

Бу китобда олий техника ўқув юрларида турли программалар асосида ўқиладиган назарий механика курсининг барча бўлимлари бўйича масалалар кiritилган. Унда қийинлик даражаси турлича масалалар мавжудлиги тўпلامдан университетлар, олий техника ўқув юрлари ва техникумларда фойдаланиш имконини беради.

Ҳозирги техника тараққиётини ақс эгитирувчи жуда кўп масалалар берилган. Голономсиз боғланишли моддий системалар механикасига, шунингдек, тасодифий характерли кучлар ва моментларга эга бўлган системалар механикасига бағишланган янги бўлимлар бор.

Университетлар ва олий техника ўқув юрларининг студентларига мўлжалланган

Махсус муҳаррир Қодир Мўминов

М 1603020000 — 102 162 — 89
353 (04) — 89
ISBN 5-645-00498 — 1

© Издательство «Наука», 1986
© «Ўқитувчи» нашриёти,
русчадан таржима,
1989

ЎЗБЕКЧА НАШРИГА СЎЗ БОШИ

Машҳур совет механикларидан бири И. В. Мешчерский асос солган «Назрий механикадан масалалар тўплами» 1914 йилдан бошлаб рус тилида нашр қилина бошлаган.

«Тўпламининг» биринчи русча нашрига киритилган масалаларни Л. В. Ассур, Б. А. Бахматъев, И. И. Бетковский, А. А. Горев, К. М. Дубяга, А. М. Ларионов, И. В. Мешчерский, В. Ф. Маткевич, Е. Л. Николаи, К. Э. Рерих, Д. Л. Тагеев, В. В. Таклинский, С. П. Тимошенко, А. И. Тудоровский, А. П. Фандер-Флиг, А. К. Федерман, В. Д. Шатров ва бошқалар тузишган.

Тўпламининг ўн биринчи, ўн тўртинчи, ўн олтинчи, ўлтиз иккинчи ва ўлтиз бешинчи русча нашрларига қайта ўзгаришлар киритилди: бир қанча янги масалалар, янги параграф ва боблар билан тўлдирилди; маъмулан эскирган масалалар чиқариб ташланди. Бунда М. И. Акимов, М. И. Бать, Б. Н. Берг, Н. В. Бутенин, И. С. Вабишчевич, Н. К. Горниц, Г. Ю. Джаналидзе, Ю. В. Долголенко, Н. А. Докучаев, В. Л. Кан, А. С. Кельзон, М. З. Коловский, Ю. Г. Корнилов, Н. И. Идельсон, И. Е. Лившиц, А. И. Лурье, К. В. Меликов, Д. Р. Меркин, Е. К. Митропольский, Н. Н. Наугольная, П. И. Немлоби, Н. П. Неронов, Е. Л. Николаи, В. Ф. Пекин, П. Н. Семенов, А. А. Смирнов, Б. А. Смольников, С. А. Сороков, К. И. Страхович, М. Л. Франк, А. И. Холодняк, А. И. Цимлов, А. И. Чекмарев, Ф. Г. Шмидт ва бошқалар иштирок этганлар.

Қайта ишланган нашрларда А. И. Лурьенинг хизматлари каттадир. СССРда 1980 йил 1 январдан жорий этилган Ўзаро Иқтисодий Ёрдам Кенгаши стандарти (СТ СЭВ 1052-78) га мослаб ўлтиз бешинчи русча нашрида масалалардаги катталиклар Халқаро бирликлар системаси (СИ) га ўтказилди ва қўлланма тубдан қайта ишланди. Мазкур ўзбекча нашр «Тўплам» нинг ўлтиз олтинчи русча нашрининг таржимасидан иборат.

Таржима ва китоб маъмуни хусусидаги фикр-мулоҳазаларингизни «Ўқитувчи» нашриётига юборишингизни сўраймиз.

Таржимонлар:

ЎзССР ФА академиги **В. Қ. Қобулов,**
Ш. Н. Хабибуллаев,
Й. Э. Эгамбердиев.

БИРИНЧИ БЎЛИМ

ҚАТТИҚ ЖИСМ СТАТИКАСИ

1 Б О Б

ТЕКИСЛИКДАГИ КУЧЛАР СИСТЕМАСИ

1-§. Бир тўғри чизиқ бўйлаб таъсир қилувчи кучлар

1.1. Бирининг оғирлиги 10 Н, иккинчисиники 5 Н бўлган иккита тош юқори учи қўзғалмас нуқтага бириктирилган арқоннинг икки нуқтасига каттаси кичиридан пастроқ қилиб осилган. Арқоннинг тортилиш кучлари аниқлансин.

Жавоб: 10 Н ва 15 Н.

1.2. Буксир кетма-кет уланган катта-кичик учта баржани тортмоқда. Буксир винтнинг тортиш кучи шу пайтда 18 кН га тенг. Сувнинг буксир ҳаракатига қаршилиги 6 кН га тенг; сувнинг биричи, иккинчи ва учинчи баржалар ҳаракатига қаршилиги, мос равишда 6 кН, 4 кН ва 2 кН. Баржаларни бир-бирларига ва буксирга улаш учун олинган арқон 2 кН қўзғувчи кучга хавфсиз чидайди. Агар буксир ва баржалар тўғри чизиqli ва тенг ўлчовли ҳаракат қилса, буксирдан биринчи баржага, биринчи баржадан иккинчи баржага ва иккинчи баржадан учинчи баржага нечадан арқон тортиши керак?

Жавоб: 6, 3 ва 1 арқон.

✓ 1.3. Оғирлиги 640 Н бўлган одам шахтанинг тубида турибди; қўзғалмас блокдан ўтказилган арқон ёрдами билан бу одам 480 Н юкни ушлаб туради. 1) Одам шахта тубига қандай босим кўрсатади? 2) Бу одам арқон ёрдамида кўни билан қанча юкни ушлаб тура олади?

Жавоб: 1) 160 Н; 2) 640 Н.

1.4. Поезд тўғри чизиqli горизонтал йўлда ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади; поезднинг электровоздан ташқари оғирлиги $12 \cdot 10^3$ кН. Агар поезднинг ҳаракатига бўлган қаршилик унинг рельсга кўрсатадиган босимнинг 0,005 қисмига тенг бўлса, электровознинг тортиш кучи қанча?

Жавоб: 60 кН.

1.5. Пассажир поезди электровоз, 400 кН оғирликдаги багаж ва юни ва ҳар бири 500 кН оғирликдаги 10 та пассажир вагонидан иборат. Агар поезд ҳаракатига бўлган қаршилик поезд оғирлигининг 0,005 қисмига тенг бўлса, вагон тортқилари қандай куч билан тортилади ва электровознинг тортиш кучи қанча бўлади? Масалани

ечишида поездининг ҳаракатини текис ҳаракат ва ҳаракатга бўлган қаршилиқ кучлари вагонлараро уларнинг оғирликларига пропорционал тақсимланган деб қабул қилинсин.

Жавоб: Электровознинг тортиш кучи 27 кН, $T_{11} = 2,5$ кН, $T_{10} = 2 \cdot 2,5$ кН ва χ , (қуйи индекс электровоздан бошлаб вагоннинг номерини билдиради).

2-§. Таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишувчи кучлар

2.1. Мунтазам олтибурчак марказига миқдорлари 1, 3, 5, 7, 9 ва 11 Н бўлган ва кўпбурчакнинг учларига қараб йўналган кучлар қўйилган. Тенг таъсир этувчи ва мувозанатловчи кучнинг миқдори ва йўналиши топилсин.

Жавоб: 12 Н; мувозанатловчи кучнинг йўналиши берилган 9 Н ли куч йўналишига қарама-қаршидир.

✓ 2.2. 8 Н ли куч ҳар бири 5 Н дан бўлган иккита кучга ажратилсин. Шу кучни ҳар бири 10 Н, ёки 15 Н, ёки 20 Н дан ва ҳоказодан иборат иккита кучга ажратиш мумкинми? 100 Н дан бўлган иккита кучга-чи?

Жавоб: Агар таниқил этувчилар йўналишлари берилмаган бўлса, ажратиш мумкин.

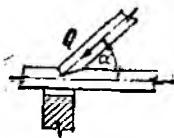
✓ 2.3. Горизонтга $\alpha = 45^\circ$ бурчак остида оғган стропила оёғи бўйлаб $Q = 2,5$ кН куч таъсир қилади. Бу ҳолда горизонтал тўси бўйлаб қандай \vec{S} зўрқиш пайдо бўлади ва вертикал йўналишда деворга қандай \vec{N} куч таъсир қилади?

Жавоб: $S = N = 1,77$ кН.

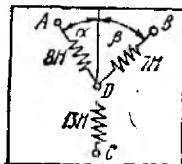
✓ 2.4. Тўғри каналнинг қирғоқлари бўйлаб ўзгармас тезлик билан юрувчи икки трактор каналдаги қайиқни икки арқон билан тортиб боради. Арқонларнинг тортилиш кучлари 0,8 кН ва 0,96 кН га ва улар орасидаги бурчак 60° га тенг. Агар қайиқ каналнинг қирғоқларига параллел равишда ҳаракатланса, қайиқнинг ҳаракати вақтида унга сувнинг кўрсатадиган қаршилиги P ва арқонлар билан қирғоқлар орасида ҳосил бўлувчи α ва β бурчаклар топилсин.

Жавоб: $P = 1,53$ кН; $\alpha = 33^\circ$; $\beta = 27^\circ$.

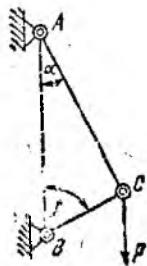
2.5. Пружинали учта тарозининг A , B ва C ҳалқалари горизонтал тахтага қўзғалмас қилиб ўрнатилган. Тарозининг илмоқларига учта



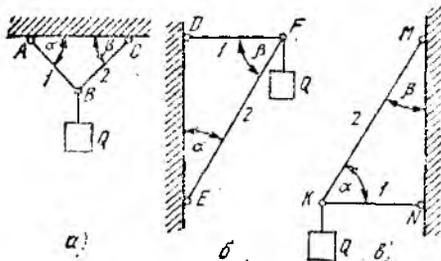
2.3-масалага



2.5-масалага



2.6-масалага



2.7- масалага

арқон боғланган ва улар тортилиб, бир D тугунга бириктирилган. Тарозилар 8, 7- ва 13 Н кўрсатади. Расмда кўрсатилгани каби, арқонларнинг йўналишлари орасида ҳосил бўлган α ва β бурчаклар топилисин.

Жавоб: $\alpha = 27,8^\circ$; $\beta = 32,2^\circ$.

2.6. Оғирликлари эътиборга олинмайдиган AC ва BC стерженлар бир-бири ва вертикал девор билан шарнирлар воситасида бириктирилган. Шарнирли C болтга $P = 1000$ Н вертикал куч таъсир қилади. Агар стерженлар билан девор орасидаги бурчаклар $\alpha = 30^\circ$ ва $\beta = 60^\circ$ бўлса, шарнирли C болтга стерженларнинг кўрсатадиган реакциялари аниқлансин.

Жавоб: 866 Н, 500 Н.

2.7. Олдинги масаладаги каби, a , b ва v расмларда бир-бири, шни ва деворлар билан шарнирлар воситасида бириктирилган стерженлар схема тарзида тасвирланган. B , F ва K шарнирли болтларга $Q = 1000$ Н юк осилган; стерженлар оғирликларини ҳисобга олмай, қуйидаги ҳоллар учун улардаги зўриқишлар аниқлансин:

а) $\alpha = \beta = 45^\circ$;

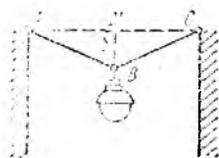
б) $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$;

в) $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$.

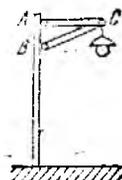
Жавоб: а) $S_1 = S_2 = 707$ Н; б) $S_1 = 577$ Н; $S_2 = -1154$ Н*;
в) $S_1 = -577$ Н; $S_2 = 1154$ Н.

2.8. Кўча фонари ABC троснинг ўртасидаги B нуқтага осилган, бу троснинг учлари бир горизонталда турувчи A ва C илмоқларга илинган. Агар фонарнинг оғирлиги 150 Н, бутун ABC троснинг узунлиги 20 м ва фонар осилган нуқтанинг горизонталдан пасайиши $BD = 0,1$ м га тенг бўлса, троснинг AB ва BC қисмларидаги \vec{T}_1 ва \vec{T}_2 таранглик кучлари топилисин. Троснинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

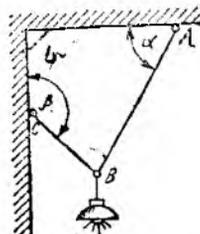
Жавоб: $T_1 = T_2 = 7,5$ кН.



2.8- масалага

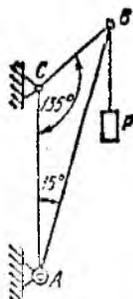


2.9- масалага

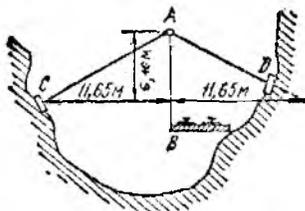


2.10- масалага

* минус ишора стерженнинг сиқилиб турганини билдиради.



2.11-масалага



2.12-масалага

2.9. Оғирлиги 300 Н бўлган кўча фонари AC горизонтал стержень ва BC тиргак ёрдами билан вертикал устунга осилган. $AC = 1,2$ м, $BC = 1,5$ м. AC ва BC стерженлар A , B ва C нуқталарда шарнирлар билан бириктирилган. Стерженларнинг оғирликларини ҳисобга олмай, улардаги S_1 ва S_2 зўриқишлар топилсин.

Жавоб: $S_1 = 400$ Н, $S_2 = -500$ Н.

2.10. Оғирлиги 20 Н бўлган электр лампа AB шнурда шунга осилган ва кейин BC арқон билан деворга тортиб қўйилган. Бурчак $\alpha = 60^\circ$ ва бурчак $\beta = 135^\circ$ деб олиб, AB шнурининг T_A , BC арқонининг T_C таранглик кучлари аниқлансин. Шнур ва арқоннинг оғирликлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T_A = 14,6$ Н; $T_C = 10,4$ Н.

2.11. Мачта крани AB стрела ва CB занжирдан иборат; AB стрела мачтага A шарнир воситасида бириктирилган. Стреланинг B учига $P = 2$ кН юк осилган; бурчаклар: $BAC = 15^\circ$, $ACB = 135^\circ$. CB занжирдаги T таранглик кучи ва AB стреладаги Q зўриқиши аниқлансин.

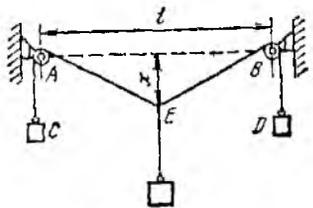
Жавоб: $T = 1,04$ кН; $Q = 2,83$ кН.

2.12. Тоғларда қурилган темир йўлда йўлнинг дара ичидаги бир қисми расмда кўрсатилгандек осилган. AB осмага $P = 500$ кН куч таъсир қилади деб ҳисоблаб, AC ва AD стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин.

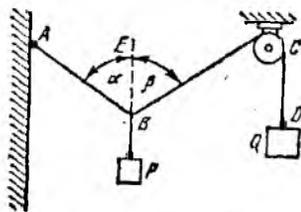
Жавоб: AC ва AD стерженларнинг ҳар бири 539 кН га тенг куч билан қисилган.

2.13. $AB = l$ горизонтал тўғри чизиқда жойлашган иккита A ва B блоклар орқали $CAEBD$ арқон ўтказилган. Арқоннинг C ва D учаларига ҳар қайсинининг оғирлиги p бўлган тошлар, E нуқтасига эса оғирлиги P бўлган тош осилган. Юклар мувозанатлашганда E нуқтанинг AB тўғри чизиқдан пасайиши x аниқлансин. Блокларнинг ўлчамлари ва улардаги ишқаланиш ҳамда арқоннинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $x = \frac{Pl}{2\sqrt{4p^2 - P^2}}$



2.13- масалага



2.15- масалага

2.14. Оғирлиги 25 Н юкли блоклардан ўтказилиб, юклар билан тортиб қўйилган иккита арқон ёрдамида мувозанатда ушлаб турилади. Юклардан бирининг оғирлиги 20 Н, шу юк осилган арқон билан вертикал орасидаги бурчакнинг синуси 0,6 га тенг. Иккинчи юкнинг оғирлиги p ва иккинчи арқон билан вертикал орасидаги α бурчак топилсин. Блоклардаги ишқаланиш ва арқонларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

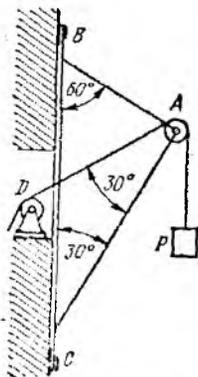
Жавоб: $p = 15$ Н; $\sin \alpha = 0,8$.

2.15. Бир учи A нуқтага бириктирилган AB арқоннинг B нуқтасига P юк ва блокдан ўтказилган BCD арқон боғланган. Арқоннинг D учига оғирлиги 100 Н бўлган Q юк уланган. Агар мувозанат ҳолатида арқонлар билан BE вертикал орасидаги бурчаклар $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ бўлса, AB арқондаги T таранглик кучи ва P юкнинг катталиги аниқлансин. Блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

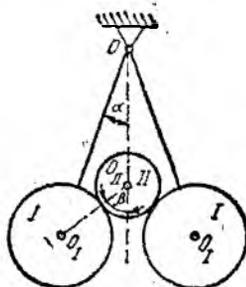
Жавоб: $T = 122$ Н, $P = 137$ Н.

2.16. $P = 20$ кН юк A ва D блоклар орқали ўтказилган занжир воситасида BAC магазинли кран билан кўтарилади. D блок деворга шушлай маҳкамланганки, бурчак $CAD = 30^\circ$. Краннинг стерженлари орасидаги бурчаклар: $ABC = 60^\circ$, $ACB = 30^\circ$. AB ва AC стерженлардаги Q_1 ва Q_2 зўриқишлар аниқлансин.

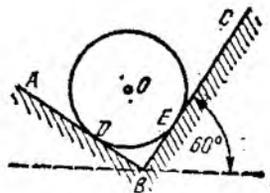
Жавоб: $Q_1 = 0$, $Q_2 = -34,6$ кН.



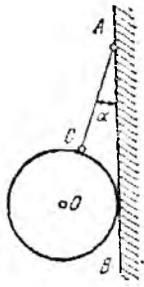
2.16- масалага



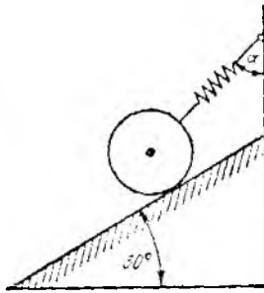
2.17- масалага



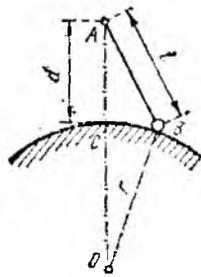
2.18- масал. га



2.19- масалага



2.20- масалага



2.21- масалага

2.17. Ҳар бири P оғирликдаги иккита бир хил I цилиндрлар O нуқтага иплар билан осиб қўйилган. Улар орасига Q оғирликдаги II цилиндрни эркин ташлаб қўйилган. Цилиндрлар системаси мувозанатда. I цилиндрлар бир-бирига тегмайди. Ипларнинг вертикал билан ҳосил қилган α бурчак ҳамда I ва II цилиндрлар маркази орқали ўтувчи тўғри чизикнинг вертикал билан ҳосил қилган β бурчаги орасидаги боғланиш аниқлансин.

Жавоб: $\operatorname{tg}\beta = \left(\frac{2P}{Q} + 1\right) \operatorname{tg}\alpha$.

2.18. Бир-бирига тик бўлган иккита силлиқ AB ва BC оғма текисликларда оғирлиги 60 Н бўлган бир жинсли O шар турибди. BC текислик билан горизонтал орасидаги бурчак 60° . Шарнинг ҳар қайси текисликка кўрсатадиган босими аниқлансин.

Жавоб: $N_D = 52$ Н, $N_E = 30$ Н.

2.19. Силлиқ вертикал AB деворга AC арқон воситасида бир жинсли O шар осилган. Арқон девор билан α бурчак ҳосил қилади, шарнинг оғирлиги P . Арқоннинг таранглик кучи T ва шарнинг деворга босими Q аниқлансин.

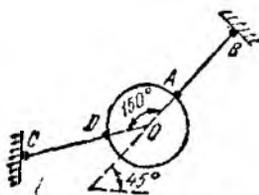
Жавоб: $T = \frac{P}{\cos \alpha}$, $Q = P \operatorname{tg}\alpha$.

2.20. Оғирлиги 20 Н бўлган бир жинсли шар силлиқ оғма текислик устида трос ёрдамида ушлаб турилади; бу трос текисликдан юқорироққа маҳкамланган пружинали тарозига боғланган; пружинали тарозининг кўрсатиши 10 Н га тенг. Горизонтал билан текислик орасидаги бурчак 30° . Трос билан вертикал орасидаги α бурчак ва шарнинг текисликка кўрсатадиган Q босими аниқлансин. Пружинали тарозининг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

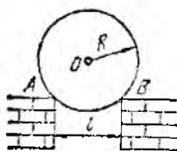
Жавоб: $\alpha = 60^\circ$, $Q = 17,3$ Н.

2.21. Оғирлиги P бўлган B шарча қўзғалмас A нуқтага AB ип билан осилган бўлиб, r радиусли силлиқ сфера сиртида туради. A нуқтадан сфера сиртигача бўлган масофа $AC = d$. Ипнинг узунлиги $AB = l$, OA тўғри чизик — вертикал. Ипдаги таранглик кучи T ва сферанинг реакцияси Q топилсин. Шарчанинг радиуси ҳисобга олинмасин.

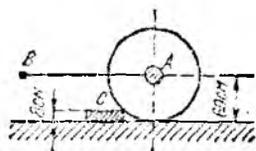
Жавоб: $T = P \frac{l}{d+r}$, $Q = P \frac{r}{d+r}$.



2.22- масалага



2.23- масалага



2.24- масалага

2.22. Оғирлиги 10 Н бўлган бир жинсли шар иккита AB ва DC трос воситасида мувозанатда ушлаб турилади. Бу трослар битта вертикал текисликда жойлашган бўлиб, бир-бири билан 150° бурчак ташкил қилади. AB трос горизонт билан 45° бурчак ҳосил қилади. Трослардаги таранглик кучи топилсин.

Жавоб: $T_B = 19,3$ Н, $T_C = 14,1$ Н.

2.23. Радиуси $R = 1$ м, узунлиги бўйича текис таралган оғирлиги $P = 40$ кН бўлган қозон ёишт деворнинг чиққларида туради. Деворлар орасидаги масофа $l = 1,6$ м. Ишқазанишни ҳисобга олмай, A ва B нуқталарга қозондан тушадиган босим топилсин.

Жавоб: $N_A = N_B = 33,3$ кН.

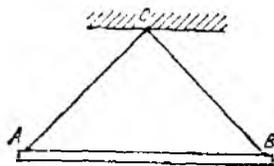
2.24. Бир жинсли шиббаловчи катокнинг оғирлиги 20 кН, радиуси 60 см. Баландлиги 8 см га тенг бўлиб, расмда кўрсатилгандек жойлашган тош плита устидан катокни олиб ўтиш учун керак бўлган горизонтал зўриқиш P топилсин.

Жавоб: $P = 11,5$ кН.

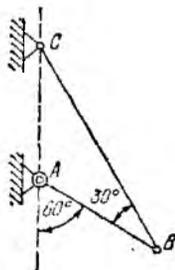
2.25. Оғирлиги 160 Н, узунлиги 1,2 м бўлган бир жинсли AB стержень C нуқтада иккита AC ва CB трослар билан осиб қўйилган. Иккала троснинг узунлиги 1 м дан. Трослардаги таранглик кучлари аниқлансин.

Жавоб: Ҳар қайси тросдаги таранглик кучи 100 Н га тенг.

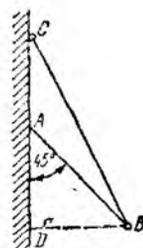
2.26. Бир жинсли AB стержень вертикал деворга A шарнир билан бириктирилган. Уни стержень билан 30° бурчак ҳосил қилувчи BC трос вертикалга нисбатан 60° бурчак остида ушлаб туради. Стерженинг оғирлиги 20 Н га тенг. Шарнир реакцияси R ning миқдори ва йўналиши аниқлансин.



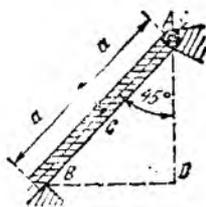
2.25- масалага



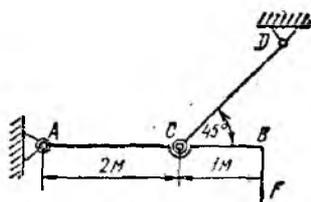
2.26- масалага



2.27- масалага



2.28- масалага



2.29- масалага

Жавоб: $R = 10$ Н, бурчак $(\widehat{R, AC}) = 60^\circ$.

2.27. Ҳузунлиги 2 м, оғирлиги 50 Н бўлган бир жишли AB бруснинг юқориги A учи силлиқ вертикал деворга тиралган. Пастки B учига BC трос боғланган. Брус $BAD = 45^\circ$ бурчак ҳосил қилиб мувознатда тургани учун тросни деворга қандай AC масофада бириктириш керак? Тросдаги таранглик кучи T ва девор реакцияси R топилади.

Жавоб: $AC = AD = 1.41$ м; $T = 56$ Н, $R = 25$ Н.

2.28. Кесими расмда кўрсатилган AB дераза ромни A шарнирнинг горизонтал ўқи атрофида айланиши мумкин. У ўзининг пастки B учи билан таянчга тиралган. Агар ромнинг оғирлиги 89 Н ва у ромнинг ўртаси C га қўйилган ҳамда $AD = BD$ бўлса, таянч реакциялари қанча бўлади?

Жавоб: $R_A = 70.4$ Н, $R_B = 31.5$ Н.

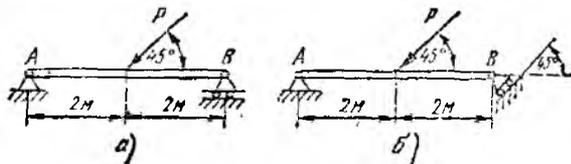
2.29. AB балкани CD стержень горизонтал ҳолатда тутиб туради. A, C ва D боғланишлар шарнирлидир. Агар балканинг учига $F = 5$ кН вертикал куч таъсир қилаётган бўлса, A ва D таянчлар реакциялари қанча бўлади? Ҳаловлар расмда кўрсатилган. Балка ва стерженьнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_A = 7.9$ кН, $R_D = 10.6$ кН.

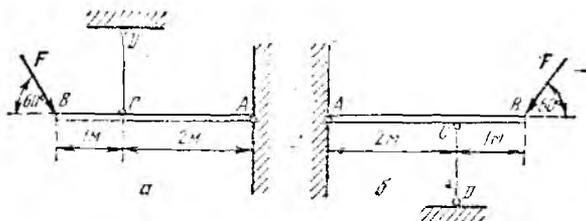
2.30. AB балка A таянчга шарнир билан бириктирилган, унинг B учи катовка қўйилган. Балканинг ўртасига унинг ўқига 45° бурчак остида $P = 2$ кН куч қўйилган. Балканинг оғирлигини ҳисобга олмай, a ва б ҳоллар учун таянч реакциялари аниқласин. Ҳаловлар расмдан олинсин.

Жавоб: а) $R_A = 1.58$ кН, $R_B = 0.71$ кН;

б) $R_A = 2.24$ кН, $R_B = 1$ кН.



2.30- масалага



2.31- масалага

2.31. Расмларда вертикал CD стерженлар билан горизонтал ҳолатда тутиб турилувчи AB балкалар кўрсатилган. Балкаларнинг учига горизонтга 60° қияланган $F = 30$ кН кучлар таъсир қилади. Ҳама-ларини расмдан олиб, CD стерженлардаги S зўриқишлар ва балкаларнинг деворга кўрсатадиган Q босими аниқлансин. A , C ва D бирикми нуқталарида шарнирлар бор. Стержень ва балкаларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $S = 39$ кН, $Q = 19,8$ кН.

2.32. ACB электр сими иккита столба орасида шундай тортилганки, у солқиш стреласи $CD = f = 1$ м бўлган текис эгри чизиқ ҳосил қилади. Столбалар орасидаги масофа $AB = l = 40$ м. Симнинг оғирлиги $Q = 0,4$ кН. Симнинг ўртасидаги T_C , учларидаги T_A ва T_B таранглик кучлари аниқлансин.

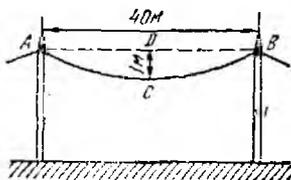
Масалани ечганда симнинг ҳар қайси ярмининг оғирлиги энг яқиндаги столбадан $\frac{l}{4}$ масофада бўлган жойга тушади деб ҳисоблансин.

Жавоб: $T_C = \frac{Ql}{8f} = 2$ кН; $T_A = T_B = 2,01$ кН.

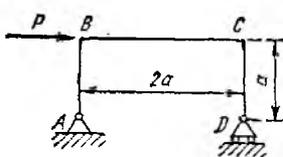
2.33. Расмда тасвирланган ромда B нуқтага қўйилган P горизонтал куч таъсиридан ҳосил бўладиган R_A ва R_D таянч реакциялари аниқлансин. Ромнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_A = P \frac{\sqrt{5}}{2}$; $R_D = \frac{P}{2}$.

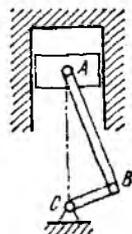
2.34. Ички ёнув двигателининг поршени юзаси $0,02$ м² бўлиб, шатуни $AB = 30$ см ва кривошипни $BC = 6$ см узунликка эга. Бе-



2.32- масалага



2.33- масалага



2.34- масалага

рилган пайтда поршень устидаги газ босими $P_1 = 1000$ кПа ва поршень остида эса $P_2 = 200$ кПа. Агар бурчак $ABC = 90^\circ$ бўлса, газ босими фарқи туфайли вужудга келган, AB шатун томонидан BC кривошипга таъсир қиладиган T куч аниқлансин. Поршень билан цилиндр орасидаги илқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 16$ кН.

2.35. Оғирлиги G бўлган ҳаво шарни BC трос мувозанатда ушлаб ту-

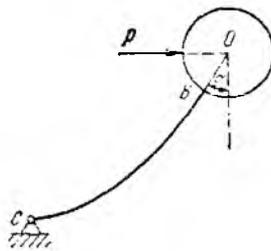
ради. Шарга Q кўтарини кучи ва шамолнинг горизонтал йўналишдаги P га тенг босим кучи таъсир қилади. Троснинг B нуқтасидаги таранглик кучи ва α бурчак аниқлансин.

Жавоб: $T = \sqrt{P^2 + (Q - G)^2}$, $\alpha = \text{arctg} \frac{P}{Q - G}$.

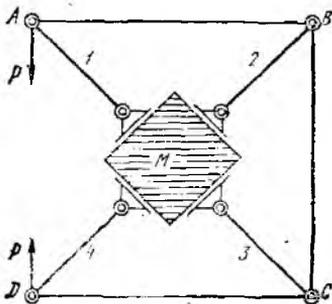
2.36. Цементдан қилинган M кубикни тўрт томондан қисш учун шарнирли механизмдан фойдаланилади. Бу механизмда AB , BC ва CD стерженлар $ABCD$ квадратнинг томонлари билан бир хил, 1, 2, 3, 4 стерженлар эса ўзаро тенг ва ўша квадратнинг диагоналлари бўйича йўналган; миқдорлари бир-бирига тенг иккита \bar{P} куч расмда кўрсатилгани каби A ва D нуқталарга қўйилган. Агар A ва D нуқталарга қўйилган кучлар 50 кН га тенг бўлса, кубини қисувчи N_1 , N_2 , N_3 , N_4 кучлар ҳамда AB , BC ва CD стерженлардаги S_1 , S_2 , S_3 зўриқишлар қанча бўлади?

Жавоб: $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 70,7$ кН. Чўзувчи зўриқишлар: $S_1 = S_2 = S_3 = 50$ кН.

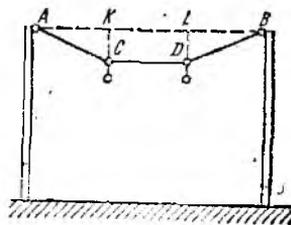
2.37. Травматининг иккита сими кўндаланг тортилган тросларга осилган; тросларнинг ҳар бири иккита столбага бириктирилган. Столбалар йўл бўйлаб бир-биридан 40 м масофада ўрнатилган. Кўндаланг тортилган ҳар қайси трослар қисми узунлиги: $AK = KL = LB = 5$ м; $KC = LD = 0,5$ м. Троснинг оғирлигини ҳисобга олмай, унинг AC , CD ва DB қисмларидаги T_1 , T_2 , ва T_3 таранглик



2.35- масаллага

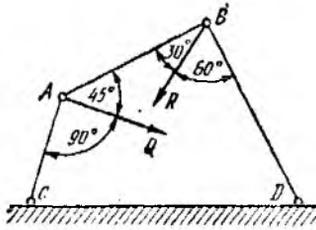


2.36- масаллага

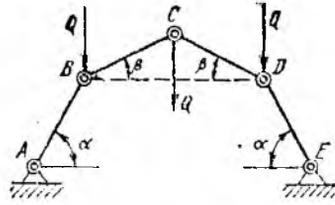


2.37- масаллага

4999



2.38- масалага



2.39- масалага

кучлари топилсин. Бир метр трамвай симининг оғирлиги 7,5 Н га тенг.

Жавоб: $T_1 = T_3 = 3,015$ кН, $T_2 = 3$ кН.

2.38. Стерженьлардан тузилган шарнирли $ABDC$ тўртбурчакнинг A шакирига $Q = 100$ Н куч қўйилган. Тўртбурчакнинг CD томони қўзғалмас қилиб маҳкамланган бўлиб, бурчак $BAQ = 45^\circ$. B шарнирда $ABR = 30^\circ$ бурчак остида R куч қўйилган. Бурчаклар $CAQ = 90^\circ$, $DBR = 60^\circ$ ва $ABCD$ тўртбурчак мувозанатда турган бўлса, R кучининг қиймати қанча бўлади?

Жавоб: $R = 163$ Н.

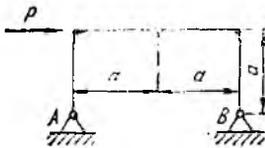
2.39. Стерженьлардан ясалган шарнирли кўпбурчак бир-бирига тенг тўртта стержендан иборат: A ва E уchlari шарнир билан маҳкамланган; B , C ва D тугунларга бир хил вертикал Q куч қўйилган. Мувозанат ҳолатида четдаги стерженьларнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчаги $\alpha = 60^\circ$. Урталаги стерженьларнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчаклари β аниқлансин.

Жавоб: $\beta = 30^\circ$.

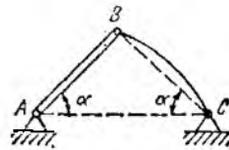
2.40. Расмда кўрсатилган уч шарнирли арка учун горизонтал P куч таъсирида ҳосил бўладиган A ва B таянч реакциялари аниқлансин. Арканинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_A = R_B = P \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.41. Оғирлиги P бўлган тўғри чизиқли бир жишти AB брус ва ўқи ихтиёрий эгри чизиқ шаклида букилган BC стержень B нуктада шарнир ёрдамида бир-бирига бириктирилган бўлиб, битта AC горизонталда ётувчи A ва C таянчларга ҳам шарнир воситасида маҳкамланган. AB ва BC тўғри чизиқлар AC тўғри чизиқ



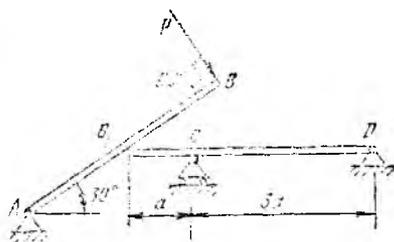
2.40- масалага



2.41- масалага

билан $\alpha = 45^\circ$ бурчак ҳосил қилади. BC етержесъ овирлигини ҳисобга олмай, A ва C таянчлар реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_A = \frac{1}{\sqrt{2}} P$, $R_C = \frac{1}{\sqrt{2}} P$.



2.42- масалага

2.42. Охириг учига P куч қўйилган AB қия балка ўртасидаги

B_1 нуқтаеи билан CD консол балканинг қиррасига таяниб туради. Балкаларнинг оғирлигини ҳисобга олмай, таянч реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_A = P$; $R_C = \frac{4P}{\sqrt{3}}$; $R_D = \frac{2P}{\sqrt{3}}$.

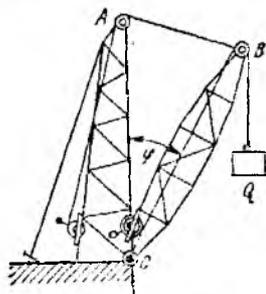
2.43. Ўлчовлари расмда кўрсатилган тўртта аркадан иборат система берилган. Горизонтал P куч таъсирида A , B , C ва D таянчларга ҳосил бўладиган реакциялар аниқлансин.



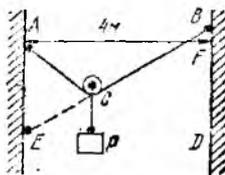
2.43- масалага

Жавоб: $R_A = P \frac{\sqrt{2}}{2}$, $R_B = P$, $R_C = P$, $R_D = P \frac{\sqrt{2}}{2}$;

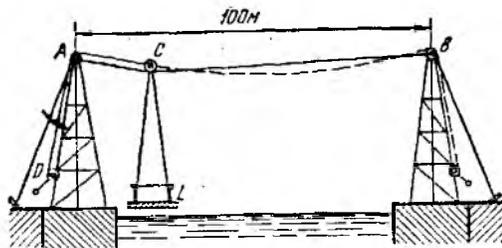
• 2.44. Кран қўзғалмас AC башнядан ва қўзғалувчан BC фермадан иборат. Фермада C шарнир бор, фермани AB трос ушлаб туради. B нуқтадаги блокдан ўтказилган ва чигириққа BC тўғри чизик бўйлаб борувчи занжирга $Q = 40$ кН юк осилган. Узунлик $AC = BC$. AB тросдаги T таранглик кучи ва фермани BC тўғри чизик бўйича қисувчи P куч $ACB = \varphi$ бурчак функцияси сифа-



2.44- масалага



2.45- масалага



2.46- масалага

тида аниқлансин. Ферманинг оғирлиги ва блокдаги ишқаланиш ҳи-
собга олинмасин.

Жавоб: $T = 80 \sin \frac{\varphi}{2}$ кН; $P = 80$ кН бўлиб, φ бурчакка боғ-
лиқ эмас.

2.45. *A* ва *B* учлари деворга бириктирилган эгилувчан *ACB* трос бўйлаб $P = 18$ Н юкли *C* блок сирганиши мумкин. Деворлар орасидаги масофа 4 м, троснинг узунлиги 5 м. Троснинг оғирлигини ва блокнинг тросга ишқаланишини ҳисобга олмай, юкли блок муво-
занатда турганда тросда пайдо бўладиган тарашилик кучи топилсин.

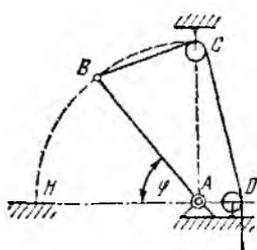
Кўрсатма: *AC* ва *CB* қисмларнинг тарашилик кучлари бир-бирига тенг; уларнинг миқдорлари куч учбурчаги билан ён томонларидан бири *BCE* тўғри чи-
зиқ, асоси эса *BD* вертикалда ётувчи тенг ёшли учбурчакнинг ўхшашлигидан то-
пилади.

Жавоб: *BF* баландлигидан қатъи назар 15 Н га тенг.

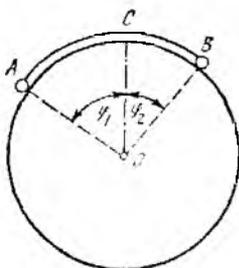
2.46. Дарёдан ўтиш учун *L* кажава ясалган. Кажава *A* ва *B* минораларининг учларига бириктирилган *AB* пўлат тросга *C* ролик билан осилган; *A* блокдан ўтказилган ва *D* чиғирикқа ўраладиган *CAD* арқон *C* роликнинг чап қирғоққа қараб ҳаракат қилиши учун хизмат қилади. Кажавани ўнг қирғоққа тортиш учун ҳам худди шундай арқон бор. *A* ва *B* нуқталар бир горизонталда бўлиб, бир-
биридан $AB = 100$ м масофада турали; *ACB* троснинг узунлиги 102 м га тенг; кажаванинг оғирлиги 50 кН. Арқонларнинг ён троснинг сирлигини ҳамда роликнинг тросга ишқаланишини ҳисобга олмай, трос *AC* қисмининг узунлиги 20 м га тенг бўлган пайтда *CAD* ар-
қон га *ACB* тросда юзага келадиган тортиш кучлари аниқлансин.

Жавоб: $S_{CAD} = 7,5$ кН; $S_{CB} = S_{CA} = 95,6$ кН.

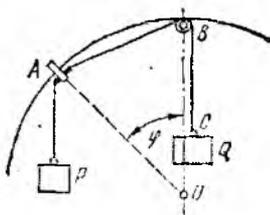
2.47. Қўндаланг қирқими расмда тасвирланган, оғирлиги 100 Н бўлган *AB* дераза роми горизонтал *A* ўқ атрофида айланиб очилгани мумкин. Ром *C* ва *D* блоklarдан ўтказилган *BCD* шнурни тортиши йўли билан очилади. *C* блок билан *A* нуқта бир вертикал чизиқда ётади. Ромнинг оғирлиги унинг ўртасига тушади. Шнурдаги T тор-
тиш кучининг *AB* ром билан *AN* горизонталдан ҳосил бўлган φ бурчакка қараб ўзгариши ва шу кучнинг энг катта ва энг кичик қийматлари топилсин. Бунда $AB = AC$ деб қабул қилиниб, *C* блок-
нинг ўлчамлари га ишқаланиши ҳисобга олинмасин.



