МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. АБУ РАЙХАНА БЕРУНИ

Д.Б.Юсупов, У.К.Сапаев

НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

Издательство "Фан"
Академии наук Республики Узбекистан
Ташкент – 2012

УДК 535:530.182
ББК 22.343
Ю 91

В монографии изложены основы процессов преобразования частоты непрерывных и импульсных лазерных излучений в кристаллах с переменной квадратичной нелинейной восприимчивостью, в которых реализуются так называемые *квазисинхронные взаимодействия.* Освещено современное состояние данной проблемы, проанализированы основы и результаты аналитических и численных методов решения систем дифференциальных уравнений, ответственных для исследуемых процессов преобразования частоты в кристаллах с модуляцией квадратичной восприимчивости, полученных авторами. Даны рекомендации для создания эффективных преобразователей частоты.

Для ученых, инженеров, преподавателей, аспирантов и магистрантов высших образовательных учреждений, занимающихся проблемами преобразования частоты и разработки эффективных преобразователей частоты лазерного излучения.

Ответственный редактор:

доктор физико-математических наук ***З.Т.Азаматов***

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор ***С.А.Бахрамов***
доктор физико-математических наук ***А.М.Кокхаров***

ISBN 978-9943-19-203-4

ВВЕДЕНИЕ

Прошло более 50 лет со дня создания лазеров – источников вынужденного когерентного и монохроматического излучения света. В связи с тем, что излучение лазера происходит на определенной длине волны в зависимости от свойств активного элемента, актуальной продолжает быть проблема преобразования частоты из одной области спектра в другую. Эта проблема решается использованием нелинейно-оптических процессов, таких как генерация высших оптических гармоник, сложение частот, параметрической генерации и усиления, наблюдаемых в определенных условиях в оптических кристаллах при сильных взаимодействиях лазерных излучений [1]. В работе [2] дан краткий исторический обзор экспериментальных и теоретических работ по нелинейному преобразованию частот за последние 40 лет.

Для освоения новых спектральных диапазонов излучения сверхкоротких лазерных импульсов (СКИ) весьма актуальна проблема достижения предельно высоких коэффициентов преобразования при создании оптических умножителей и параметрических генераторов света. Достижение высокой эффективности нелинейно-оптических процессов предопределяет ряд требований как к параметрам лазерного излучения, так и к дисперсионным свойствам кристаллов, в которых происходит преобразование частоты, в частности, выполнение условий фазового (УФС) и группового синхронизма (УГС) для взаимодействующих волн. Однако дисперсионные свойства однородных нелинейно-оптических кристаллов не позволяют одновременно удовлетворять этим условиям, что препятствует получению предельно высоких коэффициентов преобразования частоты [3].

В последнее двадцатилетие особый интерес вызывают процессы распространения и взаимодействия сверхкоротких лазерных импульсов в оптически неоднородных нелинейных средах. Одно из направлений таких исследований связано с фотонными кристаллами (ФК)– кристаллами, у которых линейные свойства являются неоднородными, например, с периодической модуляцией линейной восприимчивости [4]. Подобные кристаллы имеют запрещенные зоны в некоторых частотных диапазонах спектра, что можно использовать для различных целей, например для создания беспорогового лазера, запрета спонтанного распада [4] и т.п. Оптические явления, обусловленные линейным взаимодействием оптического излучения в ФК, подробно описаны [5].

Другое направление исследований в неоднородных нелинейных средах связано с так называемыми «нелинейными фотонными кристаллами» (НФК) [6], т.е. с кристаллами с пространственной модуляцией только нелинейной восприимчивости (используется также термин «сверхрешетки»). НФК допускают реализацию квазисинхронных взаимодействий (КСВ), в которых фазовая расстройка между взаимодействующими волнами компенсируется вектором обратной решетки НФК, обусловленной с периодическим изменением в пространстве нелинейной восприимчивости. В таких кристаллах показатель преломления является постоянным и нелинейная восприимчивость периодически изменяется вдоль определенного направления. Реализация квазисинхронных взаимодействий в НФК может быть одним из возможных вариантов достижения предельно высоких коэффициентов преобразования лазерного излучения в нелинейно-оптических процессах.

В отличие от традиционных методов преобразования частоты квазисинхронные взаимодействия позволяют расширить класс известных используемых нелинейно-оптических кристаллов, для которых обычно не выполняется условие фазового синхронизма. Во-первых, в нелинейном процессе преобразования оптической частоты используется наибольший тензор нелинейной восприимчивости НФК, что приводит к повышению эффективности преобразования. Во-вторых, в них можно реализовать выполнение одновременно условия фазового и группового синхронизмов [7]. В-третьих, при квазисинхронных взаимодействиях можно исключить также влияние эффекта двулучепреломления путем подбора геометрии расположения НФК по отношению к падающему излучению.

Впервые на возможность получения квазисинхронных нелинейных взаимодействий в оптике обратили внимание Н.Бломберген с соавторами [3] еще в 1962 г. Они предложили использовать слоистые (стратифицированные) среды [8,9]. Такие среды состоят из слоев (доменов) с инвертированными оптическими осями, благодаря чему происходит модуляция квадратичной восприимчивости среды.

Однако на перспективу применения квазисинхронных взаимодействий в прикладной нелинейной оптике многие исследователи не обратили в то время должного внимания, видимо, из-за отсутствия технологии выращивания нелинейных НФК. Поэтому до 1980 г. по исследованию нелинейно-оптических процессов в НФК имелись лишь отдельные теоретические [10] и экспериментальные работы [11–13], в которых изучен процесс квазисинхронной генерации второй гармоники (ГВГ). В этих опытах максимальное число доменов в НФК было не более 25, что не позволяло достичь больших коэффициентов преобразования.

В 1980 г. появилась работа [14], авторы которой считали, что существующая технология выращивания кристаллов с регулярной доменной структурой позволяет вырастить кристалл с несколькими тысячами доменов. В этой работе использовался НФК $LiNbO_3$ (ниобата лития) с толщиной домена 3.4 мкм и числом доменов N=80. Публикация работы [14], по нашему мнению, сыграла стимулирующую роль для появления повышенного интереса у исследователей к изучению процессов преобразования частоты сверхкоротких лазерных импульсов в НФК [14–16]. В обзорах [17,18] приведены основные результаты исследований по квазисинхронному взаимодействию до 1997 г.

Методика квазисинхронных взаимодействий дает универсальный подход к решению проблемы фазового синхронизма в нелинейно-оптических процессах. Она фактически отменяет необходимость поиска особых соотношений физических свойств нелинейно-оптических кристаллов. Совершенствование технологий создания сред с модуляцией квадратичной восприимчивости вызвало всплеск «квазисинхронного интереса» в 90-х годах прошлого века [17–19].

В последнее десятилетие в этом направлении интенсивно ведутся исследования в ведущих научных центрах таких стран, как Китай, Россия, США, Германия, Франция, Италия, Испания, Республика Узбекистан и др. Например, в Стенфордовском университете (США), Московском государственном университете (РФ), Падерборнском университете (Германия), Римском университете (Италия), Ташкентском государственном техническом университете им. Абу Райхана Беруни и Институте электроники им.У.Арифова АН Республики Узбекистан.

Установлено, что квазисинхронные волновые взаимодействия позволяют не только расширить число новых кристаллов, применяемых в прикладной нелинейной оптике, но и реализовывать новые типы волновых взаимодействий: связанных и одновременных. В одном НФК в геометрии коллинеарного взаимодействия можно реализовать условия квазисинхронизма одновременно для двух нелинейно-оптических процессов, тогда как такие процессы в одном однородном кристалле не удается осуществить. Традиционно при одновременном исследовании двух нелинейно-оптических процессов используются два однородных кристалла, расположенных друг за другом в определенной ориентации, что затрудняет экспериментальную реализацию этих процессов. Это обстоятельство особенно важно, когда исследуются параметрические процессы преобразования частоты, эффективность которых очень чувствительна к изменениям фазовых соотношений взаимодействующих волн.

В настоящее время интерес исследователей вызывают также процессы квазисинхронного преобразования частоты в НФК, легированных ионами редкоземельных элементов, что дает возможность в одном кристалле одновременно осуществить процесс лазерной генерации и нелинейное преобразование частоты [19–21]. На основе таких кристаллов можно создать миниатюрные лазеры, которые могут быть эффективны и практичны для применения в различных областях науки и техники.

В монографии изложены основы процессов преобразования частоты непрерывных и импульсных лазерных излучений в НФК, в которых реализуются так называемые квазисинхронные взаимодействия. Описываются современное состояние данной проблемы, основы и результаты аналитических и численных методов решения систем дифференциальных уравнений в частных производных с пространственными и временными координатами, а также с переменными коэффициентами, ответственных для различных исследуемых процессов преобразования частоты в кристаллах, с периодической и апериодической модуляцией квадратичной восприимчивости, полученных авторами в рамках проекта фундаментальных исследований ОТ-Ф2-078, финансированного Комитетом по координации развития науки и технологий при Кабинете Министров Республики Узбекистан.

Авторы признательны проф. Московского государственного университета им.М.В.Ломоносова А.С.Чиркину за его согласие использовать нами некоторые результаты совместных работ и проф. С.А.Бахрамову за поддержку идеи о написании монографии и ряд замечаний.

ГЛАВА I

Исследование преобразования частоты лазерных излучений в неоднородных кристаллах

Рассмотрим квазисинхронные взаимодействия электромагнитных волн в средах, параметры которых изменяются в пространстве периодически.

1.1 Квазисинхронные взаимодействия световых волн

Нелинейные волновые процессы, протекающие в средах с периодически изменяющимися линейными и нелинейными параметрами, представляют практический интерес для широкого диапазона электромагнитных волн и волн другой природы, например, акустических [22,23]. Разработка и развитие методов решения системы уравнений с переменными коэффициентами имеют фундаментальное значение как новые методы решения задач математической физики.

Характер нелинейного взаимодействия электромагнитных волн в общем случае в неоднородных средах существенно зависит от соотношения между длиной волны λ и пространственным периодом модуляции определенного параметра среды Λ.

Здесь можно выделить три случая: I) $\lambda \gg \Lambda$, II) $\lambda \sim \Lambda$, III) $\lambda \ll \Lambda$.

Случай I реализуется в радиодиапазоне [23]. В этом случае амплитуды всех пространственных гармоник физической величины, ответственной за неоднородности среды, пренебрежимо малы по сравнению с основными пространственными гармониками взаимодействующих волн. При этом характер нелинейного взаимодействия волн в периодически неоднородной среде в основных чертах такой же, как в однородной среде с соответствующими дисперсионными и нелинейными свойствами.

Случай II имеет место в диапазонах радио [24], оптических [25] и рентгеновских волн [26,27]. В линейной оптике среда с периодом модуляции показателя преломления порядка длины волны широко используется в качестве интерференционных фильтров, интерференционных зеркал [23]. Такие среды состоят из набора различных материалов и их принято называть многослойными. Они широко используются в интегральной оптике [28,29]. Периодически неоднородные среды с периодом модуляции Λ, сравнимым с длиной волны λ, используются и в динамической голографии [30], где они создаются с помощью интерференции лазерных пучков в нелинейной среде. В случае $\lambda \approx \Lambda$ влияние периодической пространственной неоднородности среды на протекание нелинейных волновых процессов оказывается существенным. Из-за наличия пространственных гармоник, соизмеримых по амплитуде с нулевыми пространственными гармониками, в таких средах возможно синхронное нелинейное взаимодействие волн, распространяющихся в противоположных направлениях [24,31]. В рентгеновском диапазоне условие синхронизма в изотропных периодических средах осуществляется благодаря брегговской дифракции [26,27]. Теория генерации второй гармоники (ГВГ) и параметрического усиления в периодических средах в рентгеновском диапазоне спектра изучалась в работах [26,27] при малых коэффициентах преобразования. Хотя нелинейная восприимчивость в рентгеновском диапазоне на десять порядков меньше, чем в оптическом, оказывается, что в условиях брегговской дифракции нелинейные процессы могут протекать достаточно интенсивно.

Случай III, когда период модуляции Λ нелинейной восприимчивости больше, чем длина волны λ, наиболее характерен для нелинейной оптики [32,33]. Именно в этой ситуации можно реализовать так называемые квазисинхронные взаимодействия, если даже условие «истинного» фазового синхронизма не выполняется. Чтобы скомпенсировать расстройку волновых векторов ($\Delta k \neq 0$), необходимо создать периодическую структуру по одному из параметров кристалла, оказывающих влияние на энергообмен между волнами. При этом расстройку волновых векторов $\Delta k \neq 0$ взаимодействующих волн можно, например, скомпенсировать вектором обратной решетки периодической регулярной доменной структурой (РДС) модуляцией квадратичной восприимчивости, созданной в кристалле.

Реализация КСВ в кристаллах с модуляцией нелинейных восприимчивостей (МНВ) является одним из возможных вариантов достижения предельно высоких коэффициентов преобразования лазерного излучения в нелинейно-оптических процессах [9-13]. Такие кристаллы в научной литературе называют кристаллами с регулярной доменной структурой (РДС-кристаллами или в последние годы введен термин «нелинейные фотонные кристаллы» (НФК)) [14, 15].

При взаимодействиях сверхкоротких лазерных импульсов (СКИ) в РДС-кристаллах (НФК) условие квазисинхронизма (УКС) выполняется не для всех частот в пределах ширины спектра лазерного излучения. Для выполнения этого условия необходимо выращивать доменную структуру с изменяющейся толщиной доменов по определенному закону (например, по линейному или квадратичному закону) от домена к домену. Такие кристаллы с апериодической доменной структурой (АДС-кристаллы или апериодическими нелинейными фотонными кристаллами (АНФК)) допускают эффективное КСВ для большого числа волн. Многоволновые взаимодействия представляют интерес для создания многоцветных источников когерентного излучения и генерации так называемого неклассического света.

Реализация КСВ в кристаллах с МНВ может быть одним из возможных вариантов достижения предельно высоких коэффициентов преобразования лазерного излучения в нелинейно-оптических процессах. При этом расстройку волновых векторов k_j взаимодействующих волн можно, например, скомпенсировать вектором обратной решетки периодической регулярной доменной структурой, т.е. модуляцией квадратичной восприимчивости, созданной в кристалле. В НФК при трехчастотном взаимодействии ($\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$) условие квазисинхронизма имеет следующий вид:

$$\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 = \frac{2\pi m}{\Lambda}, \qquad (1.1)$$

где $2\pi / \Lambda$ - вектор обратной решетки модуляции квадратичной нелинейности; Λ -период модуляции; m - порядок, в котором происходит компенсация (порядок квазисинхронизма); Δk - фазовая расстройка (ФР) взаимодействующих волн.

При умножении частоты и параметрической генерации сверхкоротких лазерных импульсов (СКИ) в нелинейных кристаллах на эффективность процессов существенное значение может оказывать различие групповых скоростей взаимодействующих волн

$$\nu_{32} = (\frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_2}), \nu_{31} = (\frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_1}),$$

где $u_j = (\frac{\partial k_j}{\partial \omega_j})^{-1}$ - групповая скорость на частоте ω_j $(j=1,2,3)$. Так, например, удвоение частоты СКИ происходит эффективно до тех пор, пока длина взаимодействия z меньше длины

$$l_{кв} = \tau / \nu,$$

где τ -длительность импульса.

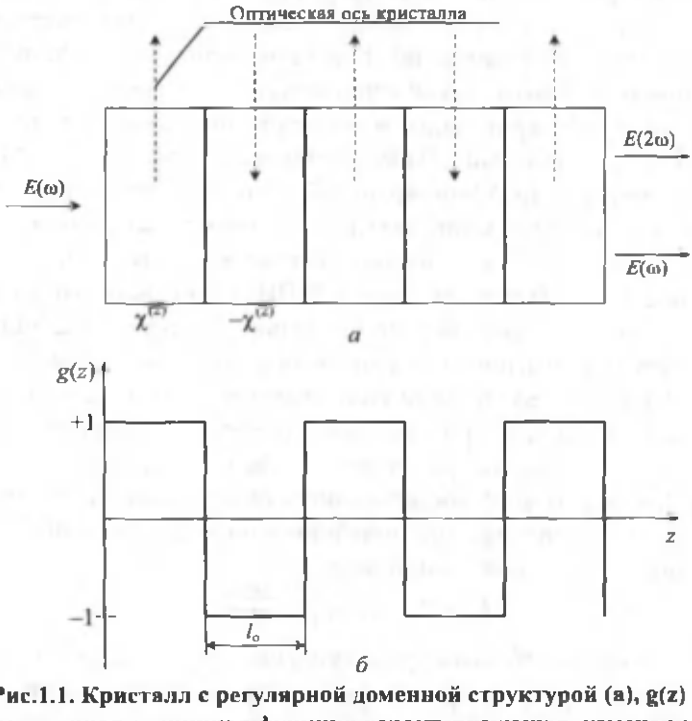

Рис.1.1. Кристалл с регулярной доменной структурой (а), g(z) – знакопеременная единичная функция характеризующая, изменение знака нелинейного коэффициента связи волн при переходе от домена к домену (б)

Как показывает предварительный анализ, эффективность нелинейных процессов для СКИ с фазовой модуляцией является наибольшей в так называемых «чирпированных» кристаллах, в которых толщина доменов изменяется от домена к домену по линейному закону.

Во многих экспериментах по реализации КСВ применяются сегнетоэлектрики со сформированной в них РДС. Отдельный домен представляет собой макроскопическую область в кристалле, в пределах которой все элементарные ячейки поляризованы одинаково. Направления спонтанной поляризации в соседних доменах составляет определенные углы друг с другом. Совокупность доменов с различной ориентацией вектора поляризации представляет собой доменную структуру с модуляцией нелинейной квадратичной восприимчивости (МНКВ).

Доменная структура с заданными пространственными характеристиками может быть сформирована как в процессе роста кристаллов, так и в результате его послеростовой переполяризации.

К настоящему времени существует несколько технологических способов получения кристаллов с периодической МНКВ. Наиболее популярны следующие три метода: ростовой, переполяризации и химической диффузии [34-38].

Как отмечалось, впервые на возможность получения квазисинхронных нелинейных взаимодействий в оптике обратили внимание Н.Бломберген с соавторами еще в 1962 г., предложившие для их реализации использовать слоистые (или стратифицированные) среды [8,9]. Пример такой среды, состоящей из слоев с инвертированными оптическими осями, благодаря чему происходит модуляция квадратичной восприимчивости среды, показан на рис.1.1. Толщина отдельного домена l_0 определяется из условия набега фазового соотношения между взаимодействующими волнами на π из-за фазовой расстройки

$$\Delta k = \pi / l_k ,$$

где l_k - так называемая «когерентная» длина. Для развития теории квазисинхронных взаимодействий важную роль сыграла работа Мак-Муллена [10]. В ней показано, что в приближении заданного поля (при малых коэффициентах преобразования) эффективная длина при квазисинхронной ГВГ в РДС-кристалле в $(2/\pi)$ раз меньше, чем длина взаимодействия при синхронной ГВГ в однородном кристалле, т.е. в РДС-кристаллах нелинейные процессы могут быть реализованы почти с такой же эффективностью, как и в однородных кристаллах при выполнении условия фазового синхронизма. Для подтверждения указанного на рис.1.2 приведена качественная зависимость относительной эффективности процесса ГВГ от числа доменов N (или от приведенной длины z/l, где $l_k = \frac{\pi}{\Delta k}$ – когерентная длина), для синхронного режима (Δk=0, кривая *1*) в однородном кристалле, для квазисинхронного ($\Delta k = \pi / l_e \rightarrow l_k$, кривая *2*) в РДС-кристалле и несинхронного ($\Delta k \neq 0$, кривая *3*) в однородном кристалле $LiNbO_3$. Кривые на рис.1.2 построены с помощью численного расчета уравнений, описывающих стационарный процесс ГВГ в однородных и РДС-кристаллах. Действительно, из сравнения кривых 1 и 2 на рис.1.2 видно, что в РДС-кристалле с определенным числом доменов можно достичь такую же эффективность (кривая *2*), как и в однородном кристалле при синхронной генерации второй гармоники (кривая *1*).

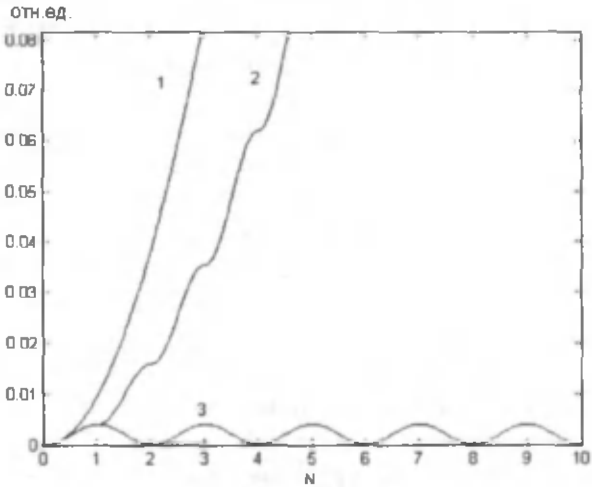

Рис.1.2. Зависимость относительной эффективности генерации второй гармоники от числа доменов N для различных режимов генерации: синхронный ($\Delta k = 0$, кривая 1), квазисинхронный ($\Delta k = 2\pi / \Lambda$, кривая 2) и несинхронный ($\Delta k \neq 0$, кривая 3)

новенной (сплошная кривая) волны второй гармоники от длины волны, которые определяются следующими соотношениями:

$$u_e(\lambda) = \frac{c}{n_e(\lambda) - \lambda \dfrac{dn_e(\lambda)}{d\lambda}}, \qquad \frac{c}{n_e(\lambda/2) - \lambda \dfrac{dn_e(\lambda/2)}{d\lambda}}, \tag{1.8}$$

где c – скорость света в вакууме.

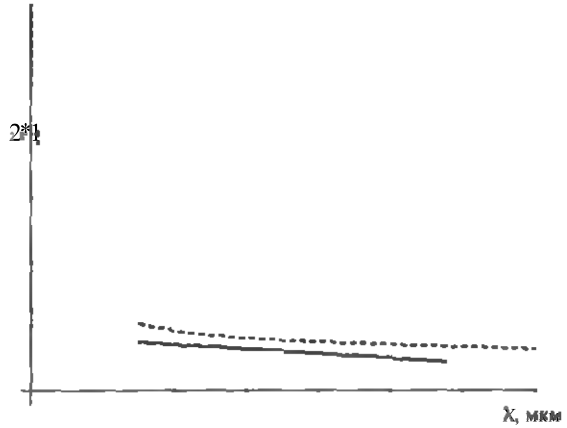

Рис. 1.4. Зависимости групповых скоростей необыкновенной волны основной частоты (пунктирная кривая) и необыкновенной волны второй гармоники (сплошная кривая) от длины волны в кристалле $LiNbO_3$

На рис. 1.5, *а* показаны зависимости расстроек групповых скоростей (РГС) для вырожденного трёхчастотного взаимодействия между основной волной и волной ВГ, для типа взаимодействия *ee–e*, которое определяется выражением

$$\nu = \frac{1}{u_e(\lambda/2)} - \frac{1}{u_e(\lambda)}. \tag{1.9}$$

Из рис. 1.5 видно, что значения РГС для типа взаимодействия *ee-e* с ростом длины волны уменьшаются и почти одинаковы в широком диапазоне спектра.

Численными расчетами из (1.4), (1.5) и (1.7) можно определить значения угла $\theta_{гр} = F(\lambda)$, при котором выполняется групповой синхронизм.

На рис. 1.6 представлены перестроечные кривые группового (1.4) и фазового (1.5) синхронизма для кристалла $LiNbO_3$. Значения показателя преломления для кристаллов $LiNbO_3$ заимствованы из [39].

Кривые фазового синхронизма построены с помощью известной формулы для угла θ_ϕ [39, 40]

$$\theta_\phi = \arcsin\left[\frac{n_{1e}}{n_{2e}}\left(\frac{n_{20}^{\ 2} - n_{2e}^{\ 2}}{n_{10}^{\ 2} - n_{1e}^{\ 2}}\right)^{1/2}\right]. \tag{1.10}$$

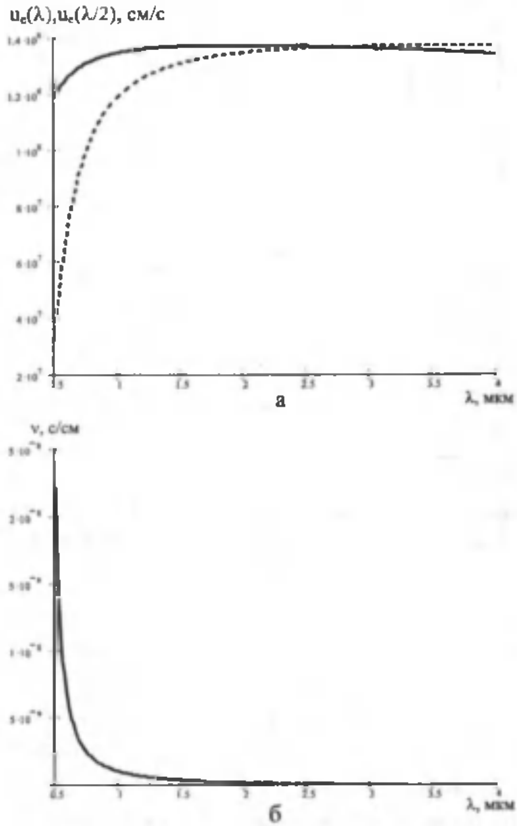

Рис. 1.5. Зависимости групповых скоростей для ОИ (сплошная кривая) и ВГ (пунктирная кривая) от длины волны λ для необыкновенных волн (а) и зависимость групповой расстройки для вырожденного трехчастотного взаимодействия типа *ee–e* от длины волны λ (б)

[40]. Рассмотрим процесс удвоения частоты непрерывным лазерным излучением в НФК.

1.5. Генерация второй гармоники непрерывным лазерным излучением в нелинейных фотонных кристаллах

Рассмотрим прежде нестационарный трехчастотный процесс преобразования частоты для +<ы2 = ^з) комплексных амплитуд взаимодействующих волн в неоднородных нелинейных средах в общем случае, который в приближении медленно меняющих амплитуд описывается следующими уравнениями [41-43]:

T L+~ ^ L-,D| +A(i') t L+,>A-ai4 +<A,(r)4 = -/a,(r)44*e'^,
C7Z U] OT OT OC ZA',

UZ Uy Ot Ot + A (r) ^ OX + 'T7- Д + iA2(r)Л = -»cr2(, (1.11)

X -+ ~ Ч ~ iD' + A (r) ^ - + , T7 AXi43 + |A,(r)A, = ^ .
oz u3 ot ot ox 2k.

Уравнения (1.11) записаны во втором приближении теории дисперсии для общего случая, когда необыкновенные волны на частотах си, и *со.* взаимодействуют с необыкновенной волной частоты *cox* (взаимодействие типа *ее-е).* В (1.11) « = (дк. / OCOj ^-) - групповая скорость волны

с частотой со:, параметр L)J = 1 5 2* / 2 OCOj j = 1 д u -' / 2 OCOj учитьшает дисперсию
7

групповой скорости; А, = д2/дх 2 + д2/ду у - поперечный лапласиан; Д$_1$(г)-м-

пространственно изменяющаяся часть фазовой расстройки, связанная с оптической неоднородностью среды; /? (г) - угол двулучепреломления для волны с частотой , и введены обозначения

<jj(г) = {2ncoj 2/ c 2к)) d tH>(г).

^ (г) = e1^ 12'(г' <у|) e3 e2 = e 2/ 2,(г,<У2)e3e, = e3У 2)(г,<o))e|e2. (1.12)

Эффективное значение тензора нелинейной квадратичной восприимчивости *сэфф* например, для кристалла LiNbO, в случае типа взаимодействия волн *ee-e* определяется выражением

$$d_{эфф} = \chi_{222}\sin 3\varphi\cos^3\theta + 3\chi_{311}\sin\theta\cos^2\theta + \chi_{333}\sin^3\theta,$$

где θ – угол между оптической осью кристалла и падающим излучением; φ – азимутальный угол. Например, для $\theta = \pi/2$ эффективное значение квадратичной восприимчивости, равное $d_{эфф} = \chi_{333} = d_{33} = (2/\pi)\cdot 34.4\cdot 10^{-12}\ м/В$, соответствует длине волны 1.064 мкм и наибольшему значению компоненты тензора квадратичной восприимчивости кристалла $LiNbO_3$.

Изучим стационарный квазисинхронный процесс ГВГ в оптически однородной среде, состоящей из доменов с инвертированными относительно друг друга оптическими осями. В такой среде коэффициенты нелинейной связи волн (КНСВ) $\sigma_1(r) = \sigma_2(r) = \sigma g(z)$ являются периодическими функциями координат с периодом $\Lambda = 2\ell_0$ (ℓ_0- толщина домена) и g(z) может быть представлена в виде g(z)=sign[sin($2\pi z/\Lambda$)], где signx=1, если x>0, signx=-1, если x<0, и signx=0 при x=0.

Для вырожденного трехчастотного взаимодействия коллимированных пучков уравнения (1) примут вид ($\omega_2 = 2\omega_1$)

$$\frac{dA_1}{dz} = -i\sigma g(z) A_2 A_1^* e^{i\Delta kz}, \tag{1.13}$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -i\sigma g(z) A_1^2 e^{-i\Delta kz}. \tag{1.14}$$

Здесь A_1 и A_2 – комплексные амплитуды основной волны и волны второй гармоники (ВГ) соответственно. В рассматриваемом случае $\beta_1(r) = \beta_2(r) = \beta_3(r) = 0$ и поперечная координата *r* является параметром, который для упрощения записи опустим, т. е. в дальнейшем $A_j(z) = A_j(r, z)$.

Для рассматриваемого процесса на входе РДС-кристалла при $z = 0$

$$A_1(z=0) = A_{10},\ \ A_2(z=0) = 0. \tag{1.15}$$

Система уравнений (1.13), (1.14) может быть в принципе решена методом поэтапного рассмотрения, так как на длине каждого домена кристалла функция g(z) постоянна и равна +1 или -1. Однако точное решение для произвольного числа доменов чрезвычайно громоздко. Поэтому представляет практический интерес получение приближенного наглядного решения.

1.5.1. Приближение заданного поля

Уравнения (1.13) и (1.14) будем сначала решать в приближении заданного поля (ЗП). Как известно, в этом приближении амплитуда основного излучения (ОИ) считается постоянной по всей длине кристалла *(A]*(z) = .4,(z = 0) = *A10* и решение уравнения (1.14.) для произвольного *n-го* домена имеет следующий вид:

4 (Z) = л, (Z,)+ Г2sin[A^(" ~ZQV2! exp[-,AA(г+^) / 2], (1.16)
Aк

где *Г2 =2cr\A{0f* . Заменив в (1.16) z0 и z через число доменов *n:* z0 = *(n* —l)/0 z0 = (и —l)/0 И z = *nl0,* получим выражение для амплитуды второй гармоники (ВГ) *A2{nlK)* на выходе *n-то* домена в виде

^ (л / ,) = ^ [(и - l)/0 + <(-1)l"-1l2 Г2 е x p H д ы0/2 1 (1.17)
Aк

В общем случае /0 = л-|/и|/|М| (w = ±1,±3, ±5... - порядок квазисинхронизма). Пользуясь рекуррентной формулой (1.17) от w = 1 до *N,* получим следующее выражение для амплитуды ВГ на выходе РДС-кристалла:

Л2(М 0) = /12(О) + /Г2(2 /^)/0X (- 1),'-,,exp[-,>г(2П- 1)/2] = Л2(0) + (2 /И ^)Г 2Mo. (1 . 1 8)

Поскольку на входе кристалла (^(О) = 0) амплитуда ВГ равна нулю, имеем окончательное выражение

4(Л70) = (2 /|/я|яг)Г X . (1.19)

Это выражение аналогично выражению для случая ГВГ в однородных кристаллах при выполнении УФС *(Aк* = 0) и отличается лишь коэффициентом (2 /|т|я-).

Таким образом, процесс ГВГ в НФК протекает также эффективно, как и в однородных кристаллах. При этом эффективная длина взаимодействия ГВГ в НФК в 2/(|т|я-) раза меньше эффективной длины синхронной ГВГ в однородном кристалле, т.е. имеет соотношение

L^,(PMC) = (2l\m \x)L^(odH).

Возможна другая интерпретация выражения (1.19). Можно ввести эффективную нелинейность для НФК

*<Г*ф(РДС) = (21\m\ 7 1) 0^ (одн.)*

при сохранении его реальной длины *L* = M 0.

Согласно (1.19), интенсивность ВГ равна

$$I_{2,N} = \left|A_{2,N}\right|^2 = \sigma^2 I_{10}{}^2 (\frac{2}{\pi m} N l_0)^2, \qquad (1.20)$$

а для коэффициента преобразования (КП) ВГ по интенсивности имеем [39-40]

$$\eta_{2,N} = \frac{I_{2,N}}{I_{10}} = \sigma^2 I_{10} (\frac{2}{\pi m} N l_0)^2 \text{ или } \eta_{2,N} = (\frac{2}{m\pi})^2 (\frac{l_0}{l_{нл}})^2 N^2. \qquad (1.21)$$

Здесь $I_{10} = \left|A_{10}\right|^2$ – интенсивность ОИ; $l_{нл} = (\sigma\left|A_{10}\right|)^{-1}$ – так называемая нелинейная длина взаимодействия. Из (1.20) и (1.21) видно, что эффективность ГВГ в НФК пропорциональна квадрату числа доменов N. Эта зависимость приведена на рис. 1.7 (кривая *1*).

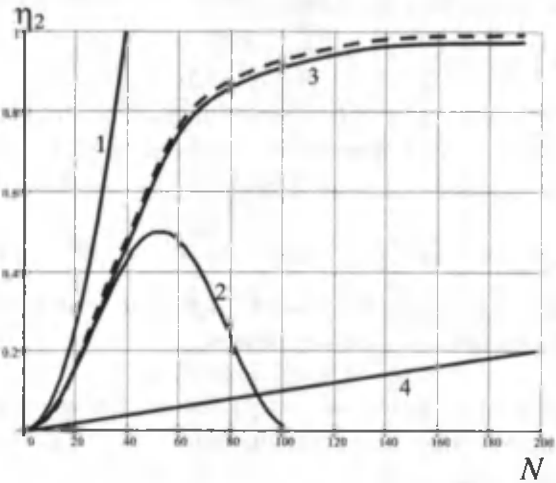

Рис. 1.7. Зависимость КП во ВГ по интенсивности от числа доменов при $l_0 = 3.25 \cdot 10^{-3}$ мм и $l_{нл} = 0.1$ мм, полученная: 1 – в приближении ЗП; 2 – по форме (1.17); 3 и 4 – численным методом при $l_0 = l_к$ и, $l_0 = 3l_к$ соответственно; пунктирная кривая – результат метода «усреднения» при $l_0 = l_к$

Следует подчеркнуть, что полученная в приближении ЗП формула (1.21) применима на расстояниях ($z < l_{нл}$), так как по мере роста интенсивности ВГ интенсивность ОИ соответственно будет уменьшаться. Это обстоятельство в данном приближении не учитывается.

