

22.37  
П-45

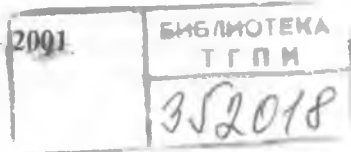
ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС  
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

А. ТЕШАБОЕВ, С. ЗАЙНОБИДДИНОВ, Ш. ЭРМАТОВ

## ҚАТТИҚ ЖИСМ ФИЗИКАСИ

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги  
томонидан ўқув қўлланма сифатида тавсия этилган*

ТОШКЕНТ — «МОЛИЯ» — 2001



УДК 539.2

**А. Тешабоев, С. Зайнобиддинов, Ш. Эрматов.** Қаттиқ жисм физикаси. Тошкент, «Молия» нашриёти, 2001 йил. 324 б.

Ушбу ўқув қўлланмада қаттиқ жисмлар физикасининг асосий бўлимлари ҳақида маълумотлар келтирилган. Қаттиқ жисмларнинг айрим хоссалари буйича турлари, ҳозирги замон қаттиқ жисм квант физикаси асосий тасаввурлари замида металллар, ярим ўтказгичлар, диэлектрикларнинг иссиқлик, механик, электрик, магнитик хоссалари баён қилинган. Бундан ташқари, ҳозир фан ва техникада катта аҳамият касб этаётган қаттиқ материаллар – керамика, мартенситлар, композитлар хоссалари ва қўлланиши тўғрисида ҳам маълумотлар берилган. Ўтилган мавзуларни мустақкамлаш мақсадида ҳар бобнинг охирида назорат учун саволлар, шу бобга тегишли масалалар жойлаштирилган. Қўлланмада келтирилган расмлар, жадваллар, кўшимчалар унинг матнини тўлдирди. Ўқув қўлланма олий ўқув юрларининг тегишли касблар буйича мутахассислашаётган бакалавр, магистр талабалари, тадқиқотчилар, аспирантлар ва ўқитувчилар учун мўлжалланган.

**Масъул муҳаррир** *Э. З. Имамов*, физика-математика фанлари доктори, профессор

**Тақризчилар:** *А. Т. Мамадолимов*, физика-математика фанлари доктори, профессор, ЎзР ФА академиги.  
*М. С. Баҳодирхонов*, физика-математика фанлари доктори, профессор.

Ўзбекистон Республикаси Давлат Фан Техника қўмитасининг инновация лойиҳаси асосида ҳамда ЎзР ДФТҚ, Олий ва ўрта махсус мактаб муаммолари институти, Андижон Давлат университети ҳомийлигида нашр этилди.

© Ўзбекистон Республикаси Банк-молия академияси «Молия» нашриёти, 2001 й.

## СЎЗ БОШИ

Маълумки, узбек тилида қаттиқ жисм физикасидан ўқув қўлланма (дарслик) йўқ. Ваҳоланки, университетлар ва техник ўқув юртларида бу фан умумий ва махсус фан сифатида ўқитилади. Бинобарин, кўп минглаб талабалар, ўқитувчилар, тадқиқотчи, аспирантларга ана шундай ўқув қўлланма жуда керак. Шу эҳтиёжларни ҳисобга олиб, мазкур фанни ўқитиш тажрибасига таяниб, ушбу «Қаттиқ жисм физикаси» ўқув қўлланмаси ёзилди. Бу китобнинг мундарижасини тузишда Олий ва урта махсус таълим вазирлиги томонидан тасдиқланган «Қаттиқ жисм физикаси» фани дастурини («Университет таълими учун физика ва астрономия мутахассисликлари буйича ўқув дастурлари», Тошкент, «Университет», 1996 й., 90-92-бет) асос қилиб олинди. Қўлланма асосан «Бакалавр» ихтисослигига мўлжалланган бўлсада, ундан «магистр» ихтисослиги талабалари ҳам фойдаланиши мумкин. Ушбу қўлланмада қаттиқ жисмлар турлари, кристал қаттиқ жисмлар ҳақида маълумот, физик статистика асосларининг қисқача баёни берилди. Кристалл панжараси тебранишлари анча батафсил қараб чиқилди. Кристалл қаттиқ жисмларда иссиқлик ҳодисаларига муносиб ўрин ажратилди. Қўлланманинг муҳим қисмини идеал кристал қаттиқ жисмларда электронларнинг энергетик спектри назарияси (зоналар назарияси), ҳақиқий кристаллардаги нуқсонлар физикаси баёни ташкил этади. Суяқ кристаллар ва аморф қаттиқ жисмлар ҳақида қисқача маълумот бериш лозим деб топилди. Кейинги вақтда микроэлектрониканинг жадал ривожланиши туфайли қаттиқ жисмлар сиртида юз берадиган ҳодисалар, хусусан, сиртнинг ҳолати масалалари муҳим аҳамиятга эга бўлиб бормоқда. Шунинг учун бу масалаларга ҳам муносиб жой ажратилди. Қаттиқ жисмларнинг механик хоссалари ва уларга деформациялар таъсирига ҳам эътибор берилди. Қаттиқ жисмда содир бўладиган ҳажмий ўзгаришларнинг энг муҳимлари қараб чиқилди. Қаттиқ жисмларнинг асосий турлари бўлмиш металллар, ярим ўтказгичлар,

диэлектрикларга алоҳида боблар бағишланди. Тадқиқланиши ва қўлланиши тобора кенгая бораётган керамик қаттиқ жисмлар ва композицион моддалар ҳақида маълумотни қўлланмага киритишни зарур деб ҳисобладик. Қаттиқ жисмларда юз берадиган кинетик ҳодисалар, моддалар, асбоблар хоссаларини назарий ўрганиш ва амалий қўлланишда катта аҳамиятли бўлгани учун улар тўғрисида асосий маълумотлар баён қилинди. Ҳар бир боб охирида назорат учун саволлар ва масалалар жойланди. Қўлланма охирида зарурий қўшимчалар, жадваллар келтирилди, фойдаланилган ва тавсия қилинадиган адабиёт рўйхати берилди. Алоҳида таъкидлаш керакки, узоқ йиллик ҳамкоримиз Москвалик профессор В. И. Фистулнинг икки жилдли «Физика и химия твердого тела» (М., «Металлургия», 1995 г.) дарслигидаги бир қатор керакли маълумотлардан фойдаландик. Ундан кўп миннатдормиз. Қўлланманинг тегишли жойларида керакли чизмалар, чизмалар, диаграммалар, жадваллар каби матнни яққоллаштирувчи материаллардан фойдаланилди. II-VIII бобларни профессор А. Тешабоев, XI, XII, XIII, XIV бобларни профессор С. Зайнобиддинов, I, IX, X, бобларни фан номзоди Ш. А. Эрматов ёзган.

Қўлланмани эътибор билан ўқиб чиқиб, ўз қимматли фикр-мулоҳазаларини айтган тақризчилар: академик А. Т. Мамадолимовга ва профессор М. С. Баҳодирхоновга миннатдорчили-мизни билдирамиз.

Қўлланмани нашрга тайёрлашда дастурчилар В. В. Ларкин ва Ш. Б. Баҳритдиновларнинг хизматлари ҳам катта бўлганини мамнунлик билан таъкидлаймиз.

Албатта, ўзбек тилида ёзилган ва нашр қилинаётган ушбу ўқув қўлланмада камчиликлар учраши табиий, улар ҳақида ўз фикрларини нашриётга ёзиб юборган ўқувчилардан миннатдор бўлардик.

*Муаллифлар*



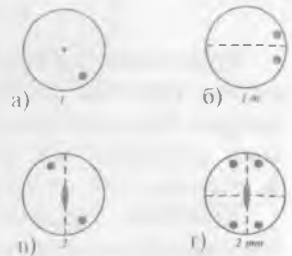
## I БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ ТУЗИЛИШИ ВА ТУРЛАРИ

Табиатдаги моддалар газ, суюқлик, қаттиқ жисм ва плазма ҳолатларида бўлади. Бу ҳолатлар модданинг агрегат ҳолатлари деб аталиб, бир-биридан физик хоссалари билан фарқ қиладилар. Қаттиқ жисмларнинг суюқлик ва газлардан фарқи шундаки, улар ўз шаклларини сақлайди ва уларда оқувчанлик кузатилмайди. Микроскопик нуқтаи назардан бундай фарқнинг бўлиши, моддани ташкил этувчи атом ва молекулалар орасидаги ўзаро таъсир энергиясининг катта ёки кичиклиги билан тушунтирилади. Суюқлик ва газларда уларни ташкил қилувчи атом ва молекулалар орасидаги ўзаро таъсирлашув энергияси уларнинг иссиқлик ҳаракати энергиясидан кичик бўлади. Шунинг учун суюқлик ёки газни ташкил этувчи атом ва молекулалар бир нуқтадан иккинчи нуқтага кўчиб юриши мумкин, яъни оқувчанлик хоссасига эга. Қаттиқ жисмларда эса молекула ёки атомлар орасидаги таъсирлашув энергияси уларнинг иссиқлик ҳаракати энергиясидан анча катта бўлади, шунинг учун улар эркин кўчиб юра олмайди ва мувозанат вазиятлари атрофида тебранма ҳаракат қилиб туради. Демак, қаттиқ жисмни бошқа агрегат ҳолатлардан ажратиб турувчи асосий фарқлари: биринчидан, унинг нормал шароитда ўз шаклини сақлаши; иккинчидан, уларни ташкил этувчи атом молекулаларнинг тебранма ҳаракатда бўлишидир.

Қаттиқ жисмлар тузилишига кўра аморф, кристалл, шишасимон ва полимер қаттиқ жисмларга бўлинади. Бундан ташқари қаттиқ жисмлар уни ташкил қилувчи атом ёки молекулаларнинг ўзаро боғланишига кўра ҳам фарқланади (1.1-чизма).

булган жисмларни халқаро белгилашда 1 рақаами билан белгиланади ва шакл биринчи тартибли симметрия уқига эга дейилади. 1.3.б-чизмадаги шакл эса узук-узук чизиқ билан тасвирланган текисликка нисбатан симметрик булади, бундай шакл симметрияси 1m кўринишда ёзилади. 1.3.в-чизмадаги шаклни 180° га маълум бир уқ атрофида бурганимизда устма-уст тушади, 360° га бурганда у икки марта устма-уст тушади, демак, иккинчи тартибли симметрия уқига эга — 2. Охирги шаклимиз иккинчи тартибли симметрия уқига ва икки симметрия текислигига эга, яъни — 2mm. Кристаллар ҳам симметрияга эга, уларнинг симметрияси кристалл панжарасининг симметриясидан келиб чиқади. Кристаллар элементар катакнинг ташкил этувчиларини, яъни трансляцион векторларнинг узунлигига ва улар орасидаги бурчакларнинг қийматига қараб 7 та катта гуруҳга булинадилар. Бу гуруҳларнинг ҳар бири ўз номига эга бўлиб, *кристалл сингониялари* деб аталади (1.1-жадвалга қаранг).



1.3-чизма. Шакллар симметрияси

1.1-жадвал

№	Кристалл сингонияси	Элементар катакнинг тавсифловчи катталиклар (параметрлар)
1	Триклин	$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha \neq \beta \neq \gamma$
2	Моноклин	$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = 90^\circ \neq \gamma$
3	Ромбик	$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
4	Тетрагонал	$a_1 = a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
5	Кубик	$a_1 = a_2 = a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
6	Тригонал	$a_1 = a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ < 120^\circ$
7	Гексагонал	$a_1 = a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$

Кристалл учун мумкин булган барча симметрия амаллари кристаллнинг *симметрия гуруҳини* ташкил қилади. Симметрия гуруҳлари ҳам икки тоифага булинади: *нуқтавий* ва *трансляцион*. Нуқтага нисбатан акслантириш (инверсия), уқ атрофида буриш ва текисликка нисбатан акслантириш билан боғлиқ булган симметрия амаллари *нуқтавий симметрия* гуруҳини ташкил қилади. Кристаллнинг ташқи симметриясини аниқловчи бундай нуқтавий симметрия гуруҳлари сони 32 та бўлиб уларнинг кристалл сингониялари бўйича булиниши 1.2- жадвалда келтирилган.

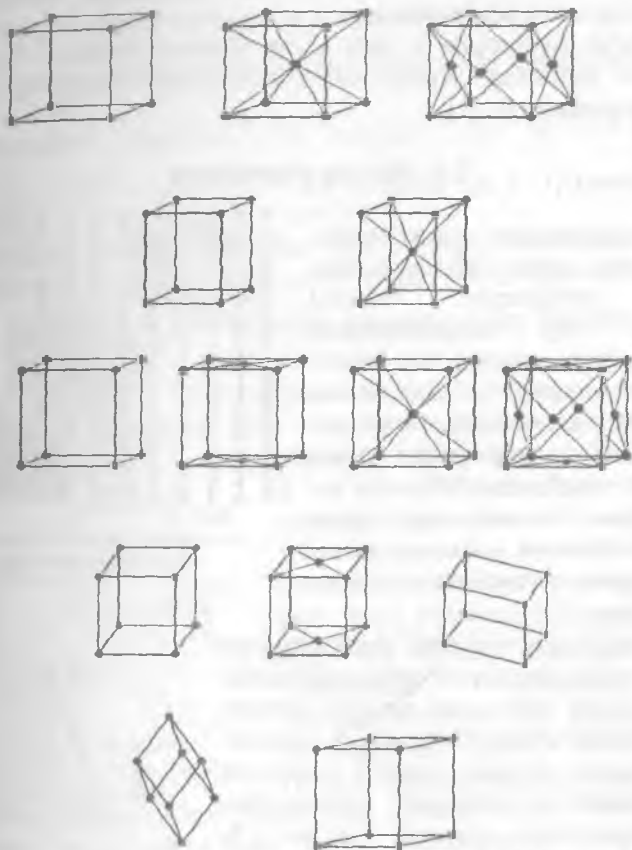
Кристалл сингониялари	Нуқтавий гуруҳнинг белгиланиши		Нуқтавий гуруҳ номи
	Халқаро	Шенфлис буйича	
1. Триклин	$\bar{1}$	$C_1$ $C_1$	Моноэдрик Пинакоидал
2. Моноклин	2 m 2/m	$C_2$ $C_2$ $C_{2h}$	Уқли диэдрик Уқсиз диэдрик Призматик
3. Ромбик	222 mm mmm	$D_2$ $C_{2v}$ $D_{2h}$	Ромб-тетраэдрик Ромб-пирамидал Ромб-дипирамидал
4. Тетрагонал	4 422 4/m 4/mmm 4/mmm $\bar{4}$ $\bar{4} 2m$	$C_4$ $D_4$ $C_{4h}$ $C_{4v}$ $D_{4h}$ $S_4$ $D_{2d}$	Тетрагонал пирамидал Тетрагонал трапециоэдрик Тетрагонал дипирамидал Дитетрагонал пирамидал Дитетрагонал дипирамидал Тетрагонал тетраэдрик Тетрагонал скаленоэдрик
5. Тригонал	3 32 3m $\bar{3}$ 3 m	$C_3$ $D_3$ $C_{3v}$ $C_{3i}$ $D_{3d}$	Тригонал пирамидал Тригонал трапециоэдрик Дитригонал пирамидал Ромбоэдрик Дитригонал скаленоэдрик
6. Гексагонал	$\bar{6}$ 6m2 6 622 6/m 6/mmm 6/mmm	$C_{3h}$ $D_{3h}$ $C_6$ $D_6$ $C_{6h}$ $C_{6v}$ $D_{6h}$	Тригонал дипирамидал Дитригонал дипирамидал Гексагонал пирамидал Гексагонал трапециоэдрик Гексагонал дипирамидал Дигексагонал пирамидал Дигексагонал дипирамидал
7. Кубик	23 m $\bar{3}$ $\bar{4} 3m$ 432 m $\bar{3}$ m	T $T_h$ $T_d$ O $O_h$	Тритетраэдрик Дилодексаэдрик Гексатетраэдрик Трионтаэдрик Гексантаэдрик

1.2-жадвалда ушбу 32 та нуқтавий симметрия гуруҳларини халқаро қабул қилинган белгиланишидан ташқари, кристаллограф олим Шёнфиллис киритган белгилашлар ҳам келтирилган. Қаттиқ жисмда кристалл панжарасининг мавжудлиги 1,2,3,4, 6-чи тартибли симметрия ўқларидан юқори тартибли симметрия ўқлари бўлмаслигига олиб келади. 5-чи, 7-чи тартибли симметрия ўқи ҳам булиши мумкин эмас, чунки беш ва етти бурчакли шакл ёрдамида фазони қолдиқсиз тулдириб бўлмайди (баъзи бир биологик кристаллар бундан истисно). Бошқа симметрия ўқларини эса юқоридаги симметрия ўқларига келтирилиши мумкин. ҳар бир симметрия гуруҳи асосий ҳосил қилувчи симметрия амаллари билан белгиланади. Кристаллар нуқтавий симметриядан ташқари трансляцион симметрияга ҳам эгадирлар. Кристалл панжарасининг мумкин бўлган 14 хил трансляцион симметрия амали мавжуд. Ҳар бир трансляцион симметрия амалига битта элементар катакни мос қўйиш мумкин. Натижада 14 хил элементар катак ҳосил бўлади, бу элементар катаклар *Браве панжаралари* деб аталади. Трансляцион симметрия — бу кристаллни маълум бир вектор буйича кучирганимизда ўзи билан устма-уст тушишидир. Ҳар бир кристаллар сингониясида фақат маълум бир турдаги Браве панжараси булиши мумкин.

Кристалл панжарасининг тулиқ симметриясини фазовий симметрия гуруҳи аниқлайди. Фазовий симметрия гуруҳида кристаллни нуқтавий ва трансляцион симметрия амаллари мужассамлашган бўлади. Ҳаммаси бўлиб 230 та фазовий гуруҳлар мавжуд бўлиб, ҳар қандай кристалл ўз тузилишига кўра ана шу гуруҳларнинг бирига мансуб бўлади. Кристаллнинг фазовий симметрия гуруҳи маълум бўлса, унинг кристалл тузилишини келтириб чиқариш жуда осон, шунинг учун кристаллнинг симметрия гуруҳини билиш муҳим аҳамиятга эга. Ҳозирги пайтда кристалл симметрияси рентген нурлари ёрдамида аниқланади. Фаннинг ушбу йўналиши *кристаллография* деб номланади. 1.3- жадвалдан кўриниб турибдики:

1. *Триклин сингония* панжаралари фақат содда Р - шаклдаги панжаралардир. Браве панжарасини ифодаловчи параметрлар сони 6 та: уч қирра ва учта бурчак.

2. *Моноклин сингонияда* иккита Браве панжараси шакллари булиши мумкин. Улардан бири Р — шаклдаги содда катакка эга бўлиб, иккинчиси эса, марказлашган асосли яъни С — шаклдаги катакка эга. Ушбу панжараларни 6 та параметр аниқлайди ( $a_1, a_2, a_3, \alpha, \beta, \gamma$ )



3. Ромбик сингонияда тўрт хил Браве панжаралари мавжуд бўлиши мумкин;  $P$  — содда,  $C$  — марказлашган асосли, ҳажмий марказлашган —  $I$  ва ёқий марказлашган —  $F$  турдаги панжаралар. Ушбу шаклдаги панжаралар тўртта параметр билан аниқланади.  $(a_1, a_2, a_3, \alpha)$

4. Тетрагонал сингония икки хил, яъни  $P$  ва  $I$  шаклдаги панжараларга эга бўлиб учта параметр билан аниқланади.  $(a_1, a_2, \alpha)$

5. Тригонал сингония иккита параметр билан аниқланади  $(a, \alpha)$  бу сингонияда фақат  $P$  - шаклдаги Браве панжараси мавжуд.

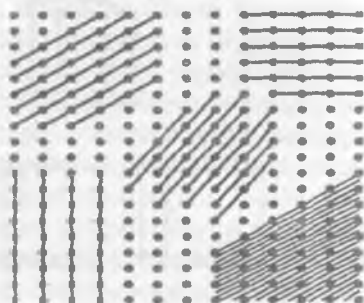
6. Гексагонал сингонияда битта Браве панжараси бўлиб, тўрт параметр билан аниқланади. Ушбу катта  $C$  — шаклга мансуб

булиб қўп ҳолларда уни учта  $P$  — шаклдаги содда катак қўринишида ҳам ифодаланеди.

7. Кубик сингонияда уч хил катак бўлиши мумкин:  $P$ ,  $I$  ва  $F$  шаклдаги катаклар. Кубик сингонияни икки параметр билан аниқлаш мумкин ( $a$ ,  $\alpha$ )

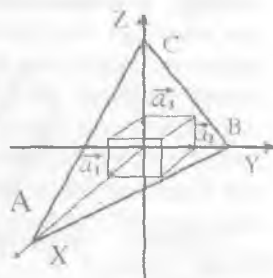
#### 1.4 Миллер индекслари

Кристалларнинг анизотропияси, уларда турли йўналишларда физик хоссаларни турлича бўлиши, шу йўналишларни фарқлаш учун маълум бир белгилашлар зарур эканлигини кўрсатади. 1.4-чизмада кристалл панжараси тасвирланган, ундан кўриниб турибдики  $000$  ва  $0A$  кесиб ўтувчи текисликлар турли йўналишга эга ва улар трансляцион векторларга нисбатан турлича жойлашган.



1.4-чизма. Текисликларнинг Миллер индекслари

Бундай текисликларни фарқлаш учун Миллер индекслари белгиларидан фойдаланамиз. Ушбу индекслар қандай топилишини қуйида кўрсатиб ўтамиз. Координаталар ўқини шундай танлаб оламизки, улар элементар катакнинг трансляцион векторлари билан устма-уст тушсин. (1.5-чизма). Бизга ( $ABC$ ) текислик индексларини топиш керак бўлсин. Унинг учун дастлаб биз текисликни координата ўқлари билан кесишган жойларини



1.5-чизма. Миллер индексларини топишга доир

аниқлаб  $m = \frac{OA}{a_1}$ ,  $n = \frac{OB}{a_2}$ ,  $p = \frac{OC}{a_3}$  сонлар-

ни топамиз. Координата ўқларини бир узунлик бирлиги ўша ўқда ўтувчи трансляцион вектор узунлигига тенг булади. Бундай турли масштабдаги координата ўқларини танлаш, белгилашларни осонлаштиради.  $(m, n, p)$  сонлари топилгандан кейин ўша текислик-

нинг Миллер индексини аниқлаш мумкин. Унинг учун (m,n,p) сонларининг тескари нисбатлари ёзилади, яъни

$$\frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{p} \text{ ва шу нисбатга тенг булган энг кичик бутун сонлар}$$

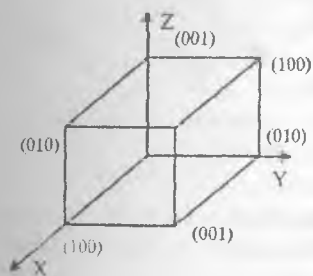
ёзилади, масалан у сонлар h; k; l булсин.

Демак,  $h : k : l = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{p}$  У ҳолда (h, k, l) сонлар ABC

текисликнинг *Миллер индекслари* деб аталади. Бир мисол кўриб ўтамиз. Бирор текислик учун m=1, n=1/2, p=1/3 булсин, у ҳолда

$$h:k:l = \frac{1}{1} : \frac{1}{1/2} : \frac{1}{1/3} \text{ яъни ушбу текислик учун Миллер текис-$$

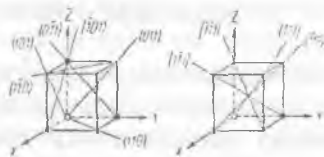
ликлари h=1, k=2, l=3 бўлади ва мазкур текислик (123) кўринишда белгиланади. Агар текислик бирор координата ўқига



1.6-чизма. Миллер текисликларининг топши мисоли

параллел булса, шу ўққа мос индекс 0 га тенг бўлади. Агар текислик ўқни манфий қисмида кесиб ўтса, ўша ўққа мос индекс манфий бўлади, лекин ишора соннинг олдига эмас тепасига қўйилади, h=-1, k=2, l=2 булса, текислик ( $\bar{1}$ 22) кўринишда белгиланади. 1.6-чизмада кубнинг ён текисликлари келтирилган. [(100), (010), (001), (100) ва бошқалар]. Бу текисликлар

эквивалент булгани учун уларни бир оилага мансуб текисликлар деб қаралади ва қатта қавс билан белгиланади {100}, қаттиқ жисмнинг ушбу йўналишлар бўйича физик хоссалари бир хилдир. Кристалда текисликлардан ташқари, йўналишларни ҳам белгилаш қабул қилинган. Йўналишни белгиловчи индекслар шундай энг кичик бутун u, v, w, сонларки, уларнинг нисбати (u : v : w) шу йўналишда олинган векторнинг координата ўқларидаги проекциялари ўзаро нисбатига тенгдир. Бу ерда ҳам координаталарнинг масштаб бирлиги трансляцион вектори узунлигига тенг деб олинади. Йўналиш индекслари тўртбурчак қавслар ичига ёзилади. Масалан, [100], [ $\bar{1}$ 00] X



1.7-чизма. Йўналишларнинг Миллер индекслари

— уқи буйича мусбат ва манфий йўналишларни билдиради (1.7- чизма). Эквивалент йўналишлар оиласи синиқ қавс билан белгиланади  $\langle u, v, w \rangle$   $XOY$  ёқнинг диагонали  $[110]$  билан белгиланади.  $[111]$  - кубнинг фазовий диагонали. Кубик сингонияда агар  $h=u$ ,  $k=v$ ,  $l=w$  бўлса,  $[uvw]$  йўналиш  $(hkl)$  текисликка перпендикуляр бўлади.

Элементар катакдаги тугун координаталари ҳолатини аниқлаш учун ҳам белгилаш қабул қилинган. Тугунлар трансляцион векторларнинг қанча қисмини ташкил этса, ўша сонлар билан белгиланади.

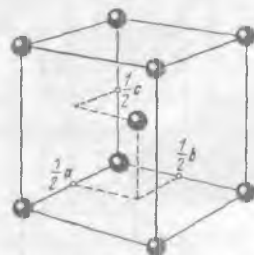
Масалан, 1.8-чизмада келтирилган элементар ячейка марказидаги тугун координатаси  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  ни ташкил қилади.

Ушбу сонлар қавсиз ёзилади.

Агар тугунлар ён ёқлар марказларида бўлса, (ёқий марказлашган элементар катак) уларнинг координаталари қуйидагича

ёзилади:  $\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0; 0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}; \frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}$ .

Кристалл тузилишлар тавсифи келтирилган жадвалларда олдин одатда, элементар катак тури ва ўлчамлари берилади, кейин тугунлар координаталари келтирилади.



1.8-чизма. Элементар катакдаги тугунлар вазиятини белгилаш

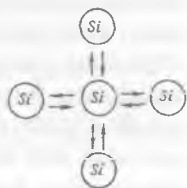
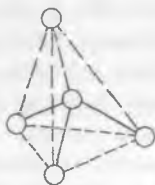
## 1.5. Кристалл атомларининг ва молекулаларининг боғланиш турлари

Кристалл панжараси кристаллларни фарқлаш, кристаллнинг геометрик тузилиши тўғрисида тасаввур ҳосил қилишга ёрдам беради. Лекин, ушбу билим кристаллдаги атом ёки молекулаларни кристалл панжараси тугунларида тутиб турувчи кучларнинг табиати ҳақида маълумот бера олмайди. Шунинг учун кристаллларни уларни ташкил қилувчи атомлар ёки молекулалар орасидаги таъсир кучларига қараб ажратиш ва ўрганиш мақсадга мувофиқ бўлади. 1.1-чизмада атомлар молекулаларининг боғланишига қўра беш турдаги боғланишлар мавжуд эканлиги кўрсатилган. Булар молекуляр, водород, ковалент (атом), ион ва металл боғланишлардир.



### 1.5.1. Атом боғланишли (ковалент, гомеокутбий) кристаллар

Атом боғланишли кристаллар тугунларида бирор модданинг атомлари жойлашган бўлади. Атом боғланиш икки қушни атомлар орасида умумий валент электронлари бўлиши билан тушунтирилади. Газ ҳолатдаги  $H_2$ ,  $N_2$  ва  $O_2$  молекулаларидаги атомлар ҳам



1.9-чизма. Кремний кристаллида атомлараро ковалент боғланиш

ковалент равишда боғлангандир. Боғланиш ҳосил қилишда ҳар бир атомдан биттадан электрон иштирок этади. Бу электронлар бир атомдан иккинчисига ўтиши ҳам мумкин, шунинг учун бундай боғланиш кучларини алмашиш кучлари, боғланиш энергиясини эса алмашиш энергияси деб аталади. Атом боғланишга кремний кристалли мисол бўла олади (1.9-чизма). У олмоғсимон кристалл панжарасига эга бўлиб ҳар бир атом атрофида 4 та яқин қушниси бор. Ушбу атомлар тетраэдр шаклидаги фазовий панжара ҳосил қилиб марказда кремний атоми жойлашган бўлади. Қушни икки атом орасидаги боғланишни ҳосил қилишда ҳар бир атомдан битта, икки атомдан иккита электрон қатнашади. Ковалент боғларнинг муҳим белгиларидан бири уларнинг тўйинган боғланиш эканлигидир, яъни уларда ҳар бир боғда иккитадан электронлар қатнашади. Иккинчи белгиси шундан иборатки, ковалент боғланишлар қушни атомлар оралиги бўйича йўналган бўлади. Буни боғланишнинг йўналтирилганлиги ёки анизотропияси деб аталади. Ковалент боғланиш ҳар хил атомлар орасида ҳам ҳосил бўлиши мумкин (масалан, SiC кремний карбиди, AlN алюминий нитриди ва бошқаларда). Кўп ҳолларда элементлар жадвалининг II, III, IV, V гуруҳ элементлари ковалент боғ ҳосил қиладилар.

### 1.5.2. Ион (гетерокутбий) боғланишли кристаллар

Бундай кристалларнинг панжараси тугунларида ионлар жойлашган бўлади. Турли ишорали ионлар орасидаги масофа бир хил ишорали ионлар орасидаги масофадан кичик бўлади, шунинг учун турли ишорали ионлар орасидаги тортишиш кучи бир хил ишорали ионлар орасидаги итариш кучидан каттадир. Лекин тор-

тишиш кучлари маълум бир  $r_0$  масофагача таъсир қилади. Агар ионлар орасидаги масофа  $r_0$  дан кичкина бўлса улар орасида итариш кучи пайдо бўлади. Кристалдаги қўшни атомлар орасидаги тортишиш ва итариш кучлари квант механикаси орқали тушунтирилади. Баъзи масалаларни ечишдагина биз ион боғланишли кристаллардаги ўзаро таъсир кучларини электростатик Кулон кучлари деб олишимиз мумкин. Ион кристаллари кўп ҳолларда элементлар даврий системаси I-чи ва VII гуруҳ элементлари бирикишидан ҳосил бўлади. Ион кристаллининг ҳар бир иони атрофида муайян К сондаги бошқа ионлар жойлашади. Ушбу ионлар сонини координацион сон — К деб аталади. Координацион соннинг қиймати панжарадаги ионларнинг радиуслари нисбати билан аниқланади. Ушбу сонни қандай аниқлаш 1.4- жадвалда келтирилган. Бу ерда  $\frac{r_A}{r_B}$  - ионларнинг радиуслари нисбати.

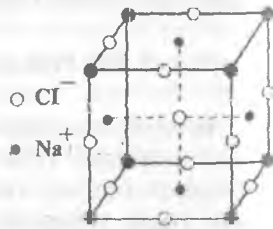
1.4-жадвал

Координацион сон	12	8	6	4	2
$\frac{r_A}{r_B}$ нинг қийматлари	$\frac{r_A}{r_B} = 1$	$1 > \frac{r_A}{r_B} > 0,73$	$0,73 > \frac{r_A}{r_B} > 0,41$	$0,41 > \frac{r_A}{r_B} > 0,22$	$\frac{r_A}{r_B} < 0,22$
	$\frac{r_A}{r_B}$	$\frac{r_A}{r_B}$	$\frac{r_A}{r_B}$	$\frac{r_A}{r_B}$	$\frac{r_A}{r_B}$

Мисол тариқасида ош тузи (NaCl) кристали тузилишини кўриб чиқамиз. Na атомининг эффектив радиуси  $r_{Na} = 0,98 \text{ \AA}$ , хлор атоминики эса  $r_{Cl} = 1,81 \text{ \AA}$ , демак  $\frac{r_A}{r_B} = 0,98/1,81 = 0,54$ .

Юқоридаги жадвалдан ушбу кристал учун координацион сон  $K=6$  эканлигини аниқлаймиз. Бу кристалдаги ҳар бир ионни атрофида 6 та ион ўраб туришини англатади. (1.10-чизма).

Дарҳақиқат, ош тузи кристали содда кубик тузилишга эгадир. Кристалл тузилиш кўп жиҳатдан кристалдаги ионларнинг эффектив радиуслари нисбати-га боғлиқ. NaCl кристаллида хлор иони радиуси натрий иони радиусидан деярли икки баробар катта, шунинг учун уларнинг ўртасига яна бир ионни жой-



1.10-чизма. Ион боғланишли NaCl кристали

лашиши учун буш жой қолмайди. Нагижада ушбу ионлар содда кубик шаклда жойлашадилар. Ион кристалларида ўзаро боғланиш энергияси асосан электростатик тавсифга эга бўлиб, бу энергияни *Маделунг энергияси* деб ҳам аталади. Кристалдаги ихтиёрий  $i$  ва  $j$  номерли атомлар орасидаги боғланиш энергиясини  $U_{ij}$  деб атайлик. У ҳолда  $i$  номерли ионнинг бошқа ҳамма атомлар билан таъсирлашув энергияси  $U = \sum_j U_{ij}$  га тенг бўлади ( $j \neq i$ ). Ион

боғланиш кристалл учун икки қисмдан иборат деб қараш мумкин:

$$U_{ij} = \lambda \exp\left(-\frac{r_{ij}}{\rho}\right) \pm \frac{q^2}{r_{ij}} \quad (1.1) \text{ (СГС да)}$$

Ифоданинг биринчи ҳади ионга таъсир қилаётган итарувчи кучнинг потенциали бўлиб, иккинчи ҳади эса Кулон таъсири потенциалидан иборатдир. Қўшни атомлар орасидаги масофани  $R$  деб оламыз ва белгилаш киритамиз  $r_{ij} = P_{ij}R$ . Ўзаро итариш кучлари фақат яқин жойлашган атомлар орасидагина мавжуд деб олсак, у ҳолда юқоридаги ифода соддалашади.

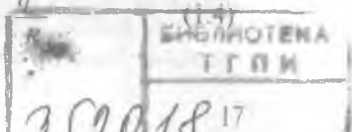
$$U_{ij} = \begin{cases} \lambda \exp\left(-\frac{R}{\rho}\right) - \left(\frac{q^2}{R}\right) - \text{яқин атомлар учун,} \\ \pm \frac{1}{P_{ij}} \cdot \frac{q^2}{R} - \text{қолган барча атомлар учун.} \end{cases} \quad (1.2)$$

Кристалдаги мусбат ва манфий ионлар сони  $2N$  га тенг булса, кристалнинг тулиқ энергияси  $U_T = NU_i$  га тенг бўлади.  $U_i$  ни  $N$  га кўпайтиришимиз сабаби Ҳар бир таъсирлашувчи жұфтни бир марта ҳисобга олинади. Юқоридаги ифодадан  $U_i$  ни топамиз:

$$U_i = Z \left[ \lambda \exp(-R/\rho) - \frac{q^2}{R} + \sum_j^{N-Z} \pm \left(\frac{1}{P_{ij}}\right) \cdot \frac{q^2}{R} \right] \quad (1.3)$$

Ушбу формулада  $Z$  энг яқин қўшни атомлар сони. Ифодани соддалаштириш учун  $Z \frac{q^2}{R}$  ни иккинчи ҳадга қўшиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$U_i = Z \left[ \lambda \exp(-R/\rho) - \sum_j \left( \pm \frac{1}{P_{ij}} \right) \frac{q^2}{R} \right]$$



Бу ифодага ҳам белгилаш киритамиз:

$$\alpha = \sum_j \left( \pm \frac{1}{P_j} \right) \quad (1.5)$$

Ушбу сон *Маделунг доимийси* деб аталади. Энди юқоридаги ифодамиз содда кўринишга келади:

$$U_F = Z \lambda \exp(-R/\rho) \sim \alpha \cdot \frac{q^2}{R} \quad (1.6)$$

Ифодадаги охириги ҳад энг яқин  $Z$  та атомлар ҳиссасини ҳам ўз ичига олади. Ғулиқ энергия учун эса:

$$U_T = N(Z \lambda \exp(-R/\rho) \sim \alpha \frac{q^2}{R}) \quad (1.7)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Мувозанат ҳолатда ғулиқ энергия  $R$  га боғлиқ эмас, яъни  $\frac{dU_T}{dR} = 0$ , шунинг учун

$$N \frac{\partial U_T}{\partial R} = - \frac{NZ\lambda}{\rho} \exp\left(-\frac{R}{\rho}\right) + \frac{N\alpha q^2}{R^2} = 0 \quad \text{ёки}$$

$$R^2 \exp\left(-\frac{R}{\rho}\right) = \frac{\rho \alpha q^2}{Z\lambda} \quad (1.8)$$

(1.7) ва (1.8) ифодалардан

$$U_T = - \frac{N\alpha q^2}{R} \left(1 - \frac{\rho}{R}\right) \quad (1.9)$$

келиб чиқади.

Бу ифодадаги  $\rho$  кичик сон бўлиб одатда  $\rho = 0.1 R_0$  ни ташкил этади. Шунинг учун  $U_T = - \frac{N\alpha q^2}{R}$  деб олишимиз мумкин. Демак,

ион боғланишли кристалларда боғланиш энергиясининг деярли ҳаммасини Кулон энергияси (ёки Маделунг энергияси) ташкил этар экан. Ҳарорат ёки босимнинг ўзгариши ион кристаллининг элементар катаги узгаришига олиб келиши мумкин. Ҳарорат ошиши билан мусбат ион (анион)нинг эффектив радиуси манфий ион (катион)нинг эффектив радиусига нисбатан тез катталашади. Натижада уларнинг радиуслари нисбати ўзгаради ва бу ўз навбатида тузилиш узгаришига олиб келади. Масалан, хлорли цезий (CsCl) ва хлорли рубидий (RbCl) кристаллари температура ошиши билан ҳажмий марказлашган кубдан содда кубга айланиб қолади. Хлорли калий, хлорли бром, хлорли йодларда эса босим

ошиши билан тескари утиш, яъни содда кубик панжарадан ҳажмий марказлашган панжарага айланиш кузатилади.

Ион кристалларини сувда эритилганда улар мусбат ва манфий ионларга парчаланадилар. Улар иссиқлик таъсирида эритилганда ҳам ионли суюқликка айланади. Буни уларнинг электрик токни яхши ўтказишидан билишимиз мумкин. Ионлар кристаллари паст температураларда электр токини яхши ўтказмайди. Ҳарорат ошиши билан ўтказувчанлик ҳам ортиб боради. Ионлар кристаллари инфракизил нурларни яхши ютувчи моддалардир.

### 1.5.3. Молекуляр боғланишли кристаллар

Кристалл панжараси тугунларида молекулалар жойлашган кристалларни молекуляр боғланишли кристаллар деб аталади. Кристалдаги ҳар бир молекула ўзининг хоссаларини сақлайди. Ушбу кристалларга  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $Cl_2$ ,  $Br_2$ ,  $I_2$ ,  $CH_4$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$  кристаллари мисол була олади. Молекулаларни кристалл панжарада тутиб турувчи кучлар бошқа турдаги кучларга нисбатан заиф бўлади. Уларни Ван-Дер-Ваалс кучлари деб аталади. Бу кучлар ўз навбатида молекулалар турига кўра уч хил бўлиши мумкин.

1. Агар кристалдаги молекулалар кутбли, яъни молекуланинг дипол ёки квадрупол моменти нолдан фарқли бўлса, кристалл молекулалари ўзаро *ореинтацион кучлар* билан таъсирлашадилар. Бундай молекулалар орасидаги тортишиш кучлари молекулалар бир чизиқда жойлашганда максимал бўлади. Бу кучлар молекулаларни маълум бир йўналишга буришга ҳаракат қилади, шунинг учун *ореинтацион кучлар* деб аталади. Иссиқлик ҳаракати молекулаларнинг электрик моментлари йўналишларини доим ўзгартириб туришига қарамай, ҳамма йўналишлар буйича ўртачалаштирилган таъсир кучи нолга тенг эмас. Ореинтацион таъсирнинг потенциал энергияси молекулалар орасидаги масофанинг *бешинчи даражасига* тескари пропорционал, яъни  $U_n(r) \sim P_1 P_2 r^{-6}$ . Бу ерда  $P_1$  ва  $P_2$  лар таъсирлашувчи молекулаларнинг дипол моментлари. Молекулалар орасидаги таъсир кучи

$F = \frac{\partial U_n(r)}{\partial r} \sim r^{-7}$ , яъни молекулалар орасидаги масофанинг *еттинчи даражасига* тескари пропорционал. Бу кучлар масофа ортиши билан жуда тез камаяди. Ҳарорат ортиши билан молекула-

ларнинг йуналиши бузилади ва натижада ориентацион таъсир потенциал энергияси камаяди.

2. Кристалл қутбли ва қутбсиз молекулалардан ташкил топган булса, уларнинг молекулалари орасида *индукцион (поляризацион)* таъсир кучлари пайдо бўлади. Қутбли молекула ўз атрофида электр майдони ҳосил қилади. Бу майдон таъсирида қутбсиз молекула қутбланади ва унда индукцияланган дипол моменти ҳосил бўлади. Молекулалар орасидаги таъсир энергияси  $U_n \sim p_1 \alpha_2 r^{-6}$  қутбли молекуланинг дипол моменти  $P_1$  га, қутбсиз молекуланинг қутбланиш коэффициенти  $\alpha_2$  га тўғри пропорционал ва масофанинг олтинчи даражасига тескари пропорционал. Бу энергия температура ортиши билан ўзгармайди.

3. Учинчи турдаги Ван-дер-Ваалс кучларини *дисперсион кучлар* деб номланади. Бу кучлар қутбсиз молекулалар орасида пайдо бўлиб, уларнинг келиб чиқишини тушунтириш узоқ вақтлар қийинчилик туғдирган. Ушбу муаммо квант механикаси ёрдамида тушунтирилди. Қутбсиз молекулаларнинг дипол моментлари ўртача нолга тенг бўлса ҳам, вақтнинг жуда қисқа булақларида молекуладаги электронлар булути симметрияси бузилиб турарди. Натижада бу қисқа вақтда молекула маълум бир дипол моментга эга бўлади. Бу дипол майдони қушни молекулада индукцион дипол моменти ҳосил қилади, натижада ўзаро таъсир кучлари пайдо бўлади. Молекулалар ўзаро таъсири потенциал энергияси ва кучи қуйидагича ёзилади:

$$U_D(r) \sim \alpha_1 \alpha_2 r^{-6}, F_D(r) \sim r^{-7} \quad (1.10)$$

Бу кучларни дисперсион кучлар деб номланишининг сабаби моддадаги ёруғликнинг дисперсияси ҳам молекулаларнинг юқорида келтирилган хоссаларига боғлиқлигидир.

Молекуляр боғланишли кристалларда, тортишиш кучларидан ташқари, молекулалар орасида итаришиш кучлари ҳам мавжуд. Бу кучлар молекулалар бир бирига жуда яқинлашганда пайдо бўлади. Квант механикасидаги Паули қонунидан электронлар қобиклари бир-бирига киришиб кетиши мумкин эмаслиги келиб чиқади. Демак, молекулаларнинг электронлар қобиклари бир-бирига яқинлашиши билан итаришиш кучлари пайдо бўлади. Тажрибалар курсатишича, бундай таъсир энергияси масофанинг ун иккинчи даражасига, таъсир кучи эса ун учинчи даражасига тескари пропорционалдир.

$$U_{ит}(r) = \frac{1}{r^{12}} \cdot F(r) \sim \frac{1}{r^{12}} \quad (1.11)$$

Молекулалар орасидаги таъсир энергиясининг улар орасидаги масофага боғлиниши ифодасини квант механикаси асосида келтириб чиқариш жуда мураккаб, шунинг учун одатда уни турли тақрибий кўринишда танлаб олинади. Кўп ҳолларда Леннард-Джонс ифодасидан фойдаланилади:

$$U(r) = -ar^6 + br^{12} \quad (1.12)$$

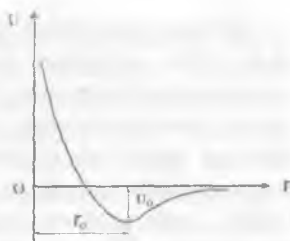
Энергиянинг минимум қийматига  $r_0$ -масофа туғри келади. Ушбу масофада молекулалар орасидаги таъсир кучи нолга тенг бўлади. Бу масофа сон қийматини  $U(r)$  нинг  $r$  бўйича ҳосиласини нолга тенглаб топиш мумкин.  $r_0$ -масофа кристалдаги молекулалар орасидаги мувозанатий масофага тенгдир.

$$\left( \frac{\partial U(r)}{\partial r} \right)_{r=r_0} = 0$$

Ушбу ва шунга ўхшаш бошқа ифодаларнинг камчиликларидан бири — уларнинг молекулалар орасидаги ориентацион ўзаро таъсирга қўллаб бўлмаслигидир. Ориентацион ўзаро таъсирни ифодалаш учун кўп ҳолларда диполларнинг бурилиш бурчагини ҳисобга олувчи кулайитувчи киритилади. Ҳозирги пайтда молекулалар орасидаги ўзаро таъсирлар квант кимёси усуллари билан ҳисобланмоқда.

#### 1.5.4. Металл боғлинишли кристаллар

Суюқ ёки қаттиқ ҳолатларда металл атомлари бир-бирига жуда яқин келади ва электрон булутлари киришиб кетади. Натижада металл атомининг валент электронлари бир атомдан иккинчи атомга эркин ҳаракат қилиб ўта оладилар. Улар бутун металл бўйлаб ҳаракат қилиб юриишлари мумкин. Бу электронлар ҳамма металл атомлари учун умумий бўлиб қоладилар. Улар эркин электронлар (ўтказувчанлик электронлари) ёки металдининг электрон «гази» деб ҳам аталади. Металлнинг кристалл панжарасидаги атомлари ана шу умумлашган электронлар орқали ўзаро таъсирлашадилар ва уларни панжара тугуниларида тутиб туради.



1.11-чизма. Молекулалараро таъсир энергияси  $U(r)$ .

Металл атомлари жуда ҳам зич жойлашган бўлади ( $K=12$ ,  $K=8$ ). Кўп металллар ўзининг кристалл панжараси тузилишини температура ўзгариши билан ўзгартириб туради. Кристаллларнинг турли температурада турли турғун кристалл тузилишига эга бўлиши кристалл полиморфизми деб аталади. Металллар кристалл панжарасининг  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  деб номланган турғун турлари мавжуд бўлиб, улар турли температура оралиқларида турғун ҳолатда бўладилар. Металл боғланишли моддалар ковалент ёки ион боғланишли моддаларга нисбатан қаттиқлиги, эгилувчанлиги ва пластиклик хоссаларга эгаллиги билан ажралиб туради. Металлларда эркин электронлар кўп бўлишлиги эса уларнинг яхши электр ва иссиқлик ўтказувчанлигини таъминлайди.

### 1.5.5. Водород боғланишли кристаллар

Водород боғланишли кристалларда водород атоми бир молекула билан кимёвий боғ ҳосил қилган ҳолда иккинчи молекула билан ҳам таъсирлашади, қутбланган водород атоми иккинчи молекулада ҳам дипол моменти индукциялайди ва натижада етарли даражада кучли боғланиш ҳосил бўлади. Водород боғланишни модданинг учала агрегат ҳолатларида ҳам кузатиш мумкин. Водород боғлар электроманфийлиги юқори бўлган атомлар, масалан,  $F$ ,  $O$  ва  $N$  орасида яққол намоён бўлади. Водород атоми ўзининг ягона электронини қўшни атомга бериб мусбат ионга айланади ва иккинчи қўшни атом билан ион боғланиш ҳосил қилади. Водород боғланиш органик моддалар молекулалари орасида ҳам кўп учрайди. Сув молекуласининг кўп ажойиб хоссалари водород боғланиш хоссасидан келиб чиқади. Юқорида келтирилган кристаллардаги боғланиш турлари яқка ҳолда кузатилмайдилар. Кристаллдаги атом ёки молекула орасида бир пайтда бир неча боғланиш турлари кузатилиши мумкин. Лекин, маълум бир шароитда кристалларда бирор боғланиш тури ўстивор бўлиши мумкин. Ана шу нуқтаи назардан кристалл боғланишлари турларга ажратилади.

### 1.6. Кристаллларни ўстириш

Модданинг кристалл бўлмаган ҳолатидан (сууюқлик, газ, аморф) кристал ҳолатига (фазасига) ўтиши жараёни *кристалланиш* деб аталади. Кристалланиш бошланиши учун ўтиш ҳолатида турган моддада (тўйинган эритма, совутилган



қотишма ва ҳ.к.) термодинамик мувозанат бузилиши зарур. Кристалланиш жараёнида ажраб чиққан иссиқлик миқдори кристалланишнинг яширин иссиқлиги деб номланади. Модда кристалланиши учун суюлиш температурасидан паст температурагача совутилиши керак. Ҳарорат маълум бир критик қийматига етганда моддада кристал булакчалар пайдо бўла бошлайди. Бу критик температура модданинг таркибига, ундаги бегона зарраларнинг зичлигига, модда солинган идишнинг девори ҳолатига ва бошқа бир қатор омилларга боғлиқ. Айрим тоза металлارни суюлиш температурасидан икки марта паст температурагача совутилса ҳам кристалланмай қолаверади.

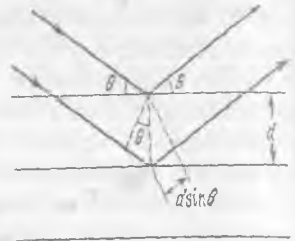
Кагга монокристалларни туйинган эритмалардан ўстирилади. Уларга одатда кичкина «қармоқ» кристалчаси туширилади ва аста секинлик билан юқорига кўтарилади. Бу усул кристални тагликка қуйиб ўстиришдан кўра яхши натижалар беради. Ҳозирги пайтда кристалларни ўстиришнинг тигелсиз, Чохралский, эпитаксиал усуллари қўлланилади.

### 1.7. Полиморфизм

Қаттиқ jismlar турли температура ва босимларда турлича кристал тузилишга эга бўлиши мумкин. Бу ҳодисани полиморфизм деб аталади. Масалан, углерод (карбон) атомлари олмос куринишида ҳам, графит кўринишида ҳам бўлиши мумкин. Бу икки кристал тузилиши бир — бирдан физик хоссалари жиҳатидан кескин фарқ қилади. Кубик тузилишга эга бўлган олмос жуда қаттиқ, шаффоф кристал, гексагонал тузилишли, графит эса мўрт ва ёруғлик ўтказмайди. Ушбу моддалар бир кристалл тузилишдан иккинчисига ўтиши учун маълум бир шароит (температура ва босим) бўлиши зарур. Ундан ташқари, ўтиш жараёнида атомлар энергетик тўсиқни енгиб ўтишлари зарур. Агар энергетик тўсиқ етарлича катта бўлса, бундай ўтиш ташқи таъсирсиз содир бўлмаслиги ҳам мумкин. Масалан, олмос  $T > 1500^{\circ} K$  ва  $p = 10^8 Pa$  бўлган шароитда барқарор фазада бўлади, лекин, агар биз олмосни атмосфера босими ва хона температурасига ўтказиб қўйсақ ҳам, у графитга айланиб қолмайди. Олмос нормал шароитда ҳам узок вақт сақланиши мумкин. Полиморф ўзгаришлар натижасида кристалда кимёвий боғланиш тури ўзгариши мумкин. Оддий шароитда ковалент боғланган Si ва Ge ярим ўтказгичлари юқори босимларда металл боғланишли кристал тузилишга ўтиши мумкин.

### 1.8. Кристалларда рентген нурлари дифракцияси

Кристалл панжараси тузилишини бевосита катталаштириб тасвирга тушириш кам ҳолатлардагина мумкин. Шунинг учун кристалл панжараси тузилишини ўрганишда рентген нурларининг кристал панжарадаги дифракциясидан фойдаланилади. Тўлқин узунлиги катта бўлган нурлардан ҳам фойдаланиб бўлмайди, чунки дифракцияни кузатиш учун тўлқин узунлиги дифракцион панжара даври чамасида



1.12-чизма. Кристалдан рентген нурлар дифракцияси.

булиши лозим. Кристалл панжарасидаги рентген нурлари дифракциясини энг содда қилиб биринчи марта У. Брегг ва Г. А. Вулфлар тушунтириб беришди. Рентген нурлари кристалга тушгач, улар турли атом текисликларидан қайтадилар ва рентген нурларининг йўл фарқи тўлқин узунлигига қаррали бўлганида дифракцион максимумлар, яъни ёруғ нуқталар пайдо бўлади. Агар кристалдаги икки текислик орасидаги масофа  $d$  га тенг бўлса, ва рентген нурлари  $\theta$  бурчак остида тушса, у ҳолда 1.12- чизмада кўрсатилганидек икки нурнинг йўл фарқи  $2d\sin\theta$  га тенг бўлади. Дифракцион максимум шарты эса,

$$2d\sin\theta = n\lambda, \quad (1.13)$$

бу ерда  $n$  - бутун сон  $\lambda$  - рентген нурининг тўлқин узунлиги.

Ушбу ифода Брегг-Вулф қонуни деб ҳам юритилади. Кристалл панжарасидан жуда кўп атом текисликларини ўтказиш мумкин (1.4- чизма). Дифракция максимумлари улар учун ҳам бажарилиши мумкин. Шунинг учун дифракцияни қайд қилувчи фотоплёнкада бир қанча ёруғ нуқталарни кўраимиз.

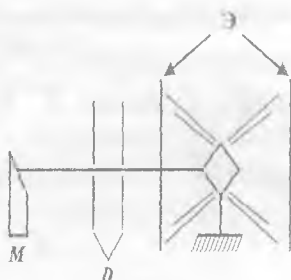
Брегг-Вулф қонунига асосан рентген нурлари кристалдан қайтиши учун  $\lambda$  ва  $\theta$  ўртасида маълум бир шарт бажарилиши керак. Агар биз монохроматик нурни ихтиёрий бурчак остида уч ўлчовли кристал панжарасига туширсак, ҳеч қандай дифракция кузатилмаслиги мумкин. Дифракцион тасвир ҳосил қилиш учун биз  $\lambda$ -ни ёки  $\theta$ - ни секин аста ўзгартириш, яъни сканерлаш имкониятига эга бўлишимиз керак. Ҳозирги пайтда кристаллар тузилишини ўрганишнинг асосан уч хил усули қўлланилади.

### 1.8.1. Лауэ усули

Бу усулда рентген нури  $M$  манбадан (1.13- чизма) чиқиб,  $D$ - диафрагмадан утади ва маҳкамланган  $K$  - монокристалга тушади.

Рентген нурланиши монохроматик бўлмайди, унинг таркибида иложи борича катта диапазондаги тўлқин узунликли нурлар ҳосил қилинади.

Ингичка рентген нури кристалга тушгач, Брэгг-Вулф қонунига биноан мос йўналишларда дифракцион максимумлар ҳосил бўлади. Бу ёруғ нуқталар кристални олди ва орқасига ўрнатилган  $\Theta$  — экрандаги фотоплён-каларда тасвир ҳосил қиладилар. Ушбу усул кристалл панжара тузилишини, симметриясини аниқлашда яхши самара беради. Кристалга тўлқин узунликлари турлича бўлган рентген нурлари тушганлиги учун бу усулда тўлқин узунлиги бўйича сканерланмоқда дейиш мумкин.



1.13-чизма. Рентген нурлари дифракцияси Лауэ усули.

### 1.8.2. Кристални айлантириш усули

Бунда уққа маҳкамланган монокристалл шу ўқ атрофида айланиб туради (бурчак бўйича сканерлаш). Монокристалга монохроматик рентген нури туширилади. Кристал Брэгг-Вулф шартини қаноатлантирувчи бурчакка бурилганда фотоплёнкада дифракцион максимум ҳосил бўлади. Бу усул мураккаб молекулалар тузилишини аниқлашда кенг қўлланилади.

### 1.8.3. Кукун (порошок) усули

Бу усулда монокристалл намуна майдаланиб кукун ҳолига келтирилади ва юпқа шиша идишли капилляр найга солинади. Камерага маҳкамланган идишга монохроматик рентген нурлари туширилади. Тушаётган нурлар Брэгг-Вулф шартини бажарувчи вазиятда ётган кристал бўлакчаларидан қайтадилар. Ушбу усулнинг қулайлик томони шундаки, йирик монокристалларни ишлатишнинг ҳожати йўқ.

Агар кристал панжарасининг трансляцион векторлари  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$  маълум бўлса, у ҳолда  $\bar{k}$  тўлқин векторли рентген нури тушганда дифракция ҳосил бўлиш шартларини куриб чиқамиз. Фараз қилайлик,  $\bar{k}'$  йуналишда қайтган рентген нурларида дифракция кузатилди, у ҳолда Брэгг-Вулф шартига асосан  $\Delta\bar{k} = \bar{k}' - \bar{k}$  вектор қуйидаги шартларни қаноатлантириши зарур.

$$\bar{a}_1\Delta\bar{k} = 2\pi n_1, \quad \bar{a}_2\Delta\bar{k} = 2\pi n_2, \quad \bar{a}_3\Delta\bar{k} = 2\pi n_3 \quad (1.14)$$

Бу ифодада  $n_1, n_2, n_3$  лар бутун сонлар. Ушбу ифода Лауэнинг дифракция тенгламалари деб аталади.

### 1.9 Тескари панжара

Юқорида келтирилган  $\Delta\bar{k}$  векторини яъни тушаётган ва дифракция шarti бажарилган йуналишда қайтаётган рентген нурларининг тўлқин векторлари фарқини биз векторлар йиғиндиси кўринишида тасвирлаб олишимиз мумкин:

$$\Delta\bar{k} = n_1\bar{b}_1 + n_2\bar{b}_2 + n_3\bar{b}_3 \quad (1.15)$$

(1.14) ифодадан:  $\bar{a}_1\Delta\bar{k} = \bar{a}_1n_1\bar{b}_1 + \bar{a}_1n_2\bar{b}_2 + \bar{a}_1n_3\bar{b}_3 = n_1\bar{a}_1\bar{b}_1 = 2\pi n_1$ , яъни  $\bar{a}_1\bar{b}_1 = 2\pi$  эканлиги келиб чиқади. Худди шунингдек  $\bar{a}_2\bar{b}_2 = 2\pi$ ,  $\bar{a}_3\bar{b}_3 = 2\pi$  Демак  $\bar{b}_1$  вектор  $\bar{a}_2$  ва  $\bar{a}_3$  га тик,  $\bar{b}_2$  эса  $\bar{a}_1$  ва  $\bar{a}_3$  га,  $\bar{b}_3$  вектор  $\bar{a}_1$  ва  $\bar{a}_2$  га тик (чунки скаляр кўпайтмалари нолга тенг). Шунинг учун  $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$  векторларни қуйидагича танлаб оламиз:

$$\bar{b}_1 = 2\pi[\bar{a}_2\bar{a}_3] / V_0, \quad \bar{b}_2 = 2\pi[\bar{a}_3\bar{a}_1] / V_0, \quad \bar{b}_3 = 2\pi[\bar{a}_1\bar{a}_2] / V_0 \quad (1.16)$$

Ушбу  $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$  векторлари кристаллнинг *тескари панжараси* векторлари деб аталади. (1.16) ифодалар маҳражидаги  $V_0 = \bar{a}_1[\bar{a}_2\bar{a}_3]$  - тўғри панжара элементар катагининг ҳажмини билдиради. Тескари панжара абстракт тушунча бўлиб, кристалдаги айрим ҳодисаларни ифодалашни осонлаштиради. Масалан, кристалда дифракция,

тулқинларнинг тарқалиши, квази зарраларнинг (фонон, солитон, плазмон ва ҳ.к.) энергетик спектрларини таҳлил қилишда фойдаланилади. Тескари панжарадан фойдаланиб, Лауэнинг дифракция тенгламасини бошқа кўринишда ёзишимиз мумкин:

$$\vec{b}_n = n_1 \vec{b}_1 + n_2 \vec{b}_2 + n_3 \vec{b}_3 \text{ деб оламиз, у ҳолда (1.15) га асосан,}$$

$$\Delta \vec{k} = \vec{k}' - \vec{k} = \vec{b}_n, \quad (1.17)$$

$$|\vec{k}'| = |\vec{k}| \text{ эканлигидан ва (1.17) дан } k_2 = k_2' = (b_n + k)^2 \text{ келиб}$$

чиқади

$$k'^2 = b_n^2 + k^2 + 2(b_n \vec{k}), \quad k^2 = k'^2, \text{ бўлгани учун}$$

$$\vec{b}_n^2 + 2(\vec{b}_n \vec{k}) = 0 \quad (1.18)$$

ҳосил қиламиз.

Ушбу ифода кристаллдаги рентген нурлари дифракциясини тескари панжара вектори орқали тавсифидир. Тескари панжара векторларининг қуйидаги хоссалари мавжуд.

а) Тескари ва тўғри панжара векторларининг скаляр кўпайтмаси бутун сонга тенг.

$$\vec{b}_m = m_1 \vec{b}_1 + m_2 \vec{b}_2 + m_3 \vec{b}_3 \text{ бўлсин. } \vec{a}_n = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3. \text{ Бу ҳолда } (\vec{b}_m \vec{a}_n) = m_1 n_1 + m_2 n_2 + m_3 n_3, \text{ яъни бутун сон бўлади.}$$

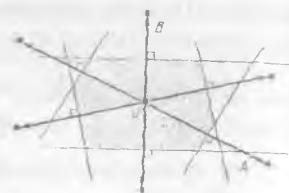
б)  $\vec{b}_m$  вектор узунлиги текисликлар орасидаги масофанинг тескарисига қаррали  $|\vec{b}_m| = m \cdot 1/d$ ,  $m$  - бутун сон,  $d$  - текисликлар орасидаги масофа.

в)  $\vec{b}_m$  вектори ўзининг ташкил этувчилари индекслари билан бир хил Миллер индексли текисликларга тик йunalган.

### 1.10. Бриллюэн зонаси

Бриллюэн зоналарини тушунтириш учун икки ўлчовли кристал панжарасини кўриб чиқамиз (1.14-чизма). Кристалл панжара туғунидаги А атомнинг атрофидаги атомлар билан бирлаштириб чиқамиз. Ҳар бир қўшни атом билан бирлаштирувчи чизиқнинг уртасидан шу чизиққа тик кесма билан тенг иккига бўламиз. Ҳосил бўлган штрихланган шакл Вигнер-Зейц элементар катаги деб аталади. Ушбу катакни текисликда трансляция векторлари бўйича кўчирсак, кристалл панжара тузилишини тиклаш мумкин,

яъни *Вигнер-Зейц* элементар катаги ҳам элементар катак танлашнинг бир усулидир. Энди ушбу кристал панжарага тескари панжарани тузамиз ва бу панжарада ҳам юқоридаги тартибда элементар катак ажратиб оламиз. Тескари панжарадаги ушбу катак биринчи *Бриллюэн зонаси* деб аталади. Бриллюэн зонасининг физик моҳияти шундан иборатки, Бриллюэн зонаси ичида ётувчи  $k$  тулқин векторига эга бўлган барча рентген нурлари Брэгг - Вулф шартига асосан кристалдан қайтиши мумкин. Ҳозирги кунда Бриллюэн зоналари кристаллографияда ишлатилма-сада, кристалларнинг зоналар назария-сида жуда муҳим аҳамиятга эга.



1.14- чизма. Бриллюэн зонасига доир.

Бриллюэн зонасидаги электронлар узининг энергиясини ва импульсини узлуксиз ўзгартира оладилар. Бриллюэн зонасини тарк этиш учун электронларнинг энергияси сакраб ўзгариши керак.

### Саволлар ва масалалар

1. Қаттиқ жисмлар улардаги молекула ва атомларнинг боғланишига қараб қандай турларга бўлинади?
2. Кристалл панжарасининг нуқтавий ва трансляцион симметрияси деганда нимани тушунаси?
3. Миллер индекслари нима?
4. Браве панжаралари ва кристалл сингониялари фарқини тушунтириб беринг?
5. Ёқий ва ҳажмий марказлашган ҳамда содда кубик кристалл панжарасининг элементар катагида нечта атом жойлашган бўлади?
6. Идеал зич гексагонал панжара учун  $|a_3/a_1|=1,633$  эканлигини кўрсатинг.
7. Содда кубик панжарали калий бром кристаллининг зичлигини топинг? ( $a=6,59 \text{ \AA}$ )
8. Гексагонал панжарали кристаллнинг элементар катагининг ҳажмини топинг?  $a_1$  ва  $a_3$  лар берилган деб ҳисобланг.
9. Қадмий кристалли зич гексагонал кристалл панжарасига эга. Агар  $a_1=2,97 \text{ \AA}$ ,  $a_3=5,61 \text{ \AA}$ , бўлса, кадмий кристаллининг зичлигини аниқланг?
10. Полиморфизм ҳодисасини тушунтиринг?

## II БОБ

### КРИСТАЛЛ ПАНЖАРАСИ ТЕБРАНИШЛАРИ

Кристалл панжараси динамикасини таҳлил қилишнинг икки услуби маълум. Улардан бири микроскопик (атомистик) услуб дейилиб, унинг асосини кристалл панжарасида атомлар (ионлар, молекулалар)нинг даврий дискрет жойлашиши ва уларни бирга тутиб турувчи кучлар ҳақидаги тасаввурлар ташкил қилади. Бу услуб кристалл буйлаб тарқалаётган тўлқинлар  $\lambda$  узунлиги панжара  $a$  доимийси (икки қўшни атом марказлари орасидаги ўртача ёки мувазанатий масофа)дан бирмунча катта бўлган ҳолда, яъни

$$\lambda > a \quad (2.1)$$

муносабат бажарилган ҳолда маъқул бўлади. Иккинчи услубни макроскопик ёки континуал услуб дейилади. Бу услубнинг қўлланиши учун

$$\lambda \gg a \quad (2.2)$$

шарт бажарилиши зарур. Тажрибадан маълум бўлишича, металл, ионли ва ковалент кристалларда тарқаладиган ўз товуш тебранишлари тезлиги 5000м/с, 1 Гц такрорийликка  $\lambda \approx 5\text{мкм}$  тўлқин узунлиги тўғри келади. Бу эса одатдаги панжара доимийси  $a \approx 2,5 \cdot 10^{-10}\text{м}$  дан 2000 марта катта. Бу услубда қаттиқ жисмни туташ муҳит деб қаралади. Ҳар икки услубнинг фазилатлари ва камчиликлари бор. Улар қаттиқ жисм динамикасини ўрганишда бир бирини тўлдиради.

Энди биз бу услубларни баён қилишга киришамиз.

#### 2.1. Чизигий содда панжара атомларининг тебранишлари

Кристаллнинг таркибидаги зарралар (атомлар, ионлар, молекулалар) фақат мутлоқ нол температурада панжара тугунларида тинч туради. Температура ошган сайин атомлар (бундан кейин таркибий зарраларни атомлар деб атаймиз, таҳлилдан келиб чиқадиган хулосаларни, масалан, ионлардан таркибланган кри-

сталларга тадбиқлаш мумкин) тебранма ҳаракати амплитудаси ортиб боради.

Атомлар чексиз бир чизиқ устида даврий равишда (ҳар икки қўшни бир-биридан  $a$  масофада) жойлашган. Ҳар бир атом энг яқин икки ён қўшниси билан квази эластик ўзаро таъсирлашади. Бу фараз атомларнинг мувозанат вазиятидан четланиши кичик, яъни  $|u_n| \ll a$  бўлганида адолатли бўлади. Квази эластик кучлар таъсирида атомлар гармоник тебранишлар бажарадилар.  $u_n, u_{n-1}, u_{n+1}$  — тегишли атомлар силжишлари.

Квази эластик куч таърифи бўйича, силжишнинг биринчи даражасига пропорционал, унинг йўналишига қарши йўналган бўлади. Демак,  $n$ - атомга  $n-1$  атомнинг таъсир кучи

$$f_{n,n-1} = -\beta(u_n - u_{n-1}), \quad (2.3)$$

$n+1$  атомнинг таъсир кучи:

$$f_{n,n+1} = -\beta(u_n - u_{n+1}) \quad (2.4)$$

булиб,  $n$ - атомга таъсир қилаётган натижавий куч:

$$f_n = -\beta(2u_n - u_{n-1} - u_{n+1}), \quad (2.5)$$

бу ерда  $\beta$  — квази эластик куч коэффициенти.

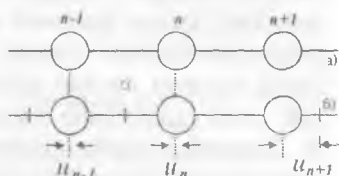
Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан  $n$ - атомнинг ҳаракат тенгламаси:

$$\frac{md^2 u_n}{dt^2} = -\beta(2u_n - u_{n-1} - u_{n+1}). \quad (2.6)$$

Унинг ечими чопувчи тўлқин кўринишида бўлади;

$$u_n = A e^{-i(qn - \omega t)}. \quad (2.7)$$

Бу ифодада  $A$  — амплитуда,  $(qn - \omega t)$  — фаза дейилади,  $a$   $n$ - координата бошидан  $n$  — атомгача дискрет масофа,  $q = \frac{2\pi}{\lambda}$  — тўлқин сон,  $\omega$  — такрорийлик,  $t$  — вақт,  $\lambda$  — тўлқин узунлиги. (2.6) тенгламага (2.7) ечимни қўйсақ,



2.1- чизма. а) чизигий содда панжарада атомларнинг мувозанатли вазияти; б) вертикал чизиқлар силжиган атомлар вазияти.



$$-m\omega^2 = -\beta(2 - e^{-iqa} - e^{iqa}) \quad (2.8)$$

$e^{-iqa} + e^{iqa} = 2 \cos aq$  бўлганидан

$$\omega^2 = 2 \frac{\beta}{m} (1 - \cos aq) = 4 \frac{\beta}{m} \sin^2 \frac{aq}{2}$$

ёки

$$\omega = 2 \sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \sin \frac{aq}{2} \right| = \omega_m \left| \sin \frac{qa}{2} \right| \quad (2.9)$$

ифодани ҳосил қиламиз, бунда  $\omega_m$  — максимал такрорийлик.

Агар  $\omega$  такрорийлик  $q$  тўлқин сон билан (2.9) дисперсион муносабат орқали боғланган бўлса, у ҳолда (2.7) орқали ифодаланган чопувчи тўлқин (2.6) тенгламанинг ечими бўлади. Баъзи хулосалар ҳақида тўхталамиз.  $\omega = \omega(q)$  функция даврий ўзгарали [(2.9)га

қаранг].  $q$  ни (2.7) ифодада  $q' = q + \frac{2\pi g}{a}$  га алмаштирсак,  $u'_n = u_n$  бўлиб чиқади, яъни  $q$  ва  $q'$  физик жиҳатдан фарқсиз. Бошқача айтганда,  $q$  ўзгаришларининг ҳар қандай  $\frac{2\pi}{a}$  кенгликдаги ораллигини қараш етарлидир.  $q$  нинг асосий ўзгариш ораллиги қилиб

$$-\frac{\pi}{a} \leq q \leq \frac{\pi}{a} \quad (2.10)$$

соҳани танлаб олиш мумкин.

$\omega = \omega(q)$  боғланиш  $\frac{2\pi}{a}$  давр билан

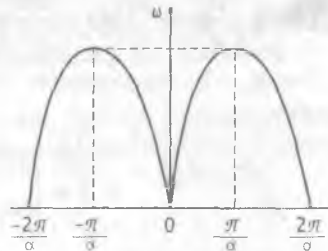
ўзгариши 2.2- расмдан кўриниб турибди, бунда

$$q=0 \text{ да } \omega=0,$$

$$q = \pm \frac{\pi}{a} \text{ да } \omega = \omega_m.$$

$q = \frac{2\pi}{\lambda}$  муносабатга кўра  $q=0$  да  $\lambda_{\max} = \infty$ ,  $q = \pm \frac{\pi}{a}$  да  $\lambda_{\min} = 2a$ .

Демак, энг кичик тўлқин узунлиги  $2a$  бўлиб, энг каттаси чексиздир.



2.2- чизма.  $\omega(q)$  боғланиш

Максимал такрорийлик ва минимал тулқин узунлиги мавжудлиги дискрет атомлар тузими тебранишларига хос хусусиятдир. Биз курган ҳол атомлар чексиз занжирига тегишли эди. Кристалларнинг макроскопик намуналари куп, аммо чекли сондаги атомлардан таркибланган. Атомлар занжирчаси чегаралари таъсирини назарий бартараф қилиш учун  $G$  та атомларни катта радиусли айлана бўйлаб жойлаштирилади деб фараз қилиб,

$$u_{n \pm G} = u_n \quad (2.11)$$

курунишдаги Борн-Карман айланавий шартини киритиш мумкин, бунда  $n \pm G$  атом  $n$ - атом билан битта. Бу шартдан (2.10) ўрнига

$$-\frac{G}{2} \leq g \leq \frac{G}{2} \quad (2.12)$$

шарт ( $g$ -бугун сон) келиб чиқади. Демак,  $G$  атомдан ташкил топган чизигий занжирчанинг эркинлик даражалари  $G$  та, бинобарин,  $q$  нинг қийматлари шу сонга тенг бўлади. (2.11) шартдан:

$$q = \frac{2\pi g}{a G} \quad (2.13)$$

$\omega$  дан  $\omega + d\omega$  булган ораликда қанча сонда тебранишлар бор деган саволга жавоб топайлик. (2.9) ифодадан

$$d\omega = a \sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \cos \frac{aq}{2} \right| dq = \frac{2\pi}{G} \sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \cos \frac{qa}{2} \right| dg. \quad \frac{dz}{d\omega}$$

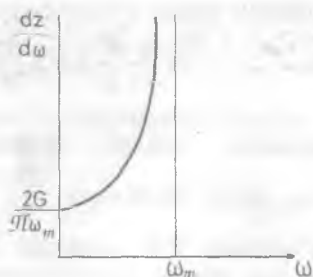
Демак,  $d\omega$  ораликдаги тебранишлар сони

$$dz = 2dg = \frac{G}{\pi} \sqrt{\frac{\beta}{m}} \frac{d\omega}{\left| \cos \frac{aq}{2} \right|} \quad (2.14)$$

булади. Бундан тебранишлар сони зичлиги:

$$\frac{dz}{d\omega} = \frac{2G}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\omega_m^2 - \omega^2}} \quad (2.15)$$

Эластиклик назариясидан маълумки, товуш тезлиги  $v_\omega$  эластиклик модули ва зичлик орқали ифодаланани.



2.3-чизма.  $dz/d\omega$  боғланиш.

$$v_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = a \sqrt{\frac{\beta}{m}} \quad (2.16)$$

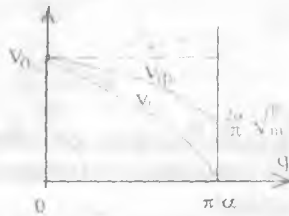
Узун тўлқинлар учун  $\left( \frac{aq}{2} = \frac{a\pi}{\lambda} \leq 1 \right)$  юқоридаги (2.9) ифодадан  $\omega$  билан  $q$  орасида пропорционал боғланиш бўлишлиги келиб чиқади:

$$\omega = v_0 q. \quad (2.17)$$

Аммо умумий ҳолда тўлқинлар дисперсияси мавжуд. Бунда фаза тарқалиши тезлиги  $v_\phi$  ни ва тўлқинларнинг гуруҳий тезлиги  $v_g$  ни бир-биридан фарқи бор. Ҳақиқатан ҳам (2.9) асосида олинаниган

$$v_\phi = \frac{\omega}{|q|} = v_0 \left| \frac{\sin \frac{aq}{2}}{\frac{aq}{2}} \right| \quad (2.18)$$

$$v_g = \left| \frac{d\omega}{dq} \right| = v_0 \left| \cos \frac{aq}{2} \right| \quad (2.19)$$



ифодалар графиклари (2.4-чизма) бу фарқни курсатиб турибди. Бунда биз чизигий содда панжара тебранишлари ва тўлқинларини гармоник тақрибда таҳлил қилганимизни таъкидлаймиз.

2.4-чизма Фазавий ва гуруҳий тезликларнинг  $q$  га боғланиши.

## 2.2. Чизигий мураккаб панжарада тебранишлар ва тўлқинлар

Энди биз элементар катагида икки атом бўлган мураккаб бир ўлчамли (чизигий) чексиз панжарада тебранишлар ва тўлқинларни қараб чиқайлик. NaCl, CsCl каби ионлардан таркибланган, Si ва Ge каби атомлардан таркибланган кристаллар элементар ячейкасида 2 та атом бўлади.



2.5-чизма. Чизигий мураккаб панжарада атомлар жойлашиши.

Қаралаётган чизигий панжарада атомлар даврий жойлашиши 2.5-чизмада тасвирланган. Биринчи хил атомлар  $n'-1, n', n'+1$  равишда, иккинчи хил атомлар  $n''-1, n'', n''+1$  равишда белгиланган.

Бу ҳолда ҳам гармоник тақрибда иш кўрамыз. Ҳар бир атом энг яқин икки қўшниси билан ўзаро таъсирлашади деб ҳисоблаймиз. Бунда  $n'$  ва  $n''$  атомлар орасидаги квази эластик таъсир кучи коэффициентини  $\beta_1$ , аммо  $n'$  ва  $n''-1$  атомлар орасидаги таъсир кучи коэффициентини  $\beta_2$  деб фараз қиламиз. Биринчи ва иккинчи хил атомлар массалари мос равишда  $m'$  ва  $m''$  бўлсин.

$n$  ва  $n'$  атомларнинг силжишларини  $u'_n$  ва  $u''_n$  деб, бошқалариникини  $u'_n - 1, u'_n + 1, u''_n - 1, u''_n + 1$  деб белгилаб қуйидаги ҳаракат тенгламаларини ёза оламиз:

$$m' \frac{d^2 u'_n}{dt^2} = -\beta_1 (u'_n - u''_n) - \beta_2 (u'_n - u''_n), \quad (2.20)$$

$$m'' \frac{d^2 u''_n}{dt^2} = -\beta_1 (u''_n - u'_n) - \beta_2 (u''_n - u'_{n+1}). \quad (2.21)$$

Квази эластик куч таъсирида ҳамма вақт гармоник ҳаракат юзага келишини эътиборга олсак, (2.20) ва (2.21) тенгламаларнинг ечимлари

$$u'_n = A' e^{-i(qan - \omega t)}, u''_n = A'' e^{-i(qan - \omega t)}. \quad (2.22)$$

Бунда  $a$  панжара доимийси-иккита бир хил қўшни атом орасидаги масофа. (2.22) ечимларни (2.20) ва (2.21) га олиб бориб қўйилса, баъзи амаллардан сўнг  $A'$  ва  $A''$  амплитудалар учун иккита тенглама ҳосил бўлади:

$$\left[ \omega^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{m'} \right] A' + \left[ \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-a q}}{m'} \right] A'' = 0, \quad (2.23)$$

$$\left[ \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-a q}}{m''} \right] A' + \left[ \omega^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{m''} \right] A'' = 0. \quad (2.24)$$

Бу икки чизигий бир жинсли тенгламалар системаси бўлиб,  $A'$  ва  $A''$  номаълумлар олдидаги кўпайтувчилардан тузилган аниқловчи (детерминант)

$$\Delta = \begin{vmatrix} \omega^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{m'} & \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-aq}}{m'} \\ \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-aq}}{m''} & \omega^2 - \frac{\beta_1 + \beta_2}{m''} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.25)$$

булгандагина юқоридаги система маъноли ечимларга эга бўлади. (2.25) аниқловчи очиб чиқилса,  $\omega^2$  га нисбатан квадрат тенглама ҳосил бўлиб, унинг ечимлари иккита бўлади:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{2} \omega_0^2 \left[ 1 - \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2 \frac{aq}{2}} \right], \quad (2.26)$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{2} \omega_0^2 \left[ 1 + \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2 \frac{aq}{2}} \right]. \quad (2.27)$$

Бунда,

$$\omega_0^2 = \frac{(\beta_1 + \beta_2)(m' + m'')}{m'm''}, \quad \gamma^2 = 16 \left[ \frac{\beta_1 \beta_2}{(\beta_1 + \beta_2)^2} \right] \cdot \left[ \frac{m'm''}{(m' + m'')^2} \right]$$

Агар  $\omega$  ва  $q$  орасидаги боғланиш (2.26) ва (2.27) кўринишда бўлса, (2.22) ечимлар (2.20) ва (2.21) ҳаракат тенгламаларини қаноатлантиради.

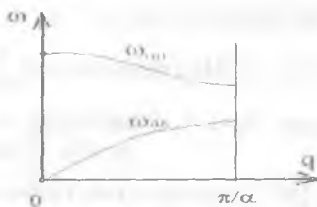
(2.26) ва (2.27) ечимлар асосида қуйидаги муҳим хулосалар келиб чиқади.

1. (2.26) ва (2.27) ифодалар тебранишларнинг икки тармоғини аниқлайди. (2.26) ифода тавсифлайдиган тармоқни акустик тармоқ, (2.27) тармоқни оптик тармоқ дейилади. Мазкур ифодалардан

$$\omega_{оп}(0) = \omega_0 \left\langle \frac{\pi}{a} \right\rangle, \quad \omega_{ак}(0) = \omega_{ак}(0) = 0 \quad (2.28)$$

муносабатлар акустик тармоқ оптик тармоқдан пастда жойлашган, у нол такрорийликдан бошлангани ҳолда оптик тармоқ анча юқори такрорийликли тебранишларни ўз ичига олади (2.6-чизма).

2. Акустик ва оптик тармоқларда тебранишлар феълени қарайлик. (2.22) — (2.24) ифодалардан



2.6-чизма.  $\omega(q)$  боғланиш тармоқлари.

$$\frac{u'_n}{u_n} = \frac{A'}{A''} = \frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-\alpha q}}{(\beta_1 - \beta_2) - m' \omega^2} \quad (2.29)$$

муносабат олиш мумкин. Уни чегаравий ҳолларда кўрайлик.

А) Чексиз узун тўлқинлар ҳолида

$$\lambda = \infty, q = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) = 0$$

Бу ҳолда

$$\left( \frac{u'_n}{u_n} \right)_{\text{max}} = 1, \left( \frac{u'_n}{u_n} \right)_{\text{min}} = -\frac{m'}{m''} \quad (2.30)$$

Демак, акустик тармоққа тегишли тебранишлар тулқинлари чексиз узун бўлганида атомлар бир фазада тебранади, яъни  $u'_n = u''_n$  бўлади. Оптик тармоқда эса бу ҳолда атомлар бир бирига қарши фазада тебранади, аммо уларнинг огирлик маркази ҳаракатсиз қолади.

Биринчи тармоқ эластик акустик тулқинларга мос келади, шундан унинг номи келиб чиққан. Иккинчи тармоқ тебранишлари оптик жиҳатдан фаол, яъни улар инфрақизил нурланишни ютиш ва чиқаришда қатнаша олади, шундан унинг номи келиб чиққан. Ҳақиқатан, агар кристалл элементар катагида иккита қарши ишорали ионлар бўлса, улар электрик диполдан иборат бўлиб, тебраниш жараёнида дипол моменти ўзгариб туради. Электродинамикада кўрсатилишича, узгарувчан моментли дипол нурланиш чиқара ва юта олади.

Б) Энг қисқа узунликдаги тулқинлар ҳолида

$$\lambda = 2a, q = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{a}$$

(2.22), (2.24) ифодалардан  $\frac{u'_n}{u_n}$  учун муносабат ҳосил қилинади.

Унинг  $\beta_1 = \beta_2$  бўлгандаги таҳлили қуйидаги натижаларни беради:

$$\begin{aligned} m'' < m'' \text{ ҳолда акустик тармоқда} & \quad \left. \begin{aligned} u'_n = 0, u''_n \neq 0, \\ u'_n = 0, u''_n \neq 0. \end{aligned} \right\} \\ m' > m'' \text{ ҳолда оптик тармоқда} & \quad (2.31) \end{aligned}$$

Демак, энг қисқа  $\lambda = 2a$  тўлқин ҳолида акустик тармоқда энгил атомлар ҳаракатсиз, оғирлари тебраниб туради, оптик тармоқда эса аксинча.

В) яна бир ҳолни, яъни  $m' = m''$  ва  $\beta_1 \gg \beta_2$  ҳолни курайлик. Юқоридагига ўхшаш таҳлил оқибатида бу ҳолда

$$\left( \frac{u'_n}{u''_n} \right)_{ak} = 1 \text{ ва } \left( \frac{u'_n}{u''_n} \right) = -1. \quad (2.32)$$

Энг қисқа акустик тўлқинда, бу ҳолда атомлар бир хил фазада тебранади. Оптик тўлқинда эса қарши фазаларда тебранади. Биз олдин агар (2.9) дисперсия муносабати бажарилса, (2.7) ифода чопувчи тўлқин (2.6) тенглама ечими бўлишлигини кўрдик. Аммо (2.7) гармоник тўлқинлар бу занжирчадаги атомларнинг энг умумий ҳаракатини тавсифламайди. Бунинг учун (2.7) кўринишдаги мумкин бўлган барча тўлқинларнинг чизигий йиғиндиси олиниши керак. Энг умумий ҳолда атомнинг силжиши

$$u_n = \sum_q \{ A_q e^{i(qan - \omega t)} + A_q^* e^{-i(qan - \omega t)} \} \quad (2.33)$$

кўринишда ифодаланиши керак. Агар  $G$  атомдан ташкил топган занжирча қаралса, у ҳолда:

$$u_n = \frac{1}{G} \sum_q \{ a_q e^{i(qan - \omega t)} + a_q^* e^{-i(qan - \omega t)} \} \quad (2.34)$$

Бунда  $a_q = \sqrt{G} e^{-i\omega t}$ .

Атомлар занжирчасининг кинетик энергияси  $E_k = \frac{m}{2} \sum_{n=1}^G u_n^2$ , по-

тенциал энергияси  $E_n = \frac{\beta}{2} \sum_{n=1}^G (u_n - u_{n-1})^2$ . (2.34) ифодадан фойдаланиб занжирчанинг тула энергиясини

$$E = E_k + E_n = 2m \sum_q \omega_q^2 a_q a_q^*$$

кўринишга келтирилади.  $x_q = a_q + a_q^*$ ,  $p_q = \frac{m\omega_q}{i} (a_q - a_q^*)$  белгилашлар киритсак,

$$E = \sum_q \left\{ \frac{1}{2m} p_q^2 + \frac{1}{2} m \omega_q^2 x_q^2 \right\}. \quad (2.35)$$

$x_q$  ва  $p_q = m\dot{x}_q$  катталиклар нормал координаталар ва уларга қўшма импульслар вазифасини бажаради. Демак, бир ўлчовли кристалл энг умумий ҳаракати гула энергияси  $E$  нормал тебранишлар энергиялари йиғиндисиди сифатида ифодаланган.

### 2.3 Уч ўлчовли мураккаб кристалл панжараси атомлари тебранишлари

Бир ўлчовли (чизиғий) кристалл панжараси атомлари тебранишларининг асосий хоссалари фазовий панжара атомлари тебранишларига ҳам тегишлидир. Аммо фазовий панжара тебранишларига хос хусусиятлар мавжуд. Биз энди уч ўлчовли (фазовий) мураккаб кристаллни қарайлик. Унинг элементар катагида  $s$  та  $m_k$  ( $k=1,2,\dots,s$ ) турли массаларга эга бўлган атомлар бўлсин.  $k$ -атомнинг  $n$ -элементар катакдаги вазияти

$$\vec{r}_n^k = \vec{a}_n + \vec{r}^k \quad (2.36)$$

бўлсин, бунда  $\vec{a}_n = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$  — тўғри панжара вектори,  $\vec{r}^k$  -  $k$ - атомнинг элементар катак ичидаги вазиятини аниқловчи радиус-вектор. Шу  $k$ - атомнинг мувозанатий вазиятидан сийжишини  $\vec{u}_n^k$ , унинг тўғри бурчакли координата системасидаги ташкил этувчиларини  $\vec{u}_{na}^k$  ( $a = x, y, z$ ) деб белгилаймиз.

Кристалл ичида ажратиб олинган кўп  $G$  сонли зарраларни ўз ичига олган соҳанинг  $N$  элементар катагида  $3sN$  та  $u_{nr}^k$  сийжишлар бўлади, сийжишлар бўлмаганда  $u_{nr}^k = 0$ , потенциал энергия  $E$  минимал (энг кичик) бўлади, яъни  $\left( \frac{\partial E_{\text{пот}}}{\partial u_{nr}^k} \right)_q = 0$ . Яна

$E_{\text{пот}}(u_{nr}^k = 0) = 0$  деб ҳисоблаймиз. Бу ҳолда сийжишлар функцияси бўлмиш  $E_{\text{пот}}(u_{nr}^k)$  потенциал энергияни  $u_{nr}^k$  даражалари бўйича қаторга ёямиз:



$$E_{nom} = \frac{1}{2} \sum_{nn'kk'\alpha\beta} C_{\alpha\beta} \left( \frac{kk'}{nn'} \right) u_{n\alpha}^k u_{n'\beta}^{k'} + \frac{1}{6} \sum_{\substack{nn'n'' \\ kk'k'' \\ \alpha\beta\gamma}} C_{\alpha\beta\gamma} \left( \frac{kk'k''}{nn'n''} \right) u_{n\alpha}^k u_{n'\beta}^{k'} u_{n''\gamma}^{k''} + \dots \quad (2.37)$$

бунда,

$$C_{\alpha\beta} = \begin{cases} \frac{\partial^2 E_{nom}}{\partial u_{n\alpha}^k \partial u_{n'\beta}^{k'}} u_{n\alpha}^k = 0, \\ u_{n'\beta}^{k''} = 0; \end{cases}$$

$$C_{\alpha\beta\gamma} = \begin{cases} \frac{\partial^3 E_{nom}}{\partial u_{n\alpha}^k \partial u_{n'\beta}^{k'} \partial u_{n''\gamma}^{k''}} \left. \begin{aligned} u_{n\alpha}^k &= 0, \\ u_{n'\beta}^{k'} &= 0, \\ u_{n''\gamma}^{k''} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Гармоник тақрибда, яъни атомлар ўзаро таъсир кучлари квази эластик деб ҳисобланган ҳолда (2.37) ёйилмада биринчи йиғиндидан бошқа ҳамма ҳалларни ташлаб юбориш керак:

$$E_{nom} = \frac{1}{2} \sum_{nn'kk'\alpha\beta} C_{\alpha\beta} u_{n\alpha}^k u_{n'\beta}^{k'}. \quad (2.37')$$

Мазкур соҳа атомлари кинетик энергияси йиғиндиси

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \sum_{nk\alpha} m_k (u_{n\alpha}^k)^2. \quad (2.38)$$

Квадратик (2.37) кўринишда ифодаланган  $E_{nom}$  дан силжиш бўйича олинган ҳосила мос квази эластик кучни аниқлайди:

$$f_{n\alpha}^k = - \frac{\partial E_{nom}}{\partial u_{n\alpha}^k}.$$

Гармоник тақрибда қаралаётган атомларнинг классик ҳаракат тенгламалари, бинобарин,

$$m_k \frac{d^2 u_{n\alpha}^k}{dt^2} = - \frac{\partial E_{nom}}{\partial u_{n\alpha}^k} = - \sum_{\alpha\beta} C_{\alpha\beta} u_{n'\beta}^{k'} \quad (2.39)$$

кўринишда бўлиб ( $n=1,2,3,\dots,N$ ;  $k=1,2,3,\dots,s$ ;  $\alpha=x,y,z$ ). улар  $3sN$  та номтаълим  $u_{n\alpha}^k$  учун  $3sN$  та дифференциал тенгламалар системасини ташкил қилади. Бу ҳолда ҳам тенгламалар ечимини

$$u_{n\alpha}^k = \frac{1}{\sqrt{m_k}} A_{n\alpha}^k(q) e^{i(qn - \omega t)} \quad (2.40)$$

чоғувчи тўлқинлар кўринишида тасвирлаймиз.

$\frac{1}{\sqrt{m_k}} A_\alpha^k$  — турли атомлар хили учун турли бўлган  $\frac{1}{\sqrt{m_k}} A^k$  — ком-

плекс амплитуда ташкил этувчилари,  $\vec{q} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}_0$  — тўлқин вектор ( $\vec{n}_0$  - ясси тўлқинга нормалнинг бирлик вектори),  $\omega = \omega(\vec{q}) = \omega_q$  — такрорийлик.

Бу масалани ечишдан келиб чиқадиган асосий натижаларга тўхталамиз:

А) Бир ўлчовли панжара тебранишлари ҳолидагидек,  $\vec{q}$  ва  $\vec{q}' = \vec{q} + \vec{b}_g$  (бунда тескари панжара вектори  $\vec{b}_g = g_1 \vec{b}_1 + g_2 \vec{b}_2 + g_3 \vec{b}_3$ ) векторлар тавсифлайдиган тўлқинлар бир бири билан айнандир, яъни

$$u_{n\alpha}^k(\vec{q}') = u_{n\alpha}^k(\vec{q}). \quad (2.41)$$

Буни  $\vec{a}_n$  ва  $\vec{b}_g$  векторлар ташкил этувчилари орасидаги боғланишлар асосида исботлаш осон. Демак,  $\vec{q}$  га боғлиқ бўлган барча катталиклар даврий ўзгаради, бунда  $\vec{a}_n = \vec{a}$ , ва  $\vec{b}_g = \vec{b}$  кичик қийматларни қабул қилсак,  $\vec{q}' \vec{a}_i = \vec{q} \vec{a}_i + 2\pi$  тенглик келиб чиқади. Демак, фазовий панжара тебранишларини таҳлил қилганда  $\vec{q}' \vec{a}_i$  нинг қийматларини

$$-\pi \leq \vec{q}' \vec{a}_i \leq +\pi, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.42)$$

оралиқда қаралса бўлади. Бу учта тенгсизликлар  $q$  — фазодаги бирор ҳажмни ифодалайди. Уни биринчи Бриллюэн зонаси дейилади.