2.47- масалага



2.48- масалага



2.49- масалага

Жавоб: $T = 100 \sin\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ Н};$

$\varphi = 0$ да $T_{\max} = 70,7 \text{ Н};$ $\varphi = 90^\circ$ да $T_{\min} = 0.$

2.48. Радиуси $OA = 0,1 \text{ м},$ ўқи горизонтал бўлган силлиқ доиравий цилиндр устида иккита A ва B шарчалар турибди, улардан биринчисининг оғирлиги $1 \text{ Н},$ иккинчисининг оғирлиги $2 \text{ Н}.$ Шарчалар узунлиги $0,2 \text{ м}$ бўлган AB ип билан бир-бирига боғланган. Шарчаларнинг мувозанат ҳолатида OA ва OB радиусларининг OC вертикал чизиқ билан ҳосил қилган φ_1 ва φ_2 бурчаклари ва шарчаларнинг цилиндрга A ва B нуқталарда кўрсатадиган N_1 ва N_2 босимлари аниқлансин. Шарчаларнинг ўлчамлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\varphi_1 = 2 - \varphi_2;$ $\text{tg } \varphi_2 = \frac{\sin 2}{2 + \cos 2};$ $\varphi_1 = 84^\circ 45';$

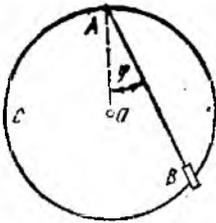
$\varphi_2 = 29^\circ 50';$ $N_1 = \cos \varphi_1 \text{ Н} = 0,092 \text{ Н},$ $N_2 = 2 \cos \varphi_2 \text{ Н} = 1,73 \text{ Н}.$

2.49. Силлиқ A ҳалқа вертикал текисликда ётган ва айлана шаклида эгилган қўзғалмас сим бўйлаб сирғаниши мумкин. Ҳалқага бир томондан P тош осилган, иккинчи томондан эса айлананинг энг юқори нуқтасига ўрнатилган қўзғалмас B блок орқали ўтказилган ABC арқон боғланган; блокнинг ўлчовларини ҳисобга олмаймиз. C нуқтага Q тош осилган. Ҳалқанинг оғирлигини ва блоklarдаги ишқаланишни ҳисобга олмай, унинг мувозанат ҳолатида AB ёнини марказий бурчаги φ аниқлансин ва мувозанат ҳолати қандай шартда мумкин бўлиши кўрсатилсин.

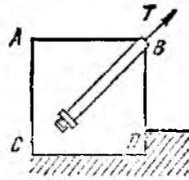
Жавоб: $\sin \frac{\varphi_1}{2} = \frac{Q}{2P},$ $\varphi_2 = \pi;$ кўрсатилган мувозанатлардан биринчиси $Q < 2P$ бўлганда, иккинчиси эса Q ва P ҳар қандай бўлганда юзага кела олади.

2.50. Симдан ясалиб, вертикал текисликда ўрнашган R радиусли ABC айланага оғирлиги p бўлган силлиқ B ҳалқа ўрнатилган. Ҳалқа эластик AB ип воситасида айлананинг энг баланд A нуқтасига бириктирилган. Мувозанат ҳолатидаги φ бурчак аниқлансин. Ишнинг T таранглик кучи ипнинг нисбий чўзилишига пропорционал ва пропорционаллик коэффициентини k га тенг деб қабул қилинсин. Ҳалқанинг ўлчамлари ҳисобга олинмасин.





2.50- масалага



2.53- масалага



2.54- масалага

Агар ишнинг чўзилган ва чўзилмаган ҳолдаги узунлигини мос равишда L ва l билан белгиласак, унда $T = k \frac{L-l}{l}$ бўлади.

Жавоб: Агар $k \geq \frac{cpl}{2R-l}$ бўлса, $\cos \varphi = \frac{l}{2kR-pl}$, акс ҳолда $\varphi = 0$.

2.51. Учта қўзғалмас $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ ва $M_3(x_3, y_3)$ марказларга M нуқта $F_1 = k_1 r_1$, $F_2 = k_2 r_2$, $F_3 = k_3 r_3$ кучлар билан тортилади. Бу кучлар r_1 , r_2 , r_3 масофаларга пропорционал бўлиб, $r_1 = MM_1$, $r_2 = MM_2$, $r_3 = MM_3$, k_1 , k_2 , k_3 эса пропорционаллик коэффициендларидир. Мувозанат ҳолатидаги M нуқтанинг x ва y координаталари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3}{k_1 + k_2 + k_3}; y = \frac{k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3}{k_1 + k_2 + k_3}$$

2.52. Оғирлиги 50 Н бўлган бир жинсли, тўғри бурчакли пластинка унинг бир томони бўйлаб ўтган горизонтал ўқ атрофида эркин айлана оладиган қилиб осиб қўйилган. Бир текис эсиб турган ша- мол пластинкани вертикал текисликка нисбатан 18° бурчак остида қийшайтириб туради. Шамолнинг пластинка юзига тек тушираётган босимининг тенг таъсир этувчиси аниқлансин.

Жавоб: $60 \sin 18^\circ \text{ Н} = 15.5 \text{ Н}$.

2.53. Занжирли қўбрикнинг четки занжири тошдан ишланган фундаментга маҳкамланган. Фундамент ўрта қирқими $ABDC$ бўлган тўғри бурчакли параллелепипед шаклига эга. Томонлар $AB = AC = 5$ м, фундаментнинг солиштирма оғирлиги 25 кН/м^2 ; занжир BC диагональ бўйлаб жойлашган. Агар занжирнинг тортилиши $T = 1000$ кН бўлса, параллелепипед унинг a томонининг узунлиги қанча бўлиши кераклиги топилсин.

Фундамент D қирраси атрофида аёдрилади, деб ҳисобланиши керак; тупроқнинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $a > 2,26 \text{ м}$.

2.54. Тупроқ уюмининг AB вертикал ёниш девор тираб туради. Тупроқнинг деворга кўрсатадиган босими горизонтал равишда йўналган бўлиб, девор баландлигининг $\frac{1}{3}$ қисмига тушади ва 60 кН/м

га тенг (деворнинг ҳар бир метр узунлигига). Девор қанлиги a нинг қанча бўлиши кераклиги топилсин; деворнинг солиштирма оғирлиги 20 кН/м^3 .

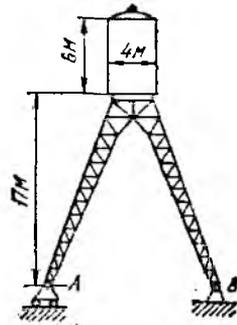
Девор A қирраси атрофида ағдарилади, деб ҳисобланиши керак.

Жавоб: $a \geq 1,42 \text{ м}$.

2.55. Сув босими ҳосил қилувчи минора баландлиги 6 м ва диаметри 4 м бўлган цилиндрик резервуардан иборат; резервуар горизонтга оғма равишда симметрик ўриштирилган тўртта столбага маҳкамланган. Резервуарнинг туби таянчлар сатҳидан 17 м баландда туради; миноранинг оғирлиги 80 кН ; шамол босими резервуар сиртининг шамол йўналишига тик текисликка проекцияси юзига нисбатан ҳисобланиб, шамолнинг шу юзага солиштирма босими $1,25 \text{ кПа}$ га тенг деб қабул қилинади. Столбаларнинг асослари орасидаги AB оралиқ қандай бўлиши кераклиги аниқлансин.

AB оралиқ минора горизонтал йўналган шамол босимидан ағдарилади, деб ҳисобланиши керак.

Жавоб: $AB \geq 15 \text{ м}$.



2.55-масаллага

3-§. Параллел кучлар

3.1. Узунлиги l бўлган ва узунлик бирлигига $p \text{ Н}$ дан текис таралган юк қўйилган горизонтал балка учлари билан таянчга эркин равишда тиралиб туради. Таянчларнинг вертикал реакциялари топилсин. Балканинг оғирлиги текис таралган юкка қўшилган деб ҳисоблансин.

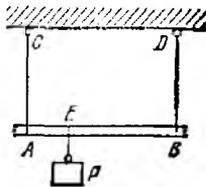
Жавоб: $R_1 = R_2 = \frac{1}{2}pl \text{ Н}$.

3.2. Таянчларнинг оралиги l бўлган горизонтал балканинг биринчи таянчидан x масофада P юк қўйилган. Таянчларнинг вертикал реакциялари топилсин.

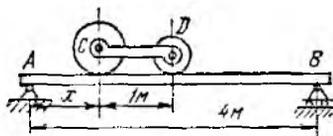
Жавоб: $R_1 = P \frac{l-x}{l}$, $R_2 = P \frac{x}{l}$.

3.3. Узунлиги $l \text{ м}$, оғирлиги 20 Н бўлган бир жинсли AB стержень параллел AC ва BD арқонларга горизонтал равишда осилган. Стерженнинг E нуқтасига $AE = \frac{1}{4} \text{ м}$ масофада $P = 120 \text{ Н}$ юк осилган. Арқонлардаги T_C ва T_D таранглик кучлари топилсин.

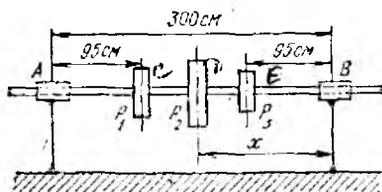
Жавоб: $T_C = 100 \text{ Н}$, $T_D = 40 \text{ Н}$.



3.3-масаллага



3.4- масалага



3.5- масалага

3.4. Иккита таянчда турган горизонтал балкага оғирлиги 2 кН бўлган C юк ва оғирлиги 1 кН бўлган D юк қўйилган. Балка таянчлари оралиғи 4 м. Балка оғирлиги ҳисобга олинмаганда, A таянчнинг реакцияси B таянчнинг реакциясидан икки марта катта. Юклар орасидаги CD масофа 1 м га тенг. C юкдан A таянчгача бўлган x масофа қанча?

Жавоб: $x = 1$ м.

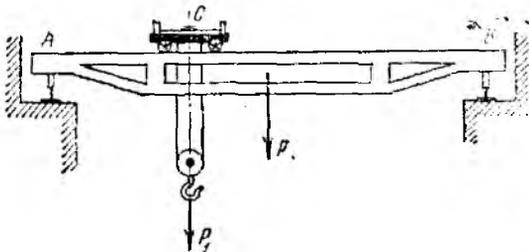
3.5. AB трансмиссион валга $P_1 = 3$ кН, $P_2 = 5$ кН, $P_3 = 2$ кН бўлган учта шкив ўрнатилган. Ҳама нарса расмда кўрсатилган. A подшипникнинг реакцияси B подшипник реакциясига тенг бўлиши учун, P_2 оғирликдаги шкивни B подшипникдан қандай x масофада ўрнатиш керак? Валнинг оғирлиги эътиборга олинмасин.

Жавоб: $x = 135$ см.

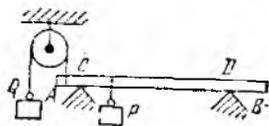
3.6. AB кўприк крашнинг, лебёвка бириктирилган C аравача ўрнининг ўзгаришига қараб, рельсларга туширадиган босимлари катталиги топилсин. Аравача вазнини унинг ўртасидан чап томондаги рельсгача бўлган ва кўприк умумий узунлигининг улушларида ифодаланган масофа билан аниқлансин. Кўприкнинг оғирлиги $P = 60$ кН, аравачанинг кўтарадиган юкни билан бирга оғирлиги $P_1 = 40$ кН.

Жавоб: $F_A = (7 - 4n) \cdot 10$ кН, $F_B = (3 + 4n) \cdot 10$ кН, бунда $n = \frac{AC}{AB}$.

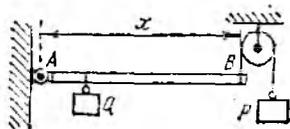
3.7. Узунлиги 10 м ва оғирлиги 2 кН бўлган AB балка иккита C ва D таянчда ётади. C таянч балканинг A учидан 2 м, D таянч балканинг B учидан 3 м масофада туради. Балканинг четки A нуқтаси бир учига 3 кН ли Q юк осилган ва блокдан ўтказилган арқон ёрдами билан вертикал бўйича юқорига тортилади. A учидан 3 м масофада балкага оғирлиги 8 кН бўлган P юк осилган. Блокдаги ишқа-



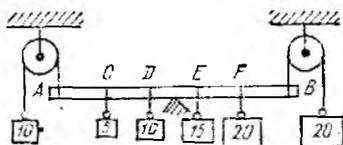
3.6- масалага



3.7- масалага



3.8-масалага



3.9-масалага

ламини эътиборга олмай, таянчлардаги реакция кучлари топилсин.

Жавоб: $R_C = 3$ кН, $R_D = 4$ кН.

3.8. Оғирлиги 100 Н бўлган горизонтал AB стержень A шарнирнинг қўзғалмас ўқи атрафида айланиши мумкин. Стерженьнинг B учи блокдан ўтказилган арқонга уланган, оғирлиги $P = 150$ Н бўлган тош ёрдами билан юқорига тортилади. Стерженьнинг B учидан 20 см нарида турган нуқтасига оғирлиги 500 Н бўлган Q юк осилган. AB стержень мувозанатда турган бўлса, унинг узунлиги x қанча бўлиши керак?

Жавоб: $x = 25$ см.

3.9. Оғирлиги 20 Н, узунлиги 5 м бўлган горизонтал AB стерженьнинг A учи блокдан ўтказилган арқонга осилган 10 Н юк ёрдами билан юқорига тортилади. Унинг B учи ҳам 20 Н юк ёрдами билан худди шу тарикка юқорига тортилади. C , D , E ва F нуқталарга мос равишда оғирлиги 5, 10, 15 ва 20 Н бўлган юклар осилган, бу нуқталар бир-биридан ҳамда A ва B нуқталардан 1 метр нарида туради. Стержень мувозанатда туриши учун унинг қаерига таянч қўйиш керак?

Жавоб: Ўртасига.

3.10. Узунлиги 3 м, оғирлиги 6 Н бўлган бир жинсли стерженьга бир-биридан тенг масофада 4 та юк осилган; бунда энг четдаги икки юк стерженьнинг учларида туради. Чапдан биринчи юкнинг оғирлиги 2 Н, кейинги юкларнинг ҳар қайсиси олдингисидан 1 Н оғир. Стержень горизонтал ҳолда туриши учун уни чап учидан қандай x масофада осиб қўйиш керак?

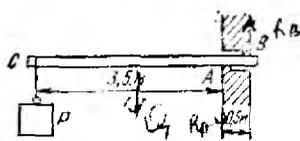
Жавоб: $x = 1,75$ м.

3.11. Бир жинсли горизонтал балка деворга шарнир билан бириктирилган бўлиб, девордан 160 см нарида турган нуқтада тираб қўйилган. Балканинг узунлиги 400 см, оғирлиги 320 Н. Девордан 120 см ва 180 см масофада балкага мос равишда оғирлиги 160 Н ва 240 Н бўлган юклар қўйилган. Таянчлардаги реакциялар топилсин.

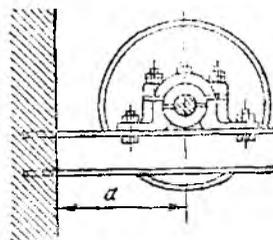
Жавоб: 790 Н — юқорига; 70 Н — пастга.

3.12. Узунлиги 4 м, оғирлиги 5 кН бўлган бир жинсли горизонтал балка қалинлиги 0,5 м бўлган деворга шундай қилиб ўрнатилаганки, у A ва B нуқталарда деворга тиралиб туради. Балканинг эркин учига оғирлиги 40 кН бўлган P юк осилган. A ва B нуқталардаги реакция кучлари топилсин.

Жавоб: $R_A = 340$ кН — юқорига; $R_B = 295$ кН — пастга.



3.12- масалага



3.13- масалага

3.13. Горизонтал балканинг бир учи деворга тикилган, иккинчи учи эса вал подиивинини ушлаб туради. Балкага вал, икив ва подшипникларнинг оғирлиги туфайли 1,2 кН миқдордаги вертикал йўналган Q оғирлик таъсир қилади. Балканинг оғирлигини эътиборга олмай ва Q куч девордан $a = 750$ мм нарида таъсир қилади деб ҳисоблаб, балка деворга тикилган жойдаги реакциялар топилсин.

Жавоб: Реакция $R = 1,2$ кН; реактив моменти $M = 0,9$ кН·м.

3.14. Балконни ушлаб турадиган горизонтал балкага интенсивлиги $q = 2$ кН/м бўлган текис тақсимланган юк таъсир этади. Балканинг эркин учига устундан $P = 2$ кН оғирлик тушади. Устун ўқидан деворгача бўлган масофа $l = 1,5$ м. Балка бириктирилган жойдаги реакциялар топилсин.

Жавоб: $R = 5$ кН; $M = 5,25$ кН·м.

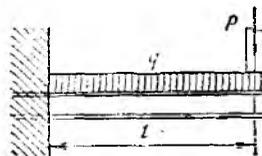
3.15. Горизонтал консол балкага моменти $M = 6$ кН·м бўлган жуфт куч, унинг C нуқтасига эса вертикал $P = 2$ кН юк таъсир қилади. Балканинг AB оралиги 3,5 м, консолнинг чиқиб турган қисми $BC = 0,5$ м. Таянчлардаги реакциялар топилсин.

Жавоб: $R_A = 2$ кН — пастга, $R_B = 4$ кН — юқорига.

3.16. Горизонтал икки томонлама консол балкага (P, P) жуфт куч, чап консолга интенсивлиги q бўлган текис тақсимланган юк, ўнг консолнинг D нуқтасига эса вертикал Q куч таъсир қилади. Агар $P = 1$ кН, $Q = 2$ кН, $q = 2$ кН/м, $a = 0,8$ м бўлса, таянчлардаги реакциялар қанча бўлади?

Жавоб: $R_A = 1,5$ кН, $R_D = 2,1$ кН.

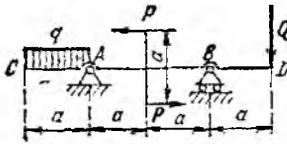
3.17. Узунлиги 10 м бўлган AB балка устига юк кўтарадиган кран учун йўл солинган. Кранинг оғирлиги 50 кН бўлиб, унинг оғирлик маркази CD ўқда ётади. P юкнинг оғирлиги 10 кН, AB балканинг оғирлиги 30 кН; кранинг KL қулочи узунлиги 4 м, $AC =$



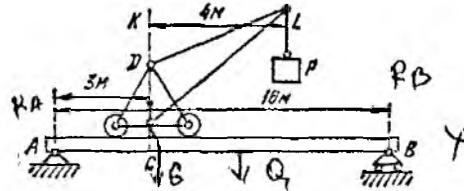
3.14- масалага



3.15- масалага



3.16- масалага



3.17- масалага

= 3 м. Крайнинг DL сиреласи балка билан бир вертикал текисликда бўлган ҳол учун A ва B нуқталардаги таянчлар реакциялари топилсин.

Жавоб: $R_A = 33$ кН, $R_B = 37$ кН.

3.18. l узунликдаги AB балкага расмда тасвирланганидек тақсимланган юк қўйилган. Юkning интенсивлиги балканинг A ва B учларида H/m га, балканинг ўртасида эса $2q$ H/m га тенг. Балканинг оғирлигини ҳисобга олмай, D ва B таянчлар реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_D = ql$ Н, $R_B = 0,5 ql$ Н.

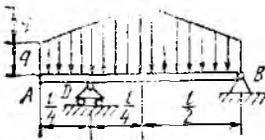
3.19. AC горизонтал балка B ва C таянчларда туради, B ва C таянчлар оралиғига q H/m интенсивликдаги юк текис тақсимланган; AB участкада юkning интенсивлиги чизиқли қонун билан полгача камаяди. Балканинг оғирлигини ҳисобга олмай, B ва C таянчлар реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_B = \frac{q}{6} \left(3a + 3b + \frac{a^2}{b} \right)$ Н;

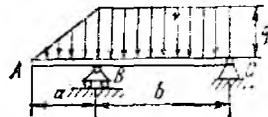
$R_C = \frac{q}{6} \left(3b - \frac{a^2}{b} \right)$ Н.

3.20. Ирригация каналининг тўғри бурчакли AB шити O ўққа nisbatan айлана олади. Сувиинг сатҳи пастда бўлганида шит бит туради, лекин сув сатҳи кўтарилиб бирор H баландликка етганида, шит ўқ атрофида айланиб канални очиб юборади. Ишқаланиш ҳамда шитнинг оғирлигини ҳисобга олмай, шит очиладиган H баландлик аниқлансин.

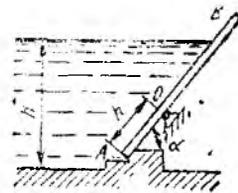
Жавоб: $H = 3h \sin \alpha$.



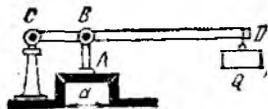
3.18- масалага



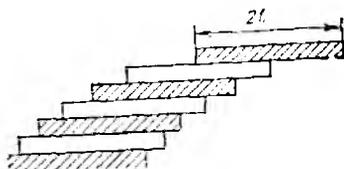
3.19- масалага



3.20- масалага



3.21- масалага



3.22- масалага

3.21. Буғ қозонининг A сақлагич клапани AB стержень восита-сида бир жинесли CD рычаг билан бириктирилган. CD рычагнинг узунлиги 50 см, оғирлиги 10 Н бўлиб, у қўзғалмас C ўқ атрофида айланиши мумкин. Клапан диаметри $d = 6$ см, елка $BC = 7$ см. Қозонда босим 1100 кПа га тенг бўлганда, клапанның ўзи очилиб кетиши учун, рычагнинг D учига қандай Q жүк оснш керак?

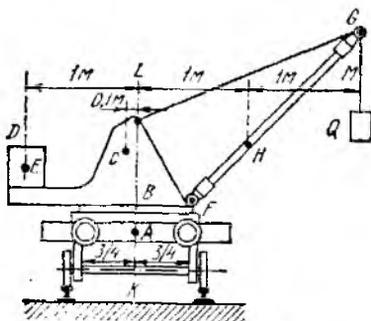
Жавоб: $Q = 430$ Н.

3.22. Узунлиги $2l$ га тенг бўлган бир хил ва бир жинесли плиталарнинг бир нечтаси шундай тахланганки, ҳар қайси плитанинг бир қисми унинг тагидаги плитадан чиқиб туради. Плиталар мувозанат ҳолатда бўлганда уларнинг энг кўп чиқиб турган қисмларининг узунлиги қанча бўлади?

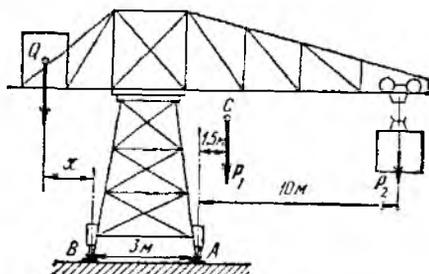
Масалани енишда плиталарнинг оғирликлари энг юқоридаги плитадан бошлаб кетма-кет қўшилади.

Жавоб: $l, \frac{1}{2}l, \frac{1}{3}l, \frac{1}{4}l, \frac{1}{5}l$ ва ҳ.к.

3.23. Темир йўл крани оралиги 1,5 м бўлган рельсларда туради. Кран тележкасининг оғирлиги 30 кН га тенг, унинг оғирлик маркази расм текислиги билан тележканинг симметрия текислиги кесишган KL тўғри чизиқдаги A нуқтада туради. Кран B лебедкасининг оғирлиги 10 кН га тенг ва унинг оғирлик маркази KL тўғри чизиқдан 0,1 м масофадаги C нуқтада. Оғирлиги 20 кН бўлган D посангининг оғирлик маркази KL тўғри чизиқдан 1 м масофадаги E нуқтада. FG қия қисмининг оғирлиги 5 кН га тенг, унинг оғирлик мар-



3.23- масалага



3.24- масалага

кази KL тўғри чизиқдан 1 м масофада бўлган H нуқтада. Кран қулочи $LM = 2$ м. Кранни ағдариб юбормайдиган энг катта Q юк топилсин.

Жавоб: $Q = 51,8$ кН.

3.24. Темир изда силжийдиган $P_1 = 500$ кН оғирликдаги (посангисидан ташқари) краннинг оғирлик маркази ўнг из орқали ўтувчи вертикал текисликдан 1,5 м масофада бўлган C нуқтада. Краи аравачасининг кўтариш кучи 250 кН га тенг бўлиб, краннинг қулочи ўнг рельс вертикалидан ҳисоблаганда 10 м. Кран аравачасининг юкланган ва юкланмаган ҳолатларида ағдарилиб кетмаслиги учун керак бўлган энг кичик посанги Q юкнинг оралиғи ва чапдаги B рельс вертикалидан посангининг оғирлик марказигача бўлган энг катта x масофа топилсин. Аравачанинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $Q = 333$ кН, $x = 6,75$ м.

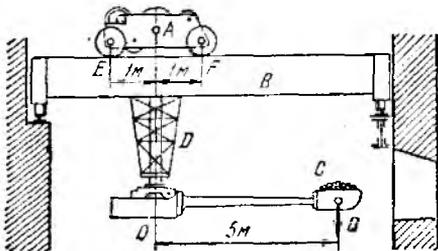
3.25. Мартен печига материаллар соладиган кран B кўчма кўприкдаги балкаларга ўриятилган рельсда юрадиган A лебедкадан иборат. Лебедканинг пастки қисмига C кранни тутиб турадиган тўнтарилган D колонна маҳкамланган. Лебедканинг вертикал OA ўқидан 5 м масофада турган куракка $Q = 15$ кН юк жойланганда, лебедка ағдарилмаслиги учун лебедка билан колоннанинг оғирлиги P қанча бўлиши керак? Лебедканинг оғирлиги OA ўқ бўйлаб таъсир этиб, ҳар қайси вилдирак ўқидан OA ўққача бўлган масофа 1 м га тенг деб ҳисоблансин.

Жавоб: $P \geq 60$ кН.

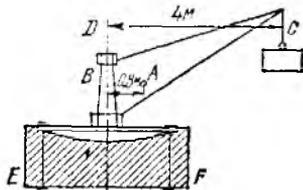
3.26. Кўтариш крани тош фундаментга ўриятилган. Краннинг оғирлиги $Q = 25$ кН бўлиб, кран ўқидан $AB = 0,8$ м масофадаги оғирлик маркази A га тушади. Краннинг қулочи $CD = 4$ м. Фундамент асоси, томони $EF = 2$ м бўлган квадратдан иборат, фундамент материалининг солиштирма оғирлиги 20 кН/м³. Агар кран 30 кН гача бўлган юкларни кўтаришга мўлжалланган бўлса, фундаментнинг чуқурлиги энг камда қанча бўлиши керак? Фундамент F қирра атрофида ағдарилиши мумкин деб ҳисобланиши керак.

Жавоб: 1,06 м.

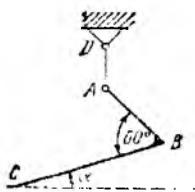
3.27. Магнит стрелкаси ингичка симга осилиб, горизонтал ҳолатда магнит меридианига ўриятилган. Стрелка қутбларига қарама-қарши йўналишда таъсир қилувчи ер магнит майдонининг горизонтал



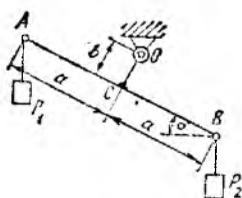
3.25- масалага



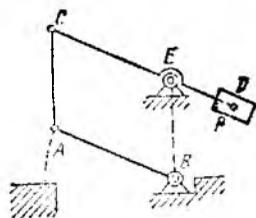
3.26- масалага



3.28- масалага



3.29- масалага



3.30- масалага

тузувчи кучларидан ҳар қайсиен $0,02 \text{ мН}$ га тенг, қутблар орасидаги масофа 10 см . Сими 1° бурчакка бураш учун моменти $0,05 \text{ мН}$, см га тенг бўлган жуфт қўйиш лозим бўлса, стрелка магнит меридиани билан 30° бурчак ҳосил қилиши учун сими қандай бурчакка бураш керак?

Бўровчи жуфтининг моменти буралаш бурчагига пропорционал.

Жавоб: 32° .

3.28. Кўндалак кесимларнинг юзи бир хил бўлган иккита бир жишли AB ва BC стерженларнинг учлари бир-бири билан 60° бурчак остида бириккан бўлиб, синиқ ABC риваж ҳосил қилади. AB стержень BC стержендан икки марта қисқа. Риваж A учиди AD илга осиб қўйилган. Риваж мувозанатда турганида BC стержень билан горизонт орасидаги α бурчакнинг қанча бўлиши топилсин. Стерженларнинг кўндалак ўлчамлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\text{tg } \alpha = \frac{1}{5} \sqrt{3}$; $\alpha = 19^\circ 5'$.

3.29. Узунлик бирлигининг оғирлиги 2ρ бўлган иккита AB ва OC стерженларни C нуқтага ўзаро тик қилиб ўрнатилган. OC стержень горизонтал O ўқ атрофида айланиши мумкин; $AC = CB = a$, $OC = b$, A ва B нуқталарга оғирлиги P_1 ва P_2 бўлган тошлар осилган; $P_2 > P_1$. Мувозанат ҳолатида AB стерженнинг горизонт билан ҳосил қиладиган α бурчаги топилсин.

Жавоб: $\text{tg } \alpha = \frac{a}{b} \frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1 + \rho(4a + b)}$.

3.30. AB кўтарма кўприк икки томонига биттадан қўйилган иккита CD бруслар ёрдам билан кўтарилади, брусларнинг узунлиги 8 м , оғирлиги 4 кН , кўприкнинг узунлиги $AB = CE = 5 \text{ м}$, занжирнинг узунлиги $AC = BE$; кўприкнинг оғирлиги 30 кН бўлиб, уни AB нинг ўртасига қўйилган деб ҳисоблаш мумкин. Кўприкни мувозанатловчи P посангилар топилсин.

Жавоб: $P = 13,83 \text{ кН}$.

3.31. Дифференциал блокнинг асосий қисми иккита A шкивдан иборат. Бу шкивлар бир-бирига маҳкам қилиб бириктирилган, уларнинг ўқи қўзғалмас илмоққа осилган. Шкивларнинг ариқчаларида чексиз занжирни илтиб ҳаракатга келтирадиган тишчалар бор. Бу зан-

жир иккита сиртмоқ ҳосил қилади, уларнинг бирига B қўзғалувчи блок жойлашган. Қўзғалувчи блокка кўтариладиган Q юк осилган. Эркин сиртмоқнинг катта блокдан осилиб тушган тармоғига ҳаракатлантирувчи P куч қўйилган. А шкивларнинг радиуси R ва r га тенг бўлиб, бунда $r < R$. Кўтарилувчи Q юк миқдорига қараб P кучининг қай тариха ўзгаришини топиш ҳамда $Q = 500$ Н, $R = 25$ см, $r = 24$ см бўлган ҳолда бу кучнинг қанча бўлишини аниқлаш керак. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $P = \frac{1}{2} Q \left(1 - \frac{r}{R}\right) = 10$ Н.

3.32. Дифференциал ричаг C нуқтада қўзғалмас призмага таянган AB стержидан ҳамда EF ва AD шарнирли илгаклар воситаси билан AB ричагга бириктирилган DE қисмдан иборат. DE қисмининг G нуқтасига $Q = 1$ кН юк призма ёрдами билан осиб қўйилган. C ва G нуқталардан ўтказилган вертикаллар орасидаги масофа l мм га тенг. Q юкни мувозанатга келтириш учун AB ричагнинг $CH = l$ м масофадаги H нуқтасига қўйилган P тошнинг оғирлиги топишсин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $P = 10$ Н.

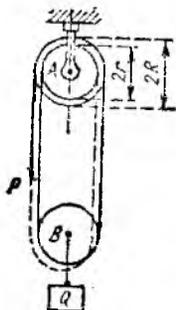
3.33. Шарнирли тўрт звеноли механизмда BC звено қўзғалмас AD звенога параллел. $AB = h$ звено AD га перпендикуляр. AB нинг ўртасига горизонтал P куч қўйилган. Механизм мувозанатда туриши учун CD звенонинг $CE = CD/4$ шарт билан аниқланувчи E нуқтасига қандай катталикдаги горизонтал Q кучини қўйиш керак? D шарнир реакцияси аниқлансин. Звеноларнинг оғирликлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $Q = \frac{2}{3} P$, $R_D = \frac{1}{6} P$ ва AD бўйлаб ўнг томонга йўналган.

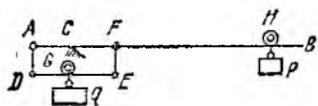
ган.

3.34. Катта зўриқишлар Q ни ўлчаш учун бир-бирига CD тортиқч билан бириктирилган ва елкалари тенг бўлмаган иккита ABC ва EDF ричаглар системаси қурилган. Улар B ва E нуқталарда қўзғалмас таянчларга тиралган. EDF ричаг бўйлаб $P = 125$ Н юк силжииш мумкин. D нуқтадан l масофада турган P юк A нуқтага қўйилган Q кучни мувозанат ҳолга келтиради. Q куч 10 кН кўпайтирилганида мувозанатни сақлаб қолиш учун P юкни қанча x масофага кўчириш керак? Расмда кўрсатилган ўлчовлар тегишлича $a = 3,3$ мм, $b = 660$ мм, $c = 50$ мм га тенг.

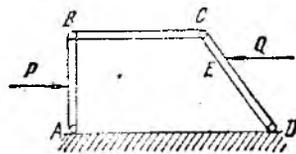
Жавоб: $x = 2$ см.



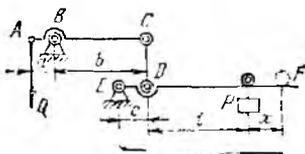
3.31- масалага



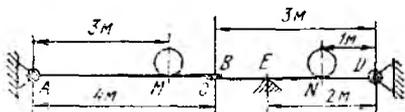
3.32- масалага



3.33- масалага



3.34- масалага

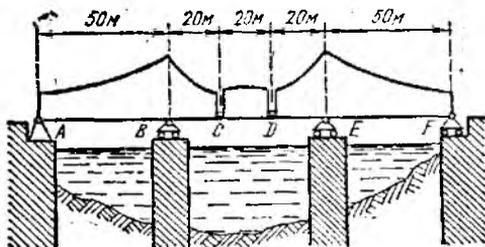


3.35- масалага

3.35. Узунлиги 4 м, оғирлиги 2 кН бўлган AB балка A нуқта атрофида айланиши мумкин. Балканинг B учи узунлиги 3 м, оғирлиги 1,6 кН бўлган бошқа CD балкага тиралиб туради. CD балка E нуқтада таянчга тиралган ва унинг D учи деворга шарнир воситаси билан бириктирилган; M ва N нуқталарининг ҳар қайсисига 0,8 кН дан юк қўйилган. Масофалар: $MA = 3$ м, $ED = 2$ м, $ND = 1$ м. Таянчлардаги реакциялар топилин.

Жавоб: $R_A = 1,2$ кН; $R_B = 1,6$ кН; $R_D = 0$.

3.36. Консоль кўприк учта: AC , CD ва DF қисмлардан иборат бўлиб, четдаги қисмларнинг ҳар бири иккита таянчга таянган. Ўлчовлар тегишлича: $AC = DF = 70$ м, $CD = 20$ м, $AB = EF = 50$ м.

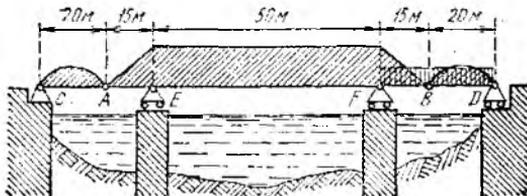


3.36- масалага

Кўприкнинг узунлик бирлигига тўғри келувчи юк оғирлиги 60 кН/м. Шу юкнинг A ва B таянчларга туширадиган босими топилин.

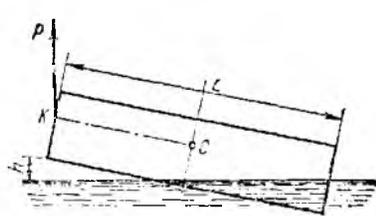
Жавоб: $N_A = 1020$ кН; $N_B = 3780$ кН.

3.37. Қосқош кўприк AB асосий ферма ҳамда AC ва BD иккита ен фермалардан иборат. AB ферма ҳар бир метрининг оғирлиги 15



3.37- масалага

кН га, AC ва BD фермалар ҳар бир метрининг оғирлиги эса 10 кН га тенг. Ўнг томондаги FD оралиқнинг ҳар бир метрига поёздини 30 кН бўлган оғирлиги тушганда ҳамма таянчларда юзага келадиган реакциялар топилин. Ўлчамлар тегишлича $AC = BD = 20$ м; $AE = BF = 15$ м; $EF = 50$ м.



3.38- масалага

Жавоб: $R_C = 100$ кН, $R_D = 400$ кН, $R_E = 542,5$ кН, $R_F = 1607,5$ кН.

3.38. Сув сифими 2000 кН бўлган понтон тубининг сузишини текшириш учун юк кўтариш имконияти $P = 750$ кН бўлган кран билан унинг тумшук томонидан кўтарилади. Агар понтон узунлиги $L = 20$ м ва эни $B = 10$ м бўлган тўғри бурчакли параллелепипед шаклида бўлса, сувнинг солиштирма оғирлигини $\gamma = 10$ кН/м³ деб қабул қилиб, понтон тубининг сув сатҳидан энг катта кўтарилиш баландлиги h аниқлаясиз. Понтоннинг C оғирлик маркази понтон узунлигининг ярмида жойлашган. Кўтариш крани тросининг бириктириладиган K нуқтаси билан C оғирлик маркази понтон тубидан бир хил масофада туради. (Кеманинг сув сифими сон қиймати бўйича унинг оғирлигига тенг.)

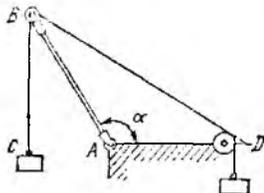
Жавоб: $h = 1,36$ м.

4-§. Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси

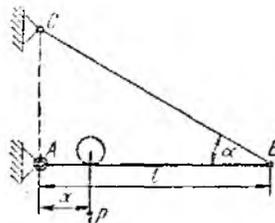
4.1. A шарнир атрофида айлана оладиган бир жинсли AB стерженнинг B нуқтасига 10 Н оғирликдаги C тош арқон билан осилган. Стерженнинг B учидан D блок орқали ўтказилган арқонга оғирлиги 20 Н бўлган тош боғланган. $AB = AD$ ва стерженнинг оғирлигини 20 Н деб олиб, стержень мувозанат ҳолатида турганида ҳосил бўладиган $BAD = \alpha$ бурчак топилин. Блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\alpha = 120^\circ$.

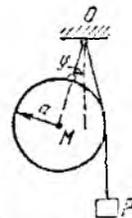
4.2. Кран горизонтал балкасининг узунлиги l га тенг, унинг бир учи шарнир ёрдамида маҳкамланган, иккинчи B учи горизонт билан



4.1- масалага



4.2- масалага



4.3- масалага

α бурчак ҳосил қилувчи BC тортқич воситасида, деворга тортилиб туради. Балка устида оғирлиги P бўлган юк силжий олади. Юкнинг ҳолати A шарниргача бўлган ўзгарувчи x масофага қараб аниқланади. BC тортқичнинг тортилиш кучи T юк ҳолатининг ўзгаришига қараб аниқлансин. Балканинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = \frac{Px}{l \sin \alpha}$

4.3. Оғирлиги Q ва радиуси a бўлган бир жинсли шар ҳамда P оғирликдаги тош O нуқтага арқонлар билан расмда кўрсатилгандек осиб қўйилган. Масофа $OM = b$. Мувозанат ҳолатида OM тўғри чиқиқнинг вертикал биған қандай φ бурчак ҳосил қилиши аниқлансин.

Жавоб: $\sin \varphi = \frac{a}{b} \frac{P}{P+Q}$

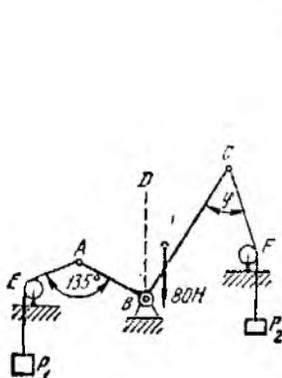
4.4. B ўқи қўзғалмас бўлган ABC тирсақли ричагнинг оғирлиги 80 Н. AB елкаси 0,4 м, BC елкаси 1 м, ричагнинг оғирлик маркази вертикал BD тўғри чиқиқдан 0,212 м масофада туради. A ва C нуқталарга боғланган арқонлар E ва F блоклардан ўтказилган, учларига мос равишда осилган $P_1 = 310$ Н, $P_2 = 100$ Н юклар билан тортилиб туради. Блоклардаги ишқаланишни ҳисобга олмай, ричагнинг мувозанат ҳолатидаги $BCF = \varphi$ бурчак топилиши; бурчак $BAE = 135^\circ$.

Жавоб: $\varphi_1 = 45^\circ$; $\varphi_2 = 135^\circ$.

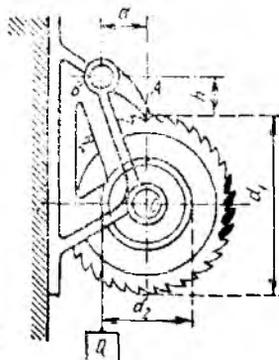
4.5. Лебедка диаметри d_1 бўлган илмоқ типли ёлдирак ва A илгакка эга. Ёлдиракка қўзғалмас қилиб бириктирилган d_2 диаметрли барабанга Q юкни ушлаб турадиган арқон ўралган. $Q = 50$ Н, $d_1 = 420$ мм, $d_2 = 240$ мм, $h = 50$ мм, $a = 120$ мм деб олиб, илмоқнинг B ўқиға тушадиган R босим аниқлансин. Илмоқнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R = Q \frac{d_2 \sqrt{a^2 + h^2}}{d_1 a} = 31$ Н.