Таким образом, КП во ВГ в приближении ЗП пропорционален квадрату эффективной длины РДС-кристалла $L_{эфф} = (2/\pi|m|)L$, где $L = Nl_0$ – общая длина НФК-кристалла. Эта зависимость соответствует экспериментальным данным только на начальном этапе генерации ВГ ($z < l_{нл}$). Для выявления особенностей ГВГ в РДС-кристаллах на расстояниях Z~$l_{нл}$ следует выйти за рамки приближения ЗП.

Рассматриваемый далее процесс анализируется в приближении заданной интенсивности (ЗИ), которое частично учитывает истощение интенсивности ОИ по мере распространения волн по длине кристалла. Принципиально важным является то обстоятельство, что в приближении ЗИ принимается во внимание изменение фазового соотношения между взаимодействующими волнами .

1.5.2. Приближение заданной интенсивности

Итак, вышеприведенные уравнения для процесса ГВГ в НФК-кристаллах теперь будем решать в приближении ЗИ основного излучения, в котором учитывается обратное воздействия ВГ на ОИ.

Амплитуду ОИ в нелинейном кристалле представим в виде [44]

$$A_1(z) = A_{10}e^{i\varphi_1(z)}, \tag{1.22}$$

где $\varphi_1(z)$ – фаза, которая может быть комплексной и, следовательно, учитывать изменение интенсивности ОИ. Начальную амплитуду A_{10} полагаем действительной ($A_{10} = A_{10}^*$). Подставляя (1.22) в (1.13) и (1.14), получим систему уравнений

$$\frac{dA_2}{dz} = -i\sigma g(z)A_1^2 e^{i(2\varphi_1 - \Delta kz)}, \tag{1.23}$$

$$\frac{d(e^{i2\varphi_1})}{dz} = -i2\sigma g(z)A_2 e^{i\Delta kz}. \tag{1.24}$$

Для отдельного домена, для которого g(z)=const, дифференцируем уравнение (1.23) по z, а затем воспользуемся уравнением (1.24). Тогда для комплексной амплитуды ВГ $A_2(z)$ получаем уравнение

$$\frac{d^2A_2}{dz^2} + i\Delta k\frac{dA_2}{dz} + \Gamma^2 A_2 = 0. \tag{1.25}$$

Здесь $\Gamma^2 = 2\sigma^2\left|A_1(z)\right|^2$. Для произвольного домена уравнения (1.25) следует решать со следующими граничными условиями:

$$A_2(z = z_0) = A_2(z_0), \quad A_1(z = z_0) = A_1(z_0), \tag{1.26}$$

$$\left.\frac{dA_2}{dz}\right|_{z=z_0} = -i\sigma g(z_0)A_{10}^2\exp\{i[2\varphi_1(z_0) - \Delta kz_0]\}, \tag{1.27}$$

где $z_0 = (n-1)\ell_0$; n – текущий номер домена.

Коэффициент Γ^2 зависит от интенсивности ОИ $|A_1(z)|^2$, которая в процессе ГВГ уменьшается. В приближении же ЗИ эта величина считается постоянной и берется как интенсивность, равная интенсивности на входе нелинейного кристалла. Поэтому в дальнейшем полагаем $\Gamma^2 = 2\sigma^2 A_{10}^2$.

Решение уравнения (1.27) можно представить в виде

$$A_2(z) = A_2(z_0)e^{-i\Delta k(z-z_0)/2}[\cos\delta(z-z_0) + i\frac{\Delta k}{2\delta}\sin\delta(z-z_0)] -$$

$$-i\frac{\sigma A_{10}{}^2}{\delta}g(z_0)\sin\delta(z-z_0)e^{-i\Delta k(z+z_0)/2}e^{2i\varphi_1(z_0)}, \tag{1.28}$$

где $\delta = [(\Delta k)^2/4 + \Gamma^2]^{1/2}$ – обобщенная ФР, которая, кроме обычной ФР Δk, зависит также от интенсивности основного излучения на входе кристалла.

В рассматриваемом приближении в отличие от приближения ЗП на фазу основной волны $\varphi_1(z)$ ограничения не накладываются. Подставляя (1.28) в (1.24), для $e^{i\varphi_1(z)}$ получим выражение

$$e^{2i\varphi_1(z)} = i2\sigma g(z_0)A_2(z_0)\frac{\sin\delta(z-z_0)}{\delta}e^{-i\Delta k(z+z_0)/2} +$$

$$+[\cos\delta(z-z_0) - i\frac{\Delta k\sin\delta(z-z_0)}{\delta}]e^{i\Delta k(z-z_0)/2}e^{2i\varphi_1(z_0)}. \tag{1.29}$$

Согласно (1.29), фаза $\varphi_1(z)$ - комплексная величина. Другими словами, решение (1.29) учитывает также изменение интенсивности ОИ за счет обратного воздействия на нее волны ВГ. В этом отношении решение (1.28) выходит за рамки приближения ЗИ.

Для получения наглядного решения из уравнений (1.28) и (1.29) от числа доменов n поступим следующим образом. Для $(n-1)$-го домена имеем

$$z_0 = (n-1)\ell_0, \quad g(z_0) = g(z_{n-1}) = (-1)^{n-1},$$

а для выхода этого домена

$$z = n\ell_0.$$

Выражения (1.28) и (1.29) для n-го домена удобно представить в виде

$$A_{2,n} = -iBA_{2,n-1} - (-1)^{(n-1)}\sigma A_{10} fC_{1,n-1}, \tag{1.30}$$

$$\overline{A}_{1,n} = (-1)^{(n-1)} 2\sigma A_{10} A_{2,n-1} + iBC_{1,n-1}, \tag{1.31}$$

где $B = \cos(\ell_0\delta) + if\Delta k/2$, $f = \dfrac{\sin(\ell_0\delta)}{\delta}$, $C_{1,n} = A_{1,n}{}^2 / A_{10}$.

Здесь $A_{2,n-1}$ и $C_{1,n}$ – значения на входе n- го домена. Чтобы $A_{2,n}$ и $C_{1,n}$ выразить через их значения на входе НФК A_{10} и A_{20}, решение (1.30) и (1.31) удобно записать в матричной форме

$$A_n = MV_{n-1}, \quad V_n = \begin{pmatrix} A_{2,n} \\ C_{1,n} \end{pmatrix}, \tag{1.32}$$

где матрица преобразования

$$M = \begin{pmatrix} -iB & -(-1)^{(n-1)}\sigma f A_{10} \\ (-1)^{(n-1)} 2\sigma f A_{10} & iB^* \end{pmatrix}. \tag{1.33}$$

Если V_{n-1} выразим через V_{n-2}, а V_{n-2} – через V_{n-3} и, таким образом, продолжая это действие в N раз, получим

$$V_N = M^N V_0^T, \tag{1.34}$$

где $V_0^T = (0, A_{10})$, T означает транспонирование.

Матрицу M^N можно представить как линейную комбинацию единичной I и исходной матрицы M

$$M^n = \alpha I + \beta M, \tag{1.35}$$

где α и β – постоянные величины, зависящие от собственных значений матрицы M. Собственные значения матрицы M удовлетворяют уравнению

$$\det(M - \lambda I) = 0. \tag{1.36}$$

Учитывая (1.35), получим

$$\lambda^2 - \frac{\Delta k \sin(\ell_0\delta)}{\delta}\lambda + 1 = 0. \tag{1.37}$$

Решение этого уравнения можно представить в виде

$$\lambda_{1,2} = \exp(\pm i\Phi). \tag{1.38}$$

Здесь

$$\Phi = \arccos(\Delta k f / 2). \tag{1.39}$$

Для определения постоянных величин α, β подставим в (1.35) вместо M диагонализованную матрицу

$$\begin{pmatrix} \lambda^N_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta\lambda_1 & 0 \\ 0 & \beta\lambda_2 \end{pmatrix}. \tag{1.40}$$

Из (1.40) нетрудно найти

$$\alpha = \frac{\sin[(N-1)\Phi]}{\sin\Phi}, \quad \beta = \frac{\sin(N\Phi)}{\sin\Phi}. \tag{1.41}$$

Матрица M^N через α и β передается следующим выражением:

$$M^N = \begin{pmatrix} \alpha - i\beta B & -\sigma f \beta A_{10} \\ 2\sigma f \beta A_{10} & \alpha + i\beta B^* \end{pmatrix}. \tag{1.42}$$

Подстановка (1.42) в (1.35) и (1.34) даёт выражения

$$A_{2,N} = (\alpha - i\beta B)A_{20} - \sigma f \beta A_{10} C_{10}, \tag{1.43}$$

$$\overline{A}_{1,N} = 2\sigma f \beta A_{10} A_{20} + (\alpha + i\beta B^*)C_{10}, \tag{1.44}$$

Таким образом, для интенсивности ВГ в приближении ЗИ получаем следующее выражение

$$I_{2,n} = \left|A_{2,n}\right|^2 = [\frac{\sin(\ell_0\delta)}{\delta}\frac{\sin(n\Phi)}{\sin\Phi}]^2(\sigma I_{10})^2. \tag{1.45}$$

В приближении же ЗП ($\Gamma = 0, \delta = \Delta k/2$ и $\Phi = 0$) КП по интенсивности во ВГ η_2 совпадает с выражением (1.19)

$$\eta_2 = \frac{I_{2,N}}{I_{10}} = (\frac{2}{m\pi})^2(\frac{l_0}{l_{нл}})^2 N^2. \tag{1.46}$$

При условии $l_0 << l_{нл} = 1/(\sigma A_{10})$, которое часто выполняется в реальной экспериментальной ситуации, выражение (1.46) можно упростить. Тогда для КП во ВГ получим

$$\eta_2 = \frac{1}{2}\frac{\sin^2(N\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\frac{l_0}{l_{нл}})}{1+\frac{8}{\pi^2}(\frac{l_0}{l_{нл}})^2}. \tag{1.47}$$

Из (1.47) следует, что КП увеличивается с ростом числа доменов N и достигает максимального значения на уровне ≈ 50 %. Однако выражение (1.47) получено в приближении ЗИ ОИ. Поэтому оно применимо при условии $I_2 < I_1$, и максимальное значение эффективности преобразования некорректно. Вместе с тем выражением (1.47) можно пользоваться до максимального значения КП во ВГ (см. рис. 1.7).

Число доменов, при котором происходит насыщение КП, равно

$$N_{max} = \frac{\pi^2}{4\sqrt{2}}\frac{l_{i\ell}}{l_0}. \tag{1.48}$$

Приведем оценку N_{max} для ГВГ, возбуждаемой излучением неодимового лазера с длиной волны 1.064 мкм в НФК $LiNbO_3$. Для рассматриваемого процесса и типа взаимодействия *ее-е* нелинейная и когерентная длины равнялись $l_{нл}$=0.5мм и l_k = 3.25 мкм ($l_k = l_0$) соответственно. При этом максимальное число доменов, согласно формуле (1.48), равнялось $N_{max} \approx 280$ и соответствовало полной длине НФК $L \approx 1$мм. В экспериментах длина НФК обычно меньше 1см, поэтому для реальных экспериментальных ситуаций можно пользоваться формулой (1.48). На рис. 1.7 представлена зависимость КП во ВГ η_2 от числа доменов N в различных приближениях. Кривая *2* на рис. 1.7 соответствует приближению ЗИ. Видно, что КП η_2 достигает насыщения при числе доменов $N = N_{max}$. Еще раз отметим, что приближением ЗИ и формулой (1.48) можно пользоваться на расстояниях $z \le l_{нл}$ либо для числа доменов $N \le l_{нл} / l_0 \approx N_{max}$.

Согласно формуле (1.48), интенсивность ВГ будет максимальной при условии $l_0\delta = \pi / 2$. Из этого соотношения определяем оптимальную толщину домена

$$l_0 = l_k[1 - (\frac{2}{\pi}\frac{l_k}{l_{нл}})^2], \tag{1.49}$$

которая зависит от когерентной и нелинейной длин. Поскольку $l_{нл} \approx 1/\sqrt{I_{10}}$, то при больших интенсивностях ОИ, т.е. малых $l_{нл}$, оптимальная толщина домена меньше, чем когерентная длина. Однако в реальных экспериментах обычно выполняется условие $l_{нл} >> l_k$, поэтому можно считать $l_o \approx l_k$.

Обратимся к еще одному приближенному аналитическому описанию процесса ГВГ в НФК, т.е. рассмотрим основу метода «усреднение» укороченных уравнений.

1.5.3. Усредненные укороченные уравнения

Из результатов приближения ЗИ следует, что в РДС-кристаллах эффективность преобразования при ГВГ может достигать несколько десятков процентов. Вместе с тем эти данные не позволяют ответить на вопрос: возможно ли в РДС-кристаллах полностью преобразовать основное излучение во ВГ. В связи с этим уравнения (1.23) и (1.24) решались численным методом и аналитически с помощью «усреднения» предварительно по длине кристалла. В этом пункте будет изложена суть этого подхода и его применение к процессу ГВГ.

Переходя в (1.23) и (1.24) от комплексных амплитуд $\hat{A}_j$ к действительным амплитудам a_j и фазам φ_j $[\, A_j = a_j \exp(i\varphi_j)\,]$, получим систему уравнений следующего вида:

$$\frac{da_1}{dz} = -\sigma g(z) a_1 a_2 \sin(\psi + \Delta kz), \qquad (1.50)$$

$$\frac{da_2}{dz} = \sigma g(z) a_1^2 \sin(\psi + \Delta kz), \qquad (1.51)$$

$$\frac{d\psi}{dz} = -\sigma g(z)[2a_2 - a_1^2 / a_2]\cos(\psi + \Delta kz), \qquad (1.52)$$

где $\psi = (2\varphi_1 - \varphi_2)$ – обобщенная фаза взаимодействующих волн.

Представим периодическую единичную функцию g(z) в виде ряда Фурье

$$g(z) = sign[\sin(Kz)] = \sum_{m=1}^{\infty} g_m \exp(-imKz) + \text{к.с.}, \qquad (1.53)$$

$$g_m = \frac{2}{\pi m}\sin(\frac{\pi m l_0}{\Lambda}), \quad K = \frac{2\pi}{\Lambda},$$

где K – модуль вектора обратной решетки модуляции нелинейной восприимчивости. В типичных случаях характерная длина нелинейного взаимодействия значительно больше периода модуляции нелинейного коэффициента связи g(z). В этом случае амплитуды a_1, a_2 и фаза Ψ взаимодействующих волн являются медленно меняющимися на периоде модуляции. С другой стороны, правая часть уравнений (1.50) – (1.52) содержит сравнительно быстро меняющиеся функции g(z) и гармонические функции от произведений Δkz. Поэтому правую часть этих уравнений можно усреднить по длине взаимодействия. Поскольку в данном случае речь идет о периодических функциях, то можно произвести пространственное усреднение по периоду модуляции функции *g(z)*.

Подставим разложение (1.53) в вышеприведенные уравнения и проведем усреднение по периоду нелинейной решетки Λ. Тогда все члены, пропорциональные $\exp[i(\Delta k - mK)z]$, исчезнут, за исключением одного, для которого $\Delta k \approx mK$. В этом случае ФР Δk компенсируется вектором обратной решетки в m-порядке. Этот подход может быть распространен на 2-мерные (2D) и 3-мерные (3D) нелинейные фотонные кристаллы (суперрешетки), если использовать многомерный ряд Фурье. При этом координату z следует заменить на радиус-вектор r, а суммирование будет двойным (в плоскости) или тройным (в пространстве) по множеству векторов обратной решетки. Следует отметить, что m принимает только нечетное значение ($m = \pm 1, \pm 3, \pm 5$), так как во всех четных значениях m коэффициент $g_m = 0$. При усреднении в уравнениях (1.50) и (1.52) остается вклад только от одной пространственной гармоники вектора обратной решетки.

Таким образом, полученная система уравнений аналогична системе уравнений (1.50) и (1.52) с эффективными нелинейными коэффициентами связи волн $\tilde{\sigma}_j = \sigma_j g_m$ и ФР ($\Delta k - mK$). Если период МНВ подобран таким образом, что выполняются условия квазисинхронизма в общем случае, тогда

$$\Delta k = \frac{2\pi m}{\Lambda}. \qquad (1.54)$$

В случае квазисинхронизма первого порядка ($m = 1$) и $\Delta k = 2\pi / \Lambda$ уравнения преобразуются к виду

$$\frac{da_1}{dz} = -(\frac{2}{\pi})\sigma a_1 a_2 \cos\psi, \qquad (1.55)$$

$$\frac{da_2}{dz} = (\frac{2}{\pi})\sigma a_1^2 \cos\psi, \qquad (1.56)$$

$$\frac{d\psi}{dz} = -(\frac{2}{\pi})\sigma[2a_2 - a_1^2 / a_2]\sin\psi. \qquad (1.57)$$

Они фактически аналогичны уравнениям, описывающим трехчастотное взаимодействие волн в однородной среде (УФС) (отличие состоит лишь в коэффициенте $2/\pi$). Полученные в результате усреднений уравнения (1.55)-(1.57) имеют следующие решения для интенсивностей ВГ и ОИ:

$$I_2(z) = I_{10} th^2 (\frac{2}{\pi}\sigma\sqrt{I_{10}} z), \qquad (1.58)$$

$$I_1(z) = I_{10} sch^2 (\frac{2}{\pi}\sigma\sqrt{I_{10}} z), \qquad (1.59)$$

из которых следует, что в НФК возможна полная перекачка энергии основной волны во вторую гармонику, как и в случае синхронной ГВГ в однородных кристаллах (пунктирная кривая на рис. 1.7). Таким образом, изложенный подход применим при значениях толщины домена РДС-кристалла $l_0 << l_{кз}$. Если $l_0 \leq l_{кз}$, тогда с известными ограничениями можно пользоваться результатами приближения ЗИ. Другими словами, эти методы дополняют друг друга. В приближении метода усреднения на длину взаимодействия волн z никаких ограничений не накладывается в отличие от приближений ЗП ($z < l_{кз}$) и ЗИ ($z = l_{кз}$). Следует отметить, что в [44] возможность применения метода пространственного усреднения к укороченным уравнениям нелинейной оптики в периодически неоднородных средах обоснована более строго. Обоснование такого подхода строилось на сравнении результатов усредненных уравнений с результатами численного решения укороченных уравнений, представленных в разделе 1.5.4.

1.5.4. Численное решение

Укороченные уравнения процесса ГВГ в НФК (1.50)-(1.52) решались также численным методом. Численные эксперименты позволяют более строго найти область применимости приближенных методов. С другой стороны, численные расчеты проводятся всегда для конкретного значения параметров задачи. Вследствие этого область их использования ограничена. На рис. 1.7 кривыми *3,4* представлены результаты численных расчетов. Расчеты производились с применением разностной схемы-метода Кутта-Мерсона и их достоверность проверялась выполнением закона сохранения энергии для взаимодействующих волн.

Прежде всего, отметим, что сравнение кривых *2* и *4* на рис. 1.7 с данными численных расчетов (кривая *3*) подтверждает область применимости приближения ЗИ ($z \leq l_{кз}$). Результаты численных экспериментов и метода усреднения почти одинаковы вплоть до полной перекачки ОИ во ВГ (сравни сплошную кривую *3* с пунктирной кривой *3* на рис. 1.7). Кривые зависимости эффективности преобразования во ВГ от числа доменов, полученные методом «усреднения», проходят в области больших КПД чуть выше кривых численного расчета. Это отличие можно связать с различным поведением фазового соотношения в рассматриваемых случаях. В методе усреднения фазовое соотношение $\Psi(z)$ остается оптимальным на всей длине взаимодействия.

Данные численных экспериментов показывают, что фазовое соотношение Ψ не сразу достигает установившегося значения $\Psi_{уст} \approx -0.2$ (рис. 1.8). Последнее значение отличается от оптимального значения Ψ для случая синхронного взаимодействия в однородной среде.

Рассмотрена ситуация, когда толщина домена l_0 равна когерентной длине l_k. Из разложения (1.53) следует, что коэффициент нелинейной связи будет обратно пропорционален порядку квазисинхронизма m, где $l_0 = |m| l_к$ ($m = \pm1, \pm3, \pm5, \dots\dots$).

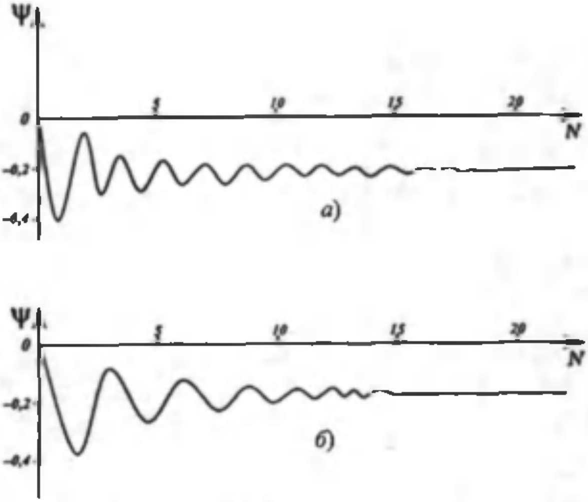

Рис.1.8. Эволюция фазового соотношения в процессе ГВГ в НФК при $l_{нл} / l_0 = 15$ ***(а)*** **и** $l_{нл} / l_0 = 10$ ***(б)***

В случае $|m| \neq 1$ также имеют место накапливающие нелинейные взаимодействия. В качестве примера на рис. 1.7 кривой *4* представлены результаты численного решения уравнений для значения $|m| = 3$. Видно, что в этом случае также происходит рост КП во ВГ, однако, очень слабый по отношению к случаю $|m| = 1$. Полученные выше результаты относятся к случаю, когда амплитуда излучения второй гармоники на входе нелинейного кристалла полагалась равной нулю. Однако одной из возможных причин наличия на входе нелинейной среды излучения второй гармоники с конечной амплитудой могут быть поверхностные нелинейные эффекты. Вместе с тем наш анализ

ГВГ в РДС-кристаллах с учетом конечной, но малой амплитуды ВГ показал, что она несущественно влияет на эффективность удвоения частоты.

Приведенные результаты показывают таким образом, что при ГВГ в РДС-кристаллах непрерывным лазерным излучением можно получить в принципе полное преобразование частоты ОИ во ВГ. Теперь обратимся к процессу ГВГ в апериодически доменных структурах (АДС-кристаллах) со случайно изменяющейся толщиной доменов.

1.6. Генерация второй гармоники непрерывным лазерным излучением в апериодических нелинейных фотонных кристаллах

Изучим процесс ГВГ в нелинейно-оптических кристаллах, в которых толщины доменов меняются случайным образом. Будем исходить из стационарных уравнений (1.13) и (1.14). Рассмотрим два случая: 1) слабое изменение периодичности и 2) сильное изменение толщины отдельного домена [45–46].

1.6.1. Слабые случайные апериодические доменные структуры

В случае слабого случайного изменения толщины доменов функцию МНВ $g_a(z)$ можно представить в виде (рис. 1.9)

$$g_a(z) = g(z) + \tilde{g}(z), \tag{1.60}$$

где $g(z)$ – детерминированная часть функции; $\tilde{g}(z)$ – случайная добавка. Статистические характеристики $\tilde{g}(z)$ примем в виде

$$\langle \tilde{g}(z) \rangle = 0\,, \ \langle \tilde{g}(z')\tilde{g}(z'') \rangle = \langle g^2 \rangle l_\delta\, \delta(z'' - z'), \tag{1.61}$$

где l_δ – средний пространственный масштаб, на котором функция $\tilde{g}(z)$ отлична от нуля(корреляционная длина).

Для дальнейшего анализа удобно сначала провести усреднение уравнений (1.13) и (1.14), не переходя к действительным амплитудам и фазам. В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= \frac{2}{\pi}\sigma A_2 A_1^* - i\xi(z) A_2 A_1^*, \\ \frac{dA_2}{dz} &= -\frac{2}{\pi}\sigma A_1^2 - i\xi^*(z) A_1^2, \end{aligned} \tag{1.62}$$

Здесь

$$\xi(z) = \frac{1}{2l_0} \int\limits_{z-l_0}^{z+l_0} \tilde{g}(z')e^{i\Delta z'}dz'. \tag{1.63}$$

При выводе (1.62) учтены (1.63) и малость изменения амплитуды A_1 и A_2 на периоде $2l_0$. Принимая во внимание (1.61), получим следующие статистические характеристики функции $\xi(z)$:

$$\langle \xi(z) \rangle = 0, \;\; \langle |\xi|^2 \rangle = \langle \tilde{g}^2 \rangle l_{\acute{e}i\delta} / 2l_0. \tag{1.64}$$

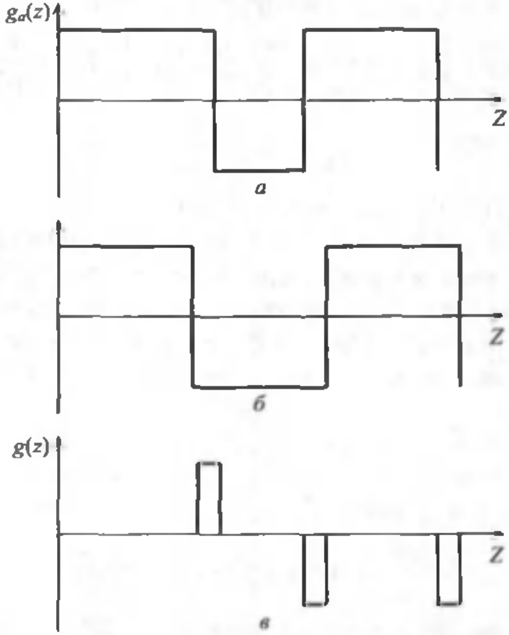

Рис. 1.9. Апериодическая функция *(а)* модуляции нелинейной восприимчивости кристалла: модуляции *б* – периодическая часть модуляции; *в* – флуктуационная часть

Причем статистику $\xi(z)$ на основе центральной предельной теоремы можно считать гауссовской. Корреляционную функцию процесса $\xi(z)$ в силу медленности изменения амплитуд A_1 и A_2 можно заменить на дельта-функцию

$$\langle \xi(z')\xi^*(z'') \rangle = \langle |\xi|^2 \rangle l_0 \delta(z''-z') = \frac{1}{2}\langle g^2 \rangle l_{\acute{e}i\delta}\delta(z''-z'). \tag{1.65}$$

Преобразуем уравнения (1.62) к виду

$$\frac{dI_2}{dz} = -(2/\pi)\sigma V - (2/\pi)\sigma V^* - i\xi^*(z)V + i\xi(z)V^* . \tag{1.66}$$

$$\frac{dV}{dz} = -(2/\pi)\sigma I_1^2 + (4/\pi)\sigma I_1 I_2 - i\xi(z)I_1^2 - i2\xi(z)I_1 I_2 . \tag{1.67}$$

$$I_1(z) + I_2(z) = I_0,\ V = A_1^2 A_2^* . \tag{1.68}$$

В полученное уравнение (1.66) входят $\overline{V}$ и $\langle\xi^*(z)V(z)\rangle$. Последнее найдем, пользуясь формулой Фуруцу - Новикова

$$\langle\xi^*(z)V(z)\rangle = \int_0^z \langle\xi^*(z)\xi(z')\rangle\langle\frac{\delta V(z)}{\delta\xi(z')}\rangle dz' = \frac{1}{2}\langle\tilde{g}^2\rangle\delta l\langle\frac{\delta V(z)}{\delta\xi(z)}\rangle =$$
$$= -\frac{i}{2}\langle\tilde{g}^2\rangle\delta l(\langle I_1^2\rangle - 2\overline{I}_1\overline{I}_2). \tag{1.69}$$

При выводе (1.69) использовано (1.65).

В уравнение для среднего $\overline{V}$ входят моменты интенсивностей второго порядка, определяемые через моменты полей более высокого порядка, чем V, и т.д. Таким образом, получается бесконечная цепочка связанных уравнений. Анализ существенно упрощается в приближении ЗИ. В этом приближении с точностью до $< I_2^2 >$ вместо (1.67) имеем

$$\frac{dV}{dz} = -(2/\pi)\sigma I_0^2 + (8/\pi)\sigma I_0 I_2 - i\xi(z)I_0, \tag{1.70}$$

или уравнение для среднего $\overline{V}$

$$\frac{d\overline{V}}{dz} = -(2/\pi)\sigma I_0^2 + (8/\pi)\sigma I_0 \overline{I}_2 . \tag{1.71}$$

Уравнение же для средней интенсивности ВГ $\overline{I}_2$

$$\frac{d\overline{I}_2}{dz} = -(2/\pi)\sigma\overline{V} - (2/\pi)\sigma\overline{V}^* + \alpha(I_0^2 - 4I_0\overline{I}_2), \tag{1.72}$$

где учтено (1.69) и $\alpha =< \tilde{g}^2 > l_{ei\delta}$.

Из (1.66) и (1.68) получим замкнутое уравнение для $\overline{I}_2$

$$\frac{d^2\overline{I}_2}{dz^2} + 4\alpha I_0\frac{d\overline{I}_2}{dz} + (32/\pi^2)\sigma^2 I_0\overline{I}_2 = 2(2\sigma/\pi)^2 I_0^2 . \tag{1.73}$$

Граничные условия для (1.73) аналогичны (1.16, 1.17).

Решением (1.73) является

$$\overline{I}_2(z)=\frac{1}{4}I_0\{1-e^{-2\alpha I_0 z}[\frac{2\alpha I_0}{p}sh(pz)+ch(pz)]\}, \qquad (1.74)$$

где $p=2I_0\sqrt{\alpha^2-2(2\sigma/\pi)^2}$.

Выражение (1.74) аналогично (1.47) и (1.48). Как и в случае генерации высших гармоник в нелинейных средах со случайными оптическими неоднородностями, установившееся значение интенсивности ВГ, возбуждаемой в слоистой (доменной) нелинейной среде со случайной апериодичностью, равно $\eta_2(\infty)=0.25$ и на больших длинах взаимодействия $z>l_{_{ш}}$ оно не зависит от флуктуации толщины слоев. Последнее определяют скорость достижения установившегося значения интенсивности ВГ.

1.6.2. Сильные случайные апериодические доменные структуры

В кристаллах с сильной случайной апериодической структурой толщина доменов изменяется существенно. Поэтому изложенный ранее метод анализа нелинейных процессов оказывается не применимым. Для общности анализа в рассматриваемой здесь задаче предположим, что меняется также случайным образом ФР. По существу такая модель соответствует кристаллам с разупорядоченной доменной структурой, в которой изменяется не только толщина домена и его ориентация.

В связи с отмеченным процесс ГВГ опишем системой уравнений [46]

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz}&=-i\sigma g(z)A_2A_1^*\exp[i\psi(z)],\\ \frac{dA_2}{dz}&=-i\sigma g(z)A_1^2\exp[-i\psi(z)].\end{aligned} \qquad (1.75)$$

Функция $\psi(z)$ связана с фазовым набегом, обусловленным ФР взаимодействующих волн:

$$\psi(z)=\int_0^z[k_2(z')-2k_1(z')]dz', \qquad (1.76)$$

где $k_j=\omega_j n_j(\omega_j)/c$ – волновое число на частоте ω_j. Поведение функции $g(z)$, характеризующей изменение толщины доменов, показано на рис. 1.10.

Как и ранее, $g(z)$ в уравнениях (1.75) учитывает пространственную модуляцию нелинейного коэффициента, обусловленную инвертированием оптической оси при переходе от домена к домену.

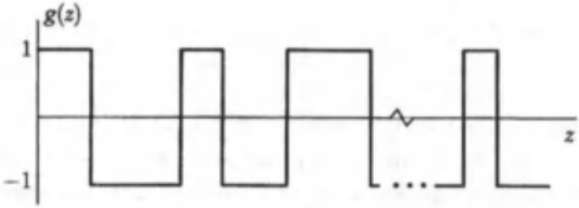

Рис. 1.10. Случайная модуляция квадратичной нелинейной восприимчивости апериодического кристалла от домена к домену

В отличие от предыдущего пункта $g(z)$ будем считать случайным телеграфным процессом, который с равной вероятностью принимает значения +1 и -1 ($g^2(z) \equiv 1$):

$$g(z) = (-1)^{n(0,z)},$$

где $n(0, z)$ – случайная последовательность целых чисел, описывающая количество смен знака нелинейного коэффициента на длине (z_1, z_2). На интервале $(0,z)$ длины число смен знака $n(0,z)$ подчиняется статистике Пуассона

$$P(n) = \frac{(\nu z)^n}{n!} \exp(-\nu z), \tag{1.77}$$

где ν – среднее число смен знака на единицы длины (средняя пространственная частота). Тогда на длине z кристалла среднее число смен знака и его дисперсия соответственно будут равны

$$\overline{n} = \nu z\,,\ \beta_n^2 = \langle n^2 \rangle - \overline{n}^2 = \overline{n}. \tag{1.78}$$

Введенная таким образом функция МКНВ описывает стопы и структуры, полученные ростовыми методами.

Процесс $g(z)$ характеризуется следующими статистическими свойствами: средним значением $\langle g(z) \rangle = \exp(-2\nu z)$ и корреляционной функцией

$$\langle g(z')g(z'') \rangle = \exp(-2\nu |z' - z''|). \tag{1.79}$$

Для обозначения статистического среднего используем как угловые скобки, так и черту сверху над усредняемой величиной.