Кубик кристалл учун ( $a_1 = a_2 = a_3$ ;  $\vec{a}_1 \perp \vec{a}_2$ ,  $\vec{a}_2 \perp \vec{a}_3$ ,  $\vec{a}_1 \perp \vec{a}_3$ ) (2.42) тенгсизликлар учта

$$-\frac{\pi}{a} \leq q_a \leq +\frac{\pi}{a} \quad (2.43)$$

шаклни олади. Бу ҳолда биринчи Бриллюэн зонаси ҳажми  $V_B = \left(\frac{2\pi}{a}\right)^3$  бўлади, бунда  $V_0 = a^3$  элементар катак ҳажми. Бошқа кристалл панжара учун қилинган ҳисоб ҳам худди шундай, яъни

$V_g = \frac{(2\pi)^3}{V_0}$  ифодани беради (албатта,  $V_0$  — элементар катак ҳажми турли панжаралар учун ҳар хил).

Б) (2.40) ечимларни (2.39) тенгламаларга қўйсақ, номаълум  $A_n^k$  амплитудалар учун  $3sN$  та бир жинсли чизигий тенгламалар система-си ҳосил бўлади. Унинг маънили ечимлари мавжуд бўлиши учун но-маълумлар олдидаги қўпайтувчилардан тузилган аниқловчи (детер-минант) нолга тенг бўлиши зарур. Уни ечишдан  $\omega^2$  га нисбатан  $3s$  да-ражали тенглама ҳосил бўлади. Бу тенгламанинг  $3s$  ечимига мос равиш-да фазовий панжара атомлари тебра-нишларининг  $3s$  тармоғи мавжуд бўлади.

Бу тармоқларнинг фақат 3 таси акустик,  $3s-3$  таси оптик тармоқлар бўлади.

Агар кристаллнинг элементар катагида 1 атом бўлса, фақат учта акустик тармоқ мавжуд бўлади, агар элементар катакда 2 атом ( $s=2$ ) бўлса, 3 та акустик ва 3 та оптик тармоқ бўлади ва ҳокозо.

Ҳар бир тармоқдаги тўлқинларнинг бири буйлама (1 ёки  $L$  ҳарфи билан белгиланади), иккитаси кўндаланг ( $t$  ёки  $T$  ҳарфи билан белгиланади) бўлади.

В)  $\bar{q}$  нинг функцияси бўлмиш  $\omega_j$  ҳам даврий ўзгаради:

$$\omega_j(\bar{q} + \bar{b}_g) = \omega_j(\bar{q}) \quad (2.44)$$

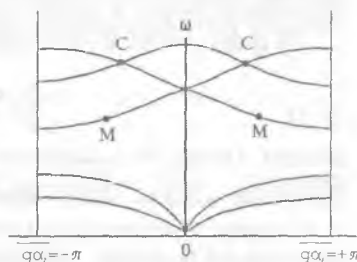
Бунда  $\lambda j$  — ихтиёрий тармоқ белгиси.

Г)  $\omega$  такрорийлик  $\bar{q}$  нинг жуфт функцияси

$$\omega_j(-\bar{q}) = \omega_j(\bar{q}) \quad (2.45)$$

Бу  $\omega_j$  ифодаларига  $\bar{q}$  нинг фақат жуфт даражалари кирди демакдир.

Д) Бриллюэн зонасидаги ҳар бир тебранишлар тармоғи учун  $\omega_j(\bar{q}) = const$  сиртлар ясаш мумкин. Бу бир хил такрорийликни ёки бир хил энергияли  $\hbar\omega_j(q) = E(q)$  сиртларнинг тузилиши кристалл тўғри панжараси симметриясига муҳим даражада боғлиқ.



2.7-чизма. Уч ўлчовли панжара тебранишлари тармоқлари.

Е) 2.7- чизмадан кўринишича,  $O$ ,  $A$ ,  $C$  ва  $C'$  нуқталарда айниш мавжуд, яъни бу нуқталарда бир неча тармоқлар кесишади. Яна шунини айтиш керакки,  $\omega_j(\bar{q})$  нинг экстремумлари Бриллюээн зонаси маркази ва чегараларида ҳам, унинг баъзи ички нуқталарида (2.7- чизмада  $M$  ва  $M'$  нуқталарда) ҳам ўринли бўлиши мумкин.

Ж) Бу ҳолда ҳам кристалл асосий соҳаси сиртидаги чегаравий шартларни Борн- Карман шартлари билан алмаштирилади.

З)  $q$ -фазонинг кичик ҳажмига тўғри келган тебранишлар сони

$$dz = \frac{V}{(2\pi)^3} dV_q \quad (2.46)$$

булади, бунда  $V$  — кристалл соҳаси ҳажми,  $dV_q = dq_x dq_y dq_z$  эса  $q$ -фазодаги кичик ҳажм. Бир тармоқдаги тебранишлар тула сони  $z=N$ , барча тармоқлардаги тебранишлар тула сони  $z=3sN$ , яъни асосий соҳа атомлари эркинлик даражалари сонига тенг ( $N$  — соҳадаги элементар ячейкалар сони, бир атомнинг эркинлик даражаси 3 та деб ҳисобланади).

#### 2.4. Изотроп континуум тақрибида кристалларда тебранишлар ва тўлқинлар

Мазкур бобнинг муқаддимасида айтилганидек, кристалл панжара динамикасини тадқиқлашда иккинчи услуб — бу континуум тақриб бўлиб, унинг асосида қаттиқ жисм бир бутун эластик туташ муҳитдан иборат деган фараз ётади. Бу тақриб кристалл панжараси доимийсидан анча катга бўлган, яъни кристаллнинг атомлардан узиллиши тузилишини ҳисобга олмасан бўладиган узунликдаги тўлқинлар ҳолида энг яхши натижалар беради.

Биз қўйида ионлар кристаллида узун акустик ва узун оптик тўлқинлар ҳолларини кўриб чиқамиз.

А) Узун акустик тўлқинлар ҳолида континуал тақриб эластиклик назариясини қўлланишга баробардир. Агар муҳитнинг  $r$  нуқтасида  $t$  вақтда силжишни  $u(r,t)$  деб белгиласак, бир жинс, изотроп, эластик континуум учун ҳажмий кучлар йўқлигидаги ҳаракат тендамаси

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = (M + \Lambda) \text{grad div} \bar{u} + M \nabla^2 \bar{u}, \quad (2.47)$$

бунда,  $M$  ва  $\Lambda$  —  $\Lambda$  амэ доимий коэффицентлари,  $\rho$  — бир жинсли континуумнинг доимий зичлиги (бу тенглама ҳам бирлиги учун ёзилган, унинг унги томони эластиклик кучларини ифолайди). Эластиклик назариясидан маълумки,  $\operatorname{div} \bar{u} = \theta$  — ҳамнинг  $\bar{r}$  нуқтада  $\Delta V/V$  нисбий ўзгариши (қисилиши),  $\frac{1}{2} \operatorname{rot} \bar{u} = \bar{\varphi}$  эса ўша нуқтада ҳам элементининг бир бутун сифатида бурилиш бурчаги. (2.47) тенгламанинг ҳар икки томонида дивергенция ( $\operatorname{div}$ ) амалини бажарсак,  $\theta$  қисилиш учун

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = V_i^2 \nabla^2 \theta \quad (2.48)$$

тулқин тенглама оламиз, бунда  $V_i = \sqrt{(2M + \Lambda)/\rho}$  қисилиш тулқинлари тезлиги.

(2.47) тенгламанинг ҳар икки томонида ротор ( $\operatorname{rot}$ ) амалини бажарсак, буралиш бурчаги  $\varphi$  учун

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} = V_i^2 \nabla^2 \bar{\varphi} \quad (2.49)$$

тулқин тенглама ҳосил қиламиз, бунда  $V_i = \sqrt{\frac{M}{\rho}}$  буралиш тулқинлари тезлиги.  $V_i \gg V_i$  эканлиги равшан, чунки биринчи ҳолда иккинчи ҳолга nisbatan эластиклик қаршилиги каттадир.

Шу ерда таъкидлаш керакки, Юнг модули ёки буйлама эластиклик модули  $E$  билан  $M$  ва  $\Lambda$  орасида (изотроп моддада) қуйидаги bogланиш бор:  $E = \frac{M(3\Lambda + 2M)}{M + \Lambda}$ . Бошқа эластиклик модуллари ҳам узаро bogлиқ, моддада мустақил эластиклик модуллари иккита ( $M$  ва  $\Lambda$  ёки  $E$  ва  $\nu$ , кейинги модулни Пуассон коэффиценти дейилади:  $\nu = \frac{\Lambda}{2(M + \Lambda)}$ . У намуна кўндаланг

ўлчамининг нисбий ўзгаришини буйлама ўлчами нисбий ўзгаришига nisbatan билдиради.)

х уқн буйлаб тарқалаётган ясси тулқинни қарайлик.

$$\bar{u} = A \sin(\omega t - qx). \quad (2.50)$$

Бундан:

$$\theta = \operatorname{div} \bar{u} = -A_x(q) \cos(\omega t - qx). \quad (2.51)$$

$$\text{ва } \bar{\varphi} = \frac{1}{2} \text{rot} \bar{u} = -A_y \bar{j}_y \left( \frac{q}{2} \right) \cos(\omega t - qx) + A_z \bar{k}_z \left( \frac{q}{2} \right) \cos(\omega t - qx), \quad (2.52)$$

бундаги  $\bar{j}_0$  ва  $\bar{k}_0$  — у ва  $z$  ўқлар бирлик векторлари. (2.51) дан кўри-нишича, қисилиш тўлқинлари кўндаланг тўлқинлардир.

(2.48) тенглама ва (2.49) тенгламанинг  $\bar{\varphi}$  ташкил этувчилари учун кўриниши бир хил, шунинг учун (2.48) тенгламани қараб чиқиш кифоя.  $\theta$  қисилиш тўлқинларини  $L$  қиррали кубда қараймиз.  $x, y, z$  координаталар ўқларини кубнинг қирралари бўйлаб йўналтирамиз. Чегаравий шартларни барча 6 та куб ёқида ( $x=y=z=0; x=y=z=L$ )  $\theta=0$  бўлсин деб танлаймиз. (2.48) ечимини

$$\theta = A \sin(\alpha t) \sin(a x) \sin(b y) \sin(c z) \quad (2.53)$$

кўринишда қидирамиз. (2.53) ни (2.48) га қўйсақ,

$$\omega = v \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \quad (2.54)$$

Чегаравий шартларни қаноатлантириш учун

$$aL = n_1 \pi, \quad bL = n_2 \pi, \quad cL = n_3 \pi \quad (2.55)$$

деб олиш керак, бунда  $n_1, n_2, n_3$  — бутун мусбат сонлар ёки нол; (2.55) ни (2.54) ифодага қўямиз:

$$\omega = \frac{\pi v}{L} \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}. \quad (2.56)$$

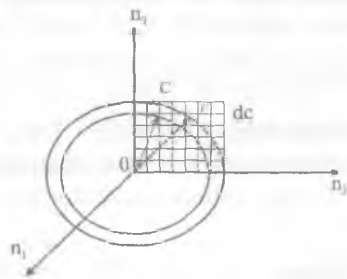
$n_i$  сонларнинг ҳар бир учлигига муайян  $\omega$  такрорийликли битта нормал тебраниш мос келади.

Агар  $n_1, n_2, n_3$  сонлар катта бўлса, тебранишлар тўлқин узунлиги  $L$  дан анча кичик бўлади, бу  $\omega$  такро-рийлик  $N$  сонларга худди узлуксиз равишда боғлангандай бўлади.

$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = C^2$  белгилаш кирит-

сак,  $\omega = \frac{\pi v}{L} C$ . 2.8-чизмада тасвир-

ланган куб панжара (бунда фақат  $(n_2, n_3)$  текисликдаги тугунлар кел-тирилган) тугунларининг ҳар бирига



2.8-чизма

учта  $n_0, n_1, n_2$  сон туғри келади. Аммо панжаранинг ҳар бир тугунига битта нормал тебраниш мос тушади.  $n_1$  сонлар катта булгани ҳолда  $\omega, \omega + d\omega$  тақрорийлик оралигига туғри келган тебранишлар сонини аниқлаймиз. Бу сон координат окгантдаги  $(C, C+dC)$  сферик қатламдаги тугунлар сонига тенг. Демак,  $(\omega, \omega+d\omega)$  оралиққа мос келган буилама тебранишлар сони

$$g(\omega)d\omega = \frac{4\pi C^2 dC}{8} = \frac{V}{2\pi^2 v^3} \omega^2 d\omega. \quad (2.57)$$

(2.49) тенгламада  $\vec{\varphi}$  векторнинг ташкил этувчиларига нисбатан ҳам бу ҳисоб туғри, аммо бунда иккита ташкил этувчи булгани учун тебранишлар сони ҳам икки марта ортқ;

$$g_r(\omega)d\omega = \frac{2V}{2\pi v_r^3} \omega^3 d\omega. \quad (2.58)$$

Тақрорийликлар тула тақсимоги функцияси

$$g(\omega) = g_r(\omega) + g_l(\omega) = \frac{3V}{2\pi^2 v_0^3} \omega^2, \quad (2.59)$$

бунда

$$\frac{1}{v_0^3} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{v_r^3} + \frac{2}{v_l^3} \right), \quad (2.60)$$

$v_0$  - ўртача товуш тезлиги.

Б) Энди континуал тақрибда ионлар кубик кристаллида узун оптик тулқинлар тарқалиши масаласини қарайлик. Фараз қиламиз: ионлар кубик кристалли ҳар бир ячейкасида  $\pm e^*$  эф-фектив зарядли  $m_+$  ва  $m_-$  массали икки турли исмли ионлар бор булсин. Узун оптик тебранишлар соҳасидаги ионларнинг барча ячейкаларидаги ҳаракати бирдай, шунинг учун бир ячейкадаги ионлар ҳаракатини текшириш кифоя.

$\vec{u}_+$  ва  $u_-$  мос ишорали ионлар силжиши булса, у ҳолда

$$m_+ \frac{d^2 \vec{u}_+}{dt^2} = -\beta(\vec{u}_+ - \vec{u}_-) + e^* \vec{E}_r, \quad (2.61)$$

$$m_- \frac{d^2 \vec{u}_-}{dt^2} = -\beta(\vec{u}_- - \vec{u}_+) + e^* \vec{E}_r. \quad (2.62)$$

Бунда  $\vec{E}_r$  — ионга ташқи майдон ва кристаллнинг бошқа ионлари томонидан таъсир этувчи эф-фектив элек-трик майдон,  $\beta$ -квази

эластик куч коэффициенти. Юқоридаги икки тенгламани бир-биридан айирсак,

$$m_r \frac{d^2 \bar{s}}{dt^2} = -\beta \bar{s} + e^* \bar{E}_e. \quad (2.63)$$

Бунда,  $\bar{s} = \bar{u}_+ - \bar{u}_-$ ,  $m_r^{-1} = m_+^{-1} + m_-^{-1}$ .

Электродинамикадан маълумки, ионлар кубик кристаллида эффектив майдон

$$\bar{E}_e = \bar{E} + \frac{4\pi}{3} \bar{P}, \quad (2.64)$$

бунда  $\bar{E}$  — диэлектрикдаги ургача майдон, қутбланиш вектори

$$\bar{P} = N_0 \left[ e^* \bar{s} + \alpha \bar{E}_e \right], \quad (2.65)$$

$N_0$  — кристаллнинг бирлик ҳажмидаги ячейкалар сони  $\alpha = \alpha_+ + \alpha_-$  — электрон қутбланувчанлик. (2.64) ифодани (2.65) га қўйсак,

$$\bar{P} = N_0 \frac{e^* \bar{s} + \alpha \bar{E}}{1 - \frac{4\pi N_0}{3} \alpha} \quad (2.66)$$

Бевосита ўлчанмайдиган  $\alpha$  катталикини чиқариб ташлаш учун электрик индукция вектори ифодаси  $\bar{D} = \bar{E} + 4\pi \bar{P} = \epsilon \bar{E}$  дан фойдаланамиз, бундан  $\bar{P} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \bar{E}$ . Юқори такрорийликли майдонда ( $\omega \rightarrow \infty$ ) ионлар унинг кетидан улгуриб боролмайди, шунинг учун  $s \rightarrow 0$  бўлади. Бу ҳолда,

$$\alpha = \frac{\epsilon_\infty - 1}{\frac{4\pi N_0}{3} (\epsilon_\infty + 2)}, \quad (2.67)$$

ва

$$\bar{P} = N_0 \frac{e^* (\epsilon_\infty + 2)}{3} \bar{s} + \frac{\epsilon_\infty - 1}{4\pi} \bar{E} \quad (2.68)$$

(2.64) ва (2.68) ифодалардан фойдалансак,

$$m_r \frac{d^2 \bar{s}}{dt^2} = -m_r \omega_0^2 \bar{s} + \frac{e^* (\epsilon_\infty + 2)}{3} \bar{E}, \quad (2.69)$$

бундаги



$$\omega_0^2 = \left( \frac{\beta}{m_r} \right) - \frac{4\pi N_0 e^{*2} (\epsilon_\infty + 2)}{9m_r} \quad (2.70)$$

«Нормаланган» четланиш  $\vec{w} = \sqrt{N_0 m_r s}$ , статик диэлектрик доимий  $\epsilon_0(\omega \rightarrow 0)$ , яъни  $\epsilon_0 - \epsilon_\infty = \frac{N_0 e^{*2}}{m_r} \frac{4\pi(\epsilon_\infty + 2)^2}{9\omega_0^2}$  (2.71) кiritилса, (2.69) тенглама

$$\frac{d^2 \vec{w}}{dt^2} = -\omega_0^2 \vec{w} + \omega_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{4\pi}} \vec{E} \quad (2.72)$$

кўринишга келади ва

$$\vec{P} = \omega_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{4\pi}} \vec{w} + \frac{\epsilon_\infty - 1}{4\pi} \vec{E} \quad (2.73)$$

булади.

Ионлар ҳаракатини таҳлил қилиш учун

$$\vec{w} = \vec{w}_l + \vec{w}_i \quad (2.74)$$

ва

$$\text{div} \vec{w}_l = 0, \text{rot} \vec{w}_i = 0 \quad (2.75)$$

деб оламиз. Бу ҳолда (2.72) ни

$$\frac{d^2}{dt^2} (\vec{w}_l + \vec{w}_i) = -\omega_0^2 \vec{w}_l - \omega_0^2 \frac{\epsilon_0}{\epsilon_\infty} \vec{w}_i \quad (2.76)$$

кўринишга келтириб, уни иккитага ажратамиз:

$$\frac{d^2 \vec{w}_l}{dt^2} = -\omega_0^2 \vec{w}_l, \quad (2.76')$$

$$\frac{d^2 \vec{w}_i}{dt^2} = \omega_0^2 \frac{\epsilon_0}{\epsilon_\infty} \vec{w}_i. \quad (2.76'')$$

Агар  $\vec{w}_l$  ва  $\vec{w}_i$  ни  $\vec{A} \exp[i(\vec{q}\vec{r} - \omega t)]$  ясси тўлқин кўринишида тасвирласак  $\omega_l = \omega_0$  ва  $\omega_i = \left( \frac{\epsilon_0}{\epsilon_\infty} \right) \omega_0$  келиб чиқади. Иккинчи томондан, (2.75) шартларга кура,

$$\left. \begin{aligned} \text{div} \vec{w}_l &\propto \vec{A} \cdot \vec{q} = 0, \\ \text{rot} \vec{w}_i &\propto [\vec{A}, \vec{q}] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.77)$$

Бундан  $\vec{A} \perp \vec{q}$  (солиноидал  $\vec{w}$ , тўлқин кўндаланг),  $\vec{A} \parallel \vec{q}$  (потенциал тўлқин буйлама) эканлигини кўрамыз.

$$\frac{\omega_i}{\omega_l} = \sqrt{\epsilon_0 / \epsilon_{\infty}} \quad (2.78)$$

нисбатни Линден - Сакс - Теллер муносабати дейилади.  $\epsilon_0 / \epsilon_{\infty}$  бўлганидан буйлама тўлқинлар такрорийлиги  $\omega_l$  кўндаланг тўлқинларининг  $\omega_i$  дан катта. Тажрибада  $\omega_l$  ни ўлчаш осон, шунинг учун (2.78) ифодадан  $\omega_i$  ни аниқлаш учун фойдаланиш мумкин.

## 2.5. Кристалл панжараси тебранишларининг квантланиши. Фононлар

Кристалл атомлари тебранишларини бошқа усул билан, айнан корпускуляр (зарравий) нуқтаи назардан қараб чиқиш ҳам мумкин. Тўлқинларнинг зарравий хоссалари кристалл атомларининг ҳар қандай такрорийликдаги тебранишлари энергиясининг энг кичик ўлуши (кванти) мавжуд бўлишлигида намоён бўлади. Бу хосса кристалл панжарасининг элементар зарралар билан ўзаро таъсири жараёнида яққол кўринади. Бу жараёнларда кристалл панжараси уз тебранишлари энергиясининг бир квантини (баъзан кетма-кет бир неча квантни) беради ва шу квант миқдорича энергияни олади. Демак, кристалл панжараси тебранишлари энергияси квантланган бўлади. Худди ёруғлик тўлқинини ёруғлик квантлари — фотонлар оқими сифатида тасвирланганига ўхшаш, кристалл панжараси тебранишлари энергияси квантига ва унга мос квази импульсига эга бўлган квази зарра — фонон тушунчаси киритилган. Фонон сўзи товуш зарраси деган маънони англатади. Фононнинг энергияси  $\epsilon_q = \hbar\omega_q$  бўлиб, унинг квази импульси  $\vec{p}_q = \hbar\vec{q}$  ва у товуш тезлигида ҳаракат қилади деб ҳисобланади.  $\vec{p}_q$  векторнинг квази импульс деб айтилишининг боиси шуки, биринчидан, ҳар қандай квази зарралар каби фононлар ҳақиқий зарралардан ташкилланган системалардагина мавжуд бўлади. Фононлар фақат кристаллардагина мавжуд бўлиб, улар кристаллдан (масалан, бўшлиққа) чиқиб кета олмайди. Ҳақиқий зарралар — электронлар, атомлар эса кристаллдан чиқиб кетиб, ундан ташқарида

мавжуд бўла олади. Иккинчидан, квази зарралар тўқнашганда квази импульс сақланмайди. Фононлар эса узаро тўқнашиб йўқ бўлади, бунда тўқнашган фононлардан энергияси фарқ қиладиган, бошқа такрорийликли янги фонон туғилади.

Эркин зарранинг энергияси зарра импульси йўналишига боғлиқмас, квази зарранинг энергияси эса (кристаллда атомлар даврий жойлашганлиги туфайли) квази импульсга даврий боғланган.

Фононлар спин моментлари бўлмаган зарралар сифатида Бозе-Эйнштейн статистикасига бўйсунди. Бинобарин, фононларнинг  $\omega_q$  такрорийликли,  $\hbar\omega_q$  квант энергияли ҳолатдаги сони Планк ифодаси билан ифодаланади:

$$N_q = 1 / \left[ \exp \frac{\hbar\omega_q}{kT} - 1 \right]. \quad (2.79)$$

Шу ҳолатдаги барча фононлар энергияси:

$$E_q = \hbar\omega_q N_q = \hbar\omega_q / \left[ \exp \frac{\hbar\omega_q}{kT} - 1 \right]. \quad (2.80)$$

Одатда ушбу энергияга яна нол энергия деб аталадиган ҳад қўшилади, унда

$$E_q = \frac{\hbar\omega_q}{2} + \frac{\hbar\omega_q}{\left[ \exp \frac{\hbar\omega_q}{kT} - 1 \right]}. \quad (2.81)$$

Кристалл атомлари тебранишлари такрорийликлари оралигини ёки фононларнинг энергетик спектрини аниқлайлик. Бунда тебранишлар такрорийлиги  $\omega_q = 0$  дан бошланиб, уларнинг энг катта такрорийлиги  $\omega_m$  мавжуд, бунда тебраниш такрорийликлари сони (танланган тармоқ учун)  $N$  атомдан иборат кристаллда  $3N$  га тенг бўлади. Такрорийликлар тақсимооти зичлиги учун (2.59) ифодани қабул қилсак, у ҳолда

$$\int_0^{\omega_m} g(\omega) d\omega = 3N. \quad (2.82)$$

Максимал  $\omega_m$  такрорийлик ўрнига тавсифий температура тушунчасини киритилади:

$$\theta = \hbar\omega_m/k. \quad (2.83)$$

Бу  $\theta$  температурани Дебай температураси дейилади. Максимал тебранишлар такрорийликлари  $\omega_m$  ва бинобарин  $\theta$  турли қаттиқ жисмлар учун турличадир.

2.1 – жадвал

Кристаллар	Тузилиши	$\theta$ , К
Мис	ё.м.куб	365
Алюминий	ё.м.куб	438
Натрий	ҳ.м.куб	164
Магний	Гексагон	290
Fe	ҳ.м.куб	478
Ni	ё.м.куб	446
Ge	Олмос	377
Si	Олмос	674

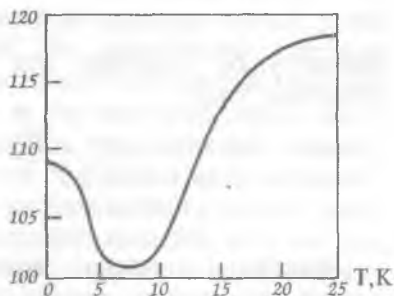
Дебай температураси тушунчаси қаттиқ жисм физикасининг кўп масаларида фойдаланилади.

Тажрибанинг кўрсатишича,  $\theta$  Дебай температураси мутлақ  $T$  температурага боғлиқ равишда бир мунча ўзгаради. Кўпчилик кристаллар учун бу боғланиш унча сезиларли эмас, аммо баъзи ҳолларда у сезиларли бўлади. Масалан, металл In учун келтирилган 2.9-чизмада паст температуралар

соҳасида Дебай температураси  $\theta(T)$  ҳатто минимумга эга бўлади.  $\theta$  эластиклик доимийларига боғлиқ. Кучли атомлараро таъсирли (олмос) кристалларда  $\theta$  нинг қиймати юқори.

$\theta$  нинг ҳар хил усул билан аниқланган қийматлари ҳам бири-бирдан фарқ қилади.

Дебай температураси юқори ( $T > \theta$ ) ва паст ( $T < \theta$ ) температура соҳаларини ажратиб туради. Юқори температураларда мумкин



2.9-чизма. Дебай  $\theta$  температурасининг мутлақ  $T$  га боғланиши.

булган барча такрорийликдаги тебранишлар мавжуд бўлади, паст температураларда эса  $T$  га қараб муайян ораликдаги тебранишларгина уйғонган бўлади,  $T$  пасайиб борган сайин уйғонган тебранишлар оралиги торайиб (кичик такрорийликлар томон) боради. Бу қаттиқ jismlar хоссаларини аниқлашда муҳимдир.

### Масалалар ва саволлар

1. Кристалл панжараси доимийси  $a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $\lambda = 10a$  бўлган ҳол учун, чизигий содда панжара учун  $\omega$  такрорийликни ҳисобланг.

2.  $a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $\beta = 3 \text{ м}^2 \cdot \text{кг}/\text{с}^2$ ,  $m = 10^{-26} \text{ кг}$  ҳолда чизигий панжарада товуш тезлиги қандай бўлади?

3.  $q = \pi/2a$  бўлганда фазавий ва гуруҳий тезликлар нисбатини аниқланг?

4.  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ ,  $m' = m'' = m$  бўлганда икки хил атомли панжарада атомлар тебранишлари такрорийлиги қандай ифодаланади?

5. Атомлар тебранишлари тармоқлари номлари қандай асосда келиб чиққан?

6. Уч ўлчовли (фазовий) кристалл панжараси ҳолида тебранишларни гармоник тақрибда қараш учун потенциал энергия кўриниши қандай бўлади?

7. Биринчи Бриллюэн зонаси ҳажмини аниқланг. Кубик панжара учун  $a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$  деб ҳисобланг?

8. Атомистик ва континуал услублар тафовутини тушунтиринг.

9. Фононларнинг фотонлардан тафовутлари қандай?

10. Дебай температураси нимани ифодалайди? У  $T$  температурага боғлиқми?

### III БОБ

#### ФИЗИК СТАТИСТИКА ҚОНУНЛАРИ

Жуда кўп сонли зарралардан (молекулалар, атомлар, электронлар ва ҳоказолардан) таркибланган системалар бўлмиш макроскопик жисмларнинг хоссаларини таркибидаги зарралар хоссалари ва ўзаро таъсири асосида ўрганадиган физика бўлимини *статистик физика* дейилади.

Қаттиқ жисмлар жуда кўп микрозарралардан тузилганлиги маълум. Шунинг учун қаттиқ жисм физикасини ўрганиш давомида статистик қонуниятлар муҳим ўрин тутаети, бинобарин, улар ҳақида, ҳеч бўлмаганда, асосий маълумот билан танишиш албатта зарур.

Кўп зарралардан таркибланган система зарраларининг ҳар бир вақт моментидаети координата ва тезликларини билиш амалда бажариб бўлмайдиган масала бўлибгина қолмасдан, бундай маълумот макросистема хоссаларини аниқлаш имконини бермайди.

Бундай системаларни тадқиқлашда эҳтимоллик тушунчасига асосланган статистик қонуниятлар билан иш кўрилади. Эҳтимоллик тасодифий ҳодисаларга (воқеаларга) тегишли бўлади. Масалан, идеал газ молекулаларининг тўқнашишлари ва унинг айна пайтда қандай тезликка (импульсга, энергияга) эга бўлишлиги тасодифий воқеадир. Тасодифий воқеалар муайян эҳтимоллик билан юз беради. Бирор катталикнинг бирор сон қийматига эга бўлишлиги тасодифий воқеа бўлади. Бундай катталикларни тасодифий катталиклар дейилади. Молекуланинг тўқнашишини тасодифий воқеа дедик, бунда унинг тезлиги ҳам тасодифан ўзгаради, демек тезлик тасодифий катталикдир.

Баъзи бир физик катталиклар тасодифий бўлгани ҳолда узлуksиз ёки узилишли қийматлар спектрига эга бўлиши мумкин.

Статистик назариялар асосан тасодифий воқеаларнинг ўзини эмас, балки уларни тавсифлайдиган тасодифий катталарни тадқиқ қилади.

Бирор тасодифий воқеа  $N$  та синовда  $n_i$  марта юз берса, математик эҳтимоллик

$$W_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i}{N}, \quad (3.1)$$

кўринишда ифодаланади.

Физикада тасодифий катталар кўпинча вақт ўтиши билан ўзгариб боради. У ҳолда системанинг бирор ҳолатда бўлишлик эҳтимоллиги

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\Delta t}{T}, \quad (3.2)$$

бунда  $T$  — кузатиш тўла вақти,  $\Delta t$  — системани мазкур ҳолатда бўлиш вақти.

Эҳтимоллик назариясида, статистикада тақсимот функцияси тушунчаси марказий ўрин тутади.

Тасодифий катталар бир-бирига яқин жуда кўп қийматларга (узлуксиз спектрга) эга бўлиши мумкин. Бу ҳолда шу катталарнинг мумкин бўлган қийматларининг қандайдир оралиғидаги қийматларга эга бўлиш эҳтимоллиги ҳақида гапириб мумкин. Масалан,  $x$  катталарнинг (молекула координатасининг)  $x$ ,  $x+\Delta x$  оралиғида бўлиш эҳтимоллиги  $\Delta W(x)$  орқали белгиланади. Агар бу эҳтимоллик чексиз кичик  $dx$  оралиғида қаралса, уни  $dW(x)$  орқали белгиланади.  $dW(x)$  эҳтимоллик  $x$  нинг қиймати функцияси  $f(x)$  бўлади ва  $dx$  оралиғида пропорционал бўлади:

$$dW(x) = f(x)dx. \quad (3.3)$$

Демак, мазкур тасодифий катталарнинг эҳтимолликларининг барча қийматлари тақсимотини  $f(x)$  функция тавсифлайди, уни тақсимот функцияси ёки эҳтимоллик зичлиги дейилади:

$$f(x) = dW(x)/dx \quad (3.4)$$

Бу тақсимот функциясининг турли ҳоллардаги кўринишини аниқлаш статистик физиканинг асосий вазифасидир.

Тасодифий катталиқнинг барча имконий қийматлари эҳтимолликлари йиғиндиси (интеграл) ишончли воқеа эҳтимоллигига, яъни 1 га тенг бўлади:

$$\sum_i W_i(x) = 1 \quad \text{ёки} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (3.5)$$

Бу ифодани нормалаш (меъёрлаш) шарти дейилади.

Тасодифий катталиқнинг ўртача қийматларини аниқлаш жуда муҳим масала, чунки статистика ҳисоблаб чиқадиган ўртача катталиқлар термодинамик (макроскопик) системалар ҳолатини аниқлайдиган катталиқларга тенг бўлади. Шу тарзда статистик физика термодинамик катталиқларнинг физик маъносини тушунтиради.

### 3.1. Тасодифий катталиқларнинг ўртача қийматлари

Тасодифий  $x$  катталиқ  $N$  та синовда (кузатишда)  $w_1$  эҳтимоллик билан  $n_1$  марта  $x_1$  қийматни,  $w_2$  эҳтимоллик билан  $n_2$  марта  $x_2$  қийматни ва ҳоказо, ниҳоят,  $w_k$  эҳтимоллик билан  $n_k$  марта  $x_k$  қийматни оладиган бўлсин. У ҳолда  $N$  та синовда  $x$  тасодифий катталиқ оладиган қийматлар йиғиндиси

$$x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k,$$

бир синовга тўғри келадиган ўртача қиймат

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{N} \quad (3.6)$$

$N$  катта бўлса,  $\bar{x}$  бирор тайинли лимитга (чегаравий қийматга) интилади:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{x} = x_1 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} + x_2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_2}{N} + \dots + x_k \quad (3.7)$$

Одатда  $N$  жуда катта деб ҳисобланиб, ўртача қиймат

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k x_i w_i \quad (3.7^1)$$

кўринишда ифодаланади.



Агар тасодифий катталиқ (масалан, газ молекуласи тезлиги) узлуксиз узгаридиган бўлса (3.7<sup>1</sup>)даги йигинди интеграл билан алмаштирилади:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x dw(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx. \quad (3.8)$$

$x$  тасодифий катталиқнинг квадрати ўртачаси қуйидаги ифодалар бўйича топилади:

$$\overline{(x^2)} = \sum_{i=1}^k x_i^2 w_i \quad \text{ёки} \quad \overline{(x^2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx. \quad (3.9)$$

Шунингдек,  $x$  нинг  $F(x)$  функцияси ўртачаси ҳам ҳисобланиши мумкин:

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \sum_{i=1}^k F(x_i) w_i \quad \text{ёки} \\ \bar{F} &= \int_{-\infty}^{+\infty} F(x) f(x) dx \end{aligned} \quad (3.10)$$

Жуда кўп ҳолларда ўртача қийматдан четланишларни қараш керак бўлади. Аммо, ўртача четланиш ҳамма вақт нол қиймат беради:

$$\overline{(x - \bar{x})} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x}) f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx - \bar{x} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \bar{x} - \bar{x} = 0. \quad (3.11)$$

Ўртачадан четланиш квадратининг ўртачасини тасодифий катталиқнинг дисперсияси дейилади:

$$\overline{\Delta x^2} = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 w_i \quad \text{ва} \quad \overline{\Delta x^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx. \quad (3.12)$$

Бу ифоданинг иккаласи ҳам

$$\overline{\Delta x^2} = \overline{(x - \bar{x})^2} = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad (3.12')$$

қуринишга келади.

Дисперсиядан олинган квадрат илдизни, физик катталиқлар қаралганда, флукуация дейилади:

$$\sqrt{\Delta x^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 w_i} \quad \text{ва} \quad \sqrt{\Delta x^2} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx} \quad (3.13)$$

### 3.2. Тақсимот функциялари мисоллари

Статистиканинг асосий вазифаларидан бири тасодифий катталиклар тақсимот функцияларини аниқлашдир. Биз бир неча мисоллар билан чегараланимиз.

1. *Пуассон тақсимоти.* Бу тақсимот, масалан, мазкур ҳажмдаги молекулалар сони ёки муайян вақтда бугланиб кетган зарралар миқдорини тасвирлайди. Унинг кўриниши:

$$w(x) = (a^x / x!) e^{-a} \quad (3.14)$$

Бундаги  $a$  тасодифий  $x$  катталикнинг ўртача  $\bar{x}$  қийматларини ифодалайдиган ўзгармас сон:  $a = \bar{x}$ .

2. *Экспоненциал тақсимот.* Бундай тақсимот, масалан, радиоактив парчаланиш, релаксацион ҳодисалар, молекулалар сонининг баландлик бўйича ўзгаришини текширилганда ўринли бўлади. Унинг кўриниши:

$$f(x) = \text{const} e^{-\alpha x} \quad (0 \leq x < \infty) \quad (3.15)$$

Нормалаш шартидан  $\text{const} = \alpha$ , бинобарин,

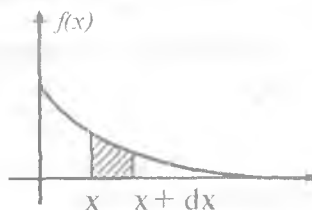
$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x}, & (0 \leq x < \infty \quad \text{да}); \\ 0 & (x, -\infty < x < 0 \quad \text{да}), \end{cases} \quad (3.15^1)$$

Бундай тақсимот учун  $\bar{x} = \frac{1}{\alpha}$ , шунинг учун

$$f(x) = \frac{1}{\bar{x}} e^{-\frac{x}{\bar{x}}} \quad (3.15^2)$$

3. *Гаусс тақсимоти.* Бу тақсимот хатоликлар назариясида, газда тезликлар проекциялари тақсимланишида, броун ҳаракатида учрайди. Унинг кўриниши:

$$f(x) = \text{const} e^{-\beta x^2} \quad (3.16)$$



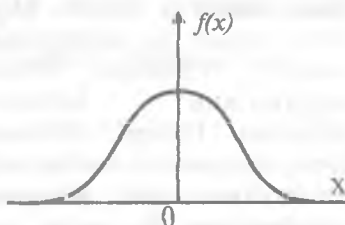
3.1-чизма. Экспоненциал тақсимот графиги.

Нормалаш шарти  $\text{const} = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}}$  ни, ўртачалаш  $\overline{x^2} = \frac{1}{2} \beta$  қийматларни беради ва узил-кесил Гаусс тақсимоти

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{2\pi x^2}} e^{-\frac{x^2}{x^2}} \quad (3.16^1)$$

қуринишни олади.

4. Делта - функция.  $\delta(x-x_0)$  қуринишда белгиланадиган бу функция  $x=x_0$  нуқтадан бошқа барча нуқталарда нолга тенг ва 1 га нормаланган.



$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) dx = 1, \quad (3.17) \quad \bullet \quad \text{3.2-чизма. Гаусс тақсимоти графиги.}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) \delta(x - x_0) dx = F(x_0). \quad (3.18)$$

Бунда

$$f(x) = \delta(x - x_0). \quad (3.19)$$

Бу қурилганлардан бошқа функциялар ва тақсимот қонунлари математика ва физикада кўп учрайди.

### 3.3. Бир неча тасодифий катталиклар учун тақсимот функцияси

Учта  $x, y, z$  мустақил тасодифий катталиклнинг бир вақтда  $dx, dy, dz$  оралиқларда бўлиш эҳтимоллиги

$$dW(x, y, z) = dW(x) dW(y) dW(z) = f(x) f(y) f(z) dx dy dz, \quad (3.20)$$

тақсимот функцияси

$$f(x, y, z) = f(x) f(y) f(z) = \frac{dW(x, y, z)}{dx dy dz} \quad (3.21)$$

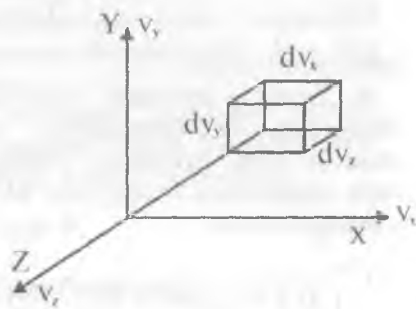
$n$  та мустақил тасодифий катталиклар учун тақсимот функцияси  $n$ -ўлчовли

$$f(x, y, \dots, t) = f(x) f(y) \dots f(t) \quad (3.22)$$

бўлади. Бу функциялар учун олдингидек нормалаш шarti ёзилади, ўртача катталикларни топиш қоидалари ўринли бўлади.

### 3.4. Максвелл тақсимоти

Статистик физика тарихида биринчи бўлиб Максвелл идеал газ молекулаларининг тезликлар бўйича тақсимотини келтириб чиқарган. Сўнгра, Болцман бирор потенциал майдондаги идеал газни қараб, Максвелл тақсимотини бу ҳолга тадбиқлаган. Бу тақсимотлардан айрим ҳолларда қаттиқ жисм физикасида ҳам самарали фойдаланилади. Шу сабабдан бу тақсимотлар билан танишиш керак бўлади.



3.3-чизма. Тезликлар бўйича тақсимотга доир.

Маълумки идеал газ молекулалари масофада ўзаро таъсирлашмайдиган, тартибсиз ҳаракатдаги эркин зарралар бўлиб, улар тўқнашганлардагина эластик ўзаро таъсир юз беради. Газ мувозанатда деб ҳисоблаймиз.

Тезликлар фазосида молекулани тезлиги  $Ox$  ўқ бўйича ташкил этувчисининг  $v_x, v_x+dv_x$  оралиқда бўлиш эҳтимоллиги

$$dW(v_x) = f(v_x^2) dv_x \quad (3.23)$$

бўлади, бунда  $f(v_x^2)$  тақсимот функцияси  $v_x$  нинг катталигига боғлиқ бўлади, холос, шунинг учун  $y$   $v_x^2$  га боғлиқ бўлиши керак. Худди шунингдек молекула тезлиги  $Oy$  ва  $Oz$  ўқ бўйича ташкил этувчиларининг  $v_y, v_y+dv_y, v_z, v_z+dv_z$  оралиқларда бўлишлиги эҳтимолликлари:

$$dW(v_y) = f(v_y^2) dv_y, \text{ ва } dW(v_z) = f(v_z^2) dv_z. \quad (3.24)$$

Барча йўналишлар тенг ҳуқуқли бўлганидан  $f(v_x^2), f(v_y^2), f(v_z^2)$  функциялар бир хил кўринишда бўлишлиги керак.

Молекуланинг тезлиги ташкил этувчилари бир вақтда  $v_x$ ,  $v_x+dv_x$ ,  $v_y$ ,  $v_y+dv_y$ ,  $v_z$ ,  $v_z+dv_z$  оралиқларда бўлиш эҳтимоллиги:

$$dW(v_x, v_y, v_z) = f(v_x^2) f(v_y^2) f(v_z^2) dv_x dv_y dv_z. \quad (3.25)$$

Иккинчи томондан, молекула  $\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  тезлигининг  $dv_x dv_y dv_z$  тезликлар фазоси ҳажмида бўлиши эҳтимоллиги:

$$dW(v_x, v_y, v_z) = f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dv_x dv_y dv_z. \quad (3.26)$$

(3.25) ва (3.26) ифодани соддалаштирсак,

$$f(v_x^2) f(v_y^2) f(v_z^2) = f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = f(v^2) \quad (3.27)$$

Бу тенгламани

$$f(v_x^2) = A^{\frac{1}{3}} e^{-\alpha v_x^2}, f(v_y^2) = A^{\frac{1}{3}} e^{-\alpha v_y^2}, f(v_z^2) = A^{\frac{1}{3}} e^{-\alpha v_z^2}$$

ва

$$f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = A e^{-\alpha(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} = f(v^2)$$

$$dW(v^2) = A e^{-\alpha v^2} dv_x dv_y dv_z$$

функциялар қаноатлантиради. Нормалаш интегрални яқинлашувчи бўлишлиги  $\alpha = -\beta < 0$  талабни қўяди.

Нормалаш шартидан:  $A = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}}$

Молекуланинг ихтиёрий I йўналишдаги тезлиги ташкилловчиси учун

$$f(v^2) = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\beta v^2} \quad (3.28)$$

Тезликнинг мутлоқ қиймати бўйича тақсимотни топиш учун сферик координаталарга ўтамиз, бунда

$$dv_x dv_y dv_z = v^2 dv \sin\theta d\theta d\varphi$$

ва

$$dW(v, \varphi, \theta) A e^{-\beta v^2} v^2 dv \sin\theta d\theta d\varphi.$$

Молекулалар ҳаракати изотроп бўлганлиги учун бурчаклар бўйича интеграллаш бажарсак,

$$dW(v) = 4\pi A e^{-\beta v^2} v^2 dv \quad (3.29)$$

Демак, бу ҳол учун тақсимот функцияси

$$f(v) = 4\pi A v^2 e^{-\beta v^2} \quad (3.30)$$

ёки  $A = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}}$  эканлиги эътиборга олинса,

$$f(v) = 4 \left(\frac{\beta^3}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} v^2 e^{-\beta v^2}. \quad (3.30')$$

Шу тақсимотни Максвелл тақсимоти дейилади. Бундаги  $\beta$  параметр мутлоқ  $T$  температура билан боғланган. Буни кўрсатиш учун молекулаларнинг идиш деворининг  $1 \text{ см}^2$  га  $1 \text{ с}$  да урилишида берадиган импульси — босими ҳисобланади:

$$p = \frac{m n_0}{2\beta}, \quad (3.31)$$

бунда,  $m$  — молекула массаси,  $p n_0$  —  $1 \text{ см}^3$  даги молекулалар сони,  $p$  — босим. (3.31) ифодани идеал газ ҳолат тенгламаси  $PV = RT$  билан таққосласак, оқибатда  $\bar{V}$

$$\beta = \frac{m}{2kT} \quad (3.32)$$

муносабат келиб чиқади.

Энди

$$f(v_i^2) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left( \frac{-m v_i^2}{2kT} \right), \quad (3.28')$$

$\vec{P} = m\vec{v}$  ( $m v_x, m v_y, m v_z$ ) импульс орқали,  $E = mv^2/2$  кинетик энергия орқали Максвелл тақсимоти қуйидагича ёзиб олинади:

$$f(p) = 4\pi (2\pi mkT)^{-\frac{3}{2}} p^2 \exp \left( \frac{-p^2}{2mkT} \right), \quad (3.33)$$

$$f(E) = \sqrt{\frac{4}{\pi (kT)^3}} \sqrt{E} \exp \left( \frac{-E}{kT} \right). \quad (3.34)$$

Максвелл тақсимоти асосида характеристик тезликларни топиб олинади.

1. Энг эҳтимолли тезлик  $\frac{df(v)}{dv} = 0$  шартидан топилади, у Максвелл тақсимоти максимумига тўғри келади. (3.30") дан:

$$v_{33} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (3.35)$$

2. Ўртача тезлик қуйидаги ифодани аниқлайди:

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (3.36)$$

3. Ўртача квадратик тезлик:

$$\overline{v^2} = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv = \frac{3kT}{m}. \quad (3.37)$$

4. Молекуланинг илгариланма ҳаракати ўртача кинетик энергиясини ҳам аниқлаш мумкин. У ўртача квадратик тезлик орқали ифодаланиши маълум:

$$\bar{E}_k = \frac{m \overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (3.38)$$

Демак,  $\overline{E_k}$  молекула табиатига боғлиқ эмас, фақат газнинг мутлоқ  $T$  температурасига пропорционал.

5. Максвелл тақсимооти асосида ўртача нисбий тезликларни ҳам аниқлаш мумкин:

$$\bar{v}_{\text{нис}} = \sqrt{2}\bar{v} \quad (3.39)$$

### 3.5. Классик статистик физиканинг асосий тасаввурлари

Олдин айтиб утилганидек, кўп сонли зарралар ҳаракатлари ҳақидаги масалани механика еча олмайди, уни статистик усуллар билан ечилади. Статистик физикада бир неча муҳим тушунчалар киритилган.

Физик системанинг мувозанатий ҳолатларида турли макроскопик параметрлар ўзгармайди. Масалан, термодинамик, кинематик ёки механик мувозанатлар мавжуд. Мисол учун, мазкур ҳажмдаги газнинг термодинамик мувозанатида системанинг температура ва босими ўзгармайди. Газнинг ҳар қандай мувозанатий макроскопик ҳолатига молекулаларнинг жуда кўп турли вазиятлари ва ҳаракатлари тўғри келади, чунки молекулалар узлуксиз ҳаракат қилиб туради, тўқнашишади, бинобарин, улар ўз жойларини ва тезликларини ўзгартириб туради, аммо системанинг макроҳолати ўзгармайди. Демак, битта макроскопик ҳолатга жуда кўп микроҳолатлар мос келади, ҳар қандай макроскопик катталиклар микроскопик катталикларнинг функциялари бўлади.

Системанинг бир макроҳолатига тўғри келган микроҳолатлар тўплами статистик ансамбл деб аталган.

Мазкур система макроҳолатига мос келган микроҳолатлар сонини термодинамик эҳтимоллик дейилади.

Статистик физикада фазалар фазоси деган тушунча бор.

Мисол учун, молекулани нуқтавий зарра деб қарасак, унинг 3 та координатаси ва 3 та импульс ташкил этувчилари бор. Агар координаталар ва импульслар фазоси фаразий тушунчасини киритилса, бир молекуланинг ҳолати 6 та улчов (6 та фазалар фазоси координаталари) орқали аниқланади. Агар система  $N$  та молекуладан (атомдан) иборат бўлса, уларнинг ҳолатларини  $6N$ та катталик аниқлайди, бунда фаразий  $6N$ -



ўлчовли  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  координатали) фазалар фазоси тушунчаси кiritилади ва бу фазода системанинг бир микроҳолати нуқта билан тасвирланади, уни фаза ҳам дейилади. Фазалар фазосида кичик  $dx_1, dx_2, \dots, dx_n$  ҳажмга ажратамиз. Бу ҳолда системанинг шу қисмчада бўлишлиги эҳтимоллиги

$$W(x_1, x_2, \dots, x_{6N}) = w(x_1, x_2, \dots, x_{6N}) \underbrace{dx_1, dx_2, \dots, dx_{6N}}_{6N \text{ мм}} \quad (3.40)$$

бўлади. Уни қисқароқ қилиб

$$dW(x) = w(x)(dx)^{6N} \quad (3.40')$$

кўринишда ифодаланади,  $w(x)$ -эҳтимоллик зичлиги ёки тақсимот функциясиدير.

Системанинг фазалар фазосининг чекли  $\Gamma$  ҳажмда бўлиш эҳтимоллиги

$$dW(\Gamma) = \int_{\Gamma} dW(x) = \int_{\Gamma} w(x)(dx)^{6N} \quad (3.41)$$

Бу ҳолда нормалаш шarti:

$$\int_{\Gamma \rightarrow \infty} w(x)(dx)^{6N} = 1 \quad (3.42)$$

Фазалар фазосининг бирлик ҳажмидаги нуқталар (микроҳолатлар) сони  $\rho$  бўлсин. Статистиканинг муҳим теоремаларидан бири Лиувил теоремаси тасдиқлайди:

Фазалар траекторияси бўйлаб ҳаракатланганда  $\frac{d\rho}{dt} = 0$

бўлади, яъни фазалар фазосидаги кичик ҳажмча вақт ўтиши билан кўча бориб ўз катталигини сақлайди:

$$(dx)_0^{6N} = (dx)_t^{6N} \quad (3.43)$$

Лиувил теоремасидан қуйидаги натижа бевосита келиб чиқади: тақсимот функцияси умумлашган  $q_i$  координаталар ва  $p_i$  импульсларнинг вақт ўтиши билан ўзгармайдиган бирлашмалари орқали ифодаланиши керак. Фақат ҳаракатнинг механик интеграллари шундай хоссага эгадир. Тақсимот функцияси шу

интегралга боғлиқ бўлиши ва бинобарин, ўзи ҳам ҳаракат интегралли бўлиши керак. Демак, мувозанат шароитида тақсимот функциясини ва система ҳолатини энергия аниқлаши керак.

Макроскопик катталиклар фазалар фазоси бўйича ўртачалаштирилган микроскопик катталиққа тенг бўлади. Масалан, ҳар қандай микроскопик физик  $F$  катталиқ  $F(x)$  функциянинг ўртачаси сифатида аниқланади:

$$F = \overline{F^x} = \int_{\Gamma} F(x) w(x) dx = \overline{F^t} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} F(x, t) dt. \quad (3.44)$$

Вақт бўйича ва ансамбл бўйича ўртача қийматларнинг айнанлиги эргодик фараз дейилади.

### 3.6. Гиббснинг каноник тақсимоли

Термостатда жойланган изотермик система учун  $w(x)$  тақсимот функциясини топайлик. Қараладиган системани янада катта системанинг қандайдир қисми деб ҳисобланади. Бу қисмни иккита  $x'$  ва  $x''$  системачаларга ажратамиз. Бу системачаларда тақсимот функциялари уларнинг тўла  $H(x, a)$  энергияларига боғлиқ деб ҳисоблаймиз, яъни

$$w(x') = w(H'(x', a')), \quad (3.45)$$

$$w(x'') = w(H''(x'', a'')). \quad (3.46)$$

Бунда  $x$  — системанинг  $6N$  та (ички) параметри,  $a$  — ташқи параметрлари.

Изотермик системанинг тўла энергияси

$$H(x, a) = H'(x', a') + H''(x'', a'') + V_{12} \quad (3.47)$$

Бундаги  $V_{12}$  — системачалар орасидаги ўзаро таъсир энергияси. Уни  $H'$  ва  $H''$  га нисбатан кичик қилиш учун тизимчалар етарлича катта қилиб олинади. Шундай қилиб,

$$H = H' + H''. \quad (3.48)$$

Мустақил ички тизимчадан иборат тизим учун тақсимот функцияси

$$w(H'+H'')=w(H')w(H''). \quad (3.49)$$

(3.49) ни логарифмлаб, сўнг дифференциаллаймиз:

$$\ln w(H'+H'')=\ln w(H')+\ln w(H''),$$

$$d \ln w(H'+H'')=d \ln w(H')+d \ln w(H'')$$

$$\text{ёки } [\ln w(H'+H'')]'(dH'+dH'')=[\ln w(H')]dH'+[\ln w(H'')]dH''.$$

$dH'$  ва  $dH''$  дифференциаллар мустақил нолга айланиши мумкин деб ҳисоблаб,

$$[\ln w(H'+H'')]'=[\ln w(H')]'=[\ln w(H'')] '=\alpha$$

муносабатни оламиз, бунда  $\alpha$  — қандайдир ўзгармас катталиқ, чунки турли аргументли функциялар ҳосиласи фақат улар ўзгармас бўлгандагина бир-бирига тенг бўла олади.

Охириги тенгликни интегралласак,

$$\ln w(H)=\alpha H+\beta \quad (3.50)$$

ифода ҳосил бўлади, бундан:

$$w(x)=e^{\alpha H+\beta}. \quad (3.51)$$

Бу ифодада  $\alpha < 0$  бўлиши нормалаш шартидан келиб чиқиши равшан, шунинг учун қуйидагича белгилаш қиламиз:

$$\alpha = -\frac{1}{\theta}, \quad \beta = \frac{\psi}{\theta} \quad (3.52)$$

Энди (3.51) ифода

$$w(x)=e^{\frac{\psi-H}{\theta}} \quad (3.53)$$

қуринишга келади. Бу ифодани Гиббснинг каноник тақсимоти дейилади.  $\theta$  ни каноник тақсимот модули дейилади.  $\psi$  доимийни нормалаш шартидан аниқланади:

$$\int_{\Gamma} w(x) (dx)^{6N} = 1 \quad (3.54)$$

Гиббс каноник тақсимотини келтириб чиқаришда қаралаётган системада ўзаро таъсир кичик ва температура доимий деб ҳисобланади.

Зарралар бир-бирдан фарқланмайдиган ҳолда (масалан, электронлар гази қаралганда) фарқланадиган ҳолдагига нисбатан ўрин алмаштиришлар сони  $N!$  марта кам, шунинг учун бу ҳолда

$$w(x) = \frac{1}{N!} e^{\frac{\psi - H}{\theta}}, \quad (3.55)$$

аммо  $1/N!$  кўп ҳолда нормаланадиган доимийга таъсир қилмайди ва уни тушириб қолдириш мумкин.

Энди Гиббс каноник тақсимотининг асосий хоссалари ва натижалари устида тўхталамиз.

1. (3.54) нормалаш шартидан ташқи  $a$  параметр бўйича дифференциал олсак, сўнг уни 0 га тенгласак,

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial a_k} \right)_{\theta} = \left( \frac{\partial H}{\partial a_k} \right)_{\theta} \quad (3.56)$$

муносабат келиб чиқади.  $\left( \frac{\partial H}{\partial a_k} \right)_{\theta}$  ҳосила ўртача (термодинамик)

умумлашган  $A$  қуч ифодасини беради, яъни

$$\left( \frac{\partial H}{\partial a_k} \right)_{\theta} = -\overline{A_k} = \left( \frac{\partial \psi}{\partial a_k} \right)_{\theta} \quad (3.57)$$

2. Яна нормалаш шартини  $\theta$  бўйича дифференциаллаб, сўнг нолга тенгласак,

$$\theta \left( \frac{\partial \psi}{\partial a_k} \right)_a = \psi - \bar{H} \quad (3.58)$$

муносабат келиб чиқади. Аммо, системанинг уртача энергияси  $\bar{H}$  ички термодинамик  $U$  энергияга тенг булганлиги учун

$$U = \psi - \theta \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)_a \quad (3.59)$$

3. Олдин курганимиздек, қандайдир  $F(x, a)$  функциянинг уртача қиймати

$$\bar{F} = \int_{\Gamma} F(x, a) e^{\frac{\psi - H}{\theta}} (dx)^{6N}. \quad (3.60)$$

ифодадан аниқланади.

4. (3.60) ифола буйича:

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \theta} = \frac{1}{\theta^2} (\bar{F} - F)(\bar{H} - H). \quad (3.61)$$

5. Шунингдек,

$$\left( \frac{\partial \bar{F}}{\partial a} \right)_\theta = \left( \frac{\partial F}{\partial a} \right)_\theta - \frac{1}{\theta} (F - \bar{F}) \left( \frac{\partial H}{\partial a} - \frac{\partial \bar{H}}{\partial a} \right). \quad (3.62)$$

Каноник тақсимотнинг параметрлари  $\theta$  ва  $\psi$  нинг физик маъносини аниқлайлик.

1. Гиббс тақсимоғ қонуни, термодинамиканинг биринчи қонуни ва (3.59) ифодаланиб,

$\frac{\delta Q}{\theta} = d \left( - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)_a$  булишлигини аниқланади,  $\theta$  интегралловчи

кўпайтувчи эканлиги маълум бўлади. Демак, мулоқ температура  $T$  температуранинг ўхшаши (статистик температура) бўлади. Ҳисобнинг натижасига кўра,

$$\theta = kT \quad (3.63)$$

булишлиги топилди.

2.  $\theta = kT$  ва  $a = V$  деб олинса, (3.59) дан

$$U = \psi - T \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_V \quad (3.64)$$

ифода келиб чиқади. Буни биринчи қонунга қўйилса,

$$- \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_V = S, \quad -T \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_V = ST$$

эркин энергиянинг

$$\psi = F = U - TS \quad \text{ёки} \quad F = \bar{H} - TS \quad (3.65)$$

ифодаси келиб чиқади. Демак,  $\psi = F$  термодинамик эркин энергиянинг ўзи экан.

3. Энди (3.53) ни (3.54) нормалаш шартига қўйиб,  $\psi$  ни яқкаласак,

$$\psi = -\theta \ln \int_{\Gamma} e^{-\frac{H}{\theta}} (dx)^{6N} = -\theta \ln Z \quad (3.66)$$

ифодани оламиз. Бундаги

$$Z = \int_{\Gamma} e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (3.67)$$

интегрални ҳолатлар интегралли дейилади. Агар энергия қийматлари дискрет бўлса, у ҳолда (3.67) ўрнига

$$Z = \sum_{i=1}^n e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (3.67')$$

статистик йиғиндидан фойдаланилади, бунда  $E_i$  дискрет энергия спектрида  $i$  — ҳолат энергияси. Бу ҳолда ҳам (3.66) муносабат ўз кучини сақлайди.

### Максвелл-Болцман тақсимоти

Гиббс каноник тақсимотидан кинетик энергиядан бошқа потенциал энергияга эга бўлган газ зарралари учун Максвелл-Болцман тақсимотини келтириб чиқариш мумкин. Бир зарранинг энергияси бу ҳолда

$$E = E_{кин} + E_{ном} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} + V(x, y, z) \quad (3.68)$$

Зарранинг (молекуланинг) импульси  $p_x, p_x \leftrightarrow +dp_x;$   
 $p_y, p_y + dp_y; p_z, p_z = dp_z$  ораликда, координаталари  $x, x+dx; y, y+dy; z,$   
 $z+dz$  ораликда бўлган ҳолати эҳтимоллиги

$$d\psi(p_x, p_y, p_z, x, y, z) = \text{const} \cdot \exp\left(\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} + V(x, y, z)\right) dp_x dp_y dp_z dx dy dz \quad (3.69)$$

бўлади. Бу Максвелл-Болцман тақсимотидир.

### 3.7. Гиббснинг катта каноник тақсимоти

Термодинамикада зарралар сони ўзгарувчан бўлган системалар учун  $\mu$  кимёвий потенциал киритилади, у эркин энергиядан зарралар сони бўйича олинган ҳосила сифатида ифодаланади:

$$\mu = \left(\frac{\partial \psi}{\partial N}\right)_{V, T} \quad (3.70)$$

Бундан:

$$\psi = \mu N + \Omega(\mu, V, T) \quad (3.71)$$

ифода олинади ( $\Omega$  - термодинамик потенциал).

Бу ҳолда тақсимот қонуни

$$w(N) = \frac{1}{N!} \exp\left(\frac{\Omega + \mu N - H}{\theta}\right) \quad (3.72)$$

кўринишда бўлади, уни Гиббснинг катта каноник тақсимоти дейилади.  $\Omega$  термодинамик потенциал нормалаш шартидан аниқланади.

Ўртача қийматлар олдин кўрилган қоида асосида ифодаланади:

$$\bar{N} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} \int_{\Gamma} N \exp \frac{\Omega + \mu N - H}{kT} (dx)^{6N}$$

$$\bar{H} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} \int_{\Gamma} H \exp \frac{\Omega + \mu N - H}{kT} (dx)^{6N}$$

Бу тақсимот учун ҳолатлар интегралли вазифасини

$$Z = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\exp \left( \frac{\mu N}{kT} \right)}{N!} \int_{\Gamma} e^{-\frac{H}{kT}} (dx)^{6N}$$

ифода бажаради,  $\Omega$  эса

$$\Omega = -kT \ln Z \quad (3.73)$$

муносабат орқали аниқланади. Яна олинган

$$\left( \frac{\partial \Omega}{\partial V} \right)_{T, \mu} = -p, \quad \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{V, T} = -\bar{N} \quad (3.74)$$

ифодалар  $\Omega$  нинг маъносини ошкор қилади.

### 3.8. Квант статистика асослари

Микрозарралар дунёсида классик физика қонунлари ишламай қолади. Улар макрожисмлардан фарқли хоссаларга эга: элементар зарралар (электронлар, протонлар, нейтронлар ва ҳоказо) ҳам зарра, ҳам тўлқин табиатга эга бўлади, бир вақтда уларнинг жойи ва импульсини аниқ ўлчаб бўлмайди, бинобарин, микрозарралар ҳолатини бир вақтда координаталар ва импульслар ёрдамида тасвирлаб бўлмайди. Микрозарралар спин моментлари, магнитик моментларга эга, уларнинг энергияси қийматлари узук-узук спектр ташкил қилади, физик системалар ҳолатини квант механикада Шредингер тенгламаси тасвирлайди. Микрозарраларнинг барчаси бир биридан фарқланмайди. Хуллас, квант системаларда ўзига хос қонуниятлар асосида махсус хоссалар мавжуд.



Квант системаларининг статистик қонуниятларини квант статистикаси ўрғанади.

Бу ҳолда фазалар фазоси бўйича барча интеграллар ўрнини квант системасининг барча хусусий ҳолатлари бўйича йиғиндилар олади:

Статистик йиғинди

$$Z = \sum_{i=1}^n \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right) \quad (3.75)$$

бўлади, аммо  $\Omega = -kT \ln Z$  ифода сақланади.

Энергиялар бўйича тақсимот функцияси

$$W_i(E_i) = \text{const} \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right) \quad (3.76)$$

нормалаш шарти

$$\sum_{i=1}^{\infty} W_i(E_i) = \text{const} \sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right) = 1, \quad (3.77)$$

энергиянинг ўртача қиймати

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} E_i \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right)}{\sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-E_i}{kT}\right)} \quad (3.78)$$

кўринишда бўлади.

(3.73) ифодани бошқачароқ қилиб ёзиб олайлик.  $i$ -ҳолат энергиясини  $\varepsilon_i$ , ундаги зарралар сонини  $n_i$  деб олсак, бу ҳолатдаги зарралар умумий энергияси  $n_i \varepsilon_i$ , энди  $N = \sum n_i$  бўлади.

Демак, бу ҳолатга мос термодинамик потенциал

$$\Omega = -kT \ln \sum_{n_i} \left( e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{kT}} \right)^{n_i} \quad (3.79)$$

кўринишда бўлади.

$i$  — ҳолатдаги зарралар ўртача сони

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} = \frac{\sum_i n_i \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i}}{\sum_i \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i}} = \bar{n}_i. \quad (3.80)$$

Паули принципига бўйсунадиган (яримбутун спинли) зарралардан (электронлар учун  $S=1/2$ ) ташкилланган системада бир ҳолатда фақат битта зарра бўлиши ё бўлмаслиги мумкин, яъни  $n_i = 0, 1$  қийматлар олади, холос. Бу ҳолда:

$$\sum_{n_i} \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i} = 1 + e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}}, \quad \sum_{n_i} \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i} n_i = e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}}$$

Демак,  $i$  — ҳолатдаги ўртача зарралар сони (тўғрироғи шу ҳолатда зарранинг бўлиш эҳтимоллиги)

$$\bar{n}_i = f(\epsilon_i, T) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_i - \mu}{kT}} + 1}. \quad (3.81)$$

Бу ифода Ферми-Дирак статистикасига бўйсунадиган (Паули принципига бўйсунадиган) идеал газ учун Ферми тақсимот функциясидир.  $\exp(\epsilon - \mu)/kT \gg 1$  бўлганда у Болцман тақсимотига ўтади, яъни

$$f(\epsilon_i, T) = \exp\left(\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}\right) \quad (3.82)$$

бўлиб олади.

Спини бўлмаган ёки спини бутун сон билан белгиланадиган зарралар ҳар қандай ҳолатда ихтиёрий сонда бўлиши мумкин (улар Паули тақиқ принципига бўйсунмайди).

Бу ҳолда

$$\Omega_i = -kT \sum_{n_i=0}^{\infty} \left( e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right)^{n_i} = -kT \left( 1 + e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} + e^{2 \frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} + \dots \right)$$

ифодадаги йиғинди  $\exp \frac{\mu - \epsilon_i}{kT}$  махражли ва у 1 дан кичик бўлган чексиз геометрик прогрессия бўлади, шунинг учун

$$\Omega_i = kT \ln \left( 1 - e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} \right). \quad (3.83)$$

Демак, бу ҳолда

$$\bar{n}_i = f(\epsilon_i, T) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_i - \mu}{kT}} - 1}. \quad (3.84)$$

Бу ифода Бозе-Эйнштейн статистикасига бўйсунадиган зарралар идеал гази учун тақсимот функциясидир.

Ферми-Дирак квант статистикасининг электронлар айниган газига тадқиқ қилайлик.

Электронлар гази умуман айтганда Ферми-Дирак статистикасига бўйсунди. Хусусий ҳолда электронлар зичлиги кам бўлган, яъни  $\exp(\epsilon - \mu)/kT \gg 1$  ҳолда, бошқача айтганда, электронлар гази айнинамаган ҳолда Максвелл тақсимотидан фойдаланиш мумкин. Агар мазкур тенгсизлик бажарилмаса, у ҳолда электрон газини айниган газ дейилади. Металларда эркин электронлар зичлиги катта, бинобарин, у газ айниган бўлади.

Мутлоқ ҳолда электрон газ тўла айниган бўлади, Электронлар энг паст энергияли ҳолатдан то қандайдир катта қийматли энергия ҳолатигача барча ҳолатларни тўла банд қилади. Шу энг юқориги ҳолат мутлоқ нолдаги Ферми энергияси (Ферми сатҳи) дейилади.

$p$  ва  $p+dp$  мутлоқ қийматли импульслар оралиғида зарранинг илгариланма ҳаракат квант ҳолатлари сони

$$\frac{4 \pi p^2 dp dV}{(2 \pi \hbar)^3}$$

электронлар ҳолатлари статистик вазни 2. Унга ушбу ифодани қўпайтирсак, квант ҳолатлар сони ( $V$  ҳажмда)

$$\frac{V p^2 dp}{2\pi^2 \hbar^3} \quad \text{булади.}$$

Электронлар  $p=0$  дан  $p=p_0$  гача ҳолатларни эгаллаган, уларнинг сони:

$$N = \frac{V p_0^3}{6\pi^2 \hbar^3}.$$

бундан юқориги импулс

$$p_0 = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{1}{3}} \hbar \quad (3.85)$$

ва юқориги энергия (Ферми сатҳи)  $E_F = \frac{p^2}{2m} = E_F(T=0)$ :

$$E_F(T=0) = (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (3.86)$$

Электронлар газининг тўла энергияси:

$$E = \frac{3}{10} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}} N. \quad (3.87)$$

Бу келтирилган ифодаларнинг қўлланиш шarti

$$T \ll \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (3.88)$$

$kT_F = E_F$  шartидан аниқланадиган  $T_F$  температурани айниш температураси дейилади.

Ферми-Дирак статистикаси ёрдамида айниган электронлар газининг иссиқлик сифими ( $C_V = \beta NT \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}$ ) аниқланиши мумкин.

Айниган Бозе-газининг хоссалари ҳам урганган. Қандайдир чегаравий  $T_0$  температурадан пастда газнинг энергияси

$$E = 0,770 NT^{5/2} / T_0^{3/2} \sim T^{5/2}. \quad (3.89)$$

Демак, унинг иссиқлик сифими

$$C_V = \frac{5E}{2T} \sim T^{3/2}. \quad (3.90)$$

Бозе-газ босими:

$$p = 0,851 g \frac{m^{3/2} T^{5/2}}{h^3} \quad (3.91)$$

### 3.9. Қора нурланиш

Қора нурланишни фотонлар гази деб қараш мумкин. Фотонлар бир-бири билан ўзаро таъсирлашмайди, бинобарин, бу газни идеал газ деб ҳисобласа бўлади. Фотонлар спинга эга эмас ва Бозе-Эйнштейн статистикасига бўйсунди. Фотонлар гази учун кимёвий потенциал  $\mu=0$  бўлади.

$\epsilon_k = \hbar\omega_k$  энергияли ҳолатда бўлган фотонлар сони Планк ифодаси

$$f(\omega_k) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_k}{kT}} - 1} \quad (3.92)$$

орқали тасвирланади. Ҳисобнинг натижасида спектрнинг такрорийликлар  $d\omega$  оралиғига тўғри келган қора нурланиш энергияси:

$$dE_\omega = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (3.93)$$

Агар такрорийликлар кичик ( $\hbar\omega < kT$ ) бўлса, Релей-Жинс ифодаси келиб чиқади:

$$dE_{\omega} = V \frac{T}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega. \quad (3.94)$$

Бу ифода тебранма ҳаракат эркинлик даражалари сонини  $kT$  га купайтиришдан келиб чиққан. Бу ифодани катта такрорийликлар соҳасига асоссиз тадбиқ этилса, у ҳолда нурланиш тўла энергияси

$E = \int_0^{\infty} dE_{\omega} = \infty$  бўлиб чиқади. Бу бемаъниликни "ултра бинафша ҳалоқат" деб номланган.

Аслида  $\hbar\omega \gg kT$  ҳолда

$$dE_{\omega} = V \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \omega^3 e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} d\omega \quad (3.95)$$

бўлади (Вин ифодаси) ва тўла энергия  $\infty$  га айланмайди, аксинча чекли қийматга эга бўлади.

### Спектрал энергия зичлиги

$\frac{dE_{\omega}}{d\omega}$  қандайдир  $\omega = \omega_m$  қийматда максимумга эришади:

$$\omega_m = 2.822 T_m / \hbar. \text{ Агар бунда } \omega_m = \frac{2\pi c}{\lambda_{\min}}$$

сак,  $\lambda_{\min} T_m = \text{const}$  ифода ҳосил бўлади. Бу Виннинг силжиш қонуни бўлиб, у нурланувчи жисм температураси ошганда спектрал зичлик максимуми қисқа тўлқинлар (кичик  $\lambda$  лар) томонга силжийди деб тасдиқлайди. Бозе-Эйнштейн статистикаси Стефан-Болцманнинг ушбу – нурланишнинг тўла энергияси

$$E = AT^4 \quad (3.96)$$

нурланувчи жисм температурасининг тўртинчи даражасига пропорционал бўлади деган қонунини ҳам келтириб чиқаради.

Статистик физиканинг тадқиқот соҳалари жуда кенг. Биз бу бобда унинг асосий тасаввурлари, тушунчалари ва қонунлари билан қисқа танишиб чиқдик, кейинги бобларда бу маълумот бироз тўлдирилиб қўлланишини ҳам назарда тутдик.

### Саволлар ва масалалар

1. Тақсимот функциясини таърифланг.
2. Нормалаш шартининг маъносини тушунтиринг.
3. Тасодифий катталиқнинг ўртача қиймати нимани билдиради?
4. Қандай тақсимотларни биласиз?
5. Максвелл тақсимоти қандай ҳолда адолатли?
6. Молекуланинг массаси  $10^{-22}$  г ва температура 300 К бўлганда энг эҳтимолли тезлик, ўртача тезлик ва ўртача квадратик тезликларни аниқланг.
7. Гиббснинг каноник тақсимотида қандай параметрлар иштирок этади?
8. Гиббс каноник тақсимотидан Бозе-Эйнштейн тақсимотини келтириб чиқаринг.
9. Гиббс каноник тақсимотидан Ферми-Дирак тақсимотини келтириб чиқаринг.
10. Мутлоқ қора жисм нурланиши қонунларини қайси статистика тушунтириб бера олади. Шу асосда Стефан-Болцман ва Вин силжиш қонунлари қандай кўринишда бўлади?
11. Ферми-Дирак тақсимотини электронларнинг айниган газига тадбиқлаб Ферми сатҳи энергиясини топишга ҳаракат қилинг.

## IV БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДА ИССИҚЛИК ҲОДИСАЛАРИ

Олдинги II бобда анча батафсил қараб чиқилган кристалл панжараси атомлари (ионлари) тебранишлари назариясининг энг муҳим тадбиқларидан бири кристалл панжараси иссиқлик сифими назариясидир.

#### 4.1. Иссиқлик сифимининг классик назарияси

Классик физикада панжара атомлари ҳаракати мумтоз механика қонунларига бўйсунди деб ҳисобланади. Бу қонунлардан бири ўртача энергиянинг барча эркинлик даражалари бўйича тенг тақсимот қонуни бўлиб, унга кўра бир эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача кинетик энергия  $(1/2)kT$  га тенгдир (бундаги  $k$ -Больцман доимийси). Шу асосда қаттиқ жисмнинг иссиқлик сифими мумтоз қонуни келиб чиқади. Маълумки, ҳар қандай тебранишни уч ташкил этувчига ажратиш мумкин, ҳар ташкил этувчига (тебранма ҳаракат эркинлик даражасига) тебранувчи атомнинг  $(1/2) kT$  ўртача кинетик энергияси ва  $(1/2) kT$  ўртача потенциал энергияси тўғри келади, демак, ҳар бир тебранма эркинлик даражасига

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_{kin} + \bar{\epsilon}_{pot} = (1/2)kT + (1/2)kT = kT \quad (4.1)$$

энергия тўғри келади, тебранаётган атомнинг ўртача тула энергияси

$$\bar{\epsilon}_a = 3kT \quad (4.2)$$

бўлади. Агар грамм-атом миқдордаги кристалл олинса унинг атомлари тебранишлари тула энергияси

$$E_{NA} = N_A \bar{\epsilon}_a = 3N_A kT = 3RT, \quad (4.3)$$



бу ерда  $N$ -Авогадро сони,  $R$ -газ универсал доимийси.

Таърифга кўра, қаттиқ жисмнинг иссиқлик сизими деб температура бир градус қадар ўзгарганда унинг ички энергиясининг ўзгариши миқдорига айтилади. Бу сизимни  $C = dE/dT$  тарзда аниқланади.  $C$  - сизим айрим термодинамик катталиклар функцияси бўлиб, унинг кўриниши ва қиймати қандай шароитда аниқланишига боғлиқдир.

Агар иссиқликнинг сизими жисм ҳажми ўзгармас сақлангани ҳолда аниқланса,  $C_V = \left( \frac{dE}{dT} \right)_{V=const}$ , босим

ўзгармас сақланса,  $C_p = (dE/dT)_{p=const}$  кўринишида белгиланади. Одатда температура ўзгарганида кристалл қаттиқ жисмларнинг ҳажми кам ўзгарганлиги туфайли уларнинг иссиқлик сизимини  $C_V$  деса бўлади, (хона температурасида  $C_p$ -сизим  $C_V$  - сизим дан 3-5% чамасида ортиқ холос).

Демак, граммолекуляр (моляр) иссиқлик сизим

$$C_\mu = C_V = \frac{dE_{NA}}{dT} = 3R \approx 6 \text{ кал / мол.град} \quad (4.4)$$

бўлади: бир атомли кристалл қаттиқ жисмнинг моляр иссиқлик сизими 6 кал/мол.град бўлиши керак. Бу қонунни Дьюлонг-Пти қонуни дейилади. Хона температурасида бир қатор моддалар иссиқлик сизимини ўлчашлар Дьюлонг-Пти қонуни яхши бажарилишини кўрсатади, айрим моддалар учун  $C$  нинг қиймати Дьюлонг-Пти қонунига мос келмайди.

4.1 - жадвал

Молда	$C_\mu$ , кал/мол.град	Молда	$C_\mu$ , кал/мол.град
Алюминий	6,14	Кумуш	6,13
Темир	6,39	Рух	6,10
Олтин	6,36	Йод	6,6
Мис	5,90	Кремний	4,64
Қалай	6,63	Бор	2,51
Платина	6,29	Карбон(олмос)	1,35

Бу масалага кейинроқ тухталамиз.

Юқоридаги мулоҳазаларни давом эттирсак, икки атомли кристаллар учун  $C_\mu$  бир атомли кристалларникидан 2 баробар, яъни  $C_\mu = 12$  кал/мол. град, чунки буларнинг бир граммоли

энергияси 2 баробар кўп, уч атомли кристаллар учун  $C_{\mu}=18$  кал/мол.град бўлиши керак. Бир қатор кристаллар устида ўлчашлар хона температурасида мос қийматларни беради.

#### 4.2 -жадвал

Модда	$C_{\mu}$ ,кал/мол.град	Модда	$C_{\mu}$ ,кал/мол.град
CuO	11,3	CaCl <sub>2</sub>	18,2
NaCl	12,1	BaCl <sub>2</sub>	18,6

То паст температуралар олиш усуллари ишлаб чиқилгунча ва бу температураларда иссиқлик сизимини ўлчашлар йўлга қўйилгунча хона температураси ва ундан юқорида бажарилган ўлчашлардан Дьюлонг-Пти қонуни ҳамма вақт ўринли бўладиган қонундай туюларди.

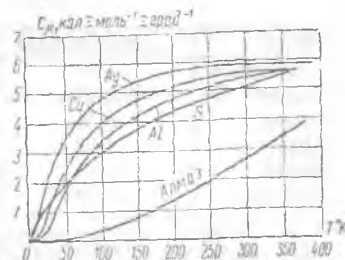
Аммо, паст температуралар соҳасида Дьюлонг-Пти қонунидан четланишлар жуда сезиларли бўлишлиги, аниқроғи, температура пасайган сари қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сизими камайиб бориши кузатилди. 4.3-жадвалда мис ва олмос иссиқлик сизимининг тажрибавий қийматлари келтирилган.

#### 4.3 -жадвал

Мис		олмос	
Температура °С	$C_{\mu}$ ,кал/мол.град	Температура °С	$C_{\mu}$ ,кал/мол.град
-259	0,04	-183	0,03
-186	3,32	-66	0,64
-39	5,59	+85	2,12
+50	5,90	+985	5,51

Бундай қонуният барча бошқа қаттиқ жисмлар учун ҳам кузатишган.

Биз бу бандда кристалл панжараси атомлари тебранишлари билан боғлиқ бўлган иссиқлик сизимини кўраётимиз. Юқорида бу иссиқлик сизимининг Дьюлонг-Пти қонунига олиб келадиган мумтоз назариясини қараб чиқдик.



4.1-чизма. Баъзи қаттиқ жисмлар иссиқлик сизимининг температурага боғланиши.

#### 4.2. Кристалл панжараси иссиқлик сифимининг квант назарияси

Дебай температураси  $\theta_D$  дан паст температураларда квант қонуниятлари асосий аҳамиятга эга. Ҳар бир қаттиқ жисм учун етарлича юқори температураларда бажариладиган Дьюлонг-Пти қонуни (иссиқлик сифими температурага боғлиқмас деб тасдиқловчи қонун) паст температураларда бажарилмаслиги тажрибалардан маълум бўлгандан кейин иссиқлик сифимининг квант назариясини яратиш зарурлиги аён бўлди. Планкнинг мутлоқ қора жисм нурланиши квант назарияси асосида А.Эйнштейн (1907) биринчи бўлиб, ўзининг иссиқлик сифими назариясини таклиф қилди. Унингча,  $N$  атомдан ташкилланган кристалл бир хил  $\omega$  такрорийликли  $3N$  та тебранишга эга бўла олади.  $\omega$  такрорийликли тебраниш эҳтимоллигини Планк ифодаси тавсифлайди:

$$f(\hbar\omega) = \frac{1}{\frac{\hbar\omega}{e^{kT}} - 1} \quad (4.5)$$

Ҳар бир тебраниш энергияси кванти  $\hbar\omega$  га тенг, ўртача энергияси

$$f(\hbar\omega) \cdot \hbar\omega = \frac{\hbar\omega}{\frac{\hbar\omega}{e^{kT}} - 1}, \quad (4.5')$$

бутун кристалл тебранишлари жами энергияси

$$E = \frac{3N\hbar\omega}{\frac{\hbar\omega}{e^{kT}} - 1}. \quad (4.6)$$

Ўзгармас ҳажм шароитида кристаллнинг иссиқлик сифими

$$C_V = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = 3NkF(\omega, T), \quad (4.7)$$

бунда

$$F(\omega, T) = \frac{(\hbar\omega / kT)^2 \exp(\hbar\omega / kT)}{[\exp(\hbar\omega / kT) - 1]^2}. \quad (4.8)$$

Юқори  $T$  ларда ( $\hbar\omega \ll kT$  бўлганда)  $F(\omega, T)=1$ , бинобарин,  $C_V=3Nk$ , бир граммол учун эса  $C_V=3Nk=3R$  булиб, яъни бу ҳолда Дьюлонг -Пти қонуни адолатлидир.

Паст  $T$  ларда ( $\hbar\omega \gg kT$  бўлганда)

$$F(\omega_E, T) = \left( \frac{\hbar\omega_E}{kT} \right)^2 \exp\left(-\frac{\hbar\omega_E}{kT}\right) = \left( \frac{T_E}{T} \right)^2 \exp\left(-\frac{T_E}{T}\right), \quad (4.9)$$

бундаги  $T_E = \frac{\hbar\omega_E}{k}$  -Эйнштейннинг тавсифий температураси.

Эйнштейн назарияси  $C_V$ -бўйича тажриба натижаларини сифатан тушунтиришга, яъни  $C_V$  нинг  $T$  пасайиши билан камайиб боришини кўрсатишга эришди. (4.9) ифодада температура пасайган сари  $\exp(-T_E/T)$  жуда тез камаяди.  $(T_E/T)^2$  секин ортади, натижада  $F(\omega, T)$  бу ҳолда тез камайиб боради. Аммо, Эйнштейннинг ҳамма атомлар бир хил  $\omega$  такрорийлик билан тебранади деган фарази фақат ҳамма атомлар мустақил тебрангандагина тўғри бўларди, ваҳоланки, ҳақиқатда кристалл атомлари бир-бири билан боғланган равишда тебранади. Эйнштейн чиқарган (4.9) ифода кўрсаткичли функция тарзида ўзгаради. Тажриба  $T$  пасайиши билан  $C_V$  нинг даражали қонун бўйича камайишини тасдиқлайди.

П. Дебай (1912) таклиф қилган иссиқлик сифими назарияси кўпчилик кристаллар учун паст температураларда ўтказилган тажрибалар натижаларини яхши тушунтира олди.

Дебай ҳам кристалл  $N$  атомдан ташкилланган бўлса, унда  $3N$  та тебраниш бўлиши керак, аммо ҳар бир тебраниш ўзининг тўлқин вектор  $\vec{k}$  га боғлиқ  $\omega$  такрорийлигига эга, барча  $\omega$  частоталар сони  $3N$  дан иборат эркинлик даражалари сонига тенг, бунда такрорийликлар 0 дан то максимал  $\omega$  такрорийликгача бўлган  $3N$  та қийматни олади, яъни (3.82) ифода ўринли бўлади. Акустик тебранишлар тармоғи учун аниқланган такрорийлик тақсимотининг (3.58) ифодасини (3.82) га қўйиб ҳисобласак,

$$\int_0^{\omega_m} g(\omega) d\omega = \frac{3V}{2\pi^2 v_0^3} \int_0^{\omega_m} \omega^2 d\omega = \frac{V \omega_m^3}{2\pi^2 v_0^3} = 3N$$

бундан:

$$\omega_m = v_0 \left( \frac{6\pi^2}{V_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.10)$$

$V_0 = V/N$  - элементлар катак ҳажми.

3.5 бандда (3.83) ифода кўринишида Дебай температурасини максимал  $\omega_m$  такрорийлик орқали ифодалаган эдик. Энди уни (3.10) ифодадан фойдаланиб тавсифлаймиз

$$\theta_{ak} = \frac{\hbar \omega_m}{k} = \left( \frac{6\pi^2}{V_0} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\hbar}{k} v_0 \quad (4.11)$$

Оптик тармоқлар учун ҳам Дебай температуруларини кiritиш мумкин.

$$\theta_j = \hbar \omega_j / k \quad (4.12)$$

Ўша 3.5 - бандда баён қилинган фононлар (энергия  $\hbar \omega_q$ , квази импульси  $\hbar \vec{q}$ ) тушунчасидан фойдаланамиз. (3.78)-(3.80) ифодаларни қўллаймиз. Унда кўрганимиздек ҳар бир  $\omega$  тебранишнинг ( $\omega$  такрорийликли фононларнинг) энергияси

$$\varepsilon_q = \hbar \omega_0 + \frac{\hbar \omega}{e^{kT} - 1} \quad (4.13)$$

булиб, у (4.5) Эйнштейн ифодасидан биринчи ҳад билан фарқланади, уни тебранишнинг нолинчи энергияси дейилади. (4.13) ифодани барча тармоқлар ва такрорийликлар бўйича жамласак, бутун кристалл панжараси тебранишлар тула энергияси ҳосил бўлади:

$$E = E_0 + \sum_{i=1}^3 \sum_q \frac{\hbar \omega_{qi}}{e^{kT} - 1} + \sum_{j=4}^{3s} \sum_q \frac{\hbar \omega_{qj}}{e^{kT} - 1} \quad (4.14)$$

Биринчи ҳад тула нолинчи энергия,  $\sum_{i=1}^3$  йигинди учта

акустик тармоқ бўйича,  $\sum_{j=4}^{3s}$  эса,  $3s-3$  та оптик тармоқ

бўйича олинади.

(4.14) ифодадаги йиғиндиларни қуйидаги мулоҳазалар асосида соддароқ йўл билан ҳисоблаш мумкин. Акустик тармоқлар бўйича йиғиндини интеграл билан алмаштира бўлади.

$$E_{ak} = \sum_{i=1}^3 \sum_q \frac{\hbar \omega_{qi}}{e^{\frac{\hbar \omega_{qi}}{kT}} - 1} \approx \int_0^{\omega_m} \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} g(\omega) d\omega = \frac{3V \hbar}{2\pi^2 v_0^3} \int_0^{\omega_m} \frac{\omega^2 d\omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}. \quad (4.15)$$

Агар ўлчамсиз  $x = \hbar \omega / kT$  катталики киритсак,

$$E_{ak} = NkT \cdot 3D(\theta_{ak}/T) \quad (4.15')$$

бўлади, бунда

$$D(\theta_{ak}/T) = \left( \frac{T}{\theta_{ak}} \right)^3 \int_0^{\theta_{ak}/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (4.16)$$

Оптик тармоқларда  $\omega(q)$  такрорийликлар  $q$  нинг функцияси сифатида кам ўзгаради. Шунинг учун ҳар бир оптик тармоққа бир  $\omega(q_i)$  такрорийлик мос келади деб ҳисоблаймиз.

$$E_{on} = \sum_{j=4}^{3s} \sum_q \frac{\hbar \omega_{qj}}{e^{\frac{\hbar \omega_{qj}}{kT}} - 1} \approx N \sum_{j=4}^{3s} \frac{\hbar \omega_{qj}}{e^{\frac{\hbar \omega_{qj}}{kT}} - 1}. \quad (4.17)$$

Агар бу ҳолда ўлчамсиз  $\frac{\hbar \omega_{qj}}{kT} = \frac{\theta_j}{T}$  катталиклари киритсак,

$$E_{on} = NkT \sum_{j=4}^{3s} \frac{\frac{\theta_j}{T}}{e^{\frac{\theta_j}{T}} - 1} \quad (4.17')$$

Энди кристаллнинг тебранишлари тўла энергияси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$E = E_0 + E_{ak} + E_{on} = E_0 + NkT \left\{ 3D\left(\frac{\theta_{ak}}{T}\right) + \sum_{j=4}^{3s} \frac{\frac{\theta_j}{T}}{e^{\frac{\theta_j}{T}} - 1} \right\} \quad (4.14')$$

Чегаравий ҳолларда кристалл панжарасининг иссиқлик сифими қандай бўлишлигини кўрайлик.

а) Юқори температуралар ( $T \gg \theta_{ak}, \theta_j$ ) соҳасида  $x \ll 1$  бўлганлиги туфайли (4.16) интегралда

$$e^x - 1 = 1 + x - 1 = x, \text{ шунинг учун } D\left(\frac{\theta_{akp}}{T}\right) \approx 1, \text{ оптик тармоқ}$$

бўйича йиғинди

$$\sum_{j=4}^{3s} \frac{\theta_j / T}{e^{\theta_j / T} - 1} \approx \sum_{j=4}^{3s} \frac{\theta_j / T}{\theta_j / T} = 3s - 3$$

Шундай қилиб,

$$E = E_0 + 3NkT + (3s - 3)NkT = E_0 + 3sNkT$$

$$\text{Бундан } C_V = \left\{ \frac{\partial E}{\partial T} \right\}_V = 3sNk \quad \text{ва} \quad C_\mu = 3R \quad \text{бўлишлиги,}$$

яъни юқори температуралар соҳасида Дьюлонг-Пти қонуни тўғри эканлиги келиб чиқади. Бу ҳолда барча акустик ва оптик тармоқлардаги тебранишлар уйғотилган бўлади.

б) Энди паст температуралар ( $T \ll \theta_{ak}, T \ll \theta_j$ ) соҳасини кўрайлик. Бу ҳолда оптик тармоқларга тегишли ҳадлар  $(\theta_j / T) e^{-\theta_j / T}$  тартибида бўлиб, 1 га нисбатан анча кичикдир, бу йиғиндиларни (4.14') да ташлаб юбориш мумкин, чунки бу ҳолда юқори такрорийликли оптик тебранишларни уйғотишда  $kT$  чамасидаги иссиқлик ҳаракати энергияси етарли эмас. Бинобарин, паст температуралар соҳасида оптик тебранишлар деярли уйғотилмаган бўлганлиги туфайли бу тармоқлар иссиқлик сифимига сезиларли ҳисса қўша олмайди. (4.16) интегралда юқори чегарани  $\infty$  деб олинса,

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

бўлади.

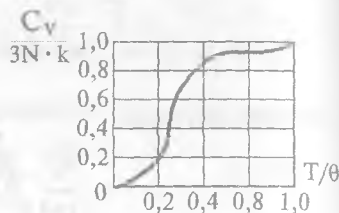
Демак, (4.14') ифода қуйидаги кўринишни олади:

$$E = E_0 + \frac{3\pi^4 NkT^4}{5\theta_{ak}^3} = E_0 + \frac{\pi^2 V (kT)^4}{10\hbar^3 v_0^3} \quad (4.14'')$$

Бу ифода асосида аниқланадиган иссиқлик сигими:

$$C_V = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \frac{12\pi^4 k}{5} N \left( \frac{T}{\theta_{ak}} \right)^3 \quad (4.18)$$

Агар  $N=N_A$  (Авогадро сони), у ҳолда  $N_A k=R$  бўлади ва (4.18) моль иссиқлик сигимини ифода-лайди. (4.18) ифода паст температура-лар соҳасида кристалл панжарасининг иссиқлик сигими  $T^3$  га мутаносиб равишда ўзгаради деб тасдиқлайди. Бу қонун тажрибада 20- 25 К тартибидаги температура-ларда яхши бажарилади. Дебай-нинг назарияси эластик тугаш муҳит тақриби (континуал тақриб) қўлланадиган паст температурада уйғонган узун тўлқинлар ҳолида адолатли эканлиги тасдиқланади.