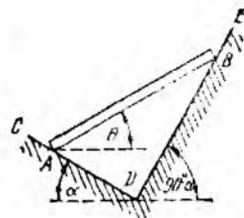
4.6. Оғирлиги P бўлган бир жинсли AB балка вертикал текисликда жойлашган силлиқ CD ва DE сўма тўғри чиқиқларга дўралиб туради. Бу тўғри чиқиқлардан биринчиси горизонт билан α бурчак,



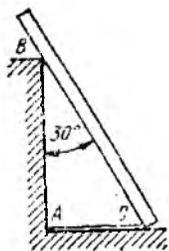
4.4- масалага



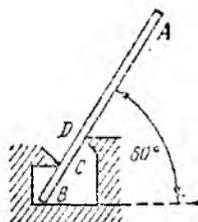
4.5- масалага



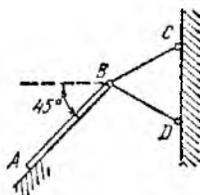
4.6- масалага



4.7- масалага



4.8- масалага



4.9- масалага

иккинчиси $90^\circ - \alpha$ бурчак ҳосил қилади. Мувозанат ҳолатида балканинг горизонт билан ташкил қилган бурчаги θ ҳамда таянч чизиқларга кўрсатган босими топилиши.

Жавоб: $N_A = P \cos \alpha$, $N_B = P \sin \alpha$, $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{ctg} 2\alpha$, $\alpha \leq 45^\circ$ бўлганда $\theta = 90^\circ - 2\alpha$.

4.7. Оғирлиги 600 Н, узунлиги 4 м бўлган бир жинсли балка бир учи билан силлиқ полга ва оралиқдаги B нуқтада баландлиги 3 м бўлган столбанинг учига тиралган, балка вертикал билан 30° бурчак ташкил этади. Балкани пол бўйлаб тортилган AC арқон шу ҳолатда ушлаб туради. Ишқаланишни ҳисобга олмай, арқоннинг тортилиш кучи T, столбанинг реакцияси R_B ва пол реакцияси R_C топилиши.

Жавоб: $T = 150$ Н, $R_B = 173$ Н, $R_C = 513$ Н.

4.8. Оғирлиги 200 Н бўлган бир жинсли AB балка горизонтал силлиқ полга B нуқтада 60° бурчак остида тиралиб туради, бундан ташқари уни иккита C ва D таянчлар ушлаб туради. B, C ва D таянчлардаги реакциялар топилиши: $AB = 3$ м, $CB = 0,5$ м, $BD = 1$ м.

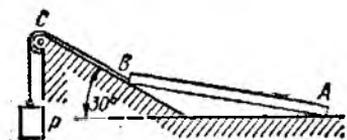
Жавоб: $R_B = 200$ Н, $R_C = 300$ Н, $R_D = 300$ Н.

4.9. A нуқтага эркин суратда тиралган, оғирлиги $P = 100$ Н бўлган бир жинсли AB илитани BC ва BD иккита стерженлар горизонтга нисбатан 45° бурчак остида ушлаб туради. BCD — тенг томонли учбурчак, C ва D нуқталар бир вертикал тўғри чизиқда этади. Стерженларнинг оғирлигини ҳисобга олмай ҳамда B, C ва D нуқталардаги боғланишлар шарийр воситасида бириктирилган деб, A таянчнинг реакцияси билан стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин.

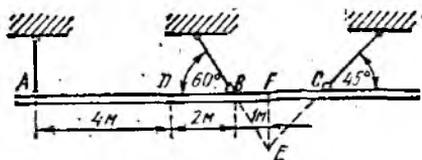
Жавоб: $R_A = 35,4$ Н, $S_C = 89,5$ Н, $S_D = -60,5$ Н.

4.10. Оғирлиги 100 Н бўлган бир жинсли AB стерженнинг бир учи горизонтал силлиқ полга, иккинчи учи эса горизонтга нисбатан 30° бурчак ташкил қилувчи силлиқ қия текисликка таянган. Стерженнинг B учини C блокдан ўтган ва P юк осилган арқон ушлаб туради. Арқоннинг BC қисми қия текисликка параллел. Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олмай, арқонга осилган P юкнинг оғирлиги, пол билан қия текисликка тушадиган N_A ва N_B босимлар топилиши.

Жавоб: $P = 25$ Н, $N_A = 50$ Н, $N_B = 43,3$ Н.



4.10- масалага



4.11- масалага

4.11. Кўприкнинг қисмларини йиғишда кўприк фермасининг бирор ABC қисмини расмда кўрсатилгандек учта арқон билан кўтаришга тўғри келди. Ферма шу қисмининг оғирлиги 42 кН , оғирлик маркази D нуқтада. Масофалар тегишлича: $AD = 4 \text{ м}$, $BD = 2 \text{ м}$, $BE = 1 \text{ м}$. Агар AC тўғри қизик горизонтал бўлса, арқонлардаги тараңлик кучлари қанча бўлади?

Жавоб: $T_A = 18 \text{ кН}$, $T_B = 17,67 \text{ кН}$, $T_C = 12,43 \text{ кН}$.

4.12. Бир томонга нишаб бўлган томнинг стропиласи AB брусдан иборат бўлиб, унинг юқориги B учи силлиқ таянчда эркин ҳолда ётади, пастки A учи эса деворга тиралиб туради. Томнинг қиялиги $\text{tg } \alpha = 0,5$; AB брусга унинг ўртасига қўйилган 9 кН ли вертикал куч таъсир қилади. A ва B нуқталардаги таянчлар реакциялари аниқлашсин.

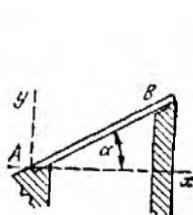
Жавоб: $X_A = 1,8 \text{ кН}$; $Y_A = 5,4 \text{ кН}$; $R_B = 4,02 \text{ кН}$.

4.13. Силлиқ деворга горизонт билан 45° бурчак ташкил қилувчи бир жинсли AB нарвон қўйилган. Нарвоннинг оғирлиги 200 Н , унинг пастки учидан ҳисоблаганда нарвон узунлигининг $1/3$ қисмига тенг бўлган масофадаги D нуқтада оғирлиги 600 Н бўлган одам туради. Нарвондан A таянчга ва деворга тушадиган босим кучлари топилсин.

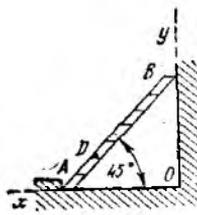
Жавоб: $X_A = 300 \text{ Н}$, $Y_A = -800 \text{ Н}$, $X_B = -300 \text{ Н}$.

4.14. A ўқ атрофида айлана оладиган, горизонт билан 60° бурчак ташкил этувчи бир жинсли нарвоннинг оғирлиги $2,4 \text{ кН}$, узунлиги 6 м . Нарвоннинг B учидан 2 м масофадаги D нуқтада оғирлиги $0,8 \text{ кН}$ бўлган одам туради. Горизонт билан 75° бурчак ташкил қилувчи BC арқон нарвоннинг B учини тутиб туради. Арқондаги тортилиш кучи T ва A ўқнинг реакцияси топилсин.

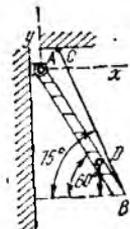
Жавоб: $T = 3,35 \text{ кН}$, $X_A = 0,867 \text{ кН}$, $Y_A = -0,0344 \text{ кН}$.



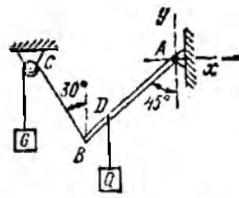
4.12- масалага



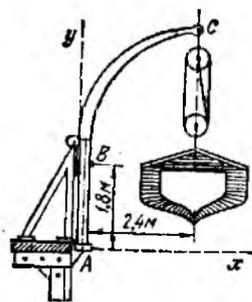
4.13- масалага



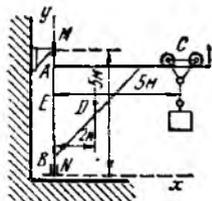
4.14- масалага



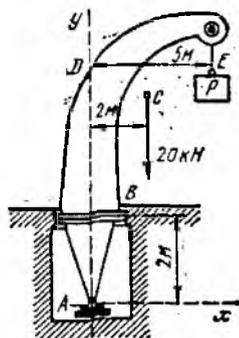
4.15- масалага



4.16-масалага



4.17-масалага



4.18-масалага

4.15. Оғирлиги $P = 100$ Н бўлган, A шарнир билан деворга маҳкамланган бир жиисли AB балкани блокдан ўтказилган ва бир учига G юк осилган трос вертикалга нисбатан 45° бурчак остида ушлаб туради. Троснинг BC қисми вертикал билан 30° бурчак ҳосил қилади. D нуқтада балкага оғирлиги 200 Н бўлган Q юк осилган. Агар $BD = \frac{1}{4}AB$ бўлса, G юк оғирлиги ва A шарнирнинг реакцияси топилсин. Блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $G = 146$ Н, $X_A = 73$ Н, $Y_A = 173$ Н.

4.16. Оғирлиги $9,6$ кН бўлган қайиқ иккита шлюпбалкага осилган, қайиқнинг оғирлиги иккала шлюпбалкага баравар бўлиниб туради. ABC шлюпбалканинг ярим шар шаклидаги A учидан $1,8$ м баландликдаги B подпоянникдан эркин ҳолда ўтади. Шлюпбалканинг қулочи $2,4$ м га тенг. Шлюпбалканинг оғирлигини ҳисобга олмай, унинг A ва B таянчларга туширадиган босим кучлари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = -6,4$ кН, $Y_A = -4,8$ кН, $X_B = 6,4$ кН.

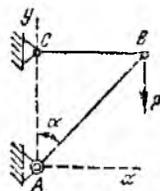
4.17. Металл қуювчи ABC краннинг вертикал MN айланни ўқи бор; масофалар $MN = 5$ м, $AC = 5$ м. Кран оғирлиги 20 кН; унинг оғирлик маркази жойлашган D нуқта айланни ўқидан 2 м масофада туради; C нуқтага осилган юкнинг оғирлиги 30 кН га тенг. M подпоянник ва N товоностининг реакциялари топилсин.

Жавоб: $X_M = -38$ кН, $X_N = 38$ кН, $Y_N = 50$ кН.

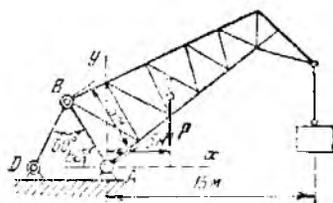
4.18. Шахтада $P = 40$ кН юкни кўтарувчи кран A товоностига ва B нуқтада силлиқ цилиндр сиртга тиралиб туради; цилиндр сиртининг Ay ўқи вертикал. Пастки AB қисмининг узунлиги 2 м га тенг. Краннинг қулочи $DE = 5$ м. Краннинг оғирлиги 20 кН га тенг бўлиб, Ay вертикал ўқдан 2 м нарида турган C нуқтага қўйилган. A ва B таянчларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 120$ кН, $Y_A = 60$ кН, $X_B = -120$ кН.

4.19. Юк кўтаридиган кран AB балкадан иборат. Балканинг пастки A учидан шарнир ёрдамида деворга бириктирилган, юқориги



4.19-масалага



4.20-масалага

учини BC горизонтал трос ушлаб туради. Юкнинг оғирлиги $P = 2$ кН; AB балканининг оғирлиги 1 кН бўлиб, балканининг ўртасига қўйилган; бурчак $\alpha = 45^\circ$. BC троснинг тортилиш кучи T ва A таянчга тушадиган босим аниқлансин.

Жавоб: $T = 2,5$ кН, $X_A = -2,5$ кН, $Y_A = -3$ кН.

4.20. Кран A , B ва D нуқталарида шарнирға эга бўлиб, $AB = AD = BD = 8$ м. Ферманинг оғирлик маркази A нуқта орқали ўтадиган вертикалдан 5 м масофада. Кранининг қулочи эса, A нуқтадан эриобланганида 15 м га тенг. Қўтариладиган юк оғирлиги 200 кН, ферма оғирлиги $P = 120$ кН. Кранининг кўрсатилган вазиятда A таянч реакциялари ва BD стерженнинг зўриқиши аниқлансин.

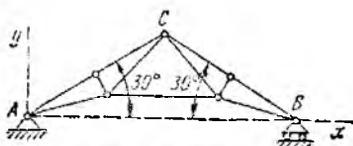
Жавоб: $X_A = 260$ кН, $Y_A = 770$ кН, $T = 520$ кН.

4.21. Стройиланинг ABC симметрик фермасининг бир учи қўзғалмас A нуқтага шарнир воситасида бириктирилган, бонқа B учи эса ғалтаклар билан горизонтал силлиқ текисликка таяниб туради. Ферма оғирлиги 100 кН. AC томонга шамол босимининг кучи таъсир қилади. Шамол босими кучи AC томонга тик ва текис тарқалган бўлиб, тенг таъсир этувчиси 8 кН. AC узунлиги 6 м, бурчак $CAB = 30^\circ$. Таянчлардаги реакциялар топилин.

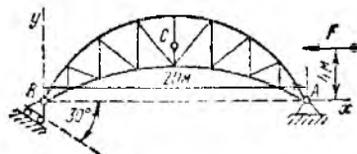
Жавоб: $X_A = -4$ кН, $Y_A = 54,6$ кН, $Y_B = 52,3$ кН.

4.22. Арка шаклидаги ферманинг A нуқтаси қўзғалмас шарнирли таянчда ва B нуқтаси горизонт билан 30° бурчак ташкил қилган силлиқ текисликдаги қўзғалувчи таянчда туради. Оралиқ $AB = 20$ м. Ферманинг устидаги қори билан биргаликда оғирлиги 100 кН ва y AB оралиқнинг ўртасидан юқоридаги C нуқтага қўйилган. Шамол босимининг тенг таъсир этувчиси $F = 20$ кН бўлиб, AB га параллел ҳолда йўналган, унинг таъсир чизиғи AB дан 4 м узоқликда. Таянчлардаги реакциялар топилин.

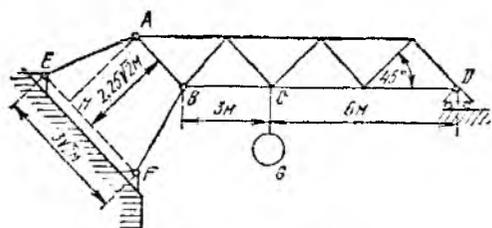
Жавоб: $X_A = -11,2$ кН, $Y_A = 46$ кН, $R_B = 62,4$ кН.



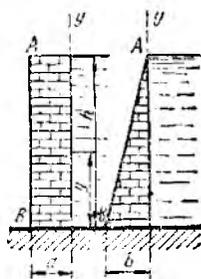
4.21-масалага



4.22-масалага



4.23- масалага



4.24- масалага

4.23. $ABCD$ ферма D нуктада ғалтақларга, A ва B нукталарда эса E ва F шарнирларга бириктирилган AE ва BF оғма стерженларга таяниб туради. Ферманың оғма стерженлари ва EG тўғри чиқиқ горизонтта 45° бурчак билан оғган. BC нинг узунлиги 3 м, AE ва BF стерженларнинг узунлиги бир-бирига тенг. $EF = 3\sqrt{2}$ м, $AH = 2,25 \cdot \sqrt{2}$ м. Ферма ва унга осилган юкнинг оғирлиги 75 кН бўлиб, CG тўғри чиқиқ бўйлаб йўналган. Ғалтақлар реакцияси R_D топилин.

Жавоб: $R_D = 15$ кН.

4.24. Тўғоннинг кичкина юзачасига сувден тушадиган босим шу юзадан сувнинг эркин сиртигача бўлган масофага пропорционал равишда ортади; бу босим баландлиги шу масофага баравар бўлган сув устунининг оғирлигига тенг; сув устуни асосининг юзи тўғоннинг мазкур кичкина юзасига тенг. Қуйидаги икки ҳолда тўғон асоси қалинлигининг қанча бўлиши топилин:

1) тўғоннинг кўндаланг қирқими тўғри бурчакли тўртбурчак бўлганда;

2) унинг қирқими учбурчак бўлганда.

Сувнинг босимидан тўғон B қирра атропоида ағдарилиб кетмайдиган қилиб ҳисобланиши, бунда турғунлик коэффициенти 2 га тенг бўлиши керак. Тўғоннинг баландлиги h сувнинг чуқурлиги билан бир хил бўлиб, 5 м га тенг. Сувнинг солиштирма оғирлиги $\gamma = 10$ кН/м³, тўғон материалининг солиштирма оғирлиги $\gamma_1 = 22$ кН/м³.

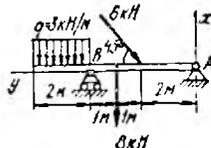
Турғунлик коэффициенти деб ағдарилувчи жисм оғирлиги моментининг ағдарувчи куч моментига бўлган нисбатига айтылади. Тўғоннинг узунлиги 1 м, баландлиги dy бўлган юзга тушадиган сувнинг босими $\gamma(h-y) dy$ килоньютонга тенг, бунда y — тўғон асосидан қаралатган юзачага бўлган масофа (метрлар ҳисобида). Бу босимнинг B нуктага нисбатан олинган momenti $\gamma(h-y) y dy$ га тенг. Ағдарувчи момент $\int_0^h \gamma(h-y) y dy$ га тенг.

Жавоб: $a = 2,75$ м; $b = 3,37$ м.

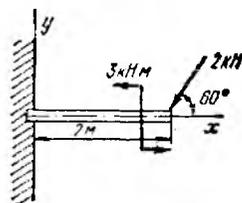
4.25. Битта тўпланган куч ва жуфт куч таъсиридаги балканың A ва B таянчлари реакциялари аниқлансин. Кучлар ва масофалар расмда кўрсатилган.



4.25- масалага



4.26- масалага



4.27- масалага

Жавоб: $X_A = 2$ кН, $Y_A = -4,32$ кН, $Y_B = 7,78$ кН.

4.26. Иккита тўпланган куч ва бир текис тақсимланган юк таъсиридаги балканинг A ва B таянчларидаги реакциялар аниқлансин. Текис тақсимланган юkning интенсивлиги, кучларнинг катталиклари ва масофалар расмда кўрсатилган.

Жавоб: $X_A = 2,6$ кН, $Y_A = 4,2$ кН, $X_B = 15,6$ кН.

4.27. Тўпланган куч ва жуфт куч таъсиридаги расмда тасвирланган консоль балканинг деворга қистириб маҳкамланган учининг реакция кучлари аниқлансин.

Жавоб: $X = 1$ кН, $Y = 1,73$ кН, $M = 0,47$ кН·м.

4.28. Тўпланган куч, текис тақсимланган юк ва жуфт куч таъсиридаги расмда тасвирланган консоль балканинг деворга қистириб маҳкамланган учининг реакция кучлари аниқлансин.

Жавоб: $X = 2,8$ кН, $Y = 1,7$ кН, $M = -5,35$ кН·м.

4.29. Текис таралган юк, битта тўпланган куч ва иккита жуфт куч таъсиридаги расмда тасвирланган консоль балканинг қистириб маҳкамланган учдаги реакция кучлари аниқлансин.

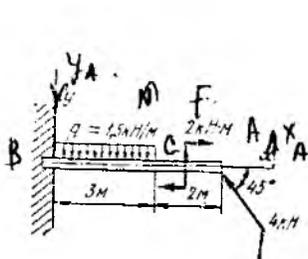
Жавоб: $X = 11,8$ кН, $Y = -2,8$ кН, $M = -86,8$ кН·м.

4.30. Расмда тасвирланган жуфт куч ва учбурчак қонунияти билан тақсимланган юк таъсирида бўлган консоль балка кўмилган учининг реакция кучлари аниқлансин.

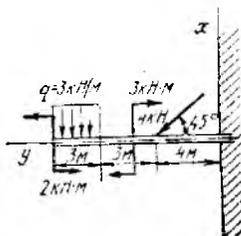
Жавоб: $X = -9$ кН, $Y = 0$, $M = 40$ кН·м.

4.31. Расмда тасвирланган тўпланган куч, жуфт куч ҳамда учбурчак ва трапеция ҳосил қилиб тақсимланган юк таъсири остидаги консоль балканинг қистириб маҳкамланган учдаги реакция кучлари аниқлансин.

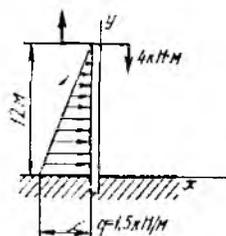
Жавоб: $X = 137$ кН, $Y = 25$ кН, $M = -270$ кН·м.



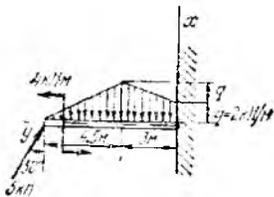
4.28- масалага



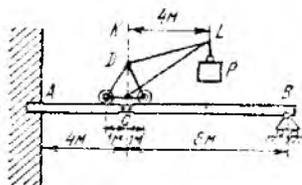
4.29- масалага



4.30- масалага



4.31- масалага



4.32- масалага

4.32. Икки бўлаккли ABC горизонтал балканинг A учи деворга тикиб қўйилган, B учи қўзғалувчи таянчда туради; C нуқтасида шарнир бор. Балканинг устига оғирлиги 10 кН бўлган P юкни кўтариб турувчи кран қўйилган. Крайнинг қулочи $KL = 4$ м, оғирлиги $Q = 50$ кН, краннинг оғирлик маркази CD вертикал чизиқда ётади. Ўлчовлар расмда кўрсатилган. Балка оғирлигини ҳисобга олмай краннинг AB балка билан бир текисликда жойлашган ҳолатида A ва B таянч нуқталаридаги реакциялар топилсин.

Жавоб: $R_A = 53,75$ кН, $R_B = 6,25$ кН, $M_A = 205$ кН·м.

4.33. Расмда йиғма балкалар ҳамда унга қўйилган юк ва куч тасвирланган. A , B ва C таянчлардаги ҳамда D шарнирдаги реакциялар аниқлансин.

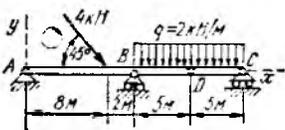
Жавоб: $X_A = -2,8$ кН, $Y_A = -4,4$ кН, $Y_B = 22,2$ кН, $Y_C = 5$ кН, $X_D = 0$, $Y_D = \pm 5$ кН.

4.34. Расмда йиғма балкалар ҳамда унга қўйилган куч ва юк тасвирланган. A , B ва C таянчлардаги ҳамда D шарнирдаги реакция кучлари аниқлансин.

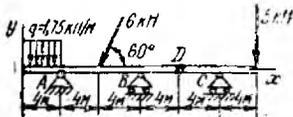
Жавоб: $X_A = 3$ кН; $Y_A = 13,8$ кН; $Y_B = -6,6$ кН; $Y_C = 10$ кН; $X_D = 0$; $Y_D = \pm 5$ кН.

4.35. Икки қисмдан иборат кўприк ўзаро A шарнир билан ҳамда иккала қирғоқдаги таянчларга B ва C шарнирлар воситасида бириктирилган. Кўприк ҳар қайси қисмининг оғирлиги 40 кН; уларнинг оғирлик маркази D ва E нуқталарда. Кўприк устида оғирлиги $P = 20$ кН бўлган юк бор; ўлчовлар расмда кўрсатилган. A шарнирдаги босим кучи билан B ва C нуқталардаги реакциялар аниқлансин.

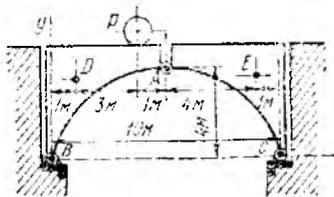
Жавоб: $X_A = \pm 20$ кН; $Y_A = \mp 8$ кН; $X_B = -X_C = 20$ кН; $Y_B = 52$ кН; $Y_C = 48$ кН.



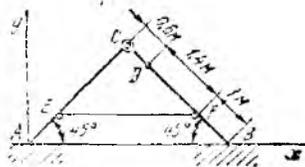
4.33- масалага



4.34- масалага



4.35- масалага



4.36- масалага

4.36. AC ва BC қисмлардан иборат бўлган кўчма нарвон горизонтал силлиқ текисликда туради. AC ва BC қисмлар ҳар бирининг оғирлиғи 120 Н , узунлиғи 3 м бўлиб, улар C шарнир ва EF арқон билан бириктирилган; масофа $BF = AE = 1\text{ м}$. Ҳар қайси AC ва BC қисмларининг оғирлик маркази уларнинг ўртасида. $CD = 0.6\text{ м}$ масофадаги D нуқтада оғирлиғи 720 Н бўлган одам бор. Агар бурчаклар $BAC = ABC = 45^\circ$ бўлса, пол ва шарнир реакцияси, шунингдек EF арқондаги таранглик кучи T аниқлансин.

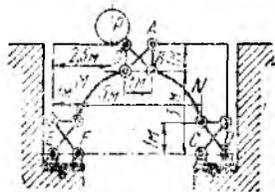
Жавоб: $R_A = 408\text{ Н}$, $R_B = 552\text{ Н}$, $X_C = \pm 522\text{ Н}$, $Y_C = \pm 288\text{ Н}$, $T = 522\text{ Н}$.

4.37. Кўприк иккита бир хил M ва N қисмлардан иборат. Бу қисмлар бир-бирига ҳамда олтига оғма стерженлар билан қўзғалмас таянчларга бириктирилган. Стерженлар горизонтга 45° бурчак остида оғган бўлиб, учларида шарнирлари бор. Учловлар расмда кўрсатилган. G нуқтага оғирлиғи P бўлган юк қўйилган. Шу юк таъсиридан стерженларда ҳосил бўладиган зўриқинлар аниқлансин.

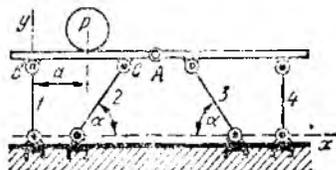
Жавоб: $R_A = 0$; $R_B = P \frac{\sqrt{2}}{3}$, $R_C = 0$,

$$R_D = P \frac{\sqrt{2}}{3}, R_E = P \frac{\sqrt{2}}{2}, R_F = P \frac{\sqrt{2}}{6}.$$

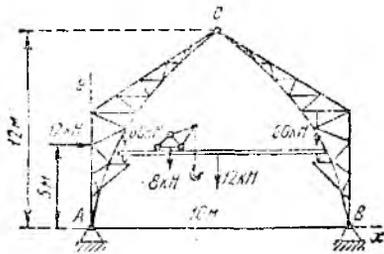
4.38. Узаро A шарнир воситасида боғланган иккита горизонтал бағкидан иборат кўприк пойдеворга 1, 2, 3, 4 қаттиқ стерженлар билан шарнирли бириктирилган. Чеккадаги стерженлар вертикал, ўртадаги стерженлар эса горизонтга $\alpha = 60^\circ$ бурчак остида оғган. Тетивили ўнловлар: $BC = 6\text{ м}$; $AB = 8\text{ м}$. Кўприкнинг B нуқтасидан $a = 4\text{ м}$ масофада унга $P = 15\text{ кН}$ вертикал куч таъсир қилади. Стерженлардаги зўриқинлар ва A шарнирнинг реакцияси аниқлансин.



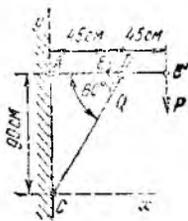
4.37- масалага



4.38- масалага



4.39- масалага



4.40- масалага

Жавоб: $S_1 = -6,25$ кН, $S_2 = S_3 = -5,77$ кН, $S_4 = 1,25$ кН, $X_A = \pm 2,89$ кН, $Y_A = \mp 3,75$ кН.

4.39. Устехонада из бўйлаб кўприк кран юради; устехона биносини уч шарнирли арка ушлаб туради. Изада суритадиган кўндалиг балканинг оғирлиги 12 кН; краннинг оғирлиги 8 кН (кранга юк ортилмаган); кран оғирлигининг таъсир чизиғи чанки издан балканинг 0,25 узунлигига тенг бўлган масофада жойлашган. Арка ҳар қайси ярмининг оғирлиги 60 кН га тенг ва у тегишлича A ёки B таянчлардан ўтадиган вертикаллардан 2 м масофадаги нуқталарга қўйилган; краннинг таянч излари шу вертикаллардан 1,8 м масофада. Бинонинг баландлиги 12 м, AB оралиқ 16 м. Шамол босими кучларининг тенг таъсир этувчиси 12 кН га тенг ва AB га параллел; унинг таъсир чизиғи AB дан 5 м нарида. A ва B шарнирларининг реакциялари ва C шарнирдаги босим кучи аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 2$ кН, $Y_A = 67,8$ кН, $X_B = -14$ кН, $Y_B = 72,2$ кН, $X_C = \pm 14$ кН, $Y_C = \mp 4,2$ кН.

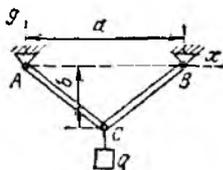
4.40. Горизонтал AB бруснинг учига $P = 25$ Н юк осилган. Бруснинг оғирлиги $Q = 10$ Н бўлиб, E нуқтага қўйилган. Брус CD стерженга тиралган бўлиб, деворга A шарнир ёрдамида, стерженга эса D шарнир воситасида бириктирилган. Ўлчовлар расмда кўрсатилган. CD стерженнинг оғирлигини ҳисобга олмай, A ва C шарнирларининг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = -30$ Н, $Y_A = -17$ Н, $R_C = 60$ Н.

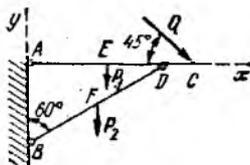
4.41. Бир хил узунликдаги иккита бир жинсели брус ўзаро C шарнир билан, шунингдек A ва B нуқталарда ҳам шарнирлар воситасида таянчларга бириктирилган. Ҳар қайси бруснинг оғирлиги P га тенг. C нуқтага Q юк осилган. Масофа $AB = d$. C нуқтадан AB горизонтал тўғри чизиққача бўлган масофа b га тенг. A ва B шарнирларининг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $-X_A = X_B = \frac{d}{4b}(P + Q)$, $Y_A = Y_B = P + \frac{Q}{2}$.

4.42. Узунлиги бир хил бўлган иккита AC ва BD стерженлар D нуқтада ўзаро шарнир воситасида бириккан, шунингдек, улар вертикал деворнинг A ва B нуқталарига ҳам шарнир билан маҳкамланган. AC стержень горизонтал жойлашган, BD стержень эса вертикал



4.41- масалага



4.42- масалага

девор билан 60° бурчак ҳосил қилади. AC стерженга E нуқтада вертикал $P_1 = 40$ Н куч ва C нуқтада горизонтга нисбатан 45° бурчак билан $Q = 100$ Н куч қўйилган. BD стерженга F нуқтада вертикал $P_2 = 40$ Н куч қўйилган. $AE = EC$; $BF = FD$ деб олиб, A ва B шарнирларнинг реакциялари аниқлансин.

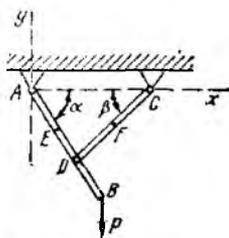
Жавоб: $X_A = -287$ Н, $Y_A = 6$ Н, $X_B = 216$ Н, $Y_B = 145$ Н.

4.43. Ҳазор D шарнир билан бириктирилган иккита AB ва CD балкалар A ва C шарнирлар воситасида ишига осилган. AB балканинг оғирлиги 60 Н бўлиб, E нуқтага қўйилган. CD балканинг F нуқтага қўйилган оғирлиги 50 Н. AB балканинг B нуқтасига вертикал $P = 200$ Н куч қўйилган. Қуйидаги ўлчовлар берилган: $AB = 1$ м, $CD = 0,8$ м, $AE = 0,4$ м, $CF = 0,4$ м; AB ва CD балкалар горизонтга тегинлича $\alpha = 60^\circ$ ва $\beta = 45^\circ$ бурчак билан огган. A ва C шарнирларнинг реакциялари аниқлансин.

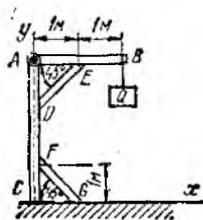
Жавоб: $-X_A = X_C = 135$ Н, $Y_A = 150$ Н, $Y_C = 160$ Н.

4.44. Узунлиги 2 м бўлган AB горизонтал балканинг учига 500 Н оғирликдаги Q юк осилган. Балка AC вертикал столбанинг A нуқтасига бириктирилган ва DE тирговуч билан тираб қўйилган. AC столба FG тирговуч билан маҳкамланган, буида $AE = CG = 1$ м, DE ва FG тирговучлар горизонтга 45° бурчак билан қияланган. Балка, столба, тирговучларнинг оғирликларини ҳисобга олмай, DE ва FG тирговучлардаги S_E ва S_F зўриқишлар ҳамда ернинг C нуқтасидаги реакция топилин. Бириктиришларин шарнирли боғланишлар деб ҳисоблансин.

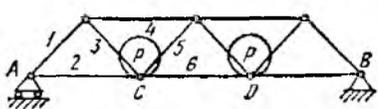
Жавоб: $S_E = -1410$ Н, $S_F = -1410$ Н, $X_C = 1000$ Н, $Y_C = -500$ Н.



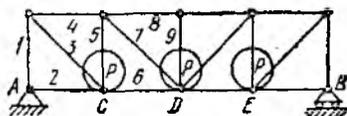
4.43- масалага



4.44- масалага



4.45- масалага



4.46- масалага

4.45. Расмда кўрсатилган кўприк фермасининг C ва D тугунларига вертикал бўйича таъсир қилувчи $P = 100$ кН ли бир хил юклар қўйилган. Оғма стерженлар горизонт билан 45° бурчак ташкил қилади. Шу юклар таъсиридан 1, 2, 3, 4, 5 ва 6 стерженларда ҳосил бўладиган зўриқишлар топилсин.

Жавоб: $S_1 = -141$ кН, $S_2 = 100$ кН, $S_3 = 141$ кН, $S_4 = -200$ кН, $S_5 = 0$, $S_6 = 200$ кН.

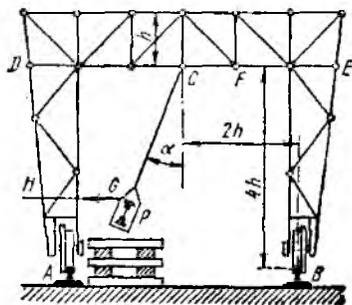
4.46. Расмда кўрсатилган кўприк ферманинг C, D ва E бўйича таъсир қилувчи тугунларига вертикал $P = 100$ кН ли бир хил юклар қўйилган. Оғма стерженлар горизонт билан 45° бурчак ташкил қилади. Шу юклар таъсиридан 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ва 9 стерженларда ҳосил бўладиган зўриқишлар топилсин.

Жавоб: $S_1 = -150$ кН, $S_2 = 0$, $S_3 = 212$ кН, $S_4 = -150$ кН, $S_5 = -50$ кН, $S_6 = 150$ кН, $S_7 = 71$ кН, $S_8 = -200$ кН, $S_9 = 0$.

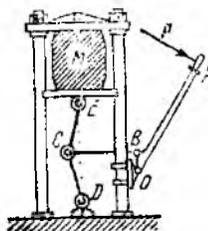
4.47. Кўприк йениш учун вақтинча ишларга мўлжаллаб, гидравлик ёғоч кран ясалган; бу кран A ва B изларда кўчиб юради. Краннинг пастки DE пояси ўртасидаги C тугунга занжир ёрдами билан юк кўтариш учун хизмат қилувчи блок осилган. Ердан кўтарилувчи юкнинг оғирлиги $P = 50$ кН бўлиб, юк асосдан ажралиш пайтида занжир йўналиши вертикал билан $\alpha = 20^\circ$ бурчак ташкил этади; юк тебраниб кетмаслиги учун у CH горизонтал арқон билан тортиб турилади.

Занжир тортилиш кучининг горизонтал тузувчиси фақат ўнгдаги B изга тушади, деб фараз қилиб, юкни ердан кўтариш пайтида CF горизонтал стерженда ҳосил бўлган S_1 зўриқиш аниқлансин ва у бурчак $\alpha = 0$ бўлганда юзага келадиган S_2 зўриқиш билан таққослансин. Ўлчовлар расмда кўрсатилган.

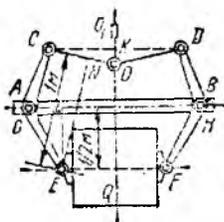
Жавоб: $S_1 = 104,6$ кН, $S_2 = 50$ кН.



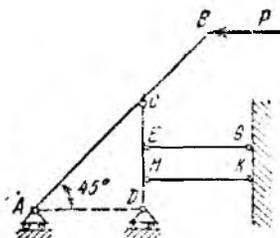
4.47- масалага



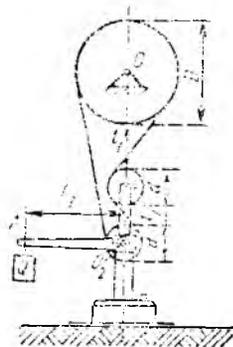
4.48- масалага



4.49- масалага



4.50- масалага



4.51- масалага

4.48. Прессдаги M жиемини сиқувчи кучнинг миқдори топилисин. Қуйидаги шартлар берилган: таъсир этувчи куч $P = 0,2 \text{ кН}$ бўлиб, у қўзғалмас O ўқда эга бўлган OA ричагга перпендикуляр тушади. Текширилётган ҳолда пресснинг BC тортиқни OB га перпендикуляр ва ECD бурчакни тенг иккига бўлади, $\angle CED = \arcsin 0,2 = 11^\circ 20'$, узунлик $OA = 1 \text{ м}$; $OB = 10 \text{ см}$.

Жавоб: 5 кН .

4.49. Юкни қисиб кўтарувчи механизмнинг OO_1 занжири $OC = OD = 60 \text{ см}$ стерженларга O шарнир билан бириктирилган. Стерженлар ҳам бир-бирига тенг иккига CAE ва DBF тирсакли ричагларга шарнирлар билан бириктирилган бўлиб, бириктирувчи GH стерженнинг A ва B нуқталари атрофида ричаглар айлана олади. E ва F шарнирлардаги махсус колодкалар $Q = 10 \text{ кН}$ юкни ишқаланиш натижасида ушлаб туради. E нуқта GH стержендан $EL = 50 \text{ см}$, OC стержендан эса $EN = 1 \text{ м}$ масофаларда туради. COD учбурчакнинг баландлиги $OK = 10 \text{ см}$ га тенг. Механизм қисмларининг оғирлигини ҳисобга олмай бириктирувчи GH стерженни чўзувчи куч топилисин.

Жавоб: 60 кН .

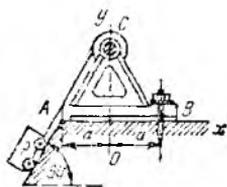
4.50. Расмда тасвирланган стерженли системада $CE = EI = HD$ ва $AC = CB$ бўлганида A, C, D, E ва H шарнирлардаги реакция кучларини аниқлансин.

Жавоб: $R_A = R_D = R_H = P$, $R_E = 2P$, $R_C = P\sqrt{2}$.

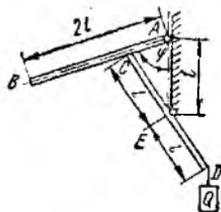
EG стержень чўзилади, HK стержень сиқилади.

4.51. Ҳаракатлантирувчи тасмада AO_2O_1 тирсакли ричаг ҳамда тортувчи O_1 ролик воситасида ҳосил қилинган тортилиш кучи роликнинг иккала томонида бир хил бўлиб, P H га тенг. Система мувозанат ҳолида турганида Q юк миқдорининг қанча бўлиши топилисин. Берилган: $\angle AO_2O_1 = 90^\circ$; $D = 55 \text{ см}$; $d = 15 \text{ см}$; $l_1 = 35 \text{ см}$; $l_2 = 15 \text{ см}$; $l_3 = 45 \text{ см}$; $P = 18 \text{ Н}$.

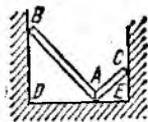
Жавоб: $Q = 12 \text{ Н}$.



4.52- масалага



4.53- масалага



4.54- масалага

4.52. Свирлиги $4,8 \text{ кН}$ бўлган P юк силлиқ қия текисликда арқон ёрдамда ушлаб турилади; арқон текисликка параллел ва ABC лебедканинг қўзғалмас валига ўралган. Қия текислиكنинг горизонтга оғиш бурчаги 60° . Лебедканинг свирлиги $Q = 2,4 \text{ кН}$ бўлиб, CO вертикал чизик бўйлаб йўналган. Лебедка A нуқтада силлиқ полга тиралган ва B нуқтада полга болт билан бириктирилган. Текисликдан арқонга бунган масофани ҳисобга олмай, таянчларнинг реакциялари товлени.

Жавоб: $Y_A = 4,8 \text{ кН}$, $X_B = 2,08 \text{ кН}$, $Y_B = 1,2 \text{ кН}$.

4.53. Узунлиги $2l$, свирлиги P бўлган бир жинсли AB стержень A учидаги горизонтал ўқ атрофида айлана олади. Бу стержень худди шундай $2l$ узунликдаги бир жинсли CD стерженьга тиралган; CD стержень ўзининг ўртасидаги E дан ўтган горизонтал ўқ атрофида айлана олади. A ва E нуқталар бир вертикалда ётади, $AE = l$. Стерженьнинг D учига $Q = 2P$ юк осилган. Ишқаланишни ҳисобга олмай, мувозанат ҳолатида AB стерженьнинг вертикал билан ҳосил қиладиган φ бурчаги аниқлансин.

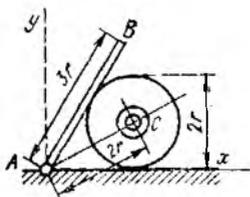
Жавоб: $\varphi = \arccos \frac{1}{8} = 82^\circ 50'$.