Если $F(z, g(z))$ – некоторый функционал случайного телеграфного процесса $g(z)$, то применима формула дифференцирования

$$(\frac{d}{dz} + 2\nu)\langle g(z)F(z, g(z)) \rangle = \langle g(z)\frac{dF(z, g(z))}{dz} \rangle. \tag{1.80}$$

Фазовый набег $\psi(z)$ взаимодействующих волн представим в виде

$$\psi(z) = \Delta k_0 z + \int_0^z \Delta k(z')dz', \tag{1.81}$$

где Δk_0 – регулярная, а $\Delta k(z)$ – флуктуационная часть ФР. В последующем будем полагать, что $\Delta k(z)$ представляет собой δ – коррелированный гауссовский процесс со следующими статистическими характеристиками:

$$\langle \Delta k(z)\rangle = 0, \ \ \langle \Delta k(z)\Delta k(z')\rangle = \mathrm{B}(z,z') = 2K\delta(z-z'). \tag{1.82}$$

Если $F(z, g(z))$ – некоторый функционал гауссова процесса $\Delta k(z)$, то справедлива формула Фуруцу-Новикова

$$\langle \Delta k \langle \Delta k(z)F(z)\rangle = \int_0^z \mathrm{B}(z,z')\langle \frac{\delta F(z')}{\delta \Delta k(z')}\rangle dz'. \tag{1.83}$$

Учитывая (1.69), получим

$$\langle \Delta k(z)F(z)\rangle = K\langle \frac{\delta F(z)}{\delta \Delta k(z)}\rangle. \tag{1.84}$$

Систему уравнений (1.75) перепишем для интенсивностей взаимодействующих волн $I_j(z) = |A_j(z)|^2$ ($j = 1,2$):

$$\frac{dI_1}{dz} = -ig(z)U_-, \quad \frac{dI_2}{dz} = ig(z)U_-, \tag{1.85}$$

$$\begin{aligned} &\frac{dU_-}{dz} = i\frac{d\psi}{dz}U_+ + i4\sigma g(z)I_1I_2 - i2\sigma g(z)I_1^2, \\ &\frac{dU_+}{dz} = i\frac{d\psi}{dz}U_-, \end{aligned} \tag{1.86}$$

Здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} &U_-(z) = A_2A_1^{*2}\exp[i\psi(z)] - A_1^2A_2^*\exp[-i\psi(z)], \\ &U_+(z) = A_2A_1^{*2}\exp[i\psi(z)] + A_1^2A_2^*\exp[-i\psi(z)]. \end{aligned} \tag{1.87}$$

Усредним уравнения (1.85) и (1.86) по реализациям случайных процессов $g(z)$ и $\Delta k(z)$, считая их некоррелированными между собой. Чтобы получить замкнутые уравнения для средних значений интенсивностей ОИ и ВГ, необходимо вычислить корреляционные функции типа $\langle g(z)U_\mp\rangle$ и $\langle \Delta k(z)U_\mp\rangle$. Используя соотношения (1.83) и (1.84), для первых производных от корреляционных функций $\langle g(z)U_\mp\rangle$ получаем

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dz}\langle g(z)U_-\rangle = -2\nu\langle g(z)U_-\rangle + i\langle g(z)[\Delta k_0 + \Delta k(z)]U_+ + 4\sigma I_1I_2 - 2\sigma I_1^2\rangle, \\ &\frac{d}{dz}\langle g(z)U_+\rangle = -2\nu\langle g(z)U_+\rangle + i\langle g(z)[\Delta k_0 + \Delta k(z)]U_-\rangle. \end{aligned} \tag{1.88}$$

Из уравнений (1.83) и (1.84) для корреляционной функции $\langle \Delta k(z) g(z) U_{\pm} \rangle$ после двойного усреднения имеем

$$\langle \Delta k(z) g(z) U_{\pm}(z) \rangle = K \langle \frac{\delta(g(z)U_{\pm}(z))}{\delta \Delta k(z)} \rangle = iK \langle g(z) U_{\mp}(z) \rangle. \qquad (1.89)$$

Вводя обозначения

$\langle g(z)U_{-}(z) \rangle = i\varphi_1$, $\langle g(z)U_{+}(z) \rangle = i\varphi_2$ и $2\nu + K = \alpha_0$, усредненные уравнения (1.85) и (1.86) преобразуем к виду:

$$\frac{d\bar{I}_1}{dz} = \sigma\varphi_1, \quad \frac{d\bar{I}_2}{dz} = -\sigma\varphi_1, \qquad (1.90)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dz} = -\alpha\varphi_1 + \Delta k_0 \varphi_2 + 4\sigma \langle I_1 I_2 \rangle - 2\sigma \langle I_1^2 \rangle,$$
$$\frac{d\varphi_2}{dz} = -\alpha\varphi_2 - \Delta k_0 \varphi_1. \qquad (1.91)$$

Параметры, характеризующие МНКС и фазовые расстройки, входят в уравнения (1.90) и (1.91) аддитивно, что отражается в параметре α_0. Следовательно, влияние этих двух факторов на динамику энергообмена между взаимодействующими волнами одинаково. Другими словами, влияние флуктуаций показателя преломления среды можно трактовать в терминах апериодичности модуляции квадратичной нелинейной восприимчивости среды (коэффициента нелинейной связи), и наоборот. Параметр α_0 можно понимать как удвоенную пространственную частоту эффективного случайного нелинейного телеграфного процесса, описывающего МКНВ кристалла в отсутствии фазовых флуктуаций.

Система уравнений не замкнута, так как содержит корреляторы $\langle I_1 I_2 \rangle$. В общем случае можно записать уравнения и для этих моментов, однако они будут содержать моменты интенсивности еще более высокого порядка. Эта ситуация типична для нелинейных уравнений, описывающих процессы преобразования частоты в оптических кристаллах, и она встречалась ранее в этой главе. Эти корреляторы можно рассчитать, сделав предположение о статистике полей взаимодействующих волн. В рассматриваемой задаче флуктуации полей взаимодействующих волн можно считать гауссовскими.

Учитывая соотношение для интенсивностей $I_1(z) + I_2(z) = I_1(0) + I_2(0) = I_{10} + I_{20} = I_{10}$, где I_{10} и I_{20} - интенсивности ОИ и ВГ, соответственно на входе кристалла, в случае гауссовской статистики поля ВГ для корреляторов интенсивностей можно записать уравнения

$$\langle I_1 I_2 \rangle = I_{10}\overline{I}_2 - 2(\overline{I}_2)^2,$$
$$\langle I_1^2 \rangle = I_{10}^2 - 2I_{10}\overline{I}_2 + 2(\overline{I}_2)^2. \tag{1.92}$$

Используя (1.92), из (1.90) и (1.91) получим систему уравнений

$$\frac{dx}{d\zeta} = -y_1,$$
$$\frac{dy_1}{d\zeta} = -\alpha y_1 + \Delta k y_2 - (2 - 8x + 12x^2), \tag{1.93}$$
$$\frac{dy_2}{d\zeta} = -\alpha y_2 - \Delta k y_1.$$

Здесь введены следующие нормированные обозначения:

$$x = \frac{\overline{I}_2}{I_{10}},\ y_1 = \frac{\varphi_1}{I_{10}^{3/2}},\ y_2 = \frac{\varphi_2}{I_{10}^{3/2}},\ \zeta = \frac{z}{l_{нл}},\ \alpha = \alpha_0 l_{нл},\ \Delta k = \Delta k_0 l_{нл},\ l_{нл} = \frac{1}{\sigma\sqrt{I_{10}}},$$

где $l_{нл}$ – характерная нелинейная длина взаимодействия. Отметим еще раз, что α характеризует степень случайной разупорядоченности структуры кристалла, а параметр Δk – степень регулярного фазового рассогласования на нелинейной длине.

Следует обратить внимание на то, что, согласно уравнению (1.93), в развиваемом приближении гауссовской статистики взаимодействующих волн равновесного значения интенсивности ВГ не существует. Систему уравнений (1.93) в общем случае можно решить только численными методами. Однако некоторые аналитические результаты, важные для понимания особенностей генерации второй гармоники в кристаллах со случайной доменной структурой, можно получить в приближении ЗП. Этому приближению соответствует уравнение при пренебрежении в правой части второго уравнения системы уравнений (1.93) слагаемыми пропорциональных порядка x и x^2. Решение полученных таким образом уравнений для интенсивности ВГ $x(\zeta)$ с нулевыми граничными условиями ($x(0) = 0$) дает

$$x(\zeta) = \frac{\alpha\zeta - \exp(-\alpha\zeta)\sin(\Delta k\zeta - \phi) - \sin\phi}{\alpha^2 + \Delta k^2},\quad tg\phi = \frac{\alpha^2 - \Delta k^2}{2\alpha\Delta k}. \tag{1.94}$$

Следует отметить, что при α=0, которое соответствует случаю однородного кристалла из (1.94), получаем известный результат. Зависимость (1.94) также можно найти и другим способом.

В приближении ЗП от системы уравнений (1.74) остается только уравнение для амплитуды второй гармоники

$$\frac{dA_2}{dz} = -i\sigma g(z) A_1^2 \exp[-i\psi(z)],$$

отсюда получаем решение для $A_2(z)$ в виде

$$A_2(z) = -i\sigma A_1^2 \int_0^z g(z') \exp[-i\psi(z')] dz'. \qquad (1.95)$$

Учитывая выражения для фазового набега (1.80) и для корреляционной функции случайного телеграфного процесса (1.78), запишем выражение для средней интенсивность ВГ

$$\langle I_2(z) \rangle = \sigma^2 I_1^2 \int_0^z \int_0^{z'} e^{-2\nu|z'-z''|} e^{i\Delta k_0 (z'-z'')} \langle e^{-i\int_{z'}^{z''} \Delta k(\zeta) d\zeta} \rangle_{\Delta k} dz' dz''. \qquad (1.96)$$

Последний сомножитель в (1.96) с учетом (1.81) случайного процесса $\Delta k(\zeta)$ легко найти (см.(1.81))

$$\langle e^{-i\int_{z'}^{z''} \Delta k(\zeta) d\zeta} \rangle_{\Delta k} = e^{-K|z'-z''|}. \qquad (1.97)$$

Подставляя это выражение в (1.96), вводя обозначения $\alpha_0 = 2\nu + K$ и проводя интегрирование, получим выражение (1.94).

Из анализа выражения (1.94) следует наличие оптимального соотношения между параметром α и ФР Δk. Полагая $\alpha\zeta >> 1$, имеем для ФР Δk выражение

$$\Delta k = \alpha \sqrt{\frac{3}{\alpha\zeta} + \sqrt{1 - \frac{2}{\alpha\zeta}}}. \qquad (1.98)$$

Условие $\alpha\zeta >> 1$ соответствует большому числу доменов на рассматриваемой длине взаимодействия. Поэтому, согласно выражению (88), справедливо приближенное равенство

$$\Delta k \approx \alpha\left(1 + \frac{1}{\alpha\zeta}\right). \qquad (1.99)$$

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что условие случайного квазисинхронизма (1.98) и (1.99), названного при ГВГ при малых эффективностях преобразования, не зависит от интенсивности ОИ. Приведем результаты численного решения системы уравнений (1.93).

На рис. 1.11 и рис. 1.12 представлены зависимости относительной интенсивности ВГ от параметра α и приведенной длины взаимодействия $z/l_{нл}$. Видно, что существует оптимальное соотношение между величинами α и Δk ($\Delta k \approx \alpha$), при которых интенсивность ВГ имеет максимальное значение. При малых значениях α(α<100) с ростом фазовой расстройки Δk эффективности преобразования сильно различаются, а при больших значениях α (α>100) это различие уменьшается и происходит насыщение коэффициента преобразования ВГ на определенном уровне.

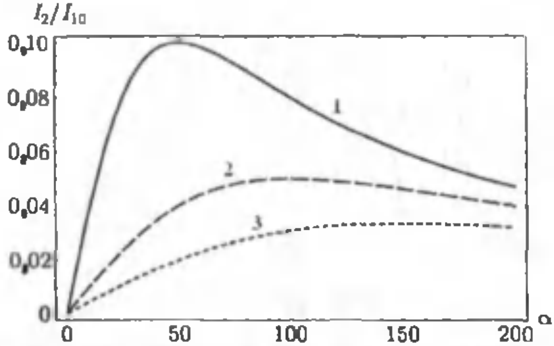

Рис. 1.11. Зависимость нормированной средней интенсивности второй гармоники $I_2(z)/I_{10}$ от приведенной средней пространственной частоты α смены знака коэффициента связи при Δk=50 (1), 100 (2), 150 (3) ($z/l_{нл}$=5)

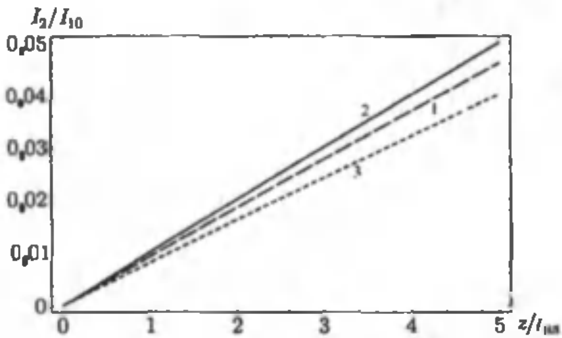

Рис. 1.12. Зависимость нормированной средней интенсивности второй гармоники $I_2(z)/I_{10}$ от приведенного расстояния $z/l_{нл}$ для Δk=100 при различных значениях пространственной частоты α смены знака нелинейной восприимчивости полидоменного кристалла:50(1), 100(2), 150(3)

Из рис. 1.12 видно, что при наличии фазовой расстройки и случайной МНВ интенсивность ВГ линейно зависит от длины кристалла. Следует отметить, что представленные на рис. 1.11 и 1.12 результаты дополняют друг друга с точки зрения понимания динамики процесса ГВГ в полидоменных кристаллах.

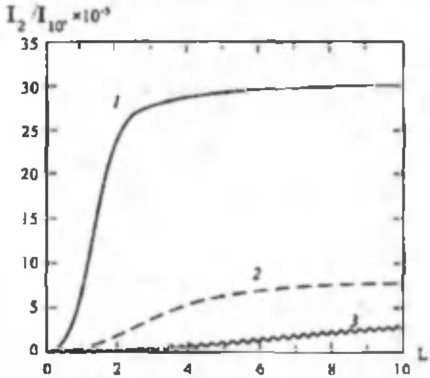

Рис. 1.13. Зависимость относительной интенсивности второй гармоники от приведенного расстояния $L=z/l_{нл}$ для α=0.1 при значениях Δk: 0(1); 10^{-3} (2); 10^{-1}(3); I_{10}=10 МВт/см^2

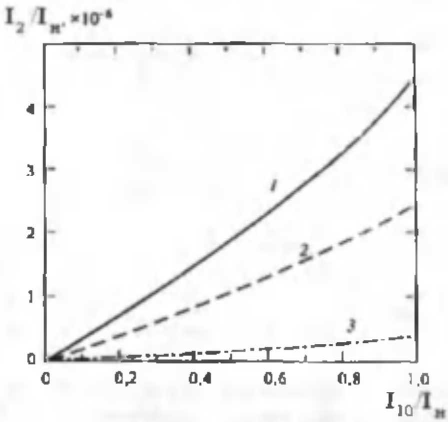

Рис. 1.14. Зависимость нормированной средней интенсивности второй гармоники $I_2(z)/I_н$ от нормированной интенсивности основного излучения $I_{10}/I_н$ при $\Delta k=10^4$, $\alpha=10^4$ (1), $\alpha=5\cdot10^4$ (2), $\alpha=5\cdot10^5$ (3). $I_н$=10 МВт/см^2

На рис. 1.13 представлены кривые зависимости средней интенсивности ВГ от приведенного расстояния для значений параметров α и Δk, намного меньшем единицы. Это соответствует случаю слабой флуктуации как ФР, так и МНВ. Как видно из рис. 1.13, в этом случае зависимость интенсивности ВГ отличается от линейной, как и на рис. 1.12 Из этого сравнения рисунков следует, что в случае слабых флуктуаций α и Δk динамика интенсивности ВГ почти такая же, как в однородном кристалле.

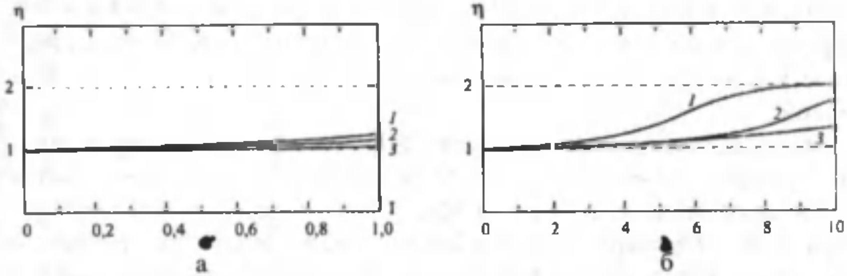

Рис. 1.15. Зависимость показателя степени η от нормированной интенсивности основного излучения $I=I_{10}/I_н$ (а – $0\leq I\leq 1$ и б – $0\leq I\leq 10$) для α=0.1 при значениях Δk: 0(1); 10^{-3} (2); 10^{-1} (3); $I_н$=100 МВт/см²

Таким образом, трехчастотные нелинейно-оптические процессы в случайно апериодических полидоменных кристаллах показывают наличие квазисинхронизма, обеспечивающего наиболее эффективный энергообмен между взаимодействующими волнами.

Анализ уравнений (1.93) показывает, что в средах с апериодической нелинейной восприимчивостью и флуктуаций фазовой расстройки существует область параметров задачи, для которых практически имеет место линейная зависимость средней интенсивности ВГ от интенсивности ОИ при малых эффективностях преобразования или, другими словами, в начальном этапе процесса удвоения частоты (рис. 1.14). Этот вывод согласуется с экспериментальными результатами работы [40]. На рис. 1.14 представлена зависимость относительной средней интенсивности ВГ от нормированной интенсивности ОИ в случае сильных флуктуаций параметров α и Δk при фиксированном Δk для разных значений α.

На рис. 1.15 представлена зависимость параметра степени $\eta=d\ln(I_2/I_н)/d(I_{10}/I_н)=(dI_2/dI_{10})(I_{10}/I_2)$ от нормированной интенсивности основного излучения, из которой можно определить степень зависимости интенсивности ВГ от интенсивности ОИ. Для указанных на рис. 1.15,*а* и 1.15,*б* значений параметров α и Δk параметр степени нормированной интенсивности ОИ меняется между величинами 1 и 2.

Качественно этот эффект можно объяснить следующим образом. В стохастически неоднородных нелинейных средах при малых эффективностях преобразования ОИ во ВГ ее интенсивность пропорциональна квадрату интенсивности ОИ, длине среды и так называемой «когерентной» длине. Как показал анализ, последняя оказывается зависящей от интенсивности ОИ особенно существенно при больших эффективностях преобразования частоты. Вследствие этого зависимость интенсивности ВГ от интенсивности ОИ отличается от квадратичной.

Таким образом, развита теория ГВГ в полидоменных кристаллах со случайным изменением толщины доменов, которое проявляется в виде случайной модуляции коэффициента нелинейной связи волн. Случайное изменение нелинейного коэффициента моделируется случайным телеграфным процессом. Установлено наличие условия стохастического квазисинхронизма, определяемого равенством ФР взаимодействующих волн удвоенной средней частоте случайного телеграфного процесса, Δk=2ν. Это условие является аналогом условия обычного квазисинхронизма и соответствует наиболее эффективному энергообмену между взаимодействующими волнами.

Этот подход применен в работах [25-27], где исследованы параметрические взаимодействия волн.

Таким образом, нами получены следующие основные результаты:

1. Установлено, что максимальный коэффициент преобразования во вторую гармонику, возбуждаемую в кристаллах со слабой случайной нелинейной апериодичностью, равен η_2=0.25 и на больших длинах взаимодействия не зависит от флуктуации толщины доменов.

2. В кристаллах со случайной сильной нелинейной апериодичностью при малых эффективностях преобразования основного излучения во вторую гармонику зависимость ее интенсивности от интенсивности основного излучения может отличаться от квадратичной вплоть до линейной.

ГЛАВА 2

Генерация второй гармоники сверхкороткими лазерными импульсами в РДС- и АДС-кристаллах

2.1. Генерация второй гармоники сверхкороткими лазерными импульсами в РДС-кристаллах

Сначала изучим процесс ГВГ без фазовой модуляции (ФМ) импульса ОИ.

2.1.1. Генерация второй гармоники сверхкороткими лазерными импульсами без фазовой модуляции в РДС-кристаллах

Рассмотрим ГВГ сверхкороткими лазерными импульсами без ФМ в РДС-кристаллах при учете различия групповых скоростей взаимодействующих импульсов, а также дисперсии групповых скоростей. Процесс описывается следующей системой укороченных уравнений [40] для комплексных амплитуд взаимодействующих волн:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{u_1}\frac{\partial}{\partial t}-iD_1\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_1=-i\sigma_1 g(z)A_2A_1^*\exp(i\Delta kz) \\ &\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{u_2}\frac{\partial}{\partial t}-iD_2\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_2=-i\sigma_2 g(z)A_1^2\exp(-i\Delta kz) \end{aligned} \qquad (2.1)$$

Коэффициент $D_j=\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 k_j}{\partial\omega_j^2}=\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial u_j^{-1}}{\partial\omega_j}$ учитывает дисперсию групповой скорости на частоте ω_j, которые зависят как от параметров лазерного излучения, так и дисперсионных свойств кристалла.

Сначала рассмотрим процесс ГВГ в первом приближении теории дисперсии. В этом случае $D_j=0$ и уравнения (2.1) упрощаются. Тем не менее, и в таком упрощенном виде они не допускают аналитического решения. Поэтому мы проанализируем процесс ГВГ в приближении ЗП и выявим условия, при которых можно пользоваться методом усреднения укороченных уравнений, развитым в [43]. В работе [47] этот метод применен для анализа связанных процессов в апериодически поляризованных кристаллах.

В указанных приближениях уравнения (2.1) принимают следующий вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{u_2}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_2 = i\sigma_2 g(z)A_1^2(t,z)\exp(i\Delta kz), \tag{2.2}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{u_1}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_1 = 0, \tag{2.3}$$

с граничными условиями

$$A_1(t,z=0)=A_{10}(t)\,,\;\; A_2(t,z=0)=0. \tag{2.4}$$

Здесь $A_{10}(t)$- амплитудный профиль импульса на входе кристалла, а в кристалле, согласно уравнению (2.3), имеем $A_1(t,z)=A_{10}(t-z/u)$.

Решение (2.2) для комплексной амплитуды ВГ дает

$$A_2(\eta,L)=i\sigma\int_0^L g(z)A_{10}^2(\eta+\nu z)dz, \tag{2.5}$$

где L - длина кристалла; $\eta=t-z/u_2$; $\nu=(u_2^{-1}-u_1^{-1})$ – групповая расстройка.

Перейдем в (2.5) к Фурье-спектру амплитуды $A(t,z)$

$$A(\Omega,z)=\frac{1}{2\pi}\int A(t,z)\exp(-i\Omega t)dt. \tag{2.6}$$

Обратное Фурье-преобразование

$$A(t,z)=\int A(\Omega,z)\exp(i\Omega t)d\Omega\,. \tag{2.7}$$

Используя (2.6), для Фурье-спектра ВГ имеем

$$A_2(\Omega,L)=(i\sigma/2\pi)\int_0^L g(z)A_{10}^2(\eta+\nu z)\exp[i(\Delta kz-\Omega\eta)]d\eta. \tag{2.8}$$

Запишем квадрат амплитуды основного импульса как

$$A_{10}^2(\eta+\nu z)=\int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\Omega_1)\exp[i\Omega_1(\eta+\nu z)]d\Omega_1, \tag{2.9}$$

где $S_0(\Omega)$ определяется сверткой Фурье-спектра амплитуды $A_{10}(t)$.

Тогда для Фурье-спектра излучения ВГ получим

$$A_2(\Omega,L)=\frac{i\sigma}{2\pi}\int_0^L g(z)e^{i\Delta kz}dz\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\Omega_1)e^{i[\Omega_1(\eta+\nu z)-\Omega\eta]}d\eta d\Omega_1, \tag{2.10}$$

или, проведя необходимые преобразования,

$$A_2(\Omega, L) = i\sigma S_0(\Omega)\int_0^L g(z)e^{i(\Delta k - \nu\Omega)z}dz. \qquad (2.11)$$

Формула (2.11) применима для любого закона изменения $g(z)$. Однако ее не будем разлагать в ряд из-за того, что спектр сверхкороткого импульса ОИ может быть широким и условию квазисинхронизма одновременно, хотя и на высоких порядках, может удовлетворить ряд спектральных компонент. Структура выражения (2.1) позволяет рассматривать ГВГ на отдельном домене и затем просуммировать по всем доменам. Пусть на первом домене РДС-кристалла $g(z)=1$, тогда для произвольного n-го домена $g(z)=(-1)^{n-1}$, а выражение (2.11) можно представить в виде

$$A_2(\Omega, L) = i\sigma S_0(\Omega)\sum_{n=1}^{N}\int_{(n-1)l_0}^{nl_0}(-1)^{n-1}e^{i(\Delta k - \nu\Omega)z}dz, \qquad (2.12)$$

где l_0 - толщина отдельного домена; N - общее число доменов; $L=Nl_0$.

После ряда математических преобразований получим

$$A_2(\Omega, L) = i\sigma S_0(\Omega)\exp(-i\nu\Omega l_0 N/2)K(\Omega)Nl_0 \sin c[(\Delta k - \nu\Omega)l_0/2], \qquad (2.13)$$

где $sincx=(sinx)/x$, $K(\Omega)$ – нелинейный коэффициент передачи, равный

$$K(\Omega) = \frac{\sin(\nu\Omega l_0 N/2)}{N\sin(\nu\Omega l_0/2)}. \qquad (2.14)$$

Для спектральной плотности излучения второй гармоники имеем

$$S_2(\Omega, L) = |A_2(\Omega, L)|^2 = \sigma^2|S_0(\Omega)|^2|K(\Omega)|^2 L^2 \sin c^2(\Delta k - \nu\Omega)l_0/2). \qquad (2.15)$$

При $N=1$ коэффициент $K(\Omega)=1$ и формула (2.13) дает известный результат [40], соответствующий процессу нестационарной ГВГ в однородном кристалле. Если толщина отдельного домена равна $l_0=\pi|m|/|\Delta k|$, а ширина спектра основного излучения $\Delta\Omega$ гораздо меньше так называемой критической ширины спектра $\Delta\Omega<<\Delta\Omega_{кр}=\pi/|\nu|l_0$, то опять получаем выражение как для однородного кристалла

$$S_2(\Omega, L) = (\frac{2}{\pi|m|}\sigma L)^2|S_0(\Omega)|^2 \sin c^2(\nu\Omega L/2). \qquad (2.16)$$

Отличие состоит лишь в замене нелинейного коэффициента σ на эффективный $(2\sigma/\pi|m|)$. Согласно (2.14), величина $\Delta\Omega_{кв}=\pi/|\nu|L$ определяет полосу квазисинхронизма. Импульс с шириной спектра $\Delta\Omega<\Delta\Omega_{кв}$ эффективно преобразуется во вторую гармонику. Результат (2.16) также можно получить, применив к уравнению (2.2) метод усреднения. Выражением (2.16) можно пользоваться вплоть до длительностей импульсов больше, чем $\tau_{кв}=2\pi/\Delta\Omega_{кв}=|\nu|l_0N/2$. Приведем числовую оценку критической длительности импульса ОИ : например, для РДС-кристалла $LiNbO_3$ с числом доменов N=75 при удвоении частоты импульса с несущей длиной волны λ=1.064 *мкм* для первого порядка квазисинхронизма m=1 толщиной домена l_0=3.4 *мкм*, а групповая расстройка $\nu=8.2\times10^{-12}$ *с/см*, и в этом случае имеем $\tau_{кв}\approx100$ *фс*.

Таким образом, для вышеприведенных параметров лазерного излучения и РДС-кристалла $LiNbO_3$ для расчета эффективности преобразования во ВГ выражением (2.16) можно пользоваться для импульсов ОИ с длительностью до 100 *фс*, что действительно соответствует приближению первого порядка теории дисперсии.

Анализ нестационарных уравнений (2.13) вне рамок приближения ЗП требует привлечения численного метода. Таковой применялся для решения уравнений (2.13) в первом приближении теории дисперсии (D_j=0) как для однородного кристалла с эффективным нелинейным коэффициентом $\sigma_{эфф}=(2/\pi)\sigma$, так и для РДС-кристалла.

Для выяснения влияния расстройки групповых скоростей ν и их дисперсии (коэффициенты D_1, D_2) на эффективность удвоения частоты фемтосекундных импульсов были рассчитаны зависимости, представленные на рис. 2.1. Кривые построены при длительности импульса и длине волны основного излучения $\tau=50$ *фс* и $\lambda=0.8$ *мкм*, $I_{10}=62$ *ГВт/см*^{2} ($W_{10}=15$ *нДж*), $\nu=1.8\cdot10^{-11}\,с/см$, $l_0=1.3$ *мкм*, $l_{нл}=15.6$ *мкм*, число доменов $N=700$, $D_1=0.36\cdot10^{-26}\,c^2/см$, $D_2=1.5\cdot10^{-26}\,c^2/см$. При этом полная длина кристалла L=0.91 мм.

Из рис. 2.1 следует, что в реальном РДС-кристалле $LiNbO_3$ при больших длинах взаимодействия наступает насыщение эффективности преобразования, тогда как при наличии группового синхронизма происходит обратное преобразование энергии второй гармоники в энергию основного излучения (см. рис. 2.1, кривые *2* и *3*). На малых длинах наличие группового синхронизма (ν=0) приводит к большей эффективности (см. рис. 2.1, кривые *3* и *4*), чем при расстройке ($\nu\neq0$) групповых скоростей и дисперсии групповых скоростей взаимодействующих импульсов (сравните кривые *3*, *4* с кривыми *1* и *2*). При наличии дисперсии групповых скоростей ($D_1 \neq 0$, $D_2 \neq 0$) максимальная эффективность достигается при большем числе доменов (см. рис. 2.1, кривые *1, 2*), чем при ее отсутствии (см. рис. 2.1, кривые *3, 4*). Из кривой *1* видно, что на длине РДС-кристалла (число доменов порядка 600) порядка 0.8 мм коэффициент преобразования во ВГ достигает более 90% (см. рис. 2.1, кривая *1*) даже при расстройке ($\nu \neq 0$) групповых скоростей и их дисперсии. Отметим, что в условиях группового синхронизма ($\nu = 0$) дисперсии групповых скоростей ($D_1 \neq 0$, $D_2 \neq 0$) почти не влияют на эффективность ГВГ(ср. кривые *1* и *2* на рис. 2.1).

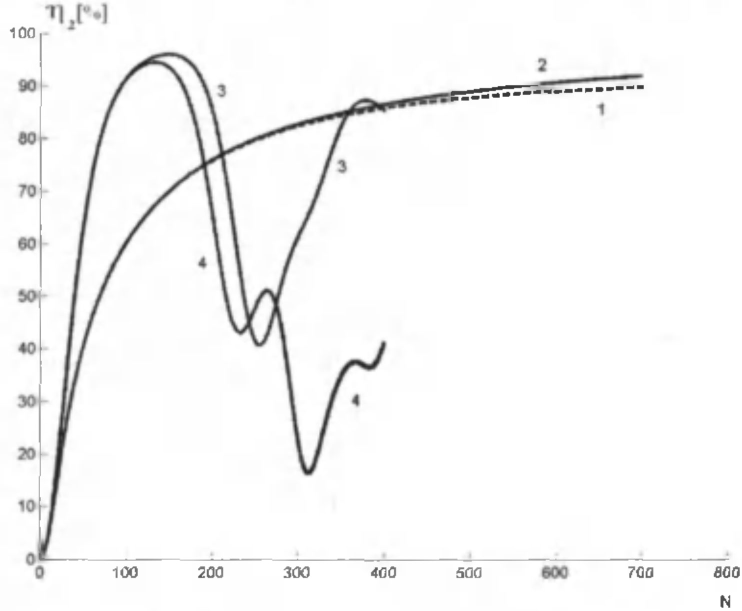

Рис. 2.1. Зависимость коэффициента преобразования во вторую гармонику η_2 по энергии импульса основного излучения длительностью 50 фс без ФМ от числа доменов N РДС-кристалла LiNbO3 при различных условиях генерации: 1 – ($\nu \neq 0$, $D_1 \neq 0$, $D_2 \neq 0$); 2 – ($\nu \neq 0$, D_1=D2=0); 3 – (ν=0, $D_1 = D_2 = 0$); 4 – (ν=0, $D_1 \neq 0$, $D_2 \neq 0$)

На рис. 2.2 представлена зависимость временных профилей импульса основного излучения (кривая *1*) и второй гармоники (кривая *2*) на длине взаимодействия, соответствующей максимальному коэффициенту преобразования во вторую гармонику при условии наличии расстройки групповых скоростей и их дисперсии (см. рис. 2.1, кривая *1*). Кривой *3* передана форма импульса основного излучения на входе РДС-кристалла для сравнения форм и длительностей импульсов на выходе. Из рис. 2.2 следует, что длительность импульса второй гармоники на выходе РДС-кристалла увеличивается (уширяется), когда длительность импульса основного излучения, имея в начале некий пьедестал, также увеличивается, но в меньшей степени, чем длительность импульса второй гармоники. Медленный спад заднего фронта импульса второй гармоники связан с меньшей ее групповой скоростью по сравнению с возбуждающим импульсом.

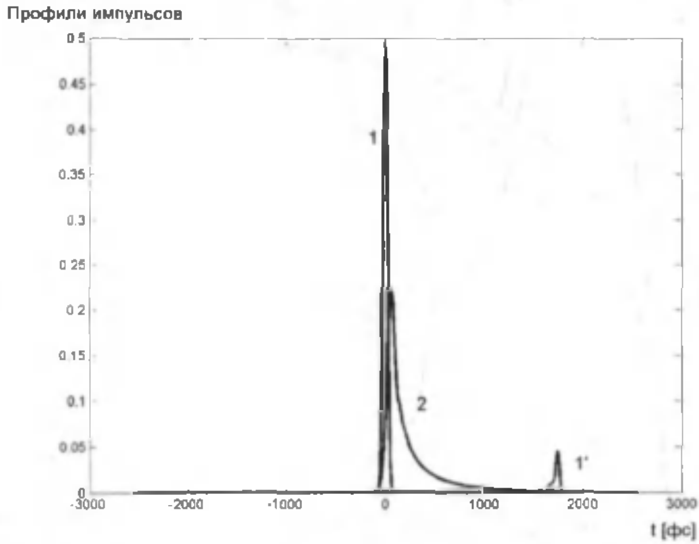

Рис. 2.2. Профили импульсов основного излучения (кривая 1') и второй гармоники (кривая 2) на выходе РДС-кристалла с числом доменов 700, соответствующие максимальному преобразованию во ВГ импульса основного излучения с длительностью 50 фс при наличии расстройки групповых скоростей и их дисперсии ($\nu\neq0$, $D_1\neq0$, $D_2\neq0$). Кривая *1*-форма импульса основного излучения на входе кристалла

На рис. 2.2 приведена зависимость временных профилей импульсов основного излучения (кривая *1*) и второй гармоники (кривая *2*) на длине взаимодействия, соответствующих на выходе 100-го домена (см. рис. 2.1, кривая *1*), а на рис. 2.3 – с числом доменов 700. Следует отметить, что импульсы основного излучения и второй гармоники по мере распространения вдоль РДС-кристалла удаляются друг от друга и их формы становятся асимметричными (сравните кривые *1*, *2* на рис. 2.1 и 2.2). Как отмечалось, такое поведение обусловлено различием групповых скоростей взаимодействующих импульсов.

