнни яққоллаштирувчи материаллардан фойдаланилди. II-VIII бобларни профессор А. Тешабоев, XI, XII, XIII, XIV бобларни профессор С. Зайнобиддинов, I, IX, X, бобларни фан номзоди Ш. А. Эрматов ёзган.

Қўлланмани эътибор билан ўқиб чиқиб, ўз қимматли фикр мулоҳазаларини айтган такризчилар: академик А. Т. Мамадолимовга ва профессор М. С. Баҳодирхоновга миннатдорчилимииз билдирамиз.

Қўлланмани нашрга тайёрлашда ластурчилар В. В. Ларкин ва Ш. Б. Баҳритдиновларнинг хизматлари ҳам катта бўлганини мамнунлик билан таъкидлаймиз.

Албатта, ўзбек тилида ёзилган ва нашр қилинаётган ушбу ўқув қўлланмада камчиликлар учраши табиий, улар ҳақида ўз фикрларини нашриётга ёзиб юборгани ўқувчилардан миннатдор бўлардик.

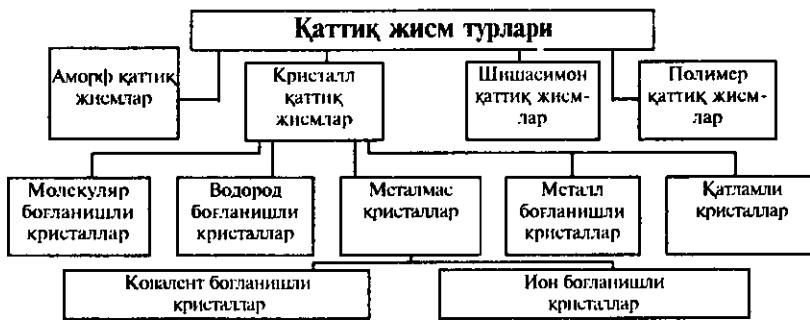
*Муаллафлар*

## I БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ ТУЗИЛИШИ ВА ТУРЛАРИ

Табиатдаги моддалар газ, суюқлик, қаттиқ жисм ва плазма ҳолатларида бўлади. Бу ҳолатлар модданинг агрегат ҳолатлари деб аталиб, бир-биридан физик хоссалари билан фарқ қиласидилар. Қаттиқ жисмларниң суюқлик ва газлардан фарқи шундаки, улар ўз шаклларини сақлайди ва уларда оқувчанлик кузатилмайди. Микроскопик нуқтаи назардан бундай фарқнинг бўлиши, моддани ташкил этувчи атом ва молекулалар орасидаги ўзаро таъсир энергиясининг катта ёки кичиклиги билан тушунтирилади. Суюқлик ва газларда уларни ташкил қилувчи атом ва молекулалар орасидаги ўзаро таъсиралашиб энергияси уларнинг иссиқлик ҳаракати энергиясидан кичик бўлади. Шунинг учун суюқлик ёки газни ташкил этувчи атом ва молекулалар бир нуқтадан иккинчи нуқтага кўчиб юриши мумкин, яъни оқувчанлик хоссасига эга. Қаттиқ жисмларда эса молекула ёки атомлар орасидаги таъсиралашув энергияси уларнинг иссиқлик ҳаракати энергиясидан анча катта бўлади, шунинг учун улар эркин кўчиб юра олмайди ва мувозанат вазиятлари атрофида тебранма ҳаракат қилиб туради. Демак, қаттиқ жисмни бошқа агрегат ҳолатлардан ажратиб турувчи асосий фарқлари: биринчидан, унинг нормал шароитда ўз шаклини сақлаши; иккинчидан, уларни ташкил этувчи атом молекулаларниң таъсиралашиб бўлишидир.

Қаттиқ жисмлар тузилишига кўра аморф, кристалл, шиша-симон ва полимер қаттиқ жисмларга бўлинади. Бундан ташқари қаттиқ жисмлар уни ташкил қилувчи атом ёки молекулаларниң ўзаро боғланишига кўра ҳам фарқланади (1.1-чизма).



1.1-чизма

## 1.1. Кристалл қаттиқ жисмлар

Кристалл қаттиқ жисмларда уларни ташкил қилувчи атом ва молекулалар қатый тартиб билан жойлашади. Агар бу тартиб иккى қўшни атом ёки молекула орасидаги масофадан бир қанча марта катта бўлган масофаларгача сақланса уни узоқ тартиб деб аталади. Кристаллар аниқ суюлиш температурасига (нуқтасига) эга бўлади. Жисм бу температурагача қиздирилганда атомлар ва молекулалар жойлашишида тартиб йўқолади ва улар окувчанликка эга бўлиб қолади. Суюлиш нуқтасида ташқаридан олинаётган иссиқлик таъсирида жисм температураси ўзгармайди ва қаттиқ жисм тўла суюқликка айланунча температура сақланади.

Кристаллдаги атомлар ва молекулаларнинг жойлашиш тартиби бутун кристалл бўйича сақланган бўлса, бундай кристалл **монокристалл** деб аталади. Ҳамма монокристаллар **анизотропияга** эга, яъни уларнинг физик хоссалари турли йўналишларда турличадир. Монокристалларнинг макроскопик бўлакчаларининг тартибсиз бирнишидан ҳосил бўлган кристалл **поликристалл** деб аталади. Поликристаллдаги монокристал доналарнинг тартибсиз жойлашуви натижасида унинг физик хоссалари барча йўналишлар бўйича бир хил бўлади. Бундай жисмлар **изотроп жисмлар** деб аталади. Кристаллардан тузилиши ва хоссалари жиҳатидан фарқ қиласидиган аморф қаттиқ жисмлар VII бобда қаралади.

## 1.2. Кристалл панжараси

Кристални ташкил қилувчи зарралар мувозанат нүқталари ат-рофида тебранма ҳаракатда бўлади. Ушбу мувозанат нүқталарини фикран бирлаштирасак *кристалл панжараси* ҳосил бўлади. Мувозанат нүқталари эса *кристалл панжараси тугунлари* деб аталади.

Кристалл тузилишга эга бўлган жисмларни тавсифлашда юқорида келтирилган кристалл панжараси тугунлари тушунчаси муҳим аҳамиятта эгадир.

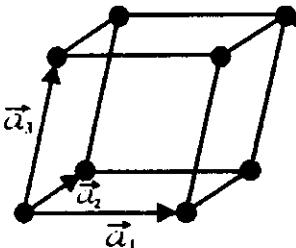
Кристалл панжарасининг тузилиш қиёфасини сақлаган энг кичик бўлагини элементар катак (элементар ячейка) деб аталади. Одатда элементар катак параллелапипеддан иборат бўлади. Ушбу параллелапипеднинг учта қирраси бўйлаб  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  векторларни йўналтирамиз, бу векторлар узунликлари шу параллелапипед қирраси узунлигига teng бўлсин. Бундай векторлар асосий (трансляцион) векторлар (ёки даврлар) деб аталади. (1.2-чизма).

Трансляцион векторларнинг асосий хоссаси шундан иборатки, бу векторлар ёрдамида чексиз кристални  $\vec{r} = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3$  вектор бўйлаб кўчирсан, кристалл ўз-ўзига устма-уст тушади ( $n_1, n_2, n_3$  — бутун сонлар). Кўп ҳолларда бир қанча атомлар бирикмалари кристалл панжарасини ҳосил қиласди. Бундай такрорланувчи атомлар гурӯхини *базис* деб аталади. Ихтиёрий кристалнинг базиси ва трансляцион векторлари аниқланган бўлса кристал панжараси аниқланган ҳисобланади.

## 1.3. Кристалларда симметрия

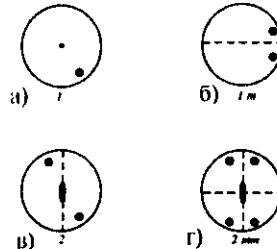
Симметрия деганда биз жисмнинг устида маълум бир амалларни (буриш, силжитиш, акслантириш) бажарганимизда жисм ўз-ўзига устма-уст тушиши ва барча йўналишларда физик хоссаларининг аввалгидек ўзгаришсиз қолишини тушунамиз. Мисол тариқасида 1.3-чизмада келтирилган шакллар симметриясини кўриб чиқамиз.

1.3. а- чизмадаги шаклнинг бирор ўққа ёки текисликка нисбатан симметрияси йўқ. Ушбу шакл фақат  $360^\circ$  бурчакка бурилганда ўзи билан ўзи устма-уст тушади. Бундай қуйи симметрияга эга

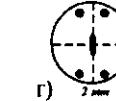
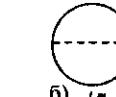
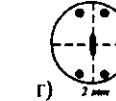
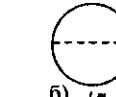
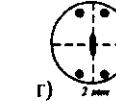
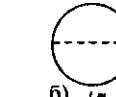
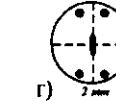
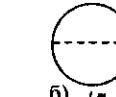
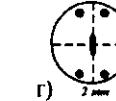
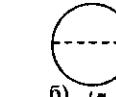
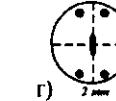
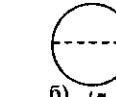
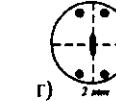
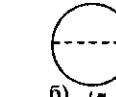
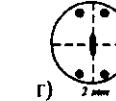
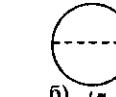
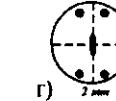
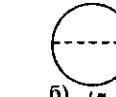
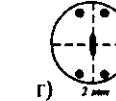
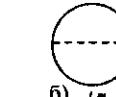
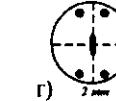
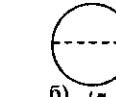
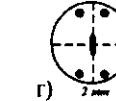
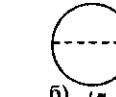
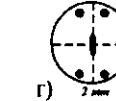
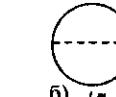
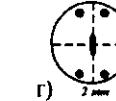
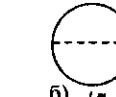
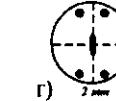
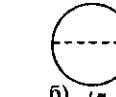
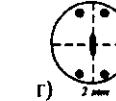
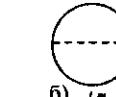
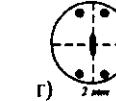
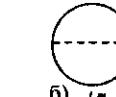
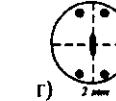
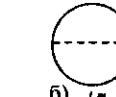
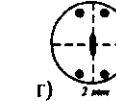
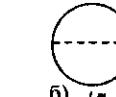
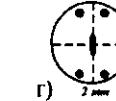
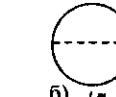
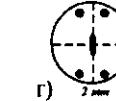
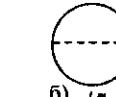
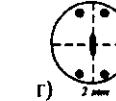
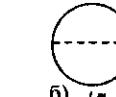
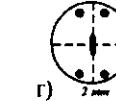
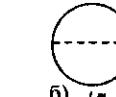
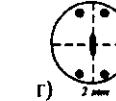
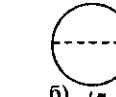
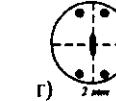
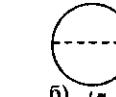
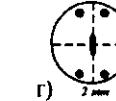
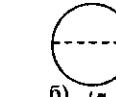
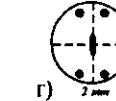
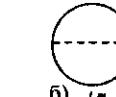
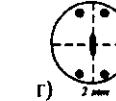
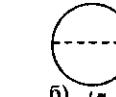
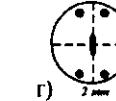
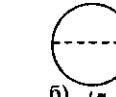
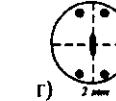
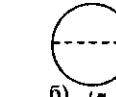
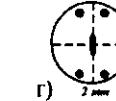
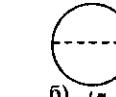
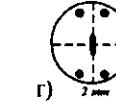
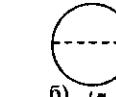
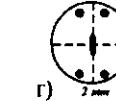
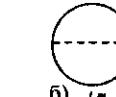
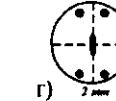
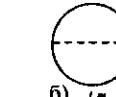
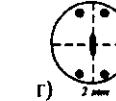
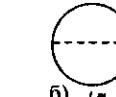
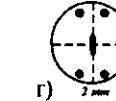
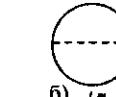
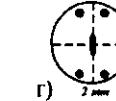
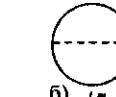
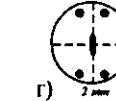
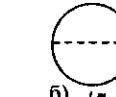
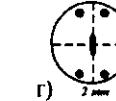
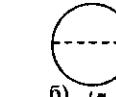
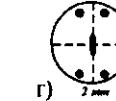
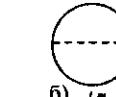
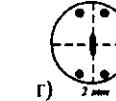
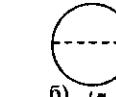
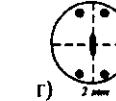
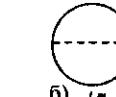
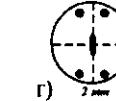
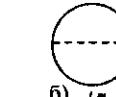
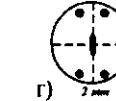
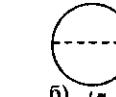
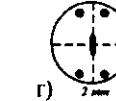
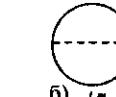
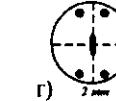
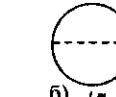
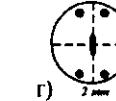
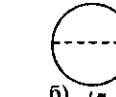
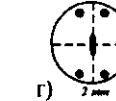
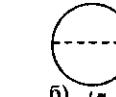
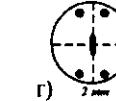
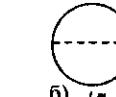
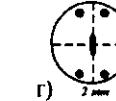
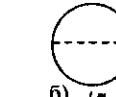
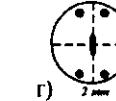
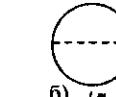
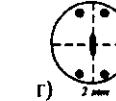
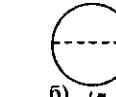
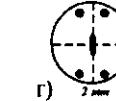
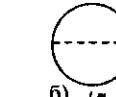
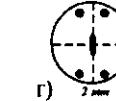
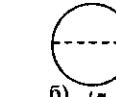
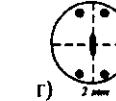
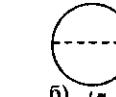
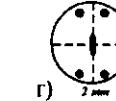
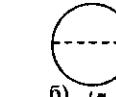
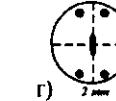
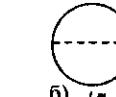
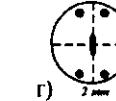
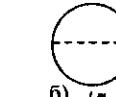
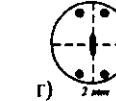
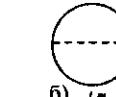
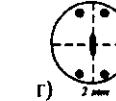
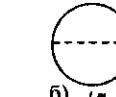
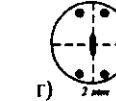
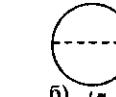
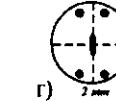
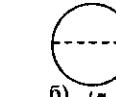
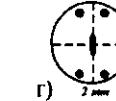
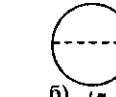
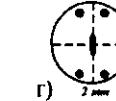
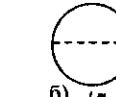
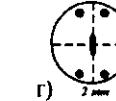
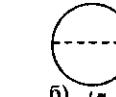
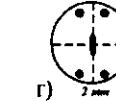
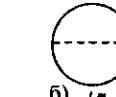
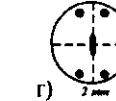
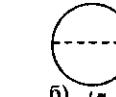
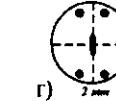
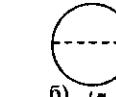
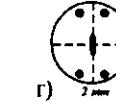
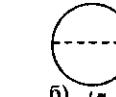
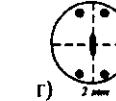
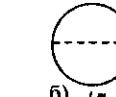
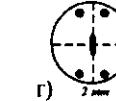
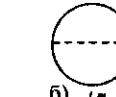
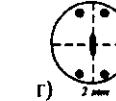
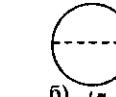
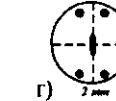
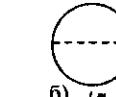
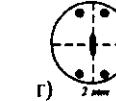
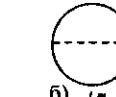
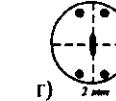
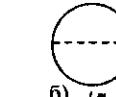
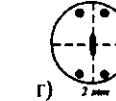
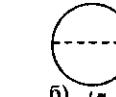
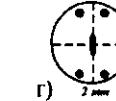
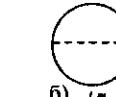
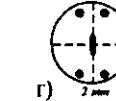
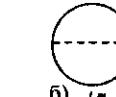
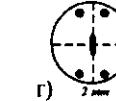
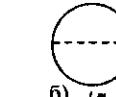
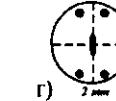
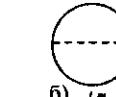
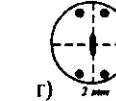
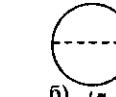
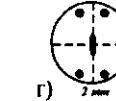
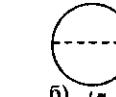
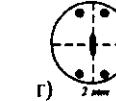
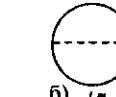
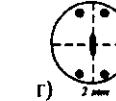
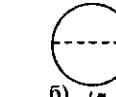
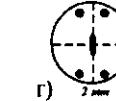
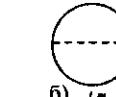
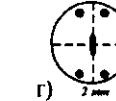
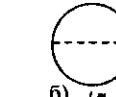
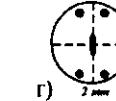
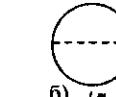
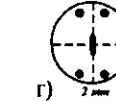
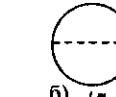
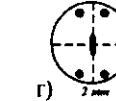
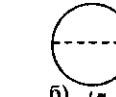
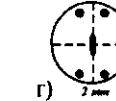
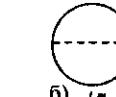
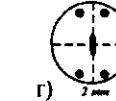
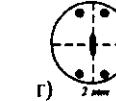
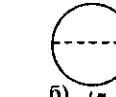
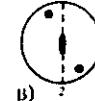
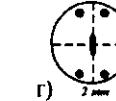


1.2-чизма. Элементар катак.

бўлган жисмларни халқаро белгилашда I рақами билан белгиланади ва шакл биринчи тартибли симметрия ўқига эга дейилади. 1.3.б-чизмадаги шакл эса узуқ-узуқ чизиқ билан тасвирланган текисликка нисбатан симметрик бўлади, бундай шакл симметрияси  $1m$  кўринишида ёзилади. 1.3.в-чизмадаги шаклни  $180^\circ$  га маълум бир ўқ атрофида бурганимизда устма-уст тушади,  $360^\circ$  га бурганда у икки марта устма-уст тушади, демак, иккинчи тартибли симметрия ўқига эга — 2. Охиригина шаклинишни иккиси тартибли симметрия ўқига ва икки симметрия текислигига эга, яъни —  $2mm$ . Кристаллар ҳам симметрияга эга, уларнинг симметрияси кристалл панжарасининг симметриясидан келиб чиқади. Кристаллар элементар катақнинг ташкил этувчиларини, яъни трансляцион векторларнинг узунлигига ва улар орасидаги бурчакларнинг қийматига қараб 7 та катта гурухга бўлинадилар. Бу гурухларнинг ҳар бири ўз номига эга бўлиб, *кристалл сингониялари* деб аталади (1.1-жадвалга қаранг).



1.3-чизма. Шакллар симметрияси



## 1.2-жадвал

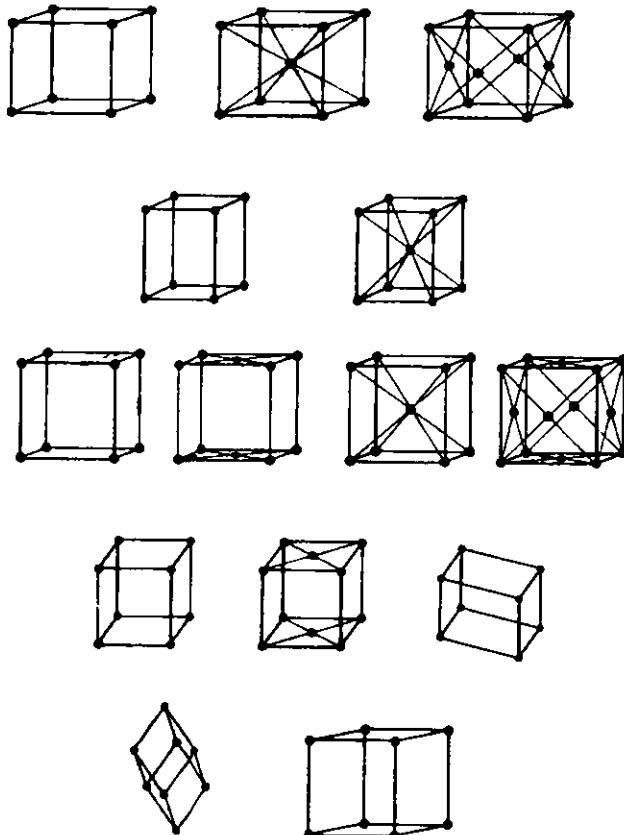
Кристалл сингониялари	Нүктавий гурухнинг белгиланиши		Нүктавий гурух номи
	Халқаро	Шенғисе бүйнчя	
1. Триклин	1 $\bar{1}$	$C_1$ $C_{\bar{1}}$	Моноэдрик Пинакоидал
2. Моноклин	2 $m$ $2/m$	$C_2$ $C_s$ $C_{2h}$	Үкли диздрик Үксиз диздрик Призматик
3. Ромбик	222 $m\bar{m}$ $mm\bar{m}$	$D_2$ $C_{2v}$ $D_{2h}$	Ромб-тетраэдрик Ромб-пирамидал Ромб-дипирамидал
4. Тетрагонал	4 422 $4/m$ $4/m\bar{m}$ $4/mmm$ $\bar{4}$ $\bar{4} 2m$	$C_4$ $D_4$ $C_{4h}$ $C_{4v}$ $D_{4h}$ $S_4$ $D_{2d}$	Тетрагонал пирамидал Тетрагонал трапециоэдрик Тетрагонал дипирамидал Дитетрагонал пирамидал Дитетрагонал дипирамидал Тетрагонал тетраэдрик Тетрагонал скаленоэдрик
5. Тригонал	3 32 $3m$ $\bar{3}$ $\bar{3} m$	$C_3$ $D_3$ $C_{3v}$ $C_{3i}$ $D_{3d}$	Тригонал пирамидал Тригонал трапециоэдрик Дитригонал пирамидал Ромбоэдрик Дитригонал скаленоэдрик
6. Гексагонал	$\bar{6}$ $6m2$ $6$ $622$ $6/m$ $6/m\bar{m}$ $6/mmm$	$C_{3h}$ $D_{3h}$ $C_6$ $D_6$ $C_{6h}$ $C_{6v}$ $D_{6h}$	Тригонал дипирамидал Дитригонал дипирамидал Гексагонал пирамидал Гексагонал трапециоэдрик Гексагонал дипирамидал Дигексагонал пирамидал Дигексагонал дипирами- дал
7. Кубик	$\bar{2}3$ $m\bar{3}$ $\bar{4} 3m$ $43\bar{2}$ $m\bar{3} m$	T $T_h$ $T_d$ O $O_h$	Тритетраэдрик Дидодексаэдрик Гексатетраэдрик Трионтазэдрик Гексантозэдрик

1.2-жадвалла ушбу 32 та нүқтавий симметрия гуруҳларини ҳалқаро қабул қилинган белгиланишидан ташқари, кристалограф олим Шёнфилис киритган белгилашлар ҳам келтирилган. Қаттиқ жисмда кристалл панжарасининг мавжудлиги 1,2,3,4, 6-чи тартибли симметрия ўқларидан юқори тартибли симметрия ўқлари бўлмаслигига олиб келади. 5-чи, 7-чи тартибли симметрия ўқи ҳам бўлиши мумкин эмас, чунки беш ва етти бурчакли шакл ёрдамида фазони қолдиқсиз тўлдириб бўлмайди (байзи бир биологик кристаллар бундан истисно). Бошқа симметрия ўқларини эса юқоридаги симметрия ўқларига келтирилиши мумкин. ҳар бир симметрия гуруҳи асосий ҳосил қўйувчи симметрия амаллари билан белгиланади. Кристаллар нүқтавий симметриядан ташқари трансляцион симметрияга ҳам эгадирлар. Кристалл панжарасининг мумкин бўлган 14 хил трансляцион симметрия амали мавжуд. Ҳар бир трансляцион симметрия амалига битта элементар катакни мос қўйиш мумкин. Натижада 14 хил элементар катак ҳосил бўлади, бу элементар катаклар *Браве панжаралари* деб аталади. Трансляцион симметрия – бу кристални маълум бир вектор бўйича қўчирганимизда ўзи билан устма-уст тушишидир. Ҳар бир кристаллар сингониясида фақат маълум бир турдаги *Браве панжараси* бўлиши мумкин.

Кристалл панжарасининг тўлиқ симметриясини фазовий симметрия гуруҳи аниқлайди. Фазовий симметрия гуруҳида кристални нүқтавий ва трансляцион симметрия амаллари мужассамлашган бўлади. Ҳаммаси бўлиб 230 та фазовий гуруҳлар мавжуд бўлиб, ҳар қандай кристалт ўз тузилишига кўра ана шу гуруҳларнинг биринга мансуб бўлади. Кристалнинг фазовий симметрия гуруҳи маълум бўлса, унинг кристалл тузилишини келтириб чиқариш жуда осон, шунинг учун кристалнинг симметрия гуруҳини билиш муҳим аҳамиятга эга. Ҳозирги пайтда кристалл симметрияси рентген нурлари ёрдамида аниқланади. *Фаннинг ушбу йўналиши кристалография* деб номланади. 1.3- жадвалдан кўриниб турибдики:

1. *Триклин сингония* панжаралари фақат содда  $P$  - шаклдаги панжаралардир. *Браве панжарасини* ифодаловчи параметрлар сони 6 та: уч қирра ва учта бурчак.

2. *Моноклин сингонияда* иккита *Браве панжараси* шакллари бўлиши мумкин. Улардан бири  $P$  – шаклдаги содда катакка эга бўлиб, иккincinnиси эса, марказлашган асосли яъни  $C$  – шаклдаги катакка эга. Ушбу панжараларни 6 та параметр аниқлайди ( $a_1, a_2, a_3, \alpha, \beta, \gamma$ )



3. Ромбик сингонияда түрт хил Браве панжаралари мавжуд бўлиши мумкин; Р — содда, С — марказлашган асосли, ҳажмий марказлашган — I ва ёкий марказлашган — F турдаги панжаралар. Ушбу шаклдаги панжаралар түртта параметр билан аниқланади. ( $a_1, a_2, a_3, \alpha$ )

4. Тетрагонал сингония икки хил, яъни Р ва I шаклдаги панжараларга эга бўлиб учта параметр билан аниқданади. ( $a_1, a_2, \alpha$ )

5. Тригонал сингония иккита параметр билан аниқданади ( $a, \alpha$ ) бу сингонияда факат Р - шаклдаги Браве панжараси мавжуд.

6. Гексагонал сингонияда битта Браве панжараси бўлиб, түрт параметр билан аниқданади. Ушбу катак С — шаклга мансуб

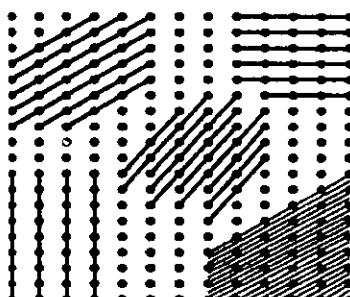
бўлиб кўп ҳолларда уни учта Р — шаклдаги содда катак кўринишида ҳам ифодаланади.

7. Кубик сингонияда уч хил катак бўлиши мумкин: Р, I ва F шаклдаги катаклар. Кубик сингонияни икки параметр билан аниқлаш мумкин ( $a, \alpha$ )

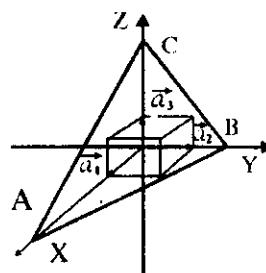
#### 1.4 Миллер индекслари

Кристалларнинг анизотропияси, уларда турли йўналишларда физик хоссаларни турлича бўлиши, шу йўналишларни фарқлаш учун маълум бир белгилашлар зарур эканлигини кўрсатади. 1.4-чизмада кристалл панжараси тасвирланган, ундан кўриниб турибдики 0 0 ва 0A кесиб ўтувчи текисликлар турли йўналишга эга ва улар трансляцион векторларга нисбатан турлича жойлашган.

Бундай текисликларни фарқлаш учун **Миллер индекслари** белгиларидан фойдаланамиз. Ушбу индекслар қандай топилишини куйида кўрсатиб ўтамиз. Координаталар ўқини шундай танлаб оламизки, улар элементар катакнинг трансляцион векторлари билан устма-усг тушсин. (1.5-чизма). Бизга (ABC) текислик индексларини топиш керак бўлсин. Унинг учун дастлаб биз текисликни координата  $\rightarrow$  ўқлари билан кесишган жойларини аниқлаб  $m = \frac{OA}{a_1}, n = \frac{OB}{a_2}, p = \frac{OC}{a_3}$  сонлар-



1.4-чизма. Текисликларнинг  
Миллер индекслари



1.5-чизма. Миллер  
индексларини топишга  
доир

ни топамиз. Координата ўқларини бир узунлик бирлиги ўша ўқда ўтувчи трансляцион вектор узунлигига тенг бўлади. Бундай турли масштабдаги координата ўқларини танлаш, белгилашларни осонлаштиради. ( $m, n, p$ ) сонлари топилгандан кейин ўша текислик-

нинг Миллер индексини аниқлаш мумкин. Унинг учун ( $m, n, p$ ) сонларининг тескари нисбатлари ёзилади, яъни

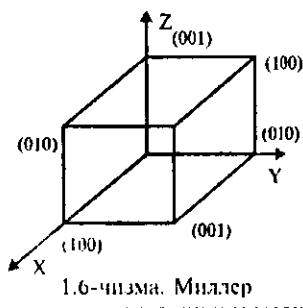
$\frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{p}$  ва шу нисбатга тенг бўлган энг кичик бутун сонлар ёзилади, масалан у сонлар  $h; k; \ell$  бўлсин.

Демак,  $h : k : \ell = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{p}$  У ҳолда ( $h, k, l$ ) сонлар ABC текисликнинг Миллер индекслари деб аталади. Бир мисол кўриб ўтамиш. Бирор текислик учун  $m=1, n=1/2, p=1/3$  бўлсин, у ҳолда

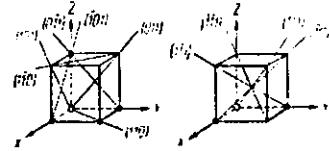
$h:k:l = \frac{1}{1} : \frac{1}{\cancel{2}} : \frac{1}{\cancel{3}}$  яъни ушбу текислик учун Миллер текисликлари  $h=1, k=2, l=3$  бўлади ва мазкур текислик (123) кўринишда белгиланади. Агар текислик бирор координата ўқига

параллел бўлса, шу ўққа мос индекс 0 га тенг бўлади. Агар текислик ўқни манфий қисмида кесиб ўтса, ўша ўққа мос индекс манфий бўлади, лекин ишора соннинг оидига эмас тепасига қўйистали,  $h=-1, k=2, l=2$  бўлса, текислик (122) кўринишда белгиланади. 1.6-чизмада кубнинг ён текисликлари келтирилган. [(100), (010), (001), (100) ва бошқалар]. Бу текисликлар

эквивалент булаши учун уларни бир оиласга мансуб текисликлар деб қаралати ва катта қавс билан белгиланали {100}, қаттиқ жисмнинг уибу йўналишлар бўйича физик хоссалари бир хиздир. Кристалда текисликлардан ташқари, йўналишларни ҳам белгилаш қабул қилинган. Йўналишни белгиловчи индекслар шундай энг кичик бутун  $u, v, w$  сонларки, уларнинг нисбати ( $u : v : w$ ) шу йўналишида олинган векторнинг координата ўқларидағи проекциялари ўзаро нисбатига тенгдир. Бу ерда ҳам координаталарнинг масштаб бирориги трансляцион вектори узунлигига тенг деб олинади. Йўналиш индекслари тўртбурчак қавслар ичига ёзилади. Масалан, [100], [100] X



1.6-чизма. Миллер индексларини тошиш мисоли



1.7-чизма. Йўналишларнинг Миллер индекслари

— ўқи бўйича мусбат ва манфий йўналишларни билдиради (1.7- чизма). Эквивалент йўналишлар оиласи синиқ қавс билан белгиланади  $\langle u, v, w \rangle$   $XOY$  ёқнинг диагонали  $[110]$  билан белгиланади.  $[111]$  - кубнинг фазовий диагонали. Кубик сингонияда агар  $h=u$ ,  $k=v$ ,  $l=w$  бўлса,  $[uvw]$  йўналиш  $(hkl)$  текисликка перпендикуляр бўлади.

Элементар катакдаги тугун координаталари ҳолатини аниқлаши учун ҳам белгилаш қабул қилинган. Тугунлар трансляцион векторларнинг қанча қисмини ташкил этса, ўша сонлар билан белгиланади.

Масалан, 1.8-чизмада келтирилган элементар ячеяка марказидаги тугун координатаси  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  ни ташкил қиласди.

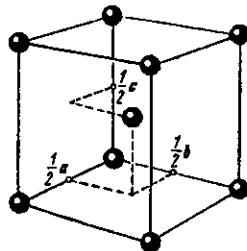
Ушбу сонлар қавсиз ёзилади.

Агар тугунлар ён ёқлар марказларида бўлса, (ёқий марказлашган элементар катак) уларнинг координаталари қўйидагича ёзилади:  $\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0; 0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}; \frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}$ .

Кристалл тузилишлар тавсифи келтирилган жадвалларда олдин одатда, элементар катак тури ва ўлчамлари берилади, кейин тугунлар координаталари келтирилади.

### 1.5. Кристалл атомларининг ва молекулаларининг боғланиши турлари

Кристалл панжараси кристалларни фарқлаш, кристалнинг геометрик тузилиши тўғрисида тасаввур ҳосил қилишга ёрдам беради. Лекин, ушбу билим кристалдаги атом ёки молекулаларни кристалл панжараси тугунларида тутиб турувчи кучларнинг табиати ҳақида мътлумот бера олмайди. Шунинг учун кристалларни уларни ташкил қилувчи атомлар ёки молекулалар орасидаги таъсир кучларига қараб ажратиш ва ўрганиши мақсадга мувофиқ бўлади. 1.1-чизмада атомлар молекулаларининг боғланишига кўра беш турдаги боғланишлар мавжуд эканлиги кўрсатилган. Булар молекуляр, водород, ковалент (атом), ион ва металл боғланишлардир.

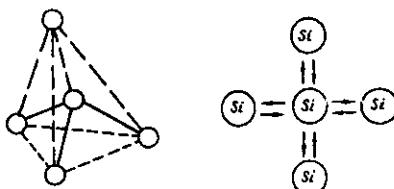


1.8-чизма. Элементар катакдаги тугунлар вазиятини белгилаш

### 1.5.1. Атом боғланишли (ковалент, гомеокутбий) кристаллар

Атом боғланишли кристаллар түгунларида бирор модданинг атомлари жойлашган бўлади. Атом боғланиш икки қўшни атомлар орасида умумий валент электронлари бўлиши билан тушунирилади. Газ ҳолатдаги  $H_2$ ,  $N_2$  ва  $O_2$  молекулаларидаги атомлар ҳам

ковалент равишда боғлангандир. Боғланиш ҳосил қилишда ҳар бир атомдан биттадан электрон иштирок этади. Бу электронлар бир атомдан иккинчисига ўтиши ҳам мумкин, шунинг учун бундай боғланиш кучларини алмашиш кучлари, боғланиш энергиясини эса алмашиш энергияси деб аталади. Атом боғланишга кремний кристали мисол бўла олади (1.9-чизма). У олмоссимон кристалл панжарасига эга бўлиб ҳар бир атом атрофидада 4 та яқин қўшниси бор. Ушбу атомлар тетраэдр тўринишидаги фазовий панжара ҳосил қилиб марказда кремний атоми жойлашган бўлади. Қўшни икки атом орасидаги боғланишни ҳосил қилишда ҳар бир атомдан битта, икки атомдан иккита электрон қатнашади. Ковалент боғларнинг муҳим белгиларидан бири уларнинг тўйинган боғланиши эканлигидир, яъни уларда ҳар бир боғда иккитадан электронлар қатнашади. Иккичи белгиси шундан иборатки, ковалент боғланишлар қўшни атомлар оралиги бўйича йўналган бўлади. Буни боғланишнинг йўналтирилганлиги ёки анизотропияси деб аталади. Ковалент боғланиш ҳар хил атомлар орасида ҳам ҳосил бўлиши мумкин (масалан, SiC кремний карбиди, AlN алюминий нитриди ва бошқаларда). Кўп ҳолларда элементлар жадвалининг II, III, IV, V гурӯҳ элементлари ковалент боғ ҳосил қиласидар.



1.9-чизма. Кремний кристаллда атомлараро ковалент боғланиш

### 1.5.2. Ион (гетероқутбий) боғланишли кристаллар

Бундай кристалларнинг панжараси түгунларида ионлар жойлашган бўлади. Турли ишорали ионлар орасидаги масофа бир хил ишорали ионлар орасидаги масофадан кичик бўлади, шунинг учун турли ишорали ионлар орасидаги тортишиш кучи бир хил ишорали ионлар орасидаги итариш кучидан каттадир. Лекин тор-

тишиш күчлари маңлум бир  $r_0$  масоғагача таъсир қилади. Агар ионлар орасидаги масофа  $r_0$  дан кичкина бўлса улар орасида итариш кучи пайдо бўлади. Кристалдаги қўшни атомлар орасидаги тортишиш ва итариш күчлари квант механикаси орқали тушунтирилади. Баззи масалаларни ечишдагина биз ион боғланишли кристаллардаги ўзаро таъсир күчларини электростатик Кулон күчлари деб олишимиз мумкин. Ион кристаллари кўп ҳолларда элементлар даврий системаси I-чи ва VII туруг элементлари бирикишидан ҳосил бўлади. Ион кристалининг ҳар бир иони атрофида муайян K сондаги бошқа ионлар жойлашади. Ушбу ионлар сонини координацион сон — K деб аталади. Координацион соннинг қиймати панжарарадаги ионларнинг радиуслари нисбати билан аниқланади. Ушбу сонни қандай аниқлаш 1.4- жадвалда келтирилган. Бу ерда  $\frac{r_A}{r_B}$  — ионларнинг радиуслари нисбати.

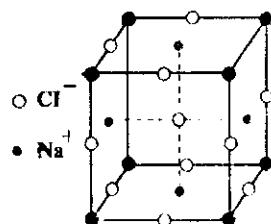
#### 1.4-жадвал

Координацион сон	12	8	6	4	2
$\frac{r_A}{r_B}$ нинг қийматлари	$\frac{r_A}{r_B} = 1$	$1 > \frac{r_A}{r_B} > 0,73$	$0,73 > \frac{r_A}{r_B} > 0,41$	$0,41 > \frac{r_A}{r_B} > 0,22$	$\frac{r_A}{r_B} < 0,22$

Мисол тариқасида ош тузи ( $\text{NaCl}$ ) кристали тузилишини кўриб чиқамиз. Na атомининг эффектив радиуси  $r_{\text{Na}}=0,98 \text{ \AA}^{\circ}$ , хлор атоминики эса  $r_{\text{Cl}}=1.81 \text{ \AA}^{\circ}$ , демак  $\frac{r_A}{r_B}=0,98/1,81=0,54$ .

Юқоридаги жадвалдан ушбу кристал учун координацион сон  $K=6$  эканлигини аниқлаймиз. Бу кристалдаги ҳар бир ионни атрофида 6 та ион ўраб туришини англагади.  
(1.10-чизма).

Дарҳақиқат, ош тузи кристали содда кубик тузилишига эгалир. Кристали тузилиши кўни жиҳатдан кристалдаги ионларнинг эффектив радиуслари нисбатига боғлиқ.  $\text{NaCl}$  кристалида хлор иони радиуси натрий иони радиусидан деярли икки баробар катта, шунинг учун уларнинг ўртасига яна бир ионни жой-



1.10-чизма Ион боғланишли  $\text{NaCl}$  кристали

лашиши учун бўш жой қолмайди. Натижада ушбу ионлар содда кубик шаклда жойлашадилар. Ион кристалларида ўзаро боғланиш энергияси асосан электростатик тавсифга эга бўлиб, бу энергияни *Маделунг энергияси* деб ҳам аталади. Кристалдаги ихтиёрий *i* ва *j* номерли атомлар орасидаги боғланиш энергиясини  $U_{ij}$  деб атайдик. У ҳолда *i* номерли ионнинг бошқа ҳамма атомлар билан таъсирашув энергияси  $U = \sum_j U_{ij}$  га тенг бўлади ( $\neq i$ ). Ион боғланиш кристалл учун икки қисмдан иборат деб қарашиб мумкин:

$$U_{ij} = \lambda \exp\left(-\frac{r_{ij}}{p}\right) \pm \frac{q^2}{r_{ij}} \quad (1.1) \text{ (СГС да)}$$

Ифоданинг биринчи ҳади ионга таъсири қилаётган итарувчи кучнинг потенциали бўлиб, иккинчи ҳади эса Кулон таъсири потенциалидан иборатdir. Кўшни атомлар орасидаги масофани  $R$  деб оламиз ва белгилаш киритамиз  $r_{ij}=P_{ij}R$ . Ўзаро итариш кучлари факат яқин жойлашган атомлар орасидагина мавжуд деб олсан, у ҳолда юқоридаги ифода соддалашади.

$$U_{ij} = \begin{cases} \lambda \exp\left(-\frac{R}{p}\right) - \left(\frac{q^2}{R}\right) & \text{- яқин атомлар учун,} \\ \pm \frac{1}{P_{ij}} \cdot \frac{q^2}{R} & \text{- қолган барча атомлар учун.} \end{cases} \quad (1.2)$$

Кристалдаги мусбат ва манфиий ионлар сони  $2N$  га тенг бўлса, кристалнинг тўлиқ энергияси  $U_T = NU_i$  га тенг бўлади.  $U_i$  ни  $N$  га кўпайтиришимиз сабаби Ҳар бир таъсирашувчи жуфтни бир марта ҳисобга олинади. Юқоридаги ифодадан  $U_i$  ни топамиз:

$$U_T = Z \left[ \lambda \exp(-R/p) - \frac{q^2}{R} \right] + \sum_{j=1}^{N-1} \pm \left( \frac{1}{P_{ij}} \right) \cdot \frac{q^2}{R} \quad (1.3)$$

Ушбу формулада  $Z$  энг яқин кўшни атомлар сони. Ифодани соддалаштириш учун  $Z \frac{q^2}{R}$  ни иккинчи ҳадга қўшиб қўйидагини ҳосил қиласмиш:

$$U_T = Z \lambda \exp(-R/p) - \sum_{j=1}^{N-1} \left( \pm \frac{1}{P_{ij}} \right) \cdot \frac{q^2}{R} \quad (1.4)$$

919696

Бу ифодага ҳам белгилаш киритамиз:

$$\alpha = \sum_j \left( \pm \frac{1}{P_j} \right) \quad (1.5)$$

Ушбу сон *Маделунг доимииси* деб аталади. Энди юқоридаги ифодамиз содда күрнишга келади:

$$U_F Z \lambda \exp(-R/p) - \alpha \cdot \frac{q^2}{R} \quad (1.6)$$

Ифодалаги охирги ҳад энг яқин  $Z$  та атомлар ҳиссасини ҳам ўз ичига олади. Тұлиқ энергия учун эса:

$$U_T = N(Z \lambda \exp(-R/p) - \alpha \cdot \frac{q^2}{R}) \quad (1.7)$$

ифодани ҳосил қиласыз. Мувозанат ҳолатда тұлиқ энергия  $R$  га боғлиқ әмас, яғни  $\frac{dU_T}{dR} = 0$ , шунинг учун

$$N \frac{\partial U_T}{\partial R} = - \frac{NZ\lambda}{\rho} \exp(-\frac{R}{\rho}) + \frac{Naq^2}{R^2} = 0 \text{ ёки}$$

$$R^2 \exp(-\frac{R}{\rho}) = \frac{\rho a q^2}{Z\lambda} \quad (1.8)$$

(1.7) ва (1.8) ифодалардан

$$U_T = - \frac{Naq^2}{R} \left( 1 - \frac{\rho}{R} \right) \quad (1.9)$$

келиб чиқади.

Бу ифодадаги  $\rho$  кичик сон бўлиб одатда  $\rho=0.1$  Ro ни ташкил этади. Шунинг учун  $U_T = - \frac{Naq^2}{R}$  деб олишимиз мумкин. Демак,

ион боғланишли кристалларда боғланиш энергиясининг деярли ҳаммасини Қулон энергияси (ёки Маделунг энергияси) ташкил этар экан. Ҳарорат ёки босимнинг ўзгариши ион кристалининг элементар катаги ўзгаришига олиб келиши мумкин. Ҳарорат ошиши билан мусбат ион (анион)нинг эффектив радиуси манфий ион (катион)нинг эффектив радиусига нисбатан тез катталашади. Натижада уларнинг радиуслари нисбати ўзгаради ва бу ўз навбатида тузилиши ўзгаришига олиб келади. Масалан, хлорли цезий ( $CsCl$ ) ва хлорли рубидий ( $RbCl$ ) кристаллари температура ошиши билан ҳажмий марказлашган кубдан содда кубга айланаб қолади. Хлорли қалий, хлорли бром, хлорли йодларда эса босим

ошиши билан тескари ўтиш, яъни содда кубик панжарадан ҳажмий марказлашган панжарага айланиш кузатилади.

Ион кристалларини сувда эритилганда улар мусбат ва манфий ионларга парчаланадилар. Улар иссиқлик таъсирида эритилганды ҳам ионли суюқликка айланади. Буни уларнинг электрик токни яхши ўтказишидан билишимиз мумкин. Ионлар кристаллари паст температураларда электр токини яхши ўтказмайди. Ҳарорат ошиши билан ўтказувчаник ҳам ортиб боради. Ионлар кристаллари инфрақизил нурларни яхши ютувчи моддалардир.

### 1.5.3. Молекуляр боғланишли кристаллар

Кристалл панжараси тугуларида молекулалар жойлашган кристалларни молекуляр боғланишли кристаллар деб аталади. Кристалдаги ҳар бир молекула ўзининг хоссаларини сақлади. Ушбу кристалларга  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $Cl_2$ ,  $Br_2$ ,  $I_2$ ,  $CH_4$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$  кристаллари мисол бўла олади. Молекулаларни кристалл панжарада тутиб турувчи кучлар бошқа турдаги кучларга нисбатан заиф бўлади. Уларни Ван-Дер-Ваалс кучлари деб аталади. Бу кучлар ўз навбатида молекулалар турига кўра уч хил бўлиши мумкин.

1. Агар кристалдаги молекулалар қутбли, яъни молекуланинг дипол ёки квадрупол моменти нолдан фарқли бўлса, кристалл молекулалари ўзаро ореинтацион кучлар билан таъсирилашадилар. Бундай молекулалар орасидаги тортишиш кучлари молекулалар бир чизиқда жойлашганда максимал бўлади. Бу кучлар молекулаларни маълум бир йўналишга буришга ҳаракат қиласди, шунинг учун ореинтацион қучлар деб аталади. Иссиқлик ҳаракати молекулаларнинг электрик моментлари йўналишларини доим ўзгартириб туришига қарамай, ҳамма йўналишлар бўйича ўртачалаштирилган таъсир кучи нолга teng эмас. Ореинтацион таъсирининг потенциал энергияси молекулалар орасидаги масофанинг олтинчи даражасига тескари пропорционал, яъни  $U_{II}(r) \sim P_1 P_2 r^6$ . Бу ерда  $P_1$  ва  $P_2$  лар таъсирилашувчи молекулаларнинг дипол моментлари. Молекулалар орасидаги таъсир кучи  $F \sim \frac{\partial U_{II}(r)}{\partial r} \sim r^{-7}$ , яъни молекулалар орасидаги масофанинг еттичинчи даражасига тескари пропорционал. Бу кучлар масофа ортиши билан жуда тез камаяди. Ҳарорат ортиши билан молекула-

ларнинг йўналиши бузилади ва натижада ореинтацион таъсир потенциал энергияси камаяди.

2. Кристалл қутбли ва қутбсиз молекулалардан ташкил топган бўлса, уларнинг молекулалари орасида *индукцион* (*поляризацион*) таъсир кучлари пайдо бўлади. Қутбли молекула ўз атрофида электр майдони ҳосил қиласи. Бу майдон таъсирида қутбсиз молекула қутбланиди ва унда индукцияланган дипол моменти ҳосил бўлади. Молекулалар орасидаги таъсир энергияси  $U_D \sim p_1 \alpha_2 r^6$  қутбли молекуланинг дипол моменти  $p_1$  га, қутбсиз молекуланинг қутбланиш коэффициенти  $\alpha_2$  га тўғри пропорционал ва масофанинг олтинчи даражасига тескари пропорционал. Бу энергия температура ортиши билан ўзгармайди.

3. Учинчи турдаги Ван-дер-Ваалс кучларини *дисперсион* кучлар деб номланади. Бу кучлар қутбсиз молекулалар орасида пайдо бўлиб, уларнинг келиб чиқишини тушунтириш узоқ вақтлар қийинчилик тудирган. Ушбу муаммо квант механикаси ёрдамида тушунтирилди. Қутбсиз молекулаларнинг дипол моментлари ўртача нолга тенг бўлса ҳам, вақтнинг жуда қисқа бўлакларида молекуладаги электронлар булути симметрияси бузилиб турарди. Натижада бу қисқа вақтда молекула маълум бир дипол моментга эга бўлади. Бу дипол майдони кўшни молекулада индукцион дипол моменти ҳосил қиласи, натижада ўзаро таъсир кучлари пайдо бўлади. Молекулалар ўзаро таъсири потенциал энергияси ва кучи юқидағида ёзилади:

$$U_D(r) \sim -\alpha_1 \alpha_2 r^{-6}, F_D(r) \sim r^{-7} \quad (1.10)$$

Бу кучларни дисперсион кучлар деб номланишининг сабаби моддадаги ёргулкнинг дисперсияси ҳам молекулаларнинг юқорида келтирилган хоссаларига боғлиқлигиdir.

Молекуляр бояннишли кристалларда, тортишиш кучларидан ташқари, молекулалар орасида итаришиш кучлари ҳам мавжуд. Бу кучлар молекулалар бир бирига жуда яқинлашганда пайдо бўлади. Квант механикасидаги Паули қонунидан электронлар қобиқлари бир-бирига киришиб кетиши мумкин эмаслиги келиб чиқади. Демак, молекулаларнинг электронлар қобиқлари бир-бирига яқинлашиши билан итаришиш кучлари пайдо бўлади. Тажрибалар кўрсатишича, бундай таъсир энергияси масофанинг ўн иккинчи даражасига, таъсир кучи эса ўн учинчи даражасига тескари пропорционаллайди.

$$U_{at}(r) \sim \frac{1}{r^{12}}, \quad R(r) \sim \frac{1}{r^{13}}, \quad (1.11)$$

Молекулалар орасидаги таъсир энергиясинини улар орасидаги масофага бөлгөнини ифодасини квант механикасы ассоцияцияның күйінде жула мұраккаб, шуннинг учун оданда уни түрли тақрибий күрінінде танлаб олинади. Күп ҳолларда Леннард-Джонс ифодасынан фойдаланылады:

$$U(r) = -ar^6 + br^{-12}. \quad (1.12)$$

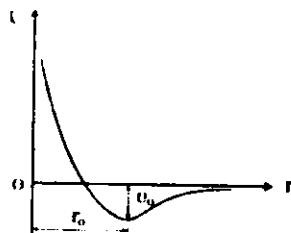
Энергияның минимум қийматига  $r_0$ -масофа түүри келади. Ушбу масофада молекулалар орасидаги таъсир күчи нолға тең болады. Бу масофа сон қийматини  $U(r)$  индең  $r$  бүйінча ҳосиласини нолға тенгләб топиш мүмкін.  $r_0$ -масофа кристалдардың молекулалар орасидаги мувозанатий масофага теңдір.

$$\left( \frac{\partial U(r)}{\partial r} \right)_{r=r_0} = 0.$$

Ушбу ва шунга ўхшаш бошқа ифодаларнинг камчилікларыдан бири — уларнинг молекулалар орасидаги ориентацион үзаро таъсирга құллаб бўйласлигиниди. Ориентацион үзаро таъсирни ифодалаш учун күп ҳолларда диполларнинг бурилиши бурчагини ҳисобга олуви кўпайтувчи киритилади. Ҳозирги пайтда молекулалар орасидаги үзаро таъсирлар квант кимёси усуллари билан ҳисобланмоқда.

#### 1.5.4. Металл бөгланишлы кристаллар

Суюқ ёки қаттиқ ҳолатларда металл атомлари бир-бирига жуда яқин келади ва электрон булатлари киришиб кетади. Натижада металл атомининг валент электронлари бир атомдан иккинчи атомга эркін ҳаракат қылышында үтеп оладилар. Улар бутун металл бўйлаб ҳаракат қылышында үтеп оладилар. Улар эркін электронлар (ўтказувчанлик электронлари) ёки металлнинг электрон «гази» деб ҳам аталади. Металлнинг кристалы панжарасидаги атомлари ана шу умумлашган электронлар орқали үзаро таъсирлашидилар ва уларни панжара тутугуларида тутиб туради.



1.11-чи изма. Молекулалараро таъсир энергиясы  $U(r)$

Металл атомлари жуда ҳам зич жойлашган бўлади ( $K=12$ ,  $K=8$ ). Кўп металлар ўзининг кристалл панжараси тузилишини температура ўзгариши билан ўзгартириб туради. Кристалларнинг турли температурада турли турғун кристалл тузилишига эга бўлиши кристалл полиморфизми деб аталади. Металлар кристал панжарасининг  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  деб номланган турғун турлари мавжуд бўлиб, улар турли температура оралиқларида турғун ҳолатда бўладилар. Металл боғланишли моддалар ковалент ёки ион боғланишли моддаларга нисбатан қаттиқлиги, эгилувчанлиги ва пластиклик хоссаларга эгалиги билан ажралиб туради. Металларда эркин электронлар кўп бўлишлиги эса уларнинг яхши элекстр ва иссиқлик ўтказувчанлигини таъминлайди.

#### 1.5.5. Водород боғланишли кристаллар

Водород боғланишли кристалларда водород атоми бир молекула билан кимёвий боғ ҳосил қилган ҳолда иккинчи молекула билан ҳам таъсирлашади, қутбланган водород атоми иккинчи молекулада ҳам дипол моменти индукциялади ва натижада етарли даражада кучли боғланиш ҳосил бўлади. Водород боғланишни модданинг учала агрегат ҳолатларида ҳам кузатиш мумкин. Водород боғлар электроманфийлиги юқори бўлган атомлар, масалан,  $F_2O$  ва  $N$  орасида яққол намоён бўлади. Водород атоми ўзининг ягона электронини қўшни атомга бериб мусбат ионга айланади ва иккинчи қўшни атом билан ион боғланиш ҳосил қиласди. Водород боғланиш органик моддалар молекулалари орасида ҳам кўп учрайди. Сув молекуласининг кўп ажойиб хоссалари водород боғланиш хоссасидан келиб чиқади. Юқорида келтирилган кристаллардаги боғланиш турлари якка ҳолда кузатилмайди. Кристалдаги атом ёки молекула орасида бир пайтда бир неча боғланиш турлари кузатилиши мумкин. Лекин, маълум бир шароитда кристалларда бирор боғланиш тури устивор бўлиши мумкин. Ана шу нуқтаи назардан кристал боғланишлари турларга ажратилади.

### 1.6. Кристалларни ўтириши

Модданинг кристалл бўлмаган ҳолатидан (суюқлик, газ, аморф) кристал ҳолатига (фазасига) ўтиши жараёни *кристалланиш* деб аталади. Кристалланиш бошланиши учун ўтиш ҳолатида турган моддада (тўйинган эритма, совутилган

қотишиш ва ҳ.к.) термодинамик мувозанат бузилиши зарур. Кристалланиш жараёнида ажраб чиққан иссиқлик миқдори кристалланишнинг яширин иссиқлиги деб номланади. Модда кристалланиши учун суюлиш температурасидан паст температурагача совутилиши керак. Ҳарорат маълум бир критик қийматига етганда моддада кристал бўлакчалар пайдо бўла бошлади. Бу критик температура модданинг таркибига, ундағи бегона зарраларнинг зичлигига, модда солинган идишнинг девори ҳолатига ва бошқа бир қатор омилларга боғлиқ. Айрим тоза металларни суюлиш температурасидан икки марта паст температурагача совутилса ҳам кристалланмай қолаверади.

Катта монокристалларни тўйинган эритмалардан ўстирилади. Уларга одатда кичкина «қармоқ» кристалчаси туширилади ва аста секинлик билан юқорига кўтарилади. Бу усул кристални тагликка қўйиб ўстиришдан кўра яхши натижалар беради. Ҳозирги пайтда кристалларни ўстиришнинг тигелсиз, Чохралский, эпитаксиал усуллари қўлланилади.

## I.7. Полиморфизм

Қаттиқ жисмлар турли температура ва босимларда турлича кристалл тузилишга эга бўлиши мумкин. Бу ҳодисани полиморфизм деб аталади. Масалан, углерод (карбон) атомлари олмос кўринишида ҳам, графит кўринишида ҳам бўлиши мумкин. Бу иккни кристал тузилиши бир — биридан физик хоссалари жиҳатидан кескин фарқ қиласи. Кубик тузилишга эга бўлган олмос жуда қаттиқ, шаффоф кристал, гексагонал тузилишли, графит эса мўрт ва ёруғлик ўтказмайди. Ушбу моддалар бир кристалл тузилишдан иккинчисига ўтиши учун маълум бир шароит (температура ва босим) бўлиши зарур. Ундан ташқари, ўтиш жараёнида атомлар энергетик тўсиқни енгизиб ўтишлари зарур. Агар энергетик тўсиқ етарлича катта бўлса, бундай ўтиш ташқи таъсирсиз содир бўлмаслиги ҳам мумкин. Масалан, олмос  $T>1500^{\circ} K$  ва  $p=10^8 Pa$  бўлган шароитда барқарор фазада бўлади, лекин, агар биз олмосни атмосфера босими ва хона температурасига ўтказиб қўйсак ҳам, у графитга айланиб қолмайди. Олмос нормал шароитда ҳам узоқ вақт сақланиши мумкин. Полиморф ўзгаришлар натижасида кристалда кимёвий боғланиш тури ўзгариши мумкин. Оддий шароитда ковалент боғланган Si ва Ge ярим ўтказгичлари юқори босимларда металл боғланишли кристал тузилишга ўтиши мумкин.

## 1.8. Кристалларда рентген нурлари дифракцияси

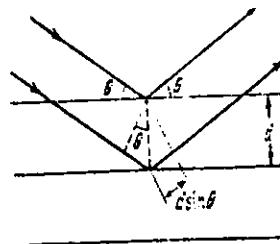
Кристалл панжараси тузилишини бевосита катталаشتариб тасвирга тушириш кам ҳолатлардагина мумкин. Шунинг учун кристалл панжараси тузилишини ўрганишда рентген нурларининг кристал панжарарадаги дифракциясидан фойдаланилади. Тўлқин узунлиги катта бўлган нурлардан ҳам фойдаланиб бўлмайди, чунки дифракцияни кузатиш учун тўлқин узунлиги дифракцион панжара даври чамасида бўлиши лозим. Кристалл панжарасидаги рентген нурлари дифракциясини энг содда қилиб биринчи марта У. Брэгг ва Г. А. Вулфлар тушунтириб беришиди. Рентген нурлари кристалга тунгач, улар турли атом текисликларидан қайтадилар ва рентген нурларининг йўл фарқи тўлқин узунлигига каррали бўлганида дифракцион максимумлар, яъни ёруғ нуқталар пайдо бўлади. Агар кристалдаги икки текислик орасидаги масофа  $d$  га тенг бўлса, ва рентген нурлари  $\theta$  бурчак остида тушса, у ҳолда 1.12- чизмада кўрсатилганидек икки нурнинг йўл фарқи  $2ds\sin\theta$  га тенг бўлади. Дифракцион максимум шарти эса,

$$2ds\sin\theta = n\lambda, \quad (1.13)$$

бу ерда  $n$  - бутун сон  $\lambda$  - рентген нурининг тўлқин узунлиги.

Ушбу ифода Брэгг-Вулф қонуни деб ҳам юритилади. Кристалл панжарасидан жуда кўп атом текисликларини ўтказиш мумкин (1.4- чизма). Дифракция максимумлари улар учун ҳам бажарилиши мумкин. Шунинг учун дифракцияни қайд қилувчи фототилёнкада бир қанча ёруғ нуқталарни кўрамиз.

Брэгг-Вулф қонунига асосан рентген нурлари кристалдан қайтиши учун  $\lambda$  ва  $\theta$  ўртасида матъум бир шарт бажарилиши керак. Агар биз монохроматик нурни ихтиёрий бурчак остида уч ўлчовли кристал панжарасига туширсак, ҳеч қандай дифракция кузатилмаслиги мумкин. Дифракцион тасвир ҳосил қилиш учун биз  $\lambda$ -ни ёки  $\theta$ -ни секин аста ўзгартириш, яъни сканерлаш имкониятига эга бўлишимиз керак. Ҳозирги пайтда кристаллар тузилишини ўрганишининг асосан уч хил усули қўйланилади.



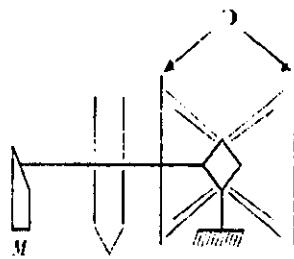
1.12-чизма. Кристалдан рентген нурлар дифракцияси

### 1.8.1. Ілағ усули

Бу усулда рентген нури  $M$  майданда (1.13- чизма) чықып,  $D$ - диафрагмадан үткенде маҳкамланған  $K$  - монокристалда тушади.

Рентген пурланиши монохроматик бўймайди, унинг тарқибига иложи борича катта диапазондаги тўлқин узунликни нурлар ҳосил қилишиади.

Ингичка рентген нури кристалга тушгач, Брэгг-Вулф қонунига биноан мос йўналишларда дифракцион максимумлар ҳосил бўлади. Бу ёруғ нуқталар кристални оғди ва орқасига ўрнатилган Э – экрандаги фотоплён-каларда тасвир ҳосил қиласилар. Ушбу усул кристалл панжара тузилишини, симметриясини аниқлашда яхши самара беради. Кристалга тўлқин узунликлари турлича бўлган рентген нурлари тушгандиги учун бу усулда тўлқин узунлиги бўйича сканерланмоқда дейин мумкин.



1.13 чизма. Рентген нурлари дифракцияси Ілағ усули.

### 1.8.2. Кристални айлантириш усули

Бунда ўққа маҳкамланған монокристалл шу ўқ атрофида айланниб туради (бурчак бўйича сканерлаш). Монокристалга монохроматик рентген нури туширилади. Кристал Брэгг-Вулф шартини қаноатлантирувчи бурчакка бурилганда фотоплёнкала дифракцион максимум ҳосил бўлади. Бу усул мураккаб молекулалар тузилишини аниқлашда кенг қўлланилади.

### 1.8.3. Куқун (порошок) усули

Бу усулда монокристалл намуна майдаланиб куқун ҳолига келтирилди ва юпқа шинша идишли капиллляр найга солинади. Камерада маҳкамланған идишга монокристалл тушнирилади. Тушаётган нурлар Брэгг-Вулф шартини бажарувчи вазиятга ётгани кристал бўлакчаларидан қайтадигитар. Ушбу усулдинг қулаийлик томони шундаки, йирик монокристалларни ингатишнинг ҳожати йўқ.

Агар кристалл панжарасининг трансляцион векторлари  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  маълум бўлса, у ҳолда  $\vec{k}$  тўлқин векторли рентген нури тушганда дифракция ҳосил бўлиш шартларини кўриб чиқамиз. Фараз қилайлик,  $\vec{k}'$  йўналишда қайтган рентген нурларида дифракция кузатилди, у ҳолда Брэгг-Вулф шартига асосан  $\Delta\vec{k} = \vec{k}' - \vec{k}$  вектор қўйидаги шартларни қаноатлантириши зарур.

$$\vec{a}_1\Delta\vec{k} = 2\pi n_1, \vec{a}_2\Delta\vec{k} = 2\pi n_2, \vec{a}_3\Delta\vec{k} = 2\pi n_3 \quad (1.14)$$

Бу ифодада  $n_1, n_2, n_3$  лар бутун сонлар. Ушбу ифода Лауэнинг дифракция тенгламалари деб аталади.

## I.9 Тескари панжара

Юқорида келтирилган  $\Delta\vec{k}$  векторини яъни тушаётган ва дифракция шарти бажарилган йўналишда қайтаётган рентген нурларининг тўлқин векторлари фарқини биз векторлар йигиндиси кўринишида тасвирлаб олишимиз мумкин:

$$\Delta\vec{k} = n_1\vec{b}_1 + n_2\vec{b}_2 + n_3\vec{b}_3 \quad (1.15)$$

(1.14) ифодадан:  $\vec{a}_1\Delta k = \vec{a}_1n_1\vec{b}_1 + \vec{a}_1n_2\vec{b}_2 + \vec{a}_1n_3\vec{b}_3 = n_1\vec{a}_1\vec{b}_1 = 2\pi n_1$ , яъни  $\vec{a}_1\vec{b}_1 = 2\pi$  эканлиги келиб чиқади. Худди шунингдек  $\vec{a}_2\vec{b}_2 = 2\pi$ ,  $\vec{a}_3\vec{b}_3 = 2\pi$  Демак  $\vec{b}_1$  вектор  $\vec{a}_2$  ва  $\vec{a}_3$  га тик,  $\vec{b}_2$  эса  $\vec{a}_1$  ва  $\vec{a}_3$  га,  $\vec{b}_3$  вектор  $\vec{a}_1$  ва  $\vec{a}_2$  га тик (чунки скаляр кўпайтмалари нолга тенг). Шунинг учун  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$  векторларни қўйидагича танлаб оламиз:

$$\vec{b}_1 = 2\pi/\vec{a}_2\vec{a}_3 / V_0, \vec{b}_2 = 2\pi/\vec{a}_3\vec{a}_1 / V_0, \vec{b}_3 = 2\pi/\vec{a}_1\vec{a}_2 / V_0 \quad (1.16)$$

Ушбу  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$  векторлари кристаллнинг *тескари панжараси векторлари* деб аталади. (1.16) ифодалар маҳражидаги  $V_0 = \vec{a}_1/\vec{a}_2\vec{a}_3 /$  - тўғри панжара элементар катагининг ҳажмини билдиради. Тескари панжара абстракт тушунча бўлиб, кристалдаги айрим ҳодисаларни ифодалашни осонлаштиради. Масалан, кристалда дифракция,

Тўлқинларнинг тарқалиши, квази зарраларнинг (фонон, солитон, плазмон ва ҳ.к.) энергетик спектрларини таҳлил қилишда фойдаланилади. Тескари панжарадан фойдаланиб, Лауэнинг дифракция тенгламасини бошқа кўринишда ёзишимиз мумкин:

$$\bar{b}n = n_1\bar{b}_1 + n_2\bar{b}_2 + n_3\bar{b}_3 \text{ деб оламиз, у ҳолда (1.15) га асосан,}$$

$$\Delta\bar{k} = \bar{k}' - \bar{k} = \bar{b}_n, \quad (1.17)$$

$|\bar{k}'| = |\bar{k}|$  эканлигидан ва (1.17) дан  $k_2 = k'_2 = (b_n + k)^2$  келиб чиқади

$$k'^2 = b_n^2 + k^2 + 2(\bar{b}_n\bar{k}), \quad k^2 = k'^2, \text{ бўлгани учун}$$

$$\bar{b}_n^2 + 2(\bar{b}_n\bar{k}) = 0 \quad (1.18)$$

Хосил қиласиз.

Ушбу ифода кристаллдаги рентген нурлари дифракциясини тескари панжара вектори орқали тавсифидир. Тескари панжара векторларининг қуидаги хоссалари мавжуд.

а) Тескари ва тўғри панжара векторларининг скаляр кўпайтмаси бутун сонга тенг.

$\bar{b}_m = m_1\bar{b}_1 + m_2\bar{b}_2 + m_3\bar{b}_3$  бўлсин.  $\bar{a}_n = n_1\bar{a}_1 + n_2\bar{a}_2 + n_3\bar{a}_3$ . Бу ҳолда  $(\bar{b}_m\bar{a}_n) = m_1n_1 + m_2n_2 + m_3n_3$ , яъни бутун сон бўлади.

б)  $\bar{b}_m$  вектор узунлиги текисликлар орасидаги масофанинг тескарисига каррали  $|\bar{b}_m|=m/d$ ,  $m$  - бутун сон,  $d$  - текисликлар орасидаги масофа.

в)  $\bar{b}_m$  вектори ўзининг ташкил этувчилари индекслари билан бир хил Миллер индексли текисликларга тик йўналган.

## 1.10. Бриллюэн зонаси

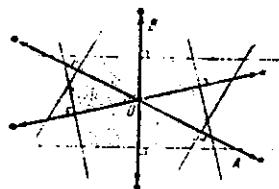
Бриллюэн зоналарини тушунтириш учун икки ўлчовли кристал панжарасини кўриб чиқамиз (1.14-чиизма). Кристалл панжара тугунидаги А атомнинг атрофидаги атомлар билан бирлаштириб чиқамиз. Ҳар бир қўшни атом билан бирлаштирувчи чизикнинг ўртасидан шу чизикқа тик кесма билан тенг иккига бўламиз. Ҳосил бўлган штрихланган шакл Вигнер-Зейц элементар катаги деб аталади. Ушбу катақни текисликда трансляция векторлари бўйича кўчирсак, кристалл панжара тузилишини тиклаш мумкин,

янын *Вигнер-Зеїң* элементтар катаги ҳам элементтар катак панжаралынг бир усулидир. Энди ушбу кристал панжарага тескари панжаралын тузамиз ва бу панжарарада ҳам іюқоридаги тартибда элементтар катак ажратып оламиз. Тескари панжарадагы ушбу катак биринчи *Бриллюэн зонасы* деб атапады. Бриллюэн зонасасыннинг физик мөхияти шундан иборатки, Бриллюэн зонасы ицида ётувчи  $k$  түлкүн векторынга эга бўлган барча рентген нурлари Брэйт - Вулф шартига асосан кристалдан қайтиши мумкин. Ҳозирги кунда Бриллюэн зоналари кристаллографияяда ишлатилмасада, кристалларнинг зоналар назариясида жуда муҳим аҳамиятта эга.

Бриллюэн зонасидаги электронлар ўзининг энергиясини ва импульсини узлуксиз ўзгартира оладилар. Бриллюэн зонасими тарк этиш учун электронларнинг энергияси сакраб ўзгариши керак.

### Саволлар ва масалалар

1. Қаттиқ жисмлар улардаги молекула ва атомларнинг боғланишига қараб қандай турларга бўлинади?
2. Кристалл панжарасининг нуқтавий ва трансляцион симметрияси деганда нимани тушунасиз?
3. Миллер индекслари нима?
4. Браве панжаралари ва кристалл сингониялари фарқини тушунтириб беринг?
5. Ёкий ва ҳажмий марказлашган ҳамда содда кубик кристалл панжарасининг элементтар катагида нечта атом жойлашган бўлади?
6. Идеал зич гексагонал панжара учун  $|a_3|/|a_1|=1,633$  эканлитигини кўрсатинг.
7. Содда кубик панжарали кални бром кристаллининг зичлигини топинг? ( $a=6,59$  Å)
8. Гексагонал панжарали кристаллнинг элементтар катагининг ҳажмини топинг?  $a_1$  ва  $a_3$  лар берилган деб ҳисобланг.
9. Қадмий кристалли зич гексагонал кристалл панжарасига эга. Агар  $a_1=2.97$  Å,  $a_3=5.61$  Å, бўлса, қадмий кристаллининг зичлигини аниқланг?
10. Полиморфизм ҳодисасини тушунтиринг?



1.14- чизма Бриллюэн зонасига дейр.

## II БОБ

### КРИСТАЛЛ ПАНЖАРАСИ ТЕБРАНИШЛАРИ

Кристалл панжараси динамикасини таҳлил қилишнинг икки услуби маълум. Улардан бири микроскопик (атомистик) услуб дейилди, унинг асосини кристалл панжарасида атомлар (ионлар, молекулалар)нинг даврий дискрет жойлашиши ва уларни бирга тутиб турувчи кучлар ҳақидағи тасаввурлар ташкил қиласиди. Бу услуб кристалл бўйлаб тарқалаётган тўлқинлар  $\lambda$  узунлиги панжара  $a$  доимийси (икки қўшни атом марказлари орасидаги ўртача ёки муваҳанатий масофа)дан бирмунча катта бўлган ҳолда, яъни

$$\lambda > a \quad (2.1)$$

муносабат бажарилган ҳолда маъқул бўлади. Иккинчи услубни макроскопик ёки континуал услуб дейилади. Бу услубнинг қўлланиши учун

$$\lambda >> a \quad (2.2)$$

шарт бажарилиши зарур. Тажрибадан маълум бўлишича, металл, ионли ва ковалент кристалларда тарқаладиган ўз товуш тебранишлари тезлиги  $5000\text{м/с}$ , 1 Гц такрорийликка  $\lambda \approx 5\text{мкм}$  тўлқин узунлиги тўғри келади. Бу эса одатдаги панжара доимийси  $a \approx 2,5 \cdot 10^{-10}\text{м}$  дан 2000 марта катта. Бу услубда қаттиқ жисмни туташ муҳит деб қаралади. Ҳар икки услубнинг фазилатлари ва камчиликлари бор. Улар қаттиқ жисм динамикасини ўрганишда бир бирини тўлдиради.

Энди биз бу услубларни баён қилишга киришамиз.

#### 2.1. Чизигий содда панжара атомларининг тебранишлари

Кристаллнинг таркибидаги зарралар (атомлар, ионлар, молекулалар) фақат мутлоқ нол температурада панжара тугунларида тинч туради. Температура ошган сайин атомлар (бундан кейин таркибий зарраларни атомлар деб атаемиз, таҳлилдан келиб чиқадиган хулосаларни, масалан, ионлардан таркиблантган кри-

сталларга тадбиқлаш мүмкін) тебранма ҳаракати амплитудаси ортиб боради.

Атомлар чексиз бир чизик устида даврий равища (хар икки құшни бир-биридан  $a$  масофада) жойлашган. Ҳар бир атом эң яқын икки ён құшниси билан квази эластик ўзаро таъсирлашади. Бу фараз атомларнинг мувозанат вазиятидан четланиши кичик, яғни  $|u_n| \ll a$  бўлганида адолатли бўлади. Квази эластик кучлар таъсирида атомлар гармоник тебранишлар бажарадилар.  $u_n, u_{n-1}, u_{n+1}$  — тегишли атомлар силжишлари.

Квази эластик куч таърифи бўйича, силжишнинг биринчи дара-жасига пропорционал, унинг йўналишига қарши йўналган бўлади. Демак,  $n$ - атомга  $n-1$  атомнинг таъсир кучи

$$f_{n,n-1} = -\beta(u_n - u_{n-1}), \quad (2.3)$$

$n+1$  атомнинг таъсир кучи:

$$f_{n,n+1} = -\beta(u_n - u_{n+1}) \quad (2.4)$$

бўлиб,  $n$ - атомга таъсир қилаётган натижавий куч:

$$f_n = -\beta(2u_n - u_{n-1} - u_{n+1}), \quad (2.5)$$

бу ерда  $\beta$  — квази эластик куч коэффициенти.

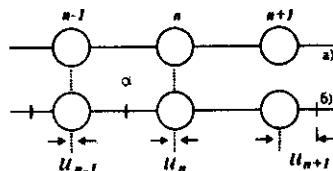
Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан  $n$ - атомнинг ҳаракат тенгламаси:

$$\frac{md^2u_n}{dt^2} = -\beta(2u_n - u_{n-1} - u_{n+1}). \quad (2.6)$$

Унинг ечими чопувчи тўлқин кўринишида бўлади;

$$u_n = Ae^{-i(\varphi_n - \omega t)}. \quad (2.7)$$

Бу ифодада  $A$  — амплитуда,  $(\varphi_n - \omega t)$  — фаза дейилади,  $a$  — координата бошидан  $n$  — атомгача дискрет масофа,  $q = \frac{2\pi}{\lambda}$  — тўлқин сон,  $\omega$  — тақрорийлик,  $t$  — вақт,  $\lambda$  — тўлқин узунлиги. (2.6) тенгламага (2.7) ечимни қўйсак,



2.1- чизма. а) чизигий содда панжарада атомларнинг мувоза-натли вазияти;  
б) вертикал чизиқлар силжиган атомлар вазияти.

$$-m\omega^2 = -\beta(2 - e^{-iq\alpha} - e^{iq\alpha}) \quad (2.8)$$

$e^{-iq\alpha} + e^{iq\alpha} = 2 \cos q\alpha$  бўлганидан

$$\omega^2 = 2 \frac{\beta}{m} (1 - \cos q\alpha) = 4 \frac{\beta}{m} \sin^2 \frac{q\alpha}{2}$$

ёки

$$\omega = 2 \sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \sin \frac{q\alpha}{2} \right| = \omega_m \left| \sin \frac{q\alpha}{2} \right| \quad (2.9)$$

ифодани ҳосил қиласиз, бунда  $\omega_m$  — максимал тақориийлик.

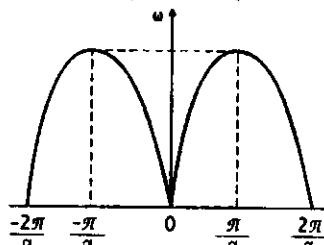
Агар  $\omega$  тақориийлик  $q$  тўлқин сон билан (2.9) дисперсион муносабат орқали боғланган бўлса, у ҳолда (2.7) орқали ифодаланган чопувчи тўлқин (2.6) тенгламанинг ечими бўлади. Баъзи хуносалар ҳақида тўхтalamиз.  $\omega = \omega(q)$  функция даврий ўзгаради |(2.9)га қаранг|.  $q$  ни (2.7) ифодада  $q' = q + \frac{2\pi k}{a}$  га алмаштирасак,  $u_n' = u_n$  бўлиб чиқади, яъни  $q'$  физик жиҳатдан фарқсиз. Бошқача айтганда,  $q$  ўзгаришларининг ҳар қандай  $\frac{2\pi}{a}$  кенглиқдаги оралигини қараш етарлидир.  $q$  нинг асосий ўзгариш оралиғи қилиб

$$-\frac{\pi}{a} \leq q \leq \frac{\pi}{a} \quad (2.10)$$

соҳани танлаб олиш мумкин.

$\omega = \omega(q)$  боғланиш  $\frac{2\pi}{a}$  давр билан ўзгариши 2.2- расмдан кўриниб турибди, бунда

$$q=0 \text{ да } \omega=0,$$



2.2- чизма.  $\omega(q)$  боғланиш

$$q = \pm \frac{\pi}{a} \text{ да } \omega = \omega_m.$$

$q = \frac{2\pi}{\lambda}$  муносабатга кўра  $q=0$  да  $\lambda_{max} = \infty$ ,  $q = \pm \frac{\pi}{a}$  да  $\lambda_{min} = 2a$ .

Демак, энг кичик тўлқин узунлиги  $2a$  бўлиб, энг каттаси чексиздир.

Максимал такрорийлик ва минимал тўлқин узунлиги мавжудлиги дискрет атомлар тузими тебранишларига хос хусусиятдир. Биз кўрган ҳол атомлар чексиз занжирига тегишли эди. Кристалларнинг макроскопик намуналари кўп, аммо чекли сондаги атомлардан таркибланганд. Атомлар занжирчаси чегаралари таъсирини назарий бартараф қилиш учун  $G$  та атомларни катта радиусли айланада бўйлаб жойлаштирилади деб фараз қилиб,

$$u_{n\pm G} = u_n \quad (2.11)$$

кўринишдаги Борн-Карман айланавий шартини киритиш мумкин, бунда  $n \pm G$  атом  $n$ - атом билан битта. Бу шартдан (2.10) ўрнига

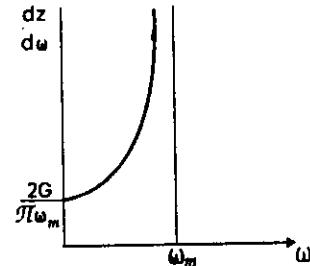
$$-\frac{G}{2} \leq g \leq \frac{G}{2} \quad (2.12)$$

шарт ( $g$ -бутун сон) келиб чиқади. Демак,  $G$  атомдан ташкил топган чизигий занжирчанинг эркинлик даражалари  $G$  та, бинобарин,  $q$  нинг қийматлари шу сонга тенг бўлади. (2.11) шартдан:

$$q = \frac{2\pi}{a} \frac{g}{G}. \quad (2.13)$$

$\omega$  дан  $\omega + d\omega$  бўлган оралиқда қанча сонда тебранишлар бор деган саволга жавоб топайлик. (2.9) ифодадан

$$d\omega = a \sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \cos \frac{aq}{2} \right| dq = \frac{2\pi}{G} \sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \cos \frac{qa}{2} \right| dg.$$



Демак,  $d\omega$  оралиқдаги тебранишлар сони

$$dz = 2dg = \frac{G}{\pi} \sqrt{\frac{\beta}{m}} \frac{d\omega}{\left| \cos \frac{aq}{2} \right|}. \quad (2.14)$$

бўлади. Бундан тебранишлар сони 2.3-чизма.  $dz/d\omega$  боғланниш зичлиги:

$$\frac{dz}{d\omega} = \frac{2G}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\omega_m^2 - \omega^2}}. \quad (2.15)$$

Эластиклик назариясидан маълумки, товуш тезлиги  $v_o$  эластиклик модули ва зичлик орқали ифодаланади.

$$v_n = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = a\sqrt{\frac{\beta}{m}}. \quad (2.16)$$

Узун түлқинлар учун  $\left( \frac{aq}{2} = \frac{a\pi}{\lambda} \leq 1 \right)$  юқоридағи (2.9) ифодадан  $\omega$  билан  $q$  орасыда пропорционал болганиш бүлишілгі келиб чиқады:

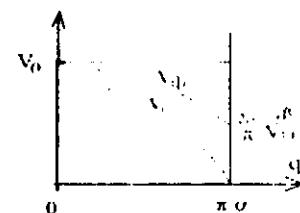
$$\omega = v_n q. \quad (2.17)$$

Аммо умумий ҳолда түлқинлар дисперсияси мавжуд. Бұнда фаза тарқалиши тезлегі  $v_\phi$  ни ва түлқинларнинг гурухий тезлегі  $v_r$  ни бир-бiriдан фарқы бор. Ҳақыртатан ҳам (2.9) асосыда олинадиган

$$v_\phi = \frac{\omega}{|q|} = v_n \left| \frac{\sin \frac{aq}{2}}{\frac{aq}{2}} \right| \quad (2.18)$$

$$v_r = \left| \frac{d\omega}{dq} \right| = v_n \left| \cos \frac{aq}{2} \right| \quad (2.19)$$

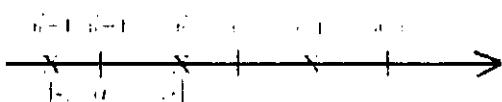
ифодалар графикалары (2.4-чизма) бу фарқни күрсатып турилди. Бұнда биз чизигий сода панжара тебранишлары ва түлқинларнин гармоник тақрибда таҳсил қылғанымизни таъкидлаймыз.



2.4-чизма. Фазалық және гурухий тезліктернің  $q$  га болғаннаннан.

## 2.2. Чизигий мұраккаб панжаралы тебранишлар ва түлқинлар

Әнді біз элементар катағида иккі атом булған мұраккаб бир ўлчамы (чизигий) чексиз панжаралы тебранишлар ва түлқинларни қараб чиқайлық. NaCl, CsCl каби ионлардан таркибланған, Si өс Ge каби атомлардан таркибланған кристаллар элементар ячейкасыда 2 та атом бўлади.



2.5-чизма. Чизигий мұраккаб панжаралы атомлар жойлашынын.

Қаралаттан чизигий панжаралы атомлар даврий жойлашыни 2.5-чизмада тасвирланған. Биринчи хил атомлар  $n'-1$ ,  $n'$ ,  $n'+1$  равнинда, иккинчи хил атомлар  $n''-1$ ,  $n''$ ,  $n''+1$  равнинда белгиланған.

Бу ҳолда ҳам гармоник тақрибда иш кўрамиз. Ҳар бир атом энг яқин икки қўшини билан ўзаро таъсирашади леб ҳисоблаймиз. Бунда  $n'$  ва  $n''$  атомлар орасидаги квази эластик таъсир кучи коэффициентини  $\beta_1$ , аммо  $n'$  ва  $n''$ -даги атомлар орасидаги таъсир кучи коэффициентини  $\beta_2$  леб фароз қиласиз. Биринчи ва иккинчи хил атомлар массалари мос равишда  $m'$  ва  $m''$  бўлсени.

$n'$  ва  $n''$  атомларининг силжишларини  $u'_n$  ва  $u''_n$  леб, бошқаларинини  $u'_n - 1, u'_n + 1, u''_n - 1, u''_n + 1$  леб белгилаб қўйидаги ҳаракат тенгламаларини ёза оламиш:

$$m' \frac{d^2 u'_n}{dt^2} = -\beta_1(u'_n - u''_n) - \beta_2(u'_n + u''_n), \quad (2.20)$$

$$m'' \frac{d^2 u''_n}{dt^2} = -\beta_1(u''_n - u'_n) - \beta_2(u''_n + u'_{n+1}). \quad (2.21)$$

Квази эластик куч таъсирида ҳамма вакът гармоник ҳаракат юзага келишини эътиборга олсан, (2.20) ва (2.21) тенгламаларнинг ечимлари

$$u'_n = A'e^{-it\varphi_m(\omega t)}, \quad u''_n = A''e^{-it\varphi_m(\omega t)}. \quad (2.22)$$

Бунда  $a$  панжара доимийси-иккита бир хил қўшини атом орасидаги масофа. (2.22) ечимларни (2.20) ва (2.21) га олиб бориб қўйилса, баъзи амалтардан сўнг  $A'$  ва  $A''$  амплитудалар учун иккита тенглама ҳосил бўлади:

$$\left[ \omega^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{m'} \right] A' + \left[ \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-\omega t}}{m'} \right] A'' = 0. \quad (2.23)$$

$$\left[ \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-\omega t}}{m'} \right] A' + \left[ \omega^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{m'} \right] A'' = 0. \quad (2.24)$$

Бу иккичигий бир жинсли тенгламалар системаси бўлиб,  $A'$  ва  $A''$  номаъумлар олинини кўнайтишинлардан тузилган аниқловчи (детерминант)

$$\Delta = \begin{vmatrix} \omega^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{m'} & \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-aq}}{m'} \\ \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-aq}}{m''} & \omega^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{m''} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.25)$$

бўлгандагина юқоридаги система маъноли ечимларига эга бўлади. (2.25) аниқловчи очиб чиқилса,  $\omega^2$  га нисбаган квадрат тенглама ҳосил бўлиб, унинг ечимлари иккита бўлади:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{2} \omega_0^2 \left\{ 1 - \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2 \frac{aq}{2}} \right\}, \quad (2.26)$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{2} \omega_0^2 \left\{ 1 + \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2 \frac{aq}{2}} \right\}. \quad (2.27)$$

Бунда,

$$\omega_0^2 = \frac{(\beta_1 + \beta_2)(m' + m'')}{m'm''}, \gamma^2 = 16 \left[ \frac{\beta_1 \beta_2}{(\beta_1 + \beta_2)^2} \right] \cdot \left[ \frac{m'm''}{(m' + m'')^2} \right].$$

Агар  $\omega$  ва  $q$  орасидаги бўгланиш (2.26) ва (2.27) кўрининиша бўлса, (2.22) ечимлар (2.20) ва (2.21) ҳаракат тенгламаларини қонаотлантиради.

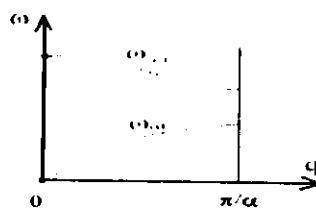
(2.26) ва (2.27) ечимлар асосида қўйидаги муҳим хуносалар келиб чиқади.

1. (2.26) ва (2.27) ифодалар тебранишларнинг икки тармогини аниқлайди. (2.26) ифода тавсифлайдиган тармоқни акустик тармоқ, (2.27) тармоқни оптик тармоқ дейилади. Мазкур ифодалардан

$$\omega_{\text{опт}}(0) = \omega_0 \omega_{\text{акт}}\left(\frac{\pi}{a}\right) \omega_{\text{акт}}\left(\frac{\pi}{a}\right) \omega_{\text{акт}}(0) = 0 \quad (2.28)$$

муносабатлар акустик тармоқ оптик тармоқдан пастда жойлашган, у нол такрорийликдан бошланганни ҳолда оптик тармоқ анча юқори такрорийликли тебранишларни ўз ичига олади (2.6-чизма).

2. Акустик ва оптик тармоқларда тебранишлар феълини қарайлик. (2.22) — (2.24) ифодалардан



2.6-чизма.  $\omega(q)$  бўгланиши тармоқлари.

$$\frac{u'_n}{u''_n} = \frac{A'}{A''} = \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-imq}}{(\beta_1 - \beta_2) - m\omega^2} \quad (2.29)$$

муносабат олиш мүмкін. Уни чегаралың ҳосасырда күрайылған.

А) Чексиз узун тұлқинлар ҳолида

$$\lambda = \infty, q = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) = 0$$

Бу ҳолда

$$\left( \frac{u'_n}{u''_n} \right)_{\text{sh}} = 1, \left( \frac{u'_n}{u''_n} \right)_{\text{m}} = -\frac{m'}{m''}. \quad (2.30)$$

Демек, акустик тармоққа тегишли тебранашылар тұлқинлари чексиз узун бұлғаныда атомлар бир фазада тебранади, яғни  $u'_n = u''_n$  бўлади. Оптик тармоқда эса бу ҳолда атомлар бир бирига қарши фазада тебранади, аммо уларнинг оғирилік марказы ҳаракатесиз қолади.

Биринчи тармоқ эластик акустик тұлқинларға мөс келади, шундан унинг номи келиб чиққан. Иккінчи тармоқ тебранышла-ри оптик жиҳатдан фаол, яғни улар инфрақызыл нурланишини ютиш ва чиқаришда қатнаша олади, шундан унинг номи келиб чиққан. Ҳақиқатан, агар кристалл элементар катагыла иккита чиққан. Ҳақиқатан, агар кристалл элементар катагыла иккита қарши ишорали ионлар бўлса, улар электрик диполдан иборат бўлиб, тебраныш жараённан дипол моменти ўзгарыб туради. Электродинамикада күрсегилишича, ўзгарувчан моментті дипол нурланиши чиқара ва юта олади.

Б) Энг қисқа узунлукдаги тұлқинлар ҳолида

$$\lambda = 2a, q = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{a}.$$

(2.22), (2.24) ифодалардан  $\frac{u'_n}{u''_n}$  учун муносабат ҳосасы қилинади.

Унинг  $\beta_1 = \beta_2$  бўлғандаги таҳлили қийидаги натижаларин беради:

$$\begin{aligned} m''(m'') \text{ ҳолда акустик тармоқда} & \quad u'_n = 0, u''_n \neq 0, \\ m'(m') \text{ ҳолда оптик тармоқта} & \quad u'_n = 0, u''_n \neq 0. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Демак, энг қисқа  $\lambda = 2a$  түлкін ҳолида акустик тармоқда енгіл атомлар ҳаракатсиз, оғирлари тебраниб турады, оптик тармоқда эса аксина.

В) яна бир ҳолни, яъни  $m' = m''$  ва  $\beta_1 > \beta_2$  ҳолни күрайлил. Юқоридагига ўхшаш таҳлил оқибатида бу ҳолда

$$\left( \frac{u'_n}{u''_n} \right)_{ak} = 1 \text{ ва } \left( \frac{u'_n}{u'_n} \right) = -1. \quad (2.32)$$

Энг қисқа акустик түлкінде, бу ҳолда атомлар бир хил фазада тебранади. Оптик түлкінде эса қарши фазаларда тебранади. Биз олдин агар (2.9) дисперсия муносабати бажарылса, (2.7) ифода чопувчи түлкін (2.6) тенглама ечими бұлишлігіні күрдік. Аммо (2.7) гармоник түлкінлар бу занжирчадаги атомларнинг энг умумий ҳаракатини тавсифламайды. Бунинг учун (2.7) күринишдеги мүмкін бўлган барча түлкінларнинг чизигий йигиндиси олиниши керак. Энг умумий ҳолда атомнинг силжиши

$$u_n = \sum_q \left\{ A_q e^{i(\varphi_{qn}-\omega t)} + A_q^* e^{-i(\varphi_{qn}-\omega t)} \right\} \quad (2.33)$$

күринишда ифодаланиши керак. Агар  $G$  атомдан ташкил топган занжирча қаралса, у ҳолда:

$$u_n = \frac{1}{G} \sum_q \left\{ a_q e^{i(\varphi_{qn}-\omega t)} + a_q^* e^{-i(\varphi_{qn}-\omega t)} \right\} \quad (2.34)$$

Бунда  $a_q = \sqrt{G} e^{-i\omega t}$ .

Атомлар занжирчасининг кинетик энергияси  $E_k = \frac{m}{2} \sum_{n=1}^G u_n^2$ , потенциал энергияси  $E_n = \frac{\beta}{2} \sum_{n=1}^G (u_n - u_{n-1})^2$ . (2.34) ифодадан фойдаланиб занжирчанинг тұла энергиясини

$$E = E_k + E_n = 2m \sum_q \omega_q^2 a_q a_q^*$$

күринишга келтирилади.  $x_q = a_q + a_q^*$ ,  $p_q = \frac{m\omega_q}{i} (a_q - a_q^*)$  белгилашлар киритсак,

$$E = \sum_q \left\{ \frac{1}{2m} p_q^2 + \frac{1}{2} m \omega_q^2 x_q^2 \right\}. \quad (2.35)$$

$x_q$  ва  $p_q = m\dot{x}_q$  катталиклар нормал координаталар ва уларга қўшма импулслар вазифасини бажаради. Демак, бир ўлчовли кристалл энг умумий ҳаракати тўла энергияси  $E$  нормал тебранишлар энергиялари йигиндиси сифатида ифодаланади.

### 2.3 Уч ўлчовли мураккаб кристалл панжараси атомлари тебранишлари

Бир ўлчовли (чишибий) кристалл панжараси атомлари тебранишларининг асосий хоссалари фазовий панжара атомлари тебранишларига ҳам тегишилдири. Аммо фазовий панжара тебранишларига хос хусусиятлар мавжуд. Биз энди уч ўлчовли (фазовий) мураккаб кристаллни қарайлик. Унинг элементар катагида  $s$  та  $m_k$  ( $k=1,2,\dots,s$ ) турли массаларга эга бўлган атомлар бўлсин.  $k$ -атомнинг  $n$ -элементар катакдаги вазияти

$$\vec{r}_n^k = \vec{a}_n + \vec{r}^k \quad (2.36)$$

бўлсин, бунда  $\vec{a}_n = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$  — тўғри панжара вектори,  $\vec{r}^k$  —  $k$ -атомнинг элементар катак ичидаги вазиятини аниқловчи радиус-вектор. Шу  $k$ -атомнинг мувозанатий вазиятидан силжишини  $\vec{u}_n^k$ , унинг тўғри бурчакли координата системасидаги ташкил этувчиларини  $\vec{u}_{na}^k$  ( $a = x, y, z$ ) деб белгилаймиз.