4.54. Иккита бир жинсли AB ва AC стерженьлар A нуқтада бири-бирига (вертикал силлиқ текислик бўйича) ва горизонтал силлиқ полга, B ва C нуқталарда эса вертикал силлиқ деворларга тиралган. Стерженьлар бири-бири билан 90° бурчак ҳосил қилиб, мувозанат ҳолатида турганида деворлар орасидаги DE масофанинг қанча бўлиши аниқлансин. AB стерженьнинг узунлиги a га, свирлиги P_1 га, AC стерженьнинг узунлиги b га, свирлиги P_2 га тенг.

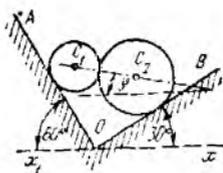
Жавоб: $DE = \frac{a\sqrt{P_2} + b\sqrt{P_1}}{\sqrt{P_1 + P_2}}$.

4.55. A горизонтал ўқ атрофида айлана оладиган бир жинсли AB брус радиуси r бўлган силлиқ цилиндрга суяниб туради. Цилиндр свирлиқ горизонтал пол устида қўзилмайдиган AC ил билан тортиб қўйилган. Бруснинг свирлиги 16 Н ; узунликлар $AB = 3r$, $AC = 2r$. Илнинг тортилиш кучи T ва бруснинг A шарнирга қўрсатадиган босим кучи аниқлансин.

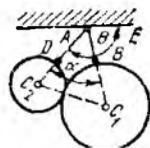
Жавоб: $T = 6,9 \text{ Н}$, $X_A = -6 \text{ Н}$, $Y_A = -12,5 \text{ Н}$.



4.55- масалага



4.56- масалага



4.57- масалага

4.56. Иккита силлиқ OA ва OB қия текисликлар орасига, маркази C_1 , сғирлиги $P_1 = 10$ Н ва маркази C_2 , сғирлиги $P_2 = 30$ Н бўлган бир-бирига тегиб турувчи иккита бир жинсли силлиқ цилиндр қўйилган. Агар бурчак $AOx_1 = 60^\circ$, бурчак $BOx = 30^\circ$ бўлса, C_1C_2 тўғри чизиқнинг горизонтал xOx_1 ўқ билан ҳосил қилган φ бурчаги, цилиндрларнинг текисликларга босими N_1 ва N_2 , шунингдек, цилиндрларнинг бир-бирига туширадиган босимининг миқдори N аниқлансин.

Жавоб: $\varphi = 0$; $N_1 = 20$ Н; $N_2 = 34,6$ Н; $N = 17,3$ Н.

4.57. Сғирликлари мос равишда P_1 ва P_2 , радиуслари R_1 ва R_2 бўлган иккита бир жинсли C_1 ва C_2 шарлар AB ҳамда AD арқонларга боғланиб, A нуқтага осиб қўйилган: $AB = l_1$; $AD = l_2$; $l_1 + R_1 = l_2 + R_2$; бурчак $BAD = \alpha$; AD арқоннинг AE горизонтал текислик билан ҳосил қилган θ бурчаги, арқонлардаги T_1, T_2 тортивиш кучлари ва бир шарнинг иккинчисига туширадиган босим кучи аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \operatorname{tg} \theta = -\frac{P_2 + P_1 \cos \alpha}{P_1 \sin \alpha}, \quad T_1 = P_1 \frac{\sin(\theta - \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}},$$

$$T_2 = P_2 \frac{\sin(\theta - \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}}, \quad N = P_2 \frac{|\cos \theta|}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$$

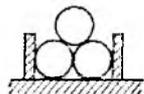
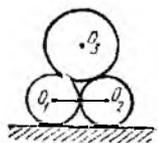
4.58. Марказлари чўзилмайдиган ип билан боғланган иккита бир жинсли цилиндр горизонтал текисликда турибди, цилиндрлар ҳар бирининг радиуси r , сғирлиги P . Уларнинг устида радиуси R , сғирлиги Q бўлган бир жинсли учинчи цилиндр бор. Ишқаланишни ҳисобга олмай, ипнинг тортивиш кучи, цилиндрларнинг текисликка ва бир-бирига туширадиган босими аниқлансин.

Жавоб: Пастдаги ҳар қайси цилиндрнинг текисликка туширадиган босими $P + \frac{Q}{2}$ га тенг. Пастдаги цилиндрнинг ҳар бири билан

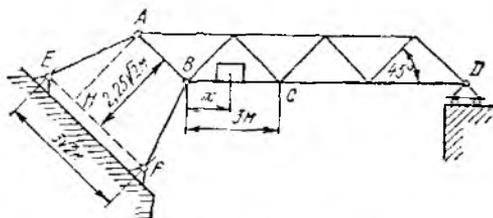
юқоридаги цилиндр орасидаги босими $\frac{Q(R+r)}{2\sqrt{R^2+2rR}}$ га тенг.

Ипнинг тортивиш кучи $\frac{Qr}{2\sqrt{R^2+2rR}}$ га тенг.

4.59. Ҳар қайсисининг сғирлиги $P = 120$ Н бўлган бир хилдаги учта труба расмда кўрсатилгандек ётади. Ишқаланишни ҳисобга ол-



4.58- масалага 4.59- масалага



4.60- масалага

май, ҳар бир пастки трубанинг ерга ва ён томондан ушлаб турган силлиқ деворларга туширадиган босими аниқлансин.

Жавоб: ерга тушадиган босим 180 Н га, ҳарқайси деворга тушадиган босим 34,6 Н га тенг.

4.60. $ABCD$ ферма D нуқтада ғалтакларга, A ва B нуқталарда эса E ва F шарнирларга бириктирилган AE ва BF стерженларга таяниб туради. Ферманинг омма стерженлари ва EF тўғри чизик горизонтга 45° бурчак билан оingan. BC нинг узунлиги 3 м, AE ва EF стерженларнинг узунлиги бир-бирига тенг; $EF = 3\sqrt{2}$ м; $AE = 2,25\sqrt{2}$ м. Ферманинг оғирлиги 25 кН га тенг бўлиб, C нуқта орқали ўтадиган вертикал бўйлаб йўналган; фермага қўйилган юкнинг оғирлиги 112,5 кН. D таянч реакцияси полга тенг бўлиши учун юкни B нуқтадан ҳисобланган қандай x масофада ўрнатили керак?

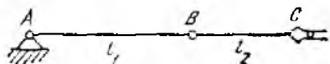
Жавоб: $x = 0,25$ м.

4.61. Робот — манипулятор шарнирли уч звеноли механизмдан иборат, звенолар вертикал текисликда айлана олади. Робот — манипулятор звеноларини горизонтал ҳолатда ушлаб турини учун зарур бўлган A ва B шарнирлар атрофидаги айлантирувчи моментлар топилсин. Манипулятор объектининг массаси $m_C = 15$ кг. Звеноларнинг узунликлари: $l_1 = 0,7$ м, $l_2 = 0,5$ м. Звенолар бир жинсли ва уларнинг массалари тегишлича: $m_1 = 35$ кг, $m_2 = 25$ кг.

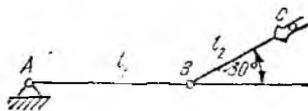
Жавоб: $M_A = 530$ Н·м, $M_B = 135$ Н·м.

4.61 — 4.64- масалаларга эслатма. Шарнирларда айлантирувчи моментларни вужудга келтирувчи механизмлар расмларда кўрсатилмаган.

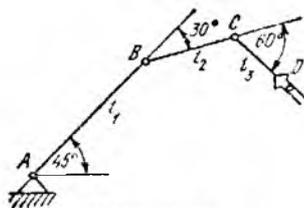
4.62. Мувозанатда турган шарнирли робот — манипулятор механизмида иккинчи звено горизонтга нисбатан 30° бурчакка кўтарилганида узатмаларнинг шарнирларидаги айлантирувчи моментлар топилсин.



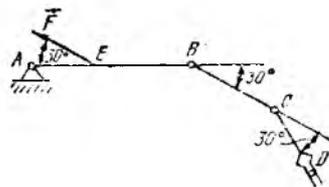
4.61- масалага



4.62- масалага



4.63- масалага



4.64- масалага

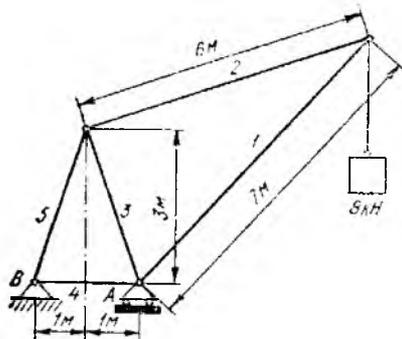
Манипуляция объектининг массаси $m_C = 15$ кг. Звеноларнинг узунликлари: $l_1 = 0,7$ м, $l_2 = 0,5$ м. Звеноларнинг массалари: $m_1 = 35$ кг, $m_2 = 25$ кг.

Жавоб: $M_A = 510$ Н·м, $M_B = 117$ Н·м.

4.63. Робот — манипулятор механизми мувозанат ҳолатида вертикал текисликда жойлашган. Звеноларнинг узунликлари: $l_1 = 0,8$ м, $l_2 = 0,5$ м, $l_3 = 0,3$ м. Звеноларнинг массалари: $m_1 = 40$ кг, $m_2 = 25$ кг, $m_3 = 15$ кг. Агар манипуляторнинг CD қўлида массаси $m_D = 15$ кг бўлган юк бўлса, узатмалар таъсир кучларининг шарнирларга қўядиган айлантирувчи моментлари топилсин. Звеноларни бир жинсли стерженлар деб ҳисоблансин.

Жавоб: $M_A = 665$ Н·м, $M_B = 248$ Н·м, $M_C = 46,7$ Н·м.

4.64. Робот — манипулятор механизмининг қўли, массаси $m_D = 15$ кг бўлган юкни мувозанатда ушлаб туради. Юкни бўшатадиган қурilmанинг узатмага кўрсатадиган зўриқишини камайтиришга мўлжалланган вужушаси биринчи звенога A шарнирдан $AE = 0,2$ м масофага қўйилган $F = 3000$ Н куч билан таъсир қилади. Узатма таъсир кучларининг шарнирлардаги моментлари топилсин. Звеноларнинг узунликлари: $l_1 = 0,8$ м, $l_2 = 0,5$ м, $l_3 = 0,3$ м. Звеноларнинг массалари: $m_1 = 40$ кг, $m_2 = 25$ кг, $m_3 = 15$ кг. Звенолар бир жинсли стерженлар деб ҳисоблансин.



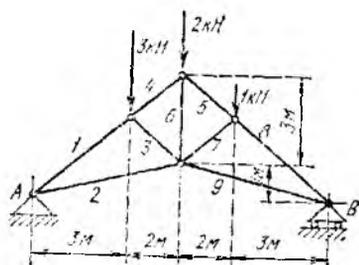
4.65- масалага

Жавоб: $M_A = 502$ Н·м, $M_B = 214$ Н·м, $M_C = 33$ Н·м.

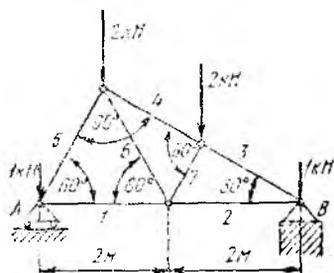
4.65. Расмда кўрсатилган краннинг таянч реакциялари ва унинг стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин. Кранда 8 кН ли юк бор. Стерженларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_A = 26,1$ кН, $R_B = 18,1$ кН — пастрга йўналган.

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5
Зўриқишлар, кН	-16,4	+11,5	-14,3	-6	+19



4.66-масалага



4.67-масалага

4.66. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган стропила фермасининг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $R_A = 3,4$ кН; $R_B = 2,6$ кН.

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	-7,3	+5,8	-2,44	-4,7	-4,7	+3,9	-0,81	-5,5	+4,4

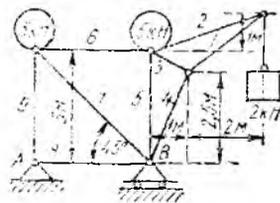
4.67. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган суғри ферманинг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $R_A = 3,25$ кН, $R_B = 2,75$ кН.

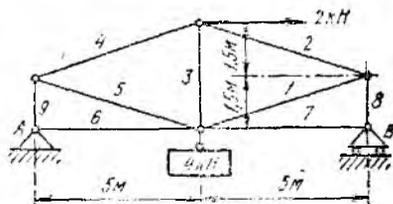
Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7
Зўриқишлар, кН	+1,3	+3,03	-3,5	-2,5	-2,6	+1,73	-1,73

4.68. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган кран фермасининг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $R_A = 3$ кН, $R_B = 9$ кН.



4.68-масалага



4.69-масалага

Стерженьнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	-6,0	+5,1	-3,13	-5,4	-2,0	+2,0	-2,83	0	-3,0

4.69. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган иш-шоотнинг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Бу масалада, шунингдек, бундан кейинги масалаларда, Ox ўқ AB горизонтал тўғри чизиқ бўйича ўнга, Oy ўқ эса вертикал бўйича юқорига йўналтирилган.

Жавоб: $X_A = -2$ кН, $Y_A = 1,1$ кН, $Y_B = 2,6$ кН.

Стерженьнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	+4,5	-4,5	+2	-2,44	+2,44	+2	0	-2,6	-1,4

4.70. Расмда юкларни билан бирга кўрсатилган ферманинг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

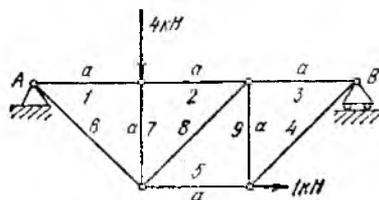
Жавоб: $X_A = -1$ кН, $Y_A = 3$ кН, $Y_B = 1$ кН.

Стерженьнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	-2	-2	-1	+1,41	+2	+4,24	-4	+1,41	-1

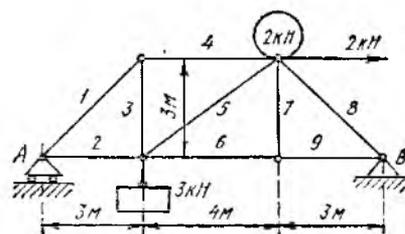
4.71. Расмда қўйилган кучлари билан бирга кўрсатилган кўприк фермасининг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $Y_A = 2,1$ кН, $X_B = -2$ кН, $Y_B = 2,9$ кН.

Стерженьнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	-2,97	+2,1	+2,1	-2,1	+1,5	+0,9	0	-4,1	+0,9

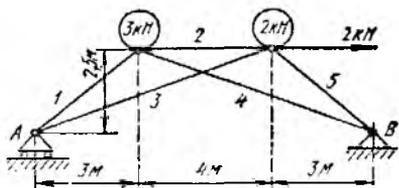


4.70- масалага



4.71- масалага

4.72. Расмда таъсир этувчи кучлар билан бирга кўрсатилган ишцоотнинг таянчларидаги реакциялар ва стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин, 3 ва 4 стерженлар бир-бири билан кеснишган нуктада шарир воситасида бириктирилган эмас.



4.72-масалага

Жавоб: $Y_A = 2,2$ кН, $X_B = -2$ кН, $Y_B = 2,8$ кН.

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5
Зўриқишлар, кН	-6	-7	+4,9	+2,53	-5,7

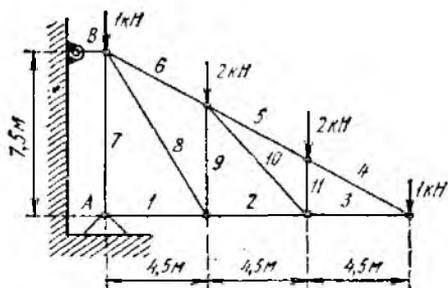
4.73. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган осма ферманинг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 5,4$ кН, $Y_A = 6$ кН, $X_B = -5,4$ кН.

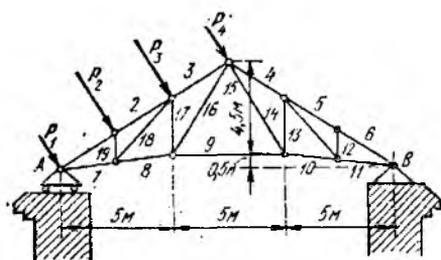
Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Зўриқишлар, кН	-5,4	-3,6	-1,8	+2,06	+2,06	+4,1	-6	+3,5	-3	+2,7	-2

4.74. Тенг панелли стропила фермасининг туғунларида шамол босими таъсирида томга тик бўлган: $P_1 = P_4 = 312,5$ Н ва $P_2 = P_3 = 625$ Н кучлар ҳосил бўлади. Улчовлар расмда кўрсатилган. Шамол таъсирида таянчларда ҳосил бўладиган реакциялар ва ферма стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $Y_A = 997$ Н, $X_B = 1040$ Н, $Y_B = 563$ Н, $S_1 = -1525$ Н, $S_2 = 1940$ Н, $S_3 = -1560$ Н, $S_4 = S_5 = S_6 = -970$ Н, $S_7 = +1100$ Н, $S_8 = 440$ Н, $S_9 = -215$ Н, $S_{10} = S_{11} = -230$ Н, $S_{12} = S_{13} = S_{14} = 0$, $S_{15} = -26$ Н, $S_{16} = +1340$ Н, $S_{17} = -1130$ Н, $S_{18} = +1050$ Н, $S_{19} = -750$ Н.



4.73-масалага



4.74-масалага

5-§. Ишқаланиш кучлари

5.1. $P = 2$ кН куч билан қўзғилувчи иккита пўлат листни бир-бирига бириктириб турадиган болтда қанча тортиш кучи бўлиши лозимлиги аниқлансин. Болт кичик оралиқ билан ўриатилган бўлиб, кесувчи кучга чидаш бериши керак. Листлар орасидаги ишқаланиш коэффициентини 0,2 га тенг.

Кўрсатма: Болт кесувчи кучга чидаш бериши керак бўлганидан ун шундай куч билан тортиб қўйиш лозимки, листлар орасида ҳосил бўладиган ишқаланиш, листларнинг силжishiга йўл қўймасин. Болтнинг ўқн бўйлаб таъсир қилувчи куч қидирилмаётган тортиш кучи бўлади.

Жавоб: 10 кН.

5.2. Расмда кўрсатилгандек тахланган қоғоз варақларининг эркин учлари варақ оралатиб шундай ёпиштирилганки, натижада иккита A ва B мустақил тўплар ҳосил бўлади. Ҳар қайси варақнинг оғирлиги 0,06 Н, ҳамма варақларнинг сонини 200, қоғознинг қоғоз билан ва қоғоз турган стол билан ишқаланиш коэффициентини 0,2 га тенг. Қоғоз тўпларидан бирини қўзғалмас деб ҳисоблаб, иккинчи тўпни тортиб олиш учун керак бўлган P горизонтал кучининг энг кичик қиймати аниқлансин.

Жавоб: A ни B дан тортиб олганда $P = 241,2$ Н. B ни A дан тортиб олганда $P = 238,8$ Н бўлади.

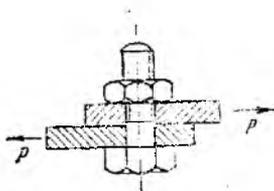
5.3. Нишаблиги 0,008 га тенг бўлган қия йўлдан тушиб келаётган вагон маълум бир тезлик олгандан кейин тенг ўлчовли ҳаракат қилади. Агар вагоннинг оғирлиги 500 кН бўлса, шу тезликда вагонга таъсир қиладиган қаршилик кучи R топилсин.

Йўлнинг нишаблиги деб, йўлнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчагининг тангенсинга айтивиди; нишаблик кичик бўлганда бурчакнинг синусини унинг тангенсинга тенг деб қабул қилиш мумкин.

Жавоб: $R = 4$ кН.

5.4. Поезд 0,008 қияликка эга бўлган тўғри чизиқли йўл бўйлаб ўзгармас тезлик билан кўтарилмоқда; электровозни ҳисобга олмаганда, поездининг оғирлиги 12000 кН. Агар ҳаракатга бўлган қаршилик, поездининг темир изларга кўрсатадиган боғинининг 0,005 қисминини ташкил қилса, электровознинг тортиш кучи P қандай бўлади?

Жавоб: $P = 156$ кН.



5.1- масалага



5.2- масалага

5.5. Силлиқ бўлмаган қия текислик горизонт билан шундай α бурчак ташкил қиладики, шу текисликка қўйилган оғир жисм ўзига дастлаб берилган бошланғич тезликка тенг доимий тезлик билан нагтага тушади. Ишқаланиш коэффициентини f аниқлансин.

Жавоб: $f = \operatorname{tg} \alpha$.

5.6. Қия ерининг табиий оғиш бурчаги топилсин. Шу ерининг ишқаланиш коэффициентини $f = 0,8$.

Қия ерининг табиий оғиш бурчаги деб қияликнинг горизонтга нисбатан ҳосил қилган шундай энг катта оғиш бурчагига айтивладики, буида қияликда ётган тупроқ заррачаси мувозанатда бўлади.

Жавоб: $38^\circ 40'$.

5.7. Оғирлиги P га тенг яшиқ ишқаланиш коэффициентини f бўлган ғадир-будур текисликда туради. Яшиқни энг кичик Q куч билан қўзғатиш учун кучни горизонтга нисбатан қандай β бурчак билан қўйиш керак? Шу энг кичик кучнинг миқдорини топилсин.

Жавоб: $\beta = \operatorname{arctg} f$; $Q_{\min} = \frac{fP}{\sqrt{1+f^2}}$.

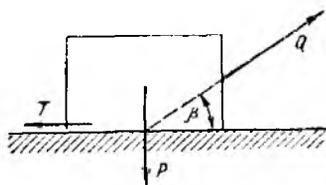
5.8. Оғирликлари мос равишда 10 Н, 30 Н ва 60 Н бўлган учта A, B, C юклар горизонтга α бурчак остида оған текислик устида турибди. Юклар расмда кўрсатилгандек трослар билан боғланган.

Текислик билан юклар орасидаги ишқаланиш коэффициентлари мос равишда $f_A = 0,1$, $f_B = 0,25$, $f_C = 0,5$ га тенг. α бурчакнинг қандай қийматида юклар қия текислик бўйлаб текис ҳаракатланиб нагтага туша бошлайди. Шунингдек, трослардаги T_{AB} ва T_{BC} таранглик кучлари топилсин.

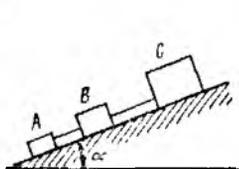
Жавоб: $\alpha = \operatorname{arctg} 0,38$, $T_{AB} = 2,7$ Н, $T_{BC} = 6,5$ Н.

5.9. Оғирлиги 200 Н бўлган тўғри бурчакли B бруснинг юқори юзасида оғирлиги 100 Н га тенг тўғри бурчакли A брус турибди. B бруснинг қуйи томони C горизонтал сиртга таяниб туради ва улар орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f_2 = 0,2$. A ва B бруслар орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f_1 = 0,5$. A брусга горизонт билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи $P = 60$ Н куч таъсир қилади. A брус B брусга нисбатан ҳаракатланадими? B брус C текисликка нисбатан ҳаракатланадими?

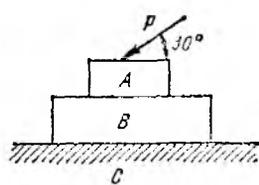
Жавоб: A ва B бруслар тиқ туради.



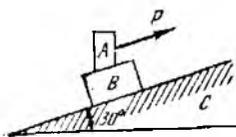
5.7- масалага



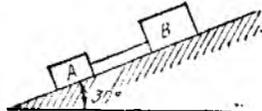
5.8- масалага



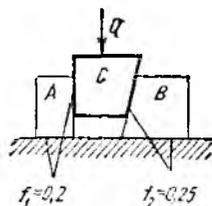
5.9- масалага



5.10- масалага



5.11- масалага



5.12- масалага

5.10. Иккита A ва B жисмлар C қия текисликда расмда кўрсатилгандек ўрнашган. A ва B жисм оғирликлари мос равишда 100 Н ва 200 Н . A билан B орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f_1 = 0,6$, B ва C орасидагиси эса $f_2 = 0,2$. A жисмга қия текисликка параллел қилиб қўйилган P кучнинг турли қийматларида системанинг ҳолати текширилсин.

Жавоб: $P < 98\text{ Н}$ бўлганда иккала жисм ҳам бир-бирига нисбатан силжимай биргаликда пастга томон ҳаракатланади; $98\text{ Н} < P < 112\text{ Н}$ бўлганда иккала жисм ҳам тинч туради; $P > 102\text{ Н}$ да B жисм қўзғалмай, A жисм B нинг устида юқорига томон сирпанади.

5.11. Қия текислик устида оғирлиги 400 Н бўлган тўғри бурчакли B брус турибди. Унга трос воситасида 200 Н сғирликдаги ва қия текислик бўйича сирпаниб тросни тараф тортувчи тўғри бурчакли A брус уланади. Қия текислик билан ишқаланиш коэффициентлари $f_A = 0,5$ ва $f_B = \frac{2}{3}$. A брус улангандан сўнг система мувозанатда бўладими? Тросдаги T тарафлик ва ҳар қайси жисмга таъсир этадиган ишқаланиш кучларининг катталиклари топилсин. Троснинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Система тинч ҳолатда қолади. $F_A = 86,6\text{ Н}$, $F_B = 213,4\text{ Н}$, $T = 13,4\text{ Н}$.

5.12. Ғадир-будур горизонтал текислик устида турган иккита A ва B жисмлар орасига C пона киритиб қўйилган. Понанинг бир томони вертикал, бошқаси вертикал билан $\alpha = \arctg \frac{1}{3}$ бурчак ҳосил қилади.

A ва B жисм оғирликлари мос равишда 400 Н ва 300 Н , сиртлар орасидаги ишқаланиш коэффициентлари расмда кўрсатилган. Жисмлардан бирини силжидиган Q кучнинг қиймати, шунингдек қўзғалмай қолган жисмга горизонтал текислик томонидан таъсир этадиган F ишқаланиш кучининг қиймати топилсин.

Жавоб: $Q = 70\text{ Н}$ да A жисм ҳаракатлана бошлайди; $F_H = 83\text{ Н}$.

5.13. A цилиндр оралиқ бурчаги θ га тенг, кўндалағ кесими симметрик пона шаклида бўлган B йўналтирувчилар орасида турибди. A цилиндр билан B йўналтирувчилар орасидаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг. Цилиндрнинг оғирлиги Q га тенг. P кучининг қандай қийматида цилиндр горизонтал йўналишда ҳаракатлана

бошлайди? P кучнинг цилиндр оғирлиги Q га тенг қийматида ҳаракат бошланиши учун θ бурчак қандай бўлиши керак?

$$\text{Жавоб: } P = \frac{Qf}{\sin \frac{\theta}{2}}; \quad \theta = 2 \operatorname{arctg} \sin f.$$

5.14. Q оғирликдаги цилиндр A ва B таянчларда турибди, A ва B таянчлар цилиндр марказидан ўтувчи вертикалга нисбатан симметрик жойлашган. Цилиндр ва таянчлар орасидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг. T тангенциал кучнинг қандай қийматида цилиндр айлана бошлайди? θ бурчакнинг қандай қийматида бу қурлма ўз-ўзидан тормозланувчи бўлади?

$$\text{Жавоб: } T = \frac{fQ}{(1+f^2) \cos \theta - f}; \quad \theta < \operatorname{arccos} \frac{f}{1+f^2}.$$

5.15. Кривошипни механизмда йўналтирувчи ва A ползун орасидаги, шунингдек, ҳамма шарнирлар ва ползунликлардаги ишқаланиш ҳисобга олмай, Q юкни механизмнинг расмда тасвирланган ҳолатида ушлаб туриш учун зарур бўладиган P куч аниқлансин. Агар A ползун билан йўналтирувчи орасидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг бўлса, Q юкнинг қўзғалмай қолиши таяминлайдиган P кучнинг минимал ва максимал қийматлари қандай?

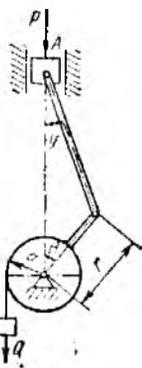
$$\text{Жавоб: } P = \frac{Q \cdot a \cos \varphi}{r \sin(\varphi + \theta)};$$

$$P_{\min} = \frac{Q \cdot a}{r} \cdot \frac{\cos \varphi - f \sin \varphi}{\sin(\varphi + \theta)}; \quad P_{\max} = \frac{Qa}{r} \cdot \frac{\cos \varphi + f \sin \varphi}{\sin(\varphi + \theta)}.$$

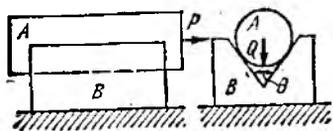
5.16. Доиравий цилиндрининг чорак қисми кўринишида бўлган ғадир-будур сирт бўйлаб P оғирликдаги B юк BAD трос ёрдамида кўтарила бораётганида мувозанатда ушлаб турилади. Юк билан сирт орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f = \operatorname{tg} \varphi$, бунда φ — ишқаланиш бурчаги. Троснинг таранглиги α бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин. Троснинг таранглиги экстремал қийматга эга бўлиши учун α бурчак қандай шартни қаноатлантириши керак? Юк ва A блокнинг ўлчовлари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } S = P \frac{\sin(\varphi + \alpha)}{\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi)}; \quad \frac{\operatorname{tg}(\varphi + \alpha)}{\operatorname{tg}(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi)} = 2$$

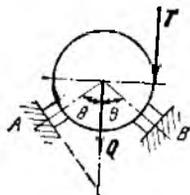
бўлганида S таранглик экстремал қийматга эришади.



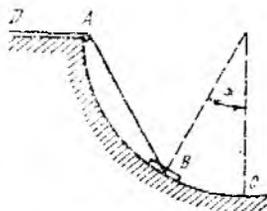
5.15-масалага



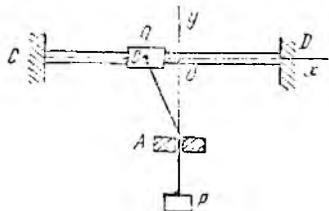
5.13-масалага



5.14-масалага



5.16 ва 5.17-масалага



5.19-масалага

5.17. Доиравий цилиндрнинг чорак қисми кўришида бўлган гадир-будур сирт бўйлаб тушириладиган P оғирликдаги B юк мувозанатда ушлаб турилади. Юк билан сирт орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f = \operatorname{tg} \varphi$, бунида φ ишқаланиш бурчаги. Троснинг S тарафлиги α бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин. B юк мувозанатда турганида троснинг тарафлиги қандай чегарада ўзгариши мумкин? Юк ва блокнинг ўлچовлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $S = P \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi)}$. Агар троснинг тарафлиги

$$P \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi)} \geq S \geq P \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi)}$$

шартин қаноатлантирса, юк мувозанатда туради. $\alpha < \varphi$ бўлса, юк трос бўлмаса ҳам мувозанатда туради.

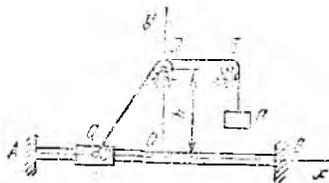
5.18. Гадир-будур сиртли CD горизонтал йўналтирувчи бўйлаб Q юк сирлана олади. Унга учиди P юки бўлган, сиртлиқ A тешик орқали ўтказилган трос боғланган. Юкнинг йўналтирувчи бўйлаб ишқаланиш коэффициентини $f = 0,1$. Q юкнинг оғирлиги 100 Н , шунингдек йўналтирувчининг ўқигача булган масофа $OA = 15 \text{ см}$. Тирч туриб қолалган зона чегараси (юкнинг мувозанат ҳолатида бўладиган геометрик ўринлари) аниқлансин. Юк ва тешикнинг ўлچовлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Чегара, $\pm 4,61 \text{ см}$ координаталарга эга.

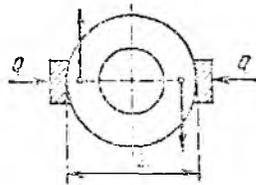
5.19. Йўлнинг қис қисмида автомобиль тормозлар воситасида ушлаб турилади. Тормоз педали 2 см силжиганида дискали тормознинг тормоз колодкаси $0,2 \text{ мм}$ га силжиди. Дискнинг ишлайдиган диаметри 220 мм , гидраликнинг зўриқиш тушадиган диаметри 520 мм , автомобильнинг оғирлиги 14 кН . Агар йўлнинг қиялик бурчаги 20° бўлса, хайдовчи тормоз педалига қандай куч билан босилиши аниқлансин. Юмалаб ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Тормоз колодкалари билан диск орасидаги сирталиқ ишқаланиш коэффициентини $f = 0,5$. Ҳамма гидраликларнинг тормозлари бир хил ишлайди.

Жавоб: $0,226 \text{ кН}$.

5.20. Гадир-будур сиртли AB горизонтал йўналтирувчи бўйлаб Q юк сирлана олади. Унга учиди P юки бўлган трос боғланган. Агар юкларнинг оғирликлари $Q = 100 \text{ Н}$, $P = 45 \text{ Н}$ ва сирталиқ



5.20-масалага



5.21-масалага

ниб ишқаланиш коэффициентини $f = 0,5$ бўлса, мувозанат сақланмайдиган оралиқлар chegarалари аниқлансин. D блокнинг марказидан йўналтирувчининг ўқиғача бўлган масофа $h = 15$ см. D блок ва Q юкнинг ўлчовлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Чегаралари мос равишда ($-39,6$ см, $-23,8$ см) ва ($23,8$ см, $39,6$ см) га тенг, координаталар билан аниқланган иккита оралиқ.

5.21. Валга momenti $M = 100$ Н·м бўлган жуфт куч қўйилган. Валга $r = 25$ см радиусли тормоз гилдираги ўрилатилган. Тормоз гилдираги билан тормоз колодкаси орасидаги тинч ҳолатдаги ишқаланиш коэффициентини $f = 0,25$ бўлса, гилдиранинг тўхтаб қолиши учун колодкаларни тормоз гилдирагига қандай Q куч билан босини кераклиги топилин.

Жавоб: $Q = 800$ Н.

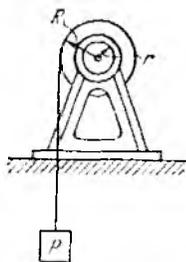
5.22. Трамвай эшиги сурилиб очилганда пастки пазага ишқатади. Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,5$ дин катта эмас. Эшикнинг кенлиги $l = 0,8$ м; эшикнинг оғирлик маркази унинг вертикал симметрии ўқида ётади. Эшик очилаётганда ағдарилмаслиги учун эшик бандини кўши билан қандай h баландликка ўриатиш кераклиги аниқлансин.

Жавоб: $h = \frac{l}{2f} = 0,8$ м.

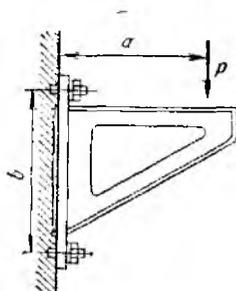
5.23. Оғирлиги Q , радиуси R бўлган цилиндрик вал ўзига ўралган арқонга осилган юк билан ҳаракатга келтирилади; юкнинг оғирлиги P . Вал ишқаланиш радиуси $r = \frac{R}{2}$. Подшипниклардаги ишқаланиш коэффициентини $0,05$ га тенг. Юк ўзгармас тезлик билан пастга тушиши учун Q оғирлик билан P оғирлигининг нисбати қандай бўлиши керак?

Жавоб: $\frac{Q}{P} = 39$.

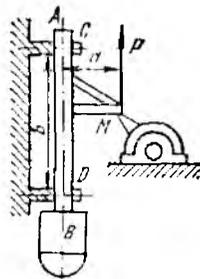
5.24. $P = 600$ Н вертикал куч билан юкланган кронштейн деворга икки болт билан бириктирилган. Кронштейнни деворга бириктириш учун керак бўлган болтлардаги тортиш кучи аниқлансин. Девор билан кронштейн орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f = 0,3$. Катта эҳтиётлик билан ҳисоблаш учун фақатгина иқоридаги болт тортилган



5.23-масаллага



5.24-масаллага



5.25-масаллага

деб ҳамда болтлар зазор билан қўйилган бўлиб, улар кесилишга чидаши керак, деб фараз қилинади. Берилган: $\frac{b}{a} > f$.

Қўрсатма: Болтдаги тортиш кучи деб болтнинг ўқи бўйлаб таъсир қилувчи зўриқишга айтилади. Юқоридаги болтдаги тўла тортиш кучи икки қисмдан иборат: биринчиси кронштейннинг девордан узилишга ва пастки болт атрофида ағдарилишга йўл қўймайди, иккинчиси кронштейннинг юқориги қисмида керакли ишқаланишга ҳосил қилувчи нормал босимни юзга келтиради.

Жавоб: 2 кН.

5.25. AB сон валга ўтказилган M шишлар билан ҳаракатга келади. Дастанинг оғирлиги 180 Н, C ва D йўналирувчилар орасидаги масофа $b = 1,5$ м. Шишнинг вал бўртиғига тегиб турган нуқтадан даста ўқига бўлган оралиқ $a = 0,15$ м. Даста билан C ва D орасидаги ишқаланиш кучи ишқаланувчи қисмлар босимининг 0,15 қисмини ташкил қилса, дастани кўтариш учун қанча P куч керак?

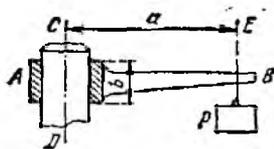
Жавоб: $P = 186$ Н.

5.26. AB горизонтал стерженнинг A учида тешик бўлиб, бу тешикка юмалоқ CD вертикал тирговуч киргизиб қўйилган. Втулканинг узунлиги $b = 2$ см. Тирговучнинг ўқидан a масофадаги E нуқтада стерженга P юк осилган. AB стерженнинг оғирлигини ҳисобга олмай, шундай a оралиқ аниқлансинки, P куч таъсирида стержень мувозанат ҳолида қолсин; стержень билан тирговуч орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f = 0,1$.

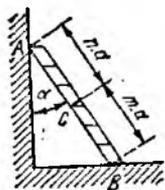
Жавоб: $a \geq 10$ см.

5.27. Пастки учи билан горизонтал полга тиралган AB нарвон вертикал деворга қўйилган. Нарвоннинг вертикал девор билан ишқаланиш коэффициентини f_1 , пол билан ишқаланиш коэффициентини f_2 . Нарвон билан унинг устидаги кишининг оғирлиги p га тенг бўлиб, нарвон узунлигини m га нисбатда бўлувчи C нуқтага қўйилган. Мувозанат ҳолатида нарвон билан девор орасидаги α бурчакнинг энг катга қиймати ва шу ҳолат учун деворнинг N_A ва полнинг N_B нормал реакциялари топилсин.

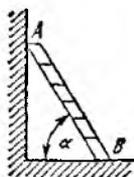
$$\text{Жавоб: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{(m+n)f_2}{m-nf_1f_2}, N_A = \frac{p \cdot f_2}{1+f_1f_2}, N_B = \frac{p}{1+f_1f_2}.$$



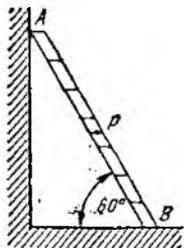
5.26- масалага



5.27- масалага



5.28- масалага



5.29- масалага

5.28. Оғирлиги P га тенг AB нарвон бир учи билан силлиқ деворга ва иккинчи учи билан ғадир-будур полга тиралиб туради. Нарвон билан пол орасидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Оғирлиги p бўлган киши нарвоннинг юқорисида чиқа олиши учун нарвон полга нисбатан қандай α бурчак билан қўйилиши керак?

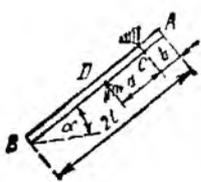
Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{P + 2p}{2f(P + p)}$.

5.29. AB нарвон нотекис девор ва ғадир-будур полга таяниб, пол билан 60° бурчак ташкил этади. Нарвонга P юк қўйилган. Нарвон оғирлигини ҳисобга олмай, у мувозанат ҳолатида қоладиган энг катта BP масофа график усул билан топилиши. Девор ва пол учун ишқаланиш бурчаги 15° га тенг.

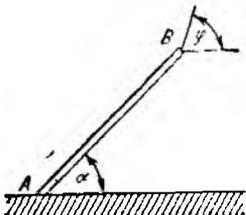
Жавоб: $BP = \frac{AB}{2}$.

5.30. Бир жиқсли оғир AB стержень иккита C ва D таянчларда ётади, таянчлар орасидаги масофа $CD = a$, $AC = b$. Стерженьнинг таянчга ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Стерженьнинг горизонтга оғиш бурчаги α . Агар стержень йўғонлиги ҳисобга олинамаса, стерженьнинг мувозанатда туриши учун унинг узунлиги $2l$ қандай шартни қаноатлантириши лозим?

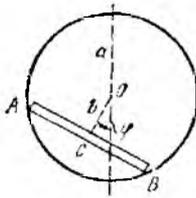
Жавоб: $2l \geq 2b + a + \frac{a}{f} \operatorname{tg} \alpha$, $l > a + b$. $\alpha > \varphi$ бўлганда ($\varphi = \operatorname{arctg} f$ — ишқаланиш бурчаги) биринчи шарт иккинчи шартни ҳам ўз ичига олади; башарти $\alpha < \varphi$ бўлса, иккинчи шартни қаноатлантириши кифой, $l < a + b$ бўлганда C таянч расмда қабул қилингандек жойлашганда мувозанат ҳолати юзага келмайди.



5.30- масалага



5.31- масалага



5.32- масалага

5.31. Бир жинсли брус A нуқтада гадир-будур горизонтал полга таянган, B нуқтада у арқон воситасида ушлаб турилади. Брус ва пол орасидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Бруснинг пол билан ҳосил қилган бурчаги $\alpha = 45^\circ$. Арқон горизонт билан қандай φ бурчак ҳосил қилганда брус сирғана бошлайди?

Жавоб: $\operatorname{tg} \varphi = 2 + \frac{1}{f}$.