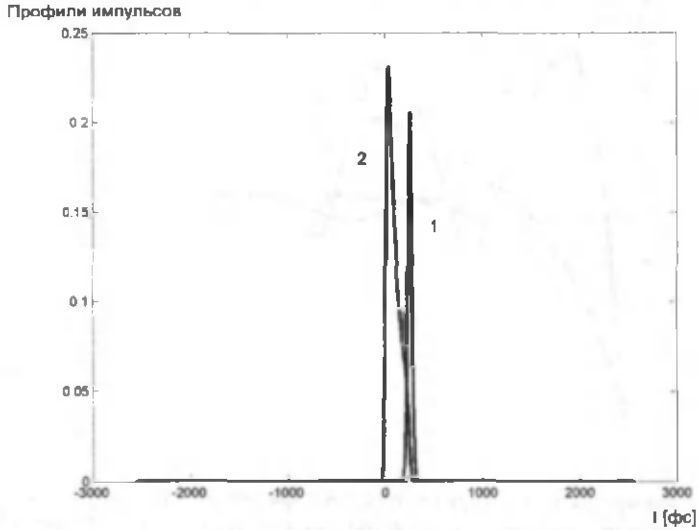

Рис. 2.3. Профили импульсов основного излучения (кривая 1) и второй гармоники (кривая 2) на выходе РДС-кристалла с числом доменов 100, соответствующие определенному коэффициенту преобразования во вторую гармонику импульса основного излучения с длительностью 50 фс при наличии расстройки групповых скоростей и их дисперсии ($\nu \neq 0$, $D_1 \neq 0$, $D_2 \neq 0$)

На рис. 2.4 представлены зависимости эффективности второй гармоники от числа доменов для импульса основного излучения с длительностью 10 фс при различных режимах генерации. В этом случае используемые параметрами задачи равны: $I_{10} = 310\ ГВт/см^2\,(W_{10} = 15\ нДж)$, $l_{ie} = 6.97\ мкм$, $N=300$ и остальные параметры не менялись. Сравнение кривых *1* на рис. 2.1 и рис. 2.4 показывает, что влияние расстройки и дисперсии групповых скоростей с уменьшением длительности возбуждающего импульса становится существенным, ограничивая эффективность преобразования во второй гармонике. Причем максимальная эффективность преобразования во ВГ в случае короткого импульса (*10 фс*) составляет *55 %* (см. рис. 2.4, кривая *1*), а в случае более длинного импульса (*50 фс*) она порядка 90% (см. рис. 2.1, кривая *1*).

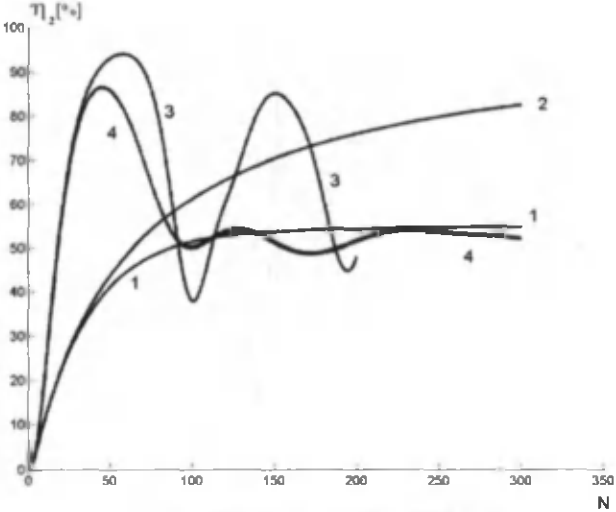

Рис. 2.4. Зависимость коэффициента преобразования во вторую гармонику по энергии импульса основного излучения длительностью 10 фс от числа доменов N РДС-кристалла LiNbO3 при различных условиях генерации: *1 – ($\nu \neq 0$, $D_1 \neq 0$, $D_2 \neq 0$); 2 – ($\nu \neq 0$, $D_1 = D_2 = 0$); 3 – ($\nu = 0$, $D_1 = D_2 = 0$); 4 – ($\nu = 0$, $D_1 \neq D_2 \neq 0$)*

Таким образом, показано, что в РДС-кристалле (НФК) ниобата лития имеется возможность реализовать групповой синхронизм при удвоении частоты излучения титансапфирового лазера для определенных длительностей фемтосекундных лазерных импульсов (*50 фс*). Это позволяет достичь высоких коэффициентов преобразования во вторую гармонику (90%), а в общем случае, как отмечалось, эффективность ГВГ зависит от длительности импульса. Это обстоятельство в свою очередь позволяет создать на основе РДС-кристаллов умножители и параметрические генераторы фемтосекундных импульсов с предельно высокими коэффициентами преобразования (90%).

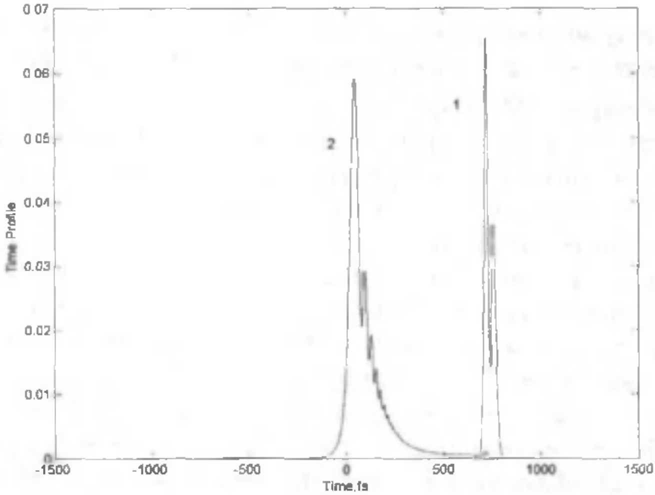

Рис. 2.5. Профили импульсов основного излучения (кривая 1) и второй гармоники (кривая 2) на выходе РДС-кристалла с числом доменов 300, соответствующие определенному коэффициенту преобразования во вторую гармонику импульса основного излучения с длительностью 10 фс при наличии расстройки групповых скоростей и их диперсии ($\nu\neq0$, $D_1\neq0$, $D_2\neq0$)

На рис. 2.5 представлена зависимость временных профилей импульса основного излучения (кривая *1*) и второй гармоники (кривая *2*) на длине взаимодействия, соответствующей максимальному коэффициенту преобразования во вторую гармонику (см. рис. 2.4, кривая *1*) при наличии расстройки групповых скоростей и дисперсии. Из рис. 2.5 следует, что формы импульсов второй гармоники и основного излучения на выходе РДС-кристалла становятся сложными. Как и в случае относительно более длинного импульса (*50 фс*) при ГВГ импульсом длительностью *10 фс* длительности импульсов основного излучения и второй гармоники на выходе РДС-кристалла уширяются примерно в несколько десятка раз, но в разной степени. Из сравнения рис. 2.2 и 2.4 видим, что относительные временные расположения импульсов ВГ и основного излучения различаются. На наш взгляд, это связано с ростом влияния дисперсии групповых скоростей взаимодействующих ($D_1\neq0$, $D_2\neq0$) более коротких импульсов.

2.1.2. Генерация второй гармоники сверхкороткими лазерными импульсами с фазовыми модуляциями в РДС-кристаллах

Как показано в [40], эффекты ФМ импульсов оказывают существенное влияние на эффективность преобразования для процесса ГВГ. Рассмотрим влияние этих эффектов на эффективность протекания процесса удвоения частоты фемтосекундными импульсами во втором приближении теории дисперсии. На рис. 2.6 приведены зависимости КП во ВГ по энергии от числа доменов *N* *РДС*-кристалла $LiNbO_3$ для длительностей импульсов *50 фс* при различных значениях частотного параметра Ω, ответственного за ФМ импульса ОИ. Для сравнения эффективностей преобразования во ВГ импульса ОИ с *ФМ* на рис. 2.6 приведена кривая *1*, которая соответствует в случае импульса без *ФМ* (Ω=0). Из сравнения кривых на рис. 2.6 видно, что даже при малых значениях Ω эффективность преобразования сильно ограничивается. Интересно отметить, что имеется значение частотного параметра Ω=0.1, для которого эффективность преобразования больше (см. рис. 2.6, кривая *4*), чем в случае Ω=0.05 (ср. кривые *3*, *4* на рис. 2.6).

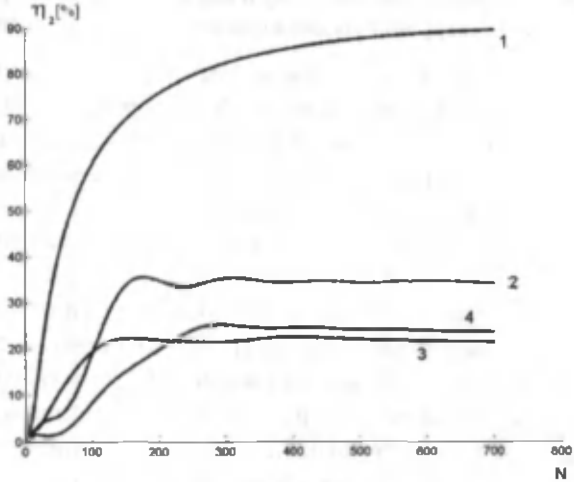

Рис. 2.6. Зависимость коэффициента преобразования во ВГ по энергии импульса ОИ длительностью 50 фс от числа доменов N РДС-кристалла LiNbO3 при различных значениях частотного параметра ФМ Ω: 1 – 0; 2 – 0.01; 3 – 0.05; 4 – 0.1

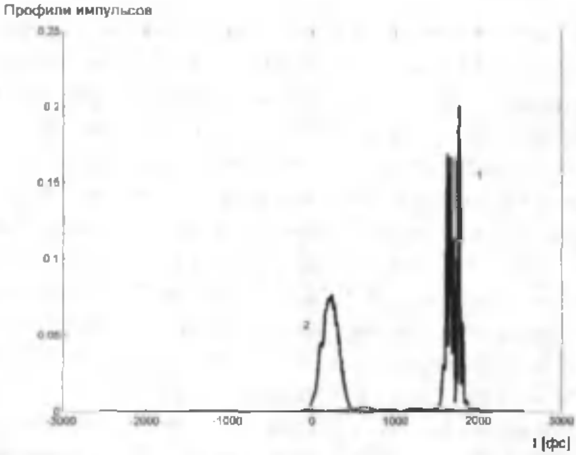

Рис. 2.7. Профили импульсов ОИ с ФМ (кривая 1) и ВГ (кривая 2) на выходе РДС-кристалла с числом доменов 200, соответствующим преобразованию импульса ОИ с длительностью 10 фс при наличии расстройки групповых скоростей и их диперсии для Ω=0.01

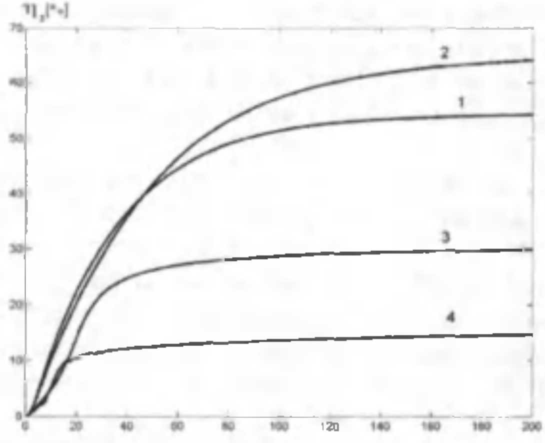

Рис. 2.8. Зависимость коэффициента преобразования во вторую гармонику по энергии импульса основного излучения длительностью 10 фс от числа доменов N РДС-кристалла LiNbO3 при различных значениях частотного параметра ФМ Ω: 1 – 0; 2 – 0.01; 3 – 0.05; 4 – 0.1

На рис. 2.7 приведена зависимость временного профиля импульсов ВГ (кривая *2*) и ОИ (кривая *1*) на выходе РДС-кристалла для Ω=0.01, соответствующая кривой *2*. Как видно, помимо уширения импульсов основного излучения и второй гармоники по мере распространения вдоль РДС-кристалла, их формы сильно меняются, особенно импульса ОИ (кривая *1*). Это связано с влиянием эффекта ФМ импульса ОИ на эффективность преобразования во ВГ, которая в рассматриваемом случае ограничена на уровне порядка 40% (см. рис. 2.7, кривая *2*).

Рассмотрим процесс ГВГ ФМ импульсом ОИ с длительностью 10 фс. Соответствующие кривые эффективности для этого случая приведены на рис. 2.8. Видно, что в отличие от случая более длинного импульса (*50 фс*) имеется оптимальное значение $\Omega_{опт}$=0.01 (рис. 2.8, кривая *2*), при котором эффективность ВГ больше (65%), чем для импульса без *ФМ* (55%, Ω, кривая 1 на рис. 2.9). Однако при значениях $\Omega>\Omega_{опт}$ эффективность ВГ сильно ограничивается, например, для Ω=0.05 на уровне порядка *30%* и для Ω=0.1 соответственно на уровне *13%*. Наличие оптимального значения $\Omega_{опт}$ можно объяснить компенсацией *ФМ* небольшой дополнительной *ФМ* импульса, которая появляется при наличии дисперсии второго порядка.

Из приведенных результатов следует, что для эффективного преобразования во ВГ в РДС-кристалла $LiNbO_3$ целесообразно использовать импульсы с длительностью 10 фс с частотным параметром $\Omega_{опт}$=0.01.

На рис. 2.9 приведены зависимости временных профилей импульсов ВГ (кривая *2*) и импульса ОИ (кривая *1*), соответствующие для кривой *2* на рис. 2.8, т.е. при оптимальном частотном параметре $\Omega_{опт}$=0.01. Из рис. 2.8 и 2.9 видно, что на выходе РДС-кристалла происходит изменение форм взаимодействующих импульсов, которое сопровождается сильным увеличением длительностей импульсов, особенно ВГ по сравнению с длительностью импульса ОИ на входе кристалла.

Таким образом, эффективность процесса ГВГ в РДС-кристалле зависит от длительности импульса ОИ и от значения Ω, характеризующего эффект ФМ импульса. В рассмотренном случае для значения $\Omega_{опт}$=0.01 процесс ГВГ в РДС-кристалле эффективнее происходит при длительности импульса 10 фс, нежели при длительности 50 фс.

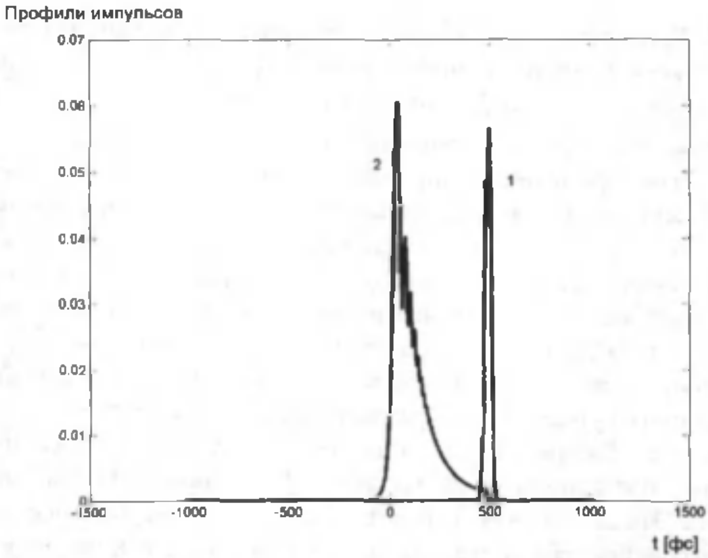

Рис. 2.9. Профили импульсов ОИ с ФМ (кривая 1) и ВГ (кривая 2) на выходе РДС-кристалла с числом доменов 200, соответствующие максимальному КП во ВГ импульса ОИ с длительностью 10 фс при наличии расстройки групповых скоростей и их диперсии для Ω=0.01

С уменьшением длительности импульса ширина спектра лазерного излучения увеличивается, поэтому не для всех длин волн в пределах ширины спектра выполняется условие квазисинхронизма, что приводит к ограничению эффективности преобразования во ВГ (см. рис.2.8, кривая *2*).

Приведенные здесь результаты получены с помощью разработанного нами алгоритма, как программного продука, который позволяет определить оптимальные параметры сверхкороткого лазерного импульса и кристалла с периодической изменяющейся квадратичной нелинейной восприимчивостью для достижения максимальной эффективности процесса генерации второй гармоники (ГВГ) в условиях расстройки и дисперсии групповых скоростей и при сильном энергообмене взаимодействующих импульсов. На этот программный продукт получено свидетельство Патентного ведомства Узбекистана [48].

2.1.3. Генерация второй гармоники сверхкороткими лазерными импульсами с фазовой модуляцией в РДС-кристаллах с учетом эффекта самовоздействия

Рассмотрим решения уравнений ГВГ в общем случае ($\nu \neq 0$, $D_j \neq 0$) для гауссова фазово-модулированного импульса основного излучения. Известно, что увеличение интенсивности основного излучения приводит к эффектам самовоздействия, т.е. в этом случае показатель преломления кристалла зависит от интенсивности основного излучения в кристалле, что приводит в конечном результате к нарушению оптимального фазового соотношения. Отметим, что эффекты самовоздействия также, как и фазовая модуляция, снижают эффективность нелинейного процесса преобразования частоты. Поэтому представляет интерес одновременный учет этих эффектов для выявления предельных коэффициентов преобразования в процессе ГВГ в РДС-кристаллах. Эта задача сначала будет решена в случае субпикосекундных импульсов. Расчеты проведены для кристалла $LiNbO_3$ и типа взаимодействия *ee-e*. Длина волны и длительность импульса основного излучения были равны 1.06 *мкм* и 500 *фс* соответственно.

Процесс нестационарного удвоения частоты в РДС- кристаллах для комплексных амплитуд основного излучения A_1 и второй гармоники A_2 во втором приближении теории дисперсии опишем системой уравнений

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{u_1}\frac{\partial}{\partial t}-iD_1\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_1=-i\sigma_1 g(z)A_2A_1^*\exp(i\Delta kz)-i\sigma_{11}\left|A_1\right|^2A_1-i\sigma_{12}\left|A_2\right|^2A_1-\gamma_1A_1,\\
&\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{u_2}\frac{\partial}{\partial t}-iD_2\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_2=-i\sigma_2 g(z)A_1^2\exp(-i\Delta kz)-i\sigma_{21}\left|A_1\right|^2A_2-i\sigma_{22}\left|A_2\right|^2A_2-\gamma_2A_2.
\end{aligned}\tag{2.17}$$

В уравнениях (2.17) использованы следующие обозначения:

$\sigma_{jj}=\dfrac{3\pi\omega_j}{2cn_j}\mathbf{e}_j\chi^{(3)}\vdots\mathbf{e}_j\mathbf{e}_j\mathbf{e}_j$ (j=1,2), $\sigma_{jl}=\dfrac{3\pi\omega_l}{cn_j}\mathbf{e}_j\chi^{(3)}\vdots\mathbf{e}_j\mathbf{e}_l\mathbf{e}_l$ (*i,j=1,2; (i,j=1,2; l≠j*); σ_{jj}, σ_{jl}

– коэффициенты, учитывающие эффекты самовоздействия σ_{jj} и кросс-взаимодействия σ_{jl}; $\chi^{(3)}$- нелинейность третьего порядка кристалла; γ_j -линейные коэффициенты поглощения на частоте ω_j. В рассматриваемом случае при радиусе лазерного пучка ≅1 мм дифракционная длина составляла несколько метров, что было на два порядка больше, чем длина нелинейного кристалла ($l_{нл}$≅*см*), поэтому дифракционные эффекты не проявляются.

Уравнения (2.17) записаны для типа взаимодействия ее-е. При этом эффективная квадратичная нелинейная восприимчивость для типа взаимодействия *ее-е* в кристалле $LiNbO_3$ определяется выражением

$$d_{eff} = e_1\,\chi^{(2)} e_2 e_1 = \chi_{222} \sin 3\varphi \cos^3\theta + 3\chi_{311} \sin\theta \cos^2\theta + \chi_{333} \sin^3\theta, \quad (2.18)$$

где θ - полярный угол, отсчитанный от оптической оси кристалла; φ – азимутальный угол. Уравнение (2.17) решалось с граничными условиями

$$A_1(r,t,z{=}0){=}A_1(r)A_1(t),\ A_2(r,t,z{=}0){=}0. \quad (2.19)$$

Здесь $A_1(r)$ и $A_1(t)$ описывают пространственный и временный профили амплитуды ОИ соответственно. Для анализа эффективности преобразования основного излучения во вторую гармонику по энергии интегрирование уравнений производилось по поперечным и временным координатам.

Профиль импульса основного излучения брался в виде

$$A_1(r,t,z{=}0){=}A_1(r)A_1(t),\ A_2(r,t,z{=}0){=}0, \quad (2.20)$$

где τ – длительность импульса основного излучения; Ω – частотный параметр, учитывающий фазовую модуляцию импульса. Пространственный профиль пучка $A_1(r)$ принимался гауссовым или гипергауссовым. В табл. 2.1 даны значения физических параметров, рассчитанных для $LiNbO_3$ при угле падения ОИ θ=90°, и типа взаимодействия *ее-е* для длин волн основного импульса 1.06 *мкм* и 0.8 *мкм*. Кубические восприимчивости $\chi^{(3)}$, приведенные в табл. 2.1, рассчитаны на основе использования правила Миллера [39].

Период модуляции Λ РДС-кристалла и групповая расстройка взаимодействующих волн ν определяются соотношениями

$$\Lambda = \frac{1}{2}\frac{\lambda_1}{[n_{2e}(\lambda_2,\theta) - n_{1e}(\lambda_1,\theta)]}, \quad (2.21)$$

$$\nu = \frac{1}{c}[n_{2e}(\lambda_2,\theta) - n_{1e}(\lambda_1,\theta) - \lambda_2\frac{\partial n_{2e}}{\partial\lambda_2} - \lambda_1\frac{\partial n_{1e}}{\partial\lambda_1}], \quad (2.22)$$

где $n_{1e}(\lambda_1,\theta)$ и $n_{2e}(\lambda_2,\theta)$ – показатели преломления кристалла на длинах волн основного излучения λ_1 и второй гармоники $\lambda_2=\lambda_1/2$ соответственно.

На рис. 2.10 приведены зависимости Λ(сплошная кривая *1*) и ν (пунктирная кривая) от угла падения излучения θ относительно оптической оси кристалла, который изменяется в пределах от нуля до 180 градусов. Интересно отметить, что при угле $\theta=90°$ Λ имеет максимальное значение, а ν – минимальное, что может привести к повышению эффективности процесса удвоения частоты. Следует подчеркнуть, что указанная геометрия расположения кристалла по отношению к падающему излучению использовалось во многих экспериментах. Таким образом, показано, что значения периода Λ модуляции РДС-кристалла и расстройку групповых скоростей взаимодействующих импульсов ν, необходимо подобрать их оптимальные значения для конкретной экспериментальной ситуации с целью достижения максимального КП частоты во вторую гармонику.

Таблица 2.1

Расчет физических величин, характеризующих нестационарный процесс ГВГ в РДС-кристалле $LiNbO_3$ для двух значений длины волны лазерного излучения

Кристалл	Λ, мкм	d_{eff}, 10^{-9} СГСЭ	ν, 10^{-13} с см$^{-1}$	D_{11}, 10^{-28} c^2 см$^{-1}$	D_{22}, 10^{-28} c^2 см$^{-1}$	$Re[\chi^{(3)}(\omega)]$, 10^{-14} СГСЭ	$Re[\chi^{(3)}(\omega,2\omega)]$, 10^{-14} СГСЭ	$Re[\chi^{(3)}(2\omega)]$, 10^{-14} СГСЭ	$Im[\chi^{(3)}(2\omega)]$, 10^{-14} СГСЭ
$LiNbO_3$ ee–e 1.06 мкм	6.8	82	80	23	73	28	48	81	300
$LiNbO_3$ ee–e 0.8 мкм	2.6	92	180	36	150	37	95	247	1900

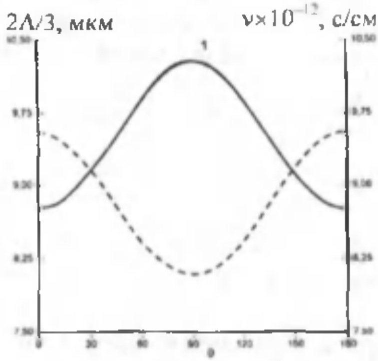

Рис. 2.10. Зависимость периода РДС-кристалла (сплошная линия) и расстройки групповых скоростей ν (пунктирная линия) процесса ГВГ от угла падения θ ОИ относительно оптической оси кристалла $LiNbO_3$

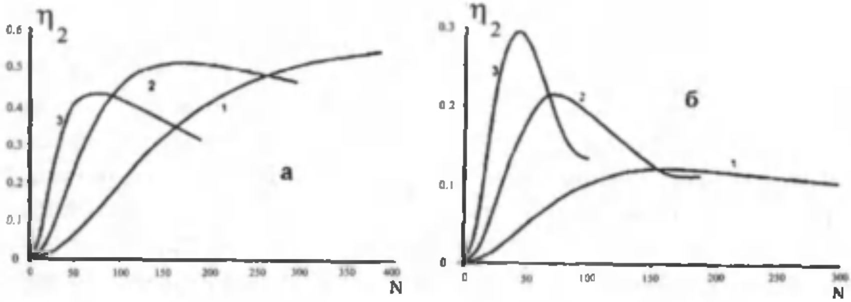

Рис. 2.11. Зависимость коэффициента преобразования во вторую гармонику в относительных единицах от числа доменов в РДС-кристалле $LiNbO_3$ импульсом без ФМ (а) и импульсом с ФМ (б)

На рис. 2.11 представлены зависимости КП процесса удвоения частоты от числа доменов N при различных значениях интенсивности импульса ОИ I_{10}: кривая *1* – 2 ГВт/см^2; кривая *2* – 10 ГВт/см^2; кривая *3* – 40 ГВт/см^2 без ФМ (Ω=0, рис. 2.11,*а*) и с ФМ (Ω=5, рис. 2.11,*б*). Из сравнения кривых на рис. 2.11,*а* следует, что КП во ВГ η_2 насыщается на разных уровнях в зависимости от значения интенсивности импульса ОИ на входе РДС-кристалла. Причем с ростом интенсивности I_{10} ОИ эффективная длина нелинсйного взаимодействия, на которой происходит насыщение, и уровень насыщения η_2 уменьшаются. Это обстоятельство объясняется тем, что с ростом интенсивности ОИ эффекты самовоздействия становятся существенными, которые в свою очередь приводят к сбою оптимального фазового соотношения взаимодействующих волн, последнее, как известно, снижает эффективности процесса ГВГ. Следует отметить, что, хотя поведение кривых *1,2,3* на рис. 2.11,а на начальном этапе преобразования (при малом числе доменов) сильно отличается друг от друга, но максимальные КП во ВГ отличаются примерно на 10%.

Из сравнения кривых *1,2,3* на рисунке 2.11,*а* и рисунке 2.11,*б* следует, что эффекты ФМ импульса с ростом интенсивности ОИ на входе кристалла приводит к увеличению КП во ВГ η_2 несколько раз. Причем ФМ импульса ОИ оказывает существенное влияние на эффективность преобразования во ВГ при малых значениях интенсивности импульса ОИ на входе РДС-кристалла (ср. кривые *1,2,3* на рис. 2.11,*б*).

Следует особо отметить, что при ГВГ с ростом интенсивности ФМ импульса на входе кристалла максимальные значения КП увеличиваются, в отличие от случая ГВГ импульсом без ФМ. Из сравнения кривых на рис. 2.11,*а* и 2.11,*б* видно, что с одной стороны, одновременный учет эффектов самовоздействия и ФМ приводит к сильному снижению эффективности преобразования во ВГ в РДС-кристаллах (в рассматриваемых случаях примерно от 10 до 30%). С другой стороны, с ростом интенсивности ФМ импульса на входе РДС-кристалла эффекты самовоздействия и ФМ взаимно компенсируются, что приводит к увеличению максимальной интенсивности ВГ (ср. кривые *1, 2, 3* на рис. 2.11,*б*).

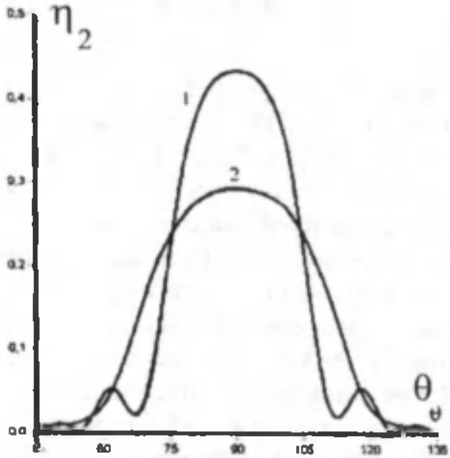

Рис. 2.12. Зависимость эффективности ВГ в относительных единицах от угла падения основного излучения с интенсивностью в РДС-кристалле $LiNbO_3$ импульсом без ФМ (1) и импульсом с ФМ (2)

На рис. 2.12 представлены рассчитанные зависимости эффективности преобразования для процесса удвоения частоты от угла распространения основного импульса θ к оптической оси кристалла $LiNbO_3$ для следующих параметров лазерного излучения: λ=1.06 *мкм*, τ=500 *фс* и I_{10}=40 *ГВт/см*^{2}.

Кривая *1* рис. 2.12 соответствует случаю Ω=0 и N=70, а кривая 2 – случаю Ω=5 и числу слоев N=43. Максимальная эффективность преобразования достигается при θ=90°. ФМ импульса ОИ приводит к значительному снижению эффективности ГВГ (примерно в 1.5 раза). Из рис. 2.12 также видно, что при удвоении частоты импульса ОИ без ФМ проявляются высокие порядки квазисинхронного преобразования. Третьему и пятому порядку квазисинхронизма соответствуют углы падения $\theta_3 \approx 60^0$ (m_3=3) и $\theta_5 \approx 48.5^0$ (m_5=5). Отношение интенсивностей третьего порядка квазисинхронизма (I_3) к первому порядку (I_1) (m_3=3, $\theta_3 \approx 60°$ и m_1=1, $\theta_1 \approx 90°$) определяется по формуле

$$\frac{I_3}{I_1} = \left(\frac{m_1}{m_3}\right)^2 \left(\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_3}\right)^2. \tag{2.23}$$

Расчет отношения интенсивностей по этой формуле дает значение $(I_3/I_1) \approx 0.1$, которое согласуется с данными рис. 2.12. При удвоении частоты импульса с фазовой модуляцией роль высоких порядков квазисинхронизма несущественна (см. рис. 2.12, кривая *2*).

На рис. 2.13 представлены зависимости эффективности ГВГ от интенсивности ОИ (рис. 2.13,*а* $0 \le I_{10} \le 10$ *ГВт/см*^{2} и рис. 2.13,*б* $0 \le I_{10} \le 25$ *ГВт/см*^{2}) без ограничивающих факторов (кривая 1), при наличии эффектов самовоздействия (кривая 2) и в случае одновременного учета ФМ и эффектов самовоздействия (кривая 3) для различных значений числа доменов (рис. 2.13,*а* для N=220, а рис. 2.13,*б* – в случае N=110).

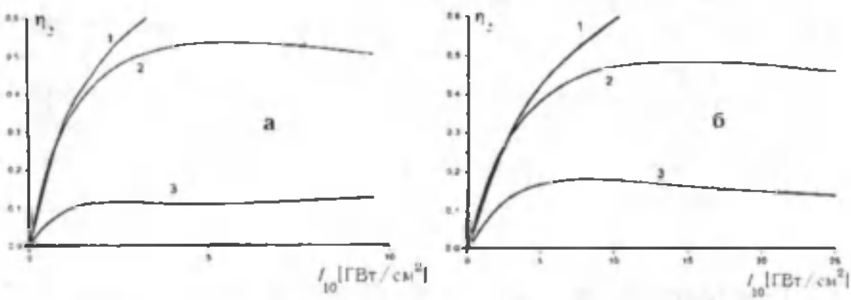

Рис. 2.13. Зависимость относительной эффективности ВГ от интенсивности основного излучения I10 [ГВт/см2] при Ω=0 и в отсутствии эффектов самовоздействия (кривая 1), при наличии эффектов самовоздействия (кривая 2) и в случае одновременного учета фазовой модуляции и эффектов самовоздействия (кривая 3) для различных значений числа доменов

Из анализа вышеприведенных рисунков следует, что одновременное проявление эффектов фазовой модуляции и самовоздействия (что соответствует реальной экспериментальной ситуации при удвоении частоты мощных сверхкоротких лазерных импульсов) приводит к снижению эффективности рассматриваемого процесса примерно в 6 раз при N=220 и в 4 раза при N=110.

Таким образом, основными результатами, полученными при исследовании процесса удвоения частоты сверхкоротких лазерных импульсов в РДС- кристаллах, являются следующие. Показано, что оптимальные значения периода домена Λ и расстройки групповых скоростей взаимодействующих импульсов ν необходимо подбирать для конкретной экспериментальной ситуации, при этом эффективность процесса преобразования частоты в определенной степени зависит (из-за $\nu \neq 0$) от геометрии расположения РДС-кристалла (НФК) по отношению к падающему излучению. Оптимальное число доменов, на которых происходит максимальное преобразование частоты, зависит от интенсивности ОИ и наличия ФМ-импульса. Эффективность процесса удвоения частоты СКИ с ФМ для рассмотренного случая примерно в 1.5 раза меньше по сравнению с импульсом без ФМ. Однако при этом импульс ВГ испытывает сжатие.

Показано, что проявление эффектов самовоздействия (ЭСВ) при наличии ФМ возбуждающего импульса приводит к снижению эффективности преобразования во ВГ в несколько раз.

Установлено, что с ростом интенсивности ФМ импульса субпикосекундной длительности на входе РДС-кристалла $LiNbO_3$ эффекты самовоздействия компенсируют эффект ФМ импульса, что приводит к увеличению максимальной интенсивности излучения ВГ.