4.2-чизма. Қаттиқ жисмлар иссиқлик сигимининг Дебай температурасидан пастда ўзгариши.

4.1- чизмадан кўринишича, иссиқлик сигимининг унинг Дьюлонг-Пти ифодасига нисбати паст температураларда  $(T/\theta)^3$  га мутаносиб, юқори температураларга 1 га интилади.

Яна шунга эътибор бериш керакки, классик(мумтоз) соҳа квант соҳадан  $T=\theta$  да эмас, балки пастроқ температурада аж-ралади. Албатта, Дебай назарияси бекаму-кўст назария эмас,  $-T^3$  қонуннинг бажарилиш соҳаси батафсил таҳлил қилинган тадқиқотлар ҳам маълум.

### 4.3. Кристалл қаттиқ жисмнинг панжаравий иссиқлик ўтказувчанлиги

Қаттиқ жисмларда, газлар ва суюқликлардан фарқли равиш-да, иссиқлик фақат иссиқлик ўтказувчанлик орқали узатилади.

Умуман айтганда, кристаллда иссиқлик энергияси фонон-лар, фотонлар, эркин электронлар (ёки эркин коваклар), элек-трон-ковак жуфтлари, экситонлар орқали узатилиши мумкин. Биз бу бандда фонон иссиқлик ўтказувчанликни қараб чиқамиз. Уни баъзан панжаравий иссиқлик ўтказувчанлик ҳам дейилади.



Агар қаттиқ жисм намунаси учлари турли температураларда тутиб турилса, у ҳолда намунадан иссиқликнинг узлуксиз оқими вужудга келади: иссиқроқ учдаги кристалл панжара тугунлари катгароқ амплитуда билан тебранади, улар узлари боғланган қушнилариға таъсир қилиб, уларнинг тебраниш амплитудасини (бинобарин, энергиясини) орттиради, бу қушнилар уз навбатида намунанинг совуқроқ учи томонга бу таъсирни (иссиқлик энергиясини) узатади.

Масалан,  $dT/dx$  температура градиенти мавжуд бўлган (стерженнинг) намунанинг  $ds$  кундаланг кесими орқали  $dt$  вақтда ўтган  $dQ$  иссиқлик оқимини молекуляр физика фанидан маълум

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dSdt \quad (4.19)$$

ифода бўйича ҳисоблаш мумкин, бундаги  $\lambda$  - иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти.

Биз олдинги бобда кристалл панжараси атомлари тебранишларини фононлар деб аталадиган квази зарралар орқали ифодалаш мумкинлигини кўрган эдик. Ана шунга кўра кристалларда иссиқлик энергиясини фононлар орқали узатилади деб айтиш мумкин.

Дебай назарияси бўйича, панжаранинг уйғонган ҳолатини кристалл ҳажмида эркин ҳаракатланувчи фононлар идеал гази кўринишида тасаввур қилинади. Фононлар гази температураларнинг муайян оралиғида идеал газ хоссаларига эга, шунинг учун қаттиқ жисмнинг панжараси (фононлар) иссиқлик ўтказувчанлиги коэффицентини идеал газникидай кўринишда ифодаласа бўлади:

$$\lambda_{\phi} = \frac{1}{3} C \bar{l}_{\phi} v_m \quad (4.20)$$

бунда  $C$  — фононлар гази бирлик ҳажмининг иссиқлик сифими,

$\bar{l}_{\phi}$  — фононнинг эркин югуриш йўли ўртача узунлиги,

$v_m$  - мазкур жисмда товуш тезлиги.

Фононларнинг эркин югуриш ўртача  $\bar{l}_{\phi}$  узунлигини ҳисоблаш анча қийин, аммо назариянинг сифатий таҳлили

етарлича юқори температураларда  $\bar{\lambda}_\phi$  — нинг мутлоқ температурага тескари пропорционал эканлигини кўрсатади.

Шунинг учун  $\lambda_\phi$  иссиқлик ўтказувчанлик коэффиценти ҳам  $T > \theta$  бўлганда мутлақ температурага тескари пропорционал, яъни,  $\lambda_\phi \sim 1/T$ , чунки бу соҳада  $C$  ва  $v_m$  катталиклар температурага боғлиқ эмас.

Етарлича тоза кристалларда мутлақ нолга яқин температураларда  $\bar{\lambda}_\phi$  — намунанинг ўлчамларига боғлиқ.

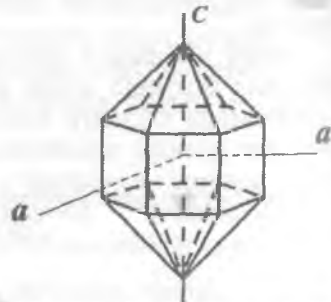
Бунинг сабаби шуки, паст температураларда фононлар зичлиги [(3.78) ифодага қаранг] жуда кам, бинобарин, фононлараро тўқнашишлар эҳтимоли кичик, бу ҳолда фононлар намунанинг у чегарасидан бу чегарасига деярли тўқнашишсиз ҳаракат қилади, демак, агар намуна ўлчами  $d$  бўлса,  $\bar{\lambda}_\phi \sim d$  бўлади.

Бу ҳолда,

$$\lambda_\phi = \frac{1}{3} C' v_m d. \quad (4.21)$$

Энди (4.21) ифоданинг ўнг томонида фақат  $C'$  - гина температурага боғлиқ. Дебай қонунига кўра,  $C' \sim T^3$ , бинобарин,  $\lambda_\phi \sim T^3$  бўлиши керак. Бу хулосани тажриба тасдиқлайди.

Албатта, кристалларда боғланиш кучлари анизотроплиги иссиқлик ўтказувчанлик коэффицентини  $\lambda_\phi$  нинг анизотроп бўлишлигига олиб келади. Кварцнинг тузилишини кўрсатадиган 4.3- чизма ва унинг йўналишга боғлиқ (анизотроп) иссиқлик ўтказувчанлигини намоён қиладиган жадвал келтирилган.



4.3-чизма. Кварцнинг тузилиш чизмаси.

4.4 -жадвал

$\lambda_\phi \cdot 10^5$ кал. моль/град с	Температура, К			
	373	273	195	83
с уққа параллел йўналишда	7,7	11,7	16,8	42,1
с уққа тик йўналишда	4,8	6,2	8,7	21,1

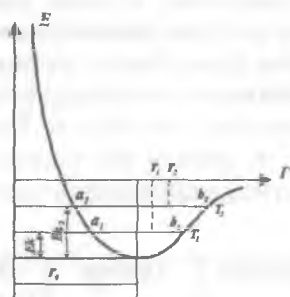
Жадвалдан кварц кристаллининг с ўқи бўйлаб иссиқлик ўтказувчанлиги, у ўққа тик йўналишдагисидан деярли икки марта катталиги кўриниб турибди. Бундан ташқари,  $T$  температура камайган сайин  $\lambda_{\phi}$  иссиқлик ўтказувчанлик ортиб бораётгани куринади. Бу квант назариясини тасдиқлайдиган натижадир. [9,175-6] Биз кристалл панжараси тебранишлари (фононлар) билан боғлиқ иссиқлик ўтказувчанликка оид баъзи асосий қонуниятларни қараб чиқдик холос. Бошқа иссиқлик ўтказувчанлик механизмлари ҳақида ўз жойида яна тухталамиз.

#### 4.4. Қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайиши ва узайиши

Қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайишини тушунириш учун қаттиқ жисм зарраларнинг ўзаро таъсир энергиясининг улар орасидаги масофага боғлиқлиги чизмага (4.4-чизмага) муружаат қиламиз. Агар зарралар мутлақ ҳаракатсиз бўлса, бу ҳолда уларнинг кинетик энергиялари нолга тенг бўлар, улар орасидаги масофа  $r_0$  га тенг бўлиб, потенциал чуқурнинг тубида жойлашган бўлардилар. Бу ҳол мутлақ нол температурада бўлиши мумкин эди.

Аммо, ҳақиқатда зарралар ўз мувозанати вазиятлари атрофларида тебраниб турадилар, яъни муайян кинетик энергияга эга бўладилар. Температура ортиши билан бу кинетик энергия ҳам ортиб боради.  $T$  температурада зарра  $E$  кинетик энергияга эга бўлиб, чапга  $a_1$  нуқтага, ўнгга  $b_1$  нуқтага четлашади. Потенциал эгри чизиқнинг носимметриклиги туфайли тебранаётган зарранинг ўртача вазияти энди  $r_0$  га тенг бўлмай, ундан ўнгга силжиб  $r_1$  қийматга эришади.

Температуранинг  $T_2$  гача оширилса, зарранинг кинетик энергияси  $E_{k2}$  юқори қийматни олади. Бунда зарра чапга  $a_2$  нуқтагача, ўнгга  $b_2$  нуқтагача четлашади, ўртача вазият эса  $r_2$  қийматга эришади. Шундай қилиб, температура ортиб борганда



4.4-чизма. Қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайишининг тушунириладиган тасвир

нида кристалл панжараси тугунлари оралиғи ортади, яъни иссиқликдан кенгайиш ( $r_2 > r_1 > r_0$ ) юз беради.

Маълум  $l_t = l_0(1 + \alpha t)$  ифода (бунда  $t$  — Целсий даражасидаги температура,  $\alpha$  — урғача узайиш коэффициентини,  $l_t$ ,  $l_0$  — температуранинг  $t$  ва  $0$  қийматлардаги стержен узунликлари) поликристалл, яъни хоссалари деярли йуналишларга боғлиқ бўлмаган (изотроп) моддалар учун туғри булади. Монокристаллар эса анизотроплик хоссаларига эга, уларнинг чизиқий узайиши  $\alpha$  коэффициентини умуман айтганда тензор кўринишидаги катталиқдир.

Агар монокристаллдан шар ясалса, кейин уни иситилса ёки совутилса, у ҳолда шар ўз шаклини йўқотиб, энг умумий ҳолда уч ўқли эллипсоидга айланади, унинг ўқлари кристаллографик ўқлар билан боғлиқдир. Уч кристаллографик ўқ бўйлаб иссиқликдан кенгайиш коэффициентларини кристаллнинг иссиқликдан кенгайиши бош коэффициентлари дейилади ва  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  орқали белгиланади. Жадвалда баъзи кристаллар учун маълумот келтирилган.

#### 4.5 - жадвал

Кристалл	Система	T, K	$\alpha_1 \cdot 10^6$ град <sup>-1</sup>	$\alpha_2 \cdot 10^6$ град <sup>-1</sup>	$\alpha_3 \cdot 10^6$ град <sup>-1</sup>
Гипс	Моноклин	313	1,6	42	29
		60		- 2	55
Рух	Гексагонал	150		8	65
		300		13	64
Калцит	Тригонал	313		-5.6	25

Жадвалдан кўринадики, температура камайган сари  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  лар ҳам камаяди, айрим температураларда баъзида манфий қийматлар олиши ҳам мумкин, бош коэффициентлар айрим кристалларда бир-биридан анча фарқ қилади.

Кристаллларнинг иссиқликдан кенгайиши (узайиши) унинг атомлари орасидаги узаро таъсир кучларнинг ангармоник қисми билан боғлиқ булади. Буни қуйидаги ҳисоб тасдиқлайди:

Фараз қилайлик, икки атом (кристалл панжарасидаги қўшни атомлар)  $r_0$  мувозанатли вазиятидан унча катта булмаган  $r - r_0 = x$  четланишлар ҳолида бир-бири билан

$$F = - \frac{dU}{dx} = - \beta x + \gamma x^2 \quad (4.22)$$

күч билан үзаро таъсирлашсин. У ҳолда үзаро таъсир потенциал энергияси

$$U = - \int_0^x F dx = \frac{1}{2} \beta x^2 - \frac{1}{3} \gamma x^3, \quad (4.23)$$

бунда  $\beta$  — эластиклик (гармониклик) коэффиенти,  $\gamma x^3$  ни ангармоник ҳал дейлиб,  $\gamma$  — ангармониклик коэффиенти.

Больцман тақсимоти бўйича атомнинг мувозанатли вазиятдан  $x$  масофага четланиш эҳтимоли

$$f(x) = A \exp \left( - \frac{U}{kT} \right) = A e^{-\beta x^2 / 2kT} \left( 1 + \frac{\gamma x^3}{3kT} \right), \quad (4.24)$$

бунда  $\frac{\gamma x^3}{3kT} \ll 1$  деб ҳисоблаб, иккинчи кўпаювчи

$$\exp \left( \frac{\gamma x^3}{3kT} \right) \approx 1 + \frac{\gamma x^3}{3kT} \quad (4.25)$$

қаторга ёйилган.

А доимий нормалаш (меъёрлаш) шартидан топилади:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta x^2 / 2kT} \left( 1 + \frac{\gamma x^3}{3kT} \right) dx = 1, \quad (4.26)$$

қатнашган иккинчи интеграл нолга тенг бўлади, чунки унинг остидаги функция тоқ функциядир. Натижада

$$A = \left( \frac{\beta}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.27)$$

қийматни ҳосил қиламиз.

Атомнинг мувозанатий вазиятдан ўртача четланиши

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \frac{\gamma kT}{\beta^2}, \quad (4.28)$$

бунда, биринчи интеграл уз остидаги функция тоқ бўлганлиги туфайли нолга тенг бўлади.

Иккинчи интеграл қиймати маълум Пуассон интегралига келтирилади.

Таърифга кўра, қизиқий иссиқликдан кенгайиш  $\alpha$  коэффиенти бирлик узунлик ва  $1^0$  С га ҳисобланган узайишдир:

$$\alpha = \frac{\bar{x}}{aT} = \frac{\gamma k}{a\beta^2}, \quad (4.29)$$

бундаги  $a = r_0$  — панжара доимийси. (4.29) дан иссиқликдан кенгайиш атомларининг ангармоник ҳаракатига боғлиқлиги яққол кўриниб турибди.

Мисол тариқасида бир валентли ионлар кристаллини қарайлик. Бу ҳолда ионлар ўзаро таъсир кучини

$$F = -\frac{e^2}{r^2} + \frac{B}{r^{10}} \quad (4.30)$$

деб ҳисобласа бўлади, бу ифодада —  $e^2/r^2$  деформацияланмайдиган турли ишорали қўшни ионлар орасидаги Кулон қонуни бўйича тортишиш кучи,  $B/r^{10}$  — шу ионлар орасидаги итаришиш кучи, у масофа ўзгаришига қараб тез ўзгаради. Мувозанатда

$$F = 0 = -\frac{e^2}{a^2} + \frac{B}{a^{10}}, \quad a — \text{ионларнинг мувозанатли оралиги. Бундан, } B = e^2 a^8 \text{ эканлиги келиб чиқади.}$$

Аммо,  $r = (a+x)$  бўлганлиги ва  $x$  нинг  $a$  га нисбатан кичкиналигини ҳисобга олсак,

$$F = -\frac{e^2}{(a+x)^2} + \frac{e^2 a^8}{(a+x)^{10}} = -\frac{8e^2}{a^3} x + \frac{52e^2}{a^4} x^2, \quad (4.31)$$

(4.31) ва (4.22) ифодаларни таққосласак,

$$\beta = 8e^2 / a^3, \quad \gamma = 52e^2 / a^4. \quad (4.32)$$

Бу натижаларни (4.29) ифодага қўйсак, ионлар кристалл панжараси учун

$$\alpha = 52 ak / 64 e^2 \quad (4.33)$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

$a = 3 \cdot 10^{-8}$  м,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ , Ж·К<sup>-1</sup>,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл қийматларни (4.33) ифодага қўйсак,  $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5}$  град<sup>-1</sup> натижа келиб чиқади, бу — тартиб жиҳатдан тўғридир.

Бу бобнинг якунида шуни айтиш керакки, қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сифими билан иссиқликдан кенгайиши орасида боғланиш бор:

Иссиқликдан кенгайиш коэффициенти  $\alpha$  нинг атомлар (моляр)  $C_v$  иссиқлик сифимига нисбати мазкур модда учун температурага боғлиқ бўлмаган доимийликдир (Грюнейзен қонуни):

$$\alpha / C_v = \gamma_G k / 3V . \quad (4.34)$$

Ҳақиқатдан, бу икки ҳодиса температура ортганида атомлараро масофа ортишига боғланган.

### Масалалар ва саволлар

1. 2 ва 3 атомли қаттиқ жисмларнинг моляр иссиқлик сифimini классик (мумтоз) тақрибда аниқланг.
2. Эйнштейннинг қаттиқ жисмнинг иссиқлик сифими назариясининг асосий фарзлари қандай?
3. Дебай температураси қандай аниқланади? У нимани ифодалайди?
4.  $\omega$  тақрорийликли барча фононлар энергиясини ёзинг.
5.  $v$  (товуш тезлиги)  $= 5 \cdot 10^3$  м/с, элементар ячейка ҳажми  $V_0 = 2 \cdot 10^{-29}$  м<sup>3</sup> бўлганда Дебай температураси нимага тенг?
6. Нима учун Дебай температурасидан пастда оптик тебранишлар иссиқлик сифimini аниқлашда эътиборга олинмайди?
7. Иссиқлик ўтказувчанликнинг қандай қурилишлари бор? Қаттиқ жисмларда унинг қайси қурилиши муҳим?
8. Агар фононларнинг эркин югуриш йўли хона температурасида NaCl кристалл панжараси  $a$  доимийсидан 4 марта катта бўлса, бу кристаллнинг иссиқлик ўтказувчанлигини ҳисобланг.
9. Агар қумушнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти 418 Вт/м.град, унда товуш тезлиги 3700 м/с бўлса,  $T=300$ К да фононнинг эркин югуриш ўртача узунлиги қанча?
10. 30 Кда олмоснинг солиштирма иссиқлик сифими аниқлансин.

## V БОБ

### ИДЕАЛ КРИСТАЛЛДА ЭЛЕКТРОНЛАРНИНГ ЭНЕРГИЯЛАРИ СПЕКТРИ

#### 5.1. Кристалл учун Шредингер тенгламаси. Адиабатик тақриб

Ҳар қандай қаттиқ жисм жуда кўп атомлардан ташкил топган бўлади. Атомларнинг ядролари идеал кристаллда мунтазам панжара ташкил қилади. II бобда кўрганимиздек, атомлар кристалл панжараси тугунларидаги узининг мувозанатли вазиятлари атрофида тебраниб туради. Нейтрал кристаллда ядроларнинг мусбат заряди барча электронларнинг манфий зарядига миқдоран тенг бўлади. Демак, кристалл қаттиқ жисм кўп заррали квант тизимдир. Унинг стационар ҳолатларини Шредингер тенгламасини ечиб топилади:

$$\hat{H} \Psi = W \Psi, \quad (5.1)$$

бундаги хамилтониан (тўла энергия оператори)

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m} \sum_i \nabla_i^2 - \frac{\hbar^2}{2} \sum_j \frac{1}{M_j} \nabla_j^2 + V(R, r) \quad (5.2)$$

кўринишда бўлиб, унинг биринчи ҳади электронлар кинетик энергиялари операторлари йиғиндиси, иккинчи ҳади ядролар кинетик энергиялари операторлари йиғиндиси  $V(R, r)$  ўзаро таъсир потенциал энергиясидан иборат. Потенциал энергияни куйидагича ёзиш мумкин:

$$V(R, r) = \sum_{j,k} \frac{z_j z_k e^2}{R_{jk}} + \sum_{i,k} \frac{e^2}{r_{ik}} - \sum_{i,j} \frac{z_j e^2}{r_{ij}}. \quad (5.3)$$

Ушбу ифодаларда  $m$  — электрон массаси,  $M_j$  эса  $j$  — ядронинг массаси,  $r_i$  ва  $R_j$  — мос равишда,  $i$  — электроннинг ва  $j$  —



ядронинг радус векторлари,  $R_{jk}$  — ядролар орасидаги,  $r_{jk}$  — электронлар орасидаги,  $r_{ij}$  — электронлар билан ядролар орасидаги масофалар,  $z_j, z_k$  — ядроларнинг атом номерлари. (5.3) ифодада  $R_{jk}, r_{ik}, r_{ij}$  масофалар ҳисобида индекслар тенг бўлмаслиги керак. (5.1) ифодада  $W$  — кристаллнинг тула хусусий энергияси,  $\Psi$  эса унинг тўлқин функцияси бўлиб, у барча зарраларнинг координаталарига боғлиқдир:

$$\Psi = \Psi(r_1, r_2, \dots, R_1, R_2, \dots) \quad (5.4)$$

Аслида (5.1) Шредингер тенгламаси ечилса, кристалл қаттиқ жисм хоссаларига тегишли барча саволларга қатъий жавоблар олиниши мумкин бўларди. Аммо, қаттиқ жисмнинг  $1 \text{ м}^3$  ҳажмида  $10^{28}$  дан ортиқ атом (зарраларнинг умумий сони) ундан ҳам кўп) бўлади. Бу эса тўлқин функция ўшанча сон чамасидаги ўзгарувчиларга боғлиқ бўлади, демакдир. Бундай тенгламани ва унинг ечимини ҳатто ёзиб чиқиш амалда мумкин эмас. Шундай ёзув усули топилганда ҳам олинган ечим тажрибада кузатилган қонуниятларни тушунтириш учун ярамайди (газ барча молекулаларининг координаталари ва тезликларини билганда ҳам газ ҳолатини аниқлаб бўлмаслигини эслайлик).

Синчиклаб бажарилган тадқиқотлар натижасида Шредингер тенгламасининг умумий аниқ ечимини топишга урунишнинг зарурати йўқлигини, етарлича асосланган тақрибий ҳисоблаш қаттиқ жисмнинг барча муҳим хоссаларини тушинтириши мумкинлигини кўрсатди. Шредингер тенгламасини ечишнинг самарадор тақрибий усулини адиабатик бир электронли яқинлашиш (тақриб) деб номланган. У қаттиқ жисмларда электронларнинг энергиялари спектри назариясига асос бўлган.

**Адиабатик яқинлашиш (тақриб).** Атомлар ядролари массаси электрон массасидан кўп марта катта бўлганлиги учун кристаллдаги атомлар ядролари панжара тугунларида қўзғалмас туради деб ҳисобланса, (5.2) ҳамилтон операторида ядролар кинетик энергиясининг  $(-\hbar^2/2) \sum \frac{1}{M_j} \nabla_{R_j}^2$  операторини ташлаб юборилса, у

ҳолда қўзғалмас ядролар майдонида ҳаракатланаётган электронлар системасининг  $\phi(r, R)$  тўлқин функцияси қуйидаги Шредингер тенгламасига бўйсунди:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \nabla_{r_i}^2 + V(R, r) \right\} \varphi = E \varphi, \quad (5.5)$$

бунда  $E$  — электронлар системасининг хусусий энергияси. Энди ядролар ҳаракатини ҳисобга олиш мақсадида бутун кристаллнинг тўлқин функциясини

$$\Psi(r, R) = \Phi(R) \cdot \varphi(r, R) \quad (5.6)$$

қуринишда ифодалаймиз.  $\Phi(R)$  — ядролар тизими тўлқин функцияси. Агар (5.6) ифодани (5.1) тенгламага қўйилса ва (5.5) эътиборга олинса,

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2} \sum_j \nabla_{R_j}^2 / M_j + E(R) \right] \Phi = W \Phi \quad (5.7)$$

тенглама ҳосил бўлади. Бу тенглама ядролар тизимининг улар  $E(R)$  потенциал энергияли электронлар системаси майдонида ҳаракатлангани ҳолида стационар (вақтга боғлиқ бўлмаган) ҳолатларни аниқлаб берадиган Шредингер тенгламасидир. Шундай қилиб, электронлар ва ядролардан ташкил топган тизим ҳолатлари ҳақидаги аниқ квант механик масаласи иккита соддароқ масалаларга.

1). Электронларнинг қўзғалмас ядролар  $V(r, R)$  майдонида ҳаракати ҳақидаги (5.5) масалага;

2). Ядроларнинг электронлар ҳосил қилган  $E(R)$  ўртача майдонда ҳаракати ҳақидаги (5.7) масалага ажралади.

Юқорида баён қилинган тақрибий усулни **адиабатик яқинлашиш** дейилади.

## 5.2. Хартри-Фок усули. Бир электронли яқинлашиш

Адиабатик яқинлашиш (тақриб) кўп заррали квант система ҳолатлари ҳақидаги масалани бироз соддалаштириб, қўзғалмас ядролар майдонида электронлар ҳаракати масаласига келтиради. Бироқ, электронлар тизими учун ёзилган (5.5) тенгламани ҳам ечиш қийинлиги ва уни ечишга уринишнинг номақбуллиги тўғрисида гапирдик. Бу масалани ечишнинг тақрибий йўлларини қидирилди. Ана шундай усулларнинг энг самаралиларидан бири Хартри-Фок усули бўлиб, у кўп элек-

тронли масалани бир электронли масалага айлантиради. Хар-три-Фок усули  $\hat{H}$  хамилтонианда электронларнинг ўзаро таъсир энергиясини ҳар бир электрон мустақил ҳаракатланадиган даврий бирор ташқи майдондаги  $U_{eff}(\vec{r})$  эффектив потенциал энергияси билан алмаштириш ғоясига асосланган.  $U_{eff}(\vec{r})$  майдон барча бошқа электронларнинг мазкур бир электронга уртача таъсирини энг яхши равишда тавсифлайдиган қилиб танлаб олиниши керак. Тизимнинг хамилтониани энди фақат бир электроннинг координаталарга боғлиқ хамилтонианлар йигиндисидан иборат бўлиб қолади:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \hat{H}_i \quad \text{Бунда} \quad \hat{H}_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + V(\vec{r}_i) + U_{eff}(\vec{r}). \quad (5.8)$$

Бу ифодада  $V(\vec{r}_i)$  қўшилувчи  $i$  — электроннинг ядролар майдонидаги,  $U_{eff}(\vec{r})$  эса шу электрондан бошқа барча электронлар майдонидаги потенциал энергиялар.

Энди электронлар тизимининг тўлқин функцияси.

$$\varphi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) = \varphi_1(\vec{r}_1) \varphi_2(\vec{r}_2), \dots, \varphi_n(\vec{r}_n) \quad \text{бўлади.}$$

Ихтиёрий  $i$  — электрон учун ёзилган Шредингер тенгламаси:

$$\hat{H}_i \varphi_i(\vec{r}_i) = E_i \varphi_i(\vec{r}_i). \quad (5.9)$$

$U_{eff}(\vec{r})$  ни энг яхши равишда танлаб олиш қандай?

Бу ишни қандайдир ўз-ўзидан мослашган амаллар асосида бажариш мумкинлигини қуйида кўрамиз.

Олдин 2 та электрондан иборат тизимни қараб, натижаларни ихтиёрий  $N$  сондаги электронлар ҳолига умумлаштираемиз.

Икки электрон учун

$$\varphi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \varphi_1(\vec{r}_1) \varphi_2(\vec{r}_2). \quad (5.10)$$

Электроннинг ҳолати учта  $x, y, z$  ( $\vec{r}$ ) координаталардан ташқари яна спиннинг проекцияси қиймати билан ҳам аниқланади. Паули қонунига асосан, икки электрондан иборат



$U_{eff}(\vec{r})$  ни ҳисоблаб чиқиш учун  $\varphi_{ni}$  функцияларни танлаб олиш зарур. Нолинчи яқинлашишда қандайдир бир электронли  $\varphi_{ni}$  функциялар олинади, сунг  $U_{eff}$  ҳисоблаб чиқилади, кейин  $U_{eff}$  ифодасидан  $\varphi_{ni}$  функцияларни биринчи тақрибда аниқланади, бу ишни кераклигича давом эттириш мумкин. Масалан,  $\varphi_{ni}$  функциялар сифатида, ўрнига қараб, эркин электрон ёки атомда боғланган электрон тўлқин функциялари олинаши мумкин. Бу масалага биз кейинроқ тўхталамиз.

### 5.3. Даврий электрик майдонда ҳаракатланаётган электрон масаласи

Кристаллар симметрияси  $U_{eff}(\vec{r})$  потенциал майдоннинг ҳам кристалл даврийлигига эга бўлишлигини тақозо қилади. Демак, электроннинг кўзгалмас атомлар ядролари ва бошқа электронлар майдонидаги потенциали, яъни

$$V(\vec{r}, R) + U_{eff}(\vec{r}) = V(\vec{r})$$

даврий бўлади ва кристаллдаги электрон шу даврий майдонда ҳаракатланади. Бундан кейин бу потенциални  $V(\vec{r})$  белгиси билан қўллаймиз.

Энди электроннинг тўлқин функциясини танлаймиз. У Блох функциясидан иборат:

$$\varphi_k(\vec{r}) = u_k(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}}, \quad (5.17)$$

бунда  $\vec{k}$  — электроннинг тўлқин функцияси,  $u_k(\vec{r})$  амплитуда эса даврий:

$$u_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_n) = u_{\vec{k}}(\vec{r}). \quad (5.18)$$

Ҳақиқатан, агар Блох тўлқин функцияларини (5.14) га кўйилса,  $U_{eff}(\vec{r})$  нинг кристалл даврийлигига эга бўлишлиги келиб чиқади, яъни (5.17) ечим ўз-ўзига мослашгандир.

Тўлқин вектор  $\vec{k}$  ни қуйидаги кўринишда ёзилади ( $\vec{k}$  билан  $\lambda$  тўлқин узунлиги  $\vec{k} = (2\pi/\lambda) \vec{n}$  муносабатда боғланган):

$$\vec{k} = \frac{g_1}{G} \vec{b}_1 + \frac{g_2}{G} \vec{b}_2 + \frac{g_3}{G} \vec{b}_3 \quad (5.19)$$

бунда  $G$  — катта тоқ сон,  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$  — тескари панжара векторлари,  $g_1, g_2, g_3$  — бутун сонлар.  $\vec{k}$  вектор  $G^3$  квазидискрет қиймат олади.

Бу ифодани ҳосил қилиш учун кристаллнинг асосий соҳаси сифатида  $G\vec{a}_1, G\vec{a}_2, G\vec{a}_3$  қирралари бўлган параллелепипед ажратиб олинади, бу ҳолда  $G\vec{a}_i$  қадар силжиш тўлқин функция қийматини ўзгартирмайди (Борн-Карман даврийлик шarti). Агар (5.17) ифодада  $\vec{r}$  ўрнига  $\vec{r} + \vec{a}_n$  қўйилса,  $\varphi_{\vec{k}}$  ўз қийматини сақлайди. Ҳақиқатан,

$$\varphi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_n) = U_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_n) e^{i\vec{k}\vec{r}} e^{i\vec{k}\vec{a}_n} = U_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

чунки  $e^{i\vec{k}\vec{a}_n} = 1$ ,  $\vec{k}\vec{a}_n = 2\pi \bullet$  бутун сон.  $\vec{a}_n$  нинг энг кичик қийматлари  $\vec{a}_j$  бўлади ва  $\vec{k}\vec{a}_i = 2\pi$  келиб чиқади. Демак, тўлқин вектор шундай давр билан ўзгаради. Унинг физик жиҳатдан турли қийматлари

$$-\pi \leq \vec{k}\vec{a}_i \leq +\pi \quad (i=1,2,3) \quad (5.20)$$

оралиқда ётади. Бу соҳани биринчи Бриллюэн зонаси дейилади. Кристаллнинг тескари ва тўғри панжаралари векторлари кўпайтмаси  $\vec{a}_i \vec{b}_k$  агар  $i=k$  бўлганда  $2\pi$  га,  $i \neq k$  да нолга тенглигини эътиборга олиб, (5.19) ни  $\vec{a}_i$  га кўпайтирсак,  $\vec{k}\vec{a}_i$  нинг қийматлари  $\vec{k}\vec{a}_i = 2\pi g_i / G$  бўлади, уларни (5.20) га қўйилса,

$$-\frac{G}{2} \leq g_i \leq +\frac{G}{2} \quad (5.21)$$

қурунишдаги оралиқ биринчи (келтирилган) Бриллюэн зонасини ифодалайди.

Блох функциясини электрон учун ёзилган

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \varphi_{\vec{k}} + V(\vec{r}) \varphi_{\vec{k}} = E_{\vec{k}} \varphi_{\vec{k}} \quad (5.9)$$

Шредингер тенгласига куйилса,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 u_k + V(\vec{r}) u_k - \frac{\hbar^2}{m} (\vec{k} \nabla u_k) = (E_k - \frac{\hbar^2 k^2}{2m}) u_k \quad (5.22)$$

тенглама ҳосил бўлади.  $k=0$  учун (5.22) тенглама  $\phi_k$  учун ёзилган (5.9) га ухшаш бўлади.

Турли куринишдаги даврий майдонларда электрон ҳаракатини тақиқлаш электроннинг энергиялари спектри рухсатланган ва тақиқланган қийматлар оралиқларига (зоналарига) ажралишлигини кўрсатади. Қуйида бир неча ҳолларни кўриб чиқамиз.

#### 5.4. Кучсиз ва кучли боғланган электронлар тақриблари

$E = E(\vec{k})$  боғланишни умумий ҳолда топиш муҳим масала бўлиб, аммо у шу кунгача ечилмаган. У ёки бу қаттиқ жисмларнинг турли физик хоссаларини ўрганишда бир неча тақрибий усуллар қўлланади.

1. Булардан бири кучсиз боғланиш тақрибнинг нолинчи яқинлашиши сифатида эркин электрон ҳолати олинади, кристаллнинг даврий электрик майдони эса эркин электроннинг кинетик энергиясига нисбатан кичик бўлган потенциал энергия ҳосил қиладиган кичик таъсир (галаён) деб ҳисобланади. Шредингер тенгласи асосида кетма-кет бажариладиган биринчи, иккинчи, ... тақрибий ҳисоблар оқибатида электронларнинг кристалл қаттиқ жисмдаги энергиялари спектри ифодасига келинади.

Даврий жадвалнинг 1-4 гуруҳларига мансуб металлларни назарий ва тажрибавий текширганда уларда ўтказувчанлик электронлари ҳаракатини тавсифлаш учун деярли доимий потенциалдан фойдаланиш мумкинлигини кўрсатди.

Кичик галаён деб қараладиган  $V(\vec{r})$  кучсиз даврий потенциални Фурье қаторига ёямиз:

$$V(\vec{r}) = \sum_{g \neq 0} V_g \exp(i \vec{b}_g \vec{r}), \quad (5.23)$$

бунда  $\vec{b}_g$  тескари панжара вектори. Яна бунда  $V_0=0$  деб ҳисобладик, унғ томон ҳақиқий бўлиши учун  $V_g = V_g^*$  шарт ба-

жарилиши керак. Блох функцияси амплитудасини ҳам Фурье каторига ёйилади:

$$u_k(\vec{r}) = \sum_h a_h \exp i(\vec{b}_h \vec{r}). \quad (5.24)$$

(5.23) ва (5.24) ифодаларни (5.22) тенгламага қўямиз:

$$\begin{aligned} \sum_k \frac{\hbar^2}{2m} \vec{b}_k^2 a_k e^{i(\vec{b}_k \vec{r})} + \sum_h \sum_{g \neq 0} V_g a_h e^{i(\vec{b}_h + \vec{b}_g \vec{r})} + \sum_h \frac{\hbar^2}{2m} (\vec{b}_h \vec{k}) a_h e^{i(\vec{b}_h \vec{r})} = \\ = \sum_h \left( E_k - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) a_h e^{i(\vec{b}_h \vec{r})}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Икки қаррали йиғиндида  $h$  ва  $g$  бўйича йиғнашни  $h-g$  ва  $g$  йиғнашга алмаштирамиз, бу ҳолда кўрсаткичли функцияда  $\vec{b}_g + \vec{b}_h$  ни  $\vec{b}_h$  га алмаштирилса, маскур йиғинди:

$$\sum_h \sum_g V_g a_{h-g} \exp i(\vec{b}_h \vec{r})$$

кўринишга келади. Барча  $\vec{r}$  лар учун (5.25) тенглик айнан ба- жарилиши учун ҳамма  $\exp i(\vec{b}_h \vec{r})$  лар олдидаги коэффициентлар йиғиндиси нолга тенг бўлиши зарур.

Бу ҳолда (5.25) дан:

$$\left[ E_k - \frac{\hbar^2}{2m} (\vec{k} + \vec{b}_h)^2 \right] a_h - \sum_{g \neq 0} V_g a_{h-g} = 0. \quad (5.26)$$

$$(h_1, h_2, h_3 = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Эркин электрон учун  $V_g = 0$  ва шунинг учун

$$E_k = \frac{\hbar^2}{2m} (\vec{k} + \vec{b}_h)^2 = \frac{\hbar^2}{2m} k^2, \quad (5.27)$$

чунки,  $E(\vec{k} + \vec{b}_h) = E(\vec{k})$ .

Энди (5.26) ни кучсиз даврий майдон учун ечамиз. Бу ифодада  $a_0 = 1$  деб, йиғиндида битта  $g = h$  ли ҳадни қолдирамиз. У ҳолда



$$a_h = -\frac{2m}{h^2} \frac{V_h}{b_h^2 + 2(\bar{b}_h \bar{k})} \quad (h \neq 0) \quad (5.28)$$

$a_{h \neq 0}$  коэффициентлар электроннинг тўлқин функциясига биринчи тақрибдаги тузатмалар бўлади.

Эркин электроннинг  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m$  энергиясига қўшимча энергия

$$E'_k = -\frac{2m}{h^2} \sum_{g=0} \frac{|V_g|^2}{b_g^2 + 2(\bar{b}_g \bar{k})} \quad (5.29)$$

бўлишлигини топиш қийин эмас, бунда (5.26) да  $h=0$  тегишли қўшилувчилар билан кифояланиш мумкин. Махражнинг

$$b_g^2 + 2(\bar{b}_g \bar{k}) \approx 0$$

бўлишлиги интерференцион шартни ифодалайди. Шу шартни қаноатлантирувчи  $\bar{k}$  лар учун

$$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \pm |V_g| \quad (5.30)$$

бўлади, яъни электрон энергияси  $2|V_g|$  га тенг узилишга эга бўлади. Бир ўлчовли ҳол қаралганда рухсатланган зоналар орасидаги тақиқланган зоналар бор. Аммо, икки ўлчовли ва уч ўлчовли ҳолларда бундай бўлмаслиги ва икки зона бир-бирининг устига тушиши мумкин. Бу ҳодиса металларда муҳим ўрин тутади.

**Энди кучли боғланган электронлар тақрибни кўрайлик.** Электроннинг кинетик энергияси унинг  $V(r)$  потенциал энергиясидан анча катта бўлгандан кейингина электрон эркин ҳаракатининг галаёни деб қараш мумкин. Бу ҳол кристаллни катта энергияли электронлар билан нурлантирилганда рўёбга чиқиши мумкин. Аммо кристаллдаги атомдаги электроннинг кинетик энергияси унинг потенциал энергияси тебранишлари тартибда бўлади, шунинг учун кристалл электронларига кучсиз боғланиш (квази эркин электрон) тақрибни қўллаш мумкин эмас. Агар электроннинг энергиялари спектрини ҳисоблашда нолинчи яқинлашиш сифатида электроннинг яқка

атомдаги ҳолати олинса ва кристаллнинг даврий электрик майдони эса галаён деб қаралса, у ҳолда квази боғлиқ электрон назарияси яратилади. Ҳақиқатан, айрим атомлар бири-бирига яқинлашиб кристал панжарасини ҳосил қила бошлаганида улардаги электронларнинг дискрет (ажрим) энергиялари сатҳлари парчаланиб, энергия зоналарига айлана боради. Содда кубик панжара учун Шредингер тенгламаси мазкур усулда ечилса, электроннинг хусусий энергиялари

$$E(k) = E_a + C + 2A(\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad (5.31)$$

ифодага келади. Бунда  $E_a$  — якка атомдаги электрон энергияси,  $C$  — узаро таъсир доимийси,  $A$  — қушни тугунлардаги атомлар электронларининг алмашинув узаро таъсирини ҳисобга олувчи купайтувчи. Бу ифодадан қуйидаги хулосалар келиб чиқади.

1) Кристалл панжараси ҳосил бўлганида атомларнинг узаро таъсири оқибатида якка атомдаги электроннинг  $E_a$  сатҳи  $C$  катталиқ қадар силжийди. Силжиш йўналиши  $C$  нинг ишорасига боғлиқ.

2) Якка атомдаги электроннинг энергетик сатҳи ўрнига кристалл панжарада электрон энергиялари зонаси мавжуд бўлади. Электроннинг  $E$  энергияси  $\vec{k}$  тўлқин вектори  $k_x, k_y, k_z$  ташкил этувчиларига даврий боғлиқ бўлади.

3)  $\cos k_i a = \pm 1$  бўлганда (5.31) ифоданинг катта ва кичик қийматлари қуйидагича бўлади:

$$E_{\max} = E_a + C + 6A, \quad (5.32)$$

$$E_{\min} = E_a + C - 6A. \quad (5.33)$$

Демак, содда кубик панжара учун электрон энергиялари зонаси кенглиги

$$E_{\max} - E_{\min} = 12A. \quad (5.34)$$

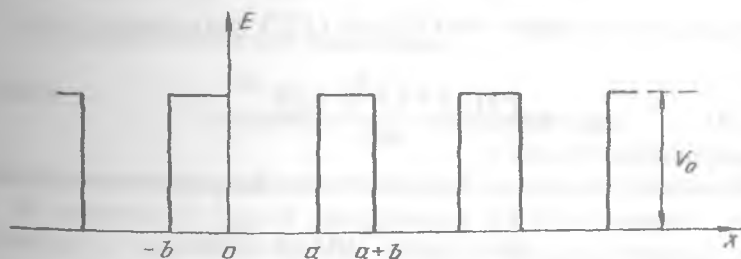
Кучли боғланган электрон тақриби, равшанки, атомларнинг чуқур энергетик сатҳларида жойлашган электронлар учун ўзини оқлайди, чунки, бу электронлар панжаранинг бошқа тугунларда атомлар билан узаро суст таъсирлашади.

Албатта, кучсиз боғланган электронлар ҳамда кучли боғланган электронлар тақриблари кристаллнинг ўтказувчанлик

зонасидаги электронлар ҳолатини миқдоран тўғри тавсифлай олмайди, улар айрим кристаллардаги электронларнинг энергетик спектрини ва тўлқин функцияларини ҳисоб-китоб қилишга ярамайди. Бироқ, муҳими шуки, бу тақриблар электронинг даврий майдонда ҳаракати тўғрисида яққол умумий хулосалар чиқариш имконини беради.

### 5.5. Крониг-Пенни модели

Электрон даврий электрик майдонда ҳаракат қилганда унинг электрик спектри қандай бўлишлигини яққол курсатадиган содда моделлардан бири Крониг-Пенни моделидир. У атомларнинг бир чизиқ бўйлаб даврий жойлашган ҳолига мос бўлиб, бунда масалани соддалаштириш мақсадида мазкур йўналишда электрон учун навбатлашувчи (даврий) тўғри бурчакли потенциал тўғри чизиқлар мавжуд деб фараз қилинади. Тўсиқнинг кенглиги  $a$ , атомнинг электрон учун ҳосил қилган потенциал чуқурликнинг кенглиги  $b$  ва тўсиқнинг баландлиги  $V_0$  бўлсин (5.1- чизма). Бу ҳолда кристал панжарасининг доимийси  $c=a+b$  бўлади.



5.1-чизма. Крониг-Пенни модели.

Электроннинг бундай даврий майдондаги  $E$  энергияси тўсиқнинг баландлигидан кичик деб ҳисобланади. Шунитаъкидлаймизки, квант механикасига асосан, электрон бу потенциал тўсиқлар устидан ўтишга энергияси етарли бўлмасда, тўсиқлар деворидан туннел ўтиш (тирқиш) йўли билан ўтиб кета олиши мумкин ва шу йўсинда бу бир ўлчовли кристал бўйлаб ҳаракатлана олади.

Бу ҳолда электрон учун Шредингер тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$+\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + (E - V)\psi = 0, \quad (5.35)$$

бундаги  $\Psi_{(x)}$  электроннинг тўлқин функцияси.

(5.35) тенглама потенциал чуқур ва потенциал тўсиқ соҳалари учун, мос равишда, қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k^2\psi_1 = 0, \quad (5.36)$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} - k^2\psi_2 = 0, \quad (5.37)$$

булардаги

$$k^2 = \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} E, \theta^2 = \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} (V_0 - E). \quad (5.38)$$

Потенциал чуқур соҳаси  $0 < x < a$  учун (5.36) тенгламанинг ечими

$$\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad (5.39)$$

потенциал тўсиқ соҳаси  $-b < x < 0$  учун (5.37) тенгламанинг ечими

$$\psi_2(x) = Ce^{\theta x} + De^{-\theta x} \quad (5.40)$$

кўринишларда бўлади.

Кристалл панжараси даврийлигидан Блох функцияси учун

$$\psi(x+c) = e^{ikc}\psi(x) = e^{i\varphi}\psi(x) \quad (5.41)$$

муносабат ўринли, бунда  $\varphi = kc$ . Энди (5.40) ечимни (5.41) дан фойдаланиб,  $a < x < c$  тўсиқ соҳа учун

$$\psi_2(x) = e^{i\varphi} \left[ Ce^{\theta(x-c)} + De^{-\theta(x-c)} \right] \quad (5.40)$$

кўринишда ёза оламиз.

Олинган ечимлар соҳалар чегараларида узлуксиз бўлишлиги, яъни бу чегараларда  $\psi_1(x)$  ва  $\psi_2(x)$  тўлқин функциялари ҳамда уларнинг ҳосилалари ўзаро тенг бўлишлиги керак.

$x=0$  чегарадаги  $\psi_1(0) = \psi_2(0)$  ва  $d\psi_1/dx|_{x=0} = d\psi_2/dx|_{x=0}$  шартлардан:

$$A+B=C+D, \quad (5.42)$$

$$ik(A-B)=\theta(C-D). \quad (5.43)$$

$x=a$  чегарадаги  $\psi_1(a)=\psi_2(a)$  ва  $d\psi_1/dx|_{x=a}=d\psi_2/dx|_{x=a}$  шартлардан:

$$Ae^{ika}+Be^{-ika}=e^{i\varphi}(Ce^{-\theta b}+De^{\theta b}), \quad (5.44)$$

$$ik(Ae^{ika}-Be^{-ika})=\theta e^{i\varphi}(Ce^{-\theta b}-De^{\theta b}). \quad (5.45)$$

(5.41) - (5.44) тенгламалар системаси  $A, B, C, D$  доимийларни аниқлаш имконини беради. Бу система бир жинсли тенгламалар системаси бўлиб, унинг маъноли ечимга эга бўлиши учун ушбу тенгламалардаги  $A, B, C, D$  лар олдидаги кўпайтувчилардан тузилган аниқловчи (детерминант) нолга тенг бўлиши керак, яъни

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ ik & -ik & -\theta & \theta \\ e^{ika} & e^{-ika} & -e^{i\varphi-\theta b} & -e^{i\varphi+\theta b} \\ ike^{ika} & -ike^{-ika} & -\theta e^{i\varphi-\theta b} & \theta e^{i\varphi+\theta b} \end{vmatrix} = 0. \quad (5.46)$$

Бу аниқловчини очиб чиқилганда

$$\cos k a \theta b + \frac{\theta^2 - k^2}{2\theta k} \sin k a \theta b = \cos \varphi \quad (5.47)$$

тенглама келиб чиқади.

Бу ифодадаги  $k$  ва  $\theta$  катталиклар [(5.38)га қаранг] электроннинг  $E$  энергияси орқали ифодаланганлиги туфайли  $\varphi$  га турли қийматлар бериб,  $E(\varphi)$  функцияни, яъни электрон энергиялари спектрини аниқлаш мумкин. Аммо (5.47) тенгламани ечиш мураккаб, у тақрибий ҳисоблашни талаб қилади. Лекин айрим чегаравий ҳолларда жуда яққол натижалар олиш мумкин. Бу ҳолда потенциал тўсиқ кенлиги  $b$  ни нолга ( $b \rightarrow 0$ ) ва унинг баландлиги  $V_0$  ни чексизга ( $V_0 \rightarrow \infty$ ) интилтирамиз, аммо  $bV_0$  кўпайтма чекли доимий катталик бўлиб қолади деб ҳисоблаймиз, яъни

$$4\pi^2 m a b V_0 / \hbar^2 = P = \text{const}. \quad (5.48)$$

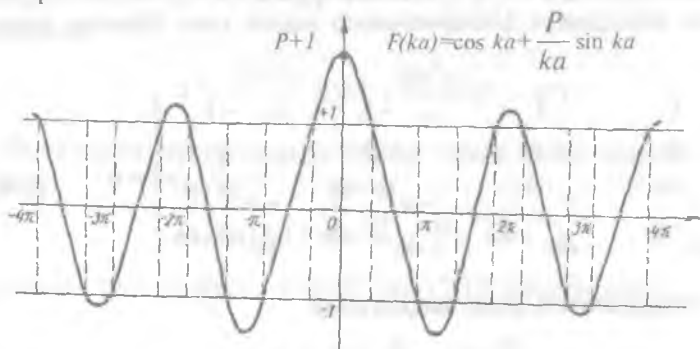
Энди  $b \rightarrow 0$  ва  $V_0 \rightarrow \infty$  чегаравий ҳолда:

$$\lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ V \rightarrow \infty}} \frac{\theta^2 - k^2}{2\theta k} \operatorname{sh}\theta b = \lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ V \rightarrow \infty}} \frac{\theta^2 - k^2}{2\theta k} \theta b \frac{\operatorname{sh}\theta b}{\theta b} = \lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ V \rightarrow \infty}} \frac{b\theta^2}{2k} = \frac{P}{ka}. \quad (5.49)$$

Бу ҳолда (5.47) тенглама содда кўринишга келади:

$$\cos ka + \frac{P}{ka} \sin ka = \cos \varphi. \quad (5.50)$$

5.2- чизмада (5.50) тенглама ечими график усулда тасвирланган.



5.2-чизма. Шредингер тенгласининг ечими.

Чизмадан кўришиб турганидек,  $\cos \varphi$  нинг қийматлари  $+1$  дан  $-1$  гача ораликдаги қийматларнигина олиши туфайли, фақат шу ораликда жойлашган соҳалар (5.50) нинг ечимларини ўз ичига олади (чиқиқланган соҳалар) мазкур ораликдан ташқаридаги соҳаларда (5.50) нинг ечимлари бўлмайди.

Шундай қилиб,  $k$  нинг бинобарин  $E$  нинг қийматлари муайян ораликда рухсатланган бўлиб, улар орасидаги соҳалар тақиқланган бўлар экан. Демак, Крониг-Пенни модели бир ўлчовли (бир йўналишли) даврий потенциал майдонида ҳаракатланаётган электроннинг энергиялари рухсатланган ва тақиқланган соҳалар (оралиқлар, зоналар)дан иборат бўлишлигини кўрсатади.

Баъзи чегаравий ҳолларда (5.50) қизиқарли натижалар беради.

1)  $P \rightarrow \infty$  яъни потенциал тўсиқ жуда баланд. Бу ҳол электронларнинг ўз атомлари билан боғланган ҳолига тўғри келади.  $k=0$  бўлганда

$$\cos ka=1, \quad \sin ka/ka=1, \quad F(ka)=P+1$$

бўлишлигини аниқлаш қийин эмас. Демак  $P \rightarrow \infty$   $F(ka)$  ҳолда функция к ўққа жуда тик тушади. Бунда электронларнинг рухсатланган энергия соҳалари (зоналари) тор (дискрет сатҳларига мос) бўлади, тақиқланган энергия оралиқлари эса кенг бўлади. Бу ҳол якка атом электрони ҳолатларига мос келади.

2)  $P \rightarrow 0$  ҳолда электронлар ўз атомлари билан кучсиз боғланган, потенциал тўсиқ паст бўлади, унда

$$\cos ka = \cos \varphi$$

ва ҳеч қандай тақиқланган соҳалар бўлмайди. Бу ҳол металлдаги эркин электронлар гази ҳолига яқин келади.

3)  $P \geq 1$  ҳолда  $P$  катта, аммо чекли қийматга эга. 5.2-чизмадан кўринишича к нинг ( $E$  энергиянинг) рухсатланган қийматлари  $ka = n\pi$  га чапдан ёндашади. Уларни

$$ka = n\pi + \delta \quad (5.51)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бунда  $n$  — соҳа (зона) тартибини белгиловчи бутун сон,  $\delta$  — бирдан кичик сон.

Энди электроннинг рухсатланган  $n$  — соҳадаги  $E_n$  энергияси

$$E_n = A_n + (-1)^n B_n \cos \varphi \quad (5.52)$$

кўринишда ифодаланади, бунда

$$A_n = \frac{\hbar^2 n^2}{8ma^2} \left(1 - \frac{2}{P}\right), \quad B_n = \frac{\hbar^2 n^2}{8ma^2} \frac{2}{P} \quad (5.53)$$

(5.52) ифодани келтириб чиқаришда  $|\delta| \ll 1$  деб ҳисоблаб,  $\cos ka = (-1)^n$ ,  $\sin ka = (-1)$ ларни топамиз. (5.50) дан

$\delta = \frac{n\pi}{P} \left[ (-1)^n \cos \varphi - 1 \right]$  муносабатни аниқлаймиз. Буни (5.51) ифо-

лага қўйиб,  $ka = n\pi \left[ 1 + \frac{1}{P} (-1)^n \cos \varphi - \frac{1}{P} \right]$  тенгликни ҳосил

қиламиз.  $ka$  нинг бу қийматини (5.8) ифодалардан биринчисига қўйсақ, (5.52) натижа келиб чиқади. (5.52) дан рухсатланган электрон энергиялари соҳасининг кенглиги  $P$  га муҳим даражада боғлиқ бўлишлиги кўриниб турибди.

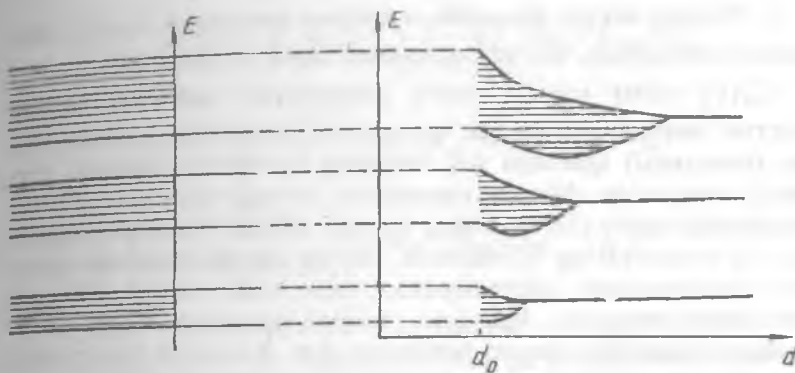
### 5.5. Идеал кристаллда электрон энергиялари спектри тўғрисида умумий хулосалар

Олдинги бандларда кучсиз, кучли боғланиш ҳолларида бир ўлчовли ҳолда стационар даврий электрик майдонларда (улар кристаллда атомларнинг даврий жойлашишидан вужудга келади) ҳаракатланаётган электрон учун Шредингер тенгламасини адиабатик бир электронли тақрибда ечиб кўрдик. Улар мисолида кристалл қаттиқ жисмда электронларнинг энергетик спектри ҳақида муайян тасаввур ҳосил қилдик. Квант механикаси қонунлари асосида юритиладиган умумий мулоҳазалар бу натижаларни тасдиқлайди. Бу натижаларнинг энг муҳими электронлар энергетик спектрининг зонавий тузилишидир. Шунинг учун ҳам бу назария зоналар назарияси номини олган. Биз қуйида унинг асосий хулосаларини баён қиламиз:

Даврий электрик майдонда электроннинг энергиялари спектри рухсатланган ва тақиқланган энергия зоналарига ажралган бўлади. Бунинг асосий сабаби атомлар маълум масофаларгача бир-бирига яқинлашиб қаттиқ жисм ҳосил қилганларида бир-бирлари билан кучли таъсирлашишга киришадилар, бунда якка атомдаги электронларнинг энергия сатҳлари шундай парчаланадикки, бунда Паулининг битта энергия сатҳи иккитадан (бир квант ҳолатида биттадан) ортиқ электрон бўлиши мумкин эмас дейдиган тақиқ қонунига риоя қилган ҳолда, атомдаги бир энергия сатҳи ўрнига (атомлар сонига тенг миқдордаги сатҳларни ўз ичига олган) энергия соҳаси (зонаси) вужудга келади. Рухсатланган зоналар оралигидаги тақиқланган зоналар кенглиги турли кристалларда турлича, рухсатланган зоналар тузилиши баъзи кристалларда мураккаб, зоналарнинг устма-уст тушиши ҳодисаси ҳам юз беради. 5.3- чизмада атомдаги айрим сатҳлардан зоналар вужудга келиши тасвирланган.  $d_0$  — атомлараро масофа.

5.3 а- чизмада атомдаги 1,2,3 энергия сатҳларидан, атомлар яқинлашиб кристалл ҳосил қилганида, энергия зоналари вужудга келишини кўрамиз, бунда рухсатланган зоналарни бири-биридан тақиқланган зоналар ажратиб турибди, зоналар устма-уст тушмаган.





5.3-чизма. Атомдаги электрон энергиялари сатҳларидан кристалдаги электрон энергиялари зоналари ҳосил бўлиши

5.3, б- чизмада 2,3 сатҳлардан ҳосил бўлган зоналар бир бирини қисман қоплаган.

1. Зоналар тартиб номери ортган сари рухсатланган энергия зоналари кенгайиб тақиқланган зоналар торайиб боради.

2. Рухсатланган зона ичида электроннинг энергияси узилишсиз ўзгаради деб ҳисоблаш мумкин, чунки ҳар бир зона ичида энергия сатҳлари жуда зич жойлашган (зонадаги сатҳлар сони кристалдаги атомлар сони тартибида). Бу ҳол зона ичида электронлар ҳаракатига боғлиқ ҳодисаларни ўрганишда мумтоз қонунлардан фойдаланиш имконини беради.

3.  $\vec{k}$  ва  $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{b}_g$  тўлқин вектори тавсифлайдиган

ҳолатлар бир бирига ўхшашдир (бунда  $\vec{b}_g$  тескари панжара вектори). Бундан ихтиёрий  $n$  – зонадаги электроннинг энергияси  $\vec{k}$  нинг даврий функцияси бўлишлиги келиб чиқади:

$$E_n(\vec{k} + \vec{b}_g) = E_n(\vec{k}). \quad (5.54)$$

4. Электрон энергияси  $\vec{k}$  тўлқин векторнинг жуфт функцияси бўлади:

$$E_n(\vec{k}) = E_n(-\vec{k}), \quad (5.55)$$

яъни  $E_n(\vec{k})$  энергиянинг ифодасига  $\vec{k}$  нинг фақат жуфт даражалари киради.

5. Тулқин вектор фазосида электрон энергияси  $E_n(\vec{k})$  экстремал (энг кичик, энг катта) қийматларга эга бўлади.

$E_n(\vec{k})$  нинг мутлақ катта (максимум) қиймати мазкур энергия зонасининг юқори чегарасини (шипини), мутлақ кичик (минимум) қиймати эса зонанинг пастки чегарасини (тубини) аниқлайди. Мутлақ максимум, мутлақ минимум деб тақидлашимизнинг боиси шуки, мазкур зонада бир неча максимум ва минимумлар бўлишлиги, айрим кристаллларнинг энергия зоналаридаги экстремумлар бир неча қарра айниган бўлишлиги мумкин. Масалан, галлий арсениди GaAs нинг юқориги зонасида иккита минимум бор. Кремний кристаллининг валент зонасида уч қарра айниган максимум мавжуд.

6. Тулқин вектор  $\vec{k}$  қийматларининг шундай соҳалари борки, бу соҳаларда электронлар энергияси узилишсиз ўзгаради (рухсатланган зоналар), аммо уларнинг чегарасида эса узилиш содир бўлади; бу соҳалар *Бриллюэн зоналари* дейилади. Биринчи Бриллюэн зонаси  $-\pi \leq \vec{k} \cdot \vec{a}_i \leq +\pi$  тенгсизликлар, иккинчи Бриллюэн зонаси  $-2\pi \leq \vec{k} \cdot \vec{a}_i \leq -\pi$  ва  $+\pi \leq \vec{k} \cdot \vec{a}_i \leq +2\pi$  тенгсизликлар билан ифодаланadi. Барча юқори тартибли Бриллюэн зонасини геометрик қучиришлар ёрдамида биринчи зонага келтириш мумкин. Шунинг учун уни келтирилган Бриллюэн зонаси дейилади. Бриллюэн зоналари шакли кристаллар тузилишини акс эттиради.

### 5.6. Электронларнинг кристаллдаги эффектив массаси. Ковак. Электрон энергияси ва импульси

Электронларнинг кристаллдаги рухсатланган энергиялари зоналарида унинг  $E_n(\vec{k})$  энергияси  $\vec{k}$  нинг муайян қийматларида экстремумларга (максимум ва минимумларга) эга бўлишлиги тўғрисида юқорида айтилган эди.  $E_n(\vec{k})$  функцияни экстремумлари яқинида қаторга ёйиш мумкин. Бу айрим қаттиқ жисмлар учун аҳамиятга эга эканлигини кейинроқ қураимиз. Масалан,  $n$ -зонада  $E_n(\vec{k})$  энергия  $\vec{k} = \vec{k}_0$  да экстремал қиймат олади дейлик. Шу  $\vec{k} = \vec{k}_0$  яқинида  $E_n(\vec{k})$  ни қаторга ёйиш:

$$\begin{aligned} \bar{E}_n(\bar{k}) &= \bar{E}_n(\bar{k}_0) + \sum_{\alpha} \left( \frac{\partial E_n}{\partial k_{\alpha}} \right)_{\bar{k}_0} (k_{\alpha} - k_{\alpha 0}) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta}} \right)_{\bar{k}_0} (k_{\alpha} - k_{\alpha 0})(k_{\beta} - k_{\beta 0}) + \quad (5.56) \\ &+ \frac{1}{6} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \left( \frac{\partial^3 E_n}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta} \partial k_{\gamma}} \right)_{\bar{k}_0} (k_{\alpha} - k_{\alpha 0})(k_{\beta} - k_{\beta 0})(k_{\gamma} - k_{\gamma 0}) + \dots, \end{aligned}$$

$k_{\alpha}, k_{\beta}, k_{\gamma} - k$  векторнинг,  $k_{\alpha 0}, k_{\beta 0}, k_{\gamma 0} - k_0$  векторнинг ташкилловчилари.  $E_n(\bar{k})$  энергия  $\bar{k} = \bar{k}_0$  да экстремал қиймат олгани учун биринчи  $(\partial E_n / \partial k_{\alpha})_{\bar{k}_0}$  ҳосилалар нолга тенг. Иккинчи тартибли ҳосилалар ҳақлар 2-даражали тензорни ташкил қилади. Юқори тартибли ҳосилалар кирган ҳақлар жуда кичиклиги туфайли ҳисобга олинмайди. Энди (5.56) ёйилма яхши тақрибда

$$\bar{E}_n(\bar{k}) \approx \bar{E}_n(\bar{k}_0) + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta}} \right)_{\bar{k}_0} (k_{\alpha} - k_{\alpha 0})(k_{\beta} - k_{\beta 0}). \quad (5.57)$$

Агар тескари масса ўлчамлигига эга бўлган тескари эффектив масса тензори

$$\frac{1}{m_{\alpha\beta}} = \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_{\alpha} \partial k_{\beta}} \right)_{\bar{k}_0} \quad (5.58)$$

тушинчаси киритилса, (5.57) анча соддалашади:

$$E_n(\bar{k}) \approx E_n(\bar{k}_0) + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{(k_{\alpha} - k_{\alpha 0})(k_{\beta} - k_{\beta 0})}{m_{\alpha\beta}} \quad (5.59)$$

Тензорни учта бош ўққа келтириш амали бу ифодани яна ҳам соддалаштиради:

$$E(\bar{k}) = E(\bar{k}_0) + \sum_{\alpha} \frac{\hbar^2 (k_{\alpha} - k_{\alpha 0})^2}{m_{\alpha}} \quad (5.60)$$

Агар бу ифодани эркин электрон кинетик энергияси учун ёзилган  $E = \hbar^2 k^2 / 2m$  билан солиштирсак  $m_{\alpha}$  масса маъносига эга

эканлигини пайқаймиз, аммо, умумий ҳолда, кристаллнинг ҳар бир бош уқига ўзининг  $m_\alpha$  массаси тўғри келади:

$$m_\alpha = \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_\alpha^2} \right)_{\bar{k}_0} \quad (5.61)$$

Энг содда ҳолда (изотроп кристаллда) учала массалар бирдай бўлади:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m^* = \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right)_{\bar{k}_0} \quad (5.62)$$

Бу ифодадаги  $m^*$  скаляр эффектив масса дейилади. Бу ҳолда электроннинг энергияси, квази импульси ва Ньютоннинг иккинчи қонуни кўриниши қуйидагича бўлади:

$$E_n(\bar{k}) = [\hbar^2 (\bar{k} - \bar{k}_0)^2 / 2m^*] + E_n(\bar{k}_0), \quad (5.63)$$

$$\bar{P} = \hbar(\bar{k} - \bar{k}_0) = m^* \bar{v}, \quad (5.64)$$

$$\bar{F} = m^* (d\bar{v} / dt) = d\bar{p} / dt. \quad (5.65)$$

Энергия зонасининг пастки чегарасида (мутлақ минимумида)  $E_n(\bar{k})$  нинг иккинчи ҳосиласи мусбат, яъни  $m^* = \hbar^{-2} (\partial^2 E_n / \partial k^2)_{k_0} > 0$ . Бу осон тушунарли натижадир. Зонанинг юқориги чегарасида эса  $(\partial^2 E_n / \partial k^2)_{k_0} < 0$  яъни  $m^* < 0$ . Аммо бу ғалати натижани тушуниш қийин эмас. Электрон кристалл ичидаги кучли майдон таъсирида ташқи майдон таъсири йўналишига қарши йўналган тезланишга эга бўлади (бу зонанинг юқориги чегарасида содир бўлади). Агар зона шипида массаси  $m_p = -m^*$  ва заряди  $+e$  бўлган квази зарра (ковак) тушунчаси киритилса, мазкур ғалатилик бартараф бўлади. Бу квази зарранинг ковак деб аталишига сабаб у зонанинг ўша жойида электрондан бўш ҳолатни (ковакни) тавсифлашидир. Коваклар эркин электронлар билан биргаликда ярим ўтказгич кристалларда жуда муҳим ўрин тутди.

Таҳлилни соддалаштириш учун  $E_n(\bar{k}_0) = 0$  ва  $\bar{k}_0 = \mathbf{0}$  деб

фараз қилинади. Эффектив масса тушунчаси  $E_n(\bar{k})$  функцияни экстремумлари яқинида қаторга ёйишдан келиб

чиққанлиги ва бинобарин, бу тушунча фақат зоналар чегаралари яқинидагина қулланиши мумкинлигини таъкидлаймиз.

Скаляр эффектив масса изотроп кристалларга хос, аммо анизотроп кристалл хоссалари тавсифланганда эффектив масса тензори тушунчасидан фойдаланиш керак.

### 5.7. Энергия зоналари. Металлар. Ярим ўтгазгичлар. Диэлектриклар

Биз юқорида квант физикаси заминида кристалл қаттиқ жисмларда электронларнинг энергия зоналари ҳосил бўлишлигини кўрдик. Энди энергия зоналарининг электронлар билан тўлдирилганлиги масалалари билан танишамиз, чунки юқориги энергия зоналарининг (валент сатҳларидан пайдо бўлган зоналарнинг) қай даражада тўлдирилганлиги ёки тўлдирилмаганлиги кристаллнинг электрик хоссалари бўйича қайси гуруҳга — металларга (яхши ўтгазгичларга) ярим ўтгазгичларга ёки диэлектрикларга мансуб бўлишлигини аниқлаб беради. Дарвоқе, қаттиқ жисм квант физикаси (1930 йиллар бошида) яратилгандан кейингини мазкур моддаларнинг кўп хоссаларини ва улар орасидаги тафовутни пухта илмий асосда тушуниш мумкин бўлди.

Умуман, энергия зонаси электронлар билан тўла тўлдирилган, чала тўлдирилган ёки бутунлай тўлдирилмаган бўлиши мумкин.

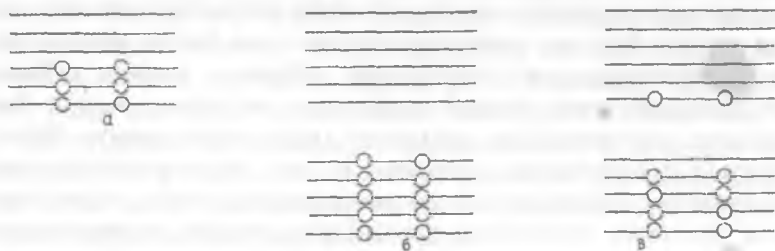
Агар энергия зонасини электронлар тўла тўлдирилган бўлса (боғланган электронлар зонаси) бу ҳолда ундаги электронлар электр токда қатнаша олмайди. Сабаби шуки, бу зонанинг ҳар бир сатҳида бир хил қийматли тезликка эга бўлган икки электрон қарама-қарши йўналишда ҳаракат қилади. Токда қатнаштириш учун бундай жуфтларни ажратиш уларни бир қисмини юқорига бўш сатҳларга (агар улар мавжуд бўлса) кўтариш (энергиясини ошириш) ва энг муҳими электронлар йўналишини электр майдонга мос равишда буриш, яъни уларнинг йўналган (тартибли) ҳаракатини вужудга келтириш керак. Аммо тўла тўлдирилган зонада бўш сатҳлар йўқ, электр майдон таъсир қилганида ҳам электронлар иккитадан ўз сатҳларида қарама-қарши ҳаракат қилишда давом этади. Шунинг учун улар токда қатнаша олмайди.

Агар энергия зонаси чала тўлдирилган бўлса, уни ўтказувчанлик зонаси дейилади. Бундай зона электронлари токда қатнаша олади. Улар ўтказувчанлик электронлари ёки эркин электронлар дейилади. Мазкур зонанинг юқори қисмида бўш сатҳлар бор, паст сатҳларида жуфт-жуфт жойлашган электронлар электр майдон таъсирида тезлашиб юқориги бўш сатҳларга кўтарилади, тезликлари йўналишлари электр майдонга мос бурилади. Натижада зонадаги электронларнинг йўналган ҳаракати, яъни электр ўтказувчанлик вужудга келади (бунда занжир ёпиқ бўлишлигини назарда тутилади).

Тўлдирилган зона юқорисида пастки зонадан тақиқланган зона билан ажратилган бўш зона бўлади. Агар қандайдир ташқи таъсир (температура, кучли электр майдон, ёруғлик таъсири) оқибатида бу зонага тўлдирилган зонадан электронлар ўтса бу икки зона ҳам чала тўлдирилган бўлиб қолади ва электр майдон ҳосил қилганда токка ўз ҳиссаларини қўшади.

Икки муҳим ҳолни кўриб чиқайлик.

1. Чала тўлдирилган валент зона ҳоли. Натрий Na кристаллини олайлик. Натрий элементлар даврий жадвалида 11-ўринда туради, унинг атомида 11 та электрон бор. Уларнинг 10 таси, Паули қонунига асосан 2 тадан 5 та сатҳни тула эгаллаган, 11-электрон жойлашган валент сатҳ чала (яримиси) тўлдирилган. Натрий 1 валентлик элемент. Тула тўлдирилган 5 та ички сатҳлардан натрий кристаллида ҳосил бўлган энергия зоналари ҳам тула тўлдирилган, аммо валент сатҳдан пайдо бўлган зонанинг ярми тўлдирилган бўлади (5.4- а чизма).



5.4-чизма. Энергия зоналарининг электронлар билан тўлдирилиш ҳоллари.

Ҳар қандай температурада тула тўлдирилган зонадаги электронлар электр токини ўтказишда қатнаша олмайди, аммо ярми тўлдирилган зонанинг (ўтказувчанлик зонасининг) элек-

тронлари токда қатнаша олади, чунки уларни электр майдон тезлантириб юқориги буш сатҳларга (тезлик йуналишини ҳам узгартирган ҳолда) ўтказиши мумкин. Бу зонадаги электронларнинг тартибли ҳаракати вужудга кела олади. Натрий кристалли металл булиб, токни яхши ўтказадиган моддадир. Демак, юқориги энергетик зонаси электронлар билан ярмиси (чала) тўлдирилган моддалар металл хоссаларига эга булади. Бундай зонадаги эркин электронлар сони кристаллни ташкил қилган атомлар сони тартибида (бир см<sup>3</sup> да тахминан 10<sup>22</sup> та чамасида) булади. Металлар яхши ўтказгичлар.

Яна шунни айтиш зарур: атомда тула тўлдирилган валент сатҳдан ва ундан юқориги буш сатҳдан кристаллда пайдо буладиган икки зона қисман бир бири устига тушганда ҳам (5.3,б- чизмани қ.) ушбу зоналарнинг юқориги қисмида буш сатҳлар оралиғи мавжуд булади. Бу ҳолда ҳам электр майдон таъсирида электронларни тезлаштириб, юқорига буш сатҳларга ўтказиш уларни токда қатнаштириш мумкин. Бундай моддалар ҳам металлар булади.

2. Тула тўлдирилган валент зона ҳоли. Кремний кристаллини олайлик. Кремний Si элементлар даврий жадвалида 14-уринда туради. Бинобарин, унинг якка атомида 14 та электрон булиб, 10 таси мустақкам ички қобикда 5 та сатҳни тўлдирган, қолган 4 таси 2 та валент сатҳни тула тўлдирган. Кремний энг кагга валентлиги 4 га тенг бўлган элемент, чунки унинг шу 4 та электрони кимёвий бирикишларда қатнашиши мумкин.

Валент сатҳлардан кремний кристаллида пайдо бўлган валент зоналар мутлақ нол температурада тўлдирилган булади (5.4,б-чизма). Демак,  $T=0$  K да бу зоналардаги электронлар электр токини ўтказишда қатнаша олмайди, яъни кремний бу ҳолда ўзини диэлектрик (изолятор) каби тутади. Валент зонадан юқоридаги зона (у валент сатҳдан юқориги уйғониш сатҳидан пайдо булади) бум-буш булади. Бу зона *ўтказувчанлик зонаси* дейилади. Бу номнинг келиб чиқишини ҳозир билиб оламиз. Биз бундан кейин икки валент зонасидан фақат битта юқоригиси билан иш қиламиз, чунки пастки валент зона аксарий ҳолда кремнийда содир буладиган ҳодисаларда ҳеч қандай ҳиссага эга эмас.

Температура мутлақ нолдан (OK дан) юқори бўлганда зоналар тўлдирилганлиги қанақа булади?

Бу ҳолда ( $T > OK$ ) валент зона электронларидан бир қисми, иссиқлик ҳаракати энергияси ҳисобига тақиқланган зона кенглиги деб аталган  $E_g$  энергетик тўсиқни енгиб, юқориги зонага яъни ўтказувчанлик зонасига утиб олган бўлади (5.4, в-чизма). Бу ҳодисани яққол тасаввур қилиш учун уни суюқлик молекулаларини буг молекулаларига айланишига ўхшатиш мумкин. Энди валент зона ҳам, ўтказувчанлик зонаси ҳам чала тўлдирилган зоналар бўлади. Улардаги электронлар электрик майдон таъсирида банд бўлмаган юқориги сатҳларга утиши (энергияни ва тезлик йуналишини узгартириши) яъни ток ўтказишда қатнашиши мумкин. Қисман тўлдирилган ўтказувчанлик зонасидаги электронлар олдин айтилганидек, эркин электронлар ёки ўтказувчанлик электронлари дейилади. Улар мувозанат ҳолатида зонанинг тубида жойлашади.

*Валент зонадаги коваклар.* Ўтказувчанлик зонасига утиб кетган электронлар валент зонанинг юқориги чегараси яқинидаги сатҳларини бўш қолдиради. Албатта, электр майдон таъсирида пастроқ сатҳлардаги электронлар бу бўш сатҳларга ўтиб олиши мумкин. 5.6-бандда кўрганимиздек зонанинг юқориги чегараси яқинида электроннинг ташқи ва ички электр майдон таъсиридаги ҳаракатини  $m_p^* > 0$  массали ва +е зарядли квази зарра – ковакнинг ҳаракати орқали тавсифлаш мумкин. Хуллас, валент зонанинг юқориги чегараси яқинида электрон бушатиб кетган ҳолатни ковак банд қилган деб ҳисобланади. Электрон зарядига тесқари зарядли ковак электрик майдон таъсирида электронлар ҳаракати йуналишига қарама қарши йуналишда ҳаракатланади, токда қатнаша олади. Коваклар энергияси юқоридан пастга томон ошиб боради!

Демак,  $T > O$   $K$  да кремний кристалли электр ўтказувчанликка эга бўлади, уни ўтказувчанлик зонасидаги эркин электронлар, валент зонадиги коваклар амалга оширади. Эркин электронлар ва ҳаракатчан коваклар миқдори (ўтказувчанлик ҳам) тақиқланган зонанинг  $E_g$  кенглиги (энергетик тўсиқ баландлигига) боғлиқ бўлади. Ҳар хил кристаллар учун  $E_g$  нинг қиймати турлича бўлади. Шартли равишда ярим ўтказгичларда  $E_g \leq 2$  эВ, диэлектрикларда  $E_g > 2$  эВ бўлади.

Бироқ, ярим ўтказгичларда токда қатнаша оладиган заряд ташувчилар зичлиги металлдагидан анча кам, мос равишда электрик ўтказувчанлик анча кичик бўлади.  $E_g$  си катта



булган диэлектриклар утказувчанлиги, заряд ташувчилар жуда ҳам кам (баъзан, ҳисобга олмаслик даражада) булганлиги туфайли, жуда ҳам кичкина бўлади, куп ҳолларда уни йуқ деб ҳисобланади.

Температура ошиб борганида металлларнинг утказувчанлиги камаяди (қаршилиги ортади), чунки металллардаги эркин электронлар зичлиги катта ва температурага боғлиқ эмас, лекин температура ошган сари электронлар ҳаракатчанлиги камаяди.

Ярим утказгичларда температура ошганида электр утказувчанлик тез ортиб боради, чунки валент зонадан электронларнинг ўтказувчанлик зонасига ўтишлари тез кўпаяди, бинобарин, токда қатнашувчи эркин электронлар ва ҳаракатчан коваклар зичлиги тез ортади, ҳаракатчанликлари эса нисбатан суст ўзгаради. Ярим утказгичлар, металллардан кўра, температурадан ташқари яна ёритишга, деформацияларга, турли нурланишларга нисбатан жуда сезгир моддалардир.

Яна бир муҳим фикрни айтиб ўтиш зарур. Ярим утказгичларда энергия зоналаридаги сатҳларга нисбатан эркин заряд ташувчилар зичлиги анча (баъзан миллионларча) кам, шунинг учун улар зоналар чегараларидаги кичик оралиқдаги сатҳларда жойлашган бўлади: утказувчанлик зонасидаги электронлар зонанинг туби ( $E_n(\bar{k})$  энергия минимуми) яқинида, валент зонадаги коваклар эса зонанинг шипи ( $E_n(\bar{k})$  энергия максимуми) яқинида жойлашган бўлади. Демак, 5.6-бандда  $E_n(\bar{k})$  энергиянинг экстремумлар яқинидаги ёйилмасидан келтириб чиқарилган эффектив масса тушунчаси мазкур электронлар ва ковакларга жуда катта аниқликда қўлланиши мумкин.

Металлар, ярим ўтказгичлар, диэлектрикларга бағишланган бобларда зоналар назариясининг махсус тушунчаларига тўхталинади.

Шундай қилиб, қаттиқ jisимлар квант физикаси энергия зоналари назарияси заминида металл, ярим ўтказгич ва диэлектрик моддаларнинг электрик ва бошқа хоссаларини равшан тушинтириб беради.

## Саволлар ва масалалар

1. Кристалл қаттиқ жисм учун Шредингер тенгламаси қандай ёзилади?
2. Адиабатик тақриб нимадан иборат?
3. Бир электронли тақрибнинг мазмуни қандай?
4. Крониг-Пенни модели нима ва у қандай хулосага олиб келади?
5. Блох функциясини тавсифланг.
6. Кремний кристаллида  $m_1=1,55 m_0$   $m_2=m_3=0,082m_0$  (бунда  $m_0$  — эркин электрон массаси).

$$\frac{3}{m'} = \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right) \text{ифодадан } m' \text{ массани топинг.}$$

## VI БОБ

### ҲАҚИҚИЙ КРИСТАЛЛ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДАГИ НУҚСОНЛАР

#### 6.1. Кристаллардаги нуқсонлар ҳақида умумий мулоҳазалар

Олдинги бобларда қаттиқ кристалл жисмни мутлақ тартибланган, яъни атомларнинг қатъий даврий жойлашишида ҳеч қандай бузилиш бўлмаган жисм деб қаралди. Фақат атомлар тебраниши бундан истисно эди.

Лекин, ҳақиқий кристалларда ҳамма вақт кристалл панжарасининг анча миқдордаги бузилиши (нуқсонлари) мавжуд бўлади. Даставвал макро ва микро нуқсонларни фарқлаш лозим. Макронуқсонлар микроскопда осон кўринади. Бундай макронуқсонларнинг мисоллари — металл қуймалардаги коваклар, дарзлар, ёт моддалар киришмалари уюмлари, поликристаллнинг доначалари — айрим кристаллчаларнинг кўринма чегараларидир. Электронлар микроскопиясининг пайдо бўлиши санаб утилган нуқсонларни анча кичик ўлчамли бўлганда ҳам кузатиш имконини берди.

Микронуқсонларга ёки атомлар ўлчамида қараладиган нуқсонларга уч ўлчамдан  $(x, y, z)$  ҳеч бўлмаганда бири кристалл панжарасининг  $a = 0,2 \div 0,5$  нм даври билан таққосланувчи бўлган нуқсонлар мансуб бўлади. Айрим кўринишдаги нуқсонларни қарашдан олдин ҳақиқий кристаллни нуқсонсиз (идеал) кристаллдан фарқловчи умумий белгиларни топайлик.

Идеал кристаллда атомлар қатъий даврий жойлашганлиги оқибатида кристалл ичида даврий электрик майдон шаклланган бўлади. Кристаллнинг даврий ички электр майдонининг ҳар қандай бузилиши нуқсон бўлади. Нуқсонлар мисоли тариқасида ёт атом — киришманинг кристалл атоми ўрнига жойлашиб олиши ва кристалл атомининг жойидан кетиши — вакансия (бўш жой) ҳосил бўлишини келтириш мумкин.

Агар кристаллдаги нуқсонлар оз бўлса, бу ҳолда улар бир-биридан анча йироқда жойлашган, яъни кристалл панжараси нуқсонлари маҳаллийлашган бўлади. Бунда кристалл ичидаги электр майдон фақат нуқсон атрофидагина бузилади, бошқача айтганда, кристаллнинг даврий  $V_0$  потенциалига нуқсон яқинида  $V'$  қушимча потенциал қўшилади, тула потенциал  $V = V_0 + V'$  бўлади. Шунинг учун ҳам фақат шу соҳада бўлган электронларнинг энергетик ҳолатлари ўзгаради, бу эса идеал қаттиқ жисм электронлари энергия зоналарига қушимча маҳаллий энергетик ҳолатларнинг пайдо бўлишига олиб келади. Бундай маҳаллий ҳолатлар сони  $N$  нуқсонлар сонига тенг, ёки агар бир нуқсон бир неча ҳолатда бўла олса, маҳаллий ҳолатлар сони нуқсонлар сонидан катта бўлади.

Маҳаллий энергетик сатҳлар (ҳолатлар)да электронлар боғланган, бу боғланиш турли қаттиқ жисмларда моҳиятан турличадир. Металларда нуқсонлар пайдо қилган сатҳлар рухсат қилинган энергиялар зонаси ичида жойлашади. Металларда электронлардан бўш нуқсонларнинг ионланган ҳолатда бўлишлиги энг эҳтимоллигидир.

Ярим ўтказгичлар ва диэлектриклар электронлари тақиқланган энергиялари зонаси бўлган энергетик спектрга эгадир. Албатта, бундай кристалларда маҳаллий энергетик ҳолатлар рухсатланган зоналарга тушиши мумкин. Агар улар ўтказувчанлик зонасида жойлашса, уларни **резонанс сатҳлар**, агар улар валент зонасида жойлашса, уларни **анти резонанс сатҳлар** дейилади. Бу ҳолларда нуқсонларга тегишли электронлар улар билан боғланишини йўқотади ва умумлашган зона электронлари жамоасига қўшилади. Лекин, аксарий кўп ҳолларда нуқсонлар сатҳларида жойлашган электронлар нуқсонларга боғлиқлигича қолиши мумкин, уларни фақат иссиқлик ҳаракати



6.1-чизма. Тақиқланган зонадаги маҳаллий сатҳлар

ёки бошқа энергия манбаи ҳисобига уз нуқсонларидан ажратиб юбориш — активлантириш мумкин. Нуқсонларга боғлиқ электронлар электр ўтказувчанликда қатнаша олмайди, албатта. Бундай нуқсонларнинг электронлар учун сатҳлари ярим ўтказгичнинг (диэлектрикнинг) тақиқланган зонасида жой-

лашган булади. Бу 6.1- чизмада курсатилган. Қайси бир манбадан олинган энергия эвазига нуқсонлар ионланади? Бир хиллари ўтказувчанлик зонасига электронлар бериб, ўзлари мусбат зарядли нуқсонларга (6.1, а- чизма), бошқа хиллари, аксинча, электронларни тутиб олиб, манфий зарядли нуқсонларга (6.1, б- чизма) айланади.

Ўтказувчанлик зонасига электронлар бера оладиган нуқсонларни донорлар дейилади, таркибида донорлар булган ярим ўтказгичларни эса электрон ўтказувчанликли яримўтказгичлар ёки  $n$  – тур ярим ўтказгичлар дейилади. Мос равишда ярим ўтказгичларнинг ўтказувчанлик зонасидаги электронлар кўчиши билан боғлиқ электр ўтказувчанликни электрон электр ўтказувчанлик ёки  $n$  – тур ўтказувчанлик дейилади.

Агар кристаллни қиздирганда электронлар валент зонадан нуқсонлар сатҳларига ўта олса, бу ҳолда валент зонада ҳаракатчан мусбат зарядли коваклар пайдо булади, ковак электр ўтказувчанлик вужудга келади. Электронларни узига қабул қиладиган нуқсонларни акцепторлар деб аталган, таркибида акцепторлар булган ярим ўтказгични эса ёки ковак ўтказувчанликли ярим ўтказгич ёки  $p$  – тур ярим ўтказгич дейилади.

6.1- чизмада донорлар сатҳлари ўтказувчанлик зонаси туби яқинида, акцепторлар сатҳлари эса – валент зона шипи яқинида тасвирланган. Хусусий ионланишга нисбатан нуқсонлар ионланиши анча осон, кичикроқ температураларда юз беради. Сатҳларнинг донор ёки акцептор бўлишлиги мазкур сатҳларни ҳосил қилувчи нуқсонларнинг табиатига боғлиқ.

Донорлар электронларни фақат ўтказувчанлик зонасига эмас, балки акцептор табиатли ҳар қандай нуқсонга бера олади. Акцепторлар электронларни валент зонадан қабул қилиш билан бир вақтда кристаллдаги ҳар қандай донордан ҳам олиши мумкин.

Ниҳоят, амфотерлик хоссалари намоён бўладиган, яъни донор ҳам, акцептор ҳам була оладиган табиатли нуқсонлар мавжуд. Нуқсонларни синфларга ажратиш кристалл майдонининг нуқсон томонидан бузилиши ўлчамларига асосланган:

А) нуқтавий (нол ўлчовли) нуқсонлар, уларга ўлчамлар  $x\langle a, y\langle a, z\langle a$  бўлган нуқсонлар мансуб, бунда  $a$  – кристалл панжараси доимийси;

Б) чизигий (бир улчовли) нуқсонлар, икки йуналишда уларнинг улчамлари кичик ( $< a$ ) ва учинчи йуналишда улчами ҳар қанча бўлиши ( $>> a$ ) мумкин;

В) ясси (икки улчовли) нуқсонлар, уларнинг бир йуналишда улчами кичик, холос.

Г) ҳажмий (уч улчовли) нуқсонлар, уларнинг баъзилари макро нуқсонларга тааллуқли бўлади.

Бу улчамлар буйича синфлашга бир неча бир хил ёки ҳар хил содда нуқсонларнинг бирлашмасидан иборат мураккаб нуқсонларни ҳам киритиш мумкин.

У ёки бу нуқсон пайдо бўлишида уринли буладиган тартибсизланиш авзойига қараб ҳам нуқсонларни бошқача синфларга ажратилади. Аввало улар хусусий тартибсизланиш нуқсонлари бўлиб, уларнинг энг муҳим мисоллари электрон ва атомга оид нуқсонлардир. Улар қаттиқ жисмлардаги диффузия, эритмалар парчаланиши ва бошқа ҳодисалар иштирокчиларидир.

Бу синфга ҳаракат нуқсонлари, йуналганлик нуқсонлари, экситонлар, электрон — ковак жуфтлар, фононлар ва поляронлар мансубдир.

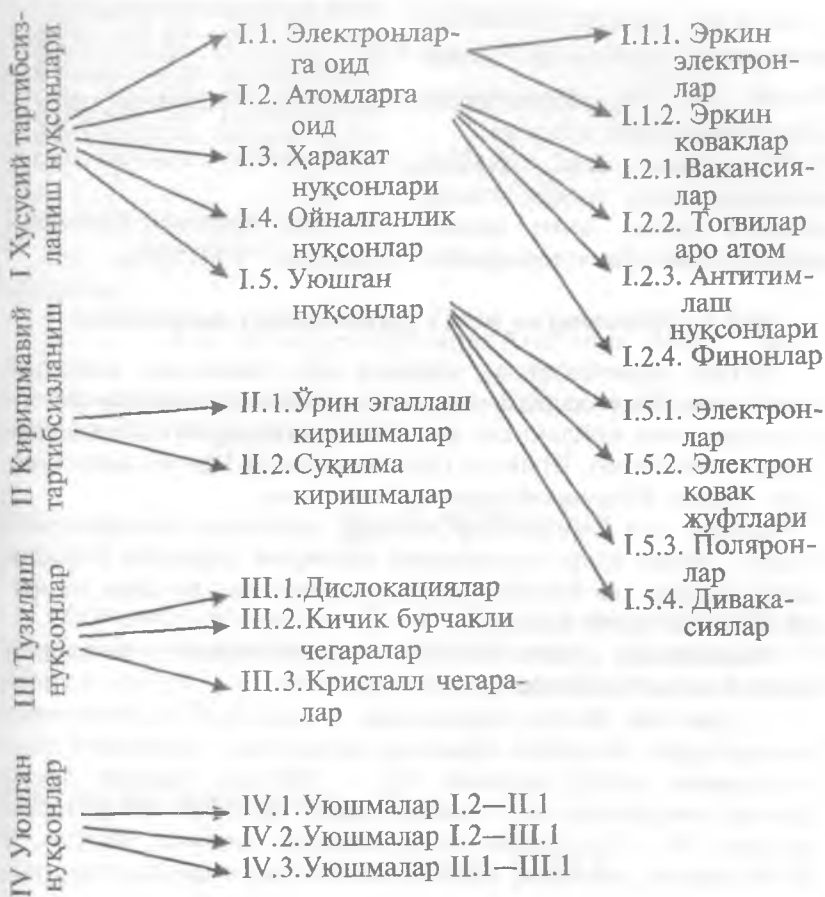
Киришма атомлар мавжуд бўлишига боғлиқ булган тартибсизланиш нуқсонлари бошқа синфни ташкил қилади.

## 6.2. Нуқтавий нуқсонлар

Нуқтавий нуқсонларнинг қаттиқ жисмда ҳамма вақт мавжуд буладиганлари атомлардан бўшаб қолган тугунлар — вакансиялар ва тугунлар оралигига жойлашиб олган атомлардир.

Вакансияларнинг мувозанат шароитида ҳосил бўлиши кристалл атомларининг иссиқлик тебранишлари билан боғлиқ. Муътадил температураларда атомлар тебранишларининг ўртача амплитудаси атомлар аро масофа (панжара доимийси)нинг бир неча фоизига етиши мумкин. Тугунлар атрофида тебранувчи атомларнинг энергияси жуда кичикдан то анча катта қийматларга эга була олади.

Юқори энергияли атомлар ўз мувозанатий вазиятларидан узоқлашиб кетиши (тугунни ташлаб кетиши), тугунлар оралигига ўтиши мумкин. Тугунлар оралигига ўтган атом яна буш тугунга қайтиши — рекомбинацияланиши мумкин. Лекин, мазкур атом вакансияга энг яқин тугунлар оралигидан узоқроқдагиларига томон диффузияланиши ҳам мумкин. Шу равишда Френкел нуқсонлари деб аталган вакансия — тугунлараро атом жуфтлари



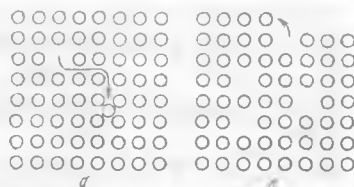
6.2 — чизма. Кристаллнинг тартибсизланиши бўйича нуқсонларнинг синфлари.

вужудга келади. Улар кристалл ҳажмида кўчиб юради, бу дайдиш жараёни бу икки нуқтавий нуқсон қўшни вазиятларда учрашиб, рекомбинация юз бергунча, ёки улардан бири сиртга чиқиб олмагунча давом этади.

Агар вакансия, кристалл бўйлаб диффузияланиб, сиртга чиқса, бу ҳолда унга ичкарироқдаги қатламдаги атом утиб олиши мумкин. Пайдо бўлган вакансияга кейинги қатламдаги атом

туғи ва ҳ.к, натижада тугунлар аро атомларсиз вакансиялар пайдо бўлади. Бу хил вакансияларни Шотки нуқсонлари дейилади.