Кристалл ичida ажратиб олинган кўп  $G$  сонли зарраларни ўз ичига олган соҳанинг  $N$  элементар катагида  $3sN$  та  $u_{na}^k$  силжишлар бўлади, силжишлар бўлмаганда  $u_{na}^k = 0$ , потенциал энергия  $E$  минимал (энг кичик) бўлади, яъни  $\left( \frac{\partial E_{\text{ном}}}{\partial u_{na}^k} \right)_0 = 0$ . Яна

$E_{\text{ном}}(u_{na}^k = 0) = 0$  деб ҳисоблаймиз. Бу ҳолда силжишлар функцияси бўлмиш  $E_{\text{ном}}(u_{na}^k)$  потенциал энергияни  $u_{na}^k$  даражалари бўйича қаторга ёймиз:

$$E_{nom} = \frac{1}{2} \sum_{nn'kk'\alpha\beta} C_{\alpha\beta} \binom{kk'}{nn'} u_{n\alpha}^k u_{n'\beta}^{k'} + \frac{1}{6} \sum_{\substack{nn'kk' \\ \alpha\beta\gamma}} C_{\alpha\beta\gamma} \binom{kk'k'}{nn'n'} u_{n\alpha}^k u_{n'\beta}^{k'} u_{n''\gamma}^{k''}, \quad (2.37)$$

бунда,

$$\begin{aligned} C_{\alpha\beta} &= \left( \frac{\partial^2 E_{nom}}{\partial u_{n\alpha}^k \partial u_{n'\beta}^{k'}} \right) u_{n\alpha}^k = 0, \\ C_{\alpha\beta\gamma} &= \left( \frac{\partial^3 E_{nom}}{\partial u_{n\alpha}^k \partial u_{n'\beta}^{k'} \partial u_{n''\gamma}^{k''}} \right) \begin{aligned} u_{n\alpha}^k &= 0, \\ u_{n'\beta}^{k'} &= 0, \\ u_{n''\gamma}^{k''} &= 0. \end{aligned} \end{aligned}$$

Гармоник тақрибда, яғни атомлар ўзаро таъсир күчлари квази эластик деб ҳисобланған ҳолда (2.37) ёйилмада биринчи йигиндидан башқа ҳамма ҳадларни ташлаб юбориш керак:

$$E_{nom} = \frac{1}{2} \sum_{nn'kk'\alpha\beta} C_{\alpha\beta} u_{n\alpha}^k u_{n'\beta}^{k'}. \quad (2.37')$$

Мазкур соҳа атомлари кинетик энергияси йигиндиси

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \sum_{nka} m_k (u_{na}^k)^2. \quad (2.38)$$

Квадратик (2.37) кўринишда ифодаланған  $E_{nom}$  дан силжиш бўйича олинган ҳосила мос квази эластик қучни аниқлайди:

$$f_{na}^k = - \frac{\partial E_{nom}}{\partial u_{na}^k}.$$

Гармоник тақрибда қаралаётган атомларнинг классик ҳаракат тенгламалари, бинобарин,

$$m_k \frac{d^2 u_{na}^k}{dt^2} = - \frac{\partial E_{nom}}{\partial u_{na}^k} = - \sum_{\alpha\beta} C_{\alpha\beta} u_{n\alpha}^k. \quad (2.39)$$

Кўринишда бўлиб ( $n=1,2,3,\dots,N$ ;  $k=1,2,3,\dots,s$ ;  $=x,y,z$ ), улар  $3sN$  та номаътум  $u_{na}^k$  учун  $3sN$  та дифференциал тенгламалар системаси- ни ташкил қиласди. Бу ҳолда ҳам тенгламалар ечимини

$$u_{na}^k = \frac{1}{\sqrt{m_k}} A_\alpha^k(q) e^{i(\varphi_{nk}-\omega t)} \quad (2.40)$$

чопувчи тўлқинлар кўринишшида тасвирлаймиз.

$\frac{1}{\sqrt{m_k}} A_\alpha^k$  — турли атомлар хили учун турли бўлган  $\frac{1}{\sqrt{m_k}} A^k$  — комплекс амплитуда ташкил этувчилари,  $\vec{q} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}_o$  — тўлқин вектор ( $\vec{n}_o$  — ясси тўлқинга нормалнинг бирлик вектори),  $\omega = \omega(\vec{q}) = \omega_q$  — такрорийлик.

Бу масалани ечишдан келиб чиқадиган асосий натижаларга тўхтalamиз:

А) Бир ўлчовли панжара тебранишлари ҳолидагидек,  $\vec{q}$  ва  $\vec{q}' = \vec{q} + \vec{b}_g$  (бунда тескари панжара вектори  $\vec{b}_g = g_1 \vec{b}_1 + g_2 \vec{b}_2 + g_3 \vec{b}_3$ ) векторлар тавсифлайдиган тўлқинлар бир бири билан айнандир, яъни

$$u_{n\alpha}^k(\vec{q}') = u_{n\alpha}^k(\vec{q}). \quad (2.41)$$

Буни  $\vec{a}_n$  ва  $\vec{b}_g$  векторлар ташкил этувчилари орасидаги боғланишлар асосида исботлаш осон. Демак,  $\vec{q}$  га боғлиқ бўлган барча катталиклар даврий ўзгаради, бунда  $\vec{a}_n = \vec{a}$ , ва  $\vec{b}_g = \vec{b}_i$  кичик қийматларни қабул қиласак,  $\vec{q}' \cdot \vec{a}_i = \vec{q} \cdot \vec{a}_i + 2\pi$  тенглик келиб чиқади. Демак, фазовий панжара тебранишларини таҳдил қилганда  $\vec{q}' \cdot \vec{a}_i$  нинг қийматларини

$$-\pi \leq \vec{q}' \cdot \vec{a}_i \leq +\pi \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.42)$$

оралиқда қаралса бўлади. Бу учта тенгсизликлар  $q$  — фазодаги бирор ҳажмни ифодалайди. Уни биринчи Бриллюэн зонаси дейилади.

Кубик кристалл учун ( $a_1 = a_2 = a_3$ ;  $\vec{a}_1 \perp \vec{a}_2, \vec{a}_2 \perp \vec{a}_3, \vec{a}_1 \perp \vec{a}_3$ ) (2.42) тенгсизликлар учта

$$-\frac{\pi}{a} \leq q_\alpha \leq +\frac{\pi}{a} \quad (2.43)$$

шаклни олади. Бу ҳолда биринчи Бриллюэн зонаси ҳажми  $V_b = \left(\frac{2\pi}{a}\right)^3$  бўлади, бунда  $V_o = a^3$  элементар катақ ҳажми. Бошқа кристалл панжара учун қилинган ҳисоб ҳам худди шундай, яъни

$V_B = \frac{(2\pi)^3}{V_a}$  ифодани беради (албатта,  $V_a$  — элементар катак ҳажми турли панжаралар учун ҳар хил).

Б) (2.40) ечимларни (2.39) тенгламаларга қўйсак, номаълум  $A_\alpha^k$  амплитудалар учун  $3sN$  та бир жинсли чизигий тенгламалар системаси ҳосил бўлади. Унинг маънили ечимлари мавжуд бўлиши учун номаълумлар олдидағи кўпайтувчилардан тузилган аниқловчи (детерминант) нолга тенг бўлиши зарур. Уни ечишдан  $\omega^2$  га нисбатан  $3s$  даражали тенглама ҳосил бўлади. Бу тенгламанинг  $3s$  ечимига мос равишда фазовий панжара атомлари тебра-нишларининг  $3s$  тармоғи мавжуд бўлади.

Бу тармоқларнинг фақат 3 таси акустик,  $3s-3$  таси оптик тармоқлар бўлади.

Агар кристаллнинг элементар катагида 1 атом бўлса, фақат учта акустик тармоқ мавжуд бўлади, агар элементар катакда 2 атом ( $\text{r}=2$ ) бўлса, 3 та акустик ва 3 та оптик тармоқ бўлади ва ҳоқозо.

Ҳар бир тармоқдаги тўлқинларнинг бири бўйлама ( $I$  ёки  $L$  ҳарфи билан белгиланади), иккитаси кўндаланг ( $t$  ёки  $T$  ҳарфи билан белгиланади) бўлади.

В)  $\vec{q}$  нинг функцияси бўлмиш  $\omega$ , ҳам даврий ўзгаради:

$$\omega_j(\vec{q} + \vec{b}_x) = \omega_j(\vec{q}) \quad (2.44)$$

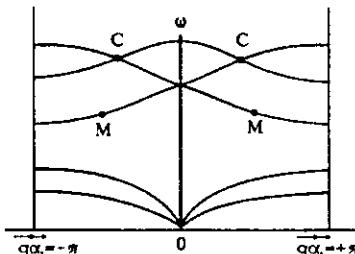
Бунда  $\lambda j$  — ихтиёрий тармоқ белгиси.

Г)  $\omega$  такрорийлик  $\vec{q}$  нинг жуфт функцияси

$$\omega_j(-\vec{q}) = \omega_j(\vec{q}) \quad (2.45)$$

Бу  $\omega_j$  ифодаларига  $\vec{q}$  нинг фақат жуфт даражалари киради демакдир.

Д) Брилюэн зонасидаги ҳар бир тебранишлар тармоғи учун  $\omega_j(\vec{q}) = \text{const}$  сиртлар ясаш мумкин. Бу бир хил такрорийликни ёки бир хил энергияли  $\hbar\omega_j(q) = E(q)$  сиртларнинг тузилиши кристалл тўгри панжараси симметриясига муҳим даражада боғлиқ.



2.7-чизма. Уч ўчновчи панжара тебранишлари тармоқлари.

Е) 2.7- чизмадан кўрининишича,  $O$ ,  $A$ ,  $C$  ва  $C'$  нукталарда айниш мавжуд, яъни бу нукталарда бир неча тармоқлар кесишиди. Яна шуни айтиш керакки,  $\omega_j(\vec{q})$  нинг экстремумлари Бриллюэн зонаси маркази ва чегараларида ҳам, унинг баъзи ички нукталарида (2.7- чизмада  $M$  ва  $M'$  нукталарда) ҳам ўринли бўлиши мумкин.

Ж) Бу ҳолда ҳам кристалл асосий соҳаси сиртидаги чегаравий шартларни Борн- Карман шартлари билан алмаштирилади.

3) q-фазонинг кичик ҳажмига тўғри келган тебранишлар сони

$$dz = \frac{V}{(2\pi)^3} dV, \quad (2.46)$$

бўлади, бунда  $V$  — кристалл соҳаси ҳажми,  $dV_q = dq_x dq_y dq_z$  эса q-фазодаги кичик ҳажм. Бир тармоқдаги тебранишлар тўла сони  $z=N$ , барча тармоқлардаги тебранишлар тўла сони  $z=3sN$ , яъни асосий соҳа атомлари эркинлик даражалари сонига teng ( $N$  — соҳадаги элементар ячайкалар сони, бир атомнинг эркинлик даражаси 3 та деб ҳисобланади).

#### 2.4. Изотроп континиум тақрибида кристалларди тебранишлар ва тўлқинлар

Мазкур бобнинг муқаддимасида айтилганидек, кристалл панжара динамикасини талқиқлашда иккинчи услуб — бу континиум тақриб бўлиб, унинг асосида қаттиқ жисм бир бутун эластик тулаш мухитдан иборат деган фараз ётади. Бу тақриб кристалл панжараси доимийсидан анча катта бўлган, яъни кристаллнинг атомлардан узилишиб тузилишини ҳисобга олмаса бўладиган узунликдаги тўлқинлар ҳолида энг яхши натижалар беради.

Биз қўйида ионлар кристаллида узун акустик ва узун оптик тўлқинлар ҳолларини кўриб чиқамиз:

А) Узун акустик тўлқинлар ҳолида континуал тақриб эластиклик назариясини қўллашга баробардир. Агар мухитнинг  $r$  нуктасида  $t$  вақтда силжишни  $u(r, t)$  деб белгиласак, бир жинс, изотроп, эластик континиум учун ҳажмий кучлар йўқлигидаги ҳаракат тенгламаси

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = (M + \Lambda) graddiv \bar{u} + M \nabla^2 \bar{u}, \quad (2.47)$$

бунда,  $M$  ва  $\Lambda - \Lambda$  амэ доимий коэффициентлари,  $\rho$  — бир жинсли континуумнинг доимий зичлиги (бу тенглама ҳажм бирлиги учун ёзилган, унинг ўнг томони эластиклик кучларини ифолайди). Эластиклик, назариясидан маълумки,  $\operatorname{div} \vec{u} = \theta$  — ҳажмнинг  $\vec{r}$  нуқтада  $\Delta V/V$  нисбий ўзгариши (қисилиши),  $\frac{1}{2} \operatorname{rot} \vec{u} = \bar{\phi}$  эса ўша нуқтада ҳажм элементининг бир бутун сифатида бурилиш бурчаги. (2.47) тенгламанинг ҳар икки томонида дивергенция ( $\operatorname{div}$ ) амалини бажарсак,  $\theta$  қисилиш учун

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial t^2} = V_i^2 \nabla^2 \theta \quad (2.48)$$

тўлқин тенглама оламиз, бунда  $V_i = \sqrt{(2M + \Lambda)/\rho}$  қисилиш тўлқинлари тезлиги.

(2.47) тенгламанинг ҳар икки томонида ротор ( $\operatorname{rot}$ ) амалини бажарсак, буралиш бурчаги  $\varphi$  учун

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} = V_i^2 \nabla^2 \bar{\varphi} \quad (2.49)$$

тўлқин тенглама ҳосил қиласиз, бунда  $V_i = \sqrt{\frac{M}{\rho}}$  буралиш тўлқинлари тезлиги.  $V_i V_i$  эканлиги равшан, чунки биринчи ҳолда иккинчи ҳолга нисбатан эластиклик қаршилиги каттадир.

Шу ерда таъкидлаш керакки, Юнг модули ёки бўйлама эластиклик модули  $E$  билан  $M$  ва  $\Lambda$  орасида (изотроп моддада) куйидаги боғланиш бор:  $E = \frac{M(3\Lambda + 2M)}{M + \Lambda}$ . Бошқа эластиклик модуллари ҳам ўзаро боғлиқ, моддада мустақил эластиклик модуллари иккита ( $M$  ва  $\Lambda$  ёки  $E$  ва  $v$ , кейинги модулни Пуассон коэффиценти дейилади:  $v = \frac{\Lambda}{2(M + \Lambda)}$ ). У намуна кўндаланг ўлчамининг нисбий ўзгаришини бўйлама ўлчами нисбий ўзгаришига нисбатини билдиради.).

$x$  ўқи бўйлаб тарқалаётган ясси тўлқинни қарайлик.

$$\ddot{u} = \tilde{A} \sin(\omega t - qx). \quad (2.50)$$

Бундан:

$$\theta = \operatorname{div} \vec{u} = -A_x(q) \cos(\omega t - qx). \quad (2.51)$$

$$\text{ва } \vec{\phi} = \frac{1}{2} \text{rot} \vec{u} = -A_y \vec{j}_0 \left( \frac{q}{2} \right) \cos(\omega t - qx) + A_z \vec{k}_0 \left( \frac{q}{2} \right) \cos(\omega t - qx), \quad (2.52)$$

бундаги  $\vec{j}_0$  ва  $\vec{k}_0$ -у ва  $z$  ўқлар бирлик векторлари. (2.51) дан кўринишича, қисилиш тўлқинлари кўндаланг тўлқинлардир.

(2.48) тенглама ва (2.49) тенгламанинг  $\vec{\phi}$  ташкил этувчилиари учун кўриниши бир хил, шунинг учун (2.48) тенгламани қараб чиқиш кифоя.  $\theta$  қисилиш тўлқинларини  $L$  қиррали кубда қараймиз.  $x$ ,  $y$ ,  $z$  координаталар ўқларини кубнинг қирралари бўйлаб йўналтирамиз. Чегаравий шартларни барча 6 та куб ёқида ( $x=y=z=0$ ;  $x=y=z=1$ )  $\theta=0$  бўлсин деб танлаймиз. (2.48) ечимини

$$0 = A \sin(\alpha) \sin(a x) \sin(b y) \sin(c z) \quad (2.53)$$

кўринишда қидирамиз. (2.53) ни (2.48) га қўйсак,

$$\omega = v_i \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \quad (2.54)$$

Чегаравий шартларни қаноатлантириш учун

$$aL = n_1\pi, \quad bL = n_2\pi, \quad cL = n_3\pi \quad (2.55)$$

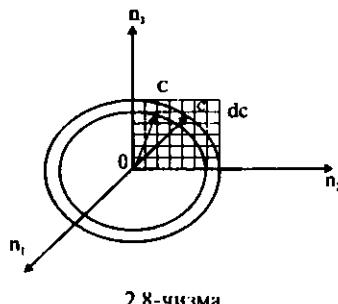
деб олиш керак, бунда  $n_1, n_2, n_3$  – бутун мусбат сонлар ёки нол; (2.55) ни (2.54) ифодага қўямиз:

$$\omega = \frac{\pi v}{L} \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}. \quad (2.56)$$

$n_i$  сонларнинг ҳар бир училигига муайян  $\omega$  такрорийликли битта нормал тебраниш мос келади.

Агар  $n_1, n_2, n_3$  сонлар катта бўлса, тебранишлар тўлқин узунлиги  $L$  дан анча кичик бўлади, бу  $\omega$  такрорийлик  $N$  сонларга худди узлуксиз равища боғлангандай бўлади.

$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = C^2$  белгилаш киритсанак,  $\omega = \frac{\pi v}{L} C$ . 2.8-чизмада тасвирланган куб панжара (бунда фақат  $(n_2, n_3)$  текисликдаги тугунлар келтирилган) тугунларининг ҳар бирига



2.8-чизма.

чига  $n_1, n_2, \dots$  сон түгри келади. Аммо ганжаралыннг ҳар бир түгүннега биге нормал төбәранини мөс түшәди.  $n_i$  сонлар катта бүлганиннг ҳолда  $\omega, \omega + d\omega$  тақрорийлик оралигини түгри келгап төбәранишлар сөнини анықлаїмыз. Бу сон координат оқшандагы  $(C, C+dC)$  сферик қызметтеги түгүнләр сөннега тенг. Демак,  $(\omega, \omega+d\omega)$  оралиқка мөс келгап бүлгама төбәранишлар сөннеги

$$g(\omega)d\omega = \frac{4\pi C^2 dC}{8} = \frac{V}{2\pi^2 v^3} \omega^2 d\omega. \quad (2.57)$$

(2.49) төңгілемдә  $\vec{\phi}$  векториннг ташкылтытувчыларынга ишебаған ҳам бу ҳисоб түгри, аммо бунда иккита ташкылтытувчи бүлганиннүү учун төбәранишлар сөннеги ҳам иккى марта оптика:

$$g_i(\omega)d\omega = \frac{2V}{2\pi v_i^3} \omega^2 d\omega. \quad (2.58)$$

Тақрорийліклар тұла тақсимоти функциясы

$$g(\omega) = g_i(\omega) + g_e(\omega) = \frac{3V}{2\pi^2 v_0^3} \omega^2, \quad (2.59)$$

бунда

$$\frac{1}{v_0^3} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{v_i^3} + \frac{2}{v_e^3} \right). \quad (2.60)$$

$v_0$  - ўртача төвүү тезлігі.

Б) Энди континуалт тақрибда ионлар кубик кристалда улуттук тұлғындар тарқалып масаласыннан қараїлдик. Фараз қыламыз: ионлар кубик кристаллы ҳар бир ячейкесидә  $\pm e^*$  эфектив заряды  $m_i$  ва  $m_e$  массалы иккى түрли иемді ионлар бор бўлсин. Узун оптика төбәранишлар соҳасидаги ионлариннинг барча ячейкеларидаги ҳаракати бирдей, шунинг учун бир ячейкелар ионлар ҳаракатини текшерини кифоя.

$\ddot{u}_i$  ва  $\ddot{u}_e$  мөс ишоралы ионлар сиптиши булса, у ҳолда

$$m_i \frac{d^2 \ddot{u}_i}{dt^2} = -\beta(\ddot{u}_i - \ddot{u}_e) + e^* E_i, \quad (2.61)$$

$$m_e \frac{d^2 \ddot{u}_e}{dt^2} = -\beta(\ddot{u}_i - \ddot{u}_e) + e^* \dot{E}, \quad (2.62)$$

Буда  $\dot{E}$  – ионга тәнкы маілдон ва кристалдиннг бопқа ионлари томонидан тақсир әгуви эфектив электрик маілдон.  $\beta$ -көзаят

эластик күч коэффициенти. Юқорилаги икки тенгламани бирбиридан айрсак,

$$m_r \frac{d^2 \bar{s}}{dt^2} = -\beta \bar{s} + e^* \bar{E}_e. \quad (2.63)$$

Бунда,  $\bar{s} = \bar{u}_+ - \bar{u}_-$ ,  $m_r^{-1} = m_+^{-1} + m_-^{-1}$ .

Электродинамикадан маълумки, ионлар қубик кристаллида эффектив майдон

$$\bar{E}_e = \bar{E} + \frac{4\pi}{3} \bar{P}, \quad (2.64)$$

бунда  $\bar{E}$  – диэлектрикдаги ўртача майдон, кутбланиш вектори

$$\bar{P} = N_o [e^* \bar{s} + \alpha \bar{E}_e], \quad (2.65)$$

$N_o$  – кристаллининг бирлик ҳажмидаги ячейкалар сони  $\alpha_+ \cdot \alpha_- + \alpha_{+-}$  – электрон кутбланувчанлик. (2.64) ифодани (2.65) га қўйсак.

$$\bar{P} = N_o \frac{[e^* \bar{s} + \alpha \bar{E}]}{1 - \frac{4\pi N_o}{3} \alpha} \quad (2.66)$$

Бевосита ўлчанимайдиган  $\alpha$  катталикни чиқариб ташлаш учун электрик индукция вектори ифодаси  $\bar{D} = \bar{E} + 4\pi \bar{P} = \epsilon \bar{E}$  дан фойдаланамиз, бундан  $\bar{P} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \bar{E}$ . Юқори тақорорийликли майдонда ( $\omega \rightarrow \infty$ ) ионлар унинг кетидан улгуриб боролмайди. шунинг учун  $s \rightarrow 0$  бўлади. Бу ҳолда,

$$\alpha = \frac{\epsilon_\infty - 1}{\frac{4\pi N_o}{3} (\epsilon_\infty + 2)}, \quad (2.67)$$

ва

$$\bar{P} = N_o \frac{e^* (\epsilon_\infty + 2)}{3} \bar{s} + \frac{\epsilon_\infty - 1}{4\pi} \bar{E} \quad (2.68)$$

(2.64) ва (2.68) ифодалардан фойдалансак,

$$m_r \frac{d^2 \bar{s}}{dt^2} = -m_r \omega_0^2 \bar{s} + \frac{e^* (\epsilon_\infty + 2)}{3} \bar{E}, \quad (2.69)$$

бундаги

$$\omega_0^2 = \left( \frac{\beta}{m_r} \right) - \frac{4\pi N_0 e^{*2} (\epsilon_{..} + 2)}{9m_r}. \quad (2.70)$$

«Нормалантан» четланиш  $\vec{w} = \sqrt{N_0 m_r} \vec{\tilde{w}}$ , статик диэлектрик доимий  $\epsilon_{..}(\omega \rightarrow 0)$ , янын  $\epsilon_{..} - \epsilon_m = \frac{N_0}{m_r} e^{*2} \frac{4\pi(\epsilon_{..} + 2)^2}{9\omega_0^2}$  (2.71) киритилса, (2.69) тенглама

$$\frac{d^2 \vec{\tilde{w}}}{dt^2} = -\omega_0^2 \vec{\tilde{w}} + \omega_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0 - \epsilon_m}{4\pi}} \vec{E} \quad (2.72)$$

күринишига келади ва

$$\vec{P} = \omega_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0 - \epsilon_m}{4\pi}} \vec{\tilde{w}} + \frac{\epsilon_{..-1}}{4\pi} \vec{E} \quad (2.73)$$

бўлади.

Ионлар ҳаракатини таҳдил қилиш учун

$$\vec{w} = \vec{w}_r + \vec{w}_t \quad (2.74)$$

ва

$$div \vec{w}_t = 0, rot \vec{w}_t = 0 \quad (2.75)$$

деб оламиз. Бу ҳолда (2.72) ни

$$\frac{d^2}{dt^2} (\vec{w}_r + \vec{w}_t) = -\omega_0^2 \vec{w}_r - \omega_0^2 \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{..}} \vec{w}_t \quad (2.76)$$

күринишига келтириб, уни иккитага ажратамиз:

$$\frac{d^2 \vec{w}_r}{dt^2} = -\omega_0^2 \vec{w}_r, \quad (2.76')$$

$$\frac{d^2 \vec{w}_t}{dt^2} = \omega_0^2 \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{..}} \vec{w}_t. \quad (2.76'')$$

Агар  $\vec{w}_t$  ваны  $\vec{A} \exp[i(qr - \omega t)]$  ясси тўлқин күринишида тасвирланасак  $\omega_r = \omega_0$  ва  $\omega_t = \left( \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{..}} \right)^{1/2} \omega_0$  келиб чиқади. Иккинчи томондан, (2.75) шартларга кўра,

$$\begin{aligned} div \vec{w}_t &\ll |\vec{A}| \dot{q} = 0, \\ rot \vec{w}_t &\ll \left[ \vec{A}, \dot{q} \right] = 0, \end{aligned} \quad (2.77)$$

Бундан  $\vec{A}_i \perp \vec{q}$  (солиноидал  $\vec{w}$ , түлқин күндаланг),  $\vec{A}_i \parallel \vec{q}$  (потенциал түлқин бўйлама) эканлигини кўрамиз.

$$\frac{\omega_i}{\omega_0} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_\infty}} \quad (2.78)$$

Итебатни Линден - Сакс - Теллер муносабати дейилади.

$\epsilon_0/\epsilon_\infty$  бўлганидан бўйлама түлқинлар тақориийлиги  $\omega_i$  кўндаланг түлқинларининг  $\omega_i$  дан қатта. Тажрибада  $\omega_i$  ни ўлчаш осон. шунинг учун (2.78) ифодадан  $\omega_i$  ни аниқлаш учун фойдаланиш мумкин.

## 2.5. Кристалл панжараси тебранишларининг квантланиши. Фононлар

Кристалл атомлари тебранишларини бошқа усул билан, айнан корпускуляр (зарравий) нуқтаи назардан қараб чиқиш ҳам мумкин. Тўлқинларининг зарравий хоссалари кристалл атомларининг ҳар қандай тақориийликлаги тебранишлари энергиясининг энг кичик улчаш (квантни) мавжуд бўлишилгига намоён бўлади. Бу хосса кристалл панжарасининг элементар зарралар билан ўзаро тасдири жараёнида яққол кўринади. Бу жараёнларда кристалл панжараси ўз тебранишлари энергиясининг бир квантини (базъзан кетма-кет бир неча квантни) беради ва шу квант миқдорича энергияни олади. Демак, кристалл панжараси тебранишлари энергияси квантланган бўлади. Худди ёргулк тўлқинини ёргулк квантлари — фотонлар оқими сифатида тасвиirlанганига ўхшаш, кристалил панжараси тебранишлари энергияси квантига ва унга мос квази импульсига эга бўлган квази зарра — фонон тушунчаси киритилган. Фонон сўзи товуш зарраси деган маънони англатади. Фононнинг энергияси  $E_q = \hbar\omega_q$  бўлиб, унинг квази импульси  $\vec{p}_q = \hbar\vec{q}$  ва у товуш тезигига ҳаракат қилади деб ҳисобланади.  $\vec{p}_q$  векторининг квази импульс деб айтилишинини босин шуки, биринчидан, ҳар қандай квази зарралар каби фононлар ҳақиқий зарралардан ташкилланган системалардагина мавжуд бўлади. Фононлар фақат кристаллардагина мавжуд бўлиб, улар кристалдан (масалан, бўшиликка) чиқиб кета олмайди. Ҳақиқий зарралар — электронлар, атомлар эса кристаллдан чиқиб кетиб, ундан ташқарила

мавжуд бўла олади. Иккинчидан, квази зарралар тўқнашганда квази импульс сақданмайди. Фононлар эса ўзаро тўқнашиб йўқ бўлади, бунда тўқнашган фононлардан энергияси фарқ қиласиган, бошقا такрорийликли янги фонон туғилади.

Эркин зарранинг энергияси зарра импульси йўналишига боғлиқмас, квази зарранинг энергияси эса (кристаллда атомлар даврий жойлашганлиги туфайли) квази импульсга даврий боғланган.

Фононлар спин моментлари бўлмаган зарралар сифатида Бозе-Эйнштейн статистикасига бўйсунади. Бинобарин, фононларнинг  $\omega_q$  такрорийликли,  $\hbar\omega_q$  квант энергияли ҳолатдаги сони Планк ифодаси билан ифодаланади:

$$N_q = 1 / \left[ \exp \frac{\hbar\omega_q}{kT} - 1 \right]. \quad (2.79)$$

Шу ҳолатдаги барча фононлар энергияси:

$$E_q = \hbar\omega_q N_q = \hbar\omega_q / \left[ \exp \frac{\hbar\omega_q}{kT} - 1 \right]. \quad (2.80)$$

Одатда ушбу энергияга яна нол энергия деб аталадиган ҳад қўшилади, унда

$$E_q = \frac{\hbar\omega_q}{2} + \frac{\hbar\omega_q}{\left[ \exp \frac{\hbar\omega_q}{kT} - 1 \right]}. \quad (2.81)$$

Кристалл атомлари тебранишлари такрорийликлари орагини ёки фононларнинг энергетик спектрини аниқлайлик. Бунда тебранишлар такрорийлиги  $\omega_q = 0$  дан бошланиб, уларнинг энг катта такрорийлиги  $\omega_m$  мавжуд, бунда тебраниш такрорийликлари сони (танланган тармоқ учун)  $N$  атомдан иборат кристаллда  $3N$  га тенг бўлади. Такрорийликлар тақсимоти зичлиги учун (2.59) ифодани қабул қиласак, у ҳолда

$$\int_0^{\omega_m} g(\omega) d\omega = 3N. \quad (2.82)$$

Максимал  $\omega_m$  такрорийлик ўрнига тавсифий температура тушунчасини киритилади:

$$\theta = \hbar \omega_m / k . \quad (2.83)$$

Бу  $\theta$  температурани Дебай температураси дейилади. Максимал тебранишлар такрорийликлари  $\omega_m$  ва бинобарин  $\theta$  турли қаттиқ жисмлар учун турличадир.

## 2.1 – жадвал

Кристаллар	Тузилиши	$\theta, K$
Мис	ё.м.куб	365
Алюминий	ё.м.куб	438
Натрий	ҳ.м.куб	164
Магний	Гексагон	290
Fe	ҳ.м.куб	478
Ni	ё.м.куб	446
Ge	Олмос	377
Si	Олмос	674

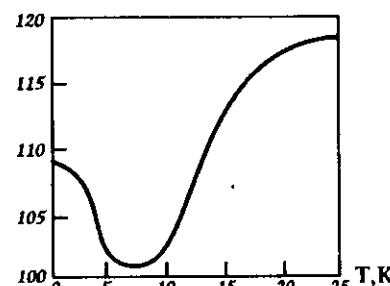
Дебай температураси тушунчаси қаттиқ жисм физикасининг кўти масалаларида фойдаланилди.

Тажрибанинг кўрсатишича,  $\theta$  Дебай температураси мутлақ  $T$  температурага боғлиқ равишда бир мунча ўзгарили. Кўпчилик кристаллар учун бу боғланиш унча сезиларли эмас, аммо бაъзи ҳолларда у сезиларли бўлади. Масалан, метал In учун келтирилган 2.9-чизмада паст температуralар соҳасида Дебай температураси  $\theta(T)$  ҳатто минимумга эга бўлади.

Ө эластиклик доимиylарига боғлиқ. Кучли атомлараро таъсирили (олмос) кристалларда  $\theta$  нинг қиймати юқори.

Ө нинг ҳар хил усул билан аниқланган қийматлари ҳам бирбиридан фарқ қиласиди.

Дебай температураси юқори ( $T > \theta$ ) ва паст ( $T < \theta$ ) температура соҳаларини ажратиб туради. Юқори температуralарда мумкин



2.9-чизма. Дебай  $\theta$  температурасининг мутлақ  $T$  га боғланиши.

бўлган барча тақрорийликдаги тебранишлар мавжуд бўлади, паст температураларда эса  $T$  га қараб муайян оралиқдаги тебранишларгина уйғонган бўлади,  $T$  пасайиб борган сайин уйғонган тебранишлар оралиғи торайиб (кичик тақрорийликлар томон) боради. Бу қаттиқ жисмлар хоссаларини аниқлашда муҳимдир.

### Масалалар ва саволлар

1. Кристалл панжараси доимийси  $a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $\lambda = 10a$  бўлган ҳол учун, чизигий содда панжара учун ω тақрорийликни ҳисобланг.
2.  $a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $\beta = 3 \text{ м}^2 \cdot \text{кг}/\text{с}^2$ ,  $m = 10^{-26} \text{ кг}$  ҳолда чизигий панжарарада товуш тезлиги қандай бўлади?
3.  $q = \pi/2a$  бўлганда фазавий ва гуруҳий тезликлар нисбатини аниқланг?
4.  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ ,  $m' = m'' = m$  бўлганда икки хил атомли панжара ради атомлар тебранишлари тақрорийлиги қандай ифодаланади?
5. Атомлар тебранишлари тармоқлари номлари қандай асосда келиб чиқкан?
6. Уч ўлчовли (фазовий) кристалл панжараси ҳолида тебранишларни гармоник тақрибида қараш учун потенциал энергия кўриниши қандай бўлади?
7. Биринчи Бриллюэн зонаси ҳажмини аниқланг. Кубик панжара учун  $a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$  деб ҳисобланг?
8. Атомистик ва континуал услублар тафовутини тушунтиринг.
9. Фононларнинг фотонлардан тафовутлари қандай?
10. Дебай температураси нимани ифодалайди? У  $T$  температурага боғлиқми?

---

## III БОБ

### ФИЗИК СТАТИСТИКА ҚОНУНЛАРИ

Жуда кўп сонли зарралардан (молекулалар, атомлар, электронлар ва ҳоказолардан) таркибланган системалар бўлмиш макроскопик жисмларнинг хоссаларини таркибидаги зарралар хоссалари ва ўзаро таъсири асосида ўрганадиган физика бўлимини *статистик физика* дейилади.

Қаттиқ жисмлар жуда кўп микрозарралардан тузилганилиги маълум. Шунинг учун қаттиқ жисм физикасини ўрганиш давомида статистик қонуниятлар муҳим ўрин тутади, бинобарин, улар ҳақида, ҳеч бўлмагандаги, асосий маълумот билан танишиш албатта зарур.

Кўп зарралардан таркибланган система зарраларининг ҳар бир вақт моментидаги координата ва тезликларини билиш амалда бажариб бўлмайдиган масала бўлибгина қолмасдан, бундай маълумот макросистема хоссаларини аниқлаш имконини бермайди.

Бундай системаларни талқиқлашда эҳтимоллик тушунчасига асосланган статистик қонуниятлар билан иш кўрилади. Эҳтимоллик тасодифий ҳодисаларга (воқеаларга) тегишли бўлади. Масалан, идеал газ молекулаларининг тўқнашишлари ва унинг айни пайтда қандай тезликка (импульсга, энергияга) эга бўлишлиги тасодифий воқеадир. Тасодифий воқеалар мурайян эҳтимоллик билан юз беради. Бирор катталиктининг бирор сон қийматига эга бўлишлиги тасодифий воқеа бўлади. Бундай катталикларни тасодифий катталиклар дейилади. Молекуланинг тўқнашишини тасодифий воқеа дедик, бунда унинг тезлиги ҳам тасодифан ўзгаради, демак тезлик тасодифий катталикидир.

Баъзи бир физик катталиклар тасодифий бўлгани ҳолда узлуксиз ёки узилишли қийматлар спектрига эга бўлиши мумкин.

Статистик назариялар асосан тасодифий воқеаларнинг ўзини эмас, балки уларни тавсифлайдиган тасодифий катталикларни тадқиқ қилади.

Бирор тасодифий воқеа  $N$  та синовда  $n_i$  марта юз берса, математик эҳтимоллик

$$W_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i}{N}. \quad (3.1)$$

кўринишда ифодаланади.

Физикада тасодифий катталиқ кўпинча вақт ўтиши билан ўзгариб боради. У ҳолда системанинг бирор ҳолатда бўлишлик эҳтимоллиги

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\Delta t}{T}, \quad (3.2)$$

бунда  $T$  — кузатиш тўла вақти,  $\Delta t$  — системани мазкур ҳолатда бўлиш вақти.

Эҳтимоллик назариясида, статистикада тақсимот функцияси тушунчаси марказий ўрин тутади.

Тасодифий катталиқ бир-бирига яқин жуда кўп қийматларга (узлуксиз спектрға) эга бўлиши мумкин. Бу ҳолда шу катталиктин мумкин бўлган қийматлариининг қандайдир оралиғидаги қийматларга эга бўлиш эҳтимоллиги ҳақида гапириш мумкин. Масалан, х катталиктин (молекула координата-сининг)  $x$ ,  $x+dx$  оралиқда бўлиш эҳтимоллиги  $dW(x)$  орқали белгиланади. Агар бу эҳтимоллик чексиз кичик  $dx$  оралиқда қаралса, уни  $dW(x)$  орқали белгиланади.  $dW(x)$  эҳтимоллик  $x$  нинг қиймати функцияси  $f(x)$  бўлади ва  $dx$  оралиқقا пропорционал бўлади:

$$dW(x)=f(x)dx. \quad (3.3)$$

Демак, мазкур тасодифий катталиктин эҳтимолликларининг барча қийматлари тақсимотини  $f(x)$  функция тавсифлайди, уни тақсимот функцияси ёки эҳтимоллик зичлиги дейилади:

$$f(x)=dW(x)/dx \quad (3.4)$$

Бу тақсимот функциясининг турли ҳоллардаги кўринишини аниқлаш статистик физиканинг асосий вазифасидир.

Тасодифий катталиктининг барча имкониј қийматлари эҳтимолликлари йигиндиси (интеграл) ишончли воқеа эҳтимоллигига, яъни 1 га тенг бўлади:

$$\sum_i w_i(x) = 1 \quad \text{ёки} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (3.5)$$

Бу ифодани нормалаш (мөъёрлаш) шарти дейилади.

Тасодифий катталиктининг ўртача қийматларини аниқлаш жуда муҳим масала, чунки статистика ҳисоблаб чиқадиган ўртача катталиклар термодинамик (макроскопик) системалар ҳолатини аниқлайдиган катталикларга тенг бўлади. Шу тарзда статистик физика термодинамик катталикларнинг физик маъносини тушунтиради.

### 3.1. Тасодифий катталикларнинг ўртача қийматлари

Тасодифий  $x$  катталик  $N$  та синовда (кузатишда)  $w_1$  эҳтимоллик билан  $n_1$  марта  $x_1$  қийматни,  $w_2$  эҳтимоллик билан  $n_2$  марта  $x_2$  қийматни ва ҳоказо, ниҳоят,  $w_k$  эҳтимоллик билан  $n_k$  марта  $x_k$  қийматни оладиган бўлсин. У ҳолда  $N$  та синовда  $x$  тасодифий катталик оладиган қийматлар йигиндиси

$$x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k,$$

бир синовга тўғри келадиган ўртача қиймат

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{N}. \quad (3.6)$$

$N$  кага бўлса,  $\bar{x}$  бирор тайинли лимитга (чегаравий қийматга) интилади:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{x} = x_1 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} + x_2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_2}{N} + \dots + x_k. \quad (3.7)$$

Одатда  $N$  жуда катта деб ҳисобланиб, ўртача қиймат

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k x_i w_i \quad (3.7')$$

кўринишда ифодаланади.

Агар тасодифий катталик (масалан, газ молекуласи тезини) үзүүкенін үзгәрадиган бўлса (3.7<sup>1</sup>)даги интеграл билан алмаштирилади:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x d w(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx . \quad (3.8)$$

$x$  тасодифий катталигининг квадрати ўртачаси қўйилаги ифодалар бўйича топилади:

$$\left( \overline{x^2} \right) = \sum_{i=1}^k x_i^2 w_i \quad \text{ёки} \quad \left( \overline{x^2} \right) = \int x^2 f(x) dx . \quad (3.9)$$

Шунингдек,  $x$  нинг  $F(x)$  функшяси ўртачаси ҳам ҳисобланниши мумкин:

$$\begin{aligned} \overline{F} &= \sum_{i=1}^k F(x_i) w_i \quad \text{ёки} \\ \overline{F} &= \int F(x) f(x) dx \end{aligned} \quad (3.10)$$

Жуда кўп ҳолларда ўртача қийматдан четланишларни қараш керак бўлди. Аммо, ўртача четланиш ҳамма вақт нол қиймат беради:

$$\overline{(x - \bar{x})} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x}) f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx - \bar{x} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \bar{x} - \bar{x} = 0 . \quad (3.11)$$

Ўртачадан четланиш квадратининг ўртачасини тасодифий катталигининг дисперсияси дейилади:

$$\overline{\Delta x^2} = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 w_i \quad \text{но} \quad \overline{\Delta x^2} = \int (x - \bar{x})^2 f(x) dx . \quad (3.12)$$

Бу ифоданинг иккаласи ҳам

$$\overline{\Delta x^2} = \overline{(x - \bar{x})^2} = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad (3.12')$$

Кўрининча келади.

Дисперсиядан олинган квадрат издижини, физик катталиклар қарашданна, флуктуация дейилади:

$$\sqrt{\Delta x^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 w_i}, \quad \text{да} \quad \sqrt{\Delta x^2} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx}. \quad (3.13)$$

### 3.2. Тақсимот функциялари мисоллари

Статистиканинг асосий вазифаларидан бири тасодифий катталиклар тақсимот функцияларини аниқлашдир. Биз бир неча мисоллар билан чегараланимиз.

1. *Пуассон тақсимоти.* Бу тақсимот, масалан, мазкур ҳажмдаги молекулалар сони ёки муайян вақтда буғланиб кетган зарралар миқдорини тасвирлайди. Унинг кўриниши:

$$w(x) = (a^x / x!) e^{-a}. \quad (3.14)$$

Бундаги  $a$  тасодифий  $x$  катталиктининг ўртача  $\bar{x}$  қийматларини ифодалайдиган ўзгармас сон:  $a = \bar{x}$ .

2. *Экспоненциал тақсимот.* Бундай тақсимот, масалан, радиоактив парчаланиш, релаксацион ҳодисалар, молекулалар сонининг баландлик бўйича ўзгиришини текширилганда ўринли бўлади. Унинг кўриниши:

$$f(x) = \text{const } e^{-\alpha x} \quad (0 \leq x < \infty) \quad (3.15)$$

Нормалаш шартидан  $\text{const} = \alpha$ , бинобарин,

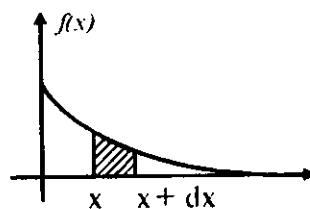
$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x}, & (0 \leq x < \infty \quad \text{да}); \\ 0, & (x, -\infty < x < 0 \quad \text{да}), \end{cases} \quad (3.15^1)$$

Бундай тақсимот учун  $\bar{x} = \frac{1}{\alpha}$ , шунинг учун

$$f(x) = \frac{1}{\bar{x}} e^{-\frac{x}{\bar{x}}} \quad (3.15^2)$$

3. *Гаусс тақсимоти.* Бу тақсимот хатоилар назариясида, газда тезликлар проекциялари тақсимланишида, броун ҳаракатида учрайди. Унинг кўриниши:

$$f(x) = \text{const } e^{-\beta x^2}. \quad (3.16)$$



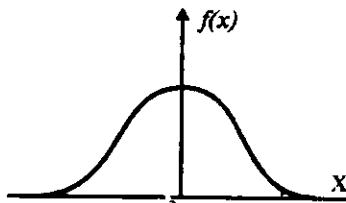
3.1-чи изма. Экспоненциал тақсимот графиги.

Нормалаш шарти  $\text{const} = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}}$  ни, ўртачалаш  $\frac{x^2}{x^2} = \frac{1}{2} \beta$  қийматларни беради ва узил-кесил Гаусс тақсимоти

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{x^2}} \quad (3.16)$$

кўринишни олади.

4. Делта - функция.  $\delta(x-x_0)$  кўринишда белгиланадиган бу функция  $x=x_0$  нуқтадан бошқа барча нуқталарда нолга тенг ва 1 га нормаланган.



$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) dx = 1, \quad (3.17)$$

3.2-чи зама. Гаусс тақсимоти графиги.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) \delta(x - x_0) dx = F(x_0). \quad (3.18)$$

Бунда

$$f(x) = \delta(x - x_0). \quad (3.19)$$

Бу кўрилганлардан бошқа функциялар ва тақсимот қонунлари математика ва физикада кўп учрайди.

### 3.3. Бир неча тасодифий катталиклар учун тақсимот функцияси

Учта  $x, y, z$  мустақил тасодифий катталиктининг бир вақтда  $dx, dy, dz$  оралиқларда бўлиш эҳтимоллиги

$$dW(x, y, z) = dW(x)dW(y)dW(z) = f(x)f(y)f(z)dx dy dz, \quad (3.20)$$

тақсимот функцияси

$$f(x, y, z) = f(x)f(y)f(z) = \frac{dW(x, y, z)}{dx dy dz}, \quad (3.21)$$

$n$  та мустақил тасодифий катталиклар учун тақсимот функцияси  $n$ -ўлчовли

$$f(x, y, \dots, t) = f(x)f(y)\dots f(t) \quad (3.22)$$

бўлади. Бу функциялар учун олдингидек нормалаш шарти ёзилади, ўртача катталикларни топиш қоидалари ўринли бўлади.

### 3.4. Максвелл тақсимоти

Статистик физика тарихида биринчи бўлиб Максвелл идеал газ молекулаларининг тезликлар бўйича тақсимотини келтириб чиқарган. Сўнгра, Болцман бирор потенциал майдондаги идеал газни қараб, Максвелл тақсимотини бу ҳолга тадбиқлаган. Бу тақсимотлардан айрим ҳолларда қаттиқ жисм физикасида ҳам самарали фойдаланилади. Шу сабабдан бу тақсимотлар билан танишиш керак бўлади.

Маълумки идеал газ молекулалари масофада ўзаро таъсирлашмайдиган, тартибсиз ҳаракатдаги эркин зарралар бўлиб, улар тўқнашганлардагина эластик ўзаро таъсир юз берали. Газ мувозанатда деб ҳисоблаймиз.

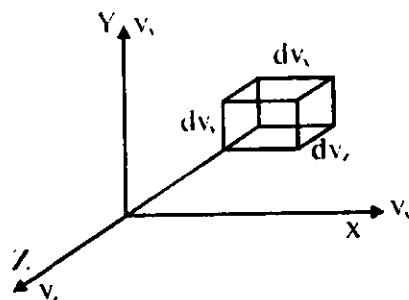
Тезликлар фазосида молекулани тезлиги  $Ox$  ўқ бўйича ташкил этувчисининг  $v_x, v_x+dv_x$  оралиқда бўлиш эҳтимоллиги

$$dW(v_x) = f(v_x^2) dv_x \quad (3.23)$$

бўлади, бунда  $f(v_x^2)$  тақсимот функцияси  $v_x$  нинг катталигига боғлиқ бўлади, ҳолос, шунинг учун у  $v_x^2$  га боғлиқ бўлиши керак. Ҳудди шунингдек молекула тезлиги  $Oy$  ва  $Oz$  ўқ бўйича ташкил этувчиларининг  $v_y, v_y+dv_y, v_z, v_z+dv_z$  оралиқларда бўлишлиги эҳтимолликлари:

$$dW(v_y) = f(v_y^2) dv_y \text{ ва } W(v_z) = f(v_z^2) dv_z. \quad (3.24)$$

Барча йўналишлар тенг хуқуқли бўлганидан  $F(v_x^2), f(v_y^2), f(v_z^2)$   $f(v_z^2)$  функциялар бир хил кўринишда бўлишлиги керак.



3.3-чизма. Тезликлар бўйича тақсимотга доир.

Молекуланинг тезлиги ташкил этувчилари бир вақтда  $v_x$ ,  $v_x + dv_x$ ,  $v_y$ ,  $v_y + dv_y$ ,  $v_z$ ,  $v_z + dv_z$  оралиқларда бўлиш эҳтимоллиги:

$$dW(v_x, v_y, v_z) = f(v_x^2) f(v_y^2) f(v_z^2) dv_x dv_y dv_z. \quad (3.25)$$

Иккинчи томондан, молекула  $\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  тезлигининг  $dv_x dv_y dv_z$  тезликлар фазоси ҳажмида бўлиши эҳтимоллиги:

$$dW(v_x, v_y, v_z) = f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dv_x dv_y dv_z. \quad (3.26)$$

(3.25) ва (3.26) ифодани соддалаштирсак,

$$f(v_x^2) f(v_y^2) f(v_z^2) = f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = f(v^2) \quad (3.27)$$

Бу тенгламани

$$f(v_x^2) = A^{-\frac{1}{2}} e^{-\alpha v_x^2}, f(v_y^2) = A^{-\frac{1}{2}} e^{-\alpha v_y^2}, f(v_z^2) = A^{-\frac{1}{2}} e^{-\alpha v_z^2}$$

ва

$$f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = A e^{-\alpha(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} = f(v^2)$$

$$dW(v^2) = A e^{-\alpha v^2} dv_x dv_y dv_z$$

функциялар қаноатлантирали. Нормалаш интеграли яқинлашувчи бўлишилиги  $\alpha = -\beta < 0$  талабни қўяди.

$$\text{Нормалаш шартидан: } A = \left( \frac{\beta}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Молекуланинг ихтиёрий I йўналишдаги тезлиги ташкилловчиси учун

$$f(v^2) = \left( \frac{\beta}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\beta v^2} \quad (3.28)$$

Тезликнинг мутлоқ қиймати бўйича тақсимотни топиш учун сферик координаталарга ўтамиз, бунда

$$dv_x dv_y dv_z = v^2 dv \sin\theta d\theta d\phi$$

в2

$$dW(v, \phi, \theta) A e^{-\beta v^2} v^2 dv \sin \theta d\theta d\phi.$$

Молекулалар ҳаракати изотроп бўлганлиги учун бурчаклар бўйича интеграллаш бажарсак,

$$dW(v) = 4\pi A e^{-\beta v^2} v^2 dv \quad (3.29)$$

Демак, бу ҳол учун тақсимот функцияси

$$f(v) = 4\pi A v^2 e^{-\beta v^2} \quad (3.30)$$

ёки  $A = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}}$  эканлиги эътиборга олинса,

$$f(v) = 4 \left(\frac{\beta^3}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} v^2 e^{-\beta v^2}. \quad (3.30')$$

Шу тақсимотни Максвелл тақсимоти дейилади. Бундаги  $\beta$  параметр мутлоқ  $T$  температура билан боғланган. Буни кўрсатиш учун молекулаларнинг идиш деворининг  $1 \text{ см}^2$  га  $1 \text{ с}$  да урилишида берадиган импулси – босими ҳисобланади:

$$p = \frac{m n_0}{2\beta}, \quad (3.31)$$

бунда,  $m$  – молекула массаси,  $n_0 = 1 \text{ см}^3$  даги молекулалар сони,  $p$  – босим. (3.31) ифодани идеал газ ҳолат тенгламаси  $PV - RT$  билан таққосласак, оқибатда  $\bar{V}$

$$\beta = \frac{m}{2kT} \quad (3.32)$$

муносабат келиб чиқали.

Энди

$$f(v_i^2) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{mv_i^2}{2kT} \right), \quad (3.28)$$

$\vec{P} = m\vec{v} (mv_x, mv_y, mv_z)$  импулс орқали,  $E=mv^2/2$  кинетик энергия орқали Максвелл тақсимоти қуидагича ёзиб олинали:

$$f(p) = 4\pi (2\pi mkT)^{-\frac{3}{2}} p^2 \exp \left( -\frac{p^2}{2mkT} \right), \quad (3.33)$$

$$f(E) = \sqrt{\frac{4}{\pi (kT)^3}} \sqrt{E} \exp \left( -\frac{E}{kT} \right). \quad (3.34)$$

Максвелл тақсимоти асосида характеристик тезликларни топиб олинади.

1. Энг эҳтимолли тезлик  $\frac{df(v)}{dv} = 0$  шартидан топилади, у

Максвелл тақсимоти максимумига түғри келади. (3.30'') дан:

$$v_{\text{мз}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (3.35)$$

2. Ўртача тезлик қуидаги ифодани аниқлайди:

$$\bar{v} = \int_0^\infty v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (3.36)$$

3. Ўртача квадратик тезлик:

$$\bar{v^2} = \int_0^\infty v^2 f(v) dv = \frac{3kT}{m}. \quad (3.37)$$

4. Молекуланинг илгариланма ҳаракати ўртача кинетик энергиясини ҳам аниқлаш мумкин. У ўртача квадратик тезлик орқали ифодаланиши маълум:

$$\bar{E}_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT. \quad (3.38)$$

Демак,  $\bar{E}_k$  молекула табиатига боғлиқ эмас, фақат газнинг мутлоқ Т температурасига пропорционал.

5. Максвелл тақсимоти асосида ўртача нисбий тезликларни ҳам аниқлаш мумкин:

$$\bar{v}_{\text{нис}} = \sqrt{2} \bar{v} \quad (3.39)$$

### 3.5. Классик статистик физиканинг асосий тасаввурлари

Олдин айтиб ўтилганидек, кўп сонли зарралар ҳаракатлари ҳақидаги масалани механика еча олмайди, уни статистик усуллар билан ечилади. Статистик физикада бир неча муҳим тушунчалар киритилган.

Физик системанинг мувозанатий ҳолатларида турли макроскопик параметрлар ўзгармайди. Масалан, термодинамик, кимёвий ёки механик мувозанатлар мавжуд. Мисол учун, мазкур ҳажмдаги газнинг термодинамик мувозанатида системанинг температура ва босими ўзгармайди. Газнинг ҳар қандай мувозанатий макроскопик ҳолатига молекулаларнинг жуда кўп турли вазиятлари ва ҳаракатлари тўғри келади, чунки молекулалар узлуксиз ҳаракат қилиб туради, тўқнашишади, бинобарин, улар ўз жойларини ва тезликларини ўзгартириб туради, аммо системанинг макроҳолати ўзгармайди. Демак, битта макроскопик ҳолатга жуда кўп микроҳолатлар мос келади, ҳар қандай макроскопик катталиклар микроскопик катталикларнинг функциялари бўлади.

Системанинг бир макроҳолатига тўғри келган микроҳолатлар тўплами статистик ансамбл деб аталган.

Мазкур система макроҳолатига мос келган микроҳолатлар сонини термодинамик эҳтимоллик дейилади.

Статистик физикада фазалар фазоси деган тушунча бор.

Мисол учун, молекулани нуқтавий зарра деб қарасак, унинг З та координатаси ва З та импулс ташкил этувчилари бор. Агар координаталар ва импулслар фазоси фаразий тушунчасини киритилса, бир молекуланинг ҳолати 6 та ўлчов (6 та фазалар фазоси координаталари) орқали аниқланади. Агар система N та молекуладан (атомдан) иборат бўлса, уларнинг ҳолатларини  $6^N$  та катталик аниқлайди, бунда фаразий  $6^N$

ўлчовли ( $x_1, x_2, \dots, x_n$  координатали) фазалар фазоси тушунчаси киритилади ва бу фазода системанинг бир микроҳолати нуқта билан тасвирланади, уни фаза ҳам дейилади. Фазалар фазосида кичик  $dx_1, dx_2, \dots, dx_n$  ҳажмга ажратамиз. Бу ҳолда система-нинг шу қисмчада бўлишилиги эҳтимоллиги

$$W(x_1, x_2, \dots, x_{6N}) = w(x_1, x_2, \dots, x_{6N}) \underbrace{dx_1, dx_2, \dots, dx_{6N}}_{6N \text{шт}} \quad (3.40)$$

бўлади. Уни қисқароқ қилиб

$$dW(x) = w(x)(dx)^{6N} \quad (3.40')$$

кўринишда ифодаланади,  $w(x)$ -эҳтимоллик зичлиги ёки тақсимот функциясиdir.

Системанинг фазалар фазосининг чекли  $\Gamma$  ҳажмда бўлиш эҳтимоллиги

$$dW(\Gamma) = \int_{\Gamma} dW(x) = \int_{\Gamma} w(x) (dx)^{6N}. \quad (3.41)$$

Бу ҳолда нормалаш шарти:

$$\int_{\Gamma \rightarrow -\infty} w(x) (dx)^{6N} = 1. \quad (3.42)$$

Фазалар фазосининг бирлик ҳажмидаги нуқталар (микроҳолатлар) сони  $\rho$  бўлсин. Статистиканинг муҳим теоремаларидан бири Лиувилл теоремаси тасдиқлайди:

Фазалар траекторияси бўйлаб ҳаракатланганда  $\frac{d\rho}{dt} = 0$  бўлади, яъни фазалар фазосидаги кичик ҳажмча вақт ўтиши билан кўча бориб ўз катталигини сақлайди:

$$(dx)_0^{6N} = (dx)_t^{6N}. \quad (3.43)$$

Лиувилл теоремасидан қўйидаги натижа бевосита келиб чиқади: тақсимот функцияси умумлашганд  $q_i$  координаталар ва  $p_i$  импулсларнинг вақт ўтиши билан ўзгармайдиган бирлашмалари орқали ифодаланиши керак. Фақат ҳаракатнинг механик интеграллари шундай хоссага эгадир. Тақсимот функцияси шу

интегралга бөглиқ бўлиши ва бинобарин, ўзи ҳам ҳаракат интеграли бўлиши керак. Демак, мувозанат шароитида тақсимот функциясини ва система ҳолатини энергия аниқлаши керак.

Макроскопик катталиклар фазалар фазоси бўйича ўртачалаштирилган микроскопик катталикка тенг бўлади. Масалан, ҳар қандай микроскопик физик  $F$  катталик  $F(x)$  функцияning ўртаси сифатида аниқланади:

$$F = \overline{F}^x = \int_{\Gamma} F(x) w(x) dx = \overline{F^t} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} F(x, t) dt . \quad (3.44)$$

Вақт бўйича ва ансамбл бўйича ўртача қийматларнинг айнанлиги эргодик фараз дейилади.

### 3.6. Гиббснинг каноник тақсимоти

Термостатда жойланган изотермик система учун  $w(x)$  тақсимот функциясини топайлик. Қараладиган системани янада катта системанинг қандайдир қисми деб ҳисобланади. Бу қисмни иккита  $x'$  ва  $x''$  системачаларга ажратамиз. Бу системачаларда тақсимот функциялари уларнинг тўла  $H(x, a)$  энергияларига боғлиқ деб ҳисоблаймиз, яъни

$$w(x') = w(H'(x', a')), \quad (3.45)$$

$$w(x'') = w(H''(x'', a'')). \quad (3.46)$$

Бунда  $x$  — системанинг  $6N$  та (ички) параметри,  $a$  — ташки параметрлари.

Изотермик системанинг тўла энергияси

$$H(x, a) = H'(x', a') + H''(x'', a'') + V_{12} \quad (3.47)$$

Бундаги  $V_{12}$  — системачалар орасидаги ўзаро таъсир энергияси. Уни  $H'$  ва  $H''$  га нисбатан кичик қилиш учун тизимчалар етарлича катта қилиб олинади. Шундай қилиб,

$$H = H' + H''. \quad (3.48)$$

Мустақил ички тизимчадан иборат тизим учун тақсимот функцияси

$$w(H'+H'')=w(H')w(H''). \quad (3.49)$$

(3.49) ни логарифмлаб, сўнг дифференциаллаймиз:

$$\ln w(H'+H'')=\ln w(H')+\ln w(H''),$$

$$d\ln w(H'+H'')=d\ln w(H')+d\ln w(H'')$$

$$\text{ёки } (\ln w(H'+H''))'/(dH'+dH'')=(\ln w(H'))'/dH'+(\ln w(H''))'/dH''.$$

$dH'$  ва  $dH''$  дифференциаллар мустақил нолга айланиши мумкин деб ҳисоблаб,

$$(\ln w(H'+H''))'=(\ln w(H'))'=(\ln w(H''))'=\alpha$$

муносабатни оламиз, бунда  $\alpha$  — қандайдир ўзгармас катталик, чунки турли аргументли функциялар ҳосиласи фақат үлар ўзгармас бўлгандагина бир-бираига тенг бўла олади.

Охирги тенглиқни интегралласак,

$$\ln w(H)=\alpha H+\beta \quad (3.50)$$

ифода ҳосил бўлади, бундан:

$$w(x)=e^{\alpha x+\beta}. \quad (3.51)$$

Бу ифодада  $\alpha<0$  бўлиши нормалаш шартидан келиб чиқиши равшан, шунинг учун қўйидагича белгилаш қиласиз:

$$\alpha=-\frac{1}{\theta}, \quad \beta=\frac{\psi}{\theta} \quad (3.52)$$

Энди (3.51) ифода

$$w(x)=e^{\frac{\psi-H}{\theta}} \quad (3.53)$$

кўринишга келади. Бу ифодани Гиббснинг каноник тақсимоти дейилади.  $\theta$  ни каноник тақсимот модули дейилади.  $\psi$  доимийни нормалаш шартидан аниқланади:

$$\int_{\Gamma} w(x) (dx)^{6N} = 1. \quad (3.54)$$

Гиббс каноник тақсимотини келтириб чикиришда қаралётган системада ўзаро таъсир кичик ва температура доимий деб ҳисобланади.

Зарралар бир-биридан фарқланмайдиган ҳолда (масалан, электронлар гази қаралганда) фарқланадиган ҳолдагига нисбатан ўрин алмаштиришлар сони  $N!$  марта кам, шунинг учун бу ҳолда

$$w(x) = \frac{1}{N!} e^{\frac{\psi - H}{\theta}}, \quad (3.55)$$

аммо  $1/N!$  кўп ҳолда нормаланадиган доимийга таъсир қилмайди ва уни тушириб қолдириш мумкин.

Энди Гиббс каноник тақсимотининг асосий хоссалари ва натижалари устида тўхталашиб.

1. (3.54) нормалаш шартидан ташқи  $a$  параметр бўйича дифференциал олсак, сўнг уни 0 га тенгласак,

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial a_k} \right)_\theta = \left( \frac{\overline{\partial H}}{\partial a_k} \right)_0 \quad (3.56)$$

муносабат келиб чиқали.  $\left( \frac{\overline{\partial H}}{\partial a_k} \right)_0$  ҳосила ўргача (термодинамика) умумлашган А қуч ифодасини беради, яъни

$$\left( \frac{\overline{\partial H}}{\partial a_k} \right)_\theta = -\overline{A}_k = \left( \frac{\partial \psi}{\partial a_k} \right)_\theta \quad (3.57)$$

2. Яна нормалаш шартини  $\theta$  бўйича дифференциаллаб, сўнг нолга тенгласак,

$$\theta \left( \frac{\partial \psi}{\partial a_k} \right)_a = \psi - \bar{H} \quad (3.58)$$

муносабат келиб чиқади. Аммо, системанинг ўртача энергияси  $H$  ички термодинамик  $U$  энергияга тенг бўлганлиги учун

$$U = \psi - \theta \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)_a \quad (3.59)$$

3. Олдин кўрганимиздек, қандайдир  $F(x, a)$  функциянинг ўртача қиймати

$$\bar{F} = \int_{\Gamma} F(x, a) e^{\frac{\psi - H}{\theta}} (dx)^{6N}. \quad (3.60)$$

ифодадан аниқланади.

4. (3.60) ифода бўйича:

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \theta} = \frac{1}{\theta^2} (\bar{F} - \bar{F})(H - \bar{H}). \quad (3.61)$$

5. Шунингдек,

$$\left( \frac{\partial \bar{F}}{\partial a} \right)_\theta = \left( \frac{\partial F}{\partial a} \right)_\theta - \frac{1}{\theta} (\bar{F} - \bar{F}) \left( \frac{\partial H}{\partial a} - \frac{\partial \bar{H}}{\partial a} \right). \quad (3.62)$$

Каноник тақсимотнинг параметрлари  $\theta$  ва  $\psi$  нинг физик маъносини аниқлайлик.

1. Гиббс тақсимот қонуни, термодинамиканинг биринчи қонуни ва (3.59) ифодадан фойдаланиб,  $\frac{\delta Q}{\theta} = d \left( - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)_a$  бўлишилигини аниқланади,  $\theta$  интегралловчи кўпайтиувчи эканлиги маълум бўлади. Демак, мутлоқ темпера- турат  $T$  температуранинг ўхшаши (статистик температура) бўлади. Ҳисобнинг натижасига кўра,

$$\theta = kT \quad (3.63)$$

бўлишилиги топилади.

2.  $\theta = kT$  ва  $a = V$  деб олинса, (3.59) дан

$$U = \psi - T \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_T \quad (3.64)$$

ифода келиб чиқади. Буни биринчи қонунга қўйилса,

$$-\left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_T = S, \quad -T \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_T = ST$$

эркин энергиянинг

$$\psi = F - TS \text{ ёки } F = \psi + \overline{H} - TS \quad (3.65)$$

ифодаси келиб чиқади. Демак,  $\psi = F$  термодинамик эркин энергиянинг ўзи экан.

3. Энди (3.53) ни (3.54) нормалаш шартига қўйиб,  $\psi$  ни яккаласак,

$$\psi = -\theta \ln \int_{\Gamma} e^{-\frac{H}{\theta}} (d\Gamma)^{6N} = -\theta \ln Z \quad (3.66)$$

ифодани оламиз. Бундаги

$$Z = \int_{\Gamma} e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (3.67)$$

интегрални ҳолатлар интеграли дейилади. Агар энергия қийматлари дискрет бўлса, у ҳолда (3.67) ўрнига

$$Z = \sum_{i=1}^n e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (3.67')$$

статистик йигинидан фойдаланилади, бунда  $E_i$  дискрет энергия спектрида  $i$  – ҳолат энергияси. Бу ҳолда ҳам (3.66) муносабат ўз кучини сақлади.

### Максвелл-Болцман тақсимоти

Гиббс каноник тақсимотидан кинетик энергиядан бошқа потенциал энергияга эга бўлган газ зарралари учун Максвелл-Болцман тақсимотини келтириб чиқариш мумкин. Бир зарранинг энергияси бу ҳолда

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} + V(x, y, z) \quad (3.68)$$

Зарранинг (молекуланинг) импулси  $p_x, p_x \leftrightarrow dp_x; p_y, p_y \leftrightarrow dp_y; p_z, p_z \leftrightarrow dp_z$  оралиқда, координаталари  $x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$  оралиқда бүлган ҳолати әхтимоллиги

$$dw(p_x, p_y, p_z, x, y, z) = \text{const} \cdot \exp\left(\frac{-\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} - V(x, y, z)}{kT}\right) dp_x dp_y dp_z dx dy dz \quad (3.69)$$

бүлади. Бу Максвелл-Болцман тақсимотидир.

### 3.7. Гиббснинг катта каноник тақсимоти

Термодинамикада зарралар сони ўзгарувчан бүлган системалар учун  $\mu$  кимёвий потенциал киритилади, у эркин энергиядан зарралар сони бүйіча олинган ҳосила сифатида ифодаланади:

$$\mu = \left( \frac{\partial \psi}{\partial N} \right)_{V, T}. \quad (3.70)$$

Бундан:

$$\psi = \mu N + \Omega(\mu, V, T) \quad (3.71)$$

ифола олинади ( $\Omega$  - термодинамик потенциал).

Бу ҳолда тақсимот қонуни

$$w(N) = \frac{1}{N!} \exp\left(\frac{\Omega + \mu N - H}{\theta}\right) \quad (3.72)$$

күринишида бүлади, уни Гиббснинг катта каноник тақсимоти дейилади.  $\Omega$  термодинамик потенциал нормалаш шартидан аникланади.

Үртәчә қыйматлар олдин күрилған қоида асосида ифодаланади:

$$\bar{N} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} \int_{\Gamma} N \exp \frac{\Omega + \mu N - H}{kT} (dx)^{6N},$$

$$\bar{H} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} \int_{\Gamma} H \exp \frac{\Omega + \mu N - H}{kT} (dx)^{6N}.$$

Бу тақсимот учун ҳолатлар интеграли вазифасини

$$Z = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\exp \left( \frac{\mu N}{kT} \right)}{N!} \int_{\Gamma} e^{-\frac{H}{kT}} (dx)^{6N}$$

ифода бажаради,  $\Omega$  эса

$$\Omega = -kT \ln Z \quad (3.73)$$

муносабат орқали аниқланади. Яна олинган

$$\left( \frac{\partial \Omega}{\partial V} \right)_{T, \mu} = -p, \quad \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{V, T} = -\bar{N} \quad (3.74)$$

ифодалар  $\Omega$  нинг маъносини ошкор қилади.

### 3.8. Квант статистика асослари

Микрозарралар дунёсида классик физика қонунлари ишламай қолади. Улар макрожисмлардан фарқли ҳоссаларга эга: элементар зарралар (электронлар, протонлар, нейтронлар ва ҳоказо) ҳам зарра, ҳам тўлқин табиатга эга бўлади, бир вақтда уларнинг жойи ва импулсини аниқ ўлчаб бўлмайди, бинобарин, микрозарралар ҳолатини бир вақтда координаталар ва импулслар ёрдамида тасвирилаб бўлмайди. Микрозарралар спин моментлари, магнитик моментларга эга, уларнинг энергияси қийматлари узук-узуқ спектр ташкил қилади, физик системалар ҳолатини квант механикада Шредингер тенгламаси тасвирилайди. Микрозарраларнинг барчаси бир биридан фарқланмайди. Хуллас, квант системаларда ўзига хос қонуниятлар асосида маҳсус ҳоссалар мавжуд.

Квант системаларининг статистик қонуниятларини квант статистикаси ўрганади.

Бу ҳолда фазалар фазоси бўйича барча интеграллар ўрнини квант системасининг барча хусусий ҳолатлари бўйича йигиндилар олади:

### Статистик йигинди

$$Z = \sum_{i=1}^n \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right) \quad (3.75)$$

бўлади, аммо  $\Omega = -kT \ln Z$  ифода сақланади.

Энергиялар бўйича тақсимот функцияси

$$W_i(E_i) = \text{const} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right) \quad (3.76)$$

нормалаш шарти

$$\sum_{i=1}^{\infty} W_i(E_i) = \text{const} \sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right) = 1, \quad (3.77)$$

энергиянинг ўртача қиймати

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} E_i \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right)}{\sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right)} \quad (3.78)$$

кўринишда бўлади.

(3.73) ифодани бошқачароқ қилиб ёзиб олайлик.  $i$ -ҳолат энергиясини  $\epsilon_i$ , ундаги зарралар сонини  $n_i$  деб олсак, бу ҳолатдаги зарралар умумий энергияси  $n_i \epsilon_i$ , энди  $N=n_i$  бўлади.

Демак, бу ҳолатга мос термодинамик потенциал

$$\Omega_i = -kT \ln \sum_{n_i} \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i} \quad (3.79)$$

кўринишда бўлади.

$i$  — ҳолатдаги зарралар ўртача сони

$$-\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} = \frac{\sum_{n_i} n_i \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i}}{\sum_{n_i} \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i}} = \overline{n_i}. \quad (3.80)$$

Паули принципига бўйсунадиган (яримбутун спинли) зарралардан (электронлар учун  $S=1/2$ ) ташкилланган системада бир ҳолатда фақат битта зарра бўлиши ё бўлмаслиги мумкин, яъни  $n_i = 0, 1$  қийматлар олади, холос. Бу ҳолда:

$$\sum_{n_i} \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i} = 1 + e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}}, \quad \sum_{n_i} \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i} n_i = e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}}$$

Демак,  $i$  — ҳолатдаги ўртача зарралар сони (тўғрироғи шу ҳолатда зарранинг бўлиш эҳтимоллиги)

$$\overline{n_i} = f(\epsilon_i, T) = \frac{1}{e^{\frac{(\epsilon_i - \mu)}{kT}} + 1}. \quad (3.81)$$

Бу ифода Ферми-Дирак статистикасига бўйсунадиган (Паули принципига бўйсунадиган) идеал газ учун Ферми тақсимот функциясидир.  $\exp(\epsilon - \mu)/kT \gg 1$  бўлганда у Болцман тақсимотига ўтади, яъни

$$f(\epsilon_i, T) = \exp\left(-\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}\right) \quad (3.82)$$

бўлиб олади.

Спини бўлмаган ёки спини бутун сон билан белгиланадиган зарралар ҳар қандай ҳолатда ихтиёрий сонда бўлиши мумкин (улар Паули тақиқ принципига бўйсунмайди).

Бу ҳолда

$$\Omega_i = -kT \sum_{n_i=0}^{\infty} \left( e^{\frac{\mu-\epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i} = -kT \left( 1 + e^{\frac{\mu-\epsilon_i}{kT}} + e^{2\frac{\mu-\epsilon_i}{kT}} + \dots \right)$$

ифодадаги йигинди  $\exp \frac{\mu - \epsilon_i}{kT}$  маҳражли ва у 1 дан кичик бўлган чексиз геометрик прогрессия бўлади, шунинг учун

$$\Omega_i = kT \ln \left( 1 - e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right). \quad (3.83)$$

Демак, бу ҳолда

$$\overline{n_i} = f(\epsilon_i, T) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_i - \mu}{kT}} - 1}. \quad (3.84)$$

Бу ифода Бозе-Эйнштейн статистикасига бўйсунадиган зарралар идеал гази учун тақсимот функциясиdir.

Ферми-Дирак квант статистикасининг электронлар айнигани газига тадқиқ қилайлик.

Электронлар гази умуман айтганда Ферми-Дирак статистикасига бўйсунади. Ҳусусий ҳолда электронлар зичлиги кам бўлган, яъни  $\exp(\epsilon - \mu)/kT > 1$  ҳолда, бошқача айтганда, электронлар гази айнимаган ҳолда Максвелл тақсимотидан фойдаланиш мумкин. Агар мазкур тенгсизлик бажарилмаса, у ҳолда электрон газини айнига газ дейилади. Металларда эркин электронлар зичлиги катта, бинобарин, у газ айнигани бўлади.

Мутлоқ ҳолда электрон газ тўла айнигани бўлади, Электронлар энг паст энергияли ҳолатдан то қандайдир катта қийматли энергия ҳолатигача барча ҳолатларни тўла банд қиласи. Шу энг юқориги ҳолат мутлоқ нолдаги Ферми энергияси (Ферми сатҳи) дейилади.

$p$  ва  $p+dp$  мутлоқ қийматли импулслар оралиғида зарранинг илгариланма ҳаракат қолатлари сони

$$\frac{4\pi p^2 dp dV}{(2\pi\hbar)^3}$$

электронлар ҳолатлари статистик вазни 2. Унга ушбу ифодани кўпайтирсак, квант ҳолатлар сони ( $V$  хажмда)

$$\frac{V p^2 dp}{2 \pi^2 \hbar^3} \quad \text{бўлади.}$$

Электронлар  $p=0$  дан  $p=p_0$  гача ҳолатларни эгаллаган, уларнинг сони:

$$N = \frac{V p_0^3}{6 \pi^2 \hbar^3}.$$

бундан юқориги импулс

$$p_0 = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{1}{3}} \hbar \quad (3.85)$$

ва юқориги энергия (Ферми сатҳи)  $E_F = \frac{p^2}{2m} = E_F(T=0)$ :

$$E_F(T=0) = (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (3.86)$$

Электронлар газининг тўла энергияси:

$$E = \frac{3}{10} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}} N. \quad (3.87)$$

Бу келтирилган ифодаларнинг кўлланиш шарти

$$T \ll \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (3.88)$$

$kT_F=E_F$  шартидан аниқланадиган  $T_F$  температурани айниш температураси дейилади.

Ферми-Дирак статистикаси ёрдамида айниган электронлар газининг иссиқлик сигими ( $C_V = \beta NT \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}$ ) аниқланиши мумкин.

Айниган Бозе-газининг хоссалари ҳам ўрганилган. Қандайдир чегаравий  $T_0$  температурадан пастда газнинг энергияси

$$E = 0.770NT^{5/2}/T_0^{3/2} \sim T^{5/2}. \quad (3.89)$$

Демак, унинг иссиқлик сигими

$$C_V = \frac{5E}{2T} \sim T^{3/2}. \quad (3.90)$$

Бозе-газ босими:

$$\rho = 0.851 g \frac{m^{3/2} T^{5/2}}{\hbar^3} \quad (3.91)$$

### 3.9. Қора нурланиш

Қора нурланишни фотонлар гази деб қараш мумкин. Фотонлар бир-бири билан ўзаро таъсирилашмайди, бинобарин, бу газни идеал газ деб ҳисобласа бўлади. Фотонлар спинга эга эмас ва Бозе-Эйнштейн статистикасига бўйсунади. Фотонлар гази учун кимёвий потенциал  $\mu=0$  бўлади.

$\varepsilon_k = \hbar\omega_k$  энергияли ҳолатда бўлган фотонлар сони Планк ифодаси

$$f(\omega_k) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_k}{kT}} - 1} \quad (3.92)$$

орқали тасвириланади. Ҳисобнинг натижасида спектрнинг такрорийликлар  $d\omega$  оралигига тўғри келган қора нурланиш энергияси:

$$dE_\omega = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (3.93)$$

Агар тақрорийликлар кичик ( $\hbar\omega < kT$ ) бўлса, Релей-Жинс ифодаси келиб чиқади:

$$dE_{\omega} = V \frac{T}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega. \quad (3.94)$$

Бу ифода тебранма ҳаракат эркинлик даражалари сонини  $kT$  га кўпайтиришдан келиб чиқсан. Бу ифодани катта тақрорийликлар соҳасига асоссиз тадбиқ этилса, у ҳолда нурланиш тўла энергияси

$E = \int_0^{\infty} dE_{\omega} = \infty$  бўлиб чиқади. Бу бемаъниликтан "ултра бинафша ҳалокат" деб номланган.

Аслида  $\hbar\omega \gg kT$  ҳолда

$$dE_{\omega} = V \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \omega^3 e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} d\omega \quad (3.95)$$

бўлади (Вим ифодаси) ва тўла энергия  $\infty$  га айланмайди, аксинча чекли қийматга эга бўлади.

### Спектрал энергия зичлиги

$\frac{dE_{\omega}}{d\omega}$  қамдайдир  $\omega = \omega_m$  қийматда максимумга эришади:

$$\omega_m = 2.822 T_m / \hbar. \text{ Агар бунда } \omega_m = \frac{2\pi c}{\lambda_{\min}} \text{ алмаштириш қил-}$$

сак,  $\lambda_{\min} T_m = \text{const}$  ифода ҳосил бўлади. Бу Вимминг силжиш қонуни бўлиб, у нурланувчи жисм температураси ошганида спектрал зичлик максимуми қисқа тўлқинлар (кичик  $\lambda$  лар) томонга силжиди деб тасдиқлайди. Бозе-Эйнштейн статистикаси Стефан-Болцманнинг ушбу – нурланишнинг тўла энергияси

$$E = AT^4 \quad (3.96)$$

нурланувчи жисм температурасининг тўғинчи даражасига пропорционал бўлали деган қонуними ҳам келтириб чиқаради.

Статистик физиканинг тадқиқот соҳалари жуда кенг. Биз бу бобда уминг асосий тасаввурлари, тушунчалари ва қонунлари билан қиёқа танишиб чиқдик, кейинги бобларда бу маълумот бироз тўлдирилиб қўлланишини ҳам назарда тутдик.

## **Саволлар ва масалалар**

1. Тақсимот функциясини таърифланг.
2. Нормалаш шартининг маъносини тушунтиринг.
3. Тасодифий катталиктининг ўртача қиймати нимани билдиради?
4. Қандай тақсимотларни биласиз?
5. Максвелл тақсимоти қандай ҳолда адолатли?
6. Молекуланинг массаси  $10^{-22}$  г ва температура 300 К бўлганда энг эҳтимолли тезлик, ўртача тезлик ва ўртача квадратик тезликларни аниқланг.
7. Гиббснинг каноник тақсимотида қандай параметрлар иштирок этади?
8. Гиббс каноник тақсимотидан Бозе-Эйнштейн тақсимотини келтириб чиқаринг.
9. Гиббс каноник тақсимотидан Ферми-Дирак тақсимотини келтириб чиқаринг.
10. Мутлоқ қора жисм нурланиши қонунларини қайси статистика тушунтириб бера олади. Шу асосда Стефан-Болцман ва Вин силжиш қонунлари қандай кўринишда бўлади?
11. Ферми-Дирак тақсимотини электронларининг айнигар газига талбиқлаб Ферми сатҳи энергиясини топишинга ҳаракат қилинг.

## IV БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДА ИССИҚЛИК ҲОДИСАЛАРИ

Олдинги II бобда анча батафсил қараб чиқилган кристалл панжараси атомлари (ионлари) тебранишлари назариясининг энг муҳим тадбиқларидан бири кристалл панжараси иссиқлик сигими назариясидир.

#### 4.1. Иссиқлик сигимишинг классик назарияси

Классик физикада панжара атомлари ҳаракати мумтоз меҳаника қонунларига бўйсунади деб ҳисобланади. Бу қонунлардан бири ўртача энергиянинг барча эркинлик дарожалари бўйича тенг тақсимот қонуни бўлиб, унга кўра бир эркинлик даражасига тўғри қеладиган ўртача кинетик энергия  $(1/2)kT$  га тенгdir (бундаги  $k$ -Больцман доимийси). Шу асосда қаттиқ жисмнинг иссиқлик сигими мумтоз қонуни келиб чиқади. Маълумки, ҳар қандай тебранишни уч ташкил этувчи га ажратиш мумкин, ҳар ташкил этувчига (тебранма ҳаракат эркинлик даражасига) тебранувчи атомнинг  $(1/2) kT$  ўртача кинетик энергияси ва  $(1/2) kT$  ўртача потенциал энергияси тўғри келади, демак, ҳар бир тебранма эркинлик даражасига

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{kin} + \varepsilon_{pot} = (1/2)kT + (1/2)kT = kT \quad (4.1)$$

энергия тўғри келади, тебранаётган атомнинг ўртача тўла энергияси

$$\bar{\varepsilon}_a = 3kT \quad (4.2)$$

бўлади. Агар грамм-атом миқдордаги кристалл олинса, унинг атомлари тебранишлари тўла энергияси

$$E_{NA} = N_A \bar{\varepsilon}_a = 3N_A kT = 3RT . \quad (4.3)$$

бу ерда  $N$ -Авогадро сони,  $R$ -газ универсал доимийсін.

Таърифға күра, қаттық жисмнинг иссиқлик сигими деб температура бир градус қадар ўзгаргандан унинг ички энергиясынинг ўзгариши мәндериге айтилади. Бу сифимни  $C = dE/dT$  тарзда аниқланади.  $C$  - сигим айрим термодинамик қатталиклар функцияси бўлиб, унинг кўриниши ва қиймати қандай шароитда аниқланишига боғлиқдир.

Агар иссиқликнинг сигими жисм ҳажми ўзгармас сақлангани ҳолда аниқланса,  $C_V = \left( \frac{dE}{dT} \right)_{V=\text{const}}$ , босим ўзгармас сақланса,  $C_p = (dE/dT)p = \text{const}$  кўринишида белгиланаади. Одатда температура ўзгарганида кристалл қаттық жисмларнинг ҳажми кам ўзгарганлиги туфайли уларнинг иссиқлик сигимини  $C_V$  деса бўлади, (хона температурасида  $C_p$ -сигим  $C_V$  - сигим дан 3-5% чамасида ортиқ ҳолос).

Демак, граммолекуляр (моляр) иссиқлик сигим

$$C_\mu = C_V = \frac{dE_N}{dT} = 3R \approx 6 \text{ кал/мол.град} \quad (4.4)$$

бўлади: бир атомли кристалл қаттық жисмнинг моляр иссиқлик сигими 6 кал/мол.град бўлиши керак. Бу қонунни Дьюлонг-Пти қонуни дейилади. Хона температурасида бир қатор моддалар иссиқлик сигимини ўлчашлар Дьюлонг-Пти қонуни яхши бажарилишини кўрсатади, айрим моддалар учун С нинг қиймати Дьюлонг-Пти қонунига мос келмайди.

#### 4.1 - жадвал

Модда	$C_\mu$ , кал/мол.град	Модда	$C_\mu$ , кал/мол.град
Алюминий	6,14	Кумуш	6,13
Темир	6,39	Рух	6,10
Олтин	6,36	Йод	6,6
Мис	5,90	Кремний	4,64
Қалай	6,03	Бор	2,51
Платина	6,29	Карбон(олмос)	1,35

Бу масалага кейинроқ тўхтalamиз.

Юқоридаги мулоҳазаларни давом эттирасак, икки атомли кристаллар учун  $C_\mu$  бир атомли кристалларнидан 2 баробар, яъни  $C_\mu = 12$  кал/мол. град, чунки буларнинг бир граммоли

энергияси 2 баробар күн, уч атомли кристаллар учун  $C_{\mu}=18$  кал/мол.град бўлиши керак. Бир қатор кристаллар устида ўлчашлар хона температурасида мос қийматларни беради.

#### 4.2 -жадвал

Модда	$C_{\mu}$ , кал/мол.град	Модда	$C_{\mu}$ , кал/мол.град
$\text{CuO}$	11,3	$\text{CaCl}_2$	18,2
$\text{NaCl}$	12,1	$\text{BaCl}_2$	18,6

То паст температурулар олиш усуллари ишлаб чиқилгунча ва бу температуруларда иссиқлик сигимини ўлчашлар йўлга қўйилгунча хона температураси ва ундан юқорида бажарилган ўлчашлардан Дъюлонг-Пти қонуни ҳамма вақт ўринли бўладиган қонундай туюларди.

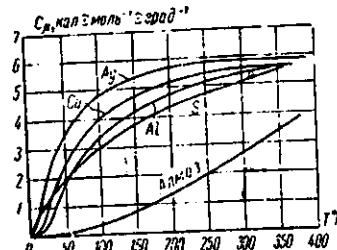
Аммо, паст температурулар соҳасида Дъюлонг-Пти қонунидан четланишлар жуда сезиларли бўлишлиги, аниқроғи, температура пасайган сари қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сигими камайиб бориши кузатилди. 4.3-жадвалда мис ва олмос иссиқлик сигимининг тажрибавий қийматлари келтирилган.

#### 4.3 -жадвал

Мис		олмос	
Температура °C	$C_{\mu}$ , кал/мол.град	Температура °C	$C_{\mu}$ , кал/мол.град
-259	0,04	-183	0,03
-186	3,32	-66	0,64
-39	5,59	+85	2,12
+50	5,90	+985	5,51

Бундай қонуният барча бошқа қаттиқ жисмлар учун ҳам кузатилган.

Биз бу бандда кристалл панжараси атомлари тебранишлари билан баглиқ бўлган иссиқлик сигимини кўраётirmiz. Юқорида бу иссиқлик сигимининг Дъюлонг-Пти қонунинг олиб келадиган мумтоз назариясини қараб чиқдик.



4.1-чиズма. Баъзи қаттиқ жисмлар иссиқлик сигимининг температурасига багланниши

## 4.2. Кристалл пайжараси иссиқлик сиғимининг квант назарияси

Дебай температураси  $\theta$ дан паст температураларда квант қонуниятлари асосий аҳамиятга эга. Ҳар бир қаттиқ жисм учун етарлича, юқори температураларда бажариладиган Дьюлонг-Пти қонуни (иссиқлик сиғими температурага бөглиқмас деб тасдиқловчи қонун) паст температураларда бажарилмаслиги тажрибалардан маълум бўлганда макондаги иссиқлик сиғимининг квант назариясини яратиш зарурлиги аён бўлди. Планкнинг мутлоқ қора жисм нурланиши квант назарияси асосида А.Эйнштейн (1907) биринчи бўлиб, ўзининг иссиқлик сиғими назариясини тақлиф қилди. Унингча,  $N$  атомдан ташкилланган кристалл бир хил  $\omega$  тақрорийликли  $3N$  та тебранишга эга бўла олади.  $\omega$  тақрорийликли тебраниш эҳтимоллигини Планк ифодаси тавсифлайди:

$$f(\hbar\omega) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (4.5)$$

Ҳар бир тебраниш энергияси кванти  $\hbar\omega$ га тенг, ўртача энергияси

$$f(\hbar\omega) \cdot \hbar\omega = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}, \quad (4.5')$$

бутун кристалл тебранишлари жами энергияси

$$E = \frac{3N\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (4.6)$$

Ўзгармас ҳақим шароитида кристаллнинг иссиқлик сиғими

$$C_V = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = 3NkF(\omega, T), \quad (4.7)$$

бунда

$$F(\omega, T) = \frac{(\hbar\omega / kT)^2 \exp(-\hbar\omega / kT)}{[\exp(-\hbar\omega / kT) - 1]^2}. \quad (4.8)$$

Юқори  $T$  ларда ( $\hbar\omega \ll kT$  бўлганда)  $F(\omega, T)=1$ , бинобарин,  $C_V=3Nk$ , бир граммол учун эса  $C_V=3Nk=3R$  бўлиб, яъни бу ҳолда Дьюлонг -Пти қонуни адолатлидир.

Паст  $T$  ларда ( $\hbar\omega >kT$  бўлганда)

$$F(\omega_E, T) \approx \left( \frac{\hbar\omega_E}{kT} \right)^2 \exp\left( -\frac{\hbar\omega_E}{kT} \right) = \left( \frac{T_E}{T} \right)^2 \exp\left( -\frac{T_E}{T} \right), \quad (4.9)$$

бундаги  $T_E = \frac{\hbar\omega_E}{k}$  -Эйнштейннинг тавсифий температураси.

Эйнштейн назарияси  $C_V$ -бўйича тажриба натижаларини сифатан тушунтиришга, яъни  $C_V$  нинг  $T$  пасайиши билан камайиб боришини кўрсатишга эришди. (4.9) ифодада температура пасайган сари  $\exp(-T_E/T)$  жуда тез камаяди.  $(T_E/T)^2$  секин ортади, натижада  $F(\omega, T)$  бу ҳолда тез камайиб боради. Аммо, Эйнштейннинг ҳамма атомлар бир хил  $\omega$  такрорийлик билан тебранади деган фарази фақат ҳамма атомлар мустақил тебрангандагина тўғри бўларди, вахоланки, ҳақиқатда кристалл атомлари бир-бири билан боғланган равишда тебранади. Эйнштейн чиқарган (4.9) ифода кўрсаткичли функция тарзida ўзгаради. Тажриба  $T$  пасайиши билан  $C_V$  нинг даражали қонун бўйича камайишини тасдиқлади.

П. Дебай (1912) таклиф қилган иссиқлик сигими назарияси кўпчилик кристаллар учун паст температураларда ўтказилган тажрибалар натижаларини яхши тушунтира олди.

Дебай ҳам кристалл  $N$  атомдан ташкилланган бўлса, унда  $3N$  та тебраниш бўлиши керак, аммо ҳар бир тебраниш ўзининг тўлқин вектор  $\vec{k}$  га боғлиқ  $\omega$  такрорийлигига эга, барча  $\omega$  частоталар сони  $3N$  дан иборат эркинлик даражалари сонига teng, бунда такрорийликлар 0 дан то максимал  $\omega$  такрорийликгача бўлган  $3N$  та қийматни олади, яъни (3.82) ифода ўринли бўлади. Акустик тебранишлар тармоғи учун аниқланган такрорийлик тақсимотининг (3.58) ифодасини (3.82) га қўйиб ҳисобласак,

$$\int_0^{\omega_m} g(\omega) d\omega = \frac{3V}{2\pi^2 v_0^3} \int_0^{\omega_m} \omega^2 d\omega = \frac{V \omega_m^3}{2\pi^2 v_0^3} = 3N$$

бундан:

$$\omega_m = v_0 \left( \frac{6\pi^2}{V_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.10)$$

$V_0 = V/N$  - элементлар катак ҳажми.

3.5 бандда (3.83) ифода кўринишида Дебай темпаратурсини максимал  $\omega_m$  тақорийлик орқали ифодалаган эдик. Энди уни (3.10) ифодадан фойдаланиб тавсифлаймиз

$$\theta_{ak} = \frac{\hbar \omega_m}{k} = \left( \frac{6\pi^2}{V_0} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\hbar}{k} v_0 \quad (4.11)$$

Оптик тармоқлар учун ҳам Дебай темпаратуруларини киритиш мумкин.

$$\theta_j = \hbar \omega_j / k \quad (4.12)$$

Ўша 3.5 – бандда баён қилинган фононлар (энергия  $\hbar \omega_q$ , квази импулси  $\hbar \vec{q}$ ) тушунчасидан фойдаланамиз. (3.78)-(3.80) ифодаларни қўллаймиз. Унда кўрганимиздек ҳар бир  $\omega$  тебра нишнинг ( $\omega$  тақорийликли фононларнинг) энергияси

$$\epsilon_q = \hbar \omega_0 + \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \quad (4.13)$$

бўлиб, у (4.5) Эйнштейн ифодасидан биринчи ҳад билан фарқланади, уни тебранишнинг нолинчи энергияси дейилади. (4.13) ифодани барча тармоқлар ва тақорийликлар бўйича жамласак, бутун кристалл панжараси тебранишлар тўла энергияси ҳосил бўлади:

$$E = E_0 + \sum_{i=1}^3 \sum_q \frac{\hbar \omega_{qi}}{e^{\frac{\hbar \omega_{qi}}{kT}} - 1} + \sum_{j=4}^{3s} \sum_q \frac{\hbar \omega_{qj}}{e^{\frac{\hbar \omega_{qj}}{kT}} - 1} \quad (4.14)$$

Биринчи ҳад тўла нолинчи энергия,  $\sum_{i=1}^3$  йигинди учта акустик тармоқ бўйича,  $\sum_{j=4}^{3s}$  эса, 3s-3 та оптик тармоқ бўйича олинади.