2.2. Генерация второй гармоники сверхкороткими лазерными импульсами в АДС-кристаллах

При нелинейном взаимодействии СКИ центральная частота спектра ВГ образуется также при смешении равноотстоящих спектральных компонент ОИ. Это приводит к тому, что ФР зависит не только от центральной частоты спектра ОИ. Действительно, спектральная компонента ВГ есть $\lambda_0/2$. Она может образоваться как удвоением частоты спектральной компоненты основного λ_0, так и смешением компонент с длинами волн $\lambda_0-\Delta\lambda$ и $\lambda_0+\Delta\lambda$. В этом случае ФР зависит от отстройки от несущей длины волны λ_0:

$$\Delta k(\lambda)=k_2(\lambda_0/2)-k_1(\lambda_0-\Delta\lambda)-k_1(\lambda_0+\Delta\lambda)=\Delta k_0(\lambda_0)-\frac{\partial^2 k}{\partial\lambda_0^2}(\Delta\lambda)^2. \quad (2.24)$$

Здесь $\Delta k_0(\lambda_0)=k_2(\lambda_0/2)-2k_1(\lambda_0)$ – ФР для центральной частоты спектра ОИ. Этот пример наглядно показывает, что ФР, вообще говоря, зависит от длин волн в пределах ширины спектра. А это означает, что для эффективного преобразования спектра СКИ во ВГ толщину домена следует подобрать под каждую длину волны, т.е. кристалл должен быть с меняющейся толщиной доменов.

Рассмотрим случай, когда толщина домена меняется по линейному закону. Предположим, что она увеличивается с ростом номера домена n

$$l_n=l_0+\delta l-\frac{2\delta l}{N_0}(N_0-n+1),\ (1\le n\le N_0). \quad (2.25)$$

Здесь $l_0=\pi/\Delta k_0$ равна когерентной длине, соответствующей центральной частоте спектра ОИ; N_0 – общее число доменов в кристалле; δl – длина шага «чирпа» нелинейной решетки. Толщина домена изменится от минимального значения $(l_0-\delta l)$ до максимального $(l_0+\delta l)$, которые соответствуют толщинам первого и последнего доменов. Длина l_0 соответствует домену с номером $n=(N_0/2+1)$. Вход произвольного n- го домена расположен на расстоянии

$$L_n=\sum_{j=1}^{n-1}l_j=\{[l_0+\delta l-\frac{2\delta l}{N_0}(N_0-1)]+\frac{\delta l}{N_0}\}(n-1)-\frac{\delta l}{N_0}(n-1)^2 \quad (2.26)$$

от передней поверхности кристалла.

Уравнения (2.17) с граничными условиями решались численно для АДС- кристаллов без учета ЭСВ. Для этого разработан алгоритм программы с привлечением программной среды MATLAB для процессов ГВГ и параметрического взаимодействия СКИ в РДС- и АДС- кристаллах.

Перейдем к непосредственному анализу полученных результатов для процесса ГВГ в АДС- кристаллах во втором приближении теории дисперсии (ВПТД) с учетом разности групповых скоростей (РГС) и дисперсии групповых скоростей (ДГС) взаимодействующих импульсов (ВИ).

2.2.1. *Генерация второй гармоники сверхкороткими лазерными импульсами без ФМ в АДС-кристаллах*

Обратимся к процессу ГВГ импульсом ОИ без ФМ (Ω=0) фемтосекундной длительности. Соответствующие результаты расчетов представлены на рис. 2.14, где приведена зависимость эффективности преобразования частоты во ВГ η_2, возбужденной излучением импульса титансапфирова лазера с длиной волны λ=0.8 *мкм* и длительностью импульса 50 *фс* в «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$ для следующих параметров задачи: I_{10}=62 *ГВт.см*^{2} (W_{10}=15 *нДж*), $l_{нз}$=15.6 *мкм*, l_0=1.3 *мкм*, N_0=700, $\nu = 18 \cdot 10^{-12}\, с/см$, $D_1 = 3.6 \cdot 10^{-27}\, c^2/см$, $D_2 = 15 \cdot 10^{-27}\, c^2/см$. Кривые рис. 2.14 построены для различных значений шага «чирпа» (δl). Из сравнения кривых на рис. 2.14 видно, что в «чирпированном» кристалле ($\delta l \neq 0$, кривые *2*, *3*, *4*) эффективность КП во ВГ импульса ОИ без ФМ меньше, чем в РДС-кристалле (δl=0, кривая *1*). Для импульса ОИ существует, по-видимому, оптимальный шаг чирпа δl=0.1 мкм, связанный с его длительностью (сравните кривую *3* рис. 2.14 с кривыми *2* и *4*), при котором максимальная эффективность достигает 80% на длине кристалла 1 мм.

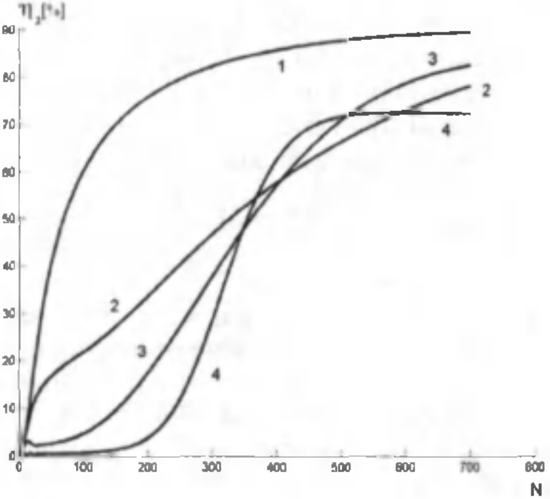

Рис. 2.14. Зависимость КП во ВГ по энергии импульса ОИ длительностью 50 фс без ФМ от числа доменов N в «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$ для различных значений шага чирпа δl (мкм): 1 – 0; 2 – 0.05; 3 – 0.1; 4 – 0.2

С увеличением шага чирпа кристалла δl эффективность ВГ на меньшем числе доменов (от 0 до 200) уменьшается, затем с ростом числа доменов N монотонно увеличивается. С ростом δl нарушается оптимальное фазовое соотношение, что приводит к снижению эффективности преобразования, затем из-за нелинейности ВИ постепенно с ростом числа доменов восстанавливается оптимальное фазовое соотношение, следовательно, происходит рост эффективности преобразования во ВГ до максимального значения. При большом шаге чирпа δl=0.2 *мкм* происходит насыщение эффективности преобразования во ВГ на уровне порядка 70% на длине кристалла 0.65 *мм*. Видимо, в этом случае устанавливается постоянное фазовое соотношение, вследствие чего происходит насыщение эффективности преобразования во ВГ. Таким образом, при длительности импульса 50 *фс* без ФМ в РДС-кристалле $LiNbO_3$ максимальная эффективность равна 90%, а в чирпированном – 80%. На рис. 2.15 приведены зависимости временных профилей импульсов ВГ (кривая *2*) и импульса ОИ (кривая *1*), соответствующие кривой *3* на рис. 2.15, т.е. при оптимальном шаге чирпа δl=0.1 *мкм*.

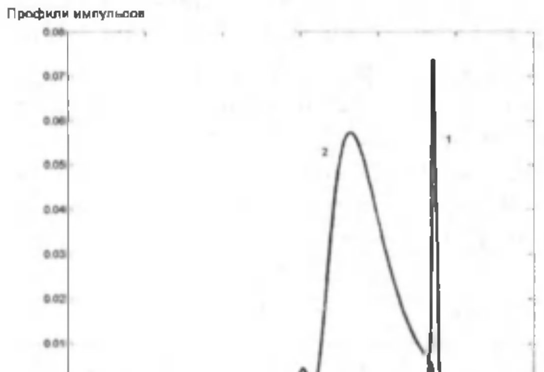

Рис. 2.15. Профили импульсов ОИ (кривая 1) и ВГ (кривая 2) на выходе чирпированного кристалла, соответствующие максимальному КП во ВГ импульса ОИ с длительностью 50 фс без ФМ (Ω=0) при наличии расстройки групповых скоростей и их диперсии при δl=0.1 мкм (кривая 3 на рис. 3.22)

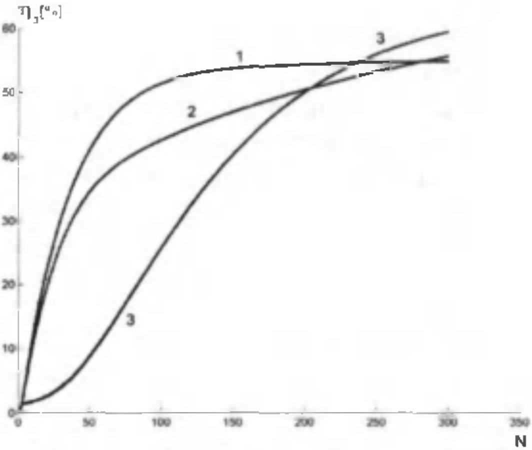

Рис. 2.16. Зависимость КП во ВГ по энергии импульса основного излучения длительностью 10 фс без ФМ от числа доменов N в «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$ для различных значений шага чирпа δl (мкм): 1 – 0; 2 – 0.1; 3 – 0.3

Из рис. 2.15 видно, что в чирпированном кристалле форма импульса ОИ почти не меняется (кривая *1*), когда импульс второй гармоники испытывает изменение (кривая *2*), причем его длительность примерно *20-кратно* увеличивается по сравнению с длительностью импульса основного излучения на входе чирпированного кристалла (50 *фс*). Видно значительное уширение импульса и уменьшение пиковой интенсивности ВГ по сравнению с РДС-кристаллом. Перейдем теперь к анализу ГВГ более коротким импульсом. Возьмем длительность ОИ, равную 10 *фс* ($I_{10} = 310$ $ГВт/см^2$, $l_{i\text{в}} = 6.97$ *мкм*, $W_{10} = 15$ *нДж*, N=300). Остальные параметры задачи такие же, что и выше. На рис. 2.16 приведены зависимости эффективности ГВГ для этого случая. Сравнивая кривые *1* с *2, 3* на рис. 2.17, мы заметили, что при коротком импульсе (10 *фс*) процесс ГВГ протекает эффективнее *в чирпированном кристалле* $LiNbO_3$, *чем в РДС-кристалле* $LiNbO_3$. Причем оптимальное значение шага чирпа (δl=0.3 *мкм*) при длительности 10 *фс* больше, чем при длительности 50 *фс* (δl=0.1 *мкм*), т.е. чем меньше длительность импульса ОИ, чем больше оптимальный шаг чирпа, при котором достигается наибольшая эффективность нелинейного процесса. Следует отметить, что максимальная эффективность ГВГ при длительности импульса 10 *фс* достигает порядка 60% (см. рис. 2.16, кривая *3*). На рис. 2.17 приведены зависимости временных профилей импульсов ОИ (кривая *1*) и ВГ (кривая *2*) на выходе чирпированного кристалла, соответствующие для кривой *3* на рис. 2.17. Форма импульса ВГ становится сильно асимметричной, а форма импульса ОИ остается симметричной.

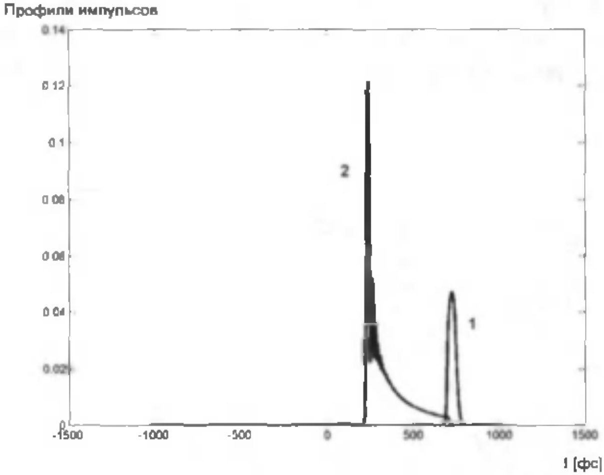

Рис. 2.17. Профили импульсов ОИ (кривая 1) и ВГ (кривая 2) на выходе чирпированного кристалла, соответствующие максимальному КП во ВГ импульса ОИ с длительностью 10 фс без ФМ (Ω=0) при наличии расстройки групповых скоростей и их дисперсии при δl=0.3 мкм (кривая 3 на рис. 2.16)

Из анализа рис. 2.14 – 2.17 можно сделать следующие выводы. Эффективное удвоение частоты относительно длинных фемтосекундных импульсов (50 *фс и более*) *без ФМ* целесообразно реализовывать в *РДС-кристаллах* (кривая *1* на рис. 2.14, эффективность – 90%), нежели в *чирпированных кристаллах* (кривая *3* на рис. 2.14, эффективность – 80%), что касается более коротких импульсов *без ФМ (10 фс)*, то их удвоение частоты *эффективнее* протекает *в чирпированных кристаллах* при оптимальном подборе шага *чирпа* (*δl=0.3 мкм*, кривая *3* рис. 2.16, эффективность – 60%), чем в *РДС-кристалле* (кривая *1* рис. 2.16).

2.2.2. Генерация второй гармоники сверхкороткими лазерными импульсами с фазовой модуляцией в АДС-кристаллах

Рассмотрим процесс ГВГ ФМ импульсом при относительно больших значениях частотного параметра Ω. На рис. 2.18 приведены зависимости эффективности ГВГ от числа доменов N в чирпированных кристаллах для Ω=0.1. В этом случае оптимальное значение шага чирпа равно δl=0.4 *мкм* и максимальный КП во ВГ составляет порядка 35%, что намного меньше, чем для случая Ω=0.01 [49. С. 502].

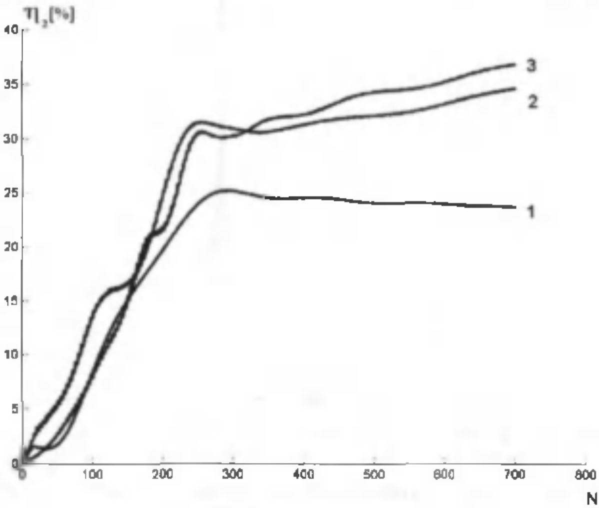

Рис. 2.18. Зависимость КП во ВГ по энергии ФМ импульса с длительностью 50 фс с частотным параметром Ω=0.1 от числа доменов N в «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$ для различных значений шага чирпа (мкм): 1 – 0; 2 – 0.25; 3 – 0.4

На рис. 2.19 приведены аналогичные зависимости для чирпированного кристалла с частотным параметром Ω=0.5. В этом случае оптимальное значение шага чирпа равно δl=0.2 *мкм* и максимальный коэффициент преобразования во вторую гармонику составляет порядка 45%, что больше на 10%, чем для случая Ω=0.1.

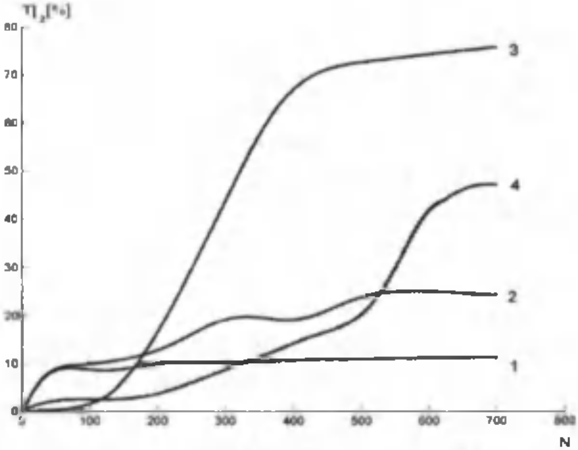

Рис. 2.19. Зависимость КП во ВГ по энергии ФМ импульса с длительностью 50 фс от числа доменов N в «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$ для различных значений частотного параметра Ω и шага чирпа (мкм): 0.5, 0-1; – 0.5, 0-2; – 0.5; 1 – 0.5, 0; 2 – минус 0.50; 3 – минус 0.5, 0.4; 4 – минус 0.5, минус 0.4

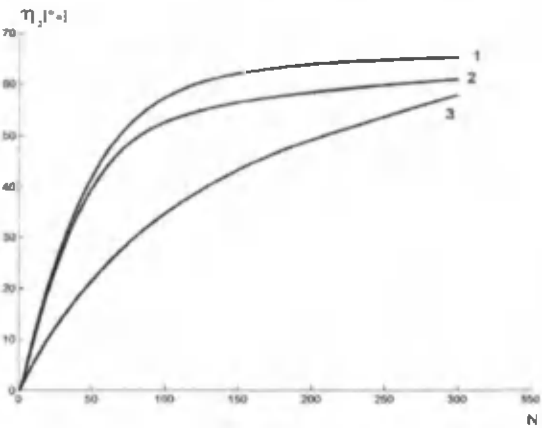

Рис. 2.20. Зависимость КП во ВГ по энергии ФМ импульса с длительностью 10 фс с частотным параметром Ω=0.01 от числа доменов N в «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$ для различных значений шага чирпа (мкм): 0 (1); 0.1 (2); 0.3 (3)

Действительно, как показал анализ эффективности процесса, ГВГ в чирпированных кристаллах зависит как от значений величин Ω и δl, так и от их знаков. При отрицательном шаге чирпа δl=-0.4 *мкм*, т.е. при уменьшении толщины доменов от входа к выходу, эффективность ГВГ на малых длинах взаимодействия очень низка (ср. кривую *4* с кривыми *1*, *2* и *3* на рис. 2.20). Это связано с тем, что при отрицательном шаге чирпа на начальном этапе нелинейного взаимодействия толщина домена больше чем когерентная длина для центральной частоты спектра. Квазисинхронизм выполняется для периферийной части спектра импульса, что в конечном итоге приводит к снижению эффективности преобразования во вторую гармонику. С ростом же длины взаимодействия условию квазисинхронизма удовлетворяют все новые части спектра, что приводит к постепенному увеличению эффективности нелинейного преобразования частоты (ср. кривую *4* с кривыми *1* и *2* на рис. 2.20) и на выходе кристалла эффективность достигает порядка 50%.

Рассмотрим теперь этот же процесс в чирпированных кристаллах в поле ФМ импульсом с длительностью 10 *фс*. Соответствующие рассчитанные зависимости для этого случая представлены на рисунках 2.20–2.23. Согласно рис. 2.21, при длительности импульса (10 *фс*) при малых значениях Ω=0.01 эффективность ГВГ в РДС-кристалле больше (кривая *1*), чем в чирпированном кристалле (кривые *2* и *3*). В этом случае при шаге чирпа δl=0.1 *мкм* эффективность ГВГ составляет порядка 60%.

Аналогичные зависимости эффективности ГВГ в чирпированных кристаллах для значений частотного параметра Ω=0.1 и Ω=0.5 приведены соответственно на рис. 2.22 и 2.23. С ростом частотного параметра Ω эффективность ГВГ в чирпированных кристаллах (кривые *2*, *3* и *4*) становится больше, чем в РДС-кристаллах (кривая *1*) за исключением ситуации, когда Ω=0.01 (см. рис. 2.22).

Для Ω=0.1 при оптимальном значении шага чирпа δl=0.5 *мкм* максимальная эффективность ВГ составляет порядка 25% (кривая *4* на рисунке 2.23). Следует отметить, что с ростом Ω КП во ВГ насыщается уже на малых длинах взаимодействия в отличие от случая Ω=0.01. При положительном значении частотного параметра Ω=0.5 эффективность ГВГ меньше, чем при отрицательном Ω=-0.5 даже оптимального шага чирпа δl=0.5 *мкм*, хотя при этом максимальная эффективность составляет порядка 25%.

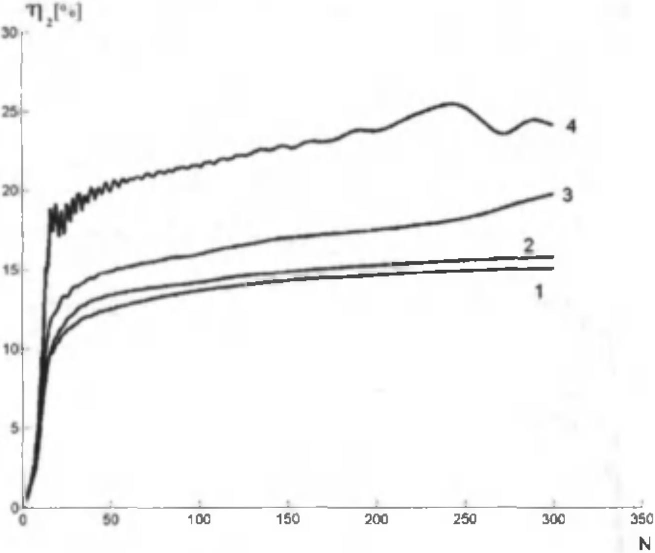

Рис. 2.21. Зависимость КП во ВГ по энергии ФМ импульса с длительностью 10 фс с частотным параметром Ω=0.1 от числа доменов N в «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$ для различных значений шага чирпа (мкм): 1 – 0; 2 – 0.1; 3 – 0.4; 4 – 0.5

Из сравнения полученных результатов следует, что, во-первых, процесс ГВГ протекает в чирпированных кристаллах эффективнее фазово-модулированными импульсами с длительностью 50 *фс*, нежели с длительностью 10 *фс*. Это утверждение не относится к случаю РДС-кристаллов (ср. кривую *1* на рис. 2.23 и кривую *1* на рис. 2.22), когда δl=0. Во-вторых, чирп кристалла ($\delta l \neq 0$) компенсирует фазовую модуляцию импульса ($\Omega \neq 0$) основного излучения при длительности 50 *фс* сильнее (ср. кривую *1* с кривыми *2* и *3* на рис. 2.20-2.21) по сравнению с длительностью 10 *фс* (ср. кривую *1* с кривыми *2* и *3* на рис.е 2.21-2.23). В-третьих, для определенного значения Ω в зависимости от длительности импульса ОИ имеется оптимальное значение чирпа кристалла, при котором эффективность ГВГ наибольшая. Для длительностей импульсов ОИ 50 *фс* и 10 *фс* оптимальные значения параметра Ω и шага чирпа соответственно равны Ω=-0.5 и =0.4 *мкм* (кривая *3* на рис. 2.21) и Ω=0.01 *и*=0.2 *мкм* (кривая *2* на рис. 2.22), и соответствующие максимальные эффективности ГВГ для этих длительностей равны 75 и 60%.

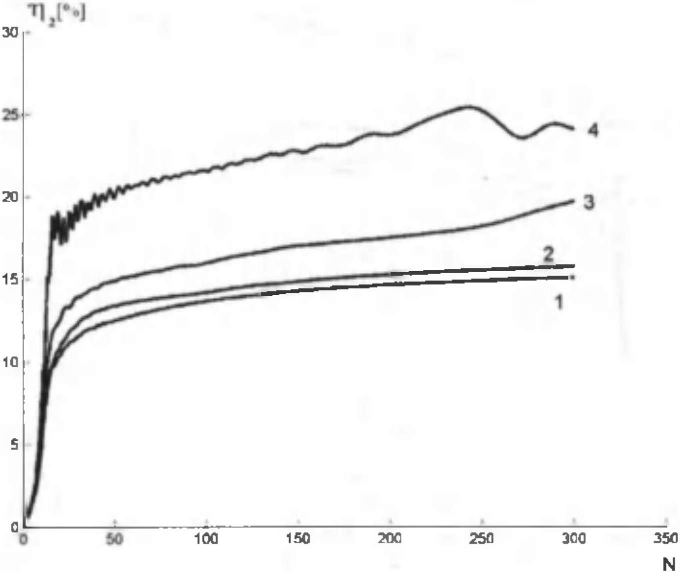

Рис. 2.22. Зависимость КП во ВГ по энергии ФМ импульса с длительностью 10 фс с частотным параметром Ω=0.1 от числа доменов N в «чирпированном» кристалле LiNbO3 для различных значений шага чирпа (мкм): 1 – 0; 2 – 0.1; 3 – 0.4; 4 – 0.5

Следует отметить, что при неизменном значении Ω импульсам меньшей длительности соответствуют большие оптимальные значения шага чирпа. Проанализируем, как влияет рост на эффективность ГВГ. На рис. 2.21 и 2.23 приведены кривые зависимости коэффициента преобразования во ВГ от числа доменов для длительностей импульсов основного излучения 50 *фс* и 10 *фс* при Ω =0.1. Из сравнения кривых на рис. 2.21 и 2.23 видно, что рост приводит к заметному снижению эффективности ГВГ для короткого импульса (10 *фс*) и повышению эффективности для длинного импульса (50 *фс*). Причем эффективность ГВГ в случае короткого импульса (10 *фс*) при оптимальном шаге чирпа δl =0.5 *мкм* ограничивается на уровне порядка 25%, а в случае длинного импульса (50 *фс*) при оптимальном шаге чирпа δl=0.4 *мкм* равна порядку 75% (кривая *3* на рис. 2.21).

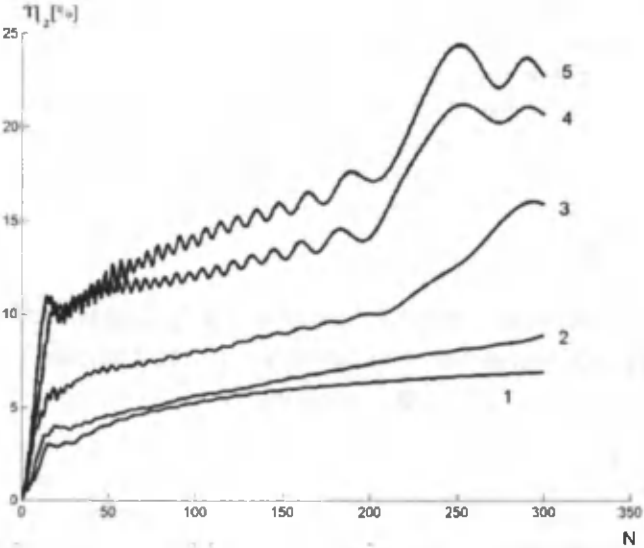

Рис. 2.23. Зависимость коэффициента преобразования во вторую гармонику по энергии ФМ импульса с длительностью 10 фс от числа доменов N в «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$ для различных значений Ω и шага чирпа δl (мкм): 0.5, 0 (1); 0.5, 0.2 (2); 0.5, 0.4 (3); 0.5, 0.5 (4) и - 0.5, 0.5 (5)

Обратим внимание на то, что при отрицательном шаге чирпа (кривая *4* рис. 2.21) эффективность преобразования во ВГ меньше, чем в случае положительного шага чирпа (кривая *3* рис. 2.21). Таким образом, в чирпированных кристаллах происходит частичная компенсация эффекта ФМ импульса. Подчеркнем, что в РДС-кристаллах рост при ГВГ пикосекундными импульсами приводит к снижению эффективности преобразования во ВГ.

Таким образом, эффективность преобразования во ВГ зависит как от знака, так и от величины ФМ-частотного параметра. Более того, наш анализ показал, что эффективность преобразования во ВГ зависит от знака шага чирпа кристалла, т.е. от характера изменения толщины домена от входа кристалла к выходу. Это наглядно показывает сравнение кривых *3* и *4* рис. 2.21, рассчитанных для отрицательного частотного параметра и соответственно отрицательного и положительного шагов чирпа.

Высокая эффективность преобразования при ГВГ получается при положительном чирпе, т.е. когда толщина домена увеличивается от входа кристалла к выходу. Однако смена знака чирпа и частотного параметра не приводит к той же эффективности преобразования. Иначе говоря, рассматриваемый процесс ГВГ не обладает свойством «взаимности», что обусловлено нелинейным характером процесса. Перейдем к изучению ГВГ фокусированными световыми пучками в РДС-кристаллах.

2.3. Генерация второй гармоники в РДС-кристаллах фокусированными пучками в условиях оптимальной фокусировки

Как известно [51], одним из способов повышения эффективности генерации оптических гармоник является фокусировка лазерных пучков в нелинейные кристаллы. В связи с этим вызывает интерес изучение особенностей протекания высокоэффективных нелинейно-оптических взаимодействий в РДС-кристаллах в поле фокусированных лазерных пучков. Рассмотрим процесс ГВГ сфокусированными лазерными пучками в общем виде и детально его проанализируем аналитически в приближении заданного поля при малых коэффициентах преобразования и численно в случае сильного взаимодействия.

Процесс вырожденного трехчастотного взаимодействия ($\omega_2 = \omega_1 + \omega_1$, для типа взаимодействия *ee-e*) фокусированных лазерных пучков в РДС-кристаллах в общем виде описывается уравнениями [1,3]

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + i\frac{1}{2k_1}\left(\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2}\right) = -i\sigma_1 g(z) A_2 A_1^* e^{i\Delta kz}, \qquad (2.27)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + i\frac{1}{2k_2}\left(\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2}\right) = -i\sigma_2 g(z) A_1^2 e^{-i\Delta kz}, \qquad (2.28)$$

с граничными условиями

$$A_1(z=0,\mathbf{r})=A_{10}(\mathbf{r}),\;\; A_2(z=0,\mathbf{r})=A_{20}(\mathbf{r}), \qquad (2.29)$$

здесь все обозначения те же, что в главе 1.

2.3.1. Малые эффективности преобразования

Рассмотрим ГВГ фокусированными пучками в приближении заданного поля. В этом случае процесс ГВГ описывается уравнением [51]

$$\frac{\partial A_2}{\partial z}+i\frac{1}{2k_2}\left(\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2}\right)=-i\sigma_2 g(z)A_1^{\,2}(x,y,z)e^{-i\Delta kz}, \qquad (2.30)$$

с граничными условиями

$$A_1(x,y,z=0)=A_{10}(x,y) \text{ и } A_2(x,y,z=0)=0. \qquad (2.31)$$

При этом амплитуду основной волны $A_1(x,y,z)$ считаем заданной:

$$A_1(x,y,z)=\left(\frac{16P_1}{cn_1\rho^2 f^2(z)}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{(x^2+y^2)}{\rho^2 f(z)}(1-i\alpha_0/\alpha_d)\right). \qquad (2.32)$$

Ей соответствует гауссовское распределение интенсивности в поперечном сечении пучка и сферический волновой фронт. Здесь P_1 - мощность основного излучения на входе кристалла; ρ - радиус пучка; $f(z)=1-iz(1-i\alpha_0/\alpha_d)/l_d$; $l_d=k_1\rho^2/2$ - дифракционная длина; параметры $\alpha_0=\rho/R$ и $\alpha_d=2/k_1\rho$ - начальная и дифракционная угловые расходимости; R – радиус кривизны волнового фронта; n_1 – показатель преломления на основной частоте; $b=k_1\rho_0^{\,2}$ – конфокальный параметр пучка; $\rho_0=2/k_1(\alpha_0^{\,2}+\alpha_d^{\,2})$ – радиус пучка в перетяжке; k_1 - волновое число на основной частоте.

В соответствии с (2.30)-(2.32) мощность второй гармоники, возбуждаемой фокусированным пучком, равна

$$P_2=\frac{cn_1}{8\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|A_2(x,y,z)\right|^2 dxdy=\frac{8\sigma^2}{cn_1}P_1^2 lh(m,l). \qquad (2.33)$$

Здесь $h(m,l)$ –апертурная функция, которая в рассматриваемом случае симметричного расположения пучка относительно центра РДС-кристалла имеет вид

$$h(m,l_0)=\frac{1}{4m}\left|\int\limits_{-m}^{m}\frac{g(z)\exp(i\gamma z)}{1+iz}\right|^2, \qquad (2.34)$$

где $m = l/b$ – параметр фокусировки, $l=Nl_0$ – полная длина РДС-кристалла; N и $l_0=\pi/|\Delta k|$ – число и толщина доменов, соответственно, $\gamma=\Delta kb/2$.

Следует отметить, что даже для однородных кристаллов ($g(z)=1$) интеграл (2.33) при значении $\gamma \neq 0$ ($\Delta k \neq 0$) точно не берется, но в предельных значениях $m << 1$ или $m >> 1$ его можно определить приближенно. В общем случае для произвольных значений m выражение (2.34) рассчитывают численными методами [51]. Детальный анализ апертурной функции (2.34) для РДС-кристалла выполнен нами в [52], где установлено, что условие оптимальной фокусировки (максимальная эффективность преобразования) имеет место при толщине слоя (отдельного домена) l_0, равной удвоенной когерентной длине l, т.е. $l_0=2l_c \rightarrow l_k$. Этот результат также можно получить из выражения (2.34) для большого числа доменов ($N >> 1$).

Заменим функцию g(z) на гармоническую с тем же периодом модуляции Λ:

$$g(z)=\frac{1}{2}(e^{i2\pi bz/\Lambda}+e^{-i2\pi bz/\Lambda}),$$

считая для определенности расстройку $\Delta k > 0(\gamma > 0)$, а произведение $g(z)e^{i\gamma z}$ - на $\frac{1}{2}\exp i(\gamma-2\pi b/\Lambda)z$. Отсюда следует, что выражение (2.34) принимает максимальное значение при $\gamma = 2\pi b/\Lambda$, или $\Lambda = 4\pi/\Delta k$. По определению $\Lambda = 2l_0$, $l_c = 2\pi/\Delta k$ и, следовательно, $l_0 = 2l_c$.

При этом апертурная функция (2.34) равна $h(m,l_0)=\frac{1}{m}arctg^2 m$. Интересно отметить, что такой вид апертурная функция имеет в случае однородной среды при синхронном взаимодействии [51]. Отличия в два раза оптимальной толщины домена при сильной фокусировке пучка от таковой $l_0 = l_c$ для коллимированного пучка обусловлено набегом фазы при дифракции.

Другими словами, мощность второй гармоники, возбуждаемой фокусированными пучками в РДС-кристаллах, имеет максимальное значение при $l_0 = 2l_k$ что и при ГВГ в однородных кристаллах, в которых мощность гармоники максимальна при наличии фазовой расстройки $\Delta k \neq 0$. Это обстоятельство обусловлено векторными синхронными взаимодействиями между пространственными компонентами пучков основной волны и второй гармоники.

Таким образом, при ГВГ в РДС-кристаллах фокусированными лазерными пучками в случае малых коэффициентов преобразования этот процесс происходит наиболее эффективнее, если толщина домена равна удвоенной когерентной длине.

Перейдем к рассмотрению ГВГ фокусированными пучками при больших коэффициентах преобразования, т.е. с учетом истощения энергии основного излучения по мере распространения взаимодействующих пучков по длине РДС-кристалла.