Тугунлараро атом кристалл ҳажмидан сиртга чиққан атомлар қўшимча қатлам ҳосил қилади, кристалл ҳажми бир мунча ортади.



6.3-чизма. Френкел(а), Шотки(б) нуқсонлари.

### 6.2.1. Металлар ва метал қотишмаларда вакансиялар

Металл кристалларда, айниқса зич тахланган кристалл панжарали булганларида, тугунлар оралиғи ўлчамлари кичик ва уларда атом жойланиши ҳамда бу оралиқлар бўйлаб диффузияланиши қийин. Шунинг учун металларда Шотки вакансиялари мавжуд бўлиши эҳтимоллиги каттароқ.

Иккала хил вакансиялар зичлиги даставвал температурага боғлиқ, чунки улар атомларнинг иссиқлик ҳаракати туфайли пайдо бўлади ва бинобарин, температура ошган сари вакансиялар сони ортиб боради.

Вакансиялар зичлигининг температурага миқдорий боғланишини топайлик.

1. Дастлаб Шотки нуқсонлари — вакансиялар зичлигини температурага боғловчи ифодани аниқлаймиз. Қуйидаги белгилашларни қабул қиламиз:  $V_{ш}$  — Шотки нуқсони ҳосил бўлиши энергияси,  $n$  — вакант (буш) тугунлар вакансиялар зичлиги,  $N$  — тугунларда турган атомлар зичлиги булсин. У ҳолда бирлик ҳажмдаги вакансияларни ҳосил қилиш энергияси  $E=nV_{ш}$ .

Статистик физикада исботланишича, системанинг (бизнинг ҳолда вакансиялар ва тугунлардаги атомлар системасининг) энтропияси  $S$  билан унинг ҳолатлари эҳтимоллиги  $W$  орасида кўринишдаги боғланиш бор, бундаги  $W$  эҳтимоллик ифодаси:

$$S = k \ln W \quad (6.1)$$

$$W = \frac{(N + n)!}{n!N!} \quad (6.2)$$



Стирлинг тақрибига кўра,  $x \gg 1$  бўлганда

$$\ln x! = x \ln x - x \quad (6.3)$$

Биз қараётган системанинг эркин энергияси

$$F = E - TS = nV_{\text{ш}} - kT \ln \frac{(N+n)!}{n!N!} \quad (6.4)$$

Бу ифодадаги логарифмга Стирлинг тақриби (6.3) ни қўлласак,

$$F = E - TS = nV_{\text{ш}} - kT [ (N+n) \ln(N+n) - n \ln n - N \ln N ]. \quad (6.5)$$

Маълумки, эркин энергиянинг  $n$  бўйича ҳосиласи мувозанат ҳолатида нолга тенг, яъни

$$\frac{\partial F}{\partial n} = V_{\text{ш}} - kT \ln \frac{N+n}{n} = 0 \quad (6.6)$$

Металлар учун одатда  $V_{\text{ш}} \approx 1 \text{ эВ}$ , бунга мос келадиган вакансияларнинг нисбий сони  $n/N \sim 10^{-9}$ , демак, бу ҳолда  $n \ll N$  бўлади, ва  $\ln \frac{N+n}{n}$  ни  $\ln N/n$  деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда

(6.6) дан вакансияларнинг

$$n_{\text{ш}} = n = N \exp(-V_{\text{ш}}/kT) \quad (6.7)$$

зичлиги ифодаси келиб чиқади. Бунда  $N$  кристалл панжарасидаги барча тугунлар зичлигини билдиради.

(6.7) ифодадан кўринишича, вакансиялар зичлиги  $n$  тугунлар зичлигига пропорционал, вакансия ҳосил бўлиш энергияси ( $V_{\text{ш}}$ ) катта бўлганда  $n$  кичик бўлади, мазкур зичлик температура ортган сари кўрсаткичли функция сифатида тез ортиб боради. Демак, юқори температураларда вакансиялар миқдори кўпроқ бўлади.

2. Энди Френкел нуқсонлари (вакансиялар ва тугунлараро атомлар жуфтлари) зичлигини аниқлайлик. Шўнисини айтиш керакки, Френкел нуқсонлари тенг миқдордаги вакансиялар

ва тугунлараро атомлардан иборат. Масал  $n$ , биз бу ҳолда вакансиялар зичлигини топсак, Френкел нуқсонлари зичлигини топган бўламиз. Бунда биз вакансиялар билан бир қаторда тугунлараро атомларни эътиборга олиб ҳисоблаймиз.

$V_\phi$  — Френкел нуқсонлари ҳосил бўлиши энергияси (атомнинг ўз тугунидан тугунлар орасига ўтиши энергияси),  $N$  — тугунларнинг умумий сони,  $N'$  — имконий тугунлараро вазиятлар сони,  $E = V_\phi n$  — бу  $n$  та нуқсон ҳосил бўлиш энергияси.

Бу ҳолда эҳтимоллик

$$W = \frac{N!}{n!(N-n)!} \frac{N'^!}{n!(N'-n)!}, \quad (6.8)$$

эркин энергия

$$F = E - TS = V_\phi n - kT \ln W. \quad (6.9)$$

Стирлинг тақрибани кулласак,

$$F = E - TS = V_\phi n - kT \{ N \ln N + N' \ln N' - 2n \ln n - (N-n) \ln(N-n) - (N'-n) \ln(N'-n) \}. \quad (6.10)$$

Мувоzanат ҳолатида

$$\frac{\partial F}{\partial n} = V_\phi - kT \ln \left[ \frac{(N-n)(N'-n)}{n^2} \right] = 0 \quad (6.11)$$

(6.11) ифодадан

$$n^2 = (N-n)(N'-n) \exp(-V_\phi/kT). \quad (6.12)$$

Олдинги ҳолда кўрганимиздек,  $n \ll N$ ,  $N'$  бўлганлиги тугунларнинг ўнг томонда  $n$  ларни ташлаб юборамиз, сўнг квадрат илдиз оламиз. Натижада

$$n = N_\phi = \sqrt{NN'} \exp(-V_\phi/2kT) \quad (6.13)$$

қидирилган ифода ҳосил бўлади.

(6.7) ифодада экспонента кўрсаткичида  $kT$  туради, (6.13) ифодада эса  $2kT$  туради. Бундан ташқари,  $N$  ва  $N'$  тафовути ва  $V_\phi$  ҳамда  $V_\phi/2$  фарқи ҳисобидан Шотки ва Френкел

нуқсонлари зичликлари бир-биридан анча фарқ қилиши мумкин. Масалан, юқорида айтилгандек, металлларда Шотки нуқсонлари ҳосил бўлиши эҳтимоли каттароқ бўлиб, уларнинг металллар хоссаларига таъсири ҳам каттароқдир.

Шотки нуқсонлари вакансиялардангина иборат бўлганлиги учун  $n_{ш} = N_V$  ва  $V_{ш} = E_V$  деб ёзиш мумкин; у ҳолда Шотки вакансиялари зичлиги:

$$N_V = N \exp(-E_V/kT) \quad (6.7')$$

купчилик адабиётда ёзиладиган кўринишни олади. Биз энди шу ифода билан ишлаймиз. Одатда вакансиялар ҳосил бўлиши энергияси  $E$  турли кристаллар учун 1-2 эВ чамасида.

Агар  $E_V = 1\text{эВ}$  ва  $N = 10^{22} \text{ см}^{-3}$  деб қабул қилсак, у ҳолда вакансиялар зичлиги температура сайин жуда тез ошиб боришига (6.7') ифода асосида ишонч ҳосил қиламиз:

T, К	0	100	300	500	700	900	1100
$N_V, \text{ см}^{-3}$	0	$2 \cdot 10^{-32}$	$6 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^{14}$	$2 \cdot 10^{16}$	$2 \cdot 10^{17}$

Бу маълумотдан хона температурасида вакансияларнинг мувозанатий зичлиги жуда кичик кўринади. Бироқ, кристаллни бир мунча вақт юқори температурада тутиб турилса, яъни унда кўп миқдорда вакансиялар ҳосил қилинса, сўнгра уни жуда тез совутилса, (буни **чиништириш** дейилади) бор вакансиялар зичлиги ўша юқори температурадагидай қолади. Шу сабабдан бу зичлик олдинги термоишловга, яъни кристаллнинг таржимаи ҳолига ҳам боғлиқ бўлади. Муайян вақт давомида кристаллни қиздириш оқибатида ошиқ миқдордаги вакансияларни йўқ қилиш мумкин. Бу жараёни «**куйдириш**» дейилади.

Нуқтавий нуқсонларнинг ҳосил бўлиши фақат температурага эмас, балки босимга ҳам боғлиқ. Унча юқори бўлмаган босимлар соҳасида ушбу ифодадан фойдаланиш мумкин:

$$N_V = N \exp\{(-E_V + Pv)/kT\}. \quad (6.14)$$

Бундаги  $v$  — битта Шотки вакансияси пайдо бўлганида кристалл ҳажмининг ўзгариши.

Келгусида металл қотишмаларда вакансиялар ҳосил бўлиши хусусиятларини қараб чиқамиз.

Ўрин эгаллаш тартибланмаган қотишмалар — эритувчи сифатидаги асосий кристаллнинг бир мунча миқдордаги тугун-

ларини бошқа модда (эрувчи) атомлари эгаллаган қаттиқ эритмалардир. Эриган атомлар тасодифон бетартиб тақсимлангани ҳолда қотишмани тартибланмаган дейилади.

Бинар (икки моддадан иборат) А-В қотишмалар энг содда қотишмалардир. Бундай қотишмадаги вакансияларнинг мувозанатий зичлигини кўрайлик. Шу ҳолда ҳам бу зичлик тоза металллар учун чиқарилган (6.11) ифода кўринишида тасвирланади:

$$N_V = N \exp(-E_V/kT). \quad (6.11)$$

Аммо, тоза металлда  $E_V$  энергия фақат қушни атомларнинг узаро таъсири энергияси билан аниқланган бўлса, тартибланмаган ўрин эгаллаш қотишмалар ҳолида қотишманинг бир исмли ва турли исмли атомлари узаро таъсир энергиясига боғлиқ бўлади:

$$E_V = \frac{Z}{2} (C_A^2 E_{AA} + C_B^2 E_{BB} + 2C_A C_B E_{AB}). \quad (6.15)$$

Бундаги  $Z$  — координацион сон. Бошқача катталиклар қуйидагича белгилаб олинган: кристалл панжарасидаги тугунлар сонини  $N$  — орқали, улардаги  $A$  ва  $B$  атомлар сонини  $N_A$  ва  $N_B$  орқали, вакансиялар сонини олдингидек  $N_V$  орқали белгилаб, кейин нисбий зичликлар киритамиз:

$$C_A = N_A/N, \quad C_B = N_B/N, \quad C_V = N_V/N. \quad (6.16)$$

Бу ҳолда

$$N = N_A + N_B + N_V \quad \text{ва} \quad C_A + C_B + C_V = 1. \quad (6.17)$$

$Z$  — координацион сонли панжара учун қотишма энергияси (фақат жуфт таъсирлар ( $A-A$ ,  $B-B$ ,  $A-B$ ) ҳисобга олинган):

$$U = U_0 + \left( \frac{Z}{2N} \right) (C_A^2 E_{AA} + C_B^2 E_{BB} + 2C_A C_B E_{AB}), \quad (6.18)$$

бунда  $E_{AA}$ ,  $E_{BB}$ ,  $E_{AB}$  атомлар жуфтлари аро таъсир энергиялари. (6.18) ни қайта ёзиб олиш мумкин:

$$U = U_0 + \left( \frac{Z}{2N} \right) (N_A^2 E_{AA} + N_B^2 E_{BB} + 2N_A N_B E_{AB}). \quad (6.18')$$

Энди уч тур зарралар —  $A$  ва  $B$  атомлар ҳамда вакансиялар учун имконий ўрин алмаштиришлар сони

$$W = N/(N_A! N_B! N_V!) \quad (6.19)$$

бўлади.

(6.7) ва (6.13) ифодаларни ҳосил қилиш йўлидан бориб, (6.15) ифодани ўз ичига олган (6.11) сингари вакансиялар зичлиги муносабатини келтириб чиқарилади.

*Тартибланмаган суқулиш қотишмалари* – *B* эрувчининг атомлари *A* эритувчининг панжараси тугунлари ораларида жойлашган қотишмалардир. Тоза металллар урин эгаллаш қотишмалар учун вакансиялар зичлигини ҳисоблаш усули суқулиш қотишмалари ҳолига ҳам қулланилади.

Вакансиялар турли сондаги *B* атомлар билан ўралган шартда қотишманинг энергияси:

$$U = U_0 + E_{VA} \sum_k N_{Vk} + E_{AB} \sum_k k N_{Vk}, \quad (6.20)$$

бунда  $E_{VA}$  — тоза металлда — эритувчида вакансиялар ҳосил бўлиши энергияси,  $E_{AB}$  - *A* ва *B* атомлар ўзаро таъсир энергияси,  $k$  — вакансиялар билан қўшни *B* атомлар сони,  $N_{Vk}$  —  $k$  — атомларга қўшни вакансиялар сони.

Бу ҳолда  $W$  — эҳтимоллик каттакон математик ифодага эга бўлади. Биз бу ифодаларни қарамаймиз. Эркин энергия ҳосилаларининг нолга тенглигидан (мувозанат шартларидан) фойдаланиб,

$$N_V = \sum_k \frac{N_{Vk}}{N_A} = f(T) \quad (6.21)$$

ифодани топамиз.

(6.21) ифодани ҳисоблаш

$$N_V = \frac{\exp[-E_{VA}/kT]}{1 - N_B} (1 + N_B \{\exp[-E_{AB}/kT] - 1\})^6 \quad (6.22)$$

натижавий муносабатни беради.

## 6.2.2 Ионлар қаттиқ жисмларида вакансиялар

Ионлардан таркибланган қаттиқ жисмларнинг асосий фарқи уларни кристалл панжарасида катионлар ва анионларнинг тенг миқдорда бўлишлигидир. Шунинг учун агар бу тугун ўрнида вакансия ҳосил бўлса, у ҳолда мусбат ва манфий зарядлар мувозанати бузилади.

Аммо, бу мумкин эмас, чунки кристал бутунича электро-нейтрал булиши керак. Электронейтралликнинг зарурлиги ва ионлар кристалли панжарасида у ёки бошқа вакансия ҳосил булишидан вужудга келган зарядни мувозанатловчи тескари ишорали заряднинг албатта вужудга келишига олиб келади. Бу шарт турли йўл билан бажарилади. Биринчи йўл тенг миқдорда катион ва анион вакансияларнинг бир вақтда ҳосил булишидир. Бу ҳолат Шотки нуқсонларига мос келишлигини пайқаш осон. Зарядлар тенглигига эришининг иккинчи йўли ионлар вакансияларга уларга тенг миқдорда тугунлар оралигида ўша ишорали ионлар пайдо булишидир. Бу бирикма Френкел ионлар жуфтнинг узидир. Учинчи йўл — узоклаштирилган ионлар зарядини ҳосил булган зарядли вакансиялар яқинида қўшимча электронлар пайдо булиши ёки уларнинг камайиши орқали мувозанатлашдир. Бу йўл тақиқланган энергия зонаси тор булган қаттиқ жисмларда, хусусан, тақиқланган зонаси булмаган металлларда эҳтимоллироқ бўлади.

Ион боғланишли ёки ион боғланиш хиссаси анча катта булган кўпчилик қаттиқ жисмларнинг (ишқорий-галлоид кристаллар, оксидлар, сульфидлар ва бошқаларнинг) тақиқланган зонаси кенглиги анча катта ( $>2.5$ ) бўлади. Шунинг учун уларда Шотки ва Френкел нуқсонлари кўпроқ ҳосил бўлади.

Ниҳоят, кристаллга унинг хусусий панжарасидаги атомлар валентлигидан фарқ қиладиган валентликли ёт киришма атомлари киритиб зарядларни мувозанатлаш талабини бажариш мумкин.

Ишқорий металллар галогенидларида қарама-қарши зарядланган вакансиялар тенг миқдорда булишлиги аниқланган. Вакансиялар зарядини қарама-қарши зарядли тугунлараро хусусий ионлар билан мувозанатлаш, яъни Френкел жуфти ҳосил булиши, масалан, кумуш галогенидларида юз беради.

Олдинги бандда Шотки ва Френкел нуқсонлари зичлиги  $N_{\phi}$ ,  $N_V$ , учун чиқарилган (6.7') ва (6.13) ифодаларни ионлардан таркибланган кристалларга мослаштириш қийин эмас, Шотки нуқсонлари учун чиқарилган  $N_V$  нинг ифодаси бу ҳолда ҳам (6.7') дек, аммо  $E_V$  нинг қиймати бошқа  $N = N_a = N_k$  бўлади, бунда  $N_a$ ,  $N_k$  — мос равишда, анионлар ва катионлар сони.

Ионлар кристалларида Френкел нуқсонлари учун (6.13) ўрнига

$$N_S N_{ii} = (N_S - N_{IS}) (N_I - N_{ii}) \exp[-U_{\phi}/kT] \quad (6.23)$$

муносабат бажарилади, бунда  $N_s$  — панжара тугунлари умумий сони,  $N_i$  — панжара тугунлар оралиги умумий сони,  $N_{vs}$  — бир хил ионлар панжарасидаги вакансиялар сони,  $N_{ii}$  — тугунлараро вазиятларга жойлашган атомлар сони,  $U_{\phi}$  — вакансия ва тугунлараро атомдан иборат Френкел нуқсони (жуфти) ҳосил бўлиши энергияси.

Куйида келтирилган маълумот ионлардан таркибланган кристалларда Шотки вакансияси ҳосил бўлиш энергияси катталиклари ( $E_{vs}$ ) ҳақида тасаввур беради:

Кристалл	LiF	LiCl	LiBr	NaCl	NaBr	KCl	KI	CsCl	CsBr
$E_{vs}$ эВ	2.51	2.2	1.8	2.28	1.72	2.28	1.60	1.86	2.0

Юқорида қарама-қарши ишорали ионлар сони тенг бўлган (стехиометрик) ионларни қарадик. Аммо, бу тенглик бажарилмайдиган (стехиометриядан четланиш мавжуд бўлган) кристаллар ҳам бор.  $A^{III}B^V$  ярим ўтказгичларда стехиометрикликдан четланиш уларнинг амалий қўлланиши учун муҳим аҳамиятга эгадир, чунки  $B^V$  ташкилловчининг ортиқчалиги ( $A^{III}$  ташкилловчининг камомати) донорлик хоссасига эга,  $B^V$  нинг камомати ( $A^{III}$  ортиқчалиги) эса акцепторлик хоссасига эга.

### 6.2.3. Ковалент кристалларда нуқтавий нуқсонлар

Ковалент кристаларнинг энг яхши вакиллари олмос ва олмооссимон ярим ўтказгичлар германий ва кремнийдир. Бу қаттиқ жисмларнинг кристалларида (1.9-чизма) тетраэдр (тўрт ёқли) шаклни ташкил қилган энг яқин қўшни тугунлар оралиги етарлича катта ўлчамли ва бинобарин, атомлар унча зич жойлашмаган. Масалан, тугунлар оралигининг ўлчамлари германийда 0,110 нм ва кремнийда 0,105 нм бўлиб, бу кристаллар тугунларидаги атомларнинг ўз ўлчамларига (мос равишда, 0,122 нм ва 0,117 нм) яқин. Шунинг учун ковалент кристалларда Френкел нуқсонлари кўпроқ бўлишини кутиш мумкин. Тугун атрофида ҳам, тугунлар оралиги атрофида ҳам бирдай миқдорда қўшни атомлар (Ge ва Si да тўртта) бўлишлиги юқоридаги таҳминни тасдиқлайди. Бундай кристалларда вакансиялар

ҳамда тугунлар ораллигидаги хусусий атомларнинг ҳосил бўлиши энергиялари бир-бирига яқин бўлиши керак.

Олмос тузилишли кристалларда Шотки нуқсонларининг кўпроқ бўлишлиги нуқтаи назари ҳам бор. Мазкур кристалларда нуқсоннинг ҳосил бўлиши уни қуршаб олган атомларни силжитади. Кристалл панжараси симметрияси сақланиб қоладиган силжишларни панжаранинг «**релаксацияси**» дейилади.

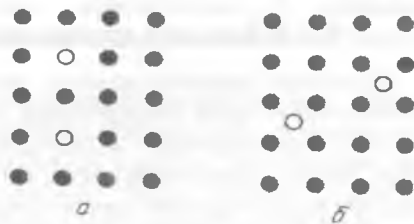
Ковалент кристалларда вакансиялар ҳосил бўлиши, шунингдек улар зичлигининг ўзгариши электронлар зичлиги ўзгариши билан бирга юз беради, лекин металлдан фарқли равишда, бу ўзгаришлар эркин хусусий электронлар миқдори фавқулодда кам бўлган шароитда содир бўлади. Шунинг учун электронлар зичлигини ва ярим ўтказгичнинг у билан боғлиқ бошқа хоссаларини улчашлар хусусий нуқтавий нуқсонлар ҳосил бўлиши ва шакл ўзгариши ҳодисаларини ўрганишда қулай усулдир.

#### 6.2.4. Киришмавий нуқтавий нуқсонлар

Киришма ёт атомлар асосий кристалл билан, ё ўрин эгаллаш, ёки суқилиш қаттиқ эритмалари ҳосил қилиш мумкин. Биринчи ҳолда киришма атомлари кристалл панжарасининг тугунларида, иккинчи ҳолда — тугунлар ораллиқларида жойлашади (6.4- чизма).

У ё бу турдаги қаттиқ эритманинг ҳосил бўлиши асосан иккита омилга — геометрик ва электрокинемвий омилларга боғлиқ.

$r_k$  радиуси асосий атомлар  $r_a$  радиусидан 15% дан кам фарқ қиладиган киришма атомларигина ўрин эгаллаш эритмаларини ҳосил қилади (геометрик омил).



6.4-чизма. Кристаллда киришма атомларининг жойлашиши.  
а-ўрин эгаллаш эритмаси;



## Баъзи кимёвий элементларнинг ковалент радиуслари

Z	Элемент	о г, А
5	B	0,84
8	O	0,74
14	Si	1,17
15	P	1,10
26	Fe	1,20
31	Ga	1,25
32	Ge	1,22
33	As	1,22
47	Ag	1,42
49	In	1,43
79	Au	1,46

Электрокимёвий омил шундан иборатки, ўрин эгаллаш эритмалари ҳосил бўлиши учун киришма атомлари ва асосий атомлар электрокимёвий жиҳатдан ўхшаш бўлиши керак, яъни кимёда маълум бўлган кучланишлар қаторида улар бир-биридан узоқда бўлмаслиги керак.

Агар киришма ва асосий кристалл атомлари кучланишлар қаторида бир — биридан узоқда бўлса, улардан бири ортиқча электромусбат, иккинчиси эса электроманфий бўлса, бу ҳолда кимёвий бирикма ҳосил бўлиши эҳтимоли катта.

Электрокимёвий омилнинг миқдорий хараактеристикаси киришма ва асосий атомлар электроманфийлигининг фарқидир.

Ўрин эгаллаш эритмаси ҳосил бўлиши учун бу фарқ кичик бўлмоғи зарур.

6.2.-жадвал

## Баъзи кимёвий элементларнинг X электроманфийлиги катталиклари

Z	Элемент	X	Z	Элемент	X	Z	Элемент	X
3	Li	0,95	16	S	2,6	32	Ge	2,0
5	B	2,0	27	Co	1,7	33	As	2,0
8	O	3,5	28	Ni	1,8	47	Ag	1,9
14	Si	1,9	29	Cu (2)	2,0	79	Au	2,3
15	P	2,1	30	Zn	1,6	82	Pb (2)	1,6

Тадқиқотларнинг кўрсатишича, суқиладиган киришма атом  $r_k$  радиусининг асосий атом  $r_a$  — радиусига нисбати 0,59 дан кичик бўлиши керак.

Шундай қилиб, киришма  $0 < r_k / r_a < 0,59$  бўлганда суқилиш эритмаси,  $0,85 < r_k / r_a < 1,15$  бўлганда урин эгалаш эритмаси ҳосил қилади.  $0,59 < r_k / r_a < 0,85$  соҳа эса умуман қаттиқ эритмалар ҳосил бўлиши учун мақбул эмас.

Ҳақиқий шароитда кристаллга киришма атом ташқи муҳитдан киради. Эрувчанликни миқдоран аниқлаганда кристалл ва ташқи фаза (муҳит) орасидаги термодинамик мувозанатни таҳлил қилиш лозим. Ташқи фаза сифатида ё буг (газ), ёки суюқ фазани қараш мумкин, чунки улар қаттиқ жисмларни легирлаш (уларга киришма киритиш) амалиётида кенг қўлланади.

Иккала ҳолда ҳам легирлаш жараёни мувозанатдан кам фарқ қиладиган шароитда олиб борилади.

### 6.2.5 Нуқтавий нуқсонлар аниқлайдиган хоссалар ва уларнинг ўзаро таъсири

Хусусий ва киришмавий нуқсонлар қаттиқ жисмларнинг амалда барча хоссалари таъсир кўрсатади. Заряд ташувчилар кристалл бўйича ҳаракат қилганида нуқтавий нуқсонлар билан ҳам тўқнашадилар.

Икки кетма-кет тўқнашиш орасида ўтган вақтни релаксация вақти (эркин югуриш вақти) дейилади. Бу вақт киришма ҳосил қилган нуқсоннинг табиати, ҳолати, зичлиги ва температурага боғлиқ бўлади (бу ҳақда ярим ўтказгичлар бобида батафсилроқ тўхталамиз).

Металларда хона температураси ва ундан юқорида заряд ташувчилар ҳаракатчанлигини кристалл панжараси атомлари тебранишлари билан тўқнашишлар аниқлайди, бу эса температура ортиши билан металлнинг электр қаршилиги ортишини тақозо қилади.

Ярим ўтказгичларда нуқтавий нуқсонларнинг асосий аҳамияти тақиқланган зонада донор ва акцептор сатҳлар ҳосил қилиб, ярим ўтказгичнинг электр, фото электр ва бошқа хоссаларига таъсир қилишдир.

Диэлектрикларнинг хоссаларини асосан уларнинг ҳажмий тузилиш характеристикалари аниқлайди, уларда нуқсонларнинг аҳамияти нисбатан кичик.

Нуқсонларнинг аҳамияти ҳақидаги масалалар келгуси бир неча бобларда қараб чиқилади.

Амалда барча нуқтавий нуқсонлар кристалларда боғланган ҳолатда бўлади. Масалан, икки вакансия ўзаро боғланиб, ди-вакансия ҳосил қилиши мумкин. Иккинчи мисол якка вакансияларнинг киришма атомлари билан ўзаро таъсиридир. Кристалларда нуқсонлараро ўзаро таъсирлар сони жуда катта. Биз бир нечасинигина кўрсатиб ўтамиз.

Икки қарама-қарши ишорали киришма ионлари ионлар жуфтни ҳосил қилиши мумкин.

Жуфтни ташкил қилган ионлар яқин масофаларда тургани туфайли улар орасида электрон ва ковакнинг бевосита таъсири юз бериб, ковак йўқолиши мумкин. Бу жараёни киришмалар аро рекомбинация дейилади.

Кристалларда янада мураккаб нуқсонлар таркибига киришмавий атомлар кириши мумкин.

Бундай мураккаб (бирлашма) нуқсонлар қаттиқ жисмларнинг кўп физик хоссаларига таъсир қилади. Масалан, улар заряд ташувчилар ҳаракатчанлигига, қаттиқ жисмлар иссиқлик ўтказувчанлигига, уларнинг механик хоссаларига, киришмалар диффузиясига ва б.га муҳим таъсир қилади.

Ярим ўтказгичларда  $A$  — марказлар яримўтказгичда эриган кислород атомининг вакансия билан ўзаро таъсири маҳсули бўлади, ионлар кристалларида  $F$  — марказлар электронни тугиб олган анион вакансияларидан иборат.

Улар ишқорий металллар галогенидларида рангини белгилайди.  $F$  — марказлар ютадиган ултрабинафша нурлар, тулқин узунликлари қуйидагича:

Кристалл	NaCl	NaBr	KCl	KBr	KI
$\lambda$ , нм	465	540	663	630	685

Булардан ташқари, ранглаш марказлари деб аталмиш мураккаб нуқсонлар бирлашмалари ҳам мавжуд. Ундай марказларни  $F$ ,  $M$ ,  $R$  ҳарфлари билан белгиланади.

$F$  — марказ ёруғлик таъсирида иккита  $F$  — марказдан ташкил топади:



бунда  $V_A$  — анион вакансияси.

$M$  — марказ ҳар бири биттадан электронни тутиб олган икки қўшни анион вакансиялардан иборат.

$R$  — марказ ҳар бири биттадан электронни тутиб олган учта қўшни анион вакансияларидан ташкилланган.

Бу ранглаш марказларидан ташқари, мусбат ковак воситасида боғланган икки қўшни манфий ионлардан (масалан, хлор) таркибланаган  $V_k$  — марказ, хлорнинг ковак воситасида боғланган тугун ва тугунлар оралиғидаги ионларидан иборат  $H$  — марказ мавжуд бўлишлиғи аниқланган.

Ионлар кристалли ўтказувчанлик зонасидаги эркин электрон ва панжара қутбланиши бирлашмаси **полярон** дейиладиган нуқсонлар хилини юзага келтиради.

Поляронлар бошқа нуқсонларга нисбатан юқори ҳаракатчанликка эга.

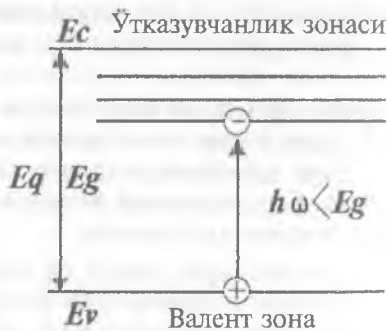
Электронга бериладиган ёруғлик ёки иссиқлик энергияси унинг ўтказувчанлик зонасига ўтиб олиши етарли бўлмаганда, у шу зона яқинидаги ҳолатларга ўтиши мумкин, бу ўтишда ҳосил бўлган ковак билан электрон боғланган ҳолатда қолади. Бу электрон ва унга боғланган ковак жуфтини экситон дейилади (6.5- чизма).

Агар электрон ва ковак бир ионда бўлса, бу жуфтни **Френкел экситони** дейилади.

Экситонлар турли атомларга тегишли уйғотилган электрон ва ковакдан ташкилланган бўлса, уни **Ванье — Мотт экситони** дейилади.

Френкел экситони радиуси кичик, Ванье — Мотт экситониники катта. Экситон кристалл ичида ҳаракатлана олади, аммо токка ҳисса қўша олмайди, чунки электр жиҳатдан нейтралдир.

Экситон ҳосил қилиш учун, масалан, ёруғлик энергияси сарфланадию, аммо электр ўтказувчанлик ўзгармайди.



6.5-чизма. Экситоннинг ҳосил бўлиши.

### 6.2.6. Радиацион нуқсонлар

Юқори энергияли нурланишлар таъсирида қаттиқ жисмларда ҳосил бўладиган нуқсонларни радиацион нуқсонлар дейилади. Бундай нурланишлар — қаттиқ рентген нурланиши,  $\gamma$  — нурланиш, юқори энергияли электронлар, нейтронлар оқимидир.

Радиацион нуқсонлар назариясида бирламчи нуқсон Френкел жуфти бўлади деб ҳисобланади, кейинчалик бошқа иккиламчи нуқсонлар юзага келади. Агар атомни тугундан уриб чиқариш учун керак энергия  $E_d$  — бўлса, атомга нурланиш томонидан бериладиган  $E_d$  энергия  $E_d$  дан катта бўлса, атом, албатта тугундан чиқиб кетади, агарда бу атомда  $E_d$  дан ортиқ энергия қолса, у бошқа атомни уриб чиқаради ва ҳ.к.

Бироқ, радиацион нуқсон ҳосил қилишнинг бўсағавийдан пастроқ энергияга тегишли механизмлари бор. Бу механизмларнинг моҳияти шундаки, аввал кристаллнинг электронлари системачаси уйғотилади, энергия кристалл атомларига узагилади ва бирламчи радиацион нуқсонлар ҳосил бўлади. Бу уйғотиш кристаллнинг рентген квантлари, паст энергияли электронлар ва ҳатто ултрабинафша фотонлар билан нурлаш йули билан амалга оширилади.

Бўсаға ости нуқсонлар ҳосил бўлиши қуйидаги босқичлардан иборат:

1. Квантнинг ютилиши ва экситон ҳосил бўлиши;
2. Экситоннинг икки ионда (масалан, ишқорий — галоген кристаллда галогеннинг икки ионда) жойланиши, яъни квазимолекула ҳосил бўлиши;
3. Кулон итаришиш оқибатида квазимолекуланинг тугунлараро атом ва вакансияга парчаланиши.

Радиацион нуқсонлар ҳосил бўлишининг бошқа йуллари ҳам мавжуд (плазмонлар механизми, ионизацион механизм ва бошқалар.).

Радиацион нуқсонлар, одатда, катта кинетик энергияга эга, ва шунинг учун улар кристалларда жуда ҳаракатчан бўлади. Радиацион нуқсонларнинг ўзаро ва бошқа радиацион булмаган нуқсонлар билан учрашуви эҳтимоллиги катта. Бу ҳолларда юз берадиган таъсирланиш оқибатида нуқсонларнинг бирлашмалари ва ҳатто йирик уюмлари ҳосил бўлади.

Кристалл атомларининг ўз тугунларидан  $\gamma$  — квантлар таъсирида жилдиб кетиш эҳтимоли кичик. Лекин  $\gamma$  — нурланиш

фотоэффект, Комптон эффекти, электронлар ва позитронлар жуфтлари туғилиши оқибатида вужудга келади.

Нейтронлар оқими моддага тушганда унинг бир қисми ютилиб, нуқсонлар пайдо қилади.

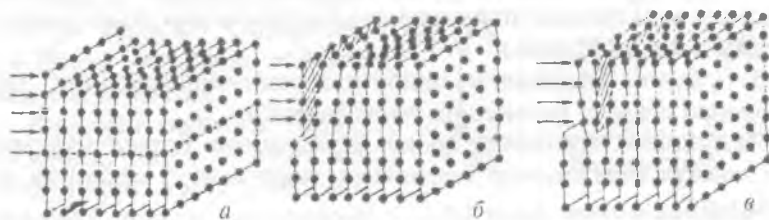
Кристалл атомларнинг ўз тугунларидан  $\gamma$  — квантлар таъсирида жилиб кетиши эҳтимоли кичик. Лекин,  $\gamma$  — нурланиш фотоэффект, комптон эффект, электронлар ва позитронлар жуфтлари туғилиши оқибатида вужудга келади.

Кейинги даврда моддашунослик соҳасида бир вақтда қаттиқ жисмда мавжуд бўлган (киритилган) турли киришмалар бир-бири билан таъсирлашиши оқибатида модданинг айрим физик хоссалари жиддий ўзгариши мумкинлиги ва бу ўзгаришлардан амалда самарали фойдаланиш мумкинлиги аниқланмоқда.

### 6.3. Қаттиқ жисмларда чизигий нуқсонлар

Нуқсонларни ўлчамлар жиҳатидан синфларга ажратганда бир ўлчовли (чизигий) нуқсонлар айтиб ўтилган эди, бу нуқсонларнинг ўлчамлари икки йўналишда жуда кичик ( $<a$ ) ва учинчи йўналишда ҳар қанча узун бўлиши мумкин. Бундай нуқсонларни **дислокациялар дейилади.**

Дислокациялар ҳосил бўлишини қарайлик. Кристаллнинг бир қисмига ташқи куч таъсир қилаётган бўлсин (6.6а- чизма).



6.6-чизма. Дислокация ҳосил бўлишининг кетма-кет босқичлари: а) кристаллга силжитиш кучи қўйилиши; б) атомлар текисликлари букилиши; в) экстратекислик ҳосил бўлиши.

Кучнинг қандай бўлишига қараб кристалл эластик ёки пластик деформацияланади. Иккинчи ҳолда таъсир этувчи кучнинг бирор бўсағавий қийматига — силжитиш кучланишига эришилганда сирпаниш вужудга келади. 6.6 а- чизмада узун чизик билан қандайдир фаразий текислик (сирпаниш текисли-

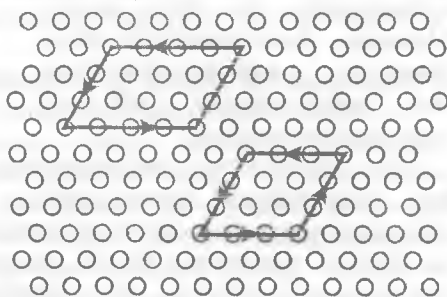
ги) тасвирланган, атомлар текисликлари унинг юқорисида уннга силжийди, унинг пастидаги кристалл қисми эса қузғалмайди.

Кристаллографик (атомлар) текислигининг деформацияланувчи қисми (ярим текислик) уннга бирор масофага силжийди. (6.6 б- чизма) ва кейинги атомлар ярим текислигини деформациялайди.

Биринчи яримтекислик куч таъсири ортганда оқибатда кейинги юқориги ярим текислик устига тушади, пастки яримтекислигидан узиб қуяди (6.6 в- чизма). Узилган яримтекислик «ортикча», озгина деформацияланган иккита оддий (атомлар) текисликлари орасига «киритилган» (қистирилган) бўлиб қолади.

Янада каттароқ ташқи силжитиш кучланиши мавжуд бўлса, «ортикча» экстратекислик ўз навбатида келгусини жилдириб, унинг ўрнини эгаллайди, бу жараён токи намунанинг юқориги қисми пастки қисмига нисбатан  $\vec{b}$  Бюргерс вектори қадар силжимагунча давом этади (6.7- чизма).

Шундай қилиб, дислокация ёки дислокация чизиги деб кристаллнинг силжиган соҳасини силжимаган соҳасидан ажратиб турувчи чизиқни айтилади. Бюргерс вектори  $\vec{b}$  кристалл панжарасида атомларнинг силжиш катталигини ва йўналишини аниқлайди.



6.7- чизма. Дислокация контури ва Бюргерс вектори.

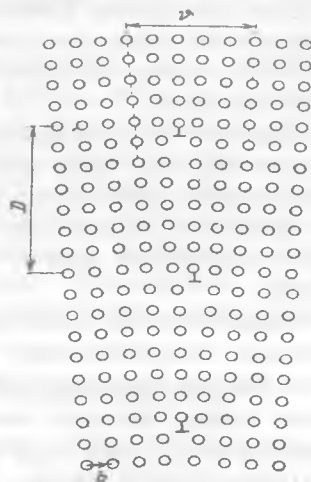
Бюргерс вектори қиймати  $|\vec{b}| = b$  дислокация ўлчови бўлади.

Ушбу эскартмаларни билиш зарур:

1. Дислокация чизигидан йироқда кристалл идеал кристаллдан фарқ қилмайди.
2. Бу чизиқ яқинида атомлар идеал кристалл тугунларига нисбатан анча силжиган бўлади.
3. Нолга тенг бўлмаган Бюргерс вектори мавжуд.
4. Бюргерс вектори дислокация чизигига тик бўлади, бундай дислокацияни чегаравий дислокация дейилади.

Чегаравий дислокациядан ташқи винтсимон дислокациялар ҳам мавжуд (6.8- чизма). Дислокация чизиги Бюргерс векторига параллел.

Ҳақиқий қаттиқ жисмларда дислокациялар зичлиги катталиги  $d$  киритилади ва у  $1 \text{ см}^2$  сиртдаги дислокациялар сонини билдиради. Дислокациялар зичлигини аниқлашнинг энг кўп тарқалган усули кристалл сиртини кимёвий едиришдир. Кристалл сиртига чиқувчи дислокациялар соҳасида едириш чуқурчалари пайдо бўлади. Уларни микроскоп ёрдамида санаш мумкин. Дислокациялар зичлиги  $d$  нолдан то катта сонга қадар қийматларга эга бўла олади. Масалан, дислокациясиз ярим ўтказгич монокристалларда  $d=0$ , металлларда у  $10^{12} \text{ см}^{-2}$  гача етиши мумкин.



6.8- чизма. Кристаллда фаза ичидаги чегаранинг ҳосил бўлиши.

Биз айтиб ўтган дислокацияларнинг икки туридан бошқа яна мураккаброқ дислокациялар мавжуд бўлиши мумкин. Дислокацияларнинг хусусиятларидан бири — уларнинг ўзаро ва бошқа нуқсонлар билан таъсирлашишидир. Дислокацион реакциялар оқибатида янги дислокациялар ҳосил бўлиши ёки дислокациялар бирлашиши мумкин:  $\vec{b}_1$  ли дислокация иккита  $\vec{b}_2$  ва  $\vec{b}_3$  Бюргерс векторли дислокацияга ажралиши ва аксинча реакциялар бўлиши мумкин:

$$\vec{b}_1 \rightarrow \vec{b}_2 + \vec{b}_3 \quad (6.25)$$

Дислокацион реакцияларнинг маҳсули нуқсонларнинг бошқа турлари бўлиши эҳтимоллиги мавжуд. Масалан, икки дислокация учрашиб вакансия ҳосил қила олади. Қаттиқ жис-



мдаги киришмалар билан дислокацияларнинг узаро таъсири эластик ва электр йўсинда юз бериши мумкин.

Кристаллда чўзувчи кучланиш ҳосил қиладиган киришма атом дислокация атрофидаги қисилган соҳа томон кучади, қисувчи кучланиш ҳосил қиладиган атом эса, — чўзилган соҳа томон кўчади. Бундай узаро таъсир чегаравий дислокацияларга хосдир. Дислокацияларнинг электр узаро таъсирлашишида унинг энергиясини кулон потенциали аниқлайди ва шунинг учун  $1/r$  га пропорционал.

Металл кристалларда кўп миқдордаги эркин электронлар дислокациялар ёки нуқтавий нуқсон майдонини экранлайди, шунинг учун металлларда бу узаро таъсир муҳим эмас. Ярим ўтказгичлар ва ионлар кристалларида экстратекислик пастиди атомларнинг узилган кимёвий боғланишлари электр потенциал ҳосил қилади, улар акцепторлик (электронни қабул қилиш) хоссасига эга. Шунинг учун  $n$  — тур ярим ўтказгичларда бу боғланишлар ўтказувчанлик электронларини тутиб олади ва дислокацияларга манфий заряд беради, у эса мусбат ионларни (ёки ковакларни) тортувчи электр потенциал ҳосил қилади.

Ҳар қандай механик ишлов ҳам макро кучланишдир ва бинобарин, дислокациялар ҳосил қилишга олиб келади.

Қаттиқ металлларда босим остида ишлов — чўзғилаш, болғалаш, сурғалаш — дислокациялар пайдо бўлишига сабаб бўлади. Юқори кучланиш жойларида дислокациялар вужудга келади, кейин улар кўпаяди. Бундай пластик деформациялардан ташқари, дислокациялар кристалларни кесиш, сайқаллаш жараёнлари оқибатида ҳам пайдо бўлади. Кристалланиш жараёнида температура градиентлари мавжуд бўлиши дислокациялар манбаи бўлиши мумкин. Кристалларни ўстириш жараёнида пайдо бўлган дислокациялар юқорида тавсифланганларидан фарқ қилади. Бирламчи ҳамиртуруш кристалл дислокациялари ўстирилган кристаллга мерос бўлиб ўтади (меросий дислокациялар). Кристалл бошқа модданан ясалган таглик билан контактлашганда номослик дислокациялари намоён бўлади. Бундай дислокациялар  $A^{III}B^V - Ge$ ,  $A^{II}B^6 - A^{III}B^I$  ва ҳоказо каби яримўтказгич гетеротузилмаларни эпитақсия усулида ўстиришда қатта ўрин тутади.

Дислокацияларнинг қаттиқ жисм хоссаларига таъсири қандай?

Дислокациялар асосан қаттиқ жисмларнинг механик хос-саларига, биринчи навбатда уларнинг мустаҳкамлик характе-ристикаларига таъсир кўрсатади. Ҳақиқий кристалларда дис-локациялар маҳкамланиши эффекти мавжуд. Бунинг бир неча механизмлари бор: ёт зарралар (киришмалар) билан маҳкамланиш; дислокацияларнинг «чирмашиши». Биринчи ме-ханизм фақат баъзи ҳолларда муҳим. Бу ҳолларнинг бири Кот-трел атмосфераларининг ҳосил бўлишидир, Ёт зарралар - асо-сий кристалланикидан бошқа моддаларнинг микроскопик ки-ришмалари эриган модда томонидан ушланади ва суюлмани соvuтиб қотирганда унда қолади. Бу зарралар асосий модда билан биргаликда қотишма ҳосил қилади.

Дислокацияларнинг чирмашиши равишида ҳам дислока-циялар бир-бирини тормозлайди. Энг муҳим масала дислока-цияларнинг заряд ташувчилар (электронлар ва коваклар) энер-гиялари спектрига киритадиган ўзгаришларидир. Олдин айт-ганимиздек, дислокация электронларни қабул қилувчи акцеп-тор вазифасини ўтайди. Бундай қарашда дислокациялар таъсири ковалент кристаллга киритилган киришма атомлар таъсирига ўхшайди. Бундай акцептор сатҳлар бир – бирига яқин бўлиб, ўзаро таъсирлашиб, дислокацион энергетик зона-ни вужудга келтиради. Дислокацияли яримўтказгичда элек-тронлар зичлигини ҳисоблашда электр нейтраллик шартда дислокациялар зарядини ҳам ҳисобга олиш керак бўлади. Яримўтказгичларда дислокациялар ҳаракатчан заряд ташувчи-ларни сочиб юбориш орқали уларнинг ҳаракатчанлигига таъсир қилади. Дислокациялар заряд ташувчиларнинг яшаш вақтига муҳим таъсир кўрсатади. Дислокациялар атрофидаги ҳажмий заряд номувозанатий электронларнинг ушланишига ҳалақит беради. Дислокация электронларнинг яхши ёпишиш марказлари булади. Барча қаттиқ жисмларда дислокациялар диффузия жараёнига таъсир кўрсатади.

#### 6.4. Қаттиқ жисмларда ясси нуқсонлар

Энг муҳим ясси (икки ўлчовли) нуқсонлар — поликристалл доналарининг чегаралари, эгизаклар ва тахланиш нуқсонларидир.

Доналарнинг (кристаллитларининг) чегараларини кўрайлик. Умуман уларни фазалараро ва фазалар ичидаги чегаралар гу-руҳларига ажратилади. Фазолараро чегаралар мисоли кристалл-

нинг ташқи муҳитдан ажратувчи ёқлари, усаётан кристаллнинг суюлма билан чегараловчи сирғ. металл қотишмаларда турли фаза-лар зарралари орасидаги чегаралар бўлади.

Фаза ичидаги чегаралар деганда кристаллларнинг бир ва уша фазага мансуб ва шу кристаллар контактига бевосита туташувчи соҳаларни тушунилади. Чегара дислокацияларнинг атоҳила жойланишини ҳолида ҳосил бўлади, бунда кристалл қисмлари қандайдир  $\vartheta$  бурчак қадар бурилган бўлади: чизма текислигига тик бўлган атомлар текисликлари чизма текисли-гига тик уққа нисбатан  $\vartheta$  бурчакка бурилган бўлади. Чегара соҳасидаги дислокациялар оралигини  $D$  дейилса, Бюргере век-тори катталигини  $b$  эканлиги эсланса,

$$b/D = 2 \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (6.26)$$

муносабатни олиш мумкин. Агар

$\frac{\theta}{2} \ll 1$  бўлса, (6.26) ифода

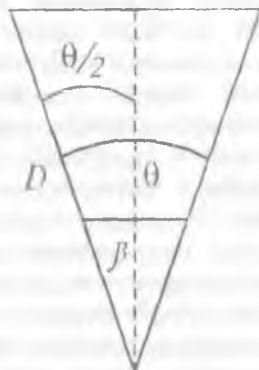
$$\theta = \frac{b}{D} \quad (6.27)$$

қуринишни олади. Бу муноса-батни қаноатлантирадиган чегараларни кичик бурчакли, (6.26)ни қаноатлантирувчи чегараларни катта бурчакли чегара-лар дейилади.

(6.27) ифода  $\theta < 5^\circ$  бўлганда ба-жарилади. Доналар чегаралари-нинг дислокацион табиати чегара-нинг қалинлигини аниқлайди, у  $(1+2)w$  чамасида бўлади ( $w$ -дислокация кенглиги), яъни чегара қалинлиги бир неча атом-лараро масофадан ортқ бўлмайди.

Кичик бурчакли чегарадар поликристалларнинг айрим кристал-литларида ва монокристалларда булиши мумкин.  $\theta$  бурчаклар катта бўлган ( $\theta > 5^\circ$ ) чегаралар ажратган кристалл қисмларини кристал-ликлар ёки доналар дейилади. Катта бурчакли чегараларга эга бўлган қаттиқ жисм албатта поликристалл бўлади.

Эгизаклар — катта бурчакли чегараларнинг хусусий ҳолидир. Эгизаклик чегараси кристаллнинг бири иккинчисининг

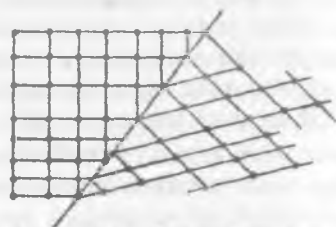


6.9-чизма. (6.26) ифодага доир чизма.

кузгусимон тасвири бўлган икки соҳасини ажратиб турувчи чегарадир (6.10- чизма).

Эгизаклар кристаллар ўсишида, шунингдек механик, деформацион таъсир оқибатида вужудга келиши мумкин.

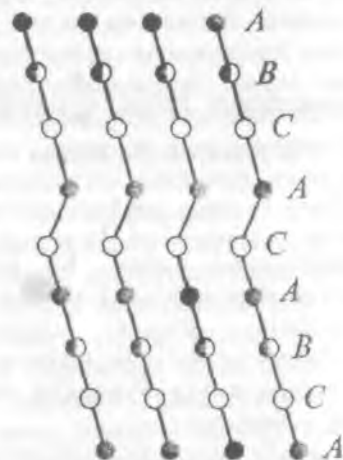
**Тахланиш нуқсонлари** кристалл панжарада атомларнинг идеал жойлашишининг бузилишидан иборат. Бундай нуқсонлар асосан металл кристалларда кузатилади.



6.10- чизма. Эгизакларга оид.

### 6.5. Қаттиқ жисмларда ҳажмий (макроскопик) нуқсонлар

Қаттиқ жисмларда ҳажмий нуқсонлар ўлчамлари барча уч фазовий йўналишда панжара даври  $a$  дан катта бўлган нуқсонлардир. Улар моҳиятан қаттиқ жисм тузилишининг макроскопик бузилишларидир. Ҳажмий нуқсонларга ёки жисмнинг бутун ҳажмини, ё унинг айрим қисмларини (уларни макроскопик ҳажмлар ҳисобланади) эгаллаган ва ҳажми  $\gg a^3$  бўлган эластик кучланишлар мансуб. Дарзлар ва коваклар, қаттиқ жисм сиртидаги тирналишлар ва ҳажмда тўпланган киришма уюмлари ана шундай нуқсонлардир.



6.11- чизма. Тахланиш нуқсонлари.

Макронуқсонлар микро-нуқсонларнинг бирлашиши натижасида ҳосил бўлиши равшан кўриниб турипти. Биз олдин эластик кучланишлар дислокациялар ҳосил бўлишиги манбаи эканлигини кўрдик. Энди бу кучланишларнинг вужудга келиши ва намоён бўлишига назар ташлайлик. Ҳар хил ишорали кучланишлар — чўзувчи ва қисувчи кучланишлар бўлади. Агар жисм мувозанатда бўлса, турли ишорали кучланишлар ўзаро мувозанатлашган. Қаттиқ жисмнинг бир қисмини узоқлаштириш бу мувозанатни бузди

ва жисм янги мувозанат ҳолатига интилади, бунда эластик кучланишлар қайта тақсимланади.

Макрокучланишлар кристалл панжарасининг атомлараро  $d$  масофаларнинг ўзгаришидан вужудга келади. Қаттиқ жисмларни олишда макрокучланишлар вужудга келишига температуранинг жисм ҳажмида бир хил бўлмаслиги катта ҳисса қўшади. Бундай макрокучланишларни термоэластик кучланишлар дейилади. Қаттиқ жисмда уни тайёрлаш ёки унга термощов беришдаги температура тақсимотини

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c\rho} \Delta T \quad (6.28)$$

иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасини ечиб топилади, ( $k$ - солиштирма иссиқлик ўтказувчанлик коэффиенти,  $c$ - жисмнинг иссиқлик сигими,  $\rho$ -намуна зичлиги).

Бу тенглама мураккаб, уни ечиш махсус адабиётда келтирилган. Биз бу жойда баъзи бир маълумот берамиз.

Температуранинг тўсатдан ўзгариши — иссиқлик зарбаси қаттиқ жисмда кенгайиш — қисилиш эластик тўлқинлари пайдо қилади. Агар температура вақт бўйича ўзгариб турса, албатта жисмнинг даврий “исиш-совиш” жараёни юз беради. Бу эса бузилишлар (нуқсонлар) жамғарилишига олиб келади. Бу эффектни **материалнинг чарчашини дейилади.**

Техникада кўп қатламли қаттиқ жисм тузилмалари муҳим урин тутади. Бу ҳолларда макрокучланишлар манбалари: таглик ва қатлам панжаралари доимийларининг фарқи, иссиқликдан кенгайиш коэффицентларининг тафовути бўлади. Жуда юпқа пардаларда сирт таранглик кучлари кучланишларининг қўшимча манбаи бўлади. Эластик кучланишларнинг бошқа манбалари ҳам уларни кейинги бобларда кўрамыз.

Дарзлар дислокацияларнинг қаттиқ жисм ичида кўчиши жараёнида тормозланиши натижаси сифатида қаралмоқда. Дарзнинг кенглиги уни ҳосил қилишда қатнашган дислокациялар миқдорига боғлиқ. Агар ундаги дислокациялар зичлиги  $n$  бўлса, дарзни  $n\vec{v}$  Бюргерс векторли битта катта дислокация деб қараса ҳам бўлади. Дарз ҳосил бўлишининг яна бир эҳтимолий йўли турли ишорали дислокациялар тўпланган ик-

ки кесинувчи текисликнинг узаро таъсиридир. Дарз пайдо булгандан кейин унинг тақдири қандай бўлади?

Дарзнинг узунлигини  $l$  ҳарфи билан, унинг ён чегарасидаги критик кучланишни  $\sigma$  орқали, Юнг модулини  $E$  орқали, бузиш солиштирама ишини  $\gamma$  орқали белгиласак, анча узун ҳисоблашлардан

$$\sigma = \sqrt{2E\gamma / \pi l} \quad (6.29)$$

Гриффите қонунини келтириб чиқарилади. Бу ифодадан намунани (буюмни) бузмайдиган дарзнинг  $l$  критик узунлигини аниқлаш мумкин. Агар мазкур моддага ундан кура мустаҳкамроқ модданинг макрозарралари киритилса, кенгаётган дарз шу киритмага тақалади ва тўхтаб қолади. Шу нул билан куп миқдорда композицион материаллар олинган.

Энди қаттиқ жисмдаги коваклар (ғоваклар) ҳақида тўхталамиз. Коваклар қаттиқ жисмда атомлар эгалламаган буш жойлардан иборат. Уларнинг бир томони сиртга чиққан бўлса, бундай ковакларни очиқ коваклар дейилади, агар ковак кристалл ҳажмида жойлашган ва ташқи муҳит билан туташган бўлмаса, уни **ёпиқ ковак** дейилади.

Коваклар ҳосил бўлишининг асосий манбаларини қарайлик.

### 1. Коваклар ҳосил бўлишининг диффузион механизми.

Ковак куп сонли вакансиялар йиғилиши натижаси сифатида қаралади. Жисм сиртида эгриланган (қабарик ёки ботик) жойларда вакансиялар куп тупланади. Қабарик жойда сиртнинг катталиги ўзи мувозанатсиз, ортиқча, система уни камайтиришга интилгани туфайли бунга ёндош ҳажмнинг кичрайтиши орқали эришилади. Умумий ҳажм ўзгармагани ҳолда агар бир қисм вакансияларни атомлар эгалласа ҳажм муайян миқдорда камаяди. Шунинг учун қабарик сирт устида вакансиялар кам бўлади. Худди шундай мулоҳаза ботик сирт остида вакансиялар зичлиги ортади деган хулосага келтиради. Шундай қилиб, ковакнинг ташқи сиртида вакансиялар кам, ички сиртида эса вакансиялар ортиқча бўлади. Демак, ковак вакансияларнинг каттакон уймасидир. Вакансиялар ковак ҳосил бўлаётган жойга **диффузия нули** билан кучиб боради. Шунинг учун ковак ҳосил бўлишининг бу механизмини диффузион механизм деб аталган.

## 2. Термоишлов жараёнида коваклар ҳосил бўлиши.

Тажрибадан маълумки, металл намуналар термоишлов жараёнида деформацияланади ва шишади, уларда коваклар ҳосил бўлади, термоишлов кўп марта такрорланса - дарзлар пайдо бўлади. Тадқиқотлар куйидаги қонуниятларни аниқлайди:

1) Термоишлов сони ортиши билан коваклар миқдори ва ўлчами ортиб боради.

2) Коваклар намуна кесими бўйича нотекис тақсимланади: уларнинг миқдори марказдан четга томон бир текис камайиб боради.

2-3 мм қалинликдаги цилиндрик намунанинг гардишида коваклар бўлмайди. Бу ходисалар шундай тушунтирилади.

$T_{(100)}$  суюлиш температурасига яқин  $T$  температурада олинган намунада вакансияларнинг катта зичлиги вужудга келади. Кескин совутганда кристаллда улар «яхлайди». Бу жараённи **чиниқиш** дейилади. Кейинги қиздиришда ортиқча вакансиялар ута тўйинган эритмадан тушиб қолиши керак. Аммо бу тушиб қоладиган вакансиялар старлича ҳаракатчан ва қайси бир жойда (**пайновда**) уюшишга улгуради. Бундай пайновлар хизматини доналараро чегаралар, дислокациялар бажаради. Температуранинг кўп марта ўзгартириш чиниққан вакансиялар миқдорини ошириб боради, бу эса коваклар сони ва ўлчамларини ўстиради.

3. **Қаттиқ жисмлар контакти соҳасида коваклар ҳосил бўлиши.** Турли табиатли  $A$  ва  $B$  икки қаттиқ жисм контактини қарайлик. Қиздирилганда  $A$  атомларнинг  $B$  — панжарага,  $B$  атомларнинг  $A$  — панжарага ўзаро қарама-қарши диффузия вужудга келади. Диффузия коэффициентлари тенг бўлмаганлигидан ( $D_{A \rightarrow B} \neq D_{B \rightarrow A}$ ) контакт чегарасидан ўнг ва чап томонда диффузияланган атомлар миқдори тенг бўлмайди, масалан,  $D_{A \rightarrow B} > D_{B \rightarrow A}$  бўлса,  $u$  ҳолда  $N_{A \rightarrow B} > N_{B \rightarrow A}$  бўлади. Оқибатда  $A$  кристаллда эгалланмаган вакансиялар,  $B$  кристаллда ортиқча атомлар пайдо бўлади. Демак,  $A$  кристаллда вакансиялар манбаи,  $B$  кристаллда атомлар манбаи ишлаб туради. Аммо улар чексиз ортиб бора олмайди, чунки чегаравий дислокациялар  $A$  томонда вакансияларни,  $B$  томонда ортиқча атомларни ютиб, қарама-қарши йўналишларда ҳаракат қилади.  $A$  кристаллда улар аста-секин кристаллдан чиқади,  $B$  кристаллда эса улар аста-секин пайдо

булади. Шундай қилиб контакт соҳасида икки эффект: бўшлиқ усиши (Френкел эффекти) ва атомлар текислигининг кучиб ўтиши (Киркендал эффекти) юз беради.

#### 4. Учувчан таркибловчили қаттиқ жисмларда ковакдорлик

Куп таркибловчили қаттиқ жисмларда учувчан таркибловчининг буғланиши ортиқча вакансиялар манбаи бўлади. Ярим ўтказгич қаттиқ жисмлардан галлий арсениди GaAs мисол бўлади, чунки ундаги As маргумуш анча учувчандир. Қаттиқ жисм сиртидан буғланган атомлар ўрнида вакансиялар пайдо бўлади, уларни ичкаридаги атомлар келиб тўлдиради. Улар ҳам яна буғланади, вакансиялар яна тўлдирилади ва ҳ.к. Натижада намуна ҳажми ортиқча миқдордаги вакансиялар билан тўйинади. Уларнинг баъзилари сиртга ва дислокацияларга кетади, лекин уларнинг бирор миқдори йиғилиб коваклар ҳосил қилади.

Бошқа ҳажмий нуқсонлардан кристаллнинг мозаикалиги ва газ пуфакларини айтиб ўтамыз. Ҳажмий нуқсонлар қаттиқ жисмлар физик хоссаларига муҳим таъсир кўрсатади. Буни қисман айрим ҳажмий нуқсонлар тўғрисида тўхталганда гапириб ўтдик.

Макронуқсонларга эга бўлган жисмларда диффузияни тадқиқлаганда икки омилга алоҳида эътибор бериш керак. **Биринчидан**, диффузия коэффиценти анизотроп бўлади, у албатта диффузия оқимини аниқлашда муҳим. **Иккинчидан**, дарзлар тури бўйлаб атомларнинг диффузион ҳаракатчанлиги муҳим даражада ортиқ бўлади.

Коваклар ҳажмий диффузия фронтини камайтиради, бу эса диффузион оқимни камайтиради. Лекин, коваклар билан боғлиқ сиртий диффузия қаттиқ жисм орқали диффузияни орттиради.

Макро нуқсонли қаттиқ жисмларнинг механик хоссалари ҳам нуқсонлар табиати, зичлиги ва бошқа характеристикаларига боғлиқ, макронуқсонлар қаттиқ жисмнинг эластиклик модулларига муҳим таъсир кўрсатади. Масалан, коваклар нисбий ҳажми  $K = V_{ков} / (V_{ков} + V_c)$ , бунда  $V_c$  — коваксиз қатлам ҳажми,  $V_{ков}$  — коваклар ҳажми. Ковакли ва коваксиз жисмлар силжиш модули ( $G^*$  ва  $G$ ) ва ҳар тарафлама қисилиш модули ( $H^*$  ва  $H$ ) ифодаларига киради:



$$G/G^* = 1 - 5K(3H + 4G)/(9H + 8G).$$

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{H(1-K)} + \frac{3}{4G} \cdot \frac{K}{1-K} \quad (6.30)$$

Бу ифодалар тажрибаларда тасдиқланган.

Ковакли жисмда эластик тулқиннинг тарқалиши эластиклик кучланишлари (босим) ва температура тебранишлари вужудга келиши билан боғлиқ. Бундай тулқин, шунингдек, ковакнинг қаттиқ фаза билан чегарасида фазавий мувозанат шартларнинг бузилишидан ҳам пайдо бўлади. Паст товуш такрорийликларда бир ўтиш даврида вакансия панжарадан ковакка ва тескарича ўтишга улгуради ва эластиклик модули бир фазали системаникidan кам бўлади, товуш тезлиги  $v_0$  кичик бўлади. Катта такрорийликларда вакансия панжарага ва тескарича ўтишга улгура олмайди, эластиклик модули такрорийликка боғлиқмас, товуш тезлиги  $v_0$  каттароқ бўлади.

### 6.6. Нуқсонлар диффузияси

Диффузия жараёни системанинг атомлар зичлигини тенглаштиришга ўз-ўзидан интилишидан иборат. Атомлар кам булган йўналишда кўчади. Системада атомлар кучиши тартибсиз дайдиш оқибатида юзага келади. Шу йўсинда системадан бир вақтда тартибсиз — иссиқлик ҳаракати ва йўналган — дрейф ҳаракати мавжуд бўлади. Кейинги ҳаракат системада қандайдир куч таъсирида содир бўлади. Бу куч вазифасини зичлик, температура, электр потенциал ёки умумий ҳолда кимёвий потенциал градиентлари бажаради.

Тартибсиз иссиқлик ҳаракатининг ўзи диффузион оқим ҳосил қилмайди. Қаттиқ жисмдаги иссиқлик тебранишлари диффузияга олиб келмайди.

Диффузия жараёнини миқдоран баҳолаш учун зарур бўлган тенгламаларни шакллантирайлик.

Аввало диффузион оқим зичлиги тушунчаси  $I$  ни киритамиз.

Диффузион оқим жисмнинг бирлик сиртидан бирлик вақтда диффузиялаб ўтган модда миқдори бўлиб,  $y$

$$I = dQ/Sdt \quad (6.31)$$

кўринишда ифодаланadi, бунда  $dQ$  — жисмнинг  $S$  — сирти орқали  $dt$  - вақтда ўтган модда миқдори кесим юзига, модда зичлиги градиенти  $\frac{\partial c}{\partial x}$  га,  $dt$  вақтга пропорционал катталиқ:

$$dQ = -DS \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right) dt. \quad (6.32)$$

Бундаги  $D$ -диффузия коэффициенти. (6.32) ни (6.31) га қўйсақ,

$$I = -D \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right). \quad (6.33)$$

Фик биринчи қонуни ифодаси ҳосил бўлади. Уч ўлчовли ҳолда у

$$\vec{I} = -D \nabla c \quad (6.34)$$

кўринишда бўлади.

Диффузияланувчи модда — диффузантининг вақт ва фазода ўзгаришини Фик нинг 2-қонуни ифодалайди, уни биринчи қонун ва узлуксизлик тенгласидан  $\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial x} = 0$  келтириб чиқарилади:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (6.35)$$

(6.35) тенгламани ечиб, зичлик  $c(x,t)$  ёки уч ўлчовли ҳолда  $c(x,y,z,t)$  тақсимоти аниқланади.

Кўпчилик ҳолларда бу ечимлар бир ўлчовли ҳолда

$$c \sim t^{-1/2} \exp(0,25 x^2 / Dt) \quad (6.36)$$

кўрсаткичли функция кўринишида ёки бошқа

$$c \sim \left[ 1 - \operatorname{erf}(0,5 x / \sqrt{Dt}) \right] \quad (6.37)$$

функция орқали ифодаланadi.

Бу ечимларда

$$L_D = \sqrt{Dt} \quad (6.38)$$

катталиқ узунлиқ улчамига эга, уни диффузион узунлиқ дейилади. Тадқиқотлар диффузия коэффициентининг температурага боғлиғлиги учун

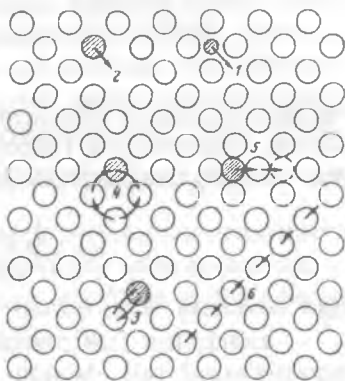
$$D = D_0 \exp(-W/kT) \quad (6.39)$$

ифодани беради.

Бунда  $W$  — диффузион энергетик тўсиқ баландлиги.

Биз иккита энг қизиқарли механизм — тугунлараро ва вакансиялар бўйлаб диффузияланиш механизмларини кўриб чиқамиз. Улар 6.12-чизмада 1 ва 2 сонлари билан белгиланган.

(6.39) ифодага биноан диффузияланувчи зарра бир мувозанатий вазиятдан иккинчисига ўтиш учун энергетик  $W$  тўсиқдан ошиб ўтиши керак. Зарраларнинг бу сакрашини газда атомларнинг тўқнашишига ўхшатилса ва кинетик назариянинг молекулалар диффузияси учун



6.12-чизма. Кристалл панжарасида киришмалар диффузиясининг имконий механизмлари (киришма атомчирикланган доира):

1. Содда, тугунлараро; 2. Вакансион;
3. Содда, алмашиниш; 4. Циклик алмашиниш; 5. Сиқиб чиқариш, тугунлараро; 6. Краудион диффузия.

$$D = \bar{\lambda} \cdot \bar{v} / 3 \quad (6.40)$$

ифодаси ( $\bar{\lambda}$  — газда зарранинг эркин югуриши ўртача узунлиги,  $\bar{v}$  — ўртача иссиқлик тезлиги) қўлланса бўлади. Агар  $l$  — диффузион узунлиқ тартибидаги катталиқ  $\bar{\lambda}$  — ўрнига олинса  $\tau$  — зарранинг мувозанатий ҳолатда бўлиш вақти бўлса, унда диффузион сакраш тезлиги  $\bar{v} = l / \tau$  бўлади. Энди  $1/3$  кўпайтувчи ўрнига кристалл панжарада атомлар жойлашиши геометриясини ҳисобга олувчи  $\alpha$  — коэффициент олинса, қаттиқ жисм учун (6.40) ўрнига

$$D = \alpha l^2 / \tau \quad (6.41)$$

деб ёзиш мумкин.

Суқилиш қаттиқ эритмаларида атомлар диффузияси (Верт ва Зинер)  $(l/\tau)=v$  диффузион сакрашлар такрорийлиги кири-тилса,

$$D = \alpha l^2 / \tau = \alpha l^2 v \quad (6.42)$$

$v$  катталикни ўтишлар  $P$  эҳтимоллиги орқали

$$v = v_0 g P \quad (6.43)$$

муносабат ёрдамида ифодалаш мумкин, бунда  $v_0$  — суқулган атомнинг тебранишлар такрорийлиги,  $g$  — координацион сон-га тенг сакрашлар имконий йўналишлари сони

$$v_0 = \left[ \Delta E_m / (2Ml^2) \right]^{1/2} \quad (6.44)$$

ифода назарий йўл билан келтириб чиқарилган, бундаги  $\Delta E_m$  — диффузия (миграция)ни активлаш энергияси,  $M$  — диффузияланаётган модда массаси. Бир тугунлар ора-лигидан иккинчисига ўтиш эҳтимоллиги (доимий босимда) эркин энергиянинг  $\Delta F$  ўзгариши орқали

$$W = \exp\{-\Delta F/kT\} \quad (6.45)$$

ифодаланади, бундаги

$$\Delta F = \Delta E_m - T\Delta S_m \quad (6.46)$$

Юқоридаги ифодалардан суқилиш қаттиқ эритмасидаги киришма атомлар диффузия коэффициенти аниқланади:

$$D = D_0 \exp\{-\Delta E_m/kT\}, \quad (6.47)$$

бунда

$$D_0 = \alpha g l^2 v_0 \exp(\Delta S_m/k). \quad (6.48)$$

Верт ва Зинер назариясида

$$\Delta S_m = \Delta E_m \frac{\partial}{\partial T} (G'/G'_0) \quad (6.49)$$

муносабат олинганким, у диффузия энтропиясини баҳолаш ва  $D_0$  ни аниқлаш имконини берали. Бу ифодадаги  $G$  — силжиш модули,  $G_0$  — мулқоқ нол (0К) даги силжиш модули. Аммо бунда  $\Delta E_m$  активлаш энергияси ва силжиш модулининг температурага боғланиши маълум бўлиши керак.

**Урин эгаллаш қаттиқ эритмаларда атомлар диффузияси** назариясида ҳам  $D = \alpha l^2 / \tau$  дастлабки тенглама бўлиб, лекин диффузия параметрлар бошқача физик маънога эга. Дарвоқе,  $\nu$  такрорийлик мазкур эритмаларда яна диффузияланаётган атом қўшни вакансия ҳосил бўлиши эҳтимоллигига ҳам боғлиқ:

$$v = g\nu_0 \exp\left[-\frac{U}{kT}\right] \exp\left[-\frac{E_f}{kT}\right] \quad (6.50)$$

Бу ерда  $\nu_0$  — кристалл панжараси тугунидаги атомнинг тебранишлар такрорийлиги,  $\Delta F$  — уша (6.46) кўринишига эга.  $\nu$ ,  $\Delta F$  ва  $\Delta F_V$  ларни (6.42) ифодага қўйсак, (6.47) ва (6.48) ифодаларни ҳосил қиламиз, аммо уларда

$$\Delta E_m = \Delta E'_m + \Delta E_V; \quad \Delta S_m = \Delta S'_m + \Delta S_V. \quad (6.51)$$

Чизиқчали катталиклар сакраб ўтишга тегишлидир. Демак, диффузия жараёни миграция (кўчиш)  $\Delta E_m$  — энергияси орқали аниқланади, аммо у тугунлараро диффузия ва тугунлар бўйлаб диффузия ҳолларида фарқли бўлади. Бу энергия нейтрал атомлар ёки ионлар диффузияланиши ҳолларида ҳар хил бўлади.

**Макронуксеоли қаттиқ жисмларда диффузия.** Бу ҳолда ҳолисани икки хусусиятини ҳисобга олиш зарур. **Биринчидан**, диффузия коэффициентни анизотроп катталиқ. Шунинг учун поликристаллнинг ихтиёрый ҳар хил йўналган доналарида зичлик градиенти йўналишидаги диффузион оқимлар турли бўлади. **Иккинчидан**, дарзларнинг ривожланган тури бўйлаб атомлар диффузион ҳаракатчанлиги ортиши муҳим, буни оқибатида макроскопик диффузион оқим ортади. Макронуксеонли қаттиқ жисмда  $D^*$  диффузия коэффициенти нуқсонсиз кристаллда  $D$  диффузия коэффициенти билан боғлиқ. Буни аниқлаш учун киришмалар зичлигининг

$$c = \left[0,5c_0 / \sqrt{\pi Dt}\right] \exp\left[-x^2 / 4Dt\right] \quad (6.52)$$

ифодасидан фойдаланамиз. Бунда  $D$  ни  $D^*$  га алмаштириб, сунг  $c = \bar{c}$  деб олинса, изланаётган  $D^*$  диффузия коэффициентини ифодаси ҳосил бўлади:

$$D^* = \frac{x^2}{4t} \left[ \frac{x^{4/3} D_0^{1/3}}{2(\delta' D_S / 3)^{2/3} t^{1/3}} \right] - \ln \left[ \frac{6D_0^{1/6} (\delta' D_S / 3)^{2/3} t^{5/6} (\pi \pi^* t)^{1/2}}{Lx^{4/3}} \right] \quad (6.53)$$

Масалан,  $D_0 \cong 10^{-14} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $x \cong 10^{-3} \text{ м}$ ,  $L \cong 10^{-4} \text{ м}$ ,  $\delta' D_S \cong 10^{-17} \text{ м}^3/\text{с}$  бўлса,  $D^*/D_0 \cong 10+10^2$ . Бу  $L \cong 10^{-4} \text{ м}$  бўлганида макронуқсонсиз

кристаллда диффузия коэффициенти макронуқсонли кристаллдан унларча марта ортиқ бўлар экан. Ҳисоблар ва таҳлилнинг тасдиқлашича, йирик коваклар диффузияни сусайтиради. Демак, майда ковакларнинг йирик ковакларга бирлашиши қаттиқ жисмдаги диффузияни пасайтиради.

#### Саволлар ва масалалар

1. Тугунлар сони  $10^{22} \text{ см}^{-3}$ , Шотки нуқсони ҳосил бўлиши энергияси 1,5 эВ бўлса, қайси температурада нуқсонлар (вакансиялар) зичлиги  $10^6 \text{ см}^{-3}$  бўлади?

2. Тугунларнинг умумий сони ва тугунлар оралиғи сони тенг,  $T=300\text{К}$ , Френкел нуқсони ҳосил бўлиши энергияси 2 эВ бўлганда бундай нуқсонлар сони қанча?

3. Бор ва Фосфор элементлари кремнийда қандай қаттиқ эритма ҳосил қилади? (6.2-жадвалдан фойдаланинг).

4. 141-бетдаги маълумотдан фойдаланиб, ишқорий металллар галогенидларига  $F$ -марказлар қандай ранг беришини аниқланг.

5. Нуқсоннинг таърифи қандай?

6. Нуқсонларга боғлиқ электронлар энергетик ҳолатлари кристаллнинг зоналаридаги ҳолатлардан қанақа фарқ қилади?

7. Нуқсонларнинг ўлчамлар бўйича синфланиши қанақа?

8. Экситонлар, поляронлар, электрон — ковак жуфтларининг моҳияти нимада?

9. Вақансияларнинг қандай хилларини биласиз, улар орасида қандай фарқлар бор?

10.  $F$  — марказлар нима?

11. Радиацион нуқсонлар қанақа?

12. Бюргерс контури ва вектори нима?

13. Дислокациялар нима? Уларнинг қандай турлари бор?

14. Яримутказгичларда электронлар энергетик спектрига дислокациялар қандай узгаришлар киритади?

15. Кристалларда қандай ясси нуқсонлар бор ?

16. Қаттиқ жисмларда қандай ҳажмий нуқсонлар бор ?

17. Қаттиқ жисмларда макрокучланишлар вужудга келиши умумий шартлари қанақа?

18. Кўп қатламли қаттиқ жисм тузилмаларида макрокучланишларнинг қандай асосий манбалари мавжуд?

19. Дарзлар пайдо бўлиши сабаблари қандай?

20. Қаттиқ жисмда ҳаваклар қандай ҳосил бўлади?

21. Макронуқсонлар қаттиқ жисм хоссаларига қандай таъсир курсатади?

## VII БОБ

### АМОРФ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР. СУЮҚ КРИСТАЛЛАР

Критик нуқтадан йироқдаги қаттиқ жисмлар ва суюқликларни конденсирланган (зичланган) системалар дейилади ва улар газларга нисбатан миллионларча кичик қисилувчанликка эга. Масалан, NaCl кристаллининг қисилувчанлиги  $0,3 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/н, суюқ симобники  $-3,8 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/н, ammo атмосфера босими остидаги ҳавонинг қисилувчанлиги  $10^{-5}$  м<sup>2</sup>/н.

Зичланган системаларда зарралар аро масофалар уларнинг диаметри чамасида, газларда эса атмосфера босими остида зарралараро уртача масофалар уларнинг ўлчамларидан ўнларча ва кўпроқ марта катта бўлади.

Зичланган системаларда зарраларнинг иссиқлик ҳаракати тебранишлардан иборат, газларда эса зарралар илгариланма ҳаракат қилади.

Зичланган (конденсирланган) системаларнинг беш хили маълум: суюқликлар, шишалар, суюқ кристаллар, аморф кристаллар, қаттиқ кристаллар.

*Суюқликлар* — мувозанатли, изотроп, тузилиши тартибланмаган системалар бўлиб, оқувчанлик, яъни ўз шаклини осон ўзгартира олиш қобилиятига эгадир.

*Шишалар* — квазимувозанатли, изотроп, тузилиши тартибланмаган системалар бўлиб, қаттиқ жисмларнинг механик хоссаларига эга. Шишалар шаклини эластик равишда ўзгартира олади, уларда бўйлама ва кўндаланг эластиклик тулқинлари тарқала олади.

*Аморф жисмлар* — кучли даражада мувозанатсиз, мизатроп, тузилиши тартибланмаган системалар бўлиб, улар алоҳида шартда ҳосил бўлади.

*Суюқ кристаллар* — мувозанатли, анизотроп, тузилиши қисман тартибланган системалар бўлиб, катта оқувчанликка эга.



*Қаттиқ кристалллар* — мувозанатли, анизотроп. тузилиши қатъий тартибли системалардир.

Бу маълумотни келтиришдан мақсад — зичланган системалар хиллари орасидаги тафовутларни яна бир марта таъкидлашдир.

### 7.1. Аморф қаттиқ жисмлар

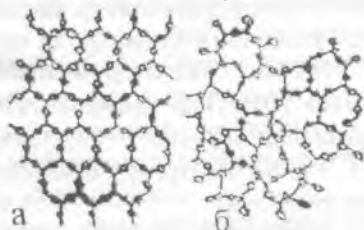
Юнонча *amorphos* сўзи бизнингча шаклсиз деган маънони англатади. Табиатда аморф қаттиқ жисмлар кристал ҳолатидаги жисмлардан камроқ тарқалган.

*Аморф ҳолат* — модданинг изотроп хоссали буладиган ва суюлиш нуқтаси (тайинли температураси) бўлмаган қаттиқ ҳолати. Температура ошганда аморф модда аста-аста суюқ ҳолатга ўтади. Бу хусусиятларнинг сабаби аморф ҳолатдаги

моддада аморф жойланишда кристалларга хос қатъий (7.1-чизма, а) даврийлик (тартиб) бўлмаганлигидир. Шу билан бир вақтда кўшни зарралар жойлашишида муайян мослашув (яқин тартиб) мавжуд (7.1-чизма, б). Масофа ортиши билан бу мослашув йўқола бошлайди ва бир неча атомлараро масофада йўқолади.

Яқин тартиб суюқликларга ҳам хос, ammo суюқликда (қовушоқлик ортган сари қийинлашади) кўшни зарраларнинг тез ўрин алмашиниши юз беради. Шунинг аморф ҳолатдаги қаттиқ жисмни жуда юқори қовушоқликка эга бўлган ўта совуган суюқлик деб қараса бўлади.

Паст температураларда кристалл ҳолати термодинамик жиҳатдан барқарор бўлади. Бироқ, кристалланиш жараёни мазкур температураларда жуда кўп актга чўзилиши мумкин, шунинг учун кристалл ҳолати амалда рўёбга чиқмайди. Суюлмани тез совутганда аморф ҳолат ҳосил бўлади. Масалан, кварцни аввал суюлтирилади, сўнг уни тез совутиб аморф кварц шиша олинади. Дарвоқе, шиша ҳолатдан суюлмага ва суюлмадан шиша ҳолатга ўтиш қайтар жараён бўлиб, у фақат шу турдаги моддаларга хосдир. Шиша ҳосил бўлиши жараёни муайян температура оралиғида юз беради. Модданинг шиша



7.1- чизма. а — кристал; б — аморф қаттиқ жисм тузилиши

ҳолатидан кристалл ҳолатга ўтиш биринчи жинс фазавий ўтиш бўлади. Купи содда моддалар (S, Se, As, P), оксидлар ( $B_2O_3$ ,  $SiO_2$ ,  $FeO_2$  ва бошқалар), сувли эритмалар ( $H_2SO_4$ ,  $H_3PO_4$ , HCL) баъзи элементлар (Ge, As, P) халкогенидлари, баъзи галогенидлар ва карбонатлар сувли эритмаларни шиша ҳолатида бўлиши мумкин. Шиша ҳолатидаги моддада атомлар ва атомлар гуруҳлари орасида устун равишда ковалент боғланиш мавжуд. Қўшни атомлар жойлашишида тартиб борлигини дифференциал тадқиқот усуллари аниқлаб беради.

Шиша ҳолатидаги моддалар изотроп, мурт, ёрилган сиртда чуқур ҳосил бўлади, куп ҳолда шаффоф бўлади. Бундай моддаларда қушалоқ нур синиш кузатилади, люминесценция амалда кучсиз бўлади, уларнинг купи аслига диаметрик бўлиб, сийрак ер элементлари оксидлари қўшилганда улар парамагнитга айланади, электр хоссалари бўйича диэлектрик аммо айримлари ярим ўтказгич ва металл хоссаларга эга бўлади.

Металл шишалар металллар суюлмаларини жуда тез совутганда (совутиш тезлиги  $v \leq 10^6$  град/сек) ҳосил бўлади. Металл шишалар таркиби: ~80% ўтма металллар (Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Zr, Pr, ва бошқалар) ёки олий металллар ва ~20% куп валентли металмаслар.

Мисоллар:  $Au_{81}Si_{19}$ ,  $Pd_{81}Si_{19}$ ,  $Fe_{80}B_{20}$  3-5 таркибловчили қотишмалар ҳам мавжуд. Бу моддаларни тадқиқлаш қаттиқ жисмларнинг металллик, магнит ва бошқа хоссаларини ўрганиш имконини беради. Юқори даражадаги мустаҳкамлик билан бирга катта пластиклик ва занглашга нисбатан юқори чидамлилиқ моддалар ва буюмларни мустаҳкамлашда мазкур шиша металллардан фойдаланиш имконини яратади. Уларнинг баъзилари ( $Fe_{80}B_{20}$ ) ферромагнит бўлиб, паст коэрцитив кучга ва юқори магнит сингдирувчанликка эга ва уларни магнит юмшоқ материаллар сифатида қўллаш мумкин. Аморф магнит материалларнинг яна бир муҳим синфи — ўтма металллар аралашган сийрак ер элементлари қотишмаларидир.

Металл шишаларнинг электр ва акустик хоссаларидан (юқори катталикли ва температурага суст боғланишли электр қаршилиқ, товушни кам ютиш) фойдаланиш имкониятлари бор.

Юқорида аморф моддаларнинг ярим ўтказгич хоссаларига эга бўлишлиги айтилмаган эди. Бундай моддаларнинг бир неча хил гуруҳлари бор: ковалент аморф яримўтказгичлар (аморф

ҳолатдаги Ge ва Si, GaAs ва бошқалар), оксид шишалар ( $V_2O_5$  –  $P_2O_5$ ), халкогенид шишалар ( $As_{31} Ge_{30} Se_{21} Te_{18}$ ), диэлектрик пардалар ( $SiO_x$ ,  $Al_2O_3$ ,  $Si_3N_4$  ва бошқалар). Аморф ярим ўтказгични кучли даражада компенсирланган ярим ўтказгич деб қаралади, бунда ўтказувчанлик зонаси “туби” ва валент зонанинг “шипи” флуктуацияланади, улар тақиқланган зона Eg кенглиги тартибида бўлади (ярим ўтказгичда электронлар энергиялари зоналари ҳақида “Ярим ўтказгичлар” бобида батафсил тухталамиз). ўтказувчанлик зонасида электронлар ва валент зонасидаги ко-ваклар юқори тусиқлар билан ажралган потенциал чуқурларда жойлашган “томчи”ларга бўлиниб кетади. Паст температураларда аморф яримўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги маҳаллий ҳолатлар орасида сакрама тарзда бўлади (сакрама ўтказувчанлик). Юқорироқ температураларда аморф яримўтказгичларнинг электр ўтказувчанлигини электронларнинг умумлашган ҳолатларига ис-сиқлик ҳаракати энергияси эвазига ўтказилиши аниқлайди. Аморф яримўтказгичларнинг бир қатор ажойиб хоссаларидан турли амалий мақсадларда фойдаланиш мумкин. Халкогенид шишалар спектрининг ИҚ соҳасида шаффоф бўлганлиги, юқори электр қаршиликка ва фотосезгирликка эгаллиги туфайли телеви-зион трубкаларнинг электрофотографик пластинкаларини тайёр-лашда ва голограммаларни ёзишда қўлланилади.

Аморф яримўтказгичларда юқори омли ҳолатдан паст омли ҳолатга ва аксинча қайта уланиш эффекти ёрқин ифодаланган, у ишга тушиш вақти  $t \leq 10^{-10} - 10^{-12}$  с бўлган элементлар яратиш имконини беради.

Аморф моддалар ташқи таъсирлар – температура электр, магнит майдонлар, ёруғлик, деформация, киришмалар таъси-рида ўз хоссаларини ўзгартира олишлиги билан бир қаторда уларни олишдаги технология жараёнларнинг қандай бориши ва қандай шароитда ўтказилишига боғлиқ бўлади.

## 7.2. Гидридланган аморф кремний ( $\alpha$ - Si : H)

70-йилларда (XX аср) аморф тузилишли кремнийдан ама-лий мақсадларда самарали фойдаланиш мумкинлиги исбот-лангандан кейин бу моддани ҳосил қилиш ва унинг физик-техник хоссаларини ўрганиш бўйича жадал тадқиқотлар

утказила бошлади. ҳозир бу йўналишда анчагина назарий ва амалий натижалар бор.

Муайян тагликда ўстириладиган кремний (Si) пардасига (юпқа қатламга) водород (H) киритилса у усаётган пардадаги узилган кимёвий боғланишлар сонини камайтириши мумкин. Бундай кремнийни гидридланган аморф кремний дейилади ва  $\alpha$ -Si:H шаклда белгиланади. Одатда  $\alpha$  - Si:H бир неча усулда тайёрланади—милтиллама зарядсизланишда газларни парчалаш, ионлар киритиш ва катод пуркаш (чанглатиш) усуллари ишлаб чиқилган.

Милтиллама зарядсизланиш усулини қарайлик. Бу усулда силан ( $\text{SiH}_4$ ) газини гелий (He) ёки арсений (As) газлари атмосфера-расида  $\text{H}_2$  гази билан биргаликда парчалаш орқали  $\alpha$ -Si:H пардалари ўстирилади. Юқори такрорийликни милтиллама зарядсизланишда қўзғатувчи индуктивлик ғалтаги ва зарядсизланиш камераси (булмаси) қурилма асоси бўлади. Бундай такрорийлик оралиги 0,5-13,5 МГц, босим 0,1-2,0 мм.с.м. устуни, газнинг сарфи 0,2-5,0  $\text{см}^3/\text{мин.}$ , ўстириш тезлиги 100 - 1000 ай/мин бўлади.

Тоза бир жинсли тузилиш ҳосил қилиш учун икки электродли қурилмадан милтиллама зарядсизланиш йўли билан газларни парчаланаяди, бунда зарядсизланиш булмасида иккита параллел электрод жойлашган, у 13,5 МГц такрорийликда ишлайди.

Ўзгармас ток зарядсизланишидан ҳам  $\alpha$  — Si:H олишда фойдаланиш мумкин. Агар таглик катод вазифасини бажарса, у ҳолда ўстириш тезлигини 0,1 дан 1,0 мкм/мин гача етказиш мумкин.

$\alpha$  — Si:H пардаларни анод тагликда ҳам ўстириш мумкин. Бу ҳолда ўстириш тезлиги катод таглик ҳолидагидан кичик бўлади, у билан газининг босимига токнинг катталигига ва тур электродининг ҳолатига боғлиқ.

Тагликни қиздириш чегараси тахминан  $600^\circ$  с гача мумкин дейилсада, аммо айрим ҳолларда таглик температураси 200 -  $400^\circ\text{C}$  оралиқда бўлганда парда нуқсонли булиб қолиши мумкинлиги ҳам қайд қилинган,  $\text{SiH}_4$  нинг босими юқори бўлганда милтиллама зарядсизланиш қурилмаларида ўстирилган пардаларда турли радикаллар пайдо бўлади, ёки полимерланиш кузатилади.

Гидриланган аморф кремний намуналари легирланмасдан тайёрланади, аммо ўстириш пайтидаги технологик жараён шартларини ўзгартириш ҳисобига Ферми сатҳи  $E_F$  силжитиши мумкин. Бу ҳодисани **псевдолегирлаш** дейилади. Бунда намуна панжарасининг ўзгаришлари ҳолатлар зичлиги  $g(E)$  ни ўзгартиради, бу эса ўтказувчанлик электронлари зичлигини ўзгартиради, заряд ташувчиларнинг фаолланиш энергияси  $\Delta E = E_C - E_F$  ҳам ўтказувчанликни ўзгартиради.

Псевдолегирлаш усули билан  $\alpha$ -Si:H пардаларини (қатламларини) ўстириш учун триодли система қўлланилади. Триод тури кучланиш танланадики, бунда кучли зарядсизланиш анод – тур ораллиғида бўлади, газлар аралашмасининг парчаланиши анод – тур ораллиғида юз беради.

Шундай қилиб, аморф кремний олиш кристалл кремний олишга нисбатан анча арзон, бинобарин, унинг қўлланиш имкониятини оширади. Аморф моддаларнинг физик, технологик, техник жиҳатдан ўрганиши уларнинг қўлланиши соҳаларини тобора кенгайтирмоқда. Бундай материаллар янги ҳисоблаш машиналарида, ёзув ва алоқа воситаларида, айниқса қуёш энергиясидан фойдаланишда самарали равишда ишлатилмоқда, янги қўлланиш жабҳалари очилмоқда.

### 7.3. Суюқ кристаллар

Энди суюқ кристалларнинг тузилиши ва хоссаларига тегишли маълумотларни баён қиламиз.

Суюқ кристаллар қаттиқ жисм ва суюқ жисм орасидаги (мезаморф) фазалардир, улар кристаллга хос анизотропия хоссасига эга ва бир вақтда суюқликка хос оқувчанлик хоссасига эга. Суюқ кристаллар термодинамиканинг фаза тушунчасини қанотлантиради. Улар муайян температуралар ораллиғида мавжуд бўлади, ундан паст температураларда эса изотроп суюқликка айланади. Суюқ кристаллар молекуляр моддалардир ва уларнинг тузилиши кристалларга ва суюқликларга хос тузилишлар ораллиғида бўлади. Суюқ кристалларнинг физик хоссаларини бошқариш осон, бу хусусият уларнинг назарий ва амалий аҳамиятини тақозо қилади.

Суюқ кристалларнинг молекулалари чўзиқ бўлади ва бу биринчи навбатда, уларнинг тузилиши ҳамда хоссаларини

аниқлаб беради. Молекулалар орасида икки хил боғланиш — ёнлама ва охирлама боғланишлар мавжуд. Ёнланма боғланишлар молекулаларнинг бир-бирига параллел жойлашишига, охирланма боғланишлар занжирчалар кўринишда тuzилишига олиб келади. Биринчи жойлашиш анизотропик хоссаларини пайдо қилади, молекулалараро таъсирнинг заифлиги оқувчанлик хоссасини аниқлайди.

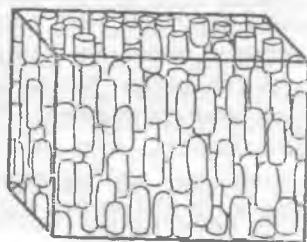
Суюқ кристалларнинг уч хили: нематик, смектик ва холестерик суюқ кристаллар мавжуд.

1. *Нематик суюқ кристалл* (юнонча «нема»-тола). Бундай кристалларда молекулалар ўқлари бир-бирига параллел йўналган, ammo молекулаларнинг ўзи бир бирига нисбатан ихтиёран силжиган (7.2- чизма).