(4.14) ифодадаги йигиндиларни қуйидаги мұлоқазалар ассоцида соддароқ йүл билан ҳисоблаш мүмкін. Акустик тармоқтар бүйічә йигиндини интеграл билан алмаштырса бўлади.

$$E_{ak} = \sum_{i=1}^3 \sum_q \frac{\hbar \omega_{qi}}{e^{\frac{\hbar \omega_{qi}}{kT}} - 1} = \int_0^{\omega_p} \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}}} g(\omega) d\omega = \frac{3V\hbar}{2\pi^2 v_0^3} \int_0^{\omega_p} \frac{\omega^2 d\omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}. \quad (4.15)$$

Агар ўлчамсиз  $x = \hbar \omega / kT$  катталиқ киритсак,

$$E_{ak} = NkT \cdot 3D(\theta_{ak}/T) \quad (4.15')$$

бўлади, бунда

$$D(\theta_{ak}/T) = \left( \frac{T}{\theta_{ak}} \right)^3 \theta_{ak} \int_0^{1/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (4.16)$$

Оптик тармоқларда  $\omega(q)$  тақрорийликлар  $q$  нинг функцияси сифатида кам ўзгариши. Шунинг учун ҳар бир оптик тармоққа бир  $\omega(q)$  тақрорийлик мос келади деб ҳисоблаймиз.

$$E_{on} = \sum_{j=4}^{3s} \sum_q \frac{\hbar \omega_{qj}}{e^{\frac{\hbar \omega_{qj}}{kT}} - 1} = N \sum_{j=4}^{3s} \frac{\hbar \omega_{qj}}{e^{\frac{\hbar \omega_{qj}}{kT}} - 1}. \quad (4.17)$$

Агар бу ҳолда ўлчамсиз  $\frac{\hbar \omega_{qj}}{kT} = \frac{\theta_j}{T}$  катталиклар киритсак,

$$E_{on} = NkT \sum_{j=4}^{3s} \frac{\frac{\theta_j}{T}}{\frac{\theta_j}{e^T} - 1} \quad (4.17')$$

Энди кристаллнинг тебранишлари тўла энергияси қўйидаги кўринишда бўлади:

$$E = E_0 + E_{ak} + E_{on} = E_0 + NkT \left\{ 3D\left(\frac{\theta_{ak}}{T}\right) + \sum_{j=4}^{3s} \frac{\frac{\theta_j}{T}}{\frac{\theta_j}{e^T} - 1} \right\} \quad (4.14')$$

Чегаравий ҳолларда кристалл панжарасининг иссиқлик сигими қандай бўлишлигини кўрайлик.

а) Юқори температурулар ( $T > \theta_{ak}, \theta_j$ ) соҳасида  $x \ll 1$  бўлганлиги туфайли (4.16) интегралда

$$e^x - 1 = 1 + x - 1 = x, \text{ шунинг учун } D\left(\frac{\theta_{akp}}{T}\right) \approx 1, \text{ оптик тармоқ}$$

бўйича йигинди

$$\sum_{j=4}^{3s} \frac{\theta_j/T}{e^{\theta_j/T} - 1} \approx \sum_{j=4}^{3s} \frac{\theta_j/T}{\theta_j/T} = 3s - 3$$

Шундай қилиб,

$$E = E_0 + 3NkT + (3s - 3)NkT = E_0 + 3sNkT$$

$$\text{Бундан } C_V = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = 3sNk \quad \text{ва} \quad C_\mu = 3R \quad \text{бўлишлиги,}$$

яъни юқори температурулар соҳасида Дъюлонг-Пти қонуни тўғри эканлиги келиб чиқади. Бу ҳолда барча акустик ва оптик тармоқлардаги тебранишлар уйғотилган бўлади.

б) Энди паст температурулар ( $T < \theta_{ak}, T < \theta_j$ ) соҳасини кўрайлик. Бу ҳолда оптик тармоқларга тегишли ҳадлар  $(\theta_j/T)^{-\theta_j/T}$  тартибида бўлиб, 1 га нисбатан анча кичикдир, бу йигиндиларни (4.14') да ташлаб юбориш мумкин, чунки бу ҳолда юқори такрорийликли оптик тебранишларни уйғотишида  $kT$  чамасидаги иссиқлик ҳаракати энергияси етарли эмас. Бинобарин, паст температурулар соҳасида оптик тебранишлар деярли уйғотилмаган бўлганлиги туфайли бу тармоқлар иссиқлик сигимига сезиларли хисса қўша олмайди. (4.16) интегралда юқори чегарани  $\infty$  деб олинса,

$$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

бўлади.

Демак, (4.14') ифода қўйидаги кўринишни олади:

$$E = E_0 + \frac{3\pi^4 N k T^4}{5\theta_{ak}^3} = E_0 + \frac{\pi^2 \nu(kT)^4}{10\hbar^3 v_0^3} \quad (4.14'')$$

Бу ифода асосида аниқланадиган иссиқлик сигими:

$$C_V = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \frac{12\pi^4 k}{5} N \left( \frac{T}{\theta_{ak}} \right)^3 \quad (4.18)$$

Агар  $N=N_A$  (Авогадро сони), у ҳолда  $N_A k=R$  бўлади ва (4.18) молляр иссиқлик сигимини ифодалайди. (4.18) ифода паст температурулар соҳасида кристалл панжарасининг иссиқлик сигими  $T^3$  га мутаносиб равишда ўзгаради деб тасдиқлайди. Бу қонун тажрибада 20- 25 K тартибидаги температуруларда яхши бажарилади. Дебайнинг назарияси эластик туташ муҳит тақриби (континуал тақриб) қўлланадиган паст температурада уйғонган узун тўлқинлар ҳолида адолатли эканлиги тасдиқланади.

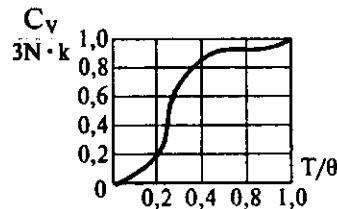
4.1- чизмадан кўринишича, иссиқлик сигимининг унини Дьюлонг-Пти ифодасига нисбати паст температуруларда  $(T/\theta)^3$  га мутаносиб, юқори температуруларга 1 га интилади.

Яна шунга эътибор бериш керакки, классик(мумтоз) соҳа квадрат соҳадан  $T=\theta$  да эмас, балки пастроқ температурада ажралади. Албатта, Дебай назарияси бекаму-кўст назария эмас,  $\sim T^3$  қонуннинг бажарилиш соҳаси батафсил таҳтил қилинган тадқиқотлар ҳам маълум.

### 4.3. Кристалл қаттиқ жисмнинг панжаравий иссиқлик ўтказувчанлиги

Қаттиқ жисмларда, газлар ва суюқликлардан фарқли равишда, иссиқлик фақат иссиқлик ўтказувчанлик орқали узатилади.

Умуман айтганда, кристаллда иссиқлик энергияси фононлар, фотонлар, эркин электронлар (ёки эркин коваклар), электрон-ковак жуфтлари, экситонлар орқали узатилиши мумкин. Биз бу бандда фонон иссиқлик ўтказувчанликни қараб чиқамиз. Уни баъзан панжаравий иссиқлик ўтказувчанлик ҳам дейилади.



4.2-чишма. Қаттиқ жисмлар иссиқлик сигимининг Дебай температурасидан пастда ўзгириши.

Агар қаттиқ жисм намунаси учлари турли температураларда тутиб турилса, у ҳолда намунадан иссиқликнинг узлуксиз оқими вужудга келади: иссиқроқ учдаги кристалл панжара тугунлари каттароқ амплитуда билан тебранади, улар ўзлари боғланган қўшниларига таъсир қилиб, уларнинг тебраниш амплитудасини (бинобарин, энергиясини) орттиради, бу қўшнилар ўз навбатида намунанинг совуқрок учи томонга бу таъсирни (иссиқлик энергиясини) узатади.

Масалан,  $dT/dx$  температура градиенти мавжуд бўлган (стерженнинг) намунанинг  $ds$  кўндаланг кесими орқали  $dt$  вақтда ўтган  $dQ$  иссиқлик оқимини молекуляр физика фанидан маълум

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt . \quad (4.19)$$

ифода бўйича ҳисоблаш мумкин, бундаги  $\lambda$  - иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти.

Биз олдинги бобда кристалл панжараси атомлари тебранишларини фононлар деб аталадиган квази зарралар орқали ифодлаш мумкинлигини кўрган эдик. Ана шунга кўра кристалларда иссиқлик энергиясини фононлар орқали узатилади деб айтиш мумкин.

Дебай назарияси бўйича, панжаранинг уйғонган ҳолатини кристалл ҳажмида эркин ҳаракатланувчи фононлар идеал гази кўринишида тасаввур қилинади. Фононлар гази температура-ларнинг муайян оралигида идеал газ хоссаларига эга, шунинг учун қаттиқ жисмнинг панжараси (фононлар) иссиқлик ўтказувчанлиги коэффициентини идеал газниридай кўринишида ифодаласа бўлади:

$$\lambda_\phi = \frac{1}{3} C \bar{l}_\phi v_m , \quad (4.20)$$

бунда  $C$  — фононлар гази бирлик ҳажмининг иссиқлик сиғими,

$\bar{l}_\phi$  — фононнинг эркин югуриш йўли ўртача узунлиги,

$v_m$  — мазкур жисмда товуш тезлиги.

Фононларнинг эркин югуриш ўртача  $\bar{l}_\phi$  узунлигини ҳисоблаш анча қийин, аммо назариянинг сифатий таҳдили

етарлича юқори температураларда  $\bar{l}_\phi$  — нинг мутлоқ температурага тескари пропорционал эканлигини кўрсатади.

Шунинг учун  $\lambda_\phi$  иссиқлик ўтказувчанлик коэффиценти ҳам  $T > \theta$  бўлганда мутлақ температурага тескари пропорционал, яъни,  $\lambda_\phi \sim 1/T$ , чунки бу соҳада  $C$  ва  $v_m$  катталиклар температурага боғлиқ эмас.

Етарлича тоза кристалларда мутлақ нолга яқин температураларда  $\bar{l}_\phi$  — намунанинг ўлчамларига боғлиқ.

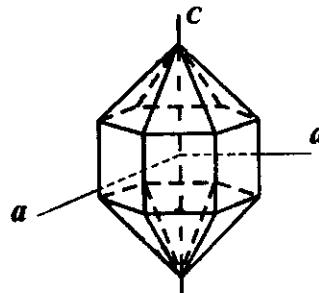
Бунинг сабаби шуки, паст температураларда фононлар зичлиги  $|C(3.78)|$  ифодага қаранг жуда кам, бинобарин, фононлараро тўқнашишлар эҳтимоли кичик, бу ҳолда фононлар намунанинг у чегарасидан бу чегарасига деярли тўқнашишсиз ҳаракат қиласи, демак, агар намуна ўлчами  $d$  бўлса,  $\bar{l}_\phi \sim d$  бўлади.

Бу ҳолда,

$$\lambda_\phi = \frac{1}{3} C v_m d. \quad (4.21)$$

Энди (4.21) ифоданинг ўнг томонида фақат  $C$  - гина температурага боғлиқ. Дебай қонунига кўра,  $C \sim T^3$ , бинобарин,  $\lambda_\phi \sim T^3$  бўлиши керак. Бу хulosани тажриба тасдиқлайди.

Албатта, кристалларда бояганиш кучлари анизотроплиги иссиқлик ўтказувчанлик коэффицентини  $\lambda_\phi$  нинг анизотроп бўлишиларига олиб келади. Кварцнинг тузилишини кўрсатадиган 4.3- чизма ва унинг йўналишга боғлиқ (анизотроп) иссиқлик ўтказувчанлигини намойиш қиласидиган жадвал келтирилган.



4.3-чизма. Кварцнинг тузилиши чизмаси

#### 4.4 - жадвал

$\lambda_\phi \cdot 10^5$ кал.моль/град·с	Температура, К			
	373	273	195	83
с ўққа параллел йўналишда	7,7	11,7	16,8	42,1
с ўққа тик йўналишда	4,8	6,2	8,7	21,1

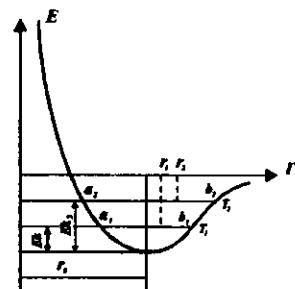
Жадвалдан квант кристаллининг с ўқи бўйлаб иссиқлик ўтказувчанлиги, у ўққа тик йўналишдагисидан деярли икки марта катталиги кўриниб туриди. Бундан ташқари,  $T$  температура камайган сайнин  $\lambda_F$  иссиқлик ўтказувчанлик ортиб бораётгани кўринади. Бу квант назариясини тасдиқлайдиган натижадир. [9, 175-б] Биз кристалл панжараси тебранишлари (фононлар) билан боғлиқ иссиқлик ўтказувчанликка оид баъзи асосий қонуниятларни қараб чиқдик холос. Бошқа иссиқлик ўтказувчанлик механизмлари ҳақида ўз жойида яна тўхталамиз.

#### 4.4. Қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайиши ва узайиши

Қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайишини тушунтириш учун қаттиқ жисм зарраларнинг ўзаро таъсир энергиясининг улар орасидаги масофага боғлиқлиги чизмага (4.4-чиzmaga) мурожаат қиласиз. Агар зарралар мутлақ ҳаракатсиз бўлса, бу ҳолда уларнинг кинетик энергиялари нолга teng бўлар, улар орасидаги масофа  $r$  га teng бўлиб, потенциал чуқурнинг тубида жойлашган бўлардилар. Бу ҳол мутлақ нол температурада бўлиши мумкин эди.

Аммо, ҳақиқатда зарралар ўз мувозанати вазиятлари атрофларида тебраниб турадилар, яъни муайян кинетик энергияга эга бўладилар. Температура ортиши билан бу кинетик энергия ҳам ортиб боради.  $T$  температурада зарра  $E$  кинетик энергияга эга бўлиб, чапга  $a_1$  нуқтага, ўнгга  $b_1$  нуқтага четлашади. Потенциал эгри чизиқнинг носимметриклиги туфайли тёбра наётган зарранинг ўртача вазияти энди  $r_0$  га teng бўлмай, ундан ўнгга силжиб  $r_1$  қийматга эришади.

Температурани  $T_2$  тacha оширилса, зарранинг кинетик энергияси  $E_{k2}$  юқори қийматни олади. Бунда зарра чапга  $a_2$  нуқтагача, ўнгга  $b_2$  нуқтагача четлашади, ўртача вазият эса  $r_2$  қийматга эришади. Шундай қилиб, температура ортиб боргага



4.4-чиzmaga. Қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайишини тушунтирадиган тасвири

нида кристалл панжараси тугунлари оралиғи ортади, яғни иссиқликдан кенгайиш ( $r_2 > r_1 > r_0$ ) юз беради.

Маълум  $I_t = I_0(1+\alpha)$  ифода (бунда  $t$  — Целсий даражасидаги температура,  $\alpha$  — ўртача узайиш коэффициенти,  $I_t$ ,  $I_0$  — температуранинг  $t$  ва 0 қийматлардаги стержен узунликлари) поликристалл, яғни хоссалари деярли йұналишларга боғлиқ бўлмаган (изотроп) моддалар учун тўғри бўлади. Монокристаллар эса анизотроплик хоссаларига эга, уларнинг чизиқий узайиши  $\alpha$  коэффициенти умуман айтганда тензор кўринишидаги катталиқdir.

Агар монокристалдан шар ясалса, кейин уни иситилса ёки совутилса, у ҳолда шар ўз шаклини йўқотиб, энг умумий ҳолда уч ўқли эллипсоидга айланади, унинг ўқлари кристаллографик ўқлар билан боғлиқdir. Уч кристаллографик ўқ бўйлаб иссиқликдан кенгайиши коэффициентларини кристаллнинг иссиқликдан кенгайиши бош коэффициентлари дейилади ва  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  орқали белгиланади. Жадвалда баъзи кристаллар учун маълумот келтирилган.

#### 4.5 - жадвал

Кристалл	Система	T, К	$\alpha_1 \cdot 10^6$ град <sup>-1</sup>	$\alpha_2 \cdot 10^6$ град <sup>-1</sup>	$\alpha_3 \cdot 10^6$ град <sup>-1</sup>
Гипс	Моноклин	313	1,6	42	29
		60		-2	55
Рух	Гексагонал	150		8	65
		300		13	64
Катцит	Тригонал	313		-5,6	25

Жадвалдан кўринадики, температура камайган сари  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  лар ҳам камаяди, айrim температураларда баъзида манфий қийматлар олиши ҳам мумкин, бош коэффициентлар айrim кристалларда бир-биридан анча фарқ қиласи.

Кристалларнинг иссиқликдан кенгайиши (узайиши) унинг атомлари орасидаги ўзаро таъсир кучларнинг ангармоник қисми билан боғлиқ бўлади. Буни қўйидаги ҳисоб тасдиқлайди:

Фараз қилайлик, икки атом (кристалл панжарасидаги қўшни атомлар)  $r_0$  мувозанатли вазиятидан унча катта бўлмаган  $r - r_0 = x$  четланишлар ҳолида бир-бири билан

$$F = -\frac{dU}{dx} = -\beta x + \gamma x^2 \quad (4.22)$$

куч билан ўзаро таъсирлашсин. У ҳолда ўзаро таъсир потенциал энергияси

$$U = - \int_0^x F dx = \frac{1}{2} \beta x^2 - \frac{1}{3} \gamma x^3, \quad (4.23)$$

бунда  $\beta$  — эластиклик (гармониклик) коэффициенти,  $\gamma x^3$  ни ангармоник ҳад дейилиб,  $\gamma$  — ангармониклик коэффициенти.

Больцман тақсимоти бўйича атомнинг мувозанатли вазиятдан  $x$  масофага четланиш эҳтимоллиги

$$f(x) = A \exp\left(-\frac{U}{kT}\right) \approx A e^{-\beta x^2 / kT} \left(1 + \frac{\gamma x^3}{3 kT}\right), \quad (4.24)$$

бунда  $\frac{\gamma x^3}{3 kT} \ll 1$  деб ҳисоблаб, иккинчи қўпаювчи

$$\exp\left(\frac{\gamma x^3}{3 kT}\right) \approx 1 + \frac{\gamma x^3}{3 kT} \quad (4.25)$$

қаторга ёйилган.

А доимий нормалаш (мөъёрлаш) шартидан топилади:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta x^2 / 2 kT} \left(1 + \frac{\gamma x^3}{3 kT}\right) dx = 1, \quad (4.26)$$

қатнашган иккинчи интеграл нолга тенг бўлади, чунки унинг остидаги функция тоқ функциядир. Натижада

$$A = \left(\frac{\beta}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.27)$$

қийматни ҳосил қиласиз.

Атомнинг мувозанатий вазиятдан ўртача четланиши

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \frac{\gamma kT}{\beta^2}, \quad (4.28)$$

бунда, биринчи интеграл ўз остидаги функция тоқ бўлганлиги туфайли нолга тенг бўлади.

Иккинчи интеграл қиймати маълум Пуассон интегралига келтирилади.

Таърифга кўра, чизиқий иссиқликдан кенгайиш  $\alpha$  коэффициенти бирлик узунлик ва  $10^10$  С га ҳисобланган узайишdir:

$$\alpha = \frac{\bar{x}}{aT} = \frac{\gamma k}{a\beta^2}, \quad (4.29)$$

бундаги  $a=r_0$  — панжара доимийси. (4.29) дан иссиқликдан кенгайиш атомларининг ангармоник ҳаракатига боғлиқлиги яққол кўриниб турибди.

Мисол тариқасида бир валентли ионлар кристаллини қарайлик. Бу ҳолда ионлар ўзаро таъсир кучини

$$F = -\frac{e^2}{r^2} + \frac{B}{r^{10}} \quad (4.30)$$

деб ҳисобласа бўлади, бу ифодада —  $e^2/r^2$  деформацияланмайдиган турли ишорали қўшни ионлар орасидаги Кулон қонуни бўйича тортишиш кучи,  $B/r^{10}$  — шу ионлар орасидаги итаришиш кучи, у масофа ўзгаришига қараб тез ўзгаради. Мувозанатда  $F = 0 = -\frac{e^2}{a^2} + \frac{B}{a^{10}}$ ,  $a$  — ионларнинг мувозанатли орасилиги. Бундан,  $B=e^2a^8$  эканлиги келиб чиқади.

Аммо,  $r=(a+x)$  бўлганлиги ва  $x$  нинг  $a$  га нисбатан кичкиналигини ҳисобга олсан,

$$F = -\frac{e^2}{(a+x)^2} + \frac{e^2a^8}{(a+x)^{10}} \approx -\frac{8e^2}{a^3}x + \frac{52e^2}{a^4}x^2, \quad (4.31)$$

(4.31) ва (4.22) ифодаларни тақдосласак,

$$\beta = 8e^2/a^3, \quad \gamma = 52e^2/a^4. \quad (4.32)$$

Бу натижаларни (4.29) ифодага қўйсак, ионлар кристалл панжараси учун

$$\alpha = 52ak / 64e^2 \quad (4.33)$$

муносабатни ҳосил қиласиз.

$a=3*10^{-8}$  м,  $k=1,38*10^{-23}$  Ж·К<sup>-1</sup>,  $e=1,6*10^{-19}$  Кл қийматларни (4.33) ифодага қўйсак,  $\alpha=1,5*10^{-5}$  град<sup>-1</sup> натижа келиб чиқади, бу — тартиб жиҳатдан тўғридир.

Бу бобнинг якунида шуни айтиш керакки, қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сиғими билан иссиқликдан кенгайиши орасида боғланиш бор:

Иссиқликдан көнгайиш коэффициенти  $\alpha$  нинг атомлар (моляр)  $C_V$  иссиқлик сигимига нисбати мазкур модда учун температурага бағытқа бүлмаган доимийликдир (Грюнейзен қонуни):

$$\alpha / C_V = \gamma_G k / 3V . \quad (4.34)$$

Хақиқатдан, бу иккى ҳодиса температура ортганида атомлараро масофа ортишига бағланган.

### Масалалар ва саволлар

1. 2 ва 3 атомли қаттиқ жисмларнинг моляр иссиқлик сигимини классик (мұмтоз) тәкрибда анықланғ.
2. Эйнштейннинг қаттиқ жисмнинг иссиқлик сигими назариясининг асосий фаралари қандай?
3. Дебай температураси қандай анықланади? У нимани ифодалайди?
4.  $\omega$  тәкрорийли барча фононлар энергиясини ёзинг.
5.  $v$  (товуш тезлиги)= $5 \cdot 10^3$  м/с, элементар ячейка ҳажми  $V_0=2 \cdot 10^{-29}$  м<sup>3</sup> бүлганда Дебай температураси нимага тең?
6. Нима учум Дебай температурасидан пастда оптик тебра-нишлар иссиқлик сигимини анықлашда зытиборга олинмайди?
7. Иссиқлии ўтказувчанликнинг қандай күрінішлари бор? Қаттиқ жисмларда унинг қайси күріниши мұхим?
8. Агар фонондарнинг эркін югуриш йүли хона температурасида NaCl кристалл панжараси  $a$  доимийсидан 4 марта катта бўлса, бу кристаллнинг иссиқлик ўтказувчанлигини ҳисобланғ.
9. Агар күмушнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти 418 Ват/м.град, унда товуш тезлиги 3700 м/с бўлса,  $T=300K$  да фононнинг эркін югуриш ўртача узунлиги қамча?
10. 30 Кда олмоснинг солиширма иссиқлик сигими аниқлансан.

## V БОБ

### ИДЕАЛ КРИСТАЛЛДА ЭЛЕКТРОНЛАРНИНГ ЭНЕРГИЯЛАРИ СПЕКТРИ

#### 5.1. Кристалл учун Шредингер тенгламаси. Адиабатик тақриб

Ҳар қандай қаттиқ жисм жуда күп атомлардан ташкил топған бўлади. Атомларнинг ядролари идеал кристаллда мунтазам панжара ташкил қиласди. Ў бобда кўрганимиздек, атомлар кристалл панжараси тугунларидағи ўзининг мувозанатли вазиятлари атрофида тебраниб туради. Нейтрал кристаллда ядроларнинг мусбат заряди барча электронларнинг манфий зарядига миқдоран тенг бўлади. Демак, кристалл қаттиқ жисм күп заррали: квант тизимдир. Унинг стационар ҳолатларини Шредингер тенгламасини ечиб топилади:

$$\hat{H} \Psi = W\Psi_1, \quad (5.1)$$

бундаги хамилтониан (тўла энергия оператори)

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m} \sum_i \nabla_{R_i}^2 - \frac{\hbar^2}{2} \sum_j \frac{1}{M_j} \nabla_{r_j}^2 + V(R, r) \quad (5.2)$$

кўринишда бўлиб, унинг биринчи ҳади электронлар кинетик энергиялари операторлари йигиндиси, иккинчи ҳади ядролар кинетик энергиялари операторлари йигиндиси  $V(R, r)$  ўзаро таъсир потенциал энергиясидан иборат. Потенциал энергияни қўйидагича ёзиш мумкин:

$$V(R, r) = \sum_{j,k} \frac{z_j z_k e^2}{R_{jk}} + \sum_{i,k} \frac{e^2}{r_{ik}} - \sum_{i,j} \frac{z_j e^2}{r_{ij}}. \quad (5.3)$$

Ушбу ифодаларда  $m$  — электрон массаси,  $M_j$  эса  $j$  — ядронинг массаси,  $r_i$  ва  $R_j$  — мос равища,  $i$  — электроннинг ва  $j$  —

ядронинг радус векторлари,  $R_{jk}$  – ядролар орасидаги,  $r_{ik}$  – электронлар орасидаги,  $r_{ij}$  – электронлар билан ядролар орасидаги масофалар,  $z_j$ ,  $z_k$  – ядроларнинг атом номерлари. (5.3) ифодада  $R_{jk}$ ,  $r_{ik}$ ,  $r_{ij}$  масофалар ҳисобида индекслар тенг бўлмаслиги керак. (5.1) ифодада  $W$  – кристаллнинг тўла хусусий энергияси,  $\Psi$  эса унинг тўлқин функцияси бўлиб, у барча зарраларнинг координаталарига боғлиқдир:

$$\Psi = \Psi(r_1, r_2, \dots, R_1, R_2, \dots) \quad (5.4)$$

Аслида (5.1) Шредингер тенгламаси ечилса, кристалл қаттиқ жисм хоссаларига тегишли барча саволларга қатъий жавоблар олиниши мумкин бўларди. Аммо, қаттиқ жисмнинг  $1 \text{ m}^3$  ҳажмида  $10^{28}$  дан ортиқ атом (зарраларнинг умумий сони ундан ҳам кўп) бўлади. Бу эса тўлқин функция ўшанча сон чамасидаги ўзгарувчиларга боғлиқ бўлади, демакдир. Бундай тенгламани ва унинг ечимини ҳатто ёзиб чиқиш амалда мумкин эмас. Шундай ёзув усули топилганда ҳам олинган ечим тажрибада кузатилган қонуниятларни тушунтириш учун ярамайди (газ барча молекулаларининг координаталари ва тезликларини билганда ҳам газ ҳолатини аниқлаб бўлмаслигини эслайлик).

Синчиклаб бажарилган тадқиқотлар натижасида Шредингер тенгламасининг умумий аниқ ечимини топишга урунишнинг зарурати йўқлигини, етарлича асосланган тақрибий ҳисоблаш қаттиқ жисмнинг барча муҳим хоссаларини тушинтириши мумкинлигини кўрсатди. Шредингер тенгламасини ечишининг самарадор тақрибий усулини адиабатик бир электронли яқинлашиш (тақриб) деб номланган. У қаттиқ жисмларда электронларнинг энергиялари спектри назариясига асос бўлган.

**Адиабатик яқинлашиш (тақриб).** Атомлар ядролари массаси электрон массасидан кўп марта катта бўлганлиги учун кристалдаги атомлар ядролари панжара тугунларида кўзгалмас туради деб ҳисобланса, (5.2) ҳамилтон операторида ядролар кинетик энергиясининг  $(-\hbar^2/2) \sum \frac{1}{M_j} \nabla_{R_i}^2$  операторини ташлаб юборилса, у

ҳолда кўзгалмас ядролар майдонида ҳаракатланаётган электронлар системасининг  $\Phi(r, R)$  тўлқин функцияси қуийдаги Шредингер тенгламасига бўйсунади:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \nabla_{ri}^2 + V(R, r) \right\} \phi = E\phi , \quad (5.5)$$

бунда  $E$  — электронлар системасининг хусусий энергияси. Энди ядролар ҳаракатини ҳисобга олиш мақсадида бутун кристаллининг түлқин функциясини

$$\Psi(r, R) = \Phi(R) \cdot \phi(r, R) \quad (5.6)$$

кўринишида ифодалаймиз.  $\Phi(R)$  — ядролар тизими түлқин функцияси. Агар (5.6) ифодани (5.1) тенгламага қўйилса ва (5.5) эътиборга олисса,

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2} \sum_j \nabla_{Rj}^2 / M_j + E(R) \right] \Phi = W\Phi \quad (5.7)$$

тенглама ҳосил бўлади. Бу тенглама ядролар тизимининг улар  $E(R)$  потенциал энергияли электронлар системаси майдонида ҳаракатланганни ҳолида стационар (вактга боғлиқ бўлмаган) ҳолатларни аниқлаб берадиган Шредингер тенгламасидир. Шундай қилиб, электронлар ва ядролардан ташкил топган тизим ҳолатлари ҳақидаги аниқ квант механик масаласи иккита соддароқ масалаларга.

- 1). Электронларнинг қўзғалмас ядролар  $I(r, R)$  майдонида ҳаракати ҳақидаги (5.5) масалага;
- 2). Ядроларнинг электронлар ҳосил қилган  $E(R)$  ўртача майдонда ҳаракати ҳақидаги (5.7) масалага ажралади.

Юқорида баён қилинган тақрибий усулни **адиабатик яқинлашиш** дейилади.

## 5.2. Хартри-Фок усули. Бир электроний яқинлашиш

Адиабатик яқинлашиш (тақриб) кўп заррали квант система ҳолатлари ҳақидаги масалани бироз соддалаштириб, қўзғалмас ядролар майдонида электронлар ҳаракати масаласига келтиради. Бироқ, электронлар тизими учун ёзилган (5.5) тенгламани ҳам ечиш қўйинлиги ва уни ечишга уринишнинг но-мақбуллиги тўғрисида гапирдик. Бу масалани ечишнинг тақрибий йўлларини қидирилди. Ана шундай усулларнинг энг самаралиларидан бирни Хартри-Фок усули бўлиб, у кўп электроний яқинлашиш

тронли масалани бир электронли масалага айлантиради. Харти-Фок усули  $\hat{H}$  хамилтонианда электронларнинг ўзаро таъсир энергиясини ҳар бир электрон мустақил ҳаракатланадиган даврий бирор ташқи майдондаги  $U_{eff}(\vec{r})$  эффектив потенциал энергияси билан алмаштириш ғоясига асосланган.  $U_{eff}(\vec{r})$  майдон барча бошқа электронларнинг мазкур бир электронга ўртача таъсирини энг яхши равишда тавсифлайдиган қилиб танлаб олиниши керак. Тизимнинг хамилтониани энди фақат бир электроннинг координаталарга боғлиқ ҳамилтонианлар йиғиндисидан иборат бўлиб қолади:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \hat{H}_i, \text{ Бунда } \hat{H}_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + V(\vec{r}_i) + U_{eff}(\vec{r}). \quad (5.8)$$

Бу ифодада  $V(\vec{r}_i)$  қўшилувчи  $i$  — электроннинг ядролар майдонидаги,  $U_{eff}(\vec{r})$  эса шу электрондан бошқа барча электронлар майдонидаги потенциал энергиялар.

Энди электронлар тизимининг тўлқин функцияси.

$$\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = \varphi_1(\vec{r}_1)\varphi_2(\vec{r}_2), \dots, \varphi_N(\vec{r}_N) \text{ бўлади.}$$

Ихтиёрий  $i$  — электрон учун ёзилган Шредингер тенгламаси:

$$\hat{H}_i \varphi_i^{(\vec{r}_i)} = E_i \varphi_i(\vec{r}_i). \quad (5.9)$$

$U_{eff}(\vec{r})$  ни энг яхши равишда танлаб олиш қандай?

Бу ишни қандайдир ўз-ўзидан мослашган амаллар асосида бажариш мумкинлигини қўйида кўрамиз.

Олдин 2 та электрондан иборат тизимни қараб, натижаларни ихтиёрий  $N$  сондаги электронлар ҳолига умумлаштирамиз.

Икки электрон учун

$$\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \varphi_1(\vec{r}_1)\varphi_2(\vec{r}_2). \quad (5.10)$$

Электроннинг ҳолати учта  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ( $\vec{r}$ ) координаталардан ташқари яна спиннинг проекцияси қиймати билан ҳам аниқланади. Паули қонунига асосан, икки электрондан иборат

тизимда агар электронлар ўрнини алмаштирасак, тўлқин функцияси ўз ишорасини ўзгартириши керак, яъни:

$$\Phi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \varphi_1(1)\varphi_2(2) - \varphi_1(2)\varphi_2(1) \} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} \varphi_1(1) & \varphi_1(2) \\ \varphi_2(1) & \varphi_2(2) \end{vmatrix}, \quad (5.11)$$

бунда 1 ва 2 ҳолатлар белгиланади. ҳақиқатан,  $\Phi(2,1) = -\Phi(1,2)$ .

$N$  та электронли тизим учун:

$$\Phi(1,2,3,\dots,N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \varphi_1(1)\varphi_1(2)\dots\varphi_1(N) \\ \varphi_2(1)\varphi_2(2)\dots\varphi_2(N) \\ \dots \\ \varphi_N(1)\varphi_N(2)\dots\varphi_N(N) \end{vmatrix} \quad (5.12)$$

(5.8) ва (5.12)лардан фойдаланиб, тизимнинг  $E$  энергиясини ҳисоблаб чиқилади:

$$E = \int \Phi * \hat{H} \Phi d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_N \quad (5.13)$$

Мураккаб ҳисобларни келтирмасдан Хартри-Фок усулининг келгуси амалларини сўз билан айтиб ўтамиш.

(5.8) ифодага кирган  $H_1$  ва  $e^2/r_{12}$  спинга боғлиқмас, шунинг учун спин бўйича йигиши фазовий координаталаридан мустақил бажарилади. Бундан кейин  $U_{eff}(\vec{r})$  қуидаги кўринишни қабул қиласди:

$$U_{eff}(\vec{r}) = \sum_j \int \frac{e^2 |\varphi_{nj}(\vec{r}_2)|^2}{r_{12}} d\vec{r}_2 - \sum_i \frac{\varphi_{nj}(\vec{r}_1)}{\varphi_{ni}(\vec{r}_1)} \int \frac{e^2 \varphi_{ni}(\vec{r}_2) \varphi_{nj}(\vec{r}_2)}{r_{12}} d\vec{r}_2. \quad (5.14)$$

Бу асосда

$$[\hat{H}_1 + U_{eff}(\vec{r})] \psi_{ni}(\vec{r}_1) = E_m \varphi_m(\vec{r}_1). \quad (5.15)$$

ёки

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{r_1} + V_{r_1} + U_{eff}(\vec{r}_1) \right] \varphi_m(\vec{r}_1) = E_m \varphi_m(\vec{r}_1) \quad (5.16)$$

Бу тенгламаларни Хартри-Фок тенгламалари дейилади.

$U_{eff}(\vec{r})$  ни ҳисоблаб чиқиш учун  $\phi_n$  функцияларни танлаб олиш зарур. Нолинчи яқинлашишда қандайдир бир электронли  $\phi_n$  функциялар олинади, сўнг  $U_{eff}$  ҳисоблаб чиқилади, кейин  $U_{eff}$  ифодасидан  $\phi_n$  функцияларни биринчи тақрибда аниқланади, бу ишни кераклигича давом эттириш мумкин. Масалан,  $\phi_n$  функциялар сифатида, урнига қараб, эркин электрон ёки атомда боғланган электрон түлқин функциялари олиниши мумкин. Бу масалага биз кейинроқ тўхталамиз.

### 5.3. Даврий электрик майдонда ҳаракатланадиган электрон масаласи

Кристаллар симметрияси  $U_{eff}(\vec{r})$  потенциал майдоннинг ҳам кристалл даврийлигига эга бўлишлигини тақозо қиласди. Демак, электроннинг қўзғалмас атомлар ядролари ва бошқа электронлар майдонидаги потенциали, яъни

$$V(\vec{r}, R) + U_{eff}(\vec{r}) = V(\vec{r})$$

даврий бўлади ва кристаллдаги электрон шу даврий майдонда ҳаракатланади. Бундан кейин бу потенциални  $V(\vec{r})$  белгиси билан қўллаймиз.

Энди электроннинг тўлқин функциясини танлаймиз. У Блох функциясидан иборат:

$$\varphi_k(\vec{r}) = u_k(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}, \quad (5.17)$$

бунда  $\vec{k}$  – электроннинг тўлқин функцияси,  $u_k(\vec{r})$  амплитуда эса даврий:

$$u_k(\vec{r} + \vec{a}_n) = u_k(\vec{r}). \quad (5.18)$$

Ҳақиқатан, агар Блох тўлқин функцияларини (5.14) га кўйилса,  $U_{eff}(\vec{r})$  нинг кристалл даврийлигига эга бўлишлиги келиб чиқади, яъни (5.17) ечим ўз-ўзига мослашгандир.

Тўлқин вектор  $\vec{k}$  ни қуйидаги кўринишда ёзилади ( $\vec{k}$  билан  $\lambda$  тўлқин узунлиги  $\vec{k} = (2\pi/\lambda) \vec{n}$  муносабатда боғланган):

$$\vec{k} = \frac{g_1}{G} \vec{b}_1 + \frac{g_2}{G} \vec{b}_2 + \frac{g_3}{G} \vec{b}_3 \quad (5.19)$$

бунда  $G$  — катта тоқ сон,  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$  — тескари панжара векторлари,  $g_1, g_2, g_3$  — бутун сонлар.  $\vec{k}$  вектор  $G^3$  квазидискрет қиймат олади.

Бу ифодани ҳосил қилиш учун кристаллининг асосий соҳаси сифатида  $G\vec{a}_1, G\vec{a}_2, G\vec{a}_3$  қирралари бўлган параллелепипед ажратиб олинади, бу ҳолда  $G\vec{a}_i$  қадар силжиш тўлқин функция қийматини ўзгартирмайди (Борн-Карман даврийлик шарти). Агар (5.17) ифодада  $\vec{r}$  ўрнига  $\vec{r} + \vec{a}_n$  қўйилса,  $\varphi_{\vec{k}}$  ўз қийматини сақлайди. Ҳақиқатан,

$$\varphi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_n) = U_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_n) e^{i\vec{k}\vec{r}} e^{i\vec{k}\vec{a}_n} = U_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

чунки  $\exp i\vec{k}\vec{a}_n = 1$ ,  $i\vec{k}\vec{a}_n = 2\pi$  бутун сон.  $\vec{a}_n$  нинг энг кичик қийматлари  $\vec{a}_n$  бўлади ва  $i\vec{k}\vec{a}_n = 2\pi$  келиб чиқади. Демак, тўлқин вектор шундай давр билан ўзгаради. Унинг физик жиҳатдан турли қийматлари

$$-\pi \leq i\vec{k}\vec{a}_i \leq +\pi \quad (i=1,2,3) \quad (5.20)$$

оралиқда ётади. Бу соҳани биринчи Бриллюэн зонаси дейилади. Кристаллининг тескари ва тўғри панжаралари векторлари кўпайтмаси  $\vec{a}_i \vec{b}_k$  агар  $i=k$  бўлганда  $2\pi$  га,  $i \neq k$  да нолга тенглигини эътиборга олиб, (5.19) ни  $\vec{a}_i$ га кўпайтирсак,  $i\vec{k}\vec{a}_i$  нинг қийматлари  $i\vec{k}\vec{a}_i = \frac{2\pi g_i}{G}$  бўлади, уларни (5.20) га қўйилса,

$$-\frac{G}{2} \leq g_i \leq +\frac{G}{2} \quad (5.21)$$

кўринишдаги оралиқ биринчи (келтирилган) Бриллюэн зонасини ифодалайди.

Блоҳ функциясини электрон учун ёзилган

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \varphi_k + V(\vec{r}) \varphi_k = E_k \varphi_k \quad (5.9)$$

Шредингер тенгламасига қўйилса,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 u_k + V(\vec{r})u_k - \frac{i\hbar^2}{m}(\vec{k}\nabla u_k) = (E_k - \frac{\hbar^2 k^2}{2m})u_k \quad (5.22)$$

тенглама ҳосил бўлади.  $k=0$  учун (5.22) тенглама  $\phi_k$  учун ёзилган (5.9) га ўхшаш бўлади.

Турли кўринишдаги даврий майдонларда электрон ҳаракатини тақиқлаш электроннинг энергиялари спектри рухсатланган ва тақиқланган қийматлар оралиqlарига (зоналарига) ажralишигини кўрсатади. Қуидада бир неча ҳолларни кўриб чиқамиз.

#### 5.4. Кучсиз ва кучли боғланган электронлар тақриблари

$E = E(\vec{k})$  боғланиши умумий ҳолда топиш муҳим масала бўлиб, аммо у шу кунгача ечилмаган. У ёки бу қаттиқ жисмларнинг турли физик хоссаларини ўрганишда бир неча тақрибий усувлар қўлланади.

1. Булардан бири кучсиз боғланиш тақрибининг нолинчи яқинлашиши сифатида эркян электрон ҳолати олинади, кристаллнинг даврий электрик майдони эса эркян электроннинг кинетик энергиясига нисбатан кичик бўлган потенциал энергия ҳосил қиласидан кичик таъсир (ғалаён) деб ҳисобланади. Шредингер тенгламаси асосида кетма-кет бажариладиган биринчи, иккинчи, ... тақрибий ҳисоблар оқибатида электронларнинг кристалл қаттиқ жисмдаги энергиялари спектри ифодасига келинади.

Даврий жадвалнинг I-4 гуруҳларига мансуб металларни назарий ва тажрибий текширганда уларда ўтказувчанлик электронлари ҳаракатини тавсифлаш учун деярли доимий потенциалдан фойдаланиш мумкинлигини кўрсатди.

Кичик ғалаён деб қараладиган  $V(\vec{r})$  кучсиз даврий потенциални Фурье қаторига ёймиз:

$$V(\vec{r}) = \sum_{g \neq 0} V_g \exp(i\vec{b}_g \cdot \vec{r}), \quad (5.23)$$

бунда  $\vec{b}_g$  тескари панжара вектори. Яна бунда  $V_0=0$  деб ҳисобладик, ўнг томон ҳақиқий бўлиши учун  $V_g = V_g^*$  шарт ба-

жарилиши керак. Блох функцияси ампилитудасини ҳам Фурье қаторига ёйлади:

$$u_k(\vec{r}) = \sum_h a_h \exp(i(\vec{b}_h \vec{r})). \quad (5.24)$$

(5.23) ва (5.24) ифодаларни (5.22) тенгламага қўямиз:

$$\begin{aligned} \sum_k \frac{\hbar^2}{2m} \vec{b}_h^2 a_h e^{i(\vec{b}_h \vec{r})} + \sum_h \sum_g V_g a_h e^{i(\vec{b}_k + \vec{b}_h, \vec{r})} + \sum_h \frac{\hbar^2}{2m} (\vec{b}_h \vec{k}) a_h e^{i(\vec{b}_h \vec{r})} = \\ = \sum_h \left( E_k - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) a_h e^{i(\vec{b}_h \vec{r})}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Икки каррали йигиндида  $h$  ва  $g$  бўйича йигнашни  $h-g$  ва  $g$  йигнашга алмаштирамиз, бу ҳолда кўрсаткичли функцияда  $\vec{b}_k + \vec{b}_h$  ни  $\vec{b}_h$ га алмаштирилса, мазкур йигинди:

$$\sum_h \sum_g V_g a_{h-g} \exp i(\vec{b}_h \vec{r})$$

кўринишга келади. Барча  $\vec{r}$  лар учун (5.25) тенглик айнан ба-жарилиши учун ҳамма  $\exp(i(\vec{b}_h \vec{r}))$ лар олдидаги коэффициентлар йигиндиси нолга тенг бўлиши зарур.

Бу ҳолда (5.25) дан:

$$\left[ E_k - \frac{\hbar^2}{2m} (\vec{k} + \vec{b}_h)^2 \right] a_h - \sum_{g \neq 0} V_g a_{h-g} = 0. \quad (5.26)$$

$$(h_1, h_2, h_3 = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Эркин электрон учун  $V_g = 0$  ва шунинг учун

$$E_k = \frac{\hbar^2}{2m} (\vec{k} + \vec{b}_h)^2 = \frac{\hbar^2}{2m} k^2, \quad (5.27)$$

чунки,  $E(\vec{k} + \vec{b}_h) = E(\vec{k})$ .

Энди (5.26) ни кучсиз даврий майдон учун ечамиз. Бу ифодада  $a_0 = 1$  деб, йигиндида битта  $g = h$  ли ҳадни қолдирамиз. У ҳолда

$$a_h = -\frac{2m}{\hbar^2} \frac{V_h}{b_h^2 + 2(\vec{b}_h \vec{k})}. \quad (h \neq 0) \quad (5.28)$$

$a_{h=0}$  коэффициентлар электроннинг тўлқин функциясига биринчи тақрибдаги тузатмалар бўлади.

Эркин электроннинг  $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  энергиясига қўшимча энергия

$$E'_k = -\frac{2m}{\hbar^2} \sum_{g=0} \frac{|V_g|^2}{b_g^2 + 2(\vec{b}_g \vec{k})} \quad (5.29)$$

бўлишлигини топиш қийин эмас, бунда (5.26) да  $h=0$  тегишли қўшилувчилар билан кифояланиш мумкин. Махражнинг

$$b_g^2 + 2(\vec{b}_g \vec{k}) \approx 0$$

бўлишлиги интерференцион шартни ифодалайди. Шу шартни қаноатлантирувчи  $\vec{k}$  лар учун

$$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \pm |V_g| \quad (5.30)$$

бўлади, яъни электрон энергияси  $2|V_g|$  га тенг узилишга эга бўлади. Бир ўлчовли ҳол қаралганда рухсатланган зоналар орасидаги тақиқланган зоналар бор. Аммо, икки ўлчовли ва уч ўлчовли ҳолларда бундай бўлмаслиги ва икки зона бир-бирининг устига тушиши мумкин. Бу ҳодиса металларда муҳим ўрин тутади.

**Энди кучли боғланган электронлар тақрибини кўрайлик.** Электроннинг кинетик энергияси унинг  $I(r)$  потенциал энергиясидан анча катта бўлгандан кейингина электрон эркин ҳаракатининг галаёни деб қараш мумкин. Бу ҳол кристални катта энергияли электронлар билан нурлантирилганда рўёбга чиқиши мумкин. Аммо кристаллдаги атомдаги электроннинг кинетик энергияси унинг потенциал энергияси тебранишлари тартибida бўлади, шунинг учун кристалл электронларига кучсиз боғланиш (квази эркин электрон) тақрибини қўллаш мумкин эмас. Агар электроннинг энергиялари спек, ини ҳисоблашда нолинчи яқинлашиш сифатида электроннинг якка

атомдаги ҳолати олинса ва кристаллнинг даврий электрик майдони эса ғалаён деб қаралса, у ҳолда квази боғлиқ электрон назарияси яратилади. Ҳақиқатан, айрим атомлар бир-бирига яқинлашиб кристал панжарасини ҳосил қила бошлаганида улардаги электронларнинг дискрет (ажрим) энергиялари сатҳлари парчаланиб, энергия зоналарига айланада боради. Содда кубик панжара учун Шредингер тенгламаси мазкур усулда ечилса, электроннинг хусусий энергиялари

$$E(k)=E_a+C+2A(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (5.31)$$

ифодага келади. Бунда  $E_a$  — якка атомдаги электрон энергияси,  $C$  — ўзаро таъсир доимийси,  $A$  — қўшни тугунлардаги атомлар электронларининг алмашинув ўзаро таъсирини ҳисобга олуви чўпайтuvчи. Бу ифодадан қўйидаги холосалар келиб чиқади.

1) Кристалл панжараси ҳосил бўлганида атомларнинг ўзаро таъсири оқибатида якка атомдаги электроннинг  $E_a$  сатҳи  $C$  катталик қадар силжийди. Силжиш йўналиши  $C$  нинг ишора-сига боғлиқ.

2) Якка атомдаги электроннинг энергетик сатҳи ўрнига кристалл панжарада электрон энергиялари зонаси мавжуд бўлади. Электроннинг  $E$  энергияси  $\vec{k}$  тўлқин вектори  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  ташкил этувчиларига даврий боғлиқ бўлади.

3)  $\cos k_i a = \pm 1$  бўлганда (5.31) ифоданинг катта ва кичик қийматлари қўйидагича бўлади:

$$E_{\max} = E_a + C + 6A, \quad (5.32)$$

$$E_{\min} = E_a + C - 6A. \quad (5.33)$$

Демак, содда кубик панжара учун электрон энергиялари зонаси кенглиги

$$E_{\max} - E_{\min} = 12A. \quad (5.34)$$

Кучли боғланган электрон тақриби, равшанки, атомларнинг чуқур энергетик сатҳларида жойлашган электронлар учун ўзини оқлайди, чунки, бу электронлар панжарарнинг бошқа тугунларда атомлар билан ўзаро суст таъсирашади.

Албатта, кучсиз боғланган электронлар ҳамда кучли боғланган электронлар тақриблари кристаллнинг ўтказувчанлик

зонасидаги электронлар ҳолатини миқдоран түгри тавсифлай олмайды, улар айрим кристаллардаги электронларнинг энергетик спектрини ва түлкүн функцияларини ҳисоб-китоб қилишга ярамайды. Бирок, муҳими шуки, бу тақриблар электроннинг даврий майдонда ҳаракати түгрисида яққол умумий хулюсалар чиқариш имконини беради.

### 5.5. Крониг-Пенни модели

Электрон даврий электрик майдонда ҳаракат қилганда унинг электрик спектри қандай бўлишилигини яққол кўрсатадиган содда моделлардан бири Крониг-Пенни моделидир. У атомларнинг бир чизиқ бўйлаб даврий жойлашган ҳолига мос бўлиб, бунда масалани соддалаштириш мақсадида мазкур йўналишда электрон учун навбатлашувчи (даврий) түгри бурчакли потенциал түгри чизиқлар мавжуд деб фараз қилинади. Тўсиқнинг кенглиги  $a$ , атомнинг электрон учун ҳосил қилган потенциал чуқурликнинг кенглиги  $b$  ва тўсиқнинг баландлиги  $V_0$  бўлсин (5.1- чизма). Бу ҳолда кристал панжарасининг доимийси  $c=a+b$  бўлади.



5.1-чизма. Крониг-Пенни модели.

Электроннинг бундай даврий майдондаги  $E$  энергияси тўсиқнинг баландлигидан кичик деб ҳисобланади. Шуни таъкидлаймизки, квант механикасига асоссан, электрон бу потенциал тўсиқлар устидан ўтишга энергияси етарли бўлмасада, тўсиқлар деворидан туннел ўтиш (тирқиш) йўли билан ўтиб кета олиши мумкин ва шу йўсинда бу бир ўлчовли кристал бўйлаб ҳаракатлана олади.

Бу ҳолда электрон учун Шредингер тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+(E-V)\psi=0, \quad (5.35)$$

бундаги  $\Psi_{(x)}$  электроннинг тўлқин функцияси.

(5.35) тенглама потенциал чуқур ва потенциал тўсиқ соҳалари учун, мос равиша, куйидаги кўринишда ёзилади:

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2}+k^2\psi_1=0, \quad (5.36)$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2}-k^2\psi_2=0, \quad (5.37)$$

булардаги

$$k^2=\frac{8\pi^2m}{h^2}E,\theta^2=\frac{8\pi^2m}{h^2}(V_o-E). \quad (5.38)$$

Потенциал чуқур соҳаси  $0 < x < a$  учун (5.36) тенгламанинг ечими

$$\psi_1(x)=Ae^{ikx}+Be^{-ikx}, \quad (5.39)$$

потенциал тўсиқ соҳаси  $-b < x < 0$  учун (5.37) тенгламанинг ечими

$$\psi_2(x)=Ce^{i\theta x}+De^{-i\theta x} \quad (5.40)$$

кўринишларда бўлади.

Кристал панжараси даврийлигидан Блох функцияси учун

$$\psi(x+c)=e^{ic\phi}\psi(x)=e^{i\phi}\psi(x) \quad (5.41)$$

муносабат ўринли, бунда  $\phi=kc$ . Энди (5.40) ечимни (5.41) дан фойдаланиб,  $a < x < c$  тўсиқ соҳа учун

$$\psi_2(x)=e^{i\phi}\left[ce^{i\theta(x-c)}+De^{-i\theta(x-c)}\right] \quad (5.40')$$

кўринишда ёза оламиз.

Олинган ечимлар соҳалар чегараларида узлуксиз бўлишлиги, яъни бу чегараларда  $\psi_1(x)$  ва  $\psi_2(x)$  тўлқин функциялари ҳамда уларнинг ҳосилалари ўзаро тенг бўлишлиги керак.

$x=0$  чегарадаги  $\psi_1(0)=\psi_2(0)$  ва  $d\psi_1/dx|_{x=0}=d\psi_2/dx|_{x=0}$  шартлардан:

$$A+B=C+D, \quad (5.42)$$

$$ik(A-B)=\theta(C-D). \quad (5.43)$$

$x=a$  чегарадаги  $\psi_1(a)=\psi_2(a)$  ва  $d\psi_1/dx|_{x=a}=d\psi_2/dx|_{x=a}$  шартлардан:

$$Ae^{ika} + Be^{-ika} = e^{i\varphi}(Ce^{-\theta b} + De^{i\theta b}), \quad (5.44)$$

$$ik(Ae^{ika} - Be^{-ika}) = \theta e^{i\varphi}(Ce^{-\theta b} - De^{i\theta b}). \quad (5.45)$$

(5.41) - (5.44) тенгламалар системаси  $A, B, C, D$  доимийларни аниклаш имконини беради. Бу система бир жинсли тенгламалар системаси бўлиб, унинг маъноли ечимга эга бўлиши учун ушбу тенгламалардаги  $A, B, C, D$  лар олдидаги кўпайтувчилардан тузилган аниқловчи (детерминант) нолга тенг бўлиши керак, яъни

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ ik & -ik & -\theta & \theta \\ e^{ika} & e^{-ika} & -e^{i\varphi-\theta b} & -e^{i\varphi+\theta b} \\ ike^{ika} & -ike^{-ika} & -\theta e^{i\varphi-\theta b} & \theta e^{i\varphi+\theta b} \end{vmatrix} = 0. \quad (5.46)$$

Бу аниқловчини очиб чиқилганда

$$\cos k a \sinh \theta b + \frac{\theta^2 - k^2}{2\theta k} \sin k a \sinh \theta b = \cos \varphi \quad (5.47)$$

тенглама келиб чиқади.

Бу ифодадаги  $k$  ва  $\theta$  катталиклар [(5.38)га қаранг] электроннинг  $E$  энергияси орқали ифодаланганлиги туфайли  $\varphi$  га турли қийматлар бериб,  $E(\varphi)$  функцияни, яъни электрон энергиялари спектрини аниклаш мумкин. Аммо (5.47) тенгламани ечиш мураккаб, у тақрибий ҳисоблашни талаб қиласди. Лекин айрим чегаравий ҳолларда жуда яққол натижалар олиш мумкин. Бу ҳолда потенциал тўсик қенглиги  $b$  ни нолга ( $b \rightarrow 0$ ) ва унинг баландлиги  $V_0$  ни чексизга ( $V_0 \rightarrow \infty$ ) интилтирамиз, аммо  $bV_0$  кўпайтма чекли доимий катталик бўлиб қолади деб ҳисоблаймиз, яъни

$$4\pi^2 m ab V_0 / h^2 = P = \text{const.} \quad (5.48)$$

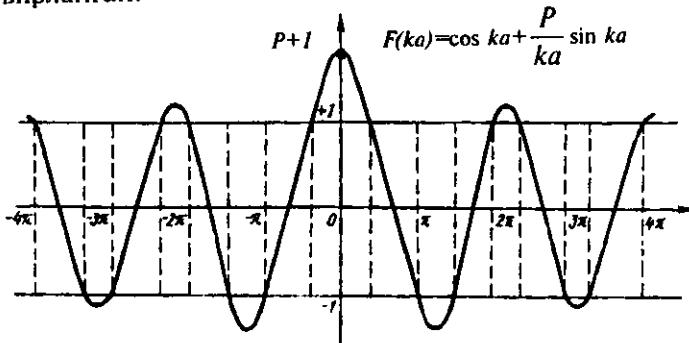
Энди  $b \rightarrow 0$  ва  $V_0 \rightarrow \infty$  чегаравий ҳолда:

$$\begin{aligned} & \text{ch}\theta b \rightarrow 1, \quad \text{sh}\theta b \rightarrow 0; \\ & \lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{\theta^2 - k^2}{2\nu k} \text{sh}\theta b = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{\theta^2 - k^2}{2\nu k} \theta b \frac{\text{sh}\theta b}{\theta b} = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{b\theta^2}{2k} = \frac{P}{ka}. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Бу ҳолда (5.47) тенглама содда күринишга келади:

$$\cos ka + \frac{P}{ka} \sin ka = \cos \varphi. \quad (5.50)$$

5.2- чизмада (5.50) тенглама ечими график усулда тасвирланган.



5.2-чиэма. Шредингер тенгламасининг ечими.

Чизмадан күриниб турғанидек,  $\cos \varphi$  нинг қийматлари  $+1$  дан  $-1$  гача оралиқдаги қийматларнинг олиши туфайли, фақат шу оралиқда жойлашган соҳалар (5.50) нинг ечимларини ўз ичига олади (чизиқланган соҳалар) мазкур оралиқдан ташқаридаги соҳаларда (5.50) нинг ечимлари бўлмайди.

Шундай қилиб, к нинг бинобарин Е нинг қийматлари мурдак оралиқда рухсатланган бўлиб, улар орасидаги соҳалар тақиқланган бўлар экан. Демак, Крониг-Пенни модели бир ўлчовли (бир йўналишили) даврий потенциал майдонида ҳаракатланаётган электроннинг энергиялари рухсатланган ва тақиқланган соҳалар (оралиқлар, зоналар)дан иборат бўлишилигини кўрсатади.

Баъзи чегарашиб ҳолларда (5.50) қизиқарли натижалар беради.

1)  $P \rightarrow \infty$  яъни потенциал тўсиқ жуда баланд. Бу ҳол электронларнинг ўз атомлари билан боғланган ҳолига тўгри келади.  $k=0$  бўлганда

$$\cos ka = 1, \sin ka / ka = 1, F(ka) = P + 1$$

бўлишлигини аниқлаш қийин эмас. Демак  $P \rightarrow \infty$   $F(ka)$  ҳолда функция к ўққа жуда тик тушади. Бунда электронларнинг рухсатланган энергия соҳалари (зоналари) тор (дискрет сатҳларига мос) бўлади, тақиқланган энергия оралиқлари эса кенг бўлади. Бу ҳол якка атом электрони ҳолатларига мос келади.

2)  $P \rightarrow 0$  ҳолда электронлар ўз атомлари билан кучсиз боғланган, потенциал тўсиқ паст бўлади, унда

$$\cos ka = \cos \varphi$$

ва ҳеч қандай тақиқланган соҳалар бўлмайди. Бу ҳол металлдаги эркин электронлар гази ҳолига яқин келади.

3)  $P \geq 1$  ҳолда  $P$  катта, аммо чекли қийматга эга. 5.2-чизмадан кўринишича к нинг ( $E$  энергиянинг) рухсатланган қийматлари  $ka = n\pi$  га чапдан ёндашади. Уларни

$$ka = n\pi + \delta \quad (5.51)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бунда  $n$  — соҳа (зона) тартибини белгиловчи бутун сон,  $\delta$  — бирдан кичик сон.

Энди электроннинг рухсатланган  $n$  — соҳадаги  $E_n$  энергияси

$$E_n = A_n + (-1)^n B_n \cos \varphi \quad (5.52)$$

кўринишда ифодаланади, бунда

$$A_n = \frac{\hbar^2 n^2}{8ma^2} \left(1 - \frac{2}{P}\right), \quad B_n = \frac{\hbar^2 n^2}{8ma^2} \frac{2}{P} \quad (5.53)$$

(5.52) ифодани кептириб чиқаришда  $|\delta| \ll 1$  деб ҳисоблаб,  $\cos ka = (-1)^n$ ,  $\sin ka = (-1)^n$  ларни топамиз. (5.50) дан  $\delta = \frac{n\pi}{P} [(-1)^n \cos \varphi - 1]$  муносабатни аниқлаймиз. Буни (5.51) ифодага қўйиб,  $ka = n\pi + \frac{1}{P} [(-1)^n \cos \varphi - 1]$  тенгликни ҳосил

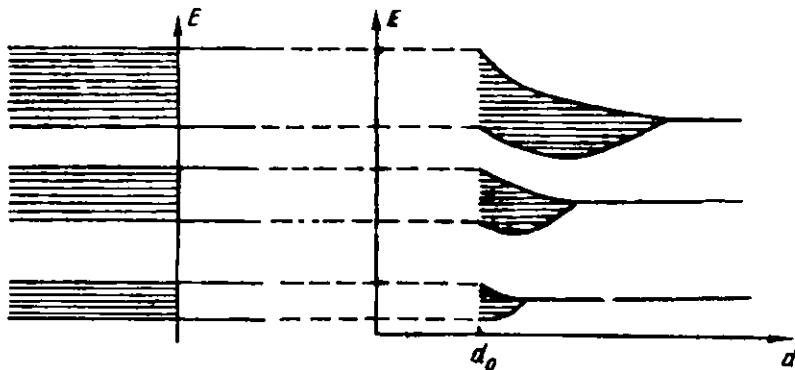
қиламиз. *ka* нинг бу қийматини (5.8) ифодалардан биринчи-сига қўйсак, (5.52) натижা келиб чиқали. (5.52) дан рухсатланган электрон энергиялари соҳасининг кенглиги  $P$  га муҳим даражада боғлиқ бўлишлиги кўринниб турибди.

### 5.5. Идеал кристаллда электрон энергиялари спектри тўғрисида умумий хуласалар

Олдинги бандларда кучсиз, кучли боғланиш ҳолларида бир ўлчовли ҳолда стационар даврий электрик майдонларда (улар кристаллда атомларнинг даврий жойлашишидан вужудга келади) ҳаракатланаётган электрон учун Шредингер тенгламасини адиабатик бир электронли тақрибла ечиб кўрдик. Улар мисолида кристалл қаттиқ жисмла электронларнинг энергетик спектри ҳақида муайян тасаввур ҳосил қилилек. Квант механикаси қонунлари асосида юритиладиган умумии мулоҳазалар бу натижаларни тасдиқлади. Бу натижаларнинг энг муҳими электроілар энергетик спектрининг зонавий тузилишидир. Шунинг учун ҳам бу назария зоналар назарияси номини олган. Биз қўйида унинг асосий хуласаларини баён қиламиз:

Даврий электрик майдонда электроннинг энергиялари спектри рухсатланган ва яқинлашган энергия зоналарига ажralган бўлади. Бунинг асосий сабаби атомлар маълум масофа-ларгача бир-бирига яқинлашиб қаттиқ жисм ҳосил қилгандаридан бир-бирлари билан кучли таъсиралишга киришадилар, бунда якка атомдаги электронларнинг энергия сатҳлари шундай парчаланадики, бунда Паулининг битта энергия сатҳи иккитадан (бир квант ҳолатида биттадан) оптикалык электрон бўлиши мумкин эмас дейдиган тақиқ қонунига риоя қилган ҳолда, атомдаги бир энергия сатҳи ўрнига (атомлар сонига тенг миқдордаги сатҳларни ўз ичига олган) энергия соҳаси (зонаси) вужудга келади. Рухсатланган зоналар оравлиғидаги тақиқланган зоналар кенглиги турли кристалларда турлича, рухсатланган зоналар тузилиши баъзи кристалларда мураккаб, зоналарнинг устма-уст тушиши ҳодисаси ҳам юз беради. 5.3- чизмада атомдаги айrim сатҳлардан зоналар вужудга келиши тасвирланган.  $d_o$  – атомларро масофа.

5.3 а- чизмада атомдаги 1,2,3 энергия сатҳларидан, атомлар яқинлашиб кристалл ҳосил қилганида, энергия зоналари вужудга келишини кўрамиц, бунда рухсатланган зоналарни бир-биридан тақиқланган ~~жоннор~~ ажратиб турибди. зоналар устма-уст тушимаган.



5.3-чизма. Атомдаги электрон энергиялари сатұларидан кристалдаги электрон энергиялари зоналари қосыл бўлиши

5.3, б- чизмада 2,3 сатұлардан қосыл бўлган зоналар бир бирини қисман қоплаган.

1. Зоналар тартиб номери ортган сари рухсатланган энергия зоналари кенгайиб тақиқланган зоналар торайиб боради.

2. Рухсатланган зона ичидә электроннинг энергияси узилешсиз ўзгаради деб ҳисоблаш мумкин, чунки ҳар бир зона ичидә энергия сатұлар жуда зич жойлашған (зонадаги сатұлар сони кристалдаги атомлар сони тартибида). Бу ҳол зона ичидә электронлар ҳаракатига боғлиқ ҳодисаларни ўрганишда мумтоз қонунлардан фойдаланиш имконини беради.

3.  $\vec{k}$  ва  $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{b}_g$  түлкін вектори тавсифлайдиган ҳолатлар бир бирига ўхшашири (бунда  $\vec{b}_g$  тескари панжара вектори). Бундан ихтиёрий  $n$  – зонадаги электроннинг энергияси  $\vec{k}$  нинг даврий функцияси бўлишлиги келиб чиқади:

$$E_n(\vec{k} + \vec{b}_g) = E_n(\vec{k}). \quad (5.54)$$

4. Электрон энергияси  $\vec{k}$  түлкін векторнинг жуфт функцияси бўлади:

$$E_n(\vec{k}) = E_n(-\vec{k}), \quad (5.55)$$

яъни  $E_n(\vec{k})$  энергиянинг ифодасига  $\vec{k}$  нинг фақат жуфт дарражалари киради

5. Тұлқин вектор фазосида электрон энергияси  $E_n(\vec{k})$  экстремал (энг кичик, энг катта) қийматларга зәңгіреді.

$E_n(\vec{k})$  нинг мутлақ катта (максимум) қиймати мазкур энергия зонасининг юқори чегарасини (шипини), мутлақ кичик (минимум) қиймати эса зонаниң пастки чегарасини (түбени) аниқлады. Мутлақ максимум, мутлақ минимум деб тақидлашимизнинг боиси шуки, мазкур зонада бир неча максимум ва минимумлар бўлишлиги, айрим кристалларнинг энергия зоналаридаги экстремумлар бир неча карра айнигандан бўлишлиги мумкин. Масалан, галлий арсениди GaAs нинг юқориги зонасида иккита минимум бор. Кремний кристаллининг валент зонасида уч карра айнигандан максимум мавжуд.

6. Тұлқин вектор  $\vec{k}$  қийматларининг шундай соҳалари борки, бу соҳаларда электронлар энергияси узилишсиз ўзгаради (рухсатланган зоналар), аммо уларнинг чегарасида эса узилиш содир бўлади; бу соҳалар *Бриллюэн зоналари* дейилади. Биринчи Бриллюэн зонаси  $-\pi \leq \vec{k} \cdot \vec{a}_i \leq +\pi$  тенгсизликлар, иккинчи Бриллюэн зонаси  $-2\pi \leq \vec{k} \cdot \vec{a}_i \leq -\pi$  ва  $+\pi \leq \vec{k} \cdot \vec{a}_i \leq +2\pi$  тенгсизликлар билан ифодаланади. Барча юқори тартибли Бриллюэн зонасини геометрик кўчиришлар ёрдамида биринчи зонага келтириш мумкин. Шунинг учун уни келтирилган Бриллюэн зонаси дейилади. Бриллюэн зоналари шакли кристаллар тузилишини акс эттиради.

## 5.6. Электронларнинг кристалларындағы эффектив массаси. Ковак. Электрон энергияси ва импульси

Электронларнинг кристалларындағы рухсатланган энергиялари зоналарда унинг  $E_n(\vec{k})$  энергияси  $\vec{k}$  нинг муайян қийматларыда экстремумларга (максимум ва минимумларга) зәңгіреді.  $E_n(\vec{k})$  функцияни экстремумлари яқинида қаторга ёйиш мумкин. Бу айрим қаттиқ жисмлар учун ахамиятта зәңгірлік энергия  $\vec{k} = \vec{k}_0$  да экстремал қиймат олади дейлік. Шу  $\vec{k} = \vec{k}_0$  яқинида  $E_n(\vec{k})$  дүн қаторга ёйайды:

$$\begin{aligned}
\bar{E}_n(\vec{k}) = & \bar{E}_n(\vec{k}_0) + \sum_{\alpha} \left( \frac{\partial E_n}{\partial k_{\alpha}} \right)_{\vec{k}_0} (k_{\alpha} - k_{\alpha 0}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta}} \right)_{\vec{k}_0} (k_{\alpha} - k_{\alpha 0})(k_{\beta} - k_{\beta 0}) + \quad (5.56) \\
& + \frac{1}{6} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \left( \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta} \partial k_{\gamma}} \right)_{\vec{k}_0} (k_{\alpha} - k_{\alpha 0})(k_{\beta} - k_{\beta 0})(k_{\gamma} - k_{\gamma 0}) + \dots,
\end{aligned}$$

$k_{\alpha}, k_{\beta}, k_{\gamma}$  –  $\vec{k}$  векторнинг,  $k_{\alpha 0}, k_{\beta 0}, k_{\gamma 0}$  –  $\vec{k}_0$  векторнинг ташкилувчилари.  $E_n(\vec{k})$  энергия  $\vec{k} = \vec{k}_0$  да экстремал қиймат олгани учун биринчи  $(\partial E_n / \partial k_{\alpha})_{\vec{k}_0}$  ҳосилалар нолга тенг. Иккинчи тартибли ҳосилали ҳадлар 2-даражали тензорни ташкил қиласди. Юқори тартибли ҳосилалар кирган ҳадлар жуда кичиклиги туфайли ҳисобга олинмайди. Энди (5.56) ёйилма яхши тақрибда

$$\bar{E}_n(\vec{k}) = \bar{E}_n(\vec{k}_0) + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta}} \right)_{\vec{k}_0} (k_{\alpha} - k_{\alpha 0})(k_{\beta} - k_{\beta 0}). \quad (5.57)$$

Агар тескари масса ўлчамлигига эга бўлган тескари эфектив масса тензори

$$\frac{1}{m_{\alpha\beta}} = \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta}} \right)_{\vec{k}_0} \quad (5.58)$$

тушинчаси киритилса, (5.57) анча соддалашади:

$$E_n(\vec{k}) = E_n(\vec{k}_0) + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{(k_{\alpha} - k_{\alpha 0})(k_{\beta} - k_{\beta 0})}{m_{\alpha\beta}} \quad (5.59)$$

Тензорни учта бош ўқда келтириш амали бу ифодани яна ҳам соддалаштиради:

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_0) + \sum_{\alpha} \frac{\hbar^2 (k_{\alpha} - k_{\alpha 0})}{m_{\alpha}}. \quad (5.60)$$

Агар бу ифодани эркин электрон кинетик энергийси учун ёзилтган  $E = \hbar^2 k^2 / 2m$  билан солиштирсак  $m_{\alpha}$  масса маъносига эга

эканлигини пайқаймиз, аммо, умумий ҳолда, кристаллнинг ҳар бир бош ўқига ўзининг  $m_\alpha$  массаси тўғри келади:

$$m_\alpha = \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_\alpha^2} \right)_{\vec{k}_0} \quad (5.61)$$

Энг содда ҳолда (изотроп кристаллда) учала массалар бирдай бўлади:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m^* = \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right)_{\vec{k}_0}. \quad (5.62)$$

Бу ифодадаги  $m^*$  скаляр эффектив масса дейилади. Бу ҳолда электроннинг энергияси, квази импулси ва Ньютоннинг иккинчи қонуни кўриниши кўйидагича бўлади:

$$E_n(\vec{k}) = [\hbar^2(\vec{k} - \vec{k}_0)^2 / 2m^*] + E_n(\vec{k}_0), \quad (5.63)$$

$$\vec{P} = \hbar(\vec{k} - \vec{k}_0) = m^* \vec{v}, \quad (5.64)$$

$$\vec{F} = m^* (d\vec{v} / dt) = d\vec{p} / dt. \quad (5.65)$$

Энергия зонасининг пастки чегарасида (мутлақ минимумида)  $E_n(\vec{k})$  нинг иккинчи ҳосиласи мусбат, яъни  $m^* = \hbar^{-2} (\partial^2 E_n / \partial k^2)_{\vec{k}_0} > 0$ . Бу осон тушунарли натижадир. Зонанинг юқориги чегарасида эса  $(\partial^2 E_n / \partial k^2)_{\vec{k}_0} < 0$  яъни  $m^* < 0$ . Аммо бу ғалати натижани тушуниш қийин эмас. Электрон кристалл ичидаги кучли майдон таъсирида ташқи майдон таъсири йўналишига қарши йўналган тезланишга эга бўлади (бу зонанинг юқориги чегарасида содир бўлади). Агар зона шипида массаси  $m_p = -m^*$  ва заряди  $+e$  бўлган квази зарра (ковак) тушунчаси киритилса, мазкур ғалатилик бартараф бўлади. Бу квази зарранинг ковак деб аталишига сабаб у зонанинг ўша жойида электрондан бўш ҳолатни (ковакни) тавсифлашидир. Коваклар эркин электронлар билан биргаликда ярим ўтказгич кристалларда жуда муҳим ўрин тутади.

Таҳдилни соддалаштириш учун  $E_n(\vec{k}_0) = 0$  ва  $\vec{k}_0 = 0$  деб

фараз қилинади. Эффектив масса тушунчаси  $E_n(\vec{k})$  функцияни экстремумлари яқинида қаторга ёйнидан келиб

чиққанлиги ва бинобарин, бу тушунча фақат зоналар чегаралари яқинидагина қўлланиши мумкинлигини таъкидлаймиз.

Скаляр эффектив масса изотроп кристалларга хос, аммо анизотроп кристалл хоссалари тавсифланганда эффектив масса тензори тушунчасидан фойдаланиш керак.

### **5.7. Энергия зоналари. Металлар. Ярим ўтгазгичлар. Дизэлектриклар**

Биз юқорида квант физикаси заминида кристалл қаттиқ жисмларда электронларнинг энергия зоналари ҳосил бўлишлигини кўрдик. Энди энергия зоналарининг электронлар билан тўлдирилганлиги масалалари билан танишамиз, чунки юқориги энергия зоналарининг (валент сатҳларидан пайдо бўлган зоналарнинг) қай даражада тўлдирилганлиги ёки тўлдирилмаганлиги кристаллнинг электрик хоссалари бўйича қайси гуруҳга — металларга (яхши ўтгазгичларга) ярим ўтгазгичларга ёки дизэлектрикларга мансуб бўлишлигини аниқлаб беради. Дарвоқе, қаттиқ жисм квант физикаси (1930 йиллар бошида) яратилгандан кейингини мазкур моддаларнинг кўп хоссаларини ва улар орасидаги тафовутни пухта илмий асосда тушуниш мумкин бўлди.

Умуман, энергия зонаси электронлар билан тўла тўлдирилган, чала тўлдирилган ёки бутунлай тўлдирилмаган бўлиши мумкин.

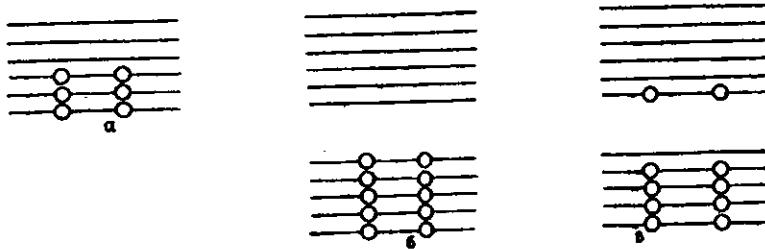
Агар энергия зонасини электронлар тўла тўлдириган бўлса (боғланган электронлар зонаси) бу ҳолда ундаги электронлар электр токда қатнаша олмайди. Сабаби шуки, бу зонанинг ҳар бир сатҳида бир хил қийматли тезликка эга бўлган икки электрон қарама-қарши йўналишда ҳаракат қиласи. Токда қатнаштириш учун бундай жуфтларни ажратиш уларни бир қисмини юқорига бўш сатҳларга (агар улар мавжуд бўлса) кўтариш (энергиясини ошириш) ва энг муҳими электронлар йўналишини электр майдонга мос равишда буриш, яъни уларнинг йўналган (тартибли) ҳаракатини вужудга келтириш керак. Аммо тўла тўлдирилган зонада бўш сатҳлар йўқ, электр майдон таъсир қилганида ҳам электронлар иккитадан ўз сатҳларида қарама-қарши ҳаракат қилишда давом этади. Шунинг учун улар токда қатнаша олмайди.

Агар энергия зонаси чала түлдирилган бўлса, уни ўтказувчанлик зонаси дейилади. Бундай зона электронлари токда қатнаша олади. Улар ўтказувчаник электронлари ёки эркин электронлар дейилади. Мазкур зонанинг юқори қисмida бўш сатҳлар бор, паст сатҳларида жуфт-жуфт жойлашган электронлар электр майдон таъсирида тезлашиб юқориги бўш сатҳларга кўтарилади, тезликлари йўналишлари электр майдонга мос бурилади. Натижада зонадаги электронларнинг йўналган ҳаракати, яъни электр ўтказувчаник вужудга келади (бунда занжир ёлиқ бўлишигини назарда тутилади).

Тўлдирилган зона юқорисида пастки зонадан тақиқланган зона билан ажратилган бўш зона бўлади. Агар қандайдир ташки таъсир (температура, кучли электр майдон, ёруғлик таъсири) оқибатида бу зонага тўлдирилган зонадан электронлар ўтса бу икки зона ҳам чала тўлдирилган бўлиб қолади ва электр майдон ҳосил қилганда токка ўз ҳиссаларини кўшади.

Икки муҳим ҳолни кўриб чиқайлик.

1. Чала тўлдирилган валент зона ҳоли. Натрий Na кристаллини олайлик. Натрий элементлар даврий жадвалида 11-уринда туради, унинг атомида 11 та электрон бор. Уларнинг 10 таси, Паули қонунига асосан 2 тадан 5 та сатҳни тўла эгаллаган, 11-электрон жойлашган валент сатҳ чала (яримиси) тўлдирилган. Натрий 1 валентлик элемент. Тўла тўлдириган 5 та ички сатҳлардан натрий кристаллида ҳосил бўлган энергия зоналари ҳам тўла тўлдирилган, аммо валент сатҳдан пайдо бўлган зонанинг ярми тўлдирилган бўлади (5.4- а чизма).



5.4-чизма. Энергия зоналарининг электронлар билан тўлдирилиш ҳоллари.

Ҳар қандай температурада тўла тўлдирилган зонадаги электронлар электр токини ўтказишда қатнаша олмайди, аммо ярми тўлдирилган зонанинг (ўтказувчаник зонасининг) электронлари токда қатнаша олади.

тронлари токда қатнаша олади, чунки уларни электр майдон тезлантириб юқориги бўш сатҳларга (тезлик йўналишини ҳам ўзгартирган ҳолда) ўтказиши мумкин. Бу зонадаги электронларнинг тартибли ҳаракати вужудга кела олади. Натрий кристалли металл бўлиб, токни яхши ўтказадиган моддадир. Демак, юқориги энергетик зонаси электронлар билан ярмиси (чала) тўлдирилган моддалар металл хоссаларига эга бўлади. Бундай зонадаги эркин электронлар сони кристални ташкил қилган атомлар сони тартибида (бир см<sup>3</sup> да тахминан 10<sup>22</sup> та чамасида) бўлади. Металлар яхши ўтказгичлар.

Яна шуни айтиш зарур: атомда тўла тўлдирилган валент сатҳдан ва ундан юқориги бўш сатҳдан кристаллда пайдо бўладиган икки зона қисман бир бири устига тушганда ҳам (5.3, б- чизмани қ.) ушбу зоналарнинг юқориги қисмида бўш сатҳлар оралиги мавжуд бўлади. Бу ҳолда ҳам электр майдон таъсирида электронларни тезлаштириб, юқорига бўш сатҳларга ўтказиш уларни токда қатнаштириш мумкин. Бундай моддалар ҳам металлар бўлади.

2. Тўла тўлдирилган валент зона ҳоли. Кремний кристалини олайлик. Кремний Si элементлар даврий жадвалида 14-ўринда туради. Бинобарин, унинг якка атомида 14 та электрон бўлиб, 10 таси мустаҳкам ички қобиқда 5 та сатҳни тўлдирган, қолган 4 таси 2 та валент сатҳни тўла тўлдирган. Кремний энг катта валентлиги 4 га teng бўлган элемент, чунки унинг шу 4 та электронни кимёвий бирикишларда қатнашиши мумкин.

Валент сатҳлардан кремний кристаллида пайдо бўлган валент зоналар мутлақ нол температурада тўлдирилган бўлади (5.4, б-чизма). Демак,  $T=0\text{ K}$  да бу зоналардаги электронлар электр токини ўтказишда қатнаша олмайди, яъни кремний бу ҳолда ўзини дизелектрик (изолятор) каби тутади. Валент зонадан юқоридаги зона (у валент сатҳдан юқориги ўйғониш сатҳидан пайдо бўлади) бўм-бўш бўлади. Бу зона ўтказувчаник зонаси дейилади. Бу номнинг келиб чиқишини ҳозир билиб оламиз. Биз бундан кейин икки валент зонасидан фақат битта юқоригиси билан иш қиласиз, чунки пастки валент зона аксарий ҳолда кремнийда содир бўладиган ҳодисаларда ҳеч қандай ҳиссага эга эмас.

Температура мутлақ нольдан ( $OK$  дан) юқори бўлганда зоналар тўлдирилганлиги қанақа бўлади?

Бу ҳолла ( $T > OK$ ) валент зона электронларидан бир қисми, иссиқлик ҳаракати энергияси ҳисобига тақиқланган зона кенглиги деб аталған  $E_g$  энергетик түсікни енгіб, юқориги зонага яғни ўтказувчанлик зонасига ўтиб олған бұлади (5,4, в-чизма). Бу ҳодисаны яққол тасаввур қилиш учун уни суюқлик молекулаларини бүг молекулаларига айланишига ўхшатиш мүмкін. Энди валент зона ҳам, ўтказувчанлик зонаси ҳам чала түлдірилған зоналар бұлади. Улардаги электронлар электрик майдон таъсирида банд бўлмаган юқориги сатҳларга ўтиши (энергияни ва тезлик йўналишини ўзгартириши) яғни ток ўтказишида қатнашиши мүмкін. Қисман түлдірилған ўтказувчанлик зонасидаги электронлар олдин айтилганидек, эркин электронлар ёки ўтказувчанлик электронлари дейилади. Улар мувозанат ҳолатида зонанинг тубида жойлашади.

*Валент зонадаги коваклар.* Ўтказувчанлик зонасига ўтиб кетган электронлар валент зонанинг юқориги чегараси яқинидаги сатҳларини бўш қолдиради. Албатта, электр майдон таъсирида пастроқ сатҳлардаги электронлар бу бўш сатҳларга ўтиб олиши мүмкін. 5.6-бандда кўрганимиздек зонанинг юқориги чегараси яқинида электроннинг ташқи ва ички электр майдон таъсиридаги ҳаракатини  $m_p^* > 0$  массали ва  $+e$  зарядли квази зарра - ковакнинг ҳаракати орқали тавсифлаш мүмкін. Хуллас, валент зонанинг юқориги чегараси яқинида электрон бўшатиб кетган ҳолатни ковак банд қилған деб ҳисбланади. Электрон зарядига тескари зарядли ковак, электрик майдон таъсирида электронлар ҳаракати йўналишига қарама қарши йўналишда ҳаракатланади, токда қатнаша олади. Коваклар энергияси юқоридан пастга томон ошиб боради!

Демак,  $T > O_K$  да кремний кристалли электр ўтказувчанликка эга бўлади, уни ўтказувчанлик зонасидаги эркин электронлар, валент зонадиги коваклар амалга оширади. Эркин электронлар ва ҳаракатчан коваклар миқдори (ўтказувчанлик ҳам) тақиқланган зонанинг  $E_g$  кенглиги (энергетик түсик баландлигига) боғлиқ бўлади. Ҳар хил кристаллар учун  $E_g$  нинг қиймати турлича бўлади. Шартли равишида ярим ўтказгичларда  $E_g \leq 2$  эВ, диэлектрикларда  $E_g > 2$  эВ бўлади.

Бироқ, ярим ўтказгичларда токда қатнаша оладиган заряд ташувчилар зичлиги металлдагидан анча кам, мос равишида электрик ўтказувчанлик анча кичик бўлади.  $E_g$  си катта

бўлган диэлектриклар ўтказувчанлиги, заряд ташувчилар жуда ҳам кам (баъзан, ҳисобга олмаслик даражада) бўлганлиги туфайли, жуда ҳам кичкина бўлади, кўп ҳолларда уни йўқ деб ҳисобланади.

Температура ошиб борганида металларнинг ўтказувчанлиги камаяди (қаршилиги ортади), чунки металлардаги эркин электронлар зичлиги катта ва температурага боғлиқ эмас, лекин температура ошган сари электронлар ҳаракатчанлиги камаяди.

Ярим ўтказгичларда температура ошганида электр ўтказувчанлик тез ортиб боради, чунки валент зонадан электронларнинг ўтказувчанлик зонасига ўтишлари тез кўпаяди, бинобарин, токда қатнашувчи эркин электронлар ва ҳаракатчан коваклар зичлиги тез ортади, ҳаракатчанликлари эса нисбатан суст ўзгарили. Ярим ўтказгичлар, металлардан кўра, температурадан ташқари яна ёритишга, деформацияларга, турли нурланишларга нисбатан жуда сезгир моддалардир.

Яна бир муҳим фикрни айтиб ўтиш зарур. Ярим ўтказгичларда энергия зоналаридаги сатҳларга нисбатан эркин заряд ташувчилар зичлиги анча (баъзан миллионларча) кам, шунинг учун улар зоналар чегараларидаги кичик оралиқдаги сатҳларда жойлашган бўлади: ўтказувчанлик зонасидаги электронлар зонанинг туби ( $E_{\text{u}}(\vec{k})$ ) энергия минимуми) яқинида, валент зонадаги коваклар эса зонанинг шипи ( $E_{\text{u}}(\vec{k})$  энергия максимуми) яқинида жойлашган бўлади. Демак, 5.6-бандда  $E_{\text{u}}(\vec{k})$  энергиянинг экстремумлар яқинидаги ёйилмасидан келтириб чиқарилган эффектив масса тушунчаси мазкур электронлар ва ковакларга жуда катта аниқликда кўлланиши мумкин.

Металлар, ярим ўтказгичлар, диэлектрикларга багишлиланган бобларда зоналар назариясининг маҳсус тушунчаларига тўхталинади.

Шундай қилиб, қаттиқ жисимлар квант физикаси энергия зоналари назарияси заминида металл, ярим ўтказгич ва диэлектрик моддаларнинг электрик ва бошқа хоссаларини равшан тушинтириб беради.

---

### **Саволлар ва масалалар**

1. Кристалл қаттық жисм учун Шредингер тенгламаси қандай ёзилади?
2. Адиабатик тақриб нимадан иборат?
3. Бир электронли тақрибнинг мазмуни қандай?
4. Крониг-Пенни модели нима ва у қандай холосага олиб келади?
5. Блох функциясини тавсифланг.
6. Кремний кристаллида  $m_1=1,55 m_0$ ,  $m_2=m_3=0,082m_0$  (бунда  $m_0$  – эркин электрон массаси).

$$\frac{3}{m'} = \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right) \text{ ифодадан } m' \text{ массани топинг.}$$

## **VI БОБ**

### **ҲАҚИҚИЙ КРИСТАЛЛ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДАГИ НУҚСОНЛАР**

#### **6.1. Кристаллардаги нуқсонлар ҳақида умумий муроҳазалар**

Олдинги бобларда қаттиқ кристалл жисмни мутлақ тартибланган, яғни атомларнинг қатъий даврий жойлашишида ҳеч қандай бузилиш бўлмаган жисм деб қаралди. Фақат атомлар тебраниши бундан истисно эди.

Лекин, ҳақиқий кристалларда ҳамма вақт кристалл панжарасининг анча миқдордаги бузилиши (нуқсонлари) мавжуд бўлади. Даставвал макро ва микро нуқсонларни фарқлаш лозим. Макронуқсонлар микроскопда осон кўринади. Бундай макронуқсонларнинг мисоллари – металл қуймалардаги коваклар, дарзлар, ёт моддалар киришмалари ўюмлари, поликристаллнинг доначалари – айрим кристаллчаларнинг кўринма чегараларидир. Электронлар микроскопиясининг пайдо бўлиши санаб ўтилган нуқсонларни анча кичик ўлчамли бўлганда ҳам кузатиш имконини берди.

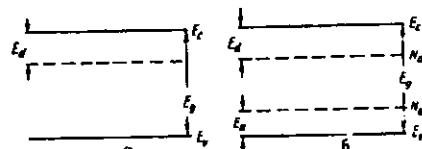
Макронуқсонларга ёки атомлар ўлчамида қараладиган нуқсонларга уч ўлчамдан ( $x, y, z$ ) ҳеч бўлмаганда бири кристал панжарасининг  $a = 0,2 + 0,5$  нм даври билан тақдосланувчи бўлган нуқсонлар мансуб бўлади. Айрим кўринишдаги нуқсонларни қарашдан олдин ҳақиқий кристаллни нуқсонсиз (идеал) кристалдан фарқловчи умумий белгиларни топайлик.

Идеал кристалда атомлар қатъий даврий жойлашганлиги оқибатида кристалл ичидаги даврий электрик майдон шаклланган бўлади. Кристаллнинг даврий ички электр майдонининг ҳар қандай бузилиши нуқсон бўлади. Нуқсонлар мисоли тарикасида ёт атом – киришманинг кристалл атоми ўрнига жойлашиб олиши ва кристалл атомининг жойидан кетиши – вакансия (бўш жой) ҳосил бўлишини келтириш мумкин.

Агар кристаллдаги нүқсонлар оз бўлса, бу ҳолда улар бирбиридан анча йироқда жойлашган, яъни кристалл панжараси нүқсонлари маҳаллийлашган бўлади. Бунда кристалл ичидаги электр майдон фақат нүқсон атрофидагина бузилади, бошқача айтганда, кристаллнинг даврий  $V_0$  потенциалига нүқсон яқинида  $V'$  кўшимча потенциал қўшилади, тўла потенциал  $V = V_0 + V'$  бўлади. Шунинг учун ҳам фақат шу соҳада бўлган электронларнинг энергетик ҳолатлари ўзгаради, бу эса идеал қаттиқ жисм электронлари энергия зоналарига кўшимча маҳаллий энергетик ҳолатларнинг пайдо бўлишига олиб келади. Бундай маҳаллий ҳолатлар сони  $N$  нүқсонлар сонига тенг, ёки агар бир нүқсон бир неча ҳолатда бўла олса, маҳаллий ҳолатлар сони нүқсонлар сонидан катта бўлади.

Маҳаллий энергетик сатҳлар (ҳолатлар)да электронлар боғланган, бу боғланиш турли қаттиқ жисмларда моҳиятан турличадир. Металларда нүқсонлар пайдо қилган сатҳлар рухсат қилинган энергиялар зонаси ичida жойлашади. Металларда электронлардан бўш нүқсонларнинг ионланган ҳолатда бўлишилиги ЭНГ ЭҲТИМОЛЛИГИДИР.

Яrim ўтказгичлар ва диэлектриклар электронлари тақиқланган энергиялари зонаси бўлган энергетик спектрга эгадир. Албатта, бундай кристалларда маҳаллий энергетик ҳолатлар рухсатланган зоналарга тушиши мумкин. Агар улар ўтказувчанлик зонасида жойлашса, уларни резонанс сатҳлар, агар улар валент зонасида жойлашса, уларни анти резонанс сатҳлар дейилади. Бу ҳолларда нүқсонларга тегишли электронлар улар билан боғланишини йўқотади ва умумлашган зона электронлари жамоасига қўшилади. Лекин, аксарий кўп ҳолларда нүқсонлар сатҳларида жойлашган электронлар нүқсонларга боғлиқлигича қолиши мумкин, уларни фақат иссиқлик ҳаракати ёки бошқа энергия манбаи ҳисобига ўз нүқсонларидан ажратиб юбориши – активлантириш мумкин. Нүқсонларга боғлиқ электронлар электр ўтказувчанликда қатнаша олмайди, албатта. Бундай нүқсонларнинг электронлар учун сатҳлари яrim ўтказгичнинг (диэлектрикнинг) тақиқланган зонасида жой-



6.1-чиизма. Тақиқланган зонадаги маҳаллий сатҳлар

лашган бўлади. Бу 6.1- чизмада кўрсатилган. Қайси бир манбадан олинган энергия эвазига нуқсонлар ионланади? Бир хиллари ўтказувчанлик зонасига электронлар бериб, ўзлари мусбат зарядли нуқсонларга (6.1, а- чизма), бошқа хиллари, аксинча, электронларни тутиб олиб, манфий зарядли нуқсонларга (6.1 , б- чизма) айланади.

Ўтказувчанлик зонасига электронлар бера оладиган нуқсонларни донорлар дейилади, таркибида донорлар бўлган ярим ўтказгичларни эса электрон ўтказувчанликли ярим ўтказгичларни ёки  $n$  – тур ярим ўтказгичлар дейилади. Мос равишда ярим ўтказгичларнинг ўтказувчанлик зонасидаги электронлар кўчиши билан боғлиқ электр ўтказувчанликни электрон электр ўтказувчанлик ёки  $n$  – тур ўтказувчанлик дейилади.

Агар кристаллни қиздирганда электронлар валент зонадан нуқсонлар сатҳларига ўта олса, бу ҳолда валент зонада ҳаракатчан мусбат зарядли коваклар пайдо бўлади, ковак электр ўтказувчанлик вужудга келади. Электронларни ўзига қабул қиласидиган нуқсонларни акцепторлар деб аталган, таркибида акцепторлар бўлган ярим ўтказгични эса ёки ковак ўтказувчанликли ярим ўтказгич ёки  $p$  – тур ярим ўтказгич дейилади.

6.1- чизмада донорлар сатҳлари ўтказувчанлик зонаси туби яқинида, акцепторлар сатҳлари эса – валент зона шиши яқинида тасвиrlenган. Ҳусусий ионланишга нисбатан нуқсонлар ионланиши айна осон, кичикроқ температураларда юз беради. Сатҳларнинг донор ёки акцептор бўлишилиги мазкур сатҳларни ҳосил қилиувчи нуқсонларнинг табиатига боғлиқ.

Донорлар электронларни фақат ўтказувчанлик зонасига эмас, балки акцептор табиатли ҳар қандай нуқсонга бера олади. Акцепторлар электронларни валент зонадан қабул қилиш билан бир вақтда кристаллдаги ҳар қандай донордан ҳам олиши мумкин.

Ниҳоят, амфотерлик ҳоссалари намоён бўладиган, яъни донор ҳам, акцептор ҳам бўла оладиган табиатли нуқсонлар мавжуд. Нуқсонларни синфларга ажратиш кристалл майдонининг нуқсон томонидан бузилиши ўлчамларига асосланган:

А) нуқтавий (нол ўлчовли) нуқсонлар, уларга ўлчамлар  $x \langle a, y \langle a, z \langle a$  бўлган нуқсонлар мансуб, бунда  $a$  – кристалл панжараси доимийси;

Б) чизигий (бир ўлчовли) нуқсонлар, икки йўналишда уларнинг ўлчамлари кичик ( $< a$ ) ва учинчи йўналишда ўлчами ҳар қанча бўлиши ( $> a$ ) мумкин;

В) ясси (икки ўлчовли) нуқсонлар, уларнинг бир йўналишда ўлчами кичик, холос.

Г) ҳажмий (уч ўлчовли) нуқсонлар, уларнинг баъзилари макро нуқсонларга тааллуқли бўлади.