2.3.2. Высокие эффективности преобразования

При сильном энергообмене между фокусированными световыми пучками, описывающими процесс ГВГ, нелинейные параболические уравнения обычно даже в случае однородных кристаллов решаются численными методами. Задача осложняется, если речь идет о нелинейном взаимодействии фокусированных световых пучков в неоднородных кристаллах с нелинейными неоднородностями, таких как РДС-кристаллах.

Рассмотрим процесс вырожденного трехчастотного взаимодействия фокусированных пучков в РДС-кристаллах, который описывается системой уравнений вида [51]

$$\frac{\partial A_1}{\partial z}+i\left(\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2}\right)+i\gamma g(z)A_2A_1^*e^{i\Delta z}=0, \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z}+i\left(\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2}\right)+i\gamma g(z)A_1^2e^{-i\Delta z}=0, \tag{2.36}$$

с граничными условиями

$$A_1(z=0,\mathrm{r})=A_{10}(\mathrm{r}),\quad A_2(z=0,\mathrm{r})=A_{20}(\mathrm{r}) \tag{2.37}$$

Здесь A_1, A_2 - комплексные амплитуды волн частот ω_1 и ω_2, нормированные на пиковые значения амплитуды волн накачки; z - координата, вдоль которой происходит распространение волн, измеряемых в единицах дифракционной длины $l_d=2k_1\rho_1^2$; k_1 – волновое число на частоте ω_1; ρ_1 – начальный радиус основного пучка; $\gamma=l_d/l_{нл}$ - характеризует нелинейность процесса; $l_{нл}$ - нелинейная длина; Δ – нормированная фазовая расстройка, равная $(2k_1-k_2)l_d$; r – поперечная координата нормированная на ρ.

Приведенная ранее система уравнений с указанными граничными условиями решалась с использованием консервативных разностных схем. Справедливость численного расчета проверялась с помощью закона сохранения энергии взаимодействующих пучков и при этом точность шага по z/l_d была равной 10^{-3}. В случае ГВГ нормированная амплитуда второй гармоники на входе кристалла равнялась нулю ($A_2(z=0,r)=0$). Результаты численного моделирования ГВГ гауссовым пучком накачки $A_{10}(r)=\exp(-r^2)$ представлены на рис. 2.24; 2.25, где приведена эволюция эффективности преобразования волны накачки P_{10} во вторую гармонику $\eta_2 = P_2 / P_{10}$ в толще РДС-кристалла при различных условиях фокусировки пучка. При этом начальная мощность основного излучения P_{10}=0.3 МВт, длина толщина домена $l_0 = 0.02$ *см*. *Пучок фокусируется на переднюю грань РДС-кристалла* (рис. 2.24) и в центр РДС-кристалла (рис. 2.25).

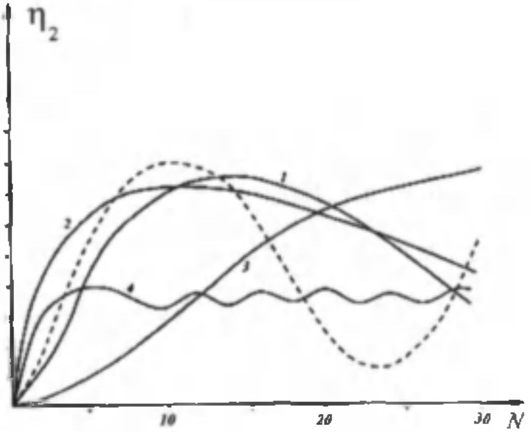

Рис. 2.24. Зависимость коэффициента преобразования во вторую гармонику по мощности $\eta_2 = P_2 / P_{10}$ от числа доменов для значений параметра фокусировки m: *1- 1.62 ($l_{нл} / l_0$ 5); 2 – 40 ($l_{нл} / l_0$ =1); 3 – 0.2 ($l_{нл} / l_0$ = 15); 4 – 1.62 ($l_{нл} / l_0$ = 1). Сплошные кривые соответствуют фокусировке светового пучка на переднюю грань среды. Мощность исходного пучка P_{10} = 0.3 МВт, толщина домена $l_0 = l_к$ =0.02 см. Пунктирная кривая соответствует синхронной ($\Delta k = 0$) ГВГ в однородной нелинейной среде при значениях m = 1.62 и $l / l_{нл}$ =6*

Из рис. 2.24 следует, что наибольшая эффективность преобразования во вторую гармонику достигается при значении m = 1.62 (кривая *1*). Для сравнения эффективности процесса удвоения частоты в РДС-кристалле и в однородном кристалле (пунктирная кривая) приведена характерная зависимость коэффициента преобразования мощности пучка накачки во вторую гармонику в случае синхронной генерации $\Delta = 0$ для значений параметров $l / l_{кл} = 6$, $m = 1.62$, где l –длина кристалла.

Почти такое же максимальное значение для этого параметра фокусировки получается в однородном нелинейном кристалле (ср. пунктирную кривую с кривой *1* на рис. 2.24). Вместе с тем видно, что в РДС-кристалле максимум эффективности нелинейного преобразования достигается на большей длине (примерно в 1.5 раза), чем в однородном кристалле.

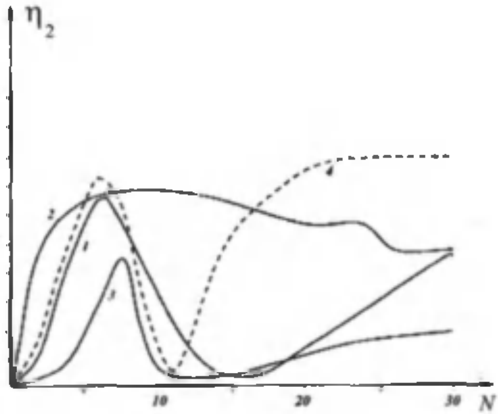

Рис.2.25. Зависимость коэффициента преобразования во вторую гармонику по мощности $\eta_2 = P_2 / P_{10}$ от числа доменов N (вдоль нелинейного кристалла $N = z / l_0$) для значений параметра фокусировки m: *1 – 1.62 ($l_{кл} / l_0 = 5$); 2 – 40 ($l_{кл} / l_0 = 1$); 3 – 0.2 ($l_{кл} / l_0 = 50$). Сплошные кривые соответствуют фокусировке светового пучка в центр кристалла с четным числом доменов* ($N = 30$). *Мощность излучения основного пучка $P_{10} = 0.3$ МВт, толщина домена $l_0 = l_к = 0.02$ см. Пунктирная кривая 4 соответствует синхронной ($\Delta k = 0$) ГВГ в однородной нелинейной среде при $m = 1.62$ и $l / l_{кл} = 6$*

При этом зависимость η_2 от числа доменов N, т.е. длины РДС-кристалла, оказывается более плавной по сравнению с ГВГ в однородном кристалле. Кривые зависимости эффективности преобразования от длины РДС-кристалла оказываются более широкими по сравнению со случаем однородного кристалла. Как следует из проведенных численных экспериментов, при сильной дифракции световых пучков $m>>1$ энергетически выгодно использовать малое число доменов (порядка 15) РДС-кристалла (ср. кривые *1* и *2* рис. 2.24).

Однако при сильной фокусировке (кривая *4*) существенным оказывается дифракционный сбой фазового соотношения, что ограничивает эффективность преобразования на уровне порядка 30%. В случае слабой фокусировки светового пучка, т.е. почти плоскопараллельного, когда длина РДС-кристалла меньше дифракционной, эффективность преобразования во вторую гармонику монотонно возрастает с увеличением числа доменов *N* РДС-кристалла.

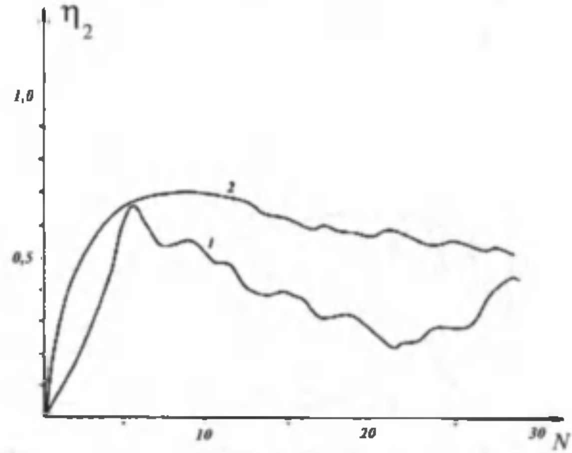

Рис. 2.26. Зависимость коэффициента преобразования во вторую гармонику по мощности $\eta_2 = P_2 / P_{10}$ от числа доменов N (вдоль нелинейного кристалла для значений параметра фокусировки *m: 1 – 1.62 ($l_{нл} / l_0 = 5$); 2 – 39 ($l_{нл} / l_0 = 1$). Кривые соответствуют фокусировке светового пучка в центр кристалла, состоящего из нечетного домена ($N = 29$). Мощность излучения основного пучка $P_{10} = 0.3$ МВт, толщина домена $l_0 = l_к = 0.02$ см*

На рис. 2.25 и рис. 2.26 представлены данные расчетов, касающиеся ГВГ при фокусировке лазерного пучка в центр РДС-кристалла с четным и нечетным числом доменов. В этом случае максимальное значение коэффициента преобразования η_2 почти равно его значению, достигаемому при синхронной генерации в однородном кристалле. Однако в случае слабого влияния дифракции при четном числе доменов коэффициента преобразования η_2 после достижения своего максимального значения резко уменьшается (см. рис. 2.25, кривая *1*). При нечетном числе слоев коэффициент преобразования η_2 после достижения своего максимального значения уменьшается с ростом числа доменов значительно медленнее. Следовательно, при $m>>1$ для достижения максимального значения η_2 выгодно использовать малое число доменов и пучок фокусировать таким образом, чтобы его перетяжка находилась за задней гранью РДС-кристалла. При этом максимум коэффициента η_2 достигается при меньшем числе доменов, чем в случае фокусировки пучка на переднюю грань РДС-кристалла (ср. кривые *1* рис. 2.25 и рис. 2.26). Для узких пучков (см. рис. 2.26, кривая *2*) нет существенного различия в зависимости коэффициента преобразования от числа доменов при фокусировке как на переднюю грань, так и в центр РДС-кристалла (ср. кривые *2* рис. 2.25 и рис. 2.26). Здесь максимальная эффективность преобразования во вторую гармонику η_2 при m = 1.62 (кривая *1*) фактически одинакова со случаем однородного кристалла. Вместе с тем при $m \geq 1$ и в четном числе доменов эффективность преобразования в центре РДС-кристалла сильно падает. При нечетном же числе доменов после достижения максимума эффективность преобразования уменьшается гораздо слабее.

Отсюда следует, что при малом значении параметра фокусировки с точки зрения эффективности преобразования выгодно использовать малое число доменов РДС-кристалла и пучок фокусировать таким образом, чтобы его область перетяжки находилась за задней гранью РДС-кристалла. При этом максимум эффективности преобразования достигается при меньшем числе доменов, чем в случае фокусировки пучка на переднюю грань РДС-кристалла (ср. кривые *1* рис.2.24; 2.25 и 2.26).

Что же касается сильной фокусировки основного пучка ($m \leq 100$), то для него нет существенного различия в поведении эффективности преобразования во вторую гармонику при фокусировки на переднюю грань РДС-кристалла или в его центр, а также от местонахождения перетяжки фокусированного пучка в середине домена или на границе домена. Этот вывод следует из сравнения кривых *2* на рис. 2.24 - 2.26.

Из проведенного анализа следует, что ГВГ фокусированными лазерными пучками в РДС-кристаллах может быть столь же эффективно, как и в однородных кристаллах в условиях фазового синхронизма. Рассмотрим особенности ГВГ в волноводах с регулярной доменной структурой.

2.4. Генерация второй гармоники в волноводе с регулярной доменной структурой

Известно, что дифракция сильно ограничивает максимальную эффективность ГВГ в РДС-кристаллах. Эффекты дифракции исключаются при нелинейном преобразовании частоты в волноводах.

Нелинейно-оптические процессы успешно экспериментально реализованы как в волноводах с регулярной доменной структурой [53-55], так и в РДС-кристаллах. В реальных экспериментах длина волновода примерно на один порядок больше, чем длина РДС-кристалла. С одной стороны, это может привести к повышению эффективности преобразования частоты, но, с другой – рост длины взаимодействия сопровождается увеличением поглощения взаимодействующих волн [56-59].

Рассмотрим процесс ГВГ в волноводе, который имеет регулярную доменную структуру с учетом поглощения в кристалле. В этом случае уравнения для комплексных амплитуд взаимодействующих волн принимают вид

$$\frac{\partial A_2}{\partial z}+i\alpha_2 A_2=-i\sigma g(z)A_1^2 e^{-i\Delta kz}, \qquad (2.38)$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z}+i\alpha_1 A_1=-i\sigma g(z)A_2 A_1^* e^{i\Delta kz}. \qquad (2.39)$$

Граничными условиями являются

$A_1(x,y,z=0)=A_{10}\exp[-(x^2/\rho_{x0}^{\ 2}+y^2/\rho_{y0}^{\ 2})]$ и $A_2(x,y,z=0)=0$. (2.40)

Здесь $\sigma=8\pi^2 d_{33}/(n\lambda)$ – модуль коэффициента нелинейной связи волн; d_{33}- компонента тензора нелинейной восприимчивости для типа взаимодействия ее-е; n – показатель преломления кристалла на длине волны основного излучения λ; $\Delta k=(k_2-2k_1)$ – фазовая расстройка взаимодействующих волн; α_1 и α_2 - коэффициенты поглощения на частотах основной волны и второй гармоники соответственно; A_{10} - максимальное значение амплитуды; ρ_{x0},ρ_{y0} – радиусы пучков основного излучения на входе волновода вдоль осей *x* и *y* соответственно. Геометрия волновода и направления распространения основного излучения и второй гармоники, а также распределение интенсивности основного излучения по поперечному сечению показаны на рис.2.27. Уравнения (2.38) и (2.39) с граничными условиями (2.40) решались численным методом для значений параметров, соответствующих проведенному эксперименту с участием автора по исследованию процесса ГВГ в волноводе Ti:$LiNbO_3$. Экспериментальная установка для исследования ГВГ в волноводе приведена на рис.2.28[1]. Результаты этих расчетов представлены на рис. 2.29 сплошной кривой. Для подтверждения этих результатов был выполнен эксперимент.

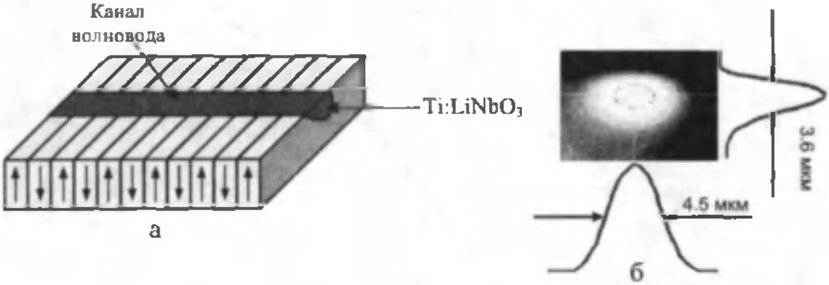

Рис. 2.27. Волновод в РДС-кристалле (а) и распределение интенсивности основного пучка на входе волновода вдоль осей x и y (б)

При исследовании ГВГ использовалось непрерывное полупроводниковое лазерное излучение с длиной волны 1530 нм, период домена исследуемого волновода Ti:$LiNbO_3$ был равен 16.6 мкм, коэффициенты поглощения для основного и излучения второй гармоники равнялись $\alpha_1 = 1.6 \cdot 10^{-3} см^{-1}$ и $\alpha_2 = 8 \cdot 10^{-4} см^{-1}$ соответственно. Экспериментальная установка позволяла изменять мощность основного излучения от 1 до 100 мВт с определенной поляризацией.

Излучение лазера направлялось на делитель мощности ДМ и с него основная часть излучения поступала на вход волновода. Значения радиусов пучка на входе волновода вдоль осей x и y приведены на рис. 2.27.

[1] Эксперимент проведен совместно с Р.Ноурози в Паденборнском университете (Германия).

Мощность излучения ВГ измерялась прибором ИМ 2; использовался ТД- температурный датчик, который поддерживал комнатную температуру в волноводе.

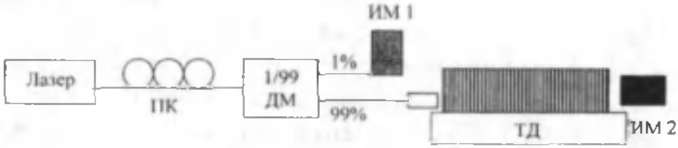

Рис. 2.28. Экспериментальная установка для исследования ГВГ в волноводе с регулярной доменной структурой

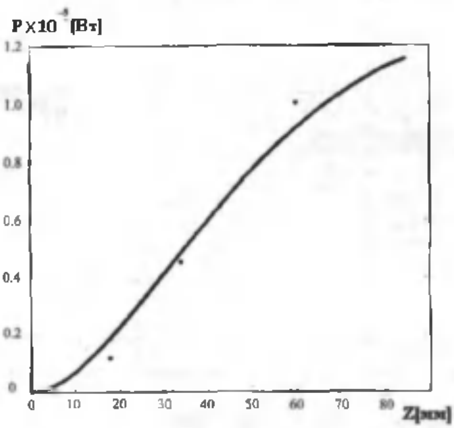

Рис. 2.29. Зависимость мощности второй гармоники $P_2(z)$ от длины волновода Z с регулярной доменной структурой: сплошная кривая-теоретическая, точки – экспериментальные значения

Измеритель мощности ИМ 1 служил для контроля стабильности лазерного излучения. На рис. 2.29 приведена зависимость мощности ВГ $P_2[Bm]$ от длины волновода Z. Здесь приведены результаты теории (сплошная кривая) и данные эксперимента (точки) ГВГ.

Экспериментальные данные соответствуют значениям мощности второй гармоники на выходе волновода с длинами соответственно 18, 34 и 60 мм. В расчетах компонента тензора нелинейной восприимчивости $Ti:LiNbO_3$ волновода на длине волны лазерного излучения 1530 нм для взаимодействия типа *ee-e* бралась равной $d_{33} = 19 \cdot 10^{-12}$ *м / В*.

Следует отметить, что в волноводах взаимодействующие волны возбуждаются на разных ТМ модах, между которыми осуществляется согласование фаз для достижения максимальной эффективности процесса ГВГ. Поэтому зависимость показателя преломления в волноводе для основного излучения $n_e(\lambda)$ и второй гармоники $n_e(\lambda/2)$ описываются разными уравнениями [60]. Из рис. 2.29 видно, что результаты эксперимента и численного расчета совпадают, максимальный коэффициент преобразования во вторую гармонику по мощности равен $\eta_2 = P_2(z)/P_1(z=0) \approx 1.2\%$ на длине волновода около 90 мм.

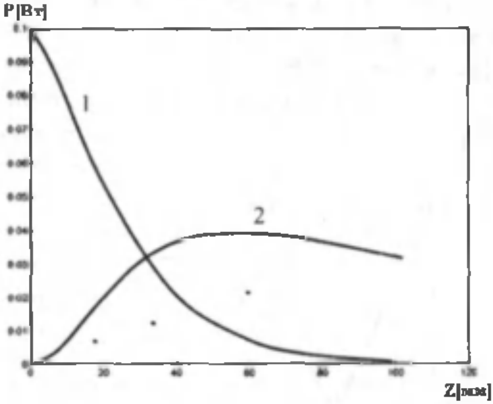

Рис. 2.30. Зависимость мощности второй гармоники (кривая 2) и основного излучения (кривая 1) от длины волновода Z при наличии поглощения. Кривые соответствуют мощности основного излучения на входе волновода 100 мВт. Точки соответствуют экспериментальным данным

На рис. 2.30 приведены зависимости мощности второй гармоники (кривая *2*) и основного излучения (кривая *1*) от длины взаимодействия Z при мощности основного излучения на входе волновода, равной 100 мВт. Однако в этом случае данные эксперимента (точки) и теории сильно расходятся, что объясняется проявлением фоторефрактивного эффекта при больших значениях мощности основного излучения. Отметим, что учет поглощения излучений в волноводе и проявления фоторефрактивного эффекта сильно ограничивают коэффициент преобразования во вторую гармонику на уровне порядка 40% (кривая *2* на рис. 2.30). Для сравнения на рис. 2.31 приведены те же зависимости, что на рис. 2.30, без учета поглощения лазерного излучения в волноводе. Из этого сравнения следует, что без учета поглощения лазерного излучения в РДС-волноводах, как и в РДС-кристаллах, можно реализовать полное преобразование частоты энергии основного излучения в энергию второй гармоники.

Отметим, что результаты нашего исследования процесса ГВГ в РДС волноводе при больших мощностях основного излучения подтверждают данные эксперимента, полученные в [61], где также обнаружено различие результатов эксперимента и теории. Таким образом, для согласования результатов эксперимента и теории необходим учет дополнительных слагаемых в уравнениях (2.38) и (2.39), ответственных за фоторефрактивный эффект.

Для увеличения мощности ВГ волновод можно помещать в резонатор. Таким образом, в РДС-волноводах, как и в РДС-кристаллах, можно реализовать высокоэффективное преобразование частоты из ИК-диапазона в видимую область спектра.

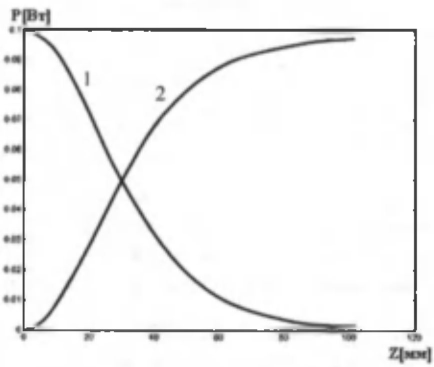

Рис. 2.31. Зависимость мощности второй гармоники (кривая 2) и основного излучения (кривая 1) от длины волновода Z без учета поглощения излучений в волноводе. Кривые соответствуют для мощности основного излучения на входе волновода 100 мВт

На рис. 2.31 представлены результаты численного расчета зависимостей мощности основного излучения (кривая *1*) и мощности второй гармоники (кривая *2*) от длины взаимодействия z без учета поглощения ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$) излучений в волноводе. В этом случае, как видно из рис. 2.31, возможно практически полное преобразование частоты основного излучения во вторую гармонику на длинах взаимодействия $z \approx 10$ $см$.

Таким образом, в волноводах с регулярной доменной структурой в принципе имеется возможность почти 100%-ного преобразования частоты во вторую гармонику при значениях мощности основного излучения порядка нескольких десятков мВт. При мощности основного излучения 100 мВт и с учетом поглощения энергии волн в волноводе Ti:$LiNbO_3$ ($\alpha_j \neq 0$) коэффициент преобразования во вторую гармонику ограничивается на уровне ~40% на длине взаимодействия Z ~5 см (кривая *2* на рис. 2.30) и в идеальном случае, когда имеет место 100%-ное преобразование энергии частоты основного излучения во вторую гармонику на длине Z ~10 см (кривая *2* на рис. 2.31).

Таким образом, нами выявлено, что для исследования трехчастотного взаимодействия коллимированных пучков в РДС-кристаллах можно пользоваться усредненными уравнениями вплоть до полной перекачки. Вне рамок приближения заданной интенсивности получено аналитическое выражение для интенсивности второй гармоники в зависимости от числа доменов РДС-кристалла.

Эффективность преобразования во ВГ зависит как от знака, так и от величины ФМ–частотного параметра, а также от знака шага чирпа кристалла, т.е. от характера изменения толщины домена от входа кристалла к выходу. Высокая эффективность преобразования при ГВГ получается при положительном чирпе, т.е. когда толщина домена увеличивается от входа кристалла к выходу.

Установлено, что при ГВГ фокусированными пучками в РДС-кристаллах в случае малых коэффициентов преобразования оптимальная толщина домена равна удвоенной когерентной длине. ГВГ фокусированными лазерными пучками в РДС-кристаллах в условиях сильного энергообмена может быть столь же эффективно, как и в однородных кристаллах в условиях фазового синхронизма.

Показано, что в волноводе Ti:$LiNbO_3$ с регулярной доменной структурой в принципе (в отсутствие поглощения) имеется возможность почти 100%-ного преобразования энергии основного излучения (при мощностях в несколько десятков мВт) в энергии второй гармоники. Однако в эксперименте для значений мощности основного излучения 100 мВт и более коэффициент преобразования во вторую гармонику ограничивается на уровне 40%, что связано с поглощением лазерного излучения и фоторефрактивными эффектами.

ГЛАВА 3

Трехчастотноепараметрическоевзаимодействие сверхкороткихлазерныхимпульсоввРДС-иАДС-кристаллах

Рассмотрим процессы трехчастотного взаимодействия СКИ в общем виде, затем изучим отдельно процессы вырожденного ($\omega_3=2\omega_1$, ω_3 - частота накачки, ω_1 - частота субгармоники) и невырожденного ($\omega_3=\omega_1+\omega_2$, ω_1 - частота сигнальной волны, ω_2 - частота холостой волны) параметрического усиления.

Рассмотрим процесс трехчастотного взаимодействия ($\omega_1+\omega_2=\omega_3$) сверхкороткими лазерными импульсами в РДС- и АДС-кристаллах при учете различия групповых скоростей взаимодействующих импульсов

$$\nu_{32}=(\frac{1}{u_3}-\frac{1}{u_2}), \nu_{31}=(\frac{1}{u_3}-\frac{1}{u_1}),\ u_j=(\frac{\partial k_j}{\partial\omega_j})^{-1},$$

а также дисперсии групповых скоростей

$$D_j=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 k_j}{\partial\omega_j^2}=\frac{1}{2}\frac{\partial u_j^{-1}}{\partial\omega_j}.$$

Процесс описывается следующей системой укороченных уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн A_j ($j=1,2,3$):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial A_1}{\partial z}+\frac{1}{u_1}\frac{\partial A_1}{\partial t}-iD_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2}=-i\sigma_1 g(z)A_3A_2^* e^{i\Delta kz}-\alpha_1A_1,\\
&\frac{\partial A_2}{\partial z}+\frac{1}{u_2}\frac{\partial A_2}{\partial t}-iD_2\frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2}=-i\sigma_2 g(z)A_3A_1^* e^{i\Delta kz}-\alpha_2A_2,\\
&\frac{\partial A_3}{\partial z}+\frac{1}{u_3}\frac{\partial A_3}{\partial t}-iD_3\frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2}=-i\sigma_3 g(z)A_2A_1 e^{-i\Delta kz}-\alpha_3A_3,
\end{aligned}\qquad(3.1)$$

с граничными условиями

$$A_1(t,z=0)=A_{10},\ A_2(t,z=0)=A_{20} \text{ и } A_3(t,z=0)=A_{30},\qquad(3.2)$$

причем, рассмотрим случай $A_{30}>>A_{20}>>A_{10}$.

В (3.1) α_j – коэффициенты поглощения на частоте ω_j; σ_j – нелинейные коэффициенты связи волн. Для РДС-кристалла g(z) является периодической, а в случае АДС-кристалла – апериодической функцией, т.е. толщины доменов меняются от домена к домену. Нами рассматривался случай, когда толщины доменов меняются по линейному закону.

3.1. Вырожденное параметрическое усиление в поле субпикосекундных импульсов в нелинейных фотонных кристаллах

Обратимся сначала к результатам вырожденного параметрического усиления (здесь частоту накачки обозначим через $\omega_2=2\omega_1$, где ω_1 - частота сигнала) в поле лазерного импульса без ФМ в РДС-кристалле $LiNbO_3$, причем отношение начальных амплитуд в расчетах бралось равным $|A_{10}|/|A_{20}|=10^{-2}$. При этом длина волны накачки была $\lambda_i=1.064$ *мкм*, а субгармоники - $\lambda_l=2.128$ *мкм*. Во всех численных расчетах проверялось выполнение закона сохранения энергии в отсутствие поглощения [50]. Энергии импульсов на входе кристалла имели значения: накачки $W_{20}=1$ *нДж*, субгармоники $W_{10}=10^{-4}$ *нДж*; соответствующие интенсивности $I_{20}=5$ *ГВт/см*^{2}, $I_{10}=5\times10^{-4}$ *ГВт/см*^{2} при радиусе пучков 10 *мкм* и длительности импульсов 500 *фс*. В расчетах энергия и мощность импульсов нормировались на суммарную энергию $W_o=W_{20}+W_{10}$ и мощность $P_o=P_{20}+P_{10}$ на входе кристалла. Другие параметры для рассматриваемого процесса были следующие: толщина домена $l_o=l_k=\pi/\Delta k=14.1$ *мкм*, нелинейная длина $l_{нл}=118.29$ *мкм*, число доменов $N_o=500$, $\nu_{21}=1.2\cdot10^{-12}\,c/см$, $D_2=-6\cdot10^{-28}\,c^2/см$, $D_1=2.3\cdot10^{-27}\,c^2/см$ и коэффициенты поглощения $\alpha_2=2\times10^{-3}$ *см*$^{-1}$ и $\alpha_1=10^{-3}$ *см*$^{-1}$. Полная длина РДС-кристалла составляла $L=N_o l_o=7.2$ *мм*.

На рис. 3.1 приведены зависимости энергий волны накачки W_2 (кривая *1*) и субгармоники W_1 (кривая *2*) в единицах *нДж* от длины взаимодействия РДС-кристалле. Из рис. 3.1 видно, что на начальном этапе взаимодействие слабое, начиная с длины кристалла ≈2 *мм* усиление становится заметным и оно растет вплоть до расстояния ≈4.5 *мм*, а затем с ростом расстояния усиленис субгармоники уменьшается. Максимальный коэффициент усиления импульса субгармоники по энергии равен $K=W_1/W_{10}\approx3000$ при $Z\approx4.5$ *мм*. С достижением максимальной энергии волны субгармоники происходит обратная перекачка энергии в волну накачки, что, видимо, связано с нарушением оптимального фазового соотношения между взаимодействующими волнами. Как показало исследование данного процесса, параметрические взаимодействия очень чувствительны к изменениям фазовых соотношений. На рис. 3.2 приведены зависимости временных профилей (нормированных мощностей P_i/P_{30}) импульсов накачки (кривая *1*) и субгармоники (кривая *2*) единиц в *фс* в РДС-кристалле $LiNbO_3$ на длине взаимодействия $L\approx4.5$ *мм*, соответствующего максимальному параметрическому усилению. Четко видно, что импульс субгармоники отстает от импульса накачки. Наибольшее изменение длительности испытывает усиливаемый импульс субгармоники. На «хвосте» импульса накачки появляется слабый импульс, обусловленный обратной перекачкой энергии субгармоники.

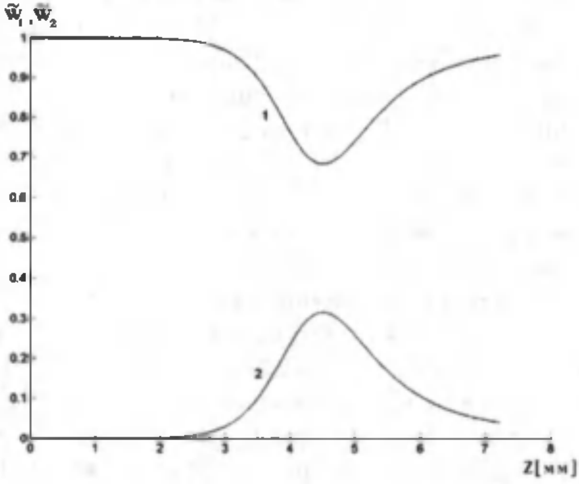

Рис. 3.1. Зависимость нормированных энергий волны накачки $\tilde{W}_2$ (кривая 1) и субгармоники $\tilde{W}_1$ (кривая 2) от длины взаимодействия Z в РДС-кристалле $LiNbO_3$

На рис. 3.3 приведена зависимость, аналогичная как на рис. 3.2, соответствующая длине взаимодействия 6.2 *мм*. Как установлено, ближе к выходу кристалла имеет место более эффективная обратная перекачка (см. рис. 3.2) энергии из субгармоники в энергию импульса накачки, и формируется второй импульс на частоте накачки.

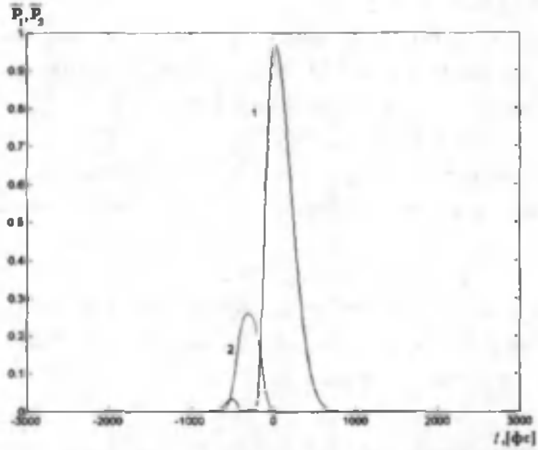

Рис. 3.2. Временные профили нормированного импульса накачки (1) и субгармоники (2) при вырожденном параметрическом усилении в РДС-кристалле LiNbO3 на длине взаимодействия Z≈4.5

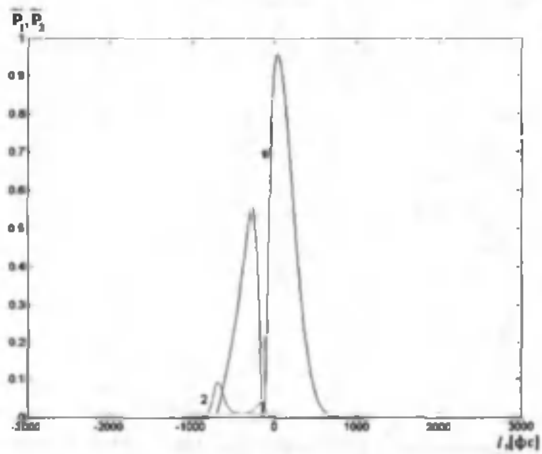

Рис. 3.3. Аналогичная зависимость как на рис. 3.2 на длине взаимодействия Z=6.2 мм

Ясно, что для получения наибольшего коэффициента усиления при параметрическом взаимодействии лазерных импульсов в РДС-кристалле его длину следует ограничивать оптимальной, которая в данном случае равна $L \approx 4.5$ *мм*.