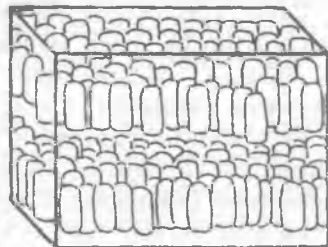
Оқибатда бундай моддада молекулаларнинг чизиқий йўналганлиги вужудга келади. Нематик кристаллар оптик жиҳатдан бир ўқли ва мусбат бўлади. Молекулалар ўқлари йўналиши билан бирдай бўлган оптик ўққа параллел равишда ёруғлик тарқалиши тезлиги мазкур ўққа тик йўналишдаги ёруғлик тезлигидан катта ( $V_{||} > V_{\perp}$ ). Бинобарин, оддий нур ва нооддий нур синиш кўрсаткичлари ҳам тенг эмас, яъни  $n_{||} < n_{\perp}$ , бу эса мусбат кристаллар электр ва магнит майдонлар билан ўзаро таъсирлашади демакдир.

Нематик кристалл бўлган параазоксианизолнинг (у бу ҳолатда  $116^{\circ}$ – $136^{\circ}$  С оралиқда бўлади) қовушоқлиги оқим йўналишига тик бўлган кучсиз магнит майдонда кучли даражада ўзгаради.

2. *Смектик суюқ кристалл* (юнонча смегма-совун). Бундай кристалларда молекулалар бир бирига параллел йўналган бир молекула қалинлигидаги ясси қатламларга тизилган бўлади (7.3- чизма).



7.2- чизма. Нематик суюқ кристалл.



7.3- чизма. Смектик суюқ кристалл.

Смектик суюқ кристалл мисоли совун пуфаги пардасидир (7.4-чизма), унинг ташқи ва ички сиртлари смектик қатламлардир. Сиртий қатламлардаги совун молекулаларининг узаро тортилиши пуфагининг барқарор бўлиши учун зарур булган сиртий тарангликни вужудга келтиради. Совун пуфагини шиширганда ва унинг улчами каттайганда парданинг совун эритмаси эркин молекулалар қатламларида жой эгаллаб пуфакнинг диаметрини ортттиради. Пуфак қисилганда совун молекулалари қатламларидан қисиб чиқаради ва яна эритмага утади.

3. *Холестирик суюқ кристаллар.* Таркибида холестирин булган кўп бирикмалар суюқ кристалл фазаси ҳосил қилганидан бу ном келиб чиққан (холестириннинг ўзи бундай фаза ҳосил қилмайди). Холестерик суюқ кристаллар смектик-нематик турдаги аралаш тузилишга эга бўлади.

Уларда молекулалар, смектиклардагига ўхшаш, параллел қатламларда жойлашади (7.4-чизма), лекин ҳар бир қатламда молекулалар ўқлари нематик турдаги қатламларга параллел бўлади. Ҳар бир қатлам қўшни қатламга нисбатан муайян бурчакка бурилади. Холестерин молекуласи метил  $\text{CN}_3$  гуруҳлар билан ясси тузи-



7.4-чизма. Холестерик суюқ кристалл.

лишга эга, метил гуруҳлар эса молекула текислиги устида ва остида жойлашган. Ҳосил бўладиган учлик жойлар ҳар бир қатламда молекулалар ўқларининг олдинги қатлам ўқларига нисбатан уртача  $15^\circ$  га бурилишига сабаб бўлади. Натижавий бурилиш қатламлар сони ортган сайин ошиб бориб  $\sim 300$  қатламга тенг қадамли спиралсимон тузилиши ҳосил қилади.

Холестеринлар оптик жиҳатдан бир ўқли ва манфий ( $n_{11} > n_1$ ), молекулалари ўқлари йўналишлари (нематик ва смектик кристаллардан фарқли равишда) оптик ўққа тик бўлади. Холестериннинг спиралсимон тузилиши *оптик активликнинг*, яъни ёруғлик қутбланиш тезлигининг бурилишига сабаб бўлади. Молекуляр қатламларга тик булган оптик ўқ бўйлаб ўтаётган чизиқий қутбланган ёруғлик ўз электр векторининг йўналишини изчил равишда спирал бўйича муайян бурчакка ўзгартириб боради, бу бур-

чак кристалл қалинлигига пропорционал бўлади. Масалан,  $\alpha$ -кварцдан қутбланган ёруғлик ўтганда у 1 мм йўлда қутбланиш текислигини  $20^\circ$  га буради. Холектеристикларнинг оптик активлиги анча катта — у  $18000^\circ$  га етади, бу эса қалинликни 1 мм га 50 марта тўла айланишни ташкил қилади.

Энди уч хил суюқ кристалларни таърифлагач, уларнинг муҳим хосса ва хусусиятлари, қўлланишлари ҳақида тўхталамиз.

Суюқ кристаллари маълум бўлган кимёвий бирикмалар сони бир неча минг чамасида. Улар баъзи қаттиқ (мезоген) кристалларни қиздирганда ҳосил бўлади: даставвал суюқ кристал ҳолатга фазавий ўтиш юз беради, кейин қиздириш давом эттирилса суюқ кристал оддий изотроп суюқликка айланади. Ҳар бир суюқ кристал муайян температуралар оралиғида мавжуд бўлади (термометроп суюқ кристаллар). ўтиш иссиқлиги жуда кичик. Параазоксианизолнинг нематик сифатида мавжудлик соҳасини юқорида айтдик. Баъзи бирикмалар ва улар аралашмалари  $-40$  дан  $+80^\circ$  С гача оралиқда смектик суюқ кристал бўлиши аниқланган. Холестерик суюқ кристаллар мисоллари—холестерик эфиридир. Баъзи органик моддалар смектик фазалар ҳосил қилади, кейингилари нематик суюқ кристалларга ўтиши мумкин. Бир неча смектик мезафазалар ҳосил қилувчи бирикмалар маълум, уларда молекулалар қатламларда ўзаро турлича жойлашган. Масалан, бис-фенилендиамин бирикмаси тўртта смектик ва битта нематик модификацияларга эгадир. Яна бошқа ажойиб суюқ кристаллар топилган.

Суюқ кристалларнинг уччала хилида ҳам *қўшалок нурсиниш* кузатилади. Эслатамиз: қўшалок нурсиндирадиган модда сиртига тушаётган қутбланмаган ёруғлик нури моддадан утаётиб чизиқий қутбланадиган икки нурга ажралади (оддий ва нооддий нурлар), уларнинг қутбланиш текисликлари ўзаро текис бўлади. Оддий ва нооддий нурларнинг тарқалиши тезликлари ва синиш кўрсаткичлари ҳар хил. Улар моддадан параллел дасталар тарзида чиқади. Бу ҳодисани тадқиқлаш йўли — модданинг суюқ кристаллик ҳолатини аниқлашда энг қулай усул ҳисобланади.

Холестерикларнинг молекуляр тузилиши ички молекуляр кучлар таъсирида жуда нозик равишда мувозанатланган, бу



мувозанат осон бузилиши мумкин. Молекулалар орасидаги заиф ўзаро таъсирни бузувчи ҳар қандай (оптик, иссиқлик, электр ва ҳоказо) таъсир холестерикнинг энг аввал оптик хоссаларини сезиларли ўзгартиришга олиб келади. Бу ходисаларнинг энг яққол мисоли температура озгина ўзгарганда холестерик рангнинг ўзгаришидир. Масалан уч холестерик аралашмасидан иборат пардада кўринадиган ёруғлик спектрида фақат 4 с температуралар оралиғида рангни ўзгартириш мумкин. Бундай пардалардан одамнинг касал аъзосини аниқлаш мақсадида одам танаси сиртида температуралар тақсимотини кузатиш учун фойдаланса бўлади. Холестерик паралгонатда температура ўзгариши градуснинг улушига қадар бўлганда ранг ўзгаради.

Холестерикларнинг кимёвий бирикмалар бугларига нисбатан фотосезгирлигига асосан баъзи ҳидларни аниқлайдиган асбоб ясалган.

Холестерикнинг спиралсимон тузилиши кўринадиган ёруғлик тулқин узунлиги тартибида. Бундай даврий тузилмада ёруғликнинг Вулф-Брэггларнинг  $\lambda = 2d \sin \theta$  ифодаси тавсифлайдиган интерференцияси (ва дифракцияси) кузатилади. Агар  $d = 5000 \text{ \AA}$  бўлса,  $7000 \text{ \AA}$  тулқин узунлиги (қизил) ёруғлик  $45^\circ$  га бурчак остида танловчан қайтарилади,  $30^\circ$  остида эса  $5000 \text{ \AA}$  (кўк) ёруғлик қайтарилади. Қайтарилиш бурчагининг муайян қийматида холестерик пардаси бор рангли булиб кўринади. Холестерикларнинг ёй камалак рангини уларнинг спиралсимон тузилиши даври кўринадиган ёруғлик тулқин узунлиги тартибида эканлиги билан тушунтирилади. Сметтикларда молекуляр қатламлар орасидаги масофа бир неча ангстрен. Бу ҳолда рентген нурлар танловчан қайтарилади. Баъзи нематикларда қатламлар оралиғи микронлар тартибида бўлади ва улар инфрақизил соҳадаги нурланишни танловчан қайтаради.

Суюқ кристаллар амалда кенг қўлланилади, айниқса ахборотга ишлов бериш ва тасвирлашда уларнинг электрооптик хоссаларидан фойдаланилади, суюқ кристаллар асосида ЭХМларнинг кейинги авлодлари яратилган. Суюқ кристаллардан электрон соатлар, микрокалькуляторлар, оптоэлектрон

қурилмалар ва бошқаларда қўлланилади. Ясси экранлар ишлаб чиқарилмоқда. Холестерик суюқ кристаллардан медицинада (баданнинг юқори температурали жойларини аниқлашда) ва техникада (ИК,УЮТ ва бошқа) нурланишларни кўрадиган қилишда, микроэлектрон схемалар сифатини назорат қилишда ва ҳақозолардан фойдаланилади.

### Саволлар

1. Аморф қаттиқ jismlарнинг тузилишини тавсифланг.
2. Суюқ кристалларнинг қандай турлари бор?
3. Аморф ва суюқ кристаллар қаерда қўлланилади?

## VIII БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР СИРТИДАГИ ҲОДИСАЛАР

#### 8.1. Умумий маълумот

Қаттиқ жисм сирти — ҳамма вақт икки фаза (муҳит)ни ажратиб турадиган чегарадир. Бу чегара бир томонда қаттиқ жисм ва иккинчи томондан, газ, суюқлик ёки бошқа қаттиқ жисм орасида бўлади. Шунинг учун ажратиш сирти чегаранинг ҳар икки томонидаги фазалар билан ўзаро таъсирлашади.

Сирт билан боғлиқ масалаларни ечиш ярим ўтказгичли асбобларни ишлаб чиқариш ва қўлланишида муҳим, чунки сирт хоссаларининг беқарорлиги, уларнинг беназорат ўзгаришлари асбобларнинг ишлаш муддатини камайтиради ва ишончли ишлашини пасайтиради.

Металларнинг занглаши ва оқибатда уларнинг бузилиши ҳам сирт хоссаларига боғлиқ бўлади.

Қаттиқ жисм сиртининг баъзи умумий ҳолатлари ҳақида тухталайлик. Биринчидан, сиртда кристалл ҳажмидаги атомларнинг даврий жойлашиши бузилади (кесилади), натижада тугалланмаган (узилган) кимёвий боғлар пайдо бўлади. Бошқача айтганда, сирт мавжудлигининг ўзи кристаллдаги ички потенциал даврий майдоннинг бузилишидир. Бу даврийликнинг ҳар қандай бузилиши маҳаллий энергетик ҳолатларни ёки сиртий ҳолатларни вужудга келтиради. Бундай сиртий ҳолатлар зичлиги  $10^{18} - 10^{19} \text{ м}^{-2}$  тартибида бўлади, уларни **Тамм сатҳлари** дейилади. Иккинчидан, ҳақиқий шароитда қаттиқ жисмлар сиртида амалда ҳамма вақт оксид парда ёки ёпишган ёт атомлар ва ионлар бўлади. Шу тўғрисида сирт соҳаси мураккаб кўп қатламли тузилишга эга бўлади.

Кўп ҳолларда қаттиқ жисмлар сиртини қоплаган қатламларда маҳаллий сатҳлар ҳосил қилувчи киришмалар ва нуқсонлар бор. Кристаллнинг уз сиртидаги ички ҳолатлар кучли электр майдони таъсирига тез жавоб беради, уларни **тезкор ҳолатлар** дейилади, қатламлардаги (ташқи) ҳолатлар нисбатан анча секин таъсирланади, уларни **секин ҳолатлари** дейилади.

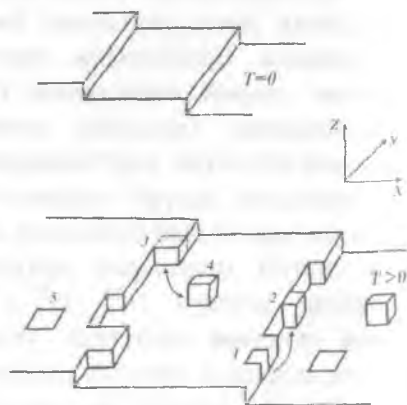
Сиртнинг миқдорий тавсифнома сиртий  $\sigma$  ёки фазалараро  $\gamma$  энергия бўлади.  $\sigma$  ни сиртий таранглик дейилади, у сиртни чегаралаган чизиқни бирлик узунликка ва сирт юзини унга мос катталиқка қадар (миқдорга) узгартириш учун керак буладиган кучни билдиради.

## 8.2. Сиртнинг тузилиши. Энергетик ҳолатлар

Ҳақиқий кристаллнинг сирт тузилиши анча мураккаб. Сирт деганда юпқа, лекин ҳажмий, қатлам тушунилади. Бу қатламлар қалинлиги кристалл панжараси доимийсидан ўнларча марта катта бўлиши мумкин. Ҳақиқий кристалл сиртида турли нуқсонлар кўп, ниҳоят, сирт ташқи муҳит билан туташгани учун унинг шаклланишида кислород муҳим ўрин тутаети. 150—200 нм қалинликли табиий оксид қатламлар амалда ҳамма вақт қаттиқ жисмларнинг сиртида мавжуд бўлади. Сирт гадур-будур бўлиб, дўнгликлар билан чуқурликлар навбатлашиб жойлашган.

Ҳозир сиртнинг манзараси 8.1- чизмагаидек бўлади деб, ҳисобланади.

Сиртда поғоналар бўлади.  $T > 0$  бўлганда флуктациялар туфайли 1,2 бўш жойлар ҳосил бўлиши мумкин. Адсорциялашган (сиртга ёпишган) атом бўш жойни эгаллайди (3) ёки бўш поғонада қолади (4). Поғонада сиртий вакансиялар (5) ҳосил бўлиши мумкин. Сиртда нуқсонлар борлиги туфайли мазкур атом ўзаро



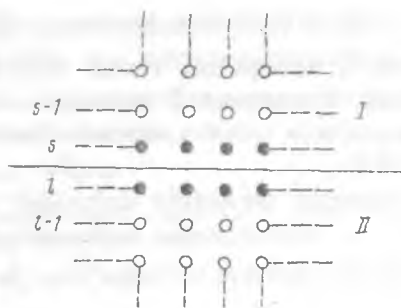
8.1-чизма.  $T=0$  ва  $T>0$  да кристалл сиртининг тузилиши

таъсирлашаётган қушнлар сони сиртнинг турли жойларида турлича. Шунинг учун атомнинг сирт билан боғланиш энергияси турли булади.

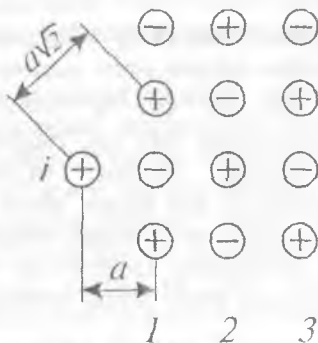
Энди турли кўринишдаги қаттиқ жисмларнинг эркин сиртий энергиясини ҳисоблайлик. Бунинг учун кристаллни ёрилиш сиртининг бир томонидаги,  $s-1$ ,  $s-2$  ва ҳоказо параллел текисликлар, иккинчи томонидаги  $l, l-1, l-2$  ва ҳоказо параллел текисликлардан иборат деб тасаввур қиламиз (8.2-чизма). Кристалл ёрилганда ҳосил бўлган икки сиртли икки I ва II булақлар булади. Бу жараёнда сарфланган иш I ва II соҳасидаги атомларнинг боғланишини узишга кетади. Агар энг яқин масофада жойлашган атомлар жуфтлари орасидаги ўзаро таъсирни эътиборга олсак,  $s$ - ва  $l$ - қатламдаги атомлар ўзаро таъсир энергиясини  $V_{sl}$  деб белгиласак сиртни ҳосил қилишга сарфланган тўла энергия

$$E_s = \frac{1}{2} \sum_{s,l} V_{sl} \quad (8.1)$$

бундаги  $l$  — қўшимча равишда ( $s-2$  ва  $(l-1)$ , ( $s-2$ ) ва  $(l-2)$  ва ҳоказо атомлар орасидаги ўзаро таъсирни ҳисобга оладиган купайтувчи ионлар кристалларида 1 мусбат ион 2 манфий ион билан тортишади, 3 мусбат ион билан итаришади ва ҳоказо. Бу ионлар занжирида умумий потенциал энергия (8.3- чизмага қаранг)



8.2-чизма. Атомларнинг турли сатҳларда жуфт-жуфт ўзаро таъсирни тизмаси.



8.3- чизма. Бир  $i$  ионнинг ионлар занжири ўртасидан ўзилиб чиқиши: 1-3-ионлар занжирлари.

$$V_1 = -\frac{e^2}{a} + \frac{e^2}{2a} - \frac{e^2}{3a} + \frac{e^2}{4a} + \dots = -\frac{e^2}{a} \left[ 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right] = \varphi_1 e^2 / a. \quad (8.2)$$

бунда  $\varphi_1 = 0,6935$ .

Энди уша чизмадаги икки улчовли панжарани қарайлик. 1 ион  $\alpha$  масофадаги ионга тортилади,  $a\sqrt{2}$  иондан итарилади. Агар 1 ионнинг 2 вертикал занжирча ионлари билан ўзаро таъсирини ҳисобга олмасак, умумий потенциал энергия

$$V_2 = -\frac{e^2}{a} + \frac{2e^2}{a\sqrt{2}} - \frac{2e^2}{a\sqrt{5}} + \frac{2e^2}{a\sqrt{10}} - \dots + \frac{e^2}{2a} - \frac{2e^2}{a\sqrt{5}} + \frac{2e^2}{a\sqrt{8}} - \dots \quad (8.3)$$

$$= -0.1144 e^2/a = -\varphi_2 e^2/a; \quad \varphi_2 = 0.1144.$$

Шу йўсинда 1 ион билан кристал сирти орасидаги ўзаро таъсир энергияси олинади:

$$V_3 \approx -0.066 e^2/a = -\varphi_3 e^2/a. \quad (8.4)$$

Демак,  $V_1$  - ионнинг занжирча бошидан ажралиш энергияси,  $V_2$  - бутун занжирчадан,  $V_3$  - ясси тур уртасидан ажралиш энергияси бўлиб, уларнинг  $N_A$  атомли панжара бўйича йиғиндиси панжара энергиясини беради:

$$U_{пан} = 2N_A (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) e^2/a. \quad (8.5)$$

2 купайтувчи (8.2) - (8.4) ифодалар текисликнинг бир ярмини ҳисобга олгани учун киритилган.

$2(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)$  катталикни  $\alpha_M$  **Маделунг доимийси** орқали белгиланади, бир хил турдаги панжарали қаттиқ жисмлар учун у бирдай бўлади. Мураккаброқ ҳолларни қарамасдан, юқоридаги ҳол билан яъни қарама-қарши бир зарядли ионлар панжараси ҳоли билан чекланамиз.

Молекуляр кристаллар учун (Ван дер Ваалс кучлари устун бўлганда) икки зарра орасидаги ўзаро таъсир энергияси

$$U_{1,2} = \xi_1/a^m - \xi_2/a^n \quad (8.6)$$

қурилишда бўлиб,  $\xi_1$  ва  $\xi_2$  - доимий катталиклар, биринчи ҳад итаришиш, иккинчи ҳад тортишишни ҳисобга олади. Бундай кристаллар учун панжаранинг боғланиш энергияси

$$U_{пан} = (\xi_2 K_n / a_0^n) (1 - n/m) N/2 \quad (8.7)$$

кўринишда олинган, бунда  $K_n$  - даража кўрсаткичи  $n$  га боғлиқ ( $n=6$  деб олинса,  $K_6=14.454$ ),  $a_0$  - панжара доимийсининг мувозанатий қиймати,  $n$  ва  $m$  лар тажрибада аниқланади. Ковалент кристалларда, масалан олмосда,

$$U_{\text{пан}} = (4/2)E_{c-c} = 2E_{c-c}, \quad (8.8)$$

бундаги  $E_{c-c}$  - карбон атомлари орасидаги боғланиш энергияси. Металл кристалларда  $z=1$  (бир валентли металл) учун:

$$U_{\text{пан}} = (Na\alpha_m e^2/a_0)(1-1/n) \quad (8.9)$$

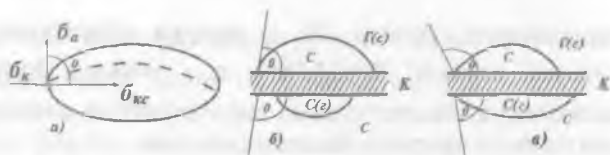
### 8.3. Хўлланиш ва ёйилиб оқиш ҳодисалари

**Хўлланиш ҳодисаси** суюқликнинг қаттиқ жисм ёки бошқа суюқлик сирти билан тегишганида юз беради. Бу ҳодиса металл-ярим ўтказгич контактларини тайёрлаш технологиясида катта аҳамиятга эга, чунки бу технологияда металл томчисини кристалл билан қотиштириш усули кенг қўлланилади. Бундай томчини қиздириш вақтида ёйилиб кетиши қотишиш юзини ва шу жараённинг ўзини аниқлайди.

Қаттиқ жисм сиртининг яхши хўлланиши, масалан, бу сиртни турли кимёвий моддалар томонидан тозаланиши самарадорлигини таъминлайди. Жумладан, рўзгорий ювувчи моддалар қўлланиши шунга асосланган.

Хўллаш капилляр найчада мениск ҳосил қилади, қаттиқ сиртда томчининг шаклини ёки суюқликка ботирилган жисм сиртида газ луфаги шаклини аниқлайди. Хўллаш (хўлланиш) ҳодисасини контакт соҳасида уч фаза (жисм, муҳит) орасидаги ўзаро таъсир оқибати сифатида қаралса бўлади, аммо кўп ҳолларда у (масалан, суюқ металллар билан қаттиқ металллар тегишиб турганда) кимёвий бирикмалар, қаттиқ ва суюқ эритмалар ҳосил бўлиши, хўлланувчи жисмнинг сиртий қатламида диффузион жараёнлар юз бериши оқибати бўлади. Хўлланиш ҳодисасида хўлланиш иссиқлиги дейилувчи иссиқлик ажралиши мумкин.

Хўлланишнинг ўлчови вазифасини одатда чегаравий  $\theta$  бурчак бажаради, у хўлланувчи сирт ва суюқликнинг периметр бўйича сирти орасидаги бурчакдир (8.4- чизма).



8.4- чизма. а- томчи қаттиқ сиртда; б- томчи; в - пуфакнинг қаттиқ сиртда турли ҳўлланиш шароитида вазияти; г - газ; с - суюқлик; қ - қаттиқ жисм;

Статик (мувозанатий) ҳўлланишда  $\theta$  суюқликнинг сирт таранглиги  $\sigma_c$  га, қаттиқ жисмнинг сирт таранглиги  $\sigma_k$  га ва чегарадаги фазалараро  $\xi_1/a^m$  таранглик  $\sigma_{kc}$  га Юнг тенгламаси  $\cos\theta = (\sigma_k - \sigma_{kc})/\sigma_c$  орқали боғланган.

Агар  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  бўлса, суюқлик томчиси қисман ёки  $\theta \rightarrow 0^\circ$  ҳолда сирт бўйича ёйилади (8.4.б, в- чизма). Агар  $\theta > 90^\circ$  булса, томчи ёйилмайди (8.4.б, в- чизма). Биринчи ҳолда суюқлик қаттиқ жисмни ҳўллади, иккинчи ҳолда ҳўлламайди.

#### 8.4. Электронлар эмиссияси ва сиртий ионлаш

**Термоэлектрон эмиссия ҳодисаси** қаттиқ жисмни қиздирганда ундан вакуумга (бушлиққа) ёки бошқа жисмга электронлар чиқарилишидан иборат. Қаттиқ жисмдан чиқиб кетиш учун электроннинг энергияси жисмдан ташқарида тинч турган электрон энергиясидан катта бўлиши керак. Бу энергияни чиқиш иши дейилади.  $T \sim 300\text{K}$  (хона температураси) да термодинамик мувозанат шароитида, Ферми-Дирак тақсимотига асосан, энергияси чиқиш ишидан катта электронлар сони жуда-жуда кам, аммо температура ортиши билан бу сон жуда тез (экспотенциал) ортади. Шунинг учун термоэлектрон ток фақат қиздирилган жисмлардан чиқади. Агар чиққан электронларни олиб кетадиган электрик майдон бўлмаса, бу электронлар уларни чиқарган жисм сирти яқинида манфий ҳажмий электрик заряд ҳосил қилиб, термоэлектрик токни чеклаб қўяди. Эмиттер (электронлар чиқарувчи) ва анод (электронларни йиғувчи) орасидаги кучланиш кичик ( $V < V_0$ ) бўлганда ток зичлиги  $J \sim V^{3/2}$  қонун бўйича ифодаланади.  $V \sim V_0$  бўлганда ҳажмий заряд сўрилиб кетади ва ток тўйинишга  $I_0$  қийматга эришади, кучланишини янада оширилса, яна секин



уса бошлайди. Туйиниш токи зичлиги (термоэлектрон эмиссия токи зичлиги) Ричардсон — Дэшман ифодасидан ҳисобланиши мумкин:

$$I_0 = AT^2 \exp(-\chi/kT). \quad (8.10)$$

Бундаги  $A$  — доимий,  $\chi$  — электроннинг металлдан чиқиш иши. Агар электронларнинг қаттиқ жисм сиртидан қайтиш коэффиценти  $R$  ҳисобга олинса  $A = A_0(1 - R)$  деб ёзилиши керак, бунда  $A_0 = e m k^2 / 2 \pi^2 \hbar^3 = 120,4 \cdot 10^4 \text{ A/m}^2 \text{K}^2$ . Ҳақиқий шароитда  $\chi(T)$  эканини ва бошқа омилларни ҳисобга олинса, купчилик тоза металллар учун  $A = (15 \div 350) \cdot 10^4 \text{ A/m}^2 \text{K}^2$  (8.10) ифодани яримўтказгичларга ҳам қўлласа бўлади. Термоэлектрон эмиссия ҳодисаси кўп электрон асбобларда қўлланилади.

Термоэлектрон эмиссия билан сиртий ионлашиш ҳодисаси жипс боғланган. Бу ҳодиса қиздирилган (чўғланган) металл сиртига бугнинг атомлари ёки молекулалари урилганда содир бўлади. Атомлар ёки молекулалар қиздирилган металл сиртига ё уни ўраб олган буг атмосферасидан ёки махсус манбадан буелантириладиган молекуляр даста кўринишида келиб тушади. Уларнинг урилишидан ҳосил бўлган ионлар махсус коллектор (йигновчи мослама) тўмонга йўналтирилади ва унинг занжирида ток пайдо қилади, бу ток кучи ионлар миқдорини баҳолаш имконини беради.

Сиртий ионлашишнинг сиртнинг  $1 \text{ см}^2$  дан  $1 \text{ с}$  да кетаётган  $n_i$  ионлар қайтаётган  $n_a$  атомлар сонлари нисбати билан аниқланади:

$$n_i / n_a = \alpha, \quad (8.11)$$

$\alpha$  ни ионлашиш даражаси деб аталади. Баъзан бошқа муносабатдан фойдаланилади:

$$n_i / n_0 = \beta, \quad (8.12)$$

бунда  $n_0$  —  $1 \text{ см}^2$   $1 \text{ с}$  да сиртга тушаётган атомлар сони.  $\beta$  ни сиртий ионлашиш коэффиценти дейилади.

$n_i + n_a = n_0$  бўлганлиги учун

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad (8.13)$$

булади.  $\alpha$  катталиқ температурага боғлиқ. Бу боғланишни Саха-Ленгмюр ифодаси беради:

$$\alpha = (g_I/g_a) \exp[-(eV_I - X_I)/(kT)], \quad (8.14)$$

бундаги  $\chi_I$  - металдан ионнинг чиқиш иши,  $V_I$  - қиздирилган металлга тушаётган атомнинг ионлашиш потенциали,  $g_I$  ва  $g_a$  - металл сиртидан кетаётган зарралар ҳолатларининг статистик вазнлари (масалан, ишқорий металл иони учун  $g_I = 1$ , атом учун  $g_a = 2$ ).

Сиртий ионлаш ёрдамида мусбат ионлар ҳам, манфий ионлар ҳам ҳосил қилиниши мумкин. Ортиқча электронни узоқлаштириш учун манфий ионни «ионлашга»  $eU_s$  энергия сарфлаш керак. Шу энергияни электроннинг атомга яқинлиги дейилади, манфий иондаги «ортиқча» электроннинг энергетик сатҳини аниқлайди. Бу ҳолда Саха-Ленгмюр ифодасида ионлаш потенциали  $U_I$  ўрнида электроннинг атомга яқинлиги туради:

$$\alpha = n_I/n_a = (g_I/g_a) \exp[-(eU_s - X_I)/(kT)]. \quad (8.15)$$

### 8.5. Қаттиқ жисмлар сиртида адсорбция ҳодисаси

Газ атмосфераси билан туташган қаттиқ жисм сиртини тезда газ атомлари (молекулалари)нинг бир ёки кўп қатлами қоплайди. Шу ҳодиса адсорбциянинг моҳиятидир. Бунда қаттиқ жисмни адсорбент (ёпиштириб олувчи), газ фазасини эса адсорбат (ёпишувчи) дейилади. Адсорбциянинг икки хили бор: **физик адсорбция** ва **кимёвий адсорбция** (хемисорбция).

Физик адсорбция ҳолида атомлар (молекулалар)нинг адсорбцион (сиртга ёпишган) қатлами қаттиқ жисм сирти атомлари билан Вандер-Ваалс заиф кучлари воситасида боғланган. Физик адсорбциянинг муҳим тафовути — унинг қайтувчанлигидир.

Қандайдир температуралар оралиғида адсорбциянинг ҳар икки хилини бир-биридан кескин ажратиб бўлмайди.

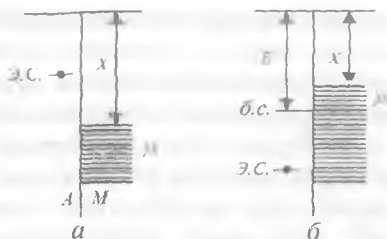
Адсорбция ҳамма вақт экзотермик жараёндир, яъни иссиқлик ажраладиган (энталпия  $\Delta H_s$  қадар узгарадиган) жараёндир.

Адсорбция иссиқлиги (энталпия) зичликнинг функцияси ва одатда у ортиши билан камаяди. Адсорбция иссиқлигининг бундай ўзгариш жараёнини изчил оқиб бориши туфайли юз беради. Бу жараён сиртнинг максимал энергияли жойларида — чўққилар,

кристаллнинг бурчаклари ва қирраларида, дарзлар қирғоқларида, тирнамаларда ва шунга ўхшаш жойларда бошланади. Бу жойлар тўйингач, ясси сиртларда адсорбция бошланади. Уларда камроқ энергия ажралади.

Физик адсорбция энталпияси анча катта ( $\approx 10$  ккал/мол). Бунда адсорбланган газ қатламини бошқа газ билан алмаштириш мумкин. Бу - алмашинув адсорбцияси ҳодисаси. Бунда уринли қоида: **газнинг қайнаш нуқтаси қанча юқори бўлса, у газ осон адсорбланади, яъни у осон сууюқликка айланади.** Адсорбция жараёни адсорбент ва адсорбат орасида адсорбцион мувозанат ўрнашганда яқунланади. Мувозанатнинг умумий шarti — иккала фазанинг кимёвий потенциалли (ферми сатҳлари) тенглигидир. Бу мувозанатда бирор вақтда сиртга қанча атом (молекула) адсорбланса, шунчаси сиртдан кетади, сиртни газ зарралари билан тўлдириш даражаси  $N_s$  узгармас бўлиб қолади.  $N_s$  температура ва босимга боғлиқ. Агар босим узгармас бўлса,  $N_s(T)$  адсорбция изобараси,  $T = \text{const}$  бўлса, адсорбция изотермасини ифодалайди. Албатта, температура кўтарилганда тўлдириш даражаси пасаяди, чунки бунда атомларнинг сиртдан кетиши (десорбция) кўпаяди, бу эса адсорбцияни сусайтиради.

Хемосорбциянинг моҳияти шундаки, кимёвий табиатли кучлар таъсири ҳолатида адсорбланган атомлар ва кристаллнинг сиртидаги атомлар орасида кимёвий реакция юз беради, бирикмалар ҳосил бўлади. Хемосорбцияда адсорбент ва адсорбат орасида электронлар алмашилиши бош ўрин эгаллайди.



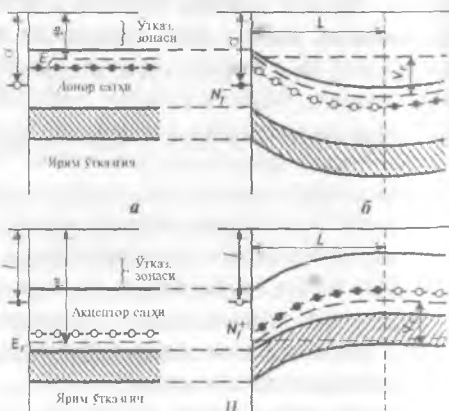
8.5- чизма. Металлда катион ва анион хемосорбция; э.с. ва б.с. - эгалланган ва буш сатҳлар; А-адсорбат, М-металл.

Металларда хемосорбцияни қарайлик. 8.5- чизмада металл газ ва металл — адсорбат чегарасининг икки томонида электрон энергиялари спектри кўрсатилган. Бир ҳолда (8.5,а- чизма) адсорбатнинг эгалланган энг юқори энергия сатҳи металлнинг Ферми сатҳидан юқорида жойлашган. Бу ҳолда электрон атомдан металлга утади, унинг ўзи мусбат ионга айланади. Аксинча, агар адсорбентнинг юқориги сатҳи эгалланмаган бўлса ва у металлнинг ферми сатҳидан пастда бўлса, электрон металлдан атомга ўтиб уни манфий зарядлайди.

Чегаранинг икки томонида қўш электр қатлам ҳосил бўлади, оқибатда биринчи ҳолда металлдан чиқиш иши камаяди, иккинчи ҳолда  $\Delta\chi=4\pi e N_s M$  катталиқ қадар ортади, бундаги  $N_s$ - сиртнинг бирлик юзида эгалланган жойлар сони,  $M$ - адсорбланган зарранинг дипол моменти.

Металларда хемосорбция ҳодисасига оид қурилган модел ярим ўтказгичлардаги хемосорбцияга ҳам тўла қўлланилади. Фарқ шундаки, металлга нисбатан ярим ўтказгичларда Ферми сатҳи бошқача жойлашган, ярим ўтказгичда  $n$  ва  $p$  — тур ўтказувчанлик мавжуд бўлади. 8.6- чизманинг юқориги (I) қисмида  $n$  — тур ярим ўтказгич сиртида мавжуд бўлган ҳол тасвирланган.

Ярим ўтказгичдаги муайян қатламдаги ўтказувчанлик электронлари адсорбат атомларига ўтади, уларни манфий зарядлайди. Бу чегарада электронлар учун  $\phi$  потенциал тўсиқ ҳосил бўлади, бунда адсорбатдаги электронларнинг потенциал энергияси ярим ўтказгичдаги билан яъни ферми сатҳи билан тенглашади. Чегаравий қатламда ўтказувчанлик электронлари камайиб кетган, қатламнинг электронлари қаршилиги жуда катталашади. Бундай қатламини ёпувчи (беркитувчи) қатлам дейилади. 8.6- чизманинг пастки (2) қисмида  $p$ -тур ярим ўтказгич сиртида катион



8.6- чизма. Адсорбция тизмалари: I-п-я.у.да анион адсорбция, II-р-я.у.да катион адсорбция, а ва б- хемосорбциягача ва ундан кейин.

адсорбат мавжуд бўлган золда антиёпувчи (антиберкитувчи) қатлам ҳосил бўлиши тасвирланган.

Фан ва техниканинг қаттиқ жисмлар билан боғлиқ соҳалари учун суюқ эритмалар билан туташган кристалл сиртидаги адсорбцион эффектлар муҳим бўлади.

Эритмадан кристалл сиртига адсорбцияланган сиртий-актив моддалар (С.А.М) дейилади.

### 8.6. Сиртий диффузия

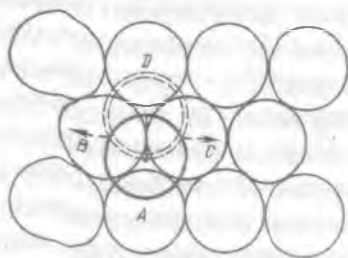
Симоб кристаллари ўсишини кузатиш мақсадида уни юқори вакуумда кучли даражада совутилган қаттиқ жисм сиртига буглантриб ўтқазилган. Ҳосил бўлган кристаллар пластинкасимон шаклга эга бўлган. Бу кристаллар қалинлик бўйича ўсишга нисбатан кенглик бўйича юз метрча тезроқ усган. Ушбу натижани фақат симоб атомларининг пластинкалари текислиги бўйича юқори суръатда диффузияланиши сабаби билан тушинтириши мумкин эди.

Сиртий диффузия  $D_s$  коэффициентини кучаётган нуқсоннинг (вакансиянинг, адсорбланган атомнинг) диффузия  $D_d$  коэффициентининг уларнинг мувазанатий  $N_d$  зичлигига купайтмаси кўринишида ифодалаш мумкин:

$$D_s = N_d D_d = \frac{N_o}{2} p v_d \Delta^2 \exp[-(U_d' + U_d'') / (kT)] \quad (8.16)$$

Бу ифодада  $p$  — нуқсоннинг сакрашлар сони,  $\Delta$  - сакрашлар узунлиги,  $v_d$  - нуқсоннинг сиртда тебраниш такрорийлиги,  $U_d'$  ва  $U_d''$  - нуқсоннинг ҳосил бўлиши ва кўчиши энергиялари.

Мисол тариқасида 8.7- чизмада ёқий марказлашган куб (ё.м.к) панжарали кристаллнинг атомлари шарлар кўринишида тасвирланган, улар орасида адсорбланган атом (адатом) ажратиб кўрсатилган. Адатомнинг ҳар



8.7- чизма. Ёқий марказланган куб панжарали кристалда адатомли (111) текислик

бир қўшни билан кимёвий боғланиш энергиясини  $E$  орқали белгилаймиз. У атомнинг уч яқин қўшниси бор. Чизмада улар А, В, С атомлар. Адатом юқорига кўчиши билан унинг энг яқин қўшнилари иккита – В ва С атомлар бўлиб қолади. Олдинги ҳолатни мувазанатий ҳолат десак, кейинги ҳолатни фаолланиш (активланиш) ҳолати деб айтаемиз. Ўз-ўзидан кўринадики, фаолланиш учун  $U_{ad} = 3E - 2E = E$  энергия талаб этилади. Лекин, фаолланиш ҳолатидаги адатомга узоқроқдаги қўшнилари А ва D атомлар ҳам таъсир қилади. Бу таъсир энергияси  $2E'$  деб белгиланса, энди фаолланиш энергияси

$$U_{ad} = 3E - (2E + 2E') = E - 2E' \quad (8.17)$$

кўринишда ифодаланади. Аниқ ҳисоблар  $U_{ad} \approx E/3 = H_s/20$  қийматни беради, бунда  $H_s$ - сублимация (қаттиқ жисм сиртидан буғланиш) иссиқлиги.

Cu, Ni, Ag, Au учун  $H_s$  мос равишда 73.3; 114; 82; 60 ккал/мол унча катта бўлмаган қийматларга эга, бундан қаралаётган ё.м.к панжара сиртида адатомлар жуда ҳаракатчан. Ҳаракатлантирувчи куч, масалан, температура градиенти бўлганда улар сирт бўйлаб шарчалардан думалаб боради.

Бошқа кристаллографик (001) ва (011) текисликларда (сиртларда) адатом билан сирт атомлари орасидаги тўрт ва беш боғланишни узиш зарур. Бу ҳолларда диффузияни фаоллаш энергияси каттароқ ва юқоридаги механизм устун бўлмаслиги мумкин.

Ёт, киришма атомларнинг сирт бўйича диффузияланиши учун адсорбланиш энергияси катта бўлган ҳолда адатомнинг кристалл сиртидаги атомлар билан боғланиши шунақа каттаки, юқоридаги «шар думалаш» механизми бутунлай мумкин бўлмайди. Бу ҳолда диффузия «ёзилувчи гилам» деб аталадиган механизм бўйича боради. Бунда киришма сирт бўйича қаттиқ фазада ёйилиб боради (бу 8.3 бандда кўрган суюқликнинг ёйилиб оқиши ҳолидагидек бўлади). Оқибат натижасида сирт моноатомли киришмавий қатлам билан қоғланиб қолади.

Ҳарорат ортган сайин адсорбланиш энергияси камайиб боради, киришма адатомининг кристалл сиртидаги атомлар билан боғланиш энергияси камаяди ва сиртий диффузиянинг

бош механизми яна ўша «шар думалаш» механизми бўлиб олиши мумкин.

Адсорбланган пардалар биринчи навбатда кучли даражада сирт хоссаларини ўзгартиради, баъзи ҳолларда ҳатто қалинроқ сирт яқинидаги қатламларга ҳам таъсир кўрсатади. Адсорбланган пардалар ишқаланиш кучларига таъсир қилади. Ишқаланишни тавсифлайдиган коэффициент ҳамма вақт ишқаланувчи муайян икки сирт жуфтига ва уларнинг муайян ҳолатигагина тааллуқли бўлади. Ишқаланиш коэффициенти ишқаланиш кучининг тик равишдаги юкка нисбатига тенгдир.

Одатда адсорбланган пардалар ишқаланиш коэффициентини камайтиради ва қаттиқ жисмларнинг ўзаро сирпанишига ёрдамлашади. Маълумки, ишқаланишни камайтириш учун турли мойлар ишлатилади. Икки хил мойлар мавжуд: гидродинамик ва чегаравий мойлар. Гидродинамик мойлар қалин суртилиб икки металл сиртларини бир-бирига тегиштирмайди. Чегаравий мойлар, аксинча, жуда юпқа ва мономолекуляр, ҳатто моноатомли қатламлардан иборат бўлади. Бундай пардалар металл қисмлар орасидаги тутинишни камайтиради ва бу қисмларнинг бевосита тегишишига имкон бермайди.

Адсорбция қаттиқ жисмларнинг мустақкамлик хоссаларига муҳим даражада таъсир қилади. Масалан, қаттиқ жисмни пармалаганда ҳўллаш бу ишни осонлаштиради. Бундай адсорбция мустақкамликни камайтириши кўриниб турибди. Кристаллар деформацияланишининг сиртий актив моддалар (С.А.М.) адсорбланиши оқибатида осонланиши ҳодисасини Ребиндер эффекти дейилади. Сиртий диффузия туфайли микродарзлар тезда С.А.М. молекулаларидан иборат суюқлик билан тулади. Суюқликсиз фазалараро энергия  $\gamma_{\chi}$  кристалл-ҳаво чегарасида аниқланади, суюқлик борлигида  $\gamma_c$  кристалл-суюқлик чегарасида аниқланади. Агар  $\gamma_c < \gamma_{\chi}$  бўлса, бу ҳолда кристалл ҳўлланганда янги сиртлар ҳосил бўлишига яъни жисмнинг бузилишига сарфланадиган энергия кам талаб қилинади.

Адсорбланган суюқлик дарз ичига кирганда у жойда  $p_s = \gamma_{\chi} - \gamma_c$  катталигидаги сиртий босим вужудга келади. У кристалл ичкарисига йўналган ва дарзни узунлайди.

Баъзи металллар С.А.М. вазифасини бажаради. Масалан, симоб пардаси билан қопланган рух пластинкаси мўрт бўлиб қолади. Темир сим сиртига ўтказилган қалайи пардаси ҳам худди ушандай таъсир кўрсатади.

Бу айтилган эффектга қарама-қарши эффект ҳам маълум-турли пардалар билан қопланган қаттиқ жисмларнинг мустақкамлиги ортиши ҳам кузатилади (Роско эффекти). Бунинг сабаби шуки, сиртий парда жисмнинг ҳажмидан дислокацияларнинг унинг сиртига чиқишини тўсади. Шунинг учун дислокациялар қоплами остида тўпланади ва бу кристалл мустақкамлигини оширишга олиб келади.

### Назорат учун саволлар

1. Сиртий сатҳлар табиатини тушинтиринг.
2. Қандай сиртий ҳолатларни тезкор ва секинкор ҳолатлар дейилади?
3. Сиртий таранглик тушунчаси таърифини беринг.
4. Сиртий эффектларнинг асосий кўринишларини баён қилинг.
5. Электронларнинг чиқиш иши нима?
6. Сиртий ионлашиш нима?
7. Адсорбент ва адсорбат деб қандай моддаларга айтилади?
8. Физик адсорбция нимадан иборат?
9. Хемисорбция нима?
10. Металл суюқ эритма чегараси яқинидаги қўш электрик қатлам пайдо бўлишини тушинтиринг.
11. Сиртий диффузия механизмларини тавсифланг.
12. Ребиндер эффекти нима?
13. Роско эффекти нима?

### Масалалар

1.  $N_A$  Авогадро сони қийматини қўйиб,  $a$  ни  $3 \cdot 10^{-8}$  см деб ҳисоблаб (8.2) - (8.5) нфодалар асосида ионлар панжараси энергияси  $U_{пан}$  ни аниқланг.



2. Металл кристалли учун (8.9) ифода буйича ионжара энергиясини топишг.  $\sigma_m = 1.75$ ,  $a_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ,  $n = 3$ .

3.  $A = 120 \cdot 10^4 \text{ ампер/м}^2 \cdot \text{к}^2$ ,  $T = 1000 \text{ К}$ ,  $\chi = 5 \text{ эВ}$  булганда (8.10) ифода буйича термоэлектрон туйиниш токи зичлигини аниқланг.

4. (8.15) ифода буйича ионланиш даражасини топишг.

$$eU_s = 9 \text{ эВ}, \quad \chi = 8 \text{ эВ}, \quad g_I / g_a = 1/2$$

5. (8.17) ифодадан  $E^I = \frac{1}{3} E$  ва  $E = 3 \text{ эВ}$  булганда адатомнинг фаолланиш энергиясини аниқланг.

6. Юнг  $\cos \theta = (\sigma_k - \sigma_{kc}) / \sigma_c$  тенгласидан фойдаланиб, қачон суюқлик қаттиқ жисмни хўлловчи, қачон хўлламайдиган бўлишини таҳлил қилинг.

## IX БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР ДЕФОРМАЦИЯСИ

Ушбу бобда қаттиқ жисмларнинг деформацияланиш қонуниятларини кўриб чиқамиз. Бунда қаттиқ жисмни узлуксиз муҳит деб қараймиз. Қаттиқ жисмни чексиз кичик зарраси деб, атом ёки молекулалар сони етарлича кўп бўлган узлуксиз кичик бўлаги назарда тутилади. Ташқи кучлар йўқлигида қаттиқ жисм зарралари мувозанат вазиятларда туради.

Зарраларнинг ушбу вазиятларини жисм билан маҳкам боғланган саноқ системаси бошидан ўтказилган радиус-вектор  $r$  орқали аниқлаймиз. Ташқи кучлар таъсирида қаттиқ жисмни ташкил қилган зарралар вазиятлари, қаттиқ жисмнинг ҳажми, шакли ўзгаради, яъни қаттиқ жисм деформацияланади. Зарраларнинг мувозанат вазиятларидан силжишини  $\vec{u}$  вектор билан ифодалаймиз. Бу вектор силжиш вектори деб аталади. Деформацияланган жисмдаги зарра вазияти  $\vec{r} + \vec{u}$  вектори билан аниқланади. Силжиш векторининг координата ўқларидаги ташкил этувчиларини мос ҳолда  $u_x, u_y, u_z$  билан белгилаймиз. Ушбу катталиклар умумий ҳолда зарранинг координаталарига ва вақтига боғлиқ бўлади, яъни:

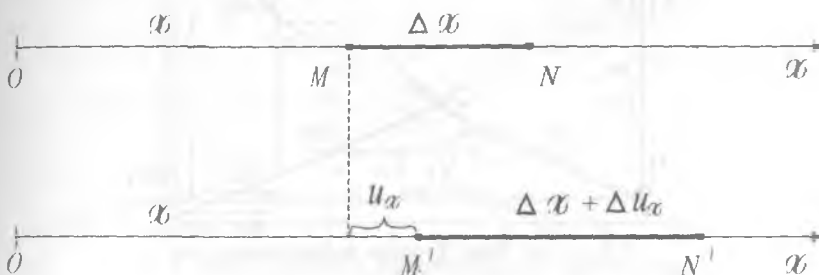
$$u_x = u_x(x, y, z, t), u_y = u_y(x, y, z, t), u_z = u_z(x, y, z, t).$$

Деформацияланган ҳолатни тўлиқ тавсифлаш учун силжиш вектори  $\vec{u}$  ни координаталар  $(x, y, z)$  нинг функцияси кўринишда ифодалаш зарур. Тушуниш осон бўлиши учун биз бу масалани аввал бир ўлчовли, кейин икки ва уч ўлчовли деформациялар билан кўриб чиқамиз.

## 9.1. Бир ўлчовли деформация

Деформация  $x$  йўналишида юз бераётган бўлсин.

Деформацияланган жисмда  $\Delta x$  оралиқни танлаб оламиз, (9.1-чизма).



9.1- чизма. Бир ўлчовли деформацияга оид.

Деформациялангандан сўнг  $M$  нуқта  $\bar{u}$  масофага силжийди,  $M'$  вазиятга кўчади ва унинг координатаси  $x+u_x$  га тенг бўлади. Биз танлаган  $\Delta x$  кесма эса  $\Delta u_x$  қадар узунлашади.  $|MN|$  кесманинг деформацияси деганда биз  $\Delta u_x$  нинг  $\Delta x$  га нисбатини, яъни  $\Delta u_x / \Delta x$  ни тушунамиз.  $M$  нуқтадаги деформация эса

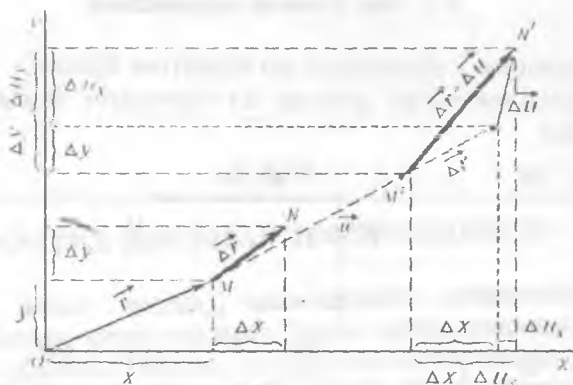
$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u_x}{\Delta x} = \frac{du_x}{dx} \quad (9.1)$$

ифода билан аниқланади. Умумий ҳолда  $\varepsilon$  катталиқ координата ва вақтга боғлиқ бўлади:  $\varepsilon = \varepsilon(x, t)$ . Агар  $\varepsilon = \text{const}$  бўлса, бундай деформацияни бир жинсли деформация деб аталади.

## 9.2. Икки ўлчовли деформация

Энди  $xy$  текисликдаги  $\Delta \bar{r}$  кесманинг деформацияланишини кўриб чиқамиз (9.2- чизма).

Координаталари  $(x, y)$  ва радиус-вектори  $\bar{r}$  булган  $M$  нуқта деформациядан сўнг  $M'$  нуқтага кўчади.  $M'$  нуқтанинг радиус вектори  $\bar{r} + \bar{u}$  га тенг бўлади.  $N$  нуқта, мос ҳолда,  $N'$  нуқтага кўчади. Биз танлаб олган кесма деформациядан сўнг текисликда маълум бир масофага силжийди ва  $\Delta u$  га чўзилади.



9.2- чизма Икки улчовли деформацияга оид.

$\Delta u_x/\Delta x$  ва  $\Delta u_y/\Delta y$  катталар  $\Delta \bar{r}$  кесманинг  $x$  ва  $y$  ўқларидаги проекцияларининг ҳўзилишини белгилайди. Аммо, бу катталар икки улчовли деформацияни тўлиқ ифодалай олмайди, чўнки чизмадан кўриниб турибдики, кесма ҳўзилишдан ташқари, яна маълум бир бурчакка бурилади.

Кесманинг бурилишини ифодалаш учун  $\Delta \bar{r}$  кесмага тенг катетлари  $\Delta x$  ва  $\Delta y$  бўлган тўғри тўртбурчакнинг деформацияланишини кўриб чиқамиз (9.3- чизма).

Чизмадан кўриниб турибдики,  $M'A'$  кесманинг бурилиш бурчаги тангенсини  $\operatorname{tg} \varphi_{M'A'} = \frac{\Delta u_x}{\Delta x + \Delta u_x}$ , шунингдек  $M'B'$  кесманинг

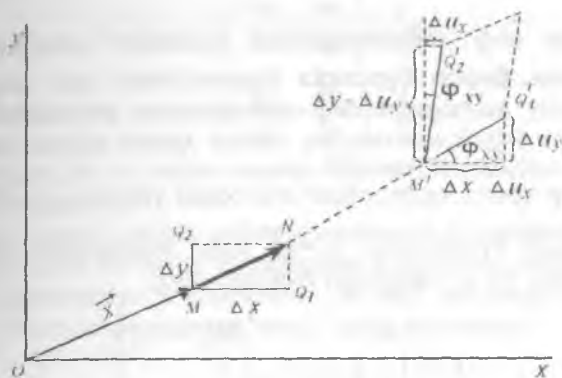
бурилиш бурчаги  $\operatorname{tg} \varphi_{M'B'} = \frac{\Delta u_y}{\Delta y + \Delta u_y}$  бўлади. Биз кичик деформациялар билан чегараланамиз, шунинг учун  $\Delta u_x/\Delta x$  лар  $\Delta x$  ва  $\Delta y$  ларга нисбатан анча кичик бўлади.  $\Delta x$  ва  $\Delta y$  лар нолга интиганда (бунда махражларда  $\Delta u_x=0$ ,  $\Delta u_y=0$ )

$$\operatorname{tg} \varphi_{M'A'} = \varphi_{M'A'} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \varepsilon'_{xx}, \quad \operatorname{tg} \varphi_{M'B'} = \varphi_{M'B'} = \frac{\partial u_x}{\partial y} = \varepsilon'_{xy}$$

бўлади.

Ушбу кесманинг ҳўзилиши эса,

$$F_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad F_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y}$$



9.3- чизма. Бурилиш деформациясини ҳисобга олиш.

катталиклар билан ифодаланади. Юқорида келтирилган ифодалардан фойдаланиб,  $\Delta \bar{u}$  нинг ташкил этувчиларини қуйидагича ёзиб олишимиз мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u_x}{\partial y} \Delta y = \varepsilon_{xx} \Delta x + \varepsilon'_{xy} \Delta y \\ \Delta u_y &= \frac{\partial u_y}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u_y}{\partial y} \Delta y = \varepsilon'_{yx} \Delta x + \varepsilon_{yy} \Delta y. \end{aligned} \right\} (9.2)$$

Одатда деформация коэффициентини белгилашда  $x, y, z$  ўрнига мос ҳолда 1, 2, 3 рақамлари ишлатилади. яъни:  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{yx} = \varepsilon_{21}$ . Шундай қилиб,  $\varepsilon_{ik}$  катталиклар  $\Delta \bar{u}$  вектори билан  $\Delta \bar{r}$  векторини боғловчи иккинчи ранг тензор ҳосил қилади:

$$\varepsilon'_{ik} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon'_{12} \\ \varepsilon'_{21} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix} (9.3)$$

Бу ифодалаги  $\varepsilon'_{12} = \varphi_{yx}$ ,  $\varepsilon'_{21} = \varphi_{xy}$  катталиклар жисмнинг силжиш деформациясини аниқлайди. Ундан ташқари, бу катталиклар жисмнинг бурилишини ҳам ўз ичига олади. Агар жисм деформация натижасида ўлчамларини ўзгартирмасдан фақат маълум бир бурчакка бурилса, у ҳолда деформация тензори  $\varepsilon'_{ik} = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi \\ \varphi & 0 \end{bmatrix}$  кўринишида бўлади. Демак, умумий ҳолда

$\epsilon'_{ik}$  тензори соф деформациядан ташқари жисмнинг ҳамма қисмларини бирор бурчакка бурилишини ҳам ҳисобга олар экан. Ушбу тензордан соф деформация тензорини ажратиб олиш учун ундан симметрик тензор ҳосил қилиш зарур. Бундай тензор ҳосил қилишнинг энг содда усули  $\epsilon_{ik} = \frac{\epsilon'_{ik} + \epsilon'_{ki}}{2}$ .

Кўриниб турибдики,  $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$  шарт юқоридаги ифода учун бажарилади. (9.3) ифодадан фойдаланиб,

$$\epsilon_{ik} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \frac{1}{2}(\epsilon'_{12} + \epsilon'_{21}) \\ \frac{1}{2}(\epsilon'_{21} + \epsilon'_{12}) & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

ҳосил қиламиз. Бу ифодада  $\frac{1}{2}(\epsilon'_{21} + \epsilon'_{12}) = \epsilon_{12} = \epsilon_{21} = \frac{1}{2\varphi_{12}}$ , яъни

тўлиқ силжиш бурчагининг ярмига тенг. Ушбу (9.4) ифода билан аниқланган иккинчи рангли симметрик тензор деформация тензори дейилади.

### 9.3. Уч ўлчовли деформация

Уч ўлчовли жисм учун юқоридаги амалларни такрорлаб, уч ўлчовли параллелепипед деформациясини кўриб ўтиш мумкин. Унда бизга яна бир ташкилловчи  $\frac{du_z}{dz} = \epsilon_{33}$  кўшилади ва мос ҳолда силжишларни ифодаловчи ташкилловчи пайдо бўлади. Бу ҳолда деформация тензори

$$\epsilon_{ik} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

кўринишда ёзилади. Бу ерда  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ ,  $\epsilon_{33}$ , мос ҳолда  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ўқлар бўйича жисмнинг чўзилиши (ёки сиқилиши).

$$\epsilon_{12} = \epsilon_{21} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \varphi_{12}.$$

$$\varepsilon_{21} = \varepsilon_{32} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \varphi_{23}, \quad (9.6)$$

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \varphi_{13}$$

лар эса  $xz$ ,  $yz$  ва  $xz$  текисликлар бўйича жисмнинг силжиш бурчаклари ярמידир.

Шундай қилиб, кичик деформацияларда координаталари  $x$ ,  $y$ ,  $z$  бўлган бирор  $M$  нуқта атрофидаги жисмнинг деформацияланиши деформация тензорининг олтига мустақил ташкилловчилари билан ифодаланар экан. Ушбу тензорни

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (9.7)$$

кўринишда ҳам ёзиш мумкин, бунда  $ik$  лар 1, 2, 3 қийматларни олади. Деформация тензорини симметрияга эгаллиги уни содда, яъни бир индексли кўринишда ёзишга ҳам имкон беради:

$$(\varepsilon_{ik} \rightarrow E_n, n=1,2,\dots,6)$$

$$\varepsilon'_{ik} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \cdot & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \cdot & \cdot & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}; \quad \varepsilon_n = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_6 & \varepsilon_5 \\ \cdot & \varepsilon_2 & \varepsilon_4 \\ \cdot & \cdot & \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

Кичик бўлмаган ихтиёрий деформациялар учун деформация тензорининг аниқ ифодаси

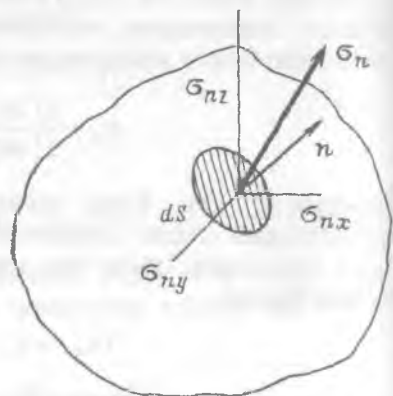
$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (9.8)$$

кўринишда ёзилади. Кичик деформацияларда ушбу ифодани (9.7) ифода билан алмаштириш мумкин.

#### 9.4. Кучланиш тензори

Деформацияланмаган жисмнинг ҳамма қисмлари бир-бири билан механик мувозанат ҳолатида бўлади. Жисм деформацияланганда у мувозанат ҳолатидан чиқади. Натижада унга мувозанат ҳолатига интилувчи кучлар таъсир қилади. Жисмда бирор деформацияланган бўлакни танлаб оламиз. Бўлакка, ал-

батта, таъсир қилувчи ички кучлар пайдо бўлади. Бу кучлар танланган булакнинг юзаси орқали таъсир қилади. Ушбу бўлимда фақат юза бўйлаб таъсир қилувчи кучларни кўриб чиқамиз. Ҳажмий кучларни (масалан, оғирлик кучи) ҳисобга олинмайди. Таъсир қилаётган кучнинг шу сирт юзасига нисбати механик кучланиш деб аталади. Деформацияланган жисмнинг ихтиёрий ҳажми сиртида элементар юза ажратиб оламиз (9.4- чизма). Ушбу юзага ташқи бирлик нормал  $\vec{n}$  векторни ўтказамиз. Умумий ҳолда кучланиш вектори нормал вектор билан бир хил йўналмаган бўлиши мумкин. Агар кучланиш вектори  $\vec{n}$  нормал вектор билан ўткир бурчак ҳосил қилса (жисми чўзувчи кучланиш) бундай кучланиш йўналиши мусбат деб қабул қилинган.



9.4- чизма. Кучланиш тензорига оид.

Кучланиш вектори  $\vec{\sigma}_n$  ни ўзаро ортогонал учта ташкил этувчи  $\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{\sigma}_3$ , векторларга ажратиш мумкин. Ўз навбатида ҳар бир ташкил этувчиларнинг координаталар ўқида учта проекциялари мавжуд. Натижада тўққизта катталиқ ҳосил бўлади. Бу катталиқлар кучланиш тензорини ташкил қилади:

$$\sigma_{ik} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (9.9)$$

Кучланиш тензори ҳам симметрик тензор бўлганлиги туфайли уни олтига мустақил катталиқка келтириб олишимиз мумкин:

$$\sigma_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_6 & \sigma_5 \\ .. & \sigma_2 & \sigma_4 \\ . & . & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (9.10)$$



Ушбу тензор симметрияси уни диагонал ҳолатга келтириш-  
га ҳам имкон беради. Бу ҳолда барча силжима кучланишлар  
йўқолиб фақат диагонал ташкилловчилар қолади:

$$\sigma_{ii} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (9.11)$$

(9.9) ва (9.10) ифодалар бирор нуқта атрофидаги механик  
кучланишни ифодалайди. Агар бир нуқтадан иккинчи нуқтага  
ўтганда ва вақт ўтиши билан кучланиш ўзгармаса, бундай куч-  
ланиш статик кучланиш деб аталади. Лекин умумий, динамик  
ҳолда кучланиш вақтнинг ва координаталарнинг функцияси-  
дир.

### 9.5. Деформация билан механик кучланиш орасидаги боғланиш. Умумлашган Гук қонуни. Эластиклик модуллари

Деформация ва кучланишни биз алоҳида кўриб чиқдик,  
лекин, бу икки катталиқ бир-бирига доим боғлиқдир. Бирор  
нуқта атрофида кучланиш ҳосил қилинса, бу ерда жисм албат-  
та, маълум даражада деформацияланади ва деформацияланган  
жисмда (эластик жисм назарда тутиляпти) кучланиш ҳосил  
булади. Шундай экан, ушбу катталиқлар орасида боғланиш  
мавжуд бўлиб, кичик деформациялар учун бу боғланишни  
умумлашган Гук қонуни деб аталади ва қуйидагича ёзилади:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= c_{11}\epsilon_1 + c_{12}\epsilon_2 + c_{13}\epsilon_3 + c_{14}\epsilon_4 + c_{15}\epsilon_5 + c_{16}\epsilon_6 \\ \sigma_2 &= c_{21}\epsilon_1 + c_{22}\epsilon_2 + c_{23}\epsilon_3 + c_{24}\epsilon_4 + c_{25}\epsilon_5 + c_{26}\epsilon_6 \\ \sigma_3 &= c_{31}\epsilon_1 + c_{32}\epsilon_2 + c_{33}\epsilon_3 + c_{34}\epsilon_4 + c_{35}\epsilon_5 + c_{36}\epsilon_6 \\ \sigma_4 &= c_{41}\epsilon_1 + c_{42}\epsilon_2 + c_{43}\epsilon_3 + c_{44}\epsilon_4 + c_{45}\epsilon_5 + c_{46}\epsilon_6 \\ \sigma_5 &= c_{51}\epsilon_1 + c_{52}\epsilon_2 + c_{53}\epsilon_3 + c_{54}\epsilon_4 + c_{55}\epsilon_5 + c_{56}\epsilon_6 \\ \sigma_6 &= c_{61}\epsilon_1 + c_{62}\epsilon_2 + c_{63}\epsilon_3 + c_{64}\epsilon_4 + c_{65}\epsilon_5 + c_{66}\epsilon_6 \end{aligned} \right\} \quad (9.12)$$

Ушбу ифодани қисқача матрица кўринишда ёзиш ҳам  
мумкин:

$$\sigma_{ii} = c_{imn} \epsilon_{mn} \quad (9.13)$$

бу ерда  $n, m=1, 2, 3, 4, 5, 6$ . Тензор кўринишда ёзиш учун эса иккита индекс сақланиши керак:

$$\sigma_{ik} = c_{ijkl} \epsilon_{lj} \quad (9.14)$$

(9.13) ифодадаги  $c_{ijkl}$  коэффициентлар чизиқий эластиклик модуллари деб аталади. Ушбу тензор ҳам симметрияга эга, шунинг учун унинг 36 та ташкилловчисидан 21 та мустақил компонентага келтиришимиз мумкин. Эластиклик модули матрица кўринишда қуйидагича ёзилади:

$$c_{mn} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} & c_{41} & c_{51} & c_{61} \\ c_{21} & c_{22} & c_{32} & c_{42} & c_{52} & c_{62} \\ c_{31} & c_{23} & c_{33} & c_{43} & c_{53} & c_{63} \\ c_{41} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{54} & c_{64} \\ c_{51} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{65} \\ c_{61} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix} \quad (9.15)$$

Бундай кўринишда тензор ҳеч қандай симметрияга эга бўлмаган муҳитнинг эластиклигини характерлайди. Кристалларда симметриянинг мавжудлиги мустақил модуллар сонини намойишига олиб келади. 9.1-жадвалда турли кристалл гуруҳлари учун мустақил эластиклик модуллари келтирилган. Бунда, албатта, координаталар ўқи кристаллографик ўқларига нисбатан маълум бир танланган йўналишда йўналтирилган деб олинади.

9.1-жадвал

№	Кристалл сингонияси	Симметрия гуруҳи	Мустақил модуллар сони	Эластиклик модули матрицаси	Кристалл номи (мисол)
I	II	III	IV	V	VI
1	Триқлин	$C_1, S_2$	21	$c_{11} \ c_{12} \ c_{13} \ c_{14} \ c_{15} \ c_{16}$ $c_{22} \ c_{23} \ c_{24} \ c_{25}$ $c_{26}$ $c_{33}$ $c_{34} \ c_{35} \ c_{36}$ $c_{44} \ c_{45} \ c_{46}$ $c_{55} \ c_{56}$ $c_{66}$	Мис купороси

9.1- жадвалнинг давоми

I	II	III	IV	V	VI
2	Моноклин	$C_2, C_{2h}$ $c_6$	13	$c_{11} c_{12} c_{13}$ 0 0 $c_{16}$  $c_{22}$ $c_{23} 0 0 c_{26}$ $c_{33} 0 0 c_{36}$ $c_{44} c_{45} 0$ $c_{55} 0$	Гипс
3	Ромбик	$D_{2K}V$ $C_{2v}KD_{2h}$	9	$c_{11}c_{12}c_{13}$ 0 0 0  $c_{22}$ $c_{23} 0 0 0$ $c_{33} 0 0 0$ $c_{44} 0 0$ $c_{55} 0$ $c_{66}$	Сегнет тузи
4	Тетрагонал	$C_4, C_{4h}$ $C_{4v}$	7	$c_{11}c_{12}c_{13}$ 0 0 $c_{16}$ $c_{13} 0 0 -c_{16}$ $c_{33} 0 0 0$ $c_{44} 0 0$ $c_{55} 0$ $c_{66}$	Шселит
5	-FF-	$S_4, D_{2d},$ $D_4, D_{4h}$	6	$c_{11} c_{12} c_{13}$ 0 0 0  $c_{11}$ $c_{13} 0 0 0$ $c_{33} 0 0 0$ $c_{44} 0 0$ $c_{55} 0$ $c_{66}$	Аммоний Дигидро- фосфати
6	Тригонал	$c_3, c_{3i}$	7	$c_{11} c_{12} c_{13} c_{14} -c_{25}$ 0 $c_{14} c_{25} 0$ $c_{33} 0 0 0$ $c_{44} 0 -c_{25}$ $c_{44} c_{14}$ $X(c_{11}-c_{12})$	Доломит
7	-FF-	$D_{3d}, D_{3v},$ $D_{3d}$	6	$c_{11} c_{12} c_{13} c_{14} 0$ 0  $c_{11} c_{13} -c_{14}$ 0 0  $c_{33}$ 0 0 0 $c_{44} c_{14}$ $X(c_{11} -c_{12})$	$\alpha$ -кварц, турмалин

9.1-жадвалнинг давоми

I	II	III	IV	V	VI
8	Гексагонал	$C_{3h}, D_{3h}, C_6, D_6, C_{6h}, C_{6v}, D_{6h}$	3	$c_{11} \ c_{12} \ c_{13} \ 0 \ 0$ $0$ $0 \ 0 \ c_{11} \ c_{13} \ 0$ $0 \ 0 \ 0$ $c_{44} \ 0 \ 0$ $c_{44} \ 0$ $X(c_{11} - c_{12})$	$\beta$ -кварц, кадмий сульфиди
9	Кубик	$T, O, T_h, T_d, O_h$	3	$c_{11} \ c_{12} \ c_{12} \ 0$ $0 \ 0$ $0 \ 0 \ 0 \ c_{11} \ c_{12}$ $c_{11} \ 0 \ 0 \ 0$ $c_{44} \ 0 \ 0$ $c_{44} \ 0$ $c_{44}$	Ишқорий галлоид кристаллар

9.6. Изотроп қаттиқ жисмнинг эластиклик модуллари

Изотроп муҳит учун эластиклик модуллари координаталар ўқиға боғлиқ бўлмайди. Бу эса

$$c_{12} = c_{13} = c_{23}, \quad c_{44} = c_{55} = c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2, \quad c_{11} = c_{22} = c_{33} \quad (9.16)$$

бўлишини таъминлайди. Демак, изотроп қаттиқ жисмларда фақат иккита мустақил эластиклик модуллари мавжуд экан:

$$\lambda = c_{12} = c_{13} = c_{23}, \quad \mu = c_{44} = c_{55} = c_{66} \quad \text{ва (9.16) га асосан,}$$

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \lambda + 2\mu$$

Ушбу ифодалардаги  $\lambda$  ва  $\mu$  катталикларни Ламэ доимийлари деб аталади. Изотроп қаттиқ жисм учун Гук қонунини қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{ik} = \lambda \theta \delta_{ik} + 2\mu \epsilon_{ik}, \quad (i, k=1, 2, 3) \quad (9.17)$$

Бу ерда  $\theta = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$  — ҳажмий кенгайиш коэффициенти,  $\sigma_{ik}$  - Кроннекер символи. Эластиклик модуллари  $c_{nm}$  деформацияланиш қандай жараёнда олиб борилганига қараб адиабатик ва изотермик эластиклик модуллариға ажратилади. Масалан, товушнинг тарқалиш жараёнидаги деформацияни адиабатик деформация деб қараш мумкин. Секин ўзгарадиган деформацияларни эса изотермик деформациялар деб олишимиз мумкин.

### 9.7. Содда деформация ва уларда турли эластиклик модуллари орасидаги боғланиш

Изотроп муҳитдаги содда деформацияларни куриб чиқамиз. (9.17) ифодага асосан, изотроп муҳит учун Гук қонуни

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= (\lambda + 2\mu)\epsilon_{11} + \lambda\epsilon_{22} + \lambda\epsilon_{33} = \lambda\theta + 2\mu\epsilon_{11} \\ \sigma_{22} &= \lambda\theta + 2\mu\epsilon_{22} \\ \sigma_{33} &= \lambda\theta + 2\mu\epsilon_{33} \\ \sigma_{32} &= \sigma_{31} = 2\mu\epsilon_{32} \\ \sigma_{13} &= \sigma_{31} = 2\mu\epsilon_{13} \\ \sigma_{12} &= \sigma_{21} = 2\mu\epsilon_{21}\end{aligned}\quad (9.18)$$

қурилишида ёзилиши мумкин.

Юқоридаги тенгламалардан деформация компонентларини топамиз.

$$\left. \begin{aligned}\epsilon_{11} &= \frac{2(\lambda + \mu)\sigma_{11} - \lambda\sigma_{22} - \lambda\sigma_{33}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \\ \epsilon_{22} &= \frac{-\lambda\sigma_{11} + 2(\lambda + \mu)\sigma_{22} - \lambda\sigma_{33}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \\ \epsilon_{33} &= \frac{-\lambda\sigma_{11} - \lambda\sigma_{22} + 2(\lambda + \mu)\sigma_{33}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}\end{aligned}\right\} (9.19)$$

Ушбу ифодалар бир қанча содда деформацияларни таҳлил қилиш имконини беради.

а) Стерженнинг чузилишини куриб чиқайлик. Бунда кучланиш фақат стержен узунаси бўйлаб қуйилади:  $\sigma_{11} = \sigma_x = \sigma$ , бошқа барча ташқи кучланишлар нолга тенг  $i \neq k$  бўлганда  $\sigma_{ik} = 0$ .

(9.19) тенгламалардан

$$\epsilon_{11} = \frac{(\lambda + \mu)\sigma}{\mu(3\lambda + 2\mu)}; \quad \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = -\frac{\lambda\sigma}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \quad (9.20)$$

эканлигини топамиз. Юқоридаги ифодалардан куришиб турибдики, агар стержен  $x$  — ўқи бўйича чузилса,  $y$  шу ўққа

кўндаланг йуналишларда ( $yz$ ) ички кучлар таъсирида сиқилар экан ( $\epsilon_{22}, \epsilon_{33} < 0$ ).

$\epsilon_{11}$  билан  $\sigma$  орасидаги коэффициент стерженнинг эластиклигини билдирувчи катталиқ булиб, унга тескари катталиқ Юнг модули деб аталади:

$$E = \frac{(3\lambda + 2\mu)\mu}{\lambda + \mu}, \quad (9.21)$$

у ҳолда

$$\epsilon_{11} = \frac{\sigma}{E} \quad (9.22)$$

Шундай қилиб, Юнг модули стерженни чўзишга нисбатан қаттиқлигини билдирувчи коэффициентдир. Сон жиҳатдан Юнг модули деформация бирга тенг бўлгандаги (бунда жисм икки марта узаяди) кучланишга тенгдир.

Стерженнинг кўндаланг деформациясининг бўйлама деформациясига нисбати Пуассон коэффициенти деб аталади.

$$\nu_0 = \frac{\left| \frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}} \right|}{\left| \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}} \right|} = \epsilon_{22} \cdot \frac{E}{\sigma} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (9.23)$$

Турли моддалар учун Пуассон коэффициенти 0.2+0.5 оралиқда бўлади. Юнг модули ва Пуассон коэффициентлари изотроп муҳитларнинг эластиклик хоссаларини тулиқ ифодаловчи мустақил катталиқлар ҳисобланади. Ламэ константаларини ҳам ушбу катталиқлар орқали ифодалаш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \nu_0 E [(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)]^{-1}, \\ \mu &= E [2(1 + \nu_0)]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (9.24)$$

Баъзи бир моддаларнинг изотроп ҳолатлари учун  $E$  Юнг модули,  $\nu_0$  Пуассон коэффициенти ва  $\nu_0$  силжиш модуллари  $G$  9.2- жадвалда келтирилган.

б) Бир жинсли чўзилиш.

Энди деформация фақат  $x$  — уқи бўйлаб нолдан фарқли бўлган ҳолатни кўриб чиқамиз. Бунда  $yz$

№	Модданинг номи	$E \cdot 10^{-10} \text{НФм}^2$	$\nu_0$	$G \cdot 10^{-10} \text{НФм}^2$
1	Волфрам	36.0	0.27	13.3
2	Пулат - 3	22÷24	0.30	8.5÷8.8
3	Темир	21	0.28	8.2
4	Мис	12.0	0.35	4.6
5	Жез	9÷10	0.35	3.0÷3.7
6	Олтин	8.0	0.41	2.9
7	Алюминий	7.0	0.34	2.6
8	Қалай	5.4	0.33	2.0
9	Қурғошин	1.6	0.44	0.6
10	Кварц	7.4	0.18	3.2
11	Крон ойнаси	7.2	0.25	2.9
12	Флинт ойнаси	5.5	0.23	2.4
13	Чинни	6.0	0.23	2.4
14	Муз	1.0	0.33	0.4
15	Плексиглас	0.5	0.35	0.15

текислик бўйича деформация нолга тенг бўлсин:  $\epsilon_{11} \neq 0$ ,  $\epsilon_{22} = \epsilon_{33} = 0$ .

Бундай деформацияни чексиз изотроп муҳитда тарқалаётган бўйлама акустик тўлқинлар содир қилади. Гук қонунига асосан, (9.18) ифодалардан

$$\sigma_{11} = (\lambda + 2\mu)\epsilon_{11}, \quad \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \lambda\epsilon_{11} \quad (9.25)$$

Демак, бу ҳолда кўндаланг мусбат кучланиш пайдо бўлади. Эластиклик модули эса

$$c_{11} = \lambda + 2\mu \quad (9.26)$$

ифода билан аниқланади. (9.24) ифодадан фойдаланиб,

$$c_{11} = E[2(1 + \nu_0)(1 - \nu_0)]^{-1} \quad (9.27)$$

эканлигини топамиз. Охирги ифодадан кўриниб турибдики,  $\nu_0$  нинг ҳар қандай ҳақиқий қийматида  $E < c_{11}$  бўлади. Бунинг физик маъноси шундан иборатки, кўндаланг деформациянинг йўқлиги муҳитнинг  $x$  ўқи бўйича чўзилишини қийинлаштиради ва натижада муҳитнинг эффектив қаттиқлиги ошади.

в) Соф силжиш.

Кучланиш тензорини ҳу текисликда силжима (ёки тангенциал) ташкилловчиси  $\sigma_{12} = \sigma_{\tau}$  таъсир қилаётган бўлсин. Қолган барча ташкилловчи нолга тенг. Бу ҳол силжиш деб

аталади. (9.19) ифодалардан фойдаланиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \frac{\sigma_1}{2\mu} \quad (9.28)$$

Олдин айтиб ўтганимиздек, деформация тензорининг  $\varepsilon_{12}$  компонентаси  $z$  текисликдаги силжиш бурчагининг ярмига тенг:  $\varepsilon_{12} = \frac{\varphi_{12}}{2}$ . Тулиқ силжиш бурчаги эса

$$\varphi = \frac{\sigma_1}{\mu} = \frac{\sigma_1}{G} \quad (9.29)$$

Шундай қилиб,  $\mu$  силжиш модули  $G$  га тенг ва  $z$  тангенциал куч таъсирида жисмнинг силжиш бурчагига тенг. Бу модулнинг Юнг модули ва Пуассон коэффиценти билан боғланиши (9.24) ифодада келтирилган.

Ушбу ифодадан силжиш модули Юнг модулидан 2.5+3 марта кичик бўлиши келиб чиқади.

г) Ҳар томонлама сиқилиш.

Куб шаклидаги кичик ҳажми танлаб оламиз, унинг ёқлари  $x$ ,  $y$ ,  $z$  уқларига параллел йўналган бўлсин. Кубнинг ҳамма ёқларига кубнинг марказига йўналган (яъни манфий) ўзаро тенг кучланиш таъсир қилсин. У ҳолда

$$-\sigma_{11} = -\sigma_{22} = -\sigma_{33} = p \quad (9.30)$$

бўлади. Тангенциал кучларни нолга тенг деб оламиз. (9.18) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\begin{aligned} -p &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{11}, \\ -p &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{22}, \\ -p &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{33}, \\ \varepsilon_{12} &= \varepsilon_{23} = \varepsilon_{13} = 0. \end{aligned} \quad (9.31)$$

Юқоридаги учала тенгламани қўшиб,

$$p = -\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)\theta \quad (9.32)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Охириги ифода ҳар томонлама сиқилиш учун Гук қонуни деб аталади.



$$K = \lambda + \left(\frac{2}{3}\right)\mu \quad (9.33)$$

катталиқни ҳар томонлама сиқиш коэффициентни деб аталади. (9.24) ифодалардан фойдаланиб, ушбу коэффициентни Юнг модули ва Пуассон коэффициенти орқали ифодалаш мумкин:

$$K = E[3(1 - 2\nu_0)]^{-1} \quad (9.34)$$

Ушбу ифодадан сиқилмайдиган муҳит учун ( $k=\infty$ ) Пуассон коэффициенти  $\nu_0=0,5$  эканлиги келиб чиқади. (9.26) ва (9.33) ифодаларни таққослаб,  $c_{11}$  ва  $K$  лар орасидаги боғланишни топиш мумкин:

$$c_{11} = K + \left(\frac{4}{3}\right)\mu. \quad (9.35)$$

Ҳар томонлама сиқилиш натижасида жисм зичлиги  $\Delta\rho$  қадар ўзгарса, унинг нисбий сиқилиш коэффициенти

$$s = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \quad (9.36)$$

ифода билан аниқланади. Гук қонунидан келиб чиққан ҳолда ушбу катталиқни  $\rho$  ва  $K$  лар орқали ифодалаш мумкин:

$$s = \frac{P}{K}. \quad (9.37)$$

Силжиш модули  $G=0$  бўлган муҳитлар ҳам мавжуд. Бундай муҳитларга идеал оқувчанликка эга бўлган суюқлик ёки газлар киради. Уларнинг эластиклиги фақат битта Ламэ доимийси орқали аниқланади. Бундай муҳитнинг ҳар бир ажратилган юзасига нормал йўналган кучланиш таъсир қилади.

### 9.8. Кичик деформациялар энергияси

Кичик деформацияланган жисмнинг деформация натижасида олган энергиясини топамиз. Деформация натижасида силжиш вектори  $u$  кичик  $du$  қийматга ўзгарсин. Бунда бажарилган элементар иш ички кучларнинг  $du$  га кўпайтмасига тенг.

Ички кучни  $F_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$  га тенглигидан

$$dA = \int_V \left( \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \right) (du_i) dV. \quad (9.38)$$

Бўлаклар интеграллаганимизда (9.38) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$dA = \int \sigma_{ik} (du_i) dS - \int_V \sigma_{ik} \frac{\partial}{\partial x_k} (du_i) dV. \quad (9.39)$$

Деформацияланган қатта муҳит учун биринчи интеграл нолга тенг бўлади. Чунки, муҳит юзасида  $\sigma_{ik}=0$ . Иккинчи интегралда  $\left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right) (du_i) = d \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)$  эканлигини ҳисобга олиб,

$$dA = - \int_V \sigma_{ik} d \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) dV \quad (9.40)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Интеграл остидаги ифода бирлик ҳажмдаги ички кучлар бажарган ишни ифодалайди:

$$A' = - \sigma_{ik} d \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (9.41)$$

Чизиқий деформация учун  $\sigma_{ik}$  тензорнинг симметрик бўлишлигидан фойдаланиб, қуйидаги

$$\sigma_{ik} d \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) = \sigma_{ik} d \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right] = \sigma_{ik} d \varepsilon_{ik} \quad (9.42)$$

ифодага келамиз. Унда ҳажм бирлигидаги элементар иш учун

$$dA' = - \sigma_{ik} d \varepsilon_{ik} \quad (9.43)$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Қайтарувчи адиабатик деформацияланиш жараёнлари учун бу иш тесқари ифода билан олинган ички энергиянинг ўзгаришига тенг:

$$dU = -dA' = \sigma_{ik} d \varepsilon_{ik} \quad (9.44)$$

Умумлашган Гук қонунидан фойдаланиб, қуйидаги

$$dU = c_{ijkl} \varepsilon_{ik} d \varepsilon_{ik} \quad (9.45)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Уни интегралласак, эластик деформацияланган жисмнинг потенциал энергияси учун

$$U = \frac{c_{ijkl} \epsilon_{ik} \epsilon_{jl}}{2} \quad (9.46)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Изотроп муҳит учун (9.46) ифода бир қанча содда кўринишга келади.

$$U = \frac{\lambda \theta^2}{2} + \mu \epsilon_{ik}^2 \quad (9.47)$$

Охирги ифодани (деформация бўйича) дифференциаллаганимизда (9.17) ифодани ҳосил қиламиз.

### 9.9 Тензоқаршилик ҳодисаси

Ўтказгич электрик қаршилигининг механик деформация таъсирида ўзгаришини тензоқаршилик ҳодисаси деб аталади. Бу ҳодиса айниқса ярим ўтказгичларда яққол намоён бўлади. Деформация натижасида ярим ўтказгичларда заряд ташувчиларнинг энергетик спектри, эффектив массаси, тақиқланган зона кенглиги ва бошқа бир қатор катталиклар ўзагаради. Бу эса ярим ўтказгичнинг электрик қаршилиги ўзгаришига олиб келади. Бу ҳодисани баҳолаш учун махсус катталиклар киритилган.

$$\rho_e = \frac{\rho'' - \rho_0''}{(-\rho) \rho_0''} \quad (9.48)$$

нисбат билан аниқланадиган катталик — тензоқаршиликнинг бўйлама коэффиенти ёки кучланиш бўйича тензосезгирлик дейилади. Бунда  $\rho_0''$ , деформация йўқлигидаги солиштирама қаршилик.

Деформация бўйича тензосезгирлик коэффиенти дейилган.

$$S = \Pi \cdot E \quad (9.49)$$

катталик киритишимиз ҳам мумкин, бунда  $E$ - Юнг модули. Ярим ўтказгичларнинг тензосезгирлиги металланикидан ўн — юз марта ортиқ. Масалан,  $\rho_0 = 0,1$  Ом.см солиштирама қаршиликли  $\rho$  - тур кремний учун  $S$  тахминан 125 га тенг ва металл сим тензометрларникидан 60 марта ортиқ.

Ҳозирги замон фани ва техникасида тензоқаршилик ҳодисаси асосида тайёрланган кўпгина самарали тензометрлар

жуда кичик деформацияларни ўлчашда, силжиш, моментлар, кучлар, босимларнинг сезгир ўлчагичлари сифатида, нисбатан катта деформацияларни ўлчашда ва бошқа мақсадларда кенг қўлланилмоқда.

### Саволлар ва масалалар

1. Деформация деганда нимани тушунасиз?
2. Деформацияларнинг қандай турлари бор?
3. Кичик деформациялар учун Гук қонуни қандай кўринишда бўлади?
4. Ламэ доимийлари нима?
5. Пуассон ва Ламэ доимийлари қандай боғланган?
6. Изотроп олтин учун Ламэ доимийларини аниқланг.  $E$  ва  $\nu_0$  қийматлари 9.2 – жадвалда келтирилган.
7. Бир ўлчовли деформация учун  $c_{11}$  топилсин ( $\epsilon_{11} \neq 0$ , қолган барча  $\epsilon_{ik} = 0$ ),  $\nu_0 = 0,35$ ,  $\mu = 3,5$ .
8. 9.2-жадвалдан фойдаланиб изотроп алюминий учун ҳар томонлама сиқилиш коэффициентини  $K$  топилсин.

## Х БОБ

### М Е Т А Л Л А Р

Қадимдан металлар инсонлар ҳаётида муҳим ўрин тутган. Фан ва техника ривожланишини металларсиз тасаввур қилиш қийин. Табиатда металлар миқдор жиҳатдан кўп бўлмасда, уларнинг турлари кўп учрайди. Элементлар даврий жадвалидаги бизга маълум 107 та кимёвий элементдан 83 таси металлар ҳисобланади. Металл сўзи юнонча «metallon» сўзидан келиб чиққан бўлиб шахта, *руда*, найза каби маъноларни англатади.

Металлар электр токини ва иссиқликни яхши ўтказди, электромагнит тўлқинларни яхши қайтаради. Уларнинг механик хоссаларида бошқа қаттиқ жисмларга нисбатан бир қанча афзалликлар бор. Металларнинг бу хоссалари, уларнинг молекула (ёки атом) лари орасидаги боғланиш табиатидан, уларнинг кристалл панжараси ва энергетик зоналари тузилишидан келиб чиқади. Кўп ҳолларда металлар ҳажмий ёки марказлашган кубик ва гексагонал тузилишга эга бўлган, молекула (ёки атом)лари зич жойлашган кристалл панжараси ҳосил қиладилар.

Металларнинг юқорида келтирилган ажойиб хоссалари олимларни ўзига жалб қилади. Металларни физик хоссаларини тушунириб берувчи назариялар ва моделлар яратиш XIX—аср охирида XX — аср бошидан бошланган. Ҳозирги кунда мумтоз моделларнинг кўпчилиги талабга жавоб бермасда, баъзи моделлардан ҳозирда ҳам фойдаланиб келинмоқда. Шунинг учун ҳам биз даставвал яратилган металлар назарияларини қисқача кўриб ўтамиз.

#### 10.1. Металларнинг электрик хоссалари

Металлар электрик токини яхши ўтказувчи моддалардир. Металл ўтказгичдан ўтаётган токнинг зичлиги унга қўйилган электр майдон кучланганлигига тўғри пропорционал:

$$\bar{I} = \sigma \bar{E}. \quad (10.1)$$

Бу ифода Ом қонуни деб номланади. Пропорционаллик коэффициентини  $\sigma$  солиштирма электр ўтказувчанлик, унга тескари

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (10.2)$$

катталиқ эса солиштирма электр қаршилиқ дейилади. Металларнинг солиштирма қаршилиғи  $10^{-8} \div 10^{-6}$  Ом·м оралиғида қийматларга эга. Металларнинг электр ўтказувчанлигини тушунтириб берувчи моделлардан биринчисини Друде ишлаб чиқди.

### 10.1.1 Друде модели

Инглиз физиги Ж. Ж. Томсон 1897 йили электронни кашф этди. Бу кашфиёт моддаларнинг турли хоссаларини тушунтириш учун катта туртки бўлди. Орадан уч йил ўтгач, Друде ўзининг электр ва иссиқлик ўтказишнинг классик(мумтоз) назариясини ишлаб чиқади. Ушбу назарияга асосан металларни эркин электронлар газига ботирилган ионлардан иборат деб тасаввур қилинади. Ундан ташқари, назария яна қуйидаги фаразларга асосланган.

а) Электронлар кристалл бўйлаб эркин кўчиб юра олади. Улар ўз ҳаракатлари давомида кристалл панжараси тугунларидаги ионлар билан тўқнашадилар.

Электроннинг бир-бири билан тўқнашувлари ҳисобга олинмайди. Икки тўқнашув орасида электрон Ньютон қонунига асосан тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракат қилади;

б) Электронларнинг металл ионлари билан тўқнашуви оддий зарядсиз шарчалар тўқнашувидек содир бўлади;

в) Электроннинг икки кетма-кет тўқнашувлар орасидаги ҳаракати ўртача вақти  $\bar{\tau}$  киритилган ва уни электроннинг ўртача эркин югуриш вақти деб номланади. Электроннинг вақт бирлигидаги тўқнашувлар эҳтимоллиғи  $1/\bar{\tau}$  га тенг деб олинган;

г) Электронлар газини тўқнашувлар туфайли термодинамик мувозанатга келади. Уларнинг тўқнашишидан олдинги ва кейинги тезликлари ўзаро боғлиқ эмас.

Металлдаги ҳамма электронлар бир хил ўртача тезликка эга бўлиб, уларни бир атомли идеал газдек тасаввур қилинган.

Металл ўтказгич учларида электр кучланиш қўйилмаганда ундаги эркин электронлар тартибсиз иссиқлик ҳаракатида бўлади. Классик(мумтоз) физиканинг энергияни эркинлик даражалари бўйича тенг тақсимот қонунига асосан, ҳар бир электронга тўғри келувчи ўртача кинетик энергия  $3/2 kT$  га тенг. Бундан ўртача тезликини топишимиз мумкин:

$$\frac{m \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad (10.3)$$

ва

$$|\bar{v}|_T = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (10.4)$$

ҳажм бирлигидаги электронлар сони  $n$  га тенг бўлсин, унда электронларнинг ҳажм бирлигидаги кинетик энергияси

$$W_k = \frac{3}{2} nkT \quad (10.5)$$

бўлади. Металлга электр майдон қўйилганда ундаги эркин электронларнинг тартибсиз иссиқлик ҳаракатига майдоннинг таъсир кучи йўналишида тартибли ҳаракат қўшилади. Электронлар гуруҳининг бир томонга қараб силжиши кузатилади. Электронларнинг ташқи электр майдон таъсиридаги бундай ҳаракати **дрейф ҳаракати** ва ҳаракат тезлиги **дрейф тезлик** деб аталади. Ташқи майдон электронга  $-e E$  куч билан таъсир қилади, бу куч таъсирида электрон

$$a = \frac{-eE}{m} \quad (10.6)$$

тезланиш олади. Электроннинг ионлар билан икки кетма-кет тўқнашишлари орасида олган ўртача дрейф тезлиги

$$\bar{v} = a\bar{\tau} = \frac{-eE\bar{\tau}}{m} \quad (10.7)$$

бунда  $-e$  — электроннинг заряди,  $m$  — унинг массаси.