Бу ўлчамлар бўйича синфлашга бир неча бир хил ёки ҳар хил содда нуқсонларнинг бирлашмасидан иборат мураккаб нуқсонларни ҳам киритиш мумкин.

У ёки бу нуқсон пайдо бўлишида ўринили бўладиган тартиб-сизланиш авзойига қараб ҳам нуқсонларни бошқача синфларга ажратилиди. Аввало улар ҳусусий тартибсизланиш нуқсонлари бўлиб, уларнинг энг муҳим мисоллари электрон ва атомга оид нуқсонлардир. Улар қаттиқ жисмлардаги диффузия, эритмалар парчаланиши ва бошқа ҳодисалар иштирокчиларидир.

Бу синфга ҳаракат нуқсонлари, йўналганлик нуқсонлари, экситонлар, электрон – ковак жуфтлар, фононлар ва поляронлар мансубдир.

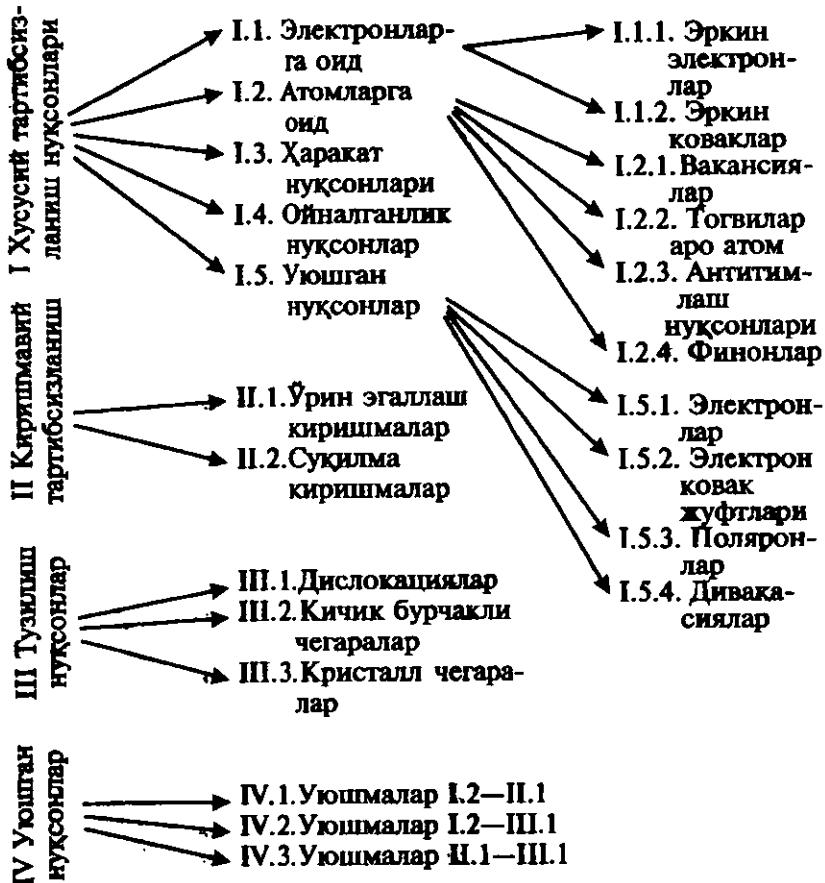
Киришма атомлар мавжуд бўлишига боғлиқ бўлган тартиб-сизланиш нуқсонлари бошқа синфи ташкил қиласди.

## 6.2. Нуқтавий нуқсонлар

Нуқтавий нуқсонларнинг қаттиқ жисмда ҳамма вақт мавжуд бўладиганлари атомлардан бўшаб қолган тугунлар – вакансиялар ва тугунлар оралиғига жойлашиб олган атомлардир.

Вакансияларнинг мувозанат шароитида ҳосил бўлиши кристалл атомларининг иссиқлик тебранишлари билан боғлиқ. Мўтадил температураларда атомлар тебранишларининг ўртача амплитудаси атомлар аро масофа (панжара доимийси)нинг бир неча фоизига ётиши мумкин. Тугунлар атрофида тебранувчи атомларнинг энергияси жуда кичикдан то анча катта қийматларга эга бўла олади.

Юқори энергияли атомлар ўз мувозанатий вазиятларидан узоқлашиб кетиши (тугунни ташлаб кетиши), тугунлар оралиғига ётиши мумкин. Тугунлар оралиғига ўтган атдм яна бўш тугунга қайтиши – рекомбинацияланиши мумкин. Лекин, мазкур атом вакансияга энг яқин тугунлар оралиғидан узоқроқдагиларига томон диффузияланиши ҳам мумкин. Шу равишда Френкел нуқсонлари деб аталган вакансия – тугунлароро атом жуфтлари



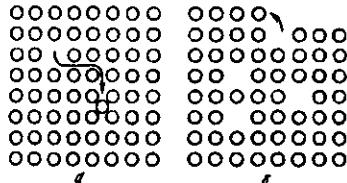
6.2 – чизма. Кристаллнинг тартибсизланиши бўйича нуксонларнинг синфлари.

вужудга келади. Улар кристалл ҳажмида қўчиб юради, бу дайдиши жараёми бу иккى нуктавий нуксон ёшни вазиятларда учрашиб, рекомбинация юз бергунча, ёки улардан бири сиртга чиқиб олмагунча давом этади.

Агар вакансия, кристалл бўйлаб диффузияланаб, сиртга чиқса, бу ҳолда унга ичкарироқдаги қатламдаги атом ўтиб олиши мумкин. Паидо бўлган вакансияга кейинги қатламдаги атом

ұтади ва ҳ.к. нағында түгүнлар аро атомларсиз вакансиялар пайдо бўлади. Бу хил вакансияларни Шотки нуқсонлари дейилади.

Түгунларо атом кристалл ҳажмидан сиртга чиққан атомлар қўшимча қатлам ҳосил қиласди. Кристалл ҳажми бир мунча оргади.



6.3-чизма. Френкел(а). Шотки(б) нуқсонлари.

### 6.2.1. Металлар ва метал қотишмаларда вакансиялар

Металл кристалларда, айниқса зич тахланган кристалл панжарали бўлғанларida, түгунлар оралиги ўлчамлари кичик ва уларда атом жойланиши ҳамда бу оралиқлар бўйлаб диффузияланиши қийин. Шунинг учун металларда Шотки вакансиялари мавжуд бўлиши эҳтимоллиги каттароқ.

Иккала хил вакансиялар зичлиги даставвал температурага боғлиқ, чунки улар атомларнинг иссиқлик ҳаракати туфайли пайдо бўлади ва бинобарин, температура ошган сари вакансиялар сони ортиб боради.

Вакансиялар зичлигининг температурага миқдорий боғланишини топайлик.

1. Дастреб Шотки нуқсонлари – вакансиялар зичлигини температурага боғловчи ифодани аниқлаймиз. Куйидаги белгилашларни қабул қиласми:  $V_w$  – Шотки нуқсони ҳосил бўлиши энергияси,  $n$  – вакант (бўш) түгунлар вакансиялар зичлиги,  $N$  – түгунларда турган атомлар зичлиги бўлсин. У ҳолда бирлик ҳажмдаги вакансияларни ҳосил қилиш энергияси  $E=nV_w$ .

Статистик физикада исботланишича, системанинг (бизнинг ҳолда вакансиялар ва түгунлардаги атомлар системасининг) энтропияси  $S$  билан унинг ҳолатлари эҳтимоллиги  $W$  орасида кўринишдаги боғланиш бор, бундаги  $W$  эҳтимоллик ифодаси:

$$S=k \ln W \quad (6.1)$$

$$W = \frac{(N+n)!}{n! N!} \quad (6.2)$$

Стирлинг тақрибига кўра,  $x \gg 1$  бўлганда

$$\ln x! = x \ln x - x \quad (6.3)$$

Биз қараётган системанинг эркин энергияси

$$F = E - TS = nV_{\text{ш}} - kT \ln \frac{(N+n)!}{n!N!} \quad (6.4)$$

Бу ифодадаги логарифмга Стирлинг тақриби (6.3) ни кўлласак,

$$F = E - TS = nV_{\text{ш}} - kT \ln(N+n) - n \ln n - N \ln N. \quad (6.5)$$

Маълумки, эркин энергиянинг  $n$  бўйича ҳосиласи мувоза-нат ҳолатида нолга тенг, яъни

$$\frac{\partial F}{\partial n} = V_{\text{ш}} - kT \ln \frac{N+n}{n} = 0 \quad (6.6)$$

Металлар учун одатда  $V_{\text{ш}} \approx 1 \text{ эВ}$ , бунга мос келадиган вакансияларнинг нисбий сони  $n/N \sim 10^{-9}$ , демак, бу ҳолда  $n \ll N$  бўлади, ва  $\ln \frac{N+n}{n}$  ни  $\ln N/n$  деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда

(6.6) дан вакансияларнинг

$$n_{\text{ш}} = n = N \exp(-V_{\text{ш}}/kT) \quad (6.7)$$

зичлиги ифодаси келиб чиқади. Бунда  $N$  кристалл панжарасидаги барча тугунлар зичлигини билдиради.

(6.7) ифодадан кўринишича, вакансиялар зичлиги  $n$  тугунлар зичлигига пропорционал, вакансия ҳосил бўлиш энергияси ( $V_{\text{ш}}$ ) катта бўлганда  $n$  кичик бўлади, мазкур зичлик температура ортган сари кўреаткичли функция сифатида тез ортиб боради. Демак, юқори температураларда вакансиялар миқдори кўпроқ бўлади.

2. Энди Френкел нуқсонлари (вакансиялар ва тугунлараро атомлар жуфтлари) зичлигини аниқлайлил. Шунисини айтиш керакки, Френкел нуқсонлари тенг миқдордаги вакансиялар

ва тугунлараро атомлардан иборат. Масалан, биз бу ҳолда вакансиялар зичлигини топсак, Френкел нүқсонлари зичлигини топган бўламиз. Бунда биз вакансиялар билан бир қаторда тугунлараро атомларни зътиборга олиб ҳисоблаймиз.

$V_\phi$  — Френкел нүқсонлари ҳосил бўлиши энергияси (атомнинг ўз тугунидан тугунлар орасига ўтиши энергияси),  $N$  — тугунларнинг умумий сони,  $N'$  — имконий тугунлараро вазиятлар сони,  $E = V_\phi n$  — бу  $n$  та нүқсон ҳосил бўлиш энергияси.

Бу ҳолда эҳтимоллик

$$W = \frac{N!}{n!(N-n)!} \frac{N'!}{n'!(N'-n)!}, \quad (6.8)$$

эркин энергия

$$F = E - TS = V_\phi n - kT \ln W. \quad (6.9)$$

Стирлинг тақрибини қўлласак,

$$F = E - TS = V_\phi n - kT(N \ln N + N' \ln N' - 2n \ln n - (N-n) \ln(N-n) - (N'-n) \ln(N'-n)). \quad (6.10)$$

Мувозанат ҳолатида

$$\frac{\partial F}{\partial n} = V_\phi - kT \ln \left[ \frac{(N-n)(N'-n)}{n^2} \right] = 0 \quad (6.11)$$

(6.11) ифодадан

$$n^2 = (N-n)(N'-n) \exp(-V_\phi/kT). \quad (6.12)$$

Олдинги ҳолда кўрганимиздек,  $n \ll N, N'$  бўлғанлиги туфайли ўнг томонда  $n$  ларни ташлаб юборамиз, сўнг квадрат илдиз оламиз. Натижада

$$n = N_\phi = \sqrt{NN'} \exp(-V_\phi/2kT) \quad (6.13)$$

қидирилган ифода ҳосил бўлади.

(6.7) ифодада экспонента кўрсаткичидаги  $kT$  туради, (6.13) ифодада эса  $2kT$  туради. Бундан ташқари,  $N$  ва  $N'$  тафовути ва  $V_\phi$  ҳамда  $V_\phi/2$  фарқи ҳисобидан Шотки ва Френкел

нуқсонлари зичликлари бир-биридан анча фарқ қилиши мумкин. Масалан, юқорида айтилғандек, металларда Шотки нуқсонлари ҳосил бўлиши эҳтимоли каттароқ бўлиб, уларнинг металлар хоссаларига таъсири ҳам каттароқдир.

Шотки нуқсонлари вакансиялардангина иборат бўлганлиги учун  $n_w = N_v$  ва  $V_w = E_V$  деб ёзиш мумкин; у ҳолда Шотки вакансиялари зичлиги:

$$N_v = N \exp(-E_v/kT) \quad (6.7)$$

кўпчилик адабиётда ёзиладиган кўринишни олади. Биз энди шу ифода билан ишлаймиз. Одатда вакансиялар ҳосил бўлиши энергияси  $E$  турли кристаллар учун 1-2 эВ чамасида.

Агар  $E_V = 1\text{эВ}$  ва  $N = 10^{22} \text{ см}^{-3}$  деб қабул қиласак, у ҳолда вакансиялар зичлиги температура сайн жуда тез ошиб боришига (6.7') ифода асосида ишонч ҳосил қиласиз:

T, К	0	100	300	500	700	900	1100
$N_v, \text{ см}^{-3}$	0	$2 \cdot 10^{-32}$	$6 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^{14}$	$2 \cdot 10^{16}$	$2 \cdot 10^{17}$

Бу маълумотдан хона температурасида вакансияларнинг мувозанатий зичлиги жуда кичик кўринади. Бироқ, кристаллни бир мунча вақт юқори температурада тутиб турйлса, яъни унда кўп микдорда вакансиялар ҳосил қилинса, сўнгра уни жуда тез совутильса, (буни **чиштириш** дейилади) бор вакансиялар зичлиги ўша юқори температурадагидай қолади. Шу сабабдан бу зичлик олдинги термоицловга, яъни кристаллнинг таржимаи ҳолига ҳам боғлиқ бўлади. Муайян вақт давомида кристаллни қиздириш оқибатида ошиқ микдордаги вакансияларни йўқ қилиш мумкин. Бу жараённи «**куйдериш**» дейилади.

Нуқтавий нуқсонларнинг ҳосил бўлиши фақат температурага эмас, балки босимга ҳам боғлиқ. Унча юқори бўлмаган босимлар соҳасида ушбу ифодадан фойдаланиш мумкин:

$$N_{T'} = N \exp[(-E_{T'} + Pv)/kT]. \quad (6.14)$$

Бундаги  $v$  — битта Шотки вакансияси пайдо бўлганида кристалл ҳажмининг ўзгариши.

Келгусида металл қотишмаларда вакансиялар ҳосил бўлиши хусусиятларини қараб чиқамиз.

Ўрин эгаллаш тартибланмаган қотишмалар — эритувчи сифатидаги асосий кристаллнинг бир мунча микдордаги тутун-

ларини бошқа модда (эрувчи) атомлари эгаллаган қаттиқ эритмалардир. Эриган атомлар тасодифон бетартиб тақсимлангани ҳолда қотишмани тартибламмаган дейилади.

Бинар (икки моддадан иборат) А-В қотишмалар энг содда қотишмалардир. Бундай қотишмадаги вакансияларнинг муов занатий зичлигини кўрайлик. Шу ҳолда ҳам бу зичлик тоза металлар учун чиқарилган (6.11) ифода кўринишида тасвира нади:

$$N_V = N \exp(-E_V/kT). \quad (6.11)$$

Аммо, тоза металлда  $E_V$  энергия фақат қўшни атомларнинг ўзаро таъсири энергияси билан аниқланган бўлса, тартибламмаган ўрин эгаллаш қотишмалар ҳолида қотишманинг бир исмли ва турли исмли атомлари ўзаро таъсири энергиясига боғлиқ бўлади:

$$E_V = \frac{Z}{2} (C_A^2 E_{AA} + C_B^2 E_{BB} + 2C_A C_B E_{AB}). \quad (6.15)$$

Бундаги  $Z$  — координацион сон. Бошқача катталиклар қуидагича белгилаб олинган: кристалл панжарасидаги тугулар сонини  $N$  — орқали, улардаги  $A$  ва  $B$  атомлар сонини  $N_A$  ва  $N_B$  орқали, вакансиялар сонини олдингидек  $N_V$  орқали белгилаб, кейин нисбий зичликлар киритамиз:

$$C_A = N_A/N, \quad C_B = N_B/N, \quad C_V = N_V/N. \quad (6.16)$$

Бу ҳолда

$$N = N_A + N_B + N_V \quad \text{ва} \quad C_A + C_B + C_V = 1. \quad (6.17)$$

$Z$  — координацион сонли панжара учун қотишма энергияси (фақат жуфт таъсирлар ( $A-A$ ,  $B-B$ ,  $A-B$ ) ҳисобга олинган):

$$U = U_0 + \left( \frac{Z}{2N} \right) (C_A^2 E_{AA} + C_B^2 E_{BB} + 2C_A C_B E_{AB}), \quad (6.18)$$

бунда  $E_{AA}$ ,  $E_{BB}$ ,  $E_{AB}$  атомлар жуфтлари аро таъсири энергиялари. (6.18) ни қайта ёзиб олиш мумкин:

$$U = U_0 + \left( \frac{Z}{2N} \right) (N_A^2 E_{AA} + N_B^2 E_{BB} + 2N_A N_B E_{AB}). \quad (6.18')$$

Энди уч тур зарралар —  $A$  ва  $B$  атомлар ҳамда вакансиялар учун имконий ўрин алмаштиришлар сони

$$W = N / (N_A! \cdot N_B! \cdot N_V!) \quad (6.19)$$

бўлади.

(6.7) ва (6.13) ифодаларни ҳосил қилиш йўлидан бориб, (6.15) ифодани ўз ичига олган (6.11) сингари вакансиялар зичлиги муносабатини келтириб чиқарилади.

*Тартибланмаган суқулиш қотишмалари – В эрувчининг атомлари A эритувчининг панжараси тугунлари ораларида жойлашган қотишмалардир.* Тоза металлар ўрин эгаллаш қотишмалар учун вакансиялар зичлигини ҳисоблаш усули суқулиш қотишмалари ҳолига ҳам қўлланилади.

Вакансиялар турли сондаги В атомлар билан уралган шароитда қотишманинг энергияси:

$$U = U_0 + E_{VA} \sum_k N_{V_k} + E_{AB} \sum_k k N_{V_k}, \quad (6.20)$$

бунда  $E_{VA}$  – тоза металда – эритувчидаги вакансиялар ҳосил бўлиши энергияси,  $E_{AB}$  – A ва B атомлар ўзаро таъсир энергияси,  $k$  – вакансиялар билан қўшни В атомлар сони,  $N_{V_k}$  –  $k$  – атомларга қўшни вакансиялар сони.

Бу ҳолда  $W$  – эҳтимоллик каттакон математик ифодага эга бўлади. Биз бу ифодаларни қарамаймиз. Эркин энергия ҳосилаларининг нолга тенглигидан (мувозанат шартларидан) фойдаланиб,

$$N_V = \frac{N_{V_k}}{N_A} = f(T) \quad (6.21)$$

ифодани топамиз.

(6.21) ифодани ҳисоблаш

$$N_V = \frac{\exp[-E_{VA}/kT]}{1 - N_B} (1 + N_B \{ \exp[-E_{AB}/kT] - 1 \})^6 \quad (6.22)$$

натижавий муносабатни беради.

## 6.2.2 Ионлар қаттиқ жисмларинда вакансиялар

Ионлардан таркибланган қаттиқ жисмларининг асосий фарқи уларни кристал панжарасида катионлар ва анионларининг тенг микдорда бўлишлигидир. Шунинг учун агар бу тутун ўрнида вакансия ҳосил бўлса, у ҳолда мусбат ва манфий зарядлар мувозанати бузилади.

Аммо, бу мүмкін зemas, чунки кристал бутунicha электронейтрал bулиши керак. Электронейтраллкнинг зарурлиги ва ионлар кристалли панжарасида у ёки бошқа вакансия ҳосил булишидан вужудга келган зарядни мувозанатловчи тескари ишорали заряднинг албатта вужудга келишига олиб келади. Бу шарт турли йўл билан бажарилади. Биринчи йўл тенг миқдорда катион ва анион вакансияларнинг бир вақтда ҳосил булишидир. Бу ҳолат Шотки нуқсонларига мос келишигини пайқаш осон. Зарядлар тенглигига эришининг иккинчи йўли ионлар вакансияларга уларга тенг миқдорда тугунлар оралигида ўша ишорали ионлар пайдо булишидир. Бу бирикма Френкел ионлар жуфтининг ўзидир. Учинчи йўл – узоқлаштирилган ионлар зарядини ҳосил бўлган зарядли вакансиялар яқинида қўшимча электронлар пайдо булиши ёки уларнинг камайиши орқали мувозанатлашдир. Бу йўл тақиқланган энергия зонаси тор бўлган қаттиқ жисмларда, хусусан, тақиқланган зонаси бўлмаган металларда эҳтимоллироқ бўлади.

Ион боғланиши ёки ион боғланиш хиссаси анча катта бўлган кўпчилик қаттиқ жисмларнинг (ишқорий-галоид кристаллар, оксидлар, сулфидлар ва бошқаларнинг) тақиқланган зонаси кенглиги анча катта ( $>2.5$ ) бўлади. Шунинг учун уларда Шотки ва Френкел нуқсонлари кўпроқ ҳосил бўлади.

Ниҳоят, кристаллга унинг хусусий панжарасидаги атомлар валентлигидан фарқ қиласидан валентликли ёт киришма атомлари киритиб зарядларни мувозанатлаш талабини бажариш мумкин.

Ишқорий металлар галогенилларида қарама-қарши зарядланган вакансиялар тенг миқдорда булишилиги аниқланган. Вакансиялар зарядини қарама-қарши зарядли тугунлараро хусусий ионлар билан мувозанатлаш, яъни Френкел жуфти ҳосил булиши, масалан, кумуш галогенилларида юз беради.

Олдинги бандда Шотки ва Френкел нуқсонлари зичлиги  $N_{\phi}$ ,  $N_V$ , учун чиқарилган (6.7') ва (6.13) ифодаларни ионлардан таркибланган кристалларга мослаштириш қийин зemas, Шотки нуқсонлари учун чиқарилган  $N_V$  нинг ифодаси бу ҳолда ҳам (6.7') дек, аммо  $E_V$  нинг қиймати бошқа  $N = N_a = N_k$  бўлади, бунда  $N_a$ ,  $N_k$  – мос равишда, анионлар ва катионлар сони.

Ионлар кристалларида Френкел нуқсонлари учун (6.13) ўрнига

$$N_S N_{ii} = (N_S - N_{iS})(N_i - N_{ii}) \exp[-U_\phi/kT] \quad (6.23)$$

муносабат бажарилади, бунда  $N_s$  — панжара тугунлари умумий сони,  $N_i$  — панжара тугунлар оралиғи умумий сони,  $N_{ix}$  — бир хил ионлар панжарасидаги вакансиялар сони,  $N_{ii}$  — тугулараро вазиятларга жойлашган атомлар сони,  $U_\phi$  — вакансия ва тугулараро атомдан иборат Френкел нүқсони (жуфти) ҳосил бўлиши энергияси.

Кўйида келтирилган маълумот ионлардан таркибланган кристалларда Шотки вакансияси ҳосил бўлиш энергияси катталиклари ( $E_{vs}$ ) ҳақида тасаввур беради:

Кристалл	LiF	LiCl	LiBr	NaCl	NaBr	KCl	KI	CsCl	CsBr
$E_{vs}$ , эВ	2.51	2.2	1.8	2.28	1.72	2.28	1.60	1.86	2.0

Юқорида қарама-қарши ишорали ионлар сони тенг бўлган (стехиометрик) ионларни қарадик. Аммо, бу тенглик бажарилмайдиган (стехиометриядан четланиш мавжуд бўлган) кристаллар ҳам бор.  $A^{III}B^V$  ярим ўтказгичларда стехиометрикликтан четланиш уларнинг амалий қўлланиши учун муҳим аҳамиятга эгадир, чунки  $B^V$  ташкилловчининг ортиқчалиги ( $A^{III}$  ташкилловчининг камомати) донорлик хоссасига эга,  $B^V$  нинг камомати ( $A^{III}$  ортиқчалиги) эса акцепторлик хоссасига эга.

### 6.2.3. Ковалент кристалларда нүқтавий нүқсонлар

Ковалент кристалларнинг энг яхши вакиллари олмос ва олмоссимон ярим ўтказгичлар германий ва кремнийдир. Бу қаттиқ жисмларнинг кристалларида (1.9-чизма) тетраэдр (тўрт ёқли) шаклни ташкил қиласан энг яқин қўшни тугулар оралиғи етарлича катта ўлчамли ва бинобарин, атомлар унча зич жойлашмаган. Масалан, тугулар оралигининг ўлчамлари германийда 0,110 нм ва кремнийда 0,105 нм бўлиб, бу кристаллар тугуларидаги атомларнинг ўз ўлчамларига (мос равишда, 0,122 нм ва 0,117 нм) яқин. Шунинг учун ковалент кристалларда Френкел нүқсонлари кўпроқ бўлишини кутиш мумкин. Тугун атрофида ҳам, тугулар оралиғи атрофида ҳам бирдай миқдорда қўшни атомлар (Ge ва Si да тўртта) бўлишилиги юқоридаги тахминни тасдиқлади. Бундай кристалларда вакансиялар

ҳамда тугунлар оралигидаги хусусий атомларнинг ҳосил бўлиши энергиялари бир-бирига яқин бўлиши керак.

Олмос тузилишли кристалларда Шотки нуқсонларининг кўпроқ бўлишилиги нуқтаи назари ҳам бор. Мазкур кристалларда нуқсоннинг ҳосил бўлиши уни қуршаб олган атомларни силжитади. Кристалл панжараси симметрияси сақланиб қоладиган силжишларни панжаранинг **«релаксацияси»** дейилади.

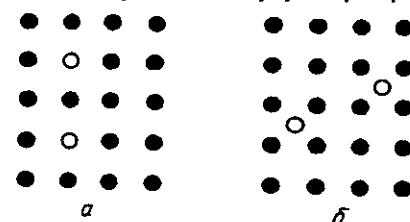
Ковалент кристалларда вакансиялар ҳосил бўлиши, шунингдек улар зичлигининг ўзгариши электронлар зичлиги ўзгариши билан бирга юз беради, лекин металлардан фарқли равишда, бу ўзгаришлар эркин хусусий электронлар миқдори фавқулодда кам бўлган шароитда содир бўлади. Шунинг учун электронлар зичлигини ва яrim ўтказгичнинг у билан боғлиқ бошқа хоссаларини ўлчашлар хусусий нуқтавий нуқсонлар ҳосил бўлиши ва шакл ўзгариши ҳодисаларини ўрганишда қулай усуздир.

#### 6.2.4. Киришмавий нуқтавий нуқсонлар

Киришма ёт атомлар асосий кристалл билан, ё ўрин эгаллаш, ёки суқилиш қаттиқ эритмалари ҳосил қилиш мумкин. Биринчи ҳолда киришма атомлари кристалл панжарасининг тугунларида, иккинчи ҳолда – тугунлар оралиқларида жойлашади (6.4- чизма).

У ё бу турдаги қаттиқ эритманинг ҳосил бўлиши асосан иккита омилга – геометрик ва электрокимёвий омил тарға боғлиқ.

$r_k$  радиуси асосий атомлар  $r_a$  радиусидан 15% дан кам фарқ қиласидиган киришма атомларигина ўрини эгаллаш эритмаларини ҳосил қиласиди (геометрик омил).



6.4-чизма. Кристалда киришма атомларининг жойлашиши.  
а-ўрини эгаллаш эритмаси;

## 6.1- жадвал

### Баъзи кимёвий элементларнинг ковалент радиуслари

Z	Элемент	r, Å
5	B	0,84
8	O	0,74
14	Si	1,17
15	P	1,10
26	Fe	1,20
31	Ga	1,25
32	Ge	1,22
33	As	1,22
47	Ag	1,42
49	In	1,43
79	Au	1,46

Электрокимёвий омил шундан иборатки, ўрин эгаллаш эритмалари ҳосил бўлиши учун киришма атомлари ва асосий атомлар электрокимёвий жиҳатдан ўхшашибўлиши керак, яъни кимёда маълум бўлган кучланишлар қаторида улар бирбиридан узоқда бўлмаслиги керак.

Агар киришма ва асосий кристалл атомлари кучланишлар қаторида бир – биридан узоқда бўлса, улардан бири ортиқча электромусбат, иккинчиси эса электроманфий бўлса, бу ҳолда кимёвий бирикма ҳосил бўлиши эҳтимоли катта.

Электрокимёвий омилнинг миқдорий ҳарактеристикаси киришма ва асосий атомлар электроманфийлигининг фарқидир.

Ўрин эгаллаш эритмаси ҳосил бўлиши учун бу фарқ қичик бўлмоғи зарур.

## 6.2.-жадвал

### Баъзи кимевий элементларнинг X электроманфийлиги катталиклари

Z	Элемент	X	Z	Элемент	X	Z	Элемент	X
3	Li	0,95	16	S	2,6	32	Ge	2,0
5	B	2,0	27	Co	1,7	33	As	2,0
8	O	3,5	28	Ni	1,8	47	Ag	1,9
14	Si	1,9	29	Cu (2)	2,0	79	Au	2,3
15	P	2,1	30	Zn	1,6	82	Ph (2)	1,6

Тадқиқотларнинг кўрсатишича, суқиладиган киришма атом  $r_k$  радиусининг асосий атом  $r_a$  — радиусига нисбати 0,59 дан кичик бўлиши керак.

Шундай қилиб, киришма  $0 < r_k / r_a < 0,59$  бўлганда суқилиш эритмаси,  $0,85 < r_k / r_a < 1,15$  бўлганда ўрин эгалаш эритмаси ҳосил қиласди.  $0,59 < r_k / r_a < 0,85$  соҳа эса умуман қаттиқ эритмалар ҳосил бўлиши учун мақбул эмас.

Ҳақиқий шароитда кристаллга киришма атом ташқи муҳитдан киради. Эрувчаникни миқдоран аниқлагандан кристалл ва ташқи фаза (муҳит) орасидаги термодинамик мувозанатни таҳлил қилиш лозим. Ташқи фаза сифатида ё буғ (газ), ёки суюқ фазани қараш мумкин, чунки улар қаттиқ жисмларни легирлаш (уларга киришма киритиш) амалиётида кенг кўлланади.

Иккала ҳолда ҳам легирлаш жараёни мувозанатдан кам фарқ қиладиган шароитда олиб борилади.

### 6.2.5 Нуқтавий нуқсонлар аниқлайдиган хоссалар ва уларнинг ўзаро таъсири

Хусусий ва киришмавий нуқсонлар қаттиқ жисмларнинг амалда барча хоссалари таъсир кўрсатади. Заряд ташувчилар кристалл бўйича ҳаракат қилганида нуқтавий нуқсонлар билан ҳам тўқнашадилар.

Икки кетма-кет тўқнашиш орасида ўтган вақтни релаксация вақти (эркин югуриш вақти) дейилади. Бу вақт киришма ҳосил қилган нуқсоннинг табиати, ҳолати, зичлиги ва температурага боғлиқ бўлади (бу ҳақда ярим ўтказгичлар бобида ба-тафсилроқ тўхталамиз).

Металларда хона температураси ва ундан юқорида заряд ташувчилар ҳаракатчанлигини кристалл панжараси атомлари тебранишлари билан тўқнашишлар аниқлайди, бу эса температура ортиши билан металлнинг электр қаршилиги ортишини тақозо қиласди.

Ярим ўтказгичларда нуқтавий нуқсонларнинг асосий аҳамияти тақиқланган зонада донор ва акцептор сатҳлар ҳосил қилиб, ярим ўтказгичнинг электр, фото электр ва бошқа хоссаларига таъсир қилишdir.

Дизэлектрикларнинг хоссаларини асосан уларнинг ҳажмий тузилиши ҳарактеристикалари аниқлайди, уларда нуқсонларнинг аҳамияти нисбатан кичик.

Нүқсонларнинг аҳамияти ҳақидаги масалалар келгуси бир неча бобларда қараб чиқилади.

Амалда барча нүқтавий нүқсонлар кристалларда боғланган ҳолатда бўлади. Масалан, икки вакансия ўзаро боғланиб, дивакансия ҳосил қилиши мумкин. Иккинчи мисол якка вакансияларнинг киришма атомлари билан ўзаро таъсиридир. Кристалларда нүқсонлараро ўзаро таъсирлар сони жуда катта. Биз бир нечасинигина кўрсатиб ўтамиз.

Икки қарама-қарши ишорали киришма ионлари ионлар жуфтини ҳосил қилиши мумкин.

Жуфтни ташкил қилган ионлар яқин масофаларда тургани туфайли улар орасида электрон ва ковакнинг бевосита таъсири юз бериб, ковак йўқолиши мумкин. Бу жараённи киришмалар аро рекомбинация дейилади.

Кристалларда янада мураккаб нүқсонлар таркибига киришмавий атомлар кириши мумкин.

Бундай мураккаб (бирлашма) нүқсонлар қаттиқ жисмларнинг кўп физик хоссаларига таъсирун қиласди. Масалан, улар заряд ташувчилар ҳаракатчанлигига, қаттиқ жисмлар иссиқлик ўтказувчанлигига, уларнинг механик хоссаларига, киришмалар диффузиясига ва б.га муҳим таъсирун қиласди.

Ярим ўтказгичларда  $A$  — марказлар яримутказгичда эриган кислород атомининг вакансия билан ўзаро таъсири маҳсули бўлади, ионлар кристалларида  $F$  — марказлар электронни тутиб олган анион вакансияларидан иборат.

Улар ишқорий металлар галогенидларида рангини белгилайди.  $F$  — марказлар ютадиган ултрабинафша нурлар, тўлқин узунликлари қўйидагича:

Кристалл	NaCl	NaBr	KCl	KBr	KI
$\lambda$ , нм	465	540	663	630	685

Булардан ташқари, ранглаш марказлари деб аталмиш мураккаб нүқсонлар бирлашмалари ҳам мавжуд. Ундай марказларни  $F$ ,  $M$ ,  $R$  ҳарфлари билан белгиланади.

$F$  — марказ ёргулук таъсирида иккита  $F$  — марказдан ташкил топади:



бунда  $V_A$  — анион вакансияси.

$M$  — марказ ҳар бири биттадан электронни тутиб олган иккى күшни анион вакансиялардан иборат.

$R$  — марказ ҳар бири биттадан электронни тутиб олган учта күшни анион вакансияларидан ташкилланган.

Бу ранглаш марказларидан ташқари, мусбат ковак воситасида боғланган иккى күшни манфий ионлардан (масалан, хлор) таркибланаған  $V_k$  — марказ, хлорнинг ковак воситасида боғланган тугун ва тугунлар оралығидаги ионларидан иборат  $H$  — марказ мавжуд бўлишилиги аниқланган.

Ионлар кристалли ўтказувчанлик зонасидаги эркин электрон ва панжара кутбланиши бирлашмаси полярон дейиладиган нуқсонлар хилини юзага келтиради.

Поляронлар бошқа нуқсонларга нисбатан юқори ҳаракатчанликка эга.

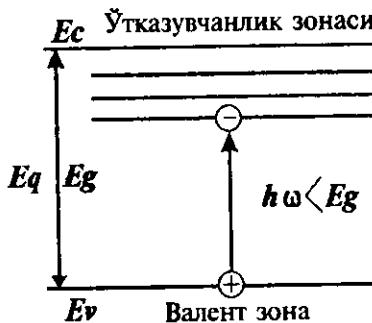
Электронга бериладиган ёруғлик ёки иосиқлик энергияси унинг ўтказувчанлик зонасига ўтиб олиши етарли бўймаганда, у шу зона яқинидаги ҳолатларга ўтиши мумкин, бу ўтишда ҳосил бўлган ковак билан электрон боғланган ҳолатда қолади. Бу электрон ва унга боғланган ковак жуфтини экситон дейилади (6.5- чизма).

Агар электрон ва ковак бир ионда бўлса, бу жуфтни Френкел экситони дейилади.

Экситонлар турли атомларга тегишли уйғотилган электрон ва ковакдан ташкилланган бўлса, уни Ванье — Мотт экситони дейилади.

Френкел эксигони радиуси кичик, Ванье — Мотт экситониники катта. Экситон кристалл ичида ҳаракатлана олади, аммо токка ҳисса кўша олмайди, чунки электр жиҳатдан нейтралdir.

Экситон ҳосил қилиш учун, масалан, ёруғлик энергияси сарфланади, аммо электр ўтказувчанлик ўзгармайди.



6.5-чизма. Экситоннинг ҳосил бўлиши.

### 6.2.6. Радиацион нуқсонлар

Юқори энергияли нурланишлар таъсирида қаттиқ жисмларда ҳосил бўладиган нуқсонларни радиацион нуқсонлар дейилади. Бундай нурланишлар — қаттиқ рентген нурланиши,  $\gamma$  — нурланиш, юқори энергияли электронлар, нейтронлар оқимидир.

Радиацион нуқсонлар назариясида бирламчи нуқсон Френкел жуфти бўлади леб ҳисобланади, кейинчалик бошқа иккиласми чиқариш учун керак энергия  $E_d$  — бўлса, атомга нурланиш томонидан бериладиган  $E_A$  энергия  $E_d$ дан катта бўлса, атом, албатта тугундан чиқиб кетади, агарда бу атомда  $E_d$ дан ортиқ энергия қолса, у бошқа атомни уриб чиқаради ва ҳ.к.

Бироқ, радиацион нуқсон ҳосил қилишнинг бўсағавийдан пастроқ энергияга тегишли механизмлари бор. Бу механизмларнинг моҳияти шундаки, аввал кристаллнинг электронлари системачаси уйготилади, энергия кристалл атомларига узатилади ва бирламчи радиацион нуқсонлар ҳосил бўлади. Бу уйготиш кристаллнинг рентген квантлари, паст энергияли электронлар ва ҳатто ултрабинафша фотонлар билан нурлаш йўли билан амалга оширилади.

Бўсаға ости нуқсонлар ҳосил бўлиши қуйидаги босқичлардан иборат:

1. Квантнинг ютилиши ва экситон ҳосил бўлиши;
2. Экситоннинг икки ионда (масалан, ишқорий — галоген кристаллда галогенининг икки ионда) жойланиши, яъни квазимолекула ҳосил бўлиши;
3. Кулон итаришиш оқибатида квазимолекуланинг тугунлараро атом ва вакансияга парчаланиши.

Радиацион нуқсонлар ҳосил бўлишининг бошқа йўллари ҳам мавжуд (плазмонлар механизми, ионизацион механизм ва бошқалар.).

Радиацион нуқсонлар, одатда, катта кинетик энергияга эга, ва шунинг учун улар кристалларда жуда ҳаракатчан бўлади. Радиацион нуқсонларнинг ўзаро ва бошқа радиацион бўлмаган нуқсонлар билан учрашуви эҳтимоллиги катта. Бу ҳолларда юз берадиган таъсирилашиш оқибатида нуқсонларнинг бирлашмалари ва ҳатто йирик уюмлари ҳосил бўлади.

Кристалл атомларининг ўз тугунларидан  $\gamma$  — квантлар таъсирида жилиб кетиш эҳтимоли кичик. Лекин  $\gamma$  — нурланиш

фотоэффект, Комптон эффекти, электронлар ва позитронлар жуфтлари туғилиши оқибатида вужудга келади.

Нейтронлар оқими моддага тушганда унинг бир қисми ютилиб, нүқсонлар пайдо қиласи.

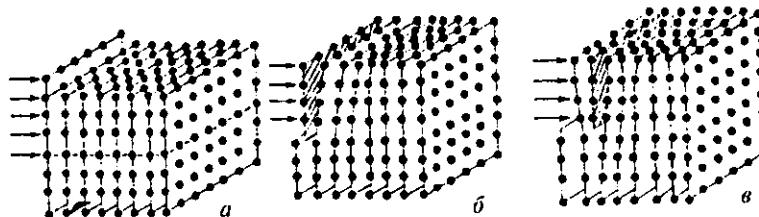
Кристалл атомларнинг ўз тугунларидан  $\gamma$  — квантлар таъсирида жилиб кетиши эҳтимоли кичик. Лекин,  $\gamma$  — нурланыш фотоэффект, комптон эффект, электронлар ва позитронлар жуфтлари туғилиши оқибатида вужудга келади.

Кейинги даврда мoddашунослик соҳасида бир вақтда қаттиқ жисмда мавжуд бўлган (киритилган) турли киришмалар бир-бири билан таъсирлашиши оқибатида мoddанинг айrim физик хоссалари жиддий ўзгариши мумкинлиги ва бу ўзгаришлардан амалда самарали фойдаланиш мумкинлиги аниқлашмоқда.

### 6.3. Қаттиқ жисмларда чизигий нүқсонлар

Нүқсонларни ўлчамлар жиҳатидан синфларга ажратганда бир ўлчовли (чизигий) нүқсонлар айтиб ўтилган эди, бу нүқсонларнинг ўлчамлари икки йўналишда жуда кичик ( $<\sigma$ ) ва учинчи йўналишда ҳар қанча узун бўлиши мумкин. Бундай нүқсонларни дислокациялар дейилади.

Дислокациялар ҳосил бўлишини қарайлик. Кристаллнинг бир қисмига ташқи куч таъсир қилаётган бўлсин (6.6- чизма).



6.6-чизма. Дислокация ҳосил бўлишиннинг кетма-кет босқичлари: а) кристаллга силжитиш кучи қўйилши; б) атомлар текисликлари букилиши; в) экстрапекислик ҳосил бўлиши.

Кучнинг қандай бўлишига қараб кристалл эластик ёки пластик деформацияланади. Иккинчи ҳолда таъсир этувчи кучнинг бирор бўсағавий қийматига — силжиш кучланишига эришилганда сирпаниш вужудга келади. 6.6 а- чизмада узун чизик билан қандайдир фаразий текислик (сирпаниш текисли-

ги) тасвирланган, атомлар текисликлари унинг юқорисида ўнгга силжийди, унинг пастидаги кристалл қисми эса қўзғалмайди.

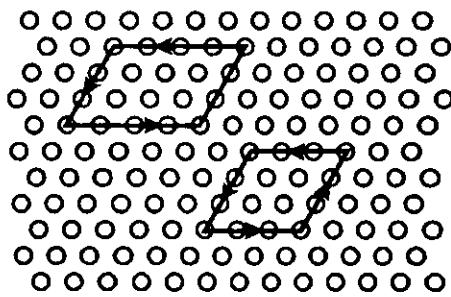
Кристаллографик (атомлар) текислигининг деформацияланувчи қисми (ярим текислик) ўнгта бирор масофага силжийди. (6.6 б- чизма) ва кейинги атомлар ярим текислигини деформациялади.

Биринчи яримтекислик куч таъсири ортганда оқибатда кейинги юқориги ярим текислик устига тушади, пастки ярим текислигидан узиб қўяди (6.6 в- чизма). Узилган яримтекислик «ортиқча», озгина деформацияланган иккита оддий (атомлар) текисликлари орасига «киритилган» (қистирилган) бўлиб қолади.

Янада каттароқ ташқи силжитиш кучланиши мавжуд бўлса, «ортиқча» экстратекислик ўз навбатида келгусини жилдириб, унинг ўрнини эгаллади, бу жараён токи намунанинг юқориги қисми пастки қисмига нисбатан ё Бюргерс вектори қадар силжимагунча давом этади (6.7- чизма).

Шундай қилиб, дислокация ёки дислокация чизиги деб кристаллнинг силжиган соҳасини силжимаган соҳасидан ажратиб турувчи чизиқни айтилади. Бюргерс вектори ё кристалил панжарасида атомларнинг силжиш каталигини ва йўналишини аниқлайди.

Бюргерс вектори қиймати  $|\vec{a}| = \sigma$  дислокация ўлчови бўлади.



6.7- чизма. Дислокация контури ва Бюргерс вектори.

Ушбу эскартмаларни билиш зарур:

1. Дислокация чизигидан йироқда кристалл идеал кристаллдан фарқ қilmайди.
2. Бу чизиқ яқинида атомлар идеал кристалл тугунларига нисбатан анча силжиган бўлади.
3. Нолга тенг бўлмаган Бюргерс вектори мавжуд.
4. Бюргерс вектори дислокация чизигига тик бўлади, бундай дислокацияни чегаравий дислокация дейилади.

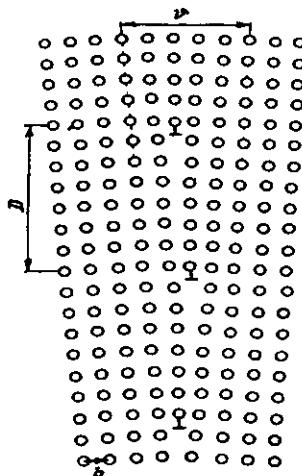
Чегаравий дислокациядан ташқи винтсимон дислокациялар ҳам мавжуд (6.8- чизма). Дислокация чизиги Бюргерс векторига параллел.

Ҳақиқий қаттиқ жисмларда дислокациялар зичлиги каттаги  $d$  киритилади ва у  $1 \text{ см}^2$  сиртдаги дислокациялар сонини билдиради. Дислокациялар зичлигини аниқлашнинг энг кўп тарқалган усули кристалл сиртини кимёвий едиришdir. Кристалл сиртига чиқувчи дислокациялар соҳасида едириш чуқурчалари пайдо бўлади. Уларни микроскоп ёрдамида санаш мумкин. Дислокациялар зичлиги  $d$  нолдан то катта сонга қадар қийматларга эга бўла олади. Масалан, дислокациясиз ярим ўтказгич монокристалларда  $d=0$ , металларда у  $10^{12} \text{ см}^{-2}$  гача етиши мумкин.

Биз айтиб ўтган дислокацияларнинг икки туридан бошқа яна мураккаброқ дислокациялар мавжуд бўлиши мумкин. Дислокацияларнинг хусусиятларидан бири – уларнинг ўзарови бошқа нуқсонлар билан таъсиралишидир. Дислокацион реакциялар оқибатида янги дислокациялар ҳосил бўлиши ёки дислокациялар бирлашиши мумкин:  $\vec{\delta}_1$  ли дислокация иккита  $\vec{\delta}_2$  ва  $\vec{\delta}_3$  Бюргерс векторли дислокацияга ажralиши ва аксинча реакциялар бўлиши мумкин:

$$\vec{\delta}_1 \xrightarrow{\quad} \vec{\delta}_2 + \vec{\delta}_3 \quad (6.25)$$

Дислокацион реакцияларнинг маҳсали нуқсонларнинг бошқа турлари бўлиши эҳтимоллиги мавжуд. Масалан, икки дислокация учрашиб вакансия ҳосил қила олади. Қаттиқ жис-



6.8- чизма. Кристаллда фаза ичида чегаранинг ҳосил бўлиши.

мдаги киришмалар билан дислокацияларнинг ўзаро таъсири эластик ва электр йўсинда юз бериши мумкин.

Кристаллда чўзувчи кучланиш ҳосил қиласидиган киришма атом дислокация атрофидаги қисиғлан соҳа томон қўчади, қисувчи кучланиш ҳосил қиласидиган атом эса, — чўзилган соҳа томон қўчади. Бундай ўзаро таъсир чегаравий дислокацияларга ҳосидир. Дислокацияларнинг электр ўзаро таъсирилашишида унинг энергиясини кулон потенциали аниқлайди ва шунинг учун  $1/r$  га пропорционал.

Металл кристалларда кўп миқдордаги эркин электронлар дислокациялар ёки нуқтавий нуқсон майдонини экранлайди, шунинг учун металларда бу ўзаро таъсир муҳим эмас. Ярим ўтказгичлар ва ионлар кристалларида экстра текислик пастидаги атомларнинг узилган кимёвий боғланишлари электр потенциал ҳосил қиласди, улар акцепторлик (электронни қабул қилиш) хоссасига эта. Шунинг учун  $n$  — тур ярим ўтказгичларда бу боғланишлар ўтказувчанлик электронларини тутиб олади ва дислокацияларга манфий заряд беради, у эса мусбат ионларни (ёки ковакларни) тортувчи электр потенциал ҳосил қиласди.

Ҳар қандай механик ишлов ҳам макро кучланишdir ва бинобарин, дислокациялар ҳосил қилишга олиб келади.

Қаттиқ металларда босим остида ишлов — чўзғилаш, болғалаш, сурғалаш — дислокациялар пайдо бўлишига сабаб бўлади. Юқори кучланиш жойларида дислокациялар вужудга келади, кейин улар кўпаяди. Бундай пластик деформациялардан ташқари, дислокациялар кристалларни кесиш, сайқаллаш жараёнлари оқибатида ҳам пайдо бўлади. Кристалланиш жараённида температура градиентлари мавжуд бўлиши дислокациялар манбаи бўлиши мумкин. Кристалларни ўстириш жараённида пайдо бўлган дислокациялар юқорида тавсифланганларидан фарқ қиласди. Бирламчи ҳамиртуруш кристалл дислокациялари ўстирилган кристаллга мерос бўлиб ўтади (меросий дислокациялар). Кристалл бошқа моддадан ясалган таглик билан контактлашганда номослик дислокациялари намоён бўлади. Бундай дислокациялар  $A^{III}B^V$  – Ge,  $A^{II}B^6$  -  $A^{III}B^1$  ва ҳоказо каби ярим ўтказгич гетеротузилмаларни эпитаксия усулида ўстиришда катта ўрин тутади.

Дислокацияларнинг қаттиқ жисм хоссаларига таъсири қандай?

Дислокациялар асосан қаттиқ жисмларнинг механик хоссаларига, биринчи навбатда уларнинг мустаҳкамлик характеристикаларига таъсир кўрсатади. Ҳақиқий кристалларда дислокациялар маҳкамланиши эффиқти мавжуд. Бунинг бир неча механизмлари бор: ёт зарралар (киришмалар) билан маҳкамланиш; дислокацияларнинг «чирмашиши». Биринчи механизм фақат бэззи холларда муҳим. Бу холларнинг бири Коттрел атмосфераларининг ҳосил бўлишидир, ёт зарралар - асосий кристаллницидан бошқа моддаларнинг микроскопик киришмалари эриган модда томонидан ушланади ва суюмани совутиб қотирганда унда қолади. Бу зарралар асосий модда билан биргаликда қотишма ҳосил қиласди.

Дислокацияларнинг чирмашиши равишида ҳам дислокациялар бир-бирини тормозлайди. Энг муҳим масала дислокацияларнинг заряд ташувчилар (электронлар ва коваклар) энергиялари спектрига киритадиган ўзгиришларидир. Олдин айтганимиздек, дислокация электронларни қабул қилувчи акцептор вазифасини ўтайди. Бундай қарашда дислокациялар таъсири ковалент кристаллга киритилган киришма атомлар таъсирига ўхшайди. Бундай акцептор сатҳлар бир – бирига яқин бўлиб, ўзаро таъсирашиб, дислокацион энергетик зонани вужудга келтиради. Дислокацияли яримўтказгичда электронлар зичлигини ҳисоблашда электр нейтраллик шартида дислокациялар зарядини ҳам ҳисобга олиш керак бўлади. Яримўтказгичларда дислокациялар ҳаракатчан заряд ташувчиларни сочиб юбориш орқали уларнинг ҳаракатчанилигига таъсир қиласди. Дислокациялар заряд ташувчиларнинг яшаш вақтига муҳим таъсир кўрсатади. Дислокациялар атрофидаги ҳажмий заряд номувозанатий электронларнинг ушланишига ҳалақит беради. Дислокация электронларнинг яхши ёпишиш марказлари бўлади. Барча қаттиқ жисмларда дислокациялар диффузия жараёнига таъсир кўрсатади.

#### 6.4. Қаттиқ жисмларда ясси нуқсонлар

Энг муҳим ясси (икки ўлчовли) нуқсонлар – поликристалл доналарининг чегаралари, эгизаклар ва тахланиш нуқсонларидир.

Доналарнинг (кристаллитларининг) чегараларини кўрайлик. Умуман уларни фазалараро ва фазалар ичидаги чегаралар гурӯҳларига ажратилиди. Фазолараро чегаралар мисоли кристалл-

нинг ташқи мұхитдан ажратувчи ёқлары, ұсаёттан кристалниң суюмға билан чегараловчи сирт, метал қотишмаларда түрли фазалар зарралари орасидаги чегаралар бұлады.

Фаза ичидегі чегаралар деганды кристалларнинг бир ва уша фазага мансуб да шу кристаллар контакттың бевосита тулашувчи соҳаларни тушунилади. Чегара дислокацияларнинг алоқида жойлашиши ҳолиде ҳосил бұлады, бунда кристалл қисмлари қандайдыр  $\vartheta$  бурчак қадар бурилған бұлады: чизма текислигига тик үңқа нисбатан  $\vartheta$  бурчакка бурилған бұлады. Чегара соҳасидегі дислокациялар оралигини D дейилса, Бюргерс вектори катталиғи в эканлиғи эсланса,

$$b/D = 2 \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (6.26)$$

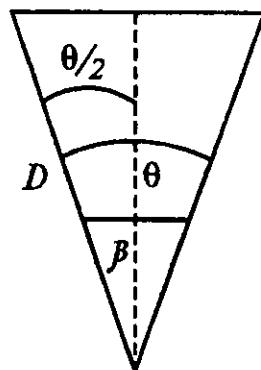
мұносабатни олиш мүмкін. Агар

$$\frac{\theta}{2} \ll 1 \text{ бұлса, (6.26) ифода}$$

$$\theta = b/D \quad (6.27)$$

Күрнишни олади. Бу мұносабатни қаноатлантирадын чегараларни кичик бурчаклы, (6.26)ни қаноатлантирувчи чегараларни катта бурчаклы чегаралар дейилади.

(6.27) ифода  $\theta < 5^\circ$  бўлганда ба- жарилади. Доналар чегараларининг дислокацион табиати чегара-



6.9-чизма. (6.26) ифодага доир чизма.

нинг қалинлигини аниклады, у  $(1+2) w$  чамасида бўлади ( $w$ -дислокация кенглигиги), яни чегара қалинлиги бир неча атомлараро масофадан ортиқ бўлмайди.

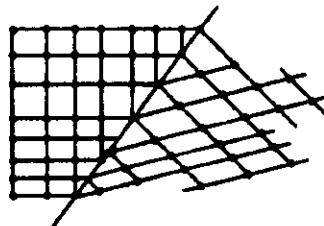
Кичик бурчаклы чегаралар поликристалларнинг айрим кристаллитларыда ва монокристалларда бўлиши мүмкін.  $\theta$  бурчаклар катта бўлган ( $\theta > 5^\circ$ ) чегаралар ажратган кристалл қисмларини кристалликлар ёки доналар дейилади. Катта бурчаклы чегараларга эга бўлган қаттиқ жисм албатта поликристалл бўлади.

Эгизаклар — катта бурчаклы чегараларнинг хусусий ҳолидир. Эгизаклик чегараси кристаллнинг бири иккинчисининг

кўзгусимон тасвири бўлган икки соҳасини ажратиб турувчи чегарадир (6.10- чизма).

Этизаклар кристаллар ўсишида, шунингдек механик, деформацион таъсир оқибатида вужудга келиши мумкин.

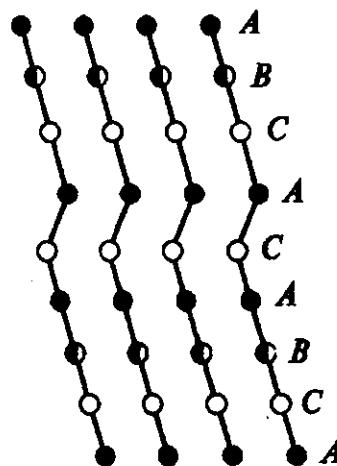
Тахланиш нуқсонлари кристалил панжарада атомларнинг идеал жойлашишининг бузилишидан иборат. Бундай нуқсонлар асосан металл кристалларда кузатилади.



6.10- чизма. Этизакларга оид.

### 6.5. Қаттиқ жисмларда ҳажмий (макроскопик) нуқсонлар

Қаттиқ жисмларда ҳажмий нуқсонлар ўлчамлари барча уч фазовий йўналишда панжара даври  $a$  дан катта бўлган нуқсонлардир. Улар моҳиятган қаттиқ жисм тузилишининг макроскопик бузилишларидир. Ҳажмий нуқсонларга ёки жисмнинг бутун ҳажмини, ё унинг айрим қисмларини (уларни макроскопик ҳажмлар ҳисобланади) эгаллаган ва ҳажми  $\gg a^3$  бўлган эластик кучланишлар мансуб. Дарзлар ва коваклар, қаттиқ жисм сиртидаги тирналишлар ва ҳажмда тўпланган киришма уюmlари ана шундай нуқсонлардир. Макронуқсонлар микро-нуқсонларнинг бирлашиши натижасида ҳосил бўлиши равшан кўриниб туриптги. Биз олдин эластик кучланишлар дислокациялар ҳосил бўлишилиги манбаи эканлигини кўрдик. Энди бу кучланишларнинг вужудга келиши ва намоён бўлишига назар ташлайлик. Ҳар хил ишорали кучланишлар – чўзувчи ва қисувчи кучланишлар бўлади. Агар жисм мувозанатда бўлса, турли ишорали кучланишлар ўзаро мувозанатлашган. Қаттиқ жисмнинг бир қисмини узоқлаштириш бу мувозанатни бузади



6.11- чизма. Тахланиш нуқсонлари.

ва жисм янги мувозанат ҳолатига интилади, бунда эластик кучланишлар қайта тақсимланади.

Макрокучланишлар кристалл панжарасининг атомлараро д масофаларнинг ўзгаришидан вужудга келади. Қаттиқ жисмларни олишда макрокучланишлар вужудга келишига температуранинг жисм ҳажмида бир хил бўлмаслиги катта ҳисса кўшади. Бундай макрокучланишларни термоэластик кучланишлар дейилади. Қаттиқ жисмда уни тайёрлаш ёки унга термоишлов беришдаги температура тақсимотини

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c\rho} \Delta T \quad (6. 28)$$

иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасини ечиб топилади, ( $k$ - солиштирма иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти,  $c$ - жисмнинг иссиқлик сиғими,  $\rho$ -намуна зичлиги).

Бу тенглама мураккаб, уни ечиш маҳсус адабиётда келтирилган. Биз бу жойда бавзи бир маълумот берамиз.

Температуранинг тўсатдан ўзгариши – иссиқлиқ зарбаси қаттиқ жисмда кенгайиш – қисилиш эластик тўлқинлари пайдо қелади. Агар температура вакт бўйича ўзгариб турса, албаттга жисмнинг даврий “исиш-совиш” жараёни юз беради. Бу эса бузилишлар (нуқсонлар) жамғарилишига олиб келади. Бу эффектни **материалнинг чарчашни дейилади**.

Техникада кўп қатламли қаттиқ жисм тузилмалари муҳим ўрин тутади. Бу ҳолларда макрокучланишлар манбалари: таглик ва қатлам панжаралари доимийларининг фарқи, иссиқликтан кенгайиш коэффициентларининг тафовуги бўлади. Жуда юпқа пардаларда сирт таранглик кучлари кучланишларининг кўшимча манбаи бўлади. Эластик кучланишларнинг бошқа манбалари ҳам уларни кейинги бобларда кўрамиз.

Дарзлар дислокацияларнинг қаттиқ жисм ичидаги кўчиши жараёнида тормозланиши натижаси сифатида қаралмоқда. Дарзнинг кенглигиги уни ҳосил қилишда қатнашган дислокациялар миқдорига боғлиқ. Агар ундаги дислокациялар зичлиги  $n$  бўлса, дарзни  $\vec{v}$  Бюргерс векторли битта катта дислокация деб қараса ҳам бўлади. Дарз ҳосил бўлишининг яна бир эҳтимолий йўли турли ишорали дислокациялар тўпланган ик-

ки кесишувчи текисликнинг ўзаро таъсиридир. Дарз пайдо бўлгандан кейин унинг тақдири қандай бўлади?

Дарзнинг узунлигини  $l$  ҳарфи билан, унинг ён чегарасидаги критик кучланишни  $\sigma$  орқали, Юнг модулини  $E$  орқали, бузиш солиштирма ишини  $\gamma$  орқали белгиласак, анча узун ҳисоблашлардан

$$\sigma = \sqrt{2E\gamma/\pi l} \quad (6.29)$$

Гриффитс қонунини келтириб чиқарилади. Бу ифодадан намунани (буюмни) бузмайдиган дарзнинг  $l$  критик узунлигини аниқлаш мумкин. Агар мазкур мoddага ундан кўра мустаҳкамроқ мoddанинг макрозарралари киритилса, кенгаяётган дарз шу киритмага таҳалади ва тўхтаб қолади. Шу йўл билан кўп миқдорда композицион материаллар олинган.

Энди қаттиқ жисмдаги коваклар (коваклар) ҳақида тўхгаламиз. Коваклар қаттиқ жисмда атомлар згалламаган бўш жойлардан иборат. Уларнинг бир томони сиртта чиқсан бўлса, бундай ковакларни очиқ коваклар дейилади, агар ковак кристалл ҳажмида жойлашган ва ташки муҳит билан туташган бўлмаса, уни ёниқ ковак дейилади.

Коваклар ҳосил бўлишининг асосий манбаларини қарайдик.

### 1. Коваклар ҳосил бўлишининг диффузион механизми.

Ковак кўп сонли вакансиялар йигилиши натижаси сифатида қаралади. Жисм сиртида эгрilanган (қабариқ ёки ботик) жойларда вакансиялар кўп тўпланади. Қабариқ жойда сиртнинг катталиги ўзи мувозанатсиз, ортиқча, система уни камайтиришга интилгани туфайли бунга ёндош ҳажмнинг кичрайиши орқали эришилади. Умумий ҳажм ўзгармагани ҳолда агар бир қисм вакансияларни атомлар згалласа ҳажм муайян миқдорда камаяди. Шунинг учун қабариқ сирт устида вакансиялар кам бўлади. Худди шундай мuloҳаза ботик сирт остида вакансиялар зичлиги ортади деган холосага келтиради. Шундай қилиб, ковакнинг ташки сиртида вакансиялар кам, ички сиртида эса вакансиялар ортиқча бўлади. Демак, ковак вакансияларнинг каттакон уймасидир. Вакансиялар ковак ҳосил бўлаётган жойга диффузия йўли билан кўчуб боради. Шунинг учун ковак ҳосил бўлишининг бу механизмини диффузион механизм деб аталган.

## **2. Термоишлов жараёнида коваклар ҳосил бўлиши.**

Тажрибадан маълумки, металл намуналар термоишлов жараёнида деформацияланади ва шишади, уларда коваклар ҳосил бўлади, термоишлов кўп марта такрорланса - дарзлар пайдо бўлади. Тадқиқотлар қўйидаги қонуниятларни аниқлайди:

1) Термоишлов сони ортишиб билан коваклар миқдори ва ўлчами ортишиб боради.

2) Коваклар намуна кесими бўйича нотекис тақсимланади: уларнинг миқдори марказдан четга томон бир текис камайиб боради.

2-3 мм қалинликдаги цилиндрик намунанинг гардишида коваклар бўлмайди. Бу ходисалар шундай тушунтирилади.

$T_{сұз}$  суюлиш температурасига яқин  $T$  температурада олинган намунада вакансияларнинг катта зичлиги вужудга келади. Кескин совутганда кристаллда улар «яхлайди». Бу жараённи чиниқиши дейилади. Кейинги қиздиришда ортиқча вакансиялар ўта тўйинган эритмадан тушиб қолиши керак. Аммо бу тушиб қоладиган вакансиялар етарлича ҳаракатчан ва қайси бир жойда (пайновда) уюшишга улгуради. Бундай пайновлар хизматини доналараро чегаралар, дислокациялар бажаради. Температурани кўп марта ўзгартириш чиниқсан вакансиялар миқдорини ошириб боради, бу эса коваклар сони ва ўлчамларини ўстиради.

**3. Қаттиқ жисмлар контакти соҳасида коваклар ҳосил бўлиши.** Турли табиатли A ва B икки қаттиқ жисм контактини қарайлик. Қиздирилганда A атомларнинг B — панжарага, B атомларнинг A — панжарага ўзаро қарама-қарши диффузия вужудга келади. Диффузия коэффициентлари тенг бўлмаганлигидан ( $D_{A \rightarrow B} \neq D_{B \rightarrow A}$ ) контакт чегарасидан ўнг ва чап томонда диффузияланган атомлар миқдори тенг бўлмайди, масалан,  $D_{A \rightarrow B} > D_{B \rightarrow A}$  бўлса, у ҳолда  $N_{A \rightarrow B} > N_{B \rightarrow A}$  бўлади. Оқибатда A кристаллда эгалланмаган вакансиялар, B кристаллда ортиқча атомлар пайдо бўлади. Демак, A кристаллда вакансиялар манбаи, B кристаллда атомлар манбаи ишлаб туради. Аммо улар чексиз ортишиб бора олмайди, чунки чегаравий дислокациялар A томонда вакансияларни, B томонда ортиқча атомларни ютиб, қарама-қарши йўналишларда ҳаракат қиласади. A кристаллда улар аста-секин кристаллдан чиқади, B кристаллда эса улар аста-секин пайдо

бўлади. Шундай қилиб контакт соҳасида икки эфект: бўшилиқ ўсиши (Френкел эфекти) ва атомлар текислигининг кўчиб ўтиши (Киркендал эфекти) юз беради.

#### 4. Учувчан таркибовчили қаттиқ жисмларда ковакдорлик

Кўп таркибовчили қаттиқ жисмларда учувчан таркибовчининг буғланиши ортиқча вакансиялар манбаи бўлади. Ярим ўтказгич қаттиқ жисмлардан галлий арсениди GaAs мисол бўлади, чунки ундан As маргумуш анча учувчандир. Қаттиқ жисм сиртидан буғланган атомлар ўрнида вакансиялар пайдо бўлади, уларни ичкаридаги атомлар келиб тўлдиради. Улар ҳам яна буғланади, вакансиялар яна тўлдирилади ва ҳ.к. Натижада намуна ҳажми ортиқча миқдордаги вакансиялар билан тўйинади. Уларнинг баъзилари сиртга ва дислокацияларга кетади, лескин уларнинг бирор миқдори йигилиб коваклар ҳосил қиласи.

Бошқа ҳажмий нуқсонлардан кристаллнинг мозаикалиги ва газ пуфакларини айтиб ўтамиш. Ҳажмий нуқсонлар қаттиқ жисмлар физик хоссаларига муҳим таъсир кўрсатади. Буни қисман айрим ҳажмий нуқсонлар тўғрисида тўхталганда гапириб ўтдик.

Макронуқсонларга эга бўлган жисмларда диффузияни тадқиқлаганда икки омилга алоҳида эътибор бериш керак. Биринчидан, диффузия коэффиценти анизотроп бўлади, у албатта диффузия оқимини аниқлашида муҳим. Иккинчидан, дарзлар тури бўйлаб атомларнинг диффузион ҳаракатчанлиги муҳим даражада ортиқ бўлади.

Коваклар ҳажмий диффузия фронтини камайтирали, бу эса диффузион оқимни камайтиради. Лекин, коваклар билан боғлиқ сиртий диффузия қаттиқ жисм орқали диффузияни ортиради.

Макро нуқсонли қаттиқ жисмларнинг механик хоссалари ҳам нуқсонлар табиати, зичлиги ва бошқа характеристикаларига боғлиқ, макронуқсонлар қаттиқ жисмнинг эластиклик модулларига муҳим таъсир кўрсатади. Масалан, коваклар нисбий ҳажми  $K = V_{ков} / (V_{ков} + V_c)$ , бунда  $V_c$  — коваксиз қатлам ҳажми,  $V_{ков}$  — коваклар ҳажми. Ковакли ва коваксиз жисмлар силжини модули ( $G'$  ва  $G$ ) ва ҳар тарафлама қисилиш модули ( $H'$  ва  $H$ ) ифодаларига киради:

$$G/G^* = 1 - 5K(3H + 4G)/(9H + 8G).$$

$$\frac{1}{H^*} = \frac{1}{H(1-K)} + \frac{3}{4G} \cdot \frac{K}{1-K}. \quad (6.30)$$

Бу ифолалар тажрибаларда тасдиқланган.

Ковакли жисмада эластик түлқиннинг тарқалиши эластиклик кучланишлари (босим) ва температура тебранишлари вужудга келиши билан боғлиқ. Бундай түлқин, шунингдек, ковакнинг қатпик фаза билан чегарасида фазавий мувозанат шартларнинг бузилишидан ҳам пайдо бўлади. Паст товуш такрорийликларда бир ўтиш даврида вакансия панжарадан ковакка ва тескарича ўтишга улгурари ва эластиклик модули бир фазали системанинида кам бўлади, товуш тезлиги  $v_o$  кичик бўлади. Катта такрорийликларда вакансия панжарага ва тескарича ўтишга улгурга олмайди, эластиклик модули такрорийликка боғлиқмас, товуш тезлиги  $v_o$  каттароқ бўлади.

## 6.6. Нуқсонлар диффузияси

Диффузия жараёни системанинг атомлар зичлигини тенглаштиришга ўз-ўзидан интилишидан иборат. Атомлар кам бўлган йўналишда кўчади. Системада атомлар кўчиши тартибсиз дайдиши оқибатида юзага келади. Шу йўсинда системадан бир вақтда тартибсиз – иссиқлик ҳаракати ва йўналган – дрейф ҳаракати мавжуд бўлади. Кейинги ҳаракат системада қандаидир куч таъсирида содир бўлади. Бу куч вазифасини зичлик, температура, электр потенциал ёки умумий ҳолда кимёвий потенциал градиентлари бажаради.

Тартибсиз иссиқлик ҳаракатининг ўзи диффузион оқим ҳосил қилмайди. Қаттиқ жисмдаги иссиқлик тебранишлари диффузияга олиб келмайди.

Диффузия жараёнини миқдоран баҳолаш учун зарур бўлган тенгламаларни шакллантирайлик.

Аввало диффузион оқим зичлиги тушунчаси I ни киритамиз.

Диффузион оқим жисмнинг бирлик сиртидан бирлик вақтда диффузиялаб ўтган модда миқдори бўлиб, у

$$I = dQ/Sdt \quad (6.31)$$

кўринишида ифодаланади, бунда  $dQ$  – жисмнинг  $S$  – сирти орқали  $dt$  - вақтда ўтган модда миқдори кесим юзига, модда зичлиги градиенти  $\frac{\partial c}{\partial x}$ га,  $dt$  вақтга пропорционал катталик:

$$dQ = -DS(\partial c / \partial x)dt. \quad (6.32)$$

Бундаги D-диффузия коэффициенти. (6.32) ни (6.31) га қўйсак,

$$I = -D(\partial c / \partial x). \quad (6.33)$$

Фик биринчи қонуни ифодаси ҳосил бўлади. Уч ўлчовли ҳолда у

$$\bar{I} = -D\nabla c \quad (6.34)$$

кўринишида бўлади.

Диффузияланувчи модда – диффузантнинг вақт ва фазода ўзгаришини Фик нинг 2-қонуни ифодалайди, уни биринчи қонун ва узлуксизлик тенгламасидан  $\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial x} = 0$  келтириб чиқарилади:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (6.35)$$

(6.35) тенгламани ечиб, зичлик  $c(x,t)$  ёки уч ўлчовли ҳолда  $c(x,y,z,t)$  тақсимоти аниқланади.

Кўпчилик ҳолларда бу ечимлар бир ўлчовли ҳолда

$$c \sim t^{-1/2} \exp(-0.25x^2/Dt) \quad (6.36)$$

кўрсаткичли функция кўринишида ёки бошқа

$$c \sim \left| 1 - erf(0.5x / \sqrt{Dt}) \right| \quad (6.37)$$

функция орқали ифодаланади.

Бу ечимларда

$$L_D = \sqrt{Dt} \quad (6.38)$$

катталик узунлик ўлчамига эга, уни диффузион узунлик дейилади. Тадқиқотлар диффузия коэффицентининг температурага боғланиши учун

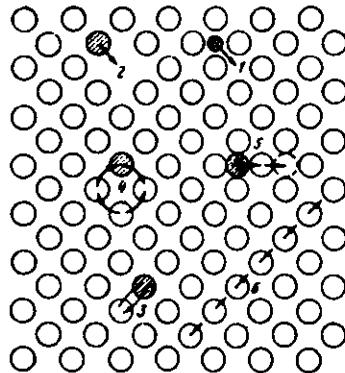
$$D=D_0 \exp(-W/kT) \quad (6.39)$$

ифодани беради.

Бунда  $W$  – диффузион энергетик тўсиқ баландлиги.

Биз иккита энг қизиқарли механизм – тугулараро ва вакансиялар бўйлаб диффузияланиш механизмларини кўриб чиқамиз. Улар 6.12-чизмада 1 ва 2 сонлари билан белгиланган.

(6.39) ифодага биноан диффузияланувчи зарра бир мувозанатий вазиятдан иккинчисига ўтиш учун энергетик  $W$  тўсиқдан ошиб ўтиши керак. Зарраларнинг бу сакршини газда атомларнинг тўқнашишига ўхшатилса ва кинетик назариянинг молекулалар диффузияси учун



6.12-чизма. Кристалл панжарасида киришмалар диффузиясининг имконий механизмлари(киришма атом-чизиқланган доира):

1. Содда, тугулараро;
2. Вакансион;
3. Содда, алмасиниш;
4. Циклик алмасиниш;
5. Сиқиб чиқариш, тугулараро;
6. Краудион диффузия.

$$D = \bar{\lambda} \cdot \bar{v}/3 \quad (6.40)$$

ифодаси ( $\bar{\lambda}$  – газда зарранинг эркин югуриши ўртача узунлиги,  $\bar{v}$  – ўртача иссиқлик тезлиги) қўлланса бўлади. Агар  $l$  – диффузион узунлик тартибидаги катталик  $\bar{\lambda}$  – ўрнига олинса  $\tau$  – зарранинг мувозанатий ҳолатда бўлиш вақти бўлса, унда диффузион сакраш тезлиги  $v = l/\tau$  бўлади. Энди  $l/3$  қўпайтувчи ўрнига кристалл панжарада атомлар жойлашиши геометриясини ҳисобга олувиши  $\alpha$  – коэффициент олинса, қаттиқ жисм учун (6.40) ўрнига

$$D = \alpha l^2 / \tau \quad (6.41)$$

деб ёзиш мумкин.

Сүқилиш қаттиқ эритмаларыда атомлар диффузияси (Верт ва Зиннер)  $(l/\tau)=v$  диффузион сакрашлар тақрорийлиги кирилла,

$$D = \alpha l^2 / \tau = \alpha l^2 v \quad (6.42)$$

$v$  катталикни ўтишлар Р эҳтимоллиги орқали

$$v = V_0 g P \quad (6.43)$$

муносабат ёрдамида ифодалаш мүмкун, бунла  $v_0$  — сукулган атомнинг тебранишлар тақрорийлиги,  $g$  — координацион сонга тенг сакрашлар имконијӣ йўналишлари сони

$$v_0 = \left[ \Delta E_m / (2M l^2) \right]^{1/2} \quad (6.44)$$

ифода назарий йўл билан келтириб чиқарилган, бундаги  $\Delta E_m$  — диффузия (миграция)ни активлаш энергияси,  $M$  — диффузияланётган модда массаси. Бир тугунлар оралигидан иккинчисига ўтиш эҳтимоллиги (доммий босимда) эркин энергиянинг  $\Delta F$  ўзгариши орқали

$$W = \exp[-\Delta F/kT] \quad (6.45)$$

ифодаланади, бундаги

$$\Delta F = \Delta E_m - T \Delta S_m . \quad (6.46)$$

Юқоридаги ифодалардан сүқилиш қаттиқ эритмасидаги киришма атомлар диффузия коэффициенти ашқланади:

$$D = D_0 \exp[-\Delta E_m / kT], \quad (6.47)$$

бундà

$$D_0 = \alpha g l^2 v_0 \exp(\Delta S_m / k). \quad (6.48)$$

Верт ва Зиннер назариясида

$$\Delta S_m = \Delta E_m \frac{\partial}{\partial T} (G'/G'_0) \quad (6.49)$$

муносабат олинганиким, у диффузия энтропиясини баҳолаш үзүүнүн  $D_0$  ны аниқлаш имконини берали. Бу ифодадаги  $G$  — силжиш модули,  $G_0'$  — мүндоқ нөл (0К) дагы силжиш модули. Аммо бунда  $\Delta E_m$  активацияның энергияси ва силжиш модулинин температурага болганиши маълум бўлиши керак.

Ўрин эгалдан қаттиқ эритмаларда атомлар диффузияси зариясизда ҳам  $D = \sigma P / \tau$  дастилабки тенглама бўлиб, лекин диффузия параметрлар бошқача физик маънога эга. Дарвоқе, у тақрорийлик мазкур эритмаларда яна диффузияланадиган атом қўшни вакансия ҳосил бўлиши эҳтимоллигига ҳам боғлиқ:

$$v = g v_0 D W_F = g v_0 \exp[\Delta F / kT] \exp[\Delta F_F / kT] \quad (6.50)$$

Бу ерда  $v_0$  — кристалл панжараси тугунидаги атомнинг тебринишлар тақрорийлиги,  $\Delta F$  — ўша (6.46) кўринишига эга  $v$ ,  $\Delta F$  ва  $\Delta F_F$  ларни (6.42) ифодага қўйсак, (6.47) ва (6.48) ифодаларни ҳосил қиласмиш, аммо уларда

$$\Delta E_m = \Delta E'_m + \Delta E_F; \quad \Delta S_m = \Delta S'_m + \Delta S_F. \quad (6.51)$$

Чизиқчали катталиклар сакраб ўтишга тегишилди. Демак, диффузия жараёни миграция (кўчиш)  $\Delta E_m$  — энергияси орқали аниқланади, аммо у тугунлараро диффузия ва тугунлар бўйлаб диффузия ҳолларида фарқли бўлади. Бу энергия нейтрал атомлар ёки ионлар диффузиялананини ҳолларида ҳар хил бўлади.

**Макронуксоили қаттиқ жисмларда диффузия.** Бу ҳолда ҳодисани икки хусусиятини ҳисобга олиш зарур. Биринчидан, диффузия коэффициенти анизотроп катталик. Шунини учун поликристаллининг иктиёрий ҳар хил йўналтирилган доналарида зичлик градиенти йўналтишидаги диффузион оқимлар турли бўлади. Иккинчидан, ларзларнини ривожланган турли бўйлаб атомлар диффузиони ҳаракатчаналиги ортишин муҳим, бунини оқибатида макроскопик диффузион оқим ортади. Макронуксоили қаттиқ жисмда  $D'$  диффузия коэффициенти нуқсонсиз кристаллла  $D$  диффузия коэффициенти билан боғлиқ. Буни аниқлаш учун киринималар значенигининг

$$c = [0.5 c_0 / \sqrt{\pi D t}] \exp[-x^2 / 4 D t] \quad (6.52)$$

ифодасидан фойдаланамиз. Бунда  $D$  ни  $D^*$  га алмаштириб, сўнг  $c = \bar{c}$  деб олинса, излангаётган  $D^*$  диффузия коэффициенти ифодаси ҳосил бўлади:

$$D^* = \frac{x^2}{4t} \left[ \frac{x^{4/3} D_0^{1/3}}{2(\delta' D_s / 3)^{2/3} t^{1/3}} \right] - \ln \left[ \frac{6D_0^{1/6} (\delta' D_s / 3)^{2/3} t^{5/6} (\pi \rho^* t)^{1/2}}{Lx^{4/3}} \right] \quad (6.53)$$

Масалан,  $D_0 \approx 10^{-14} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $x \approx 10^{-3} \text{ м}$ ,  $L \approx 10^{-4} \text{ м}$ ,  $\delta' D_s \approx 10^{-17} \text{ м}^3/\text{с}$  бўлса,  $D^*/D_0 \approx 10 + 10^2$ . Бу  $L \approx 10^{-4} \text{ м}$  бўлганида макронуқсонсиз

кристаллда диффузия коэффициенти макронуқсонли кристаллдагидан ўнларча марта ортиқ бўлар экан. Ҳисоблар ва тахлилнинг тасдиқлашича, йирик коваклар диффузияни сусайтиради. Демак, майдо ковакларнинг йирик ковакларга бирлашиши қаттиқ жисмдаги диффузияни пасайтиради.

### Саволлар ва масалалар

1. Тугунлар сони  $10^{22} \text{ см}^{-3}$ , Шотки нуқсони ҳосил бўлиши энергияси 1,5 эВ бўлса, қайси температурада нуқсонлар (вакансиялар) зичлиги  $10^6 \text{ см}^{-3}$  бўлади?
2. Тугунларнинг умумий сони ва тугунлар оралиғи сони тенг,  $T=300\text{K}$ , Френкел нуқсони ҳосил бўлиши энергияси 2 эВ бўлганда бундай нуқсонлар сони қанча?
3. Бор ва Фосфор элементлари кремнийда қандай қаттиқ эритма ҳосил қиласи? (6.2-жадвалдан фойдаланинг).
4. 14I-бетдаги мъалумотдан фойдаланиб, ишқорий металлар галогенидларига  $F$ -марказлар қандай ранг беришини аниқланг.
5. Нуқсоннинг таърифи қандай?
6. Нуқсонларга боғлиқ электронлар энергетик ҳолатлари кристаллнинг зоналаридаги ҳолатлардан қанақа фарқ қиласи?
7. Нуқсонларнинг ўлчамлар бўйича синфланиши қанақа?
8. Экситонлар, поляронлар, электрон – ковак жуфтларининг моҳияти нимада?

9. Вакансияларнинг қандай хилларини биласиз, улар орасида қандай фарқлар бор?
10.  $F$  – марказлар нима?
11. Радиацион нуқсонлар қанақа?
12. Бюргерс контури ва вектори нима?
13. Дислокациялар нима? Уларнинг қандай турлари бор?
14. Яримұтказгичларда электронлар энергетик спектрига дислокациялар қандай үзгаришлар киритади?
15. Кристалларда қандай ясси нуқсонлар бор ?
16. Қаттиқ жисмларда қандай ҳажмий нуқсонлар бор ?
17. Қаттиқ жисмларда макрокучланишлар вүжудга келиши умумий шартлари қанақа?
18. Күп қатламли қаттиқ жисм тузилмаларида макрокучланишларнинг қандай асосий манбалари мавжуд?
19. Дарзлар пайдо бўлиши сабаблари қандай?
20. Қаттиқ жисмда коваклар қандай ҳосил бўлади?
21. Макронуқсонлар қаттиқ жисм хоссаларига қандай таъсир кўрсатади?

## VII БОБ

### АМОРФ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР. СУЮҚ КРИСТАЛЛАР

Критик нүктадан йироқдаги қаттиқ жисмлар ва суюқликларни конденсирланган (зичланган) системалар дейи-лади ва улар газларга нисбатан миллионларча кичик қисилувчанликка эга. Масалан,  $\text{NaCl}$  кристаллининг қисилувчанлиги  $0,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{н}$ , суюқ симобники  $-3,8 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{н}$ , аммо атмосфера босими остидаги ҳавонинг қисилувчанлиги  $10^{-5} \text{ м}^2/\text{н}$ .

Зичланган системаларда зарралар аро масофалар уларнинг диаметри чамасида, газларда эса атмосфера босими остида зарралараро ўргача масофалар уларнинг ўлчамларидан ўнларча ва кўпроқ марта катта бўлади.

Зичланган системаларда зарраларнинг иссиқлик ҳаракати тебранишлардан иборат, газларда эса зарралар илгариланма ҳаракат қиласи.

Зичланган (конденсирланган) системаларнинг беш хили маълум: суюқликлар, шишалар, суюқ кристаллар, аморф жисмлар, қаттиқ кристаллар.

*Суюқликлар* – мувозанатли, изотроп, тузилиши тартибланмаган системалар бўлиб, окувчанлик, яъни ўз шаклини осон ўзгартира олиш қобилятига эгадир.

*Шишалар* – квазимувозанатли, изотроп, тузилиши тартибланмаган системалар бўлиб, қаттиқ жисмларнинг механик хоссаларига эга. Шишалар шаклини эластик ғизлида ўзгартира олади, уларда бўйлама ва кўндаланг эластиклик тўлқинлари тарқала олади.

*Аморф жисмлар* – кучли даражада мувозанатсиз, мизатроп, тузилиши тартибланмаган системалар бўлиб, улар алоҳида шароитда ҳосил бўлади.

*Суюқ кристаллар* – мувозанатли, анизотроп, тузилиши қисман тартибланган системалар бўлиб, катта окувчанликка эга.

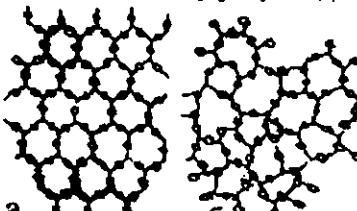
**Қаттиқ кристаллар** — мувозанатли, анизотроп, тузилиши қаътий тартибли системалардир.

Бу маълумотни келтиришдан мақсад — зичланган система-лар хиллари орасидаги тафовутларни яна бир марта таъкидлашдир.

### 7.1. Аморф қаттиқ жисмлар

Юонча amorphos сўзи бизнингча шаклсиз деган маънони англатади. Табиатда аморф қаттиқ жисмлар кристал ҳолатидаги жисмлардан камроқ тарқалган.

**Аморф ҳолат** — модданинг изотроп хоссали бўладиган ва суюлиш нуқтаси (тайинли температураси) бўлмаган қаттиқ ҳолати. Температура ошганда аморф модда аста-аста суюқ ҳолатга ўтади. Бу хусусиятларнинг сабаби аморф ҳолатдаги моддада аморф жойланишида кристалларга ҳос қатъий (7.1-чизма, а) даврийлик (тартиб) бўлмаганилигидир. Шу билан бир вақтда кўшни зарралар жойлашишида муайян мослашув (яқин тартиб) мавжуд (7.1-чизма, б). Масофа ортиши билан бу мослашув йўқола бошлиди ва бир неча атомлараро масофада йўқолади.



7.1- чизма. а - кристал; б - аморф қаттиқ жисм тузилиши

Яқин тартиб суюқликларга ҳам ҳос, аммо суюқликда (қовушоқлик ортган сари қийинлашади) кўшни зарраларнинг тез ўрин алмашиниши юз беради. Шунинг аморф ҳолатдаги қаттиқ жисмни жуда юқори қовушоқликка эга бўлган ўга со-вуган суюқлик деб қараса бўлади.

Паст температураларда кристалл ҳолати термодинамик жиҳатдан барқарор бўлади. Бироқ, кристалланиш жараёни мазкур температураларда жуда кўп актга чўзилиши мумкин, шунинг учун кристалл ҳолати амалда рӯёбга чиқмайди. Суюлмани тез совуттанды аморф ҳолат ҳосил бўлади. Масалан, кварцни аввал суюлтирилади, сўнг уни тез совутиб аморф кварц шиша олинади. Дарвоҷе, шиша ҳолатдан суюлмага ва суюлмадан шиша ҳолатга ўтиш қайтар жараён бўлиб, у фақат шу турдаги моддаларга ҳосдир. Шиша ҳосил бўлиши жараёни муйаян температура оралиғида юз беради. Модданинг шиша

ҳолатидан кристалл ҳолатга ўтиш биринчи жинс фазавий ўтиш бўлади. Кўпи содда моддалар (S, Se, As, P), оксидлар ( $B_2O_3$ ,  $SiO_2$ ,  $FeO_2$  ва бошқалар), сувли эритмалар ( $H_2SO_4$ ,  $H_3PO_4$ , HCL) баъзи элементлар (Ge, As, P) ҳалкогенидлари, баъзи галогенидлар ва карбонатлар сувли эритмалари шиша ҳолатида бўлиши мумкин. Шиша ҳолатидаги моддада атомлар ва атомлар гурухлари орасида устун равишда ковалент боғланиш мавжуд. Қўшни атомлар жойлашишида тартиб борлигини дифренциал тадқиқот усуслари аниклаб беради.

Шиша ҳолатидаги моддадар изотроп, мурт, ёрилган сиртда чуқур ҳосил бўлади, кўп ҳолда шаффофф бўлади. Бундай моддадарда қўшалоқ нур синиши кузатилади, люминесценция амалда кучсиз бўлади, уларнинг кўпи аслига диаметрик бўлиб, сийрак ер элементлари оксидлари қўшилганда улар парамагнитга айланади, электр хоссалари бўйича диэлектрик аммо айримлари ярим ўтказгич ва металл хоссаларга эга бўлади.

Металл шишелар металлар суюлмаларини жуда тез совутганда (совутиш тезлиги  $\nu \leq 10^6$  град/сек) ҳосил бўлади. Метал шишелар таркиби: ~80% ўтма металлар (Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Zr, Pt, ва бошқалар) ёки олий металлар ва ~20% кўп валентли металмаслар.

Мисоллар:  $Au_{81}Si_{19}$ ,  $Pd_{81}Si_{19}$ ,  $Fe_{80}B_{20}$  3-5 таркибловчили қотишмалар ҳам мавжуд. Бу моддадарни тадқиқлаш қаттиқ жисмларнинг металлик, магнит ва бошқа хоссаларини ўрганиш имконини беради. Юқори даражадаги мустаҳкамлик билан бирга катта пластиклик ва занглашга нисбатан юқори чидамлилик моддадар ва буюмларни мустаҳкамлашда мазкур шиша металлардан фойдаланиш имконини яратади. Уларнинг баъзилари ( $Fe_{80}B_{20}$ ) ферромагнит бўлиб, паст коэрцетив кучга ва юқори магнит сингдириувчанликка эга ва уларни магнит юмшоқ материаллар сифатида қўллаш мумкин. Аморф магнит материалларнинг яна бир муҳим синфи – ўтма металлар арашган сийрак ер элементлари қотишмалариидир.

Металл шишеларнинг электр ва акустик хоссаларидан (юқори катталикли ва температурага суст боғланиши элекстр қаршилик, товушни кам ўтиш) фойдаланиш имкониятлари бор.

Юқорида аморф моддадарнинг ярим ўтказгич хоссаларига эга бўлишилиги айтилмаган эди. Бундай моддадарнинг бир неча хил гурухлари бор: ковалент аморф ярим ўтказгичлар (аморф

холатдаги Ge ва Si, GaAs ва бозқалар), оксида шишаалар ( $V_2O_5$ ,  $P_2O_5$ ), халкогенид шишаалар ( $As_{31}Ge_{10}Se_{21}Te_{18}$ ), диэлектрик пардалар ( $SiO_x$ ,  $Al_2O_3$ ,  $Si_3N_4$  ва бозқалар). Аморф ярим ўтказгични күчли даражада компенсиранган ярим ўтказгич деб қаралади, бунда ўтказувчанлик зонаси “туби” ва валент зонанинг “шиши” флюктуацияланади, улар тақиқланган зона  $E_g$  кенглиги тартибида бўлади (ярим ўтказгичда электронлар энергиялари зоналари ҳақида “Ярим ўтказгичлар” бобида батафсил тўхтамиз). Ўтказувчанлик зонасида электронлар ва валент зонасидаги коvakлар юқори тўсиқлар билан ажралган потенциал чуқурларда жойлашган “томчи”ларга бўлинib кетади. Паст температураларда аморф ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги маҳаллий ҳолатлар орасида сакрама тарзда бўлади (сакрама ўтказувчанлик). Юқорироқ температураларда аморф ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлигини электронларнинг умумлашган ҳолатларига иссиқлик ҳаракати энергияси эвазига ўтказилиши аниқлайди. Аморф ярим ўтказгичларнинг бир қатор ажойиб хоссаларидан турли амалий мақсадларда фойдаланиш мумкин. Халкогенид шишаалар спектрининг ИК соҳасида шаффоф бўлганилиги, юқори электр қаршиликка ва фотосезирикка эгалиги туфайли телевизион трубкаларнинг электрофотографик пластинкаларини тайёрлашда ва голограммаларни ёзишда қўлланилади.

Аморф ярим ўтказгичларда юқори омли ҳолатдан паст омли ҳолатга ва аксинча қайта уланиш эффиқти ёрқин ифодаланган, у ишга тушиш вақти  $t \leq 10^{-10} - 10^{-12}$  с бўлган элементлар яратиш имконини беради.

Аморф моддалар ташқи таъсиirlар — температура электр, магнит майдонлар, ёруғлик, деформация, киришмалар таъсирида ўз хоссаларини ўзгартира олишлиги билан бир қаторда уларни олишдаги технология жараёнларнинг қандай бориши ва қандай шароитда ўтказилишига боғлиқ бўлади.

## 7.2. Гидридланган аморф кремний ( $\alpha$ -Si : H)

70-йилларда (XX аср) аморф тузилишли кремнийдан амалий мақсадларда самарали фойдаланиш мумкинлиги исботлангандан кейин бу моддани ҳосил қилиш ва унинг физик-техник хоссаларини ўрганиш бўйича жадал тадқиқотлар

үтказила бошлади. ҳозир бу йўналишда анчагина назарий ва амалий натижалар бор.

Муайян тагликда ўстирилаётган кремний ( $\text{Si}$ ) пардасига (юпқа қатламига) водород ( $\text{H}$ ) киритилса у ўсаётган пардадаги узилган кимёвий боғланишлар сонини камайтириши мумкин. Бундай кремнийни гидридланган аморф кремний дейилади ва  $\alpha\text{-Si:H}$  шаклда белгиланади. Одатда  $\alpha - \text{Si:H}$  бир неча усулда тайёрланади—милтиллама зарядсизланишда газларни парчалаш, ионлар киритиш ва катод пуркаш (чанглатиш) усуллари ишлаб чиқилган.

Милтиллама зарядсизланиш усулини қарайлик. Бу усулда силан ( $\text{SiH}_4$ ) газини гелий ( $\text{He}$ ) ёки арсений ( $\text{Ar}$ ) газлари атмосфера расида  $\text{H}_2$  гази билан биргаликда парчалаш орқали  $\alpha\text{-Si:H}$  пардлари ўстирилади. Юқори такрорийликни милтиллама зарядсизланишда қўзгатувчи индуктивлик фалтаги ва зарядсизланиш камераси (бўлмаси) қурилма асоси бўлади. Бундай такрорийлик оралиги 0,5-13,5 МГц, босим 0,1-2,0 мм.сим. устуни, газнинг сарфи 0,2-5,0  $\text{cm}^3/\text{мин.}$ , ўстириш тезлиги 100 - 1000 айл/мин бўлади.

Тоза бир жинсли тузилиш ҳосил қилиш учун икки электродли қурилмадан милтиллама зарядсизланиш йўли билан газларни парчаланади, бунда зарядсизланиш бўлмасида иккита параллел электрод жойлашган, у 13,5 МГц такрорийликда ишлайди.

Ўзгармас ток зарядсизланишидан ҳам  $\alpha - \text{Si:H}$  олишда фойдаланиш мумкин. Агар таглик катод вазифасини бажарса, у ҳолда ўстириш тезлигини 0,1 дан 1,0  $\mu\text{мм}/\text{мин}$  гача етказиш мумкин.

$\alpha - \text{Si:H}$  пардаларни анод тагликда ҳам ўстириш мумкин. Бу ҳолда ўстириш тезлиги катод таглик ҳолидагидан кичик бўлади, у билан газининг босимига токнинг катталигига ва тур электродининг ҳолатига боғлиқ.

Тагликни қиздириш чегараси тахминан  $600^\circ \text{C}$  гача мумкин дейилсада, аммо айрим ҳолларда таглик температураси  $200 - 400^\circ \text{C}$  оралиқда бўлганда парда нуқсонли бўлиб қолиши мумкинлиги ҳам қайл қилинган,  $\text{SiH}_4$  нинг босими юқори бўлганда милтиллама зарядсизланиш қурилмаларида ўстирилган пардаларда турли радикаллар пайдо бўлади, ёки полимерланиш кузатилади.