5.32. Бир жинсли стержень A ва B учлари билан a радиусли нотекис айлана бўйлаб сирганиши мумкин. Стерженьдан вертикал текисликда жойлашган айлананинг O марказигача бўлган OC масофа b га тенг. Стержень билан айлана орасидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Стерженьнинг мувозанат ҳолатларида OC тўғри Чизик билан айлананинг вертикал диаметри орасидаги φ бурчак топилсин.

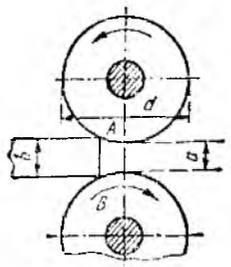
Жавоб: $\operatorname{ctg} \varphi \geq \frac{b^2(1+f^2)}{a^2 f} - f$.

5.33. Яссиланган станогни расмда кўрсатилгандек қарама-қарши томонларга айланувчи иккита валдан иборат. Валларнинг диаметри $d = 50$ см бўлиб, улар орасидаги масофа $a = 0,5$ см. Чўян валлар ва қиздирилган темирнинг ишқаланиш коэффициентини $f = 0,1$ бўлса, бу станда қандай b қалинликдаги темир тахтани яссиланган мумкин?

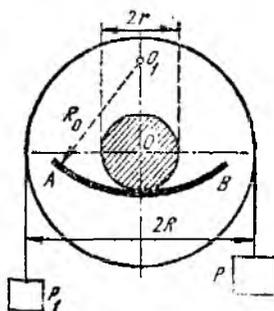
Станнинг ишлаши учун айланувчи валлар темир тахтани илтириб ўзининг орасига тортиб кириши керак, яъни темир тахтага бўлган нормал реакциялар ҳамда ишқаланиш кучларининг тенг таъсир этувчиси A ва B нуқталарда ўнг томонга горизонтал йўналиши десим.

Жавоб: $b \leq 0,75$ см.

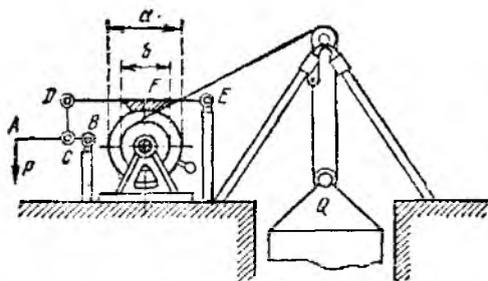
5.34. R радиусли блок унинг ўрта текислигига нисбатан симметрик ўрнатилган r радиусли иккита шип билан таъминланган. Шиплар ясовчиси горизонтал бўлган иккита AB цилиндрик сиртга тиралиб туради. Блокка иккита ўралиб, бу ишларга P ва P_1 юклар осилган, бунда $P > P_1$. Блокнинг шиплар билан биргаликдаги оғирлиги Q га тенг. Шипларнинг AB цилиндрик сиртга ишқаланиш коэффициентини f деб фараз қилиб, блокни мувозанатда сақлайдиган P_1 юкнинг энг кичик қиймати аниқлансин.



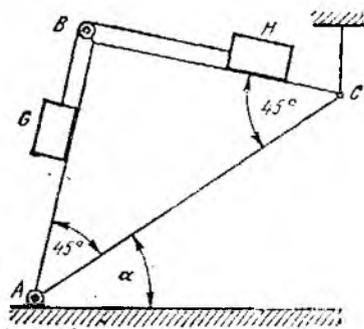
5.33-масаллага



5.34-масаллага



5.35- масалага



5.36- масалага

Системанинг расмда кўрсатилган ҳолати мувозанат ҳолати бўлмайди. Шунинг учун олдин мувозанат ҳолатини топиш керак.

Жавоб: Мувозанат ҳолатида AB цилиндр ўқи ва блокдан ўтган текислик вертикал билан ишқаланиш бурчагига тенг бўлган бурчак ҳосил қилади:

$$P_1 = \frac{P(R\sqrt{1+f^2} - fr) - frQ}{R\sqrt{1+f^2} + fr}$$

5.35. Шахтага юк тушириш учун расмда кўрсатилган тормозли чигириқ ишлатилади. Занжир ўралган барабан тормозловчи концентрик ёғоч гилдирак билан бириктирилган. Бу гилдирак, ED тормоз ричагининг D учига CD занжир билан бириктирилган AB ричагининг A учига босиш билан тормозланади. Гилдирак диаметри $a = 50$ см; барабан диаметри $b = 20$ см; $ED = 120$ см; $FE = 60$ см; $AB = 1$ м; $BC = 10$ см. Ёғочнинг пўлатга ишқаланиш коэффициентини $f = 0,4$ деб, ҳаракатланувчи блокка ослган $Q = 8$ кН юкни мувозанатловчи P куч аниқлансин; F колодканинг ўлчамларини ҳисобга олмай-миз.

Жавоб: $P = 0,2$ кН.

5.36. ABC призманинг AB ва BC қирраларига оғирликлари P бўлган иккита ҳар қил G ва H жисмлар ўрнатишган; жисмлар B нуқтадаги блокдан ўтган иш билан бир-бирига боғланган. Жисмлар билан призма ёқларининг ишқаланиш коэффициенти f га тенг. BAC ва BCA бурчаклар 45° га тенг. G юкнинг пастига туша бошлаши учун AC қирранинг горизонтга оғиш бурчаги α нинг қанча бўлиши кераклиги аниқлансин; блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha = f$.

5.37. Дарё устига солинган темир йўл кўпригининг таянч устунини ерга қанча чуқур кўмиш кераклиги ҳисобланганда, таянч устун билан унга тўғри келадиган юк оғирлиги ернинг устун асосига туширадиган босими ва ёндаги ишқаланиш билан мувозанат ҳолатга келади, деб фараз қилинган; шу билан бирга грунт, сувга тўйинган майда қумдан иборат суяқ жисм деб қабул этилган. Таянчга

тушадиган оғирлик 1500 кН, таянчнинг 1 м баландлигининг оғирлиги 80 кН, таянчнинг дарё туби уст даги баландлиги 9 м, сувнинг баландлиги 6 м, таянч асосининг юзи $3,5 \text{ м}^2$, таянч 1 м баландлигининг ён юзи 7 м^2 , сув билан тўйинган 1 м^3 қумнинг оғирлиги 18 кН, 1 м^3 сувнинг оғирлиги 10 кН, тошдан ишланган таянч ўрнатилган пўлат футлярнинг қумга ишқаланиш коэффициентини 0,18. Таянч устунининг ерга қанча чуқур қўмилганлиги ҳисоблансин.

Ишқаланишнинг ҳисоблашда шунинг эътиборга олиш керакки, 1 м^2 ён юзга тушадиган ўртача босим $10 (6 + 0,9 h) \text{ кН}$ га тенг бўлади.

Жавоб: $h = 11 \text{ м}$.

5.38. Радиуси $r = 50 \text{ мм}$ га тенг бўлган ролик текисликда ўзгармас тезлик билан юмалаши учун, текисликнинг горизонтга ишбатан оғиш бурчаги α нинг қанча бўлиши кераклиги ишқаланиш юз қаланиш жисмларнинг материални — пўлат, юмалаб ишқаланиш коэффициентини $k = 0,05 \text{ мм}$.

Бурчак α кичик бўлгани учун $\alpha = \text{tg } \alpha$ деб қабул қилиш мумкин.

Жавоб: $\alpha = 3' 26''$.

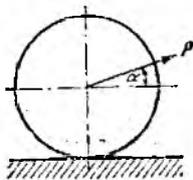
5.39. Оғирлиги 300 Н, радиуси 60 см бўлган цилиндрик галтакнинг горизонтал текисликда текис юмалаши учун керак бўлган P куч ишқаланишнинг юз қаланиш коэффициентини $k = 0,5 \text{ см}$, P кучининг горизонтал текислик билан ҳосил қилган бурчаги эса $\alpha = 30^\circ$.

Жавоб: $P = 5,72 \text{ Н}$.

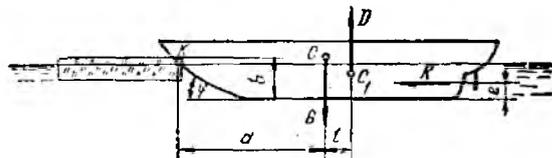
5.40. Радиуси R , оғирлиги Q бўлган шар горизонтал текисликда туради. Шарнинг текисликка сирғаниб ишқаланишнинг юз қаланиш коэффициентини f , юмалаб ишқаланишнинг юз қаланиш коэффициентини k . Шар марказига қўйилган горизонтал P куч қандай шаронгларда шарни бир текис юмалатади.

Жавоб: $\frac{k}{R} < f$, $P = Q \frac{k}{R}$.

5.41. Музёра кема муз қатлами билан ўзаро таъсирлашаётганда кеманин G оғирлиги, сувнинг D кўтариш кучи, винтларнинг тиралиш кучи R , шуниингдек, муз томонидан форштевнинг K нуқтаига қўйилган N но мал босим кучи ва максимал ишқаланиш кучи F таъсирида мувозанатда деб қаралади. Форштевининг оғиш бурчаги $\varphi = 30^\circ$, ишқаланишнинг юз қаланиш коэффициентини $f = 0,2$. $G = 6000 \text{ кН}$, $R = 200 \text{ кН}$, $a = 20 \text{ м}$, $b = 2 \text{ м}$, $e = 1 \text{ м}$ қийматлар маълум. Кеманиннинг дифферентини ҳисобга олмай, уннинг муз қатламига бўлган



5.39-масалага



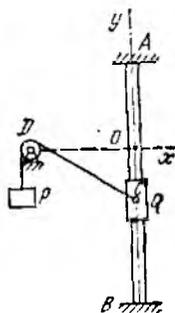
5.41-масалага

вертикал босими P тутуниб туриш кучи D ва ундан кемашиг оғирлик марказигача бўлган l масофа аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } P = R \frac{1 + f \operatorname{tg} \varphi}{f + \operatorname{tg} \varphi} = 230 \text{ кН,}$$

$$D = 5770 \text{ кН, } l = 0,83 \text{ м.}$$

5.42. Ғадир-будур сиртли AB вертикал йўналтирувчи бўйлаб юк сирнаша олади. Унга учиди P юки бўлган трос боғланган. Блокнинг ўлчовини ҳисобга олмай, қўйидагилар аниқласин: 1) юкнинг тинч туриб қолиши мумкин бўлган зонани белгилайдиган шарт (мувозанатда туриши мумкин бўлган геометрик ўринлар); 2) юкнинг тинч туриб қолиши мумкин бўлган зона юқори чегараси y ўқининг мусбат қисмида бўлиши шарт; 3) $Q = 5 \text{ Н}$, $P = 10 \text{ Н}$, $f = 0,2$, $OD = 10 \text{ см}$ бўлганида тинч турадиган зона чегараларини белгилувчи ординаталар; 4) $Q = 1,5 \text{ Н}$, $P = 10 \text{ Н}$, $f = 0,2$, $OD = 10 \text{ см}$ бўлганида тинч турадиган зона чегараларини белгилувчи ординаталар.



5.42- масалага

$$\text{Жавоб: } 1) \frac{Q^2}{P^2} \leq 1 + f^2; \quad 2) \frac{Q}{P} < f; \quad 3) y_1 = -3,26 \text{ см, } y_2 = -8,6 \text{ см; } 4) y_1 = 0,5 \text{ см, } y_2 = -3,59 \text{ см.}$$

П Ё О Б

ФАЗОДАГИ КУЧЛАР СИСТЕМАСИ

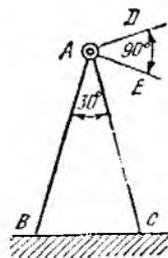
6-§. Таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишадиган кучлар

6.1. Мууюлишда турган столба учлари шарнир воситасида бириктирилган, қиялиги бир хилда бўлган AB ва AC тўсишлардан иборат. Бурчак $BAC = 30^\circ$. Столба бир-бири билан тўғри бурчак ҳосил қилган иккита AD ва AE горизонтал симларини ушлаб туради. Ҳар қайси симнинг тарағлик кучи 1 кН га тенг. BAC текислик DAE бурчакни тенг иккита бўлади деб ҳисоблаб, тўсишлардаги зўриқишлар топилсин. Тўсишларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

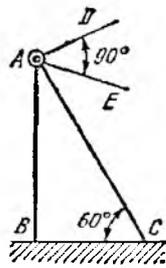
$$\text{Жавоб: } S_B = -S_C = 2,73 \text{ кН.}$$

6.2. Телеграф линиясининг горизонтал симлари AC тирговучи бўлган AB телеграф столбасига осилган бўлиб, $DAE = 90^\circ$ бурчак ҳосил қилади. AD ва AE симларининг тортилиш кучи мос равишда 120 Н ва 160 Н га тенг. A нуқтадаги бириктирили шарнирли боғланишдан иборат. BAC ва BAE текисликлар орасидаги α бурчакнинг шундай қиймати топилсинки, унда столбани ён томонга эгдиган таъсир вужудга келмасин. Шу билан бирга тирговучдаги S зўриқиш топилсин. Тирговуч горизонтга нисбатан 60° бурчак билан қўйилган. Столба ва тирговучнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

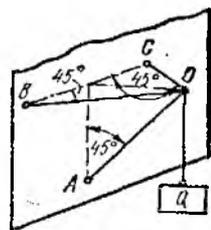
$$\text{Жавоб: } \alpha = \arcsin \frac{3}{5} = 36^\circ 50'; \quad S = -400 \text{ Н.}$$



6.1- масалага



6.2- масалага



6.3- масалага

6.3. $Q = 100$ Н юкни AO брус ва бир хил узунликдаги горизонтал BO ва CO занжирлар ушлаб туради. Брус A нуқтада шарнир билан бириктирилган ва горизонтга 45° бурчак билан оingan. $\angle CBO = \angle BCO = 45^\circ$. Брусдаги зўриқиш S ва занжирларнинг тарапгилк кучлари T топилсин.

Жавоб: $S = -141$ Н, $T = 71$ Н.

6.4. Агар $\angle CBA = \angle BCA = 60^\circ$, $\angle EAD = 30^\circ$ эканлиги берилган бўлса, AB ва AC стерженлардаги S_1 ва S_2 зўриқишлар ҳамда AD тросдаги T зўриқиш топилсин. P юкнинг оғирлиги 300 Н га тенг. ABC текислик горизонтал, стерженлар A , B ва C нуқталарда шарнирлар билан бириктирилган.

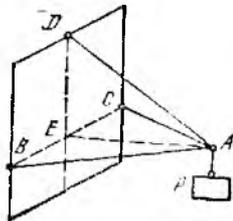
Жавоб: $T = 600$ Н, $S_1 = S_2 = -300$ Н.

6.5. Оғирлиги 420 Н бўлган Q юкни ушлаб турувчи AB стержендаги, AC ва AD занжирлардаги зўриқишлар топилсин. $AB = 145$ см, $AC = 80$ см, $AD = 60$ см, $CADE$ тўғри тўртбурчак текислиги горизонтал, V ва W текисликлар эса вертикал. B нуқтада шарнир бор.

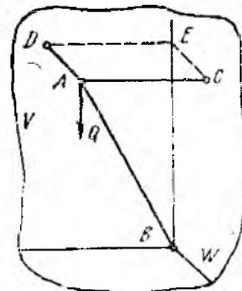
Жавоб: $T_C = 320$ Н, $T_D = 240$ Н, $T_B = -580$ Н.

6.6. Оғирлиги 180 Н бўлган Q юкни ушлаб турувчи AB тросдаги ҳамда AC ва AD стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин. $AB = 170$ см, $AC = AD = 100$ см, $CD = 120$ см, $KC = KD$ ва $СДА$ учбурчак текислиги горизонтал. Стерженлар A , C ва D нуқталарда шарнир билан бириктирилган.

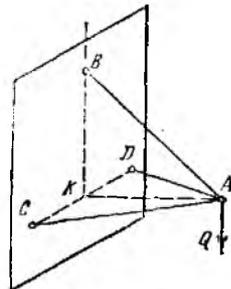
Жавоб: 204 Н, -60 Н.



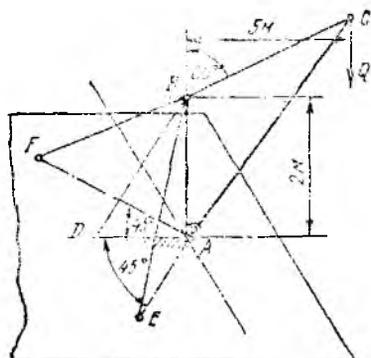
6.4- масалага



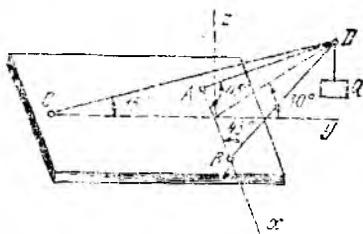
6.5- масалага



6.6- масалага



6.7- масалага



6.8- масалага

6.7. Оғирлиги 20 кН бўлган Q юкни кўтарувчи кўчма кран расмда кўрсатилгандек ясалган, $AB = AE = AF = 2$ м; бурчак $EAF = 90^\circ$, кранинг ABC текислиги икки ёқли $EABF$ тўғри бурчакни тенг иккига бўлади. Кран қисмларининг оғирликларини ҳисобга олмай, вертикал AB устунни қисувчи P_1 куч, BC тортиқични ҳамда BE ва BF тросларни тортувчи P_2, P_3 ва P_4 кучлар аниқлансин.

Жавоб: $P_1 = 42$ кН, $P_2 = 58$ кН, $P_3 = P_4 = 50$ кН.

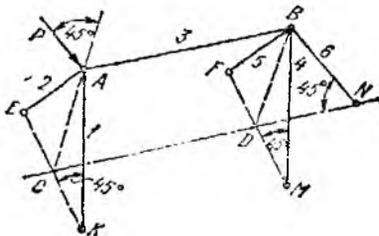
6.8. Оғирлиги 1кН бўлган Q юк D нуқтага расмда кўрсатилгандек осилган. Стержевлар A, B , ва D нуқталарда шарнир билан бириктирилган. A, B ва C таянчларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_A = R_B = 2,64$ кН, $R_C = 3,35$ кН.

6.9. Икки арқон билан ушлаб турилган ҳаво шарига шамол таъсир қилади. Арқонлар бир-бири билан тўғри бурчак ҳосил қилади. Улар турган текислик горизонт текислиги билан 60° бурчак ҳосил қилади. Шамолнинг йўналиши шу текисликларнинг кесинган чизигига тик ва ер сиртига параллел. Шар ва унинг ичидаги газнинг оғирлиги 2,5 кН, шарнинг ҳажми $215,4$ м³; 1 м³ ҳавонинг оғирлиги 13 Н. Шарга таъсир қилувчи ҳамма кучларнинг таъсир чизиқлари шарнинг марказида кесинишади деб ҳисоблаб, арқонларнинг T_1 ва T_2 тортилиш кучлари ва шамолнинг шарга туширадиган босим кучларининг тенг таъсир этувчиси P аниқлансин.

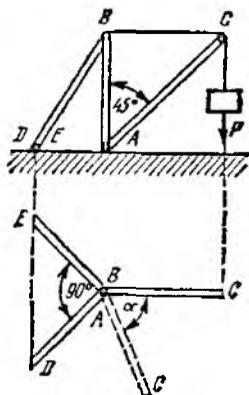
Жавоб: $T_1 = T_2 = 245$ Н; $P = 173$ Н.

6.10. Расмда олтига 1, 2, 3, 4, 5, 6 стержеилардан тузилган фазовий ферма тасвирланган. P куч $ABCD$ тўғри тўртбурчак текислигидаги A тугунга таъсир қилади; буида унинг таъсир чизиги CA вертикал билан 45° бурчак ташкил қилади. $\triangle EAK = \triangle FBM$. Тенг ёшли EAK, FBM ва NDB учбурчакларнинг A, B ва D учларидаги бурчаклар тўғри бурчак. Агар $P = 1$ кН бўлса, стержеилардаги зўриқишларнинг қанча бўлиши аниқлансин.

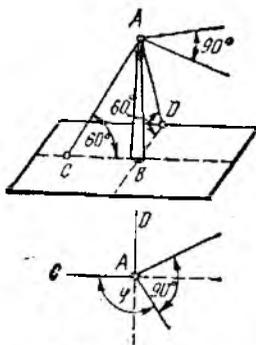


6.10- масалага

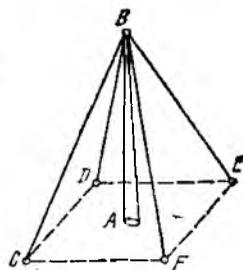
Жавоб: $S_1 = -0,5$ кН, $S_2 = -$



6.11-масалага



6.12-масалага



6.13-масалага

— 0,5 кН, $S_3 = -0,707$ кН, $S_4 = +0,5$ кН, $S_5 = +0,5$ кН, $S_6 = -1$ кН.

6.11. $AB = BC = AD = AE$ деб олиб, расмда кўрсатилган краннинг вертикал устунидаги ва оёқларидаги зўриқишлар α бурчак функцияси сифатида аниқлансин. A , B , D ва E нуқталар шарнир билан бириктирилган.

Жавоб: $S_{BD} = P(\cos \alpha - \sin \alpha)$, $S_{BE} = P(\cos \alpha + \sin \alpha)$;

$S_{AB} = -P\sqrt{2} \cos \alpha$.

6.12. Муoliniда ҳаво кабеллини тутиб турувчи AB столба иккита AC ва AD тортқичлар билан ушлаб турилади, бундаги $\angle CBD = 90^\circ$. Столбадаги ва тортқичлардаги зўриқишлар, кабелнинг бир сими билан CBA текислик орасида ҳосил бўлган φ бурчакка боғлиқ равишда аниқлансин. Кабелнинг симлари горизонтал ва бир-бирига тик, уларнинг тортилиш кучи бир хил бўлиб, T га тенг.

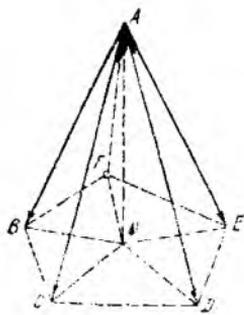
Жавоб: $S_{AC} = 2T(\sin \varphi - \cos \varphi)$, $S_{AD} = 2T(\sin \varphi + \cos \varphi)$, $S_{AB} = -2\sqrt{3} T \sin \varphi$.

$\frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{3\pi}{4}$ шарт бажарилганда иккала тортқичларнинг ҳар бири тортилган бўлади: $\varphi < \frac{\pi}{4}$ ёки $\varphi > \frac{3\pi}{4}$ бўлса, тортқичлардан бири брус билан алмаштирилиши керак.

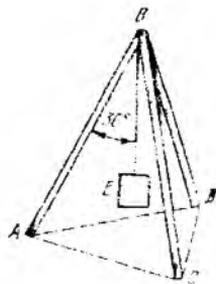
6.13. AB мачтани симметрик равишда жойлашган тўртта тортқич вертикал ҳолатда ушлаб туради. Ҳар қайси иккита ёндош тортқичлар орасидаги бурчак 60° га тенг. Агар ҳар қайси тортқичдаги тарағлиқ кучи 1 кН га ва мачтанинг оғирлиги 2 кН га тенг бўлса, мачтадан ерта тушадиган босимнинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб. 4,83 кН.

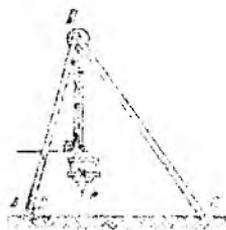
6.14. Беш бурчакли мунтазам пирамиданинг тўртта AB , AC , AD ва AE қирраси 1 метри 1 Н га тўғри келадиган масштабда тўртта кучнинг миқдори ва йўналишини ифода этади. Пирамиданинг баландлиги $AO = 10$ м ва пирамида асосига ташқи чизилган айлана-



6.14-масалага



6.15-масалага



6.16-масалага

нинг радиуси $OC = 4,5$ м бўлса, теги таъсир этувчи R ва теги таъсир этувчисининг асос билан кесинган нуқтасидан O нуқтасига бўлган α массага тоғилсин.

Жавоб: $R = 19,25$ Н, $\alpha = 1,125$ м.

6.15. $ABCD$ учоқнинг B учига оғирлиги 100 Н бўлган E тек осилган. OE учоқнинг узунлиги бигу-бирига тенг бўлиб, улар горизонтал юзга мақкамланган ва EA ва EB теги бурчаклар таянган қиллади. Агар OE бурчакнинг BE арқон билан 30° бурчак ҳосил қилиши маълум бўлса, ҳар қайси OE бурчакнинг зўриқилишининг қанча бўлиши тоғилсин.

Жавоб: $3,85$ Н.

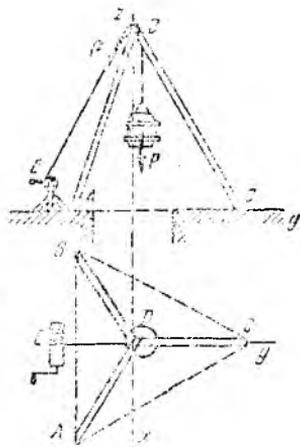
6.16. Агар текис кўтаришувчи P юкиннинг оғирлиги 3 кН га тенг бўлса, учоқнинг горизонтал текислиги билан 60° бурчак ҳосил қилувчи AD , BD ва CD OE бурчакларнинг зўриқилишларининг қанча бўлиши тоғилсин. Буида $AB = BC = AC$. (Расмининг ёқоридан кўришини 6.17-расмга ўхшати).

Жавоб: $S = 2,3$ кН.

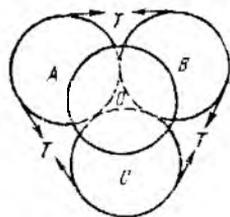
6.17. Оғирлиги 30 кН бўлган P юкин шахтадан кўтарини учун $ABCD$ учоқ ва E лебдиқа ўриатилади. Агар ABC учбурчак теги томонли ва OE бурчаклар ҳамда DE тўригининг горизонтал текислиги билан ҳосил қилган бурчаклари 60° га тенг бўлса, текис кўтарилганда учоқнинг OE бурчакларидан зўриқилишларининг қанча бўлиши аниқлансин. Лебдиқанинг учоққа нисбатан қандай ўрнатилганлиги расмга кўриатилади.

Жавоб: $S_A = S_B = 31,5$ кН, $S_C = 1,55$ кН.

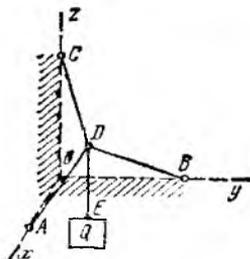
6.18. Силлиқ полда уч OE бурчак шатив тургани унинг оғирлигининг вастиги учлари арқонлар воситасида шундай боғланганки, шативлини OE бурчак ва арқонлар мунтазам теги рағд ҳосил қиллади. Шативлининг ёқорини



6.17-масалага



6.20- масалага



6.21- масалага

нуқтасига оғирлиги P бўлган юк осилган. Полнинг таянч нуқталардаги реакцияси R ва арқонларнинг T тортилиш кучи P орқали ифодалаб топилсин.

$$\text{Жавоб: } R = \frac{1}{3} P, \quad T = \frac{P}{3\sqrt{6}}.$$

6.19. Олдинги масалани, штативнинг оёқлари арқонлар билан училан эмас, балки ўртасидан боғланган, ҳар қайси оёқнинг оғирлиги p бўлиб, у оёқнинг ўртасига қўйилган деб фараз қилиб ечилсин.

$$\text{Жавоб: } R = \frac{1}{3} P + p; \quad T = \frac{2P + 3p}{18} \sqrt{6}.$$

6.20. Радиуслари бир хил бўлган учта бир жинсли A , B ва C шар горизонтал текисликка қўйилган бўлиб, бир-бирига тегиб туради: шарлар шнур билан боғланган, бу шнур уларнинг экваториал текисликларидан ўтади. Худди шу шарлардек бир жинсли, шундай радиусли ва оғирлиги 10 Н бўлган тўртинчи шар эса учта пастки шарнинг устида туради. Юқоридаги шар босимининг таъсири билан шнурда ҳосил бўладиган T тортилиш кучи аниқлансин. Шарларнинг бир-бири билан ва горизонтал пол билан ишқаланишни ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } T = 1,36 \text{ Н.}$$

6.21. Координаталари $x = y = z = \frac{1}{3} (l - \sqrt{3L^2 - 2l^2})$ бўлган D нуқтада ўзаро бириктирилган $AD = BD = CD = L$ иплар иккинчи учлари билан тўғри бурчакли координаталар ўқларидаги A , B ва C нуқталарга боғланган. A , B ва C нуқталар координаталар боши O дан бир хил l масофада туради. D нуқтага Q юк осилган. $\sqrt{\frac{2}{3}} l < L < l$ деб фараз қилиб, ипларнинг тортилиш кучлари T_A , T_B ва T_C аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T_A = T_B = \frac{l - \sqrt{3L^2 - 2l^2}}{3l \sqrt{3L^2 - 2l^2}} LQ,$$

$$T_C = \frac{l + 2\sqrt{3L^2 - 2l^2}}{3l \sqrt{3L^2 - 2l^2}} LQ.$$

7-§. Кучлар системасини содда ҳолга келтириш

7.1. Кубнинг учларига расмда кўрсатилгандек унинг қирралари бўйлаб кучлар қўйилган. F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 ва F_6 кучлар мувозанатда бўлиши учун кучларнинг миқдорлари қандай шартли қаноатлантириши керак?

Жавоб: $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6$.

7.2. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг бир-бири билан кесилмайдиган ва бир-бирига параллел бўлмаган қирралари бўйлаб миқдор жihatдан ўзаро тенг бўлган учта P куч қўйилган. Бу кучлар битта тенг таъсир этувчига келтирилиши учун a, b ва c қирралар орасида қандай муносабат бўлиши керак?

Жавоб: $a = b = c$.

7.3. Кубнинг тўртта A, H, B ва D учларига миқдорлари бир-бирига тенг тўртта $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P$ кучлар қўйилган: P_1 куч AC бўйича, P_2 куч HE бўйича, P_3 куч BE бўйича, P_4 куч DG бўйича йўналган. Шу система содда ҳолга келтирилсин.

Жавоб: Тенг таъсир этувчи $2P$ га тенг ва DG диагональ бўйлаб йўналган.

7.4. Қирралари a га тенг бўлган $ABCD$ мунтазам тетраэдрнинг AB қирраси бўйича F_1 куч, CD қирраси бўйича F_2 куч, E нуқтага, яъни BD қиррасининг ўртасига F_3 куч қўйилган. F_1 ва F_2 кучларнинг миқдорлари ихтиёрий, F_3 кучнинг x, y ва z ўқлардаги проекциялари эса $+F_2 \frac{\sqrt{3}}{6}; -\frac{F_2}{2}; -F_2 \sqrt{\frac{2}{3}}$.

Бу кучлар системасини тенг таъсир этувчига келтириш мумкинми? Агар мумкин бўлса, тенг таъсир этувчи таъсир чизигининг Oxz текислиги билан кесинган нуқтасининг x ва z координаталари топилин.

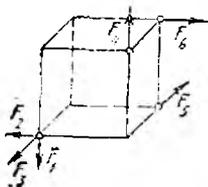
Жавоб: Келтирилади, чунки бош вектор ва бош моментнинг координата ўқларидаги проекцияларининг қиммати қуйидагича

$$V_x = F_2 \frac{\sqrt{3}}{2}, V_y = F_1 - 0,5 F_2, V_z = 0; \quad M_x = 0, M_y = 0,$$

$$M_z = -a \frac{\sqrt{3}}{6} (F_1 + F_2).$$

Координаталар:

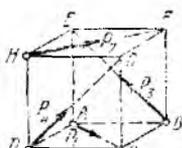
$$x = \frac{M_z}{V_y} = -\frac{a \sqrt{3} (F_1 + F_2)}{6 F_1 - 3 F_2}, z = 0.$$



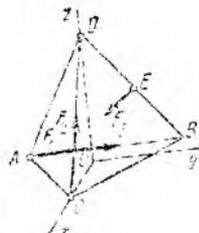
7.1-масалага



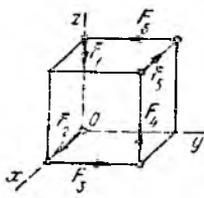
7.2-масалага



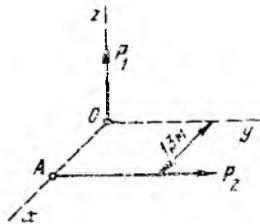
7.3-масалага



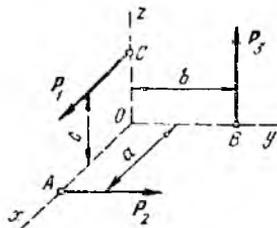
7.4-масалага



7.5- масалага



7.6- масалага



7.7- масалага

7.5. Қирраларининг узунлиги l см бўлган кубнинг учларига ҳар қайсиси 2 Н бўлган олтига ўзаро тенг кучлар расмда кўрсатилгандек қилиб қўйилган. Шу система соддалаштирилсин.

Жавоб: Система жуфтга келтирилади; бу жуфтнинг momenti $36 \text{ Н} \cdot \text{см}$ га тенг ва координата ўқлари билан: $\cos \alpha = -\cos \beta = \cos \gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}$ бурчаклар ташкил қилади.

7.6. Расмда кўрсатилгандек, Oz бўйлаб йўналган $P_1 = 8 \text{ Н}$ ва Oy га параллел йўналган $P_2 = 12 \text{ Н}$ кучлар системаси каноник ҳолга келтирилсин, бунда $OA = 1,3 \text{ м}$; бу кучлар бош векторининг миқдори V ва марказий винт ўқида олинган ихтиёрий нуқтага нисбатан бош моментнинг миқдори M аниқлансин. Марказий винт ўқининг координата ўқлари билан ҳосил қилган α , β ва γ бурчаклари ҳамда унинг Oxy текислик билан кесилган нуқтасининг x ва y координаталари топилсин.

Жавоб: $V = 14,4 \text{ Н}$; $M = 8,65 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $\alpha = 90^\circ$;
 $\beta = \arctg \frac{2}{3}$; $\gamma = \arctg \frac{3}{2}$; $x = 0,9 \text{ м}$; $y = 0$.

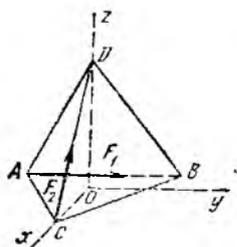
7.7. Учга P_1 , P_2 ва P_3 куч координата текисликларида ётади ва координата ўқларига параллел, лекин улар ҳар икки гомонга йўналган бўлиши ҳам мумкин. Бу кучлар қўйилган A , B ва C нуқталар координаталар бошидан берилган a , b ва c масофада жойлашган. Улар бир тенг таъсир этувчига келтирилиши учун бу кучларнинг миқдорлари қандай шартларни қаноатлантириши керак? Координаталар бошидан ўтадиган марказий винт ўқининг мавжуд бўлиши учун бу кучларнинг миқдорлари қандай шартларни қаноатлантириши керак?

Жавоб: $\frac{a}{P_1} + \frac{b}{P_2} + \frac{c}{P_3} = 0$; $\frac{P_1}{bP_3} = \frac{P_2}{cP_1} = \frac{P_3}{aP_2}$.

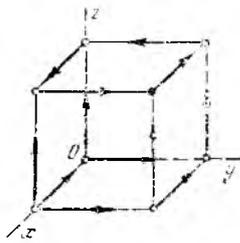
Биринчи жавобда P_1 , P_2 ва P_3 — кучларнинг проекциялари.

7.8. Қирралари a га тенг бўлган мунгазам $ABCD$ тетраэдрнинг AB қирраси бўйлаб F_1 куч ва CD қирраси бўйлаб F_2 куч қўйилган. Марказий винт ўқининг Oxy текислик билан кесилган нуқтасининг x ва y координаталари топилсин.

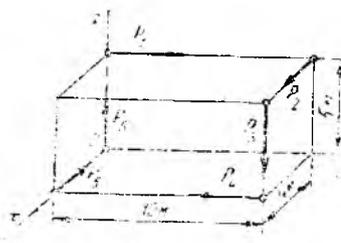
Жавоб: $x = \frac{a\sqrt{3}}{6} \frac{2F_2^2 - F_1^2}{F_1^2 + F_2^2}$; $y = -\frac{a}{2} \frac{F_1 \cdot F_2}{F_1^2 + F_2^2}$.



7.8-масалага



7.9-масалага



7.10-масалага

7.9. Кубнинг a га тенг бўлган қирралари бўйлаб, расмда кўрсатилгандек, ўн иккита миқдорлари ўзаро тенг P кучлар таъсир қилади. Шу кучлар системаси каноник ҳолга келтирилиши ва марказий винт ўқининг Oxy текислик билан кесинган нуқтасининг x ва y координаталари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } V = 2P\sqrt{6}, \quad M = \frac{2}{3} Pa\sqrt{6},$$

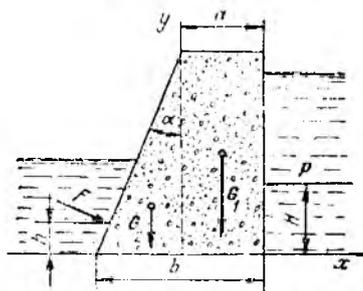
$$\cos \alpha = -\cos \beta = -\frac{1}{2} \cos \gamma = -\frac{1}{6} \sqrt{6},$$

$$x = y = \frac{2}{3} a.$$

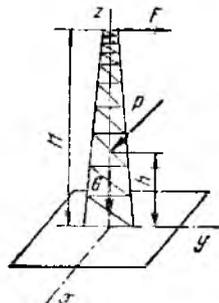
7.10. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг мос равишда 10 м, 4 м ва 5 м га тенг бўлган қирралари бўйича расмда кўрсатилган олтига $P_1 = 4$ Н, $P_2 = 6$ Н, $P_3 = 3$ Н, $P_4 = 2$ Н, $P_5 = 6$ Н, $P_6 = 8$ Н кучлар таъсир қилади. Шу кучлар системаси каноник ҳолга келтирилиши ва марказий винт ўқининг Oxy текислик билан кесинган нуқтасининг x ва y координаталари аниқлансин.

Жавоб: $V = 5,4$ Н; $M = -47,3$ Н·м, $\cos \alpha = 0$, $\cos \beta = 0,37$, $\cos \gamma = 0,93$. $x = -11,9$ м, $y = -10$ м.

7.11. Сув босим кучларининг тенг таъсир этувчилари $P = 8000$ кН ва $F = 5200$ кН бўлиб, плагина ўртасидаги вертикал деворнинг тегишли ёқларига асосидан ҳисобланган $H = 4$ м ва $h = 2,4$ м масофаларда перпендикуляр қилиб қўйилган. Плагина тўғри бурчакли қисмининг оғирлиги $G_1 = 12000$ кН бўлиб, унинг марказига қўйилган; учбурчак қисмининг $G_2 = 6000$ кН оғирлиги эса учбурчак қисим



7.11-масалага



7.12-масалага

вертикал томонидан бу кесим қуйи асоси узун шигининг учдан бирига тенг масофага қўйилган. Платинанинг асосдаги эни $b = 10$ м; юқори қисмида эса $a = 5$ м; $\operatorname{tg} \alpha = 5/12$. Платина ўрнатилган тупроқнинг тақсимланган реакция кучлари тенг таъсир этувчиси аниқлавсин.

Жавоб: $R_x = 3200$ кН, $R_y = 20\,000$ кН; тенг таъсир этувчи таъсир чизигининг тенгламаси: $125x - 20y + 53 = 0$.

7.12. Радиомачтанинг бетон асоси билан бирга оғирлиги $G = 140$ кН. Мачтага антеннанинг тортиш кучи $F = 20$ кН ва пямол босим кучининг тенг таъсир этувчиси $P = 50$ кН қўйилган; иккала куч ҳам горизонтал ва ўзаро перпендикуляр текисликларда жойлашган; $H = 15$ м, $h = 6$ м. Мачтанинг асоси ўрнашган тупроқнинг патижаловчи реакцияси аниқлансин.

Жавоб: Тупроқнинг реакция кучлари

$$\frac{-30 + 14y + 2z}{5} = \frac{30 - 5z - 14x}{2} = \frac{-2x + 5y}{-14}$$

марказий ўқ бўйлаб юқорига йўналган $V = 150$ кН куч ва momenti $M = 60$ кН·м бўлган жуфт кучдан иборат чап динамага келади. Динаманинг ўқи асос текислигини $x = 2,2$ м, $y = 2$ м, $z = 0$ нуқтада кесиб ўтади.

8-§. Ихтиёрий кучлар системасининг мувозанати

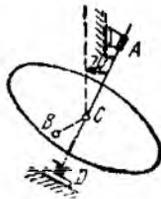
8.1. ACD ўқи вертикалга нисбатан 20° оған доиравий оғма майдончанинг B нуқтасига оғирлиги 400 Н бўлган жисм маҳкамланган. Агар $BC = 3$ м радиус горизонтал бўлса, жисм оғирлик кучининг AD ўққа нисбатан momenti аниқлансин.

Жавоб: 410 Н·м.

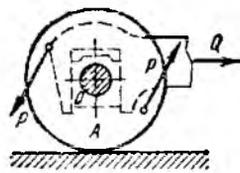
8.2. Шамол тегиримонида айланиш ўқиға перпендикуляр бўлган текисликка $\alpha = 15^\circ = \arcsin 0,259$ бурчак билан оған тўртта қанот бор; шамолнинг ҳар қайси қанотга туширадиган босим кучларининг тенг таъсир этувчиси 1 кН га тенг бўлиб, қанот текислигига тик йўналган ва айланиш ўқидан 3 м нарида турувчи нуқтага қўйилган. Айлантирувчи момент топилин.

Жавоб: $31,1$ кН·м.