Маълумки, металл ўтказгичдаги ток зичлигини қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$J = -nev \quad (10.8)$$

Бу ерда  $n$  — бирлик ҳажмдаги электронлар сони. У ҳолда (10.7) ва (10.8) муносабатдан фойдаланиб,

$$j = n e \bar{v} E \quad (10.9)$$

ифодани ҳосил қиламиз. (10.9) ни (10.1) билан таққослаб металлнинг

$$\sigma = \frac{n e^2 \bar{v}}{m} \quad (10.10)$$

электр ўтказувчанлигини топамиз. Ушбу ифода ёрдамида металлнинг солиштирма қаршилиги  $\rho$  ни билган ҳолда  $\bar{v}$  ни аниқлашимиз мумкин:

$$\bar{v} = \frac{\sigma m}{n e^2} = \frac{m}{n \rho e^2} \quad (10.11)$$

$\rho$  — нинг хона температурасидаги қийматини олиб,  $\bar{v}$  ни ҳисоблаганимизда  $\bar{v} = 10^{-14} \div 10^{-15} \text{ с}$  бўлади. Электроннинг дрейф тезлиги унинг иссиқлик тезлигидан анча кичиклиги учун  $\bar{v}$  ни эркин югуриш масофаси  $\bar{\ell}$  орқали қуйидагича ёзиб олишимиз мумкин:

$$\bar{v} = \bar{\ell} / \bar{u}_T \quad (10.12)$$

Охирги муносабатдан  $\bar{v}$  ни билган ҳолда ва хона температураси учун (10.4) дан  $\bar{u}_T$  ни ҳисоблаб ( $\bar{u}_T \cong 10^7 \text{ м/с}$  бўлади),

металлдаги эркин электронлар учун  $\bar{\ell} = (1 \div 10) \overset{\circ}{A}$  бўлишини аниқлаймиз. Кристалл панжараси ионлари орасидаги масофа ҳам ана шу тартибда бўлишини эътиборга олсак, Друде модели жуда яхши натижага олиб келишига ишонч ҳосил қиламиз. Бироқ паст температураларда назария билан тажриба натижалари бир-биридан узоқлашиб кетади. Тажриба паст температу-

раларда  $\bar{\ell} \sim 10^3 \overset{\circ}{A}$  гача ва ҳатто тоза намуналарда  $10^8 \overset{\circ}{A} = 1 \text{ см}$  бўлишини кўрсатади.

Бу ҳолни Друде назарияси ёрдамида тушунтириш қийин. Энди  $\bar{v}$  нинг температурага боғлиқлигини курамиз. (10.4) ва (10.12)лардан

$$\bar{v} = \bar{\ell} \sqrt{\frac{m}{3 k T}} \quad (10.13)$$



уни (10.10) га қўйсақ, қуйидаги натижага келамиз:

$$\sigma = n e^2 \tau \sqrt{\frac{1}{3kTm}} \quad (10.14)$$

Қўриниб турибдики, Друде моделида ўтказувчанлик  $\sigma \sim T^{-\frac{1}{2}}$  экан. Тажрибалар эса  $\sigma$  нинг  $T^{-1}$  га пропорционаллигини кўрсатади. Бу ҳам металлларнинг ушбу модели қийинчиликларидан биридир.

Друде назариясининг яна бир ютуги уни Видеман — Франц қонуни учун туғри натижага олиб келишидир. Тажриба усули билан 1853 йилда аниқланган Видеман-Франц қонунига қўра, металлларнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффиценти уларнинг электр ўтказувчанлигига нисбати маълум бир температурада барча металллар учун бир хил қийматга эгадир, яъни

$$\kappa / \sigma = LT \quad (10.15)$$

Бунда  $L$  ўзгармас сон бўлиб, уни Лоренц сони деб ҳам аталади. Ушбу қонунни текшириб кўриш учун Друде назариясига асосанланиб Лоренц сонини келтириб чиқарамиз. Бизга  $\sigma$  нинг қўриниши маълум. Демак, металлнинг иссиқлик ўтказувчанлигини топишимиз керак. Таърифга қўра, иссиқлик ўтказувчанлик бирор жисмдаги иссиқлик оқими зичлиги билан тем температура градиенти орасидаги боғланиш коэффицентидир.

$$q = -\kappa \nabla T \quad (10.16)$$

Бунда  $q$  - иссиқлик оқими зичлиги, яъни вақт бирлигида бирлик юзадан ўтаётган иссиқлик миқдори,

$$\nabla T = \frac{\partial T}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \bar{k} = \text{grad} T \quad (10.17)$$

эса температура градиентидир.

$\kappa$  ни топиш учун учларида доимий температуралар фарқи мавжуд бўлган металл стерженни кўриб чиқайлик.  $X$  — ўқини стержен узунаси бўйлаб йўналтирамиз. Бундай стационар бир ўлчовли ҳол учун (10.16) ифода

$$q = -\kappa \frac{dT}{dx} \quad (10.18)$$

қуринишга келади. Стерженнинг турли нуқталарида температура турлича бўлгани учун электроннинг ўртача иссиқлик энергияси координата ва температурага боғлиқ бўлади  $E=E(x, T)$ . Стерженнинг бир учидан  $x$  масофада жойлашган кесими орқали ўтаётган иссиқлик оқимини ҳисоблаймиз. Бу иссиқлик оқими вақт бирлигида кесимнинг чап томонидан ўнг томонига ўтаётган электронлар энергияси билан ўнг томондан чап томонга ўтаётган электронлар энергияси фарқига тенг бўлади. Ток йўқлиги назарда тутилгани учун электронлар сони, албатта тенг бўлиши керак. У ҳолда иссиқлик оқими зичлиги учун

$$q = -C_v \Delta T \Delta V / S \Delta t \quad (10.19)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бунда  $C_v$  — ҳажм ўзгармас бўлгандаги металлнинг иссиқлик сизими,  $\Delta T$  — стерженнинг  $\Delta x$  га тенг бўлган масофадаги икки нуқтаси орасидаги температуралар фарқи ва  $\Delta V$  стерженнинг узунлиги  $\Delta x$  бўлгандаги ҳажми.  $\Delta x$  ни нолга яқинлаштириб ( $\Delta x \rightarrow 0$ ),  $x$  нуқтадаги кесмадан ўтаётган оқимни топамиз:

$$q = C_v \left( -\frac{dT}{dx} \right) \frac{dx}{dt} dx = -C_v v_x \frac{dT}{dx} dx. \quad (10.20)$$

Эркин югуриш масофаси кичик бўлган ҳолларда  $dx \approx v_x \bar{\tau}$  деб олишимиз мумкин. Унда

$$q = -C_v v_x^2 \bar{\tau} \frac{dT}{dx} \quad (10.21)$$

Бир ўлчовли ҳолдан уч ўлчовлик ҳолга ўтамиз. Бу ҳолда

$$v_x^2 = \frac{1}{3} v^2 \quad (10.22)$$

ва  $dT/dx$  ўрнига  $\nabla T$  ёзилади. Натижада

$$q = -\frac{1}{3} C_v v_T^2 \bar{\tau} \nabla T \quad (10.23)$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Уни (10.16) билан таққослаб иссиқлик ўтказувчанлик учун

$$\kappa = \frac{1}{3} C_v v_T^2 \bar{\tau} = \frac{1}{3} C_v v_T \bar{\ell} \quad (10.24)$$

ифодага эга бўламиз. Бу муносабат металллардаги эркин электронларнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентидир. Энди Лоренц сонини топишимиз мумкин.

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{C_v m v_T^2}{n e^2} \quad (10.25)$$

(10.5) ифодадан  $C_v$  ни топамиз,

$$C_v = \left( \frac{\partial W_k}{\partial T} \right)_v = \frac{3}{2} k n \quad (10.26)$$

ва (10.3) ни ҳисобга олган ҳолда,

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \left( \frac{k}{e} \right)^2 T \quad (10.27)$$

ни ҳосил қиламиз. У ҳолда Лоренц сони учун

$$L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{3}{2} \left( \frac{k}{e} \right)^2 \quad (10.28)$$

қиймат келиб чиқади. Уни ҳисобласак,  $L = 1.11 \cdot 10^{-8}$  Вт·Ом/Кл<sup>2</sup> бўлади. Бу қиймат тажрибадаги натижадан икки марта кам. Шунга қарамай ушбу натижа Друде модели ютуқларидан ҳисобланади, чунки у Лоренц сони металлнинг турига боғлиқ эмаслигини тасдиқлайди.

### 10.1.2. Металларда Холл ҳодисаси

Металл ўтказгични ундаги оқаётган ток йўналишига қўндаланг йўналган магнит майдонга жойлаштирсак ўтказгичнинг ён томонларида потенциаллар фарқи пайдо бўлади (10.1- чизма). Бу ҳодиса Холл ҳодисаси деб номланади. Маълумки, магнит майдонда ҳаракатланаётган зарядли заррага Лоренц кучи таъсир этади:

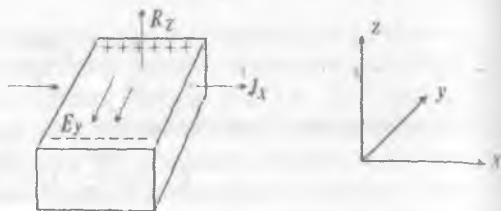
$$\vec{F}_H = \frac{q}{c} [\vec{v} \vec{H}]. \quad (10.29)$$

Бунда  $\vec{v}$  — зарра тезлиги,  $\vec{H}$  — магнит майдон кучланганлиги,  $q$  — зарра заряди.

Металл ўтказгичдаги эркин электронларга

$$\vec{F} = -\frac{e}{c} [\vec{v} \vec{H}] \quad (10.30)$$

куч таъсир этади ва бу куч 10.1- чизмадаги ҳол учун  $y$  - ўқи бўйлаб йуналган. Натижада намунанинг  $y$  - ўқида кўндаланг ёқларида потенциаллар фарқи вужудга келади. Ҳосил бўлган электр майдон кучланганлиги ўтказгич-даги ток зичлиги ва ташқи магнит майдон кучланганлигига пропорционал бўлади:



10.1-чизма. Холл ҳодисасига оид.

$$\vec{E} = R_H [\vec{j} \vec{H}]. \quad (10.31)$$

Бу ифодадаги  $R_H$  — Холл коэффициентини деб аталади. Друде моделига асосланган ҳолда Холл коэффициентини учун

$$R_H = -\frac{1}{en} \quad (10.32)$$

ифода олинган. Бу натижага кўра,  $R_H$  нинг фақат металллардаги заряд ташувчилар зичлигига боғлиқлиги келиб чиқади.

Кўп металллар учун паст температура ва кучли магнит майдонда (10.32) ифода тажриба билан мос келувчи натижалар беради. Аммо, бошқа ҳолларда температура ва магнит майдон кучланганлигига боғлиқ экан. Холл коэффициентини билган ҳолда паст температуралар учун металллардаги заряд ташувчилар зичлигини ҳисоблаб топишимиз мумкин.

### 10.1.3. Металларнинг Лоренц модели

Металларнинг классик моделларидан яна бири 1905 йилда эълон қилинган Г. А. Лоренц моделидир.

Ушбу модел Друде моделидан асосан қуйидагилар билан фарқ қилади:

а) металлдаги эркин электронлар тезликлари Максвел тақсимотида (2 бобга қ.) бўйсунди деб олинади;

б) электронларнинг дрейф ҳаракатини ифодалашда Болцманнинг кинетик тенгламасидан фойдаланилади.

Энди бу моделга асосланиб металлларнинг электр хоссаларини кўриб чиқамиз. Ташқи энергетик майдон йўқлигида

электронларнинг тезликлар буйича Максвелл тақсимоти функциясини

$$\int dV_x dV_y dV_z = n \left( \frac{m}{2\pi k_0 T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[ \frac{-m(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}{2k_0 T} \right] dV_x dV_y dV_z \quad (10.33)$$

кўринишда ёзиб оламиз. Болцман тенгламасини соддалаштириш учун металлни изотроп деб ҳисоблаймиз. Бундай ҳолда электронларнинг тақсимот функцияси  $f_0$  ҳам йўналишга (яъни координаталарга) боғлиқ бўлмайди. Металлга бир жинсли  $\vec{E}$  электр майдон қўямиз. Электронларнинг тартибсиз иссиқлик ҳаракати тезликларига бир томонга йўналган дрейф тезлик қўшилади, натижада  $f$  ҳам ўзгаради. Электр майдон қўйилгандан кейинги тақсимот функцияси  $f$  нинг вақт буйича ҳосиласини оламиз:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_M + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_T \quad (10.34)$$

Биринчи қўшилувчи  $f$  нинг электр майдон таъсирида ўзгаришини, иккинчиси эса  $f$  нинг электронларнинг ионлар билан тўқнашиши ҳисобига ўзгаришини билдиради.  $f$  нинг координаталарга боғлиқлигини ҳисобга олмаймиз. Биринчи қўшилувчини бошқачароқ кўринишга келтиришимиз мумкин:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_M = \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) = \left( \frac{-e\vec{E}}{m} \right) \cdot \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) \quad (10.35)$$

чунки  $\vec{V} = \vec{a}t = \frac{-e\vec{E}}{m}t$ ,  $\left( \frac{\partial f}{\partial V} \right)$  ҳосилани  $\frac{\partial f_0}{\partial V}$  билан алмаштирилади. Сабаби:  $f_0 \approx f$ .

Тезликнинг тўқнашишлар ҳисобига ўзгаришини электронларнинг электр майдондаги тезланиши мувозанатлайди. Шунинг учун Лоренц  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_T$  катталикини  $(f - f_0)$  га тўғри пропорционал бўлади деб тахмин қилади:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_T = \frac{f_0 - f}{\tau_r} \quad (10.36)$$

бунда  $\tau_r$  — релаксация вақти деб аталади. Ушбу ифодалардан электр майдонда ҳаракатланаётган эркин электронлар учун Болцман кинетик тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{e\bar{E}}{m} \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) + \frac{f - f_0}{\tau_r} = 0. \quad (10.37)$$

Электр майдон таъсирида  $f_0$  дрейф тезлиги йўналиши бўйича бир оз силжийди ва умуман олганда шакли ҳам бир оз ўзгаради, яъни деформацияланади. Лоренц кичик электр майдонлар учун  $f_0$  нинг силжиши ўртача квадрат  $V_{\text{кв}}$  тезликка нисбатан анча кичик бўлишини кўрсатади. Шунинг учун  $f_0$  нинг деформациясини ҳам ҳисобга олмаса ҳам бўлади, яъни электр майдон таъсирида ўзгармайди деб ҳисобланади.

Металлга қўйилган доимий электр майдон  $\tau_r$  га нисбатан узоқ вақт таъсир этса стационар ҳолат қарор топади. Мувозанатий ҳолатда тақсимот функцияси вақтга боғлиқ бўлмайди (ўзгармайди):

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 0. \quad (10.38)$$

У ҳолда (10.37) дан фойдаланиб стационар ҳолат учун

$$f = f_0 + \left( \frac{\tau_r e \bar{E}}{m} \right) \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) \quad (10.39)$$

ифода оламиз. Энди  $f$  металлдан доимий ток оқаётгандаги электронларнинг тезликлар бўйича тақсимотини билдиради. Майдон  $x$  — ўқи бўйича йўналган деб олсак, ток зичлиги учун қуйидагини ёзишимиз мумкин:

$$J_x = - \int e V_x f dV_x dV_y dV_z \quad (10.40)$$

Бунда  $f$  нинг ўрнига (10.39) ни қўйсак,

$$J_x = - \int [e V_x f_0 dV_x dV_y dV_z] - \int e V_x \frac{e E \tau_r}{m} \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) dV_x dV_y dV_z.$$

Ушбу ифоданинг биринчи қўшилувчиси нолга тенг. Демак,

$$J_x = - \int \frac{e^2 \tau_r E}{m} V_x \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) dV_x dV_y dV_z \quad (10.41)$$

(10.1) билан (10.41) ни таққосласак,

$$\sigma = -\int \frac{e^2 \tau_r V_x}{m} \frac{\partial f_0}{\partial V} dV_x dV_y dV_z. \quad (10.42)$$

Релаксация вақтини эркин югуриш масофаси  $\bar{l}$  ва ўртача квадрат тезлик  $V$  орқали ифодаalayмиз:

$$\tau_r = \frac{\bar{l}}{V}.$$

$V_x = \frac{1}{3}V$  эканлигини ҳисобга олсак,

$$\sigma = -\int \frac{e^2 \bar{l}}{3m} \frac{\partial f_0}{\partial V} dV_x dV_y dV_z. \quad (10.43)$$

Бундаги  $dV_x dV_y dV_z$  нинг ўрнига тезликлар фазосидаги  $dV$  қалинликдаги сферик қатлам ҳажмини қўйишимиз мумкин. Сферик қатлам ҳажми  $4\pi V^2 dV$  га тенг бўлади. Унда

$$\sigma = \frac{4\pi e^2}{3m} \int_0^\infty \bar{l} V^2 \left( -\frac{\partial f_0}{\partial V} \right) dV. \quad (10.44)$$

Ушбу интегрални ҳисоблаб,

$$\sigma = \frac{4\pi e^2 \bar{l}}{3(2\pi nk T)^{3/2}} \quad (10.45)$$

натижага эришамиз. Бу ифода Друде моделидаги  $\sigma$  дан

$\sqrt{\frac{3\pi}{8}} = 1,09$  кўпайтувчи билан фарқ қилади. Кўриниб турибдики,

Лоренц модели асосида металлларнинг электр ўказувчанлиги учун ҳосил қилинган натижамиз, олдинги Друде назариясиники билан деярли бир хил экан.

Лоренц моделига асосланиб металлларнинг иссиқлик ўтказувчанлигини ҳисоблаганимизда,

$$\kappa = \frac{1}{9} C_v \bar{l} V_T, \quad (10.46)$$

яъни Друде натижасидан уч марта кичик муносабатга келамиз. Мос ҳолда Лоренц сони ҳам уч марта кичик бўлади. Лоренц моделига асосланиб Холл коэффициентини топсак,

$$R_H = -\left(\frac{3\pi}{8ne}\right) \quad (10.47)$$

Натижалар шуни кўрсатадики, бу юқорида баён қилинган икки классик(мумтоз) назариялар металлларнинг электр ва иссиқлик ўтказувчанликлари, Холл коэффициентини учун деярли бир хил натижаларга олиб келади. Классик(мумтоз) назариялар асосида Видеман-Франц қонуни, паст температуралардаги ўтказувчанлик ва баъзи қонуниятлар ва катталликлар учун тўғри ифодалар ҳосил қилинади. Лекин, бу назариялар металлларнинг иссиқлик сифимини, юқори магнитик сингдирувчанлигини, мусбат Холл коэффициентларини ва бошқа кўп ҳодисаларни тушунтира олмас эди. Квант механикаси пайдо бўлиши билан қаттиқ жисмлардаги тажрибада кузатиладиган жуда кўп ҳодисалар ўзининг тўғри талқинини топди. Қаттиқ жисмларнинг квант назариясига асосланган янги моделлари пайдо бўла бошлади.

#### 10.1.4. Металлларнинг Зоммерфелд модели

Зоммерфелд моделининг классик(мумтоз) моделлардан асосан иккита фарқи бор.

Зоммерфелд металлдаги электронларнинг тезликлари бўйича тақсимотини Ферми-Дирак статистикаси таърифлайди деб олади (II бобга қаранг).

Зоммерфелд металллардаги эркин электронлар учун Паули принципи бажарилишини кўрсатади. Паули принципига асосан ҳар бир энергетик сатҳда энергиялари тенг, лекин спинлари қарама-қарши йўналган иккитадан ортиқ электронлар жойлаша олмайди.

Зоммерфелд назариясида электр ўтказувчанлик учун қуйидаги ифода ҳосил қилинади:

$$\sigma = -\frac{4\pi e^2}{3m} \int_0^\infty V^2 \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) dV = \frac{-8\pi e^2}{3m^2} \int_0^\infty \bar{V} E \left( \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (10.48)$$

Бунда тақсимот функцияси  $f_0$  ни Ферми-Дирак тақсимоти

$$f_0(\epsilon) = \frac{2(m/h)}{\exp\left(\frac{mV^2 - 2E_F}{2kT}\right) + 1} = 2(m/h)^3 f(E) \quad (10.49)$$



кўринишда оламиз. Бундаги  $E_F$  ни Ферми энергияси деб ата-  
лади.

$f(E)$  эса  $E$  — энергияли сатҳнинг электронлар билан  
тулганлиги эҳтимоллигини билдирувчи функциядир (II бобга  
қаранг):

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1} \quad (10.50)$$

(10.49)ни (10.48) га қўямиз ва  $V(E_F) = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}$  дан фойда-  
ланиб,

$$\sigma = \frac{-2e^2 m}{3\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \bar{I} E \left( \frac{\partial f(E)}{\partial E} \right) dE = \frac{-ne^2}{mV(E_F)} \int_0^\infty \lambda E \left( \frac{\partial f(E)}{\partial E} \right) dE \quad (10.51)$$

муносабатни оламиз. Бундаги

$$\int_0^\infty \frac{\bar{I} E}{E_F} \left( \frac{\partial f(E)}{\partial E} \right) dE = \bar{I}(E_F) \quad (10.52)$$

катталиқ энергияси  $E$  га тенг бўлган электроннинг ўртача эр-  
кин югуриш масофасини билдиради. Унда электр  
ўтказувчанлик учун

$$\sigma = \frac{ne^2 \bar{I}(E_F)}{mV(E_F)} \quad (10.53)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Зоммерфелд назариясига асосан  
электр ўтказувчанликда ҳамма электронлар қатнашмайди, унда  
фақат Ферми сатҳи яқинидаги электронларгина қатнаша ола-  
дилар. Электроннинг тезлиги ҳам энди иссиқлик ҳаракати тез-  
лиги эмас, балки Ферми сатҳидаги электрон тезлиги олинади.  
Ўртача эркин югуриш вақтини киритамиз:

$$\tau_m = \bar{I}(E_F) / V(E_F). \quad (10.54)$$

Унда электр ўтказувчанлик

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau_m}{m}. \quad (10.55)$$

Кўринишдан бу ифода олдингиларига ўхшасада, лекин бугун-  
лай бошқа қиймагга тенг бўлган катталиқдир.  $\tau_m$  Ферми

сатҳидаги электронларнинг икки кетма-кет туқнашишлар орасидаги уртача эркин югуриш вақтидир. Зоммерфелд электр ток, утказишда қатнашувчи электронлар сони Друде моделидаги эркин электронлар сонидан анча кичик эканлигини курсатиб этди. Ушбу назарияда Лоренц сони учун

$$L = \kappa / \sigma T = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k}{e} \right)^2 = 2,44 \cdot 10^{-8} \text{ Вт Ом / Кл}^2 \quad (10.56)$$

қиймат олинди. Бу тажрибадаги натижалар билан мос келади.

Холя коэффиценти учун эса қуйидаги муносабатга келамиз.

$$R_{II} = -\frac{1}{ne} \quad (10.57)$$

$n$  энергияси  $E_F$  га тенг бўлган электронларнинг зичлиги. Зоммерфелд назарияси металлларнинг физик хоссаларини тушунтириб беришда яна бир янги қадам бўлди. Унда электронларнинг тезликлари ва энергиялар бўйича тақсимоти учун биринчи марта Ферми-Дирак тақсимоти қўлланди. Классик(мумтоз) моделлардаги эркин электронлар гази тушунчаси ўрнига ўтказувчанликда қатнашувчи электронлар тушунчаси қўллана бошланди.

Кейинроқ яратилган зоналар назарияси Зоммерфелднинг кўпгина хулосалари тўғри эканлигини тасдиқлади.

## 10.2. Металларда иссиқлик ҳодисалари

### 10.2.1. Металларнинг иссиқлик сифими

Олдинги бўлимда металлларни иссиқлик ўтказувчанлик коэффиценти  $\kappa$  ни бир неча классик моделларга асосланган ҳолда топдик. Энди эса уларнинг иссиқлик сифимини кўриб чиқамиз.

Эркин электронлар газига асосланган назариялар учун биз юқорида (10.26) ифодани ҳосил қилганмиз. Ушбу ифодага асосан металлларнинг иссиқлик сифимининг асосий улушини эркин электронлар ҳосил қилади. Тажрибалар эса буни тасдиқламади.

Зоммерфелднинг (1928) Ферми-Дирак тақсимотига асосланган моделига кўра, металллардаги электронларнинг кўп қисми Ферми энергиясидан бир ёки бир неча  $kT$  қадар кичик бўлган энергияларга эга булади. Бу электронлар энергия ал-

машинувчи тўқнашишларда, шунингдек, иссиқлик ва электр ўтказишда қатнаша олмайдилар, чунки уларга яқин барча энергетик сатҳлар электронлар билан тўла ва у сатҳларга ўтиш Паули принципига асосан тақиқланган. Ҳарорат градиенти ва ташқи электрик майдонни фақат юқори энергияли ( $E \approx 4kT$ ) электронларгина «сеза» оладилар ва улар электр токи ва иссиқлик ўтказишда қатнашадилар. Бундан Зоммерфелд  $E_F$  яқинидаги электронлар ҳолатигина металлларни иссиқлик ва электр хоссаларини аниқлайди деган тўғри хулосага келди.

Зоммерфелд моделига асосланиб иссиқлик сизимини топамиз. Мутлоқ нол температурада металлнинг бирлик ҳажмидаги электронларнинг тўлиқ энергияси

$$U_0 = \int_0^{E_F} E g(E) dE = \frac{E_F^{5/2}}{5\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (10.58)$$

муносабат билан аниқланади. Электронлар зичлиги

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{E_F} \sqrt{E} dE = \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2mE_F}{\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (10.59)$$

булишини ҳисобга олсак,

$$U_0 = \frac{3nE_F}{5} \quad (10.60)$$

келиб чиқади. Демак,  $T=0K$  бўлганда ҳар бир электрон ўртача  $\frac{3}{5}E_F$  энергияга эга бўлади. Нолдан фарқли температураларда

иссиқлик ҳаракати натижасида  $E_F$  дан пастроқдаги сатҳдан электронлар  $E_F$  дан юқоридаги сатҳларга ўтиб туради. Шунинг учун нолдан фарқли температурада

$$U = \int_0^{\infty} E g(E) f(E) dE$$

ёки

$$U = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{E^2 dE}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \quad (10.61)$$

Баъзи соддалаштиришлардан сўнг ушбу интегрални ҳисоблаб  $kT \ll E_F$  учун

$$U = U_0 + \frac{n\pi^2 k^2 T^2}{4E_F} \quad (10.62)$$

муносабатни оламиз. Бундан электронларнинг иссиқлик сизими  $C_e$  учун

$$C_e = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{n\pi^2 k^2 T}{2E_F} \quad (10.63)$$

натижага келамиз. Классик(мумтоз) сизимни  $C_{кл} = (3/2)nk$  билан белгиласак,

$$C_e = \frac{\pi^2 k T}{3E_F} C_{кл} \quad (10.64)$$

ифода ҳосил бўлади. Электронларнинг иссиқлик сизими  $C_{кл}$  сизимдан  $E_F/3kT$  марта кичик экан. Баъзан буни металлларнинг иссиқлик сизимини айтиши деб ҳам аталади.  $kT \ll E_F$  шарт бажарилган электронлар газини айтиган электронлар гази деб номланади. Металлларнинг тўлиқ иссиқлик сизими Дебай кўрсатгандек панжаравий ташкил этувчидан ва электрон гази иссиқлик сизими  $C_e$  дан иборат. Паст температураларда панжаравий ташкил этувчи  $T^3$  га,  $C_e$  эса  $T$  га пропорционал, шунинг учун  $C_e$  ни паст температураларда ўлчанади. Электронлар солиштирма иссиқлик сизимини Ферми сатҳидаги ҳолатлар зичлиги  $g(E_F)$  орқали ифодалашимиз мумкин:

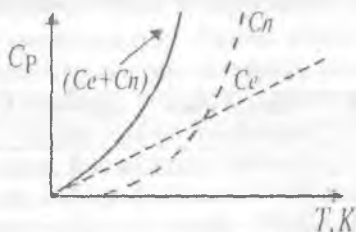
$$C_e = \left( \frac{\pi^3}{3} \right) k^2 T g(E_F). \quad (10.65)$$

Хулоса қилиб шунни айтиш мумкинки, металлларнинг иссиқлик сизими асосан иккита қисмдан ташкил топган:

$$C_p = AT + BT^3 \quad (10.66)$$

Биринчи қўшилувчилар металллардаги электронларнинг улуши бўлиб, бу сизимига классик(мумтоз) назариялардан фарқли ўлароқ, фақат энергияси Ферми энергияси  $E_F$  дан каттароқ бўлган электронларгина ҳисса қўша олади. Паст температураларда ( $T \rightarrow 0K$ ) ушбу қўшилувчи муҳим ўрин тутаяди.

Иккинчи қўшилувчи металллар кристалл панжараси тебранишлари (фононлар) ҳиссаси бўлиб, улар юқори температураларда катталашиб боради. Паст температураларда у нолга интилади (10.2-чизма). Юқори температураларда, жумладан хона температураида, иссиқлик сизимининг панжаравий ташкил этувчиси  $C_{пан}$   $C_e$  га нисбатан анча катта, шунинг учун  $C_e$  ни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Ушбу икки сизимни тажрибада алоҳида ўлчаб уларнинг температураларга боғлиқлиги функциясини аниқлашимиз мумкин. Масалан, бир мол мис учун  $C_e = 0.9 \cdot 10^{-4} RT$  ва палладий учун  $C_e = 1.6 \cdot 10^{-4} RT$  бўлиши аниқланган.



10.2- чизма. Металлар иссиқлик сизими.  $c_{пан}$ —иссиқлик сизимининг панжаравий ташкил этувчиси;  $c_e$ —электрон ташкил этувчиси.

### 10.2.2. Металларнинг солиштирма электрик қаршилигининг температура коэффициентини

Металларнинг электр қаршилиги температурага боғлиқ равишда ўзгаради. Температура ортиши билан қаршилик ортиб боради, пасайганда эса маълум бир температурагача пасайиб боради. Жуда паст температураларда металлларнинг солиштирма қаршилиги маълум бир қийматга  $\rho_A$  га эришади ва  $\nu$  температура ўзгаришига боғлиқ бўлмайди.  $\rho_A$  металлдаги ёт атомларга ва нуқсонларга боғлиқ бўлиб, уни қолдиқ қаршилик деб ҳам юритилади. Ҳозирги тасаввурларга кура, металлнинг солиштирма электр қаршилиги электронларнинг фононлар ва нуқсонлар билан таъсирлашувидан келиб чиқади, яъни

$$\rho = \rho_{\phi} + \rho_H \quad (10.67)$$

ёки ўтказувчанлик орқали ёзсак,

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_{\phi}} + \frac{1}{\sigma_H} \quad (10.68)$$

Охириги икки ифода Маттисен қонундаси деб номланади. Юқори (хона) температураларида солиштирма қаршиликнинг температурага боғлиқлиги

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha T) \quad (10.69)$$

қурилишда булади, бунда  $\alpha$  - солиштирма электр қаршиликнинг температура коэффициенти деб аталади. Баъзи металлар учун  $\alpha$  нинг қийматлари 10.1-жадвалда келтирилган.

10.1-жадвал

№	Металл номи	$\alpha, 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	№	Металл номи	$\alpha, 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
1	Алюминий	1,2	12	Калай	4,4
2	Волфрам	5	13	Платина	3,9
3	Темир	6	14	Кўргошин	3,7
4	Олтин	4	15	Симоб	1,0
5	Константан	0,05	16	Кумуш	4,1
6	Жез	0,1-0,4	17	Рух	4,2
7	Магний	3,9	18	Пулат	1-4
8	Мис	4,3	19	Манган	0,01
9	Никелин	0,1	20	Чуян	1,0
10	Никел	6,5	21	Фекрал	0,1
11	Нихром	0,1	22		

Мутлоқ нолга яқин температураларда (10.69) ифода бажа-рилмайди, унда солиштирма қаршиликни

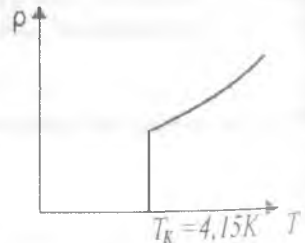
$$\rho = \rho_A + AT^2 + BT^5 \quad (10.70)$$

ифода билан аниқланади. Ушбу муносабатдаги  $BT^5$  қушилувчи электронларнинг панжара тебранишлари билан таъсирини ҳисобга олади,  $AT^2$  эса электронларнинг ўзаро тўқнашуви ҳисобига ҳосил бўлган қаршиликдир. А ва В лар температурага боғлиқ бўлмаган доимийлардир.

### 10.2.3. Ўта ўтказувчанлик

Ҳарорат пасайиши билан металларнинг солиштирма қаршилиги  $\rho_A$  га интилади. Металл қанча тоза ва нуқсонсиз бўлса,  $\rho_A$  шунча кичик булади. Баъзи металларнинг электр қаршилиги маълум бир паст температурага етганда кескин камайиб нолга тенг бўлиб қолади.

Бу ҳодиса ўта ўтказувчанлик ҳодисаси деб номланади. Уни биринчи



10.3- чизма. Ўта ўтказувчанликка оид чизма.

бўлиб 1911 йили голландиялик физик Х. Камерлинг-Оннес симобда кузатди (10.3- чизма). Ҳарорат пасайиб  $T_k=4,15K$  га етганда симобнинг электр қаршилиги бирдан йуқоқлар экан, яъни нолга тенг бўлади. Ўта ўтказувчанликка ўтиш температураси  $T_k$  яқин йилларгача 23K дан ( $Nb_3Ge$ ) ортмаган эди. Бу эса уларни фан ва техникада кенг қўлланишига тўсқинлик қиларди, чунки паст температураларни ҳосил қилиш техник жиҳатдан қийин ва қимматдир. 1986 йили немис физиги Мюллер La, Ba, Cu, O лардан тузилган керамик қотишмада 60K да ўта ўтказувчанликни кузатди. Кейинроқ La ни Y билан алмаштирилганда Y-Ba-Cu-O керамикада  $T_k = 94K$  эканлиги аниқланди. Бу янгилик қаттиқ жисмлар физикасининг катта ютуғи эди. Ушбу ўта ўтказувчан материаллар учун  $T_k$  суюқ азотнинг қайнаш температураси  $T_k = 77, 4K$  дан ҳам ошиб кетди. Бу эса уларнинг техникадаги қўлланилишини ва уларни ўрганишни анча осонлаштирди, чунки суюқ азотни олиш нисбатан осон ва арзондир. Ўта ўтказувчанлик ҳодисаси очилгандан сўнг 46 йил давомида унга ҳеч қандай эътибор берилмади.

1957 йили Бардин, Купер ва Шриффер биринчи бўлиб ўта ўтказувчанлик назариясини ишлаб чиқдилар (БКШ — назарияси).

Унга асосан, металллардаги икки электрон орасидаги ўзаро таъсир энергияси икки қисмдан иборат:

$$V = V_k + V_a \quad (10.71)$$

$V_k$  улар орасидаги кулон таъсир кучларининг потенциал энергияси.  $V_k$  доим нолдан катта бўлади, яъни электронлар бир-бирига қарама қарши кучлар билан таъсир этадилар.

$V_a$  — эса электронларнинг кристалл панжара билан ўзаро таъсир энергиясини ифодалайди.

Бу энергия паст температураларда манфий бўлиши ҳам мумкин экан. Бу эса электронларнинг кристалл панжараси воситасида бир-бирига тортилишини билдиради (маълумки, икки зарра орасидаги таъсир энергияси манфий бўлса, бу зарралар ўзаро тортишади).

БКШ назариясига асосан ана шу куч таъсирида электронлар бир хил бўлишига қарамай ўзаро жуфтлар ҳосил қиладилар. Уларни Купер жуфтлари деб аталди.

Купер жуфтларидаги электронларнинг спинлари қарама-қарши йўналган бўлиб, умумий спин нолга тенг, шунинг учун улар Бозе-Эйнштейн статистикасига бўйсунди. Ўта ўтказувчанлик ҳосил қилишда металлларда Купер жуфтлари асосий роль ўйнайди. Кўп ҳолларда Купер жуфтларининг ўта оқувчанлик билан қийслаб, Бозе конденсати деб юритилади.

Ҳозирги кунда ўта ўтказувчанликнинг бошқа механизмлари (масалан, экситон механизми) тўғрисида янги фикрлар мавжуд. Ўта ўтказувчанлик механизмлари тўлиқ ишлаб чиқилмаган ва ҳозир изчил изланишлар давом этмокда.

## 10.2.4. Металлардаги термоэлектрик ҳодисалар

### 10.2.4.1. Зеебек эффекти

Ингичка металл стерженни олиб унинг икки учини  $T_1$  ва  $T_2$  температураларда сақлаймиз. Стержен бўйлаб температура фарқи пайдо бўлади. Иссиқроқ  $T_1$  температурали учидан совуқроқ  $T_2$  учига қараб иссиқлик оқими вужудга келади. Хона температураларида иссиқлик асосан кристалл панжараси тебранишлари ҳисобига фононлар орқали узатилади.

Температура градиенти (фарқи) металлнинг икки учига электр юритувчи куч (э.ю.к)  $E$  ҳосил қилади. Бу ҳодиса Зеебек эффекти деб номланади (уни 1821 йили немис физиги Зеебек очган).

Ҳосил бўлган э.ю.к температура  $T-1+100^\circ\text{C}$  бўлганда,

$$E=\alpha(T_1-T_2) \quad (10.72)$$

ифода билан аниқланади. Бунда  $\alpha$  - Зеебек коэффициенти (ёки термо э.ю.к коэффициенти) деб аталади. Стерженда термо э.ю.к нинг пайдо бўлиши қуйидагича изоҳланади.

Стерженнинг иссиқ учидан совуқ учига йўналган фононлар сони совуқ учидан иссиқ учига йўналган фононлар сонидан кўп бўлади. Фононлар ўзлари билан бирга эркин электронларни эргаштириб кета оладилар. Натижада стерженнинг совуқ томонида электронлар сони кўпайиб кетади, иссиқ томонида эса ортиқча мусбат заряд пайдо бўлади. Бу эса стерженда э.ю.к ни вужудга келтиради. Зеебек эффекти икки хил ўтказгич бири-бирига уланганда ҳам кузатилади. Бунда температуралар фарқи ўтказгичларнинг уланиш нуқтаси билан бошқа учлари орасида ҳосил қилинади. Ушбу ҳолда ҳам (10.72) ифода ўринли бўлади.



Ўзро уланган икки хил ўтказгичларни термо жуфт деб аталади. 10.2-жадвалда бири қўроғошндан бўлган термо жуфтлар учун  $\alpha$  нинг қийматлари келтирилган. Жадвалдаги манфий ишора ток иккинчи ўтказгичдан қўроғошн ўтказгич томон оқётганини англатади.

10.2-жадвал

№	Металл+Pb	$\alpha, 10^{-6} \text{В/К}$	№	Металл+Pb	$\alpha, 10^{-6} \text{В/К}$
1	Темир	15	12	Симоб	-4,4
2	Молибден	7,6	13	Платина	-4,4
3	Кадмий	4,6	14	Натрий	-6,5
4	Волфрам	3,6	15	Палладий	-8,9
5	Мис	3,2	16	Калий	13,8
6	Рух	3,1	17	Никел	-20,8
7	Олтин	2,9	18	Висмут	-68,0
8	Кумуш	2,7	19	Хромел	24,0
9	Қалай	-0,2	20	Нихром	18
10	Магний	-0,0	21	Алюмел	-17,3
11	Алюминий	-0,4	22	Копел	-38
			23	Константан	-38

Терможуфтлар ёрдамида юқори температураларни ўлчаш қулай. Жадвалдаги келтирилган натижаларни жуда аниқ деб бўлмайдик, чунки термо э.ю.к қиймати металлар уланган жойдаги ёт аралашмалар, кристалл доначалар йуналишига кучли боғлиқ бўлади.

#### 10.2.4.2. Томсон эффеки

Доимий температура фарқи ҳосил қилингани металл стерженни қўриб чиқамиз. Унинг иссиқ учи температураси  $T_1$ , совуқ учи температураси  $T_2$  бўлсин. ўтказгични доимий ток манбаига улаймиз.

Ундан электр токи ўта бошлайди ва Жоул-Ленц қонунига қўра

$$Q_{\text{ж}} = I^2 R t \quad (10.73)$$

миқдорда Жоул иссиқлиги ажралиб чиқади. Бунда  $I$  — стержендаги ток кучи,  $R$  — унинг электр қаршилиги ва  $t$  — ток ўтиш вақти. 1356 йили англиз физиги У. Томсон (лорд Келвин) юқорида келтирилган доимий температура градиентига эга бўлган (бир учи  $T_1$  ва иккинчи учи  $T_2$  температурали) токли ўтказгичда Жоуль иссиқлиги  $Q_{\text{ж}}$  дан

ташқари яна қушимча иссиқлик миқдори —  $Q_S$  ажралиб чиқиши, ёки ютилиши мумкин эканлигини олдиндан айтиб беради. Бу фикр кейинчалик француз физиги Леру тажрибала-рида тасдиқланди ва Томсон эффекти деб номланди. Утказгичда ажралиб чиқаётган тулиқ иссиқлик миқдори

$$Q = Q_J \pm Q_S \quad (10.74)$$

қўринишда ёзилади.  $Q_S$  нинг ишораси токнинг ва температура градиентининг ўзаро йўналишига боғлиқ. Агар ток ўтказгичнинг совуқ учидан иссиқ учи томон йўналса,  $Q_S$  мус-бат бўлиб ўтказгичда қушимча иссиқлик миқдори ажралиб чиқади. Бунда металлдаги электронлар иссиқ учидан совуқ учи томон йўналади. Ток йўналишини тескарига ўзгартирсак,  $Q_S$  манфий ва иссиқлик ютилади.

Металлларнинг эркин электронлар назарияси доирасида ушбу ҳодиса қуйидагича изоҳланади.

Ўтказгичнинг иссиқ қисмидаги электронларнинг ўртача кинетик энергияси совуқ қисмидагидан катта бўлади. Ташқи электр юритувчи куч таъсирида электронлар металлнинг совуқ қисмига қараб дрейф ҳаракат қилганда, совуқ қисмга етиб келгач, кристалл панжараси ионлари билан тўқнашиб, бир қисм энергияларини уларга беради ва «совийди».

Натижада уларнинг ўртача кинетик энергияси ўтказгичнинг совуқ қисмидаги электронларники билан тен-глашади. Бунда ўтказгичда қушимча  $Q_S$  миқдорда иссиқлик ажралиб чиқади.

Агар ток йўналишини ўзгартирсак, совуқ электронлар ўтказгичнинг иссиқ қисмига қараб ҳаракат қилади ва термо динамик мувозанатга келиш учун панжара ионларининг бир қисм энергиясини ютади. Томсон иссиқлиги  $Q_S$  ўтказгичдан оқиб ўтган заряд миқдори ва унинг учларидаги температуралар фарқига пропорционал:

$$Q_S = \tau_T (T_1 - T_2) I. \quad (10.75)$$

Бунда  $\tau_T$  Томсон коэффициенти деб аталади.

Ушбу ифода хона температурасига яқин ва унча катта бўлмаган температуралар оралиғида бажарилади. Томсон назар-

риясига асосан, икки ўтказгичдан ясалган терможуфтликларнинг  $\alpha$  Зеебек коэффициентига Томсон коэффициентига боғлиқ экан.

$$\tau_T = T \frac{d\alpha}{dT} \quad (10.76)$$

Охирги ифода Томсон ва Зеебек ҳодисаларини ўзаро боғловчи муносабатдир.

### 10.2.4.3. Пелте эффекти

Икки турдаги бир хил температурали ўтказгич бир-бирига уланган жойдан  $I$  ток ўтганда, у жойда қўшимча  $Q_n$  иссиқлик миқдори ажралиб чиқиши ёки ютилиши ҳодисаси Пелте эффекти деб аталади. Бу ҳодисада ҳам иссиқликнинг ютилиши ёки ажралиб чиқиши ток йўналишига боғлиқ. Ҳодисани биринчи бўлиб 1834 йили француз физиги Ж. Пелте кузатган.

Ажралиб чиққан иссиқлик миқдори

$$Q_n = I \Delta P \quad (10.77)$$

ифода билан аниқланади. Бунда

$$\Delta P = (\alpha_1 - \alpha_2) T \quad (10.78)$$

бўлиб,  $P$  ни Пелте коэффициенти деб номланади.

$\alpha_1, \alpha_2$  лар эса ўтказгичларнинг термоэлектрик (Зеебек) коэффициентлари.

Пелте ҳодисаси кўп ҳолларда электр тармоқлар учун зарарлидир. Электр энергияни узатишда ва фойдаланишда турли хил ўтказгичлар қўлланилади (алюминий, мис, жез, нихром ва бошқалар). Уларнинг бир-бирига уланиш нуқталарида эса фойдасиз қўшимча  $Q_n$  иссиқлик миқдори ажралиб чиқади.

Бу иссиқлик ўтказгич контактларининг қизишига олиб келади. Натижада ўтказгичларнинг атмосферадаги кислород билан оксидланиш жараёни (занглаши) тезлашади. Ушбу ҳодиса билан курашиш учун, (10.78) ифодадан кўришиб турибдики,  $(\alpha_1 - \alpha_2)$  ни камайтириш керак. Бу ҳолларда эса уловчи қурилмалар (розетка, вилка ва ҳ.к.) материалнинг  $\alpha$  си  $\alpha_1$  ва  $\alpha_2$  оралиғида танлаб олинади.

Масалан, алюминий ва мис ўтказгичларнинг уланиш нуқталарида жез ишлатилади.

Пелте эффекти турли металллардаги электронларнинг уртача энергиялари бир хил температурада ҳам турлича бўлиши билан тушунтирилади. Дарҳақиқат, металлдаги электронларнинг уртача энергияси уларнинг энергетик спектрига, концентрациясига ва энергиясини йўқотиш механизмларига боғлиқ. Электронлар э.ю.к таъсирида бир металлдан иккинчисига ўтганда узининг ортиқча энергиясини кристалл панжараси ионларига беради, ёки электроннинг энергияси кам бўлса, қўшимча энергия ютади.

Бу ҳодиса электронларнинг ўртача энергияси фарқи катта бўлган ўтказгичларда (масалан, металл — ярим ўтказгич контактида) яққол намоён бўлади. Пелте эффектидан техникада совуткичлар тайёрлашда фойдаланилади.

### 10.3. Металлларнинг зоналар назарияси

Зоналар назариясига мувофиқ қаттиқ жисмлардаги электронлар энергияси кетма-кет жойлашган маълум бир энергия оралиқларидаги қийматларнигина қабул қила олади. Бу энергия оралиқлари рухсат этилган энергия зоналари деб аталади.

Электронлар қабул қила олмайдиган энергия оралиқларини тақиқланган зоналар дейилади.

Металл атоми ёлғиз турганда ундаги барча электронлар аниқ энергия қийматларига эга бўлади.

Унга иккинчи атомни яқинлаштирсак, улардаги электрон булутлар ўзаро кириша бошлайди.

Энергетик сатҳлар ва ундаги электронлар иккала атом учун умумий бўлиб қолади. Лекин, Паули принципига асосан бир энергетик сатҳда иккита қарама-қарши спинли электронлардан ортиқча электронлар жойлаша олмайди, шунинг учун сатҳларнинг кенгайиши (айниши) кузатилади. Ҳар бир сатҳ иккита ёнма-ён жойлашган сатҳга айланади. Энди агар атомлар сони иккита эмас, жуда кўп ( $N$  та) бўлса, кенгайган икки сатҳлар орасида яна  $N-2$  та сатҳ жойлашади. Натижада ёлғиз атомнинг энергетик сатҳидан рухсат этилган зона ҳосил бўлади.

Зонадаги сатҳлар орасидаги фарқ жуда кичик бўлади (макроскопик кристаллар учун), шунинг учун ундаги электронлар энергияси деярли узлуксиз ўзгаради деб олишимиз мумкин.

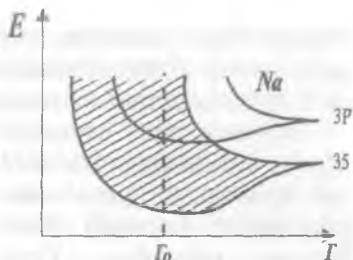
10.4- чизмада натрий метали атомларининг  $3s$  ва  $3p$  сатҳларининг кенгайиши курсатилган. Чизмадан кўришиб турибдики, натрий атомлари орасидаги масофа кичрайиб борган сари сатҳлар парчаланиши катталашади.

Бунда  $r_0$  нормал шароитда натрий кристалли атомлари орасидаги масофа. Демак, натрий атомлари кристалл ҳолатда  $3p$  ва  $3s$  сатҳлари кенгайиб бир-бирини қоплаб кетувчи рухсат этилган зона ҳосил қилар экан. Зоналар назариясига асосланиб, металлнинг, қолаверса бошқа қаттиқ жисмларнинг физик хоссагарини тушунтириш анча қулай. Металлларнинг электр ўтказувчанлиги зоналар назариясида уларда электронлар билан тўлиқ тўлдирилмаган энергетик зоналарнинг борлиги билан тушунтирилади.

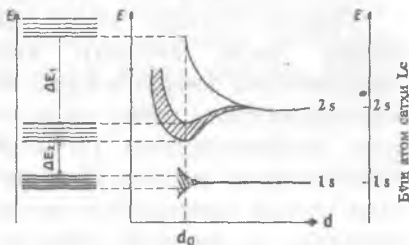
Бундай зонада электрон ўз энергиясини узулуксиз кичик қийматларга ўзгартира олади, чунки зонада тўлдирилмаган сатҳлар куп .

Бундай чала тўлдирилган зонани ўтказувчанлик зонаси деб ҳам аталади. 10.5- чизмада литий кристаллининг зоналари курсатилган. Энг пастки зона  $1s$  — сатҳнинг кенгайишидан ҳосил булган ва у электронлар билан тўла. Уни валент зонаси деб аталади.  $2s$  — сатҳнинг айниши (парчаланиши) ҳисобига ҳосил булган иккинчи зона

эса чала (ярми) тўлган. Ундаги электронлар озгина ташқи таъсир натижасида энергияларини оширишлари мумкин. Бунинг учун зонада буш сатҳлар мавжуд. Кристаллга ташқи электр майдон ёки температура градиенти қуйилганда иккинчи зонадаги электронлар осонлик билан ўз тезликларини, ҳаракат йўналишини ва энергияларини ўзгартира оладилар. Литий кристаллининг электр токи ва иссиқликни яхши ўтказишини ана шу ўтказувчанлик зонаси мавжудлиги билан тушунтириш мумкин.



10.4- чизма. Натрий металида электронлар энергиялари зонаси ҳосил бўлиши.



10.5-расм. Литий металида энергия зоналари ҳосил бўлиши

Умуман барча металллар учун ана шундай чала тўлган энергетик зоналарнинг бўлиши хосдир. Металлларнинг зоналари тузилишини 3 турга ажратиш мумкин.

Биринчи турга юқорида кўрган литий кристали мисол була олади. Бундай металлларнинг зоналари бир-бирини қоплайди. Улар алоҳида ажратилган ҳолда жойлашадилар ва қуйи зоналардан бири қопланмаган бўлади (10.6- чизма, а). Расмда катак чизиқларда электронлар билан тўлган сатҳлар белгиланган, А — юқоридаги зонанинг пастки чегараси (туби), В — пастдаги зонанинг шипи.



10.6- чизма. Энергия зоналарининг учта хусусий ҳоли

Иккинчи турдаги зонада натрий кристаллини мисол қилишимиз мумкин. Бундай металлларда пастдаги зона тўлмаган бўлиб юқоридаги зона пастки зона устига қопланиб кетади (10.6- чизма, б).

Натижада жуда кенг ўтказувчанлик зонаси ҳосил бўлади.

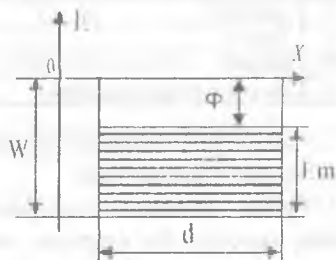
Учинчи турдаги зонада пастки зона электронлар билан тўлади, лекин юқorigи зона билан қопланиш ҳисобига ўтказувчанлик зонаси вужудга келади (10.6- чизма, в). Бунга магний кристаллини мисол қилишимиз мумкин. Магнийнинг электрон конфигурацияси  $[1s^2 2s^2 2p^6 3s^2]$  кўринишга эга. Магний атомини барча энергия сатҳлари электронлар билан тўлдирилган. Агар магний кристаллида сатҳлар бир-бирини қопламасдан кенгайганида у изолятор бўлиши керак эди, чунки унда чала тўлдирилган сатҳ йўқ. Аслида эса магний кристаллидаги  $3p$  сатҳ кенгайиши натижасида  $3s$  сатҳ зонасини бироз қоплаб туради. Натижада  $3s$  сатҳ юқорисиди бўш сатҳлар ҳосил бўлади. Шунинг учун магний ҳам металллар хоссасини намоён қилади.

#### 10.4. Металларда электрон эмиссияси

Электронларнинг бирор таъсир натижасида металлдан учиб чиқиш ҳодисаси электрон эмиссияси деб аталади. Электрон эмиссияси асосан уч хил бўлади: термоэлектрон, авто ва фото эмиссия (ташқи фото эффект).

Металлни қиздирганимизда унинг сиртидан электронларнинг учиб чиқишини термоэлектрон эмиссияси деб аталади. Ушбу ҳодисаларни тушунтиришда металл ичидаги турли жаратиларнинг аҳамияти унча катта бўлмаганлиги учун, потенциал ура моделидан фойдаланилади. Модельга асосан металл чуқурлиги  $W$  га тенг потенциал ўрадан ташкил топган. Бу энергия манфий бўлганлиги учун металл билан электронлар орасида тортишиш кучи мавжуд.  $E_m$  электронларнинг максимал кинетик энергияси,  $\phi$  — чиқиш иши ва  $d$  — металлнинг узунлиги (10.7- чизма).

Металл қиздирилган сари иссиқлик флукуанциалари натижасида энергияси  $E > W$  бўлган электронлар сони ортиб боради. Бу электронларнинг бир қисми металл сиртига учиб чиқади, бир қисми эса сиртдан орқага қайтади. Температура ошган сари металл сиртидан чиқувчи электронлар сони тобора ортиб боради. Агар металлга ташқи электр майдон қўйсақ (бунда манфий қутбни металлга улаймиз), металлдан учиб чиққан электронлар электр токи ҳосил қилади. Ҳосил бўлган ток зичлиги учун

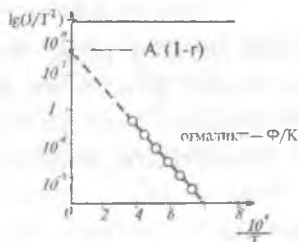


10.7- чизма. Чиқиш ишини тушунтирадиган чизма.

$$j = AT^2(1-r)\exp(-\phi/kT) \quad (10.79)$$

муносабат уринли бўлади ва уни Ричардсон-Дэшман қонуни деб аталади. Бунда  $r$  — электронларнинг металл сиртидан қайтиш коэффициенти,  $A = (emk^2/2\pi^2h^3) = 1.2 \cdot 10^6 \text{ A}/(\text{M}^2\text{k}^2)$ . Чиқиш иши  $\phi$  билан  $A(1-r)$  ларни  $\ln(j/T^2)$  нинг  $1/T$  га боғлиқлиги графигидан тажрибада аниқлаш мумкин (10.8- чизма).

Графикни ордината ўқи билан кеснишган нуқтаси  $A(1-r)$  га тенг бўлади. Оғиш бурчаги тангенеси



10.8- чизма. Термоэлектрон токнинг температурага боғлиқлиги.

эса  $(-φ/k)$  га тенг. 10.3- жадвалда баъзи металллар учун чиқиш иши ва  $A(1-r)$  Ричардсон доимийларининг ўлчаш натижалари келтирилган.

10.3- жадвал

№	Металл	Чиқиш иши $φ$ , эВ	$A(1-r)$ , $A/(m^2k^2) \cdot 10^8$
1	Платина	5,3	0,32
2	Вольфрам	4,5	0,72
3	Молибден	4,4	1,15
4	Тангал	4,1	0,37
5	Калий	3,2	0,60
6	Барий	2,5	0,25
7	Цезий	1,8	1,60
8	Цезийланган вольфрам	1,4	0,03

Аниқ ўлчашларининг курсатишича,  $φ$  температура ўзгариши билан бироз ўзгарар экан.

Турли кристаллографик текисликлар учун ҳам  $φ$  озгина фарқ қилади. Бу фарқни зоналар назарияси асосида тушунтириш мумкин. Ҳақиқий металлларнинг потенциал ўраси кўрниниши 10.7- чизмада кўрсатилгандек тик ва кескин ўзгарувчи бўлмайди.

Энергия ошини билан дастлаб  $W(x)$  — чизиқий ортиб боради ва металл сирти яқинида эгриланади.

Агар металлнинг совуқ ҳолатида унга кучлироқ электр майдон қўйилса, унинг потенциал тўсиғи пасаяди. (10.9- чизма, пунктир чизиқ). Натижада чиқиш иши кичраяди. Агар ташқи қўйилган майдон кучланганлиги  $E$  бўлса потенциал тўсиқ баландлиги

$$W = W_0 - \sqrt{\frac{e^3 E}{4\pi\epsilon_0}} \quad (10.80)$$

га тенг бўлиб қолади. Чиқиш ишининг озгина камайиши ҳам кўп электронларнинг эмиссияда қатнашинишига олиб келади. Бу ходисани ташқи электр майдон таъсиридаги эмиссия ёки Шотки эмиссияси деб аталади. Агар  $E \sim 10^8 \frac{B}{V}$  гача кучайтирилса, потенциал тўсиқ шу даражада пасаядiki, кўп электронлар бемалол ундан ўтиб кетаверадилар. Энди электронларни чиқариш учун металлни



10.9- чизма. Электр майдонда металлдан электрон учун энергетик тўсиқ пасайиши.



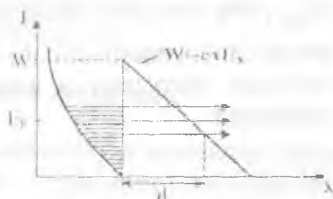
қиздиришига ҳам ҳожат қолмайди. Бу ҳодисани совуқ эмиссия ёки автоэлектрон эмиссия деб юритилади. Кучли электр майдон таъсирида потенциал тўсиқнинг қалинлиги ҳам кэмляди.

Бу эса туннел эффекти аҳамиятини оширади. Электр майдон маълум бир критик қийматга етганда энергияси  $E_f$  га тенг булган Ферми сатҳидаги электронлар туннел утиш имкониятига эга буладилар (бунда тўсиқ қалинлиги  $d \sim 10 \text{ \AA}$  атрофида бўлади).

Фаулер ва Норгеим уч бурчак кўринишидаги потенциал тўсиқдан электронларнинг ўтиши эҳтимоллигини таҳлил қилиб, кучли электрик майдондаги металлдан утаётган ток зичлиги учун

$$J = \alpha E^2 \exp(-\beta\phi/E) \quad (10.81)$$

натижа олдилар (10.10- чизма). (10.79) ва (10.81) ларни солиштирганимизда совуқ эмиссияда температура эмас, электр майдон муҳим ўрин тутуши маълум бўлади. Потенциал тўсиқ қалинлиги  $\sim 10 \text{ \AA}$  булмагунча Ферми энергияли электронларнинг туннел ўтиш



10.10- чизма. Энергетик тўсиқ пасанишини тушунтириш.

эҳтимоллиги жуда кичик бўлади. Металларнинг чиқиш ишини  $\phi \approx 3 \text{ эВ}$  деб олган ҳолда совуқ эмиссия бошланиши учун электр майдон кучланганлиги  $E_0 \sim 3 \cdot 10^9 \text{ В/м}$  бўлиши кераклигини аниқлаймиз. Тажрибаларда майдон кучланганлигини бундан 30 марта кичик қийматларида ҳам совуқ эмиссия кузатилган.

Бу ҳодисани металл сиртидаги потекисликларда майдон кучланганлиги  $E_0$  га тенг нуқталар ҳосил бўлади ва шу нуқталар орқали электронлар эмиссияланади деб тушунтирилади. Умуман олганда (10.81) ифода тажриба натижалари билан қониқарли даражада мос келади.

### 10.5. Фотоземиссия (ташқи фотозэффект)

Ўруғлик нури (фотонлар) таъсирида металл сиртидан электронларнинг учиб чиқиши фотоземиссия эки ташқи фотозэффект деб аталади. Бу ҳодисани биринчи бўлиб 1905 йили А. Эйнштейн изоҳлаган. Фотоземиссияда асосан энергияси  $E_f$  га яқин бўлган электронлар иштирок этади. Электромагнит тўлқин — ҳар бири энергияси  $\hbar\omega$  бўлган фотонлар оқими металл сиртига тушгач, фотон ўз энергиясини металл сиртига яқин жойлашган  $E$  энергияси  $E_f$  га яқин бўлган электронга беради. Натихада электроннинг энергияси  $E + \hbar\omega$  га тенг бўлади.

Агар  $E + \hbar\omega > E_f + \phi$  бўлса, бу электрон металл сиртига учиб чиқиши мумкин. Бунда  $\phi$  металлдан электроннинг чиқиши иши, у Ферми сатҳи  $E_f$  дан ҳисобланади. Металлдан учиб чиққан электронлар тезлиги нолдан  $V_{\max}$  қийматгача бўлади.

$V_{\max}$  учиб чиққан электронларнинг максимал тезлиги бўлиб, фотон энергиясининг чиқиши ишидан ортиқчаси электроннинг кинетик энергиясига айланади, у Эйнштейн ифодаси орқали топилади:

$$\hbar\omega = \phi + \frac{mV^2}{2} \quad (10.82)$$

Агар фотонлар энергияси  $\hbar\omega$  чиқиши ишидан кичик бўлса фотозэффект содир бўлмайди. Кўпгина металллар учун  $\phi > 3\text{эВ}$  бўлади. Бундай металллар сиртидан электронларни уриб чиқара олувчи  $\hbar\omega \geq \phi$  фотонлар кўзга кўриналиган ва ултрабинафша ўруғлик диапазонига тўғри келади.

Фотоземиссияни миқдорий тавсифловчи катталик электронларнинг квант чиқиши  $\beta$  деб номланади ва у металлга тушган бир фотонга мос келувчи учиб чиққан электронлар сонини билдиради. Кўп тоза металллар учун  $\beta \sim 10^{-4}$  электрон/фотон.

Металларнинг квант чиқиши бунчалик кичик бўлишига сабаб, ўруғлик металл сиртига  $\sim 10^{-5}\text{см}$  чуқурликкача кириб боради ва асосан ўша қатламда юзвлади. Бундай қатламдан металл сиртига қараб ҳаракат қилган электронлар йўлдаги тўқнашишлар натихасида ўз энергиясини йўқотади. Сиртга учиб чиққан фото-

электронларнинг тезликлари турлича булиши ҳам шу асосда тушунирилади. Фотоэлектронларнинг кўпчилиги металл сиртидан  $10^{-7}\text{см}$  гача булган қатламда ҳосил бўлади. Тажрибада фотоэмиссия учун қуйидаги қонуниятлар кузатишган:

а) Учиб чиқаётган электронлар сони металлга тушаётган ёруғлик оқими катталигига пропорционал.

б) Ҳар қандай модда учун фотоэффект ҳосил қилувчи ёруғлик нурининг чегаравий тўлқин узунлиги  $\lambda_0$  мавжуд бўлиб, ундан катта тўлқин узунлигида фотоэмиссия кузатилмайд.  $\lambda_0$  шу модда учун фотоэмиссиянинг қизил чегараси деб аталади.

в)  $V_{\text{max}}$  нинг қиймати ёруғлик нури такрорийлигига пропорционал, лекин ёруғлик оқими катталигига боғлиқ эмас.

Металлларнинг чиқиш ишини камайтириш учун тоза металл сиртида юққа дипол электр қатлам ҳосил қилинади. Қатлам ҳосил қилишда чиқиш иши кичик атом ва молекулалар (Cs, Rb, Cs<sub>2</sub>O)дан фойдаланилади. Бундай металллар электрвакуум лампалар тайёрлашда ишлатилади.

### 10.6. Металлларнинг магнит хоссалари

Магнит майдонга металлни жойлаштирганимизда унда магнит момент ҳосил бўлади. Бирлик ҳажмнинг магнит моменти (магнитланганлик)  $\vec{J}$  вектор билан белгиланади. Агар ташқи майдон кучланганлиги  $H$  бўлса, у ҳолда

$$\vec{J} = \chi \vec{H}. \quad (10.83)$$

Бундаги  $\chi$  — модданинг магнит қабулчанлиги. Модда ичидаги магнит майдон ташқи  $H$  ва ички  $H_M$  майдонлар йиғиндисидан иборат бўлади, яъни

$$\vec{B} = \vec{H} + \vec{H}_M = \mu \vec{H}. \quad (10.84)$$

буида  $\vec{B}$  — магнит индукция вектори деб аталади,  $\mu$  эса магнит синдирувчанликдир.

Модда ичидаги майдон  $\vec{H}_M$  магнит моменти билан қуйидагига боғланган:

$$\vec{H}_M = 4\pi \vec{J}, \quad (10.85)$$

У ҳолда

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J} = \vec{H}(1 + 4\pi\chi) \quad (10.86)$$

бундан

$$\mu = 1 + 4\pi\chi \quad (10.87)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бирор модда учун  $\chi < 0$  ёки  $\mu < 1$  бўлса, уни диамагнит дейилади,  $\chi > 0$  ёки  $\mu > 1$  бўлса, парамагнит бўлади.

$\mu \gg 1$  бўлган моддаларни ферромагнитлар деб аталади. Тўлмаган  $d$  ва  $f$  электрон қобикқа эга бўлган металлларнинг барчаси парамагнитлардир. (Сг, Mn). Мис, висмут ва бошқа баъзи металллар эса ўзларида диамагнитизмни намоён қилади.

Кўп металлларнинг магнит қабулчанлиги унча катта бўлмайди ( $\chi \sim 10^{-6}$ ) ва температурага кучсиз боғланган.

Диамагнит моддаларнинг ташқи майдон йўқлигида атом ва молекулаларининг магнит моментлари нолга тенг. Шунинг учун электрон қобиклари тўлиқ тўлган атом ва молекулаларда диамагнитизмни кузатиш мумкин.

Парамагнитлар майдон йўқлигида нолдан фарқли магнит моментга эга бўлади. Буларга электрон қобиклари чала тўлдирилган моддалар киради.

Юқоридаги фикрларни жуда аниқ деб бўлмайди, чунки моддаларнинг магнит хоссалари анча мураккабдир. Масалан, мис металл бўлишига қарамасдан диамагнитдир. Бунга сабаб мисда тўла тўлдирилган  $3d$  электрон қобикнинг диамагнитизми  $4s$  сатҳдаги бир электроннинг парамагнитизмидан кучлироқ бўлади.  $3d$  қобикдаги ўнта электроннинг диамагнит эффекти асосий рол ўйнайди. Ag, Au, Zn, Pb ларнинг диамагнитизмини шундай тушунирилади.

Металлардаги ўтказувчан эркин электронларга ташқи магнит майдон таъсири икки хил бўлади. Биринчидан ташқи майдон электронларнинг майдон йўналиши атрофида айланнишига (прецессия) олиб келади. Бу айланиш йўналиши Ленц қондасига асосан аниқланиб, ҳосил бўлган магнит майдон ташқи майдонга тескари йўналади.

Бу ҳодиса эркин электронларнинг Ландау диамагнитизми деб аталади.

Ландау диамагнитизмининг магнит қабулчанлиги

$$\chi_d = -\frac{4m\mu_B^2}{h^2} \sqrt{\frac{\pi^2 n}{9}} \quad (10.88)$$

ифода билан аниқланади. Бунда  $n$  — электронлар зичлиги,  $\mu_B$  — Бор магнетони. Лекин, металлдаги ўтказувчан электронларнинг магнит қабулчанлиги фақат  $\chi_d$  дан иборат бўлмайди. Маълумки, ҳар бир электрон ўзининг нол бўлмаган доимий магнит моментига эга. Ташқи магнит майдон қўйилганда улар магнит майдон нуналинига параллел ҳолда жойлашадилар. Бу эса ўтказувчан электронларнинг парамагнитизмини келтириб чиқаради, унинг қабулчанлиги диамагнит қабулчанликдан 3 марта катта бўлади. Металлларнинг ушбу икки қабулчанлигини электрон-парамагнит резонанс (ЭПР) усули билан алоҳида ўлчаб топиш мумкин. Металлдаги электронларнинг тўлиқ қабулчанлиги  $\chi_c$  учун

$$\chi_c = \chi_n - \chi_d = \frac{n\mu_B^2}{E_F} = \frac{n\mu_B^2}{kT_F} \quad (10.89)$$

ифода келтириб чиқарилган. Бунда  $E_F = kT_F$  Ферми энергияси. Кўришиб турибдики, металллардаги ўтказувчан электронлар парамагнитизми температурага боғлиқ бўлмайди. Ҳақиқатдан ҳам бу ҳодиса ишқорий металллар (Na, K ва б.) учун ўриқлидир. Бир қатор парамагнит металлларнинг қабулчанлиги ушбу Кюри-Вейс қонуни билан аниқланади:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (10.90)$$

Бу ифодадаги  $T_c$  металл ионларининг панжара ичидаги майдон билан таъсирлашувини ифодалайди ва Кюри нуқтаси деб номланади. Баъзи парамагнит металллар  $T_c$  гача совутилганда ферромагнитларга айланали (масалан Fe, Ni).

Бундай металллар учун (10.90) ифодадаги  $T_c$  ишораси мусбат бўлади. Агар метали  $T_c$  дан паст температураларгача совутилганда антиферромагнит ҳолатга ўтса,  $T_c$  нинг ишораси манфий олинади (масалан, NiCr, MnS, MnO, Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ва б.). Баъзи ҳолларда  $T_c$  нинг қиймати Кюри нуқтасига мос келмаслиги ҳам мумкин.

Ферромагнитларнинг асосий хоссалари қуйидагилардан иборат.

а) Ферромагнитларнинг магнит синдирувчанлиги ташқи  $\vec{H}$  магнит майдонга боғлиқ (10.11- чизма).

Майдон кучланганлиги ортиши билан  $\mu$  кескин ортади ва  $H=2.5\text{Э}$  да максимал қийматга эришади.  $H$  ни янада оширсак  $\mu$  камая бошлайди ва  $\mu=1$  қийматга интилади.

б) Ферромагнитлар қолдиқ магнитизмга эга, яъни магнитланган ҳолатини ташқи майдон йўқлигида ҳам сақлаб қолади.

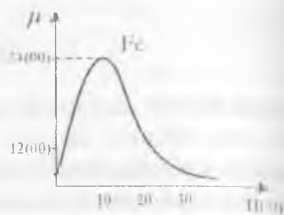
в) Кюри нуқтасидан юқори температураларда ферромагнитлар парамагнит ҳолатига ўтади.

Ферромагнитларда магнит гистерезис ҳодисаси ҳам кузатилади (10.12- чизма). Агар ферромагнитни магнит майдонга қўйиб, аста-секин  $\vec{H}$  майдонни орттириб борсак,  $\vec{J}$  магнитланганлик ҳам ортиб боради. Маълум бир  $H_c$  да  $\vec{J}$  ўзгармай қолади, Ферромагнит тўйиниш нуқтасигача магнитланади (А-нуқта).

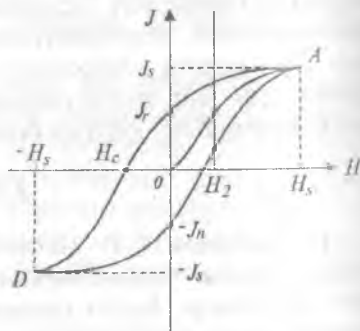
Майдон кучланганлиги  $\vec{H}$  ни камайтира бошлаймиз.  $\vec{H}=0$  бўлганда  $I=I_c$  яъни нолга тенг бўлмайди. Энди майдон йўналишини ўзгартириб, В нуқтага келамиз. Бу ҳам тўйиниш нуқтаси бўлиб, I-бошқа катталашмайди.

Майдонни камайтириб О нуқтага келамиз ва яна А нуқтагача майдон кучланганлигини оширамиз.

Натижада ёпиқ эгри чизиқ — магнит гистерезис ҳосил бўлади. Бу чизиқ ферромагнитларга хос бўлиб, уларнинг доимий магнитик моментига эга бўлган зарралардан тузилганлигини билдирди. Бу зарралар ўлчамлари  $10^{-2} \div 10^{-5} \text{ см}$  бўлиб магнит доменлар деб номланади. Магнит доменларнинг ўз-ўзидан магнитланиб қолиш ҳодисасини Френкел-Гейзенберг назариясига асосланиб тушунтирилади. Унга асосан кристалл панжарасидаги атомлар ўзаро алмашинув энергияси орқали таъсирлашадилар. Алмашинув энергияси-



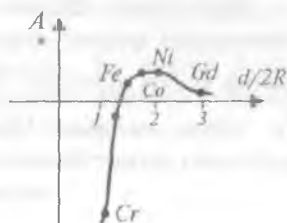
10.11- чизма. Темирнинг магнит синдирувчанлиги  $\mu(H)$ .



10.12- чизма. Ферромагнит магнитланишида гистерезис ҳодисаси.

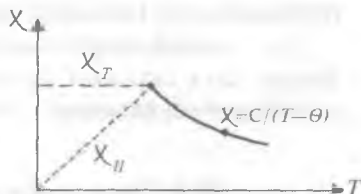
ни тавсифловчи катталиқ булган алмашинув интегралли А муҳим ўрин тутади. Агар  $A > 0$  булса, доменлардаги электрон спинлар параллел жойлашади. Бунда алмашинув энергияси энг кичик қийматга эга булади ва кристалл ферромагнит ҳолатида булади.

$A < 0$  да доменлардаги электрон спинлари қарама-қарши жойлашади. Бундай ҳолатни антиферромагнит ҳолати дейилади. 10.13- чизмада алмашинув интегралли А нинг кристалл панжараси доимийси  $d$  нинг чала тулган электронлар қобиғи диаметри  $2R$  га нисбатига боғлиқлиги кўрсатилган. Чизмадан кўриниб турибдики,  $d/2R < 1,5$  булган металллар ферромагнитлар,  $d/2R > 1,5$ лар эса антиферромагнитлар ҳисобланади.



10.13- чизма. Ферромагнитлар хоссаларини квантмеханик тушунтириш.

Антиферромагнитларда қўшни ионларнинг магнит моментлари антипараллел йўналган булади. Уларнинг магнитланганлиги ташқи майдон йўқлигида нолга тенг, Антиферромагнитнинг парамагнит ҳолатига ўтиш температураси  $T_N$  Неел температураси деб номланади. Уларда магнит қабулчанлик  $T < T_N$  да кристалл панжараси йўналишига кучли боғлиқ булади. Агар майдон йўналиши атомларнинг магнетик моментлари йўналишида булса, магнит қабулчанлик температура пасайиши билан нолга интилади. Агар майдон йўналиши магнит моментлари йўналишига тик булса, қабулчанлик температурага боғлиқ булмайди (10.14- чизма).

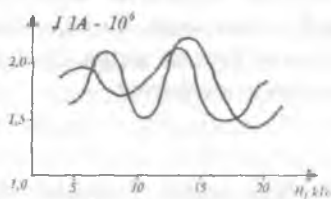


10.14- чизма. Антиферромагнитнинг парамагнетикка ўтиши.

### 10.7. Де Гааз, Ван Алфен эффекти

1930 йили голланд физиклари Де Гааз, Ван Алфенлар висмутнинг  $T = 14,2\text{K}$  даги магнит momenti  $\bar{J}$  ни ўлчадилар, тажрибаларнинг кўрсатишича,  $\bar{J}$  ташқи майдон ўзгариши билан тебраниб ўзгарган (10.15- чизма).

Бу ҳодисани Де Гааз, Ван Ал-



10.15- чизма. Магнит моментининг даврий ўзгариши.

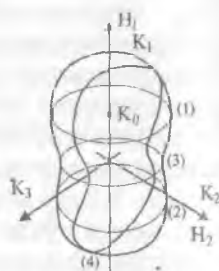
фен эффекти деб номланади. Кейинроқ Онсагер буни қуйидагича тушинтирди. Металларнинг магнитланганлигининг тебраниши Ферми сатҳидаги электронлар орбиталарнинг квантланишидан келиб чиқади.

Электронлар Ферми сатҳининг маълум бир орбиталарида (кесимларида) ҳаракат қиладилар. Ферми сатҳининг энг катта ва энг кичик кесим юзалари 10.15-чизмадаги  $\bar{J}$  нинг экстремумларига тўғри келади. Онсагер  $\bar{J}$  нинг тебраниш даври учун қуйидаги муносабатни олди:

$$\Delta \left( \frac{1}{H} \right) = \frac{2\pi e \Gamma}{hc S_e} \quad (10.91)$$

бунда  $S_e$  Ферми сатҳининг ташқи магнит майдони  $\bar{H}$  га тик бўлган ихтиёрий экстремал кесими (10.16 — чизма). Магнит майдонда металларнинг электрик ўтказувчанлиги тебранишини ҳам қузатишимиз мумкин (Шубников-Де Гааз эффекти).

Бу ҳодисалар металларнинг Ферми сатҳ сиртини ўрганувчи кучли амалий усуллардир.



10.16- чизма. Магнитик момент ўзгаришини тушинтирувчи чизма.

### 10.8. Электрон — парамагнит резонанс (ЭПР)

Магнит майдонга жойланган парамагнит зарраларга эга бўлган модданинг электромагнит тўлқин энергиясини резонанс равишда ютиш ҳодисаси электрон-парамагнит резонанс деб номланади. Ташқи майдон  $\bar{H}$  таъсирида йиғинди спини  $S$  га тенг бўлган зарра  $2S+1$  та сатҳга ажралади. Сатҳлар орасидаги энергия фарқи

$$\Delta E = 2\mu_B H \quad (10.92)$$

Дарҳақиқат, эркин электрон учун  $S=1/2$ ,  $\mu = g_s \mu_B$ . Бунда  $g=2,0023$  (эркин электрон учун) ва  $\mu_s = \pm 1/2$ . Демак, электрон  $E_1 = -1/2 g_s \mu_B H$ ,  $E_2 = +1/2 g_s \mu_B H$  энергияларни қабул қила олади. Унда



$$\Delta E = E_2 - E_1 = g_s \mu_B H \cong 2\mu_B H$$

Электромагнит тўлқин энергияси кванти учун

$$\hbar\omega = \Delta E = g\mu_B H \quad (10.91)$$

шарт бажарилганда кучли ютилиш кузатилади. Бу ҳодиса ёрдамида металллардаги ўтказувчан электронларнинг спинлари ориентациясини, нуқсонларда бошқа ҳодисаларни ўрганиш мумкин.

### 10.9. Ядромагнит резонанс

Магнит майдондаги модданинг парамагнит ядролари томонидан електромагнит тўлқинларни ютиш ҳодисасини ядромагнит резонанс дейилади. Бунда ташқи майдон таъсирида ядро спини  $I$  бир неча сатҳлар ҳосил қилади. Сатҳлар орасидаги энергия фарқи (10.91) ифода билан аниқланади. Фақат  $g$  бошқачароқ бўлади. Металлларда ўтказувчи электронлар булганлиги учун кўп ҳолларда акустик ЯМР дан фойдаланилади. Бунда ташқаридан тушаётган електромагнит тўлқин ўрнига  $\hbar\omega$  энергияли фононлар уйғотилади. Бу ҳодисалар ҳам металллардаги кўп катталикларни аниқлаш имконини беради.

### 10.10. Металлларнинг електромагнит тўлқинлар билан ўзаро таъсири

Маълумки, металллар електромагнит тўлқинларни жуда яхши қайтарувчи моддалардир. Юқори частотадали электр ток фақат металл сиртидан ўтади. Электромагнит тўлқинлар ҳам жуда кичик қалинликдаги қатламгача кира оладилар. Бу ҳодисани скин эффекти деб номланади. Масалан,  $\omega=10^8$  Гц бўлган електромагнит тўлқиннинг мис металлга кириш чуқурлиги  $\sigma=6 \cdot 10^{-4}$  см бўлади. Кучли магнитик майдонга жойланган металлда секин сўнувчи електромагнит тўлқин тарқалиши мумкин, натижада скин эффект йўқолади. Масалан, натрий кристалли кучли магнит майдонга жойлаштирилганда ултрабинафшда нурлари учун шаффоф бўлиб қолиши мумкин. Металлларнинг оптик хоссалари уларнинг диэлектрик синдирувчанлигидан келиб чиқади:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - i \frac{4\pi}{\omega} \sigma(\omega), \quad (10.92)$$

бунда  $\varepsilon(\omega)$  ўтказувчан электронларни ҳисобга олмайдиган диэлектрик сингдирувчанлик,  $\sigma(\omega)$  — металлнинг ўтказувчанлиги. Металлларнинг синдириш кўрсаткичи учун

$$n = n' - i\kappa = \sqrt{\varepsilon}, \quad (10.93)$$

бунда  $\kappa$  — ёруғликнинг — электромагнит тўлқиннинг ютилиш коэффициенти.

Инфрақизил ва оптик диапазонлар учун биринчи яқинлашишда

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \quad (10.94)$$

ифода ўринли бўлади. Бунда  $\omega_p$  ўтказувчан электронларнинг (электронлар плазмасининг) тебраниш такрорийлиги.

$\omega > \omega_p$  да металлда плазма тебранишлари уйғотилади.  $\omega < \omega_p$  лар учун металллар шаффоф бўлади.  $\omega$  ошиши билан металлларнинг қайтариш коэффициенти  $\gamma$  камаяди ва рентген диапазонида металллар билан диэлектриклар орасида фарқ қолмайди.

Тушиш текислигида қутбланган ёруғлик нури металлдан қайта олади (диэлектрикларда қайтмайди).

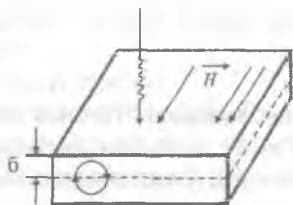
Ясси қутбланган ёруғлик тўлқини металлдан қайтгач эллиптик қутбланади. Бунга сабаб: тушиш текислигида ва унга перпендикуляр текисликда қутбланган нурлар металлдан қайтгач уларда фазалар фарқи ҳосил бўлади.

### 10.11. Циклотрон резонанс

Магнит майдонга жойлаштирилган металлдаги ўтказувчан электронларга Лоренц кучи таъсир этади. Бу майдон таъсирида электронлар ҳаракатига майдон йўналишига тик текисликда айланма ҳаракат қўшилади. Агар электроннинг эркин югуриш масофаси айлана узунлигидан катта бўлса, ҳаракат давомида электрон ўз энергиясини йўқотмайди. Электроннинг айланиш такрорийлиги,

$$\omega_c = \frac{eH}{mc} \quad (10.95)$$

муносабат билан аниқланади ва уни циклотрон такрорийлик деб номланди. Металлга ташқаридан  $\omega = \omega_c$  такрорийликдаги электромагнит тўлқин туширсак резонанс ютилиш (ёки каптиш) ҳодисаси кузатилади. Буни циклотрон резонанс деб аталади, ҳодисани кузатиш учун эркин югуриш масофаси айлана узунлигидан катта бўлиши керак, тоза металлларда эркин югуриш масофаси асосан электронларнинг фононлар билан тўқнашуви натижасида чегараланади. Шунинг учун металлларда циклотрон резонанс  $T = 1 \div 10 \text{ K}$  ларда кузатилади. Бунда электронларнинг фононлар билан тўқнашуви жуда кам бўлади. Циклотрон резонансни кузатиш учун магнит майдон металл сиртига параллел йўналтирилади. Электромагнит тўлқин айланиш орбиталари металл сиртига яқин бўлган электронлар билангина таъсирлаша оладилар, чунки скин эффекти туфайли уларнинг металлга кириб бориш масофаси чегараланган бўлади (10.17- чизма). Циклотрон резонанс ҳодисаси металлдаги электронларнинг энергия спектрини, эффектив массасини аниқлашда қўлланилади. Бу ҳодиса металллардан ташқари ярим ўтказгичларда ҳам кузатилади.



10.17- чизма. Циклотрон резонанс ҳодисасига доир.

## 10.12. Металллардаги плазма тебранишлари

Маълумки, плазма модданинг тўртинчи агрегат ҳолати бўлиб, унда модда мусбат ва манфий зарядланган зарралар йиғиндисидан иборат бўлади. Плазмадаги турли ишорали зарядлар миқдори ўзаро тенглиги учун электронейтралдир. Металллардаги ўтказувчан электронлар билан қолдиқ атомлар плазма ҳосил қилади деб қарашимиз мумкин. Бу плазма манфий зарядланган ўтказувчан электронлар «гази» ва кристалл панжарасидаги мусбат зарядланган атомлардан иборат бўлади. Бундай плазма ҳам ўзининг хусусий тебраниш такрорийлиги  $\omega_n$  га эга бўлади.

Фараз қиламиз, металлдаги барча ўтказгич электронлар кристалл панжарага нисбатан маълум бир масофа  $x$  га силжийди. У ҳолда электрон «гази»ни орқага қайтарувчи  $neE$  куч ҳосил бўлади. Бунда  $n$  — электронлар концентрацияси,  $E = 4\pi lex$  — электр майдон кучланганлиги.

Бу майдон электрон «гази»нинг силжиши ҳисобига пайдо бўлади. Ушбу қайтарувчи куч таъсирида электрон «гази» теб-ранма ҳаракатга келади. Бирлик ҳажмдаги электронлар гуруҳи учун ҳаракат тенгламаси

$$nm \frac{dx^2}{dt^2} = -neE = -4\pi n^2 e^2 x, \quad (10.96)$$

ёки

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_n^2 x = 0. \quad (10.97)$$

Бунда

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}} \quad (10.98)$$

плазманинг буйлама тебраниши такрорийлиги деб номланади. Унинг қиймати металллар учун ултрабинафша тўлқинларга мос келади. Таҷрибаларнинг кўрсатишича, металллар такрорийлиги  $\omega_n$  дан кичик ёруғлик нурларини ўтказмайди, аммо  $\omega > \omega_n$  ларни эса ўтказиши мумкин.

10.4-жадвалда баъзи металллар учун  $\lambda_n = \frac{2\pi c}{\omega_n}$  нинг қийматлари келтирилган.

10.4-жадвал

Металлар	Li	Na	K	Rb	Cs
$\lambda_n$ (ҳисобланган) (Å)	1550	2090	2870	3220	3620
$\lambda_n$ (таҷрибада) (Å)	1550	2100	3150	3400	--

Металлардаги электрон гази тебранишини металлнинг бирор чегараланган қисмида уйғотиш ҳам мумкин. Масалан, кинетик энергияси 1÷10кэВ бўлган тез электронларни юққа металл қатламдан ўтказганимизда улар металлда маълум бир йуналишларда



10.18-чизма. Плазма тебранишларига доир чизма

тарқалувчи электрон плазмаси тебранишларини ҳосил қилади (10.18-чизма).

Электрон плазмаси тебранишларининг бундай кванти плазмон деб аталади. Металлга келиб тушган электрон уз энергиясини узлуксиз эмас, балки булаклаб йуқотади. Ҳосил булган плазмонларнинг энергияси  $\sim 10$  эВ тартибда булади.

### Саволлар ва масалалар

1. Металлар электр утказувчанлигининг классик(мумтоз) ва квант назариялари уртасидаги асосий фарқи нимада?

2. Металларнинг энергетик зоналари тузилиши диэлектрик ва ярим утказгичларникидан фарқини тушунтиринг.

3. Нима учун металларга электромагнит тўлқин чуқур кириб бора олмайди?

4. Циклотрон резонанс ҳодисасини тушунтиринг.

5. Металларнинг диамагнит, парамагнит ва ферромагнит хоссаларини белгиловчи асосий омилларни айтинг.

6. Металлардаги термоэлектр ҳодисаларини изоҳлаб беринг.

7. Алюминий кристалли учун  $T=0$  К даги ферми энергиясини топинг. Ҳар бир алюминий атомига учта эркин электрон тугри келади деб олинсин.

8. Температураси  $T$  булган металлдаги электронлар билан тулиш эҳтимоллиги 0,2 ва 0,8 булган сатҳлар энергиялари фарқини топинг ( $kT$ -бирлигида).

9. Температураси  $18^\circ\text{C}$  булган металлдаги ферми энергиясидан 0,01 эВ пастдаги сатҳнинг тўлиш эҳтимоллигини топинг.

## XI БОБ

### ЯРИМ ҲТКАЗГИЧЛАР

Электр ўтказувчанлиги қиймати металллар ( $\sigma = 10^{10} \div 10^8 \text{ ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$ ) ва диэлектриклар ( $\sigma = 10^{-8} \div 10^{-12} \text{ ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$ ) орасида жойлашган моддаларни ярим ўтказгичлар деб аталади. Ярим ўтказгичларнинг яна бир муҳим фарқловчи хусусияти шундан иборатки, температура кўтарилиши билан уларнинг электр ўтказувчанлиги тез ортиб боради. Ушбу моддаларни дastлаб ўрганиш бошланганда киритилган юқоридаги таърифга ҳозирги кунда бир қатор аниқликлар қўшилган. Бу аниқликлар уларнинг энергетик зоналари тузилиши, заряд ташувчиларнинг хоссаларидан келиб чиқади.

Температуранинг етарлича катта оралиғида ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги экспоненциал ўзгаради:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-E_A/kT). \quad (11.1)$$

Бунда  $E_A$  ўтказувчанликни фаоллаш энергияси деб номланади ва электронни атомлар билан боғланишининг ўртача энергиясини билдиради. Ҳар қандай температурада иссиқлик ҳаракати энергияси таъсирида ярим ўтказгичдаги валент электронларнинг  $\exp(-E_A/kT)$  га пропорционал қисми эркин заряд ташувчилар бўлади. Ярим ўтказгичларнинг ўтказувчанлиги бошқа ташқи таъсирлар (масалан, ёруғлик оқими, зарралар оқими, киришмалар, электр майдон) натижасида ҳам, кўп ҳолларда, экспоненциал ўзгаради. Шунинг учун улар температурага, киришма миқдорига ва бошқа ташқи таъсирларга жуда сезгирдир. Ярим ўтказгичларнинг бу хоссасидан турли хил вазифаларни бажарувчи асбоблар, сезгир қурилмалар қилишда фойдаланилади.

## 11.1 Ярим ўтказгичларнинг турлари

Ярим ўтказгичларни қандай кимёвий элементлардан ташкил этилганига қараб тўрт турга ажратиш мумкин.

**Биринчи турга** элементлар даврий жадвалининг IV гуруҳ элементлари Ge ва Si лар киради. Бу элементлар тўрт валент электронга эга бўлиб, ковалент (атом) боғни кристалл панжараси ҳосил қилади. Улар бир элемент атомлардан тузилгани учун элементар (солда) ярим ўтказгичлар дейилади.

**Иккинчи тур** ярим ўтказгичларга даврий системанинг III гуруҳ элементлари (Al, Ga, In) билан V гуруҳ элементлари (P, As, Sb) нинг бирикмалари киради. Улар  $A^{III}B^V$  бирикмалар деб белгиланади (GaAs, InSb, GaP, InP ва бошқалар). III гуруҳ элементлари учта валент электронга, V гуруҳ элементлари эса беш валент электронга эга, шунинг учун  $A^{III}B^V$  қўринишдаги кимёвий элементда ўртача ҳар бир атом тўрт валент электронга эга бўлади. Уларни *олмоссимон ярим ўтказгичлар* деб аталади. Кристалл панжарасида ҳар бир атом қўшни атом билан тўрт валентли боғланишлар ҳосил қилади. Натижада олмос панжарасига ўхшаш кристалл панжараси ҳосил бўлади. Ушбу турдаги моддаларда ковалент боғланиш етакчи ўрин тутали, шунинг учун улар Ge ва Si га ўхшаш хоссаларни намоён қилади. Даврий жадвалнинг II ва VI гуруҳ элементлари бирикмаларида ҳам ўртача ҳар бир атомга тўртта электрон тўри келади (ZnTe, ZnSe, CdTe, CdS ва бошқалар). Лекин уларда ион боғланиш ковалент боғланишга нисбатан етакчи ўрин тутади.

**Учинчи тур** ярим ўтказгичларга даврий жадвалнинг V ва VI гуруҳларининг баъзи элементлари киради. Гуруҳдаги Se ва Te ларнинг ярим ўтказгичлик хоссалари Ge ва Si дан ҳам олдин аниқланган. V гуруҳ элементлари As, Sb ва Bi лар ярим металллар бўлиб, уларнинг кўп хоссалари ярим ўтказгичларга яқиндир.  $A^{IV}B^{VI}$  қўринишдаги моддалар (PbS, PbSe, SeTe, GeTe ва бошқалар) ҳам ўртача беш валент электронга эга. Бу моддалар ярим ўтказгичли инфрақизил нурлар қабуллагичида ишлатилади.

VI гуруҳ элементлари (Se, Te, S, O) нинг I-V-гуруҳ элементлари билан ҳосил қилинган кимёвий бирикмалари ичиди

кўп ярим ўтказгич моддалар мавжуд. Масалан,  $\text{CuO}$  бирикмаси тўғрилагичларда (купроксин тўғрилагич) ва термоэлемент сифатида қўлланилади. Бошқа кўп бирикмаларнинг хоссалари ҳали урганилмаган.