Гидридланган аморф кремний намуналари легирланмасдан тайёрланади, аммо ўстириш пайғадаги технологик жараён шартларини ўзгартириш ҳисобига Ферми сатқы  $E_F$  силжитиши мүмкін. Бу ҳодисани псевдолегирлаш дейилади. Бунда намуна панжарасининг ўзгаришлари ҳолатлар зичлиги  $g(E)$  ни ўзгартиради, бу эса ўтказувчанлик электронлари зичлигини ўзгартиради, заряд ташувчиларнинг фаолланиш энергияси  $\Delta E = E_C - E_F$  ҳам ўтказувчанликни ўзгартиради.

Псевдолегирлаш усули билан  $\alpha\text{-Si:H}$  пардаларини (қатламларини) ўстириш учун триодли система қўлланилади. Триод тўри кучланиш танланадики, бунда кучли зарядсизланиш анод – тўр оралиғида бўлади, газлар аралашмасининг парчаланиши анод – тўр оралиғида юз беради.

Шундай қилиб, аморф кремний олиш кристалл кремний олишга нисбатан анча арzon, бинобарин, унинг қўлланиш имкониятини оширади. Аморф моддаларнинг физик, технологик, техник жиҳатдан ўрганиши уларнинг қўлланиши соҳаларини тобора кенгайтироқда. Бундай материаллар янги ҳисоблаш машиналарида, ёзув ва алоқа воситаларида, айниқса қуёш энергиясидан фойдаланишда самарали равишда ишлатилмоқда, янги қўлланиш жабҳалари очилмоқда.

### 7.3. Суюқ кристаллар

Энди суюқ кристалларнинг тузилиши ва хоссаларига тегишли маълумотларни баён қиласиз.

Суюқ кристаллар қаттиқ жисм ва суюқ жисм орасидаги (мезаморф) фазалардир, улар кристаллга хос анизотропия хосасига эга ва бир вақтда суюқликка хос оқувчанлик хосасига эга. Суюқ кристаллар термодинамиканинг фаза тушунчасини қанотлантиради. Улар муайян температуралар оралиғида мавжуд бўлади, ундан паст температураларда эса изотроп суюқликка айланади. Суюқ кристаллар молекуляр моддалардир ва уларнинг тузилиши кристалларга ва суюқликларга хос тузилишлар оралиғида бўлади. Суюқ кристалларнинг физик хоссаларини бошқариш осон, бу хусусият уларнинг назарий ва амалий аҳамиятини тақозо қиласиз.

Суюқ кристалларнинг молекулалари чўзиқ бўлали ва бу биринчи навбатда, уларнинг тузилиши ҳамда хоссаларини

аниқлаб беради. Молекулалар орасида икки хил боғланиш – ёнлама ва охирлама боғланишлар мавжуд. Ёнланма боғланишлар молекулаларнинг бир-бирига параллел жойлашишига, охирланма боғланишлар занжирчалар кўринишда тузилишига олиб келади. Биринчи жойлашиш анизотроплик хоссаларини пайдо қиласи, молекулаларро таъсирнинг заифлиги оқувчанлик хоссасини аниқлайди.

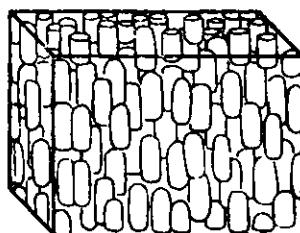
Суюқ кристалларнинг уч хили: нематик, смектик ва холестерик суюқ кристаллар мавжуд.

1. *Нематик суюқ кристалл* (юонча «нема»-тола). Бундай кристалларда молекулалар ўқлари бир-бирига параллел йўналган, аммо молекулаларнинг ўзи бир бирига нисбатан ихтиёран силжиган (7.2- чизма).

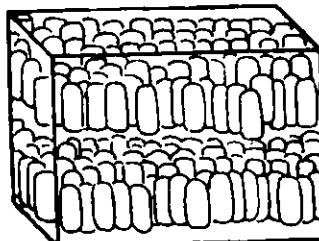
Оқибатда бундай моддада молекулаларнинг чизиқий йўналганилиги вужудга келади. Нематик кристаллар оптик жиҳатдан бир ўқли ва мусбат оптик ўққа параллел равишда ёруғлик тарқалиши тезлиги мазкур ўққа тик йўналишдаги ёруғлик тезлигидан катта ( $V_{11} > V_1$ ). Бинобарин, оддий нур ва нооддий нур синиш кўрсаткичлари ҳам тенг эмас, яъни  $n_{11} < n_1$ , бу эса мусбат кристаллар электр ва магнит майдонлар билан ўзаро таъсирлашади демаклар.

Неъматик кристалл бўлган параазоксианизолнинг (у бу ҳолатда 116 °-136° С оралиқда бўлади) қовушоқлиги оқим йўналишига тик бўлган кучсиз магнит майдонда кучли даражада ўзгаради.

2. *Смектик суюқ кристал* (юонча смегма-совун). Бундай кристалларда молекулалар бир бирига параллел йўналган бир молекула қалинлигидаги яssi қатламларга тизилган бўлади (7.3- чизма).



7.2- чизма. Нематик суюқ кристалл.



7.3- чизма. Смектик суюқ кристал.

Смектик суюқ кристалл мисоли совун пуфаги пардасидир (7.4-чизма), унинг ташқи ва ички сиртлари смектик қатламлардир. Сиртий қатламлардаги совун молекулаларининг ўзаро тортилиши пуфагининг барқарор бўлиши учун зарур бўлган сиртий тарангликни вужудга келтиради. Совун пуфагини шиширганда ва унинг ўлчами каттайганда парданинг совун эритмаси эркин молекулалар қатламларида жой эгаллаб пулакнинг диаметрини орттиради. Пуфак қисилганда совун молекулалари қатламларидан қисиб чиқаради ва яна эритмага ўтади.

3. *Холестерик суюқ кристаллар*. Таркибида холестирин бўлган кўп бирималар суюқ кристалл фазаси ҳосил қилганидан бу мом келиб чиқсан (холестириннинг ўзи бундай фаза ҳосил қилмайди). Холестерик суюқ кристаллар смектик-нематик турдаги аралаш тузилишга эга бўлади.

Уларда молекулалар смектиклардагига ўхшашиб, параллел қатламларда жойлашади (7.4-чизма), лекин ҳар бир қатламда молекулалар ўқлари нематик турдаги қатламларга параллел бўлади. Ҳар бир қатлам қўшни қатламга нисбатан муайян бурчакка бурилади. Холестерин молекуласи метил  $\text{CH}_3$  гурӯҳлар билан ясси тузилишга эга, метил гурӯҳлар эса молекула текислиги устида ва остида жойлашган. Ҳосил бўладиган учлик жойлар ҳар бир қатламда молекулалар ўқларининг олдинги қатлам ўқларига нисбатан ўртача 15' га бурилишига сабаб бўлади. Натижавий бурилиш қатламлар сони ортган сайин ошиб бориб ~ 300 қатламга темғ қадамли спиралсимон тузилиши ҳосил қиласди.

Холестеринлар оптик жихатдан бир ўқли ва манфий ( $n_{11} > n_1$ ), молекулалари ўқлари йўналишлари (нематик ва смектик кристаллардан фарқли равишда) оптик ўққа тик бўлади. Холестериннинг спиралсимон тузилиши оптик активликнинг, яни ёруглик кутбланиш тезлигининг бурилишига сабаб бўлади. Молекуляр қатламларга тик бўлган оптик ўқ бўйлаб ўтаётган чизиқий кутбланган ёруглик ўз электр векторининг йўналишини изчил равишида спирал бўйича муайян бурчакка ўзgartириб боради, бу бур-



7.4-чизма. Холестерик суюқ кристалл.

---

чак кристалл қалинлигига пропорционал бўлади. Масалан, α-кварцдан кутбланган ёруғлик ўтганда у 1 мм йўлда кутбланиш текислигини  $20^\circ$  га буради. Холектеристикларнинг оптик активлиги анча катта — у  $18000^\circ$  га етади, бу эса қалинликни 1 мм га 50 марта тўла айланишни ташкил қиласди.

Энди уч хил суюқ кристалларни таърифлагач, уларнинг муҳим хосса ва хусусиятлари, қўлланишлари ҳақида тўхтамиз.

Суюқ кристаллари маълум бўлган кимёвий бирикмалар сони бир неча минг чамасида. Улар баъзи қаттиқ (мезоген) кристалларни қиздирганда ҳосил бўлади: даставвал суюқ кристал ҳолатга фазавий ўтиш юз беради, кейин қиздириш давом эттирилса суюқ кристал оддий изотроп суюқликка айланади. Ҳар бир суюқ кристалл муайян температуralар оралиғида мавжуд бўлади (термометроп суюқ кристаллар). ўтиш иссиқлиги жуда кичик. Параазоксианизолнинг нематик сифатида мавжудлик соҳасини юқорида айтдик. Баъзи бирикмалар ва улар аралашмалари  $-40$  дан  $+80^\circ\text{C}$  гача оралиқда смектик суюқ кристалл бўлиши аниқланган. Холестерик суюқ кристаллар мисоллари—холестерик эфиридир. Баъзи органик моддалар смектик фазалар ҳосил қиласди, кейингилари нематик суюқ кристалларга ўтиши мумкин. Бир неча смектик мезафазалар ҳосил қилувчи бирикмалар маълум, уларда молекулалар қатламларда ўзаро турлича жойлашган. Масалан, бис-фенилендиамин бирикмаси тўртта смектик ва битта нематик модификацияларга эгадир. Яна бошқа ажойиб суюқ кристаллар топилган.

Суюқ кристалларнинг уччала хилида ҳам қўшалоқ нурсиниш кузатилади. Эслатамиз: қўшалоқ нурсиндирадиган модда сиртига тушаётган кутбланмаган ёруғлик нури моддадан ўтаётib чизиқий қутбланаган икки нурга ажралади (оддий ва нооддий нурлар), уларнинг кутбланиш текисликлари ўзаро тик бўлади. Оддий ва нооддий нурларнинг тарқалиши тезликлари ва синиши кўрсаткичлари ҳар хил. Улар моддадан параллел дасталар тарзида чиқади. Бу ҳодисани тадқиқлаш йўли — модданинг суюқ кристаллик ҳолатини аниқлашида энг қулай ўсул ҳисобланади.

Холестерикларнинг молекуляр тузилиши ички молекуляр кучлар таъсирида жуда нозик равишда мувозанатланган, бу

мувозанат осон бузилиши мумкин. Молекулалар орасидаги заиф ўзаро таъсирни бузувчи ҳар қандай (оптик, иссиқлик, электр ва ҳоказо) таъсир холестерикнинг энг аввал оптик хоссаларини сезиларли ўзгартиришга олиб келади. Бу ҳодисаларнинг энг яққол мисоли температура озгина ўзгарганда холестерик рангнинг ўзгаришидир. Масалан уч холестирик аралашмасидан иборат пардада кўринадиган ёруглик спектрила фақат 4 с температуралар оралиғида рангни ўзгартириш мумкин. Бундай пардалардан одамнинг касал аъзосини аниқлаш мақсадида одам танаси сиртида температуралар тақсимотини кузатиш учун фойдаланса бўлади. Холестерик паралгонатда температура ўзгариши градуснинг улушига қадар бўлганда ранг ўзгаради.

Холестерикларнинг кимёвий бириммалар бугларига нисбатан фотосезгириллигига асосан баъзи ҳидларни аниқлайдиган асбоб ясалган.

Холестерикнинг спиралсимон тузилиши кўринадиган ёруглик тўлқин узунлиги тартибида. Бундай даврий тузилмада ёругликнинг Вулф-Брэгларнинг  $\lambda=2ds\sin\theta$  ифодаси тавсифлайдиган интерференцияси (ва дифракцияси) кузатиласди. Агар  $d=5000$  Å бўлса,  $7000$  Å тўлқин узунлиги (қизил) ёруглик  $45^\circ$  га бурчак остида танловчан қайтарилади,  $30^\circ$  остида эса  $5000$  Å (кўк) ёруглик қайтарилади. Қайтарилиш бурчагининг муайян қийматида холестерик пардаси боррангли бўлиб кўринади. Холестерикларнинг ёй камалак рангини уларнинг спиралсимон тузилиши даври кўринадиган ёруглик тўлқин узунлиги тартибида эканлиги билан тушунириласди. Смектикларда молекуляр қатламлар орасидаги масофа бир неча ангстрен. Бу ҳолда рентген нурлар танловчан қайтарилади. Баъзи нематикларда қатламлар оралиги микронлар тартибида бўлади ва улар инфрақизил соҳадаги нурланишни танловчан қайтаради.

Суюқ кристаллар амалда кенг қўлланилади, айниқса ахборотга ишлов бериш ва тасвиrlашда уларнинг элекtroоптик хоссаларидан фойдаланилади, суюқ кристаллар асосида ЭҲМларнинг кейинги авлодлари яратилган. Суюқ кристаллардан электрон соатлар, микрокалькуляторлар, оптоэлектрон

---

курилмалар ва бошқаларда қўлланилади. Ясси экранлар ишлаб чиқарилмоқда. Холестерик суюқ кристаллардан медицинада (баданнинг юқори температурали жойларини аниқлашда) ва техникада (ИК, УЮТ ва бошқа) нурланишларни кўрадиган қилишда, микроэлектрон схемалар сифатини назорат қилишда ва ҳакозолардан фойдаланилади.

### **Саволлар**

1. Аморф қаттиқ жисмларнинг тузилишини тавсифланг.
2. Суюқ кристалларнинг қандай турлари бор?
3. Аморф ва суюқ кристаллар қаерда қўлланилади?

## VII БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР СИРТИДАГИ ҲОДИСАЛАР

#### 8.1. Үмумий мəғынумот

Қаттиқ жисм сирти — ҳамма вақт икки фаза (муҳит)ни ажратиб турадиган чегарадир. Бу чегара бир томонда қаттиқ жисм ва иккинчи томондан, газ, суюқлик ёки бошқа қаттиқ жисм орасида бўлади. Шунинг учун ажратиш сирти чегаранинг ҳар икки томонидаги фазалар билан ўзаро таъсирашади.

Сирт билан боғлиқ масалаларни ечиш ярим ўтказгичли асбобларни ишлаб чиқариш ва қўлланишида муҳим, чунки сирт хоссаларининг бекарорлиги, уларнинг беназорат ўзгаришлари асбобларнинг ишлаш муддатини камайтиради ва ишончли ишлашини пасайтиради.

Металларнинг занглаши ва оқибатда уларнинг бузилиши ҳам сирт хоссаларига боғлиқ бўлади.

Қаттиқ жисм сиртининг баъзи үмумий ҳолатлари ҳақида тўхталашибик. Биринчидан, сиртда кристалл ҳажмидаги атомларнинг даврий жойлашиши бузилади (кесилади), натижада тугалланмаган (узилган) кимёвий боғлар пайдо бўлади. Бошқача айтганда, сирт мавжудлигининг ўзи кристаллдағи ички потенциал даврий майдоннинг бузилишидир. Бу даврийликнинг ҳар қандай бузилиши маҳаллий энергетик ҳолатларни ёки сиртий ҳолатларни вужудга келтиради. Бундай сиртий ҳолатлар зичлиги  $10^{18} - 10^{19} \text{ м}^{-2}$  тартибида бўлади, уларни Тамм сатҳлари дейилади. Иккинчидан, ҳақиқий шароитда қаттиқ жисмлар сиртида амалда ҳамма вақт оксид парда ёки ёпишган ёт атомлар ва ионлар бўлади. Шу туфайли сирт соҳаси мураккаб кўп қатламли тузилишга эга бўлади.

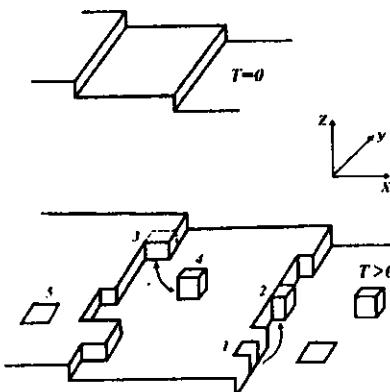
Кўп ҳолларда қаттиқ жисмлар сиртини қоплаган қатламларда маҳаллий сатҳлар ҳосил қилувчи киришмалар ва нуқсонлар бор. Кристаллнинг ўз сиртидаги ички ҳолатлар кучли электр майдони таъсирига тез жавоб беради, уларни тезкор ҳолатлар дейилади. қатламлардаги (ташқи) ҳолатлар нисбатан анча секин таъсиранади, уларни секин ҳолатлари дейилади.

Сиртнинг микдорий тавсифнома сиртий с ёки фазалараро ўз энергия бўлади. с ии сиртий таранглик дейилади, у сиртни чегаралаган чизиқни бирлик узунликка ва сирт юзини унга мос катталикка қадар (микдорга) ўзгартериш учун керак бўладиган кучни билдиради.

## 8.2. Сиртнинг тузилиши. Энергетик ҳолатлар

Ҳақиқий кристаллнинг сирт тузилиши анча мураккаб. Сирт деганда юпқа, лекин ҳажмий, қатлам тушунилади. Бу қатламлар қалинлиги кристалл панжараси доимийсидан ўнларча марта катта бўлиши мумкин. Ҳақиқий кристалл сиртида турли нуқсонлар кўп, ниҳоят, сирт ташқи муҳит билан туташгани учун унинг шаклланишида кислород муҳим ўрин тутади. 150—200 нм қалинликли табиий оксид қатламлар амалда ҳамма вақт қаттиқ жисмларнинг сиртида мавжуд бўлади. Сирт гадур-будур бўлиб, дўнгликлар билан чуқурликлар навбатлашиб жойлашган.

Хозир сиртнинг манзараси  
8.1- чизмалагидек бўлади деб,  
хисобланади. Сиртда  
погоналар бўлади.  $T>0$   
бўлганда флюктуациялар ту-  
файли 1,2 бўш жойлар ҳосил  
бўлиши мумкин. Адсорция-  
лашган (сиртга ёпишган) атом  
бўш жойни эгаллайди (3) ёки  
бўш погонада қолади (4).  
Погонада сиртий вакансиялар  
(5) ҳосил бўлиши мумкин.  
Сиртда нуқсонлар борлиги  
туфайли мазкур атом ўзаро



8.1-чизма.  $T=0$  ва  $T>0$  да кристалл сиртнинг тузилиши

таъсирашаётган қўшнилар сони сиртнинг турли жойларида турлича. Шунинг учун атомнинг сирт билан боғланиш энергияси турли бўлади.

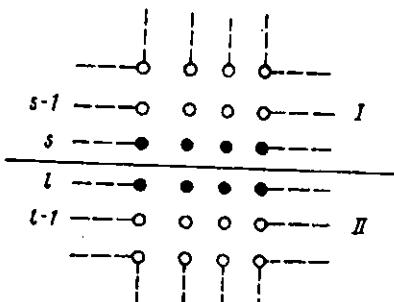
Энди турли кўринишдаги қаттиқ жисмларнинг эркин сиртйи энергиясини ҳисоблайлик. Бунинг учун кристаллни ёрилиш сиртнинг бир томонидаги,  $s$ -1,  $s$ -2 ва ҳоказо параллел текисликлар, иккинчи томонидаги  $I$ ,  $I$ -1,  $I$ -2 ва ҳоказо параллел текисликлардан иборат деб тасаввур қиласиз (8.2-чизма). Кристалл ёрилганда ҳосил бўлган иккя сиртли иккя I ва II бўлаклар бўлади. Бу жараёнда сарфланган иш I ва II соҳасидаги атомларнинг боғланишини узишга кетади. Агар энг яқин масофада жойлашган атомлар жуфтлари орасидаги ўзаро таъсири эътиборга олсак,  $s$ - ва  $I$ - қатламдаги атомлар ўзаро таъсири энергиясини  $V_{sl}$  деб белгиласак сиртни ҳосил қилишга сарфланган тўла энергия

$$E_s = \frac{1}{2} \sum_{l \geq 1} l V_{sl}, \quad (8.1)$$

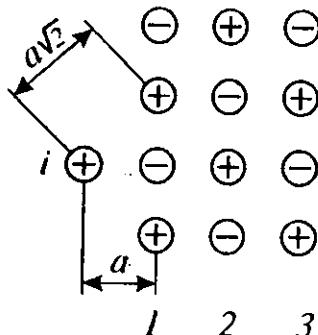
бундаги  $l$  – қўшимча равишда ( $s$ -2 ва ( $I$ -1), ( $s$ -2) ва ( $I$ -2) ва ҳоказо атомлар орасидаги ўзаро таъсири ҳисобга оладиган кўпайтувчи ионлар кристалларида I мусбат ион 2 манфиий ион билан тортишали, 3 мусбат ион билан итаришади ва ҳоказо. Бу ионлар занжирда умумий потенциал энергия (8.3- чизмага қаранг)

$$U_1 = -\frac{e^2}{a} + \frac{e^2}{2a} - \frac{e^2}{3a} + \frac{e^2}{4a} + \dots = -\frac{e^2}{a} [1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots] = \varphi_1 e^2/a, \quad (8.2)$$

бунда  $\varphi_1 \approx 0,6935$ .



8.2-чизма. Атомларнинг турли сатҳларда жуфт-жуфт ўзаро таъсири тизмаси.



8.3- чизма. Бир і понининг ионлар занжирин уртасидан узилиб чиқиши: 1-3-ионлар занжирлари.

Энди ўша чизмадаги икки ўлчовли панжарани қарайлик. і ион  $\alpha$  масофадаги ионга тортилади,  $a\sqrt{2}$  иондан итарилади. Агар 1 ионнинг 2 вертикал занжирча ионлари билан ўзаро таъсирини ҳисобга олмасак, умумий потенциал энергия

$$V_2 = -\frac{e^2}{a} + \frac{2e^2}{a\sqrt{2}} - \frac{2e^2}{a\sqrt{5}} + \frac{2e^2}{a\sqrt{10}} - \dots + \frac{e^2}{2a} - \frac{2e^2}{a\sqrt{5}} + \frac{2e^2}{a\sqrt{8}} - \dots = \\ = -0.1144 e^2 / a = -\phi_2 e^2 / a; \quad \phi_2 = 0.1144 \quad (8.3)$$

Шу йўсинда 1 ион билан кристал сирти орасидаги ўзаро таъсир энергияси олинади:

$$V_3 \approx -0.066 e^2 / a = -\phi_3 e^2 / a. \quad (8.4)$$

Демак,  $V_1$  - ионнинг занжирча бошидан ажралиш энергияси,  $V_2$  - бутун занжирчадан,  $V_3$  - ясси тўр ўртасидан ажралиш энергияси бўлиб, уларнинг  $\text{Na}$  атомли панжара бўйича йигиндиси панжара энергиясини беради:

$$U_{\text{пан}} = 2N_A(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3)e_2/a. \quad (8.5)$$

2 кўпайтувчи (8.2) - (8.4) ифодалар текисликнинг бир ярмини ҳисобга олгани учун киритилган.

$2(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3)$  катталикни  $\alpha_M$  **Маделунг доимийси** орқали белгиланади, бир хил турдаги панжарали қаттиқ жисмлар учун у бирдай бўлади. Мураккаброқ ҳолларни қарамасдан, юқоридаги ҳол билан яъни қарама-қарши бир зарядли ионлар панжараси ҳоли билан чекланамиз.

Молекуляр кристаллар учун (Ван дер Ваалс кучлари устун бўлганда) икки зарра орасидаги ўзаро таъсир энергияси

$$U_{1,2} = \xi_1/a^m - \xi_a/a^n \quad (8.6)$$

кўринишда бўлиб,  $\xi_1$  ва  $\xi_2$  - доимий катталиклар, биринчи ҳад итаришиш, иккинчи ҳад торгишишни ҳисобга олади. Бундай кристаллар учун панжаранинг боғланиш энергияси

$$U_{\text{пан}} = (\xi_2 K_n / a_0^n)(1 - n/m) N/2 \quad (8.7)$$

кўринишида олинган, бунда  $K_n$  - даража кўрсаткичи н га боғлиқ ( $n=6$  деб олинса,  $K_6=14.454$ ),  $a_0$  - панжара доимийсининг мувозанатий қиймати, н ва т лар тажрибада аниқланади.

Ковалент кристалларда, масалан олмосда,

$$U_{pan} = (4/2)E_{c-c} = 2E_{c-c}, \quad (8.8)$$

бундаги  $E_{c-c}$  - карбон атомлари орасидаги боғланиш энергияси. Металл кристалларда  $z=1$  (бир валентли металл) учун:

$$U_{pan} = (Na\alpha_m e^2/a_0)(1 - 1/n) \quad (8.9)$$

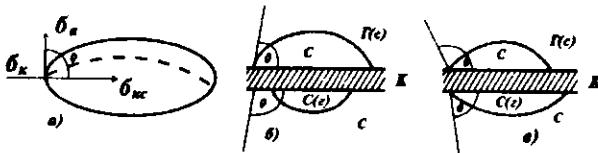
### 8.3. Ҳўлланиш ва ёнилиб оқиш ҳодисалари

Ҳўлланиш ҳодисаси суюқликнинг қаттиқ жисм ёки бошқа суюқлик сирти билан тегишганида юз беради. Бу ҳодиса металл-ярим ўтказгич контактларини тайёрлаш технологиясида катта аҳамиятга эга, чунки бу технологияда металл томчисини кристалл билан қотишириш усули кенг қўлланилади. Бундай томчини қиздириш вақтида ёйилиб кетиши қотишиш юзини ва шу жараённинг ўзини аниқлайди.

Қаттиқ жисм сиртининг яхши ҳўлланиши, масалан, бу сиртни турли кимёвий моддалар томонидан тозаланиши самардорлигини таъминлайди. Жумладан, рўзгорий юувучи моддалар қўлланиши шунга асосланган.

Ҳўллаш капилляр найчада мениск ҳосил қиласи, қаттиқ сиртда томчининг шаклини ёки суюқликка ботирилган жисм сиртида газ пуфаги шаклини аниқлайди. Ҳўллаш (ҳўлланиш) ҳодисасини контакт соҳасида уч фаза (жисм, муҳит) орасидаги ўзаро таъсир оқибати сифатида қаралса бўлади, аммо кўп ҳолларда у (масалан, суюқ металлар билан қаттиқ металлар тегишиб тургандан) кимёвий бирикмалар, қаттиқ ва суюқ эритмалар ҳосил бўлиши, ҳўлланувчи жисмнинг сиртий қатламида диффузион жараёнлар юз бериши оқибати бўлади. Ҳўлланиш ҳодисасида ҳўлланиш иссиқлиги дейилувчи иссиқлик ажralиши мумкин.

Ҳўлланишнинг ўлчови вазифасини одатда чегаравий  $\theta$  бурчак бажаради, у ҳўлланувчи сирт ва суюқликнинг периметр бўйича сирти орасидаги бурчакдир (8.4- чизма).



8.4- чизма. а- томчиқ қаттиқ сиртда; б- томчи; в - пуфакниң қаттиқ сиртда турли ҳұлланиш шароитида вазияти; г- газ; с - суюқлик;  
 $\zeta$  - қаттиқ жисм;

Статик (мұвозанатий) ҳұлланишда  $\theta$  суюқликнинг сирт таранглиги  $\sigma_c$  га, қаттиқ жисмнинг сирт таранглиги  $\sigma_k$  га ва өзарарадаги фазалараро  $\xi/a'''$  таранглик  $\sigma_{kc}$  га Юнг тенгламасы  $\cos\theta = (\sigma_k - \sigma_{kc})/\sigma_c$  орқали боғланган.

Агар  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  бўлса, суюқлик томчиси қисман ёки  $\theta \rightarrow 0^\circ$  ҳолда сирт бўйича ёйилади (8.4.б,в- чизма). Агар  $\theta > 90^\circ$  бўлса, томчи ёйилмайди (8.4.б,в- чизма). Биринчи ҳолда суюқлик қаттиқ жисмни ҳұллайди, иккинчи ҳолда ҳұлламайди.

#### 8.4. Электронлар эмиссияси ва сиртий ионлаш

**Термоэлектрон эмиссия ҳодисаси** қаттиқ жисмни қиздирганда ундан вакуумга (бўшлиққа) ёки бошқа жисмга электронлар чиқарилишидан иборат. Қаттиқ жисмдан чиқиб кетиш учун электроннинг энергияси жисмдан ташқарида тинч турган электрон энергиясидан катта бўлиши керак. Бу энергияни чиқиш иши дейилади.  $T=300K$  (хона температураси) да термодинамик мұвозанат шароитида, Ферми-Дирак тақсимотига асосан, энергияси чиқиш ишидан катта электронлар сони жуда-жуда кам, аммо температура ортиши билан бу сон жуда тез (экспотенциал) ортади. Шунинг учун термоэлектрон ток фақат қиздирилган жисмлардан чиқади. Агар чиқкан электронларни олиб кетадиган электрик майдон бўлмаса, бу электронлар уларни чиқарган жисм сирти яқинида манфиј ҳажмий электрик заряд ҳосил қилиб, термоэлектрик токни чеклаб қўяди. Эмиттер (электронлар чиқарувчи) ва анод (электронларни йигувчи) орасидаги кучланиш кичик ( $V < V_0$ ) бўлганда ток зичлиги  $J \sim V^{3/2}$  қонун бўйича ифодаланади.  $V - V$  бўлганда ҳажмий заряд сўрилиб кетади ва ток түйинишга  $I_0$  қийматга эришади, кучланишини янада оширилса, яна секин

ўса бошлайди. Тўйиниши токи зичлиги (термоэлектрон эмиссия токи зичлиги) Ричардсон – Дэшман ифодасидан ҳисобланиши мумкин:

$$I_0 = AT^2 \exp(-\chi/kT). \quad (8.10)$$

Бундаги  $A$  – доимий,  $\chi$  - электроннинг металдан чиқиш иши. Агар электронларнинг қаттиқ жисм сиртидан қайтиш коиффициенти  $R$  ҳисобга олинса  $A = A_0(1-R)$  деб ёзилиши керак, бунда  $A_0 = e mk^2 / 2\pi^2 \hbar^3 = 120.4 \cdot 10^4 \text{ A/m}^2 \text{K}^2$ . Ҳақиқий шароитда  $\chi(T)$  эканини ва бошқа омилларни ҳисобга олинса, кўпчилик тоза металлар учун  $A = (15 \div 350) \cdot 10^4 \text{ A/m}^2 \text{K}^2$  (8.10) ифодани яримўтказгичларга ҳам қўлласа бўлади. Термоэлектрон эмиссия ҳодисаси кўп электрон асбобларда қўлланилади.

Термоэлектрон эмиссия билан сиртий ионлашиш ҳодисаси жипс боғланган. Бу ҳодиса қиздирилган (чўғланган) металл сиртига буғнинг атомлари ёки молекулалари урилганда содир бўлади. Атомлар ёки молекулалар қиздирилган металл сиртига ё уни ўраб олган бүғ атмосферасидан ёки маҳсус манбадан буғлантириладиган молекуляр даста кўринишида келиб тушади. Уларнинг урилишидан ҳосил бўлган ионлар маҳсус коллектор (йигновчи мослама) томонга йўналтирилади ва унинг занжирида ток пайдо қиласи, бу ток кучи ионлар миқдорини баҳолаш имконини беради.

Сиртий ионлашиши сиртнинг  $1\text{cm}^2$  дан  $1\text{s}$  да кетаётган  $n_i$  ионлар қайтаётган  $n_a$  атомлар сонлари нисбати билан аниқланади:

$$n_i/n_a = \alpha, \quad (8.11)$$

$\alpha$  ни ионлашиш даражаси деб аталади. Баъзан бошқа муносабатдан фойдаланилади:

$$n_i/n_0 = \beta, \quad (8.12)$$

бунда  $n_0$  -  $1\text{cm}^2 1\text{s}$  да сиртга тушаётган атомлар сони.  $\beta$  ни сиртий ионлашиш коэффициенти дейилади.

$$n_i + n_a = n_0$$

бўлганлиги учун

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad (8.13)$$

булади.  $\alpha$  қатталик температурага бөглиқ. Бу бөгланишни Саха-Ленгмюр ифодаси беради:

$$\alpha = (g_I/g_a) \exp[-(eV_I - X_I)/(kT)], \quad (8.14)$$

бундаги  $\chi_I$  - металдан ионнинг чиқиш иши,  $V_I$  - қиздирилган металлга тушаётган атомнинг ионлашиш потенциали,  $g_I$  ва  $g_a$  - металл сиртидан кетаётган зарралар ҳолатларининг статистик вазнлари (масалан, ишқорий металл иони учун  $g_I = 1$ , атом учун  $g_a = 2$ ).

Сиртгий ионлаш ёрдамида мусбат ионлар ҳам, манфий ионлар ҳам ҳосил қилиниши мумкин. Ортиқча электронни узоқлаштириш учун манфий ионни «ионлашга»  $eU$ , энергия сарфлаш керак. Шу энергияни электроннинг атомга яқинлиги дейилади, манфий иондаги «ортиқча» электроннинг энергетик сатҳини аниқлайди. Бу ҳолда Саха-Ленгмюр ифодасида ионлаш потенциали  $U_I$  ўрнида электроннинг атомга яқинлиги туради:

$$\alpha = n_I / n_a = (g_I / g_a) \exp[-(eU_s - X_i)/(kT)]. \quad (8.15)$$

### 8.5. Қаттиқ жисмлар сиртінде адсорбция ҳодисасы

Газ атмосфераси билан туташкан қаттиқ жисм сиртини тезда газ атомлари (молекулалари)нинг бир ёки күп қатлами қоплайди. Шу ҳодиса адсорбцияның моҳиятидир. Бунда қаттиқ жисмни адсорбент (ёпиштириб олувчи), газ фазасини эса адсорбат (ёпишувчи) дейилади. Адсорбцияның икки хили бор: **физик адсорбция ва кимёвий адсорбция (хемисорбция)**.

Физик адсорбция ҳолида атомлар (молекулалар)нинг адсорбцион (сиртта ёпишган) қатлами қаттиқ жисм сирти атомлари билан Вандер-Ваалс заиф күчлари воситасида бөглантган. Физик адсорбцияның мұхым тағовути – уннинг қайтувчанлығыдیر.

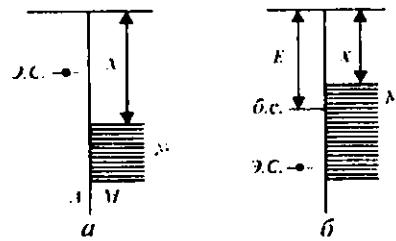
Қандайдир температуралар оралиғида адсорбцияның ҳар икки хилини бир-биридан кескин ажратиб бўлмайди.

Адсорбция ҳамма вакт экзотермик жарайёndir, яъни иссиқлиқ ажраладиган (энталпия  $\Delta H_S$  қадар ўзгарадиган) жарайёndir.

Адсорбция иссиқлигити (энталпия) зичликнинг функцияси ва одатда у ортиши билан камайди. Адсорбция иссиқлигининг бундай ўзгариш жарайенини изчил оқиб бориши туфайли юз беради. Бу жарайёни сиртнинг максимал энергияли жойларида – чўққилар, кристаллнинг бурчаклари ва қирраларида, дарзлар қиргоқларида, тирнамаларда ва шунга ўхаш жойларда бошланади. Бу жойлар тўйингач, яесси сиртларда адсорбция бошланади. Уларда камроқ энергия ажралади.

Физик адсорбция энталпияси анча катта ( $\approx 10$  ккал/мол). Бунда адсорбланган газ қатламини бошқа газ билан алмаштириш мумкин. Бу – алмашинув адсорбцияси ҳодисаси. Бунда ўринли қоида: газнинг қайнаш нуқтаси қанча юқори бўлса, у газ осон адсорбланади, яъни у осон суюқликка айланади. Адсорбция жарайенини адсорбент ва адсорбат орасида адсорбцион мувозанат ўрнашганда якунланади. Мувозанатнинг умумий шарти – иккала фазанинг кимёвий потенциали (ферми сатҳлари) тенглигидир. Бу мувозанатда бирор вақтда сиртга қанча атом (молекула) адсорбланса, шунчаки сиртдан кетаси, сиртни газ заррағари билан тўлдириш даражаси  $N_s$  ўзгармас бўлиб қолади.  $N_s$  температура ва босимга баглиқ. Агар босим ўзгармас бўлса,  $N_s(T)$  адсорбция изобараси,  $T=const$  бўлса, адсорбция изотермасини ифолалайди. Албатта, температура кўтаришганда тўлдириш даражаси пасаяди, чунки бунда атомларнинг сиртдан кетиши (лесорбция) кўпаяди, бу эса адсорбцияни сусайтиради.

Хемосорбциянини моҳияти шундаки, кимёвий табиатли кучлар таъсири ҳолатида адсорбланган атомлар ва кристаллнинг сиртидаги атомлар орасида кимёвий реакция юз беради, бирикмалар ҳосил бўлади. Хемосорбцияда адсорбент ва адсорбат орасида электронлар алмашиниши бош ўрин эгаллайди.



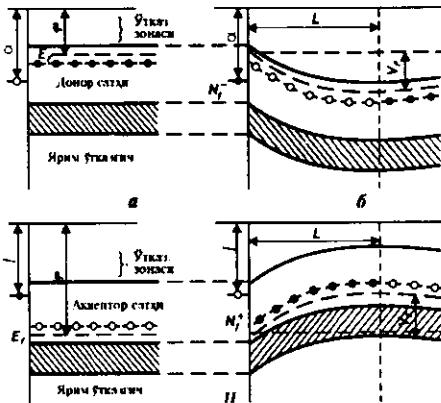
8.5- чизма. Металда катион ва анион хемосорбция; э.с. ва б.с. –эгалланган ва бўш сатҳлар; А-адсорбат, М-металл.

Металларда хемосорбцияни қарайлик. 8.5- чизмада металл газ ва металл — адсорбат чегарасининг икки томонида электрон энергиялари спектри кўрсатилган. Бир ҳолда (8.5,а- чизма) адсорбатнинг эгалланган энг юқори энергия сатҳи металлнинг Ферми сатҳидан юқорида жойлашган. Бу ҳолда электрон атомдан металлга ўтади, унинг ўзи мусбат ионга айланади. Аксинча, агар адсорбентнинг юқориги сатҳи эгалланмаган бўлса ва у металлнинг ферми сатҳидан пастда бўлса, электрон металдан атомга ўтиб уни манфий зарядлайди.

Чегаранинг икки томонида кўш электр қатлам ҳосил бўлади, оқибатда биринчи ҳолда металлдан чиқиш иши камайди, иккинчи ҳолда  $\Delta\chi=4\pi e N_s M$  катталиқ қадар ортади, бундаги  $N_s$ - сиртнинг бирлик юзида эгалланган жойлар сони,  $M$ — адсорбланган зарранинг дипол моменти.

Металларда хемосорбция ҳодисасига оид курилган модел ярим ўтказгичлардаги хемосорбцияга ҳам тўла қўлланилади. Фарқ шундаки, металлга нисбатан ярим ўтказгичларда Ферми сатҳи бошқача жойлашган, ярим ўтказгичда  $n$  ва  $p$  — тур ўтказувчанлик мавжуд бўлади. 8.6- чизманинг юқориги (1) қисмida  $n$  — тур ярим ўтказгич сиртида мавжуд бўлган ҳол тасвирланган.

Ярим ўтказгичдаги мұайян қатламдаги ўтказувчанлик электронлари адсорбат атомларига ўтади, уларни манфий зарядлайди. Бу чегарада электронлар учун  $\phi$  потенциал тўсиқ ҳосил бўлади, бунда адсорбатдаги электронларнинг потенциал энергияси ярим ўтказгичдаги билан яъни ферми сатҳи билан тенглашади. Чегаравий қатламда ўтказувчанлик электронлари камайиб кетган, қатламнинг электронлари қаршилиги жуда катталашади. Бундай қатламни ёпувчи (беркитувчи) қатлам дейилади. 8.6- чизманинг пастки (2) қисмida р-тур ярим ўтказгич сиртида катион



8.6- чизма. Адсорбция тизмалари:  
I-п-я. ўда анион адсорбция.  
II-р-я. ўда катион адсорбция, а ва б- хемосорбциягача ва ундан кейин.

адсорбат мавжуд бўлган золда антиёпувчи (антиберкитувчи) қатлам ҳосил бўлиши тасвирланган.

Фан ва техниканинг қаттиқ жисмлар билан боғлиқ соҳалари учун суюқ эритмалар билан туташган кристалл сиртидаги адсорбцион эффектлар муҳим бўлади.

Эритмадан кристалл сиртига адсорбцияланган сиртий-актив моддалар (С.А.М) дейилади.

## 8.6. Сиртий диффузия

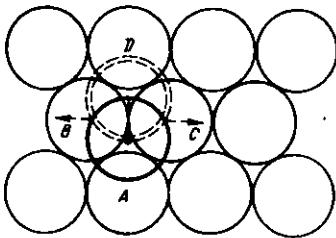
Симоб кристаллари ўсишини кузатиш мақсадида уни юқори вакуумда кучли даражада совутилган қаттиқ жисм сиртига буглантириб ўтқазилган. Ҳосил бўлган кристаллар пластинкасимон шаклга эга бўлган. Бу кристаллар қалинлик бўйича ўсишга нисбатан кенглик бўйича юз метрча тезроқ ўсган. Ушбу натижани фақат симоб атомларининг пластинкалари текислиги бўйича юқори суръатда диффузияланishi сабаби билан тушинтириши мумкин эди.

Сиртий диффузия  $D_s$  коэффициентини кўчаётган нуқсоннинг (вакансиянинг, адсорбланган атомнинг) диффузия  $D_d$  коэффициентининг уларнинг мувазанатий  $N_d$  зичлигига кўпайтмаси кўринишида ифодалаш мумкин:

$$D_s = N_d D_d = \frac{N_o}{2} p v_d \Delta^2 \exp[-(U_d' + U_d'')/(kT)] \quad (8.16)$$

Бу ифодада  $p$  - нуқсоннинг сакрашлар сони,  $\Delta$  - сакрашлар узунлиги,  $v_d$  - нуқсоннинг сиртда тебраниш тақрорийлиги,  $U_d'$  ва  $U_d''$  - нуқсоннинг ҳосил бўлиши ва кўчиши энергиялари.

Мисол тариқасида 8.7- чизмада ёқий марказлашган куб (ё.м.к) панжарали кристаллнинг атомлари шарлар кўринишида тасвирланган, улар орасида адсорбланган атом (адатом) ажратиб кўрсатилган. Адатомнинг ҳар



8.7- чизма. Ёқий марказланган куб панжарали кристалда адатомли (111) текислик

бир құшни билан кимёвий бөгланиш энергиясини  $E$  орқали белгилаймиз. У атомнинг уч яқин құшниси бор. Чизмада улар A, B, C атомлар. Адатом юқорига күчиши билан унинг энг яқин құшнилари иккита – B ва C атомлар бўлиб қолади. Олдинги ҳолатни мувазанатий ҳолат десак, кейинги ҳолатни фаолланиш (активланиш) ҳолати деб айтамиз. Ўз-ўзидан кўринадики, фаолланиш үчун  $U_{ad} = 3E - 2E = E$  энергия талаб этилади. Лекин, фаолланиш ҳолатидаги адатомга узокроқдаги құшнилар A ва D атомлар ҳам таъсир қиласи. Бу таъсир энергияси  $2E'$  деб белгиланса, энли фаолланиш энергияси

$$U_{ad} = 3E - (2E + 2E') = E - 2E' \quad (8.17)$$

кўринишда ифодаланади. Аниқ ҳисоблар  $U_{ad} = E/3 \approx H_s/20$  қийматни беради, бунда  $H_s$  – сублимация (қаттиқ жисм сиртидан буғланиш) иссиқлиги.

Cu, Ni, Ag, Au учун  $H_s$  мос равишда 73.3; 114; 82; 60 ккал/мол унча катта бўлмаган қийматларга эга, бундан қаралаётган ё.м.к панжара сиртида адатомлар жуда ҳаракатчан. Ҳаракатлантирувчи куч, масалан, температура градиенти бўлганда улар сирт бўйлаб шарчалардан думалаб боради.

Бошқа кристаллографик (001) ва (011) текисликларда (сиртларда) адатом билан сирт атомлари орасидаги тўрт ва беш бөгланишни узиш зарур. Бу ҳолларда диффузияни фаоллаш энергияси каттароқ ва юқоридаги механизм устун бўлмаслиги мумкин.

Ёт, киришма атомларнинг сирт бўйича диффузияланиши учун адсорбланиш энергияси катта бўлган ҳолда адатомнинг кристалл сиртидаги атомлар билан бөгланиши шунаقا каттаки, юқоридаги «шар думалаш» механизми бутунлай мумкин бўлмайди. Бу ҳолда диффузия «ёзилувчи гилам» деб аталадиган механизм бўйича боради. Бунда киришма сирт бўйича қаттиқ фазада ёйилиб боради (бу 8.3 бандда кўрган суюқликнинг ёйилиб оқиши ҳолидагидек бўлали). Оқибат натижасида сирт моноатомли киришмавий қатлам билан қопланиб қолади.

Ҳарорат ортган сайин адсорбланиш энергияси камайиб боради, киришма адатомининг кристалл сиртидаги атомлар билан бөгланишни энергияси камаяди ва сиртий диффузиянинг

бош механизми яна ўша «шар думалаш» механизми бўлиб олиши мумкин.

Адсорбланган пардалар биринчи навбатда кучли даражада сирт хоссаларини ўзгартиради, баъзи ҳолларда ҳатто қалинроқ сирт яқинидаги қатламларга ҳам таъсир кўрсатади. Адсорбланган пардалар ишқаланиш кучларига таъсир қилади. Ишқаланишни тавсифлайдиган коэффициент ҳамма вақт ишқаланувчи муайян икки сирт жуфтига ва уларнинг муайян ҳолатигагина тааллуқли бўлади. Ишқаланиш коэффициенти ишқаланиш кучининг тик равишдаги юкка нисбатига тенгdir.

Одатда адсорбланган пардалар ишқаланиш коэффициентини камайтиради ва қаттиқ жисмларнинг ўзаро сирпанишига ёрдамлашади. Маълумки, ишқаланишни камайтириш учун турли мойлар ишлатилади. Икки хил мойлар мавжуд: гидродинамик ва чегаравий мойлар. Гидродинамик мойлар қалин суртилиб икки металл сиртларини бир-бирига тегиширтмайди. Чегаравий мойлар, аксинча, жуда юпқа ва мономолекуляр, ҳатто монаатомли қатламлардан иборат бўлади. Бундай пардалар металл қисмлар орасидаги тутинишни камайтиради ва бу қисмларнинг бевосита тегишишига имкон бермайди.

Адсорбция қаттиқ жисмларнинг мустаҳкамлик хоссаларига муҳим даражада таъсир қилади. Масалан, қаттиқ жисмни пармалаганда ҳўллаш бу ишни осонлаштиради. Бундай адсорбция мустаҳкамликни камайтириши кўриниб турибди. Кристаллар деформацияланишининг сиртий актив моддалар (С.А.М.) адсорбланиши оқибатида осонланиши ҳодисасини Ребиндер эфекти дейилади. Сиртий диффузия туфайли микродарзлар тезда С.А.М. молекулаларидан иборат суюқлик билан тўлади. Суюқликсиз фазалараро энергия  $\gamma_x$  кристалл-ҳаво чегарасида аниқланади, суюқлик борлигига  $\gamma_c$  кристалл-суюқлик чегарасида аниқланади. Агар  $\gamma_c < \gamma_x$  бўлса, бу ҳолда кристалл ҳўлланганда янги сиртлар ҳосил бўлишига яъни жисмнинг бузилишига сарфланадиган энегрия кам талаб қилинади.

Адсорбланган суюқлик ларз ичига кирганда у жойда  $p_s = \gamma_x - \gamma_c$  катталигидаги сиртий босим вужудга келади. У кристалл ичкарисига йўналган ва дарзни узунлашади.

Баъзи металлар С.А.М. вазифасини бажаради. Масалан, симоб пардаси билан қопланган рух пластинкаси мўрт бўлиб қолади. Темир сим сиртига ўтказилган қалайи пардаси ҳам худди ўшандай таъсир кўрсатади.

Бу айтилган эффектга қарама-қарши эффект ҳам маълум-турли пардалар билан қопланган қаттиқ жисмларнинг мустаҳкамлиги ортиши ҳам кузатилади (Роско эффекти). Бунинг сабаби шуки, сиртий парда жисмнинг ҳажмидан дислокацияларнинг унинг сиртига чиқишини тўсади. Шунинг учун дислокациялар қоплами остида тўпланади ва бу кристалл мустаҳкамлигини оширишга олиб келади.

### **Назорат учун саволлар**

1. Сиртий сатҳлар табиатини тушинтиринг.
2. Қандай сиртий ҳолатларни тезкор ва секинкор ҳолатлар дейилади?
3. Сиртий таранглик тушунчаси таърифини беринг.
4. Сиртий эффектларнинг' асосий кўринишларини баён қилинг.
5. Электронларнинг чиқиш иши нима?
6. Сиртий ионлашиш нима?
7. Адсорбент ва адсорбат деб қандай моддаларга айтилади?
8. Физик адсорбция нимадан иборат?
9. Хемисорбция нима?
10. Металл суюқ эритма чегараси яқинидаги қўш электрик қатлам пайдо бўлишини тушинтиринг.
11. Сиртий диффузия механизmlарини тавсифланг.
12. Ребиндер эффекти нима?
13. Роско эффекти нима?

### **Масалалар**

1.  $N_A$  Авогадро сони қийматини қўйиб,  $a$  ни  $3 \cdot 10^{-8}$  см деб ҳисоблаб (8.2) - (8.5) ифодалар асосида ионлар панжараси энергияси  $U_{пан}$  ни аниқланг.

2. Металл кристалли учун (8.9) ифода бўйича панжара энергиясини топинг.  $\alpha_m = 1.75$ ,  $a_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ,  $n=3$ .

3.  $A = 120 \cdot 10^4$  ампер/м<sup>2</sup>К<sup>2</sup>,  $T=1000\text{K}$ ,  $\chi=5$  эВ бўлганида

(8.10) ифода бўйича термоэлектрон тўйиниш токи зичлигини аниқланг.

4. (8.15) ифода бўйича ионлашиш даражасини топинг.

$$eU_s = 9\vartheta B, \quad \chi = 8\vartheta B, \quad g_I/g_a = 1/2$$

5. (8.17) ифодадан  $E^l = \frac{1}{3}E$  ва  $E = 3\vartheta B$  бўлганида адатомнинг фаолланиш энргиясини аниқланг.

6. Юнг соғб $\theta = (\sigma_k - \sigma_{k0})/\sigma_c$  тенгламасидан фойдаланиб, қачон суюқлик қаттиқ жисмни ҳўлловчи, қачон ҳўлламайдиган бўлишини таҳдил қилинг.

## IX БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР ДЕФОРМАЦИЯСИ

Ушбу бобда қаттиқ жисмларнинг деформацияланиш қонуниятларини кўриб чиқамиз. Бунда қаттиқ жисмни узлуксиз муҳит деб қараймиз. Қаттиқ жисмни чексиз кичик зарраси деб, атом ёки молекулалар сони етарлича кўп бўлган узлуксиз кичик бўлати назарда тутилади. Ташки кучлар йўқлигига қаттиқ жисм зарралари мувозанат вазиятларда туради.

Зарраларнинг ушбу вазиятларини жисм билан маҳкам боғланган саноқ системаси бошидан ўтказилган радиус-вектор  $r$  орқали аниқлаймиз. Ташки кучлар таъсирида қаттиқ жисмни ташкил қилган зарралар вазиятлари, қаттиқ жисмнинг ҳажми, шакли ўзгаради, яъни қаттиқ жисм деформацияланади. Зарраларнинг мувозанат вазиятларидан силжишини  $\vec{u}$  вектор билан ифодалаймиз. Бу вектор силжиш вектори деб аталади. Деформацияланган жисмдаги зарра вазияти  $\vec{r} + \vec{u}$  вектори билан аниқланади. Силжиш векторининг координата ўқларидаги ташкил этувчиларини мос ҳолда  $u_x, u_y, u_z$  билан белгилаймиз. Ушбу катталиклар умумий ҳолда зарранинг координаталарига ва вақтига боғлиқ бўлади, яъни:

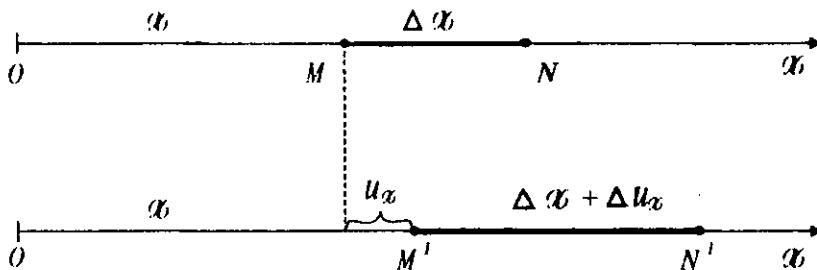
$$u_x = u_x(x, y, z, t), u_y = u_y(x, y, z, t), u_z = u_z(x, y, z, t).$$

Деформацияланган ҳолатни тўлиқ тавсифлаш учун силжиш вектори  $\vec{u}$  ни координаталар  $(x, y, z)$  нинг функцияси кўринишда ифодалаш зарур. Тушуниш осон бўлиши учун биз бу масалани аввал бир ўлчовли, кейин икки ва уч ўлчовли деформациялар билан кўриб чиқамиз.

## 9.1. Бир ўлчовли деформация

Деформация  $x$  йўналишда юз берадиган бўлсин.

Деформацияланган жисмда  $\Delta x$  оралиқни танлаб оламиз, (9.1-чизма).



9.1- чизма. Бир ўлчовли деформацияга оид.

Деформациялангандан сўнг М нуқта  $\bar{u}$  масофага силжиди,  $M'$  вазиятга кўчади ва унинг координатаси  $x+u_x$  га тенг бўлади. Биз танлаган  $\Delta x$  кесма эса  $\Delta u_x$  қадар узунлашади.  $|MN|$  кесманинг деформацияси деганда биз  $\Delta u_x$  нинг  $\Delta x$  га нисбатини, яъни  $\Delta u_x / \Delta x$  ни тушунамиз. М нуқтадаги деформация эса

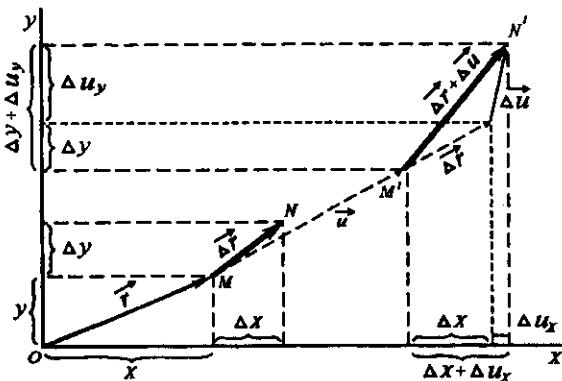
$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u_x}{\Delta x} = \frac{du_x}{dx} \quad (9.1)$$

ифода билан аниқланади. Умумий ҳолда  $\varepsilon$  катталик координата ва вақтга боғлиқ бўлади:  $\varepsilon = \varepsilon(x, t)$ . Агар  $\varepsilon = \text{const}$  бўлса, бундай деформацияни бир жинсли деформация деб аталади.

## 9.2. Икки ўлчовли деформация

Энди ху текисликдаги  $\tilde{\Delta x}$  кесманинг деформацияланнишини кўриб чиқамиз (9.2- чизма).

Координаталари  $(x, y)$  ва радиус-вектори  $\tilde{r}$  бўлган М нуқта деформациядан сўнг М' нуқтага кўчади. М' нуқтанинг радиус вектори  $\tilde{r} + \bar{u}$  га тенг бўлади. N нуқта, мос ҳолда, N' нуқтага кўчади. Биз танлаб олган кесма деформациядан сўнг текисликда маълум бир масофага силжиди ва  $\Delta u$  га чўзилади.



9.2- чизма. Икки ўлчовли деформацияяга оид.

$\Delta u_x/\Delta x$  ва  $\Delta u_y/\Delta y$  катталиклар  $\Delta\tilde{\varphi}$  кесманинг  $x$  ва  $y$  ўқларидағи проекцияларининг чўзилишини белгилайди. Аммо, бу катталиклар икки ўлчовли деформацияни тўлиқ ифодалай олмайди, чунки чизмадан кўриниб турибдики, кесма чўзилишдан ташқари, яна маълум бир бурчакка бурилади.

Кесманинг бурилишини ифодалаш учун  $\Delta\tilde{\varphi}$  кесмага тенг катетлари  $\Delta x$  ва  $\Delta y$  бўлган тўғри тўртбурчакнинг деформацияланишини кўриб чиқамиз (9.3- чизма).

Чизмадан кўриниб турибдики,  $M'A'$  кесманинг бурилиш бурчаги тангенси  $\operatorname{tg}\varphi_{yx} = \frac{\Delta u_y}{\Delta x + \Delta u_x}$ , шунингдек  $M'B'$  кесманинг

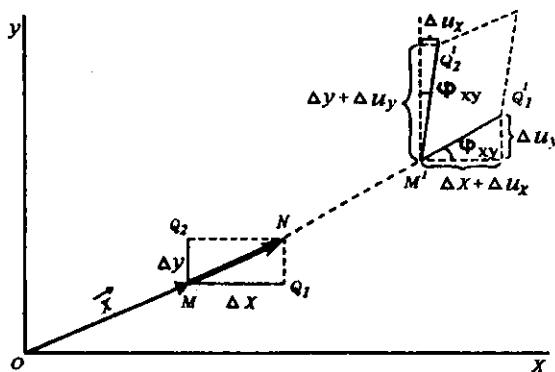
бурилиш бурчаги  $\operatorname{tg}\varphi_{xy} = \frac{\Delta u_x}{\Delta y + \Delta u_y}$  бўлади. Биз кичик деформациялар билан чегараланамиз, шунинг учун  $\Delta u_x/\Delta u_y$  лар  $\Delta x$  ва  $\Delta y$  ларга нисбатан анча кичик бўлади.  $\Delta x$  ва  $\Delta y$  лар нолга интилганда (бунда маҳражларда  $\Delta u_x=0$ ,  $\Delta u_y=0$ )

$$\operatorname{tg}\varphi_{yx} = \varphi_{yx} = \frac{\partial u_y}{\partial x} = \varepsilon'_{yx}, \quad \operatorname{tg}\varphi_{xy} = \varphi_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} = \varepsilon'_{xy}$$

бўлади.

Ушбу кесманинг чўзилиши эса,

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}$$



9.3- чизма. Бурилиш деформациясини ҳисобга олиш.

катталиклар билан ифодаланади. Юқорида келтирилган ифодалардан фойдаланиб,  $\Delta \bar{u}$  нинг ташкил этиувчиларини күйидагича ёзиб олишимиз мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u_x}{\partial y} \Delta y = \varepsilon_{xx} \Delta x + \varepsilon'_{xy} \Delta y \\ \Delta u_y &= \frac{\partial u_y}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u_y}{\partial y} \Delta y = \varepsilon'_{yx} \Delta x + \varepsilon_{yy} \Delta y. \end{aligned} \right\} \quad .(9.2)$$

Одатда деформация коэффициентини белгилашда  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ўрнига мос ҳолда 1, 2, 3 рақамлари ишлатилади, яъни:  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{12}$ ,  $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{21}$ . Шундай қилиб,  $\varepsilon_{ik}$  катталиклар  $\Delta \bar{u}$  вектори билан  $\Delta \bar{r}$  векторини боғловчи иккинчи ранг тензор ҳосил қиласди:

$$\varepsilon'_{ik} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon'_{12} \\ \varepsilon'_{21} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

Бу ифодадаги  $\varepsilon'_{12} = \varphi_{xy}$ ,  $\varepsilon'_{21} = \varphi_{yx}$  катталиклар жисмнинг силжиш деформациясини аниқлайди. Ундан ташқари, бу катталиклар жисмнинг бурилишини ҳам ўз ичига олади. Агар жисм деформация натижасида ўлчамларини ўзгартирумасдан фақат маълум бир бурчакка бурилса, у ҳолда деформация тензори  $\varepsilon'_{ik} = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi \\ \varphi & 0 \end{bmatrix}$  кўринишда бўлади. Демак, умумий ҳолда

$\epsilon'_{ik}$  тензори соф деформациядан ташқари жисмнинг ҳамма қисмларини бирор бурчакка бурилишини ҳам ҳисобга олар экан. Ушбу тензордан соф деформация тензорини ажратиб олиш учун ундан симметрик тензор ҳосил қилиш зарур. Бундай тензор ҳосил қилишнинг энг содда усули  $\epsilon_{ik} = \frac{\epsilon'_{ik} + \epsilon'_{ki}}{2}$ .

Кўриниб турибдики,  $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$  шарт юқоридаги ифода учун бажарилади. (9.3) ифодадан фойдаланиб,

$$\epsilon_{ik} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \frac{1}{2}(\epsilon'_{12} + \epsilon'_{21}) \\ \frac{1}{2}(\epsilon'_{21} + \epsilon'_{12}) & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

ҳосил қиласиз. Бу ифодада  $\frac{1}{2}(\epsilon'_{21} + \epsilon'_{12}) = \epsilon_{12} = \epsilon_{21} = \frac{1}{2}\varphi_{12}$ , яъни

тўлиқ силжиш бурчагининг ярмига тенг. Ушбу (9.4) ифода билан аниқланган иккинчи рангли симметрик тензор деформация тензори дейилади.

### 9.3. Уч ўлчовли деформация

Уч ўлчовли жисм учун юқоридаги амалларни тақорорлаб, уч ўлчовли параллелепипед деформациясини кўриб ўтиш мумкин. Унда бизга яна бир ташкилловчи  $\frac{du_z}{dz} = \epsilon_{zz}$  қўшилади ва мос ҳолда силжишларни ифодаловчи ташкилловчи пайдо бўлади. Бу ҳолда деформация тензори

$$\epsilon_{ik} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \epsilon_{12} \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} \epsilon_{22} \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \epsilon_{32} \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

кўринишда ёзилади. Бу ерда  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ ,  $\epsilon_{33}$ , мос ҳолда  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ўқлар бўйича жисмнинг чўзилиши (ёки сиқилиши).

$$\epsilon_{12} = \epsilon_{21} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \varphi_{12}.$$

$$\varepsilon_{21} = \varepsilon_{32} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \varphi_{23}, \quad (9.6)$$

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{11} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \varphi_{13}$$

лар эса  $xz$ ,  $yz$  ва  $xz$  текисликлар бўйича жисмнинг силжиш бурчаклари ярмидир.

Шундай қилиб, кичик деформацияларда координаталари  $x$ ,  $y$ ,  $z$  бўлган бирор  $M$  нуқта атрофидаги жисмнинг деформацияланиши деформация тензорининг олтига мустақил ташкил-ловчилиги билан ифодаланаар экан. Ушбу тензорни

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (9.7)$$

кўринишда ҳам ёзиш мумкин, бунда  $ik$  лар 1, 2, 3 қўринишда ҳам ёзиш мумкин, бунда  $ik$  лар 1, 2, 3 қўйматларни олади. Деформация тензорини симметрияга эгалиги уни содда, яъни бир индексли кўринишда ёзишга ҳам имкон беради:

$$(\varepsilon_{ik} \rightarrow E_n, n = 1, 2, \dots, 6)$$

$$\varepsilon'_{ik} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}; \quad \varepsilon_n = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_6 & \varepsilon_5 \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_4 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}.$$

Кичик бўлмаган ихтиёрий деформациялар учун деформация тензорининг аниқ ифодаси

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (9.8)$$

кўринишда ёзилади. Кичик деформацияларда ушбу ифодани (9.7) ифода билан алмаштириш мумкин.

#### 9.4. Кучланиш тензори

Деформацияланмаган жисмнинг ҳамма қисмлари бир-бири билан механик мувозанат ҳолатида бўлади. Жисм деформацияланганда у мувозанат ҳолатидан чиқади. Натижада унга мувозанат ҳолатига интилувчи кучлар таъсир қиласи. Жисмда бирор деформацияланган бўлакни танлаб оламиз. Бўлакка, ал-

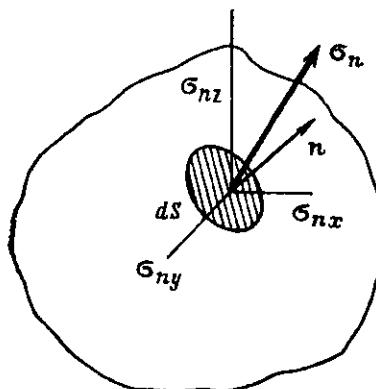
батта, таъсир қилувчи ички кучлар пайдо бўлади. Бу кучлар танланган бўлакнинг юзаси орқали таъсир қиласди. Ушбу бўлимда фақат юза бўйлаб таъсир қилувчи кучларни кўриб чиқамиз. Ҳажмий кучларни (масалан, оғирлик кучи) ҳисобга олинмайди. Таъсир қилаётган кучнинг шу сирт юзасига нисбати механик кучланиш деб аталади. Деформацияланган жисмнинг ихтиёрий ҳажми сиртида элементар юза ажратиб оламиз (9.4- чизма). Ушбу юзага ташки бирлик нормал й векторни ўтказамиз. Умумий ҳолда кучланиш вектори нормал вектор билан бир хил йўналмаган бўлиши мумкин. Агар кучланиш вектори й нормал вектор билан ўткир бурчак ҳосил қиласа (жисмни чўзувчи кучланиш) бундай кучланиш йўналиши мусбат деб қабул қилинган.

Кучланиш вектори  $\bar{\sigma}_n$  ни ўзаро ортогонал учта ташкил этувчи  $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3$ , векторларга ажратиш мумкин. Ўз навбатида ҳар бир ташкил этувчи-ларнинг координаталар ўқида учта проекциялари мавжуд. Натижада тўққизта катталиқ ҳосил бўлади. Бу катталиклар кучланиш тензорини ташкил қиласди:

$$\sigma_n = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}. \quad (9.9)$$

Кучланиш тензори ҳам симметрик тензор бўлганлиги туфайли уни олтида мустақил катталиларга келтириб олишимиз мумкин:

$$\sigma_n = \begin{bmatrix} \sigma_1\sigma_6\sigma_5 \\ .. \sigma_2\sigma_4 \\ . . \sigma_3 \end{bmatrix}. \quad (9.10)$$



9.4- чизма. Кучланиш тензорига оид.

Ушбу тензор симметрияси уни диагонал ҳолатга келтиришга ҳам имкон беради. Бу ҳолда барча силжима кучланишлар йўқолиб фақат диагонал ташкилловчилар қолади:

$$\sigma_{ii} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}. \quad (9.11)$$

(9.9) ва (9.10) ифодалар бирор нуқта атрофидағи механик кучланишни ифодалайди. Агар бир нуқтадан иккинчи нуқтага ўтганда ва вақт ўтиши билан кучланиш ўзгармаса, бундай кучланиш статик кучланиш деб аталади. Лекин умумий, динамик ҳолда кучланиш вақтнинг ва координаталарнинг функциясидир.

## 9.5. Деформация билан механик кучланиш орасидаги боғланиш. Умумлашган Гук қонуни. Эластиклик модуллари

Деформация ва кучланишни биз алоҳида кўриб чиқдик, лекин, бу икки катталик бир-бирига доим боғлиқдир. Бирор нуқта атрофида кучланиш ҳосил қилинса, бу ерда жисм албатта, маълум даражада деформацияланади ва деформацияланган жисмда (эластик жисм назарда тутиляпти) кучланиш ҳосил бўлади. Шундай экан, ушбу катталиклар орасида боғланиш мавжуд бўлиб, кичик деформациялар учун бу боғланишни умумлашган Гук қонуни деб аталади ва қўйидагича ёзилади:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = c_{11}\varepsilon_1 + c_{12}\varepsilon_2 + c_{13}\varepsilon_3 + c_{14}\varepsilon_4 + c_{15}\varepsilon_5 + c_{16}\varepsilon_6 \\ \sigma_2 = c_{21}\varepsilon_1 + c_{22}\varepsilon_2 + c_{23}\varepsilon_3 + c_{24}\varepsilon_4 + c_{25}\varepsilon_5 + c_{26}\varepsilon_6 \\ \sigma_3 = c_{31}\varepsilon_1 + c_{32}\varepsilon_2 + c_{33}\varepsilon_3 + c_{34}\varepsilon_4 + c_{35}\varepsilon_5 + c_{36}\varepsilon_6 \\ \sigma_4 = c_{41}\varepsilon_1 + c_{42}\varepsilon_2 + c_{43}\varepsilon_3 + c_{44}\varepsilon_4 + c_{45}\varepsilon_5 + c_{46}\varepsilon_6 \\ \sigma_5 = c_{51}\varepsilon_1 + c_{52}\varepsilon_2 + c_{53}\varepsilon_3 + c_{54}\varepsilon_4 + c_{55}\varepsilon_5 + c_{56}\varepsilon_6 \\ \sigma_6 = c_{61}\varepsilon_1 + c_{62}\varepsilon_2 + c_{63}\varepsilon_3 + c_{64}\varepsilon_4 + c_{65}\varepsilon_5 + c_{66}\varepsilon_6 \end{array} \right\} \quad (9.12)$$

Ушбу ифодани қисқача матрица кўринишда ёзиш ҳам мумкин:

$$\sigma_{ii} = c_{i,ii} \varepsilon_{ii}, \quad (9.13)$$

бу ерда  $n,m=1,2,3,4,5,6$ . Тензор кўринишда ёзиш учун эса иккита индекс сақланиши керак:

$$\sigma_{ik} = c_{ikl} \epsilon_l \quad (9.14)$$

(9.13) ифодадаги  $c_{ikl}$  коэффициентлар чизиқий эластиклик модуллари деб аталади. Ушбу тензор ҳам симметрияга эга, шунинг учун унинг 36 та ташкилловчисидан 21 та мустақил компонентага келтиришимиз мумкин. Эластиклик модули матрица кўринишда қўйидагича ёзилади:

$$c_{imn} = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} & c_{41} & c_{51} & c_{61} \\ c_{21} & c_{22} & c_{32} & c_{42} & c_{52} & c_{62} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{43} & c_{53} & c_{63} \\ c_{41} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{54} & c_{64} \\ c_{51} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{65} \\ c_{61} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{vmatrix} \quad (9.15)$$

Бундай кўринишда тензор ҳеч қандай симметрияга эга бўлмаган муҳитнинг эластиклигини характерлайди. Кристалларда симметрияning мавжудлиги мустақил модуллар сонини намойишига олиб келади. 9.1-жадвалда турли кристалл гурӯҳлари учун мустақил эластиклик модуллари келтирилган. Бунда, албатта, координаталар ўқи кристаллографик ўқларига нисбатан маълум бир танланған йўналишда йўналтирилган деб олинади.

### 9.1-жадвал

№	Кристалл сингонияси	Симметрия түруҳи	Мустақил модуллар сони	Эластиклик модули матрицаси	Кристалл номи (мисол)
I	II	III	IV	V	VI
I	Триклин	$C_1, S_2$	21	$c_{11} \ c_{12} \ c_{13} \ c_{14} \ c_{15} \ c_{16}$ $c_{22} \ c_{23} \ c_{24} \ c_{25}$ $c_{26}$ $c_{33}$ $c_{34} \ c_{35} \ c_{36}$ $c_{44} \ c_{45} \ c_{46}$ $c_{55} \ c_{56}$ $c_{66}$	Мис купороси

9. І- жадвалнинг давоми

I	II	III	IV	V	VI
2	Моноклин	$C_2, C_{2h}$ $c_6$	13	$c_{11} c_{12} c_{13} 0$ $0 c_{16}$ $c_{22}$ $c_{23} 0 0 c_{26}$ $c_{33} 0 0 c_{36}$ $c_{44} c_{45} 0$ $c_{55} 0$	Гипс
3	Ромбик	$D_2KV$ $C_{2v}KD_{2h}$	9	$c_{11} c_{12} c_{13} 0$ $0 0$ $c_{22}$ $c_{23} 0 0 0$ $c_{33} 0 0 0$ $c_{44} 0 0$ $c_{55} 0$ $c_{66}$	Сегнет тузи
4	Тетрагонол	$C4, C4h$ $C4v$	7	$c_{11} c_{12} c_{13} 0$ $0 c_{16}$ $c_{13} 0 0 c_{16}$ $c_{33} 0 0 0$ $c_{44} 0 0$ $c_{55} 0$ $c_{66}$	Шеелит
5	-FF-	$S_4,$ $D_{2d},$ $D_4,$ $D_{4h}$	6	$c_{11} c_{12} c_{13}$ $0 0 0$ $c_{11}$ $c_{13} 0 0 0$ $c_{33} 0 0 0$ $c_{44} 0 0$ $c_{55} 0$ $c_{66}$	Аммоний Дигидро- фосфати
6	Тригонал	$c_3,$ $c_{3i}$	7	$c_{11} c_{12} c_{13} c_{14} -c_{25}$ $0$ $c_{14} c_{25} 0$ $c_{33} 0 0 0$ $c_{44} 0 -c_{25}$ $c_{44} c_{14}$ $X(c_{11}-c_{12})$	Доломит
7	-FF-	$D_3,$ $D_{3v},$ $D_{3d}$	6	$c_{11} c_{12} c_{13} c_{14} 0$ $0$ $c_{11} c_{13} -c_{14}$ $0 0$ $c_{33}$ $0 0 0$ $c_{44} c_{14}$ $X(c_{11}-c_{12})$	$\alpha$ -кварц, турмалин

### 9. I-жадвалнинг давоми

I	II	III	IV	V	VI
8	Гексагонал	$C_{3h}$ , $D_{3h}$ , $C_6$ , $D_6$ , $C_{6h}$ , $C_{6v}$ , $D_{6h}$	5	$c_{11}$ $c_{12}$ $c_{13}$ 0 0 0 $c_{11}$ $c_{13}$ 0 0 0 0 0 0 0 $c_{44}$ 0 0 $c_{44}$ 0 $X(c_{11} - c_{12})$	β-кварц, калийний сульфиди
9	Кубик	$T$ , $O$ , $T_h$ , $T_d$ , $O_h$	3	$c_{11}$ $c_{12}$ $c_{13}$ 0 0 0 $c_{11}$ $c_{12}$ 0 0 0 $c_{11}$ 0 0 0 $c_{44}$ 0 0 $c_{44}$ 0 $c_{44}$	Ишқорий галлоид кристаллар

### 9.6. Изотроп қаттиқ жисмнинг эластиклиқ модуллари

Изотроп мұхит үчүн эластиклиқ модуллари координаталар ўқига бөглиқ бўлмайди. Бу эса

$$c_{12} = c_{13} = c_{23}, \quad c_{44} = c_{55} = c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2, \quad c_{11} = c_{22} = c_{33} \quad (9.16)$$

бўлишини таъминлайди. Демак, изотроп қаттиқ жисмларда фақат иккита мустақил эластиклиқ модуллари мавжуд экан:

$$\lambda = c_{12} = c_{13} = c_{23}, \quad \mu = c_{44} = c_{55} = c_{66} \text{ ва (9.16) га асосан,}$$

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \lambda + 2\mu$$

Ушбу ифодалардаги  $\lambda$  ва  $\mu$  катталикларни Ламэ доимийлари деб аталади. Изотроп қаттиқ жисм үчүн Гук қонуни қўйидагича ёзилади:

$$\sigma_{ik} = \lambda \theta \delta_{ik} + 2\mu \epsilon_{ik}. \quad (i,k=1,2,3) \quad (9.17)$$

Бу ерда  $\theta = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$  — ҳажмий кеңгайиш коэффициенти,  $\sigma_{ik}$ - Кронекер символи. Эластиклиқ модуллари  $c_{nm}$  деформацияланиш қандай жараёнда олиб борилганига қараб адабатик ва изотермик эластиклиқ модулларига ажратилади. Масалан, товуцининг тарқалиш жараёнидаги деформацияни адабатик деформация деб қараш мумкин. Секин ўзгаралиган деформацияларни эса изотермик деформациялар деб олишимиз мумкин.

## 9.7. Содда деформация ва уларда турли эластиклик модуллари орасидаги боғланиши

Изотроп мұхитдаги содда деформацияларни күриб чиқамиз. (9.17) ифодага асосан, изотроп мұхит учун Гук қонуни

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{11} + \lambda\varepsilon_{22} + \lambda\varepsilon_{33} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{22} \\ \sigma_{33} &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{33} \\ \sigma_{32} &= \sigma_{23} = 2\mu\varepsilon_{32} \\ \sigma_{13} &= \sigma_{31} = 2\mu\varepsilon_{13} \\ \sigma_{12} &= \sigma_{21} = 2\mu\varepsilon_{21}\end{aligned}\quad (9.18)$$

күринишида ёзилиши мүмкін.

Юқоридаги тенгламалардан деформация компонентларини топамыз.

$$\left. \begin{aligned}\varepsilon_{11} &= \frac{2(\lambda + \mu)\sigma_{11} - \lambda\sigma_{22} - \lambda\sigma_{33}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}, \\ \varepsilon_{22} &= \frac{-\lambda\sigma_{11} + 2(\lambda + \mu)\sigma_{22} - \lambda\sigma_{33}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}, \\ \varepsilon_{33} &= \frac{-\lambda\sigma_{11} - \lambda\sigma_{22} + 2(\lambda + \mu)\sigma_{33}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}\end{aligned}\right\} \quad (9.19)$$

Ушбу ифодалар бир қанча содда деформацияларни таҳлил қилиш имконини беради.

а) Стерженнинг чўзилишини күриб чиқайлик. Бунда кучланиш фақат стержен узунаси бўйлаб қўйилади:  $\sigma_{ii} = \sigma_w = \sigma$ , бошқа барча ташки кучланишлар нолга тенг  $i \neq k$  бўлганда  $\sigma_{ik} = 0$ .

(9.19) тенгламалардан

$$\varepsilon_{11} = \frac{(\lambda + \mu)\sigma}{\mu(3\lambda + 2\mu)}; \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\frac{\lambda\sigma}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \quad (9.20)$$

эканлигини топамыз. Юқоридаги ифодалардан кўриниб турибдики, агар стержен  $x$  – ўқи бўйича чўзилса, у шу ўққа

кўндаланг йўналишларда ( $yz$ ) ички кучлар таъсирида сиқилар экан ( $\epsilon_{22}, \epsilon_{33} < 0$ ).

$\epsilon_{11}$  билан  $\sigma$  орасидаги коэффициент стерженниг эластиклигини билдирувчи катталик бўлиб, унга тескари катталик Юнг модули деб аталади:

$$E = \frac{(3\lambda + 2\mu)\mu}{\lambda + \mu}, \quad (9.21)$$

у ҳолда

$$\epsilon_{11} = \frac{\sigma}{E} \quad (9.22)$$

Шундай қилиб, Юнг модули стерженни чўзишга нисбатан қаттиқлигини билдирувчи коэффициентdir. Соң жихатдан Юнг модули деформация бирга тенг бўлгандағи (бунда жисм икки марта узаяди) кучланишга тенгdir.

Стерженниг кўндаланг деформациясининг бўйлама деформациясига нисбати Пуассон коэффициенти деб аталади.

$$\nu_0 = \left| \frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}} \right| = \left| \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}} \right| = \epsilon_{22} \cdot \frac{E}{\sigma} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (9.23)$$

Турли моддалар учун Пуассон коэффициенти  $0.2 \div 0.5$  оралиқда бўлади. Юнг модули ва Пуассон коэффициентлари изотроп мұхитларнинг эластиклик хоссаларини тўлиқ ифодаловчи мустақил каттаиклар ҳисобланади. Ламэ константаларини ҳам ушбу каттаиклар орқали ифодалаш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \nu_0 E [(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)]^{-1}, \\ \mu &= E [2(1 + \nu_0)]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (9.24)$$

Баъзи бир моддаларнинг изотроп ҳолатлари учун  $E$  Юнг модули,  $\nu_0$  Пуассон коэффициенти ва  $\nu_0$  силжиш модуллари  $G$  9.2- жадвалда келтирилган.

6) Бир жинсли чўзилиш.

Энди деформация фақат  $x$  — ўқи бўйлаб нолдан фарқли бўлган ҳолатни кўриб чиқамиз. Бунда  $yz$

№	Модданинг номи	$E \cdot 10^{-10} \text{Нм}^2$	$v_0$	$G \cdot 10^{-10} \text{ Нм}^2$
1	Волфрам	36.0	0.27	13.3
2	Пұлат – 3	22+24	0.30	8.5+8.8
3	Темир	21	0.28	8.2
4	Мис	12.0	0.35	4.6
5	Жез	9+10	0.35	3.0+3.7
6	Олтин	8.0	0.41	2.9
7	Алюминий	7.0	0.34	2.6
8	Қалай	5.4	0.33	2.0
9	Құрғошин	1.6	0.44	0.6
10	Кварц	7.4	0.18	3.2
11	Крон ойнаси	7.2	0.25	2.9
12	Флинт ойнаси	5.5	0.23	2.4
13	Чинни	6.0	0.23	2.4
14	Муз	1.0	0.33	0.4
15	Плексиглас	0.5	0.35	0.15

текислик бүйича деформация нолга тенг бўлсин:  $\varepsilon_{11} \neq 0$ ,  $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = 0$ .

Бундай деформацияни чексиз изотроп мұхитда тарқалаётган бўйлама акустик тўлқинлар содир қиласди. Гук қонунига асосан, (9.18) ифодалардан

$$\sigma_{11} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{11}, \quad \varepsilon_{22} = \sigma_{33} = \lambda\varepsilon_{11} \quad (9.25)$$

Демак, бу ҳолда кўндаланг мусбат кучланиш пайдо бўлади. Эластиклик модули эса

$$c_{11} = \lambda + 2\mu \quad (9.26)$$

ифода билан аниқланади. (9.24) ифодадан фойдаланиб,

$$c_{11} = E[2(1 + v_0)(1 - v_0)]^{-1} \quad (9.27)$$

эканлигини топамиз. Охирги ифодадан кўриниб турибдики,  $v_0$  нинг ҳар қандай ҳақиқий қийматида  $E < c_{11}$  бўлади. Бунинг физик маъноси шундан иборатки, кўндаланг деформациянинг йўқлиги мұхитнинг  $x$  ўқи бўйича чўзилишини қийинлаштиради ва натижада мұхитнинг эффектив қаттиқлиги ошади.

в) Соф силжиш.

Кучланиш тензорини  $x$  текисликда силжима (ёки тангенциал) ташкилловчиси  $\sigma_{12} = \sigma$ , таъсир қилаётган бўлсин. Қолган барча ташкилловчи нолга тенг. Бу ҳол силжиш деб

аталади. (9.19) ифодалардан фойдаланиб, қуйидагини ҳосил қиласиз:

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \frac{\sigma_z}{2\mu}. \quad (9.28)$$

Олдин айтиб ўтганимиздек, деформация тензорининг  $\varepsilon_{12}$  компонентаси зу текисликдаги силжиш бурчагининг ярмига тенг:  $\varepsilon_{12} = \frac{\varphi_{12}}{2}$ . Түлиқ силжиш бурчаги эса

$$\varphi = \frac{\sigma_z}{\mu} = \frac{\sigma_z}{G} \quad (9.29)$$

Шундай қилиб,  $\mu$  силжиш модули  $G$  га тенг ва у тангенциал куч таъсирида жисмнинг силжиш бурчагига тенг. Бу модулнинг Юнг модули ва Пуассон коэффициенти билан боғланиши (9.24) ифодада келтирилган.

Ушбу ифодадан силжиш модули Юнг модулидан 2.5+3 марта кичик бўлиши келиб чиқади.

г) Ҳар томонлама сиқилиш.

Куб шаклидаги кичик ҳажмни танлаб оламиз, унинг ёқлари  $x, y, z$  ўқларига параллел йўналган бўлсин. Кубнинг ҳамма ёқларига кубнинг марказига йўналган (яъни манфий) ўзаро тенг кучланиш таъсир қиласин. У ҳолда

$$-\sigma_{11} = -\sigma_{22} = -\sigma_{33} = p \quad (9.30)$$

бўлади. Тангенциал кучларни нолга тенг деб оламиз. (9.18) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\begin{aligned} -p &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{11}, \\ -p &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{22}, \\ -p &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{33}, \\ \varepsilon_{12} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{13} &= 0. \end{aligned} \quad (9.31)$$

Юқорилаги учала тенгламани қўшиб,

$$p = -(\lambda + \frac{2}{3}\mu)\theta \quad (9.32)$$

ифодани ҳосил қиласиз. Охириги ифода ҳар томонлама сиқилиш учун Гук қонуни деб аталади.

$$K = \lambda + \left(\frac{2}{3}\right)\mu \quad (9.33)$$

катталиктин ҳар томонлама сиқиши коэффициенти деб аталади. (9.24) ифодалардан фойдаланиб, ушбу коэффициентни Юнг модули ва Пуассон коэффициенти орқали ифодалаш мумкин:

$$K = E[3(1 - 2\nu_0)]^{-1} \quad (9.34)$$

Ушбу ифодадан сиқилмайдиган мұхит учун ( $k=\infty$ ) Пуассон коэффициенти  $\nu_0=0.5$  эканлыги келиб чиқади. (9.26) ва (9.33) ифодаларни таққослаб,  $c_{11}$  ва  $K$  лар орасидаги бөгланишни топиш мумкин:

$$c_{11} = K + \left(\frac{4}{3}\right)\mu. \quad (9.35)$$

Ҳар томонлама сиқилини натижасида жисем зичлиги  $\Delta\rho$  қадар ўзгарса, унинг иисбені сиқилиш коэффициенти

$$s = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \quad (9.36)$$

ифода билан аниқланади. Гүк қонуидан келиб чиққан ҳолда ушбу катталиктин  $\rho$  ва  $K$  лар орқали ифодалаш мумкин:

$$s = \frac{P}{K}. \quad (9.37)$$

Силжиш модули  $G=0$  бўлган мұхитлар ҳам мавжуд. Бундай мұхитларга идеал оқувчанликка эга бўлган суюқлик ёки газлар киради. Уларнинг эластиклиги фақат битта Ламэ доимийси орқали аниқланади. Бундай мұхиттинг ҳар бир ажратилган юзасига нормал йўналган кучланиш таъсир қиласи.

## 9.8. Кичик деформациялар энергияси

Кичик деформацияланган жисмнинг деформация натижасида олган энергиясини топамиз. Деформация натижасида силжиш вектори  $u$  қийматга ўзгарсин. Бунда бажарилган элементтар иш ички кучларнинг  $du$  га кўпайтмасига тенг.

Ички кучни  $F_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$  га tengligigidan

$$dA = \int_V \left( \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \right) (du_i) dV. \quad (9.38)$$

Бўлаклаб интеграллаганимизда (9.38) ифода қўйидаги кўринишга келади:

$$dA = \int \sigma_{ik} (du_i) dS - \int_V \sigma_{ik} \frac{\partial}{\partial x_k} (du_i) dV. \quad (9.39)$$

Деформацияланган катта муҳит учун биринчи интеграл нолга тенг бўлади. Чунки, муҳит юзасида  $\sigma_{ik}=0$ . Иккинчи интегралда  $\left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right) (du_i) = d \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)$  эканлигини ҳисобга олиб,

$$dA = - \int_V \sigma_{ik} d \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) dV \quad (9.40)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Интеграл остидаги ифода бирлик ҳажмдаги ички кучлар бажарган ишни ифодалайди:

$$A' = -\sigma_{ik} d \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (9.41)$$

Чизиқий деформация учун  $\sigma_{ik}$  тензорнинг симметрик бўлишлигидан фойдаланиб, қўйидаги

$$\sigma_{ik} d \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) = \sigma_{ik} d \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right] = \sigma_{ik} d \varepsilon_{ik} \quad (9.42)$$

ифодага келамиз. Унда ҳажм бирлигидаги элементар иш учун

$$dA' = -\sigma_{ik} d \varepsilon_{ik} \quad (9.43)$$

ифодани ҳосил қиласиз.

Қайтарувчи адиабатик деформацияланиш жараёнлари учун бу иш тескари ифода билан олинган ички энергиянинг ўзаришига тенг:

$$dU = -dA' = \sigma_{ik} d \varepsilon_{ik} \quad (9.44)$$

Умумлашган Гук қонунидан фойдаланиб, қўйидаги

$$dU = c_{ijkl} \varepsilon_{ik} d \varepsilon_{jl} \quad (9.45)$$

ифодани ҳосил қиласиз. Уни интегралласак, эластик деформацияланган жисмнинг потенциал энергияси учун

$$U = \frac{c_{ijkl} \epsilon_{ik} \epsilon_{jl}}{2} \quad (9.46)$$

ифодани ҳосил қиласиз. Изотроп мұхит учун (9.46) ифода бир қанча содда күринишга келади.

$$U = \frac{\lambda \theta^2}{2} + \mu \epsilon_{ik}^2 \quad (9.47)$$

Охирги ифодани (деформация бүйича) дифференциаллаганимизда (9.17) ифодани ҳосил қиласиз.

## 9.9 Тензоқаршилик ҳодисаси

Үтказгич электрик қаршилигининг механик деформация таъсирида үзгаришини тензоқаршилик ҳодисаси деб аталағи. Бу ҳодиса айниқса ярим үтказгичларда яқын намоён бўлади. Деформация натижасида ярим үтказгичларда заряд ташувчиларнинг энергетик спектри, эффектив массаси, тақиқланган зона кенглиги ва бошқа бир қатор катталиклар ўзагаради. Бу эса ярим үтказгичнинг электрик қаршилиги үзгаришига олиб келади. Бу ҳодисани баҳолаш учун маҳсус катталиклар киритилган.

$$\rho_e = \frac{\rho'' - \rho_0''}{(-p)\rho_0''} \quad (9.48)$$

нисбат билан аниқланадиган катталик – тензоқаршилиknинг бўйлама коэффициенти ёки кучланиш бўйича тензосезгирлик дейилади. Бунда  $\rho_0''$ , деформация йўқлигидаги солиширма қаршилик.

Деформация бўйича тензосезгирлик коэффициенти дейилган.

$$S = \Pi \cdot E \quad (9.49)$$

катталик киритишими ҳам мумкин, бунда  $E$  – Юнг модули. Ярим үтказгичларнинг тензосезгирлиги металларнидан ўн – юз марта ортиқ. Масалан,  $\rho_0=0,1$  0м.см солиширма қаршиликли  $p$  - тур кремний учун  $S$  тахминан 125 га тенг ва металл сим тензометрларнидан 60 марта ортиқ.

Хозирги замон фани ва техникасида тензоқаршилик ҳодисаси асосида тайёрланган кўпгина самарали тензометрлар

жуда кичик деформацияларни ўлчашда, силжиш, моментлар, кучлар, босимларнинг сезгир ўлчагичлари сифатида, нисбатан катта деформацияларни ўлчашда ва бошқа мақсадларда кенг қўлланилмоқда.

### **Саволлар ва масалалар**

1. Деформация деганда нимани тушунасиз?
2. Деформацияларнинг қандай турлари бор?
3. Кичик деформациялар учун Гук қонуни қандай кўринишда бўлади?
4. Ламэ доимийлари нима?
5. Пуассон ва Ламэ доимийлари қандай bogланган?
6. Изотроп олтин учун Ламэ доимийларини аниқланг.  $E$  ва  $v_0$  қийматлари 9.2 – жадвалда келтирилган.
7. Бир ўлчовли деформация учун  $c_{11}$  топилсин ( $\epsilon_{11} \neq 0$ , қолган барча  $\epsilon_{ik}=0$ ),  $v_0=0,35$ ,  $\mu=3,5$ .
8. 9.2-жадвалдан фойдаланиб изотроп алюминий учун ҳар томонлама сиқилиш коэффициенти  $K$  топилсин.

## Х БОБ

### М Е Т А Л Л А Р

Қадимдан металлар инсонлар ҳаётида мұхым ўрин тутган. Фан ва техника ривожланишини металларсиз тасаввур қилиш қийин. Табиатда металлар микдор жиҳатдан күп бўлмасада, уларнинг турлари кўп учрайди. Элементлар даврий жадвалидаги бизга маълум 107 та кимёвий элементдан 83 таси металлар хисобланади. Металл сўзи юонча «metallon» сўзидан келиб чиқсан бўлиб шахта, *ruda*, найза каби маъноларни англатади.

Металлар электр токини ва иссиқликни яхши ўтказади, электромагнит тўлқинларни яхши қайтаради. Уларнинг механик хоссаларида бошқа қаттиқ жисмларга нисбатан бир қанча афзаликлар бор. Металларнинг бу хоссалари, уларнинг молекула (ёки атом)лари орасидаги боғланиш табиатидан, уларнинг кристалл панжараси ва энергетик зоналари тузилишидан келиб чиқади. Кўп ҳолларда металлар ҳажмий ёки марказлашган кубик ва гексагонал тузилишга эга бўлган, молекула (ёки атом)лари зич жойлашган кристалл панжараси ҳосил қиласидар.

Металларнинг юқорида келтирилган ажойиб хоссалари олимларни ўзига жалб қиласиди. Металларни физик хоссаларини тушунтириб берувчи назариялар ва моделлар яратиш XIX—аср охиirlари XX — аср бошидан бошланган. Ҳозирги кунда мумтоз моделларнинг кўпчилиги талабга жавоб бермаса-да, баъзи моделлардан ҳозирда ҳам фойдаланиб келинмоқда. Шунинг учун ҳам биз даставвал яратилган металлар назарияларини қисқача кўриб ўтамиш.

#### 10.1. Металларнинг электрик хоссалари

Металлар электрик токини яхши ўтказувчи моддалардир. Металл ўтказгичдан ўтаётган токнинг зичлиги унга қўйилган электр майдон кучланганлигига тўгри пропорционал:

$$\bar{I} = \sigma \bar{E}. \quad (10.1)$$

Бу ифода Ом қонуни деб номланади. Пропорционаллик коэффициенти  $\sigma$  солиштирма электр ўтказувчанлик, унга тес-кари

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (10.2)$$

катталик эса солиштирма электр қаршилик дейилади. Металларнинг солиштирма қаршилиги  $10^{-8} \div 10^{-6}$  Ом·м оралиғида қийматларга эга. Металларнинг электр ўтказувчанлигини тушунтириб берувчи моделлардан биринчисини Друде ишлаб чиқди.

#### 10.1.1 Друде модели

Инглиз физиги Ж. Ж. Томсон 1897 йили электронни кашф этди. Бу кашфиёт мөддаларнинг турли хоссаларини тушунтириш учун катта туртки бўлди. Орадан уч йил ўтгач, Друде ўзининг электр ва иссиқлик ўтказишининг классик(мумтоз) назариясини ишлаб чиқади. Ушбу назарияга асосан металларни эркин электронлар газига ботирилган ионлардан иборат деб тасаввур қилинади. Ундан ташқари, назария яна қуйидаги фарзларга асосланган.

а) Электронлар кристалл бўйлаб эркин кўчиб юра олади. Улар ўз ҳаракатлари давомида кристалл панжараси тугунларидаги ионлар билан тўқнашадилар.

Электроннинг бир-бiri билан тўқнашувлари ҳисобга олинмайди. Икки тўқнашув орасида электрон Ньютон қонунига асосан тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракат қиласди;

б) Электронларнинг металл ионлари билан тўқнашуви оддий зарядсиз шарчалар тўқнашувидек содир бўлади;

в) Электроннинг икки кетма-кет тўқнашувлар орасидаги ҳаракати ўртacha вақти  $\bar{\tau}$  киритилган ва уни электроннинг ўртacha эркин югуриш вақти деб номланади. Электроннинг вақт бирлигидаги тўқнашувлар эҳтимоллиги  $I/\bar{\tau}$  га тенг деб олинган;

г) Электронлар гази тўқнашувлар туфайли термодинамик мувозанатга келади. Уларнинг тўқнашишидан олдинги ва кейинги тезликлари ўзаро боғлиқ эмас.