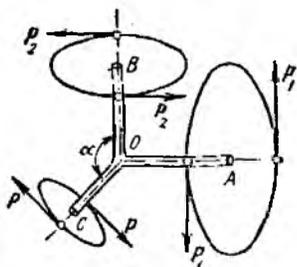
8.3. Трамвай вағони ёилдирак скатининг O ўқиға жойлаштирилган электр двигатель ўқни соат стрелкаси ҳаракатига тескари то-



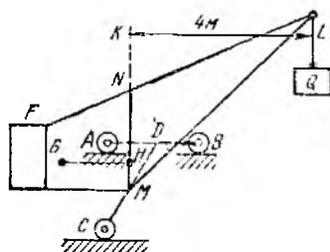
8.1-масалага



8.3-масалага



8.4- масалага



8.5- масалага

монга айлантиришга ҳаракат қилади; бунда (P, P) айлантирувчи жуфт куч моментининг миқдори $6 \text{ кН}\cdot\text{м}$ га, ғилдиракларнинг радиуси эса 60 см га тенг. Ғилдирак скати горизонтал рельсда туради деб ҳисоблаб, унинг тортиш кучи Q аниқлайсин. Думалашдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Один кучларнинг O ўққа нисбатан моментларини ҳисоблаб, ғилдирак билан рельс орасидаги ишқаланиш кучлари йиғиндисини топамиз. Кейин ғилдирак скатига таъсир қилувчи ҳамма кучларни горизонтал йўналишга проекциялаймиз.

Жавоб: $Q = 10 \text{ кН}$.

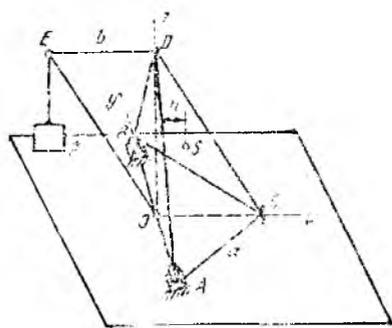
8.4. 15 см радиусли A , 10 см радиусли B , 5 см радиусли C дискларнинг гардишларига жуфт кучлар қўйилган; жуфт ҳосил қилувчи кучларнинг миқдорлари тегишлича $P_1 = 10 \text{ Н}$, $P_2 = 20 \text{ Н}$ ва P га тенг. OA , OB ва OC ўқлар бир текисликда ётади; $\angle AOB$ — тўғри бурчак. Учала диск системаси тамомила эркин ҳолда бўлиб, мувозанатда қолади деб P кучнинг миқдори ва $BOC = \alpha$ бурчак топилсин.

Жавоб: $P = 50 \text{ Н}$; $\alpha = \arcsin(0,75) = 48^\circ 59'$.

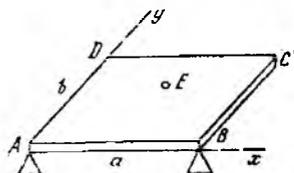
8.5. Юк кўтарувчи кран уч ғилдиракли ABC телсжкага ўрнатилган. Краннинг ўлчовлари: $AD = BD = 1 \text{ м}$, $CD = 1,5 \text{ м}$, $CM = 1 \text{ м}$, $KL = 4 \text{ м}$. Кран F посанги билан мувозанат ҳолга келтирилган. Краннинг посанги билан бирга оғирлиги $P = 100 \text{ кН}$ га тенг бўлиб, $LMNF$ текисликда ётувчи краннинг MN ўқидан $GH = 0,5 \text{ м}$ масофадаги G нуқтага қўйилган. Кўтарилаётган Q юкнинг оғирлиги 30 кН . Краннинг LMN текислиги AB га параллел бўлганда ғилдираклардан рельсга қанча босим тушиши топилсин.

Жавоб: $N_A = 8,33 \text{ кН}$, $N_B = 78,33 \text{ кН}$, $N_C = 43,33 \text{ кН}$.

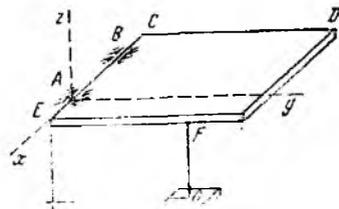
8.6. Вақтинча ўрнатилган юк кўтарувчи кран, горизонтал асоси тенг томонли ABC учбурчак шаклида бўлган ва вертикал ёни тенг ёнли ADB учбурчак шаклида бўлган пирамидадан иборат; O ва D нуқталарда краннинг вертикал ўқи шарнирлар билан бириктирилган; бу ўқ атрофида P юкни кўтарувчи OE стрела айланиши мумкин. ABC асос A ва B подшипниклар ҳамда C вертикал болт билан фундаментга бириктирилган. Юкнинг оғирлиги $P = 12 \text{ кН}$, краннинг оғирлиги $Q = 6 \text{ кН}$ ва унинг S оғирлик марказидан OD ўққа ча бўлган масофа $h = 1 \text{ м}$; $a = 4 \text{ м}$, $b = 4 \text{ м}$. Стрела краннинг



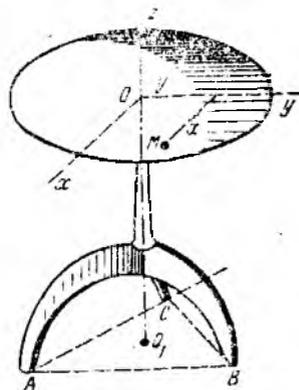
8.6- масалага



8.8- масалага



8.7- масалага



8.9- масалага

симметрия текислигида турганда таянчларда ҳосил бўладиган реакциялар аниқлансин.

Жавоб: $Z_A = Z_B = 15,06$ кН; $Z_C = -12,12$ кН;
 $X_A = X_B = 0$.

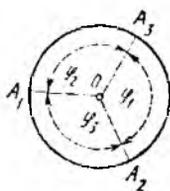
8.7. Ёруғлик машинаси люкиннинг қопқоғини FG тиргак горизонтал ҳолатда ушлаб туради, бу тиргак шу қопқоқ ўқидан $EF = 1,5$ м масофадаги F нуқтада қопқоққа тиралган. Қопқоқнинг оғирлиги $P = 180$ Н; унинг бўйи $CD = 2,3$ м; эни $CE = 0,75$ м; A ва B шарнирлар билан қопқоқ четлари орасидаги масофа $AE = BC = 0,15$ м. A ва B шарнирлар реакцияси ҳамда FG тиргакдаги эъриқиш S топилсин.

Жавоб: $Z_A = -94$ Н, $Z_B = 136$ Н, $Y_A = Y_B = 0$, $S = 138$ Н.

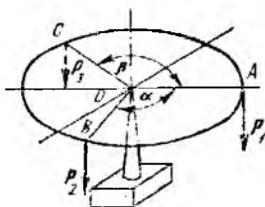
8.8. Томонлари a ва b , оғирлиги P бўлган тўғри бурчакли бир жиқсли горизонтал $ABCD$ пластина тўғри тўртбурчакнинг A ва B учлари ҳамда бирор E нуқтадаги нуқтавий таянчларда туради. A ва B нуқталардаги таянчларга тушадиган босим тегишлича $P/4$ ва $P/5$ га тенг. E нуқтадаги таянчга тушадиган N_E босим ва шу нуқтанинг координаталари топилсин.

Жавоб: $N_E = \frac{11}{20} P$, $x = \frac{6}{11} a$, $y = \frac{10}{11} b$.

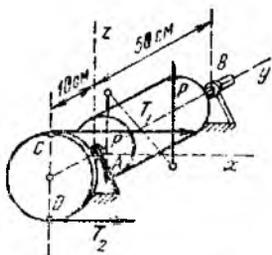
8.9. Стол уч оёқда туради, оёқларининг A , B ва C учлари томонлари a бўлган тенг томонли учбурчак ҳосил қилади. Столнинг



8.10-масалага



8.11-масалага



8.12-масалага

оғирлиги P га тенг ва унинг оғирлик маркази ABC учбурчанинг O , марказидан ўтувчи zOO , вертикалда жойлашган. Столга M нуқтада p юк қўйилган, бу нуқтанинг координатлари x ва y ; Oy ўқ AB га параллел. Ҳар қайси оёқдан полга тушадиган босим аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } N_A = \frac{P+p}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x - y\right) \frac{p}{a};$$

$$N_B = \frac{P+p}{3} + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{3}x\right) \frac{p}{a}; N_C = \frac{P+p}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{x}{a} p.$$

8.10. Юмалоқ стол учта A_1 , A_2 ва A_3 оёқларида туради; столнинг O марказига юк қўйилган. A_1 , A_2 ва A_3 оёқларига тушадиган босим бир-бири билан $1:2:1$ каби нисбатда бўлиши учун φ_1 , φ_2 , φ_3 марказий бурчаклар қандай шартни қаноатлантиришни керак?

Масalani ечганда кучлар momenti OA_1 , OA_2 ва OA_3 радиусларнинг иккита сига нисбатан олинади.

$$\text{Жавоб: } \varphi_1 = 150^\circ; \varphi_2 = 90^\circ; \varphi_3 = 120^\circ.$$

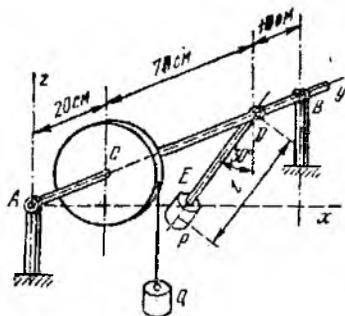
8.11. Доғравий пластинка O марказида найзага таяниб, горизонтал ҳолатда туради. Мувозанатликни бузмай пластинканинг айланасига оғирлиги $1,5$ Н бўлган P_1 , оғирлиги 1 Н бўлган P_2 ва оғирлиги 2 Н бўлган P_3 юклар жойлаштирилди. Пластинканинг оғирлигини ҳисобга олмай, α ва β бурчаклар аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \alpha = 75^\circ 30', \beta = 151^\circ.$$

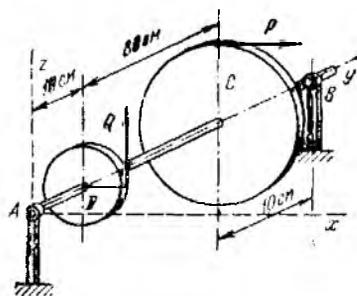
8.12. Динамомашинанинг тасмали CD шкивининг радиуси 10 см га тенг. AB валнинг ўлчовлари расмда кўрсатилган. Тасманинг юқориги етакчи қисмининг тортилиш кучи $T_1 = 100$ Н, пастки етакланувчи қисмининг тортилиш кучи эса $T_2 = 50$ Н. Машина қисмларининг оғирлигини ҳисобга олмай, системанинг мувозанат ҳолатида айлантирувчи M момент ва A , B подшипникларнинг реакциялари аниқлансин: (P, P) қаршилик кучлари ҳосил қилган жуфт.

$$\text{Жавоб: } M = 5 \text{ Н}\cdot\text{м}, X_A = -180 \text{ Н}, X_B = 30 \text{ Н}, Z_A = Z_B = 0.$$

8.13. A ва B подшипникларда ётувчи горизонтал валга бир томдан C шкивга ип билан боғланган $Q = 250$ Н тошнинг оғирлиги, иккинчи томондан AB валга тўғри бурчак остида қўзғалмас қилиб ўрнатилган DE стерженга бириктирилган $P = 1$ кН тошнинг оғирлиги таъсир қилади. C шкивининг радиуси 20 см га тенг. Ма-



8.13- масалага



8.14- масалага

софалар: $AC = 20$ см, $CD = 70$ см, $BD = 10$ см. Мувозанат ҳолатида DE стержень вертикалдан 30° бурчакка сгиб туради. P юкнинг огирлик марказида AB вал ўқигача бўлган l масофа ҳамда A ва B подшипникларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $l = 10$ см, $Z_A = 300$ Н, $Z_B = 950$ Н, $X_A = X_B = 0$.

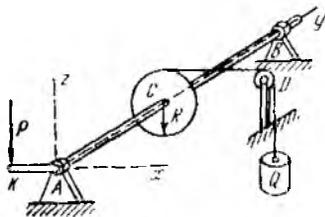
8.14. Горизонтал AB валга радиуси 1 м бўлган тишли вилдирак ва радиуси 10 см бўлган D шестерня ўратилган. Бошқа ўлчамлар расмда кўрсатилган. C вилдиракка уринма йўналишда $P = 100$ Н горизонтал куч, D шестерняга эса уринма бўйича вертикал Q куч қўйилган. Мувозанат ҳолатида Q куч ҳамда A ва B подшипникларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $Q = 1$ кН, $X_A = -10$ Н, $X_B = -90$ Н, $Z_A = -900$ Н, $Z_B = -100$ Н.

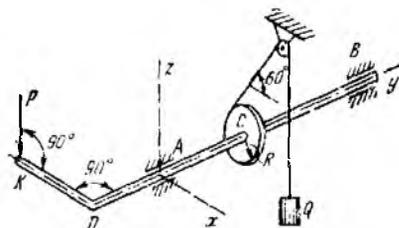
8.15. Ишчи, расмда схема тарзида кўрсатилган чиғириқ ёрдамида $Q = 800$ Н юкни ушлаб туради; барабан радиуси $R = 5$ см; даста узунлиги $LK = 40$ см, $AC = CB = 50$ см. AK дастанинг горизонтал ҳолатида дастага тушадиган P босим ва чиғириқ ўқининг A ва B таянчларга туширадиган босимлари аниқлансин; P куч вертикал.

Жавоб: $P = 100$ Н, $X_A = 400$ Н, $Z_A = -100$ Н, $X_B = 400$ Н, $Z_B = 0$.

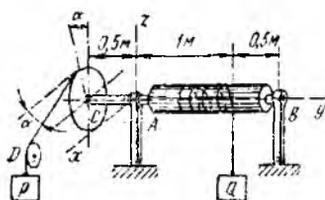
8.16. Расмда схема тарзида кўрсатилган чиғириқ ёрдамида $Q = 1$ кН юк ушлаб турилади. Барабан радиуси $R = 5$ см. Даста узунлиги $KD = 40$ см; $DA = 30$ см; $AC = 40$ см; $CB = 60$ см. Арқон барабандан уринма бўйлаб горизонтга 60° бурчак остида ту-



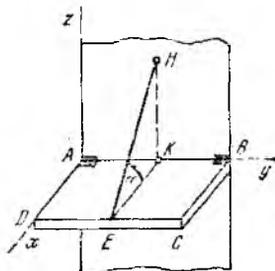
8.15- масалага



8.16- масалага



8.17-масаллага



8.18-масаллага

шади. KD дастанинг горизонтал ҳолатида дастага тушадиган P босим ҳамда A ва B таянчлар реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $P = 125$ Н, $X_A = -300$ Н, $Z_A = -357$ Н, $X_B = -200$ Н, $Z_B = -384$ Н.

8.17. Чиғирқиннинг AB валига Q юкни ушлаб турувчи арқон ўралган. Валга ўрнатилган C гилдиракнинг радиуси вал радиусидан олти баравар катта; бошиқа ўлчовлар расмда кўрсатилган. Гилдирак айланасига арқон ўралган бўлиб, уни оғирлиги 60 Н бўлган P юк тортиб туради, арқон горизонтга $\alpha = 30^\circ$ бурчак остида оғган уринма бўйлаб гилдиракдаш тушади. Валнинг оғирлигини ва D блокдаги ишқаланишни ҳисобга олмай, чиғирқини мувозанатга келтирадиган Q юкнинг оғирлиги ҳамда A ва B подпипникларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $Q = 360$ Н, $X_A = -69,3$ Н, $Z_A = 160$ Н, $X_B = 17,3$ Н, $Z_B = 230$ Н.

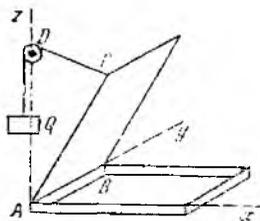
8.18. Тўғри бурчакли G оғирликдаги бир жинсли $ABCD$ полкани полка текислиги билан α бурчак ҳосил қилувчи EN трос горизонтал ҳолатда ушлаб туради. Агар $AK = KB = DE = EC$ ва AB га NK перпендикуляр бўлса, троснинг оғирлигини ҳисобга олмай, ундаги таранглик кучи T ҳамда A ва B ошиқ-мошиқнинг реакцияси аниқлансин.

Жавоб: $T = \frac{G}{2 \sin \alpha}$, $X_A = X_B = \frac{G}{4} \operatorname{ctg} \alpha$, $Z_A = Z_B = \frac{G}{4}$.

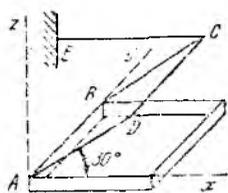
8.19. Оғирлиги $P = 400$ Н бўлган бир жинсли тўғри бурчакли қопқоқни Q посағни горизонтга 60° бурчак остида очиб, мувозанат ҳолида ушлаб туриди. Агар D блок A билан бир вертикалда ўрнатилган ва $AD = AC$ бўлса, Q оғирлигининг ҳамда A , B шарғирлар реакцияларининг қанча бўлиши аниқлансин; D блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $Q = 104$ Н, $X_A = 100$ Н, $Z_A = 173$ Н, $X_B = 0$, $Z_B = 200$ Н.

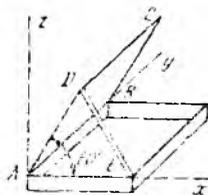
8.20. Яшиқнинг бир жинсли тўғри бурчакли $ABCD$ қопқоғи A ва B нуқталардаги ҳалқаларда горизонтал AB ўқ атрофида айланиши мумкин. Ax га параллел CE горизонтал арқон қопқоқни D ва A



8.19-масаллага



8.20-масаллага



8.21-масаллага

$= 30^\circ$ бурчак остида ушлаб туради. Агар қопқоқнинг оғирлиги 20 Н бўлса, ҳалқалардаги реакцияларнинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 0$, $Z_A = 10$ Н, $X_B = 17,3$ Н, $Z_B = 10$ Н.

8.21. Тўғри бурчакли яшиқнинг ABCD қопқоғини бир томондан DE тирговуч тираб туради. Қопқоқнинг оғирлиги 120 Н; $AD = AE$, бурчак $DAE = 60^\circ$. A ва B шарнирларнинг реакциялари ва тирговучдаги S зўриқини аниқлансин. Тирговучнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

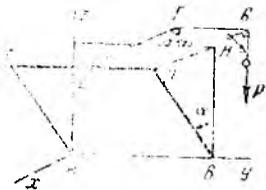
Жавоб: $X_A = 17,3$ Н, $Z_A = 30$ Н, $X_B = 0$, $Z_B = 60$ Н, $S = 34,5$ Н.

8.22. $Q = 100$ Н оғирликдаги ABCD фрамуга $\alpha = 60^\circ$ бурчакка очилган. Берилган $BD = BH$; $CE = ED$; EF арқон DH тўғри чизиққа параллел. Фрамугани мувозанат ҳолатида тутиб туриш учун зарур бўлган P зўриқини ҳамда A ва B ҳалқалардаги реакциялар аниқлансин.

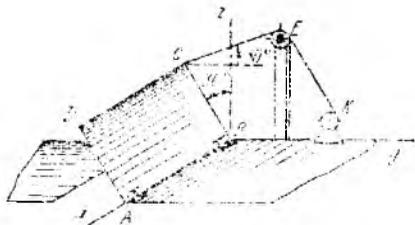
Жавоб: $P = 50$ Н, $X_A = X_B = 21,7$ Н, $Z_A = Z_B = 37,5$ Н.

8.23. Темир йўл кўпригининг 15 кН оғирликдаги кўтариладиган ABCD қисмини E блок орқали K лебёдкага ўтказилган CE занжир кўтариб туради. E нуқта CBU вертикал текисликда туради. Расмда тасвирланган вазият учун CE занжирининг тортилиш кучи ҳамда A ва B нуқталардаги реакциялар аниқлансин. Кўтариладиган қисмининг оғирлик марказ ABCD тўғри тўртбўчакнинг марказида.

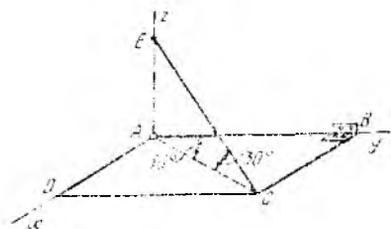
Жавоб: $T = 3,75$ кН, $Y_A = 0$, $Z_A = 7,5$ кН, $Y_B = -3,25$ кН, $Z_B = 5,625$ кН.



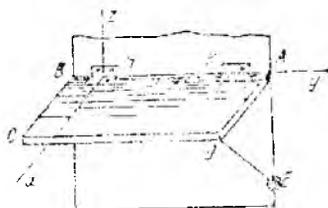
8.22-масаллага



8.23-масаллага



8.24-масалга



8.25-масалга

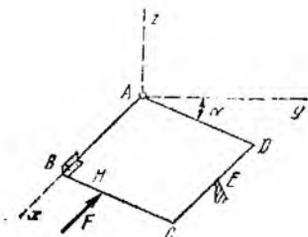
8.24. Оғирлиги 200 Н бўлган бир жиёли тўғри бурчакли ром A шарни шарнир ва B латра ёрдаки билан деворга бириктирилган бўлиб, уш CE арқон горизонтал ҳолда ушлаб туради. арқон деворнинг A билан бир вертикалдаги E нуқтасига қўйилган михга ва ромнинг C нуқтасига боғланган; $\angle ECA = \angle BAC = 30^\circ$. Арқондан тортиниб кучи ва таъсиллардаги реакциялар аниқлансин.

Жавоб: $T = 200$ Н, $X_A = 86,6$ Н, $Y_A = 150$ Н, $Z_A = 100$ Н, $X_B = Z_B = 0$.

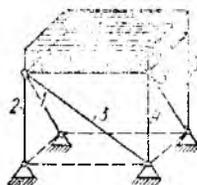
8.25. Вагоннинг AB ўқ атрофида айлана оладиган $ABCD$ полкасини ED стержень горизонтал ҳолда ушлаб туради; ED стержень BAE вертикал деворга E шарнир билан бириктирилган. Полканинг устидаги P юк билан бирга оғирлиги 600 Н га тенг бўлиб, $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари кесилганган нуқтага қўйилган. Ушчовлар: $AB = 150$ см; $AD = 60$ см; $AK = BH = 25$ см. Стерженьнинг узунлиги $ED = 75$ см. ED стерженининг оғирлигини ҳисобга олмай, ундаги зўрқини S ҳимда K ва H ҳалқаларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $S = 666,7$ Н, $X_K = -666,7$ Н, $Z_K = -100$ Н, $X_H = 133,3$ Н, $Z_H = 500$ Н.

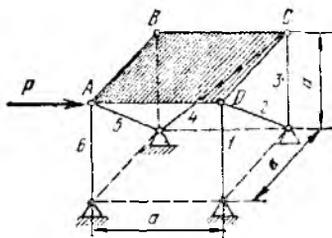
8.26. A нуқтага шарни шарнир билан, B нуқтага шилиндрик шарнир билан маҳкамланган бир жиёли $ABCD$ квадрат пластинканинг томонлари $a = 30$ см ва оғирлиги $P = 5$ Н; AB томони горизонтал. Пластинка E нуқтада ўткир пайзага тиралган. Пластинкага H нуқтада унинг AB томонига параллел F куч таъсир қилади. A , B ва E нуқталардаги реакциялар топилсин; $CE = ED$, $BH = 10$ см, $F =$



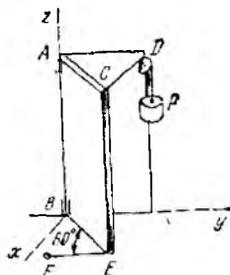
8.26-масалга



8.27-масалга



8.28-масалага



8.29-масалага

$= 10$ Н бўлиб, пластинка горизонтал текислик билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилади.

Жавоб: $X_A = 10$ Н, $Y_A = 2,35$ Н, $Z_A = -0,11$ Н, $Y_B = -3,43$ Н, $Z_B = 3,23$ Н, $R_E = 1,17$ Н.

8.27. Тўғри бурчакли параллелепипед шаклидаги бир жиисли горизонтал плита олтига тўғри чизиқли стерженлар билан қўзғалмас қилиб ерга бириктирилган, илгичнинг оғирлиги P га тенг. Агар стерженларнинг учлари плита ва қўзғалмас асосларга шарли шарнирлар билан бириктирилган бўлса, плитанинг оғирлиги таъсирида стерженларда ҳосил бўлган зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $S_1 = S_3 = S_4 = S_5 = 0$, $S_2 = S_6 = -\frac{P}{2}$.

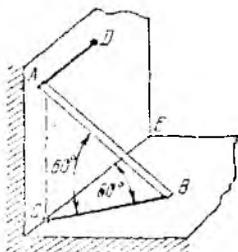
8.28. ABCD квадрат плитанинг BD томони бўйлаб горизонтал P куч таъсир қилса, уни ушлаб турадиган олтига таянч стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин. Ҳолатлар расмда кўрсатилган.

Жавоб: $S_1 = P$, $S_2 = -P\sqrt{2}$, $S_3 = -P$, $S_4 = P\sqrt{2}$, $S_5 = P\sqrt{2}$, $S_6 = -P$.

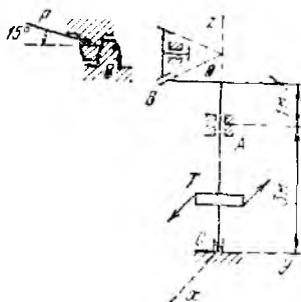
8.29. AB айланиш ўқи вертикал бўлган тўғри бурчакли эшик $\angle CAD = 60^\circ$ бурчакка очилган, уни шу вазиятда икки арқон ушлаб туради: улардан бири — CD арқон блокдан ўтказилган бўлиб, уни $P = 320$ Н юк тортиб туради, иккинчиси — EF арқон полнинг F нуктасига боғланган. Эшикнинг оғирлиги 640 Н; унинг эши $AD = AC = 1,8$ м; баландлиги $AB = 2,4$ м. Блокдаги ишқалинишни ҳисобга оймай, EF арқоннинг тортилиш кучи T ҳамда A нуктадаги цилиндр шарнирнинг ва B нуктадаги подпятникнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $T = 320$ Н, $X_A = 69$ Н, $Y_A = -280$ Н, $X_B = 208$ Н, $Y_B = 440$ Н, $Z_B = 640$ Н.

8.30. AB стерженини иккита горизонтал AD ва BC арқонлар қий ҳолда ушлаб туради. Буида стержень A нуктада вертикал деворга, B нуктада эса горизонтал полга тиралган. D нукта ҳам вертикал деворда ётади. A ва C нукталар бир вертикал чизиқда ётади. Стерженнинг оғирлиги 8 Н. A ва B нукталардаги ишқалинишни ҳисобга оламиз. Стерженнинг мувозират ҳолатда қолгани мумкинлигин тек-



8.30- масалага



8.31- масалага

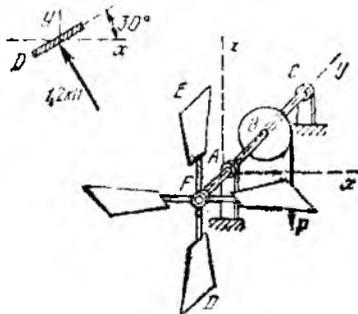
ширилсин ва арқонларнинг T_A ва T_B тортилин кучлари ҳамда таянч текисликларнинг реакциялари аниқлансин; $\angle ABC = \angle BCE = 60^\circ$.

Жавоб: $T_A = 1,15$ Н, $T_B = 2,3$ Н, $R_A = 2$ Н, $R_B = 8$ Н.

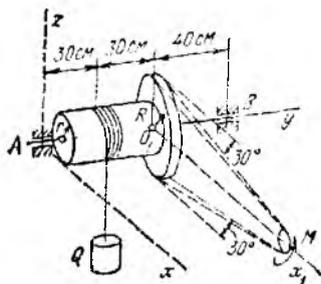
8.31. T сув турбинасини айлаштирувчи жуфт кучнинг моменти $1,2$ кН·м; у конуссимон тишли гилдиракнинг B тишига тушадиган босим ва таянч реакциялари билан мувозанатлашади. Тишга тушадиган босим $OB = 0,6$ м радиусга перпендикуляр бўлиб, горизонт билан $\alpha = 15^\circ = \arctg 0,268$ бурчак ташкил қилади; $AC = 3$ м, $AO = 1$ м. Турбинанинг вал ва гилдирак билан бирга оғирлиги 12 кН га тенг бўлиб, OC ўқ бўйлаб йўналган. C подпятник ва A подшипникнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 2,667$ кН, $X_C = -0,667$ кН, $Y_A = -Y_C = 0,107$ кН, $Z_C = 12,54$ кН.

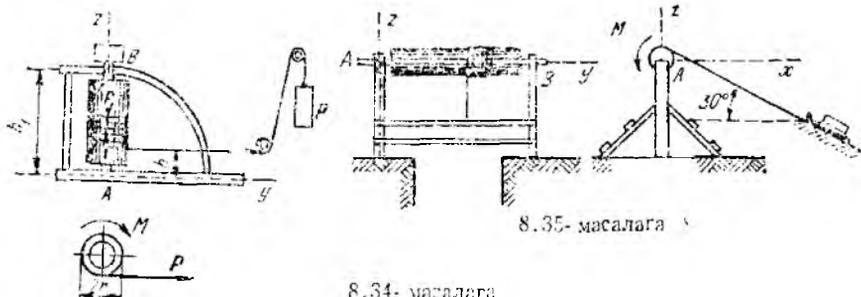
8.32. AC горизонтал ўқли шамол двигателида симметрик жойлашган тўртта қанот бор, қанотларнинг текислиги AC ўққа перпендикуляр бўлган вертикал текислик билан 30° ли тенг бурчаклар ташкил қилади. Ўқдан 2 м узокликда ҳар бир қанотга унинг текислигига нормал равишда $1,2$ кН га тенг шамол босими кучларининг тенг таъсир этувчиси қўйилган (D қанотнинг xy текисликдаги проекцияси алоҳида тасвирланган). A нуқтада подшипникка, C нуқтада подпятникка таянган двигатель ўқини расмда кўрсатилмаган шес-



8.32- масалага



8.33- масалага



8.35-масаллага

8.34-масаллага

териянинг B нилдизрак тизига тувирадиган вертикал P босими тинч ҳолатда ушлаб туради. B нилдизракнинг радиуси $1,2$ м га тенг; масофалар: $BC = 0,5$ м, $AB = 1$ м, $AF = 0,5$ м. P босимнинг ва таянчлардаги реакцияларнинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $P = 4$ кН, $Z_A = 1,333$ кН, $Y_C = -0,416$ кН, $Z_C = 2,667$ кН, $X_A = X_C = 0$.

8.33. M мотор чексиз занжир ёрдами билан Q юкни текис кўтарди; $r = 10$ см, $R = 20$ см, $Q = 10$ кН. Етакчи аниқлининг тортилиш кучи етақланувчи занжирнинг тортилиш кучидан икки марта катта, яъни $T_1 = 2T_2$; занжир таянқида горизонтга 30° бурчак остида отган (O_1, X_1 ўқ Ax ўқга параллел). A ва B нилдизларнинг реакциялари ва занжирнинг тортилиш кучлари аниқлансин.

Жавоб: $T_1 = 10$ кН, $T_2 = 5$ кН, $X_A = -5,2$ кН, $Z_A = 6$ кН, $X_B = -7,8$ кН, $Z_B = 1,5$ кН.

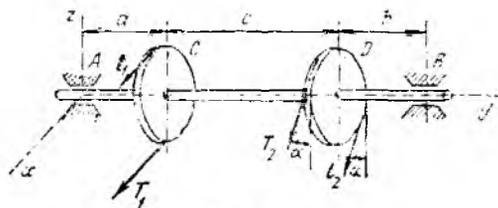
8.34. Спирлиги $P = 3$ кН бўлган тўқмоқни кўтарин учун вертикал чигириқ ишлатилади. Чигириқ радиуси $r = 20$ см бўлиб, пастики учи билан A подпятникка тиқилган, юқориги учини B подпятникка ушлаб туради. Вал мотор ёрдамида айлантирилади. Моторнинг тўқмоқни текис кўтарин учун зарур бўлган айлантирувчи моменти M ҳамда A подпятник ва B подпятникдаги реакциялар топилиши.

$h_1 = 1$ м, $h = 30$ см ва чигириқнинг айланувчи қисмига ишлатилган спирлиги $P_1 = 1$ кН эканлиги маълум.

Жавоб: $M = 0,5$ кН·м, $X_A = 0$, $Y_A = -2,1$ кН, $Z_A = 1$ кН, $X_B = 0$, $Y_B = -0,9$ кН.

8.35. Қия шурф бўйлаб фойдали тупроқ жинсини кўтаринда ишлатиладиган чигириқ узунлиги $1,5$ м, радиуси $0,25$ м валдан иборат. Вал мотор (раемда кўрсатилмаган) ёрдамида айлантирилади. Агар валнинг спирлиги $0,8$ кН, юкнинг спирлиги 4 кН, юк билан шурф оғасидаги шибраланиш коэффициентини $0,5$, шурфнинг горизонтга нисбатан қиялиги 30° ва B подпятникдан троснинг суналган қисмига нисбатан бўлган масофа 50 см бўлса, моторнинг айлантирувчи моменти M ва чигириқнинг таянч реакциялари аниқлансин. Баланинг айланмаси текис айланган деб ҳисоблансин.

Жавоб: $M = 0,96$ кН·м, $X_A = -1,36$ кН, $Z_A = 1,02$ кН, $X_B = -2,15$ кН, $Z_B = 1,65$ кН.

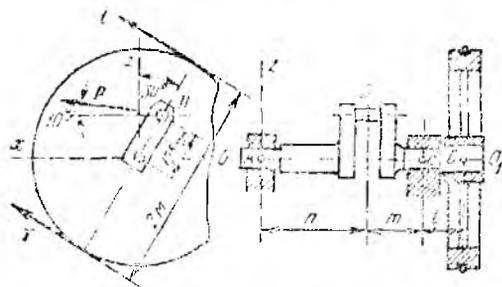


8.36- масалага

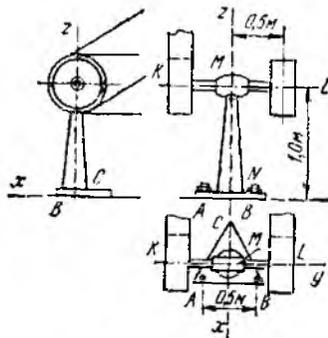
8.36. Трансмиссиянинг горизонтал ваги A ва B подшипникларда айлана олади, валда тасма ўтказилган иккита C ва D шкив бор. Шкивларнинг радиуси $r_C = 20$ см; $r_D = 25$ см; подшипниклардан шкивларгача бўлган масофа $a = b = 50$ см, шкивлар орасидаги масофа $c = 100$ см. C шкивдан ўтган тасма тармоқларидаги тортилиш кучлари T_1 ва t_1 бўлиб, улар горизонтал ҳамда $T_1 = 2t_1 = 5$ кН; D шкивдан ўтган тасма тармоқларидаги тортилиш кучлари вертикал билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ташкил қилади, уларнинг лиқдорлари T_2 ва t_2 бўлиб, $T_2 = 2t_2$. Мувозанат ҳолатида T_2 ва t_2 тортилиш кучларининг қанча эканлиги ҳамда тасмаларнинг тортилишидан подшипникларда ҳосил бўлган реактивлар аниқлансин.

Жавоб: $T_2 = 4$ кН, $t_2 = 2$ кН, $X_A = -6.375$ кН, $Z_A = 13$ кН, $X_B = -4.125$ кН, $Z_B = 3.9$ кН.

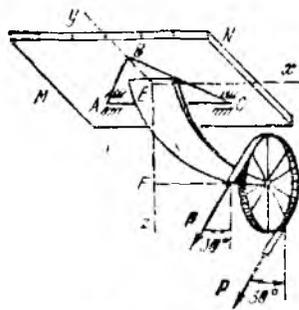
8.37. Буғ машинаси шатувиининг босими $P = 20$ кН га тенг; бу босим тирсакли вагининг D бўйини ўртасида бир нуқтага қўйилган бўлиб, горизонт билан 10° бурчак ташкил қилади. D бўйини ва вагининг OO_1 ўқи орқалин ўтаган ODO_1 текислик вертикал билан 30° бурчак ҳосил қилади. Ҳаракатлангирувчи куч маховикдан арқон воентасида ҳаракатланувчига узатилади. Арқоннинг тармоқлари бир-бирига параллел бўлиб, горизонт билан 30° бурчак ташкил қилади. P кучининг таъсири арқон тармоқларининг T , t тангентал кучлари ҳамда A ва B подшипникларининг реактивлари билан мувозанат ҳолатга келади. Маховикнинг сўғирлиги 13 кН, диаметри $d = 2$ м, арқон тармоқлари тангентал кучларининг йиғиндиса $T + t = 7.5$ кН, расмда кўрсатилган масофалар: OO_1 ўқдан D бўйингача бўлган масофа $r =$



8.37- масалага



8.38- масалага



8.39- масалага

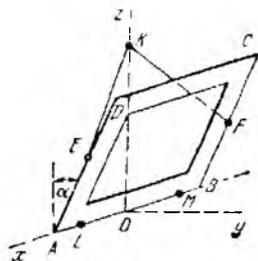
$= 125$ мм, $l = 250$ мм, $m = 300$ мм, $n = 450$ мм. A ва B подшипникларнинг реакциялари ҳамда T ва t таранглик кучлари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = -5,7$ кН, $Z_A = -4,47$ кН, $X_B = -20,48$ кН, $Z_B = 10,25$ кН, $T = 4,92$ кН, $t = 2,58$ кН.

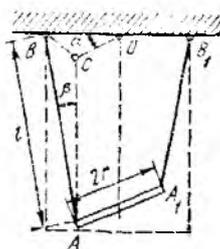
8.38. Айланма ҳаракатни бир валдан унга параллел бўлган иккинчи валга узатиш учун горизонтал KL ўққа ўрнатилган иккита бир хил ёрдамчи шкивдан фойдаланилади. Ўқ MN колонкага маҳкамланган M подшипникда айлана олади. Бу колонканинг учбурчак ососи нолга A ва B болтлар билан бириктирилган бўлиб, C нуқтада эркин таяниб туради. A болт ососдаги юмалоқ тешикдан ўтади. B болт эса AB га параллел бўлган узунчоқ тешикдан ўтади. Колонканинг ўқи ABC учбурчакнинг марказидан ўтади. Полдан KL ўққа ча бўлган масофа l м га, шкивлар ўрталаридан колонка ўқигача бўлган масофа $0,5$ м га тенг, тасмаларнинг тўрттала тармоғининг тортилиш кучи бир хил бўлиб, 600 Н га тенг деб қабул қилинади. Ўнг тасманинг тармоқлари горизонтал, чап тасманинг тармоқлари эса горизонтга 30° бурчак билан олган. Қурилманинг умумий оғирлиги 3 кН га тенг бўлиб, колонка ўқида ётадиган нуқтага қўйилган; ўлчовлар $AB = BC = CA = 50$ см. A , B ва C нуқталардаги реакциялар аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 960$ Н, $Y_A = 0$, $Z_A = -2,39$ кН, $X_B = 1,28$ кН, $Z_B = -1,19$ кН, $Z_C = 5,97$ кН.

8.39. Тасмали D шкив осилган мослама горизонтал силлиқ MN шинининг A ва C нуқталарида подшипниклар билан маҳкамланган бўлиб, B нуқтаси билан шипга таяниб туради. Бу нуқталар томонлари 30 см бўлган тенг томонли ABC учбурчакнинг учларида туради. Тасмали D шкив марказининг ўрни ABC учбурчакнинг E марказидан туширилган $EF = 40$ см вертикал ва AC томонга параллел бўлган $FD = 50$ см горизонтал билан аниқланади. Шкив текислиги FD тўғри чизиққа перпендикуляр. Тасманинг ҳар бир тармоғидаги P таранглик кучи 1200 Н га тенг бўлиб, вертикалга 30° бурчак



8.40- масалага



8.41- масалага

остида оған. Қисмларнинг оғирлигини ҳисобга олмасдан A , B ва C таянчлардаги реакциялар аниқлансин.

Жавоб: $Y_A = 1,4$ кН, $Z_A = 1,85$ кН, $Z_B = 1,15$ кН, $Y_C = -2,6$ кН, $Z_C = -5,08$ кН.

8.40. $ABCD$ тўғри тўртбурчак кўринишдаги ромга ўрнатилган сурат вертикал деворга ундаги K илмоқ орқали ўтказилган EKF каноп ёрдамида шундай осилганки, AB томон горизонтал ҳолда туради. E , F нуқталар AD ва BC томонларининг ўртасига тўғри келади. Сурат деворга қoқилган иккита L ва M михларга таянган ҳамда деворга $\alpha = \arctg 3/4$ бурчак остида оған; $AL = MB$. Суратнинг ўлчовлари $AB = 60$ см, $AD = 75$ см; суратнинг оғирлиги 200 Н бўлиб, $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг марказига қўйилган; канопнинг узунлиги 85 см. Канопнинг тортилиши кучи T билан L , M михлардаги босим аниқлансин.

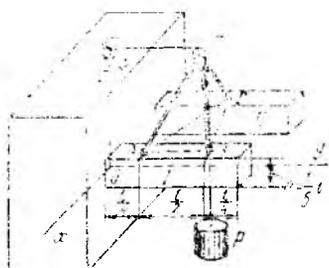
Жавоб: $T = 85$ Н, $Y_L = Y_M = -45$ Н, $Z_L = Z_M = -60$ Н.

8.41. Биқияр, иккита қўзилмас илга осилган бир жиқели AA_1 стержендан иборат; иллар B , B_1 нуқталарга бойланган бўлиб, уларнинг узунлиги l . Стерженнинг узунлиги $AA_1 = BB_1 = 2r$, оғирлиги P . Стержень вертикал ўқ атрофида α бурчакка бурилган. Стержень мувозанат ҳолда ушлаб туриш учун керак бўлган жуфт кучнинг моменти M ва илларнинг T тортилиш кучи аниқлансин.