**Тўртинчи тур** ярим ўтказгичларига VI гуруҳ элементларининг ўтиш металлари ( $\text{Ti}$ ,  $\text{V}$ ,  $\text{Mn}$ ,  $\text{Fe}$ ,  $\text{Ni}$ ,  $\text{Sm}$ ,  $\text{Eu}$  ва бошқалар) билан ҳосил қилинган бирикмалар киради. Уларнинг бирикмаларида ион боғланиш устивор бўлиб, кўп бирикмалар магнит хоссаларга эгадир. Масалан,  $\text{EuO}$ ,  $\text{EuS}$ ,  $\text{CdCr}_2\text{Se}_4$  ярим ўтказгичлари ферромагнитлардир,  $\text{EuTe}$ ,  $\text{EuSe}$ ,  $\text{NiO}$  лар эса антиферромагнит хоссага эга. Бундай бирикмаларнинг баъзилари ( $\text{V}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ,  $\text{NiS}$ ,  $\text{Eu}_2\text{O}$  ва бошқалар) температура ва босим ўзгариши билан металл ҳолатига ўтиши мумкин.

## 11.2 Ярим ўтказгичларда хусусий ўтказувчанлик ва зоналар тузилиши

Бегона киришмалар йўқ тоза ҳолдаги ёки киришмалар хиссаси кам бўлган, ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги *хусусий ўтказувчанлик* деб номланади. Тоза ярим ўтказгич моддалар паст температурада электр токини ёмон ўтказишади. Бунга сабаб, уларда электроннинг энергетик зоналари тўлдирилиши диэлектриклардагига ўхшашлигидир.  $T=0\text{K}$  да ярим ўтказгичларда валент зонаси электронлар билан тўла тўлган бўлиб, унда юқориги зона ўтказувчанлик зонаси бўш бўлади (11.1- чизма).



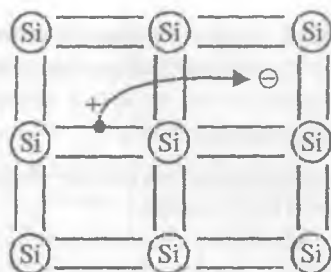
11.1- чизма. Ярим ўтказгичнинг энергия зоналари .

Етарлича паст температура-ларда ўтказувчан зона бўшлиғи учун ярим ўтказгич электр токини ўтказмайди. Температура кўтарилиши билан иссиқлик энергияси таъсирида валент зонадаги баъзи электронлар ўтказувчан зонага ўтиб олади. Валент зонада эса мусбат зарядли коваклар ҳосил бўлади. Металллардан фарқли ўлароқ, ярим ўтказгичларда заряд ташувчилар вазифасини электронлар ва коваклар ўтайди. Ҳақиқий кристаллда бу ҳодиса қуйидагича содир бўлади. Ковалент боғланиш ҳосил қилишда қатнашаётган электр-



тронлардан бири иссиқлик ҳаракати натижасида атомдан узилиб эркин электронга айланади (11.2- чизма).

Электрон етишмаётган боғланиш ҳаракатчан ковакдан иборат. Эркин электрон ҳам, эркин ковак ҳам кристал панжара бўйлаб кўчиб юриши мумкин. Кўшни боғдан электрон тортиб олиш натижасида мазкур жойда ковак йўқолади, лекин кўшни боғда ковак ҳосил бўлади. Бу ҳодиса ковакнинг кўчиб юришидир.



11.2- чизма. Эркин электрон ва ковакнинг пайдо булиши.

Узилган электронлар яна қайтиб ўзи ҳосил қилган ковакка тушса, эркин электрон ва ковак жуфти йўқолади, бунинг *рекомбинация* дейилади. Нолдан фарқли температураларда ярим ўтказгичларда албатта бундай коваклар ва ўтказувчанлик электронлари мавжуд бўлади ва улар электр токини ўтказа олади. Ярим ўтказгичларнинг бу хоссаси уларни диэлектриклардан фарқлайди. Диэлектрикларда нормал шароитда бундай заряд ташувчилар бўлмайди ёки жуда кам миқдорда ҳосил бўлади. Тоза ярим ўтказгичларда қанча ўтказувчанлик электронлари пайдо бўлса, шунча коваклар ҳосил бўлади. Мувозанатий ҳолатда ўтказувчанлик электронлари зичлигини  $n_0$ , ковакларникини  $p_0$  деб белгиласак, хусусий ўтказувчанлик учун

$$n_0 = p_0 = n_i \quad (11.2)$$

Бундан  $n_i$  — хусусий ярим ўтказгичдаги заряд ташувчилар зичлиги (intrinsic — хусусий).

Маълум бир температурадаги заряд ташувчилар миқдори тақиқланган зона кенглигига боғлиқ бўлади.  $E_g$  — қанча кичик бўлса, ўтказувчанлик электронлари сони шунча кўп бўлади.

Ge учун  $E_g = 0.67$  эВ, Si учун  $E_g = 1.14$  эВ ни ташкил қилади. Шунинг учун, масалан, хона температурасида ( $T = 300^\circ\text{K}$ ) Ge кристаллдаги ўтказувчанлик электронлари зичлиги Si никидан тахминан  $10^3$  марта катта.

Ярим ўтказгичларнинг тақиқланган зона кенглигини оптик усулда аниқлаш мумкин. Бунинг учун ярим ўтказгичларда ёруғлик нури ютилиш коэффициентини тўлқин узунлигига боғлиқлиги ўрғанилади. Фотон энергияси  $\hbar\omega < E_g$  бўлганда у деярли ютил-

майди, чунки унинг энергияси валент зонадаги электронларни ўтказувчанлик зонасига кўтариш учун етмайди.  $\hbar\omega \geq E_g$  бўлганда фотонларнинг ютилиши бошланади (11.3-чизма).

Кристаллда электрон ковак жуфти ҳосил бўлади. Электронларнинг ўтказувчанлик зонасига бундай ўтиш бевосита (яъни тўғри) ўтиш деб номланади. Баъзи ярим ўтказгичларнинг (масалан Ge, Si) зоналар тузилиши мураккаб бўлади. Уларнинг ўтказувчанлик зонасидаги электронлар учун энг кичик энергия ( $E_{\min}$ )га тўғри келувчи тўлқин вектор  $k_c$ , валент зонадаги ковакларнинг энг катта энергиясига мос келувчи тўлқин вектори ( $k=0$ ) билан мос келмайди (11.4-чизма).

Энди бевосита ўтиш учун ҳаракат миқдори сақланиш қонуни бажарилмайди. Лекин, бундай ўтишлар фонон ҳосил бўлиши билан амалга ошиши мумкин. Унда энергия сақланиш қонуни  $\hbar\omega_\phi = E_g + \hbar\omega_q$ . Импульснинг сақланиш қонуни эса

$$\bar{k}_\phi = \bar{k}_c + \bar{k}_q \quad (11.3)$$

кўринишда ёзилади.

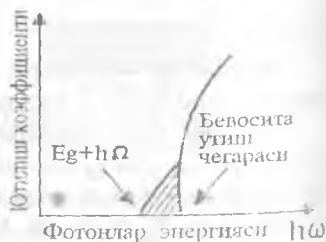
Бунда  $\omega_\phi$  ва  $k_\phi$  лар уйғотилган фотоннинг такрорийлиги ва тўлқин вектори. Ёруғлик таъсирида электронларнинг бундай ўтиши билвосита ўтиш деб номланади. Билвосита ўтишда ярим ўтказгичларнинг тақиқланган зона кенглигини тўғридан тўғри аниқлаб бўлмайди. Тақиқланган зона чегараси силжиган бўлади. Ярим ўтказгичда ютилган фотон эркин электрон ва ковак ҳосил қилади. Энергиянинг бир қисми эса  $\hbar\omega_q$  энергияли фонон ҳосил қилишга сарфланади. Баъзи ярим ўтказгичлар учун тақиқланган зона кенглиги 11.1-жадвалда



11.3-чизма. Ярим ўтказгичда ёруғлик ютилишига доир.



11.4-чизма. Тўғри ва нотўғри ўтишлар.



11.5-чизма. Бевосита ўтишлар чегараси.

қелтирилган  $d$  — ҳарфи билан бевосита ўтиш,  $i$  — ҳарфи билан бевосита ўтиш кузатилган ярим ўтказичлар белгиланган.

11.1-жадвал

X	Яримўтказич кристалли	Утиш тури	$E_g$ , ЭВ		№	Яримўтказич кристалли	Утиш тури	$E_g$ , ЭВ	
			0 К	300 К				0 К	300 К
1	Si	i	1.17	1.14	9	Te	d	0.33	—
2	Ga	i	0.74	0.67	10	PbS	d	0.29	0.35
3	InSb	d	0.23	0.18	11	PbSe	d	0.17	0.27
4	InAs	d	0.36	0.35	12	PbTe	d	0.19	0.1
5	InP	d	1.39	1.35	13	CdS	d	2.58	2.42
6	GaP	i	2.35	2.26	14	CdSe	d	1.84	1.74
7	CdAs	d	1.52	1.43	15	CdTe	d	1.61	1.35
8	AlSb	i	1.65	1.52	16	SnTe	d	0.3	0.18

### 11.3. Эффективли масса

Эркин электроннинг энергияси  $E$  унинг импульси билан қуйидагича боғланган,

$$E(p) = \frac{p^2}{2m}, \quad (11.4)$$

$m$  — электроннинг тинчликдаги массаси. Лекин электронлар ва бошқа элементар зарралар, квант механикасида кўрсатилганидек, икки ёқлама табиатга эгадир. Мазкур зарралар ўзини ( $\lambda$  — тўлқин узунлигига эга бўлган) тўлқин сингари тугади (корпускуляр-тўлқин дуализми). Ҳар бир заррага

$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$  тўлқин векторини мос қўйишимиз мумкин. Унда электронларнинг импульси

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (11.5)$$

бўлади. Электрон кристалл панжараси ичида ҳаракатланганда унинг ҳаракат тезлиги  $\vec{v}$  тўлқин пакетининг гуруҳий тезлигига тенг деб олинади:

$$\vec{v} = \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \quad (11.6)$$

Электрон ташқи электр майдон таъсирида тезланиш олади. Унда унинг тезланиши

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \right) = \frac{1}{\hbar} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial \vec{k} \partial t} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial^2 E}{\partial \vec{k}^2} \cdot \frac{d\vec{k}}{dt} \quad (11.7)$$

Бу ифодадаги  $(\frac{dk}{dt})$  ни  $(\frac{d\bar{p}}{h \cdot dt})$  га алмаштиришимиз мумкин, у ҳолда

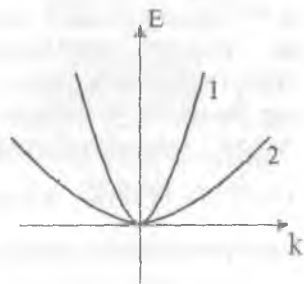
$$\bar{a} = \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot \bar{F}. \quad (11.8)$$

Бунда  $\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}$  электронга таъсир қилувчи умумий куч.

Охирги муносабатдаги  $\bar{F}$  кучнинг олдидаги кўпайтувчи тескари масса маъносини аниқлатади.

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial k^2}. \quad (11.9)$$

Ушбу масса электроннинг ҳақиқий гравитацион массаси ( $m_e$ ) га тенг бўлиши ҳам, тенг бўлмаслиги ҳам мумкин.  $m^*$  — электроннинг кристалл панжарадаги ҳаракатининг *эффективли массаси* деб номланади. Кристалл панжараси бўлмаганда ҳамма электронлар бирор  $\bar{E}$  ташқи электр майдон таъсирида бир хил тезланиш олган бўлар эди. Ўша  $\bar{E}$  майдон турли кристалл жисмларда ҳосил қилинганда ундаги электронлар ўзларини массалари турлича бўлган зарралардек тутати. Демак, эффективли масса бу электронларнинг кристалл панжараси билан таъсирлашувчи хоссаларидан келиб чиқувчи катталиқ экан. Коваклар ҳам ҳеч қандай гравитацион массага эга эмас. Аслида улар кристалл панжарасидаги атомлар атрофидаги мусбат заряди кўпроқ бўлган соҳалардир. Шунга қарамасдан, ташқи электр майдон таъсирида коваклар ўзларини маълум бир  $m^*$  эффектив массага эга бўлган заррадек тутати. Эффективли массанинг ажойиб хоссаларидан бири шундан иборатки, у мусбат ва манфий қийматга эга бўлиши мумкин. Манфий эффективли массали электрон ташқи электр майдон таъсирида секинлашади. Бунда электроннинг панжара билан эластик тўқнашиш натижасида олган тескари импульси электр майдон таъсирида олган импульсдан катта бўлади. Натижада электроннинг уму-

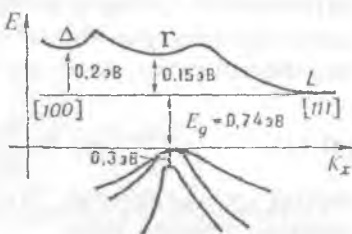


11.6- чизма. Рухсат этилган зона тармоқлари.

мий дрейф тезлиги камайиб боради. Эффективли масса  $E(\bar{k})$  функциянинг кўринишига боғлиқ. Агар  $E(k)$  тез ўзгарувчи функция бўлса, унга мос келувчи эффективли масса кичик бўлади.  $E(\bar{k})$  секин ўзгарса (11.6- чизма, 2), у ҳолда заряд ташувчиларнинг эффектив массаси катта бўлади. Монокристалларнинг зоналари тузилиши кристалл панжарасидаги йўналишига боғлиқ бўлади. Бу ўз навбатида эффективли массанинг анизотропиясини келтириб чиқаради, яъни заряд ташувчиларнинг эффективли массаси турли кристаллографик йўналишларда турлича бўлади. У ҳолда (11.9) ифода қуйидагича кўринишда ёзилади:

$$\frac{1}{m_{ij}} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \quad (11.10)$$

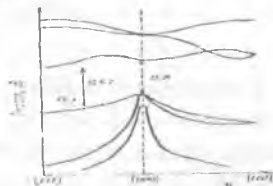
Бунда  $i, j$  лар 1, 2, 3 қийматларни қабул қилади. 11.7-чизмада тоза германийнинг (Ge) зона тузилиши келтирилган.  $E(k)$  графигидан кўриниб турибдики, Ge да учта энергетик минимум бўлиб, улар  $\Delta, \Gamma$  ва  $L$  ҳарфлари билан белгиланган. Тақиқланган зона кенглиги  $E_g$  энг кичик бўлган энергетик минимум бўлиб, унда  $E_g=0,74$  эВ ни ташкил этади. Бу минимум кристаллда  $[111]$  йўналишдаги Бриллюэн зонаси яқинида жойлашган.  $[100]$  йўналишдаги  $\Delta$  минимум учун  $E_g=0$  эВ ни ташкил этади. Бу икки йўналишларда заряд ташувчиларнинг эффективли массаси ҳам турлича бўлади.



11.7- чизма. Германийда энергия зоналари тузилиши.

#### 11.4. Хусусий ярим ўтказгичларда электронлар ва коваклар зичлиги

Ярим ўтказгичлардаги заряд ташувчилар зичлиги  $E_g$  ва  $T$  га боғлиқлигини кўриб чиқамиз. Бунинг учун  $T$  температурада валент зонадан ўтказувчанлик зонасига ўтиб олган электронлар сонининг кимёвий потенциал  $\mu$



11.8- чизма. Изотроп ярим ўтказгичнинг зоналар диаграммаси.

(ёки Ферми энергияси сатҳи  $E_F$ ) га боғлиқлигини топамиз. Изотроп ярим ўтказгич валент зонаси шипини  $E_v = 0$  деб оламиз (11.8- чизма).

Ўтказувчанлик зонасида  $E$  қийматли энергияга эга бўлган электрон учун

$$E = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*} \quad (11.11)$$

муносабат ўринли бўлсин.

Ўтказувчанлик зонасидаги электронлар учун  $(E - \mu) \gg kT$ , у ҳолда электронларнинг Ферми Дирак тақсимоти

$$f_n = \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right). \quad (11.12)$$

қурилишида ёзиб олишимиз мумкин. Бунда  $f_n - E$  энергияли сатҳнинг электрон билан банд эканлигининг эҳтимоллиги,  $E_F$  эса Ферми сатҳи, ҳолатлар зичлиги учун

$$g(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right) \cdot (E - E_g)^{\frac{1}{2}} dE. \quad (11.13)$$

ифода ўринли бўлади. Ўтказувчанлик зонада жойлашган электронлар зичлиги учун

$$n = \int_{E_g}^{\infty} g(E) \cdot f_n(E) dE = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right) \quad (11.14)$$

$$\int_{E_g}^{\infty} (E - E_g)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE$$

Интеграл олингандан сўнг:

$$n = 2 \left(\frac{m_n^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{E_F - E_g}{kT}\right). \quad (11.15)$$

Юқоридаги ифода ўтказувчанлик зонадаги электронлар зичлигининг  $T$  ва  $E_g$  га боғланишини кўрсатади. Агар  $E_F$  маълум бўлса, уни ихтиёрий  $T$  ва  $E_g$  лар учун ҳисоблаб топиш мумкин. Энди ҳудди шу тартибда ярим ўтказгичлардаги коваклар зичлиги  $p$  нинг  $T$  ва  $E_g$  га боғланишини аниқлаймиз. Ко-

вакларнинг тақсимот функцияси электронларнинг тақсимот функцияси  $f_p$  билан қуйидагича боғланган:

$$f_p = 1 - f_n. \quad (11.16)$$

У ҳолда

$$f_p = 1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right) + 1} = \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right). \quad (11.17)$$

$m_p^*$  — ковакнинг валент зонаси шипидаги эффективли масса-си. Коваклар учун ҳолат зичлиги,

$$g_p(E) dE = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_p^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} (-E)^{\frac{1}{2}} dE \quad (11.18)$$

коваклар зичлиги эса,

$$p = \int_0^{\infty} g_p(E) f_p(E) dE = 2 \left(\frac{m_p^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_F}{kT}\right) \quad (11.19)$$

(11.15) ва (11.19) ифодаларни бир бирига кўпайтирамиз,

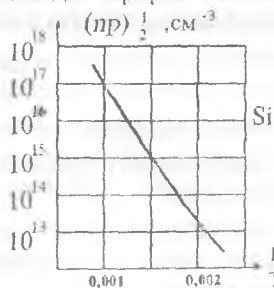
$$np = 4 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar}\right)^3 (m_n^* m_p^*)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = n_i^2 \quad (11.20)$$

бу ифода мувозанатий ҳолат учун ўринли бўлиб, ҳаракатдаги массалар қонуни деб номланади.

Ушбу муносабат хусусий бўлмаган ярим ўтказгичлар учун ҳам ўринли, чунки биз ҳали хусусийлик тўғрисида бирор тахмин кiritмадик. Ифоданинг яна бир қулайлиги шундан иборатки, унда  $E_F$  нинг қиймати қатнашмайди. Хусусий ўтказувчанлик учун ифода қуйидаги кўринишга келади.

$$n_i = p_i = 2 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar}\right)^{\frac{3}{2}} (m_n^* m_p^*)^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right). \quad (11.21)$$

Кремний учун (11.21) ифода ёрдамида ҳисобланган  $(np)^{1/2}$  нинг  $T$  га боғланиши 11.9- чизмада келтирилган (узлуксиз чизиқ).



11.9- чизма. Хусусий ярим ўтказгичда  $(np)^{1/2}$  нинг температура  $T$  га боғланиши.

Графикдаги нуқталар тажрибада улчанган қийматлар.  $T=300\text{K}$  да кремний учун  $n_p=4,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-6}$ , германий учун эса  $n_p=3,6 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-6}$ . Ҳисоб-китобларда  $m_n^*=m_p^*=m_e$  деб олинган.

Хусусий ўтказувчанлик учун  $p=n$ , шунинг учун (11.15) ва (11.19) ифодаларни тенглаб

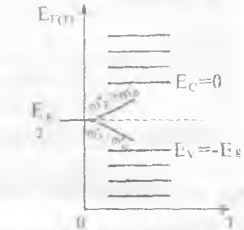
$$\exp\left(\frac{2E_F}{kT}\right) = \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{E_g}{kT}\right) \quad (11.22)$$

ни ҳосил қиламиз. Охириги натижани логарифмлаб  $E_F$  га нисбатан ечамиз:

$$E_F = (1/2)E_g + (3/4)kT \ln(m_p^*/m_n^*) \quad (11.23)$$

Агар  $m_n^*=m_p^*$  ва  $T=0^\circ\text{K}$  бўлса,  $E_F=(1/2)E_g$ , температура ортиши билан, агар  $m_p^*/m_n^* > 1$  бўлса, Ферми сатҳи кўтарилади,  $m_p^*/m_n^* < 1$  бўлса, у пасаяди (11.10- чизма).

Агар  $E_c = 0$  деб олинса,  $E_g$  олдидаги ишора ўзгаради.



11.10- чизма. Хусусий ярим ўтказувчида Ферми сатҳи  $E_F(T)$ .

### 11.5. Заряд ташувчилар ҳаракатчанлиги

Заряд ташувчилар ҳаракатчанлиги деб уларнинг дрейф тезлигини электр майдон кучланганлигига нисбатига айтилади.

$$\mu_n = \frac{|v_n|}{E} \quad (11.24)$$

Унинг ишораси электронлар ва коваклар учун бир хил бўлади. Тоza ярим ўтказгичларда ҳаракатчанликнинг қийматини электронларнинг фононлар билан тўқнашувни аниқлайди. Электр ўтказувчанлик иккита ташкил этувчидан иборат бўлади:

$$\sigma = (ne\mu_n + pe\mu_p). \quad (11.25)$$

Ушбу ифодани  $\sigma = ne^2\tau/m$  билан таққосласак, электрон ва ковакларнинг ҳаракатчанлиги учун қуйидаги муносабатларни топамиз:

$$\mu_n = \frac{e\tau_n}{m_n}; \quad \mu_p = \frac{e\tau_p}{m_p}. \quad (11.26)$$

11.2.-жадвалда баъзи бир ярим ўтказгичлар учун хона температурасидаги ҳаракатчанлиги келтирилган.



Кристалл номи	Харакатчанлик, см <sup>2</sup> /В сек	
	$\mu_n$	$\mu_p$
1. Oлмос	1800	1200
2. Si	1300	500
3. Ge	4500	3500
4. InSb	77000	750
5. InAs	33000	460
6. InP	4600	150
7. GaSb	4000	1400
8. PbS	550	600
9. PbSb	1020	930
11. PbTe	1620	750
11. AgCl	50	-
12. KBr (100°K)	100	-

### 11.6. Ярим ўтказгичда киришмалар

Ярим ўтказгич кристалл панжарасига ёт атомларнинг муайян миқдорда кириб қолиши натижасида киришмали ярим ўтказгич ҳосил бўлади. Жуда кам миқдордаги киришмалар ҳам ярим ўтказгичларнинг физик хоссасига катта таъсир кўрсатади. Масалан, тоза кремний кристаллига 0,00001% Бор атомлари киритилганда унинг электр ўтказувчанлиги хона температурасида 100000 марта ошиб кетади.

Кристалл панжарасидаги киришмалар одатда нуқсон ҳисобланади. Агар киришма кристалл панжарасидаги асосий элемент ўрнини эгаллаб олган бўлса уни ўринбосар *қаттиқ эритма дейилади*. Киришма кристалл панжарасидаги атомлар орасига кириб қолган бўлса *суқилма қаттиқ эритма* деб аталади. Киришма ва асосий модда эффектив атом радиуслари орасидаги фарқ 15% дан ошмаган ҳолларда ўринбосар киришмалар ҳосил бўлади. Ундан ташқари киришма валентлигининг асосий атом валентлигидан фарқи  $\pm 1$  дан ошмаслиги лозим. Суқилма киришма ҳосил бўлиши учун эса киришма атомнинг эффектив радиуси  $r_{kp} \leq 0.59r_a$  бўлиши керак ( $r_a$  - асосий атомларнинг эффектив радиуси). Киришмалар панжара даврийлигини бузади, тақиқланган зонада маҳаллий сатҳлар ҳосил қилади. Кўп ҳолларда маълум бир параметрли ярим ўтказгич ҳосил қилиш учун атайлаб киришмалар киритилали, буни ярим ўтказгичларни *легирлаш* деб аталади. Киришма ҳосил қилган маҳаллий сатҳ

ўтказувчанлик ёки валент зонасига яқин жойлашган бўлса *саёз сатҳ* деб номланади (11.11-чизма). Агар маҳаллий сатҳлар таққиданган зона ўртасига яқин жойлашган бўлса *чуқур сатҳ* дейилади.

Ионланиш жараёнида ўтказувчан зонага қўшимча электрон берувчи киришма *донор киришма* деб аталади. Мисол тариқасида кремний кристаллига кириб қолган маргумуш (*As*) атомни кўриб чиқайлик (11.12- чизма). Ушбу атом бешта валент электронга эга бўлиб, улардан тўрттаси кремний атоми билан ковалент боғ ҳосил қилишда қатнашади.

Бешинчи валент электрон эса унга заиф боғланган ҳолда бўлади. Бу электронларнинг атомга боғланиш энергиясини топиш учун уни водороденмон атом деб қаранмиз мумкин. Эркин *As* атомида

$$E_i = -\frac{m_0 e^4}{2\hbar^2} \quad (11.27)$$

Д.электрик сингдирувчанлиги  $\epsilon$  бўлган кремний кристаллида бу энергия  $\epsilon^2$  марта кичраяди.

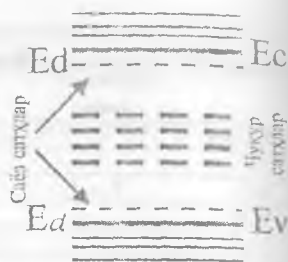
$$E_d = -\frac{m_n^* e^4}{2\hbar \epsilon^2} \quad (11.28)$$

Бундан  $m_n^*$  — кристалдаги электроннинг эффе́ктив массаси,  $m_0$  эркин электрон массаси. У ҳолда

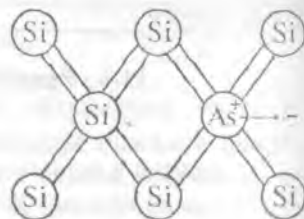
$$E_d = E_i \frac{m_n^*}{\epsilon^2 m_0} \quad (11.29)$$

Кремний учун  $\epsilon = 11.7$ ,  $\frac{m_n^*}{m_0} = 1$  ва *As* учун  $E_i = 10.4$  эВ эканлигини ҳисобга олсак,  $E_d$  нинг эВ улушларига тенг бўлган кичик қийматга эгаллигини аниқдаймиз. Демак, кри-

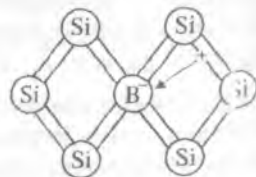
сталлнинг ўртача энергиясига яқин жойлашган бўлса *саёз сатҳ* деб номланади (11.11-чизма). Агар маҳаллий сатҳлар таққиданган зона ўртасига яқин жойлашган бўлса *чуқур сатҳ* дейилади.



11.11- чизма. Саёз ва чуқур сатҳлар.



11.12- чизма. Донор киришма ўзидан электронни бушатади.



11.13- чизма. Акцептор киришма устига электронни олади

сталл панжарадаги маргумуш атомининг бешинчи валент электронини узиб олиш учун жуда кичик энергия кифоя экан. Дарҳақиқат, маргумиш тақиқланган зонада ўтказувчанлик зонасига яқин бўлган донор сатҳ  $E_d$  ҳосил қилади (11.13- чизма). Нормал шароитдаги температурада бу сатҳдаги электрон ўтказувчанлик зонасига ўтиб кетган бўлади. Нагижада киришмали кремний кристаллида ўтказувчан электронлар сони кўпайиб кетади. Бундай ярим ўтказгичлар  $n$  — *тур ярим ўтказгич* деб аталади.  $n$  — турдаги ярим ўтказгичларда ўтказувчан электронлар сони соф ярим ўтказгичникидан кўп бўлади.

Энди Бор (В) атомлари киритилган кремний кристаллини кўриб чиқамиз. Бор атоми уч валентли бўлиб кремний атомлари билан ковалент бог ҳосил қилиш учун бир электрон етишмайди. Бу электронни Бор атоми қўшни кремний атомидан тортиб олиши мумкин. Бунинг учун  $E_a$  энергия керак бўлади. Юқоридаги мулоҳазаларни қайтариб  $E_a$  учун ҳам (11.28) га ухшаш ифода ҳосил қилишимиз мумкин.  $E_a$  нинг қиймати хона температураларида 0,1 эВ га яқиндир. Бу энергия сатҳи валент зона яқинида жойлашган бўлиб *акцептор сатҳ* деб номланади. Акцептор киришмали ярим ўтказгичларда тоза ярим ўтказгичга нисбатан коваклар сони кўп бўлади. Бундай ярим ўтказгичларни ковак ўтказувчанли ёки  $p$  — *тур ярим ўтказгичлар* дейилади.

Киришма атомларининг миқдорини ошириб борсак улар кристалл панжарасида бир-бирига яқин келиб қолади, натижада уларнинг электрон тўлқин функциялари устма-уст тушиб кристалл панжарасида *киришмавий зона* ҳосил қилади. Киришма атомларининг зичлиги

$$N_k = 2,2 \cdot 10^{24} \left( \frac{m}{m_0 \epsilon} \right)^3. \quad (11.30)$$

бўлгандан бошлаб киришмавий зона ҳосил була бошлайди.  $n$ -тур ўтказувчанликка эга бўлган кремний учун  $N_k \approx 10^{19} \text{cm}^{-3}$  ни ташкил этади. Киришмавий зона ҳосил қилувчи ярим ўтказгичлар *кучли легирланган ярим ўтказгичлар* деб аталади.

Баъзи киришмалар бир неча сатҳлар ҳосил қилади, уларнинг баъзилари донор, бошқалари акцептор булиши мумкин. Бундай киришмалар *амфотер киришмалар* деб аталади.

Ярим ўтказгичдаги киришма сатҳлари ундаги жуда кўп ва турли туман жараёнларда муҳим урин тутади. Ҳозирги замон

электроникаси учун ярим ўтказгичларга киришмалар киритиш билан улар параметрини керакли томонга ўзгартириш муҳим масалалардан биридир.

### 11.7. Компенсирланган ярим ўтказгичлар

Ярим ўтказгич маълум бир киришмалар киритиш натижа-сида улардаги заряд ташувчиларнинг тула зичлиги  $n+p$  ни ка-майтиришимиз мумкин. Бундай камайтириш усули *компенсир-лаш* деб номланади, ярим ўтказгични эса *компенсирланган ярим ўтказгич* дейилади. Компенсирлаш ёрдамида ярим ўтказгич параметрларини керакли томонга ўзгартириш ҳозирги пайтда долзарб муаммолардан бирига айланиб қолади. Керакли хосса-га эга бўлган янги тур ярим ўтказгич модда ҳосил қилишга нисбатан легирлаш ёрдамида унинг хоссаларини ўзгартириш анча арзон ва тездир. Компенсирланган ярим ўтказгич хосса-лари компенсирлаш даражаси ( $K$ ) дан ташқари, компенсир-ловчи марказлар табиатига ҳам кучли боғланган. Шунинг учун ҳозир компенсирланган ярим ўтказгичларни уч турга ажратиш мумкин.

1. Кучли легирланган компенсирланган ярим ўтказгичлар (КЛК). Бундай ярим ўтказгичларда компенсирловчи марказ сифатида бир зарядли саёз сатҳ ҳосил қилувчи киришмалар олинади.

2. Юқори энергияли зарралар оқими билан нурланган ярим ўтказгичлар. Компенсирловчи марказ сифатида турли чуқур сатҳли радиацион марказлар ва катта ҳажмли нуқсонлар (масала-н, тартибсизланган қисмлар (ТК)) муҳим ўрин эгаллайди.

3. Чуқур энергетик сатҳ ҳосил қилувчи киришмалар билан компенсирланган ярим ўтказгичлар. Бундай ярим ўтказгичларда катта амплитудали флукуацион потенциаллар ва тартибсизланган қисмлар бўлмайди.

### 11.8. Айниган ярим ўтказгич

Квант механикасида айтиш деб системани турли (бир не-ча) ҳолатларига бирор физик катталиқнинг (масалан, энергия-нинг) битта қиймати мос келишига айтилади. Ярим ўтказгичларда ўтказувчан электронлар ва коваклар зичлиги етарлича катта бўлганда айтиш кузатилади. Бунда ярим ўтказгичлар айтиган ярим ўтказгичлар деб номланади. Айти-

ган ярим ўтказгичларда заряд ташувчилар Ферми-Дирак тақсимотига бўйсунди.  $n$  — турдаги айниган ярим ўтказгичларда Ферми сатҳи ( $E_F$ ) ўтказувчанлик зонасида жойлашади,  $p$  — турдаги айниган ярим ўтказгичда эса  $E_F$  валент зонада жойлашган бўлади.

$n$  — турдаги ярим ўтказгич учун бу шартни

$$\exp\left(-\frac{E_F}{kT}\right) \ll 1 \text{ ёки } E_F > 0 \quad (11.31)$$

қурилишида ёзишимиз мумкин,  $p$ -тур учун эса,

$$\exp\left[\frac{(E_g + E_F)}{kT}\right] \ll 1 \text{ ва } E_F < -E_g \quad (11.32)$$

бўлади. Сферик энергия зонасига эга бўлган изотроп  $n$  — тур ярим ўтказгич учун

$$n \approx \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{E_F}{kT}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad (11.33)$$

ифода ўринли бўлади.

### 11.9. Айнимаган ярим ўтказгич

Ўтказувчан электронлар ва коваклар зичлиги етарлича кичик бўлган ярим ўтказгичларни айнимаган ярим ўтказгичлар деб номланади. Айнимаган ярим ўтказгичдаги заряд ташувчилар Максвелл-Болцман тақсимотига бўйсунди. Айнимаганлик шарти ( $E_c=0$ )

$$\exp\left(-\frac{E_F}{kT}\right) \gg 1 \quad (11.34)$$

қурилишида ёзилади. Бунда Ферми энергияси  $E_F$  тақиқланган зона ичида бўлади. Мувозанитий ҳолатдаги электронлар ва коваклар зичлиги учун қуйидаги ифодалар ҳосил қилишимиз мумкин:

$$n_0 = N_c \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right), \quad (11.35)$$

$$p_0 = N_v \exp\left(-\frac{E_g + E_F}{kT}\right), \quad (11.36)$$

$$n_0 p_0 = n_i^2 \quad (11.37)$$

Бунда  $N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$  ва  $N_v = 2 \left( \frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$  лар электрон

ва коваклар учун ҳолатларнинг эффектив зичлиги деб номланади.

### 11.10 Ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги

Изотроп ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги учун (11.24) ифодани ҳосил қилган эдик. Хусусий ўтказувчанликда ушбу ифода қуйидаги кўринишга келади,

$$\sigma_i = (\mu_n + \mu_p) e n_i \quad (11.38)$$

(11.21) дан фойдаланиб

$$\sigma_i = 2e(\mu_n + \mu_p) \left( \frac{kT}{2\pi h^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_e^* m_h^*)^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \quad (11.39)$$

муносабатини оламыз. Кўриниб турибдики, олинган натижа металлларнинг ўтказувчанлигидан катта фарқ қилади. Ярим ўтказгичларнинг ўтказувчанлиги температура ортиши билан экспоненциал ортиб боради. Бундан ташқари ўтказувчанлик электронлар ва ковакларнинг ҳаракатчанлигига ва эффектив массаларига боғлиқ. Тақиқланган зона кенлиги  $E_g$  ярим ўтказгичларнинг ўтказувчанлигини белгиловчи муҳим омиллардан ҳисобланади. Киришмали ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги кўп омилларга боғлиқ ва мураккаб булганлиги учун бу ерда кўриб ўтмаймиз. Хусусий ўтказувчанликнинг температурага боғланиши заряд ташувчилар ҳаракатчанлигининг температурага боғланишидан келиб чиқади. Ҳаракатчанлик ўз навбатида (11.25) га мувофиқ, заряд ташувчиларнинг релаксация вақтлари  $\tau_p$  ва  $\tau_n$  ларга боғлиқ бўлади.

Релаксация вақти заряд ташувчиларнинг кристалл панжарасидаги сочилиш турига қараб температурага турлича боғланган. Ҳаракатчанлик ҳам мос ҳолда температурага турлича боғланади. 11.3-жадвалда  $\mu(T)$  ни сочилиш турига қараб температурага боғланиши келтирилган.

Сочилиш тури	$\mu(T)$
1. Акустик тебранишлар	$T^{-3/2}$
2. Оптик тебранишлар (юқори $T$ лар соҳаси)	$T^{-1/2}$
3. Оптик тебранишлар (паст $T$ лар соҳаси)	$\exp(hw_0/kT)$
4. Киришма ионлари	$T^{3/2}$
5. Дислокациялар	$T^{-1/2}$

(11.39) дан кўриниб турибдики,

$$\sigma \sim T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

кўринишда температурага боғлиқ,

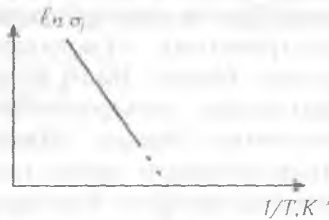
$T^{\frac{3}{2}}$  функция экспонентага нисбатан секин ўзгаргани учун бу боғлиқликни кўрсаткичли деб олишимиз мумкин. (11.14-чизма).

Киришмали ярим ўтказгичлар учун бундай график уч қисмдан иборат бўлади (11.15- чизма). Паст температуралардан бошлаб киришма атомлари тўлиқ ионлашиб бўлгунча электр ўтказувчанлик

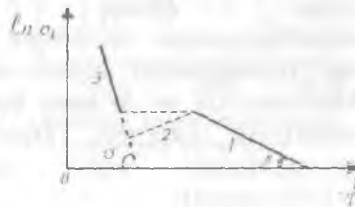
$\exp\left(-\frac{E_i}{2kT}\right)$  қонун бўйича ўзгаради.

Бунда  $n$  — тур ярим ўтказгичдаги донорлар ўз электронларини валент зонага узатади. Агар ярим ўтказгич  $p$  — тур бўлса акцептор киришмалар валент зонадан ўзига электронларни тортиб олади. (11.15- чизма).

$\sigma(T)$  графикнинг иккинчи қисмида (11.15- чизма, б), киришмалар тўла ионлашган бўлади. (Яъни  $n_0=N_d$  ёки  $p_0=N_a$ ). Бунда зонадаги заряд ташувчилар зичлиги ўзгармайди.  $\sigma(T)$  нинг ўзгариши тўлиқ  $\mu(T)$  га боғлиқ бўлади. Температуранинг бу интервалида  $\mu(T)$  камайса  $\sigma(T)$  ҳам камаяди,  $\mu(T)$  ошса  $\sigma(T)$  ҳам ортади. Температура яна ортиб бориши билан ярим ўтказгич атомларининг ўтказувчанлик зонасига ўтаётган электронлар зичлиги (ёки валент зонасидаги коваклар зичлиги) киришмалар



11.14- чизма. Хусусий электр ўтказувчанлик.



11.15- чизма. Киришмавий электр ўтказувчанлик.

ҳосил қилган заряд ташувчилар зичлигига тенглашади ва улардан ортиб кетади, натижада хусусий ўтказувчанлик етакчи рол уйнайди (11.15- чизма, с). Бунда  $\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$  қонунияти ўринли бўлади. Бу ифодалар киришмалар зичлиги унча катта бўлмаган ҳоллар учун ўринлидир.

### 11.11. Ярим ўтказгичларда циклотрон резонанс

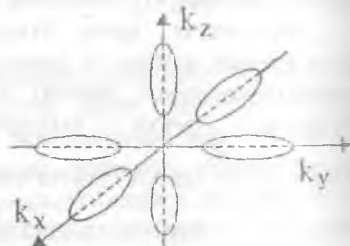
Металларда циклотрон резонанс ҳодисаси металл сиртига яқин бўлган электронларда кузатилади. Чунки скин-эффект электромагнит тўлқинларни металл ичкарасига киришга ҳалақит беради. Ярим ўтказгичларда эса барча заряд ташувчилар ташқи электромагнит тўлқиннинг ўзгарувчан майдони таъсирини бўлади. Циклотрон резонанс ёрдамида ярим ўтказгичлардаги заряд ташувчиларнинг эффектив массасини аниқлаш мумкин. Монокристалл ярим ўтказгичларда эффектив масса қиймати йўналишга боғлиқ бўлади.

Ярим ўтказгичларда турли йўналишлардаги эффектив массалар фарқи 10 мартадан ҳам кўп бўлиши мумкин. Эффектив массалар фарқи ярим ўтказгичларнинг энергетик зоналар тузилишидан келиб чиқади. Масалан, Ge ва Si учун бир хил энергияли сиртлар ( $E(p)=const$ ) эллипсоидлар ҳосил қилади. (11.16- чизма).

Улар учун энергияни

$$E(p) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_{\perp}} + \frac{p_z^2}{2m_{\parallel}} \quad (11.40)$$

кўринишида ёзишимиз мумкин. Кремний монокристаллидаги  $\{100\}$  йўналиши эллипсоиднинг симметрия ўқига мос тушади. Бу йўналишдаги эффектив масса  $m_{\parallel}$  билан белгиланган, унга кўндаланган икки йўналишда эффективли массалар тенг бўлиб, улар  $m_{\perp}$  кўринишида ёзилган. Агар ташқаридан қўйилган доимий магнитик майдон  $B$  йўналиши эллипсоидда ўқига параллел бўлса, заряд ташувчилар бу магнит майдонда



11.16- чизма. Кремний учун тенг энергияли сиртлар — эллипсоидлар бўлади.



$$\omega_{\perp} = \frac{eB}{m_{\perp}} \quad (11.41)$$

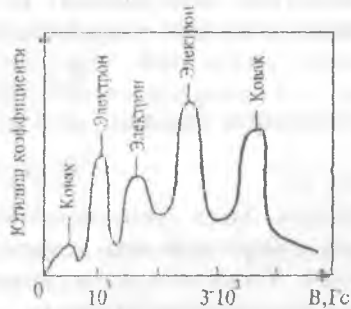
такрорийлик билан айлана бонлайдилар. Майдон йўналиши эллипсоид ўқиға тик бўлса,

$$\omega_{\parallel} = \frac{eB}{m_{\parallel}} \quad (11.42)$$

Агар магнит майдон эллипсоид ўқи билан  $\theta$  бурчак ҳосил қилса, циклотрон резонанс ёрдамида аниқланган эффектли масса учун

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)^2 = \frac{\cos^2 \theta}{m_{\perp}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{m_{\parallel} m_{\parallel}} \quad (11.43)$$

муносабат ўринли бўлади. Ge монокристалли учун циклотрон резонанс ютилиши (11.17) чизмада келтирилган. Бунда магнит майдон йўналиши  $[100]$  билан  $60^\circ$  ҳосил қилади. Ташқаридан тушаётган электромагнит тўлқин такрорийлиги  $\sim 24$  Гц атрофида, температура  $T=4$ К. Ютилиши юқори бўлган чўққилар икки хил эффектив массали ковак ва уч хил эффектив массали электронлар бор эканлигини кўрсатади.



11.17- чизма. Ярим ўтказгичларда циклотрон резонанс.

Ҳар бир эффектив масса ташқи майдонға маълум бир бурчак остида йўналган эллипсоид энергетик зонаға мос келади. Ушбу тажрибалардан Ge учун  $m_{\perp}=0.082 m_0$  ва  $m_{\parallel}=1.59 m_0$  эканлиги аниқланган. Бунда  $m_0$  — электроннинг гравитацион массаси, Si учун эса  $m_{\perp}=1.19 m_0$  ва  $m_{\parallel}=0.98 m_0$  ни ташкил этади. Ge ва Si ларнинг валент зоналари чети мураккаб кўринишиға эға. Тажрибалар у ерда икки хил массали коваклар борлигини кўрсатади.

Улар енгил ва оғир эффектив массали коваклар деб номланган. 11.4-жадвалда баъзи ярим ўтказгич монокристаллари учун электрон ва ковакларнинг нисбий эффектив массалари келтирилган.

Кристал номи	Тақиқланган зона кенглиги Ег, эВ	Электроннинг эф- фектли массаси ( $m^*_n/m_0$ )	Оғир ковакнинг эффектли массаси ( $m^*_p/m_0$ )	Енгил ковакнинг эффектли масса- си ( $m^*_p/m_0$ )
InSb	0,23	0,0155	0,4	0,016
InAs	0,36	0,024	0,41	0,026
GaSb	0,81	0,042	-	0,052
GaAs	1,52	0,07	0,68	0,07

Электронларнинг ва енгил ковакларнинг эффективли массалари тақиқланган зона кенгайишига пропорционал ҳолда ортиб боради. Ушбу эффективли массалар Бриллюэн зонасининг марказидаги ( $k=0$ ) қийматга мос келади.

### 11.12. Ярим ўтказгичларда Холл ҳодисаси

Холл ҳодисасининг таърифини  $X$  бобда келтириб ўтган эдик. Ярим ўтказгичларда Холл ҳодисаси ёрдамида заряд ташувчилар зичлигини аниқлашимиз мумкин. Металллардан фарқли ўлароқ ярим ўтказгич  $n$  – тур бўлса Холл коэффициентини

$$R_n = -A_n / en; \quad (A_n = 1 \div 2) \quad (11.44)$$

кўринишда ёзилади, агар  $p$ –тур ярим ўтказгич бўлса

$$R_p = A_p / ep; \quad (A_p = 1 \div 2) \quad (11.45)$$

булади. Холл доимийсининг ишораси асосий заряд ташувчилар ишорасига мос келади. Демак, Холл ҳодисаси ёрдамида ярим ўтказгичлардаги асосий заряд ташувчилар ишорасини ҳам аниқлашимиз мумкин.

$$\mu_H \cong R_n | \sigma_n = A \mu_n \quad (11.46)$$

катталиқ Холл ҳаракатчанлиги деб аталади. У дрейф ҳаракатчанлиқ –  $\mu_n$  дан фарқ қилади.  $A_n$ ,  $A_p$  ва  $A$  ўлчовсиз катталиқлар бўлиб, Холл фактори деб номланади. Уларнинг қиймати ҳар бир хусусий ҳол учун заряд ташувчиларнинг сочилиш механизмларидан келиб чиқади. Масалан, агар ҳамма электронлар бир хил тезликда ҳаракатланса  $A=1$  булади.

Сочилиш асосан фононларда содир бўлган ва айнамаган ярим ўтказгич учун  $A=3\pi/8=1.18$  деб олинади. Агар ярим ўтказгичдаги бир хил энергияли ( $E(p)=\text{const}$ ) сиртлар кўриниши сферадан катта фарқ қилса  $A=0,7$  қийматгача камайиши мумкин. Зарядли марказларда сочилиш механизми устувор бўлганда  $A \geq 1,9$  бўлиши мумкин.

### 11.13. Магнитик қаршилик ҳодисаси

Токли ярим ўтказгичнинг ток йуналишига тик йуналган  $B$  магнит майдонга киритсак, ярим ўтказгичнинг электр қаршилиги ортади. Солиштирама электр қаршилик  $\rho$ , магнит майдон йўқлигида  $\rho(0)$  га тенг бўлса, у ҳолда солиштирама қаршиликнинг нисбий ўзгариши

$$\frac{\Delta\rho}{\rho(0)} = \frac{\rho(B) - \rho(0)}{\rho(0)} = \frac{B^2}{\tau^2} \left\{ \left( \frac{ne^3}{m_n^2} \right)^2 / \bar{\tau}_n \bar{\tau}_n^3 - (\bar{\tau}_n^2)^2 / + \left( \frac{pe^3}{m_p^2} \right)^2 / \bar{\tau}_p \bar{\tau}_p^3 - \right. \\ \left. - (\bar{\tau}_p^2)^2 / + \left( \frac{np e^4}{m_n m_p} \right) \left( \left( \frac{e}{m_p} \right)^2 \bar{\tau}_n \bar{\tau}_p^3 + \left( \frac{e}{m_n} \right)^2 \bar{\tau}_p \bar{\tau}_n^3 \right) \right\}. \quad (11.47)$$

Бу муносабатдаги  $\bar{\tau}_p$  ва  $\bar{\tau}_n$  лар мос ҳолда коваклар ва

электронларнинг релаксация вақти,  $m_n$  ва  $m_p$  лар эффектли масса-лар. Бу ифодани баъзи хусусий ҳолларда бир мунча содда кўринишга келтириш мумкин. Масалан, донор киришмали  $n$  – тур ярим ўтказгич учун

$$\frac{\Delta\rho}{\rho(0)} = \left( \frac{eB}{m_n} \right) \frac{\bar{\tau}^3 \bar{\tau} - (\bar{\tau}^2)^2}{(\bar{\tau})^2} \quad (11.48)$$

бўлади. (11.47) дан кўриниб турибдики магнитик қаршилик майдонга  $T$ - $B^2$  кўринишда боғланган экан.

### 11.14. Ярм ўтказгичларда диффузион ток

Агар ярим ўтказгичларда электронлар ёки коваклар зичлигининг градиенти (фарқи) ҳосил қилинса, яъни  $n$  ёки  $p$  ярим ўтказгичнинг бир қисмида каттароқ бошқа қисмида эса кичикроқ бўлса, ярим ўтказгич бўйлаб диффузион ток оқади. Бунда заряд ташувчилар зичлиги каттароқ бўлган жойдан, зичлиги кичикроқ бўлган жойга қараб ҳаракатланади. Диффузион ток ярим ўтказгичлар учун хос бўлган ҳодиса бўлиб, металлларда кузатилмайдди. Диффузион ток ҳосил қилиши учун тапқи электр майдон бўлиши шарт эмас. Ярм ўтказгичда  $x$  – ўқи бўйлаб заряд ташувчилар градиентини ҳосил қилинган бўлса,  $y$  ҳолда ярим ўтказгичдан утаётган ток зичлиги заряд ташувчилар градиентига пропорционал бўлади:

$$j_{nx} = eD_n \frac{dn}{dx}, \quad (11.49)$$

$$j_{px} = -eD_p \frac{dp}{dx}. \quad (11.50)$$

Бу ифодаларни уч ўлчовли ҳол учун умумлаштириб,

$$\vec{j}_n = eD_n \nabla n. \quad (11.51)$$

$$\vec{j}_p = -eD_p \nabla p,$$

муносабатларни ҳосил қиламиз. Бунда  $D_n$  ва  $D_p$  лар мос ҳолда электрон ва ковакларнинг диффузия коэффициентлари дейилади. Ушбу катталикларни Эйнштейн биринчи марта температура билан боғланишини кўрсатиб берди:

$$\begin{cases} D_n = \mu_n \frac{kT}{e}, \\ D_p = \mu_p \frac{kT}{e}. \end{cases} \quad (11.52)$$

Булар *Эйнштейн муносабати* деб юритилади. Агар ярим ўтказгичга электр майдон ҳам қўйилган бўлса, тўлиқ ток зичлиги дрейф ва диффузион тоқлар зичлигидан ташкил топади.

$$\vec{j}_n = e n \mu_n \vec{E} + e D_n \nabla n. \quad (11.53)$$

$$\vec{j}_p = e p \mu_p \vec{E} + e D_p \nabla p. \quad (11.54)$$

Ушбу муносабатлар унча катта бўлмаган электр майдонлар учун ўринлидир. Агар ярим ўтказгичда электроннинг эркин югириш масофаси  $\bar{l}$  бўлса, шу масофада электроннинг олган энергияси  $eE\bar{l}$  бўлади.

$$eE\bar{l} \ll kT \quad (11.55)$$

Бўлган ҳоллар учун (11.53) ва (11.54) муносабатлар ўринали бўлади. Акс ҳолда Ом қонуни бузилиб электронларнинг ҳаркатчанлиги  $\mu_n$  ҳам  $E$  га боғлиқ бўлиб қолади.

### 11.15. Ярим ўтказгичларнинг магнит хоссалари

Кўп ярим ўтказгичлар диамагнитлар ҳисобланади. Нормал шароитда улар кучсиз диамагнит хоссасига эга бўлади. Лекин, баъзи парамагнит ўзгаришлар натижасида уларда парамагнит

хоссалари устивор бўлиши мумкин. Бундай ярим ўтказгичларни номагнит яримўтказгичлар деб аталади. Бундай ярим ўтказгичларда  $d$  ёки  $f$  атом қобиклари тўлмаган, киришмалари йуқ, ёки жуда кам миқдорда бўлган Si, Ge, CdS, CdSe, CdTe ва бошқа ярим ўтказгичлар мисол бўла олади.  $d$  ва  $f$  — атом қобиклари тўлмаган, киришмалари бор ярим ўтказгичлар  $Pb_{1-x}Mn_xTe$ ,  $Pb_{1-x}Fe_xTe$  ҳам мисол бўла олади. Бунда  $x$ -индекс  $d$  ва  $f$  қобиклари чала тўлган Mn ва Fe киришмаларининг нисбий улуши. Ушбу ярим ўтказгичларда Mn ва Fe киришмаларининг атомлари бир-бирлари билан кучли таъсирлашадилар ва етарлича кўп атомларнинг магнит моментлари бирлашиб магнит доменлари (зарралари) ҳосил қиладилар. Бундай ярим ўтказгичлар ферромагнит ва антиферромагнит хоссаларини намоён қиладилар. Ярм ўтказгичнинг асосий кристалл панжарасини ташкил этган атомлар магнит моментига эга бўлса, уларни магнит ярим ўтказгичлар дейилади. (Масалан, NiO, Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, EuO, EuS, EuSe, EuTe ва ҳ.к.).

Номагнит ярим ўтказгичларнинг магнит қабулчанлиги 3 та қисмдан иборат бўлади.

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 + \chi_3. \quad (11.56)$$

Бунда  $\chi_1$  — кристалл панжарасининг,  $\chi_2$  — заряд ташувчиларнинг,  $\chi_3$  — нуқсонларнинг магнит қабулчанлиги. Тоza ярим ўтказгич монокристаллининг тажрибада ўлчанган қабулчанлиги  $\chi_1$  ни ташкил этади. Заряд ташувчиларнинг қабулчанлиги  $\chi_2$  парамагнит  $\chi_{2n}$  ва диамагнит  $\chi_{2d}$  ташкил этувчилардан иборат. Одатда  $\chi_{2n} \gg \chi_{2d}$  бўлгани учун  $\chi_2 \approx \chi_{2n}$  деб олинади. Парамагнит қабулчанлик учун

$$\chi_{2n} = AT^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right) \quad (11.57)$$

ифода ўринли бўлиб, у температурага кучли боғланган.  $\chi_3$  ни асосан сийрак жойлашган ўзаро таъсирлашмайдиган магнит киришмалар аниқлайди. Бундай киришманинг магнит хоссасини қуйидаги ортиқча электроннинг спини белгилайди. Ушбу ҳолда қабулчанлик учун

$$\chi_{3n} = \frac{n_A \mu_B}{H} L(\alpha) \quad (11.58)$$

Ланжевен ифодаси ўринли бўлади. Бунда

$\alpha = \mu_B H / kT$ ;  $L(\alpha) = \text{cth} \alpha - 1/\alpha$  ва  $n_k$  киришмадаги ортиқча электронлар зичлиги.

Агар киришмалар миқдори кўп бўлиб, улар киришмавий зона ҳосил қилса, бундай донорларнинг парамагнит қабулчанлиги

$$x_{3n} = c/T^{1-a} \quad (11.59)$$

бўлади. Бунда

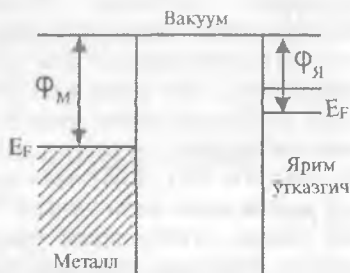
$c = n_k \mu_B (A/m^3)^a (1+a)^{-1}$ ,  $a = n_k (Bm^3)$ ;  $A$  ва  $B$  лар доимий катталиклар.  $x_{3n}$  га ўтиш металлари киришмалари катта ҳисса қўшади (Fe ва бошқалар).

### 11.16. Ярим ўтказгичларда контакт ҳодисалар. Металл-ярим ўтказгич контакти

Ярим ўтказгичда электр токи ўтказиш учун уни электр манбадан келган металл ўтказгич билан туташтириш (яъни, контактлаш) керак. Натижада метал — ярим ўтказгич контакти ҳосил бўлади. Ярим ўтказгичли асбобларнинг деярли барчаси ярим ўтказгичларнинг металл, ярим ўтказгич, диэлектрик билан контакт ҳосил қилиниши натижасида яратилади. Шунинг учун контакт ҳодисаларини ўрганиш муҳим аҳамиятга эга. Қуйида металл билан ярим ўтказгич контактини кўриб чиқамиз. Металл сиртидан иссиқлик ҳаракати таъсирида чиқётган электронлар оқими учун (10.79) ифода ҳосил қилинган эди.

Ундаги  $\phi$  — термодинамик чиқиш иши деб номланади ва у Ферми сатҳидан вакуум сатҳигача булган энергетик масофани билдиради. (11.18-чизма).

Металл ва ярим ўтказгичлар алоҳида вакуумда жойлашганда уларнинг ҳар биридан қуйидаги ифодалар билан аниқланувчи электронлар оқими ҳосил бўлади.



11.18- чизма. Металл-ярим ўтказгич контакти.

$$J_{Я} = \frac{4\pi m(kT)^2}{h^3} \exp\left(-\frac{\varphi_{Я}}{kT}\right), \quad (11.60)$$

$$J_{М} = \frac{4\pi m(kT)^2}{h^3} \exp\left(-\frac{\varphi_{М}}{kT}\right).$$

Энди ярим ўтказгич билан метални туташтирамиз. 11.18 - чизмада курсатилган ҳол учун  $\varphi_{м} > \varphi_{я}$ , бинобарин  $J_{я} > J_{м}$  бўлади. Демак, бир хил температурада ярим ўтказгичдан металлга ўтаётган электронлар сони металлдан ярим ўтказгичга ўтаётган электронлар сонидан катта бўлади. Натижада металл сирти манфий, ярим ўтказгич сирти эса мусбат зарядланиб қолади. Контактда электр майдон ҳосил бўлади ва бу майдон  $J_{я}$  ва  $J_{м}$  оқимлар фарқига тенг тесқари оқим ҳосил қилмагунча ортиб боради. Электронлар оқими мувозанатлашганда контактдаги электр майдон энергияси  $\varphi_{к}$  чиқиш ишлари айирмасига тенг бўлади.

$$\varphi_{к} = \varphi_{М} - \varphi_{Я} \quad (11.61)$$

Майдон металл ичкарасига қирмайди, у ярим ўтказгич сиртига яқин қатламда ҳосил бўлади (11.19-чизма).

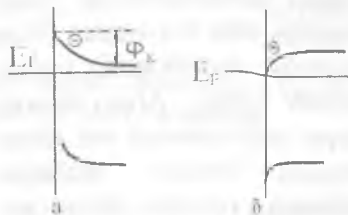
а) Ярим ўтказгичдан металлга ўтган электронлар ҳисобига ярим ўтказгичда электронлар зичлиги камаяди ва энергия зонаси юқорига эгриланади. Ярим ўтказгичнинг ҳажмида  $n_0$  ва сиртидаги  $n$  электронлар зичлиги

$$n = n_0 \exp(-\varphi_{к}/kT) \quad (11.62)$$

кўринишда боғланган бўлади.

Бундай қатламнинг солиштирма қаршилиги катта бўлганлиги учун уни беркитувчи қатлам дейилади. Агар  $\varphi_{М} < \varphi_{Я}$  бўлса, у ҳолда  $J_{М} > J_{Я}$  ва металл сирти мусбат, ярим ўтказгич сирти манфий зарядланади. Энергия зонаси пастга эгриланади (11.19- чизма, б).

Беркитувчи қатламнинг мувозанат шароитдаги кенглиги:



11.19- чизма. Металл-ярим ўтказгич контактида беркитувчи ва беркитмайдиган қатламларнинг пайдо бўлиши.

$$L = \left( \frac{\varepsilon \varphi_k}{2\pi e^2 n_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11.63)$$

Беркитувчи қатламли металл-ярим ўтказгич контаклари ўзгарувчан ток тўғрилагичлари бўлиб хизмат қила олади. Шундай контактнинг металл қисмига мусбат қутб, ярим ўтказгич қисмига манфий қутб уланган  $V$  кучланишли электр токи манбаини кўриб чиқамиз. Бундай уланишда контакт потенциаллар айирмаси камаяди:

$$\varphi = \varphi_k - eV. \quad (11.64)$$

Ярим ўтказгичдан металлга томон ҳаракатланаётган электронлар учун потенциал тўсиқ пасаяди, электронлар оқими ортиб кетади. Агар занжир берк бўлса доимий ток ҳосил бўлади. Токнинг қиймати кучланиш ортиши билан жуда тез, кўрсаткичли функция сингари ортиб боради (11.20-чизма). Бундай кучланишни *тўғри кучланиш* деб номланади. Контакт қатлам кенглиги ҳам (11.63) га мувофиқ камаяди:



11.20- чизма. Металл-ярим ўтказгич контактининг вольт-ампер тавсифномаси.

$$L(V) = \left[ \frac{E(\varphi_k - eV)}{2\pi e^2 n_0} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11.65)$$

Энди контактдаги металлга манфий, ярим ўтказгичга мусбат қутбни улаймиз. Бундай кучланиш *тескари кучланиш* деб аталади. У ҳолда контактдаги потенциал тўсиқ баландлиги ортади:

$$\varphi = \varphi_k + e|V|. \quad (11.66)$$

Электронларнинг ярим ўтказгичдан металлга томон оқими камаяди. Металлдан ярим ўтказгичга томон электронлар



оқими ўзининг кичик қийматича қолаверади. Бу оқимлар фарқидан ҳосил бўлган ток жуда кичик бўлиб, *тескари ток* дейилади. Тескари қучланиш ортиб борган сари контакт қатлами ҳам кенгайиб боради, электронлар оқими эса 0 га интилади. *Тўғри ток* тескари токдан бир неча тартиб катта бўлади.

Шунинг учун, айтиш мумкинки, беркитувчи металл — ярим ўтказгич контакти токни бир томонга яхши ўтказиши, тескари томонга эса деярли ўтказмайди. Бундай контакт Шоттки контакти деб номланиб, тўғрилагич, яъни диод вазифасини бажариши мумкин. Уларни Шоттки диодлари деб аталади. Шоттки контакти икки сиртнинг туташидан иборат, шунинг учун у муайян электр сигимга эгадир:

$$C = \frac{\epsilon}{4\pi L} = \left( \frac{e^2 n_0}{8\pi \varphi_k} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (11.67)$$

Ташқи электр манбага уланганда ушбу ифодадаги  $\varphi$  манба қучланишига боғлиқ бўлади, у ҳолда (11.64) га мувофиқ:

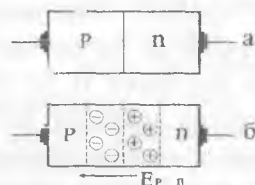
$$C = \left[ \frac{e^2 n_0}{8\pi (\varphi_k - eV)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (11.68)$$

Демак контактнинг сигими ташқи қучланишга боғлиқ экан. Вариаклар деб номланувчи асбобларнинг ишлаш тамойили ана шундай қучланиш билан бошқариладиган электр сигимларга асосланади.

### Электрон — ковак (p-n) ўтиш

Ярим ўтказгич моддасидан маълум бир усуллар билан p ва n турли соҳалар ҳосил қиламиз. Бу соҳаларни бир-бири билан туташтирсак p-n ўтиш ҳосил бўлади (11.21- чизма). Электронлари кўп n — соҳанинг чегарага яқин қатламидан электронлар диффузияланиб p — соҳага ўтиб кетади,

p — соҳадан n — соҳага эса коваклар диффузияланади. Диффузияланган электронлар ва коваклар ярим ўтказгич ичига кириб рекомбинацияланади (яъни, йўқолади). Чегара қатламида эса ҳаракатсиз манфий акцептор ва мусбат донор ионлари қолади.



11.21- чизма. Электрон-ковак (p-n) ўтиш.

Ҳосил булган ҳажмий заряд соҳасида электр майдон  $n$  - соҳадан  $p$  - соҳага томон йуналади (11.21- чизма, б).

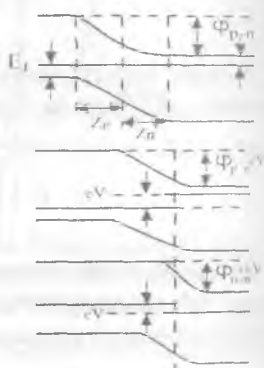
Бу майдон таъсирида вужудга келган зарядлар оқими диффузион оқимларга тенг булганда  $p$ - $n$  ўтишнинг электр майдони ўзининг мувозанатий қийматига эришади.  $p$  ва  $n$  соҳаларнинг қатлам кенгликлари мос ҳолда,

$$Z_n = \left( \frac{\epsilon \varphi_{p-n}}{2\pi e^2 N_d} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad Z_p = \left( \frac{\epsilon \varphi_{p-n}}{2\pi e^2 N_a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11.69)$$

ифодалар билан аниқланади.  $p$ - $n$  ўтишнинг умумий кенглиги:

$$Z = \left( \frac{\epsilon \varphi_{p-n}}{2\pi e^2} \cdot \frac{N_d + N_a}{N_d N_a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11.70)$$

булади. Кўриниб турибдики,  $p$ - $n$  ўтиш иккала соҳага ҳам кириб борар экан.  $p$ - $n$  ўтишда ҳаракатчан электронлар ва коваклар диффузия натижасида қатламдан кетиб қолганлиги туфайли кўзгалмас акцептор (манфий) ва донор (мусбат) ионлар ҳажмий заряд ҳосил қилади. Ҳажмий заряд ҳисобига электр майдон вужудга келади. Бу электр майдон ковакларнинг диффузион оқимиغا қарши уларнинг дрейф оқимини ҳосил қилади. Мувозанат ҳолатида диффузион ва дрейф оқимлари тенг бўлиб ток кучи 0 га тенг булади. Токда қатнаша оладиган



11.22- чизма. Электрон-ковак ўтишга тугри ва тескари кучланиш берилган ҳоллар.

ҳаракатчан зарядлар зичлиги  $p$ - $n$  ўтишда жуда кичик булади, шунинг учун  $p$ - $n$  ўтишнинг солиштирма қаршилиги жуда каттадир.  $p$ - $n$  ўтишда электр майдон билан боғлиқ булган потенциал  $\varphi$  координата функцияси булади. Унинг  $p$ - $n$  ўтиш четлари орасидаги қийматлари айирмаси *контакт потенциаллар фарқи* ёки *потенциал тўсиқ баландлиги*  $\varphi_{p-n}$  ни билдиради. Электр майдон  $n$  - тур соҳадан  $p$  - тур соҳага йуналгани учун,  $n$  - тур соҳадан электронларнинг  $p$  - тур соҳага

ўтишига ва  $p$  — тур соҳа ковакларининг  $n$  — тур соҳага ўтишига тўсиқ бўлади (11.22- чизма, а).

Энди  $n$ - $p$  ўтишга ташқи  $v$  — кучланиш қўямиз.  $p$ - $n$  ўтиш соҳасининг қаршилиги катта бўлганлиги учун, деярли барча кучланиш тушиши  $p$ - $n$  ўтишга тўғри келади. Агар ташқи манбанинг мусбат қутби  $p$  — тур соҳага, манфий қутби  $n$  — тур соҳага уланган бўлса, тўғри кучланиш қўйилган бўлади (11.22- чизма, б). Унда потенциал тўсиқ  $\phi$  — пасаяди ва тўғри ток пайдо бўлади.

Мусбат қутб  $n$  — тур соҳага, манфий қутб  $p$  — тур соҳага уланса (11.22- чизма, в),  $p$  —  $n$  ўтишнинг майдони билан ташқи майдон бир хил йўналган бўлади. Потенциал тўсиқ ортади,  $p$ - $n$  ўтишдан жуда кичик тескари ток оқади. Катта бўлмаган кучланишлар ва тоқлар соҳасида  $p$ - $n$  ўтишнинг вольт-ампер характеристикаси учун

$$j = e \left( \frac{D_p p_n}{L_p} + \frac{D_n n_p}{L_n} \right) (e^{eV/kT} - 1) = j_s (e^{eV/kT} - 1) \quad (11.71)$$

ифода ўринли бўлади. Бунда  $D_p$ ,  $D_n$  коваклар ва электронларнинг диффузия коэффицентлари;  $L_p$ ,  $L_n$  — мос ҳолда диффузия узунликлари;  $p_n$  — ковакларнинг  $n$  — тур соҳадаги,  $n_p$  — электронларнинг  $p$  — тур соҳадаги мувозанатий зичликлари.

Тўғри кучланиш ( $V > 0$ ) қўйилганда ток зичлиги экспоненциал ортиб боради. Тескари кучланишда ( $V < 0$ ) ток жуда секин ўсади ва  $\exp(eV/kT) \ll 1$  бўлганда ўзининг кичик тўйинган қийматиغا эришади. Демак  $p$ - $n$  ўтиш ҳам тўғрилаш хоссасига эга экан, яъни бир йўналишда токни яхши ўтказади, иккинчи йўналишда эса деярли ўтказмайди.  $p$ - $n$  ўтишнинг кенглиги ташқи кучланишга қуйидагича боғланган.

$$Z(V) = \left[ \frac{\varepsilon(\phi_{p-n} - eV)}{2\pi e^2} \cdot \frac{N_d + N_c}{N_d N_a} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11.72)$$

$p$ - $n$  ўтишнинг ҳам сигими бўлиб, унинг қиймати ташқи кучланишга боғлиқ:

$$C = \left[ \frac{\epsilon e^2}{8\pi(\varphi_{p-n} - eV)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Ушбу ифодалар кучланиш тушиши  $p-n$  Утишда содир бўлаётган ҳоллар учун ўринлидир. Кичик кучланишларда бу шарт бажарилади.

Шундай қилиб  $p-n$  ўтиш ўзгарувчан кучланишни тўғрилаш ва электр сифимни кучланиш билан бошқариш хоссаларига эга экан. Ушбу ва яна бошқа бир қатор хоссалардан фойдаланган ҳолда ҳозир ярим ўтказгичлардан жуда кўп асбоблар тайёрланмоқда. Мураккаб интеграл микро-схемаларида  $p-n$  ўтишлар асосий элементлар бўлиб хизмат қилади.

### Саволлар ва масалалар

1. Ярм ўтказгичларнинг қандай турлари мавжуд?
2. Ярм ўтказгичларнинг энергетик зоналари тузилишини тушунтиринг.
3. Ярм ўтказгич хоссаларига киришмалар қандай таъсир кўрсатади?
4.  $p-n$  ўтишнинг тўғрилаш хоссасини тушунтириб беринг.
5. Температураси  $400\text{ K}$  бўлган хусусий ярм ўтказгичда электронлар зичлиги  $n=1,38 \cdot 10^{15}\text{ см}^{-3}$ . Электрон ва ковакларнинг эффе́ктив массалари кўпайтмасини топинг. Тақиқланган зона кенглиги  $E_g=0,785 \cdot 4 \cdot 10^{-4}$ . Т(эВ) қонуният бўйича ўзгаради.
6. Энергияси  $E(k)=E_c+(\hbar k)^2/2m^*$  ифода билан аниқланган бир ўлчовли, айнамаган электрон гази учун ҳолатлар зичлиги  $g(E)$  топилсин.
7. Бор (В) атоми киритилган ( $N_a=10^{17}\text{ см}^{-3}$ ) кремнийдаги коваклар зичлиги топилсин.  $T=300^\circ\text{K}$ ,  $m_p^*=0,59 m_0$ ,  $\mu_p=100\text{ см}^2\text{Вс}^{-1}$  ва  $g_0=1$ . Бор атомлари учун  $E_v=+0,045\text{ эВ}$ .

8. Ярим ўтказгичдаги электронлар зичлиги  $T=400^\circ\text{K}$  да  $n=1,30 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $T=350^\circ\text{K}$  да  $n=6,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  бўлса, тақиқланган зона кенглиги  $E_g$  ни аниқланг.  $E_g$  температура га чизиқий боғланган деб ҳисобланг.

9. Тоza германийдаги электронлар ҳаракатчанлиги  $T=300^\circ\text{K}$  да  $\mu_n=3800 \text{ см}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ .  $m_n^*=0,55m_0$  ва  $\mu=aT^{3/2}$  бўлса, германийнинг  $T=30^\circ\text{K}$  даги солиштирма қаршилигини топинг.  $E_g=0,785-4 \cdot 10^{-4}T$  қонуният бўйича ўзгаради,  $\mu_n/\mu_p=2,1$  ва  $a$  – доимий катталиқ деб олинсин.

## ХИ БОБ

### ДИ Э Л Е К Т Р И К Л А Р

Диэлектрик сўзи юнонча *dia* — орқали ва инглизча *elektrik* — электр сўзларидан тузилган.

«Диэлектрик» атамасини Фарадей электр майдон кирадиган моддаларни аташ учун киритган. Диэлектриклар электр токини ёмон ўтказида. Ионланмаган барча газлар, баъзи бир суюқликлар ва қаттиқ жисмлар диэлектриклар бўлади. Металларнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги  $\sigma \sim 10^8 - 10^6 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$  тартибда, диэлектрикларники эса  $10^{-10} - 10^{-15} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$  тартибда бўлади. Бу тафовутни классик физика металлларда эркин электронлар бўлади, диэлектрикларда эса барча электронлар боғланган бўлиб, уларни электр майдон ўз атомларидан ажратиб ололмайди, балки бироз силжитида деб тушунтирар эди. Қаттиқ жисмларнинг квант физикаси (*V* бобга қаранг) электронлар энергия зоналарининг турлича тўлдирилганлигидан қаттиқ жисмларнинг электр, оптик ва бошқа кўп хоссалари келиб чиқишлигини тушинтириб бера олди. Хусусан диэлектрикларда валент зоналар тўла тўлдирилган бўлиб, уларнинг юқорисидаги бўш зона тўлдирилган зонадан анча юқорида жойлашган, тўла тўлдирилган зона электронлари электр ўтказувчанликда қатнаша олмайди, уларнинг бўш зонага ўтиб олиб, ўтказувчанликда қатнаша олиши учун енгиб ўтилиши зарур бўлган энергетик тўсиқ (тақиқланган зона кенглиги) анча катта, бундай ўтиш имконияти, одатда жуда кичик, шунинг учун диэлектриклар электр токини деярли ўтказмайди. Уларда электр майдон электронлар зичлигини қайта тақсимлайди (атом ва молекулалар ичида электронларни силжитида) — қутбланиш ҳодисасини юзага келтиради.

Зоналар назариясига асосан, диэлектриклар билан яримўтказгичлар орасидаги фарқ юқориги тўлдирилган зона билан бўш зона орасидаги тақиқланган зона кенглигининг ҳар

хил бўлишлигидан иборат. Яримутказгичларда  $E_g < 3\text{эВ}$ , диэлектрикларда  $E_g > 3\text{эВ}$  деб шартли ҳисобланади.

Диэлектрикларда зарядларнинг эркин кўчиши мумкин бўлмаганлиги туфайли унинг ичкарасига етарлича кучли ташқи электр майдонлар кира олади. Бунда кристалл панжарасининг даврий электр майдонига қўшимча (ташқи) майдон қўшилганда учта муҳим ҳолат диэлектрикнинг ички тузилишининг (электронлар ва ионлар вазиятларининг) ўзгаришини аниқлаш имконини бериши мумкин.

Агар диэлектрик намунасини статик электр майдонга (масалан, конденсатор пластиналари орасидаги майдонга) жойлаштирилса, кристаллнинг статик диэлектрик сингдирувчанлиги  $\epsilon_0$  ни аниқлаб, кристаллнинг ички тузилиши ўзгариши ҳақида муҳим маълумот олиш мумкин.  $\epsilon_0$  ни микроскопик назария ҳисоблайди.

Диэлектрикнинг оптик хоссаларини, яъни унинг юқори такрорийликли электромагнит майдон билан узаро таъсирини аниқлаш учун диэлектрик сингдирувчанликнинг такрорийликка боғланишини, яъни  $\epsilon = \epsilon(\omega)$  ни ҳисоблаш зарур. Бундан синдириш кўрсаткичи  $n = \sqrt{\epsilon}$  ни аниқлаш мумкин.

Ионлар кристалларида ҳам ионлар орасида узоқ таъсир электростатик кучлар мавжуд бўлиши мумкин. Бу кучлар панжара ўзининг мувазанатий шаклига нисбатан деформацияланиши (масалан, атомлар тебранишлари) оқибатида пайдо бўлиши мумкин.

Мазкур масалаларни тадқиқлашда муҳит учун ёзилган Максвелл тенгламаларидан фойдаланиш қулайдир. Кейин қаттиқ жисмдаги маҳаллий майдонларни муҳокамага киритиб, ташқи майдон таъсирида кутбланиш ҳодисаларини атомлар савиясида баён қилинади.

### 12.1. Диэлектрикларга онд асосий тушунчалар ва катталиклар

Маълумки, классик электродинамика муҳитлардаги электромагнит ҳодисаларни, ташқи майдондан ташқари, яна муҳит хоссаларини ифодаловчи тушунча ва катталиклар ёрдамида тадқиқ қилган.

$\vec{E}$  — электр майдон кучланганлиги — майдоннинг мазкур нуқтасига жойлаштирилган бирлик мусбат зарядга таъсир этувчи куч;

$\vec{P}$  — қутбланиш вектори — диэлектрик бирлик ҳажмининг электр моменти;

$\vec{D}$  — электр индукция (электр силжиш) вектори муҳит ичида ташқи майдон ва унинг таъсирида пайдо булган қутбланиш электр майдонининг биргаликда бирлик мусбат зарядга таъсир этувчи куч;

$\epsilon$  — муҳитнинг нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги (диэлектр доимий) — Гаусс бирликлар системасида изотроп муҳитда  $\vec{D}$  ва  $\vec{E}$  орасида пропорционаллик коэффициенти  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ;

$\epsilon_0$  — вакуумнинг электр доимийси,  $\epsilon_0 = (10^7/4\pi c^2) = 8,8542 \cdot 10^{-12}$  Ф/м  
Изотроп муҳитда Гаусс системасида

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} = \epsilon \vec{E} \quad (12.1)$$

ёки

$$\vec{P} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \vec{E}. \quad (12.2)$$

$\chi$  — нисбий диэлектрик қабулчанлик  $\vec{P}$  қутбланиш вектори билан электр майдон кучланганлиги орасидаги пропорционаллик коэффициенти

$$\vec{P} = \chi \vec{E} \quad (12.3)$$

(12.2) ва (12.3) ифодалардан

$$\chi = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \dots \text{ёки} \dots \epsilon = 1 + 4\pi \chi \quad (12.4)$$

келиб чиқади.

СИ бирликлар ситемасида (12.1) урнига

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad (12.5)$$

(бунда  $\epsilon = 1 + \chi$ ) ифода ёзилади.

Анизотроп муҳит булганида  $P$  ва  $E$  векторлар параллел булмаслиги мумкин, диэлектрик қабулчанлик ва сингдирувчанлик тензор катталиклар булади.

Максвеллнинг қуйидаги тенгламасини эслатамиз:

$$\text{div} \vec{D} = 4\pi \rho \quad (\text{СИ да } \text{div} \vec{D} = \rho) \quad (12.6)$$

Изотроп муҳитда



$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{4\pi}{\epsilon} \rho \quad (\text{СИ да } \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}). \quad (12.6')$$

Маълумки, мазкур тенглама Кулон қонунини  $\rho$  зичликда узлуксиз тақсимланган зарядлар ҳоли учун умумлаштиришдан келиб чиққан.

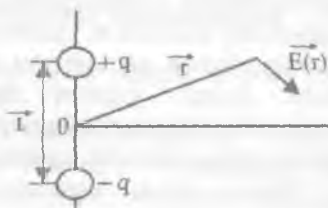
Миқдор жиҳатдан бир-бирига тенг, аммо қарама-қарши ишорали бир-бирига боғланган икки заряд дипол дейилади. Диэлектрик қабулчанликни бинобарин, диэлектрик сингдирувчанликни яққаланган зарядлар эмас, балки диэлектрик диполлар аниқлайди. Диполнинг электр моменти

$$\vec{p} = q\vec{l} \quad (12.7)$$

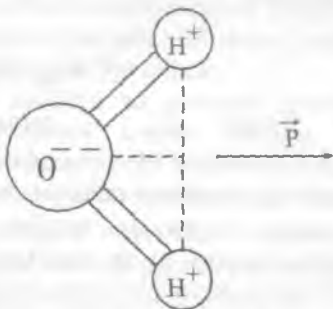
қуринишда аниқланади, бунда  $q$  — диполни ташкил этган зарядлар миқдори,  $\vec{l}$  — уларнинг оралиғи (12.1-расм). Дипол елкаси  $\vec{l}$  нинг  $\vec{E}(\vec{r})$  майдони аниқланаётган нуқтагача бўлган  $\vec{r}$  масофадан анча кичик ( $|\vec{l}| \ll |\vec{r}|$ ) бўлганда мазкур нуқтада

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{\epsilon r^5}. \quad (12.8)$$

Электр манфийлиги сезиларли фарқланадиган атомлардан таркибланган ҳар қандай симметрик бўлмас молекула доимий электр дипол моментига эга бўлади. Масалан, сувнинг  $\text{H}_2\text{O}$  молекуласи  $p = 6,33 \cdot 10^{-30}$  Кл.м дипол моментига эга, у кислород ионидан иккита водород атомини бирлаштирувчи тўғри чизиқ ўртасига томон йўналган.  $\text{HCl}$  молекуласида бундаги икки атомни туташтирувчи чизиқ буйича унинг дипол моменти йўналган. Диэлектрик муҳитда ташқи таъсир (электр майдон, босим ва ҳоказо) остида электр диполлар вужудга келиши (индукцияланилиши) мумкин. У



12.1- чизма. Дипол майдонини ҳисоблашга доир.



12.2- чизма.  $\text{H}_2\text{O}$  молекуласининг дипол моменти.

қолда қутбланиш вектори  $\vec{P}$  бирлик ҳажмда ҳосил булган диполлар моментлари йигиндисига тенг булади:

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i \quad (12.9)$$

Агар ясси конденсатор қопламалари орасига диэлектрик жойланса ва конденсаторга кучланиш берилса, диэлектрик молекулалари қутбланади (12.3- чизма).

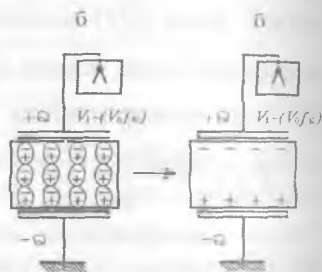
Бунда потенциал ва майдон кучланганлиги камаяди, қопламалар сиртида индукцияланган қолдиқ зарядлар пайдо булади. Заряднинг сиртий зичлиги:

$$q_s = -\vec{P}\vec{n}, \quad (12.10)$$

$\vec{n}$  - сиртга нормал бирлик вектор.

Кўпинча атом ёки ионда қутбланишни аниқлайдиган маҳаллий эффе́ктив майдонни ҳисоблаш зарур булади. Бунда қаралаётган атом берк сирт билан уралган деб фараз қилинади. Шу сирт ичидаги диполлар айрим-айрим ҳисобга олинади.

Демак, ташқи зарядлар таъсирида атомда вужудга келган эффе́ктив маҳаллий майдон  $E_{эф}$  ни тўрт қўшилувчидан иборат шаклда ёзиш мумкин:



12.3- чизма. Қопламалари орасида диэлектрик жойлашган конденсатор.

$$\vec{E}_{эф} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{нок} + \vec{E}_c + \vec{E}_{дин} \quad (12.11)$$

Бунда  $\vec{E}_0$  — ташқи зарядлар майдони,  $\vec{E}_{нок}$  — қутбланишни бузувчи эффе́ктив майдони,  $\vec{E}_c$  — фаразий берк сиртда индукцияланган зарядлар мазкур соҳанинг марказида вужудга келтирган майдон,  $\vec{E}_{дин}$  — соҳанинг ичидаги барча диполлар ҳосил қилган майдон.

$\vec{E}_0 + \vec{E}_{нок} = \vec{E}_1 V_1/d$  бўлиб,  $V_1$  — конденсатор қопламалари орасидаги кучланиш,  $d$  — қопламалар оралиги.

Демак,

$$\vec{E}_{эф} = \vec{E}_1 + \vec{E}_c + \vec{E}_{дин}. \quad (12.12)$$

Агар атом атрофида танланган ҳажмни сфера десак,

$$\bar{E}_c = \left( \frac{4\pi\bar{P}}{3} \right). \quad (12.13)$$

Бу ҳолда, агар панжара куб шаклида бўлса,  $\bar{E}_{\text{лин}}=0$  бўлиб қолади. Бинобарин ( $\bar{E}_1 = \bar{E}$ ),

$$\bar{E}_{\text{эф}} = \bar{E} + \frac{4\pi\bar{P}}{3}. \quad (12.14)$$

(12.2) ифодадан (12.14) га  $\bar{P}$  ни қўйсақ, кубик (изотроп) панжаранинг атом жойлашган тугунида эффектив маҳаллий майдон

$$\bar{E}_{\text{эф}} = \frac{\epsilon + 2}{3} \bar{E} \quad (12.15)$$

бўлади.

## 12.2. Диэлектрикларда қутбланиш механизлари

Диэлектриклар қутбланишининг учта муҳим ҳолини куриб чиқамиз.

1. Қутбли молекулалар дипол моментларининг маҳаллий электр майдони бўйлаб қисман ёки тўла тизилиши ҳоли. Юқорида айтганимиздек, муайян симметрик булмаган молекулалар доимий электр дипол моментга эга. Электр майдон ўз йуналиши томон бу молекулаларни буради. Бу жараёни диполлар ориентрланиши ёки параэлектр қабулчанлик дейилади. Бироқ, молекулаларнинг иссиқлик ҳаракати (тебраниши) уларнинг майдон бўйлаб тизилишига тўсқинлик қилади. Бу икки жараён рақобати оқибатида муайян ориентрланиш ўрнашади.

2. Қаттиқ жисмларда электр майдон ва манфий ионларнинг бир-бирига нисбатан силжиши содир бўлади. Бу ҳодисани ионлар қутбланиши дейилади.

3. Ҳамма диэлектрикларда юз берадиган қутбланиш — электронлар қутбланишидир: электр майдон таъсирида атомнинг электронлари ядрога нисбатан силжийди, яъни электр майдон ҳар бир атомнинг электронлари қобикларини деформациялайди. Бунда ядролар оралиги ўзгариши ҳам мумкин.

Диэлектрик сингдирувчанлик умумий ҳолда:  $\epsilon = \epsilon_m + \epsilon_u + \epsilon_j$ .

Энди бу ҳолларни айрим-айрим равишда батафсилроқ қараймиз.

### 12.2.1. Ориентацион кутбланиш

Умуман, доимий диполларнинг бурилиши оқибатида кутбланиш асосан газлар ва суюқликларга хосдир. Қаттиқ жисмларда кутбли молекулалар бўлсада, улар электр майдон таъсирида эркин бурила олмайди. Бундай жараёни молекулаларнинг бир турғун ҳолатдан иккинчисига сакраб ўтиши оқибатида дипол момент билан электр майдон орасидаги бурчакнинг кичрайиш тарзида қараш мумкин.

Бирлик ҳажмида ҳар бири  $p$  моментли  $N$  та доимий электр диполлари бор бирор муҳитни қарайлик. Электр майдон йўқлигида диполлар тартибсиз йўналган. Энди  $E$  статик майдон диполларни тартиблашга уринади.  $U$  ҳолда бирлик ҳажмнинг кутбланиши (майдон йўналишига электр моментнинг проекцияси) бундай ёзилади:

$$P_0 = \sum_N p \cos \theta_N = Np \langle \cos \theta \rangle.$$

Бунда  $\theta$  - ҳар бир дипол ва электр майдон йўналишлари орасидаги бурчак.

Диполлар тартибланиши жараёнига зарралар иссиқлик ҳаракати халақит беради. Иссиқлик ҳаракатини Болцманнинг энергиялар буйича тақсимот функцияси тавсифлайди деб ҳисобласак,  $\cos \theta$  нинг ўртача қиймати

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_0^\pi 2\pi \sin \theta \cos \theta \exp(-U/kT) d\theta}{\int_0^\pi 2\pi \sin \theta \exp(-U/kT) d\theta} \quad (12.16)$$

ифода билан аниқланади, бунда  $U$  диполнинг  $E$  майдонидаги энергияси:

$$U = \vec{p}\vec{E} = -pE \cos \theta \quad (12.17)$$

(12.17) ифодани (12.16) даги интегралларга қўйиб, ҳисоблашни бажарсак,

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{1 + \exp(-2pE/kT)}{1 - \exp(-2pE/kT)} = \coth\left(\frac{pE}{kT}\right) = L\left(\frac{pE}{kT}\right). \quad (12.18)$$

Агар ташқи майдон  $E$  етарлича катта бўлса,  $L \rightarrow 1$ . Аммо, кучсиз майдонлар ( $E \ll kT/p$ ) ҳолида

$$\langle \cos \theta \rangle \approx \frac{pE}{3kT} \quad (12.19)$$

Демак, бирлик ҳажмнинг қутбланиши

$$P = \left( \frac{Np^2}{3kT} \right) E. \quad (12.20)$$

Бунга мос диэлектрик қабулчанлик

$$\chi = P/E = \frac{Np^2}{3kT}, \quad P/E = \frac{Np^2}{3kT}. \quad (12.21)$$

Қутбли суюқликлар ва қаттиқ жисмлар учун бу қабулчанлик ҳиссаси 1 билан таққосланарли бўлиши мумкин.

**Диэлектрик доимийнинг ўзгарувчан ташқи майдон частота-сига (такрорийликка) боғлиқлиги.** Доимий диполларга эга бўлган қаттиқ жисмда уччала механизм ҳам қутбланишга (диэлектрик доимийга) ҳисса қўшади. Паст такрорийликларда уларнинг ҳиссалари турлича. Юқори такрорийликларда уларнинг диэлектрик доимийси комплекс  $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$  катталики бўлиб, унинг ҳақиқий қисми ташқи майдон билан бир фазада ўзгарувчи диэлектрик қутбланишини ифодалайди, мавҳум қисми эса ташқи майдондан фаза бўйича орқада қолаётган механизм пайдо қиладиган диэлектрик йўқотишларни акс эттиради. Маъжур қисмлар Крамерс-Крониг дисперсион муносабатлари билан боғланган:

$$\epsilon' - 1 = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon''(x)}{x - \omega} dx, \quad (12.22)$$

$$\epsilon'' = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\epsilon'(x) - 1}{x - \omega} dx. \quad (12.23)$$

Бу ифодалардаги  $P$  — интегралнинг бш қиймати белгиси,  $\omega$ -электромагнит майдон такрорийлиги.

Умуман айтганда,  $\epsilon'$  ва  $\epsilon''$  ўзгарувчан электр майдон такрорийлигига боғлиқ. Диэлектрик доимийнинг модули  $|\epsilon| = \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2}$  индукция вектори  $D$  нинг тебранишлари амплитудасини аниқлайди. Доимий электр майдонда  $\epsilon''=0$ ,  $\epsilon'=\epsilon$  бўлади.

Доимий диполлар ориентрланиши билан боғлиқ қутбланиш 10 Гц дан юқори такрорийликдаги электр майдон ўзгаришлари кетидан улгура олмайди. Бу ҳолда  $\epsilon'$  камайиб кетади, аммо  $\epsilon''$  нолдан фарқли бўлади, яъни анча диэлектрик йўқотишлар пайдо бўлади. Каттароқ  $\omega$  ларда бу механизм ҳиссаси йўқ даражада бўлади.

Оптик диапазондаги юқори частотали электр майдонларда диэлектрик хоссаларини синдириш кўрсаткичи  $n$  ва ютиш кўрсаткичи  $k$  орқали тавсифланади.  $n$ ,  $k$ ,  $\epsilon$  орасида қуйидаги боғланиш бор:

$$n(1 + ik) = \sqrt{\epsilon' - i\epsilon''} \quad (12.24)$$

Ионлар кристалларида  $\omega \sim 10^{13}$  Гц яқинида  $\epsilon'$  яна ҳам камаяди. Бу такрорийликдан юқорида ионлар ҳам майдон ўзгариши кетидан улгура олмайди. Янада юқорироқ  $\omega > 10^{15}$  Гц такрорийликларда электронлар қутбланиши ҳисобига  $\epsilon'$  бирдан катта бўлиб олади. Аммо,  $\omega > 10^{15}$  Гц ларда бу механизм ҳам майдондан орқада қолади. Бу ҳолда қаттиқ жисм 1 га яқин диэлектрик  $\epsilon$  синдирувчанликка эга бўлади.

### 12.2.2. Электрон қутбланувчанлик

Синусоидал ташқи майдон таъсирида силжийдиган электрон ҳаракатини қарайлик. Силжиган электронни ўз вазиятига қайтарувчи квази эластик кучни  $\beta x$ , унинг хусусий такрорийлигини  $\omega_0 = (\beta/m)^{1/2}$  деб белгиласак,  $E_{эфф} = eE_0 \exp(i\omega t)$

маҳаллий электр майдон таъсирида электроннинг ҳаракат тенгламаси

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta x = eE_0 \exp(i\omega t) \quad (12.25)$$

кўринишда бўлади.

Бу тенгламанинг мажбурий тебраниш амплитудаси  $x_{\max}$  учун ечими

$$x_{\max} = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (12.26)$$

бу эса  $|p| = ex_{\max}$  дипол моментига мос келади. Индукцияланган электрон дипол momenti маҳаллий майдонга пропорционал, яъни  $\bar{p} = \alpha \bar{E}_{эфф} \dots$  еки,  $|p| = \alpha_e E_0$ .