Металлдаги ҳамма электронлар бир хил ўртача тезликка эга бўлиб, уларни бир атомли идеал газдек тасаввур қилинган.

Металл ўтказгич учларига электр кучланиш қўйилмаганда ундаги эркин электронлар тартибсиз иссиқлик ҳаракатида бўлади. Классик(мумтоз) физиканинг энергияни эркинлик даражалари бўйича тенг тақсимот қонунига асосан, ҳар бир электронга тўғри келувчи ўртача кинетик энергия  $3/2 kT$  га тенг. Бундан ўртача тезликни топишимиш мумкин:

$$\frac{m \bar{u}_T^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad (10.3)$$

ва

$$|\bar{u}|_T = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (10.4)$$

ҳажм бирлигидаги электронлар сони  $n$  га тенг бўлсин, унда электронларнинг ҳажм бирлигидаги кинетик энергияси

$$W_k = \frac{3}{2} nkT \quad (10.5)$$

бўлади. Металлга электр майдон қўйилганда ундаги эркин электронларнинг тартибсиз иссиқлик ҳаракатига майдоннинг таъсир кучи йўналишида тартибли ҳаракат қўшилади. Электронлар гуруҳининг бир томонга қараб силжиши кузатилади. Электронларнинг ташқи электр майдон таъсиридаги бундай ҳаракати дрейф ҳаракати ва ҳаракат тезлиги дрейф тезлик деб аталади. Ташқи майдон электронга  $-e E$  куч билан таъсир қиласи, бу куч таъсирида электрон

$$a = \frac{-eE}{m} \quad (10.6)$$

тезланиш олади. Электроннинг ионлар билан икки кетма-кет тўқнашишлари орасида олган ўртача дрейф тезлиги

$$\bar{v} = a\bar{\tau} = \frac{-eE\bar{\tau}}{m}, \quad (10.7)$$

бунда  $-e$  — электроннинг заряди,  $m$  — унинг массаси.

Маълумки, металл ўтказгичдаги ток зичлигини қўйидагича ёзишимиз мумкин:

$$J = -nev \quad (10.8)$$

Бу ерда  $n$  — бирлик ҳажмдаги электронлар сони. У ҳолда (10.7) ва (10.8) муносабатдан фойдаланиб,

$$j = \frac{m^2 \bar{\tau}}{m} E \quad (10.9)$$

ифодани ҳосил қиласиз. (10.9) ни (10.1) билан таққослаб металлнинг

$$\sigma = \frac{ne^2 \bar{\tau}}{m} \quad (10.10)$$

электр ўтказувчанлигини топамиз. Ушбу ифода ёрдамида металлнинг солиштирма қаршилиги  $\rho$  ни билган ҳолда  $\bar{\tau}$  ни аниқлашимиз мумкин:

$$\bar{\tau} = \frac{\sigma m}{ne^2} = \frac{m}{n\rho e^2}. \quad (10.11)$$

$\rho$  — нинг хона температурасидаги қийматини олиб,  $\bar{\tau}$  ни ҳисоблаганимизда  $\bar{\tau} = 10^{-14} + 10^{-15} \text{ с}$  бўлади. Электроннинг дрейф тезлиги унинг иссиқлик тезлигидан анча кичиклиги учун  $\bar{\tau}$  ни эркин югуриш масофаси  $\bar{\ell}$  орқали қуидагича ёзib олишимиз мумкин:

$$\bar{\tau} = \bar{\ell} / \bar{u}_T. \quad (10.12)$$

Охирги муносабатдан  $\bar{\tau}$  ни билган ҳолда ва хона температураси учун (10.4) дан  $\bar{u}_T$  ни ҳисоблаб ( $\bar{u}_T \approx 10^7 \text{ м/с}$  бўлади), металлдаги эркин электронлар учун  $\bar{\ell} = (1+10)^{\circ} \text{ Å}$  бўлишини аниқлаймиз. Кристалл панжараси ионлари орасидаги масофа ҳам ана шу тартибда бўлишини эътиборга олсан, Друде модели жуда яхши натижага олиб келишига ишонч ҳосил қиласиз. Бироқ паст температураларда назария билан тажриба натижалари бир-биридан узоқлашиб кетади. Тажриба паст температу

раларда  $\bar{\ell} \sim 10^3 \text{ }^{\circ} \text{ Å}$  гача ва ҳатто тоза намуналарда  $10^8 \text{ }^{\circ} \text{ Å} = 1 \text{ см}$  бўлишини кўрсатади.

Бу ҳолни Друде назарияси ёрдамида тушунтириш қийин. Энди  $\bar{\tau}$  нинг температурага боғлиқлигини кўрамиз. (10.4) ва (10.12)лардан

$$\bar{\tau} = \bar{\ell} \sqrt{\frac{m}{3kT}}, \quad (10.13)$$

уни (10.10) га қўйісак, қўйидаги натижага келамиз:

$$\sigma = ne^2 \bar{\ell} \sqrt{\frac{1}{3kTm}} . \quad (10.14)$$

Кўриниб турибдики, Друде моделида ўтказувчанлик  $\sigma \sim T^{-\frac{1}{2}}$  экан. Тажрибалар эса  $\sigma$  нинг  $T^{-1}$  га пропорционаллигини кўрсатади. Бу ҳам металларнинг ушбу модели қийинчиликларидан биридир.

Друде назариясининг яна бир ютуғи уни Видеман — Франц қонуни учун тўғри натижага олиб келишидир. Тажриба усули билан 1853 йилда аниқланган Видеман-Франц қонунига кўра, металларнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти уларнинг электр ўтказувчанлигига нисбати маълум бир температурада барча металлар учун бир хил қийматга эгадир, яъни

$$\kappa/\sigma = LT . \quad (10.15)$$

Бунда  $L$  ўзгармас сон бўлиб, уни Лоренц сони деб ҳам атади. Ушбу қонунни текшириб кўриш учун Друде назариясига асосанланиб Лоренц сонини келтириб чиқарамиз. Бизга  $\sigma$  нинг кўриниши маълум. Демак, металлнинг иссиқлик ўтказувчанлигини топишимиш керак. Таърифга кўра, иссиқлик ўтказувчанлик бирор жисмдаги иссиқлик оқими зичлиги билан температура градиенти орасидаги боғланиш коэффициентидир.

$$q = -\kappa \nabla T . \quad (10.16)$$

Бунда  $q$  — иссиқлик оқими зичлиги, яъни вақт бирлигига бирлик юздан ўтаётган иссиқлик миқдори,

$$\nabla T = \frac{\partial T}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \bar{k} = grad T \quad (10.17)$$

эса температура градиентидир.

$\kappa$  ни топиш учун учларида доимий температуралар фарқи мавжуд бўлган металл стерженин кўриб чиқайлик.  $X$  — ўқини стержен узунаси бўйлаб йўналтирамиз. Бундай стационар бир ўлчовли ҳол учун (10.16) ифода

$$q = -\kappa \frac{dT}{dx} \quad (10.18)$$

кўринишга келади. Стерженнинг турли нуқталарида температура турлича бўлгани учун электроннинг ўртacha иссиқлик энергияси координата ва температурага боғлиқ бўлади  $E=E(x, T)$ . Стержен-нинг бир учидан x масофада жойлашган кесими орқали ўтаётган иссиқлик оқимини ҳисоблаймиз. Бу иссиқлик оқими вақт бир-лигида кесимнинг чап томонидан ўнг томонига ўтаётган элек-тронлар энергияси билан ўнг томондан чап томонга ўтаётган элек-тронлар энергияси фарқига тенг бўлади. Ток йўқлиги назар-да тутилгани учун электронлар сони, албатта тент бўлиши ке-рак. У ҳолда иссиқлик оқими зичлиги учун

$$q = -C_v \Delta T \Delta V / S \Delta t \quad (10.19)$$

ифодани ҳосил қиласиз. Бунда  $C_v$  — ҳажм ўзгармас бўлгандаги металлнинг иссиқлик сигими,  $\Delta T$  — стерженнинг  $\Delta x$  га тенг бўлган масофадаги икки нуқтаси орасидаги темпе-ратуралар фарқи ва  $\Delta V$  стерженнинг узунлиги  $\Delta x$  бўлгандаги ҳажми.  $\Delta x$  ни нолга яқинлаштириб ( $\Delta x \rightarrow 0$ ), x нуқтадаги кесма-дан ўтаётган оқимни топамиз:

$$q = C_v \left( -\frac{dT}{dx} \right) \frac{dx}{dt} = -C_v v_x \frac{dT}{dx} dx. \quad (10.20)$$

Эркин югуриш масофаси кичик бўлган ҳолларда  $dx \approx v_x \bar{t}$  деб олишимиз мумкин. Унда

$$q = -C_v v_x^2 \bar{t} \frac{dT}{dx} \quad (10.21)$$

Бир ўлчовли ҳолдан уч ўлчовлик ҳолга ўтамиш. Бу ҳолда

$$v_x^2 = \frac{1}{3} v^2 \quad (10.22)$$

ва  $dT/dx$  ўрнига  $\nabla T$  ёзилади. Натижада

$$q = -\frac{1}{3} C_v v_T^2 \bar{t} \nabla T \quad (10.23)$$

муносабатни ҳосил қиласиз. Уни (10.16) билан таққослаб ис-сиқлик ўтказувчанлик учун

$$\kappa = \frac{1}{3} C_v v_T^2 \bar{t} = \frac{1}{3} C_v v_T \bar{t} \quad (10.24)$$

ифодага эга бўламиш. Бу муносабат металлардаги эркин элек-тронларнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентидир. Энди Лоренц сонини топишимиз мумкин.

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{C_v m v_T^2}{n e^2} \quad (10.25)$$

(10.5) ифодадан  $C_v$  ни топамиз,

$$C_v = \left( \frac{\partial W_k}{\partial T} \right)_v = \frac{3}{2} k n \quad (10.26)$$

ва (10.3) ни ҳисобга олган ҳолда,

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \left( \frac{k}{e} \right)^2 T \quad (10.27)$$

ни ҳосил қиласиз. У ҳолда Лоренц сони учун

$$L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{3}{2} \left( \frac{k}{e} \right)^2 \quad (10.28)$$

қиймат келиб чиқади. Уни ҳисобласак,  $L=1.11 \cdot 10^{-8}$  Вт·Ом/Кл<sup>2</sup> бўлади. Бу қиймат тажрибадаги натижадан икки марта кам. Шунга қарамай ушбу натижга Друде модели ютуқларидан ҳисобланади, чунки у Лоренц сони металларнинг турига боғлиқ эмаслигини тасдиқлайди.

### 10.1.2. Металларда Холл ҳодисаси

Металл ўтказгични ундаги оқаётган ток йўналишига кўндаланг йўналган магнит майдонга жойлаштирсақ ўтказгичнинг ён томонларида потенциаллар фарқи пайдо бўлаци (10.1- чизма). Бу ҳодиса Холл ҳодисаси деб номланади. Маълумки, магнит майдонда ҳаракатланадиган зарядли заррага Лоренц кучи таъсир этади:

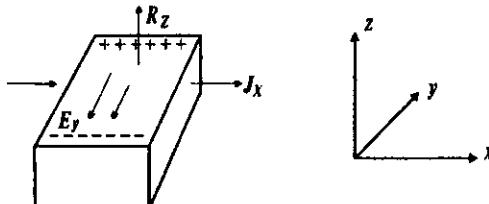
$$\vec{F}_H = \frac{q}{c} [\vec{V} \vec{H}] \quad (10.29)$$

Бунда  $\vec{V}$  — зарра тезлиги,  $\vec{H}$  — магнит майдон кучланганилиги,  $q$  — зарра заряди.

Металл ўтказгичдаги эркин электронларга

$$\vec{F} = -\frac{e}{c} [\vec{V} \vec{H}] \quad (10.30)$$

куч таъсир этади ва бу куч 10.1- чизмадаги ҳол учун  $y$  - ўқи. бўйлаб йўналган. Натижада на-мунанинг  $y$  - ўқига кўндаланг ёқларида по-тенциаллар фарқи ву-жудга келади. Ҳосил бўлган электр майдон кучланганлиги ўтказгич-даги ток зичлиги ва ташқи магнит майдон кучланганлигига пропорционал бўлади:



10.1-чизма. Ҳолл ҳодисасига оид.

$$\bar{E} = R_H [\bar{J} \bar{H}]. \quad (10.31)$$

Бу ифодадаги  $R_H$  – Ҳолл коэффициенти деб аталади. Друде моделига асосланган ҳолда Ҳолл коэффициенти учун

$$R_H = -\frac{1}{en} \quad (10.32)$$

ифода олинган. Бу натижага кўра,  $R_H$  нинг фақат металлардаги заряд ташувчилар зичлигига боғлиқлиги келиб чиқади.

Кўп металлар учун паст температура ва кучли магнит майдонда (10.32) ифода тажриба билан мос келувчи натижалар бе-ради. Аммо, бошқа ҳолларда температура ва магнит майдон кучланганлигига боғлиқ экан. Ҳолл коэффициентини билган ҳолда паст температуралар учун металлардаги заряд ташувчилар зичлигини ҳисоблаб топишимиш мумкин.

### 10.1.3. Металларнинг Лоренц модели

Металларнинг классик моделларидан яна бири 1905 йилда эълон қилинган Г. А. Лоренц моделидир.

Ушбу модел Друде моделидан асосан қуйидагилар билан фарқ қиласди:

- металлдаги эркин электронлар тезликлари Максвел тақсимотига (2 бобга қ.) бўйсунади деб олинади;
- электронларнинг дрейф ҳаракатини ифодаланида Болцманнинг кинетик тенгламасидан фойдаланилади.

Энди бу моделга асосланиб металларнинг электр хоссаларини кўриб чиқамиз. Ташқи энергетик майдон йўқлигига

электронларнинг тезликлар бўйича Максвелл тақсимоти функциясини

$$f dV_x dV_y dV_z = n \left( \frac{m}{2\pi k_a T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[ \frac{-m(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}{2k_a T} \right] dV_x dV_y dV_z \quad (10.33)$$

кўринишда ёзиб оламиз. Болцман тенгламасини соддалаштириш учун металлни изотроп деб ҳисоблаймиз. Бундай ҳолда электронларнинг тақсимот функцияси  $f_o$  ҳам йўналишга (яъни координаталарга) боғлиқ бўлмайди. Металлга бир жинсли  $\vec{E}$  электр майдон қўямиз. Электронларнинг тартибсиз иссиқлик ҳаракати тезликларига бир томонга йўналган дрейф тезлик қўшилади, натижада  $f$  ҳам ўзгаради. Электр майдон кўйилгандан кейинги тақсимот функцияси  $f$  нинг вақт бўйича ҳосиласини оламиз:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_M + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_T. \quad (10.34)$$

Биринчи қўшилувчи  $f$  нинг электр майдон таъсирида ўзгаришини, иккинчиси эса  $f$  нинг электронларнинг ионлар билан тўқнашиши ҳисобига ўзгаришини билдиради.  $f$  нинг координаталарга боғлиқлигини ҳисобга олмаймиз. Биринчи қўшилувчини бошқачароқ кўринишга келтиришимиз мумкин:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_M = \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial f_o}{\partial V} \right) = \left( \frac{-e\vec{E}}{m} \right) \cdot \left( \frac{\partial f_o}{\partial V} \right) \quad (10.35)$$

чунки  $\vec{V} = \vec{a}t = \frac{-e\vec{E}}{m}t$ ,  $\left( \frac{\partial f}{\partial V} \right)$  ҳосилани  $\frac{\partial f_o}{\partial V}$  билан алмаштирилади. Сабаби:  $f_o \approx f$ .

Тезликнинг тўқнашишлар ҳисобига ўзгаришини электронларнинг электр майдондаги тезланиши мувозанатлади. Шунинг учун Лоренц  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_T$  катталикини  $(f - f_o)$  га тўғри пропорционал бўлади деб таҳмин қиласди:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_T = \frac{f_o - f}{\tau_r}, \quad (10.36)$$

бунда  $\tau_r$  — релаксация вақти деб аталади. Ушбу ифодалардан электр майдонда ҳаракатланаётган эркин электронлар учун Болцман кинетик тенгламасини ҳосил қиласиз:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{e\bar{E}}{m} \left( \frac{\partial f_o}{\partial V} \right) + \frac{f - f_o}{\tau_r} = 0. \quad (10.37)$$

Электр майдон таъсирида  $f_o$  дрейф тезлиги йўналиши бўйича бир оз силжийди ва умуман олганда шакли ҳам бир оз ўзгаради, яъни деформацияланади. Лоренц кичик электр майдонлар учун  $f_o$  нинг силжиши ўртacha квадрат  $V_{\text{кв}}$  тезликка нисбатан анча кичик бўлишини кўрсатади. Шунинг учун  $f_o$  нинг деформациясини ҳам ҳисобга олмаса ҳам бўлади, яъни электр майдон таъсирида ўзгармайди деб ҳисобланади.

Металлга қўйилган доимий электр майдон  $\tau_r$  га нисбатан узоқ вақт таъсири этса стационар ҳолат қарор топади. Мувознатий ҳолатда тақсимот функцияси вақтга боғлиқ бўлмайди (ўзгармайди):

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 0. \quad (10.38)$$

У ҳолда (10.37) дан фойдаланиб стационар ҳолат учун

$$f = f_o + \left( \frac{\tau_r e \bar{E}}{m} \right) \left( \frac{\partial f_o}{\partial V} \right) \quad (10.39)$$

ифода оламиз. Энди  $f$  металлдан доимий ток оқаётгандаги электронларнинг тезликлар бўйича тақсимотини билдиради. Майдон  $x$  — ўқи бўйича йўналган деб олсак, ток зичлиги учун қўйидагини ёзишимиз мумкин:

$$J_x = - \int e V_x f dV_x dV_y dV_z \quad (10.40)$$

Бунда  $f$  нинг ўрнига (10.39) ни қўйсак,

$$J_x = - \int [e V_x f_0 dV_x dV_y dV_z] - \int e V_x \frac{e E \tau_r}{m} \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) dV_x dV_y dV_z.$$

Ушбу ифоданинг биринчи қўшилувчиси нолга teng. Демак,

$$J_x = - \int \frac{e^2 \tau_r E}{m} V_x \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) dV_x dV_y dV_z \quad (10.41)$$

(10.1) билан (10.41) ни таққосласак,

$$\sigma = - \int \frac{e^2 \tau_r V_x}{m} \frac{\partial f_0}{\partial V} dV_x dV_y dV_z . \quad (10.42)$$

Релаксация вақтими эркин югуриш масофаси  $\bar{I}$  ва ўртача квадрат тезлик  $V$  орқали ифодалаймиз:

$$\tau_r = \frac{\bar{I}}{V}.$$

$V_x = \frac{1}{3}V$  эканлигини ҳисобга олсак,

$$\sigma = - \int \frac{e^2 \bar{I}}{3m} \frac{\partial f_0}{\partial V} dV_x dV_y dV_z . \quad (10.43)$$

Бундаги  $dV_x dV_y dV_z$  нинг ўрнига тезликлар фазосидаги  $dV$  қалинликдаги сферик қатлам ҳажмини қўйишимиз мумкин. Сферик қатлам ҳажми  $4\pi V^2 dV$  га тенг бўлади. Унда

$$\sigma = \frac{4\pi e^2}{3m} \int_0^\infty \bar{I} V^2 \left( -\frac{\partial f_0}{\partial V} \right) dV . \quad (10.44)$$

Ушбу интегрални ҳисоблаб,

$$\sigma = \frac{4\pi e^2 \bar{I}}{3(2\pi m k T)^{1/2}} \quad (10.45)$$

натижага эришамиз. Бу ифода Друде моделидаги  $\sigma$  дан

$\sqrt{\frac{3\pi}{8}} = 1.09$  кўпайтувчи билан фарқ қиласди. Кўриниб турибдики,

Лоренц модели асосида металларнинг электр ўказувчанлиги учун ҳосил қилинган натижамиз, олдинги Друде назариясиники билан деярли бир хил экан.

Лоренц моделига асосланиб металларнинг иссиқлик ўтказувчанлигини ҳисоблаганимизда,

$$X = \frac{1}{9} C_v \bar{I} \bar{V}_T , \quad (10.46)$$

яъни Друде натижасидан уч марта кичик муносабатга келамиз. Мос ҳолда Лоренц сони ҳам уч марта кичик бўлади. Лоренц моделига асосланиб Холл коэффициентини топсак,

$$R_H = \left( \frac{3\pi}{8ne} \right). \quad (10.47)$$

Натижалар шуни кўрсатадики, бу юқорида баён қилинган икки классик(мумтоз) назариялар металларнинг электр ва иссиқлик ўтказувчанликлари, Холл коэффиценти учун деярли бир хил натижаларга олиб келади. Классик(мумтоз) назариялар асосида Видеман-Франц қонуни, паст температуралардаги ўтказувчанлик ва баъзи қонуниятлар ва катталиклар учун тўғри ифодалар ҳосил қилинади. Лекин, бу назариялар металларнинг иссиқлик сигимини, юқори магнитик сингдирувчанигини, мусбат Холл коэффициентларини ва бошқа кўп ҳодисаларни тушунтира олмас эди. Квант механикаси пайдо бўлиши билан қаттиқ жисмлардаги тажрибада кузатиладиган жуда кўп ҳодисалар ўзининг тўғри талқинини топди. Қаттиқ жисмларнинг квант назариясига асосланган янги моделлари пайдо бўла бошлиди.

#### 10.1.4. Металларнинг Зоммерфелд модели

Зоммерфелд моделининг классик(мумтоз) моделлардан асосан иккита фарқи бор.

Зоммерфелд металлдаги электронларнинг тезликлари бўйича тақсимотини Ферми-Дирак статистикаси таърифлайди деб олади (II бобга қаранг).

Зоммерфелд металлардаги эркин электронлар учун Паули принципи бажарилишини кўрсатади. Паули принципига асосан ҳар бир энергетик сатҳда энергиялари тенг, лекин спинлари қарама-қарши йўналган иккитадан ортиқ электронлар жойлаша олмайди.

Зоммерфелд назариясида электр ўтказувчанлик учун қўйидаги ифода ҳосил қилинади:

$$\sigma = - \frac{4\pi e^2}{3m} \int_0^\infty V^2 \tilde{f} \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) dV = \frac{-8\pi e^2}{3m^2} \int_0^\infty \tilde{f} E \left( \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (10.48)$$

Бунда тақсимот функцияси  $f_0$  ни Ферми-Дирак тақсимоти

$$f_0(\epsilon) = \frac{2(m/h)}{\exp\left(\frac{mV^2 - 2E_F}{2kT}\right) + 1} = 2(m/h)^3 f(E) \quad (10.49)$$

Кўринишида оламиз. Бундаги  $E_F$  ни Ферми энергяси деб атади.

$f(E)$  эса  $E$  — энергияли сатҳнинг электронлар билан тўлғанлиги эҳтимоллигини билдирувчи функциядир (II бобга қаранг):

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{k T}\right) + 1}. \quad (10.50)$$

(10.49)ни (10.48) га қўямиз ва  $V(E_F) = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}$  дан фойдаланиб,

$$\sigma = \frac{-2e^2 m}{3\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \bar{I}E \left( \frac{\partial f(E)}{\partial E} \right) dE = \frac{-ne^2}{mV^2(E_F)} \int_0^\infty \frac{\lambda E}{E_F} \left( \frac{\partial f(E)}{\partial E} \right) dE \quad (10.51)$$

муносабатни оламиз. Бундаги

$$\int_0^\infty \frac{\bar{I}E}{E_F} \left( \frac{\partial f(E)}{\partial E} \right) dE = \bar{I}(E_F) \quad (10.52)$$

катталик энергияси  $E$  га тенг бўлган электроннинг ўртacha эркин югуриш масофасини билдиради. Унда электр ўтказувчанлик учун

$$\sigma = \frac{ne^2 \bar{I}(E_F)}{mV(E_F)} \quad (10.53)$$

ифодани ҳосил қиласиз. Зоммерфелд назариясига асосан электр ўтказувчанликда ҳамма электронлар қатнашмайди, унда фақат Ферми сатҳи яқинидаги электронларгина қатнаша оладилар. Электроннинг тезлиги ҳам энди иссиқлик ҳаракати тезлиги эмас, балки Ферми сатҳидаги электрон тезлиги олинади. Ўртacha эркин югуриш вақтини киритамиз:

$$\tau_m = \bar{I}(E_F)/V(E_F). \quad (10.54)$$

Унда электр ўтказувчанлик

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau_m}{m}. \quad (10.55)$$

Кўринишидан бу ифода олдингиларига ўхшасада, лекин бутунлай бошқа қийматга тенг бўлган катталикдир.  $\tau_m$  Ферми

сатҳидаги электронларнинг икки кетма-кет тўқнашишлар орасидаги ўртача эркин югуриш вақтидир. Зоммерфелд электроток, ўтказишда қатнашувчи электронлар сони Друде моделидаги эркин электронлар сонидан анча кичик эканлигини кўрсатиб этди. Ушбу назарияда Лоренц сони учун

$$L = \kappa / \sigma T = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k}{e} \right)^2 = 2,44 \cdot 10^{-8} B_m \text{ Om} / \text{K}^2 \quad (10.56)$$

қиймат олинди. Бу тажрибадаги натижалар билан мос келади.

Холл коэффициенти учун эса қуйидаги муносабатга келамиз.

$$R_H = -\frac{1}{ne}, \quad (10.57)$$

и энергияси  $E_F$  га тенг бўлган электронларнинг зичлиги. Зоммерфелд назарияси металларнинг физик хоссаларини тушунитириб беришда яна бир янги қадам бўлди. Унда электронларнинг тезликлари ва энергиялар бўйича тақсимоти учун биринчи марта Ферми-Дирак тақсимоти кўлланди. Классик(мумтоз) моделлардаги эркин электронлар гази тушунчаси ўрнига ўтказувчанликда қатнашувчи электронлар тушунчаси кўлдана бошланди.

Кейинроқ яратилган зоналар назарияси Зоммерфелдинг кўпгина хуносалари тўғри эканлигини тасдиқлади.

## 10.2. Металларда иссиқлик ҳодисалари

### 10.2.1. Металларнинг иссиқлик сифими

Олдинги бўлимда металларни иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти  $\kappa$  ни бир неча классик моделларга асосланган ҳолда топдик. Энди эса уларнинг иссиқлик сифимини кўриб чиқамиз.

Эркин электронлар газига асосланган назариялар учун биз юқорида (10.26) ифодани ҳосил қилгандик. Ушбу ифодага асосан металларнинг иссиқлик сифимининг асосий улушини эркин электронлар ҳосил қиласди. Тажрибалар эса буни тасдиқламади.

Зоммерфелдинг (1928) Ферми-Дирак тақсимотига асосланган моделига кўра, металлардаги электронларнинг кўп қисми Ферми энергиясидан бир ёки бир неча  $kT$  қадар кичик бўлган энергияларга эга бўлади. Бу электронлар энергия ал-

машинувчи түқнашишларда, шунингдек, иссиқлик ва электр-үтказиша қатнаша олмайдилар, чунки уларга яқин барча энергетик сатҳлар электронлар билан тұла ва у сатҳларға үтиш Паули принципига асосан тақиқланған. Ҳарорат градиенті ва ташқы электрик майдонни фақат юқори энергиялы ( $E=4kT$ ) электронларғина «сеза» оладилар ва улар электр токи ва иссиқлик үтказиша қатнашадилар. Бундан Зоммерфелд  $E_F$  яқинидаги электронлар ҳолатигина металларни иссиқлик ва электр хоссаларини аниклайды деган тұғыры холосага келди.

Зоммерфелд моделига асосланиб иссиқлик сифимини топамиз. Мұтлоқ нол температурада металлнинг бирлик ҳажмидаги электронларнинг тұлық энергиясы

$$U_0 = \int_0^{E_F} Eg(E) dE = \frac{E_F^{5/2}}{5\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (10.58)$$

муносабат билан аникланади. Электронлар зичлигі

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{E_F} \sqrt{E} dE = \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2mE_F}{\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (10.59)$$

бўлишини ҳисобга олсақ,

$$U_0 = \frac{3\pi E_F}{5} \quad (10.60)$$

келиб чиқади. Демак,  $T=0K$  бўлганда ҳар бир электрон ўртача  $\frac{3}{5}E_F$  энергияяга эга бўлади. Нолдан фарқли температураларда иссиқлик ҳаракати натижасида  $E_F$  дан пастроқдаги сатҳдан электронлар  $E_F$  дан юқоридаги сатҳларға үтиб туради. Шунинг учун нолдан фарқли температурада

$$U = \int_0^{\infty} Eg(E) f(E) dE$$

ёки

$$U = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{E^{3/2} dE}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \quad (10.61)$$

Баъзи соддалаширишлардан сўнг ушбу интегрални ҳисоблаб  $kT \ll E_F$  учун

$$U \approx U_0 + \frac{n\pi^2 k^2 T^2}{4E_F} \quad (10.62)$$

муносабатни оламиз. Бундан электронларнинг иссиқлик сигими  $C_e$  учун

$$C_e = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{n\pi^2 k^2 T}{2E_F} \quad (10.63)$$

натижага келамиз. Классик(мумтоз) сигимни  $C_{k,T} = (3/2)nk$  билан белгиласак,

$$C_e = \frac{\pi^2 k T}{3E_F} C_{k,T} \quad (10.64)$$

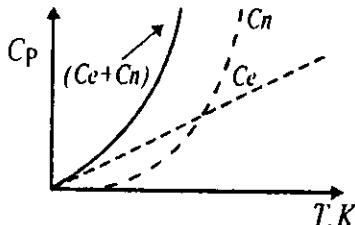
ифодә ҳосил бўлади. Электронларнинг иссиқлик сигими  $C_{k,T}$  сифимдан  $E_F/3kT$  марта кичик экан. Баъзан буни металларнинг иссиқлик сигимини айниши деб ҳам аталади.  $kT \ll E_F$  шарт бажарилган электронлар газини айнигаран электронлар гази деб номланади. Металларнинг тўлиқ иссиқлик сигими Дебай кўрсатгандек панжаравий ташкил этувчидан ва электрон гази иссиқлик сигими  $C_e$  дан иборат. Паст температураларда панжаравий ташкил этувчи  $T^3$  га,  $C_e$  эса  $T$  га пропорционал, шунинг учун  $C_e$  ни паст температураларда ўлчанади. Электронлар солиштирма иссиқлик сигимини Ферми сатҳидаги ҳолатлар зичлиги  $g(E_F)$  орқали ифодалашимиз мумкин:

$$C_e = \left( \frac{\pi^3}{3} \right) k^2 T g(E_F). \quad (10.65)$$

Хулоса қилиб шуни айтиш мүмкинки, металларнинг иссиқлик сигими асосан иккита қисмдан ташкил топган:

$$C_P = AT + BT^3 \quad (10.66)$$

Биринчи қўшилувчилар металлардаги электронларнинг улуши бўлиб, бу сигимига классик(мумтоз) назариялардан фарқли ўлароқ, фақат энергияси Ферми энергияси  $E_F$  дан каттароқ бўлган электронларгина ҳисса қўша олади. Паст температураларда ( $T \rightarrow 0K$ ) ушбу қўшилувчи мухим ўрин тутади.



10.2- чизма. Металлар иссиқлик сиғими,  $c_{\text{нан}}$ -иссиқлик сиғимининг панжаравий ташқил этувчиси;  $c_e$ - электрон ташқил этувчиси.

## **10.2.2. Металларнинг солишиштирма электрик қаршилигининг температура коэффициенти**

Металларнинг электр қаршилиги температурага боғлиқ равишда ўзгаради. Температура ортиши билан қаршилик ортиб боради, пасайганда эса маълум бир температурагача пасайиб боради. Жуда паст температураларда металларнинг солиштирма қаршилиги маълум бир қийматга  $\rho_A$  га эришади ва у температура ўзгаришига боғлиқ бўлмайди.  $\rho_A$  металлдаги ёт аралашмаларга ва нуқсонларга боғлиқ бўлиб, уни қолдиқ қаршилик деб ҳам юритилади. Ҳозирги тасаввурларга кўра, металлнинг солиштирма электр қаршилиги электронларнинг фононлар ва нуқсонлар билан таъсирилашувидан келиб чиқади, яъни

$$\rho = \rho_\phi + \rho_H \quad (10.67)$$

ёки ўтказувчаплик орқали ёзсан,

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_\phi} + \frac{1}{\sigma_n}. \quad (10.68)$$

Охирик икки ифода Маттисен қоидаси леб номланади. Юқори (хона) температураларида солиштирма қаршиликнинг температурага бояликлиги

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha T) \quad (10.69)$$

кўринишида бўлади, бунда  $\alpha$  - солиширма электр қаршиликнинг температура коэффициенти деб аталади. Баъзи металлар учун  $\alpha$  нинг қийматлари 10.1- жадвалда келтирилган.

### 10.1-жадвал

№	Металл иниши	$\alpha, 10^{-3} \text{C}^{-1}$	№	Металл иниши	$\alpha, 10^{-3} \text{C}^{-1}$
1	Алюминий	1,2	12	Калайн	4,4
2	Волфрам	5	13	Платина	3,9
3	Темир	6	14	Қўрошин	3,7
4	Олтин	4	15	Симб	1,0
5	Константан	0,05	16	Кумуш	4,1
6	Жез	0,1-0,4	17	Рух	4,2
7	Магний	3,9	18	Пулат	1-4
8	Мис	4,3	19	Мантан	0,01
9	Никелин	0,1	20	Чумин	1,0
10	Никел	6,5	21	Фекрал	0,1
11	Нихром	0,1	22		

Мутлоқ нолга яқин температурадарда (10.69) ифода бажарилмайди, унда солиширма қаршиликни

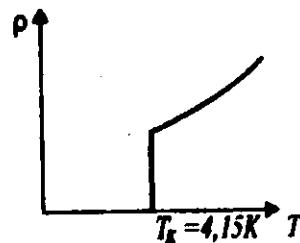
$$\rho = \rho_A + AT^2 + BT^3 \quad (10.70)$$

ифода билан аниқланади. Ушбу муносабатдаги  $BT^3$  кўшилувчи электронларнинг паізжара тебранишлари билан таъсирини ҳисобга олади,  $AT^2$  эса электронларнинг ўзаро тўқнашувини ҳисобига ҳосил бўлган қаршилиkdir. А ва В лар температурага боғлиқ бўлмаган доимийлардир.

### 10.2.3. Ўта ўтказувчаник

Ҳарорат пасайиши билан металларнинг солиширма қаршилиги  $\rho_A$  га интилади. Металл қанча тоза ва нуқсонсиз бўлса,  $\rho_A$  шунча кичик бўлади. Баъзи металларнинг электр қаршилиги маълум бир паст температурага стдана кескин камайиб нолга тенг бўлиб қолади.

Бу ходиса ўта ўтказувчаник ходисаси деб номланади. Уни биринчи



10.3- чизми. Ўта ўтказувчаникка оид чизми.

бўлиб 1911 йили голландиялик физик X. Камерлинг-ОНнес симобда кузатди (10.3- чизма). Ҳарорат пасайиб  $T_k=4,15K$  га етганда симонинг электр қаршилиги бирдан йўқолар экан, яъни нолга тенг бўлади. Ўта ўтказувчаникка ўтиш температураси  $T_k$  яқин йилларгача 23К дан ( $Nb_3Ge$ ) ортмаган эди. Бу эса уларни фан ва техникада кенг қўлланишига тўсқинлик қиласди, чунки паст температураларни ҳосил қилиш техник жиҳатдан қийин ва қимматдир. 1986 йили немис физиги Мюлле La, Ba, Cu, O лардан тузилган керамик қотишмада 60K да ўта ўтказувчаникни кузатди. Кейинроқ La ни Y билан алмаштирилганда Y-Ba-Cu-O керамикада  $T_k = 94K$  эканлиги аниқланди. Бу янгилик қаттиқ жисмлар физикасининг катта ютуғи эди. Ушбу ўта ўтказувчан материаллар учун  $T_k$  суюқ азотнинг қайнаш температураси  $T_k = 77,4K$  дан ҳам ошиб кетди. Бу эса уларнинг техникадаги қўлланилишини ва уларни ўрганишни анча осонлаштириди, чунки суюқ азотни олиш нисбатан осон ва арzonдир. Ўта ўтказувчаник ҳодисаси очилгандан сўнг 46 йил давомида унга ҳеч қандай эътибор берилмади.

1957 йили Бардин, Купер ва Шриффер биринчи бўлиб ўта ўтказувчаник назариясини ишлаб чиқдилар (БКШ – назарияси).

Унга асосан, металлардаги икки электрон орасидаги ўзаро таъсир энергияси икки қисмдан иборат:

$$V = V_k + V_a \quad (10.71)$$

$V_k$  улар орасидаги кулон таъсир кучларининг потенциал энергияси.  $V_k$  доим нолдан катта бўлади, яъни электронлар бир-бирига қарама қарши кучлар билан таъсир этадилар.

$V_a$  – эса электронларнинг кристалл панжара билан ўзаро таъсир энергиясини ифодалайди.

Бу энергия паст температураларда манфий бўлиши ҳам мумкин экан. Бу эса электронларнинг кристалл панжараси воситасида бир-бирига тортилишини билдиради (маълумки, икки зарра орасидаги таъсир энергияси манфий бўлса, бу зарралар ўзаро тортишади).

БКШ назариясига асосан ана шу куч таъсирида электронлар бир хил бўлишига қарамай ўзаро жуфтлар ҳосил қиласдилар. Уларни Купер жуфтлари деб аталди.

Купер жуфтларидағи электронларнинг спинлари қарама-қарши йўналган бўлиб, умумий спин нолга тенг, шунинг учун улар Бозе-Эйнштейн статистикасига бўйсунади. Ўта ўтказувчанлик ҳосил қилишда металларда Купер жуфтлари асосий роль ўйнайди. Кўп ҳолларда Купер жуфтларининг ўта оқувчанлик билан қиёслаб, Бозе конденсати деб юритилади.

Хозирги кунда ўта ўтказувчанликнинг бошқа механизми (масалан, экситон механизми) тўгрисида янги фикрлар мавжуд. Ўта ўтказувчанлик механизмлари тўлиқ ишлаб чиқилмаган ва ҳозир изчил изланишлар давом этмоқда.

#### 10.2.4. Металлардаги термоэлектрик ҳодисалар

##### 10.2.4.1. Зеебек эффекти

Ингичка металл стерженни олиб унинг икки учини  $T_1$  ва  $T_2$  температураларда сақлаймиз. Стержен бўйлаб температура фарқи пайдо бўлади. Иссикроқ  $T_1$  температурали учидан со-вуқроқ  $T_2$  учига қараб иссиқлик оқими вужудга келади. Хона температураларида иссиқлик асосан кристалл панжараси тебранишлари ҳисобига фононлар орқали узатилади.

Температура градиенти (фарқи) металлнинг икки учидаги электр юритувчи куч (э.ю.к)  $E$  ҳосил қиласи. Бу ҳодиса Зеебек эффекти деб номланади (уни 1821 йили немис физиги Зеебек очган).

Ҳосил бўлган э.ю.к температура  $T=1+100^\circ\text{C}$  бўлганда,

$$E=\alpha(T_1-T_2) \quad (10.72)$$

ифода билан аниқланади. Бунда  $\alpha$  - Зеебек коэффициенти (ёки термо э.ю.к коэффиценти) деб аталади. Стерженда термо э.ю.к нинг пайдо бўлиши қўйидагича изоҳланади.

Стерженнинг иссиқ учидан совуқ учига йўналган фононлар сони совуқ учидан иссиқ учига йўналган фононлар сонидан кўп бўлади. Фононлар ўзлари билан бирга эркин электронларни эргаштириб кета оладилар. Натижада стерженнинг совуқ томонида электронлар сони кўпайиб кетади, иссиқ томонида эса ортиқча мусбат заряд пайдо бўлади. Бу эса стерженда э.ю.к ни вужудга келтиради. Зеебек эффекти икки хил ўтказгич бирбирига уланганда ҳам кузатилади. Бунда температуралар фарқи ўтказгичларнинг уланиш нуқтаси билан бошқа учлари орасида ҳосил қилинади. Ушбу ҳолда ҳам (10.72) ифода ўринли бўлади.

Ўзаро уланган икки хил ўтказгичларни термо жуфт деб аталади. 10.2-жадвалда бири қўрошиндан бўлган термо жуфтлар учун  $\alpha$  нинг қийматлари келтирилган. Жадвалдаги манфий ишора ток иккинчи ўтказгичдан қўрошин ўтказгич томон оқаётганини англатади.

## 10.2-жадвал

№	Металл+Рb	$\alpha, 10^{-6} \text{В/К}$	№	Металл+Рb	$\alpha, 10^{-6} \text{В/К}$
1	Темир	15	12	Симоб	-4,4
2	Молибден	7,6	13	Платина	-4,4
3	Кадмий	4,6	14	Натрий	-6,5
4	Волфрам	3,6	15	Палладий	-8,9
5	Мис	3,2	16	Калий	13,8
6	Рух	3,1	17	Никел	-20,8
7	Олтин	2,9	18	Висмут	-68,0
8	Кумуш	2,7	19	Хромел	24,0
9	Қалай	-0,2	20	Нихром	18
10	Магний	-0,0	21	Алюмел	-17,3
11	Алюминий	-0,4	22	Копел	-38
			23	Константан	-38

Термојуфтлар ёрдамида юқори температураларни ўлчаш қулај. Жадвалдаги келтирилган натижаларни жуда аниқ деб бўлмайди, чунки термо э.ю.к қиймати металлар уланган жойдаги ёт аралашмалар, кристалл доначалар йўналишига кучли боғлиқ бўлади.

### 10.2.4.2. Томсон эфекти

Доимий температура фарқи ҳосил қилинган металл стерженни кўриб чиқамиз. Унинг иссиқ учи температураси  $T_1$ , соvuқ учи температураси  $T_2$  бўлсин. ўтказгични доимий ток манбаига улаймиз.

Ундан электр токи ўта бошлайди ва Жоул-Ленц қонунига кўра

$$Q_X = I^2 R t \quad (10.73)$$

миқдорда Жоул иссиқлиги ажralиб чиқади. Бунда  $I$  — стержендаги ток кучи,  $R$  — унинг электр қаршилиги ва  $t$  — ток ўтиш вақти. 1856 йили инглиз физиги У. Томсон (лорд Келвин) юқорида келтирилган доимий температура градиентига эга бўлган (бир учи  $T_1$  ва иккинчи учи  $T_2$  температурали) токли ўтказгичда Жоуль иссиқлиги  $Q_X$  дан

ташқары яна құшимча иссиқлик миқдори –  $Q_S$  ажралиб чиқиши, ёки ютилиши мүмкін эканлыгина олдиндандан айтиб беради. Бу фикр кейинчалық француз физиги Леру тажрибала-рида тасдиқланғанда ва Томсон эффекті деб номланған. Үтказгичда ажралиб чиқаётган тұлық иссиқлик миқдори,

$$Q = Q_{\text{Ж}} \pm Q_S \quad (10.74)$$

күринишда ёзилади.  $Q_S$  нинг ишораси токнинг ва температура градиентининг ўзаро йұналишига боялған. Агар ток үтказгичнинг совуқ учидан иссиқ учы томон йұналса,  $Q_S$  мусабат бўлиб үтказгичда құшимча иссиқлик миқдори ажралиб чиқади. Бунда металлдаги электронлар иссиқ учидан совуқ учы томон йұналади. Ток йұналишини тескарига ўзгартирасак,  $Q_S$  манфий ва иссиқлик ютилади.

Металларнинг эркін электронлар назарияси доирасида ушбу ҳодиса қуйидагича изоҳланади.

Үтказгичнинг иссиқ қисмидаги электронларнинг ўртача кинетик энергияси совуқ қисмидагидан катта бўлади. Ташқи электр юритувчи куч таъсирида электронлар металлнинг совуқ қисмига қараб дрейф ҳаракат қылғанда, совуқ қисмга етиб келгач, кристалл панжараси ионлари билан тўқнашиб, бир қисм энергияларини уларга беради ва «совийди».

Натижада уларнинг ўртача кинетик энергияси үтказгичнинг совуқ қисмидаги электронларники билан тенглашади. Бунда үтказгичда құшимча  $Q_S$  миқдорда иссиқлик ажралиб чиқади.

Агар ток йұналишини ўзгартирасак, совуқ электронлар үтказгичнинг иссиқ қисмига қараб ҳаракат қиласи ва термо динамик мувозанатга келиш учун панжара ионларининг бир қисм энергиясини ютади. Томсон иссиқлиги  $Q_S$  үтказгичдан оқиб ўтган заряд миқдори ва уннинг учларидаги температуралар фарқига пропорционал::

$$Q_S = \tau_T (T_1 - T_2) It. \quad (10.75)$$

Бунда  $\tau_T$  Томсон коэффиценти деб аталади.

Ушбу ифода хона температурасига яқын ва унча катта бўлмаган температуралар оралиғида бажарилади. Томсон наза-

риясига асосон, икки ўтказгичдан ясалган термојуфтликларнинг -  
α Зеебек коэффициенти Томсон коэффициентига боғлиқ экан.

$$\tau_T = T \frac{d\alpha}{dT}. \quad (10.76)$$

Охирги ифода Томсон ва Зеебек ҳодисаларини ўзаро  
боғловчи муносабатдир.

#### 10.2.4.3. Пелте эффекти

Икки турдаги бир хил температурали ўтказгич бир-бирига  
уланган жойдан  $I$  ток ўтганда, у жойда кўшимча  $Q_n$  иссиқлик  
миқдори ажralиб чиқиши ёки ютилиши ҳодисаси Пелте эф-  
фекти деб аталади. Бу ҳодисада ҳам иссиқликнинг ютилиши  
ёки ажralиб чиқиши ток йўналишига боғлиқ. Ҳодисани бирин-  
чи бўлиб 1834 йили француз физиги Ж. Пелте кузатган.

Ажralиб чиқсан иссиқлик миқдори

$$Q_n = I \Delta \Pi \quad (10.77)$$

ифода билан аниқланади. Бунда

$$\Delta \Pi = (\alpha_1 - \alpha_2) T \quad (10.78)$$

бўлиб,  $\Pi$  ни Пелте коэффициенти деб номланади.

$\alpha_1, \alpha_2$  лар эса ўтказгичларнинг термоэлектрик (Зеебек) коэф-  
фициентлари.

Пелте ҳодисаси кўп ҳолларда электр тармоқлар учун зарар-  
лидир. Электр энергияни узатишда ва фойдаланишда турли  
хил ўтказгичлар қўлланилади (алюминий, мис, жез, никром ва  
бошқалар). Уларнинг бир-бирига уланиш нуқталарида эса  
фойдасиз кўшимча  $Q_n$  иссиқлик миқдори ажralиб чиқади.  
Бу иссиқлик ўтказгич контактларининг қизишига олиб келади.  
Натижада ўтказгичларнинг атмосферадаги кислород билан ок-  
сидланиш жараёни (занглаши) төзлашади. Ушбу ҳодиса билан  
курашиш учун, (10.78) ифодадан кўриниб турибдики,  $(\alpha_1 - \alpha_2)$   
ни камайтириш керак. Бу ҳолларда эса уловчи қурилмалар  
(розетка, вилка ва ҳ.к.) материалининг α си  $\alpha_1$  ва  $\alpha_2$  оралигига  
танлаб олинади.

Масалан, алюминий ва мис ўтказгичларнинг уланиш  
нуқталарида жез ишлатилади.

---

Пелте эффекти турли металлардаги электронларнинг ўртача энергиялари бир хил температурада ҳам турлича бўлиши билан тушунтирилади. Дарҳақиқат, металлдаги электронларнинг ўртача энергияси уларнинг энергетик спектрига, концентрациясига ва энергиясини йўқотиш механизмларига боғлиқ. Электронлар э.ю.к таъсирида бир металдан иккинчи сига ўтганда ўзининг ортиқча энергиясини кристалл панжараси ионларига беради, ёки электроннинг энергияси кам бўлса, қўшимча энергия ютади.

Бу ҳодиса электронларнинг ўртача энергияси фарқи катта бўлган ўтказгичларда (масалан, металл – ярим ўтказгич контактида) яққол намоён бўлади. Пелте эффектидан техникада совуткичлар тайёрлашда фойдаланилади.

### 10.3. Металларнинг зоналар назарияси

Зоналар назариясига мувофиқ қаттиқ жисмлардаги электронлар энергияси кетма-кет жойлашган маълум бир энергия оралиқларидағи қийматларнингина қабул қила олади. Бу энергия оралиқлари рухсат этилган энергия зоналари деб аталади.

Электронлар қабул қила олмайдиган энергия оралиқларини тақиқланган зоналар дейилади.

Металл атоми ёлгиз турганда ундаги барча электронлар аниқ энергия қийматларига эга бўлади.

Унга иккинчи атомни яқинлаштирасак, улардаги электрон булутлар ўзаро кириша бошлайди.

Энергетик сатҳлар ва ундаги электронлар иккала атом учун умумий бўлиб қолади. Лекин, Паули принципига асосан бир энергетик сатҳда иккита қарама-қарши спицли электронлардан ортиқча электронлар жойлаша олмайди, шунинг учун сатҳларнинг кенгайиши (айниши) кузатилади. Ҳар бир сатҳ иккита ёнма-ён жойлашган сатҳга айланади. Энди агар атомлар сони иккита эмас, жуда кўп ( $N$  та) бўлса, кенгайган икки сатҳлар орасида яна  $N-2$  та сатҳ жойлашади. Натижада ёлгиз атомнинг энергетик сатҳидан рухсат этилган зона ҳосил бўлади.

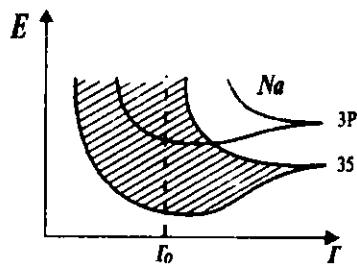
Зонадаги сатҳлар орасидаги фарқ жуда кичик бўлади (макроскопик кристаллар учун), шунинг учун ундаги электронлар энергияси деярли узлуксиз ўзгаради деб олишимиз мумкин.

10.4- чизмада натрий металли атомларининг  $3s$  ва  $3p$  сатҳларининг кенгайиши кўрсатилган. Чизмадан кўриниб турибдики, натрий атомлари орасидаги масофа кичрайиб борган сари сатҳлар парчаланиши катталашади.

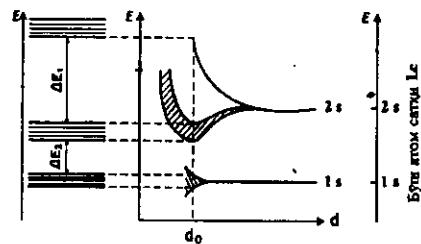
Бунда  $r_0$  нормал шароитда натрий кристалли атомлари орасидаги масофа. Демак, натрий атомлари кристалл ҳолатда  $3p$  ва  $3s$  сатҳлари кенгайиб бир-бирини қоплаб кетувчи рухсат этилган зона ҳосил қиласр экан. Зоналар назариясига асосланниб, металларнинг, қолаверса бошқа қаттиқ жисмларнинг физик ҳоссаларини тушунтириш анча қулай. Металларнинг электр ўтказувчанлиги зоналар назариясида уларда электронлар билан тўлиқ тўлдирилмаган энергетик зоналарнинг борлиги билан тушунтирилади.

Бундай зонада электрон ўз энергиясини узуулуксиз кичик қийматларга ўзгартира олади, чунки зонада тўлдирилмаган сатҳлар кўп.

Бундай чала тўлдирилган зонани ўтказувчанлик зонаси деб ҳам аталади. 10.5- чизмада литий кристаллининг зоналари кўрсатилган. Энг пастки зона  $1s$  — сатҳнинг кенгайишидан ҳосил бўлган ва у электронлар билан тўла. Уни валент зонаси деб аталади.  $2s$  — сатҳнинг айниши (парчаланиши) ҳисобига ҳосил бўлган иккинчи зона эса чала (ярми) тўлган. Ундаги электронлар озгина ташқи таъсир натижасида энергияларини оширишлари мумкин. Бунинг учун зонада бўш сатҳлар мавжуд. Кристаллга ташқи электр майдон ёки температура градиенти куйилганда иккинчи зонадаги электронлар осонлик билан ўз тезликларини, ҳаракат йўналишини ва энергияларини ўзгартира оладилар. Литий кристаллининг электр токи ва иссиқликни яхши ўтказишини ана шу ўтказувчанлик зонаси мавжудлиги билан тушунтириш мумкин.



10.4- чизма. Натрий металлида электронлар энергиялари зонаси ҳосил бўлиши.



10.5-расм. Литий металлида энергия зоналари ҳосил бўлиши

Умуман барча металлар учун ана шундай чала тўлган энергетик зоналарнинг бўлиши хосдир. Металларнинг зоналари тузилишини 3 турга ажратиш мумкин.

Биринчи турга юқорида кўрган литий кристали мисол бўла олади. Бундай металларнинг зоналари бир-бiriни қопглайди. Улар алоҳида ажратилган ҳолда жойлашадилар ва кўйи зоналардан бири қопланмаган бўлади (10.6- чизма, а). Рассмда катак чизиқларда электронлар билан тўлган сатҳлар белгиланган, А — юқоридаги зонанинг пастки чегараси (туби), В — пастдаги зонанинг шиғи.

Иккинчи турдаги зонада натрий кристаллини мисол қилишимиз мумкин. Бундай металларда пастдаги зона тўлмаган бўлиб юқоридаги зона пастки зона устига қопланиб кетади (10.6- чизма, б).

Натижада жуда кенг ўтказувчанлик зонаси ҳосил бўлади.

Учинчи турдаги зонада пастки зона электронлар билан тўлади, лекин юқориги зона билан қопланиш ҳисобига ўтказувчанлик зонаси вужудга келади (10.6- чизма, в). Бунга магний кристаллини мисол қилишимиз мумкин. Магнийнинг электрон конфигурацияси  $[1s^2 2s^2 2p^6 3s^2]$  кўринишга эга. Магний атомини барча энергия сатҳлари электронлар билан тўлдирилган. Агар магний кристаллида сатҳлар бир-бiriни қопламасдан кенгайганида у изолятор бўлиши керак эди, чунки унда чала тўлдирилган сатҳ йўқ. Аслида эса магний кристаллидаги  $3p$  сатҳ кенгайиши натижасида  $3s$  сатҳ зонасини бироз қопглаб туради. Натижада  $3s$  сатҳ юқорисида бўш сатҳлар ҳосил бўлади. Шунинг учун магний ҳам металлар хоссасини намоён қиласди.

#### 10.4. Металларда электрон эмиссияси

Электронларнинг бирор таъсир натижасида металлдан учиб чиқиши ҳодисаси электрон эмиссияси деб аталади. Электрон эмиссияси асосан уч хил бўлади: термоэлектрон, авто ва фото эмиссия (ташқи фото эффект).



10.6- чизма. Энергия зоналарининг учта хусусий ҳоли

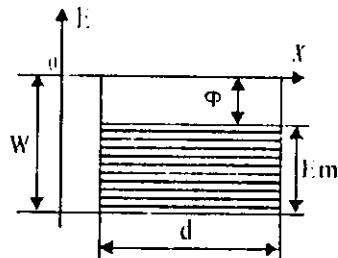
Металлниң қыздырганнанда уннан сиртидан электронларнин учиб чиқинини термоэлектрон эмиссиясы деб аталади. Үнбү ҳодисаларни түшүнтиришила металл ичидағи түрли жараёнларнинг ахамияты учын көпта бүлмаганлығы учун, потенциал ўра моделидан фойдаланылади. Моделге ассоан металл чуқурлығы  $W$  га тең потенциал ўрадан ташкил топтан. Бу энергия манфий бүлгендігінде учун металл билан электронлар орасыда торғаннан күчі мавжуд.  $E_m$  электронларнинг максимал кинетик энергиясы,  $\phi$  – чиқини иши ва  $d$  – металлнинг узунлығы (10.7- чизма).

Металл қыздырылған сары исекілдік флуктуациялары натижасында энергиясы  $E > W$  бўлган электронлар сони ортиб боради. Бу электронларнинг бир қисми металл сиртига учиб чиқади, бир қисми эса сиртидан орқага қайтади. Температура ошган сары металл сиртидан чиқувчи электронлар сони тобора ортиб боради. Агар металлга ташкил электр майдон қўйсак (бунда манфий күтбни металлга улаймиз), металлдан учиб чиқкан электронлар электр токи ҳосил қиласади. Ҳосил бўлган ток зичлиги учун

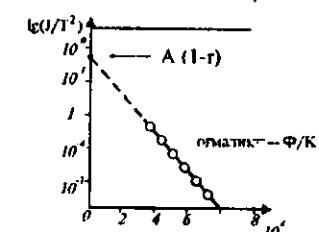
$$j = AT^2(1-r)\exp(-\frac{\phi}{kT}) \quad (10.79)$$

муносабат ўринли бўлади ва уни Ричардсон-Дэйлман қонуни деб аталади. Бунда  $r$  – электронларнинг металл сиртидан қайтиши коэффициенти,  $A = (\epsilon m k^2 / 2\pi^2 h^3) = 1.2 \cdot 10^6 \text{ A/(m}^2\text{k}^2)$ . Чиқини иши  $\phi$  билан  $A(1-r)$  ларни  $\ln(j/T^2)$  нинг  $1/T$  га боғлиқлиги графигидан тажрибаса аниқланиши мумкин (10.8- чизма).

Графикни ордината ўқи билан кесиншган нүктаси  $A(1-r)$  га тең бўлади. Оғиш бурчаги тангенсий



10.7- чизма. Чиқини ишини түшүнтирадиган чизма.



10.8- чизма. Термоэлектрон токинин температурага болшаниши.

эса  $(-\phi/k)$  та тенг. 10.3- жадвалда барын металлар учун чиқиши иши ва  $A(1-r)$  Ричардсон доимийларининг ўлчаш натижалари көлтирилган.

10.3- жадвал

№	Металл	Чиқиши иши $\phi, \text{эВ}$	$A(1-r), \text{A}/(\text{м}^2 \text{к}^3) \cdot 10^8$
1	Платина	5.3	0.32
2	Вольфрам	4.5	0.72
3	Молибден	4.4	1.15
4	Тантал	4.1	0.37
5	Калий	3.2	0.60
6	Барий	2.5	0.25
7	Цезий	1.8	1.60
8	Цезийланган вольфрам	1.4	0.03

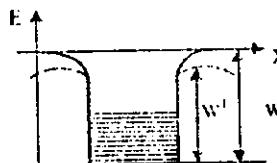
Аниқ ўлчашларининг кўрсатилишича,  $\phi$  температура ўзгарини билан бирор ўзгарар экан.

Турли кристаллографик текисликлар учун ҳам  $\phi$  оғзигина фарқ қилади. Бу фарқни зоналар назарияси асосида тушунтириш мумкин. Ҳақиқий металларининг потенциал ўраси кўршиши 10.7- чизмада кўрсатилгандек тик ва кескин ўзгарувчи бўлмайди.

Энергия ошиши билан дастлаб  $W(x)$  — чиқиши ортиб боради ва метали сирти яқинидаги эгринанади.

Агар металлининг совук ҳолатида унга кучлироқ электр майдон қўйилса, унинг потенциал тўсиги пасаяди. (10.9- чизма, пунктир чизик). Натижада чиқиши иши кичрайади. Агар таники қўйилган майдон кучланганлиги  $E$  бўлса потенциал тўсик баландлиги

$$W = W_0 - \sqrt{\frac{e^3 E}{4\pi\epsilon_0}} \quad (10.80)$$



10.9- чизма. Электр майдонида металларига электрон учун энергетик тўсик пасайини.

га тенг бўлиб қозади. Чиқиши ишининг оғзигина камайини ҳам кўн электронларининг эмиссияда қатнашишига олиб келади. Бу ходисани ташки электр майдон таъсиридаги эмиссия ёки Шотки эмиссияси леб аталаади. Агар  $E \sim 10^8 \text{ В}$  гача кучайтирилса, потенциал тўсик шу даражада пасаядик, кўн электронлар бемалол ундан ўтиб кетаверадилар. Энди электронларни чиқариш учун метални

Қиззиринің ҳам дожат қолмайды. Бұл ҳодисаны совуқ әмиссия ёки автозелектрон әмиссия деб жориттілади. Күчли электр майдон таъсирида потенциал түсіккінің қалыннігі ҳам камаяді.

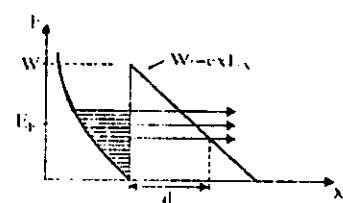
Бұл әса түннел әффекти ахамияттің оширады. Электр майдон мәйлум бір критик қийматта еттегеңде энергиясы  $E_F$  га тең бўлган Ферми сатҳидаги электронлар түннел ўтиш имконияттыга эга бўладилар (бунда түсік қалыннігі  $d \sim 10 \text{ \AA}$  атрофидада бўлади).

Фаулер ва Норгейм уч бурчак қўринишидаги потенциал түсіқдан электронларининг ўтиши эҳтимоллижини таҳдил қилиб, кучли электрик майдондаги металдан ўтаётган ток зичлігі учун

$$J = \alpha E^2 \exp(-\beta \phi / E) \quad (10.81)$$

натижә оғдишлар (10.10- чизма), (10.79) ва (10.81) ларни солинитирғанимизда совуқ әмиссияда температура эмас, электр майдон мухим ўрин гутини мәйлум бўлади. Потенциал түсік қалыннігі  $\sim 10 \text{ \AA}$  бўлмагунча Ферми энергияли электронларининг түннел ўтиши эҳтимоллижи жуда кичик бўлаши. Металларнинг чиқаш ишини  $\phi \approx 3 \text{ eV}$  деб оғлан ҳолда совуқ әмиссия бошланыши учун электр майдон күчланғаннаны  $E_0 \sim 3 \cdot 10^9 \text{ В/м}$  бўлиши кераклигини аниқлашмиз. Тажрибаларда майдон күчланғаннини бундан 30 мартта кичик қийматларда ҳам совуқ әмиссия күзатилган.

Бұл ҳодисаны метал сиртидаги потекисликларда майдон күчланғаннаны  $E_0$  га тең нуқталар досын бўлади ва шу нуқталар орқали электронлар әмиссияланади деб тушунтирилади. Умуман оғандада (10.81) ифода тажриба натижалари билан қониқарлы даражада мөс келади.



10.10- чизма. Энергетик түсік пасайышини тушунтириш.

## 10.5. Фотоэмиссия (ташқи фотозффект)

Ёруғлик нурн (фотонлар) таъсирида металл сиртидан электронларнинг учиб чиқини фотоэмиссия ёки ташқи фотозффект деб аталади. Бу ҳодисани биринчи бўлиб 1905 йили А. Эйнштейн изоҳлаган. Фотоэмиссияда асосан энергияси  $E_F$  га яқин бўлган электронлар шитирок этали. Электромагнит тўлқин – ҳар бирни энергияси  $\hbar\omega$  бўлган фотонлар оқими металл сиртига тушгач, фотон ўз энергиясини металл сиртига яқин жойлашган  $E$  энергияси  $E_F$  га яқин бўлган электронга беради. Натижада электроннинг энергияси  $E + \hbar\omega$  га тенг бўлади.

Агар  $E + \hbar\omega > E_F + \phi$  бўлса, бу электрон металл сиртига учиб чиқини мумкин. Бунда  $\phi$  металдан электроннинг чиқиш иши, у Ферми сатҳи  $E_F$  дан ҳисобланади. Металдан учиб чиқсан электронлар тезлиги нолдан  $V_{max}$  қийматгача бўлади.

$V_{max}$  учиб чиқсан электронларнинг максимал тезлиги бўлиб, фотон энергиясининг чиқини ишидан ортиқаси электроннинг кинетик энергиясига айланади, у Эйнштейн ифодаси орқали топилади:

$$\hbar\omega = \phi + \frac{mV^2}{2} \quad (10.82)$$

Агар фотонлар энергияси  $\hbar\omega$  чиқини ишидан кичик бўлса фотозффект содир бўлмайди. Кўпгина металлар учун  $\phi > 3\text{эВ}$  бўлади. Бундай металлар сиртидан электронларни уриб чиқара оловчи  $\hbar\omega \geq \phi$  фотонлар кўзга кўриналигандан ва ултрабинафша ёруғлик диапазонига тўғри келади.

Фотоэмиссияни минқдорий тавсифловчи каттадик электронларнинг квант чиқини  $\beta$  деб номланади ва у металлага тунгиган бир фотонга мос келувчи учиб чиқсан электронлар сонини билдиради. Кўн тоза металлар учун  $\beta \cdot 10^{-4}$  электрон/фотон.

Металларнинг квант чиқини буичалик кичик бўлишига сабаб, ёруғлик металл сиртига  $\sim 10^{-5}\text{ см}$  чукуринккача кириб боради ва асосан ўна қатламда ютилади. Бундай қатламдан металл сиртига қараб ҳаракат қынган электронлар йўлинига тўқианишлар натижасида ўз энергиясини йўқотади. Сиртга учиб чиқсан фотозффект

электронларнинг теззиклари турлича бўлиши ҳам шу асосда тушиштирилаци. Фотоэлектронларнинг кўпчилиги металл сиртидан  $\sim 10^{-7}$  см гача бўлган қатламда ҳосил бўлади. Тажрибада фотоэмиссия учун куйидаги қонунияплар кузатилиган:

а) Учиб чиқаётган электронлар сони металлга тушаётган ёргулук оқими катталигига пропорционал.

б) Ҳар қандай модда учун фотоэфект ҳосил қилувчи ёргулук нурининг чегаравий тўлқин узунлиги  $\lambda_0$  мавжуд бўлиб, ундан катта тўлқин узунлигига фотоэмиссия кузатilmайди.  $\lambda_0$  шу модда учун фотоэмиссиянинг қизил чегараси деб аталади.

в)  $V_{\text{нок}}$  шиниг қиймати ёргулук нури такрорийлигига пропорционал, лекин ёргулук оқими катталигига боғлиқ эмас.

Металларнинг чиқиш ишини камайтириш учун тоза металл сиртида юпқа динол электр қатлам ҳосил қилиниади. Қатлам ҳосил қилинида чиқиш иши кичик атом ва молекулалар ( $\text{Cs}$ ,  $\text{Rb}$ ,  $\text{Cs}_2\text{O}$ )дан фойдаланилади. Бундай металлар электровакуум лампашар тайёрлашда ишлатиласди.

## 10.6. Металларнинг магнит хоссалари

Магнит майдонга металлни жойлантирганингизда унда магнит момент ҳосил бўлади. Бирлик ҳажмнинг магнит моменти (магнитланганилик)  $\vec{J}$  вектор билан белгиланади. Агар ташки майдон кучланганилиги  $H$  бўлса, у ҳолда

$$\vec{J} = \chi \vec{H}. \quad (10.83)$$

Бундаги  $\chi$  — модданинг магнит қабулчанлиги. Модда ичидаги магнит майдон ташки  $H$  ва ички  $H_M$  майдонлар йигинидан иборат бўлади, яъни

$$\vec{B} = \vec{H} + \vec{H}_M = \mu \vec{J}, \quad (10.84)$$

бунида  $\vec{B}$  — магнит индукция вектори деб аталади,  $\mu$  эса магнит сингапурчаниликдир.

Модда ичидаги майдон  $\vec{H}_M$  магнит моменти билан қўйилагига боғланган:

$$\vec{H}_M = 4\pi \vec{J}, \quad (10.85)$$

у ҳолда

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J} = \vec{H}(1+4\pi\chi), \quad (10.86)$$

бундан

$$\mu = 1 + 4\pi\chi \quad (10.87)$$

иғодан ҳосил қиласыз. Бирор мадда үчүн  $\chi < 0$  ёки  $\mu < 1$  бўлса, уни диамагнит дейилади,  $\chi > 0$  ёки  $\mu > 1$  бўлса, парамагнит бўлади.

$\mu >> 1$  бўлган маддаларни ферромагнитлар деб аталади. Тўлмаган  $d$  ва  $f$  электрон қобиққа эга бўлган металларнинг барчаси парамагнитларdir. (Cr, Mn). Мис, висмут ва бошқа баъзи металлар эса ўзларида диамагнитизмни намоён қиласи.

Кўп металларнинг магнит қабулчанилиги унча катта бўлмайди ( $\chi \sim 10^{-6}$ ) ва температурага кучсиз боғланган.

Диамагнит маддаларининг ташқи майдон йўқлигига атом ва молекулаларининг магнит моментлари нолга teng. Шунинг учун электрон қобиқларий тўлиқ тўлган атом ва молекулаварда диамагнитизмни кузатиш мумкин.

Парамагнитлар майдон йўқлигига номдан фарқли магнит моментга эга бўлади. Буларга электрон қобиқлари чала тўлдирилган маддалар киради.

Юқоридаги фикрларни жуда аниқ деб бўлмайди, чунки маддаларнинг магнит хоссалари анча мураккабdir. Масалан, мис металл бўлининг қарамасдан диамагнитdir. Бунга сабаб мисда тўла тўлдирилган  $3d$  электрон қобиқнинг диамагнитизми  $4s$  сатҳидаги бир электронининг парамагнитизмидан кучнироқ бўлади.  $3d$  қобиқдаги ўнта электронининг диамагнит эфекти асосий рол ўйнайди. Ag, Au, Zn, Pb ларнинг диамагнитизмни шундай тушунтирилади.

Металлардаги ўтказувчан эркин электронларга ташқи магнит майдон таъсири иккى хил бўлади. Биринчидан ташқи майдон электронларининг майдон йўналинии атрофида айланнишига (пресессия) олиб келади. Бу айланнии йўналинии Лени қонасига асоссан аниқланниб, ҳосил бўлган магнит майдон ташқи майдонига тескари йўналади.

Бу ҳодиса эркин электронларнинг Ландау диамагнитизми деб аталади.

Ландау диамагнитизмнинг магнит қабулчанилиги

$$\chi_d = -\frac{4m\mu_B^2}{h^2} \sqrt{\frac{\pi^2 n}{9}} \quad (10.88)$$

ифода билан аниқланади. Бунида  $n$  — электронлар зичлиги,  $\mu_B$  — Бор магнетони. Лекин, металлдаги ўтказувчан электронларнинг магнит қабулчаналиги факат  $\chi_d$  дан иборат бўлмайди. Матъумки, ҳар бир электрон ўзининг нол бўлмаган доимий магнит моментига эга. Таниқи магнит майдони кўйилганда улар магнит майдони йўнанинг паралел ҳодда жойлашадилар. Бу эса ўтказувчан электронларнинг парамагнитизмий келтириб чиқаради, унинг қабулчаналиги диамагнит қабулчанликдан 3 марта катта бўлади. Металларнинг унбу икки қабулчаналигини электрон-парамагнит резонаанс (ЭПР) усули билан алоҳидә ўлчаб топиш мумкин. Металлдаги электронларнинг тўлиқ қабулчаналиги  $\chi_s$  учун

$$\chi_s = \chi_n - \chi_d = \frac{n\mu_B^2}{E_F} = \frac{n\mu_B^2}{kT_F} \quad (10.89)$$

ифода келтириб чиқарсанган. Бунида  $E_F = kT_F$  Ферми энергияси. Кўриниб турибдикি, металлардан ўтказувчан электронлар парамагнитизмий температурага боелик бўлмайди. Ҳақиқатдан ҳам бу ҳодиса ишқорий металлар (Na, K ва б.) учун ўриниладир. Бир қатор парамагнит металларнинг қабулчаналиги унбу Кюри-Вейс қонуни билан аниқланади:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (10.90)$$

Бу ифодалаги  $T_c$  металл ионларининг панжара ичидағи майдон билан таъсирланувини ифодалайти ва Кюри нуқтаси деб номланади. Баъзи парамагнит металлар  $T_c$  гача совутиганда ферромагнитларга айланади (масалан Fe, Ni).

Бундай металлар учун (10.90) ифодалаги  $T_c$  ииораси мусбат бўлади. Агар металл  $T_c$  дан наст температурагача совутиганда антиферромагнит ҳолатга ўтса,  $T_c$  нинг ииораси манифиий олинади (масалан, NiCr, MnS, MnO, Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ва б.). Баъзи ҳолларда  $T_c$  нинг қиймати Кюри нуқтасига мос келмаслиги ҳам мумкин.

Ферромагнитларнин асосин хоссалари қўйнагилардан иборат.

а) Ферромагнитларини магнит синглирувчанлиги ташки  $\tilde{H}$  магнит майдонга боялық (10.11- чизма).

Майдон күчланганлиги ортиши билан  $\mu$  кескін ортади ва  $H=2.5$  да максимал қийматта эришади.  $H$  ни янада оширеаса  $\mu$  камая бошлайды ва  $\mu=1$  қийматта интилади.

б) Ферромагнитлар қолдик магнитизмга эга, янын магнитланган ҳолатини ташки майдон йүқлигига ҳам сақлада қолади.

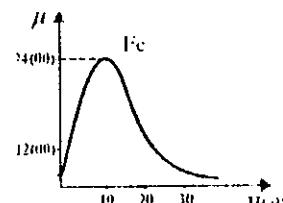
в) Кюри нүктасидан юқори температураларда ферромагнитлар парамагнит ҳолатига ўтади.

Ферромагнитларда магнит гистерезис ҳодисаси ҳам күзатиласи (10.12- чизма). Агар ферромагнитни магнит майдонга қўйиб, аста-секин  $\tilde{H}$  майдонни ортириб борсак,  $\tilde{J}$  магнитланганлик ҳам ортиб бораади. Математиканда  $H_s$  да  $\tilde{J}$  ўзгармай қолади, Ферромагнит тўйиниш нүктасигача магнитланади (A-нүкта).

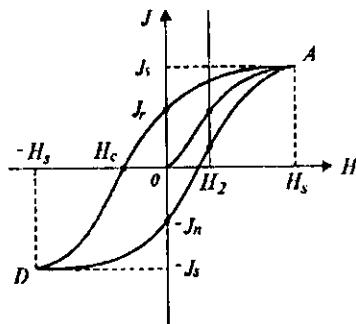
Майдон күчланганлиги  $\tilde{H}$  ни камайтира бошлаймиз.  $\tilde{H}=0$  бўлганда  $J=J_0$  янын нолга тенг бўлмайди. Энди майдон йўналишини ўзгартириб, В нүктага келамиз. Бу ҳам тўйиниш нүктаси бўлиб, I-бошқа катталашмайди.

Майдонни камайтириб О нүктаға келамиз ва яна А нүктағача майдон күчланганлигини оширамиз.

Натижада ёпик эгри чизик — магнит гистерезис ҳосил бўлади. Бу чизик ферромагнитларга хос бўлиб, уларнинг доимий магнитик моментига эга бўлган зарралардан тузилганлигини билдиради. Бу зарралар ўлчамлари  $10^{-2} + 10^{-5}$  см бўлиб магнит доменлар деб номланади. Магнит доменларининг ўз-ўзидан магнитланаб қолиш ҳодисасини Френкел-Гейзенберг назариясига асосланиб тушутирилади. Унга асоссан кристалл танжарасидаги атомлар ўзаро алмашинув энергияси орқали ташкирлашадилар. Алмашинув энергияси-



10.11- чизма. Темирини магнит синглирувчанлиги  $\mu(H)$ .

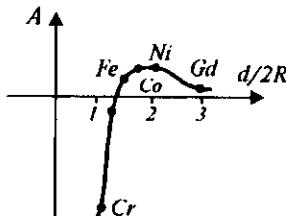


10.12- чизма. Ферромагнит магнитланышда гистерезис ҳодисаси.

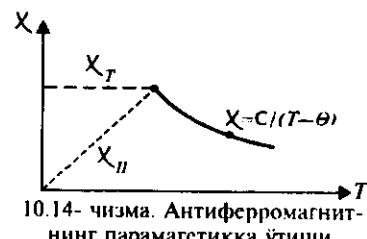
ни тавсифловчи катталик бўлган алмашинув интеграли А мухим ўрин тугади. Агар  $A > 0$  бўлса, доменлардаги электрон спинлар паралел жойлашади. Бунда алмашинув энергияси энг кичик қийматга эга бўлади ва кристалл ферромагнит ҳолатида бўлади.

$A < 0$  да доменлардаги электрон спинлари қарама-қарши жойлашади. Бундай ҳолатни антиферромагнит ҳолати дейилади. 10.13- чизмада алмашинув интеграли А нинг кристалл панжараси доимийси  $d$  нинг чала тўлган электронлар қобиги диаметри  $2R$  га нисбатига боғлиқлиги кўрсатилган. Чизмадан кўриниб турибдики,  $d/2R < 1,5$  бўлган металлар ферромагнитлар,  $d/2R > 1,5$ лар эса антиферромагнитлар ҳисобланади.

Антиферромагнитларда кўшини ионларнинг магнит моментлари антипаралел йўналган бўлади. Уларнинг магнитланганлиги ташқи майдон йўқлигига нолга тенг, Антиферромагнитнинг парамагнит ҳолатига ўтиш температураси  $T_N$  Неел температураси деб номланади. Уларда магнит қабулчанлик  $T < T_N$ да кристалл панжараси йўналишига кучли боғлиқ бўлади. Агар майдон йўналиши атомларнинг магнитик моментлари йўналишида бўлса, магнит қабулчанлик темпера- тураси пасайиши билан нолга интилади. Агар майдон йўналиши магнит моментлари йўналишига тик бўлса, қабулчанлик температурага боғлиқ бўлмайди (10.14- чизма).



10.13- чизма. Ферромагнитлар хоссаларини квантмеханик тушунтириш.

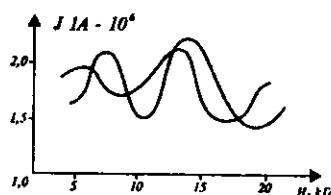


10.14- чизма. Антиферромагнитнинг парамагнетикка ўтиши.

## 10.7. Де Гааз, Ван Алфен эффекти

1930 йили голланд физиклари Де Гааз, Ван Алфенлар висмутнинг  $T=14,2\text{K}$  даги магнит моменти  $\bar{J}$  ни ўлчадилар, тажрибаларнинг кўрсатишича,  $\bar{J}$  ташқи майдон ўзгариши билан тебриниб ўзгарган (10.15- чизма).

Бу ҳодисани Де Гааз, Ван Ал-



10.15- чизма. Магнит моментининг даврий ўзгариши.

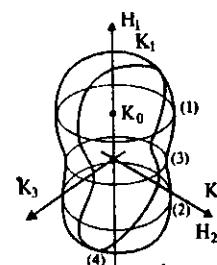
фен эффекти деб номланади. Кейинроқ Онсагер буни қуидагича тушинтириди. Металларнинг магнитланганлигининг тебраниши Ферми сатҳидаги электронлар орбиталарнинг квантланишидан келиб чиқади.

Электронлар Ферми сатҳининг маълум бир орбиталарида (ке-симларида) ҳаракат қиласидилар. Ферми сатҳининг энг катта ва энг кичик кесим юзалари 10.15-чиzmадаги  $\vec{J}$  нинг экстремумларига тўғри келади. Онсагер  $\vec{J}$  нинг тебраниш даври учун қуидаги муносабатни олди:

$$\Delta \left( \frac{1}{H} \right) = \frac{2\pi e}{\hbar c} \frac{1}{S_e}, \quad (10.91)$$

бунда  $S_e$  Ферми сатҳининг ташқи магнит майдони  $\vec{H}$  га тик бўлган ихтиёрий экстремал кесими (10.16 – чизма). Магнит майдонда металларнинг электрик ўтказувчанлиги тебранишини ҳам кузатишимиш мумкин (Шубников-Де Гааз эффекти).

Бу ҳодисалар металларнинг Ферми сатҳ сиртини ўрганувчи кучли амалий усуллардир.



10.16- чизма. Магнитик момент ўзгаришини тушинтирувчи чизма.

## 10.8. Электрон – парамагнит резонанс (ЭПР)

Магнит майдонга жойланган парамагнит зарраларга эга бўлган модданинг электромагнит тўлқин энергиясини резонанс равишда ютиш ҳодисаси электрон-парамагнит резонанс деб номланади. Ташқи майдон  $\vec{H}$  таъсирида йигинди спини  $S$  га teng бўлган зарра  $2S+1$  та сатҳга ажralади. Сатҳлар орасида ги энергия фарқи

$$\Delta E = 2\mu_B H \quad (10.92)$$

Дарҳақиқат, эркин электрон учун  $S=1/2$ ,  $\mu=g_s\mu_B$ . Бунда  $g=2,0023$  (эркин электрон учун) ва  $\mu=\pm 1/2$ . Демак, электрон  $E_1=1/2 g_s\mu_B$ ,  $E_2=\pm g_s\mu_B$  энергияларни қабул қила олади. Унда

$$\Delta E = E_2 - E_1 = g_s \mu_B H \cong 2\mu_B H$$

Электромагнит түлқин энергияси квант иштеп

$$\hbar\omega = \Delta E = g\mu_B H \quad (10.91)$$

шарт бажарылғанда кучли ютилиш қузытылады. Бу ҳодиса ёрдамда металлардаги ўтказувчан электронларнинг спинлари ориентациясини, нүкіснеларда бошқа ҳодисаларни ўрганиш мүмкін.

### 10.9. Ядромагнит резонанс

Магнит майдондаги мөдданинг параметрлерінің ядролары төмөнкіненде жазылғанда ядромагнит резонанс дейилади. Бұнда ташқы майдон таъсирида ядро спини / бир неча сатхлар ҳосил қыллады. Сатхлар орасындағы энергия фарқы (10.91) ифода билан аниқланады. Фақат  $g$  бошқачароқ бўлади. Металларда ўтказувчи электронлар бўлганлиги учун кўп ҳолларда акустик ЯМР дан фойдаланилади. Бұнда ташқаридан тушаётган ядромагнит түлқин ўрнига  $\hbar\omega$  энергияли фононлар уйғотилади. Бу ҳодисалар ҳам металдардаги кўп катталикларни аниқлаш имконини беради.

### 10.10. Металларнинг ядромагнит түлқинлар билан ўзаро таъсири

Маълумки, металлар ядромагнит түлқиндерінің жуда яхши қайтарувчи мөддәләрдир. Юқори частоталы электр ток фақат металл сиртидан ўтады. Электромагнит түлқинлар ҳам жуда кичик қалинлигидеги қатламгача кира оладилар. Бу ҳодисаны скин эффекти деб номланади Масалан,  $\omega=10^8$  Гц бўлган ядромагнит түлқиннинг мис металлига кириш чуқурлиги  $\sigma=6 \cdot 10^{-4}$  см бўлади. Кучли магнитик майдонга жойланган металлда секин сўнумчы ядромагнит түлқин тарқалиши мүмкін, натижада скин эффект йўқолади. Масалан, натрий кристалли кучли магнит майдонга жойлаштирилганда ултрабинафа шаурлари учун шаффоф бўлиб қолиши мүмкін. Металларнинг оптик хоссалари уларнинг диэлектрик сингдирувчанлигидан келиб чиқади:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) - i \frac{4\pi}{\omega} \sigma(\omega), \quad (10.92)$$

бунда  $\epsilon'(\omega)$  ўтказувчан электронларни ҳисобга олмайдиган ди-электрик сингдирувчанлик,  $\sigma(\omega)$  — металлнинг ўтказувчанилиги. Металларнинг синдириш кўрсаткичи учун

$$n=n'-i\kappa=\sqrt{\epsilon}, \quad (10.93)$$

бунда  $\kappa$  — ёруғликнинг — электромагнит тўлқиннинг ютилиш коэффициенти.

Инфрақизил ва оптик диапазонлар учун биринчи яқинлашишда

$$\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) - \left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)^2 \quad (10.94)$$

ифода ўринли бўлади. Бунда  $\omega_n$  ўтказувчан электронларнинг (электронлар плазмасининг) тебраниш такрорийлиги.

$\omega > \omega_n$  да металлда плазма тебранишлари уйготилади.  $\omega < \omega_n$  лар учун металлар шаффофф бўлади.  $\omega$  ошиши билан металларнинг қайтариш коэффициенти г камаяди ва рентген диапазонида металлар билан диэлектриклар орасида фарқ қолмайди.

Тушиш текислигида қутбланган ёруғлик нури металдан қайта олади (диэлектрикларда қайтмайди).

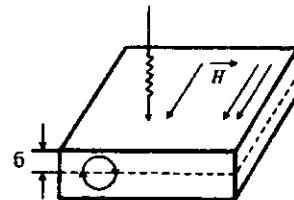
Ясси қутбланган ёруғлик тўлқини металдан қайтгач эллиптик қутбланади. Бунга сабаб: тушиш текислигида ва унга перпендикуляр текислиқда қутбланган нурлар металдан қайтгач уларда фазалар фарқи ҳосил бўлади.

## 10.11. Циклотрон резонанс

Магнит майдонга жойлаширилган металлдаги ўтказувчан электронларга Лоренц кучи таъсир этади. Бу майдон таъсирида электронлар ҳаракатига майдон йўналишига тик текислиқда айланма ҳаракат қўшилади. Агар электроннинг эркин югуриш масофаси айлана узунлигидан катта бўлса, ҳаракат давомида электрон ўз энергиясини йўқотмайди. Электроннинг айланishi такрорийлиги,

$$\omega_c = \frac{eH}{mc} \quad (10.95)$$

муносабат билан аниқланади ва уни циклотрон тақрорийлік деб номланади. Металлға ташқаридан  $\omega = \omega_c$  тақрорийліккаги электромагнит түлкін туширасқа резонанс ютилиш (ёки қайтими) ҳодисаси күзатилади. Буни циклотрон резонанс деб аталади, ҳодисани қүзатиш учун әркін югурыш масофаси айланы узунлігидан катта бўлиши керак, тоза металларда әркін югурыш масофаси асосан электронларнинг фононлар билан тўқнашуви натижасида чегараланади. Шунинг учун металларда циклотрон резонанс  $T=1+10K$  ларда күзатилади. Бунда электронларнинг фононлар билан тўқнашуви жуда кам бўлади. Циклотрон резонансни қүзатиш учун магнит майдон металл сиртига параллел йўналтирилади. Электромагнит түлкін айланни орбиталари металл сиртига яқин бўлган электронлар билангина таъсирлаша оладилар, чунки скин эффекти туфайли уларнинг металлга кириб бориш масофаси чегараланган бўлади (10.17- чизма). Циклотрон резонанс ҳодисаси металлдаги электронларнинг энергия спектрини, эффектив масасини аниқлашда қўлланилади. Бу ҳодиса металлардан ташқари ярим ўтказгичларда ҳам күзатилади.



10.17- чизма. Циклотрон резонанс ҳодисасига доир.

## 10.12. Металлардаги плазма тебранишлари

Маълумки, плазма модданинг тўртинчи агрегат ҳолати бўлиб, унда модда мусбат ва манфий зарядланган зарралар йигиндисидан иборат бўлади. Плазмадаги турли ишорали зарядлар миқдори ўзаро тенглиги учун электронейтралдир. Металлардаги ўтказувчан электронлар билан қолдиқ атомлар плазма ҳосил қиласи деб қарашимиз мумкин. Бу плазма манфий зарядланган ўтказувчан электронлар «гази» ва кристалл панжарасидаги мусбат зарядланган атомлардан иборат бўлади. Бундай плазма ҳам ўзининг хусусий тебраниш тақрорийлиги  $\omega_l$  га эга бўлади.

Фараз қиласиз, металлдаги барча ўтказгич электронлар кристалл панжарага нисбатан маълум бир масофа  $x$  га сильжиди. У ҳолда электрон «гази»нин орқага қайтарувчи  $neE$  куч ҳосил бўлади. Бунда  $n$  — электронлар концентрацияси,  $E=4\pi ne\epsilon_0$  — электр майдон қучланганлиги.

Бу майдон электрон «гази»нинг силжиши ҳисобига пайдо бўлади. Ушбу қайтарувчи куч таъсирида электрон «гази», тегранма ҳаракатга келади. Бирлик ҳажмдаги электронлар турӯхи учун ҳаракат тенгламаси

$$nm \frac{dx^2}{dt^2} = -neE = -4\pi n^2 e^2 x, \quad (10.96)$$

ёки

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_n^2 x = 0. \quad (10.97)$$

Бунда

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m}} \quad (10.98)$$

плазманинг бўйлама тебраниши тақорийлиги деб номланади. Унинг қиймати металлар учун ултрабинафша тўлқинларга мос келади. Тажрибаларнинг кўрсатишича, металлар тақорийлиги  $\omega_n$  дан кичик ёруғлик нурларини ўтказмайди, аммо  $\omega > \omega_n$  ларни эса ўтказиши мумкин.

10.4-жадвалда баъзи металлар учун  $\lambda_n = \frac{2\pi c}{\omega_n}$  нинг қийматлари келтирилган.

#### 10.4- жадвал

Металлар	Li	Na	K	Rb	Cs
$\lambda_n$ (ҳисобланган) ( $\text{\AA}$ )	1550	2090	2870	3220	3620
$\lambda_n$ (тажрибада) ( $\text{\AA}$ )	1550	2100	3150	3400	--

Металлардаги электрон гази тебранишини металлнинг бирор чегараланган қисмида уйғотиш ҳам мумкин. Масалан, кинетик энергияси 1+10кэВ бўлиган тез электронларни юпқа металл қатламдан ўтказганимизда улар металлда маълум бир йўналишларда



10.18- чизма. Илазма тебранишларига донир чизма.

тарқауучи электрон плазмаси тебранишларини ҳосил қиласи (10<sup>18</sup>-чиизма).

Электрон плазмаси тебранишларининг бундай квантларини леб аталади. Металлга келиб тушган электрон ўз энергиясини узлуксиз өмас, балки бўлаклаб йўқотади. Ҳосил бўлган плазмонларнинг энергияси ~10 эВ тартибда бўлади.

### **Саволлар ва масалалар**

1. Металлар электр ўтказувчалигининг классик(мумтоz) ва квант назариялари ўргасидаги асосий фарқи нимада?
2. Металларнинг энергетик зоналари тузилиши диэлектрик ва ярим ўтказгичларнидан фарқини тушунтиринг.
3. Нима учун металларга электромагнит тўлқин чуқур кириб бора олмайди?
4. Циклотрон резонанс ҳодисасини тушунтиринг.
5. Металларнинг диамагнит, парамагнит ва ферромагнит хоссаларини белгиловчи асосий омилларни айтинг.
6. Металлардаги термоэлектр ҳодисаларини изоҳлаб беринг.
7. Алюминий кристалли учун  $T=0$  К даги ферми энергиясини топинг. Ҳар бир алюминий атомига учта эркин электрон тўгри келади деб олинсин.
8. Температураси  $T$  бўлган металлдаги электронлар билан тўлиш эҳтимоллиги 0,2 ва 0,8 бўлган сатҳлар энергиялари фарқини топинг ( $kT$ -бирлигига).
9. Температураси 18°C бўлган металлдаги ферми энергиясидан 0,01 эВ пастдаги сатҳнинг тўлиш эҳтимоллигини топинг.

## XI БОБ

### ЯРИМ ЎТКАЗГИЧЛАР

Электр ўтказувчанлиги қиймдиги металлар ( $\sigma = 10^{10} + 10^8 \text{ ам}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ) ва дизэлектриклар ( $\sigma = 10^{-8} + 10^{-12} \text{ ам}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ) орасында жойлашкан мөдделарни яrim ўтказгичлар деб аталади. Яrim ўтказгичларнинг яна бир мүхим фарқлоючи хусусияти шундан иборатки, температура күтарилиши билан уларнинг электр ўтказувчанлиги тез ортиб боради. Ушбу мөдделарни ластлаб ўрганиш бошланғанда кирилтган юкоријати таърифга ҳозирги кунда өнір қатар аниқликлар қўшилган. Бу аниқликлар уларнинг энергетик зоналари тузилиши, заряд ташувчиларнинг хоссасиридан келиб чиқади.

Температуранинг старлича катта оралиғида яrim ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги экспоненциал ўзгаради:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-E_A/kT). \quad (11.1)$$

Бунда  $E_A$  ўтказувчанликни фаоллаш энергияси деб номланади ва электронни атомлар билан боғланишининг ўртача энергиясини билдиради. Ҳар қандай температурада иссиқлик ҳаракати энергияси таъсирида яrim ўтказгичдаги валент электронларнинг  $\exp(-E_A/kT)$  га пропорционал қисми әркин заряд ташувчилар бўлади. Яrim ўтказгичларнинг ўтказувчанлиги бошқа ташқи таъсиirlар (масалан, ёруглик оқими, зарралар оқими, киришмалар, электр майдон) натижасида ҳам, кўп ҳолларда, экспоненциал ўзгаради. Шунинг учун улар температурага, киришма миқдорига ва бошқа ташқи таъсиirlарга жуда сезгирилди. Яrim ўтказгичларнинг бу хоссасидан турли хил вазифаларни бажарувчи асбоблар, сезгири қурилмалар қилинида фойдаланилади.

## 11.1 Ярим ўтказгичларнинг турлари

Ярим ўтказгичларниң қандай кимёвий элементлардан ташкил этилганнага қараб тўрт түрга ажратиш мумкин.

Биринчи турга элементлар даврий жадвалининг IV гуруҳ элементлари Ge ва Si лар киради. Бу элементлар тўрт валент электронга эга бўлиб, ковалент (атом) боғли кристалл панжараси ҳосил қиласидар. Улар бир элемент атомлардан тузилгани учун элементтар (солдат) ярим ўтказгичлар дейилади.

Иккинчи тур ярим ўтказгичларга даврий системанинг III гуруҳ элементлари (Al, Ga, In) билан V гуруҳ элементлари (P, As, Sb) нинг бирикмалари киради. Улар A<sup>III</sup>B<sup>V</sup> бирикмалар деб белгиланади (GaAs, InSb, GaP, InP ва бошқалар). III гуруҳ элементлари учта валент электронга, V гуруҳ элементлари эса беш валент электронга эга, шунинг учун A<sup>III</sup>B<sup>V</sup> кўринишдаги кимёвий элементда ўртacha ҳар бир атом тўри валент электронга эга бўлади. Уларни олмоссимон ярим ўтказгичлар деб аталади. Кристалл панжарасида ҳар бир атом қўшини атом билан тўрт валентли боғланишлар ҳосил қиласиди. Натижада олмос панжарасига ўхшиш кристалл панжараси ҳосил бўлади. Ушбу турдаги моддаларда ковалент боғланиш етакчи ўрин тутади, шунинг учун улар Ge ва Si га ўхшиш хоссаларни намоён қиласиди. Даврий жадвалининг II ва VI гуруҳ элементлари бирикмаларида ҳам ўртacha ҳар бир атомга тўртта электрон тўғри келади (ZnTe, ZnSe, CdTe, CdS ва бошқалар). Лекин уларда ион боғланиш ковалент боғланишга нисбатан етакчи ўрин тутади.

Учинчи тур ярим ўтказгичларга даврий жадвалининг V ва VI гуруҳларининг баъзи элементлари киради. Гуруҳдаги Se ва Te ларнинг ярим ўтказгичлик хоссалари Ge ва Si дан ҳам олдин аниқланган. V гуруҳ элементлари As, Sb ва Bi лар ярим металлар бўлиб, уларнинг кўп хоссалари ярим ўтказгичларга яқинидир. A<sup>IV</sup> B<sup>VI</sup> кўринишдаги моддалар (PbS, PbSe, SeTe, GeTe ва бошқалар) ҳам ўртacha беш валент электронга эга. Бу моддалар ярим ўтказгичли инфрақизни нурлар қабуллагичида ишлатилиади.