Рассмотрим влияние ФМ импульса накачки на коэффициент параметрического усиления в РДС-кристалле. Амплитуду импульса накачки на входе кристалла представим в виде

$$A_2(t)\big|_{z=0} = A_0 \exp[-(t/\tau)^2(1-i\Omega)]. \qquad (3.3)$$

В соответствии с выражением (3.3) для комплексной амплитуды импульса накачки его мгновенная частота изменяется по линейному закону

$$\omega_2(t)=\omega_{20}+2t\Omega/\tau^2. \qquad (3.4)$$

В (3.4) частотный параметр Ω определяет масштаб вариации несущей частоты в пределах длительности СКИ: $\delta\omega_2=2\Omega/\tau$ и ω_{20} - центральная частота спектра накачки.

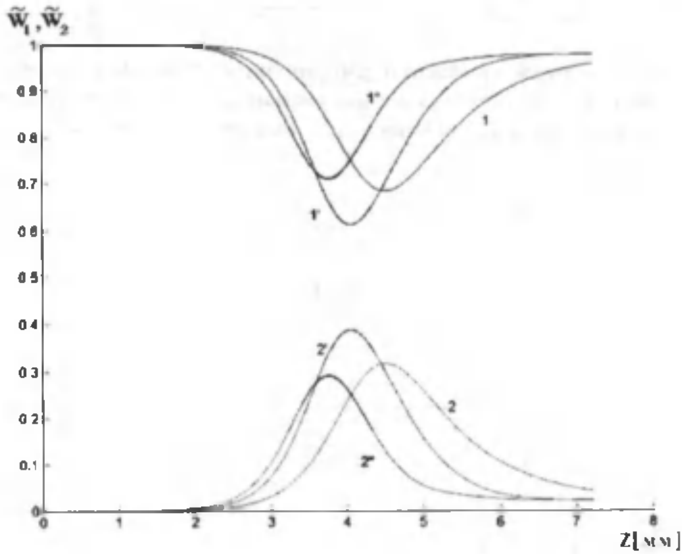

Рис. 3.4. Зависимость нормированных энергий волны накачки $\tilde{W}_2$ (кривая *1,1',1"*) и субгармоники $\tilde{W}_1$ (кривая *2,2',2"*) от длины взаимодействия Z в РДС-кристалле $LiNbO_3$ для различных значений частотного параметра Ω: *1,2 – 0; 1',2' – 5; 1"2" – 10*

Соответствующие кривые приведены на рис. 3.4. Из сравнения кривых (*2,2',2"*) видно, что ФМ импульса приводит к изменению коэффициента усиления, и максимальный коэффициент усиления ($K \approx 4000$) субгармоники соответствует значению частотного параметра $\Omega=5$. Это значение Ω для данных параметров задачи является оптимальным. Расчеты показали, что при $\Omega<5$ и $\Omega>5$ коэффициенты параметрического усиления меньше, чем в случае $\Omega=5$.

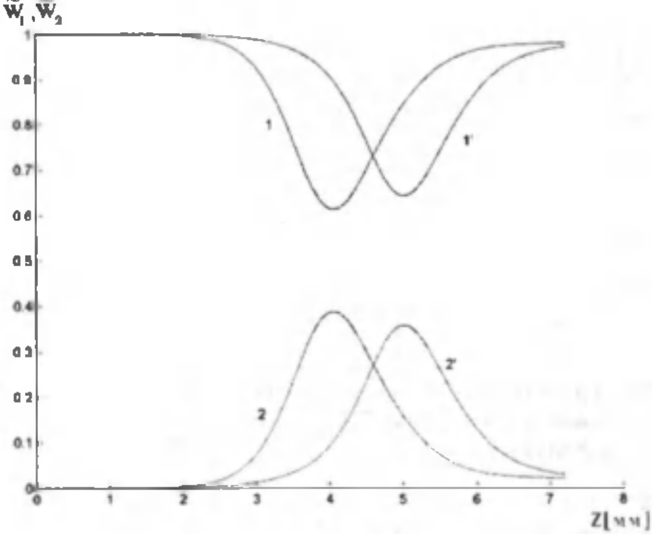

Рис. 3.5. Зависимость, как на рис. 3.4, для значений частотного параметра Ω с разными знаками: *1,2 – 5; 1',2' – минус 5*

Как показывает анализ, коэффициент усиления также зависит от знака Ω, что подтверждается кривыми рис. 3.5: приведены зависимости энергии импульса накачки и субгармоники от длины взаимодействия Z для значений Ω с разными знаками. В случае положительного знака ($\Omega=5$) энергия субгармоники больше (кривая *2'*), чем при значении $\Omega=-5$. Причем эффективная длина взаимодействия, соответствующая максимальному усилению в первом случае ($\Omega=5$), меньше, чем во втором случае ($\Omega=-5$).

Таким образом, для увеличения коэффициента усиления при вырожденном параметрическом усилении импульсов с длительностью несколько сот фемтосекунд в РДС-кристаллах более предпочтительно использовать лазерные импульсы с положительной частотной модуляции (с нарастающей к фронту импульса несущей частотой).

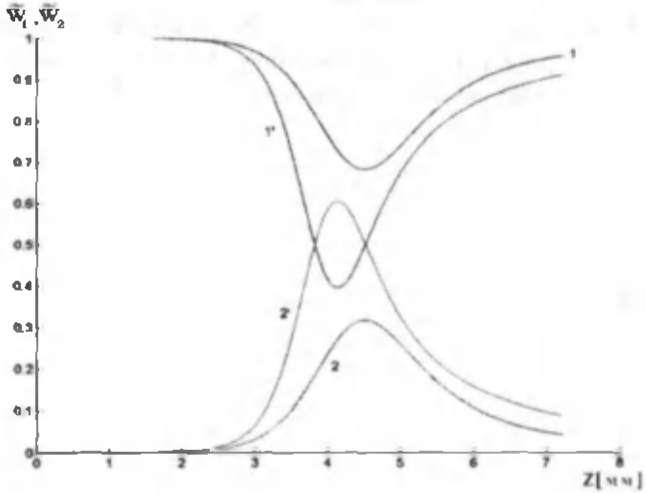

Рис. 3.6. ***Зависимость нормированных энергий волны накачки*** **$\tilde{W}_2$ (кривые 1,1') и субгармоники $\tilde{W}_1$ (кривые 2,2') от длины взаимодействия Z в РДС-кристалле LiNbO3 в случаях:** *1,2 - $\nu_{21}\neq0$, $D_1\neq0$, $D_2\neq0$; 1',2' - $\nu_{21}=0$, $D_1=D_2=0$*

Для сравнения эффективности реального процесса вырожденного параметрического усиления в РДС-кристалле $LiNbO_3$ на рис. 3.6 приведены зависимости (кривые *1'* и *2'*), соответствующие выполнению условий группового синхронизма ($\nu_{21}=0$) и отсутствию дисперсии групповых скоростей взаимодействующих импульсов ($D_1=D_2=0$), т.е. отвечающие «идеальному» случаю усиления (кривые *1',2'*). Из сравнения кривых видим, что максимальный коэффициент усиления в исследуемом параметрическом процессе в РДС-кристалле $LiNbO_3$ примерно в два раза меньше, чем в «идеальном» случае, который, однако, трудно экспериментально реализовать. Причем эффективная длина нелинейного взаимодействия ($Z\approx4$ мм), при которой достигается максимальное усиление в «идеальном» случае, меньше, чем длина ($Z\approx4.3$ мм) при наличии расстройки групповых скоростей и дисперсии групповых скоростей взаимодействующих импульсов.

Из анализа полученных результатов следует, что при вырожденном параметрическом усилении фемтосекундными импульсами в случае более длинных импульсов (500 *фс*, ср.кривые *1,2* рис. 3.5 с кривыми *2,2'* рис. 3.6), для достижения большего коэффициента усиления в РДС-кристалле $LiNbO_3$ целесообразно использовать фазово-модулированные импульсы с положительным частотным параметром Ω=5.

Рассмотрим этот же процесс импульсами накачки с длительностью несколько десятков фемтосекунд.

3.2. Вырожденное параметрическое усиление фемтосекундных лазерных импульсов без фазовой модуляции и с фазовой модуляцией в нелинейных фотонных кристаллах

На рис. 3.7 и 3.8 приведены энергетические зависимости в чирпированных кристаллах для разных значений и знаков шага чирпа δl, для импульсов накачки без ФМ. Из сравнения кривых *1,1'* рис. 3.7 видно, что процесс ВПУ происходит эффективнее при отрицательном шаге чирпа δl, чем при положительном. Следует отметить, что при положительном δl процесс ВПУ проявляется на меньшей длине взаимодействия (кривая *1*), нежели при отрицательном δl (кривая *1'*). Отметим, что при отрицательном δl (кривая *1'*) период осцилляции энергии субгармоники с ростом длины взаимодействия сокращается, стремясь к максимальному значению энергии порядка 20 нДж. Как видно из кривых рис. 3.8, для импульса накачки *без ФМ* с длительностью 50 фс и интенсивностью 500 ГВт/см^2 оптимальное значение шага чирпа равно δl=-1мкм. При этом энергия субгармоники (кривая *1'*) достигает порядка 40 нДж на длине взаимодействия порядка 9.5 мм (здесь число доменов равно 1000).

Рассмотрим процесс ВПУ в случае *ФМ импульсов* накачки на входе кристалла для различных значений и знаков величин Ω и δl. Кривые, соответствующие этому случаю, приведены на рис. 3.9 и 3.10. Как видно, с одной стороны, для определенного значения Ω имеется оптимальное значение δl, при котором процесс ВПУ проявляется наиболее эффективно. С другой – эффективность ВПУ слабо зависит от смены знака Ω, а от смены знака δl эта зависимость становится значительной. Из сравнения кривых рис. 3.9 и 3.10 видно, что для выбранных параметров лазерного излучения и кристалла процесс ВПУ протекает наиболее эффективно при значениях Ω=-0.5 и δl=-1 *мкм* (кривая *1'* на рис. 3.9), хотя он начинает проявляться в этом случае на большей длине нелинейного взаимодействия (порядка 2.5 мм), чем в случае Ω=-0.5 и δl=–0.5 *мкм* (кривая *1* на рис. 3.10).

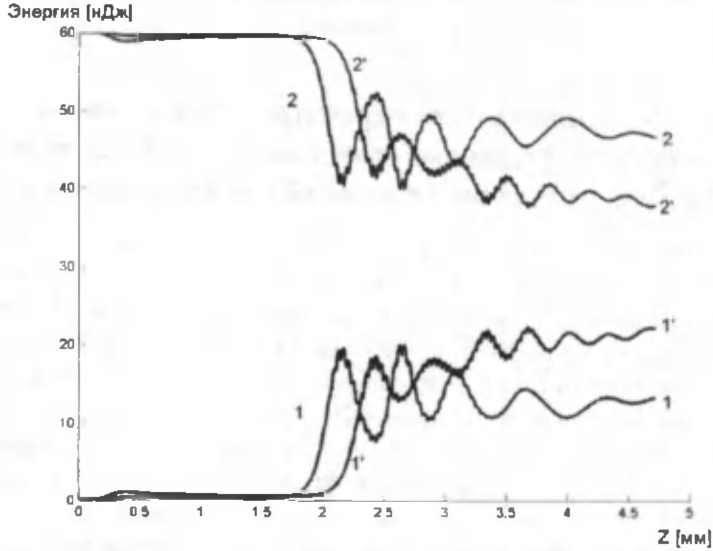

Рис. 3.7. Зависимость энергий волны накачки (2,2') с длительностью импульса 50 фс без ФМ (Ω=0) и субгармоники (1,1') для интенсивности накачки 500 ГВт/см^2 от длины взаимодействия Z в чирпированном кристалле для значений шага чирпа *δl (мкм): 0.5 (2,1); -0.5 (2',1')*

При интенсивности накачки 500 ГВт/см^2 максимальная энергия субгармоники составляет порядка 40 *нДж* (коэффициент усиления по энергии равен 6600) на длине взаимодействия 9.5 *мм.*

Рассмотрим влияние увеличения интенсивности накачки на входе кристалла на эффективность процесса ВПУ в чирпированных кристаллах. На рис. 3.11 приведены энергетические зависимости накачки и субгармоники от длины взаимодействия при значении Ω=0.5 и интенсивности накачки на входе кристалла 850 *ГВт/см^2* (энергия накачки на входе кристалла равна 100 *нДж*) для значения шага чирпа δl=-1 *мкм* кристалла. Из кривой *1'* рис. 3.10 видно, что с ростом интенсивности основного излучения усиление импульса субгармоники (кривая *1* на рис. 3.10) начинается на гораздо меньшей длине взаимодействия (0.3 мм), чем в оптимальном случае (4 мм) при интенсивности 500 *ГВт/см²* (кривая *1'* на рис. 3.9). Однако с ростом длины взаимодействия энергия субгармоники увеличивается, имея осциллирующий характер в зависимости от длины кристалла, при этом энергия субгармоники монотонно увеличивается до 70 *нДж* (*K*=7000, рис. 3.10). Следует отметить, что процесс ВПУ в чирпированных кристаллах с ростом интенсивности проявляется на гораздо меньшей длине. Это связано с установлением оптимального фазового соотношения между взаимодействующими импульсами на начальном этапе изучаемого процесса.

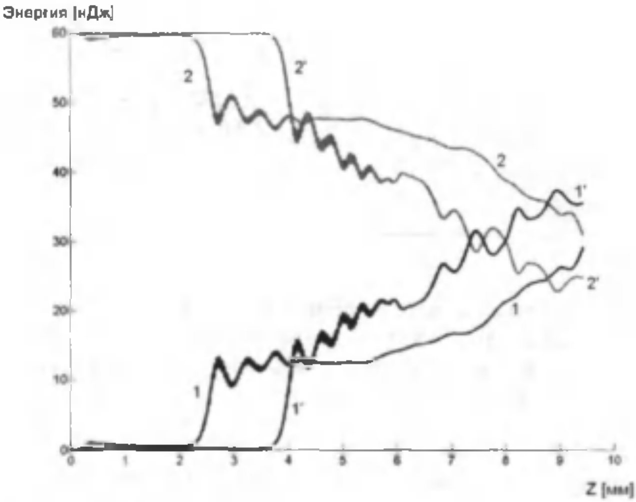

Рис. 3.8 Зависимость энергий волны накачки (2,2') с длительностью импульса 50 фс без ФМ (Ω=0) и субгармоники (1,1') для интенсивности накачки 500 ГВт/см² от длины взаимодействия Z в чирпированном кристалле для значений шага чирпа *δl (мкм): -0.5 (2,1); -1.0 (2',1').*

Таким образом, в чирпированных кристаллах при отрицательном шаге чирпа δl в процессе ВПУ происходит компенсация эффекта фазовой модуляции импульса накачки, что влечет за собой увеличение энергии субгармоники. Следует отметить, что при ВПУ фемтосекундными импульсами в случае более коротких импульсов (50 *фс*) с *ФМ* (Ω=0.5) для достижения большего коэффициента усиления целесообразно использовать РДС-кристалле $LiNbO_3$ с отрицательным значением шага чирпа δl *мкм,* т.е. применять чирпированные кристаллы, в которых толщина доменов уменьшается по длине от входа кристалла (с ростом номером домена) к выходу.

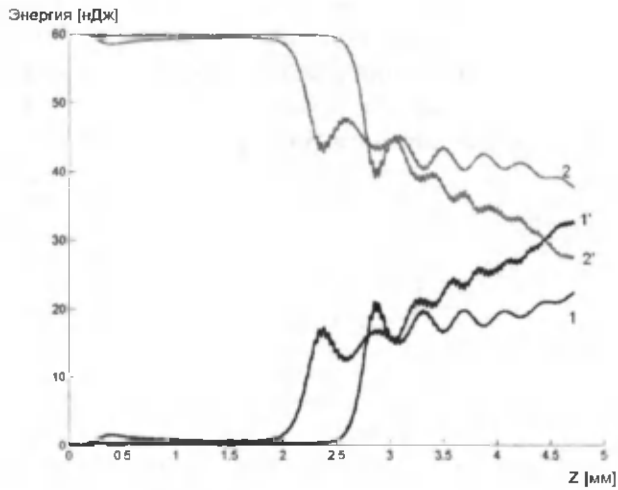

Рис. 3.9. Зависимость энергий волны накачки (2,2') с длительностью импульса 50 фс с ФМ (Ω=0.5) и субгармоники (1,1') для интенсивности накачки 500 ГВт/см² от длины взаимодействия Z в чирпированном кристалле для *δl (мкм): -0.5 (2,1); –1.0 (2',1')*

Действительно, максимальное усиление импульса субгармоники в поле сверхкороткого лазерного импульса длительностью ~50 *фс* независимо от того, *без ФМ* оно или *с фазовой модуляцией,* оказывается больше (кривая *1'* на рис. 3.11), когда толщина доменов уменьшается к выходу кристалла.

Интересно отметить, что при генерации второй гармоники импульса такой же длительности преобразование более эффективно, когда толщина доменов к выходу кристалла увеличивается.

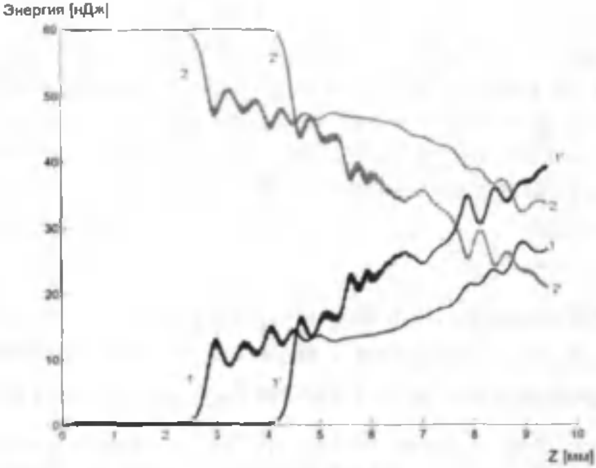

Рис. 3.10. Зависимость энергий волны накачки (2,2') с длительностью импульса 50 фс с ФМ (Ω=-0.5) и субгармоники (1,1') для интенсивности накачки 500 ГВт/см² от длины взаимодействия Z в чирпированном кристалле для *δl (мкм): -0.5 (2,1); –1.0 (2',1')*

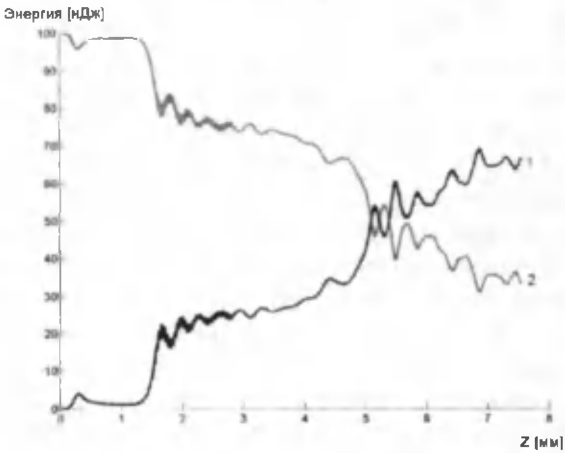

Рис. 3.11. Зависимость энергий волны накачки (2) с длительностью импульса 50 фс с ФМ (Ω=0.5) и субгармоники (1) для интенсивности накачки 850 ГВт/см² от длины взаимодействия Z в чирпированном кристалле при *δl =-1 мкм*

Таким образом, из приведенных результатов следует, что эффективность процесса *ВПУ субгармоники ФМ импульсом* накачки с длиной волны 0.8 *мкм* и длительностью 50 *фс* зависит от значений параметров Ω, δl и интенсивности накачки на входе кристалла. Причем изменение одного из этих параметров влечет собой изменение других для достижения максимальной эффективности параметрического преобразования.

3.3. Невырожденное параметрическое усиление в поле фемтосекундных лазерных импульсов без фазовой модуляции и с фазовой модуляцией в нелинейных фотонных кристаллах

Проанализируем особенности процесса невырожденного параметрического усиления (НВПУ) в поле высокочастотного импульса накачки фемтосекундной длительностью. Этому процессу $\omega_3=\omega_2+\omega_1$ соответствовали длины волн: накачки - λ_3=0.8 *мкм*, сигнала λ_2=1,24 *мкм* и холостой волны λ_1=2,25 *мкм*. Рассмотрим параметрическое усиление в поле фемтосекундных импульсов с длительностью 50 *фс* (с частотой ω_3) в РДС-кристалле и «чирпированном» кристалле $LiNbO_3$. Параметры задачи следующие: $I_{30}=850$, $I_{20}=8\cdot10^{-2}$ $ГВт/см^2$, $I_{10}=8\cdot10^{-2}$ $ГВт/см^2$, $W_{30}=100$ *нДж*, $W_{20}=10$ *пДж*, $W_{10}=10$ *пДж*, $\nu_{32}=2.3\cdot10^{-12}c^2/см$, $\nu_{31}=2.9\cdot10^{-12}c^2/см$, $D_3=3.6\cdot10^{-27}$ $c^2/см$, $D_2=1.8\cdot10^{-28}$ $c^2/см$, $D_1=-1.1\cdot10^{-28}c^2/см$, $l_{i\partial}=8.1$ мкм, $l_0=9.76$ мкм и число доменов N=300. В этом случае $\alpha_3=2\cdot10^{-3}$ $см^{-1}$, $\alpha_2=10^{-3}$ $см^{-1}$ и $\alpha_1=1.2\cdot10^{-3}$ $см^{-1}$.

Сначала рассмотрим процесс НВПУ в РДС-кристалле (δl=0) *без фазовой модуляции* импульса накачки (Ω=0). Полученные энергетические зависимости от длины взаимодействия для этого случае приведены на рис. 3.12. Установлено, что импульсы сигнала и холостой волны на малой длине взаимодействия *z*=1.7 *мм* усиливаются в несколько тысяч раз, затем происходят обратные перекачки из энергий усиливаемых волн в энергию накачки. Причем с ростом длины взаимодействия коэффициенты усиления волн в среднем увеличиваются, имея осциллирующий характер, и устанавливаются постоянные значения энергий: сигнала порядка 30 нДж (K=3000) и холостой волны порядка 18 нДж (*K*=1800).

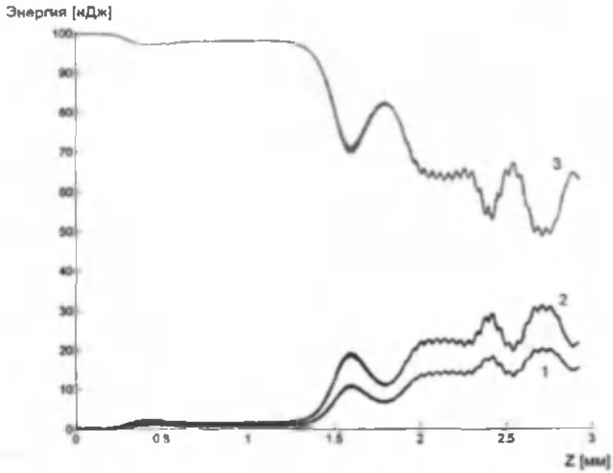

Рис. 3.12. Зависимость энергий волны накачки (3) с длительностью импульса 50 фс без ФМ (Ω=0), сигнальной (2) и холостой (1) волны для интенсивности накачки 850 ГВт/см^2 от длины взаимодействия Z в РДС-кристалле LiNbO$_3$ ($\delta l = 0$)

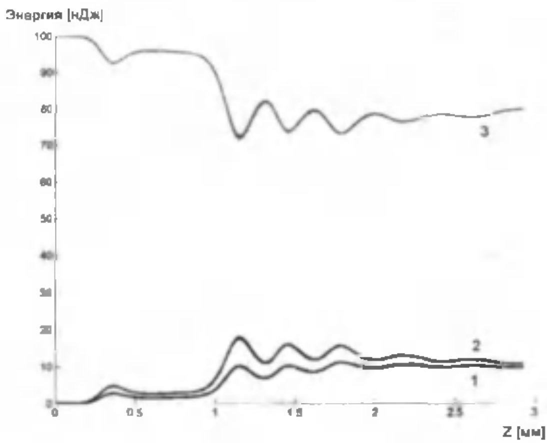

Рис. 3.13. Зависимость энергий волны накачки (3) с длительностью импульса 50 фс с ФМ (Ω=2), сигнальной (2) и холостой (1) волны для интенсивности накачки 850 ГВт/см^2 от длины взаимодействия Z в РДС-кристалле LiNbO$_3$ ($\delta l = 0$)

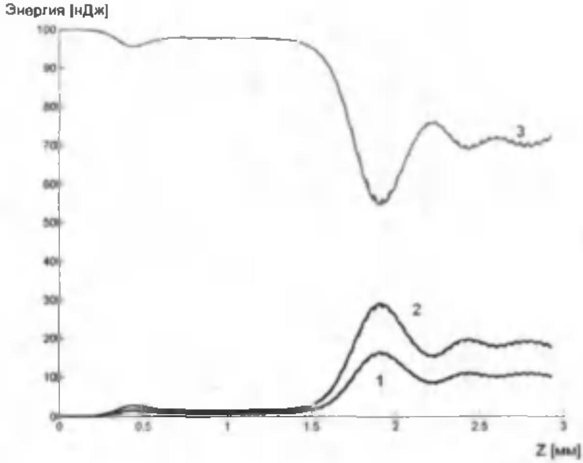

Рис. 3.14. Зависимость энергий волны накачки (3) с длительностью импульса 50 фс с ФМ (Ω=–2), сигнальной (2) и холостой (1) волны для интенсивности накачки 850 ГВт/см² от длины взаимодействия Z в РДС-кристалле $LiNbO_3$ (δl = 0)

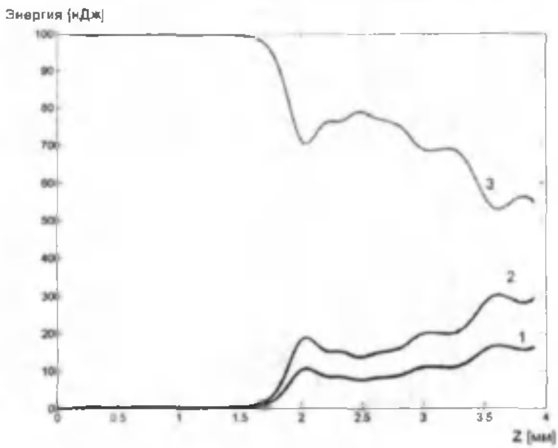

Рис. 3.15. Зависимость энергий волны накачки (3) с длительностью импульса 50 фс с ФМ (Ω=–2), сигнальной (2) и холостой (1) волны для интенсивности накачки 850 ГВт/см² от длины взаимодействия Z в АДС-кристалле $LiNbO_3$ при δl =-1мкм

На рис. 3.13 и 3.14 приведены аналогичные энергетические зависимости *в случае ФМ* импульса накачки для положительного (Ω=2) и отрицательного (Ω=–2) значений частотного параметра, характеризующие фазовую модуляцию импульса накачки. *Из сравнения кривых 2,1* на рис. 3.12, 3.13 и 3.14 видно, что процесс НВПУ протекает *наиболее эффективно* в РДС-кристалле (δl=0) в случае отрицательного частотного параметра (Ω=–2), чем в случаях положительного частотного параметра (Ω=2) и в отсутствии ФМ (Ω=0).

На рис. 3.15 представлены кривые зависимости энергий взаимодействующих импульсов от длины взаимодействия при оптимальных значениях частотного параметра и шага чирпа кристалла δl=–1 *мкм*. Из рис. 3.14 следует, что в процессе НВПУ в чирпированных кристаллах энергия сигнала и холостой волны монотонно возрастает с увеличением длины взаимодействия в отличие от того, когда этот процесс *исследовался* в РДС-кристаллах (ср. кривые *1,2* на рис. 3.14 и 3.15). При этом на длине взаимодействия 1.8 *мм* максимальные энергии импульса сигнала и холостой волны соответственно равны порядку 30 *нДж* (K=3000) и 18 *нДж* (K=1800).

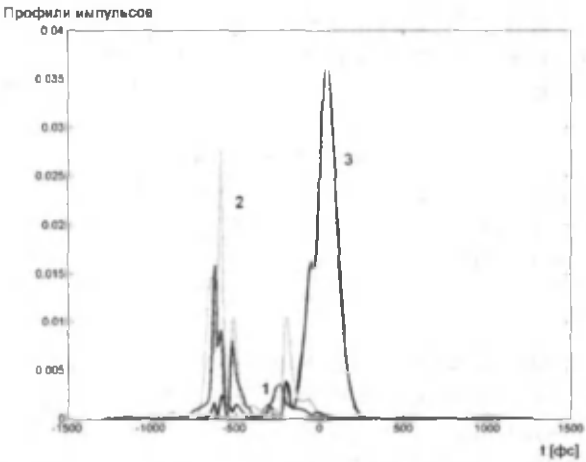

Рис. 3.16 Профили импульсов волны накачки (3) с длительностью импульса 50фс с ФМ (Ω=–2) , сигнальной (2) и холостой волны (1) на выходе чирпированного кристалла длиной 3.8 мм при δl=–1мкм и для интенсивности накачки 850 ГВт/см^2 на входе кристалла

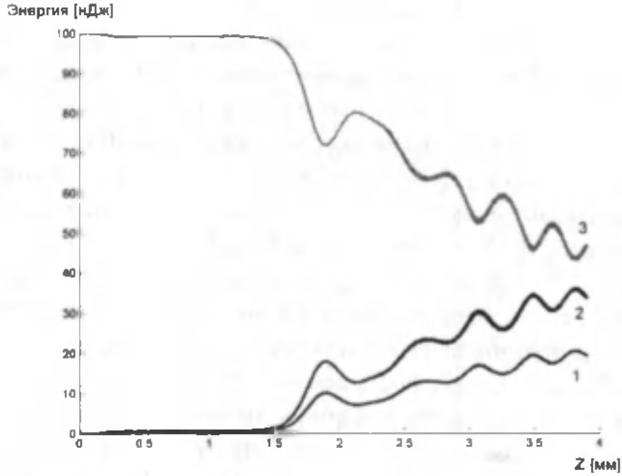

Рис. 3.17. Зависимость энергий волны накачки (3) с длительностью импульса 50 фс с ФМ (Ω=–2), сигнальной (2) и холостой волны (1) для интенсивности накачки 850 ГВт/см^2 от длины взаимодействия Z в АДС-кристалле $LiNbO_3$ при δl =–0.5 мкм

На рис. 3.16 приведены профили импульсов, соответствующие рис. 3.14 на выходе кристалла длиной 3.8 мм. Как видно из рис. 3.16, формы взаимодействующих импульсов испытывают существенные изменения.

Как показывает анализ, эффективность процесса НВПУ импульсами накачки *с ФМ* в чирпированных кристаллах, как и в случае процесса ВПУ, зависит от значений параметров Ω, δl и интенсивности импульса накачки на входе кристалла. Этот факт подтверждается поведением кривых рис. 3.17. Как установлено, при увеличении интенсивности импульса накачки на входе кристалла до 1500 ГВт/см^2 оптимальное значение чирпа уменьшается (δl=–0.5 мкм). При этом на длине взаимодействия порядка *1.8 мм* происходит резкое возрастание энергий сигнала и холостой волны. Видимо, на этой длине взаимодействия для данных значений параметров задачи устанавливается оптимальное фазовое соотношение для взаимодействующих импульсов.

Таким образом, из приведенных результатов следует, что эффективность процесса НВПУ ФМ импульсом накачки с длиной волны

0.8 мкм и сигнала с длиной волны 1.24 *мкм*, с длительностями 50 *фс* зависит от значений параметров Ω, δl и интенсивности накачки на входе кристалла. Причем изменение одного из этих параметров, как и в случае ВПУ, влечет за собой изменение других для достижения максимальной эффективности параметрического преобразования частоты.

Следовательно, в процессе НВПУ в чирпированных кристаллах происходит частичная компенсация эффекта фазовой модуляции импульса накачки, что, в свою очередь, приводит к повышению эффективности нелинейного преобразования частоты. Установлено, что имеется связь между параметрами частотной модуляции Ω, шагом чирпа кристалла δl и интенсивностью накачки на входе кристалла. Для достижения максимальной эффективности НВПУ следует подбирать оптимальные значения этих трех параметров, исходя из конкретной экспериментальной ситуации.

3.4. Последовательная генерация второй и третьей гармоники сверхкоротких лазерных импульсов в апериодических нелинейных фотонных кристаллах

При различных параметрических процессах преобразования частоты сверхкоротких лазерных импульсов наблюдается нелинейное сжатие импульсов (НСИ), (компрессия) [1,2]. Это явление можно реализовать в процессах генерации гармоник фазомодулированного импульса в апериодическом кристалле, где толщина доменов изменяется по линейному закону при выполнении определенного условия [3]. Из этого условия следует, что

$$D_{opt} = -\nu^2 / C_1 \text{ и } L_{opt} = \left|3\nu / D_{opt}\tau_o\right|,$$

где D_{opt} и L_{opt} – специальное значение чирпа апериодического кристалла и физическая длина кристалла соответственно; $\nu = 1/V_1 - 1/V_2$, $C_1 = \tau_o(\tau_1 - \tau_o)^2$; V_1 и V_2 – групповые скорости основной волны и второй гармоники; τ_1 и τ_0 – длительность импульса основной волны линейной фазовой модуляцией и трансформируемого импульса; C_1 – фактор, ответственный за линейную фазовую модуляцию импульса основной волны. Условие оптимального сжатия при генерации ВГ аналитически исследовано [40] при аппроксимации накачки. Экспериментально в условиях квазифазового синхронизма в апериодическом кристалле $LiNbO_3$ при ГВГ импульс с длительностью 17 пс укорочен в 150 раз [4].