Пролорционаллик коэффициенти  $\alpha_e$  — электрон қутбланувчанлик:

$$\alpha_e = ex_{\max} / E_0 = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (12.27)$$

Бу қутбланувчанлик механизмининг диэлектрик сингдирувчанликка ҳиссаси  $\omega \ll \omega_0$  такрорийликларда бир хил:

$$\alpha_e = e^2 / m\omega_0^2 \quad (12.27')$$

У кўринадиган ёруғлик соҳасида (олтик соҳада) диэлектрик доимий ва синдириш кўрсаткичи  $n = \sqrt{\epsilon}$  ни 1 дан катта бўлишининг ягона сабабидир. Бу ҳолда Клаузиус-Мосотти муносабатини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\alpha_e = \frac{3}{N_e} \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right) = \frac{3}{N_e} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right), \quad (12.28)$$

бундаги  $N_e$  — электронлар зичлиги. (12.27') ва (12.28) ифодалар асосида ҳисоблашдан  $\omega_0 \sim 1,7 \cdot 10^{16}$  Гц, бу такрорийлик электромагнит спектрнинг ултрабинафша соҳасига мос тушади.

Яна бир мулоҳаза юқоридаги ҳисобга тузатма киритади: маълумки, тебранаётган электрон энергия нурлантириши керак; бундан ташқари бу электрон ноэластик тўқнанишларга (ишқаланишга) дучор бўлиб туради. Бу омилларни ҳисобга олсак, (12.25) тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + \beta x = eE_0 \exp(i\omega t). \quad (12.29)$$

Бу тенгламининг ечими:

$$x = \frac{eE_0 \exp(i\omega t)}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (12.30)$$

Бундан электрон қутбланувчанлик

$$\alpha_e = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (12.31)$$

(12.28) ва (12.31) ифодалардан:

$$\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \left[ 1 + \frac{e^2 N_e}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega) - e^2 N_e / 3} \right] \quad (12.32)$$

Энди  $\omega_1 = \left[ \omega_0^2 - (e^2 N_e / 3m) \right]^{1/2}$  белгилаш қилиб,  $\varepsilon'$  ва  $i\varepsilon''$  ни топамиз:

$$\varepsilon' = \left[ 1 + \frac{(e^2 N_e / m)(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_1^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \right] \quad (12.33)$$

$$-i\varepsilon'' = i \left[ \frac{(e^2 N_e / m)\gamma\omega}{(\omega_1^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \right] \quad (12.34)$$

### 12.2.3. Ионлар қутбланувчанлиги

$N_e$  та қутбланувчи электронга ва  $N_i$  та қутбланувчи ионлар жуфтига эга бўлган ион боғланишли қаттиқ жисмни қарайлик. Бу ҳолда (12.28) Клаузиус-Мосотти тенгламаси асосида статик диэлектрик сингдирувчанлик  $\varepsilon_0$  ва қутбланувчанликлар  $\alpha_i$  ва  $\alpha_e$  орасида боғланишни қуйидагича ёзиб оламиз:

$$3\left(\frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0 + 2}\right) = N_i \alpha_i + N_e \alpha_e \quad (12.35)$$

Индукцияланган ионлар диполлари ҳиссаси жуда кичик бўладиган, аммо электронлар қутбланувчанлиги сезиларли камаядиган юқори такрорийликда юқоридаги муносабат

$$3\left(\frac{\varepsilon_\infty - 1}{\varepsilon_\infty + 2}\right) = N_e \alpha_e \quad (12.36)$$

кўринишни олади. Ионлар қутбланувчанлиги шу икки ифода айирмасидан аниқланади:

$$\alpha_i = (3/N_i) \left[ \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0 + \infty} - \frac{\varepsilon_\infty - 1}{\varepsilon_\infty + 1} \right] \quad (12.37)$$

Ион боғланишли қаттиқ жисмларда  $\alpha_i$  катталик  $10^{-40} \text{Ф м}^2$  тартибда. Масалан, NaCl кристалли учун  $\alpha_i = 3,8 \cdot 10^{-40} \text{Ф м}^2$ .

$M^+$  ва  $M^-$  массали ионлар жуфти учун электр майдон таъсирида вужудга келган мажбурий тебранишлар тенгламаси



$$\left( \frac{M_+ M_-}{M_+ + M_-} \right) \left[ \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma_i \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x \right] = e E_{эфф} \quad (12.38)$$

қуринишда бўлади, бунда  $\gamma$  — энергия сочилишини тасвирлайди,  $\omega_0$  — хусусий тақрорийлик. Бу тенгламанинг ечими комплекс катталик бўлади. Қутбланишнинг иккала тури ҳисобга олинганда Клаузиус — Мосотти муносабати қуйидаги ифодани беради:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (12.39)$$

Бу ифоданинг ҳақиқий ва мавҳум қисмларини ажратиш мумкин. Диэлектрик сингдирувчанлик ҳақиқий қисмининг ўзгариши, олдинги ҳолдагидек, сўниш жараёнини акс эттиради. Қаралаётган ҳолда  $i\varepsilon''$  мавҳум қисм  $\omega$  тақрорийликда етарлича юксак максимум қийматга эга бўлади, бу максимум мазкур спектрал соҳада мазкур қаттиқ жисмларнинг яхши маълум бўлган оптик хоссаларини аниқлайди. Масалан, бўйлама ва қўндаланг оптик тебранишлар тақрорийликлари  $\omega_L$  ва  $\omega_T$  статик диэлектрик доимий ( $\varepsilon_0, \varepsilon_\infty$ ) билан боғлиқ:

$$\omega_L^2 = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_\infty} \omega_T^2, \quad (12.40)$$

бундаги  $\omega_T^2$  нинг ўзи ҳам  $\varepsilon_0, \varepsilon_\infty$  ларга боғлиқ бўлади.

$$\omega_T^2 = \omega_0^2 \left( 1 - \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_0 + 2} \right) \quad (12.41)$$

(12.40) ирода анча кенг қўлланиш соҳасига эгадир.

## 12.1-жадвал

Баъзи ишқорий — галоид ионлар кристалларига тегишли маълумот

Кристалл	$\varepsilon_0$	$\varepsilon_\infty$	$\omega_T/k, K$
LiF	9,01	1,96	442
NaF	5,05	1,74	354
NaCl	5,90	2,34	245
NaBr	6,28	2,59	195
LiI	16,85	3,80	-

Диэлектрик сингдирувчанлик  $\varepsilon$  яримўтказгичларда киришма сатҳлар назариясида жуда муҳим урин тутганлиги учун баъзи ковалент (ярим ўтказгич хоссали) кристаллар учун  $\varepsilon$  нинг қийматларини келтирамиз.

## Ковалент, ковалент – ион кристалларнинг статик диэлектрик доимийлари

Кристалл	Тузилиши	$\epsilon_0$
Кремний Si	олмос	12,0
Германий Ge		16,0
Қалай Sn		23,8
Кремний карбиди	ZnS га ухшаш	6,7
Галлий фосфиди		8,4
Галлий арсениди		10,9
Индий арсениди		12,2
ZnS	вюрцит	5,1
Сурмали индий Insb	ZnS	15,7
ZnSe		5,8
ZnTe		8,3
CdS	вюрцит	5,2
CdSe		7,0
CdTe	ZnS	7,1

Ковалент кристалларда электронлар зарядининг анча қисми атомлар (ионлар) оралигида жойлашган. Бу ташкил этувчи қутбланишга муҳим ҳисса қўшади. Шунинг учун ковалент кристалларнинг диэлектрик хоссалари ҳисобланганида зоналар назариясига (V бобни қаранг) ёки “боғланишлар қутбланувчанлиги” деб номланган усулга мурожат қилинади.

## 12.3. Пироэлектриклар

Қиздирилганда ёки совутилганда сиртида электр зарядлар пайдо бўладиган баъзи кристалларни пироэлектриклар дейилади. Пироэлектрнинг бир томони қиздирилганда манфий зарядланади, иккинчи тамонида аксинча бўлади. Бу ҳодиса шундай тушунтирилади. Пироэлектрлар электр майдон ёки бошқа ташқи таъсир бўлмаганида ҳам ўз-ўзининг (спонтан)  $\bar{P}_e$  қутбланишига эга бўлади, бунинг сабаби мусбат ва манфий зарядлар марказларининг мос тушмаслигидир. Одатда  $\bar{P}_e$  спонтан қутбланиш эмас, балки ўзгариши  $\Delta \bar{P}_e$  кузатилади, бу эса температуранинг тез  $\Delta T$  ўзгаришида юз беради (пироэлектр эффект). Пайдо бўладиган сиртий заряд зичлиги  $\sigma = \rho \Delta T$  ифодасидаги  $\rho$  ни пироэлектр доимий дейилади. Энг ёрқин

пирозлектр-турмалин, унда температура  $1^{\circ}$  қадар ўзгарганда  $E=40000\text{В/м}$  чамасидаги электр майдон вужудга келади. Агар температура ўзгариши тезлиги заряднинг релаксация вақтидан юқори булса, бу ҳолда электрланиш интенсивлиги энг катта бўлади. Барча пирозлектриклар пьезоэлектриклар бўлади, аммо, ҳамма пьезоэлектриклар ҳам пирозлектриклар бўлавермайди. Баъзи пирозлектриклар сегнетоэлектрик хоссаларга молик бўлади. Пирозлектриклардан техникада ёруғлик индикаторлари ва қабуллагичлари сифатида фойдаланилади.

#### 12.4. Пьезоэлектрик ҳодиса

Баъзи диэлектрик кристалларнинг кутбланишини, механик деформация таъсирида ўзгаришини ва аксинча электр майдон таъсирида деформация пайдо бўлишини пьезоэлектрик ҳодиса дейилади, мазкур кристалл моддаларни пьезоэлектриклар деб аталади. Фақат механик деформация таъсирида электр кутбланиш вужудга келишини тўғри пьезоэффект, аксинча бўлишини эса тескари пьезоэффект дейилади. Пьезоэлектрик хоссалар жуда кўп моддаларда кузатилади. Пьезоэлектрик ҳодисани ошкор қилиш учун кристалл пластинкаси ёқларига металл қопламалар ўрнатилади. Агар қопламалар бир-бирига туташмаган бўлса, пластина деформацияланганда улар орасида потенциаллар айирмаси пайдо бўлади. Агар қопламалар туташган бўлса, қопламаларда пластина сиртларидаги зарядларга тенг ва қарама-қарши ишорали зарядлар пайдо бўлади ва занжирда ток оқа бошлайди. Қопламаларга ташқи Э.Ю.К. уланса кристалл деформацияланади.

Пьезоэлектрик ҳодисалар фақат симметрия марказлари бўлмаган кристалларда кузатилади. Аммо, баъзи симметрия элементлари (масалан, симметрия текислиги) бўлишлиги баъзи йўналишларда ёки деформациялашда кутбланиш пайдо бўлишини ман қилади — пьезоэлектриклар сонини чеклайди. Фақат 20 та симметрия нуқтавий гуруҳларига тегишли моддалар пьезоэлектриклар бўла олади. Пьезоэффектни тавсифловчи катталик электр катталиклар билан механик катталиклар орасидаги пропорционалик коэффициентиدير. Масалан,  $\sigma$  механик кучланиш таъсирида пьезоэлектрикда вужудга келадиган  $P$  кутбланиш  $\sigma$  га пропорционал:  $P=\alpha\sigma$ . Тўла кутбланишга яна

электр майдон ҳиссаси ҳам киради:  $P = \alpha\sigma + \chi E$  Умумий ҳолда 18 та турли пьезодоимийлар бўлиши мумкин.

Турли кристаллар учун пьезодоимийлар қийматлари кучли даражада фарқ килади. Масалан, сегнет тузининг пьезоэлектрик коэффициентлари нисбий қиймати жуда катта, бироқ турмалин ва  $\alpha$ -кварцники анча кичик. Аммо, кварцнинг юқори механик ва термик маҳкамлиги туфайли уни юқори даражада барқарор пьезоэлектрик генераторлар тайёрлашда энг маъқул материал сифатида ишлатилади. Бу асбоблар радиоузатгичлар, кварц соатлар такрорийлигини барқарорлаштиради. Бошқа амалий мақсадлар учун юқори даражада пьезоэлектрик эффективлик зарур. Шунинг учун сегнет тузи кўп йиллар давомида сезгир ўзгартиргичлар учун материал бўлиб хизмат қилади. Энг янги нусхаларда барий титанати — стронцийдан ишланган махсус шаклли керамик пластиналар қўлланилади, чунки бу материаллар катта пьезоэлектрик эффективликка эга ва яна қиздириш ва намиқишга нисбатан бардошлигидир. Бу материаллардан тозалаш ванналарида ультратовуш манбалари ва сув ости товуш қурилмаларида узатгич ҳамда қабуллагич сифатида фойдаланилади. Биринчи такрибда электр майдонда диэлектрикнинг деформацияланиши чизиқий боғланишли, механик кучланиш пайдо қилган кутбланиш деформациясига пропорционал. Ионлардан таркибланган ҳар қандай қаттиқ жисмда, унинг пьезоэлектрик бўлиш-бўлмаслигидан қатъий назар, электр майдон кучланганлиги квадратига пропорционал бўлган қисилиш (электрострикция) кузатилади. Бу энг умумий электрострикция ҳодисаси ташқи майдон қўйилганда ионларро масофанинг ўзгаришини тавсифлаганда Гук қонунининг бузилиши билан боғлиқ. Демак, электрострикция кузатиладиган қаттиқ жисмда ангармоник эффектлар кристалл панжарасининг тебранишлари ҳоссаларига сезиларли таъсир кўрсатади.

### 12.5. Сегнетоэлектриклар

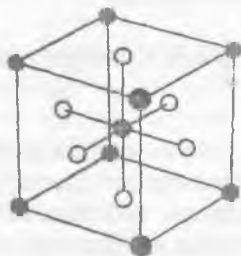
Сегнетоэлектриклар муайян температуралар оралиғида ташқи таъсирлар остида муҳим даражада ўзгарадиган спонтан (ўз-ўзидан) кутбланишли кристаллсимон диэлектриклардир. Сегнетоэлектрик хоссалар биринчи марта (1920) сегнет тузи  $\text{NaC}_4\text{H}_4\text{N}_2\text{O}$  кристалларида кузатилган ҳозир бир неча юз сегнетоэлектрик моддалар маълум. Сегнетоэлектрик хоссалар

пайдо бўлиши учун кристалл тузилишида инерция маркази бўлмаслиги ва ҳеч бўлмаганда битта нозквивалент йўналиш бўлишлиги зарур. Пьезоэлектрик хоссалари мавжуд бўлган кристалларнинг 20 та нуқтавий гуруҳларидан 10 таси иккинчи шартни қаноатлантиради. Демак, сегнетоэлектрик модда пьезоэлектрик бўлиши керак, аммо ҳар қандай пьезоэлектрик ҳам сегнетоэлектрик бўла олмайди. Сегнетоэлектрикларни баъзан ферроэлектриклар дейилади. Бунинг сабаби шуки, ферромагнитлардаги доменлар каби сегнетоэлектрикларда ҳам доменларнинг — катта спонтан (ўз-ўзидан) қутбланган соҳаларнинг (ташқи электр майдон бўлмаганида ҳам электр диполлар тартибланган катта электр моментлари бўлган соҳаларнинг) бўлишлигидир. Сегнетоэлектриклар учун махсус Кюри нуқталари деб аталадиган  $T_c$  температуралар мавжуд. Бу нуқтадан юқори температурада сегнетоэлектрик ҳолат (доменлар) бузилади, чунки бу ҳолда иссиқлик тебранишлари амплитудаси электр диполлар тартибли жойлашишига йўл бермаслик даражасида каттариб қолади. Паст температурада сегнетоэлектрик бўлган қаттиқ жисм Кюри нуқтаси  $T_c$  дан юқори температурада  $\chi = C/(T - T_c)$  қабулчанликка эга бўлган параэлектрик бўлиб қолади.

### 12.3-жадвал

Модда	Кимёвий ифодаси	$T_c, K$	$P_s, Кл/м^2$
Барий титанати	$BaTiO_3$	393	$2,6 \cdot 10^{-1}(300K)$
Стронций титанати	$SrTiO_3$	32	$3,0 \cdot 10^{-2}(4,2K)$
Калий ниобати	$KNbO_3$	710	$3,0 \cdot 10^{-1}(600K)$
Аммоний сульфати	$(NH_4)_2 SO_4$	223	$4,5 \cdot 10^{-3}(220K)$
Сегнет тузи	$NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$	296(юқориси) 255(пасткиси)	$2,5 \cdot 10^{-3}(275K)$

12.3-жадвалнинг охириг устунидаги  $P_s$  катталик  $Кл/м^2$  бирликларда спонтан (ўз-ўзидан) ҳажмий қутбланишни ифодалайди.  $BaTiO_3$  нинг спонтан (ўз-ўзидан) қутбланиши келиб чиқишини қарайлик. Бу бирикма перовскит тузилишига эга (12.4-чизма).  $BaTiO_3$  нинг панжараси  $T_c = 393K$  дан юқорида кубсимон шаклда бўлади, сегнетоэлектрик ҳолатга ўтишда кубдан тетрагонал четланишлар пайдо бўлади.  $T_c$  дан паст



12.4- чизма. Барий титанати  $BaTiO_3$  нинг тузилиши.

температурада элементар ячейкада ўзгаришлар юз беради: у бир ўқ (с ўқ) йўналиши бўйлаб 1% қадар чўзилади, бу йўналишга тик ўқлар бўйлаб тахминан 0.5% қадар қисилади. Барий ва титаннинг барча катионлари панжарачаси кислород анионлари панжарачасига нисбатан с ўқ бўйлаб юқорига ёки пастга силжийди, бу эса кристалл энергиясини пасайтиради. Шу икки панжарачаларнинг ўзаро силжиши тахминан 0.1

0

$A$  га тенг бўлиб, катта ҳажмий қутбланиш вужудга келишлиги учун етарлидир.

Тетрагонал сегнетоэлектрик  $BaTiO_3$  кристаллда  $P_s$  панжарачалар нисбий силжиши йўналишига боғлиқ равишда, ё «юқорига» ёки «пастга» силжийди. Титан (ёки барий) ҳар бир иони кристалл панжарасида энергияси энг кичик бўладиган икки вазиятга эга, уларни энергетик тўсиқ бир-биридан ажратиб туради.  $T_c$  дан юқори температураларда бу тўсиқ йўқ бўлади. Турли сегнетоэлектрик моддалар гуруҳлари учун уларнинг табиати турлича тушунтирилади, аммо барча тушунтиришлар кристалл энергиясининг ионлар вазиятига боғланиши икки минимумли эгри чизик кўринишида бўлади, дейди.

Юқорида айтилганидек,  $T_c$  дан юқори температураларда сегнетоэлектрикнинг спонтан қутбланганлиги йўқ бўлади, аммо қаттиқ жисм жуда катта диэлектрик доимийга эга бўлади. Масалан,  $BaTiO_3$  дан тайёрланган керамикада  $\epsilon$  то 6000 гача етади.  $T_c$  температурадан пастда сегнетоэлектриклар статик қутбланиши бошқа илмий мақсадларда ишлатилади. Қутбланган сегнетоэлектрикли конденсатор микрофони талабгорлари кўп.  $BaTiO_3$  ва бошқалар лазер нуруни оптик (қувур) ичак ичида ҳам, ташқарисида ҳам модуллаш ва оғдириш учун қўлланилади.

## 12.6. Сегнетоэлектрик доменлар ва антисегнетоэлектрик ҳодисалар

Катта сегнетоэлектрик монокристалл турли йўналишда қутбланишли доменлар (дипол моментлар бир хил йўналган соҳалар) тўпламидан иборат бўлганлиги сабабли бутун ўзи спонтан қутбланган бўлишлиги мажбурий эмас. Мазкур домен қарама-қарши қутбланишли доменлар билан ўралган ҳол кўп учрайди. Бу ҳолда 180-градусли домен деворлари ҳақида гапи-

рилади. Ташқи  $E$  электр майдон қўйилганда домен деворлари кучиш имконига эга бўлади. Бунда  $P_c$  қутбланиш йўналиши  $E$  майдон билан мос тушган ёки деярли мос тушган доменлар усади,  $P_s$  қутбланиши қарама-қарши йўналган доменлар қисқара боради. Сегнетоэлектрикларнинг доменлардан тузилиши муайян даражада ферромагнетикларникига ухшашиб кетади, ammo улар орасида муҳим фарқ бор: магнит доменлар орасидаги деворлар қалинлиги  $750 \text{ \AA}$  (ва энергия нисбатан кичик), сегнетоэлектрик доменлар орасидаги деворлар қалинлиги бир ёки икки атомлараро масофага тенг ва энергияси катта зичликка эга.

Кўпчилик сегнетоэлектрик материалларда микроскопик доменлар тузилиши анча мураккаб бўлади.

Шундай қилиб, сегнетоэлектрик материалларда  $T_c$  Кюри нуқтасидан паст температураларда индукцияланган диполларнинг тартибли жойлашиши вужудга келади, бу эса кристалл энергиясини камайтиради. Антисегнетоэлектрик қаттиқ жисмларда ҳам  $T_c$  дан пастда индукцияланган диполлар тартибланади, бу моддалар синфи ҳажмий спонтан қутбланишга эга эмас, чунки ҳар бир дипол қушни диполларга антипараллел йўналган. Умуман айтганда, қушни занжирчалар (қатламлар) диполлари антипараллел тизилиб, бирор температурадан пастда занжирчалар диполларининг параллел йўналганлиги ҳолидагига нисбатан пастроқ тула энергия бўлишлигини таъминлайди. Натрий ниобати  $\text{NaNbO}_3$  ва қўргошин цирконати  $\text{PbZrO}_3$  бирикмалар муайян температурадан пастда антисегнетоэлектриклардир.

### 12.7. Диэлектрик йўқотишлар

$\vec{E}$  ўзгарувчан электр майдон энергиясининг бир қисми диэлектрикни қайта қутбланишда иссиқликка айланади, чунки зарраларнинг моддада барча ҳаракатлари уларга электр майдон берган энергиянинг қисман исрофи билан боғлиқ бўлади. Шу исрофни диэлектрик йўқотишлар дейилади. Зарралар ҳаракати қанча катта бўлса, диэлектрик йўқотишлар шунча катта бўлади. Демак, улар  $\vec{E}$  майдоннинг  $\omega$  такрорийлигига боғлиқ. Агар диэлектрик қутбланишда асосий ўринда электронлар ва ионларнинг кичик силжишлари бўлса, бу ҳолда диэлектрикни гармоник тебрангичлар (осцилляторлар) тупламидан иборат

деб қаралиши ва бу тебрангичлар ўзгарувчи  $E$  майдонда мажбурий тебранишлар қилади дейилса, агар  $\omega$  тебрангичнинг  $\omega_0$  хусусий такрорийлигига яқин бўлганда энергия йўқотиш энг катта бўлади (резонанс). Асосий қутбланиш электронлар силжиши билан боғлиқ бўлса, бу ҳолда йўқотишлар оптик такрорийликда ( $\approx 10^{15}$  Гц) максимумга эришади, аммо электротехник ва радиотехник такрорийликда назарга олмаслик даражасида кичик бўлади. Ионлар силжиши билан аниқланадиган қутбланишда диэлектрик йўқотишлар И<sup>К</sup> нурлар соҳасида ( $10^{12}$ - $10^{13}$  Гц) энг катта бўлади. Ориентацион қутбланишда диэлектрик йўқотишлар яна ҳам кичик такрорийликларда сезиларли бўлади. Юқори такрорийликларда дипол моментлар ўз йўналишини майдонга мослаб улгурмайди, йўқотишлар кичик. Паст такрорийликларда қутбланиш майдон кетидан улгуриб боради, силжишлар катта, аммо уларнинг вақти ҳам катта бўлганлигидан диэлектрик йўқотишлар кичик. Ташқи ўзгарувчи  $E(\omega)$  майдоннинг такрорийлиги молекулалар ориентрланиши ўрнашиши вақтига (релаксация вақтига) тенг бўлса, диэлектрик йўқотишлар энг катта бўлади. Масалан, сувда қутбланиш асосан ориентацион механизмга эга,  $\omega_{\max}$   $10^{11}$  Гц чамасида.

Диэлектрик йўқотишлар миқдоран диэлектрик йўқотишлар бурчаги  $\text{tg}$  билан аниқланади. Бурчак қутбланиш вектори  $P$  ва электр майдон кучланганлиги  $E$  орасидаги фаза фарқини ифодалайди.

Ҳақиқий диэлектриклар қандайдир  $\sigma$  электр ўтказувчанликка эга, диэлектрик йўқотишларнинг бир қисми ана шу  $\sigma$  га боғлиқ. Паст такрорийликларда ўтказувчанлик билан боғлиқ жоул иссиқлиги ажралиши муҳим бўлиши мумкин, чунки  $\omega \rightarrow 0$  да ҳам у нолга тенг эмас, агар диэлектрик йўқотишлар фақат ўтказувчанликка боғлиқ бўлса, у ҳолда  $\text{tg}\delta = 4\pi\sigma/\omega$  бўлади.

## 12.8. Диэлектриклар тешилиши (бузилиши)

Диэлектриклардан ўтаётган ток зичлиги (унча кучли бўлмаган электр майдонлар ҳолида) Ом қонунини  $j = \sigma E$  асосида майдон кучланганлигига пропорционал бўлади. Аммо, етарлича кучли электр майдонларда Ом қонунидан четланиш, яъни токнинг  $E$  га боғлиқ равишда жуда тез ўсиши юз беради. Му-



айян  $E=E_3$  майдонда диэлектрикнинг электр тешилиши содир бўлади, яъни бунда диэлектрик ўтказувчанлиги кўп даражада ортиб кетади, чунки унда юқори ўтказувчанликли канал (каналлар) пайдо бўлади.  $E_3$  ни диэлектрикнинг электр маҳкамлиги дейилади. Кварц шиша мисолида  $\rho=10^{16}-10^{18}$  Ом см,  $E_3 = (2-3) \cdot 10^5$  В/см.

Қаттиқ диэлектрикларда электр тешилишдан ташқари яна иссиқликдан тешилиш ҳам мавжуд. Бу ҳолда ток ортиши билан температура (жоул иссиқлиги ортади, бу эса ҳаракатчан заряд ташувчилар сонини ортишига ва солиштирма қаршилиқ камайишига олиб келади. Электр тешилишдан майдон кучайиши билан унинг таъсирида заряд ташувчилар ҳосил бўлиши тез кўпаяди. Диэлектрикда тешилиш муқаррар нобиржинсликлар ёрдамлашади, чунки у жойларда  $E$  бошқа жойлардан катта бўлади.

Диэлектрик тешилганда ҳосил бўлган ўтказувчан ингичка каналларни шнурлар (найчалар) дейилади, ток шу каналлардан катта зичликда оқади, канал ҳатто эриб кетиши мумкин.

Диэлектрикнинг тешилиши қайтар ва қайтмас бўлиши мумкин: тешилиш жараёнида диэлектрик тузилиши узгармаса, бу тешилиш қайтар бўлади ва аксинча.

**Диэлектриклар қўлланиши.** Кўпчилик диэлектриклар кейинги давргача асосан электроизоляцияцион материаллар сифатида ишлатиб келинади. Аммо, диэлектриклар қўлланадиган соҳалар кенгайиб борди, улар хилма-хил вазифаларни ўтайдиган бўлди. Диэлектрикларнинг конденсаторларда ишлатилиши маълум, электр токи ўтказгичларини электр энергиянинг беҳуда исроф бўлишига йўл қўймайдиган диэлектрик (изоляцияцион) қатламлар билан ўралишини ҳам биламиз. Пьезоэлектриклар товуш тебранишларини электр тебранишларга ва аксинча айлантириш вазифасини бажаради, пироэлектриклар ИҚ нурланишини ошкорлаш ва интенсифлигини (энергияси зичлигини) ўлчашда қўлланилади. сегнетоэлектриклар радиотехникада нозичлигини элементлар сифатида ишлатилади. Диэлектрикларга киришмалар киритиб, уларни рангли қилиш, яъни оптик филтёрлар тайёрлаш мумкин. Кўпгина диэлектрик кристаллар ( $AlGaAs$ ,  $CdS$ , рубин ва б.) квант электроникасида лазерлар ва кучайтиргичлар асосан бўлиб хизмат қилади.

Диэлектриклар яримўтказгичлар электроникасида муҳим ўрин эгаллайди. Улар интеграл микросхемалар элементлари

сифатида, ярим ўтказгич асбобларининг сақлагич сиртқи қопламлари куринишида ишлатилади, металл-диэлектрик – ярим ўтказгич транзисторлар таркибига киради.

### Масалалар

1.  $+q$  ва  $-q$  зарядлардан ташкил топган электр диполининг дипол марказидан  $r \gg l$  ( $l$  – дипол елкаси) нуқтадаги майдоннинг кучланганлиги 
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$
 ифодага мос келишини аниқланг.

2. Бирлик ҳажмининг дипол моменти  $P$  бўлган бир жинсли диэлектрик ичида сферик ковак бор.  $P$  вектор  $z$  ўқ бўйича йуналган деб ҳисоблаб,  $z$  ўқ билан ковак сиртидаги бирор нуқтага ковак марказидан ўтказилган радиус-вектор  $r$  орасидаги бурчакни  $\theta$  деб белгилаб, ковак марказидаги майдон 
$$\vec{E} = 4\pi P/3$$
 бўлишлигини исботланг.

3. Кутбли қаттиқ жием учун Дебай температураси 153 К.  $T = 270$  К да 110 кГц такрорийликда диэлектрик йуқотишлар эгри чизигида максимум кузатилган. Бунинг уртасида 0.4 эВ тусиги билан диполларнинг икки имконий ориентрланиши мавжудлигига мос туширилишини исботланг. Бу ҳолда куйидаги Дебай ифодаси ўрнида:  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon'' = A + \frac{B}{1 - i\omega\tau}$ , бундаги  $\tau = (2\pi\nu_D)^{-1} \exp(U/kT)$  икки имконий ориентрланиш орасида ўтиш (релаксация) вақти,  $\nu_D \approx \frac{k\theta_D}{h} \cdot \theta_D$  – Дебай температураси.  $A=5$  ва  $B=15$  деб юқоридаги ифода асосида  $\epsilon'(\omega)$  ва  $\epsilon''(\omega)$  боғланишлар графинини чизинг. 250 дан 290 К гача ораликда  $\epsilon'' = 0,5\epsilon''_{\max}$  бўлиб чиқшини керак.

## ХIII БОБ

### КЕРАМИК ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР. КОМПОЗИТЛАР

#### 13.1. Керамик материаллар ҳақида умумий маълумот

Ҳозирги замонда керамик материаллар соҳаси жуда кўп моддаларни — қурилишда ишлатиладиган гишдан то энг янги юқори температурада ўта ўтказувчан керамик қотишмаларгача бўлган қаттиқ жисмларни ўз ичига олади. Улар хилма-хил хоссаларга эга ва фан, техникада кенг қўлланилмоқда. Шунинг учун ушбу қўлланмада керамика тўғрисида тўлароқ маълумот келтиришнинг иложи йўқ ва биз бу ҳақда асосий хоссаларнинг қисқа баёинини келтираемиз.

Керамик материалларнинг атомлари орасида ионларга хос ва ковалент боғланишлар учрайди. Бу боғланишлар ҳақида I бобнинг 1.5.1- ва 1.5.2-бандларида маълумот берилган. Бу ерда шунини таъкидлаш керакки, ионлар боғланиши ҳолида электронлар зарядлари ионлар атрофида йиғилган, ионлар орасида, табиини, электростатик қучлар таъсир қилади. Ковалент боғланиши ҳолида электронлар заряди (зичлиги) қўшни атомлар орасида унча мунча текис тақсимланган, буида электростатик ўзаро таъсир кучсиз, аммо квант ўзаро таъсири асосий бўлади.

Технологик жараёнинг қандай боришига қараб бир модда турли тузилма ҳосил қилади. Масалан,  $\text{SiO}_2$  моддасини суюлтириб суни секин совута борилса, кристобалит кристалли ҳосил бўлади, агар  $\text{SiO}_2$  нинг суюлмаен тез совутилса — силикат шилина (аморф жисм) олинади. Бу иккови қаттиқ жисм керамикага мансубдир.

Ҳозир керамика деийлганда металл табиатли бўлмаган ҳамда полимер (занжирсимон) тузилишга эга бўлмаган қаттиқ модда тушунилади. Шинцалар, монокристаллар, конгломератлар, майда кристаллар ва уларнинг бирлашмалари керамик материаллардир.

Алюминий оксиди  $Al_2O_3$  асосида керамик материалларга турли хоссалар бериш мумкинлигини курайлик.

$Al_2O_3$  нинг айрим доналари (корунд) материалларни силлиқлаш ва сайқаллашда ишлатилади. Донатор тузилиши  $Al_2O_3$  поликристаллари кўрннадиган ёруғлик соҳасида яхши шаффоф (тўнлиқ) бўлганлиги туфайли улардан юқори температура ва юқори босимда ишлай оладиган оптик деразалар тайёрланади.  $Al_2O_3$  намунасида титан кришмаси бўлса, уларни сапфир дейилади ва у спектрнинг ИК соҳасида шаффоф, оптоэлектроникада қўлланилади.

$Al_2O_3$  кристалига хром қўшилса, уларни *рубин* дейилади. Рубин оптик квант генераторларда ишчи жисм сифатида ишлатилади.

### 13.2. Қурилмалар ва асбобларда қўлланиладиган керамика

Керамиканинг кимёвий ва термик чидамлиги улардан қурилмаларда фойдаланиш имконини беради. Бу хоссалар атомлараро боғланишларнинг кучли бўлишлиги ва кўпчилик металлар оксидларидан таркибланган керамик моддаларнинг (КМ) яна оксидланиши амалда мумкин эмаслигидан келиб чиқади.

Кимёвий боғланишларнинг мустаҳкамлиги КМларнинг юқори суюлиш температурасига ва қаттиқликка эга бўлишлигини тақозо этади, атомлар қатламларнинг ўзаро сирпанишига йўл бермайди, КМ ташқи кучланиш берилганда ўз шаклини сақлайди, лекин агар юклама бирор бўсағавий қийматга эришганда бирданига барбод бўлади, уларда металлардагидек пластик деформация бўлмайди.

КМларнинг мазкур хоссаларини тушуниш учун уларда мавжуд бўладиган нуқсонларни — киришмалар, якка вакансиялар ва уларнинг уюмлари (ваканцион коваклар), микродарзларни куриб чиқиш зарур.

Кристалл керамика ва шишанинг мўртлигини миқдоран қайишқоқлик аниқлайди, у тахминан  $MPa/m^{1/2}$ . Металлар учун у  $40 MPa/m^{1/2}$  чамасида.

КМ даги киришмалар ва микроковаклар ҳам қўйилган ташқи юкламани ўзига жалб қилади. Улар атомлараро боғланишларни сусайтиради, осон узилладиган қилади, шунинг учун нуқтавий нуқсонлар атрофида боғланишларнинг пластик деформацияси бўлиши қийин. Оқибатда нуқсонлар жонида коваклар катталаша боради.

Демак, нуқсонларнинг таъсирини урганиш КМларнинг фойдали хоссаларини яхшилашга қаратилган. Коваклар, агломератлар, кимёвий киришмалар каби нуқсонларни бартараф қилиш зарур, чунки улар дарзларнинг пайдо булиши манбаларидир. Бунинг учун дастлабки кукунни (порошокни) синчиклаб тозаланади ва жуда майдалаб, зичлаб тахланади.

Технологик жараён қуйидаги босқичлардан иборат: металл оксиднинг, масалан,  $TiO_2$  нинг кичкина диаметри ( $<1\mu\text{м}$ ) заррачалари эритмадан утказилади. Бу зарралардан (масалан, метанолда) махсус суспензия тайёрланади, унга қушилган полимер заррачалар сиртига ёпишиб, уларнинг агломератлар шаклида уюшиб кетишига йўл қўймайди. Олинган порошок (кукун) «назорат қилинадиган тахлашга» дучор қилиниб, ивиштирилади. Натижада амалда коваксиз материал олинади. «Назоратли тахлаш» энг муҳим жараён қисмидир. Бунда катта босим остида қолипларда қисиш билан бир қаторда қиздириладиган пресе-қолипда зичлаш, замбаракнинг ёпиқ стволида портлаш ёрдамидаги зичлаш, динамик зичлаш, электр майдонда полимер қобиқли порошок (кукун) зарралари ҳаракати — электрофорез ёрдамида зичлаш усуллари қўлланилади. Майда кукун (порошок) олишда лазерлар технологияси муваффақиятли қўллана бошлади. Бу  $Al(CH_3)_3$   $B(CH_3)_3$  туридаги органометалл молекулалар ёки  $SiCl_4$  турдаги молекулаларни лазер нурлари таъсирида парчалашга асосланган. Бу ҳолда металл зарралари мазкур бирикмалар гази тўлдирилган камера деворларида майда донали кукун (порошок) кўринишида ўтиради. Баъзан камерага махсус таглик жойланади.

Кукун (порошок)ни уйдириш соҳасида асосий вазифа зичланган зарралар тутиниши мустаҳкамлигини оширишдир. Одатда зарралар чегарасида вакансиялар ва вакансион коваклар кўп бўлади. Масалан,  $SiC$  ёки  $Si_3N_4$  кукунларига сийрак ер металлари оксидлари қўшилади, улар бор бўлган  $SiO_2$  билан реакция қиладилар. Қиздиришда  $K_2CO_3 + SiO_2 \rightarrow K_2SiO_3 + CO_2 \uparrow$  ёки  $CaCO_3 + SiO_2 \rightarrow CaSiO_3 + CO_2 \uparrow$  реакциялар оқибатида вакансион ковакларни тўлдирувчи  $K_2SiO_3$ ,  $CaSiO_3$  суюқ силикатлар ҳосил бўлади. КМ мустаҳкамлигини оширишнинг яна бир йўли юклама (босим) остида дарзлар ўсишини тўхтатишдир.

Босим остида кристалл тузилишини узгартириш усули ҳам КМ мустаҳкамлигини оширишга хизмат қилади. Масалан, босим остида тетрагонал тузилишли диоксид  $ZrO_2$  моноклин тузилишли бўлиб қолади. Моноклин тузилишли  $ZrO_2$  нинг ҳажми тетрагонал тузилишлисидан 3...5% қадар катта. Кенгайиб бориб, доналари дарзни қисади, дарз энди кенгая олмайди.

Яна бир усул шундан иборатки, мазкур керамикага ундан мустаҳкамроқ керамика толалари киритилади. Бундай КМда дарз ўсишда толага дуч келади ва нарига ёйилмайди. Амалда SiC кремний карбиди толаларидан фойдаланилади.

Дарзларни тўхтатишнинг учинчи усули дарзнинг учини тумтоқлашдир.

Мазкур КМга бошқа моддаларнинг оз қўшимчасини киритганда ҳосил бўладиган бир жинс (гомоген) соҳалар пайдо бўлади, албатта. Шу соҳаларни имкони борича торайтириш КМ ларни мустаҳкамроқ қилади. Ҳозир шу асосда  $0 \leq X \leq 5$  оралиқда  $Si_{6-x}Al_xN_{8-x}O_x$  каби юқори мустаҳкамликка эга бўлган КМ лар — сиалонлар яратилган.

КМ лар иккита муҳим соҳада — металлга ишлов берадиган кесувчи асбобни ва ҳаракатлантиргичлар қисмларини тайёрлашда қўлланилмоқда.

Керамик асбоб, мустаҳкамланган керамикадан ясалган кескичлар узоқ муддат ишлаши шароитида, кесиш тезлигини куп марта ошириш имконини беради, анча энергия тежашга олиб келади.

Ҳаракатлантиргичларнинг қисмлари — турбиналарнинг ҳаракатланувчи ва қўзғалмас кураклари юқори даражада мустаҳкам бўлган ва унча мурт бўлмаган керамикадан тайёрланса, улар металл ва қотишмаларга нисбатан, анча юқори температураларда ҳам ишлай олади, Ф.И.Кси анча юқори бўлади, зичлиги кам, чидамлиги юқори.

КМлар автомобил ҳаракатлантиргичлари қисмларини тайёрлашда ҳам қўлланилади, механик зичлантиргичлардан сув қувурларни беркитувчи жўмрақларда фойдаланилади.

### 13.3. Радиоактив материаллар ва чиқиндиларни сақлайдиган контейнерлар учун керамика

Ушбу мақсадга эришишнинг учта босқичи бор:

- 1) Чиқиндилар нисбатан эриб кетмайдиган кимёвий жиҳатдан чидамли моддага киритилади,
- 2) Бу модда герметик контейнерга жойланади,
- 3) Контейнерларни қуруқ ва барқарор геологик заминда қўмилади.

Биринчи босқичда борсиликат шиша ва бор (В) ли керамика қўлланади, чунки бу моддалар нейтронлар ва  $\gamma$ -квантларни кучли даражада юта олади. Бу модда ичида қўрғошин ҳам бўлади.  $PbO$  ва  $2PbO$ ,  $PbSO_4$  оксидлар  $\gamma$ -нурларни энг яхши ютади. Уларни зичлаш олдидан  $B_2O_3$ ,  $B_4C$ ,  $MbO_4$ ,  $Mb$ ,  $Mb_2$  моддалар қуқунига аралаштирилади.

Иккинчи босқичда бетонлар ва бор (В) — қўрғошинли ерамика қўлланилади. А. Рингвуд (1978й. Австралия) «синрок» деган махсус керамикани яратди, у жуда барқарор бўлиб, перовскит ва цирконлит табиий минераллари асосида яратилган. Шундай қилиб, керамик материаллар радиоактив материаллар ва чиқиндиларни сақлашда қўлланилади.

### 13.4. Керамик ферритлар

Маълумки, модданинг магнит хоссалари кристалл панжарасини ҳосил қилган атомлар магнит моментларининг ўзаро таъсири қандай бўлишлигига боғлиқ.

Ферритлар темир ва бошқа элементлардан таркибланган мураккаб оксидлардир. Уларнинг кўпчилиги ферримагнитлар бўлади ва ўзида ферромагнит ва ярим ўтказгич ёки диэлектрик хоссаларни мужассамлаштирган, радиотехникада радиоэлектроникада, ҳисоблаш техникасида магнит материаллар сифатида қўлланилади.

Ферритларнинг кристалл панжараси иккита таркибий панжарадан иборат бўлиб, улардаги атомларнинг магнит моментлари қарама-қарши йўналган, аммо улар бир-бирига тенг эмас. Бошқача айтганда, бундай моддаларнинг кристалли панжарасида табиати турли атомлар қўшни бўлади. Табиий ферримагнитнинг энг ёрқин мисоли магнетит  $FeO \cdot Fe_2O_3$  бўлади. Унинг кристаллида кислороднинг манфий ионлари

кубик панжара ташкил қилади, унда ҳар бир  $\text{FeO-Fe}_2\text{O}_3$  молекулага бир  $\text{Fe}^{++}$  йон ва иккита  $\text{Fe}^{+++}$  йон тўғри келади. Бу ионлар ўрнини икки валентли бошқа металллар ( $\text{Mg}$ ,  $\text{Ni}$ ,  $\text{Co}$ ,  $\text{Mn}$ ,  $\text{Cu}$ ...) ионлари  $\text{M}^{++}$  эгаллаши мумкин. Бундай ферритларда бир таркибий панжара  $\text{Fe}^{+++}$  ионларнинг ярмидан тузилган, иккинчиси эса  $\text{Fe}^{+++}$  ионларнинг иккинчи ярми ва  $\text{M}^{++}$  ионлардан ташкил топган.

$\text{M}$  металнинг  $\text{M}^{++}\text{O-Fe}_2\text{O}_3$  мураккаб оксиддаги қотишмаси (қаттиқ эритмаси), масалан,  $\text{Li}_x\text{Mn}_{1-x}\text{O-Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Zn}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Fe}_2\text{O}_3$  ва бошқалар катта аҳамиятлидир. Ферритларнинг ферромагнит материаллардан иккита муҳим фарқи бор: 1) уларда юқори магнит хоссалар (кичик коэрцитив куч, магнит қабулчанликнинг катта бўлишлиги ва ҳ.к.) билан биргаликда юқори даражада изоляцион хоссалар ҳам мавжуд;

2) ферритларнинг солиштирма электр қаршилиги  $10^3\text{Ом.см}$  га ётади, бу эса темирникидан миллион марта тартибида катта, гистерезис сиртмоғи тўғри тўртбурчак шаклида.

Ана шу фазилатлар ферритларнинг кенг амалий қўлланишига сабаб бўлган. Улар индуктивлик ғалтаклари трансформаторлар, дросселлар, магнит антенналар ва бошқа магнит ўтказгичлар ўзаклари сифатида юқори такрорийликларда ишлашни таъминлайди. Ферритлар тўлқин қувириларида ўта юқори такрорийликли электромагнит тўлқинларни бошқарадиган асбобларда қўлланади.

Ҳисоблаш техникасида қўлланадиган ферритлар тўғри тўртбурчакли гистерезис сиртмоғига ва нисбатан кичик коэрцитив кучга эга бўлади.

$\text{BaO} \cdot (\text{Fe}_2\text{O}_3)_6$  туридаги ферритлар катта коэрцитив кучга эга (80 кА/м дан ортиқ) ва улардан доимий магнит тайёрланади.

Ферритнинг таркибий панжараларида  $\text{Fe}^{++}$  ионлар, катионлар тақсимооти ва уларда нуқсонлар миқдори газнинг таркибига, куйдириш температурасидан совутиш тезлигига боғлиқ. Бу боғланишлардан ферритларнинг магнит ва электр хоссаларини шакллантиришда фойдаланилади.

### 13.5. Сегнетоэлектрик ва пироэлектрик керамик материаллар

XII бобда сегнетоэлектрик ва пироэлектриклар тўғрисида маълумот берилган эди. Бу ерда сегнетоэлектрикларнинг диэлектрик қабулчанлиги  $\chi$  электр майдоннинг ночизигий



функцияси бўлишлигини эслатиб утамиз, бунинг сабаби уларда спонтан (ўз-ўзидан) кутбланишнинг мавжуд бўлишлигидир, у, муайян температура оралиғида, электр майдон баргараф қилинганлигидан кейин ҳам сақланади. Бу биринчи марта сегнет тузи  $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  да  $-18$  ва  $+24^\circ \text{C}$  оралиғида спонтан кутбланиш кузатилган.

Пастки температурадан қуйида сегнетоэлектрикдаги зарядлар ҳаракатсиз, юқори температурадан баландда эса кучли иссиқлик ҳаракати оқибатида зарядлар кутбланиши йўқолади. Сегнетоэлектрик ҳолат мавжуд соҳада бу моддалар пироэлектрик хоссага ҳам эга: иситилганда кутбланиш ўзгаради ва э.ю.к. вужудга келади.

Барий титанати  $\text{BaTiO}_3$  (Б.М.Вул, 1945й) кашф қилингандан кейин сегнетоэлектрикларнинг техникада (аввало, конденсаторларнинг диэлектрик қатлами сифатида) кенг қўлланиши бошланди. Сегнетоэлектрик яхши изолятор, у кутбланиш эвазига электр заряд жамғаради.

Агар сегнетоэлектрик керамика кристалларида кристалл марказига нисбатан зарядлар симметрикмас тақсимланган бўлса, у ҳолда механик деформация оқибатида кутбланиш силжийди, бу ҳодисадан пьезоэлектрик керамикада фойдаланилади. Баъзи пьезоэлектрик материаллар намуналари учлари орасида  $10^4 \text{ В}$  дан катта кучланиш ҳосил бўлиши мумкин. Қисқа туташишда чиқадиган учкундан ўт олдирувчи қурилмаларда (масалан, ҳаракатлангиргичларда) фойдаланилади. Пьезокерамикада механик энергияни электр энергияга айлантиришда исроф кам бўлганлиги учун, ултраовушдан фойдаланиладиган медицина асбобларида ва бошқаларда самарали қўлланади.

Сегнетоэлектрик керамика фавқулодда нозик, субмикрометрли диапазонда куча оладиган ҳаракатлангиргичлар яратиш имконини берди, бу асосда туннел микроскоп кашф қилинди.

Сегнетоэлектриклар асосида ёруғлик модуляторлари тайёрланган.

Ҳозир кўп миқдорда сегнетоэлектрик моддалар маълум. Уларнинг табиати тўла аниқланмаган бўлсада, аммо бир қатор муҳим қонуниятлари топилган. Масалан, сегнетоэлектрик ҳолат бўлиши учун қандайдир ички деформация ёки тартибсизлик даражаси бўлмоғи зарур. Масалан,  $\text{BaTiO}_3$  да титан ва барийнинг панжаралари кислород панжарасига

нисбатан силжиган бўлади. Керамикани тайерлашда электр кучланиш берилганда кристалл доналари тартибсизлик тартиблиликка ўтадиган бўлиб қайта йўналади. Барий титанатида панжаралар силжиши билан боғлиқ ички деформация намоён бўлади. Бошқа ички деформациялар ҳам бўлади.

Пирозлектрик керамика  $I^{\pm}$  нурланиш детектори (ошкорлагичи) сифатида қўлланилади, бундай детекторларнинг сезгирлиги жуда юқори, уларнинг ёрдамида температуранинг  $10^{-6}$  К қадар ўзгаришини ўлчаш мумкин.

### 13.6. Ўта ўтказувчан керамика

Голландия физиги Х. Камерлинг-Оннес биринчи марта газларни суюлтириб паст температуралар ҳосил қила бошлаган олим — 1911 йилда симобнинг электр қаршилигининг температура пасайганида сакрашсимон йўқолишини биринчи марта кузатиб, симоб  $T=4.15\text{K}$  да ўта ўтказувчанлик деб аталган янги ҳолатга ўтади деган хулосага келди. Бундан бир неча йиллар олдин кўпгина металл элементлар, қотишмалар, интерметалл бирикмалари, баъзи ярим ўтказгичлар, полимерлар паст температураларда ўта ўтказгич бўлиб қолишлиги аниқланган эди.  $\text{Nb}_3\text{Ge}$  германий ниобат энг юқори ўтиш температурасига (23 К атрофида) эга деб ҳисобланар, 1986 йилда Г. Беднорц ва А. Мюллер (Швейцария) лантан, барий ва мис оксиди асосида 35 К да ўта ўтказувчан бўлиб қоладиган керамика олдилар. Бундан кейин жаҳоннинг кўп илмий лабораторияларида “ўта ўтказувчанлик жазаваси” кўтарилди. Г. Беднорц ва А. Мюллер рекорди бир неча ой давомида бир неча марта орқада қолдирилди, ниҳоят 1987 йилда П. Чу раҳбарлигидаги бир гуруҳ америка олимлари ўта ўтказувчанлик ҳолатига ўтиш критик темпераси  $T_c=93\text{K}$  бўлган итрий-барий-мис оксиди таркибли керамика ҳақида хабар қилдилар. Бу ажойиб воқеа эди, чунки осон ва арзон суюқ азотнинг қайнаш температураси 77 К бўлиб, юқоридаги керамик бирикмани ўта ўтказувчан ҳолатга ўтказиш учун шу суюқ азотнинг ўзи кифоя бўлади. Келажақда ўта ўтказувчан материалларнинг техникада кенг қўлланилиши имконияти очилди.

П. Чу ва ундан кейин бошқалар синтез қилган керамикада иттрий Y, барий Ba ва мис Cu учун мос равишда 1:2:3 нисбатдаги таркиб аниқланган. Шунинг учун бу керамикани "1:2:3" керамика деб ҳам аталади. Y<sup>+++</sup> ва В<sup>++</sup> топилган зарядлар ва миснинг имконий Cu<sup>+</sup>, Cu<sup>++</sup>, Cu<sup>+++</sup> зарядлари бўлишлиги курсатадики, мазкур бирикма атомлари гуруҳида тула мусбат заряд 10 дан 16 гача бўлиши мумкин. Кислороднинг заряди -2 га тенг, мусбат ва манфий зарядлар сони тенг бўлиши керак. Шунинг учун бирикмада 6 та металл ионига 8 тача кислород атоми туғри келиши лозим. Шу мулоҳазалардан 1:2:3 бирикманинг кимёвий ифодаси YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6,5</sub> бўлишлиги аниқланган.

1:2:3 бирикмалар перовскит тузилишга эга бўлишлиги ишончли тасдиқланган.

Y-Ba-Cu-O ута ўтказгичнинг хусусияти —қатламдорликдир: икки йўналишда панжара даври 0.28 нм, учинчи йўналишда эса 1.2 нм. Асосий ўтказувчанлик мис-кислород қатламига туғри келади, бунинг сабаби мис атомлари электронлари d-қобигининг кислород атомлари электронлари p қобиғи билан устма-уст тушишидир. Аммо, аниқланган мазкур қатламдор тузилиш тасвирланаётган ҳодисани физик нуқтаи назардан тула тушиниб олиш учун етарли эмас.

Сийрак ер элементлари атомларининг, кислороднинг бу бирикмалари ута ўтказувчанлигига қўшадиган ҳиссасини аниқлаш масаласини ечиш зарур. Керамик ута ўтказгичларда (Купер) электронлар жуфтлари бу хоссани келтириб чиқариши исботланган, аммо электронлараро тортишиш кучлари табиати ҳали аниқ эмас.

Юқори температурали ута ўтказувчанлик қўлланиши мумкин соҳалардан бири электрон техникадир. Бу асосда интеграл схемаларда элементлари зичлигини 10<sup>8</sup>/см<sup>3</sup> га етказиш мумкин.

Транспорт соҳасида ҳам ута ўтказувчанлик катта самара беради. Келажакда ута ўтказувчан материалдан электр ҳаракатлантиргич ясаш мумкин. Унинг ҳажми ўшандай қувватли одатдагисидан 10 марта кичик бўлади.

Материаллардан магнит осмали транспорт, электро энергия жамғаргичлар, МГД-генераторлар ва электр энергияни узатиш йўллари ишлаб чиқишда фойдаланса бўлади.

Янги материаллар қидириш ишлари ҳам давом этмоқда. Висмут ва таллий асосида (Bi-Sr-Ca-Cu-O) ва (Ti-Ba-Ca-Cu-O) бирикмалар кашф қилинди.

Бу соҳада назарий ва экспериментал тадқиқотлар жадал олиб борилмоқда, бинобарин, янги ажойиб кашфиёт ва қўлланишларни кутиш мумкин.

### Композицион материаллар

Композицион материаллар (композитлар) бирор асосий модда ичида бошқа модданинг толалари ёки зарралари муайян тарзда тақсимланган материалдир. Тақсимланган моддани арматура дейилади. Арматура тартибли ёки тартибсиз жойлашган бўлиши мумкин.

Композитларни ишлаб чиқиш мақсадлари қуйидагилардан иборатдир. Техника ва технологияда мустаҳкамлиги, қаттиқлиги, иссиқликка бардошлиги, кимёвий таъсирга барқарорлиги юқори даражада бўлган материаллар керак. Бунга эришиш учун даврий системанинг ўртасида жойлашган элементлар - C, Al, Si, O, N лардан фойдаланилади, улар ўзаро мустаҳкам барқарор боғланган бирикмалар ҳосил қилади. Бу бирикмалар мисоллари: кремний карбиди SiC, нитриди Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, оксиди SiO<sub>2</sub>, алюминий оксиди Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Агар уларни майда зарралар ёки ингичка толалардан тайёрланса, мустаҳкамлиги анча ортади.

Масалан, ойна шишаси мўрт модда, аммо шиша тола чўзилишга нисбатан жуда мустаҳкам бўлади.

Толаларнинг энг катта имконий мустаҳкамлигидан фойдаланиш мақсадида уларни асосий модда ичига жойланади, бунда асосий модда толаларни бир-бирига бирлаштириб, материалга қаттиқ шакл беради. Шунинг учун тола иплар иншоотлар, қурилмаларда ишлатиладиган композитларнинг муҳим таркибий қисми бўлади. Толаларнинг  $l$  узунлиги уларнинг  $d$  диаметридан анча катта бўлиши керак ( $l/d > 100$ ). Узун толалардан фойдаланишда синергизм ҳодисаси юз беради. Синергетика ички тескари боғланишли системаларда уз-ўзини бошқаришни ўрганадиган фан. Композит ҳолида синергизм толанинг асосий моддага (матрицага) ва асосий модданинг толага таъсиридир. Агар чўзиш деформацияси вақтида тола узилса, асосий модда бу

узилиш жойларини қисади ва тола қисқа толалардек ишлай беради. Шундай қилиб композитларни тайёрлашнинг асосий мақсади ундаги толаларнинг мустақкамлигини сақлашдир. Умуман, композитлар уларни таркиблаган қисмларига нисбатан юқори сифатли булмоғи керак.

Композитлар таркиби қандай танланади?

Композитнинг муайян температуралар оралиғида ишлай олиш қобилиятини таъминлайдиган асосий модда ва арматуранинг танлаш энг муҳим вазифадир.

200°С дан паст температураларда ишлайдиган композитларни тайёрлашда полимер моддалар қулланади. Масалан, шишапластик композит полиэфир смола ичида тақсимланган қисқа шиша толалардан иборат. Бу композит автомобил, кема ва турли асбоблар танасини тайёрлашда ишлатилади.

Термореактив пластиклар деб аталадиган композитлар полимерлар асосида тайёрланган бўлиб, уларда молекуляр занжирлар орасидаги кундаланг боғланишлар қаттиқ уч улчовли тўр шаклидаги молекуляр тузилишни ҳосил қилади. Уларнинг мисоллари – эпоксид смолалар, 350°С гача қиздиришга чидайдиган полимер смолалар.

Юқори температураларда ишлайдиган композитлар учун асосий модда (матрица) сифатида металллар олинади. Металл моддаси, иссиқликка чидамликдан ташқари, толалар мустақкамлигига мустақкамлик қўшади, металлнинг пластиклиги композитга қайишқоқлик хоссасини беради.

Жуда юқори температураларда керамик матрицалар қулланади. Уларга киритилган толалар керамикада дарзларнинг катталашиб кетишига тўсиқлик қилади.

SiC, Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> моддалар асосий қилиб олинса, улар композитнинг ишлаш температурасини 1700° С гача қутаради. Карбон асосидаги композитлар юқори қаттиқликка эга, кам говаклик бўлади. Бунда матрица сифатида аморф карбон олинса, арматура толалари кристалл карбон – графитдан бўлса, бу композит 2500°С гача чидаш беради.

Учувчи аппаратлар учун материалнинг  $\sigma$  мустақкамлигини ошириш,  $\rho$  зичлигини камайтириш зарур, яъни  $\sigma/\rho$  нисбатининг катта бўлишига эришиш керак.

Карбон матрицали композитнинг баъзи камчиликларини бартараф қилиш учун уни чидамлироқ SiC юққа қатлами

билан қопланади. Бу композит «Шаттл» космик кемасида қўлланилган.

Демак, матрица моддаси биринчи навбатда композитнинг ишлаш температурасига қараб танланади.

Ҳар қандай моддадан тайёрланган толалар мустақкам бўлади, аммо бошқа хоссалари кучли даражада фарқ қилиши мумкин. Масалан, шиша толаларнинг чўзишга нисбатан мустақкамлиги карбон толалариникидек, аммо уларнинг қаттиқлиги ҳар хил: шиша тола кучли чўзилади, карбон тола деярли чўзилмайди. Шунинг учун катта юкламалар берилганда қаттиқлиги талаб қилинганда шиша толани қўллаб бўлмайди.

Зарбаларга дучор бўлиб турадиган буюмлар, қурилмаларда масалан, ҳарбий техникада ишлатиш учун юқори зарбавий мустақкамликка эга бўлган композитлар қўланади. Толани танлашда унинг матрица моддаси билан кимёвий ҳаммавжуд бўлишлиги муҳим. Аммо, композит тайёрлашда толани бузадиган кимёвий реакциялар юз бермаслиги керак. Тола моддаси ҳали қотмаган матрица моддасини яхши ҳўллайдиган бўлса, юқори сифатли композит ҳосил бўлади. Ҳўлланишни яхшилаш мақсадида ҳам тола, ҳам матрица билан ўзаро таъсирлашадиган махсус қатламлар ўтқазилади.

Демак, тола моддасини танлашда қуйидаги тўртта қоидага риоя қилинади: композитнинг мустақкамлиги; композитнинг қаттиқлиги; толанинг ҳўлланиши ва унинг матрица суюлмасида кимёвий барқарорлиги.

Композитнинг тузилиши масаласи ҳам жуда муҳим, унинг геометрик ички тузилишига қараб хоссалари ҳам ҳар турли бўлади.

Композит арматураси шакли композит мустақкамлигининг толалар йўналганлигига, толалар эгилувчанлигига боғлиқлиги, арматурани тайёрлаш ҳаражатига қараб танланади.

Шу талаблар асосида композитлар ишлаб чиқариш технологияси усуллари яратилган.

Масалан, металлнинг юпқа қатлами ёки кукуни тола устига ўтқазилади ва металлнинг суюлиши температурасидан пастроқ температураларда қиздирилди. диффузия жараёни оқибатида металл матрицаси тола билан боғланади. Бошқа бир неча усуллар ҳам мавжуд.

## Саволлар

1. Қандай моддалар керамик моддалар бўлади?
2. Керамик ва металл қаттиқ жисмларнинг барбод бўлиши механизмлари фарқи нимадан иборат?
3. Керамикани мустаҳкамлашнинг қандай усуллари бор?
4. Керамика қайси соҳаларда қўлланилади?
5. Ферритлар қандай моддалар?
6. Сегнетоэлектрик ҳодисаси нимадан иборат?
7. Юқори температурали ўта ўтказувчанлик ҳодисаси қандай моддаларда мавжуд бўлади?
8. Ўта ўтказувчанлик қўлланадиган соҳалар ҳақида сузлаб беринг.
9. Композитни таърифланг.
10. Композит таркиби қандай қоидалар асосида танланади?

## XIV БОБ

### ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДА ҲАЖМИЙ ЎЗГАРИШЛАР

Қаттиқ жисмларда ҳажмий ўзгаришлар фазавий ўтишларга мансубдир. Фазавий ўтиш нуқтасида фазалар мувозанати шарти кимёвий потенциаллар тенглигидан иборат, яъни  $\mu_1 = \mu_2$ . Маълумки, I жинс фазавий ўтишларда модданинг зичлиги ва термодинамик функциялар ўтиш нуқтасида сакраб ўзгаради, уларда ўтиш иссиқлиги ажралади (ютилади). Бундай ўтишлар мисоллари: суюлиш, буғланиш, кристалланиш, кристалларнинг шакл ўзгаришлари.

II жинс ўтишларда иссиқлик ажралмайди (ютилмайди), термодинамик функцияларнинг ўзи ўтиш нуқтасида сакраб ўзгармайди, балки уларнинг ҳосилалари бўлмиш иссиқлик сифими ( $c_p = d^2\Phi/dT^2$ ), қисилувчанлик ( $dV/dP$ ), иссиқликдан кенгайиш ( $dV/dT$ ) ва бошқалар сакраб ўзгаради. Бундай ўтишларга мисоллар: температура ўзгариши билан ферромагнетикнинг парамагнетикка аврилиши, суюқ гелийнинг ўта оқувчан ҳолатга ўтиши.

Қаттиқ жисмларда ҳажмий ўзгаришлар кимёвий таркиб ўзгармаган ҳолда ва кимёвий таркиб ўзгарган ҳолда юз бериши мумкин.

#### Аллотропик аврилишлар

«Аллотропия» сўзи юнон тилидан олинган ва «бошқа шакл» деган маънони англатади. Аллотропия (полиморфизм) атамаси кимёвий элемент ёки қаттиқ бирикмаларнинг бир неча шаклда (модификациясида) бўлишлигини тавсифлаш учун киритилган.

Моддаларнинг аллотроплари (шакллари) бир-биридан кристаллда атомларнинг турлича жойлашиши билан фарқланади, бунда

- 1) молекулаларда атомлар сони ҳар хил булади;  
(мисол: олти ва саккиз атомли олтингугурт молекуласи);



2) молекуладаги атомлар сони бир хил бўлгани ҳолда молекулаларнинг ўзаро йуналиши турли (мисол: олтингугуртнинг ромбик ва моноклин шакллари);

3) металлар кристалларида атомлар қатламларининг таҳлили кетма-кетлиги бошқача бўлади.

Муайян температурада (утиш температурасида) бир хил аллотропик шаклдан иккинчисига ўтиш содир бўлади.

Масалан, олтингугурт  $T_c=368.5K$  да ромбик кристалл шаклидан моноклин кристалл шаклига ўтади, бунда ўтиш иссиқлиги  $90 \text{ кал}/(\text{г-атом})$ га тенг бўлади, кимёвий таркиб ўзгармайди. Ички энергия кристалл панжарасида атомлар жойлашиши функцияси, яъни кимёвий боғланиш функцияси-дир. Шунинг учун аллотропик аврилишларда (ўтишларда) унинг ўзгариши эвазига иссиқлик ажралади (ютилади), демак, бу жараёнлар I жинс фазавий ўтишларга мансуб.

Мана шунақа аллотропик аврилишлар  $Ti, Zr, Hf, Cr, Fe, Mn, Co, Pt$  элементлар кристалл панжараларида ҳам бўлади.

Кристалл тузилиши ўзгариши билан бир қаторда кимёвий боғланишлар табиати ҳам ўзгариши мумкин. Бунда бир аллотропик шаклда қаттиқ жисм металл ўтказувчанликка, бошқа шаклда эса ярим ўтказгич ёки диэлектрик хоссаларига эга бўлиши мумкин. Масалан, қалайи  $Sn$  ни олсак, у юқори температураларда тетрагонал панжарали (ва координацион сони  $K=6$  бўлган) асл металл (оқ қалайи) бўлади,  $t=13.2 \text{ }^\circ\text{C}$  да оқ қалайи кулранг қалайига аврилади, кейинги эса кубик шаклдаги олмос ( $K=4$ ) панжарасига эга бўлган ярим ўтказгичдир.

$Se$  селеннинг учта аллотропик шакли бор: кулранг селен — ярим ўтказгичдир, қизил ва қора селенда ярим ўтказгичлик хоссаси йўқ, қизил селен моноклин тузилишга эга, қора селен эса аморф моддадан иборат бўлади.

Кимёвий боғланишлар ўзгарадиган аллотропик аврилишлар олтингугурт  $S$ , маргимуш  $As$ , фосфор  $P$ , карбон  $C$  (графит ва олмос) элементларга ҳам хосдир.

### Мартенсит аврилишлар

Баъзи металлар ва қотишмаларда ҳажмий ўзгариш алоҳида хусусиятга эга. Бундай ўзгаришлар металлар ва қотишмалар технологиясида муҳим ўрин тутди. Мартенсит номи машҳур металлург Мартенс номидан келиб чиққан.

Мартенсит аврилишлар (ўзгаришлар, ўтишлар) бирор температурада тугалланмайди, албатта қатъий термодинамик маънода қайтмас, аммо тузилиш маъносида қайтар жараёнлардир.

Айтайлик, қаттиқ жисм (металл) икки аллотропик шаклда бўлиши мумкин. Агар юқори температурада мавжуд бўладиган аллотропа шаклдаги жисмни  $T$  гача совутсак, бунда иккала шаклнинг эркин энергиялари бирдай бўлса, у ҳолда паст температурали шаклга ўтиш юз беради. Қаттиқ жисмни пастроқ мартенсит аврилиш (ўтиш) бошланадиган  $T_m$  – температурагача совутиш зарур. Агар  $T_m$  га етганда совутиш тўхтатилса, бу ҳолда ўтиш тўхтайдди. Агар  $T_m$  дан кейин совутиш яна давом эттирилса, паст температурали фаза (шакл) ҳосил бўла беради. Ниҳоят қандайдир  $T''$  паст температурада ўтиш (аврилиш) тамомила тугалланади. Юқори температурали фазага (шаклга) тескарича ўтиш ҳам мумкин, лекин, температуралар оралиқлари олдинги йўналишда ўтишдан фарқ қилади, яъни бунда гистерезис пайдо бўлади – бу ҳодиса мартенсит ўтишлар (аврилишлар)нинг муҳим хусусиятидир.

Мартенсит аврилишларни диффузиясиз ўтишлар ҳам дейилади, чунки улар бир ёки бир неча текисликларнинг жуда кичик (атомлараро масофасининг улушлари чамасидаги) масофага бир вақтда силжишларидан иборат, бунда текисликлар орасидаги боғланиш бузилмайди. Бу мазкур ўтишларнинг яна бир хусусиятидир. Атомлар текисликларнинг тузилишининг унча катта бўлмаган пластинасимон бузилишига олиб келади. Намуна сиртидаги бу пластинкасимон шакллар микроскопда яхши кўринади. Масалан пўлатлар тобланганда, яъни юқори температурадан бошлаб уларни тез совутилганда ёки марказлашган куб панжарали  $\gamma$ -Fe даги карбон С нинг қаттиқ эритмаси тетрагонал панжарали мартенсит шаклга ўтади. С нинг миқдори қанча кўп бўлса, тетрагоналлик даражаси ортиқ бўлади. Бир вақтнинг ўзида мартенсит пўлатнинг мустақамлиги ортади.

Бир қатор тоза металллар (Fe, Co, Ti, Li, Na ва б.) ва кўп қотишмалар (Fe-Ni, Fe-Mn, Ti-Mn, Au-Cd, Mn-Cu ва б.) да мартенсит аврилишлар бўлишлиги маълум.

### Ўта тўйинган эритманинг парчаланиши

А эритувчида В модда эриган бўлсин. Юқори  $T_1$  температурада В модданинг эритмада мувозанатий зичлиги  $C_1$  етарлича катта. Температура  $T_2$  гача пасайганда система  $C_2$  гача камайган зичликли ҳолатга ўтади.

В эрувчининг зичлиги камайиши ҳисобига “чўкма” ҳосил бўлади, бу эса ўта тўйинган эритма парчаланди демакдир.

Термодинамик таҳлилнинг курсатишича, икки фаза аралашмасининг барқарор бўлишлиги учун бу аралашманинг эркин энергияси энг кичик бўлиши керак.

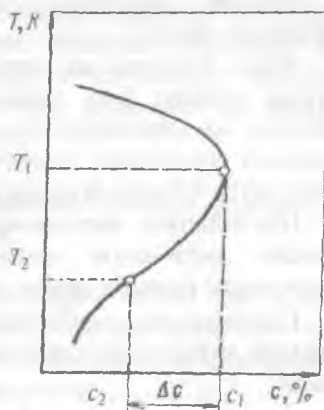
А ва В таркибловчидан иборат  $A_{1-x}B_x$  ( $x < 1$ ) – мазкур таркибловчининг улуши) бўлган эритмада барқарорлик температурага боғлиқ, чунки эркин энергия температура функцияси бўлади.

Температура  $T$  ўзгарганда (пасайганда)  $x$  улуш ўзгаради, бу эритманинг қисман парчаланиши, оқибатида эса томомила парчаланишга олиб келади. Бундай парчаланишнинг икки тури мавжуд: активацион, активационмас парчаланиш.

Биринчи ҳолда эритма парчаланиши учун қандайдир миқдорда қўшимча энергия сарфлаш (энергетик тўсиқдан ўтиш) зарур бўлади. Шунинг учун дастлабки эритма иккита эритмага бўлиниши мумкин.

Иккинчи ҳолда парчаланиш энергиянинг пасайиши билан боради. Муайян шароитда активацион парчаланиш ноактивацион парчаланишга ўтади. Қаттиқ эритма парчаланиши жараёнининг бир неча соддалаштирилган тасаввурлари бор.

Қаттиқ эритманинг парчаланиши унинг ичида янги фаза марказлари (хомиртурушлари)нинг пайдо бўлишидан бошланади. Хомиртурушнинг (марказнинг) ўлчами бирор критик  $r_c$  қийматга етгунча эркин энергия ошади, бундай марказлар қайта эриб кетишга мойил. Аммо, ўлчами  $r_c$  дан катта бўлиб



14.1- чизма. Қаттиқ эритманинг температура пасайганида парчаланишнинг тушунтирадиган чизма.

олган марказлар ўса боради, чунки бу ҳолда кристаллнинг эркин энергияси камаё боради. Энг биринчи марказ сифатида ҳар қандай нуқсонни қабул қилса бўлади, уларнинг улчами панжара доимийси (ангстрем) тарғибида бўлиб, улар қаттиқ эритмада ҳамма вақт мавжуд бўлади. Атом ўлчамидаги бундай марказларни «сегрегатлар ёки кластерлар» дейилади.

Умуман айтганда, эритманинг парчаланиши — куп босқичли жараён.

Ярим ўтказгич ва металл қаттиқ эритмалар орасида жуда муҳим тафовут бор. Ярим ўтказгичларда ажралиб чиқадиган атомлар ва нуқсонлар зичлиги таққосланурли металлларда эса ажралиб чиқаётган атомлар миқдори нуқсонлар миқдоридан анча катта бўлади. Бундан муҳим фарқлар келиб чиқади.

Парчаланиш марказларининг ўсиш жараёни (кинетикаси) асосан янги-янги атомларнинг марказ сиртига келиб қўшилиши тезлиги билан боғланган.

Парчаланиш эқибатида пайдо бўлаётган янги  $\beta$  фазанинг ҳажмий улуши қуйидаги кинетика тенгламаси (Авраам тенгламаси)

$$\xi = \frac{V\beta}{V} = 1 - \exp(-K(t)^n)$$

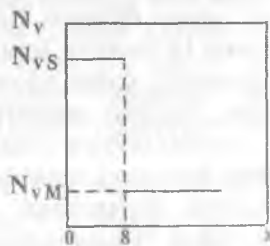
орқали ифодаланади, бунда  $K$  — доимий кўпайтувчи,  $n$  — ўтиш механизмига боғлиқ кўрсаткич.

Катъий назарий таҳлил мақсадида

$$\partial c(r,t) / \partial t = D \nabla^2 c$$

диффузион тенгламанинг турли ҳоллари учун ечимларини Авраам тенгламасига келтириш мумкин эканлиги аниқланди.

Яна бир ҳодиса устида тўхталамиз. Кристаллни механик ишловга дучор қилинганда — уни шилганда ва сайқаллаганда сиртий қатлам бузилади ва ортиқча (ҳажмдагига нисбатан) вакансиялар билан тўйинади. Оқибатда кристаллда дастлабки погонасимон вакансиялар тақсимоти ҳосил бўлади: ҳажмда мувозанатий вакансиялар қаттиқ эритмаси,  $\delta$ -қатламда эса номувозанатий вакансиялар қаттиқ эритмаси мавжуд бўлади.



14.2-чизма. Сиртий  $\delta$ -қатламни тўпиртиргандан сунг вакансиялар тақсимоти.

Албатта, ортиқча вакансиялар ҳосил булиши ҳамон уларнинг бутун кристалда тенглашишига томон йўналган жараён бошланади. Бу жараённи икки босқичга ажратиш мумкин. Биринчи босқичда вакансияларнинг ўта тўйинган эритмаси парчаланаяди ва бир вақтда уларнинг диффузияси боради. Куп вакансиялар коваклар ҳосил қилишга кетади, иккинчи босқичда қолган номувозанатий вакансиялар диффузияланади ва майда коваклар камайиши ҳисобига йирик коваклар купаяди. Бу босқич охирида ортиқча вакансиялар  $\delta$  қатламдан чиқади, кристаллда коваклар ва вакансияларнинг мувозанатий ҳолати ўрнашади.

### **Қаттиқ жисмларда температурага боғлиқ бўлмаган фазавий аврилишлар**

Қаттиқ жисмдаги ҳажмий ўзгаришларга босим ҳам катта таъсир кўрсатади. Катта босимлар ҳосил қилиш техникаси намунага ҳам ҳар тарафлама (гидростатик), ҳам бир тарафлама (бир ўқли) босим бериш имконини яратган.

Катта энергияли зарралар ( $\gamma$  - квантлар, нейтронлар ва б.) билан нурлаганда, механик таъсирлар оқибатида ҳам ҳажмий ўзгаришлар юз беради.

Нурлаш натижасида нуқтавий нуқсонлар ҳосил булиши бизга маълум: катта энергияли зарра ўз йўлида вакансиялар ва тугунларро атомлар пайдо қилади. Бу зарра йўлининг охирида у ўз энергиясини тўла сарфлаб бўлганда кристаллда диаметри 5–10 кристалл панжараси доимийси чамасида бўлган сийракланган зона пайдо бўлади, бу соҳада панжара тартибсизланади, энг чегаравий ҳолда тўла аморфланиш вужудга келади. «Яхланган» ҳолатда бу соҳа узоқ мавжуд бўлиши мумкин, лекин кристалл қиздирилганда бу соҳалар ўз ҳолига қайтади, кристалл мувозанатий ҳолатини олади.

Механик таъсирлар (ишқаланиш, майдаланиш, зарб ва б.) кристаллда панжаранинг кучли даражада тартибсизланишига ҳатто аморфланишига олиб келади. Механик таъсирлар оқибатида кристалл панжараси бир қуришишдан бошқа қуришишга ўтиши мумкин. Масалан, ишқаланиш оқибатида олмоссимон панжарали кремний Si кристалли аморф ҳолатга ўтиши, гексагонал панжарали кобальт Co ёки марказлашган куб панжара бўлиб қолиши мумкин.

Энди қаттиқ жисмларда юз берадиган ҳажмий ўзгаришлардан амалда қандай фойдаланилади деган саволга қисқача жавоб берамиз.

Кўп технологик жараёнларни амалга оширишда температура, босим, механик ишлов ва бошқа таъсирларни ҳисобга олишга тўғри келади.

Олдин айтганимиздек, мартенсит аврилишлар карбонли пўлатларнинг термоишловида кенг қўлланилади. Қотишмада карбоннинг миқдори 2% (масса буйича)дан ошмайди. Энг муҳими пўлатда карбон графит ҳамда темир карбиди  $Fe_2C$  кўринишларда бўлади. Агар пўлатни ҳосил қилиш ёки термоишлов беришда кескин тоблаш қилинса, оралиқ фаза мартенсит деформацияланган ҳажмий марказлашган куб панжарали бўлиб, пўлатнинг мустаҳкамлигини анча оширади. Бу ҳолат хона температурасида узоқ вақт мавжуд бўлиши мумкин.

Металл қотишмаларнинг дисперсион қаттиқланиши ҳодисаси қаттиқ эритманинг парчаланиши вақтида юз берадиган ажратмалар ўлчамлари ошган сари қотишманинг қаттиқлиги ошишидан иборатдир. Мустаҳкамлик орта боради, максимумдан ўтади, кейин ажралаётган иккинчи фаза қириндилари ўлчамлари ортиши билан мустаҳкамлик камаю боради. Бу ҳодиса дюралюминда ( $Al+4\%Cu+0,5\%Mg$ ) юз беради. Бу қотишманинг мустаҳкамлик хоссалари хона температураси ёки ундан юқорида вақт ўтиши билан яхшиланиб боради. Бу жараёни қотишманинг қариши деб аталади. Мустаҳкамланишнинг сабаби: қаттиқ эритма парчаланганда қотишманинг тузилишида панжарани мустаҳкамловчи оралиқ фазанинг вужудга келишидир.

Кўп қотишмаларда дисперсион қаттиқланиш хона температурасидан анча юқорироқ температураларда кузатилди. Шунинг учун бу температурадан бошлаб (паст томонга) тобланса паст температураларда қотишмани мустаҳкамланган ҳолатда узоқ сақлаш ва ундан амалий мақсадларда фойдаланиш мумкин.

### Саволлар ва масалалар

1. Қаттиқ жисмларда ҳажмий ўзгаришларнинг қандай асосий кўринишлари бор?
2. 1 ва 2 жинс фазавий ўтишлар бир-биридан қандай фарқ қилади?
3. Аллоптроп ўзгаришларнинг моҳияти нимадан иборат?
4. Мартенсит ўзгаришларнинг моҳияти нимадан иборат?
5. Температурага боғлиқ бўлмаган фазавий ўзгаришлар ҳақида нималарни биласиз?
6. Ҳажмий аврилишлардан амалда қандай фойдаланилади?

### Баъзи физик катталиклар

Катталиклар	Белгиси	СИ тизим бирликларида	СГС бирликларида
Электроннинг тинчлик массаси	$m_e$	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг	$9,11 \cdot 10^{-28}$ г
Электроннинг заряди	$e$	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$4,8 \cdot 10^{-10}$ есез
Планк доимийси	$h$	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Жс	$6,63 \cdot 10^{-27}$ эргс
Авогадро сони	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23}$ мол <sup>-1</sup>	$6,02 \cdot 10^{23}$ мол <sup>-1</sup>
Болцман доимийси	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23}$ ЖК <sup>-1</sup>	$1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг К <sup>-1</sup>
Газ доимийси	$R = kN_A$	$8,3142$ Жмол <sup>-1</sup> К <sup>-1</sup>	$8,31 \cdot 10^7$ эрг-мол <sup>-1</sup> К <sup>-1</sup>
Электрон-вольт	$eB$	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Ж	$1,6 \cdot 10^{-12}$ эрг
Бор магнетони	$\mu_B = \frac{eh}{2m_e}$	$9,27 \cdot 10^{-24}$ ЖТл <sup>-1</sup>	
Вакуумда ёрғилек тезлиги	$c$	$3 \cdot 10^8$ м/с <sup>-1</sup>	$3 \cdot 10^{10}$ см/с <sup>-1</sup>
Вакуумнинг диэлектрик сингдирувчанлиги	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Фм <sup>-1</sup>	
Вакуумнинг магнит сингдирувчанлиги	$\mu_0$	$1,26 \cdot 10^{-6}$ Гнм <sup>-1</sup>	
1эВ энергияли фотон тулқин узунлиги	$\lambda_0$	$1,24 \cdot 10^{-6}$ м	$1,24 \cdot 10^{-8}$ см
1эВ энергия фотон такрорийлиги	$\nu_0$	$2,42 \cdot 10^{14}$ Гц	$2,42 \cdot 10^{14}$ Гц

Бу жадвалда келтирилган қийматлар вергулдан кейинги икки рақамгача аниқликда олинган.

## АДАБИЁТЛАР

1. В. И. Фистуль. «Физика и химия твердого тела» (икки жилдли), Москва «Металлургия» 1995 г.
2. Дж. Займан. Принципы теории твердого тела. Москва, «Мир», 1974 г.
3. Ч. Киттел. Введение в физику твердого тела. Москва, Физматгиз, 1993 г.
4. Б. Н. Бушманов, Ю. А. Хромов «Физика твердого тела», Москва, «Высшая школа», 1971 г.
5. Н. Ашкрофт, Н. Мермин, «Физика твердого тела», (икки жилдли) Москва, «Мир», 1979 г.
6. Г. С. Жаанов, А. Г. Хунджуа. Лекции по физике твердого тела. Москва, МГУ, 1988 г.
7. С. З. Зайнабидинов, Х. С. Далиев. Дефектообразование в кремнии. Тошкент, «Университет» 1993 й.
8. С. З. Зайнобидинов, А. Тешабоев. Ярим утказгичлар физикаси. Тошкент, «Ўқитувчи», 1999 й.
9. Дж. Блейкмор. Физика твердого тела. Москва, «Мир», 1988
10. Задачи по физике твердого тела (Г. Дж. Голдсמיד тахрири остида). Москва, «Наука», 1976 г.
11. Ленч. Николаидес. Задачи по физической электронике.
12. Ф. Ф. Волкенштейн. Физико-химия поверхности полупроводников. Москва, «Наука», 1973 г.
13. А. И. Ансельм. Введение в теорию полупроводников, Москва, «Наука», 1978 г.
14. Ф. Зейтц. Физика металлов. Москва-Ленинград, ГИТТЛ, 1947 г.
15. Г. Фрелих. Теория диэлектриков. Москва, ИЛ, 1960 г.
16. Дж. Барфут. Введение в физику сегнетоэлектрических явлений. Москва, «Мир», 1970 г.
17. Я. С. Уманский, Ю. А. Сканов. Физика металлов. Москва, Атомиздат, 1978 г.
18. С. С. Горелик, М. Я. Дашевский. Материаловедение полупроводников и диэлектриков. Москва, «Металлургия», 1988 г.
19. И. С. Желудев. Физика кристаллических диэлектриков. Москва, «Наука», 1968 г.
20. С. В. Вонсовский. Современное учение о магнетизме. Москва, ГИТТЛ, 1953 г.
21. Г. Сликтер. Основы теории магнитного резонанса. М., «Мир», 1967 г.
22. Ю. И. Аксентьев ва бошқалар. Физика твердого тела (спецпрактикум). Из-во МГУ, 1982 г.



## МУНДАРИЖА

Сўз боши.....	3
<b>I БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ ТУЗИЛИШИ ВА ТУРЛАРИ</b>	<b>5</b>
1.1. Кристалл қаттиқ жисмлар.....	6
1.2. Кристалл панжараси.....	7
1.3. Кристалларда симметрия.....	7
1.4. Миллер индекслари.....	12
1.5. Кристалл атомларининг ва молекулаларининг боғланиш турлари.....	14
1.6. Кристалларни ўстириш.....	22
1.7. Полиморфизм.....	23
1.8. Кристалларда рентген нурлари дифракцияси.....	24
1.9. Тесқари панжара.....	26
1.10. Бриллюэн зонаси.....	27
<b>II БОБ. КРИСТАЛЛ ПАНЖАРАСИ ТЕБРАНИШЛАРИ</b>	<b>29</b>
2.1. Чизигий содда панжара атомлари тебранишлари.....	29
2.2. Чизигий мураккаб панжарада тебранишлар ва тулқинлар.....	33
2.3. Уч улчовли мураккаб кристалл панжараси атомлари тебранишлари.....	38
2.4. Изотроп континиум тақрибида кристалларда тебраниш- лар ва тулқинлар.....	42
2.5. Кристалл панжараси тебранишларининг квантланиши. Фононлар.....	48
Масалалар ва саволлар.....	51
<b>III БОБ. ФИЗИК СТАТИСТИКА ҚОНУНЛАРИ</b>	<b>52</b>
3.1. Тасодифий катталикларнинг уртача қийматлари.....	54
3.2. Тақсимот функциялари мисоллари.....	56
3.3. Бир неча тасодифий катталик учун тақсимот функцияси..	57
3.4. Максвелл тақсимоти.....	58
3.5. Классик статистик физиканинг асосий тасаввурлари.....	62

3.6.	Гиббснинг каноник тақсимоти.....	64
3.7.	Гиббснинг катта каноник тақсимоти.....	69
3.8.	Квант статистика асослари.....	70
3.9.	Қора нурланиш.....	75
	Саволлар ва масалалар.....	77

#### **IV БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДА ИССИҚЛИК ХОДИСАЛАРИ** 78

4.1.	Иссиқлик сизимининг классик назарияси.....	78
4.2.	Кристалл панжараси иссиқлик сизимининг квант назарияси.	81
4.3.	Кристалл қаттиқ жисмнинг панжаравий иссиқлик утказувчанлиги.....	86
4.4.	Қаттиқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайиши ва узайи- ши.....	89
	Саволлар ва масалалар.....	93

#### **V БОБ. ИДЕАЛ КРИСТАЛЛДА ЭЛЕКТРОНЛАРНИНГ ЭНЕРГИЯЛАРИ СПЕКТРИ** 94

5.1.	Кристалл учун Шредингер тенгламаси. Адиабатик тақриб.....	94
5.2.	Хартри-Фок усули. Бир электронли яқинлашиш.....	96
5.3.	Даврий электр майдонда ҳаракатланаётган электрон ма- саласи.....	99
5.4.	Кучсиз ва кучли боғланган электронлар тақриблари.....	101
5.5.	Крониг-Пенни модели.....	105
5.5.	Идеал кристаллда электронлар энергиялари спектри туғрисидаги умумий хулосалар.....	110
5.6.	Электронларнинг кристаллдаги эффектли массаси. Ко- вак. Электрон энергияси ва импульси.....	112
5.7.	Энергия зоналари. Металлар. Ярим ўтказгичлар. Ди- электриклар.....	115
	Саволлар ва масалалар.....	120

#### **VI БОБ. ҲАҚИҚИЙ КРИСТАЛЛ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДАГИ НУҚСОНЛАР** 121

6.1.	Кристаллардаги нуқсонлар ҳақида умумий мулоҳазалар.....	121
6.2.	Нуқтавий нуқсонлар.....	124
6.3.	Қаттиқ жисмларда чизигий нуқсонлар.....	140
6.4.	Қаттиқ жисмларда ясси нуқсонлар.....	144
6.5.	Қаттиқ жисмларда ҳажмий (макроскопик) нуқсонлар.....	146
6.6.	Нуқсонлар диффузияси.....	151
	Савол ва масалалар.....	156

**VII БОБ. АМОРФ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР.  
СУЮҚ КРИСТАЛЛАР** 158

7.1.	Аморф қаттиқ жисмлар.....	159
7.2.	Гидрилланган аморф кремний. ( $\alpha$ - Si : H).....	161
7.3.	Суюқ кристаллар.....	163
	Саволлар.....	168

**VIII БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР СИРТИДАГИ  
ҲОДИСАЛАР** 169

8.1.	Умумий маълумот.....	169
8.2.	Сиртнинг тузилиши. Энергетик ҳолатлар.....	170
8.3.	Ҳулланиш ва ёйилиб оқиш ҳодисалари.....	173
8.4.	Электронлар эмиссияси ва сиртий ионлаш.....	174
8.5.	Қаттиқ жисмлар сиртида адсорбция ҳодисаси.....	176
8.6.	Сиртий диффузия.....	179
	Назорат учун саволлар.....	182
	Масалалар.....	182

**IX БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР ДЕФОРМАЦИЯСИ** 184

9.1.	Бир ўлчовли деформация.....	185
9.2.	Икки ўлчовли деформация.....	185
9.3.	Уч ўлчовли деформация.....	188
9.4.	Кучланиш тензори.....	189
9.5.	Деформация билан механик кучланиш орасидаги боғланиш. Умуллашган Гук қонуни. Эластиклик мо- дуллари.....	191
9.6.	Изотроп қаттиқ жисмнинг эластиклик модуллари.....	194
9.7.	Содда деформация ва уларда турли эластиклик модул- лари орасидаги боғланиш.....	195
9.8.	Кичик деформациялар энергияси.....	199
9.9.	Тензоқаршилик ҳодисаси.....	201
	Саволлар ва масалалар.....	202

**X БОБ. МЕТАЛЛАР** 203

10.1.	Металларнинг электр хоссалари.....	203
10.2.	Металларда иссиқлик ҳодисалари.....	216
10.3.	Металларнинг зоналар назарияси.....	226
10.4.	Металларда электрон эмиссияси.....	228
10.5.	Фотоэмиссия (ташқи фотоэффект).....	232
10.6.	Металларнинг магнит хоссалари.....	233
10.7.	Де Гааз – Ван Алфен эффекти.....	237

10.8.	Электрон - парамагнит резонанс (ЭПР).....	238
10.9.	Ядромагнит резонанс.....	239
10.10.	Металларнинг электромагнит тулқинлар билан ўзаро таъсири.....	239
10.11.	Циклотрон резонанс.....	240
10.12.	Металларда плазма тебранишлари.....	241
	Саволлар ва масалалар.....	243

## XI БОБ. ЯРИМ УТКАЗГИЧЛАР 244

11.1.	Ярим ўтказгичларнинг турлари.....	245
11.2.	Ярим ўтказгичларда хусусий ўтказувчанлик ва зоналар тузилиши.....	246
11.3.	Эффективли масса.....	249
11.4.	Хусусий ярим ўтказгичларда электронлар ва коваклар зичлиги.....	251
11.5.	Заряд ташувчилар ҳаракатчанлиги.....	254
11.6.	Ярим ўтказгичда киришмалар.....	255
11.7.	Компенсирланган ярим ўтказгичлар.....	258
11.8.	Айниган ярим ўтказгич.....	258
11.9.	Айнимаган ярим ўтказгич.....	259
11.10.	Ярим ўтказгичларнинг электр ўтказувчанлиги.....	260
11.11.	Ярим ўтказгичларда циклотрон резонанс.....	262
11.12.	Ярим ўтказгичларда Холл ҳодисаси.....	264
11.13.	Магнитик қаршилиқ ҳодисаси.....	265
11.14.	Ярим ўтказгичларда диффузион ток.....	265
11.15.	Ярим ўтказгичларнинг магнит хоссалари.....	266
11.16.	Ярим ўтказгичларда контакт ҳодисалар. Металл-ярим ўтказгич контакти.....	268
	Саволлар ва масалалар.....	274

## XII БОБ. ДИЭЛЕКТРИКЛАР 276

12.1.	Диэлектрикларга оид асосий тушунчалар ва катталиклар..	277
12.2.	Диэлектрикларда кутбланиш механизмлари.....	281
12.3.	Пирозэлектриклар.....	288
12.4.	Пьезозэлектрик ҳодиса.....	289
12.5.	Сегнотозэлектриклар.....	290
12.6.	Сегнотозэлектрик доменлар ва антисегнотозэлектрик ҳодисалар.....	292
12.7.	Диэлектрик йуқотишлар.....	293
12.8.	Диэлектриклар тешилиши (бузилиши).....	294
	Масалалар.....	296

**XIII БОБ. КЕРАМИК ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР.  
КОМПОЗИТЛАР** 297

13.1.	Керамик материаллар ҳақида умумий маълумот.....	297
13.2.	Қурилмалар ва асбобларда қўлланиладиган керамика.....	298
13.3.	Радиоактив материаллар ва чиқиндиларни сақлайдиган контейнерлар учун керамика.....	301
13.4.	Керамик ферритлар.....	301
13.5.	Сегнетоэлектрик ва пирозлектрик керамик материаллар...	302
13.6.	Ўта утказувчан керамика.....	304
	Саволлар.....	309

**XIV БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРДА ҲАЖМИЙ  
ЎЗГАРИШЛАР** 310

	Анлотропик аврилишлар.....	310
	Мартенсит аврилишлар.....	311
	Ўта тўйинган эритманинг парчаланиши.....	313
	Қаттиқ жисмларда температурага боғлиқ булмаган фа- завий аврилишлар.....	315
	Саволлар ва масалалар.....	317
	Баъзи физик катталиклар.....	317
	Адабиётлар.....	318