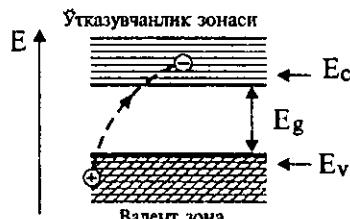
VI гуруҳ элементлари (Se, Te, S, O) нинг I-V-гуруҳ элементлари билан ҳосил қиласиган кимёвий бирикмалари ичиди

кўп ярим ўтказгич моддалар мавжуд. Масалан,  $\text{CuO}$  бирикмаси тўғрилагичларда (купроксин тўғрилагич) ва термоэлемент сифатида қўлланилади. Бошقا кўп бирикмаларнинг хоссалари ҳали ўрганилмаган.

Тўртинчи тур ярим ўтказгичларига VI гурӯҳ элементларининг ўтиш металлари ( $\text{Ti}$ ,  $\text{V}$ ,  $\text{Mn}$ ,  $\text{Fe}$ ,  $\text{Ni}$ ,  $\text{Sm}$ ,  $\text{Eu}$  ва бошқалар) билан ҳосил қилинган бирикмалар киради. Уларнинг бирикмаларида ион боғланиш устивор бўлиб, кўп бирикмалар магнит хоссаларга эгадир. Масалан,  $\text{EuO}$ ,  $\text{EuS}$ ,  $\text{CdCr}_2\text{Se}_4$  ярим ўтказгичлари ферромагнитлардир.  $\text{EuTe}$ ,  $\text{EuSe}$ ,  $\text{NiO}$  лар эса антиферрамагнит хоссага эга. Бундай бирикмаларнинг баъзилари ( $\text{V}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ,  $\text{NiS}$ ,  $\text{Eu}_2\text{O}$  ва бошқалар) температура ва босим ўзгариши билан металл ҳолатига ўтиши мумкин.

## 11.2 Ярим ўтказгичларда хусусий ўтказувчанлик ва зоналар тузилиши

Бегона киришмалар йўқ тоза ҳолдаги ёки киришмалар хиссаси кам бўлган, ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги хусусий ўтказувчанлик деб номланади. Тоза ярим ўтказгич моддалар паст температурада электр токини ёмон ўтказади. Бунга сабаб, уларда электроннинг энергетик зоналари тўлдирилиши диэлектриклардагига ўхшашлигинир.  $T=0K$  да ярим ўтказгичларда валент зонаси электронлар билан тўла тўлган бўлиб, унда юқориги зона ўтказувчанлик зонаси бўш бўлади (11.1- чизма).



11.1- чизма. Ярим ўтказгичнинг энергия зоналари .

Етарлича паст температура-ларда ўтказувчан зона бўшлиги учун ярим ўтказгич электр токини ўтказмайди. Температура кўтарилиши билан иссиқлик энергияси таъсирида валент зонадаги баъзи электронлар ўтказувчан зонага ўтиб олади. Валент зонада эса мусбат зарядли коваклар ҳосил бўлади. Металлардан фарқли ўлароқ, ярим ўтказгичларда заряд ташувчилар вазифасини электронлар ва коваклар ўтайди. Ҳақиқий кристалла бу ҳодиса қўйилдагича содир бўлади. Ковалент боғланиши ҳосил қилишда қатнашаётган элек-

тронлардан бири иссиқлик ҳаракати натижасида атомдан узилиб эркин электронга айланади (11.2- чизма).

Электрон етишмәётган боғланиш ҳаракатчан ковакдан иборат. Эркин электрон ҳам, эркин ковак ҳам кристал панжара бўйлаб кўчиб юриши мумкин. Кўшни боғдан электрон тортиб олиш натижасида мазкур жойда ковак йўқолади, лекин кўшни боғда ковак ҳосил бўлади. Бу ҳодиса ковакнинг кўчиб юришидир.

Узилган электронлар яна қайтиб ўзи ҳосил қилган ковакка тушса, эркин электрон ва ковак жуфти йўқолади, буни рекомбинация дейилади. Нолдан фарқли температураларда яrim ўтказгичларда албатта бундай коваклар ва ўтказувчанлик электронлари мавжуд бўлади ва улар электр токини ўтказа олади. Яrim ўтказгичларнинг бу хосаси уларни дизэлектриклардан фарқлади. Диэлектрикларда нормал шароитда бундай заряд ташувчилар бўлмайди ёки жуда кам миқдорда ҳосил бўлади. Тоза яrim ўтказгичларда қанча ўтказувчанлик электронлари пайдо бўлса, шунча коваклар ҳосил бўлади. Мувозанатий ҳолатда ўтказувчанлик электронлари зичлигини  $n_0$ , ковакларни кини  $p_0$  деб белгиласак, хусусий ўтказувчанлик учун

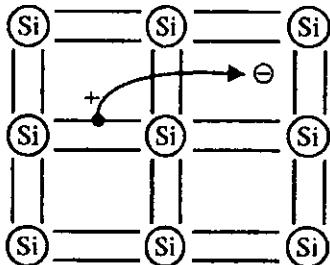
$$n_0 = p_0 = n_i. \quad (11.2)$$

Бундан  $n_i$  — хусусий яrim ўтказгичдаги заряд ташувчилар зичлиги (intrinsic — хусусий).

Маълум бир температурадаги заряд ташувчилар миқдори тақиқланган зона кенглигига боғлиқ бўлади.  $E_g$  — қанча кичик бўлса, ўтказувчанлик электронлари сони шунча кўп бўлади.

Ge учун  $E_g=0.67$  эВ, Si учун  $E_g=1.14$  эВ ни ташкил қиласди. Шунинг учун, масалан, хона температурасида ( $T=300^0K$ ) Ge кристаллдаги ўтказувчанлик электронлари зичлиги Si никидан тахминан  $10^3$  марта катта.

Яrim ўтказгичларнинг тақиқланган зона кенглигини оптика усулда аниқлаши мумкин. Бунинг учун яrim ўтказгичларда ёруғлик нури ютилиш коэффицентини тўлқин узунлигига боғлиқлиги ўрганилади. Фотон энергияси  $\hbar\omega < E_g$  бўлганда у деярли ютилиш



11.2- чизма. Эркин электрон ва ковакнинг пайдо булиши.

майди, чунки унинг энергияси валент зонадаги электронларни ўтказувчанлик зонасига кўтариш учун етмайди.  $\hbar\omega \geq E_g$  бўлганда фотонларнинг ютилишини бошланади (11.3-чизма).

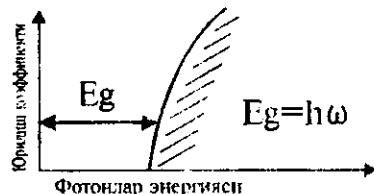
Кристаллда электрон ковак жуфти ҳосил бўлади. Электронларнинг ўтказувчанлик зонасига бундай ўтиш бевосита (яъни тўғри) ўтиши деб номланади. Баъзи ярим ўтказгичларнинг (масалан Ge, Si) зоналар тузилиши мураккаб бўлади. Уларнинг ўтказувчанлик зонасидаги электронлар учун энг кичик энергия ( $E_{min}$ )га тўғри келувчи тўлқин вектор  $k_c$ , валент зонадаги ковактарнинг энг катта энергиясига мос келувчи тўлқин вектори ( $k=0$ ) билан мос келмайди (11.4-чизма).

Энди бевосита ўтиши учун ҳаракат микдори сақланиш қонуни бажарилмайди. Лекин, бундай ўтишлар фонон ҳосил бўлиши билан амалга ошишини мумкин. Унда энергия сақланиши қонуни  $\hbar\omega_\phi = E_g + \hbar\omega_q$ . Импульснинг сақланиши қонуни эса

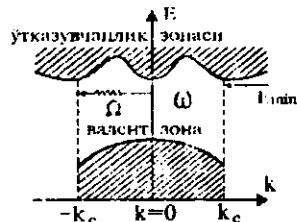
$$\vec{k}_\phi = \vec{k}_c + \vec{k}_q \quad (11.3)$$

кўринишда ёзилади.

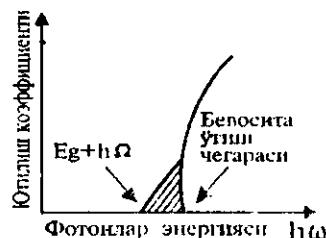
Бунда  $\omega_\phi$  ва  $k_\phi$  лар уйготилган фотоннинг тақориийлиги ва тўлқин вектори. Ёргулук таъсирида электронларнинг бундай ўтиши билвосита ўтишда ярим ўтказгичларнинг тақиқланган зона кенглигини тўғридан тўғри аниқлаб бўлмайди. Тақиқланган зона чегараси силжиган бўлали. Ярим ўтказгичда ютилган фотон эркин электрон ва ковак ҳосил киласди. Энергиясининг бир қисми эса  $\hbar\omega_q$  энергияни фонон ҳосил қилишига сарфланади. Баъзи ярим ўтказгичлар учун тақиқланган зона кенглиги 11.1-жадвалда



11.3-чизма. Ярим ўтказгичда ёргулук ютилишига доир.



11.4-чизма. Тўғри ва хотўғри ўтишлар.



11.5-чизма. Бевосита ўтишлар чегараси.

келтирилган  $d$  — ҳарфи билан бевосита ўтиш,  $i$  — ҳарфи билан бивосита ўтиши кузатилган ярим ўтказгичлар белгиланган.

### 11. I-жадвал

№	Яромуккаги кристалл	Ўтиш хари	$E_g$ , ЭВ		№	Яромуккаги кристалл	Ўтиш хари	$E_g$ , ЭВ	
			0 К	300 К				0 К	300 К
1	Si	i	1.17	1.14	9	Tc	d	0.33	-
2	Ge	i	0.74	0.67	10	PbS	d	0.29	0.35
3	TiSb	d	0.23	0.18	11	PbSe	d	0.17	0.27
4	InAs	d	0.36	0.35	12	PbTe	d	0.19	0.3
5	InP	d	1.29	1.35	13	CdS	d	2.58	2.42
6	GaP	i	2.38	2.26	14	CdS <sub>x</sub>	d	1.84	1.74
7	GaAs	d	1.52	1.43	15	CdTe	d	1.61	1.45
8	AlSb	i	1.63	1.52	16	SnTe	d	0.3	0.18

### 11. 3. Эффективли масса

Эркин электроннинг энергияси  $E$  унинг импульси билан кўйидағича боғланган,

$$E(p) = \frac{p^2}{2m}, \quad (11.4)$$

$m$  — электроннинг тинчликдаги массаси. Лекин электронлар ва бошқа элементар зарралар, квант механикасида кўрсатилганидек, иккى ёқлама табиатга эгадир. Мазкур зарралар ўзини ( $\lambda$  — тўлқин узунлигига эга бўлган) тўлқин сингари тутади (корпускуляр-тўлқин дуализми). Ҳар бир заррага  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$  тўлқин векторини мос қўйиншимиз мумкин. Унда электронларнинг импульси

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (11.5)$$

бўлади. Электрон кристалл панжараси ичидаги ҳаракатланганда унинг ҳаракат тезлиги ўт тўлқин пакетининг турӯҳий тезлигига тенг деб олинади:

$$\vec{v} = \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{\partial E}{\partial \vec{k}}. \quad (11.6)$$

Электрон ташқи электр майдон таъсирида тезланиш олсин. Унда унинг тезланыши

$$\dot{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \right) = \frac{1}{\hbar} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial \vec{k} \partial t} \right) = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial \vec{k}^2} \cdot \frac{d\vec{k}}{dt}. \quad (11.7)$$

Бүгүннөдөд анын  $\left(\frac{dk}{dt}\right)$  ни  $\left(\frac{\partial \bar{p}}{\hbar \cdot \partial t}\right)$  га алмаштиришимиз мумкин, у ҳолда .

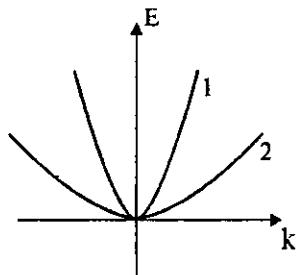
$$\vec{a} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \vec{F}. \quad (11.8)$$

Бунда  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$  электронга таъсир қилувчи умумий куч.

Охирги муносабатдаги  $\tilde{F}$  күчнинг олдидағи күпайтувчи теска-ри масса маъносини англатади.

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial k^2}. \quad (11.9)$$

Ушбу масса электроннинг ҳақиқий гравитацион массаси ( $m_e$ ) га тенг бўлиши ҳам, тенг бўлмаслиги ҳам мумкин.  $m^*$  – электроннинг кристалл панжарадаги ҳаракатининг эффективли massesasi леб номланади. Кристалл панжараси бўлмагандага ҳамма электронлар бирор  $\vec{E}$  ташки электр майдон таъсирида бир хил тезланиш олган бўлар эди. Ўша  $\vec{E}$  майдон турли кристалл жисмларда ҳосил қилинганда ундаги электронлар ўзларини массалари турлича бўлган зарралардек тутади. Демак, эффективли масса бу электронларнинг кристалл панжараси билан таъсирлашувчи хоссаларидан келиб чиқувчи катталик экан. Коваклар ҳам ҳеч қандай гравитацион массага эга эмас. Аслида улар кристалл панжарасидаги атомлар атрофидағи мусбат заряди кўпроқ бўлган соҳалардир. Шунга қарамасдан, ташки электр майдон таъсирида коваклар ўзларини маълум бир  $m^*$  эффективли массага эга бўлган заррадек тутади. Эффективли массанинг ажойиб хоссаларидан бири шундан иборатки, у мусбат ва манфий қийматга эга бўлиши мумкин. Манфий эффективли массали электрон ташки электр майдон таъсирида секинлашади. Бунда электроннинг панжара билан эластик тўқнашиш на-тижасида олган тескари импульси электр майдон таъсирида олган импульседан катта бўлади. Натижада электроннинг уму-

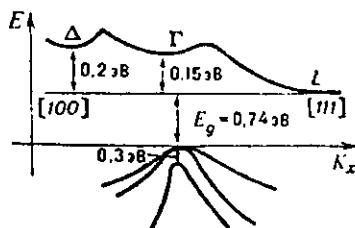


11.6- чизма. Рухсат этилган зона тармоклари.

мий дрейф тезлиги камайиб боради. Эффективли масса  $E(\vec{k})$  функциянинг кўринишига боғлиқ. Агар  $E(k)$  тез ўзгарувчи функция бўлса, унга мос келувчи эффективли масса кичик бўлади.  $E(\vec{k})$  секин ўзгарса (11.6- чизма, 2), у ҳолда заряд ташувчиларнинг эффектив массаси катта бўлади. Монокристалларнинг зоналари тузилиши кристалл панжарасидаги йўналишига боғлиқ бўлади. Бу ўз навбатида эффективли массанинг анизотропиясини келтириб чиқаради, яъни заряд ташувчиларнинг эффективли массаси турли кристаллографик йўналишларда турлича бўлади. У ҳолда (11.9) ифода куйидагича кўринишида ёзилади:

$$\frac{1}{m_g} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_y}. \quad (11.10)$$

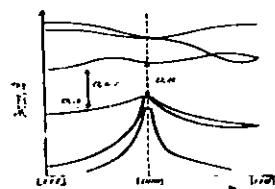
Бунда  $i, j$ лар 1, 2, 3 қийматларни қабул қиласди. 11.7-чизмада тоза германийининг (Ge) зона тузилиши келтирилган.  $E(k)$  графигидан кўриниб турибдики, Ge да учта энергетик минимум бўлиб, улар  $\Delta, \Gamma$  ва  $L$  ҳарфлари билан белгиланган. Такиқланган зона өнглиги  $E_g$  энг кичик бўлган энергетик минимум бўлиб, унда  $E_g=0,74$  эВ ни ташкил этади. Бу минимум кристаллда  $[111]$  йўналишдаги Бриллюэн зонаси яқи ида жойлашган.  $[100]$  йўналишдаги  $\Delta$  минимум учун  $E_g=0,24$  эВ ни ташкил этади. Бу икки йўналишларда заряд ташувчиларнинг эффективли массаси ҳам турлича бўлади.



11.7- чизма. Германийда энергия зоналари тузилиши.

#### 11.4. Хусусий ярим ўтказгичларда электронлар ва коваклар зоналари

Ярим ўтказгичлардаги заряд ташувчилар зончилиги  $E_k$  ва  $T$  га боғлиқдигини к'риб чиқамиз. Бунинг учун  $T$  температурада валент зонадан ўтказувчаник зонасига ўтиб олган электронлар сонининг кимёвий потенциал  $\mu$



11.8- чизма. И ютрон ярим ўтказгичининг зоналар диаграммаси.

(ёки Ферми энергиясын сатҳи  $E_F$ ) та боялиқитини топамиз. Изотроп ярим ўтказгич валент зонаси шинини  $E_v = 0$  деб оламиз (11.8- чизма).

Ўтказувчанлик зонасида  $E$  қийматли энергияга эга бўлган электрон учун

$$E = Eg + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*} \quad (11.11)$$

муносабат ўринил бўлсин.

Ўтказувчанлик зонасидаги электронлар учун  $E - \mu \gg kT$ , у ҳолда электронларниң Ферми Дирак тақсимотини

$$f_n = \exp\left(-\frac{E_F - E}{kT}\right). \quad (11.12)$$

кўринишнда ёзиб олишимиз мумкин. Бунда  $f_n$  –  $E$  энергияли сатҳининг электрон билан банд эканингининг эҳтимоллиги,  $E_F$  эса Ферми сатҳи, ҳолатлар зичлиги учун

$$g(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot (E - Eg)^{-\frac{1}{2}} dE. \quad (11.13)$$

ифода ўринли бўлади. Ўтказувчанлик зонада жойлашган электронлар зичлиги учун

$$\begin{aligned} n &= \int_{Eg}^{\infty} g(E) \cdot f_n(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right) \\ &\quad \int_{Eg}^{\infty} (E - Eg)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE \end{aligned} \quad (11.14)$$

Интеграл олингандан сўнг:

$$n = 2 \left(\frac{m_n^* k T}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{E_F - Eg}{kT}\right). \quad (11.15)$$

Юқоридаги ифода ўтказувчанлик зонадаги электронлар зичлигининг  $T$  ва  $E_g$  та бояланшини кўрсатади. Агар  $E_F$  маълум бўлса, уни ихтиёрий  $T$  ва  $E_g$  лар учун ҳисоблаб топиш мумкин. Энди худди шу тартибда ярим ўтказгичлардаги коваклар зичлиги р нинг  $T$  ва  $E_g$  та бояланшини аниқлаймиз. Ко-

вакларнинг тақсимот функцияси электронларнинг тақсимот функцияси  $f_p$  билан қўйидагича боғланган:

$$f_p = 1 - f_n. \quad (11.16)$$

У ҳолда

$$f_p = 1 - \frac{1}{\exp(\frac{E - E_F}{kT}) + 1} = \frac{1}{\exp(\frac{E_F - E}{kT}) + 1} \approx \exp(\frac{E - E_F}{kT}). \quad (11.17)$$

$m_p^*$  — ковакнини валент зонаси шипидаги эффективли массаласи. Коваклар учун ҳолат зичлиги,

$$g_p(E) dE = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_p^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (-E)^{\frac{1}{2}} dE \quad (11.18)$$

коваклар зичлиги эса,

$$p = \int_{-\infty}^0 g_p(E) f_p(E) dE = 2 \left( \frac{m_p kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_F}{kT}\right) \quad (11.19)$$

(11.15) ва (11.19) ифодаларни бир бирiga қўпайтирамиз,

$$np = 4 \left( \frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_n^* m_p^*)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = n_i^2 \quad (11.20)$$

бу ифода мувозанагий ҳолат учун ўринили бўлиб, ҳаракатдаги массалар қонуни деб номланади.

Ушбу муносабан хусусий бўлмаган ярим ўтказгичлар учун ҳам ўринли, чунки биз ҳали хусусийлик тўғрисида бирор тахмин киритмадик. Иффоданинг яна бир қулаилиги шундан иборатки, унда  $E_F$  нинг қиймати қотишмайди. Хусусий ўтказувчаник учун ифода қўйидаги кўринининг кедаси.

$$n_i = p_i = 2 \left( \frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_n^* m_p^*)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right). \quad (11.21)$$

Кремний учун (11.21) ифода ёрдамида ҳисобланган  $(pr)^{1/2}$  нинг  $T$  га боғланиши 11.9- чизмада келтирилган (узурукенз чизик).



Графиклар нүкталар тажрибада ўлчанган қийматлар.  $T=300\text{K}$  да кремний үчүн  $n_p=4,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , германий үчүн эса  $n_p=3,6 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-3}$ . Хисоб-китобларда  $m_n^*=m_p^*=m_e$  деб олинган.

Хусусий ўтказувчанлик үчүн  $\rho=n$ , шунинг үчүн (11.15) ва (11.19) ифодаларни төңгилаб

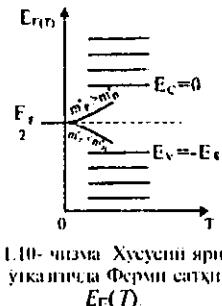
$$\exp\left(\frac{2E_F}{kT}\right) = \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{E_g}{kT}\right) \quad (11.22)$$

ни ҳосил қиласыз. Охирги натижани логарифмлаб  $E_F$  га нисбатан ечамиз:

$$E_F = (1/2)E_g + (3/4)kT \ln(m_p^*/m_n^*) \quad (11.23)$$

Агар  $m_n^*=m_p^*$  ва  $T=0^\circ\text{K}$  бўлса,  $E_F=(1/2)E_g$ , температура ортигини билан, агар  $m_p^*/m_n^*>1$  бўлса, Ферми сатҳи кўтарилади,  $m_p^*/m_n^*<1$  бўлса, у пасаяди (11.10- чизма).

Агар  $E_c=0$  деб олинса,  $E_g$  олдидағи ишора ўзгаради.



11.10- чизма Хусусий ярим ўтказувчанлика Ферми сатҳи  $E_F(T)$ .

## 11.5. Заряд ташувчилар ҳаракатчанлиги

Заряд ташувчилар ҳаракатчанлиги деб уларининг дрейф тезлигини электр майдон кучланағанлигига нисбатига айтилади.

$$\mu_n = \frac{|v_n|}{E} \quad (11.24)$$

Унинг ишораси электронлар ва коваклар үчүн бир хил бўлади. Тоза ярим ўтказгичларда ҳаракатчанликининг қийматини электронларининг фононлар билан тўқнашуви аниқлайди. Электр ўтказувчанлик иккита ташкил этувчидан иборат бўлади:

$$\sigma = (n\mu_n + p\mu_p). \quad (11.25)$$

Уибу ифодани  $\sigma = ne^2\tau/m$  билан таққосласак, электрон ва ковакларнинг ҳаракатчанлиги үчүн қуйидаги муносабатларни тоғамиз:

$$\mu_n = \frac{e\tau_n}{m_n}; \quad \mu_p = \frac{e\tau_p}{m_p}. \quad (11.26)$$

11.2.-жадвага байзи бир ярим ўтказгичлар үчүн хона температурасидаги ҳаракатчанлиги келтирилган.

Кристалл номи	Ҳаракатчанлик, см <sup>2</sup> /В сек	
	$\mu_n$	$\mu_p$
1. Олмос	1800	1200
2. Si	1300	500
3. Ge	4500	3500
4. InSb	77000	750
5. InAs	33000	460
6. InP	4600	150
7. GaSb	4000	1400
8. PbS	550	600
9. PbSb	1020	930
11. PbTe	1620	750
11. AgCl	50	-
12. KBr (100°K)	100	-

### 11.6. Ярим ўтказгичда киришмалар

Ярим ўтказгич кристалл панжарасига ёт атомларнинг мудайян миқдорда кириб қолиши натижасида киришмали ярим ўтказгич ҳосил бўлади. Жуда кам миқдордаги киришмалар ҳам ярим ўтказгичларнинг физик хосасига катта таъсир кўрсатади. Масалан, тоза кремний кристаллига 0,00001% Бор атомлари киритилганда унинг электр ўтказувчанилиги хона температурасида 100000 марта ониб кетади.

Кристалл панжарасидаги киришмалар одатла нуқсон ўсбобланади. Агар киришма кристалл панжарасидаги асосий элемент ўринини эгаллаб олган бўлса уни ўринбосар қаттиқ эритма дейилади. Киришма кристалл панжарасидаги атомлар орасига кириб қолган бўлса сукцума қаттиқ эритма деб аталади. Киришма ва асосий молда эфектли атом радуслари орасидаги фарқ 15% дан ошмаган ҳолларда ўринбосар киришмалар ҳосил бўлади. Уидан ташқари киришма валентлигининг асосий атом валентлигидан фарқи  $\pm 1$  дан ошмаслиги лозим. Суқцума киришма ҳосил бўлиши учун эса киришма атомнинг эфектив радуси  $r_{ep} \leq 0,59r_a$  бўлиши керак ( $r_a$  – асосий атомларнинг эфектив радуси). Киришмалар панжара даврийлигини бузади, тақиқданган зонада маҳаллий сатҳлар ҳосил қиласади. Кўн ҳолларда мавзум бир параметрни ярим ўтказгич ҳосил қилиш учун атайдаб киришмалар киригилади, буни ярим ўтказгичларни лекирлаш деб атади. Киришма ҳосил қиласади маҳаллий сатҳ

ұтказувчанлық ёки валент зонасига яқин жойлашған бўлса *саёз сатҳ* деб номланади (11.11-чизма). Агар маҳаллий сатҳлар тақиқланған зона ўртасига яқин жойлашған бўлса чуқур *сатҳ* дейилади.

Ионланиш жараёнида ұтказувчан зонаға қўшимча электрон берувчи киринима *донор кириши* деб аталади. Мисол тарпиқасида кремний кристаллига кириб қолған маргумуш (*As*) атомни кўриб чиқаїшлик (11.12- чизма). Ушбу атом бешта валент электронга эга бўлиб, улардан тўрттаси кремний атоми билан ковалент боғ ҳосил қилинша қартинаиди.

Бешинчи валент электрон эса унига заиф боғланған ҳолда бўлади. Бу электронларининг атомга боғланниш энергиясини топиш учун уни водородсимон атом деб қаранимиз мумкин. Эркин *As* атомида

$$E_i = -\frac{m_0 e^4 z^2}{2\hbar^2}. \quad (11.27)$$

Д.электрік сиңглирувчанлығи  $\epsilon$  бўлған кремний кристаллида бу энергия  $\epsilon^2$  марта кичраяди.

$$E_d = -\frac{m_n^* e^4 z^2}{2\hbar\epsilon^2}. \quad (11.28)$$

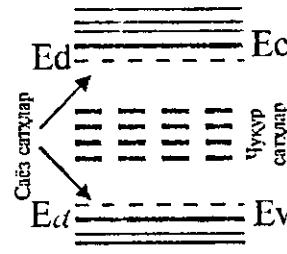
Бундан  $m^*$  — кристалдаги электроннинг эффектив массаси,  $m_0$  эркин электрон массаси. У ҳолда

$$E_d = E_i \frac{m_n^*}{\epsilon^2 m_0}. \quad (11.29)$$

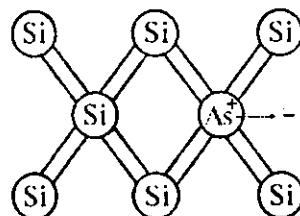
Кремний учун  $\epsilon \approx 11 \text{ } \text{эВ}$ ,  $\frac{m^*}{m_0} \approx 1$

ва *As* учун  $E_i \approx 10 \div 15 \text{ } \text{эВ}$  эканлиги-

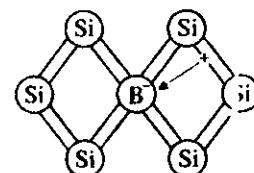
ни ҳисобга олсак,  $E_d$  нинг әВ улушларига тенг бўлған кичик қийматга эгалитини аниқлаймиз. Ҳемак, кри-



11.11- чизма. Саёз ва чуқур сатҳлар.



11.12- чизма. Донор кириши ўзидан электронни бўшитади.



11.13- чизма. Акцептор пришига ўзига электронни олади

сталл панжарадаги маргумуш атомининг бешинчи валент электронини узиб олиш учун жуда кичик энергия кифоя экан. Дарҳақиқат, маргуминш тақиқланган зонада ўтказувчанлик зонасига яқин бўлган донор сатҳ  $E_d$  ҳосил қиласи (11.13- чизма). Нормал шароитдаги температурада бу сатҳдаги электрон ўтказувчанлик зонасига ўтиб кетган бўлади. Натижада киришмали кремний кристаллида ўтказувчан электронлар сони кўпайиб кетади. Бундай ярим ўтказгичлар  $n$  — тур ярим ўтказгич деб аталади.  $n$  — турдаги ярим ўтказгичларда ўтказувчан электронлар сони соғ ярим ўтказгичнидан кўп бўлади.

Энди Бор (B) атомлари киритилган кремний кристаллини кўриб чиқамиз. Бор атоми уч валентли бўлиб кремний атомлари билан ковалент бօғ ҳосил қилиш учун бир электрон етишмайди. Бу электронни Бор атоми қўшини кремний атомидан тортиб олиши мумкин. Бунинг учун  $E_a$  энергия керак бўлади. Юқоридаги мулоҳазаларни қайтариб  $E_a$  учун ҳам (11.28) га ўхшиш ифода ҳосил қилишимиз мумкин.  $E_a$  нинг қиймати хона температураларида 0,1 эВ га яқинdir. Бу энергия сатҳи валент зона яқинидаги жойлашган бўлиб *акцептор сатҳ* деб номланади. Акцептор киришмали ярим ўтказгичларда тоза ярим ўтказгичга нисбатан коваклар сони кўп бўлади. Бундай ярим ўтказгичларни ковак ўтказувчанли ёки  $p$  — тур ярим ўтказгичлар дейилади.

Киришма атомларининг миқдорини ошириб борсак улар кристалл панжарасида бир-бирига яқин келиб қолади, натижада уларнинг электрон тўлқини функциялари устма-уст тушиб кристалл панжарасида *киришмавий зона* ҳосил қиласи. Киришма атомларининг зичлиги

$$N_k = 2,2 \cdot 10^{24} \left( \frac{m^*}{m_0 \epsilon} \right)^3. \quad (11.30)$$

бўлгандан бошлаб киришмавий зона ҳосил бўла бошлайди.  $n$ -тур ўтказувчанинка эга бўлган кремний учун  $N_k \approx 10^{19} \text{ см}^{-3}$  ни ташкил этади. Киришмавий зона ҳосил қилувчи ярим ўтказгичлар қўчли леғирланган ярим ўтказгичлар деб аталади.

Баъзи киришмалар бир неча сатҳлар ҳосил қиласи, уларнинг баъзилари донор, бошқалари акцептор бўлини мумкин. Бундай киришмалар *амфотер киришмалар* деб аталади.

Ярим ўтказгичдаги киришма сатҳлари ундан жуда кўп ватурли туман жараёнларда мұхим ўрини тутади. Ҳозирги замон

электроникасий учун ярим ўтказгичларга киришмалар киритиш билан улар параметрини керакли томонга ўзгартириш мухим масалалардан бирилди.

### 11.7. Компенсиранган ярим ўтказгичлар

Ярим ўтказгич маъйум бир киришмалар киритиш натижасида улардаги заряд ташувчиларнинг тўла зичлиги  $n+r$  ни камайтиришимиз мумкин. Бундай камайтириш усули компенсираш деб номланади, ярим ўтказгични эса компенсиранган ярим ўтказгич дейилади. Компенсираш ёрдамида ярим ўтказгич параметрларини керакли томонга ўзгартириш ҳозирги пайдага долзарб муаммолардан биринга айланаб қолади. Керакли хоссага эга бўлган янги тур ярим ўтказгич модда ҳосил қилишга нисбатан легирланаш ёрдамида унинг хоссаларини ўзгартириш анча арzon ва тездир. Компенсиранган ярим ўтказгич хоссалари компенсираш даражаси ( $K$ ) дан ташқари, компенсировчи марказлар табиатига ҳам кучли боғланган. Шунинг учун ҳозир компенсиранган ярим ўтказгичларни уч турга ажратиш мумкин.

1. Кучли легирланган компенсиранган ярим ўтказгичлар (КЛК). Бундай ярим ўтказгичларда компенсировчи марказ сифатида бир зарядли саёз сатҳ ҳосил қилувчи киришмалар олинади.

2. Юқори энергияли зарралар оқими билан нурланган ярим ўтказгичлар. Компенсировчи марказ сифатида турли чуқур сатҳли радиацион марказлар ва катта ҳажмли нуксоилар (масалан, тартибсизланган қисмлар (ТК)) мухим ўрин эталлади.

3. Чуқур энергетик сатҳ ҳосил қилувчи киришмалар билан компенсиранган ярим ўтказгичлар. Бундай ярим ўтказгичларда катта амплитудалии флюктуацион потенциаллар ва тартибсизланган қисмлар бўлмайди.

### 11.8. Айнигани ярим ўтказгич

Квант механикасида айниш деб системани турли (бир неча) ҳолатларига бирор физик кайталикнинг (масалан, энергиянинг) битта қиймати мос келишига айтилади. Ярим ўтказгичларда ўтказувчан электронлар ва коваклар зичлиги етарлича катта бўлганда айниш кузатилади. Бунда ярим ўтказгичлар айнигани ярим ўтказгичлар деб номланади. Айни-

ган ярим ўтказгичларда заряд ташувчилар Ферми-Дирак тақсимотига бўйсунади.  $n$  — турдаги айниган ярим ўтказгичларда Ферми сатҳи ( $E_F$ ) ўтказувчанлик зонасида жойлашади,  $p$  — турдаги айниган ярим ўтказгичда эса  $E_F$  валент онада жойлашган бўлади.

$n$  — турдаги ярим ўтказгич учун бу шартни

$$\exp\left(-\frac{E_F}{kT}\right) \gg 1 \text{ ёки } E_F > 0 \quad (11.31)$$

кўриннишида ёзишимиз мумкин,  $p$ - тур учун эса,

$$\exp\left[\frac{(E_g + E_F)}{kT}\right] \gg 1 \text{ ва } E_F \ll -E_g \quad (11.32)$$

бўлади. Сферик энергия зонасига эга бўлган изотроп  $n$  — тур ярим ўтказгич учун

$$n \approx \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{E_F}{kT}\right)^{\frac{3}{2}}. \quad (11.33)$$

ифода ўринли бўлади.

### 11.9. Айнимаган ярим ўтказгич

Ўтказувчан электронлар ва коваклар зичлиги етарлича кичик бўлган ярим ўтказгичларни *айнимаган ярим ўтказгичлар* деб номланади. Айнимаган ярим ўтказгичдаги заряд ташувчилар Максвелл-Болцман тақсимотига бўйсунади. Айнимаганлик шарти ( $E_c=0$ )

$$\exp\left(-\frac{E_F}{kT}\right) \gg 1 \quad (11.34)$$

кўриннишда ёзилади. Бунда Ферми энергияси  $E_F$  тақиқланган зона ичидаги бўлади. Мувозанитий ҳолатдаги электронлар ва коваклар зичлиги учун кўйидаги ифодалар ҳосил қилишимиз мумкин:

$$n_0 = N_c \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right), \quad (11.35)$$

$$p_0 = N_v \exp\left(-\frac{E_g + E_F}{kT}\right), \quad (11.36)$$

$$n_0 p_0 = n_i^2. \quad (11.37)$$

$$\text{Бунда } N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ ва } N_v = 2 \left( \frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ лар электрон}$$

ва коваклар учун ҳолатларнинг эффектив зичлиги деб номланади.

### 11.10 Ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги

Изотроп ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги учун (11.24) ифодани ҳосил қиласан эдик. Хусусий ўтказувчанликда ушбу ифода қуидаги кўринишга келади,

$$\sigma_i = (\mu_n + \mu_p) e n_i \quad (11.38)$$

(11.21) дан фойдаланиб

$$\sigma_i = 2e(\mu_n + \mu_p) \left( \frac{kT}{2\pi h^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_e^* m_h^*)^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \quad (11.39)$$

муносабатини оламиз. Кўриниб турибдики, олинган натижা металларнинг ўтказувчанлигидан катта фарқ қиласи. Ярим ўтказгичларнинг ўтказувчанлиги температура ортиши билан экспоненциал ортиб боради. Бундан ташқари ўтказувчанлик электронлар ва ковакларнинг ҳаракатчанлигига ва эффектив массаларига боғлиқ. Тақиқланган зона кенглиги  $E_g$  ярим ўтказгичларнинг ўтказувчанлигини белгиловчи муҳим омиллардан ҳисобланади. Киришмали ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги кўп омилларга боғлиқ ва мураккаб бўлганини учун бу ерда кўриб ўтмаймиз. Хусусий ўтказувчанликнинг температурага боғланиши заряд ташувчилар ҳаракатчанлигининг температурага боғланишидан келиб чиқади. Ҳаракатчанлик ўз навбатида (11.25) га мувофиқ, заряд ташувчиларнинг релаксация вақтлари  $\tau_p$  ва  $\tau_n$  ларга боғлиқ бўлади.

Релаксация вақти заряд ташувчиларнинг кристалл панжарасидаги сочилиш турига қараб температурага турлича боғланади. Ҳаракатчанлик ҳам мос ҳолда температурага турлича боғланади. 11.3-жадвалда  $\mu(T)$  ни сочилиш турига қараб температурага боғланиши келтирилган.

Сочилиш түри	$\mu(T)$
1. Акустик төбәранишлар	$T^{-3/2}$
2. Оптик төбәранишлар (юқори Т лар соҳаси)	$T^{-1/2}$
3. Оптик төбәранишлар (паст Т лар соҳаси)	$\exp(h\nu_e/kT)$
4. Киршишма ионлари	$T^{3/2}$
5. Дислокациялар	$T^{-1/2}$

(11.39) дан кўриниб турибдики,

$$\sigma \sim T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

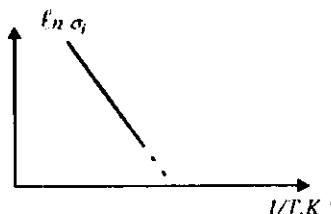
кўринишида температурага боғлиқ

$T^{\frac{3}{2}}$  функция экспоненція нисбатан секунд ўзгаргани учун бу боғлиқларни кўрсаткичли деб олишимиз мумкин. (11.14-чизма).

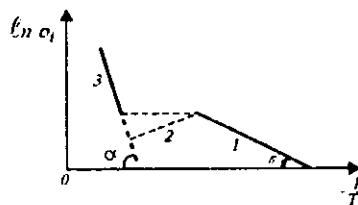
Киршишмали ярим ўтказгичлар учун бундай график уч қисмдан иборат бўлади (11.15- чизма). Паст температуралардан бошлаб киршишма атомлари тўлиқ ионлашиб бўлгунча электр ўтказувчаник  $\exp\left(-\frac{E_i}{2kT}\right)$  қонун бўйича ўзгаради.

Бунда  $n$  — тур ярим ўтказгичдаги донорлар ўз электронларини валент зонага узатади. Агар ярим ўтказгич  $p$  — тур бўлса акцептор киршишмалар валент зонадан ўзига электронларни тортиб олади. (11.15- чизма).

σ (T) графикининг иккинчи қисмida (11.15- чизма, б), киршишмалар тўла ионлашган бўлади. (Яъни  $n_0=N_d$  ёки  $\rho_0=N_a$ ). Бунда зонадаги заряд ташувчилар зичлиги ўзгармайди. σ(T) нинг ўзгариши тўлиқ μ(T) га боғлиқ бўлади. Температуранинг бу интервалидаги μ(T) камайса σ(T) ҳам камаяди, μ(T) оинса μ(T) ҳам ортади. Температура яна ортиб бориши билан ярим ўтказгич атомларини ўтказувчаник зонасига ўтаётган электронлар зичлиги (ёки валент зонасинаги коваклар зичлиги) киршишмалар



11.14- чизма. Хусусий электр ўтказувчаник.



11.15- чизма. Киршишманик электр ўтказувчаник.

хосиет қылған заряд ташувчилар зияннана тенгизлашади ва улардан орткіб кетады, нағижаша хусусий ўтказувчананың етакчи рол ўйнаайды (11.15- чизма, с). Бунда  $\sigma = \sigma_i = \exp(-\frac{Eg}{2kT})$  қонунияп ўринили бўлади. Бу ифодалар киришмалар зичлиги учун катта бўлмаган ҳоллар учун ўринилдири.

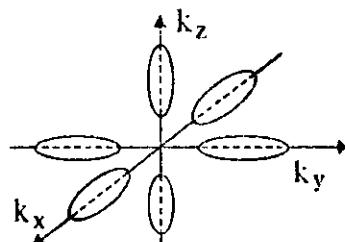
### 11.11. Ярим ўтказгичларда циклотрон резонанс

Металларда циклотрон резонанс ҳодисаси метаизл сиртига яқин бўлган электронларда кузатилади. Чунки скрин-эффект электромагнит тўлқинларни металда ичкарисига киришга ҳалақит беради. Ярим ўтказгичларда эса барча заряд ташувчилар ташкини электромагнит тўлқинининг ўзгарувчан майдони таъсирли бўлади. Циклотрон резонанс ёрламида ярим ўтказгичлардаги заряд ташувчиларнинг эффектив масасини аниқлаши мумкин. Монокристалл ярим ўтказгичларда эффективли масса қиймати йўналишига боғлиқ бўлади.

Ярим ўтказгичларда турли йўналишилардаги эффективли массалар фарқи 10 мартадан ҳам кўн бўлиши мумкин. Эффектив массалар фарқи ярим ўтказгичларнинг энергетик зоналар тузилишидан келиб чиқади. Масалан, Ge ва Si учун бир хил энергияли сиртлар ( $E(p)=\text{const}$ ) эллипсоидлар ҳосил қиласди. (11.16- чизма).

Улар учун энергияни

$$E(p) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_1} + \frac{p_z^2}{2m_{ji}} \quad (11.40)$$



11.16- чизма. Кремний учун тенг энергияли сиртлар – эллипсоидлар бўлади.

кўрининида ёзинимиз мумкин. Кремний монокристаллдаги [100] йўналиши эллипсоиддининг симметрия ўқига мос тушади. Бу йўналинидаги эффективли масса  $m_{ji}$  билан белгиланган, унга кўндаландиганки йўналишида эффективли массалар тенг бўлиб, улар  $m_1$  кўрининида ёзилган. Агар ташқаридан кўйилган донимий магниттик майдон В йўналиши эллипсоидда ўқига паралел бўлса, заряд ташувчилар бу магнит майдонидан

$$\omega = \frac{eB}{m_{\perp}} \quad (11.41)$$

такорийлик билан айланана бошлайдындар Майдон йўналиши эллипсоид ўқига тик бўлса,

$$\omega_{\parallel} = \frac{eB}{m_{\parallel}}. \quad (11.42)$$

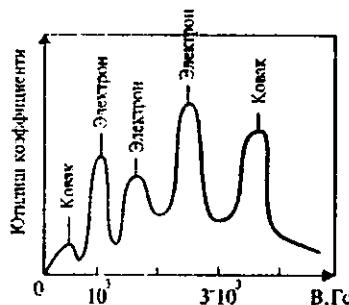
Агар магнит майдон эллипсоид ўқи билан  $\theta$  бурчак ҳосил қиласа, циклотрон резонанс ёрдамида аниқланган эфектли масса учун

$$(\frac{1}{m^*})^2 = \frac{\cos^2 \theta}{m_{\perp}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{m_{\perp} m_{\parallel}} \quad (11.43)$$

муносабат ўринили бўлади. Ге монокристалли учун циклотрон резонанс ютилиши (11.17) чизмада келтирилган. Бунда магнит майдон йўналиши [100] билан  $60^\circ$  ҳосил қиласа. Таинқаридан тушаётган электромагнит тўлқин такорийлиги  $\sim 24$  ГГц атрофида, температура  $T=4K$ . Ютилиши юқори бўлган чўққилар икки хил эфектив массали ковак ва уч хил эфектли массали элекtronлар бор эканлигини кўрсатади.

Ҳар бир эфектли масса ташки майдонга матътум бир бурчак остида йўналатган эллипсоид энергетик зонага мос келади. Унбу тажрибалардан Ге учун  $m_{\perp}=0.082 m_0$  ва  $m_{\parallel}=1.59 m_0$  эканлиги аниқланган. Бунда  $m_0$  – электрошинг гравитацион массаси, Si учун эса  $m_{\perp}=1.19 m_0$  ва  $m_{\parallel}=0.98 m_0$  ни ташкил этади. Ге ва Si ларининг валент зоналари чети мураккаб кўрининига эга. Тажрибалар у ерда икки хил массали коваклар боригини кўрсатади.

Улар енгил ва оғир эфектли массати коваклар деб номланган. 11.4-жадвудда баззи ярим ўтказнич монокристаллари учун электрон ва ковакларнинг иисбий эфектив массалари келтирилган.



11.17- чизма. Ярим ўтказничларда циклотрон резонанс.

#### 11.4-жадвал

Кристалл номи	Тақиқланган зона кенгалиғи $E_{g,20}$	Электроннинг эффектли массаси ( $m^*/m_0$ )	Отир ковакининг эффектли массаси ( $m^*_B/m_0$ )	Енгил ковакининг эффектли массаси ( $m_{B2}/m_0$ )
InSb	0.23	0.0155	0.4	0.016
InAs	0.36	0.024	0.41	0.026
GaSb	0.81	0.042	-	0.052
GaAs	1.52	0.07	0.68	0.07

Электронларнинг ва енгил ковакларнинг эфектли массалари тақиқланган зона кенгайишига пропорционал ҳолда ортиб боради. Ушбу эфектли массалар Бриллюэн зонасининг марказидаги ( $k=0$ ) қиіматта мос келади.

#### 11.12. Ярим ўтказгичларда Холл ҳодисаси

Холл ҳодисасининг таърифини X бобда көлтириб ўтган эдик. Ярим ўтказгичларда Холл ҳодисаси ёрдамида заряд ташувчилар зичлигини аниқлашимиз мүмкин. Металлардан фарқли үлароқ ярим ўтказгич  $n$  – тур бўлса Холл коэффициенти

$$R_n = -A_n/e\hbar; \quad (A_n=1+2) \quad (11.44)$$

кўринишида ёзилади, агар  $p$  – тур ярим ўтказгич бўлса

$$R_p = A_p/e\hbar; \quad (A_p=1+2) \quad (11.45)$$

бўлади. Холл доимийсининг ишораси асосий заряд ташувчилар ишорасига мос келади. Демак, Холл ҳодисаси ёрдамида ярим ўтказгичлардаги асосий заряд ташувчилар ишорасини ҳам аниқлашимиз мүмкин.

$$\mu_H \equiv R_n / |\sigma_n| = A \mu_n \quad (11.46)$$

катталик Холл ҳаракатчанлиги деб аталади. У дрейф ҳаракатчанлик –  $\mu_n$  дан фарқ қиласи.  $A_n$ ,  $A_p$  ва  $A$  ўлчовсиз катталиклар бўлиб, Холл фактори деб номланади. Уларнинг қиймати ҳар бир хусусий ҳол учун заряд ташувчиларнинг сочилиш механизmlаридан келиб чиқади. Масалан, агар ҳамма электронлар бир хил тезликда ҳаракатланса  $A=1$  бўлади.

Сочилиш асосан фононларда содир бўлган ва айнимаган ярим ўтказгич учун  $A=3n/8=1.18$  деб олинади. Агар ярим ўтказгичдаги бир хил энергияли ( $E(p)=\text{const}$ ) сиртлар кўриниши сферадан катта фарқ қиласа  $A=0.7$  қийматгача камайиш мүмкин. Зарядли марказларда сочилиш механизми устувор бўлганда  $A \geq 1.9$  бўлиши мүмкин.

### 11.13. Магнитик қаршилик ҳолисаси

Токли ярим ўтказгичининг ток йўналишига тик йуналган  $\vec{B}$  магнит майдонига киритсақ, ярим ўтказгичининг электр қаршилиги ортади. Солиштирма электр қаршилик  $\rho$ , магнит майдон йўқлигига  $\rho(0)$  га тенг бўлса, у ҳолда солиштирма қаршиликиниң иисбий ўзгариши

$$\frac{\Delta\rho}{\rho(0)} = \frac{\rho(B) - \rho(0)}{\rho(0)} = \frac{B^2}{\tau^2} \left\{ \left( \frac{ne^3}{m_n^2} \right)^2 / \bar{\tau}_n \bar{\tau}_n^3 - (\bar{\tau}_n^2)^2 / + \left( \frac{pe^3}{m_p^2} \right)^2 / \bar{\tau}_p \bar{\tau}_p^3 - \right. \\ \left. - (\bar{\tau}_p^2)^2 / + \left( \frac{npe^4}{m_n m_p} \right) / \left( \frac{e}{m_p} \right)^2 \bar{\tau}_n \bar{\tau}_p^3 + \left( \frac{e}{m_n} \right)^2 \bar{\tau}_p \bar{\tau}_n^3 \right\}. \quad (11.47)$$

Бу муносабатдаги  $\bar{\tau}_p$  ва  $\bar{\tau}_n$  лар мос ҳолда коваклар ва электронларининг релаксация вағти,  $m_n$  ва  $m_p$  лар эфектли массалар. Бу ифодани бавзи ҳусусий ҳолларда бир мунча солда кўринишга келтириш мумкин. Масалан, донор киришмали  $n =$  тур ярим ўтказгич учун

$$\frac{\Delta\rho}{\rho(0)} = \left( \frac{eB}{m_n} \right) \frac{\bar{\tau}^3 \bar{\tau} - (\bar{\tau}^2)^2}{(\bar{\tau})^2} \quad (11.48)$$

бўлади. (11.47) дан кўриниб турибдики магнитик қаршилик майдонига  $T \sim B^2$  кўринишда боғланган экан.

### 11.14. Ярим ўтказгичларда диффузион ток

Агар ярим ўтказгичларда электронлар ёки коваклар зичлигининг градиенти (фарқи) ҳосил қилинса, яъни  $n$  ёки  $p$  ярим ўтказгичининг бир қисмида каттароқ бошқа қисмида эса кичикроқ бўлса, ярим ўтказгич бўйлаб диффузион ток оқади. Бунда заряд ташувчилар зичлиги каттароқ бўлган жойдан, зичлиги кичикроқ бўлган жойга қараб ҳаракатланади. Диффузион ток ярим ўтказгичлар учун хос бўлган ҳодиса бўлиб, металларда кузатилмайди. Диффузион ток ҳосил қилиши учун ташқи электрик майдон бўлинни ишарт эмас. Ярим ўтказгичда  $x =$  ёки бўйлаб заряд ташувчилар градиенти ҳосил қилинган бўлса, у ҳолда ярим ўтказгичдан ўтгаётган ток зичлиги заряд ташувчилар градиентига пропорционал бўлади:

$$j_{nx} = eD_n \frac{dn}{dx}, \quad (11.49)$$

$$j_{px} = -eD_p \frac{dp}{dx}. \quad (11.50)$$

Бу ифодаларни уч ўлчовли ҳол учун умумлаштириб,

$$\begin{aligned} j_n &= eD_n \nabla n, \\ j_p &= -eD_p \nabla p, \end{aligned} \quad (11.51)$$

муносабатларни ҳосил қиласиз. Бунда  $D_n$  ва  $D_p$  лар мос ҳолда электрон ва коваларнинг диффузия коэффициентлари дейишлиди. Ушбу катталикларни Эйнштейн биринчи марта температура билан боғланишини кўрсатиб берди:

$$\begin{cases} D_n = \mu_n \frac{kT}{e}, \\ D_p = \mu_p \frac{kT}{e}. \end{cases} \quad (11.52)$$

Булар Эйнштейн муносабати деб юритилади. Агар ярим ўтказгичга электр майдон ҳам қўйилган бўлса, тўлиқ ток зичлиги дрейф ва диффузон токлар зичлигидан ташкил топади.

$$j_n = e\mu_n \tilde{E} + eD_n \nabla n. \quad (11.53)$$

$$j_p = e\mu_p \tilde{E} + eD_p \nabla p. \quad (11.54)$$

Ушбу муносабатлар унча катта бўлмаган электр майдонлар учун ўринлидир. Агар ярим ўтказгичда электроннинг эркин югириши масофаси  $\tilde{\ell}$  бўлса, шу масофада электроннинг олган энергияси  $eE\tilde{\ell}$  бўлади.

$$eE\tilde{\ell} \ll kT \quad (11.55)$$

бўлган ҳоллар учун (11.53) ва (11.54) муносабатлар ўринли бўлади. Акс ҳолда Ом қонуни бузилиб электронларнинг ҳаркатчанлиги  $\mu_n$  ҳам  $E$  га боғлиқ бўлиб қолади.

### 11.15. Ярим ўтказгичларнинг магнит хоссалари

Кўп ярим ўтказгичлар диамагнитлар ҳисобланади. Нормал шароитда улар қўчсиз диамагнит хоссанига эга бўлади. Лекин, баъзи парамагнит ўзгаришлар натижасида уларда парамагнит

хоссаларни устивор бўлини мумкин. Бундай ярим ўтказгичларни номагният ярим ўтказгичлар деб аталаши. Бундай ярим ўтказгичларда  $d$  ёки  $f$  атом қобиқлари тўлмаган, киришмалари йўқ, ёки жуда кам минъдорда бўлган Si, Ge, CdS, CdSe, CdTe ва бошқа ярим ўтказгичлар мисол бўла олади.  $d$  ва  $f$  – атом қобиқлари тўлмаган, киришмалари бор ярим ўтказгичлар  $Pb_{1-x}Mn_xTe$ ,  $Pb_{1-x}FeTe$  ҳам мисол бўла олади. Бунда  $x$ -индекс  $d$  ва  $f$  қобиқлари чала тўлган Mn ва Fe киришмаларининг нисбий улуши. Ушбу ярим ўтказгичларда Mn ва Fe киришмаларининг атомлари бир-бирлари билан кучли таъсирлашилар ва етарлича кўп атомларининг магнит моментлари бирлашиб магнит доменлари (зарралари) ҳосил қиласидилар. Бундай ярим ўтказгичлар ферромагнит ва антиферромагнит хоссаларини номоён қиласидилар. Ярим ўтказгичининг асосий кристалл панжарасини ташкил этган атомлар магнит моментига эга бўлса, уларни магнит ярим ўтказгичлар дейинлади. (Масалан, NiO,  $Fe_3O_4$ , EuO, EuS, EuSe, EuTe ва ҳ.к.).

Номагнит ярим ўтказгичларининг магнит қабулчанлиги З та қисмдан иборат бўлади.

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 + \chi_3. \quad (11.56)$$

Бунда  $\chi_1$  – кристалл панжарасининг,  $\chi_2$  – заряд ташувчиларининг,  $\chi_3$  – нуқсонларининг магнит қабулчанлиги. Тоза ярим ўтказгич монокристалларининг тажрибада ўччаниган қабулчанлиги  $\chi_1$  ни ташкил этади. Заряд ташувчиларининг қабулчанлиги  $\chi_2$  парамагнит  $\chi_{2n}$  ва диамагнит  $\chi_{2d}$  ташкил этувчилардан иборат. Одатда  $\chi_{2n} > > \chi_{2d}$  бўлгани учун  $\chi_2 - \chi_{2n}$  леб олинади. Парамагнит қабулчалик учун

$$\chi_{2n} = AT^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{Eg}{2kT}\right) \quad (11.57)$$

ифода ўринли бўлиб, у температурага кучли боғланган.  $\chi_3$  ни асосан сийрак жойланган ўзаро таъсирушилмайдиган магнит киришмалар аниқлайди. Бундай киришманинг магнит хоссанини кўйидаги оптика электронининг спини белтилайди. Ушбу ҳолда қабулчанлик учун

$$\chi_{3n} = \frac{n_k \mu_B}{H} L(\alpha) \quad (11.58)$$

Ланжевен ифодаси ўринили бўлади. Бунда

$\alpha = \mu_B H / kT$ ;  $L(\alpha) = \sinh \alpha - 1/\alpha$  ва  
 $n_k$  киришмадаги ортиқча электронлар зичлігі.

Агар киришмалар міндердің күп бўлиб, улар киришмавий зона ҳосил қиласа, бундай донорларнинг парамагнит қабулчанлиги

$$x_{3n} = c/T^{1-a} \quad (11.59)$$

бўлади. Бунда

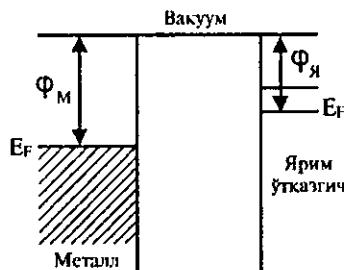
$c = n_k \mu_B (A/m^*)^a (1+a)^{-1} \cdot a = n_k (Bm^*)^a$ ;  $A$  ва  $B$  лар доимий катталиклар.  $\chi_{3n}$  га ўтиш металлари киришмалари катта ҳисса қўшади ( $Fe$  ва бошқалар).

## 11.16. Ярим ўтказгичларда контакт ҳодисалар. Металл-ярим ўтказгич контакти

Ярим ўтказгичда электр токи ўтказиш учун уни электр манбадан келган металл ўтказгич билан тугаштириш (яни, контактлаши) керак. Натижада метал — ярим ўтказгич контакти ҳосил бўлади. Ярим ўтказгичли асбобларнинг деярли барчаси ярим ўтказгичларнинг металл, ярим ўтказгич, диэлектрик билан контакт ҳосил қилиниши натижасида яратилади. Шунинг учун контакт ҳодисаларини ўрганиш мухим аҳамиятга эга. Куйида металл билан ярим ўтказгич kontaktини кўриб чиқамиз. Металл сиртидан иссиқлик ҳаракати таъсирида чиқаётган электронлар оқими учун (10.79) ифода ҳосил қилинган эди.

Ундағи  $\phi$  — термодинамик чиқиши иши деб номланади ва у Ферми сатҳидан вакуум сатҳигача бўлган энергетик масоғатни билдиради. (11.18- чизма).

Металл ва ярим ўтказгичлар алоҳидан вакуумда жойлашганда уларнинг ҳар биритан куйидаги ифодалар билан аниқданувчи эн строигар оқими ҳосил бўлади.



11.18- чизма. Металл-ярим ўтказгич контакти.

$$J_A = \frac{4\pi m(kT)^2}{h^3} \exp(-\frac{\varphi_A}{kT}),$$

$$J_M = \frac{4\pi m(kT)^2}{h^3} \exp(-\frac{\varphi_M}{kT}).$$
(11.60)

Энди ярим ўтказгич билан метални туташтирамиз. 11.18 - чизмада кўрсатилган ҳол учун  $\varphi_m > \varphi_A$ , бинобарин  $J_A > J_M$  бўлади. Демак, бир хил температурада ярим ўтказгичдан металлга ўтадиган электронлар сони металдан ярим ўтказгичга ўтадиган электронлар сонидан катта бўлади. Натижада металл сирти манфий, ярим ўтказгич сирти эса мусбат зарядланиб қолади. Контактда электр майдон ҳосил бўлади ва бу майдон  $J_A$  ва  $J_m$  оқимлар фарқига тенг тескари оқим ҳосил қилимагунча ортиб боради. Электронлар оқими мувозанатлашганда контактдаги электр майдон энергияси  $\Phi_k$  чиқиш ишлари айримасига тенг бўлади.

$$\Phi_k = \Phi_M - \Phi_A \quad (11.61)$$

Майдон металл ичкарисига кирмайди, у ярим ўтказгич сиртига яқин қатламда ҳосил бўлади (11.19-чизма).

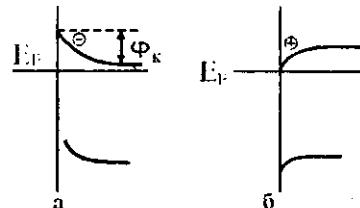
**а)** Ярим ўтказгичдан металлга ўтган электронлар ҳисобида ярим ўтказгичда электронлар зичлиги камаяди ва энергия зонаси юқорига эгриланади. Ярим ўтказгичнинг ҳажмида  $n_0$  ва сиртидаги н электронлар зичлиги

$$n = n_0 \exp(-\Phi_k/kT) \quad (11.62)$$

кўрнишида боғланган бўлади.

Бундай қатламининг солиштирма қаршилиги катта бўлганилиги учун уни беркитувчи қатлам дейилади. Агар  $\Phi_M < \Phi_A$  бўлса, у ҳолда  $J_M > J_A$  ва металл сирти мусбат, ярим ўтказгич сирти манфий зарядланиади. Энергия зонаси настга эгриланади (11.19- чизма, б).

Беркитувчи қатламининг мувозанат шароитдаги кенглиги:



11.19- чизма. Метал-ярим ўтказгич контактида беркитувчи ва беркитмайдиган қатламларнинг пайдо бўлиши.

$$L = \left( \frac{e\phi_k}{2\pi e^2 n_0} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (11.63)$$

Беркитувчи қатламли металл-ярим ўтказгич контактлари ўзгарувчан ток түгрилагичлари бўлиб хизмат қила олади. Шундай контактнинг металл қисмига мусбат қутб, ярим ўтказгич қисмига манфий қутб уланган  $V$  кучланиши электр токи манбанини кўриб чиқамиз. Бундай уланишда контакт потенциаллар айирмаси камаяди:

$$\varphi = \phi_k - eV. \quad (11.64)$$

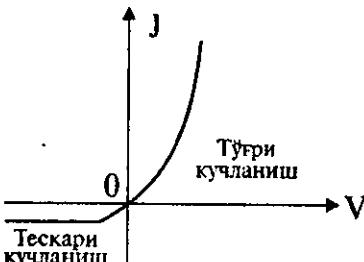
Ярим ўтказгичдан металлга томон ҳаракатланаётган электронлар учун потенциал тўсиқ пасаяди, электронлар оқими ортиб кетади. Агар занжир берк бўлса доимий ток ҳосил бўлади. Токнинг қиймати кучланиш ортиши билан жуда тез, кўрсаткичли функция сингари ортиб боради (11.20-чизма). Бундай кучланишни *тўғри кучланиш* деб номланади. Контакт қатлам кеңглиги ҳам (11.63) га мувофиқ камаяди:

$$L(V') = \left[ \frac{E(\phi_k - eV')}{2\pi e^2 n_0} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11.65)$$

Энди контактдаги металлга манфий, ярим ўтказгичга мусбат қутбни улаймиз. Бундай кучланиш *тескари кучланиш* деб аталади. У ҳолда контактдаги потенциал тўсиқ баландлиги ортади:

$$\varphi = \phi_k + e|V|. \quad (11.66)$$

Электронларнинг ярим ўтказгичдан металлга томон оқими камаяди. Металдан ярим ўтказгичга томон электронлар



11.20- чизма. Металл-ярим ўтказгич контактнинг волт-ампер тавсифномаси.

оқими ўзининг кичик қийматика қолаверади. Бу оқимлар фарқидан ҳосил бўлган ток жуда кичик бўлиб, *тескари ток* дейилади. Тескари кучланиш ортиб борган сари контакт қатлами ҳам кенгайиб боради, электронлар оқими эса 0 га интилади. *Тўри ток* тескари токдан бир неча тартиб катта бўлади.

Шунинг учун, айтиш мумкинки, беркитувчи металл — ярим ўтказгич контакти токни бир томонга яхши ўтказади, тескари томонга эса деярли ўтказмайди. Бундай контакт Шоттки контакти деб номланниб, тўғрилагич, яъни диод вазифасини бажариши мумкин. Уларни Шоттки диодлари деб аталади. Шоттки контакти икки сиртнинг туташишидан иборат, шунинг учун у муайян электр сигимга эгадир:

$$C = \frac{\epsilon}{4\pi L} = \left( \frac{e^2 n_o}{8\pi \varphi_k} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (11.67)$$

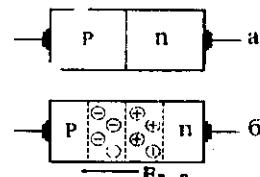
Ташқи электр манбага уланганда ушбу ифодадаги φ манба кучланишига боғлиқ бўлади, у ҳолда (11.64) га мувофиқ:

$$C = \left[ \frac{e^2 n_o}{8\pi(\varphi_k - eI)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (11.68)$$

Демак контактнинг сигими ташқи кучланишга боғлиқ экан. Вариқаплар, деб номланувчи асбобларнинг ишлаш тамойили ана шундай кучланиш билан бошқариладиган электр сигимларга юосланади.

### Электрон – ковак (p-n) ўтиш

Ярим ўтказгич моддасидан майдум бир усуслар билан p ва n турли соҳалир ҳосил қиласиз. Бу соҳаларни бир-бирин билан туташтирасак *p-n* ўтиш ҳосил бўлади (11.21- чизма). Электронларни кўп n – соҳанинг чегарага яқин қатламидан электронлар диффузияланниб p – соҳага ўтиб кетади, p – соҳадан n – соҳага эса коваклар диффузияланади. Диффузияланган электронлар ва коваклар ярим ўтказгич ичига кириб рекомбинацияланади (яъни, йўқолади). Чегара қатламида эса ҳаракатсиз манғий акцептор ва мусбат ионлари қолади.



11.21- чизма. Электрон-ковак (p-n) ўтиш.

Ҳосил бўлган ҳажмий заряд соҳасида электр майдон  $n$  – соҳалан  $p$  – соҳага томон йўналади (11.21- чизма, б).

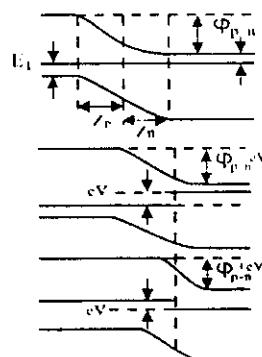
Бу майдон таъсирида вужудга келган зарядлар оқими диффузион оқимларга тенг бўлганда  $p-n$  ўтишнинг электр майдони ўзининг мувозанатий қийматига эришади.  $p$  ва  $n$  соҳаларнинг қатлам кенгликлари мос ҳолда,

$$Z_n = \left( \frac{\epsilon \phi_{p-n}}{2\pi e^2 N_d} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad Z_p = \left( \frac{\epsilon \phi_{p-n}}{2\pi e^2 N_a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11.69)$$

ифодалар билан аниқланади.  $p-n$  ўтишнинг умумий кенглиги:

$$Z = \left( \frac{\epsilon \phi_{p-n}}{2\pi e^2} \cdot \frac{N_d + N_a}{N_d N_a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11.70)$$

бўлади. Кўринниб турибдик,  $p-n$  ўтиш иккала соҳага ҳам кириб борар экан.  $p-n$  ўтишда ҳаракатчан электронлар ва коваклар диффузия натижасида қатламдан кетиб қолганлиги туфайли қўзғалмас акцептор (манфий) ва донор (мусбат) ионлар ҳажмий заряд ҳосил қиласди. Ҳажмий заряд ҳисобига электр майдон вужудга келади. Бу электр майдон ковакларнинг диффузион оқимига қарши уларнинг дрейф оқимини ҳосил қиласди. Мувозанат ҳолатида диффузион ва дрейф оқимлари тенг бўлиб ток кучи 0 га тенг бўлади. Токла қатнаша оладиган ҳаракатчан зарядлар зичлиги  $p-n$  ўтишда жуда кичик бўлади, шунинг учун  $p-n$  ўтишнинг солиштирма қаршилиги жула каттадир.  $p-n$  ўтишда электр майдон билан боғлиқ бўлган потенциал  $\phi$  координата функцияси бўлади. Унинг  $p-n$  ўтиш четлари орасидаги қийматлари айирмаси контакт потенциаллар фарқи ёки потенциал тўсик баландлиги  $\Phi_{p-n}$  ни билдиради. Электр майдон  $n$  – тур соҳадан  $p$  – тур соҳага йўналгани учун,  $n$  – тур соҳадан электронларнинг  $p$  – тур соҳага



11.22- чизма. Электрон-ковак ўтишга тўгри ва тескари кучлашини берилган ҳоллар.

ўтишига ва  $p$  – тур соҳа ковакларининг  $n$  – тур соҳага ўтишига тўсиқ бўлади (11.22- чизма, а).

Энди  $p-p$  ўтишга ташқи  $v$  – кучланиш қўямиз.  $p-n$  ўтиш соҳасининг қаршилиги катта бўлганлиги учун, деярли барча кучланиш тушиши  $p-n$  ўтишга тўғри келади. Агар ташқи манбанинг мусбат қутби  $p$  – тур соҳага, манфий қутби  $n$  – тур соҳага уланган бўлса, тўғри кучланиш қўйилган бўлади (11.22- чизма, б). Унда потенциал тўсиқ  $\phi$  – пасаяди ва тўғри ток пайдо бўлади.

Мусбат қутб  $n$  – тур соҳага, манфий қутб  $p$  – тур соҳага уланса (11.22- чизма, в),  $p - n$  ўтишнинг майдони билан ташқи майдон бир хил йўналган бўлади. Потенциал тўсиқ ортади,  $p-n$  ўтишдан жуда кичик тескари ток оқади. Катта бўлмаган кучланишлар ва токлар соҳасида  $p-n$  ўтишнинг вольт-ампер характеристикиаси учун

$$j = e \left( \frac{D_p p_n}{L_p} + \frac{D_n n_p}{L_n} \right) \left( e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) = j_s \left( e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) \quad (11.71)$$

ифода ўринли бўлади. Бунда  $D_p$ ,  $D_n$  коваклар ва электронларнинг диффузия коэффицентлари;  $L_p$ ,  $L_n$  – мос ҳолда диффузия узунликлари;  $p_n$  – ковакларнинг  $n$  – тур соҳадаги,  $n_p$  – электронларнинг  $p$  – тур соҳадаги мувозанатий зичликлари.

Тўғри кучланиш ( $V > 0$ ) қўйилганда ток зичлиги экспоненциал ортиб боради. Тескари кучланишда ( $V < 0$ ) ток жуда секин ўсади ва  $\exp(eV/kT) < 1$  бўлганда ўзининг кичик тўйинган қийматига эришади. Демак  $p-n$  ўтиш ҳам тўғрилаш хоссасига эга экан, яъни бир йўналишда токни яхши ўтказади, иккинчи йўналишда эса деярли ўтказмайди.  $p-n$  ўтишнинг кенглиги ташқи кучланишга қуидагича боғланган.

$$Z(V) = \left[ \frac{\epsilon(\phi_{p-n} - eV)}{2\pi e^2} \cdot \frac{N_d + N_a}{N_d N_a} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (11.72)$$

$p-n$  ўтишнинг ҳам сигими бўлиб, унинг қиймати ташқи кучланишга боғлик:

$$C = \left[ \frac{ee^2}{8\pi(\varphi_{p-n} - eV)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Ушбу ифодалар кучланиш тушиши  $p-n$  ўтишда содир бўлаётган ҳоллар учун ўринлидир. Кичик кучланишларда бу шарт бажарилади.

Шундай қилиб  $p-n$  ўтиш ўзгарувчан кучланишни тўғрилаш ва электр сифимни кучланиш билан бошқариш хоссаларига эга экан. Ушбу ва яна бошқа бир қатор хоссалардан фойдаланган ҳолда ҳозир ярим ўтказгичлардан жуда кўп асбоблар тайёрланмоқда. Мураккаб интеграл микросхемаларида  $p-n$  ўтишлар асосий элементлар бўлиб хизмат қиласди.

### Саволлар ва масалалар

1. Ярим ўтказгичларнинг қандай турлари мавжуд?
2. Ярим ўтказгичларнинг энергетик зоналари тузилишини тушунтиринг.
3. Ярим ўтказгич хоссаларига киришмалар қандай таъсир кўрсатади?
4.  $p-n$  ўтишнинг тўғрилаш хоссасини тушунтириб беринг.
5. Температураси  $400\text{ K}$  бўлган хусусий ярим ўтказгичда электронлар зичлиги  $n=1,38 \cdot 10^{15}\text{ см}^{-3}$ . Электрон ва ковакларнинг эффектив массалари кўпайтмасини топинг. Тақиқланган зона кенглиги  $E_g=0,785 \cdot 4 \cdot 10^{-4}\text{. T(эВ)}$  қонуният бўйича ўзгариади.
6. Энергияси  $E(k)=E_c+(\hbar k)^2/2m^*$  ифода билан аниқланган бир ўлчовли, айнимаган электрон гази учун ҳолатлар зичлиги  $g(E)$  топилсин.
7. Бор (B) атоми киритилган ( $\text{Na}=10^{17}\text{cm}^{-3}$ ) кремнийдаги коваклар зичлиги топилсин.  $T=300^\circ\text{K}$ ,  $m_p^*=0,59 m_0$ ,  $\mu_p=100\text{ cm}^2\text{Vs}^{-1}$  ва  $g_0=1$ . Бор атомлари учун  $E_v=+0,045\text{ эВ}$ .

8. Ярим ўтказгичдаги электронлар зичлиги  $T=400^{\circ}\text{K}$  да  $n=1,30 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $T=350^{\circ}\text{K}$  да  $n=6,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  бўлса, тақиқланган зона кенглиги  $E_g$  ни аниқланг.  $E_g$  температура га чизиқий боғланган деб ҳисобланг.

9. Тоза германийдаги электронлар ҳаракатчанлиги  $T=300^{\circ}\text{K}$  да  $\mu_n=3800 \text{ см}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ .  $m_n^*=0,55m_0$  ва  $\mu=aT^{3/2}$  бўлса, германийнинг  $T=30^{\circ}\text{K}$  даги солиштирма қаршилигини топинг.  $E_g=0,785-4 \cdot 10^{-4}T$  қонуният бўйича ўзгаради,  $\mu_n/\mu_p=2,1$  ва  $a$  – доимий катталик деб олинсин.

## XII БОБ

### ДИЭЛЕКТРИКЛАР

Дизэлектрик сўзи юончада dia – орқали ва инглизча elektrik – электр сўзларидан тузилган.

«Дизэлектрик» атамасини Фарадей электр майдон кирадиган моддаларни аташ учун киритган. Диэлектриклар электр токини ёмон ўтказади. Ионланмаган барча газлар, баъзи бир суюқликлар ва қаттиқ жисмлар дизэлектриклар бўлади. Металларнинг солиштирма электр ўтказувчанилиги  $\sigma \sim 10^8 - 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$  тартибида, дизэлектрикларники эса  $10^{-10} - 10^{-15} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$  тартибида бўлади. Бу тафовутни классик физика металларда эркин электронлар бўлади, дизэлектрикларда эса барча электронлар боғланган бўлиб, уларни электр майдон ўз атомларидан ажратиб ололмайди, балки бироз силжитади деб тушунтирас эди. Қаттиқ жисмларнинг квант физикаси (V бобга қаранг) электронлар энергия зоналарининг турлича тўлдирилганлигидан қаттиқ жисмларнинг электр, оптик ва бошқа кўп хоссалари келиб чиқишилигини тушинтириб бера олди. Хусусан дизэлектрикларда валент зоналар тўла тўлдирилган бўлиб, уларнинг юқорисидаги бўш зона тўлдирилган зонадан анча юқорида жойлашган, тўла тўлдирилган зона электронлари электр ўтказувчаниклида қатнаша олмайди, уларнинг бўш зонага ўтиб олиб, ўтказувчаниклида қатнаша олиши учун енгиб ўтилиши зарур бўлган энергетик тўсисқ (тақиқланган зона кенглиги) анча катта, бундай ўтиш имконияти, одатда жуда кичик, шунинг учун дизэлектриклар электр токини деярли ўтказмайди. Уларда электр майдон электронлар зичлигини қайта тақсимлайди(атом ва молекулалар ичida электронларни силжитади) – қутбланиш ҳодисасини юзага келтиради.

Зоналар назариясига асосан, дизэлектриклар билан ярим ўтказгичлар орасидаги фарқ юқориги тўлдирилган зона билан бўш зона орасидаги тақиқланган зона кенглигининг ҳар

хил бўлишилигидан иборат. Яримўтказгичларда  $Eg < 3\text{эВ}$ , диэлектрикларда  $Eg > 3\text{ эВ}$  леб шартли ҳисобланали.

Диэлектрикларда зарядларнинг эркин кўчиши мумкин бўлмаганилиги туфайли унинг ичкарисига етарлича кучли ташқи электр майдонлар кира олади. Бунда кристалл панжарасининг даврий электр майдонига қўшимча (ташқи) майдон қўшилганда учта муҳим ҳолат диэлектрикнинг ички тузилишининг (электронлар ва ионлар вазиятларининг) ўзгаришини аниқлаш имконини бериши мумкин.

Агар диэлектрик намунасини статик электр майдонга (масалан, конденсатор пластиналари орасидаги майдонга) жойлаштирилса, кристаллнинг статик диэлектрик сингдирувчанилиги  $\epsilon_0$  ни аниқлаб, кристаллнинг ички тузилиши ўзгариши ҳақида муҳим маълумот олиш мумкин.  $\epsilon_0$  ни микроскопик назария ҳисоблайди.

Диэлектрикнинг оптик хоссаларини, яъни унинг юқори такрорийликли электромагнит майдон билан ўзаро таъсирини аниқлаш учун диэлектрик сингдирувчаниликнинг такрорийликка боғланишини, яъни  $\epsilon = \epsilon(\omega)$ ни ҳисоблаш зарур. Бундан синдириш кўрсаткичи  $n = \sqrt{\epsilon}$  ни аниқлаш мумкин.

Ионлар кристалларидаги ҳатто ташқи майдонлар бўлмаганида ҳам ионлар орасида узоқ таъсир электростатик кучлар мавжуд бўлиши мумкин. Бу кучлар панжара ўзининг мувазанатий шаклига нисбатан деформацияланиши (масалан, атомлар тебранишлари) оқибатида пайдо бўлиши мумкин.

Мазкур масалаларни тадқиқлашда муҳит учун ёзилган Максвелл тенгламаларидан фойдаланиш қулайдир. Кейин қаттиқ жисмдаги маҳаллий майдонларни мухокамага киритиб, ташқи майдон таъсирида қутбланиш ҳодисаларини атомлар савиёсида баён қилинади.

## 12.1. Диэлектрикларга оид асосий тушунчалар ва катталиклар

Маълумки, классик электродинамика муҳитлардаги электромагнит ҳодисаларни, ташқи майдондан ташқари, яна муҳит хоссаларини ифодаловчи тушунча ва катталиклар ёрдамида тадқиқ қылган.

$\tilde{E}$  — электр майдон кучланғанлиги — майдоннинг мазкур иштасига жойлаштирилган бирлик мусбат зарядга таъсир этувчи куч;

$\vec{P}$  – қутбланиш вектори — диэлектрик бирлик ҳажмининг электр моменти;

$\vec{D}$  – электр индукция (электр силжиш) вектори муҳит ичида ташқи майдон ва унинг таъсирида пайдо бўлган қутбланиш электр майдонининг биргаликда бирлик мусбат зарядга таъсир этувчи куч;

$\epsilon$  — муҳитнинг нисбий диэлектрик сингдирувчанилиги (диэлектр доимий) — Гаусс бирликлар системасида изотроп муҳитда  $\vec{D}$  ва  $\vec{E}$  орасида пропорционаллик коэффициенти  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ;

$\epsilon_0$  — вакуумнинг электр доимиysi,  $\epsilon_0 = (10^7 / 4\pi c^2) = 8,8542 \cdot 10^{-12}$  Ф/м  
Изотроп муҳитда Гаусс системасида

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} = \epsilon \vec{E} \quad (12.1)$$

еки

$$\vec{P} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \vec{E}. \quad (12.2)$$

$\chi$  -- нисбий диэлектрик қабулчанлик  $\vec{P}$  қутбланиш вектори билан электр майдон кучланганлиги орасидаги пропорционаллик коэффициенти

$$\vec{P} = \chi \vec{E} \quad (12.3)$$

(12.2) ва(12.3) ифодалардан

$$\chi = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \dots \text{еки...} \epsilon = 1 + 4\pi \chi \quad (12.4)$$

келиб чиқади.

СИ бирликлар системасида (12.1) ўрнига

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad (12.5)$$

(бунда  $\epsilon = 1 + \chi$ ) ифода ёзилади.

Анизотроп муҳит бўлганида  $P$  ва  $E$  векторлар параллел бўлмаслиги мумкин, диэлектрик қабулчанлик ва сингдирувчанилик тензор катталиклар бўлади.

Максвеллининг қуйидаги тенгламасини эслатамиз:

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi \rho \quad (\text{СИ да } \operatorname{div} \vec{D} = \rho) \quad (12.6)$$

Изотроп муҳитда

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{4\pi}{\epsilon} \rho \quad (\text{СИ да } \operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}). \quad (12.6')$$

Маълумки, мазкур тенглама Кулон қонунини  $\rho$  зичлиқда узлуксиз тақсимланган заридлар ҳоли учун умумлаштиришдан келиб чиқкан.

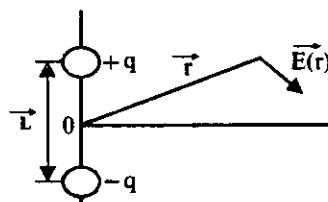
Миқдор жиҳатдан бир-бирига тенг, аммо қарама-қарши ишорали бир-бирига боғланган икки заряд дипол дейилади. Диэлектрик қабулчанликни бинобарин, диэлектрик сингди-рувчанликни яккаланган зарядлар эмас, балки диэлектрик диполлар аниқлайди. Диполининг электр моменти

$$\vec{p} = q\vec{l} \quad (12.7)$$

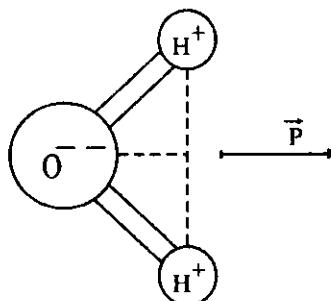
кўринишда аниқланади, бунда  $q$  — диполни ташкил этган зарядлар миқдори,  $\vec{l}$  — уларнинг оралиги (12.1-расм). Дипол елкаси  $\vec{l}$  нинг  $\vec{E}(\vec{r})$  майдони аниқданаётган нуқтагача бўлган  $\vec{r}$  масофадан анча кичик ( $|\vec{l}| \ll |\vec{r}|$ ) бўлганда мазкур нуқтада

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r} - \vec{r}^2\vec{p}}{\epsilon r^5}. \quad (12.8)$$

Электр манғийлиги сезиларли фарқланадиган атомлардан таркибланган ҳар қандай симметрик бўлмас молекула доимий электр дипол моментига эга бўлади. Масалан, сувнинг  $H_2O$  молекуласи  $p=6,33 \cdot 10^{-30}$  Кл.м дипол моментига эга, у кислород ионидан иккита водород атомини бирлаштирувчи тўғри чизик ўртасига томон йўналган.  $HCl$  молекуласида бундаги икки атомни туташтирувчи чизик бўйича унинг дипол моменти йўналган. Диэлектрик муҳитда ташқи таъсир (электр майдон, босим ва ҳоказ) осилда электр диполлар вужудга келиши (индуksияланилиши) мумкин. У



12.1- чизма. Дипол майдонини хисоблашга доир.



12.2- чизма.  $H_2O$  молекуласининг дипол моменти.

холда күтбланиш вектори  $\vec{P}$  бирлик ҳажмда ҳосил бўлган диполлар моментлари йигиндисига тенг бўлади:

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i \quad (12.9)$$

Агар ясси конденсатор қопламалари орасига диэлектрик жойланса ва конденсаторга кучланиш берилса, диэлектрик молекулалари қутбланади (12.3- чизма).

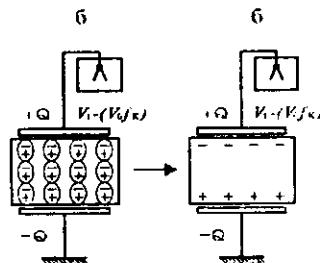
Бунда потенциал ва майдон кучланганлиги камаяди, қопламалар сиртида индукцияланган қолдиқ зарядлар пайдо бўлади. Зарядниң сиртий зичлиги:

$$q_s = -\vec{P}\vec{n}, \quad (12.10)$$

$\vec{n}$ -сиртга нормал бирлик вектор.

Кўпинча атом ёки ионда күтбланишини аниқлайдиган маҳаллий жўйиктив майдонни ҳисоблаш зарур бўлади. Бунда қаралаётган атом берк сирт билан ўралган деб фараз қилинади. Шу сирт ичидаги диполлар айрим-айрим ҳисобга олинади.

Демак, ташқи зарядлар тасирида атомда вужудга келган эфектли маҳаллий майдон  $E_{\phi}$  ни тўрт қўшилувчидан иборат шаклда ёзиш мумкин:



12.3- чизма. Қопламалари орасига диэлектрик жойлашган конденсатор.

$$\vec{E}_{\phi} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{\text{пок}} + \vec{E}_c + \vec{E}_{\text{дин}} \quad (12.11)$$

Бунда  $\vec{E}_0$  — ташқи зарядлар майдони,  $\vec{E}_{\text{пок}}$  — күтбланишини бузувчи эфектлар майдони,  $\vec{E}_c$  — фаразий берк сиртда индукцияланган зарядлар мазкур соҳанинг марказида вужудга келтирган майдон,  $\vec{E}_{\text{дин}}$  — соҳанинг ичидаги барча диполлар ҳосил қилиган майдон.

$\vec{E}_0 + \vec{E}_{\text{пок}} = \vec{E}_0 V_0 / d$  бўлиб,  $V_0$  — конденсатор қопламалари орасидаги кучланиш,  $d$  — қопламалар оралиги.

Демак,

$$\vec{E}_{\phi} = \vec{E}_0 + \vec{E}_c + \vec{E}_{\text{дин}}. \quad (12.12)$$

Агар атом атрофида танланган ҳажмни сфера десак,

$$\vec{E}_c = \left( \frac{4\pi \bar{P}}{3} \right). \quad (12.13)$$

Бу ҳолда, агар панжара куб шаклида бўлса,  $\vec{E}_{\text{лип}}=0$  бўлиб қолади. Бинобарин ( $\vec{E}_1=\vec{E}$ ),

$$\vec{E}_{\text{шф}} = \vec{E} + \frac{4\pi \bar{P}}{3}. \quad (12.14)$$

(12.2) ифодадан (12.14) га  $\underline{\bar{P}}$  ни қўйсак, кубик (изотроп) панжаранинг атом жойлашган тугунида эфектив маҳаллий майдон

$$\vec{E}_{\text{шф}} = \frac{\varepsilon + 2}{3} \vec{E} \quad (12.15)$$

бўлади.

## 12.2. Диэлектрикларда қутбланиш механизмлари

Диэлектриклар қутбланишининг учта муҳим ҳолини кўриб чиқамиз.

1. Қутбли молекулалар дипол моментларининг маҳаллий электр майдони бўйлаб қисман ёки тўла тизилиши ҳоли. Юқорида айтганимиздек, муайян симметрик бўлмаган молекулалар доимий электр дипол моментга эга. Электр майдон ўз йўналиши томон бу молекулаларни буради. Бу жараённи диполлар ориентрланиши ёки параплекстр қабулчанлик дейилади. Бироқ, молекулаларнинг иссиқлик ҳаракати (тебраниши) уларнинг майдон бўйлаб тизилишига тўқсинглик қиласи. Бу икки жараён рақобати оқибатида муайян ориентрланиш ўрнашади.

2. Қаттиқ жисмларда электр майдон ва манғий ионларнинг бир-бирига нисбатан силжиши содир бўлади. Бу ҳолисани ионлар қутбланиши дейилади.

3. Ҳамма диэлектрикларда юз берадиган қутбланиш – электронлар қутбланишидир: электр майдон таъсирида атомнинг электронлари ядрога нисбатан силжиди, янын электр майдон ҳар бир атомнинг электронлари қобиқларини деформациялади. Бунда ядролар оралиги ўзгариши ҳам мумкин.

Диэлектрик сингдирувчанлик умумий ҳолда:  $\varepsilon = \varepsilon_m + \varepsilon_n + \varepsilon_s$ .

Энди бу ҳолларни айрим-айрим равишда батафсилроқ қараймиз.

### 12.2.1. Ориентацион қутбланиш

Умуман, доимий диполларнинг бурилиши оқибатида қутбланиш асосан газлар ва суюқликларга хосdir. Қаттиқ жисмларда қутбли молекулалар бўлсада, улар электр майдон таъсирида эркин бурила олмайди. Бундай жараённи молекуларнинг бир тургун ҳолатдан иккинчисига сакраб ўтиши оқибатида дипол момент билан электр майдон орасидаги бурчакнинг кичрайиш тарзида қараш мумкин.

Бирлик ҳажмида ҳар бири р моменитли  $N$  та доимий электр диполлари бор бирор муҳитни қарайлик. Электр майдон йўқлигига диполлар тартибсиз йўналган. Энди  $E$  статик майдон диполларни тартиблашга уринади. У ҳолда бирлик ҳажмнинг қутбланиши (майдон йўналишига электр моментнинг проекцияси) бундай ёзилади:

$$P_0 = \sum_N p \cos \theta_N = N p < \cos \theta > .$$

Бунда  $\theta$  - ҳар бир дипол ва электр майдон йўналишлари орасидаги бурчак.

Диполлар тартибланиши жараённига зарралар иссиқлик ҳаракати халақит беради. Иссиқлик ҳаракатини Болцманнинг энергиялар бўйича тақсимот функцияси тавсифлайди деб ҳисобласак,  $\cos \theta$  нинг ўртача қиймати

$$< \cos \theta > = \frac{\int_0^{\pi} 2\pi \sin \theta \cos \theta \exp(-U/kT) d\theta}{\int_0^{\pi} 2\pi \sin \theta \exp(-U/kT) d\theta} \quad (12.16)$$

ифода билан аниқланади, бунда  $U$  диполнинг  $E$  майдонидаги энергияси:

$$U = \vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \theta \quad (12.17)$$

(12.17) ифодани (12.16) даги интегралларга кўйиб, ҳисоблашни бажарсак,

$$< \cos \theta > = \left[ \frac{1 + \exp(-2pE/kT)}{1 - \exp(-2pE/kT)} \right] = \operatorname{ctg}(\frac{pE}{kT}) - \frac{kT}{pE} = L(\frac{pE}{kT}). \quad (12.18)$$

Агар ташқи майдон  $E$  етарлича катта бўлса,  $L \rightarrow 1$ . Аммо, кучиз майдонлар ( $E \ll kT/p$ ) ҳолида

$$\langle \cos \theta \rangle \approx \frac{pE}{3kT} \quad (12.19)$$

Демак, бирлик ҳажмнинг қутбланиши

$$P = \left( \frac{Np^2}{3kT} \right) E. \quad (12.20)$$

Бунга мос диэлектрик қабулчанлик

$$\chi = P/E = \frac{Np^2}{3kT}, \quad \frac{P}{E} = \frac{Np^2}{3kT}. \quad (12.21)$$

Қутбли суюқликлар ва қаттиқ жисмлар учун бу қабулчанлик ҳиссаси 1 билан тақосланарли бўлиши мумкин.

**Диэлектрик доимийнинг ўзгарувчалик ташқи майдон частотасига (такрорийликка) боғлиқлиги.** Доимий диполларга эга бўлган қаттиқ жисмда уччала механизм ҳам қутбланишга (диэлектрик доимийга) ҳисса қўшади. Паст такрорийликларда уларнинг ҳиссалари турлича. Юқори такрорийликларда уларнинг диэлектрик доимийси комплекс  $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$  катталик бўлиб, унинг ҳақиқий қисми ташқи майдон билан бир фазада ўзгарувчи диэлектрик қутбланишини ифодаЛАЙДИ, мавхум қисми эса ташқи майдондан фаза бўйича орқада қоластган механизм пайдо қиласидан диэлектрк йўқотишларни акс эттиради. Мажбур қисмлар Крамерс-Крониг дисперсион чуносабатлари билан боғланган:

$$\epsilon' - I = \frac{I}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon''(x)}{x - \omega} dx, \quad (12.22)$$

$$\epsilon'' = - \frac{I}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon'(x) - I}{x - \omega} dx. \quad (12.23)$$

Бу ифодалардаги  $P$  — интегралнинг бози қиймати белгиси,  $\omega$ -электромагнит майдон такрорийлиги.

Умуман айтганда,  $\epsilon'$  ва  $\epsilon''$  ўзгарувчан электр майдон такрорийлигига боғлиқ. Диэлектрик доимийнинг модули  $|\epsilon| = \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2}$  индукция вектори  $D$  нинг тебраницилари амплитудасини анилайди. Доимий электр майдонда  $\epsilon''=0$ ,  $\epsilon'=\epsilon$  бўлади.

Доимий диполлар орнеклениши билан бөлгөлөнүү үзгаришлари кетидан улгурга олмайди. Бу ҳолда  $\epsilon'$  камайиб кетади, аммо  $\epsilon''$  нөлдан фарқли бўлади, яъни анча диэлектрик йўқотишилар найдо бўлади. Каттароқ  $\omega$  ларда бу механизм ҳиссаси йўқ даражада бўлади.

Оптик диапазондаги юқори частотали электр майдонларда диэлектрик хоссаларини синдириш кўрсаткичи  $n$  ва ютиш кўрсаткичи  $k$  орқали тавсифланади.  $n$ ,  $k$ ,  $\epsilon$  орасида қўйидаги боғланиш бор:

$$n(1+ik) = \sqrt{\epsilon' - i\epsilon''} \quad (12.24)$$

Ионлар кристалларидаги  $\omega \sim 10^{13}$  Гц яқинида  $\epsilon'$  яна ҳам камайди. Бу тақрорийликдан юқорида ионлар ҳам майдон үзгариши кетидан улгурга олмайди. Янада юқорироқ  $\omega > 10^{15}$  Гц тақрорийликларда электронлар қутбланиши ҳисобига  $\epsilon'$  бирдан катта бўлиб олади. Аммо,  $\omega > 10^{15}$  Гц ларда бу механизм ҳам майдондан орқада қолади. Бу ҳолда қаттиқ жисм I га яқин диэлектрик  $\epsilon$  сингдирувчанликка эга бўлади.

### 12.2.2. Электрон қутбланувчанлик

Синусоидал ташқи майдон таъсирида силжийдиган электрон ҳаракатини қарайлик. Силжиган электронни ўз вазиятига қайттарувчи квази эластик кучни  $\beta x$ , унинг хусусий тақрорийлигини  $\omega_0 = (\beta/m)^{1/2}$  деб белгиласак,  $E_{\text{эфф}} = eE_0 \exp(i\omega t)$

маҳаллий электр майдон таъсирида электроннинг ҳаракат тенгламаси

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \beta x = eE_0 \exp(i\omega t) \quad (12.25)$$

кўринишда бўлади.

Бу тенгламанинг мажбурий тебраниш амплитудаси  $x_{\max}$  учун ечими

$$x_{\max} = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (12.26)$$

бу эса  $|p|=ex_{\max}$  дипол моментига мос келади. Индукцияланган электрон дипол моменти маҳаллий майдонга пропорционал, яъни  $\vec{p}=\alpha \vec{E}_{\text{ифф.еки.}} |p| = \alpha_e E_0$ .