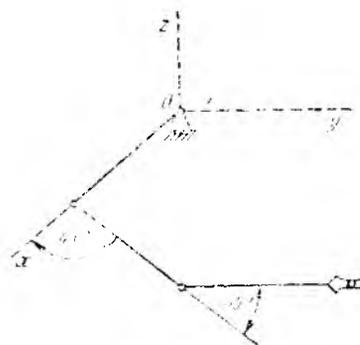
Жавоб: $M = \frac{P r^2 \sin \alpha}{\sqrt{l^2 - 4 r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$, $T = \frac{P l}{2 \sqrt{l^2 - 4 r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$.

8.42. Тўғри пирамида шаклидаги $ABDE$ учбёк иккита консол балкага шарнирлар воситасига бириктирилган. Учбёкнинг E учига бириктирилган блок орқали трос ўтказилган бўлиб, у P юкни лебёдка ёрдамида бир текис кўтаради. Трос консолларга параллел ҳолда блокдан лебёдкага тортилади. Учбёкнинг ва консолнинг оғирлигини ҳисобга олмай, биринчи консолнинг қиетириб маҳкамланган учидagi реакцияси аниқлансин. Учбёкнинг баландлиги $\frac{l}{2}$ га тенг.

Жавоб: $X_0 = -\frac{\sqrt{3}}{9} P$, $Y_0 = P$, $Z_0 = \frac{2}{3} P$, $M_x = -\frac{9}{15} Pl$, $M_y = -\frac{\sqrt{3}}{30} Pl$, $M_z = -\frac{\sqrt{3}}{36} Pl$.



8.12-масаллага



8.13-масаллага

8.43. Үчт звенали робот манипулятор механизми Oxy горизонтал қиесликда ўрнашган. Ҳамма звеноларнинг узунликлари бир хил ва l га тенг бўлиб, ҳар бир звенонинг массаси m . Манипуляция объектнинг массаси $2m$. Сғирлик кучларнинг координата ўқларига нисбатан моментлари аниқлашсин. Звенолар бир жинсли стерженлар деб ҳисоблансин.

Жавоб: $M_x = -4,98 mgl$, $M_y = 6,98 mgl$, $M_z = 0$.

9- §. Сғирлик маркази

9.1. Стерженли $AFBD$ контурининг C сғирлик марказининг вазияти аниқлансин. Контур $FD = R$ радиусли айлананинг тўртдан бирига тенг бўлган ADB ёй ва диаметри AB ватар бўлган AFB ярим айлана ёйидан ташкил топган. Стерженларнинг қизилқи узлиги бир хил.

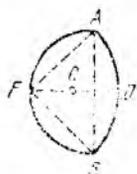
Жавоб: $CF = R(\sqrt{2} - 1) + \frac{2R}{\pi} \left(3 - 2\sqrt{2} \right) = 0,524R$.

9.2. R радиусли $\triangle OAB$ ярим айланга ва узунликлари бир хил бўлган AD ва DB тўғри қизилқ кесмалари билан чеғалаланган юзанинг C сғирлик маркази аниқлансин: $OD = 3R$.

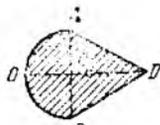
Жавоб: $OC = \frac{3\pi + 16}{3\pi + 12} R = 1,19 R$.

9.3. Радиуси $AO = 30$ см бўлган ADB доиравий сегмент юзининг C сғирлик маркази топилинсин; бурчак $\angle AOB = 50^\circ$.

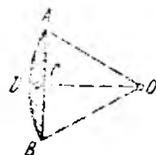
Жавоб: $OC = 27,7$ см.



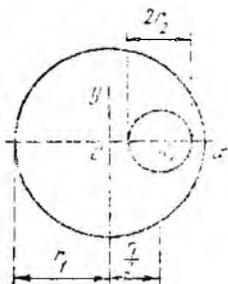
9.1- масаллага



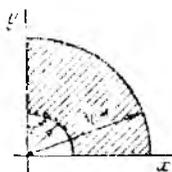
9.2- масаллага



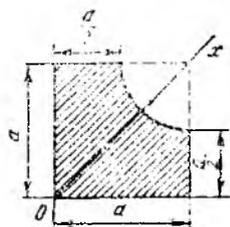
9.3- масаллага



9.4-масаллага



9.5-масаллага



9.6-масаллага

9.4. Юмалоқ тешикли бир жинсли диск оғирлик марказининг координаталари аниқлансин. Дискнинг радиуси r_1 га, тешикнинг радиуси r_2 га тенг, бу тешикнинг маркази диск марказидан $r_1/2$ масофада туради деб ҳисоблансин.

Жавоб:
$$x_C = -\frac{r_1 r_2^2}{2(r_1^2 - r_2^2)}$$

9.5. Расмда тасвирланган чорак ҳалқа оғирлик марказининг координаталари аниқлансин.

Жавоб: $x_C = y_C = 1,38$ см.

9.6. Расмда тасвирланган шифра оғирлик марказининг координаталари топилсин.

Жавоб: $x_C = 0,61a$.

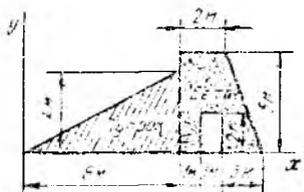
9.7. Гетоннинг солиштирма оғирлиги 24 кН/м^3 , туяроқниқини эса 16 кН/м^3 деб қабул қилиб, расмда кўрсатилган платина кўндалани кесим юзасининг оғирлик маркази топилсин.

Жавоб: $x_C = 8,19$ м, $y_C = 1,9$ м.

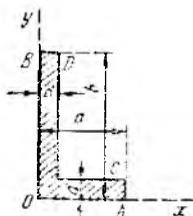
9.8. Ҳар хил тоқчали бурчаклик кўндалани кесимининг оғирлик марказининг координаталари топилсин: бурчаклик тоқчаларининг эни $OA = a$, $OB = b$ ва қаллиғи $AC = BD = d$.

Жавоб:
$$x = \frac{a^2 + bd - d^2}{2(a + b - d)}, \quad y = \frac{b^2 + ad - d^2}{2(b + a - d)}$$

9.9. Расмда кўрсатилган ABCD кесимини оғирлик марказидан AC томонигача бўлган масофа топилсин, унинг баландлиги $BD = h$.



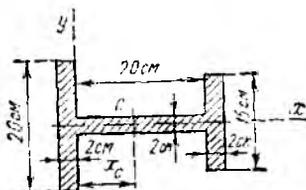
9.7-масаллага



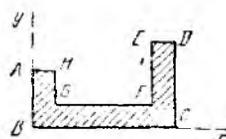
9.8-масаллага



9.9-масаллага



9.10- масалага



9.11- масалага

тоқчасининг ёни $AC = a$, қалинлиги d ва девдўшини қалинлиги b .

Жавоб: $\frac{ad^2 + bh^2 - bd^2}{2(ad + bh - bd)}$

9.10. Ўлчовлари расмда кўрсатилган қўштавр профилнинг огирлик маркази топилсин.

Жавоб: $x_C = 9$ см.

9.11. Расмда кўрсатилган бир жинсли пластинка сферлик марказининг координаталари топилсин. Қуйидагилар берилган: $AH = 2$ см, $HG = 1.5$ см, $AB = 3$ см, $BC = 10$ см, $EF = 4$ см, $ED = 2$ см.

Жавоб: $x = 5\frac{10}{13}$ см, $y = 1\frac{10}{13}$ см.

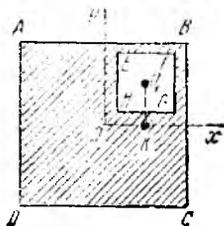
9.12. Томони $AB = 2$ м бўлган бир жинсли $ABCD$ квадрат тахтадан $EFGH$ квадрат тешик очилган; тешикнинг томонлари $ABCD$ нинг томонларига параллел бўлиб, ҳар қайсики 0.7 м га тенг. $OK = O_1K = 0.5$ м (бунда O ва O_1 — квадратларнинг марказлари), OK ва O_1K кесмалар квадратларнинг томонларига тегишсизча параллел эканлигини билган ҳолда, тахтанинг қолган қисми огирлик марказининг x ва y координаталари аниқлансин.

Жавоб: $x = y = -0.07$ м.

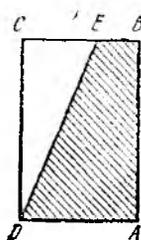
9.13. Бир жинсли $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг D учидан шундай DE тўғри чизиқ ўтказилсинки, бунда шу чизиқ бўйлаб кесилган $ABED$ трапеция E учидан осиб қўйилганда AD томони горизонтал бўлсин; трапециянинг AD томони a га тенг.

Жавоб: $BE = 0.366 a$.

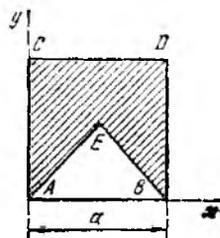
9.14. Томони a га тенг бўлган $ABCD$ квадрат берилган. Бу квадратнинг ичидан шундай E нуқта топилсинки, квадратдан тенг ёнли



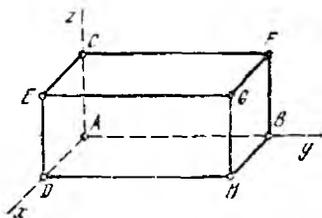
9.12- масалага



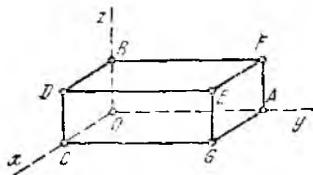
9.13- масалага



9.14- масалага



9.16- масалага



9.17- масалага

AEB учбурчак келиб олиганида, бу нуқта квадратдан қолган юзанинг оғирлик маркази бўлсин.

Жавоб: $x_E = a/2$, $y_E = 0,61a$.

9.15. Тўрт одам бир жинсли учбурчак пластинкани қўтариб бормоқда. Иккитаси унинг икки учидан, қолганлари учинчи учига туташган томонларидан ўшлаган. Ҳар бир одам пластинга тўлиқ оғирлигининг чорагини қўтариши учун учбурчак томонлари оралиқларидан қўтарувчи одамлар учинчи учдан ҳисобланганда қандай масофада ўрнашиши керак?

Жавоб: Тегишли томон узунлигининг $1/3$ қисмида.

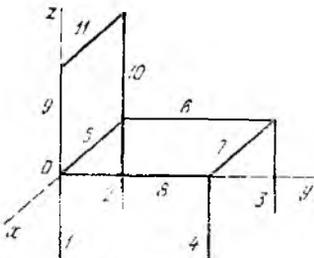
9.16. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг учларида ўрнашган юклар системасининг оғирлик маркази аниқлансин. Параллелепипеднинг қирралари: $AB = 20$ см, $AC = 10$ см, $AD = 5$ см; A, B, C, D, E, F, G, H учлардаги юкларнинг оғирлиги мос равишда 1 Н, 2 Н, 3 Н, 4 Н, 5 Н, 3 Н, 4 Н, 3 Н га тенг.

Жавоб: $x = 3,2$ см, $y = 9,6$ см, $z = 6$ см.

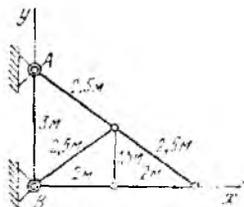
9.17. Тўғри бурчакли параллелепипед контури оғирлик марказининг координаталари аниқлансин; параллелепипед қирралари бир жинсли бруслардан иборат бўлиб, уларнинг узунликлари: $OA = 0,8$ м, $OB = 0,4$ м, $OC = 0,6$ м. Бу брусларнинг оғирликлари тегишлича: OA — 250 Н, OB, OC ва CD 75 Н дан; CG — 200 Н, AF — 125 Н; AG ва GE 50 Н дан; BD, BF, DE ва EF 25 Н дан.

Жавоб: $x = 0,263$ м, $y = 0,4$ м, $z = 0,105$ м.

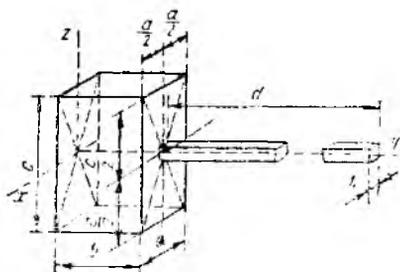
9.18. Стул кўринишидаги жисм оғирлик марказининг координаталари топилсин, бу жисм бир хил узунлик ва бир хил оғирликдаги стерженлардан тузилган. Стерженларнинг узунлиги 44 см.



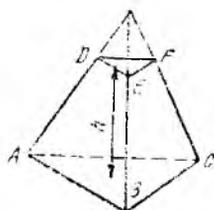
9.18- масалага



9.19- масалага



9.20- масалага



9.23- масалага

Жавоб: $x = -22$ см, $y = 16$ см, $z = 0$.

9.19. Текис ферма оғирлик марказининг координаталари топилин; ферма егитта стержендан тузилган бўлиб, уларнинг узунликлари расмда кўрсатилган. Ҳамма стерженлар ҳар бир метрнинг оғирлиги бир кил.

Жавоб: $x = 1,47$ м, $y = 0,94$ м.

9.20. Ёғоч болга оғирлик марказининг координаталари топилин. Болга тўғри бурмакли параллелепипеддан ва кўндаманг кесими квадрат шаклида бўлган дастадан иборат. Берилган: $a = 10$ см, $b = 8$ см, $c = 18$ см, $d = 40$ см, $l = 3$ см.

Жавоб: $x = 0$, $y = 8,8$ см, $z = 0$.

9.21. Енгил крейсер корпусининг оғирлиги 19000 кН. Корпуснинг оғирлик маркази вертикал бўйича киль устидан $y_1 = 6$ м баландликда. Крейсер сувга туширилгандан кейин корпус ичига асосий машиналар ва қозонлар ўрнатилган. Асосий машиналарнинг оғирлиги 1500 кН бўлиб, улар оғирлик марказининг ординатаси $y_2 = 3$ м. Қозонларнинг оғирлиги 5000 кН га тенг бўлиб, улар оғирлик марказининг ординатаси $y_3 = 4,6$ м. Корпус, машина ва қозонлар умумий оғирлик марказининг ординатаси y_C аниқлансин.

Жавоб: $y_C = 5,28$ м.

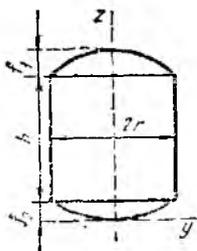
9.22. Сув ситими 45000 кН бўлган кемада, оғирлиги 300 кН бўлган юк кеманинг олдинги қисмидан кетинги қисмига 60 м масофага сурилган. Ёж ва кеманинг умумий оғирлик маркази қанча сурилди?

Жавоб: 0,4 м.

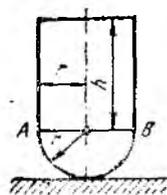
9.23. Асосига параллел қилиб кесилган бир жинсли $ABCDEF$ тетраэдр учун юза $ABC = a$, юза $DEF = b$, уларнинг орасидан масофа h берилган. ABC асосдан берилган кесик тетраэдрнинг оғирлик марказигача бўлган z масофа топилин.

Жавоб: $z = \frac{h}{4} \frac{a + 2\sqrt{ab} + 3b}{a + \sqrt{ab} + b}$.

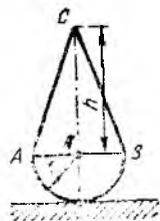
9.24. Якорли сув ости минасининг корпуси цилиндр бўлиб, цилиндрнинг тублари қавариқ сферик шаклдадир. Цилиндрик поясининг радиуси $r = 0,4$ м, баландлиги $h = 2r$; сферик сегментларнинг ба-



9.24- масалага



9.25- масалага



9.26- масалага

ландлиги тегишлича $f_1 = 0,5r$ ва $f_2 = 0,2r$. Миша корпуси сиртининг оғирлик маркази топилсин.

Жавоб: $x_C = y_C = 0$, $z_C = 1,267r = 0,507$ м.

9.25. Зичлиги бир хил бўлган ярим шар билан цилиндрдан таникл топган жисм ярим шар сирти билан силлиқ горизонтал текисликка таяниб, мувозанатда туради; ярим шар билан цилиндрнинг радиуслари бир хил ва r га тенг. Цилиндрнинг шундай h баландлиги топилсинки, бунда жисм мувозанат вазиятининг турғунлиги йўқолсин.

Бутун жисмнинг оғирлик маркази ярим шар марказига тўғри келиши лозим. Бир жишли ярим шарнинг оғирлик марказидан асосигача бўлган масофа $(3/8)r$ га тенг.

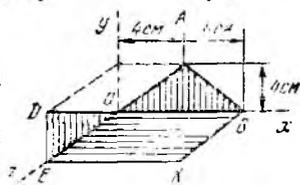
Жавоб: $h = \frac{r}{\sqrt{2}}$.

9.26. Олдинги масала шартига кўра, зичлиги ва r радиуси бир хил бўлган конус билан ярим шардан ташкил топган жисм учун конуснинг шундай h баландлиги топилсинки, бунда жисм мувозанат вазиятининг турғунлиги йўқолсин.

Жавоб: $h = r\sqrt{3}$.

9.27. Юпқа бир жишли листни иккита учбурчак ва квадрат кўришида расмда кўрсатилгандек букилган: OAB тенг ёнли учбурчак xy текисликда, ODE тўғри бурчакли учбурчак yz текисликда (E нуқта — тўғри бурчак учи), $OBKE$ квадрат горизонтал текисликда ётади. Букилган лист марказининг координаталари аниқлашсин.

Жавоб: $x_C = 3,33$ см, $y_C = 0,444$ см, $z_C = 3,55$ см.



9.27- масалага

ИККИНЧИ БЎЛИМ

КИНЕМАТИКА

ШУБОБ

НУҚТА КИНЕМАТИКАСИ

10-§. Нуқта ҳаракатининг тенгламалари ва траекторияси

10.1. Ихтиёрий танланган траекторияда нуқта ҳаракатининг берилган тенгламаларига кўра тенг вақт оралиқларига мос келувчи нуқтанинг олти ҳолати кўрсатилсин, ҳисоб бошидан траектория бўйлаб нуқтанинг охири ҳолатигача бўлган s масофа ва унинг кўрсатилган вақт оралигида ўтган σ йўли аниқлансин (s ва σ — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида).

1) $s = 5 - 4t + t^2$, $0 \leq t \leq 5$.

Жавоб: $s = 10$ см, $\sigma = 13$ см.

2) $s = 1 + 2t - t^2$, $0 \leq t \leq 2,5$.

Жавоб: $s = -0,25$ см, $\sigma = 3,25$ см.

3) $s = 4 \sin 10t$, $\frac{\pi}{20} \leq t \leq \frac{3\pi}{10}$.

Жавоб: $s = 0$, $\sigma = 20$ см.

10.2. Нуқтанинг координата усулида берилган ҳаракат тенгламаларига кўра унинг траектория тенгламаси топилин ва расмда ҳаракат йўналиши кўрсатилсин.

1) $x = 3t - 5$, $y = 4 - 2t$.

Жавоб: $x = -5$, $y = 4$ нуқтадан бошланадиган $2x + 3y - 2 = 0$ ярим тўғри чизиқ.

2) $x = 2t$, $y = 8t^2$.

Жавоб: $x = 0$, $y = 0$ нуқтадан бошланадиган $y = 2x^2$ параболанинг ўнг тармоғи.

3) $x = 5 \sin 10t$, $y = 3 \cos 10t$.

Жавоб: $x = 0$, $y = 3$ нуқтадан бошланадиган $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ эллипс.

4) $x = 2 - 3 \cos 5t$, $y = 4 \sin 5t - 1$.

Жавоб: $x = 2$, $y = -1$ нуқтадан бошланадиган $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ эллипс.

$$\sqrt{5) \quad x = cht = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}), \quad y = sht = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t}).$$

Жавоб: $x = 1, y = 0$ нуқтадан бошланадиган $x^2 - y^2 = 1$ гипербала ўнг тармоғининг юқори қисми.

10.3. Радиус-вектори берилган тенгламага асосан ўзгарадиган (r_0 ва e — берилган ўзгармас векторлар, i ва j — координата ўқларининг бирлик векторлари) нуқтанинг траекторияси чизилсин.

$$1) \quad r = r_0 + te.$$

Жавоб: e векторга параллел бўлиб бошланғич $M_0(r_0)$ нуқтадан ўтадиган ярим тўғри чизиқ.

$$2) \quad r = r_0 + \cos t \cdot e.$$

Жавоб: e векторга параллел ҳолда $M(r_0)$ нуқтадан ўтадиган M_0M_1 тўғри чизиқ кесмаси. Бошланғич нуқтаси $M_0(r_0 + e)$; иккинчи чекка нуқтаси $M_1(r_0 - e)$. Радиус-векторнинг охириги учи $t \rightarrow \infty$ да траекториянинг ҳар бир нуқтасидан чексиз кўп мартаба ўтади.

$$3) \quad r = a \cos \frac{\pi}{1+t^2} i + b \sin \frac{\pi}{1+t^2} j.$$

Жавоб: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ эллипснинг юқори қисмидан иборат бўлади. Нуқта эллипснинг чап учидан ҳаракатлана бошлайди ва ўнг учига монотон яқинлаша боради.

✓ 10.4 Нуқта ҳаракатининг берилган тенгламаларига қараб унинг траекторияси тенгламаси топилсин; шунингдек, масофани нуқтанинг бошланғич ҳолатидан ҳисоблаб, нуқтанинг траектория бўйлаб ҳаракатланиш қонуни кўрсатилсин.

$$\sqrt{1) \quad x = 3t^2, \quad y = 4t^2. \quad \checkmark$$

Жавоб: $4x - 3y = 0$ ярим тўғри чизиқ; $s = 5t^2$.

$$2) \quad x = 3 \sin t, \quad y = 3 \cos t.$$

Жавоб: $x^2 + y^2 = 9$ айлана, $s = 3t$.

$$3) \quad x = a \cos^2 t, \quad y = a \sin^2 t.$$

Жавоб: $x + y - a = 0$ тўғри чизиқнинг кесмаси, бунда

$$0 \leq x \leq a; \quad s = a\sqrt{2} \sin^2 t.$$

$$4) \quad x = 5 \cos 5t^2, \quad y = 5 \sin 5t^2.$$

Жавоб: $x^2 + y^2 = 25$ айлана; $s = 25t^2$.

10.5. Кўприкли кран устахоъа бўйлаб $x = t$ тенгламага мувофиқ ҳаракатланади; аравача кран бўйлаб $y = 1.5t$ (x ва y — метрлар, t — секундлар ҳисобида) тенгламага мувофиқ кўндаланг йўналишда ғилдираб боради. Занжир $v = 0,5$ м/с тезлик билан қисқаради. Юк оғирлик марказининг траекторияси топилсин; бошланғич пайтда юкнинг оғирлик маркази Ox горизонтал текисликда бўлган; Oz ўқ вертикал равишда юқорига йўналган.

Жавоб: Траектория — тўғри чизиқ: $y = 1,5x; \quad z = 0,5x$.

10.6. Ўнсаажу шаклини чизувчи нуқтанинг ҳаракати $x = 3 \sin t, y = 2 \cos 2t$ (t — секундлар ҳисобида) тенгламалар билан берилган. Траектория тенгламаси топилсин, траектория чизилсин, ва нуқта ҳаракатининг ҳар хил вақтлардаги йўналиши кўрсатилсин. Шунингдек, ҳаракат бошлангандан кейин траектория Ox ўқи билан кесиб ўтган энг яқин t_1 вақт кўрсатилсин.

Жавоб: $4x^2 + 9y = 18$ параболанинг бир қисми, бу чизиқ бўйлаб $|x| \leq 3, |y| \leq 2, t_1 = \pi/4$ с.

10.7. Координата ўқларини тегишлича танлаб олиганида электроннинг ўзгармас магнит майдонидаги ҳаракати $x = a \sin kt, y = a \cos kt, z = vt$ тенгликлар билан аниқланади, бунда a, k, v — магнит майдонининг кучланганлиги, масса, заряд ва электроннинг тезлигига боғлиқ бўлган доимий миқдорлар. Электроннинг ҳаракат траекторияси ва траектория бўйлаб ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: Электрон винт чизиғи бўйлаб ҳаракатланади. Бошланғич нуқтаси $x = 0, y = a, z = 0$; винт қадами $h = \frac{2\pi}{k}v$. Электроннинг винт чизиғи бўйлаб ҳаракат қонуни $s = \sqrt{a^2k^2 + v^2}t$.

10.8. Нуқтанинг гармоник тебраниши $x = a \sin(kt + \epsilon)$ қонун билан аниқланади, буидаги $a > 0$ — тебраниш амплитудаси, $k > 0$ — тебранишнинг доиравий частотаси ва ϵ ($-\pi \leq \epsilon \leq \pi$) — бошланғич фаза. Қуйидаги ҳаракат тенгламалари билан берилган тебранишларнинг маркази a_0 , амплитудаси, доиравий частотаси, T даври, герцлар ҳисобидаги f частотаси ва бошланғич фазаи аниқлансин (x — сантиметрларда, t — секундларда):

Ҳаракат тенгламалари	Жавоб					
	a_0 , см	a , см	k рад/с	T , с	f , Гц	ϵ
1. $x = -7 \cos 12t$	0	7	12	$\pi/6$	$6/\pi$	$-\pi/2$
2. $x = 4 \sin(\pi t/20) - 3 \cos(\pi t/20)$	0	5	$\pi/20$	40	0,025	$-\arctg(3/4)$
3. $x = 2 - 4 \sin 140t$	2	4	140	$\pi/70$	$70/\pi$	π
4. $x = 6 \sin^2 18t$	3	3	36	$\pi/18$	18, π	$-\pi/2$
5. $x = 1 - 4 \cos^2 \frac{\pi}{60} t$	-1	2	$\pi/30$	60	1/60	$-\pi/2$

10.9. Эластик арқон билан кўтарилиувчи юк $x = a \sin(kt + \frac{3\pi}{2})$ тенгламага мувофиқ тебранма ҳаракат қилади, буида a — сантиметрлар ҳисобида, k — рад/с ҳисобида ўлчанган. Агар ҳаракат даври 0,4 с ва бошланғич вақтда $x_0 = -4$ см бўлса, юк тебраниши амплитудаси ва доиравий частотасининг қанча бўлиши аниқлансин. Масофалар эгри чизиғи чизилсин.

Жавоб: $a = 4$ см, $k = 5\pi$ рад/с.

10.10. Частотаси бир хил, лекин амплитуда ва фазалари ҳар хил бўлган иккита гармоник тебранма ҳаракатда бир вақтда қатнашувчи нуқтанинг траекторияси аниқлансин; тебранма ҳаракатлар иккита ўзаро перпендикуляр ўқлар бўйлаб юзага келади:

$$x = a \sin(kt + \alpha), y = b \sin(kt + \beta).$$

Жавоб: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos(\alpha - \beta) = \sin^2(\alpha - \beta)$ — эллипс.

10.11. Нуқтанинг турли частотали ўзаро перпендикуляр тебранишлари:

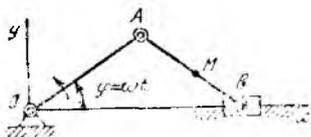
$$1) x = a \sin 2\omega t, y = a \sin \omega t;$$

$$2) x = a \cos 2\omega t, y = a \cos \omega t$$

қўшилишидан ҳосил бўлган ҳаракати траекториясининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: 1) $x^2 + a^2 = 4y^2(a^2 - y^2)$;

2) $2y^2 - ax - a^2 = 0$, буида $|x| \leq a$, $|y| \leq a$.



10.12-масаллага

10.12. OA қривошипи $\omega = 10$ рад/с доимий бурчак тезлик билан айланади. Узунлик $OA = AB = 80$ см. Шағун ўртасидан M нуктанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси, шунингдек B ползунининг ҳаракат тенгламаси топилсин; ҳаракат бошланғичида B ползун ўқисдан энг четки ҳолатда бўлган; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

Жавоб: 1) $x_M = 120 \cos 10t$, $y_M = 40 \sin 10t$;

2) M нуктанинг траекторияси эллипс. $\frac{x^2}{120^2} + \frac{y^2}{40^2} = 1$;

3) B ползунининг ҳаракат тенгламаси $x = 160 \cos 10t$.

10.13. Автомобиль тўғри чизиқли йўлда ўзарамас 20 м/с тезлик билан ҳаракатланади, унинг $R = 1$ м радиусли егизирақли гардинида ётувчи нуктанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси аниқлансин. Гилдирақни сирганувдан сиздирайди деб ҳисоблансин; координата бошини Ox ўқ сифатида олинган йўлнинг ҳаракат бошланғичи нуктасида олинсин.

Жавоб: Циклида $x = 20t - \sin 20t$, $y = 1 - \cos 20t$.

10.14. Снаряднинг ҳаракати $x = v_0 \cos \alpha t$, $y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$ тенгламалар билан берилган, бу ерда v_0 — снаряднинг бошланғич тезлиги, α — горизонтал ўқ x билан v_0 орасидаги бурчак, g — оғирлик кучининг тезлигини. Снаряднинг ҳаракат траекторияси, H — баландлиги, L — учуш узоқлиги ва T учуш вақти аниқлансин.

Жавоб: Траекторияси: $y = \operatorname{tg} \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 -$

парабола; баландлиги:

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha; L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha, T = 2 \frac{v_0}{g} \sin \alpha.$$

10.15. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб α отиш бурчагининг қандай қийматида L учуш узоқлиги энг катта бўлиши аниқлансин. Унга мос келувчи кўтарилиш баландлиги ва учуш вақти топилсин.

Жавоб: $\alpha = 45^\circ$, $L_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$, $H = \frac{v_0^2}{4g}$, $T = \sqrt{2} \frac{v_0}{g}$.

10.16. 10.14-масаланинг шартлари бўйича снаряднинг, x ва y координатани A нуктага тушиши учун керак бўлган α отиш бурчани аниқлансин.

Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0^2 \pm \sqrt{v_0^4 - 2v_0^2 gy - g^2 x^2}}{gx}$

10.17. Хавфсизлик параболаси аниқлансин (шу парабола ичкаригида ётмайдиган барча нуқталарга v_0 бошланғич тезлик ва ҳар қандай α отиш бурчаги билан отилган снаряд келиб тушмайди).

Жавоб: $y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0^2} x^2$.

10.18. Нуқта $x = a \cos kt$, $y = a \sin kt$, $z = vt$ винт чизиги бўйлаб ҳаракатланади. Нуқта ҳаракатининг тенгламалари цилиндрик координаталарда аниқлансин.

Жавоб: $r = a$, $\varphi = kt$, $z = vt$.

10.19. Нуқтанинг ҳаракати $x = 2a \cos^2 \frac{kt}{2}$, $y = a \sin kt$ тенгламалар билан берилган, бундаги a ва k — мусбат ўзгармаслар. Массофани нуқтанинг бошланғич ҳолатидан ҳисоблаб, ҳаракат траекторияси ва траектория бўйлаб ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: $(x-a)^2 + y^2 = a^2$ — айлана, $s = akt$.

10.20. Олдинги масаланинг шартлари бўйича нуқта ҳаракати қутб координаталарида аниқлансин.

Жавоб: $r = 2a \cos \frac{kt}{2}$, $\varphi = \frac{kt}{2}$.

10.21. Нуқтанинг декарт координаталари системасида берилган

$$x = R \cos^2 \frac{kt}{2}, \quad y = \frac{R}{2} \sin kt, \quad z = R \sin \frac{kt}{2}$$

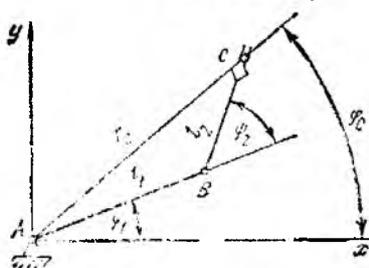
ҳаракат тенгламаларига асосан унинг траекторияси ва сферик координаталар системасидаги ҳаракат тенгламалари топилсин.

Жавоб: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ сфера билан $(x - \frac{R}{2})^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$ цилиндрнинг кесишиш чизиги. Сферик координаталардаги ҳаракат тенгламалари: $r = R$, $\varphi = \frac{kt}{2}$, $\theta = \frac{kt}{2}$.

10.22. Нуқта, тенгламалари $x = Ae^{-ht} \cos(kt + \varepsilon)$, $y = Ae^{-ht} \sin(kt + \varepsilon)$ кўринишга эга бўлган иккита ўзаро перпендикуляр сўнувчи тебранишларда қатнашади, бунда $A > 0$, $h > 0$, $k > 0$ ва ε — бирор ўзгармаслар. Нуқтанинг ҳаракат тенгламалари қутб координаталари системасида аниқлансин ва траекторияси топилсин.

Жавоб: $r = Ae^{-ht}$, $\varphi = kt + \varepsilon$; траекторияси

$r = Ae^{-\frac{h}{k}(\varphi - \varepsilon)}$ — логарифмик спирал.



10.23. Текис манипулятор механизмининг ушлагич маркази юкни $r_C = r_C(t)$, $\varphi_C = \varphi_C(t)$ қутб координаталари билан аниқланадиган траектория бўйлаб бир ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтказади. Қуйидагилар топилсин: 1) берилган программанинг баъжориланиши таъмин-

лайдиган тегишли узатмалар ҳосил қиладиган ψ_1 ва ψ_2 бурчакларнинг ўзгариш қонуллари; 2) юк y ўқидан a масофада турувчи ва унга параллел бўлган тўғри чизик бўйлаб $y = s(t)$ қонун билан силжийди деб (бундан s , вақт t нинг берилган функцияси), бу бурчакларнинг ўзгариш қонуллари.

Жавоб: 1) $\psi_1 = \varphi_C(t) \mp \arccos \frac{r_C^2(t) + l_1^2 - l_2^2}{2l_1 r_C(t)}$,

$$\psi_2 = \pm \arccos \frac{r_C^2(t) - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2};$$

2) $\psi_1 = \arccos \frac{s(t)}{a} \mp \arccos \frac{a^2 + s^2(t) + l_1^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{a^2 + s^2(t)}}$,

$$\psi_2 = \pm \arccos \frac{a^2 + s^2(t) - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}.$$

11-§. Нуқтанинг тезлиги

11.1. Нуқта $x = a \sin kt$ қонунга мувофиқ гармоник тебранма ҳаракат қилади. $x = x_1$ бўлганда $v = v_1$ ва $x = x_2$ да эса $v = v_2$ деб олиб, тебранишлар амплитудаси a ва доғравий частотаси k аниқлансин.

Жавоб: $a = \sqrt{\frac{v_1^2 x_2^2 - v_2^2 x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}}$; $k = \sqrt{\frac{v_1^2 - v_2^2}{x_2^2 - x_1^2}}$.

11.2. Эллипсограф линейкасининг узунлиги $AB = 40$ см, кривошипнинг узунлиги $OC = 20$ см, $AC = CB$. Кривошип O ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Линейканинг A учидан $MA = 10$ см масофада ётувчи M нуқтанинг траекторияси билан тезлик годографи тенгламалари топилсин.

Жавоб: $\frac{x^2}{900} + \frac{y^2}{100} = 1$, $\frac{x_1^2}{900\omega^2} + \frac{y_1^2}{100\omega^2} = 1$.

11.3. Нуқта $x = 2 \cos t$, $y = 4 \cos 2t$ (x , y — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида) тенгламаларга мувофиқ Лиссажу фигурасини чизади. Нуқта Oy ўқда бўлганида тезлигининг миқдори билан йўналиши топилсин.

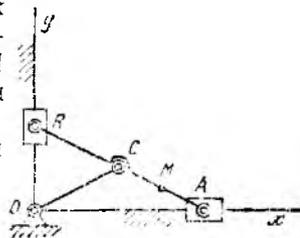
Жавоб: 1) $v = 2$ см/с, $\cos(v, x) = -1$;

2) $v = 2$ см/с, $\cos(v, x) = 1$.

11.4. OA кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Кривошип — ползунли механизм шатунининг ўртасидаги M нуқтанинг тезлиги ва ползуннинг тезлиги вақт функцияси сифатида топилсин; $OA = AB = a$ (10.12-масала учун кўрсатилган расмга қаралсин).

Жавоб: 1) $v_M = \frac{a}{2} \omega \sqrt{8 \sin^2 \omega t + 1}$;

2) $v_B = 2a \omega \sin \omega t$.



11.4-масала расми

11.5. Нуқта ҳаракати

$$x = v_0 t \cos \alpha_0, \quad y = v_0 t \sin \alpha_0 - \frac{1}{2} g t^2,$$

тенгламалар билан берилган; Ox ўқ горизонтал, Oy вертикал бўйича юқорига йўналган, v_0 , g ва $\alpha_0 < \frac{\pi}{2}$ — доимий миқдорлар. 1) Нуқта траекторияси, 2) унинг энг юқориги ҳолатининг координаталари, 3) нуқта Ox ўқда бўлган пайтдаги тезлигининг координата ўқларидаги проекциялари топилсин.

Жавоб: 1) $y = x \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2$ парабола;

$$2) \quad x = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\alpha_0, \quad y = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha_0; \quad 3) \quad v_x = v_0 \cos \alpha_0,$$

$v_y = \pm v_0 \sin \alpha_0$, бунда мусбат ишора бошланғич пайтга тўғри келади, манфий ишора эса $t = \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g}$ пайтга тўғри келади.

11.6. Нуқта ҳаракати олдинги масаладаги тенгламалар билан берилган, лекин бунда $v_0 = 20$ м/с, $\alpha_0 = 60^\circ$; $g = 9,81$ м/с². Иккинчи бир нуқта Ox ўқ бўйлаб текис ҳаракат қилиб, биринчи нуқта билан учрашиши учун унинг координаталар бошидан $t = 0$ пайтда қандай v_1 тезлик билан чиқиб кераклиги топилсин ва учрашнинг жойинча бўлган x_1 масофа аниқлансин.

Жавоб: $v_1 = 10$ м/с; $x_1 = 35,3$ м.

11.7. Ҳик қирғоқдан учта пунктдан 50, 75 ва 100 м/с га тенг бўлган горизонтал тезлик билан 50 да отилган учта ўқ сувга бир вақтда тушади. Шу пунктларнинг сув сатҳидан баландликлари h_1 , h_2 ва h_3 аниқлансин; биринчи ўқ тушган нуқтадан қирғоқдан бўлган масофа 100 м га тенг. Фақат оғирлик кучининг тезлашмиши $g = 9,81$ м/с² эътиборга олинсин. Шунингдек, ўқларнинг учиб вақти T ва уларнинг сувга тушиш пайтдаги v_1 , v_2 ва v_3 тезликлари аниқлансин.

Жавоб: $h_1 = h_2 = h_3 = 19,62$ м, $T = 2$ с; $v_1 = 53,71$ м/с, $v_2 = 77,52$ м/с, $v_3 = 101,95$ м/с.

11.8. Ўқни горизонт билан 30° бурчак ташкил қилган тўндан 500 м/с тезлик билан снрад отилади. Снрад фақат $g = 9,81$ м/с² снрлик кучи тезлашишига эга деб фарз қилиб, унинг тезлик годографи ва годограф чизувчи нуқтанинг тезлиги топилсин.

Жавоб: Годограф — координаталар бошидан $432 \frac{m}{c}$ нарида турувчи вертикал тўғри чизиқ кесмиши $v_1 = 9,81$ м/с².

11.9. Радиуси $R = 1$ м бўлган электровизи цилиндрагининг ўқдан $a = 0,5$ м нарида ётувчи нуқтасининг ҳаракат тенгламалари ва траекторияси аниқлансин. Цилидрак горизонтал ва тўғри чизиқли йўлда снрғанмасдан цилиндраб боради; цилиндрик ўқнинг тезлиги $v = 10$ м/с. Ox ўқ рельсе билан устма-уст тушади, Oy ўқ нуқтанинг бошланғич ласки ҳолатидаги радиусга мос келади. Шунингдек, цилиндракнинг шу нуқта ётган диаметри горизонтал ва вертикал хо-

латни эгаллаган пайтларда нуқта тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: Қисқартирилган циклонда $x = 10t - 0,5 \sin 10t$, $y = 1 - 0,5 \cos 10t$. Тезлик: 1) 11, 18 м/с, 2) 5 м/с, 15 м/с.

11.10. Электровознинг тезлиги $v_0 = 72$ км/соат; филдирагининг радиуси $R = 1$ м; филдирак тўғри чизиқли темир изда сирпанмасдан филдираб боради.

1) Филдирак гардишидаги M нуқтанинг радиуси v_0 тезлик йўналиши билан $\frac{\pi}{2} + \alpha$ бурчак ҳосил қилган пайтда шу нуқта v тезлигининг миқдори ва йўналиши аниқлансин.

2) M нуқтанинг тезлик годографи чизилсин ва годограф чизувчи нуқтанинг v_1 тезлиги аниқлансин.

Жавоб: 1) Тезлик $v = 40 \cos \frac{\alpha}{2}$ м/с ва MA тўғри чизиқ бўйлаб йўналган.

2) $\rho = 2 v_0 \cos \theta$ (бунда $\theta = \frac{\alpha}{2}$), радиуси $r = v_0$ бўлган айлана (расмга қаралсин); $v_1 = \frac{v_0^2}{R} = 400$ м/с².

11.11. Вагон филдирагида ўқдан $a = 0,6$ м масофада бўлган ва бошланғич пайтда рельсдан 0,1 м пастда турган M нуқтанинг ҳаракат тенгламалари ва траекторияси аниқлансин; вагон филдирагининг радиуси $R = 0,5$ м; вагон тўғри чизиқли йўлда $v = 10$ м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Шунингдек, шу нуқта ўзининг энг пастки ва юқориги ҳолатидан ўтгандаги вақтлар ва бу пайтлардаги нуқта тезлигининг Ox ва Oy ўқлардаги проекциялари топилсин. Ox ўқ рельс бўйлаб йўналган. Oy ўқ нуқтанинг бошланғич пастки ҳолатидан ўтади.