Эволюция двух трехчастотных процессов взаимодействия импульсов с частотами ω, 2ω и 3ω в движущиеся координаты для основной волны и в развиваемой методике с линейным чирпом кристалла описывается уравнениями [69,70]

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial A_1}{\partial z} - i\frac{\beta_1}{2}\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} = -i\gamma_{11} A_1^* A_2 \exp(iD_{g2}z^2) - i\gamma_{12} A_2^* A_3 \exp(iD_{g2}z^2)\\
&\frac{\partial A_2}{\partial z} + \nu_2\frac{\partial A_2}{\partial t} - i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} = -i\gamma_{21} A_1^2 \exp(-iD_{g2}z^2) - i2\gamma_{22} A_1^* A_3 \exp(iD_{g2}z^2) \qquad (3.5)\\
&\frac{\partial A_3}{\partial z} + \nu_3\frac{\partial A_3}{\partial t} - i\frac{\beta_3}{2}\frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} = -i3\gamma_{31} A_1 A_2 \exp(-iD_{g2}z^2)
\end{aligned}$$

с граничными условиями

$$A_1(z,t)\big|_{z=-L/2} = A_o\frac{\tau_o}{\sqrt{\tau_o^2 + iC_1}}\exp\left(-\frac{t^2}{2(\tau_o^2 + iC_1)}\right), \quad A_2(z,t)\big|_{z=-L/2} = 0, \quad A_3(z,t)\big|_{z=-L/2} = 0$$

где

$\gamma_{11} = 2\pi d_{Q1}/n_1\lambda$; $\gamma_{12} = 2\pi d_{Q2}/n_1\lambda$; $\gamma_{21} = 2\pi d_{Q1}/n_2\lambda$; $\gamma_{22} = 2\pi d_{Q2}/n_2\lambda$; $\gamma_{31} = 2\pi d_{Q2}/n_3\lambda$; $d_{Q1} = 2d_{eff}/(\pi m_1)$; $d_{Q2} = 2d_{eff}/(\pi m_2)$; n_i – показатель преломления i-той гармоники(i =1,2,3); d_{eff}’эффективная нелинейность; λ – длина волны; A_o – пиковая амплитуда основной волны; $\nu_2=1/V_2-1/V_1$ и $\nu_3=1/V_3-1/V_1$, V_i – групповая скорость i-той гармоники; τ_o – длительность импульса основной волны на уровне $1/e$ максимальной интенсивности; β_i – коэффициенты, характеризирующие дисперсии групповых скоростей i-той гармоники; m_1 и m_2 – порядковые номера векторов обратной решетки для второй и третьей гармоники соответственно.

Для линейного чирпа кристалла при квазисинхронном взаимодействии, применяя Фурье преобразования [69], получим

$$d(z) = \frac{2}{\pi m}\exp(-i(K_g z + D_{g2}z^2 + D_{g3}z^3 + \ldots)).$$

Здесь

$$rect(x) = 1, \text{ если } |x| \le 1/2 \text{ и } rect(x) = 0$$

если $|x| \ge 1/2$, K_g- центральный вектор обратной решетки; D_{g2} и D_{g3} – коэффициенты Фурье второго и третьего порядков чирпа кристалла, рассмотрим случай $D_{g3} = 0$; ($K_g = 2\pi/\Lambda_g$, Λ_g – среднее значение периода чирпа решетки, соответствующей центральной частоте излучения лазерного импульса; $\Lambda(z) = \Lambda_g /(1 + \Lambda_g D_{g2} z / \pi))$. $\Delta k_1 = k_1 - 2k_2 - K_g = 0$ и $\Delta k_2 = k_3 - k_2 - k_1 - K_g = 0$.

Здесь k_i – волновое число.

В (3.5) введем следующие безразмерные величины то=1, $\nu2$= $\nu3$=2, $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$, A_O=1, C_1=20 и $\gamma_{11} = \gamma_{21} = \gamma_{12} = \gamma_{22} = \gamma_{31} = \gamma$. $D_{g2} = D_{opt} = -\nu_2^2 / C_1$ и $L = L_{opt} = \left|3\nu_2 / D_{opt}\tau_o\right|$, которые являются оптимальными для эффективного сжатия импульса второй гармоники.

Анализ динамики процесса сжатия импульса уравнения (3.5) в режиме накачки проведем при оптимальных фиксированных значениях D_{opt} и L_{opt} и для различных значений r [62-65].

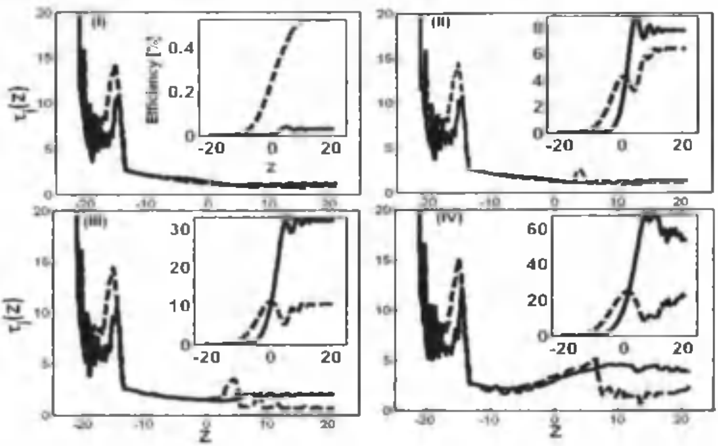

Рис. 3.18. Результаты численного эксперимента системы уравнения для различных значений γ: =0.1(I), 0.5 (II), 1 (III) и 2 (IV). Зависимость изменения длительности импульса и эффективности преобразования (включает) 2-й гармоники (пунктирная кривая) и 3-й гармоники (сплошная кривая) как функция расстояния распространения z.. Здесь
$\tau_o=1$, $\nu_2=\nu_3=2$, $\beta_1=\beta_2=\beta_3=0$, $A_o=1$, $C_1=20$

На рис. 3.18 приведены результаты численного решения для различных значений γ. Кривые соответствуют случаю, когда реализовывается одновременная генерация импульсов второй и третьей гармоник со сжатием в режимах истощения и без истощения накачки. Длительность импульсов обеих гармоник приблизительно сжата вплоть до 20 раз длительности сравнительно импульса накачки, с очень низкими преобразованиями эффективности (около ~1% для обеих гармоник). (Это ожидаемый результат в теории второй гармоники при нелинейном сжатии) [3].

Теория нелинейного сжатия импульса (НСИ) разработана в случае не истощения накачки (слабое взаимодействие) и, как показывает наше численное исследование, при сильных взаимодействиях она также имеет место [66-70]. Только слабое различие, чем ожидало результаты в изменении длительности импульса было получено в прочном истощении накачки, как показано в части IV (рис. 3.18). Чтобы убедиться в этом, учитывая оптимальное условие для эффективного НСИ для обеих гармоник, мы исследовали зависимость изменения величин от длительности импульса взаимодействующих гармоник в фиксированных величинах, получив, что и $\nu_2=\nu_3=2$.

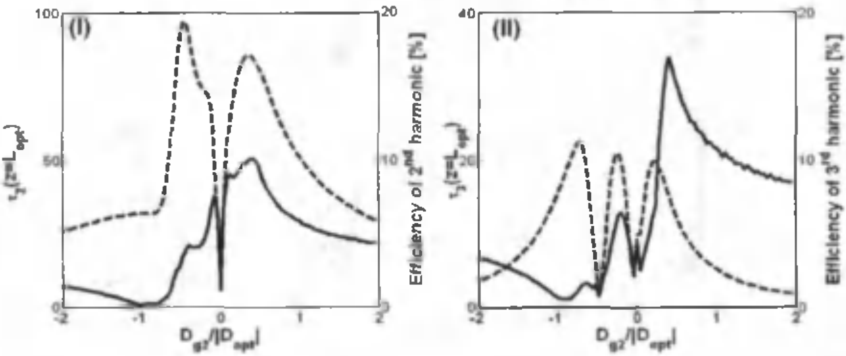

Рис. 3.19. Рассчитанные энергетические преобразования (пунктирные линии) и изменение длительности импульса (сплошная линия) 2-й гармоники (I) и 3-й гармоники импульсов (II) как функция нормализованного кристаллического чирпа при его оптимальном соотношении. $\nu_2=\nu_3=\nu=2;\ \gamma=0.5;\ A_p=1;\ C_l=20$

Результаты для этого случая показаны на рис. 3.19, где видно, как выбранное условие было действительно оптимальным для эффективного НСИ для обеих гармоник. Тем не менее, максимальные энергетические преобразования взаимодействующих импульсов были достигнуты в другом диапазоне чирпа апериодических кристаллов.

Например, максимальные преобразования эффективности 2-й и 3-й гармоник равны ~19 и ~11 % соответственно. Эффективность преобразования – ~2 и ~3 % для 2- и 3-й гармоник соответственно.

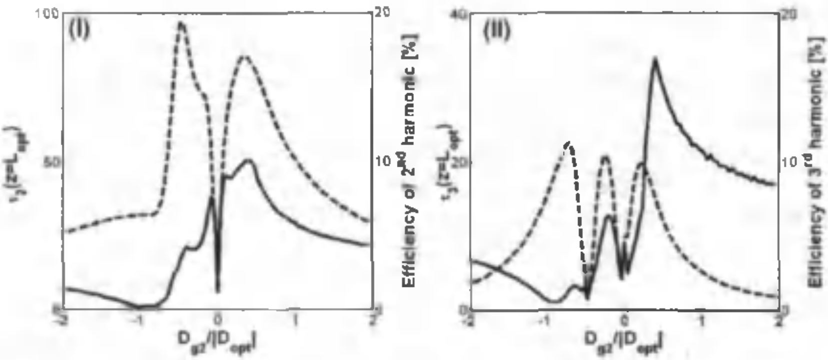

Рис. 3.20. Рассчитанная длительность импульса 2- и 3-й гармоник (II) как функция расстояния распространения Z через апериодический кристалл для разных соотношений величин v3: v3=1 (пунктир), 2 (сплошная) и 3 (тонкая сплошная). *$\gamma=0.5;\ \nu_2=2;\ A_u=1;\ C_1=20$*

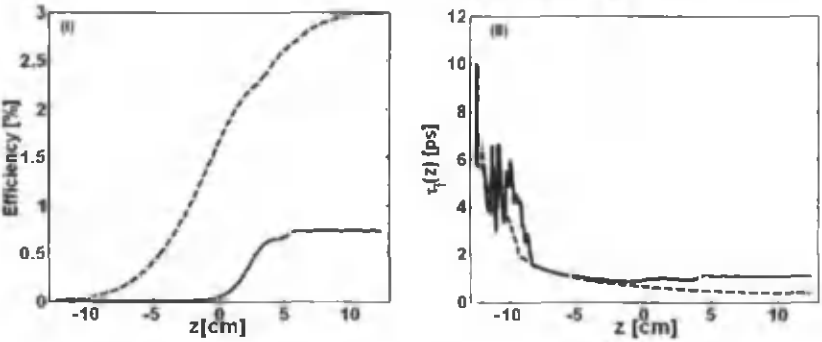

Рис. 3.21. Результаты для реалистичного случая: *$LiNbO_3$, $\lambda=3.56\ \mu m$, $I=1\ MW/cm^2$, ee-e взаимодействие $\tau_1=10$ пс, $\tau_0=500$ фс. Зависимость эффективности преобразования (I) и изменений длительности импульса (II) 2-й гармоники (пунктирная линия) и 3-й (сплошная линия) от длины Z апериодического кристалла $LiNbO_3$*

Хорошо известно, что в реалистичном случае ν_2 и ν_3 не может иметь ту же величину. По этой причине необходимо анализировать предлагаемый метод с другими величинами для ν_2 и ν_3. На рис. 3.20 показаны результаты, полученные для разных значений ν_3, но фиксированной величины ν_2. Оказывается, что динамика поведения эффективности НСИ почти та же самая несмотря на другие величины v_3. Тем не менее, в этом случае эффективность НСИ не была вычислена, как это было в случае $v_3 = v_2$. Наконец, мы исследовали возможность предлагаемого метода в реалистичном случае. Для этого мы использовали данное реалистичное условие: кристалл QPM $LiNbO_3$, λ=3.561 µm, $\tau_1 \approx 10$ пс, I= 1 MW/cm2 и *ee-e* взаимодействие. Поскольку эта длина волны дает первый порядок условия QPM для 2- и 3-й гармоник, *период решетки равен 31 µm при комнатной температуре* [8].

На рис. 3.21 отображены результаты для реалистичного случая. Это проявляется при оптимальном значении величины пространственного чирпа (mm^{-2} и cm), которую кристаллу QPM дает эффективный многочастотный НСИ, как мы ожидали, даже в реалистичном случае. Длительности импульса 2- и 3-й гармоник были вычислены, состав τ2=0.5 ps и τ_3=0.8 пс соответственно. Другими словами, приблизительно в 20 и 12 раз сжаты импульсы 2- и 3-й гармоник соответственно.

Таким образом, численным методом показано, что в апериодических кристаллах одновременно можно реализовать последовательную генерацию второй и третьей гармоники с учетом расстройки групповых скоростей и их дисперсии. При этом происходит многократное сжатие импульсов второй и третьей гармоник.

На алгоритм программы для исследования одновременной последовательной генерации второй и третьей гармоник с учетом расстройки групповых скоростей и их дисперсии в апериодических кристаллах как программный продукт получено Свидетельство Патентного Ведомства Республики Узбекистан [71]. Развитую нами теорию можно использовать при исследовании других практически важных связанных нелинейно-оптических процессов, а также при решении подобных задач в других областях физики, например, акустики и оптоэлектроники, когда параметры среды меняются по определенному закону.

Таким образом, нами получены следующие основные результаты:

1. Определены классы симметрии оптических кристаллов, в которых возможно реализовать квазисинхронные взаимодействия.

2. Показано, что в принципе в кристаллах с нелинейной регулярной доменной структурой можно получить полное преобразование

частоты энергии основного непрерывного лазерного излучения в энергию второй гармоники.

3. Установлено, что максимальный коэффициент преобразования во вторую гармонику в кристаллах со слабой случайной нелинейной апериодичностью равен 0.25 и на больших длинах взаимодействия он не зависит от флуктуации толщины доменов.

4. Выявлено, что в кристаллах со случайной сильной нелинейной апериодичностью, при малых эффективностях преобразования основного излучения во вторую гармонику, зависимость ее интенсивности от интенсивности основного излучения может отличаться от квадратичной вплоть до линейной в отличие от однородных кристаллов.

5. Показано, что в субпикосекундном диапазоне длительностей импульсов (1пс) одновременный учет эффектов самовоздействия и фазовой модуляции (ФМ) импульса основного излучения (Ω-частотный параметр ФМ) приводит к сильному снижению эффективности преобразования во вторую гармонику в НФК $LiNbO_3$ (от 10 до 30%) при длине волны $\lambda = 1.06$ мкм и интенсивности основного излучения $I_{10} = 1\ ГВт/см^2$.

6. При длительности импульса 50 фс без фазовой модуляции и $\lambda = 0.8\ мкм$, $I_{10} = 62\ ГВт/см^2$ в НФК $LiNbO_3$ максимальная эффективность ВГ равна 90%, а в чирпированном (АНФК) – 80%.В случае более коротких импульсов без ФМ (10 фс) их удвоение частоты эффективнее протекает в чирпированных кристаллах при оптимальном подборе шага чирпа (δl =0.3 мкм) и эффективность достигает 60%,что больше, чем в НФК.

7. Установлено, что эффективность процессов вырожденного параметрического (ВПУ) и невырожденного параметрического усиления (НВПУ) в случае *ФМ импульсов* накачки на входе кристалла сильно зависит от величин Ω и δl.

8. Выявлено, что процесс ВПУ протекает эффективнее НФК $LiNbO_3$ при отрицательном оптимальном значении частотного параметра ($\Omega = -1$), чем при положительном ($\Omega = 1$) при $\lambda = 0.8\ мкм$ и $I_{10} = 62\ ГВт/см^2$.

9. Показано, что процесс НВПУ протекает наиболее эффективно в НФК $LiNbO_3$ в случае отрицательного частотного параметра (Ω

= – 2), чем при положительном (Ω = 2) для длительности импульса накачки 50 фс и $\lambda_3 = 0.8$ *мкм*, сигнала $\lambda_2 = 1.24$ *мкм* и холостой волны $\lambda_1 = 2.25$ *мкм*, при интенсивностях импульсов $I_{30} = 850$, $I_{20} = 8 \cdot 10^{-2}$ и $I_{10} = 8 \cdot 10^{-2}$ $ГВт/см^2$.

10. Установлено, что при длине волны импульса основного излучения λ=3.56 мкм в АНФК $LiNbO_3$ можно реализовать одновременную генерацию второй (ВГ) и третьей гармоник (ТГ). При этом достигнутые максимальные эффективности преобразования составляют 19 и 11 % соответственно для ВГ и ТГ. Выявлено, что при длительности импульса накачки 10 пс происходит компрессия (сжимание) импульсов ВГ и ТГ соответственно в 20 и 12 раз.

11. Разработаны алгоритмы, на основе использования программной среды MATLAB численного исследования процессов ГВГ в НФК, а также одновременной генерации ВГ и ТГ в АНФК, которые позволяют определить оптимальные параметры как лазерного излучения, так и НФК и АНФК для достижения максимальных эффективностей исследуемых процессов. На эти программные продукты получены два свидетельства Патентного Ведомства Республики Узбекистан (№DGU 02114 от 23.12.2010 и №DGU 02266 от 14.07. 2011), что свидетельствует о практическом применении полученных результатов в других областях науки [48,71].

Обобщая результаты, можно констатировать, что в монографии приведена развитая теория нелинейного взаимодействия лазерного излучения в НФК с периодическими и апериодическими структурами на основе использования аналитических и численных методов.

ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

ГВГ - генерация второй гармоники
ГТГ - генерация третьей гармоники
ОИ - основное излучение
ВГ - вторая гармоника
ТГ - третья гармоника
КП - коэффициент преобразования
ВПУ - вырожденное параметрическое усиление
НВПУ - невырожденное параметрическое усиление
РДС - регулярная доменная структура
АДС – апериодическая доменная структура
ФК - фотонный кристалл
НФК - нелинейный фотонный кристалл
ПНФК - периодический нелинейный фотонный кристалл
АНФК- апериодический нелинейный фотонный кристалл
СКИ - сверхкороткие лазерные импульсы
УФС - условия фазового синхронизма
УГС - условия группового синхронизма
КСВ - квазисинхронные взаимодействия
МНВ - модуляция нелинейной восприимчивости
МНКВ - модуляция нелинейной квадратичной восприимчивости
ФР - фазовая расстройка
ФМ - фазовая модуляция
РГС - расстройка групповых скоростей
ДГС- дисперсия групповых скоростей
ПЗП - приближение заданного поля
ПЗИ - приближение заданной интенсивности
НСИ - нелинейное сжатие импульса

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики: электромагнитные волны в нелинейных диспергирующих средах. М.: ВИНИТИ, 1965. - 295 с.

2. Гречин С. Г., Дмитриев В. Г., Чиркин А. С. Прикладная нелинейная оптика в журнале "Квантовая электроника" // Квантовая электроника. 2011. №12. (40). С.1061-1068.

3. Бломберген Н. Нелинейная оптика / Пер. с англ. Под ред. Ахманова С.А. и Хохлова Р.В. М.: Мир, 1966. - 424 с.

4. Joannopoulos J. D., Villeneuve P. R., Fan S. Photonic crystals: putting a new twist on light // Nature. 1997. V.386. P.143-149.

5. Манцызов Б. И. Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов. М.: Физматлит, 2009. - 207 с.

6. Berger V. Nonlinear photonic crystals // Phys. Rev. Letts. 1998. №19 (81). P. 4136-4139.

7. Чиркин А. С., Юсупов Д. Б. Квазисинхронные параметрические взаимодействия оптических волн при равенстве групповых скоростей // Квантовая электроника. 1982. №8 (9). С.1625-1629.

8. *Armstrong* J. A., *Bloembergen* N., Ducing D., Pershan P. S. Interaction between light wawes in a nonlinear dielectric // Phys.Rev.1962. №6 (127). P. 1918-1939.

9. Bloembergen N. Apparatus for converting light energy from one frequency another. U.S.A.1968. Patent № 3. 384 433.

10. Mc Mullen J. D. Optical parametric interactions in isotropic materials using a phase-corrected stack of nonlinear dielectric plates // J.Appl. Phys. 1975. №7 (46). P.3076-3081.

11. Okada M., Takizawa K., Ieiri S. Second harmonic generation by periodic laminar structure of nonlinear optical crystal // J.Opt.Commun. 1976. №3 (18). P.331-334.

12. Szilagui A., Hordvik A., Scholosberg H. A quasi-phase matching technique for efficient mixing and frequency doubling // J.Appl.Phys. 1976. №2 (47). P.2025-2032.

13. Thompson D. E., Mc Mullen J. D., Anderson D. B. Second harmonic generation in GaAs «stack of plates» using high-power CO_2 laser radiation // J.Appl.Phys.Lett.1976. №2(29). P.113-115.

14. Duan Feng, Nai-Ben Ming, Ning-Fen Hong, Yang-Shen Yang, Jin-Song Zhu, Zhen Yang, Ye-Ning Wang. Enhancement of second-harmonic generation in $LiNbO_3$ crystals with periodical laminar ferroelectric domains // J.Appl.Phys.Lett. 1980. №7(37). P.607-609.

15. Feisst A., Koidl P. Current induced periodic ferroelectrics domain structures in $LiNbO_3$ applied for efficient nonlinear optical frequency mixing // Appl.Phys.Lett.,1985. №12(47). P.1125-1127.

16. Lim E. J., Fejer M. M., Byer R. L. Second harmonic generation of green light in periodically poled planar lithium niobate waveguide // Electron. Lett. 1989. №1(25). P.174-175.

17. Ito H., Takyu C., Inaba H. Fabrication of periodic domain grating in $LiNbO_3$ de electron beam writing for application of nonlinear optical processes // Electron.Lett.1991. №12(27). P.1221-1222.

18. Fejer M. M., Magel G. A., Jundt D. H., Byer R. L. Quasi-Phase-Matched Second Harmonic Generation: Tuning and Tolerances // IEEE. Jour. Of Quantum Electronics. 1992. №11(28). P. 2631-2654.

19. Byer R. L. Quasi-phase matched nonlinear interactions and devices // J. Nonlinear Optical Physics&Materials.1977. V.6. P.549-573.

20. Новиков А. А. Само преобразование частоты лазерного излучения в активно-нелинейных кристаллах с регулярной доменной структурой: Дис. ... канд.физ.-мат.наук. М.:МГУ, 2005. - 155 с.

21. Chirkin A. S., Novikov A. A., Laptev G. D. Nonclassical light generation in the process of self-frequency halving in a periodically poled active nonlinear Nd:Mg:$LiNbO_3$ crystal // J. Optics B: Quantum and Semiclassical Optics, 2004. V. 6. P. 483.

22. Ахманов С. А., Ляхов Г. А., Руденко О. В., Шмальгаузен В. И. Параметрические взаимодействия волн в периодически неоднородных средах // Письма ЖТФ.1975. №13 (1). С.632-636.

23. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. - 343 с.

24. Марченко В. Ф. Преобразования частоты в нелинейных слоистых средах: Дис. канд.физ.-мат.наук. М.: МГУ, 1968. - 139 с.

25. Горшков А. С. Взаимодействие волн в нелинейных периодически неоднородных средах: Дис. ... канд.физ.-мат.наук. М.: МГУ, 1970. - 300 с.

26. Золотко А. С., Майер А. А., Сухоруков А. П. Нелинейное взаимодействие волн в средах с периодической структурой // Квантовая электроника.1978. №8 (5). С.1875-1878.

27. Майер А. А. Нелинейное взаимодействие волн в средах с периодической структурой в условиях брегговской дифракции: Дис. ... канд.физ.-мат. наук. М.: МГУ, 1980. С.132.

28. Ярив А. Квантовая электроника. М., 1980. - 488 с.

29. Тамира Т. Интегральная оптика. М.: Мир, 1978. - 344 с.

30. Винецкий В. Л., Кухтарев Н. В., Одулов С. Г., Соскин М. С. Динамическая самофокусировка когерентных световых пучков // УФН.1970. №1(129). С.113-137.

31. Воляк К. И., Ляхов Г. А. Нестационарные явления при параметрических взаимодействиях встречных волн // Радиотехника и электроника.1975. №3 (20). С.341-347.

32. Орлов Р. Ю., Скидан И. Б., Тагиев З. А., Телегин Л. С., Чиркин А. С. Спектральные особенности преобразователей частот мощных лазерных импульсов // Письма в ЖТФ.1975. №13 (2). С.619-623.

33. Тагиев З. А., Чиркин А. С., Юсупов Д. Б. // IV Всесоюзная конференция по физическим основам передачи информации лазерным излучением. Киев, 1976. С.161.

34. Ming N. B., Hong J. F., Feng D. The growth striations and ferroelectric domain structures in Czochralski-grown $LiNbO_3$ single crystals // J.Mater.Sci.1982. №10 (17). P.1663.

35. Fujimura M., Kintaka K. J. $LiNbO_3$ waveguide quasi-phase-matched second harmonic generation devices with ferroelectric domain-inverted gratings formed by electron-beam scanning // Lihgt Wave Technology. 1993. №10 (11). P.1360-1368.

36. Mizuuchi K., Yamamato K. First-order quasi-phase-matched second harmonic generation in a $LiTaO_3$ waveguide // Apll.Opt.1994. №9 (33). P.1812.

37. Hansch T. W. A proposed sub-femtosecond pulse synthesizer using separate phase-locked laser oscillators // Opt.Commun. 1990. №1 (80). P.71-75.

38. Kawai S., Ogawa T., Lee H. S. Second harmonic generation from needlelike ferroelectric domains in $Sr_{0.6}Ba_{0.4}Nd_2O_6$ single crystals // Appl.Phys. Lett. 1998. №6 (73). P.768-770.

39. Дмитриев В. Г., Тарасов Л. В. Прикладная нелинейная оптика. М.: Физматлит, 2004. - 512 с.

40. Ахманов С. А., Вислоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988.

41. Юсупов Д. Б. Преобразованиие частоты лазерного излучения в оптических кристаллах с пространственной модуляцией нелинейной восприимчивости. Дис. ... докт. физ.-мат наук. Ташкент, Отдел теплофизики АН РУз, ТашГАИ, 2008. С.249.

42. Yusupov D. B. On the Theory of the Second Harmonic in Nonlinear Crystals with a Regular Domain Structure // Laser Physics. 2006. №3 (16). Pp.503-506.

43. Ю с у п о в Д. Б. Генерация второй оптической гармоники в кристаллах с модуляцией нелинейных восприимчивостей // Узбекский физический журнал. 2005. №(5-6) (7). С.341-347.

44. Т а г и е в З. А., Ч и р к и н А. С. // ЖЭТФ, 1977. №73. С. 448.

45. М о р о з о в Е. Ю., К а м и н с к и й А. А., Ч и р к и н А. С., Ю с у п о в Д. Б. Особенности генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах с разупорядоченной доменной структурой // Письма в ЖЭТФ. 2001. №12 (73). С.731-734.

45. M o r o z o v E. Yu., K a m i n i s k i A. A., C h i r k i n A. S., Y u s u p o v D. B. Second Optical Harmonic Generation in Nonlinear Crystals with a Disordered Domain Structure // JETP Letters.-Moscow, 2001. №12(73). P.647-650.

46. K a w a i S., O g a w a T., L e e H. S. Second harmonic generation from needlelike ferroelectric domains in $Sr_{0.6}Ba_{0.4}Nd_2O_6$ single crystals // Appl.Phys. Lett.1998. №6(73). P.768-770.

47. Н о в и к о в А. А., Ч и р к и н А. С. Связанные многоволновые взаимодействия в апериодически поляризованных нелинейно-оптических кристаллах // ЖЭТФ. 2008. Вып.2. №133. С.1-12.

48. Ю с у п о в Д. Б., С а п а е в У. К. Оптимальная генерация второй гармоники. Государственное Патентное Ведомство Республики Узбекистан. Официальный Бюллетень. Ташкент, 2011. 1(117). С.182.

49. Y u s u p o v D. B., C h i r k i n A. S. // Frequency Doubling of Phase-Modulated Femtosecond Laser Pulses in Periodically Poled and Chirped Nonlinear Crystals // Journal Physics of Wave Phenomena. Moscow, 2007. №4(15). P.263-271.

50. Y u s u p o v D. B. Degenerate Parametric Frequency Conversion of Phase-Modulated Femtosecond Laser Pulses in Crystals with a Regular and Chirped Domain Structure // Journal of Laser Physics. Moscow, 2008. №1(18). P.43-51.

51. A k h m a n o v S. A., K o v r i g i n A. I., S u h a r u k o v A. P. Optical harmonic generation and optical frequency multipliers // Quantum elect.: A treatise. Acad. Press. INC. 1975. №6(1). P.475-479.

52. Ч и р к и н А. С., Ю с у п о в Д. Б. О генерации второй оптической гармоники фокусированными пучками в слоистых средах // Квантовая электроника. 1981. №2(8). С.440-443.

53. A g a t e B., R a f a i l o v E. U., S i b b e t t W., S a l t i e l S. M., B a t t l e P., F r y T., N o o n a n E. Highly efficient blue-light generation from a compact, diode-pumped femtosecond laser by use of a periodically poled KTP waveguide crystal // Optics Letters. 2003. №20 (28). P.1963–1965.

54. Yeung Lak Lee, Changsoo Jung, Young-Chul Noh, Do-Kyeong Ko, Joungmin Lee. Photorefractif Effect in a Peridically Poled Ti:$LiNbO_3$ Channel Waveguide // Jour. Korean Physical Society.2004. №2 (44). P.267-270.

55. Guo-Ding Xu, Yue-Hua Wang, Yong-Yuan Zhu, Shi-Ning Zhu, Nai-Ben Ming. Third harmonic generation in a $LiNbO_3$ channel waveguide with a quasi-periodic grating // J.Opt.Soc.Am.B.2004. №3 (21). P.568-573.

56. Юсупов Д.Б. Генерация второй оптической гармоники в Ti:$LiNbO_3$ волноводе с периодической регулярной доменной структурой // Международная научно-практическая конференция «Перспективы развития авиационной техники и технологий в Республике Узбекистан» ТГАИ: Тез. докл. Ташкент, 2006. С.110-112.

57. Юсупов Д. Б., Ноурози Р. Удвоение частоты непрерывного лазерного излучения в Ti:$LiNbO_3$ волноводе с периодической регулярной доменной структурой // Узбекский физический журнал. 2007. №1(9). С.34-37.

58. Юсупов Д. Б. Умножение оптических частот в кристаллах с модуляцией нелинейных восприимчивостей // Материалы Конференции, посвященной году физики «Физика в Узбекистане», проведенной АН Республики Узбекистан. Ташкент, 2005. С.117.

59. Юсупов Д. Б. Генерация второй гармоники в Ti:$LiNbO_3$ волноводе с периодической регулярной доменной структурой // III Международная конференция по молекулярной спектроскопии. Самарканд: СамГУ, 2006. С.70-71.

60. Arbore M. A., Fejer M. M. Singly resonant optical parametric oscillation in periodically poled lithium niobate waveguides // Opt. Lett. 1997. №2 (22). P.151-153.

61. Yeung Lak Lee, Changsoo Jung, Young-Chul Noh, Do-Kyeong Ko, Joungmin Lee. Photorefractif Effect in a Peridically Poled Ti:$LiNbO_3$ Channel Waveguide // Jour. Korean Physical Society. 2004. №2 (44). P.267-270.

62. Yusupov D. B., Sapaev U. K. Multistep third harmonic generation of femtosecond laser pulses in periodically and chirped- periodically poled lithium niobate // Journal of Russian Laser Research. 2009. V.30. №4. P.321-326.

63. Юсупов Д. Б., Шерниязов А. Генерация третьей оптической гармоники фемтосекундных лазерных импульсов в неоднородных кристаллах с периодической и апериодической квадратичной восприимчивостью // Материалы Международной конференции, посвященной 100-летию акад. У.А.Арифова. UZPEC-5. Институт электроники АН РУз. Ташкент, 28-30 октября, 2009. С. 152.

64. Ю с у п о в Д. Б. Последовательная генерация третьей оптической гармоники сверхкоротких лазерных импульсов в кристаллах с регулярной доменной структурой // Научная конференция, посвященная 50-летию физического ф-та НУУз. Ташкент: НУУз, 2009, 12-ноября. С. 92.

65. Ю с у п о в Д. Б., С а п а е в У. К., Ш е р н и я з о в А. Современные проблемы физики и физическое образование. Самарканд: СамГУ, 11-12 декабря, 2009. С.163

66. Ю с у п о в Д. Б., С а п а е в У. К., Ш е р н и я з о в А. А. Последовательная генерация третьей гармоники в кристаллах с периодическими и апериодическими нелинейными неоднородностями // Журнал «Современные проблемы статистической радиофизики» (Россия). 2010. Т. 8. С.100-105.

67. Y u s u p o v D. B., S a p a e v U. K. Multicolor nonlinear pulse compression by consecutive optical parametric amplification in quasi-phase matched structures. Inter. Conf. ICONO/LAT -2010. Kazan (Russian). 23-27 august. 2010.

68. Ю с у п о в Д. Б., С а п а е в У. К., Ш е р н и я з о в А. А. Генерация третьей оптической гармоники сверхкоротких лазерных импульсов в кристаллах с регулярными доменными структурами // Республиканская научная конференция «Современные проблемы физики». Самарканд: СамГУ, 28-29 мая, 2010. С.201-203.

69. S a p a e v U. K., Y u s u p o v D. B., A s s a n t o G. Efficient Pulse compression and phase-modulation laser pulses in engineered quasi-phase-matching gratings. Journal of Physics of Wave Phenomena. Moscow, 2011. V.19. №2. P.1-5.

70. S a p a e v U. K., Y u s u p o v D. B., A s s a n t o G. Multicolor nonlinear pulse compression by consecutive optical parametric amplification in quasi-phase matched structures // Pros.of SPIE (USA) 2011. V.7993. P. 79930Q1-79930Q6.

71. Ю с у п о в Д. Б., С а п а е в У. К. Эффективная последовательная генерация второй и третьей гармоники. Государственное Патентное Ведомство Республики Узбкистан.Официальный Бюллетень. Ташкент, 2011. 8(124). 406.

Оглавление

5000 сум

Ю 91
Юсупов, Д.Б.
Нелинейная оптика фотонных кристаллов / Д.Б.Юсупов, У.К.Сапаев. МВ и ССО РУз, Ташкентский гос. техн. ун-т им. Абу Райхана Беруни. – Ташкент: Фан, 2012. – 128 с.
I. Сапаев, У.К.

ISBN 978-9943-19-203-4
УДК 535:530.182
ББК 22.343

Утверждено к печати Ученым советом Ташкентского государственного технического университета им. Абу Райхана Беруни Министерства высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан

Редактор: *А.С.Михерева*
Корректор: *К.Загряжская*
Технический редактор: *М.Абидова*
Верстка: *Д.Абдуллаев*

Лицензия издательства AI №138, 27.04.2009 г.
Изд. № 3-26. Сдано в набор 16.04.2012.
Подписано в печать 30.04.2012. Формат $60x84^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Гарнитура Times. Уч-изд. л. 7.0. Усл.-печ. л. 7,44.
Тираж 100. Цена договорная.

Издательство «Фан» АН РУз. 100170, Ташкент, ул. И.Муминова, 9.
Тел./факс: (8-371) 262-80-65, 262-70-40.
E-mail: fannashriyot@yandex.com
Отпечатано с оригинал-макета Издательства “Фан” АН РУз в отделе полиграфии ООО Издательство «Истиклол». Заказ №48.
100129, Ташкент, Навои, 30.