Пропорционаллик коэффициенти  $\alpha_e$  – электрон қутбланувчанлик:

$$\alpha_e = ex_{\max} / E_0 = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (12.27)$$

Бу қутбланувчанлик механизмининг диэлектрик сингдирувчаникка ҳиссаси  $\omega < \omega_0$  тақорийликларда бир хил:

$$\alpha_e = \frac{e^2}{m\omega_0^2}. \quad (12.27')$$

У кўринадиган ёргулук соҳасида (оптик соҳада) диэлектрик доимий ва синдириш кўрсаткичи  $n = \sqrt{\epsilon}$  ни 1 дан катта бўлишининг ягона сабабидир. Бу ҳолда Клаузиус-Мосотти муносабатини қўйидагича ёзиш мумкин:

$$\alpha_e = \frac{3}{N_e} \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right) = \frac{3}{N_e} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right), \quad (12.28)$$

бундаги  $N_e$  – электронлар зичлиги. (12.27') ва (12.28) ифодалар асосида ҳисоблашдан  $\omega_0 \sim 1,7 \cdot 10^{16}$  Гц, бу тақорийлик элек-тромагнит спектрнинг ултрабинафша соҳасига мос тушади.

Яна бир мулоҳаза юқоридаги ҳисобга тузатма киритади: маълумки, тебранаётган электрон энергия нурлантириши ке-рак; бундан ташқари бу электрон ноэластик тўқнашишларга (ишқаланишга) дучор бўлиб туради. Бу омилларни ҳисобга ол-сак, (12.25) тенглама қўйидаги кўринишни олади:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + \beta x = eE_0 \exp(i\omega t). \quad (12.29)$$

Бу тенгламанинг ечими:

$$x = \frac{eE_0 \exp(i\omega t)}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}. \quad (12.30)$$

Бундан электрон қутбланувчанлик

$$\alpha_e = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}. \quad (12.31)$$

(12.28) ва (12.31) ифодалардан:

$$\epsilon = \epsilon' - i\epsilon'' = \left[ 1 + \frac{e^2 N_e}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega) - e^2 N_e / 3} \right] \quad (12.32)$$

Энди  $\omega_1 = [\omega_0^2 - (e^2 N_e / 3m)]^{1/2}$  белгилаш қилиб,  $\epsilon'$  ва  $i\epsilon''$  ни топамиз:

$$\epsilon' = \left[ 1 + \frac{(e^2 N_e / m)(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_1^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \right], \quad (12.33)$$

$$-i\epsilon'' = i \left[ \frac{(e^2 N_e / m)\gamma\omega}{(\omega_1^2 - \omega^2) + \gamma^2 \omega^2} \right]. \quad (12.34)$$

### 12.2.3. Ионлар қутбланувчанлығы

$N_c$  ға қутбланувчи электронга ва  $N_i$  ға қутбланувчи ионлар жуфтига әзге бүлгән ион бөгланишлы қаттық жиесмни қарайлык. Бұ холда (12.28) Клаузиус-Мосотти тенгламаси асосида статик диэлектрик синглирүвчанлик  $\epsilon_0$  ва қутбланувчанниклар  $\alpha_i$  ва  $\alpha_e$  орасида бөгланишни қыйидагича ёзіб оламиз:

$$3\left(\frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + 2}\right) = N_i \alpha_i + N_e \alpha_e \quad (12.35)$$

Индукциялланған ионлар диполлары ҳиссаси жуда кичик бўладиган, аммо электронлар қутбланувчанлиги сезиларли камаядиган юқори такрорийликда юкоридаги муносабат

$$3\left(\frac{\epsilon_\infty - 1}{\epsilon_\infty + 2}\right) = N_e \alpha_e \quad (12.36)$$

кўринишни олади. Ионлар қутбланувчанлиги шу икки ифода айирмасидан аниқданади:

$$\alpha_i = (3/N_i) \left[ \frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + \infty} - \frac{\epsilon_\infty - 1}{\epsilon_\infty + 1} \right] \quad (12.37)$$

Ион бөгланишлы қаттық жиесмларда  $\alpha_i$  катталык  $10^{-40} \Phi \cdot \text{м}^2$  тартибида. Масалан, NaCl кристалли учун  $\alpha_i = 3,8 \cdot 10^{-40} \Phi \cdot \text{м}^2$ .

M+ ва M- массали ионлар жуфті үчүн электр майдон таъсирида вужудга келгән мажбурний төбранишлар тенгламаси

$$\left( \frac{M_+ M_-}{M_+ + M_-} \left[ \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma_i \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x \right] \right) = e E_{\text{зф}} \quad (12.38)$$

кўринишда бўлади, бунда  $\gamma$  — энергия сочилишини тасвирлаїши,  $\omega_0$  — хусусий тақрорийлик. Бу тенгламанинг ечими комплекс катталик бўлади. Кутбланишнинг иккала тури ҳисобга олинганда Клаузиус — Мосотти муносабати қўйидаги ифодани беради:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_\infty)\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}. \quad (12.39)$$

Бу ифоданинг ҳақиқий ва мавхум қисмларини ажратиш мумкин. Диэлектрик сингдирувчанлик ҳақиқий қисмининг ўзгариши, олдинги ҳолдагидек, сўниш жараёнини акс эттирали. Қаралётган ҳолда ёт мавхум қисм  $\omega$  тақрорийликда етарлича юксак максимум қийматга эга бўлади, бу максимум мазкур спектрал соҳада мазкур қаттиқ жисмларининг яхши маълум бўлган оптик хоссаларини аниқлайди. Масалан, бўйлама ва кўндаланг оптик тебранишлар тақрорийликлари  $\omega_L$  ва  $\omega_T$  статик диэлектрик доимий ( $\epsilon_0, \epsilon_\infty$ ) билан боғлиқ:

$$\omega_L^2 = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_\infty} \omega_T^2, \quad (12.40)$$

бундаги  $\omega_T^2$  нинг ўзи ҳам  $\epsilon_0, \epsilon_\infty$  ларга боғлиқ бўлади.

$$\omega_T^2 = \omega_0^2 \left( 1 - \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{\epsilon_0 + 2} \right) \quad (12.41)$$

(12.40) исорада амча кенг қўлланиш соҳасига эгади ..

## 12.1-жадвал

**Баъзи ишқориқ — галоид ионлар кристалларига таънили маълумот**

Кристалл	$\epsilon_0$	$\epsilon_\infty$	$\hbar\omega/k, \text{К}$
LiF	9.01	1.96	442
NaF	5.05	1.74	354
NaCl	5.90	2.34	245
NaBr	6.28	2.59	195
LiI	16.85	3.80	-

Диэлектрик сингдирувчанлик  $\epsilon$  ярим ўтказгичларда киришма сатҳлар низариясида жуда муҳим ўрин тутганлиги учун баъзи ковалент (ярим ўтказгич хоссали) кристаллар учун  $\epsilon$  нинг қийматларини келтирамиз.

## 12.2-жадвал

**Ковалент, ковалент – ион кристалларнинг статик диэлектрик доимийлари**

Кристалл	Тузилиши	$\epsilon_0$
Кремний Si	олмос	12,0
Германий Ge		16,0
Қалай Sn		23,8
Кремний карбида	ZnS га ўхшаш	6,7
Галлий фосфида		8,4
Галлий арсениди		10,9
Индий арсениди		12,2
ZnS	вюрцит	5,1
Сурмали индий Insb	ZnS	15,7
ZnSe		5,8
ZnTe		8,3
CdS	вюрцит	5,2
CdSe		7,0
CdTe	ZnS	7,1

Ковалент кристалларда электронлар зарядининг анча қисми атомлар (ионлар) оралигига жойлашган. Бу ташкил этувчи қутбланишга муҳим ҳисса қўшади. Шунинг учун ковалент кристалларнинг диэлектрик хоссалари ҳисобланганида зоналар назариясига ( $V$  бобни қаранг) ёки “богланишлар қутбланувчанлиги” деб номланган усулга мурожат қилинади.

## 12.3. Пироэлектриклар

Қиздирилганда ёки совутилганда сиртида электр зарядлар пайдо бўладиган бაъзи кристалларни пироэлектриклар дейилади. Пироэлектрнинг бир томони қиздирилганда манфий зарядланади, иккинчи тамонида аксинча бўлади. Бу ҳодиса шундай тушунтирилади. Пироэлектрлар электр майдон ёки бошқа ташқи таъсир бўлмаганида ҳам ўз-ўзининг (спонтан)  $\tilde{P}_c$  қутбланишига эга бўлади, бунинг сабаби мусбат ва манфий зарядлар марказларининг мос тушмаслигиdir. Одатда  $\tilde{P}_c$  спонтан қутбланиш эмас, балки ўзгариши  $\Delta \tilde{P}_c$  кузатилади, бу эса температуранинг тез  $\Delta T$  ўзгаришида юз беради (пироэлектр эффект). Пайдо бўладиган сиртий заряд зичлиги  $\sigma = p\Delta T$  ифодасидаги  $p$  ни пироэлектр доимий дейилади. Энг ёрқин

пироэлектр-турмалин, унда температура  $1^{\circ}$  қадар ўзгарганда  $E=40000$  В/м чамасидаги электр майдон вужудга келади. Агар температура ўзгариши тезлиги заряднинг релаксация вақтидан юқори бўлса, бу ҳолда электрланиш интенсивлиги энг катта бўлади. Барча пироэлектриклар пъезоэлектриклар бўлади, аммо, ҳамма пъезоэлектриклар ҳам пироэлектриклар бўлавермайди. Баъзи пироэлектриклар сегнетоэлектрик хоссаларга молик бўлади. Пироэлектриклардан техникада ёруғлик индикаторлари ва қабуллагичлари сифатида фойдаланилади.

#### 12.4. Пъезоэлектрик ҳодиса

Баъзи диэлектрик кристалларнинг қутбланишини, механик деформация таъсирида ўзгаришини ва аксинча электр майдони таъсирида деформация пайдо бўлишини пъезоэлектрик ҳодиса дейилади, мазкур кристалл моддаларни пъезоэлектриклар деб аталади. Фақат механик деформация таъсирида электр қутбланиш вужудга келишини тўғри пъзоэффект, аксинча бўлишини эса тескари пъзоэффект дейилади. Пъезоэлектрик хоссалар жуда кўп моддаларда кузатилади. Пъезоэлектрик ҳодисани ошкор қилиш учун кристалл пластинкаси ёқларига металл қопламалар ўрнатилади. Агар қопламалар бир-бирига туташмаган бўлса, пластина деформацияланганда улар орасида потенциаллар айрмаси пайдо бўлади. Агар қопламалар ту-ташган бўлса, қопламаларда пластина сиртларидағи зарядларга тенг ва қарама-қарши ишорали зарядлар пайдо бўлади ва занжирда ток оқа бошлайди. Қопламаларга ташки Э.Ю.К. уланса кристалл деформацияланади.

Пъезоэлектрик ҳодисалар фақат симметрия марказлари бўлмаган кристалларда кузатилади. Аммо, баъзи симметрия элементлари (масалан, симметрия текислиги) бўлишлиги баъзи йўналишларда ёки деформациялашда қутбланиш пайдо бўлишини ман қиласи — пъезоэлектриклар сонини чеклайди. Фақат 20 та симметрия нуқтавий гуруҳларига тегишли моддалар пъезоэлектриклар бўла олади. Пъзоэффектни тавсифловчи катталик электр катталиклар билан механик катталиклар орасидаги пропорционаллик коэффициентидир. Масалан, σ механик кучланиш таъсирида пъезоэлектрикда вужудга келадиган  $P$  қутбланиш  $\sigma$  га пропорционал:  $P=\alpha\sigma$ . Тўла қутбланишга яна

КИЧИР

электр майдон ҳиссаси ҳам киради:  $R=\alpha\sigma+\chi E$  Умумий ҳолда 18 та турли пъезодоимийлар бўлиши мумкин.

Турли кристаллар учун пъезодоимийлар қийматлари кучли даражада фарқ қилади. Масалан, сегнет тузининг пъезоэлектрик коэффициентлари нисбий қиймати жуда катта, бироқ турмалин ва  $\alpha$ -кварцники анча кичик. Аммо, кварцнинг юқори механик ва термик маҳкамлиги туфайли уни юқори даражада барқарор пъезоэлектрик генераторлар тайёрлашда энг маъкул материал сифатида ишлатилади. Бу асбоблар радиоузатгичлар, кварц соатлар тақориyllигини барқарорлаштиради. Бошқа амалий мақсадлар учун юқори даражада пъезоэлектрик эффективлик зарур. Шунинг учун сегнет тузи кўп йиллар давомида сезгир ўзгартиргичлар учун материал бўлиб хизмат қилади. Энг янги нусхаларда барий титанати – стронцийдан ишланган маҳсус шакли керамик пластиналар қўлланилади, чунки бу материаллар катта пъезоэлектрик эффективликка эга ва яна қиздириш ва ҳамиқишига нисбатан бардошлигидир. Бу материаллардан тозалаш ванналарида ультратовуш манбалари ва сув ости товуш курилмаларида узатгич ҳамда қабуллагич сифатида фойдаланилади. Биринчи тақрибда электр майдонда диэлектрикнинг деформацияланиши чизикий боғланиши, механик кучланиш пайдо қылган кутбланиш деформациясига пропорционал. Ионлардан таркиблangan ҳар қандай қаттиқ жисмда, унинг пъезоэлектрик бўлиш-бўлмаслигидан қатъий назар, электр майдон кучланганлиги квадратига пропорционал бўлган қисилиш (электрострикция) кузатилади. Бу энг умумий электрострикция ҳодисаси ташки майдон қўйилганда ионлараро масофанинг ўзгаришини тавсифлаганде Гук қонунининг бузилиши билан боғлиқ. Демак, электрострикция кузатиладиган қаттиқ жисмда ангармоник эффектлар кристалл панжарасининг тебранишлари хоссаларига сезиларли таъсир кўрсатади.

## 12.5. Сегнетоэлектриклар

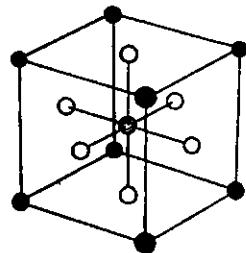
Сегнетоэлектриклар муайян температуралар оралиғида таинки таъсирлар остида муҳим даражада ўзгарадиган спонтан (ўз-ўзидан) кутбланиши кристаллсизмон диэлектриклардир. Сегнетоэлектрик хоссалар биринчи марта (1920) сегнет тузи  $\text{NaC}_4\text{H}_4\text{H}_2\text{O}$  кристалларида кузатилган ҳозир бир неча юз сегнетоэлектрик моддалар мәлум. Сегнетоэлектрик хоссалар

пайдо бўлиши учун кристалл тузилишида инерция маркази бўлмаслиги ва ҳеч бўлмаганда битта ноэквивалент йўналиш бўлишлиги зарур. Пъезоэлектрик хоссалари мавжул бўлган кристалларнинг 20 та нуқтавий гурухларидан 10 таси иккинчи шартни қаноатлантиради. Демак, сегнетоэлектрик модда пъезоэлектрик бўлиши керак, аммо ҳар қандай пъезоэлектрик ҳам сегнетоэлектрик бўла олмайди. Сегнетоэлектрикларни баъзан ферроэлектрлар дейилади. Бунинг сабаби шуки, ферромагнитлардаги доменлар каби сегнетоэлектрикларда ҳам доменларнинг – катта спонтан (ўз-ўзидан) кутбланган соҳаларнинг (ташқи электр майдон бўлмаганида ҳам электр диполлар тартибланган катта электр моментлари бўлган соҳаларнинг) бўлишилигидир. Сегнетоэлектриклар учун маҳсус Кюри нуқталари деб аталадиган  $T_c$  температуралар мавжуд. Бу нуқтадан юқори температурада сегнетоэлектрик ҳолат (доменлар) бузилади, чунки бу ҳолда иссиқлик тебранишлари амплитудаси электр диполлар тартибли жойлашишига йўл бермаслик даражасида каттариб қолади. Паст температурада сегнетоэлектрик бўлган қаттиқ жисм Кюри нуқтаси  $T_c$  дан юқори температурада  $\chi = C/(T-T_c)$  қабулчанликка эга бўлган паразэлектрик бўлиб қолади.

### 12.3-жадвал

Модда	Кимёвий ифодаси	$T_c, K$	$P_s, KJ/m^2$
Барий титанати	$BaTiO_3$	393	$2,6 \cdot 10^{-1} (300K)$
Стронций титанати	$SrTiO_3$	32	$3,0 \cdot 10^{-2} (4,2K)$
Калий ниобати	$KNbO_3$	710	$3,0 \cdot 10^{-1} (600K)$
Аммоний сульфати	$(NH_4)_2SO_4$	223	$4,5 \cdot 10^{-3} (220K)$
Сегнет тузи	$NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$	296(юқориси) 255(пасткиси)	$2,5 \cdot 10^{-3} (275K)$

12.3-жадвалнинг охирги устунидаги  $P_s$  катталиқ  $KJ/m^2$  бирликларда спонтан (ўз-ўзидан) ҳажмий кутбланишни ифодалайди.  $BaTiO_3$  нинг спонтан (ўз-ўзидан) кутбланиши келиб чиқишини қарайлик. Бу бирикма перовскит тузилишига эга (12.4-чизма).  $BaTiO_3$  нинг панжараси  $T_c = 393K$  дан юқорида кубсимон шаклда бўлади, сегнетоэлектрик ҳолатга ўтища кубдан тетрагонал четланишлар пайдо бўлади.  $T_c$  дан паст



12.4- чизма. Барий титанати  $BaTiO_3$  нинг тузилиши.

температурада элементар ячейкада ўзгаришилар юз беради: у бир ўқ (с ўқ) йўналиши бўйлаб 1% қадар чўзилади, бу йўналишга тик ўқлар бўйлаб тахминан 0.5% қадар қисилади. Барий ва титанинг барча катионлари панжарачаси кислород анионлари панжарачасига нисбатан с ўқ бўйлаб юқорига ёки пастга силжийди, бу эса кристалл энергиясини пасайтиради. Шу икки панжарачаларнинг ўзаро силжиши тахминан  $0.1^{\circ}$  га тенг бўлиб, катта ҳажмий қутбланиш вужудга келишилиги учун етарлидир.

Тетрагонал сегнетоэлектрик  $\text{BaTiO}_3$  кристаллда  $P_s$  панжарачалар нисбий силжиши йўналишига боғлиқ равишда, ё «юқорига» ёки «пастга» силжийди. Титан (ёки барий) ҳар бир иони кристалл панжарасида энергияси энг кичик бўладиган икки вазиятга эга, уларни энергетик тўсиқ бир-биридан ажратиб туради.  $T_c$  дан юқори температураларда бу тўсиқ йўқ бўлади. Турли сегнетоэлектрик моддалар гуруҳлари учун уларнинг табиати турлича тушунтирилади, аммо барча тушунтиришлар кристалл энергиясининг ионлар вазиятига боғланиши икки минимумли эгри чизиқ кўринишида бўлади, дейди.

Юқорида айтилганидек,  $T_c$  дан юқори температураларда сегнетоэлектрикнинг спонтан қутбланганлиги йўқ бўлади, аммо қаттиқ жисм жуда катта диэлектрик доимийга эга бўлади. Масалан,  $\text{BaTiO}_3$  дан тайёрланган керамикада  $\epsilon$  то 6000 гача етади.  $T_c$  температурадан пастда сегнетоэлектриклар статик қутбланиши бошқа илмий мақсадларда ишлатилади. Қутбланган сегнетоэлектрикли конденсатор микрофони талабгорлари кўп.  $\text{BaTiO}_3$  ва бошқалар лазер нурини оптик (кувур) ичак ичида ҳам, ташқарисида ҳам модуллаш ва оғдириш учун қўлланилади.

## 12.6. Сегнетоэлектрик доменлар ва антисегнетоэлектрик ҳодисалар

Катта сегнетоэлектрик монокристалл турли йўналишда қутбланишли доменлар (дипол моментлар бир хил йўналган соҳалар) тўпламидан иборат бўлганлиги сабабли бутун ўзи спонтан қутбланган бўлишлиги мажбурий эмас. Мазкур домен қарама-қарши қутбланишли доменлар билан ўралган ҳол кўп учрайди. Бу ҳолда 180-градусли домен деворлари ҳақида гапи-

рилади. Ташқи  $E$  электр майдон күйилганда домен деворлари күчиш имконига эга бўлади. Бунда  $P_s$  кутбланиши йўналиши  $E$  майдон билан мос тушган ёки деярли мос тушган доменлар ўсади,  $P_s$  кутбланиши қарама-карши йўналган доменлар қисқара боради. Сегнетоэлектрикларнинг доменлардан тузилиши муайян даражада ферромагнетикларнига ўхшашиб кетади, аммо улар орасида муҳим фарқ бор: магнит доменлар орасидаги деворлар қалинлиги  $750 \text{ \AA}$  (ва энергия нисбатан кичик), сегнетоэлектрик доменлар орасидаги деворлар қалинлиги бир ёки икки атомлараро масофага тенг ва энергияси катта зичликка эга.

Кўпчилик сегнетоэлектрик материалларда микроскопик доменлар тузилиши анча мураккаб бўлади.

Шундай қилиб, сегнетоэлектрик материалларда  $T_c$  Кюри нуқтасидан паст температураларда индукцияланган диполларнинг тартибли жойлашиши вужудга келади, бу эса кристалл энергиясини камайтиради. Антисегнетоэлектрик қаттиқ жисмларда ҳам  $T_c'$  дан пастда индукцияланган диполлар тартибланиди, бу моддалар синфи ҳажмий спонтан кутбланишга эга эмас, чунки ҳар бир дипол қўшни диполларга антипаралел йўналган. Умуман айтганда, қўшни занжирчалар (қатламлар) диполлари антипаралел тизилиб, бирор температурадан пастда занжирчалар диполларининг параллел йўналганини ҳолидагига нисбатан пастроқ тўла энергия бўлишигини таъминлайди. Натрий ниобати  $\text{NaNbO}_3$  ва кўргошин цирконати  $\text{PbZrO}_3$  бирималар муайян температурадан пастда антисегнетоэлектриклардир.

## 12.7. Диэлектрик йўқотишлар

Ёзгарувчан электр майдон энергиясининг бир қисми диэлектрикни қайта кутблашда иссиқликка айланади, чунки зараларнинг моддада барча ҳаракатлари уларга электр майдон берган энергиянинг қисман исрофи билан боғлиқ бўлади. Шу исрофни диэлектрик йўқотишлар дейилади. Зарралар ҳаракати қанча катта бўлса, диэлектрик йўқотишлар шунча катта бўлади. Демак, улар ёз майдоннинг  $\omega$  такрорийлигига боғлиқ. Агар диэлектрик кутбланишда асосий ўринда электронлар ва ионларнинг кичик силжишлари бўлса, бу ҳолда диэлектрикни гармоник тебрангичлар (осцилляторлар) тўпламидан иборат

деб қаралиши ва бу тебрангичлар ўзгарувчи  $\tilde{E}$  майдонда мажбурий тебранишлар қиласи дейилса, агар  $\omega$  тебрангичнинг  $\omega_0$  хусусий тақорийлигига яқин бўлганда энергия йўқотиш энг катта бўлади (резонанс). Асосий қутбланиш электронлар силижиши билан боғлиқ бўлса, бу ҳолда йўқотишлар оптик тақорийликда ( $\approx 10^{15}$  Гц) максимумга эришади, аммо электротехник ва радиотехник тақорийликда назарга олмаслик даражасида кичик бўлади. Ионлар силжиши билан аниқланадиган қутбланишда диэлектрик йўқотишлар И<sup>K</sup> нурлар соҳасида ( $10^{12}$ - $10^{13}$  Гц) энг катта бўлади. Ориентацион қутбланишда диэлектрик йўқотишлар яна ҳам кичик тақорийликларда сезилари бўлади. Юқори тақорийликларда дипол моментлар ўз йўналишини майдонга мослаб ултурмайди, йўқотишлар кичик. Паст тақорийликларда қутбланиш майдон кетидан улгуриб боради, силжишлар катта, аммо уларнинг вақти ҳам катта бўлгандигидан диэлектрик йўқотишлар кичик. Ташки ўзгарувчи  $E(\omega)$  майдоннинг тақорийлиги молекулалар ориентланиши ўрнашиши вақтига (релаксация вақтига) тенг бўлса, диэлектрик йўқотишлар энг катта бўлади. Масалан, сувда қутбланиш асосан ориентацион механизмга эга,  $\omega_{\max} = 10^{11}$  Гц чамасида.

Диэлектрик йўқотишлар миқдоран диэлектрик йўқотишлар бурчаги  $t_g$  билан аниқланади. Бурчак қутбланиш вектори  $P$  ва электр майдон кучланганлиги  $E$  орасидаги фаза фарқини ифодалайди.

Ҳақиқий диэлектриклар қандайдир  $\sigma$  электр ўтказувчанликка эга, диэлектрик йўқотишларнинг бир қисми ана шу  $\sigma$  га боғлиқ. Паст тақорийликларда ўтказувчанлик билан боғлиқ жоул иссиқлиги ажралиши муҳим бўлиши мумкин, чунки  $\omega \rightarrow 0$  да ҳам у нолга тенг эмас, агар диэлектрик йўқотишлар фақат ўтказувчанликка боғлиқ бўлса, у ҳолда  $t_g = 4\pi\sigma/\omega$  бўлади.

## 12.8. Диэлектриклар тешинлиши (бузилиши)

Диэлектриклардан ўтаётган ток зичлиги (унча кучли бўлмаган электр майдонлар ҳолида) Ом қонуни  $j = \sigma E$  асосида майдон кучланганлигига пропорционал бўлади. Аммо, етарлича кучли электр майдонларда Ом қонунидан четланиш, яни токнинг  $E$  га боғлиқ равишда жуда тез ўсиши юз беради. Му-

айян  $E=E_0$  майдонда диэлектрикнинг электр тешилиши содир бўлади, яъни бунда диэлектрик ўтказувчанлиги кўп даражада ортиб кетади, чунки унда юқори ўтказувчанликли канал (каналлар) пайдо бўлади.  $E_0$  ни диэлектрикнинг электр маҳкамлиги дейилади. Кварц шиша мисолида  $\rho=10^{16}\text{-}10^{18}$  Ом см,  $E_0 = (2\text{-}3)\cdot10^5$  В/см.

Қаттиқ диэлектрикларда электр тешилишдан ташқари яна иссиқликдан тешилиш ҳам мавжуд. Бу ҳолда ток ортиши билан температура (жоул иссиқлиги ортади, бу эса ҳаракатчан заряд ташувчилар сони ортишига ва солиштирма қаршилик камайишига олиб келади. Электр тешилишдан майдон кучайиши билан унинг таъсирида заряд ташувчилар ҳосил бўлиши тез кўпаяди. Диэлектрика тешилиш муқаррар нобиржинсликлар ёрдамлашади, чунки у жойларда  $E$  бошқа жойлардан катта бўлади.

Диэлектрик тешилганда ҳосил бўлган ўтказувчан ингичка каналларни шнурлар (найчалар) дейилади, ток шу каналлардан катта зичлиқда оқади, канал ҳатто эриб кетиши мумкин.

Диэлектрикнинг тешилиши қайтар ва қайтмас бўлиши мумкин: тешилиш жараёнида диэлектрик тузилиши ўзгармаса, бу тешилиш қайтар бўлади ва аксинча.

**Диэлектриклар кўлланиши.** Кўпчилик диэлектриклар кейинги давргача асосан электроизоляцион материаллар сифатида ишлатиб келинарди. Аммо, диэлектриклар қўлланадиган соҳалар кенгайиб борди, улар хилма-хил вазифаларни ўтайдиган бўлди. Диэлектрикларнинг конденсаторларда ишлатилиши маълум, электр токи ўтказгичларини электр энергиянинг беҳуда исроф бўлишига йўл қўймайдиган диэлектрик (изоляцион) қатламлар билан ўралишини ҳам биламиз. Пъезоэлектриклар товуш тебранишларини электр тебранишларга ва аксинча айлантириш вазифасини бажаради, пироэлектриклар ИҚ нурланиши ошкорлаш ва интенсивлигини (энергияси зичлигини) ўлчашда қўлланилади, сегнетоэлектриклар радиотехникада ночиизигий элементлар сифатида ишлатилади. Диэлектрикларга киришмалар киритиб, уларни рангли қилиш, яъни оптик фильтрлар тайёрлаш мумкин. Кўпгина диэлектрик кристаллар ( $\text{AlGaAs}$ ,  $\text{CdS}$ , рубин ва б.) квант электроникасида лазерлар ва кучайтиргичлар асоси бўлиб хизмат қиласи.

Диэлектриклар ярим ўтказгичлар электроникасида муҳим ўрин эгаллайди. Улар интеграл микросхемалар элементлари

сифатида, ярим ўтказгич асбобларнинг сақлагич сиртий қопламлари кўринишида ишлатилади, металл-диэлектрик – ярим ўтказгич транзисторлар таркибида киради.

### Масалалар

1.  $+q$  ва  $-q$  зарядлардан ташкил топган электр диполнинг дипол марказидан  $\vec{r} \gg \vec{l}$  ( $\vec{l}$  – дипол елкаси) нуқтадаги майдоннинг кучланганлиги  $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^5}$  ифодага мос келишини аниқланг.

2. Бирлик ҳажмининг дипол моменти  $\vec{P}$  бўлган бир жинсли диэлектрик ичида сферик ковак бор.  $\vec{P}$  вектор з ўқ бўйича йўналтан деб ҳисоблаб, з ўқ билан ковак сиртидаги бирор нуқтага ковак марказидан ўтказилган радиус-вектор  $r$  орасидаги бурчакни  $\theta$  деб белгилаб, ковак марказидаги майдон  $\vec{E} = 4\pi\vec{P}/3$  бўлишилигини исботланг.

3. Кутбли қаттиқ жисм учун Дебай температураси 153 К.  $T = 270$  К да 110 кГц тақорорийликда диэлектрик йўқотишлар эгри чизигида максимум кузатилган. Бунинг ўртасида 0.4 эВ тўсиги билан диполларнинг икки имконий ориентирланиши мавжудлигига мос тушишилигини исботланг. Бу ҳолда кўйидаги Дебай ифодаси ўринли:  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon'' = A + \frac{B}{1 - i\omega\tau}$ , бундаги  $\tau = (2\pi\nu_D)^{-1} \exp(U/kT)$  икки имконий ориентирланиш орасида ўтиш (релаксация) вақти,  $\nu_D = k\theta_D/\hbar$ ,  $\theta_D$  – Дебай температураси,  $A=5$  ва  $B=15$  деб юқоридаги ифода асосида  $\epsilon'(\omega)$  ва  $\epsilon''(\omega)$  боғланишлар графигини чизинг. 250 дан 290 K гача оралиқда  $\epsilon''=0,5\epsilon''_{max}$  бўлиб чиқиши керак.

## XIII БОБ

### КЕРАМИК ҚАТТИҚ ЖИСМЛAR. КОМПОЗИТЛАР

#### 13.1. Керамик материаллар ҳақида умумий маълумот

Ҳозирги замонда керамик материаллар соҳаси жуда кўп моддаларни — қурилищда ишлатиладиган фиштдан то энг янги юқори температурада ўта ўтказувчан керамик қотишмаларгача бўлган қаттиқ жисмларни ўз ичига олади. Улар хилма-хил хоссаларга эга ва фан, техникада кенг қўлланилмоқда. Шунинг учун ушбу қўлланмада керамика тўғрисида тўлароқ маълумот келтиришнинг иложи йўқ ва биз бу ҳақда асосий хоссаларнинг кисқа баёнини келтирамиз.

Керамик материалларнинг атомлари орасида иондарга хос ва ковалент боғланишлар учрайди. Бу боғланишлар ҳақида I бобнинг I.5.1- ва I.5.2-бандларида маълумот берилган. Бу ерда шуни таъкидлаш керакки, ионлар боғланиши ҳолида электронлар зарядлари ионлар атрофида йигналган, ионлар орасида, табиий, электростатик қучлар таъсир қиласи. Ковалент боғланиш ҳолида электронлар заряди (зичлиги) қўшни атомлар орасида унча мунча текис таҳсимланган, бунда электростатик ўзаро таъсир кучсиз, аммо квант ўзаро таъсири асосий бўлади.

Технологик жараённинг қандай боришига қараб бир модда турли тузилма ҳосил қиласи. Масалан,  $\text{SiO}_2$  моддасини суюлтириб сўнг секин совутга борилса, кристобалит кристалли ҳосил бўлади, агар  $\text{SiO}_2$  нинг суюлмаси тез совутилса — силикат шиша (аморф жисм) олинади. Бу иккovi қаттиқ жисм керамикага мансубдир.

Ҳозир керамика дейилганда металл табиатли бўлмаган ҳамда полимер (занжирсизмон) тузилишга эга бўлмаган қаттиқ модда тушунилади. Шишалар, монокристаллар, конгломератлар, майда кристаллар ва уларнинг бирлашмалари керамик материаллардир.

Алюминий оксида  $\text{Al}_2\text{O}_3$  асосида керамик материалларга тури хоссалар бериш мумкинлигини кўрайлик.

$\text{Al}_2\text{O}_3$  нинг айрим доналари (корунд) материалларни силлиқлаш, ва сайқалашада ишлатилади. Донадор тузилиши  $\text{Al}_2\text{O}_3$  поликристаллари кўринадиган ёруғлик соҳасида яхши шаффоф (тиник) бўлганилиги туфайли улардан юқори температура ва юқори босимда иштай оладиган оптик деразалар тайёрланади.  $\text{Al}_2\text{O}_3$  намунасида титан кришмаси бўлса, уларни сапфир дейилади ва у спектрнинг ИК соҳасида шаффоф, оптоэлектроникада қўлланилади.

$\text{Al}_2\text{O}_3$  кристалига хром қўшилса, уларни рубин дейилади. Рубин оптик квант генераторларда ишчи жисм сифатида ишлатилади.

### 13.2. Курilmalalar va asboblararda q'ollaniladigan keramika

Керамиканинг кимёвий ва термик чидамлиги улардан курilmalardarда fойдаланиш имконини беради. Bu хоссалар атомлараро боғланишларнинг кучли бўлишилиги ва кўпчилик металлар оксидларидан таркиблантган керамик моддаларнинг (КМ) яна оксидланиши амалда мумкин эмаслигидан келиб чиқади.

Кимёвий боғланишларнинг мустаҳкамлиги КМларнинг юқори суюлиш температурасига ва қаттиқликка эга бўлишигини тақозо этади, атомлар қатламларнинг ўзаро сирпанишига йўл бермайди, КМ ташки кучланиш берилганда ўз шаклини сақлайди, лекин агар юклама бирор бўсағавий қийматга эришганда бирданiga барбод бўлади, уларда металлардагидек пластик деформация бўлмайди.

КМларнинг мазкур хоссаларини тушуниш учун уларда мавжуд бўладиган нуқсонларни – киришмалар, якка вакансиялар ва уларнинг уюмлари (ваканцион коваклар), микродарзларни кўриб чиқиш зарур.

Кристалл керамика ва шишанинг мўртлигини миқдоран қайишқоқлик аниқлайди, у тахминан  $\text{MPa}/\text{m}^{1/2}$ . Металлар учун у  $40 \text{ MPa}/\text{m}^{1/2}$  чамасида.

КМ даги киришмалар ва микроваклар ҳам қўйилган ташки юкламини ўзига жалб қиласди. Улар атомлараро боғланишларни сусайтиради, осон узиладиган қиласди, шунинг учун нуқтавий чуқсонлар атрофида боғланишларнинг пластик деформацияси бўлинади қийин. Оқибатда нуқсонлар жойида коваклар катталаша беради.

Демак, нуқсонларнинг таъсирини ўрганиш КМларнинг фойдали хоссаларини яхшилашга қаратилган. Коваклар, агломератлар, кимёвий киришмалар каби нуқсонларни бартараф қилиш зарур, чунки улар дарзларнинг пайдо бўлиши манбалиридир. Бунинг учун дастлабки қукунни (порошокни) синчилаб тозаланади ва жуда майдалаб, зичлаб тахланади.

Технологик жараён қуйидаги босқичлардан иборат: металл оксиднинг, масалан,  $TiO_2$  нинг кичкина диаметрли ( $<1\text{мкм}$ ) заррачалари эритмадан ўтказилади. Бу зарралардан (масалан, метанолда) маҳсус суспензия тайёрланади, унга қўшилган полимер заррачалар сиртига ёпишиб, уларнинг агломератлар шаклида уюшиб кетишига йўл қўймайди. Олинган порошок (кукун) «назорат қилинадиган таҳлашга» дучор қилиниб, ивиштирилади. Натижада амалда коваксиз материал олинади. «Назоратли таҳлаш» энг муҳим жараён қисмидир. Бунда катта босим остида қолипларда қисиш билан бир қаторда қиздириладиган пресс-қолинда зичлаш, замбаракнинг ёпиқ стволида портлаш ёрдамидаги зичлаш, динамик зичлаш, электр майдонда полимер қобиқли порошок (кукун) зарралари ҳаракати – электрофорез ёрдамида зичлаш усуллари қўлланилади. Майда кукун (порошок) олишда лазерлар технологияси муваффақиятли қўллана бошлади. Бу  $Al(CH_3)_3$   $B(CH_3)_3$  туридаги органометалл молекулалар ёки  $SiCl_4$  турдаги молекулаларни лазер нурлари таъсирида парчалашга асосланган. Бу ҳолда металл зарралари мазкур бирималар гази тўлдирилган камера деворларида майда донали кукун (порошок) кўринишида ўтиради. Баъзан камерага маҳсус таглик жойланади.

Кукун (порошок)ни уйдириш соҳасида асосий вазифа зичланган зарралар тутиниши мустаҳкамлигини оширишдир. Одатда зарралар чегарасида вакансиялар ва вакансион коваклар кўп бўлади. Масалан,  $SiC$  ёки  $Si_3N_4$  кукунларига сийрак ер металлари оксидлари қўшилади, улар бор бўлган  $SiO_2$  билан реакция қиласидилар. Қиздиришда  $K_2CO_3 + SiO_2 \rightarrow K_2SiO_3 + CO_2 \uparrow$  ёки  $CaCO_3 + SiO_2 \rightarrow CaSiO_3 + CO_2 \uparrow$  реакциялар оқибатида вакансион ковакларни тўлдирувчи  $K_2SiO_3$ ,  $CaSiO_3$  суюқ силикатлар ҳосил бўлади. КМ мустаҳкамлигини оширишнинг яна бир йўли юклама (босим) остида дарзлар ўсишини тўхтатишидир.

Босим остида кристалл тузилишини ўзгартириш усули ҳам КМ мустаҳкамлигини оширишга хизмат қилади. Масалан, босим остида тетрагонал тузилишли диоксид  $ZrO_2$  моноклин тузилиши бўлиб қолади. Моноклин тузилишли  $ZrO_2$  ҳинг ҳажми тетрагонал тузилишисидан 3...5% қадар катта. Кенгайиб бориб, доналари дарзни қисади, дарз энди кенгая олмайди.

Яна бир усул шундан иборатки, мазкур керамикага ундан мустаҳкамроқ керамика толалари киритилади. Бундай КМда дарз ўсишда толага дуч келади ва нарига ёйилмайди. Амалда  $SiC$  кремний карбиди толаларидан фойдаланилади.

Дарзларни тўхтатишининг учинчи усули дарзнинг учини, тумтоқлашдир.

Мазкур КМга бошқа моддаларнинг оз қўшимчасини киритганда ҳосил бўладиган бир жинс (гомоген) соҳалар пайдо бўлади, албатта. Шу соҳаларни имкони борича торайтириш КМ ларни мустаҳкамроқ қилади. Ҳозир шу асосда  $0 \leq X \leq 5$  оралиқда  $Si_{6-x}Al_xN_{8-x}O_x$  каби юқори мустаҳкамликга эга бўлган КМ лар – сиалонлар яратилган.

КМ лар иккита муҳим соҳада – металлга ишлов берадиган кесувчи асбобни ва ҳаракатлантиргичлар қисмларини тайёрлашда қўлланилмоқда.

Керамик асбоб, мустаҳкамланган керамикадан ясалган кескичлар узоқ муддат ишлаши шароитида, кесиш тезлигини кўп марта ошириш имконини беради, анча энергия тежашга олиб келади.

Ҳаракатлантиргичларнинг қисмлари – турбиналарнинг ҳаракатланувчи ва қўзғалмас кураклари юқори даражада мустаҳкам бўлган ва унча мўрт бўлмаган керамикадан тайёрланса, улар метали ва қотишмаларга нисбатан, анча юқори температураларда ҳам ишлай олади, Ф.И.Кси анча юқори бўлади, зичлиги кам, чидамлиги юқори.

КМлар автомобил ҳаракатлантиргичлари қисмларини тайёрлашда ҳам қўлланилади, механик зичлантиргичлардан сув кувурларни беркитувчи жўмракларда фойдаланилади.

### **13.3. Радиоактив материаллар ва чиқиндилярни сақлайдиган контейнерлар учун керамика**

Ушбу мақсадга эришишнинг учта босқичи бор:

- 1) Чиқиндилар нисбатан эриб кетмайдиган кимёвий жиҳатдан чидамли моддага киритилади,
- 2) Бу модда герметик контейнерга жойланади,
- 3) Контейнерларни қуруқ ва барқарор геологик заминда күмилади.

Биринчи босқичда борсиликат шиша ва бор (В) ли керамика қўлланади, чунки бу моддалар нейтронлар ва ӯқвантларни кучли дараҷада юта олади. Бу модда ичида кўрғошин ҳам бўлади.  $PbO$  ва  $2PbO$ ,  $PbSO_4$  оксидлар ӯнурларни энг яхши ютади. Уларни зичлаш олдидан  $B_2O_3$ ,  $B_4C$ ,  $MBO_4$ ,  $MB$ ,  $MB_2$  моддалар кукунига аралаштирилади.

Иккинчи босқичда бетонлар ва бор (В) — кўрғошинли ерамика қўлланилади. А. Рингвуд (1978 й. Австралия) «синрок» деган махсус керамикани яратди, у жуда барқарор бўлиб, перовскит ва цирконлит табиий минераллари асосида яратилган. Шундай қилиб, керамик материаллар радиоактив материаллар ва чиқиндилярни сақлашда қўлланилади.

### **13.4. Керамик ферритлар**

Маълумки, модданинг магнит хоссалари кристалл панжарасини ҳосил қилиган атомлар магнит моментларининг ўзаро таъсири қандай бўлишлигига боғлиқ.

Ферритлар темир ва бошқа элементлардан таркибланган мураккаб оксидлардир. Уларнинг кўпчилиги ферримагнитлар бўлади ва ўзида ферромагнит ва ярим ўтказгич ёки дизлектрик хоссаларни мужассамлаштирган, радиотехникада радиоэлектроникада, ҳисоблаш техникасида магнит материаллар сифатида қўлланилади.

Ферритларнинг кристалл панжараси иккита таркибий панжарадан иборат бўлиб, улардаги атомларнинг магнит моментлари қарама-қарши йўналган, аммо улар бир-бирига тенг эмас. Бошқача айтганда, бундай моддаларнинг кристалли панжарасида табиати турли атомлар қўшни бўлади. Табиий ферримагнитнинг энг ёрқин мисоли магнетит  $FeO \cdot Fe_2O_3$  бўлади. Унинг кристаллида кислороднинг манфий ионлари

кубик панжара ташкил қиласы, унда ҳар бир  $\text{FeO}\text{-}\text{Fe}_2\text{O}_3$  молекулага бир  $\text{Fe}^{++}$  ион ва иккита  $\text{Fe}^{+++}$  ион түғри келади. Бу ионлар ўрнини икки валентли бошқа металлар ( $\text{Mg}$ ,  $\text{Ni}$ ,  $\text{Co}$ ,  $\text{Mn}$ ,  $\text{Cu}...$ ) ионлари  $\text{M}^{++}$  эгаллаши мумкин. Бундай ферритларда бир таркибий панжара  $\text{Fe}^{+++}$  ионларнинг ярмидан тузилган, иккинчи эса  $\text{Fe}^{++}$  ионларнинг иккинчи ярми ва  $\text{M}^{++}$  ионлардан ташкил топган.

Металлнинг  $\text{M}^{++}\text{O}\text{-}\text{Fe}_2\text{O}_3$  мураккаб оксиддаги қотищмаси (қаттиқ эритмаси), масалан,  $\text{Li}_x\text{Mn}_{1-x}\text{O}\text{-}\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Zn}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Fe}_2\text{O}_3$  ва болшалар катта ахамиятлайди. Ферритларнинг ферромагнит материаллардан иккита мұхим фарқи бор: 1) уларда юқори магнит хоссалар (кичик коэрцитив күч, магнит қабулчанлыкнинг катта бўлишлиги ва ҳ.к.) билан биргаликда юқори даражада изоляцион хоссалар ҳам мавжуд;

2) ферритларнинг солиширма электр қаршилиги  $10^3 \Omega\text{-cm}$  га ётади, бу эса темирницидан миллион марта тартибида катта, гистерезис сиртмоғи түғри тўргубурчак шаклида.

Ана шу фазилатлар ферритларнинг кенг амалий қўлланишига сабаб бўлган. Улар индуктивлик ғалтаклари трансформаторлар, дросселлар, магнит антенналар ва бошқа магнит ўтказгизлар ўзаклари сифатида юқори такрорийликларда ишлашни тъминлайди. Ферритлар тўлқин қувирларида ўта юқори такрорийликли электромагнит тўлқинларни бошқарадиган асбобларда қўлланади.

Ҳисоблаш техникасида қўлланадиган ферритлар тўғри тўргубурчакли гистерезис сиртмоғига ва нисбатан кичик коэрцитив кучга эга бўлади.

$\text{BaO}(\text{Fe}_2\text{O}_3)_6$  туридаги ферритлар катта коэрцитив кучга эга ( $80 \text{ kA/m}$  дан ортиқ) ва улардан доимий магнит тайёрланади.

Ферритнинг таркибий панжараларида  $\text{Fe}^{++}$  ионлар, катионлар тақсимоти ва уларда нуқсонлар миқдори газнинг таркиби, куйдириш температурасидан совутиш тезлигига боғлиқ. Бу боғланишлардан ферритларнинг магнит ва электр хоссаларини шакллантиришда фойдаланилади.

### 13.5. Сегнетоэлектрик ва пироэлектрик керамик материаллар

XII бобда сегнетоэлектрик ва пироэлектриклар тўғрисида маълумот берилган эди. Бу ерда сегнетоэлектрикларнинг диэлектрик қабулчанлиги  $\chi$  электр майдоннинг начизигий

функцияси бўлишлигини эслатиб ўтамиз, бунинг сабаби уларда спонтан (ўз-ўзидан) қутбланишнинг мавжуд бўлишлигидир, у, муайян температура оралиғида, электр майдон бартараф қилингандан кейин ҳам сақланади. Бу биринчи марта сегнет тузи  $KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$  да  $-18$  ва  $+24^{\circ} C$  оралиғида спонтан қутбланиш кузатилган.

Пастки температурадан қўйида сегнетоэлектрикдаги зарядлар ҳаракатсиз, юқори температуралан баландда эса кучли иссиқлик ҳаракати оқибатида зарядлар қутбланиши йўқолади. Сегнетоэлектрик ҳолат мавжуд соҳада бу моддалар пироэлектрик хоссага ҳам эга: иситилганда қутбланиш ўзгаради ва э.ю.к. вужудга келади.

Барий титанати  $BaTiO_3$  (Б.М. Вул, 1945й) кашф қилингандан кейин сегнетоэлектрикларнинг техникада (аввало, конденсаторларнинг диэлектрик қатлами сифатида) кенг қўлланиши бошланди. Сегнетоэлектрик яхши изолятор, у қутбланиш эвазига электр заряд жамғаради.

Агар сегнетоэлектрик керамика кристалларида кристалл марказига нисбатан зарядлар симметрикмас тақсимланган бўлса, у ҳолда механик деформация оқибатида қутбланиш силжийди, бу ҳодисадан пъезоэлектрик керамикада фойдаланилади. Баъзи пъезоэлектрик материаллар намуналари учлари орасида  $10^4$  В дан катта кучланиш ҳосил бўлиши мумкин. Қисқа тугашишда чиқадиган учқундан ўт олдирувчи курилмаларда (масалан, ҳаракатлантиргичларда) фойдаланилади. Пъезокерамикада механик энергияни электр энергияга айлантиришда истроф кам бўлганлиги учун, ултратовушдан фойдаланиладиган медицина асбобларида ва бошқаларда самарали қўлланади.

Сегнетоэлектрик керамика фавқулодда нозик, субмикрометрили диапазонда кўча оладиган ҳаракатлантиргичлар яратиш имконини берди, бу асосда туннел микроскоп кашф қилинди.

Сегнетоэлектриклар асосида ёруғлик модуляторлари тайёрланган.

Ҳозир кўп миқдорда сегнетоэлектрик моддалар маълум. Уларнинг табиати тўла аниқланмаган бўлсада, аммо бир қатор муҳим қонуниятлари топилган. Масалан, сегнетоэлектрик ҳолат бўлиши учун қандайдир ички деформация ёки тартибсизлик даражаси бўлмоги зарур. Масалан,  $BaTiO_3$  да титан ва барийнинг панжаралари кислород панжарасига

нисбатан силжиган бўлади. Керамикани тайерлацида электр кучланиш берилганда кристалл доналари тартибсизлик тартибилиликка, ўтадиган бўлиб қайта йўналади. Барий титанатида панжаралар силжиши билан боғлиқ ички деформация намоён бўлади. Бошқа ички деформациялар ҳам бўлади.

Пироэлектрик керамика И<sup>±</sup> нурланиш детектори (ошкорлагичи) сифатида қўлланилади, бундай детекторларнинг сезгирилиги жуда юқори, уларнинг ёрдамида температуранинг  $10^{-6}$  К қадар ўзгаришини ўлчаш мумкин.

### 13.6. Ўта ўтказувчан керамика

Голландия физиги Х. Камерлинг-ОНнес биринчи марта газларни суюлтириб паст температуralар ҳосил қила бошлаган олим – 1911 йилда симонинг электр қаршилигининг температура пасайганида сакрашсимон йўқолишини биринчи марта кузатиб, симоб  $T=4.15\text{K}$  да ўта ўтказувчанлик деб аталган янги ҳолатга ўтади деган холосага келди. Бундан бир неча йиллар олдин кўпгина металл элементлар, қотишмалар, интерметалил бирикмалари, баъзи ярим ўтказгичлар, полимерлар паст температуralарда ўта ўтказгич бўлиб қолишлиги аниқланган эди.  $\text{Nb}_3\text{Ge}$  германий ниобат энг юқори ўтиш температурасига (23 K атрофида) эга деб ҳисобланар, 1986 йилда Г. Беднорц ва А. Мюллер (Швейцария) лантан, барий ва мис оксиди асосида 35 K да ўта ўтказувчан бўлиб қоладиган керамика олдилар. Бундан кейин жаҳоннинг кўп илмий лабораторияларида “ўта ўтказувчанлик жазаваси” кўтарилди. Г. Беднорц ва А. Мюллер рекорди бир неча ой давомида бир неча марта орқада қолдирилди, ниҳоят 1987 йилда П. Чу раҳбарлигидаги бир гурӯҳ америка олимлари ўта ўтказувчанлик ҳолатига ўтиш критик темпераси  $T_c=93\text{K}$  бўлган иттрий-барий-мис оксиди таркибли керамика ҳақида хабар қилдилар. Бу ажойиб воқеа эди, чунки осон ва арzon суюқ азотнинг қайнаш температураси 77 K бўлиб, юқоридаги керамик бирикмани ўта ўтказувчан ҳолатга ўтказиш учун шу суюқ азотнинг ўзи кифоя бўлади. Келажакда ўта ўтказувчан материалларнинг техникада кенг қўлланилиши имконияти очилди.

II. Чу ва ундан кейин бошқалар синтез қилған керамикада иттрий Y, барий Ba ва мис Cu учун мос равишида 1:2:3 нисбатдаги таркиб аниқланган. Шунинг учун бу керамикани “1:2:3” керамика деб ҳам аталади.  $\text{Y}^{+++}$  ва  $\text{V}^{++}$  топилған зарядлар ва миснинг имконий  $\text{Cu}^+$ ,  $\text{Cu}^{++}$ ,  $\text{Cu}^{+++}$  зарядлари бўлишлиги кўрсатадики, мазкур бирикма атомлари гуруҳида тўла мусбат заряд 10 дан 16 гача бўлиши мумкин. Кислороднинг заряди -2 га тенг, мусбат ва манфий зарядлар сони тенг бўлиши керак. Шунинг учун бирикмада 6 та металл ионига 8 тача кислород атоми тўғри келиши лозим. Шу мулоҳазалардан 1:2:3 бирикманинг кимёвий ифодаси  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.5}$  бўлишлиги аниқланган.

1:2:3 бирикмалар первоскит тузилишга эга бўлишлиги ишончли тасдиқланган.

Y-Ba-Cu-O ўта ўтказгичнинг хусусияти – қатламдорликдир: икки йўналишда панжара даври 0.28 нм, учинчи йўналишда эса 1.2 нм. Асосий ўтказувчанлик мис-кислород қатламига тўғри келади, бунинг сабаби мис атомлари электронлари d-қобигининг кислород атомлари электронлари р-қобиги билан устма-уст тушишидир. Аммо, аниқланган мазкур қатламдор тузилиш тасвирланаётган ҳодисани физик нуқтаи назардан тўла тушиниб олиш учун етарли эмас.

Сийрак ер элементлари атомларининг, кислороднинг бу бирикмалари ўта ўтказувчанлигига қўшадиган ҳиссасини аниқлаш масаласини ечиш зарур. Керамик ўта ўтказгичларда (Купер) электронлар жуфтлари бу хоссани келтириб чиқариши исботланган, аммо электронлараро тортишиш кучлари табиати ҳали аниқ эмас.

Юқори температурали ўта ўтказувчанлик қўлланиши мумкин соҳалардан бири электрон техникадир. Бу асосда интеграл схемаларда элементлари зичлигини  $10^8/\text{см}^3$  га етказиш мумкин.

Транспорт соҳасида ҳам ўта ўтказувчанлик катта самара беради. Келажакда ўта ўтказувчан материалдан электр ҳаракатлантиргич ясаш мумкин. Унинг ҳажми ўшандай қувватли одатдагисидан 10 марта кичик бўлади.

Материаллардан магнит осмали транспорт, электроэнергия жамғаргичлар, МГД-генераторлар ва электр энергияни узатиш йўллари ишлаб чиқишида фойдаланса бўлади.

Янги материаллар қидириш ишлари ҳам давом этмоқда. Висмут ва таллий асосида ( $\text{Bi}-\text{Sr}-\text{Ca}-\text{Cu}-\text{O}$ ) ва ( $\text{Ti}-\text{Ba}-\text{Ca}-\text{Cu}-\text{O}$ ) бирикмалар кашф қилинди.

Бу соҳада назарий ва экспериментал тадқиқотлар жадал олиб борилмоқда, бинобарин, янги ажойиб кашфиёт ва қўлланишларни кутиш мумкин.

### Композицион материаллар

Композицион материаллар (композитлар) бирор асосий модда ичидаги бошқа модданинг толалари ёки зарралари муайян тарзда тақсимланган материаллар. Тақсимланган моддани арматура дейилади. Арматура тартибли ёки тартибсиз жойлашган бўлиши мумкин.

Композитларни ишлаб чиқиш мақсадлари қўйидагилардан иборатлир. Техника ва технологияда мустаҳкамлиги, қаттиклиги, иссиқликка бардошлиги, кимёвий таъсирга барқарорлиги юқори даражада бўлган материаллар керак. Бунга эришиш учун даврий системанинг ўртасида жойлашган элементлар - C, Al, Si, O, N лардан фойдаланилади, улар ўзаро мустаҳкам барқарор боғланган бирикмалар ҳосил қиласи. Бу бирикмалар мисоллари: кремний карбиди  $\text{SiC}$ , нитриди  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , оксиди  $\text{SiO}_2$ , алюминий оксиди  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Агар уларни майдада зарралар ёки ингичка толалардан тайёрланса, мустаҳкамлиги анча ортади.

Масалан, ойна шишаси мўрт модда, аммо шиша тола чўзилишга нисбатан жуда мустаҳкам бўлади.

Толаларнинг энг катта имконий мустаҳкамлигидан фойдаланиш мақсадида уларни асосий модда ичига жойланади, бунда асосий модда толаларни бир-бирига бирлаштириб, материалга қаттиқ шакл беради. Шунинг учун тола иплар иншоотлар, қурилмаларда ишлатиладиган композитларнинг муҳим таркибий қисми бўлади. Толаларнинг /узунлиги уларнинг  $d$  диаметридан анча катта бўлиши керак ( $l/d > 100$ ). Узун толалардан фойдаланишда синергизм ҳодисаси юз беради. Синергетика ички тескари боғланишили системаларда ўз-ўзини бошқаришни ўрганадиган фан. Композит ҳолида синергизм толанинг асосий моддага (матрицага) ва асосий модданинг толага таъсирилар. Агар чўзиш деформацияси вақтида тола узилса, асосий модда бу

узилиш жойларини қисади ва тола қисқа толалардек ишлай беради. Шундай қилиб композитларни тайёрлашнинг асосий мақсади ундаги толаларнинг мустаҳкамлигини сақлаштириш. Умуман, композитлар уларни таркиблаган қисмларига нисбатан юқори сифатли бўлмоғи керак.

Композитлар таркиби қандай танланади?

Композитнинг муайян температуралар оралиғида ишлай олиш қобилиятини таъминлайдиган асосий модда ва арматурани танлаш энг муҳим вазифадир.

200°C дан паст температураларда ишлайдиган композитларни тайёрлашда полимер моддалар қўлланади. Масалан, шишапластик композит полизэфир смола ичилга тақсимланган қисқа шиша толалардан иборат. Бу композит автомобил, кема ва турли асбоблар танасини тайёрлашда ишлатилади.

Термореактив пластиклар деб аталадиган композитлар полимерлар асосида тайёрланган бўлиб, уларда молекуляр занжирилар орасидаги кўндаланг boglaniшлар қаттиқ уч ўлчовли тўр шаклидаги молекуляр тузилишни ҳосил қиласди. Уларнинг мисоллари – эпоксид смолалар, 350°C гача қиздиришига чидайдиган полимер смолалар.

Юқори температураларда ишлайдиган композитлар учун асосий модда (матрица) сифатида металлар олинади. Металл моддаси, иссиқликка чидамлиликдан ташқари, толалар мустаҳкамлигига мустаҳкамлик қўшади, металлнинг пластиклиги композитга қайишқоқлик хосасини беради.

Жуда юқори температураларда керамик матрицалар қўлланади. Уларга киритилган толалар керамикада дарзларнинг катталашиб кетишига тўсиқлик қиласди.

SiC, Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> моддалар асосий қилиб олинса, улар композитнинг ишилаш температурасини 1700° С гача кўтаради. Карбон асосидаги композитлар юқори қаттиқликка эга, кам говаклик бўлади. Бунда матрица сифатида аморф карбон олинса, арматура толалари кристалл карбон – графитдан бўлса, бу композит 2500°C гача чидаш беради.

Учувчи аппаратлар учун материалнинг σ мустаҳкамлигини ошириш, ρ зичлигини камайтириш зарур, яъни σ/ρ нисбатнинг катта бўлишига эришиш керак.

Карбон матрициали композитнинг баъзи камчиликларини бартараф қилиш учун уни чидамлироқ SiC юнқа қатлами

билин қопланади. Бу композит «Шаттл» космик кемасида қўлланилган.

Демак, матрица моддаси биринчи навбатда композитнинг ишлаш температурасига қараб танланади.

Ҳар қандай моддадан тайёрланган толалар мустаҳкам бўлади, аммо бошқа хоссалари кучли даражада фарқ қилиши мумкин. Масалан, шиша толаларнинг чўзишга нисбатан мустаҳкамлиги карбон толалариникидек, аммо уларнинг қаттиқлиги ҳар хил: шиша тола кучли чўзилади, карбон тола дечрли чўзилмайди. Шунинг учун катта юкламалар берилганда қаттиқлиги талаб қилинганда шиша толани қўллаб бўлмайди.

Зарбаларга дучор бўлиб турадиган буюмлар, қурилмаларда масалан, ҳарбий техникада ишлатиш учун юқори зарбавий мустаҳкамликка эга бўлган композитлар қўлланади. Толани танлашда унинг матрица моддаси билан кимёвий ҳаммавжуд бўлишшлиги муҳим. Аммо, композит тайёрлашда толани бузадиган кимёвий реакциялар юз бермаслиги керак. Тола моддаси ҳали қотмаган матрица моддасини яхши ҳўллайдиган бўлса, юқори сифатли композит ҳосил бўлади. Ҳўлланиши яхшилаш мақсадида ҳам тола, ҳам матрица билан ўзаро таъсирлашадиган маҳсус қатламлар ўтқазилади.

Демак, тола моддасини танлашда қуйидаги тўртта қоидага риоя қилинади: композитнинг мустаҳкамлиги; композитнинг қаттиқлиги; толанинг ҳўлланиши ва унинг матрица суюлмасида кимёвий барқарорлиги.

Композитнинг тузилиши масаласи ҳам жуда муҳим, унинг геометрик ички тузилишига қараб хоссалари ҳам ҳар турли бўлади.

Композит арматураси шакли композит мустаҳкамлигининг толалар йўналганлигига, толалар эгилувчанлигига боғлиқлиги, арматурани тайёрлаш ҳаражатига қараб танланади.

Шу талаблар асосида композитлар ишлаб чиқариш технологияси усуллари яратилган.

Масалан, металлнинг юпқа қатлами ёки кукуни тола устига ўтқазилади ва металлнинг суюлиши температурасидан пастроқ температураларда қиздирилали, диффузия жараёни оқибатида металл матрицаси тола билан боғланади. Бошқа бир неча усуллар ҳам мавжуд.

## **Саволлар**

1. Қандай моддалар керамик моддалар бўлади?
2. Керамик ва металл қаттиқ жисмларнинг барбод бўлиши механизmlари фарқи нимадан иборат?
3. Керамикани мустаҳкамлашнинг қандай усуллари бор?
4. Керамика қайси соҳаларда қўлланилади?
5. Ферритлар қандай моддалар?
6. Сегнетоэлектрик ҳодисаси нимадан иборат?
7. Юқори температурали ўта ўтказувчанлик ҳодисаси қандай моддаларда мавжуд бўлади?
8. Ўта ўтказувчанлик қўлланадиган соҳалар ҳақида сўзлаб беринг.
9. Композитни таърифланг.
10. Композит таркиби қандай қоидалар асосида танланади?

## XIV БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДА ҲАЖМИЙ ЎЗГАРИШЛАР

Қаттиқ жисмларда ҳажмий ўзгаришлар фазавий ўтишларга мансубдир. Фазавий ўтиш нуқтасида фазалар мувозанати шарты кимёвий потенциаллар тенглигидан иборат, яъни  $\mu_1=\mu_2$ . Маълумки, I жинс фазавий ўтишларда модданинг зичлиги ва термодинамик функциялар ўтиш нуқтасида сакраб ўзгаради, уларда ўтиш иссиқлиги ажралади (ютилади). Бундай ўтишлар мисоллари: суюлиш, бугланиш, кристалланиш, кристалларнинг шакл ўзгаришлари.

II жинс ўтишларда иссиқлик ажралмайди (ютилмайди), термодинамик функцияларнинг ўзи ўтиш нуқтасида сакраб ўзгармайди, балки уларнинг ҳосилалари бўлмиш иссиқлик сигими ( $c_p=d^2\Phi/dT^2$ ), қисилувчанлик ( $dV/dP$ ), иссиқликдан кенгайиш ( $dV/dT$ ) ва бошқалар сакраб ўзгаради. Бундай ўтишларга мисоллар: температура ўзгариши билан ферромагнетикнинг парамагнетикка аврилиши, суюқ гелийнинг ўта окувчан ҳолатга ўтиши.

Қаттиқ жисмларда ҳажмий ўзгаришлар кимёвий таркиб ўзгармаган ҳолда ва кимёвий таркиб ўзгарган ҳолда юз бериши мумкин.

#### Аллотропик аврилишлар

«Аллотропия» сўзи юони тилидан олинган ва «бошқа шакл» деган маънони англатади. Аллотропия (полиморфизм) атамаси кимёвий элемент ёки қаттиқ бирикмаларнинг бир неча шаклда (модификациясида) бўлишлитигини тавсифлаш учун киритилган.

Моддаларнинг аллотроплари (шакллари) бир-биридан кристаллда атомларнинг турлича жойлашиши билан фарқланади, бунда

- 1) молекулаларда атомлар сони ҳар хил бўлади;  
(мисол: олти ва саккиз атомли олтингўргут молекуласи);

2) молекуладаги атомлар сони бир хил бўлгани ҳолда молекулаларнинг ўзаро йўналиши турли (мисол: олтингугуртнинг ромбик ва моноклин шакллари);

3) металлар кристалларида атомлар қатламларининг тахланиш кетма-кетлиги бошқача бўлади.

Муайян температурада (ўтиш температурасида) бир хил аллотропик шаклдан иккинчисига ўтиш содир бўлади.

Масалан, олтингугурт  $T_c=368.5K$  да ромбик кристалл шаклidan моноклин кристалл шаклига ўгади, бунда ўтиш иссиқлиги 90 кал/(г-атом)га тенг бўлади, кимёвий таркиб ўзгармайди. Ички энергия кристалл панжарасида атомлар жойлашиши функцияси, яъни кимёвий bogланиш функциясидир. Шунинг учун аллотропик аврилишларда (ўтишларда) унинг ўзгариши эвазига иссиқлик ажралади (ютилади), демак, бу жараёнлар I жинс фазавий ўтишларга мансуб.

Мана шунаقا аллотропик аврилишлар Ti, Zr, Hf, Cr, Fe, Mn, Co, Ti элементлар кристалл панжараларида ҳам бўлади.

Кристалл тузилиши ўзгариши билан бир қаторда кимёвий bogланишлар табиати ҳам ўзгариши мумкин. Бунда бир аллотропик шаклда қаттиқ жисм металл ўtkazuvchanlikka, бошқа шаклда эса ярим ўtказгич ёки диэлектрик хоссаларига эга бўлиши мумкин. Масалан, қалайи Sn ни олсак, у юқори температуralарда тетрагонал панжарали (ва координацион сони K=6 бўлган) асл металл (оқ қалайи) бўлади,  $t=13.2\ ^\circ C$  да оқ қалайи кулранг қалайига аврилали, кейинги эса кубик шаклдаги олмос ( $K=4$ ) панжарасига эга бўлган ярим ўtказгичdir.

Se селеннинг учта аллотропик шакли бор: кулранг селен – ярим ўtказгичdir, қизил ва қора селенда ярим ўtказгичлик хоссаси йўқ, қизил селен моноклин тузилишга эга, қора селен эса аморф моддадан иборат бўлади.

Кимёвий bogланишлар ўzgaradigagan аллотропик аврилишлар олтингугурт S, маргимуш As, фосфор P, карбон C (графит ва олмос) элементларга ҳам хосdir.

### Мартенсит аврилишлар

Баъзи металлар ва қотишмаларда ҳажмий ўзгариш алоҳида хусусиятга эга. Бундай ўзгаришлар металлар ва қотишмалар технологиясида муҳим ўрин тутади. Мартенсит номи машхур металлург Мартенс номидан келиб чиққан.

Мартенсит аврилишлар (ўзгаришлар, ўтишлар) бирор температурада тугалланмайды, албатта қатый термодинамик маънода қайтмас, аммо тузилиш маъносида қайтар жараёнлардир.

Айтайлик, қаттиқ жисм (металл) икки аллотропик шаклда бўлиши мумкин. Агар юқори температурада мавжуд бўладиган аллотропа шаклдаги жисмни  $T'$  гача совутсан, бунда иккала шаклнинг эркин энергиялари бирдай бўлса, у ҳолда паст температурали шаклга ўтиш юз беради. Қаттиқ жисмни пастроқ мартенсит аврилиш (ўтиш) бошланадиган  $T_m$  – температурага-ча совутиш зарур. Агар  $T_m$  га етганда совутиш тўхтатилса, бу ҳолда ўтиш тўхтайди. Агар  $T_m$  дан кейин совутиш яна давом эттирилса, паст температурали фаза (шакл) ҳосил бўла беради. Ниҳоят қандайдир  $T''$  паст температурада ўтиш (аврилиш) та-момила тугалланади. Юқори температурали фазага (шаклга) тескарича ўтиш ҳам мумкин, лекин, температуралар оралиқлари олдинги йўналишда ўтишдан фарқ қиласи, яъни бунда гистеризис пайдо бўлади – бу ҳодиса мартенсит ўтишлар (аврилишлар)нинг муҳим хусусиятидир.

Мартенсит аврилишларни диффузиясиз ўтишлар ҳам дейилади, чунки улар бир ёки бир неча текисликларнинг жуда кичик (атомлараро масофасининг улушилари чамасидаги) масофа-га бир вақтда силжишларидан иборат, бунда текисликлар орасидаги боғланиш бузилмайди. Бу мазкур ўтишларнинг яна бир хусусиятидир. Атомлар текисликларнинг тузилишининг унча катта бўлмаган пластинасимон бузилишига олиб келади. Намуна сиртидаги бу пластинасимон шакллар микроскопда яхши кўринади. Масалан пўлатлар тобланганда, яъни юқори температурадан бошлаб уларни тез совутилганда ёки марказлашган куб панжарали  $\gamma$ -Fe даги карбон С нинг қаттиқ эритмаси тетрагонал панжарали мартенсит шаклга ўтади. С нинг миқдори қанча кўп бўлса, тетрагоналлик даражаси ортиқ бўлади. Бир вақтнинг ўзида мартенсит пўлатнинг мустаҳкамлиги ортади.

Бир қатор тоза металлар ( $Fe$ ,  $Co$ ,  $Ti$ ,  $Li$ ,  $Na$  ва б.) ва кўп қотишмалар ( $Fe-Ni$ ,  $Fe-Mn$ ,  $Ti-Mn$ ,  $Au-Cd$ ,  $Mn-Cu$  ва б.) да мартенсит аврилишлар бўлишлиги маълум.

## Ўта тўйинган эритманинг парчаланиши

А эритувчида В модда эриган бўлсин. Юқори  $T_1$  температурада В модданинг эритмада мувозанатий зичлиги  $C_1$  етарли-ча катта. Температура  $T_2$  гача пасайганда система  $C_2$  гача камайган зичликли ҳолатга ўтади.

В эрувчининг зичлиги камайиши ҳисобига “чўкма” ҳосил бўлади, бу эса ўта тўйинган эритма парчаланди демакдир.

Термодинамик таҳдилнинг кўрсатишича, икки фаза аралаш-масининг барқарор бўлишилиги учун бу аралашманинг эркин энергияси энг кичик бўлиши керак.

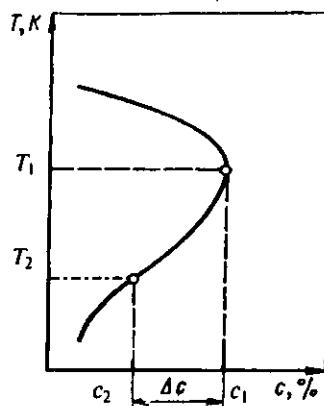
$A$  ва  $B$  таркибовчидан иборат  $A_{1-x}B_x$  ( $x < 1$  – мазкур таркибовчининг улуси) бўлган эритмада барқарорлик температурага боғлиқ, чунки эркин энергия температура функцияси бўлади.

Температура  $T$  ўзгарганда (пасайганда)  $x$  улуш ўзгариши, бу эритманинг қисман парчаланиши, оқибатида эса томомила парчаланишга олиб келади. Бундай парчаланишнинг *икки тури мавжуд: активацион, активацион мас парчаланиши*.

Биринчи ҳолда эритма парчаланиши учун қандайдир миқдорда қўшимча энергия сарфлаш (энергетик тўсиқдан ўтиш) зарур бўлади. Шунинг учун дастлабки эритма иккита эритмага бўлиниши мумкин.

Иккинчи ҳолда парчаланиш энергиянинг пасайиши билан боради. Муайян шароитда активацион парчаланиши ноактивацион парчаланишга ўтади. Қаттиқ эритма парчаланиши жараёнинини бир неча соддалаштирилган тасаввурлари бор.

Қаттиқ эритманинг парчаланиши унинг ичидаги фаза марказлари (хомиртурушлари)нинг пайдо бўлишидан бошланиди. Хомиртурушнинг (марказнинг) ўлчами бирор критик  $r_c$  қийматига стгунча эркин энергия ошали, бундай марказлар қайта эриб кетишга мойил. Аммо, ўлчами  $r_c$ дан катта бўлиб



14.1- чизма. Қаттиқ эритманинг температура пасайганида парчаланишини тушунтирадиган чизма.

олган марказлар ўса боради, чунки бу ҳолда кристаллнинг эркин энергияси камая боради. Энг биринчи марказ сифатида ҳар қандай нүқсонни қабул қиласа бўлади, уларнинг ўлчами панжара доимийси (ангстрем) тағ...бода бўлиб, улар қаттиқ эритмада ҳамма вақт мавжуд бўлади. Атом ўлчамидаги бундай марказларни «сегрегатлар ёки кластерлар» дейилади.

Умуман айтганда, эритманинг парчаланиши – кўп босқичли жараён.

Ярим ўтказгич ва металл қаттиқ эритмалар орасида жуда муҳим тафовут бор. Ярим ўтказгичларда ажralиб чиқадиган атомлар ва нүқсонлар зичлиги таққосланурли металларда эса ажralиб чиқаётган атомлар микдори нүқсонлар микдоридан анча катта бўлади. Бундан муҳим фарқлар келиб чиқади.

Парчаланиш марказларининг ўсиш жараёни (кинетикаси) асосан янги-янги атомларнинг марказ сиртига келиб кўшилиши тезлиги билан боғланган.

Парчаланиш сқибатида пайдо бўлаётган янги  $\beta$  фазанинг ҳажмий улуши қуйидаги кинетика тенгламаси (Авраам тенгламаси)

$$\xi = \frac{V_\beta}{V} = 1 - \exp(-K(t)^n)$$

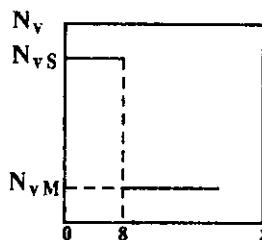
орқали ифодаланади, бунда  $K$  – доимий кўпайтувчи,  $n$  – ўтиш механизмига боғлиқ кўрсаткич.

Қатъий назарий таҳлил мақсадида

$$\frac{dc(r,t)}{dt} = D \nabla^2 c$$

диффузион тенгламанинг турли ҳоллари учун ечимларини Авраам тенгламасига келтириш мумкин эканлиги аниқланди.

Яна бир ҳодиса устида тўхтalamиз. Кристаллни механик ишловга дучор қилингандан – уни шилғанда ва сайқаллаганда сиртий қатлам бузилади ва ортиқча (ҳажмдагига нисбатан) вакансиялар билан тўйинади. Оқибатда крисгалища дастлабки погонасимон вакансиялар тақсимоти ҳосил бўлади: ҳажмда мувозанатий вакансиялар қаттиқ эритмаси,  $\delta$ -қатламда эса номувозанатий вакансиялар қаттиқ эритмаси мавжуд бўлади.



14.2-чизма. Сиртий  $\delta$ -қатламни тўйинтиргандан сўнг вакансиялар тақсимоти.

Албатта, ортиқча вакансиялар ҳосил бўлиши ҳамон уларнинг бутун кристалда тенглашни нига томон йўналган жараён бошланади. Бу жараённи икки босқичга ажратиш мумкин. Биринчи босқичда вакансияларнинг ўта тўйинган эритмаси парчаланади ва бир вақтда уларнинг диффузияси боради. Кўп вакансиялар коваклар ҳосил қилишга кетади, иккинчи босқичда қолган номувозанатий вакансиялар диффузияланади ва майда коваклар камайиши ҳисобига йирик коваклар кўпаяди. Бу босқич охирида ортиқча вакансиялар δ қатламдан чиқади, кристаллда коваклар ва вакансияларнинг мувозанатий ҳолати ўрнашади.

### **Қаттиқ жисмларда температурага боглиқ бўлмаган фазавий аврилицилар**

Қаттиқ жисмдаги ҳажмий ўзгаришларга босим ҳам катта таъсир кўрсатади. Катта босимлар ҳосил қилиш техникаси на- мунаға ҳам ҳар тарафлама (гидростатик), ҳам бир тарафлама (бир ўқли) босим бериш имконини яратган.

Катта энергияли зарралар ( $\gamma$  - квантлар, нейтронлар ва б.) билан нурлаганда, механик таъсирлар оқибатида ҳам ҳажмий ўзгаришлар юз беради.

Нурлаш натижасида нуқтавий нуқсонлар ҳосил бўлиши бизга маълум: катта энергияли зарра ўз йўлида вакансиялар ва тугунлараро атомлар пайдо қиласди. Бу зарра йўлининг охирида у ўз энергиясини тўла сарфлаб бўлганда кристаллда диаметри 5-10 кристалл панжараси доимийси чамасида бўлган сийракланган зона пайдо бўлади, бу соҳада панжара тартибсизланади, энг чегаравий ҳолда тўла аморфланиш вужудга келади. «Яхланган» ҳолатда бу соҳа узоқ мавжуд бўлиши мумкин, лекин кристалл қизларичганда бу соҳалар ўз ҳолига қайтади, кристалл мувозанатий ҳолатини олади.

Механик таъсирлар (иийқаланиш, майдаланиш, зарб ва б.) кристаллда панжаранинг кучли даражада тартибсизланшига ҳатто аморфланишига олиб келади. Механик таъсирлар оқибатида кристалл панжараси бир кўрининидан бошқа кўринишига ўтиши мумкин. Масалан, иийқаланиш оқибатида олмоссимон панжарали кремний Si кристалли аморф ҳолатга ўтиши, гексагонал панжарали кобалт Со ёки марказланишган куб панжара бўлиб қолинши мумкин.

Энди қаттиқ жисмларда юз берадиган ҳажмий ўзгаришлардан амалда қандай фойдаланилади деган саволга қисқача жавоб берамиз.

Кўп технологик жараёнларни амалга оширишда температура, босим, механик ишлов ва бошқа таъсирларни ҳисобга олишга тўғри келади.

Олдин айтганимиздек, мартенсит аврилишлар карбонли пўлатларнинг термоишловида кенг қўлланилади. Қотишмада карбоннинг миқдори 2% (масса бўйича)дан ошмайди. Энг муҳими пўлатда карбон графит ҳамда темир карбиди  $Fe_2C$  кўринишларда бўлади. Агар пўлатни ҳосил қилиш ёки термоишлов беришда кескин тоблаш қилинса, оралиқ фаза мартенсит деформацияланган ҳажмий марказлашган куб панжарали бўлиб, пўлатнинг мустаҳкамлигини анча оширади. Бу ҳолат хона температурасида узоқ вақт мавжуд бўлиши мумкин.

Металл қотишмаларнинг дисперсион қаттиқланиши ҳодисаси қаттиқ эритманинг парчаланиши вақтида юз берадиган ажратмалар ўлчамлари ошган сари қотишманинг қаттиқлиги ошишидан иборатdir. Мустаҳкамлик орта боради, максимумдан ўтади, кейин ажralаётган иккинчи фаза қириндилари ўлчамлари ортиши билан мустаҳкамлик камая боради. Бу ҳодиса дюралюминда ( $Al+4\%Cu+0,5\%Mg$ ) юз беради. Бу қотишманинг мустаҳкамлик хоссалари хона температураси ёки ундан юқорида вақт ўтиши билан яхшиланиб боради. Бу жараённи қотишманинг қарши деб аталади. Мустаҳкамланишнинг сабаби: қаттиқ эритма парчалангандага қотишманинг тузилишида панжарани мустаҳкамловчи оралиқ фазанинг вужудга келишидир.

Кўп қотишмаларда дисперсион қаттиқланиши хона температурасидан анча юқорироқ температуруларда кузатилди. Шунинг учун бу температурадан бошлаб (паст томонга) тобланса паст температуруларда қотишмани мустаҳкамланган ҳолатда узоқ сақлаш ва ундан амалий мақсадларда фойдаланиш мумкин.

## Саволлар ва масалалар

1. Қаттиқ жисмларда ұажмий үзгаришларнинг қандай асосий күринишилари бор?
2. 1 ва 2 жинс фазавий үтишлар бир-биридан қандай фарқ қиласы?
3. Аллотроп үзгаришларнинг мөхияти нимадан иборат?
4. Мартенсит үзгаришларнинг мөхияти нимадан иборат?
5. Температурага боғлиқ бўлмаган фазавий үзгаришлар ҳақида нималарни биласиз?
6. Ҳажмий аврилишлардан амалда қандай фойдаланилади?

### Баъзи физик катталиклар

Катталиклар	Белгиси	СИ тизим берилкендиги	СГС берилкендиги
Электроннинг тиңгыл массаси	$m_e$	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	$9,11 \cdot 10^{-28} \text{ г}$
Электроннин заряди	$e$	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	$4,8 \cdot 10^{-10} \text{ сиңс}$
Планк доимийсін	$h$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Ж с}$	$6,63 \cdot 10^{-27} \text{ эрг с}$
Авогадро сони	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ мол}^{-1}$	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ мол}^{-1}$
Болцман доимийсін	$K$	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ж К}^{-1}$	$1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг К}^{-1}$
Газ доимийсін	$R = k N_A$	$8,3142 \text{ Ж·мол}^{-1} \text{ К}^{-1}$	$8,31 \cdot 10^7 \text{ эрг·мол}^{-1} \text{ К}^{-1}$
Электрон-волт	$eV$	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Ж}$	$1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$
Бор магистони	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$	$9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Ж Тл}^{-1}$	
Вакуумда әртүрлік тезлігі	$c$	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}^{-1}$	$3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}^{-1}$
Вакуумнинг диэлектрик сингидиунасындыгы	$E_0$	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф·м}^{-1}$	
Вакуумнинг магнит сингидиуучанлыгы	$\mu_0$	$1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Гн·м}^{-1}$	
ІэВ энергиялык фотон түлкін узунлігі	$\lambda_0$	$1,24 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	$1,24 \cdot 10^{-8} \text{ см}$
ІэВ энергия фотон такрорлігі	$v_0$	$2,42 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$	$2,42 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$

Бу жадвалда келтирилган қыйматлар вергулдан кейинги икки рақамгача аниқликда олинган.

## АДАБИЁТЛАР

1. В. И. Фистуль. «Физика и химия твердого тела» (икки жилдли). Москва «Металлургия» 1995 г.
2. Дж. Займан. Принципы теории твердого тела. Москва, «Мир», 1974 г.
3. Ч. Киттел. Введение в физику твердого тела. Москва, Физматгиз, 1993 г.
4. Б. Н. Бушманов, Ю. А. Хромов «Физика твердого тела», Москва, «Высшая школа», 1971 г.
5. Н. Ашкрофт, Н. Мермин, «Физика твердого тела», (икки жилдли) Москва, «Мир», 1979 г.
6. Г. С. Жданов, А. Г. Хунджау. Лекции по физике твердого тела. Москва, МГУ, 1988 г.
7. С. Зайнабиддинов, Х. С. Даалиев. Дефектообразование в кремнии. Тошкент, «Университет» 1993 й.
8. С. Зайнабиддинов, А. Тешабоев. Ярим ўтказгичлар физикаси. Тошкент, «Ўқитувчи», 1999 й.
9. Дж. Блейкмор. Физика твердого тела. Москва, «Мир», 1988
10. Задачи по физике твердого тела (Г. Дж. Голдсмид таҳрири остида). Москва, «Наука», 1976 г.
11. Ленч, Николайдес. Задачи по физической электронике.
12. Ф. Ф. Волkenштейн. Физико-химия поверхности полупроводников. Москва, «Наука», 1973 г.
13. А. И. Ансельм. Введение в теорию полупроводников. Москва, «Наука», 1978 г.
14. Ф. Зейтц. Физика металлов. Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1947 г.
15. Г. Фрелих. Теория диэлектриков. Москва, ИЛ, 1960 г.
16. Дж. Барфут. Введение в физику сегнетоэлектрических явлений. Москва, «Мир», 1970 г.
17. Я. С. Уманский, Ю. А. Сканов. Физика металлов. Москва, Атомиздат, 1978 г.
18. С. С. Горелик, М. Я. Дашевский. Материаловедение полупроводников и диэлектриков. Москва, «Металлургия», 1988 г.
19. И. С. Желудев. Физика кристаллических диэлектриков. Москва, «Наука», 1968 г.
20. С. В. Вонсовский. Современное учение о магнетизме. Москва, ГИТТЛ, 1953 г.
21. Г. Сликтер. Основы теории магнитного резонанса. М., «Мир», 1967 г.
22. Ю. И. Аксентьев ва бошқалар. Физика твердого тела (спецпрактикум). Из-во МГУ, 1982 г.

## МУНДАРИЖА

Сўз боши.....	3
<b>I БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛARНИНГ ТУЗИЛИШИ ВА ТУРЛАРИ</b>	5
1.1. Кристалл қаттиқ жисмлар.....	6
1.2. Кристалл панжараси.....	7
1.3. Кристалларда симметрия.....	7
1.4. Миллер индекслари.....	12
1.5. Кристалл атомларининг ва молекулаларининг бөгланиш турлари.....	14
1.6. Кристалларни ўстириш.....	22
1.7. Полиморфизм.....	23
1.8. Кристалларда рентген нурлари дифракцияси.....	24
1.9. Тескари панжара.....	26
1.10. Бриллюэн зонаси.....	27
<b>II БОБ. КРИСТАЛЛ ПАНЖАРАСИ ТЕБРАНИШЛАРИ</b>	29
2.1. Чизигий содда панжара атомлари тебранишлари.....	29
2.2. Чизигий мураккаб панжарада тебранишлар ва тўлқинлар.....	33
2.3. Уч ўлчовли мураккаб кристалл панжараси атомлари тебранишлари.....	38
2.4. Изотроп континиум тақрибида кристалларда тебраниш- лар ва тўлқинлар.....	42
2.5. Кристалл панжараси тебранишларининг квантланиши. Фононлар.....	48
Масалалар ва саволлар.....	51
<b>III БОБ. ФИЗИК СТАТИСТИКА ҚОНУНЛАРИ</b>	52
3.1. Тасодифий катталикларнинг ўртача қийматлари.....	54
3.2. Тақсимот функциялари мисоллари.....	56
3.3. Бир неча тасодифий катталик учун тақсимот функцияси..	57
3.4. Максвелл тақсимоти.....	58
3.5. Классик статистик физиканинг асосий тасаввурлари.....	62

3.6.	Гиббснинг каноник тақсимоти.....	64
3.7.	Гиббснинг катта каноник тақсимоти.....	69
3.8.	Квант статистика асослари.....	70
3.9.	Қора нурланиш.....	75
	Саволлар ва масалалар.....	77

#### **IV БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДА ИССИҚЛИК ХОДИСАЛАРИ**

78

4.1.	Иссиклик сигимининг классик назарияси.....	78
4.2.	Кристалл панжараси иссиқлик сигимининг квант назарияси. ....	81
4.3.	Кристалл қаттиқ жисмнинг панжаравий иссиқлик ўтказувчанлиги.....	86
4.4.	Қаттиқ жисмларнинг иссиқликтан кенгайиши ва узайиши.....	89
	Саволлар ва масалалар.....	93

#### **V БОБ. ИДЕАЛ КРИСТАЛЛДА ЭЛЕКТРОНЛАРНИНГ ЭНЕРГИЯЛАРИ СПЕКТРИ**

94

5.1.	Кристалл учун Шредингер тенгламаси. Адиабатик тақриб.....	94
5.2.	Хартри-Фок усули. Бир электронли яқинлашиш.....	96
5.3.	Даврий электр майдонда ҳаракатланаётган электрон масаласи.....	99
5.4.	Кучсиз ва кучли боғланган электронлар тақриблари.....	101
5.5.	Крониг-Пенни модели.....	105
5.5.	Идеал кристаллда электронлар энергиялари спектри тўғрисидаги умумий хуласалар.....	105
5.6.	Электронларнинг кристаллдаги эфектли массаси. Коvak. Электрон энергияси ва импульси.....	112
5.7.	Энергия зоналари. Металлар. Ярим ўтказгичлар. Диэлектриклар.....	115
	Саволлар ва масалалар.....	120

#### **VI БОБ. ҲАҚИҚИЙ КРИСТАЛ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДАГИ НУҚСОНЛАР**

121

6.1.	Кристаллардаги нуқсонлар ҳақида умумий мулоҳазалар....	121
6.2.	Нуқтавий нуқсонлар.....	124
6.3.	Қаттиқ жисмларда чизигий нуқсонлар.....	140
6.4.	Қаттиқ жисмларда ясси нуқсонлар.....	144
6.5.	Қаттиқ жисмларда ҳажмий (макроскопик) нуқсонлар.....	146
6.6.	Нуқсонлар диффузияси.....	151
	Савол ва масалалар.....	156

## VII БОБ. АМОРФ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР. СҮЮҚ КРИСТАЛЛАР

158

7.1.	Аморф қаттиқ жисмлар.....	159
7.2.	Гидридланган аморф кремний. ( $\alpha$ - Si : H). .....	161
7.3.	Суюқ кристаллар..... Саволлар.....	163 168

## VIII БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР СИРТИДАГИ ХОДИСАЛАР

169

8.1.	Умумий маълумот.....	169
8.2.	Сиртнинг тузилиши. Энергетик ҳолатлар.....	170
8.3.	Ҳўлланиш ва ёйилиб оқиш ҳодисалари.....	173
8.4.	Электронлар эмиссияси ва сиртий ионлаш.....	174
8.5.	Қаттиқ жисмлар сиртида адсорбция ҳодисаси.....	176
8.6.	Сиртий диффузия..... Назорат учун саволлар..... Масалалар.....	179 182 182

## IX БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР ДЕФОРМАЦИЯСИ

184

9.1.	Бир ўлчовли деформация.....	185
9.2.	Икки ўлчовли деформация.....	185
9.3.	Уч ўлчовли деформация.....	188
9.4.	Кучланиш тензори.....	189
9.5.	Деформация билан механик кучланиш орасидаги боғланиш. Умумлашган Гук қонуни. Эластилик модуллари.....	191
9.6.	Изотроп қаттиқ жисмнинг эластилик модуллари.....	194
9.7.	Содда деформация ва уларда турли эластилик модуллари орасидаги боғланиш.....	195
9.8.	Кичик деформациялар энергияси.....	199
9.9.	Тензоқаршилик ҳодисаси..... Саволлар ва масалалар.....	201 202

## X БОБ. МЕТАЛЛАР

203

10.1.	Металларнинг электр хоссалари.....	203
10.2.	Металларда иссиқлик ҳодисалари.....	216
10.3.	Металларнинг зоналар назарияси.....	226
10.4.	Металларда электрон эмиссияси.....	228
10.5.	Фотоэмиссия (ташқи фотозеффект).....	232
10.6.	Металларнинг магнит хоссалари.....	233
10.7.	Де Гааз – Ван Алфен эффицити .....	237

321

10.8.	Электрон - парамагнит резонанс (ЭПР).....	238
10.9.	Ядромагнит резонанс.....	239
10.10.	Металларнинг электромагнит тұлқынлар билан ўзаро таъсири.....	239
10.11.	Циклотрон резонанс.....	240
10.12.	Металларда плазма тебранишлари..... Саволлар ва масалалар.....	241 243
	<b>XI БОБ. ЯРИМ ЪТКАЗГИЧЛАР</b>	<b>244</b>
11.1.	Ярим ѫтказгичларнинг турлари.....	245
11.2.	Ярим ѫтказгичларда хусусий ѫтказувчанлик ва зоналар тузилиши.....	246
11.3.	Эффективли масса.....	249
11.4.	Хусусий ярим ѫтказгичларда электронлар ва коваклар зичлиги.....	251
11.5.	Заряд ташувчилар ҳаракатчанлиги.....	254
11.6.	Ярим ѫтказгичда киришмалар.....	255
11.7.	Компенсирулган ярим ѫтказгичлар.....	258
11.8.	Айниган ярим ѫтказгич.....	258
11.9.	Айнимаган ярим ѫтказгич.....	259
11.10.	Ярим ѫтказгичларнинг электр ѫтказувчанлиги.....	260
11.11.	Ярим ѫтказгичларда циклотрон резонанс.....	262
11.12.	Ярим ѫтказгичларда Холл ҳодисаси.....	264
11.13.	Магнитик қаршилик ҳодисаси.....	265
11.14.	Ярим ѫтказгичларда диффузион ток.....	265
11.15.	Ярим ѫтказгичларнинг магнит хоссалари.....	266
11.16.	Ярим ѫтказгичларда контакт ҳодисалар. Металл-ярим ѫтказгич контакти..... Саволлар ва масалалар.....	268 274
	<b>XII БОБ. ДИЭЛЕКТРИКЛАР</b>	<b>276</b>
12.1.	Диэлектрикларга оид асосий түшунчалар ва катталиқлар..	277
12.2.	Диэлектрикларда қутбланиш механизмлари.....	281
12.3.	Пироэлектриклар.....	288
12.4.	Пьезоэлектрик ҳодиса.....	289
12.5.	Сегнотоэлектриклар.....	290
12.6.	Сегнотоэлектрик доменлар ва антисегнотоэлектрик ҳодисалар.....	292
12.7.	Диэлектрик іўқотишлар.....	293
12.8.	Диэлектриклар тешилиши (бузилиши)..... Масалалар.....	294 296

## XIII БОБ. КЕРАМИК ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР.

### КОМПОЗИТЛАР

13.1. Керамик материаллар ҳақида умумий маълумот.....	297
13.2. Қурилмалар ва асбобларда қўлланиладиган керамика....	298
13.3. Радиоактив материаллар ва чиқинлиларни сақлайдиган контейнерлар учун керамика.....	301
13.4. Керамик ферритлар.....	301
13.5. Сегнетозлектрик ва пироэлектрик керамик материаллар...	302
13.6. Ўта ўтказувчан керамика.....	304
Саволлар.....	309

## XIV БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДА ҲАЖМИЙ

### ЎЗГАРИШЛАР

310

Аллотропик аврилишлар.....	310
Мартенсит аврилишлар.....	311
Ўта тўйинган эритманинг парчаланиши.....	313
Қаттиқ жисмларда температурага боғлиқ бўлмаган фа- завий аврилишлар.....	315
Саволлар ва масалалар.....	317
Баъзи физик катталиклар.....	317
Адабиётлар.....	318

323

**АЛИШЕР ТЕШАБОЕВ,  
СИРОЖИДДИН ЗАЙНОБИДДИНОВИЧ ЗАЙНОБИДДИНОВ,  
ШУКРУЛЛО АБДУЛФАЙЗОВИЧ ЭРМАТОВ**

## **ҚАТТИҚ ЖИСМ ФИЗИКАСИ**

**Тошкент — «Молия» нашриёти — 2001**

<i>Мұхарріп</i>	<i>Ш. Миркомилов</i>
<i>Техник мұхарріп</i>	<i>А. Мойдінов</i>
<i>Компьютерда сақиғаловчы</i>	<i>Ф. Қорахонова</i>
<i>Рассом</i>	<i>М. Одилов</i>

Теришга берилди 02.04.2001 й. Босишига рухсат этилди 10.08.2001 й.  
Бичими 60x84 1/16. «TimesUZ» ҳарғыда терилиб, оғсет усулида  
босилди. Босма табоги 20,3. Нашриёт ҳисоб табоги 19,3. Адади 2000.  
Буюртма №233. Баҳоси шартнома асосида

«Молия» нашриёти. 700000, Тошкент. Якуб Колас күчаси, 16-үй.  
Шартнома №10-01.

Андоза нусха Ўзбекистон Республикаси Банк-молия  
академиясининг «Молия» нашриётида тайёрланди.

«ДИТАФ» босмахонасида чоп этилди Тошкент ш. Олмазор кўч. 171 ўй.