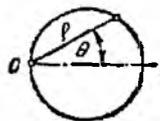
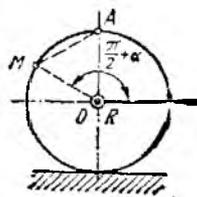
Жавоб: Чўзиқ циклонда:

$$x = 10t - 0,6 \sin 20t; y = 0,5 - 0,6 \cos 20t; t = \frac{\pi k}{10} \text{ с}$$

бўлганда нуқта пастки ҳолатда бўлади; $v_x = -2$ м/с, $v_y = 0$; $t = \frac{\pi}{20}(1 + 2k)$ с бўлганда нуқта юқориги ҳолатни эгаллайди, $v_x = 22$ м/с, $v_y = 0$, бунда $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

11.12. Нуқта бир вақтнинг ўзида $x = Ae^{-ht} \cos(kt + \epsilon)$, $y = Ae^{-ht} \sin(kt + \epsilon)$ тенгламаларга асосан ўзаро перпендикуляр сўнувчи тебранишларда иштирок этади. Нуқта тезлигининг декарт ва қутб координаталаридаги проекциялари ва шунингдек, нуқта тезлигининг модули аниқлансин.

Жавоб: 1) $v_x = Ae^{-ht} [h \cos(kt + \epsilon) + k \sin(kt + \epsilon)]$,
 $v_y = -Ae^{-ht} [h \sin(kt + \epsilon) - k \cos(kt + \epsilon)]$;



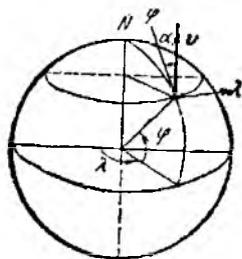
11.10-масалага

$$2) v_r = -Ake^{-ht}, \quad v_\varphi = Ake^{-ht};$$

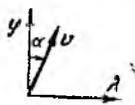
$$3) v = AV\sqrt{h^2 + k^2} \cdot e^{-ht} = \sqrt{h^2 + k^2} r.$$

11.13. Географик меридианга нисбатан ўзгармас α бурчак ташкил этиб кетаётган кема қанақа чизиқ чизади? Кемани Ер шари устида ҳаракатланувчи нуқта сифатида қабул қилинсин.

Жавоб: $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right) e^{(\lambda - \lambda_0) \operatorname{ctg} \alpha}$.



11.13- масалага



бунда φ — кенглик, λ — кеманинг тегишли ҳолатидаги узқлиги (бу локсодром чизиги дейилади).

Кўрсатма. r , λ ва φ сферик координаталардан фойдаланилсин.

11.14. M нуқтанинг ҳаракат тенгламалари цилиндрик координаталар системасида $r = a$, $\varphi = kt$, $z = vt$ кўринишга эга (10.8-масалага қаранг). M нуқта тезлигининг цилиндрик координаталар системасидаги проекциялари,

тезлик годографини чизувчи M_1 нуқтанинг ҳаракат тенгламалари ва M_1 нуқта тезлигининг проекциялари топилсин.

Жавоб: 1) $v_r = 0$, $v_\varphi = ak$, $v_z = v$;

2) $r_1 = ak$, $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} + kt$, $z_1 = v$; 3) $v_{r_1} = 0$, $v_{\varphi_1} = ak^2$, $v_{z_1} = 0$.

11.15. M нуқта айлана бўйлаб $r = 2a \cos \frac{kt}{2}$, $\varphi = \frac{kt}{2}$ тенгламаларга асосан ҳаракатланади (r , φ — қутб координаталар). M нуқта тезлигининг қутб координаталар системаси ўқларидаги проекциялари, тезлик годографини чизувчи M_1 нуқта ҳаракат тенгламалари ва M_1 нуқта тезлигининг проекциялари топилсин.

Жавоб: 1) $v_r = -ak \sin \frac{kt}{2}$, $v_\varphi = ak \cos \frac{kt}{2}$;

2) $r_1 = ak$, $\varphi_1 = \pi/2 + kt$; 3) $v_{r_1} = 0$, $v_{\varphi_1} = ak^2$.

11.16. Нуқта сфера ва цилиндрнинг кесишиш чизиги бўйлаб $r = R$, $\varphi = kt/2$, $\theta = kt/2$ тенгламаларга кўра ҳаракатланади (r , φ , θ — сферик координаталар; 10.21-масалага қаранг). Нуқта тезлигининг модули ҳамда унинг сферик координаталар системаси ўқларидаги проекциялари топилсин.

Жавоб: $v_r = 0$, $v_\varphi = (Rk/2) \cos(kt/2)$, $v_\theta = Rk/2$, $v = (Rk/2) \sqrt{1 + \cos^2(kt/2)}$.

11.17. Кема қўзғалмас нуқтага нисбатан олинган пеленг бурчаги α ни (тезлик йўналиши билан нуқтага қаратилган йўналиш орасидаги бурчак) ҳаминша бир хилда сақлаб ҳаракат қилади; шу кема чивиб ўтадиган эгри чизиқнинг тенгласи (r , φ) қутб координатала-

рида топилсин; берилган: α ва $r_{\varphi=0} = r_0$. Кемани текисликда ҳаракатланувчи нуқта деб қабул қилинсин ва шу текисликдаги исталган қўзғалмас нуқта қутб деб олинсин. $\alpha = 0$, $\pi/2$ ва π бўлган хусусий ҳоллар текширилсин.

Жавоб: логарифмик спираль: $r = r_0 e^{-\varphi \operatorname{ctg} \alpha}$. $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бўлганда $r = r_0$ айлана; $\alpha = 0$ ёки $\alpha = \pi$ бўлганда тўғри чизиқ.

12-§. Нуқтанинг тезланиши

12.1. Поезд 72 км/соат тезлик билан ҳаракат қилади, тормоз қилинганда у 0,4 м/с² га тенг секинланиш олади. Поездни станцияга келмасдан қанча вақт олдин ва станциядан қанча нарида тормозлай бошлаш кераклиги топилсин.

Жавоб: 50 с, 500 м.

12.2. Копёр тўқмоғи қозиққа урилиб тўхтагунча қозиқ билан бирга 0,02 с мобайнида ҳаракат қилади, бунда қозиқ ерга 6 см киради. Қозиқ ҳаракатини текис секинланувчан ҳаракат деб ҳисоблаб, қозиқнинг бошланғич тезлиги топилсин.

Жавоб: 6 м/с.

12.3. Сув томчилари вертикал найчанинг тешигидан ҳар 0,1 секундда бир марта томади ва 9,81 м/с² тезланиш билан пастга тушади. Биринчи томчи оқиб чиққан пайтдан 1 с ўтгандан кейин биринчи ва иккинчи томчилар орасидаги масофанинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: 0,932 м.

12.4. Самолётнинг ерга қўниш тезлигини 400 км/соат деб ҳисоблаб, қўниш вақтида самолётнинг $l = 1200$ м ли йўлда секинланиши аниқлансин. Секинланиш доимий деб ҳисоблансин.

Жавоб: $\omega = 5,15$ м/с².

12.5. Копёр тўқмоғи 2,5 м баландликдан пастга тушади, уни ўша баландликка кўтариш учун, шунча жойдан тушишига қараганда уч марта кўпроқ вақт кетади. Агар копёр тўқмоғи пастга $9,81 \frac{m}{c^2}$ тезланиш билан эркин тушиши деб ҳисобланса, у бир минутда неча марта уради.

Жавоб: 21 зарба.

12.6. Ползун тўғри чизиқли йўналтирувчи бўйлаб $\omega_x = -\pi^2 \sin \frac{\pi}{2} t$ м/с² тезланиш билан ҳаракат қилади. Агар ползуннинг бошланғич тезлиги $v_{0x} = 2\pi$ м/с, бошланғич ҳолати эса ползуннинг координата боши деб қабул қилинган ўрта ҳолатига тўғри келса, ползун ҳаракатининг тенгламаси топилсин. Масофа, тезлик ва тезланиш эгри чизиқлари чизилсин.

Жавоб: $x = 4 \sin \frac{\pi}{2} t$ м.

12.7. Поезднинг бошланғич тезлиги 54 км/соат бўлиб, биринчи 30 с да у 600 м йўл босди. Поезд, радиуси $R = 1$ км бўлган ай-

ланма йўлда текис ўзгарувчан ҳаракат қилади деб ҳисоблаб, унинг 30 с охиридаги тезлиги ва тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v = 25$ м/с, $\omega = 0,708$ м/с².

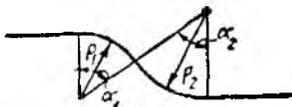
13.8. Поезд станциядан жўнаганда тезлиги бир текис ортиб, 3 минутдан кейин 72 км/соатга етади: йўл, радиуси 800 м бўлган бурилишда жойлашган. Станциядан жўнаган пайтдан 2 минут кейин поезднинг уринма, нормал ва тўла тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{\tau} = \frac{1}{9}$ м/с², $\omega_n = \frac{2}{9}$ м/с², $\omega = 0,25$ м/с².

12.9. Радиуси $R = 800$ м бўлган айлана ёни бўйлаб поезд текис сскиланувчан ҳаракат қилади ва $s = 800$ м йўл босади. Унинг бошланғич тезлиги $v_0 = 54$ км/соат ва охириги тезлиги $v = 18$ км/соат. Поезднинг ёи бошидаги ва охиридаги тўла тезланиши, шунингдек шу ёи бўйлаб қанча вақт ҳаракатланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_0 = 0,308$ м/с², $\omega = 0,129$ м/с², $T = 80$ с.

12.10. Трамвай йўлининг бурилиши, радиуслари $\rho_1 = 300$ м ва $\rho_2 = 400$ м бўлган иккита ёйдан иборат. Марказий бурчаклар $\alpha_1 = \alpha_2 = 60^\circ$. Шу бурилишдан $v = 36$ км/соат тезлик билан юриб борувчи вагоннинг нормал тезланиш графиги чизилсин.



12.10- масалага

12.11. Радиуси $R = 20$ см бўлган айлана ёни бўйлаб нуқта ҳаракатланади. Унинг траектория бўйлаб ҳаракат қилиш қонуни: $s = 20 \sin \pi t$ (t — секундлар, s — сантиметрлар ҳисобида). $t = 5$ с бўлган пайт учун нуқта тезлигининг миқдори ва йўналиши, уринма, нормал ва тўла тезланиши топилсин. Шунингдек, тезликнинг, уринма ва нормал тезланишларнинг графиклари чизилсин.

Жавоб: Тезлик миқдори 20π см/с га тенг бўлиб, s ёйини ҳисоблашнинг мусбат йўналишига қарама-қарши томонга йўналган:

$$\omega_t = 0; \omega = \omega_n = 20 \pi^2 \text{ см/с}^2.$$

12.12. Нуқта $s = \frac{g}{a^2} (at + e^{-at})$ қонунга мувофиқ тўғри чизиқли ҳаракат қилади, бунда a ва g — доимий миқдорлар. Нуқтанинг бошланғич тезлиги, шунингдек, унинг тезланиши тезликнинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $v_0 = 0$, $\omega = g - av$.

12.13. Нуқта ҳаракати қуйидаги тенгламалар билан берилган:

$$x = 10 \cos 2\pi \frac{t}{5}, y = 10 \sin 2\pi \frac{t}{5}$$

(x, y — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида). Нуқтанинг траекторияси, тезлигининг миқдори ва йўналиши, шунингдек, тезланишининг миқдори ва йўналиши топилсин.

Жавоб: Радиуси 10 см ли айлана; тезлик $v = 4\pi$ см/с бўлиб, Ox ўқдан Oy ўқга 90° га айланиб ўтиш томонига уринма равишда йўналган; тезланиши $a = 1,6\pi$ см/с² бўлиб, марказга йўналган.

12.14. Ишга тушириш даврида дизель кривошипли палецнинг ҳаракати $x = 75 \cos 4t^2$, $y = 75 \sin 4t^2$ (x, y — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида) кўринишдаги тенгламалар билан берилган. Палецнинг тезлиги, уринма ва нормал тезланиши топилсин.

Жавоб: $v = 600 t$ см/с, $w_t = 600$ см/с², $w_n = 4800 t^2$ см/с².

12.15. Нуқта ҳаракати қуйидаги тенгламалар билан берилган:

$$x = a(e^{kt} + e^{-kt}),$$

$$y = a(e^{kt} - e^{-kt}),$$

бундаги a ва k — берилган доимий миқдорлар. Нуқта траекториясининг тенгламаси топилсин, тезлиги ва тезланиши $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ радиус-векторнинг функцияси сифатида ифодалансин.

Жавоб: Гипербола $x^2 - y^2 = 4a^2$; $v = kr$, $w = k^2 r$.

12.16. $x = -a \sin 2\omega t$, $y = -a \sin \omega t$ тенгламаларга мувофиқ Лиссажу шаклини чизувчи нуқта траекториясининг $x = y = 0$ ҳолатдаги эгрилик радиуси топилсин.

Жавоб: $\rho = \infty$.

12.17. Ох горизонтал ўқ бўйлаб сирпанмасдан думаловчи филдирак нуқтаси тезланишининг миқдори ва йўналиши ҳамда траекториясининг эгрилик радиуси топилсин; нуқта қуйидаги тенгламаларга асосан циклоида чизади:

$$x = 20 t - \sin 20 t, y = 1 - \cos 20 t.$$

(t — секундлар, x, y — метрлар ҳисобида). Шунингдек, $t = 0$ бўлганда эгрилик радиуси ρ аниқлансин.

Жавоб: Тезланиш $\omega = 400$ м/с² бўлиб, думаловчи филдиракнинг С марказига МС бўйлаб йўналган; $\rho = 2\text{МА}$; $\rho_0 = 0$.

12.18. Агар $r = l = 60$ см, $MB = \frac{1}{3}l$, $\varphi = 4\pi t$ (t — секундлар ҳисобида) бўлса, кривошип-ползун механизми шатунидаги М нуқтанинг траекторияси топилсин, шунингдек $\varphi = 0$ бўлган тайт учун унинг тезлиги, тезланиши ва траекториясининг эгрилик радиуси аниқлансин.

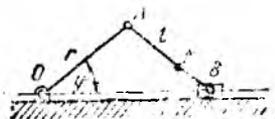
Жавоб: Эллипс: $\frac{x^2}{100^2} + \frac{y^2}{20^2} = 1$, $v = 80\pi$ см/с,

$$w = 1600\pi^2 \text{ см/с}^2, \rho = 4 \text{ см.}$$

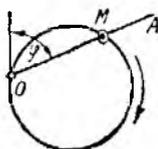
12.19. Симдан қилинган айланага М халқа кийгизилган, халқадан айланада турувчи О нуқта атрофида текис айланадиган ОА стержень ўтган; айлана радиуси 10 см; стерженнинг бурчак тезлиги шун-



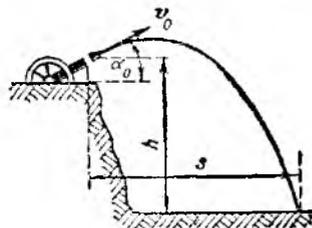
12.17-масалага



12-масалага



12.19 ва 12.20- масалага



12.23- масалага

дайқи, y 5 с мобайнида тўғри бурчакка бурилади. Ҳалқанинг тезлиги v ва тезланиши ω аниқлансин.

Жавоб: $v = 2\pi$ см/с, $\omega = 0,4\pi$ см/с².

12.20. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб ҳамда OM стерженнинг бурчак тезланиши $k \cos \varphi$ ($k = \text{const}$) деб олиб, M ҳалқанинг тезлик ва тезланиши φ бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин. $t = 0$ бошланғич пайтда φ бурчак ва ҳалқанинг тезлиги нолга тенг, айлананинг радиуси r , $0 \leq \varphi \leq \pi$.

Жавоб: $v = 2r\sqrt{2k\sin\varphi}$, $\omega = 2kr\sqrt{1 + 15\sin^2\varphi}$.

12.21. Снаряд ҳаракати

$$x = v_0 t \cos \alpha_0, \quad y = v_0 t \sin \alpha_0 - \frac{1}{2} g t^2,$$

тенгламалар билан берилган; бундаги v_0 ва α_0 — доимий миқдорлар. $t = 0$ бўлган ва снаряд ерга тушган пайтларда траекториянинг эгрилик радиуси топилсин.

Жавоб: $\rho = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha_0}$.

12.22. Снаряд $x = 300t$, $y = 400t - 5t^2$ (t — секундлар, x , y — метрлар ҳисобида) тенгламаларга мувофиқ вертикал текисликда ҳаракат қилади. 1) бошланғич пайтдаги тезлик ва тезланиш, 2) снаряднинг қанча узоққа бориши ва қанча баландликка кўтарилиши, 3) бошланғич пайтда ва энг юқори нуқтада траекториянинг эгрилик радиуслари топилсин.

Жавоб: $v_0 = 500$ м/с; $\omega_0 = 10$ м/с²; $h = 8$ км, $s = 24$ км, $\rho_0 = 41,67$ км, $\rho = 9$ км.

12.23. Денгиз сатҳидан $h = 30$ м баландликда жойлашган қирғоқдаги артиллерия тўпидан горизонтга нисбатан $\alpha_0 = 45^\circ$ бурчак остида $v_0 = 1000$ м/с бошланғич тезлик билан снаряд отилди. Снаряднинг денгиз сатҳидаги мўлжалга тўпдан қанча масофада тегиши аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 102 км.

12.24. Ҳаракати $x = \alpha t$, $y = \beta t - \frac{g t^2}{2}$ тенгламалар билан ифодаланадиган нуқтанинг уринма ва нормал тезланишлари топилсин.

Жавоб: $\omega_t = -\frac{g(\beta - g t)}{v}$; $\omega_n = \frac{g\alpha}{v}$, бунда v — нуқта тезлиги.

12.25. Нуқта $x = 2 \cos 4t$, $y = 2 \sin 4t$, $z = 2t$ тенгламалар билан ифодаланадиган винт ҳаракати қилади, бунда узунлик бирлиги учун метр олинган. Траекториянинг эгрилик радиуси ρ аниқлансин.

Жавоб: $\rho = 2 \frac{1}{8}$ м.

12.26. Нуқта ҳаракати қутб координаталарида $r = ae^{kt}$ ва $\varphi = kt$ тенгламалар билан берилган, бунда a ва k берилган доимий миқдорлар. Нуқтанинг траектория тенгламаси, тезлиги, тезланиши ва траекториясининг эгрилик радиуси унинг радиус-вектори r функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $r = ae^{\varphi}$ — логарифмик спираль; $v = kr\sqrt{2}$, $\omega = 2k^2r$, $\rho = r\sqrt{2}$.

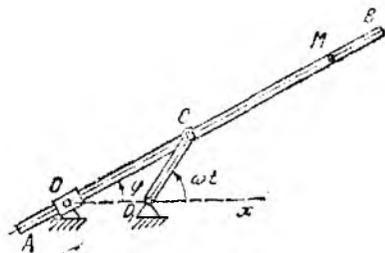
12.27. Нуқтанинг ҳаракати $x = 2t$, $y = t^2$ тенгламалар билан берилган (t — секундлар, x ва y — сантиметрлар ҳисобида). $t = 1$ с пайт учун тезлик ва тезланишнинг катталиги ҳамда йўналишлари аниқлансин.

Жавоб: $v = 2\sqrt{2}$ см/с, $\omega = 2$ см/с², $(v, x) = 45^\circ$, $(\omega, x) = 90^\circ$.

12.28. Нуқта $x = 4t$, $y = t^3$ (t — секундлар, x ва y — сантиметрлар ҳисобида) тенгламаларга асосан ҳаракатланаётган бўлса, унинг ҳаракат траекторияси, тезлик годографи ясалсин ва траекториянинг бошланғич пайтга мос келувчи нуқтаси эгрилик радиуси аниқлансин.

Жавоб: Траектория тенгламаси $y = \frac{x^3}{64}$ — кубик парабол; тезлик годографи v_y ўққа параллел тўғри чизиқ; $\rho_0 = \infty$ (траекториянинг боши — эгилиш нуқтаси).

12.29. Узунлиги $a/2$ бўлган O_1C кривошип O_1 ўқ атрофида ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланади. C нуқтада кривошип билан O_1 айланиш ўқидан $a/2$ масофада турган, ҳар доим O нуқта атрофида айланиб — тебранувчи муфта орқали ўтадиган AB линейка шарнир билан боғланган. O нуқтани қутб сифатида қабул қилиб, қутб координаталарида линейканинг C шарнирдан a масофадаги M нуқтасининг ҳаракат тенгламалари, траекторияси, тезлик ва тезланиши топилсин бошланғич пайтда бурчак $\varphi = \angle COO_1 = 0$.



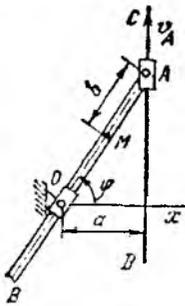
12.29-масаллага

Жавоб: 1) $r = a \left(1 + \cos \frac{\omega t}{2}\right)$, $\varphi = \frac{\omega t}{2}$;

2) $r = a \left(1 + \cos \varphi\right)$ — кардиоид;

3) $v = a\omega \cos \frac{\omega t}{4}$;

4) $\omega = \frac{a\omega^2}{4} \sqrt{5 + 4 \cos \frac{\omega t}{2}}$.



12.31-масалга

12.30. Олдинги 12.29- масаланинг шартларига кўра $r = 2a$, $\varphi = 0$ бўлганида кардиоиданинг эгрилик радиуси аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \rho_0 = \frac{4}{3} a.$$

12.31. AB стерженнинг A учи CD тўғри чизикли йўналтирувчи бўйлаб ўзгармас v_A тезлик билан силжийди. AB стержень доимо CD йўналтирувчидан a масофада айланиб — тебранадиган O муфта орқали ўтади. O нуқтани қутб деб ҳисоблаб, линейканинг A ползундан b масофада турувчи M нуқтасининг тезлик ва тезланиши r , φ қутб координаталарида топилсин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{v_A}{a} \sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + r^2 \cos^2 \varphi}, \quad \omega = \frac{v_A b}{a^2} \cos^3 \varphi \sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi},$$

$$r = \sqrt{a^2 + v_A^2 t^2} - b, \quad \varphi = \arctg \frac{v_A t}{a}.$$

12.32. M нуқта винт чизиги бўйлаб ҳаракатланади. Цилиндрик координаталар системасида унинг ҳаракат тенгламалари $r = a$, $\varphi = kt$, $z = vt$ кўринишга эга. Нуқта тезланишининг цилиндрлик координаталар системаси ўқларидаги проекциялари ҳамда тезланишнинг уринма ва нормал ташкил этувчилари ва винт чизигининг эгрилик радиуси топилсин.

$$\text{Жавоб: } 1) \omega_r = -ak^2, \omega_\varphi = 0, \omega_z = 0;$$

$$2) \omega_r = 0, \omega_n = ak^2;$$

$$3) \rho = \frac{a^2 k^2 + v^2}{ak^2}.$$

12.33. M нуқта $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ сфера билан $(x - R/2)^2 + y^2 = R^2/4$ цилиндрнинг кесилиш чизиги бўйлаб ҳаракатланади. Нуқтанинг сферик координаталар системасидаги ҳаракат тенгламалари

$$r = R, \quad \varphi = \frac{kt}{2}, \quad \theta = \frac{kt}{2}$$

кўринишга эга (10.21- масалага қаранг). Нуқта тезланишининг сферик координаталардаги проекциялари ва модули топилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega_r = -\frac{Rk^2}{4} (1 + \cos^2 \theta), \quad \omega_\varphi = -\frac{Rk^2}{2} \sin \theta, \quad \omega_\theta = \frac{Rk^2}{4} \sin \theta \times \\ \times \cos \theta, \quad \omega = \frac{Rk^2}{4} \sqrt{4 + \sin^2 \theta}.$$

12.34. Кема географик меридианга нисбатан ўзгармас α бурчак остидаги курс билан локсодром чизиб ҳаракатланмоқда (11.13- масалага қаранг). Кема v тезлигининг қийматиши доимий ҳисоблаб, кема тезланишининг r , λ ва φ сферик координаталар системаси ўқларига проекциялари (λ — узоқлик, φ — сузиш жойининг кенлиги), тезланиш қиймати ва локсодромнинг эгрилик радиуси аниқлансин.

Жавоб: $\omega = -\frac{v^2}{R}$, $\omega_\lambda = -\frac{v^2}{R} \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi$, $\omega_\varphi = -\frac{v^2}{R} \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \varphi$,
 $\omega = \frac{v^2}{R} \sqrt{1 + \sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \varphi}$, $\rho = \frac{R}{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \varphi}}$, бунда R — Ернинг радиуси, $\varphi = \varphi_0 + vt \sin \alpha / R$.

12.35. Нуқтанинг декарт координаталари $r = CM$, ψ ва φ тороидал координаталар орқали ифодалансин ва Ляме коэффициентлари аниқлансин.

Жавоб: 1) $x = (a + r \cos \varphi) \cos \psi$, $y = (a + r \cos \varphi) \sin \psi$, $z = r \sin \varphi$.

2) $H_r = 1$, $H_\psi = a + r \cos \varphi$, $H_\varphi = r$.

12.36. Нуқтанинг ҳаракати r , ψ ва φ тороидал координаталар системасида берилган. Нуқта тезлиги ва тезланишининг шу ҳисоб системаси ўқларидаги проекциялари топилсин.

Жавоб: 1) $v_r = \dot{r}$, $v_\psi = (a + r \cos \varphi) \dot{\psi}$, $v_\varphi = r \dot{\varphi}$;

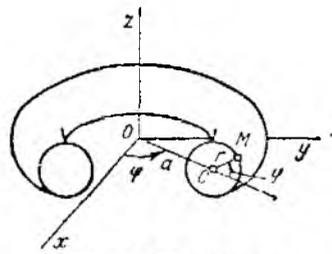
2) $w_r = \ddot{r} - (a + r \cos \varphi) \cos \varphi \dot{\psi}^2 - r \dot{\varphi}^2$,

3) $w_\psi = (a + r \cos \varphi) \ddot{\psi} + 2 \cos \varphi \dot{r} \dot{\psi} - 2r \sin \varphi \dot{\varphi} \dot{\psi}$,

4) $w_\varphi = r \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi} + (a + r \cos \varphi) \sin \varphi \dot{\psi}^2$.

12.37. Нуқта торга ўралган винт чизиги бўйлаб $r = R = \text{const}$, $\psi = \omega t$, $\varphi = kt$ қонуни билан ҳаракатланади. Тезлик ва тезланишининг тороидал координата системасидаги проекциялари аниқлансин ($\omega = \text{const}$, $\kappa = \text{const}$).

Жавоб: $v_r = 0$, $v_\psi = (a + R \cos \varphi) \omega$,
 $v_\varphi = R \kappa$, $w_r = -[(a + R \cos \varphi) \cos \varphi \omega^2 + R \kappa^2]$,
 $w_\psi = -2R \omega \kappa \sin \varphi$, $w_\varphi = \omega^2 \times (a + R \cos \varphi) \sin \varphi$.



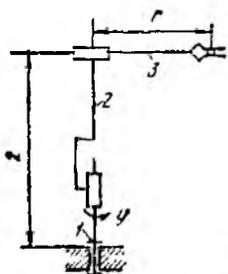
12.35—12.37-масалаларга

12.38. Робот-манипулятор механизми 1- айланувчи қурилма, вертикал силжиш учун 2 — колонна ва (материални ушлаб олиб ҳаракатланувчи) 3 — қўлдан иборат. $\varphi(t)$, $z(t)$, $r(t)$ берилганида ушлаш марказининг тезлик ва тезланишини топинг.

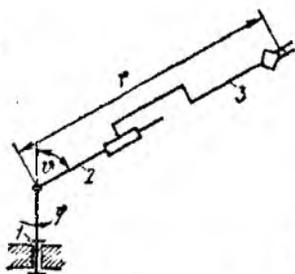
Жавоб: $v = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2}$,
 $w = \sqrt{(\ddot{r} - r \dot{\varphi}^2)^2 + (r \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi})^2 + \ddot{z}^2}$.

12.39. Робот-манипуляторнинг қўлини олиб юрувчи вертикал колоннаси φ бурчакка айлана олади. Ушловчи қўли θ бурчакка бурилади ва r масофага силижийди. Ушлаш марказининг тезлик ва тезланишини топинг.

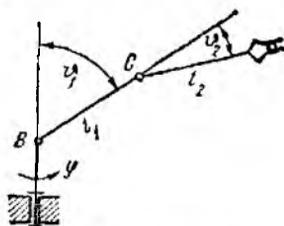
Жавоб: $v = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\varphi}^2}$, $w = [(\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 - r \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta)^2 + (r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta} - r \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta)^2 + (r \dot{\varphi} \sin \theta + 2 \dot{r} \dot{\varphi} \sin \theta + 2 \dot{r} \dot{\varphi} \times \times \dot{\theta} \cos \theta)^2]^{1/2}$.



12.38- масалага



12.39- масалага



13.40- масалага

12.40. Робот-манипулятор механизми вертикал ўқли айланмаган қурилма (айланиш бурчаги — φ) ва вертикал текисликда ўрналган иккита звенодан (звеноларнинг бурилиш бурчаклари — θ_1 ва θ_2) ташкил топган. Юкни кўчиришда ушлаш марказининг тезлиги топилсин.

$$\text{Жавоб: } v = \left[l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + (l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2))^2 \dot{\varphi}^2 \right]^{1/2}$$

IV БОБ

ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ЭНГ ОДИЙ ҲАРАКАТЛАРИ

13- §. Қаттиқ жисмнинг кўзгалмас ўқ атрофида айланиши

13.1. 1) Соатнинг секунд стрелкаси, 2) соатнинг минут стрелкаси, 3) соатнинг соат стрелкаси, 4) Ер 24 соатда бир марта айланади деб ҳисоблаб, Ернинг ўз ўқи атрофида айланишининг, 5) минутига 15000 марта айланувчи Лаваль буғ турбинасининг бурчак тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 1) \omega = \frac{\pi}{30} \text{ рад/с} = 0,1047 \text{ рад/с.}$$

$$2) \omega = \frac{\pi}{1800} \text{ рад/с} = 0,001745 \text{ рад/с.}$$

$$3) \omega = \frac{\pi}{21600} \text{ рад/с} = 0,0001455 \text{ рад/с.}$$

$$4) \omega = \frac{\pi}{43200} \text{ рад/с} = 0,0000727 \text{ рад/с.}$$

$$5) \omega = 1571 \text{ рад/с.}$$

13.2. Буғ турбинаси дискини ишга тушириш давридаги айланиш тенгламаси ёзилсин; айланиш бурчаги вақт кубига пропорционал ва $t = 3$ с бўлганда дискнинг бурчак тезлиги $\omega = 27\pi$ рад/с га тўғри келади.

$$\text{Жавоб: } \varphi = \pi t^3 \text{ рад.}$$

13.3. AB вертикал ўқ атрофида айланувчи марказдан қочувчи регуляторнинг маятникни минутига 120 марта айланади. Бошланғич пайтда айланиш бурчаги $\pi/6$ рад. га тенг. $t = 1/2$ с вақт ичида маятникнинг айланиш бурчаги ва кўчиш бурчаги топилсин.

Жавоб: $\varphi = 13\pi/6$ рад; $\Delta\varphi = 2\pi$ рад.

13.4. Тинч ҳолатда бўлган жисм текис тезланиш билан айлана бошлаб, биринчи 2 минутда 3600 марта айланади. Бурчак тезланиш аниқлансин.

Жавоб: $\varepsilon = \pi$ рад/с².

13.5. Тинч ҳолатда бўлган вал текис тезланиш билан айлана бошлайди; биринчи 5 секундда у 12,5 марта айланади. Шу 5 с ўтгандан сўнг унинг бурчак тезлиги қанча бўлади?

Жавоб: $\omega = 10\pi$ рад/с.

13.6. Тинч ҳолатда турган маховик текис тезланиш билан айлана бошлайди; ҳаракат бошлангандан 10 минут кейин унинг бурчак тезлиги 4π рад/с га тўғри келади. Шу 10 минут ичида ғилдирак неча марта айланади?

Жавоб: 600 айланиш.

13.7. Қўзғалмас ўқли ғилдирак 2π рад/с га тенг бўлган бошланғич бурчак тезлиги олган; ғилдирак 10 марта айлангандан кейин подшипниклардаги ишқаланиш туфайли тўхтади. Ғилдиракнинг бурчак тезланишини донмий деб ҳисоблаб, унинг миқдори ε аниқлансин.

Жавоб: $\varepsilon = 0,1\pi$ рад/с², айланиш — секинланувчан.

13.8. Мотор ўчирилган пайтда 40π рад/с га тўғри келадиган бурчак тезлиги билан айланаётган самолёт пропеллери тўхтагунча 80 марта айланади. Пропеллер айланишини текис секинланувчан деб ҳисоблаб, мотор ўчирилганидан пропеллер тўхтагунигача қанча вақт ўтиши топилсин.

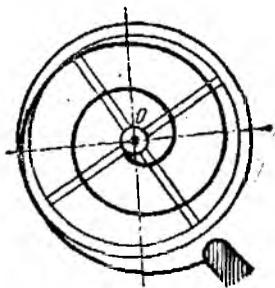
Жавоб: 8 с.

13.9. Жисм қўзғалмас ўқ атрофида тебранма ҳаракат қилади, бунда айланиш бурчаги $\varphi = 20^\circ \sin \psi$ тенглама билан берилади. ψ бурчак эса градусларда $\psi = (2t)^\circ$ (t — секундлар ҳисобида) муносабат билан ифодаланган. Жисмнинг $t = 0$ пайтдаги бурчак тезлиги, айланиш йўналиши ўзгарадиган энг яқин t_1 ва t_2 вақтлар ҳамда тебраниш даври T аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \frac{1}{810} \pi^2$ рад/с, $t_1 = 45$ с,
 $t_2 = 135$ с, $T = 180$ с.

13.10. Соат балансири $T = 1/2$ с давр билан буралма гармоник тебранма ҳаракат қилади. Балансир гардишидаги нуқтанинг мувозанат ҳолатига нисбатан ҳосил қилган энг катта бурчаги $\alpha = \pi/2$ рад га тенг. Балансир мувозанат ҳолатидан ўтганидан 2 с кейин балансирининг бурчак тезлиги ва бурчак тезланишининг қанча бўлиши топилсин.

Жавоб: $\omega = 2\pi^2$ рад/с, $\varepsilon = 0$.



13.10- масалага

13.11. Маятник O горизонтал ўқ атрофида вертикал текисликда тебранади. Бошланғич пайтда мувозанат ҳолатидан чиқиб, $2/3$ с дан кейин $\alpha = \pi/16$ рад энг катта бурчакка оғади.

1) Маятник гармоник тебранима ҳаракат қилади деб ҳисоблаб, унинг тебраниш қонуни ёзилсин.

2) Маятник қандай ҳолатда энг катта бурчак тезлиги олади ва у қанчага тенг?

Жавоб: 1) $\varphi = \frac{\pi}{16} \sin \frac{3}{4} \pi t$ рад.

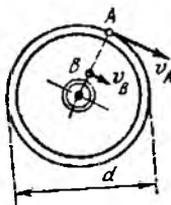
2) Вертикал ҳолатда: $\omega_{\max} = \frac{3}{64} \pi^2$ рад/с.

13.12. Ернинг ўз ўқи атрофидаги айланишининггина ҳисобга олиб, Ер юзасининг Ленинграддаги нуқтасининг тезлиги v ва тезланиши w аниқлансин; Ленинграднинг кенглиги 60° ; Ернинг радиуси 6370 км.

Жавоб: $v = 232$ м/с, $w = 0,0169$ м/с².

13.13. Радиуси $0,5$ м бўлган маховик ўз ўқи атрофида бир текис айланади; билдирак тўғинида ётган нуқталарининг тезлиги 2 м/с га тенг. Билдирак бир минутда неча марта айланади?

Жавоб: $n = 38,2$ айл/мин.



12.14-масалага

13.14. Шкивнинг гардишидаги A нуқта 50 см/с тезлик билан ҳаракат қилади. A нуқта билан бир радиусда ётувчи бошқа B нуқта эса 10 см/с тезлик билан ҳаракатланади; AB масофа 20 см га тенг. Шкивнинг бурчак тезлиги ω ҳамда диаметри аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 2$ рад/с, $d = 50$ см.

13.15. Радиуси $R = 2$ м бўлган маховик тинч ҳолатдан бошлаб текис тезланиш билан айланади; тўғинида ётувчи нуқталар $t = 10$ с дан кейин $v = 100$ м/с чизикли тезликка эга бўлади. Билдирак тўғинидаги нуқтанинг $t = 15$ с бўлган вақтдаги тезлиги, уринма ва нормал тезланишлари топилсин.

Жавоб: $v = 150$ м/с, $w_n = 11250$ м/с², $w_\tau = 10$ м/с².

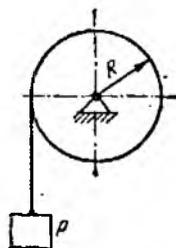
13.16. Экваторда турган жисм Ер атрофида махсус йўналтирувчиларда экватор бўйлаб бир текис ҳаракатланганда эркин тушиш тезланишига эга бўлиши учун жисмга қандай горизонтал тезлик v берилиши топилсин. Шунингдек, жисм ўзининг аввалги ҳолатига қайтиб келгунча ўтадиган T вақт ҳам аниқлансин. Ер радиуси $R = 637 \cdot 10^6$ см, экваторда оғирлик кучининг тезланиши $g = 978$ см/с².

Жавоб: $v = 7,9$ км/соат, $T = 1,4$ соат.

13.17. Маховик тўғинидаги нуқтанинг тўла тезланиши радиус билан 60° га тенг бурчак ҳосил қилади. Шу пайтда нуқтанинг уринма тезланиши $w_n = 10\sqrt{3}$ м/с². Айланиш ўқидан $r = 0,5$ м масофада турган нуқтанинг нормал тезланиши топилсин. Маховикнинг радиуси $R = 1$ м.

Жавоб: $\omega_n = 5$ м/с².

13.18. Радиуси $R = 10$ см бўлган A вал унга ипда осилган P тош билан айлантирилади. Тошнинг ҳаракати $x = 100t^2$ тенглама билан ифодаланади, бунда x — тошдан қўзғалмас OO_1 горизонталгача бўлган, сантметрлар ҳиссбида ифодаланган масофа, t — вақт (секундлар ҳиссбида). t пайтда валнинг бурчак тезлиги ω ва бурчак тезланиши ϵ , шунингдек, вал сиртидаги нуқтанинг тўла тезланиши w аниқлансин.



13.18-масалага

Жавоб: $\omega = 20t$ рад/с, $\epsilon = 20$ рад/с², $w = 200 \times \sqrt{1 + 400t^4}$ см/с².

13.19. Вал гардишида ётувчи нуқталарнинг тезланишини тош босиб ўтган x масофа орқали ифодалаб, олдинги масала умумий кўринишида ечилсин; филдиракнинг радиуси R ва тошнинг тезланиши $\ddot{x} = \omega_0 = \text{const}$.

Жавоб: $w = \omega_0 \sqrt{1 + 4x^2/R^2}$.

13.20. Гальванометрнинг 3 см узунликдаги стрелкаси қўзғалмас ўқ атрофида $\varphi = \varphi_0 \sin kt$ қонун билан тебранади. Агар тебраниш даври 0,4 с, бурчак амплитуда $\varphi_0 = \pi/30$ га тенг бўлса, стрелка учининг ўрта ва чекка вазиятларидаги тезланиши, шунингдек, бурчак тезлик ω ва бурчак тезланиш ϵ нолга айланмайдиган вақтлар аниқлансин.

Жавоб: 1) Стрелканинг ўрта вазиятида $\omega = 8,1$ см/с². 2) Стрелканинг четки вазиятларида $\omega = 77,5$ см/с².

3) $t = (0,1 + 0,2n)$ с, ($n = 0,1,2,\dots$) бўлганда $\omega = 0$.

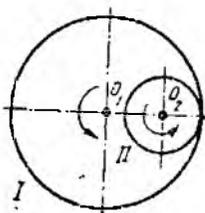
4) $t = 0,2n$ с, ($n = 0,1,2,\dots$) бўлганда $\epsilon = 0$.

14-§. Қаттиқ jismlarнинг энг оддий ҳаракатларини ўзгартириш

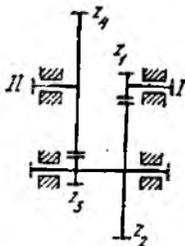
14.1. Диаметри $D_1 = 360$ мм бўлган I тишли филдиракнинг бурчак тезлиги $10\pi/3$ рад/с га тенг. I филдирак билан ички бириктирилган ва бурчак тезлиги унга қараганда уч марта катта бўлган II тишли филдиракнинг диаметри қанчага тенг бўлиши керак?

Жавоб: $D_2 = 120$ мм.

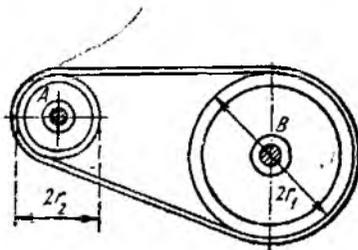
14.2. I валнинг айланишини секинлаштирадиган ва айланма ҳаракатини II валга узатадиган тезлик редуктори тўртта шестернядан



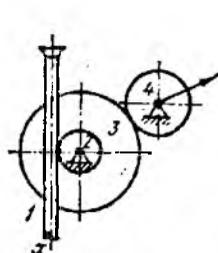
14.1-масалага



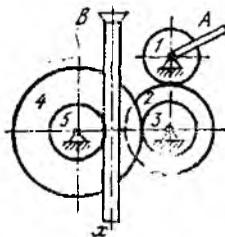
14.2-масалага



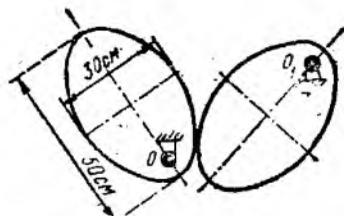
14.3-масалага



14.4- масалага



14.5- масалага



14.6- масалага

иборат; шестернялар тишларининг сони; $z_1 = 10$; $z_2 = 60$; $z_3 = 12$; $z_4 = 70$. Механизмининг узатиш сони топилсин.

Жавоб: $i_{1,11} = \omega_1 / \omega_{11} = 35$.

14.3. Тигич ҳолагдан A шкивли станок электромоторнинг B шкивидан тортилган узлуксиз тасма билан ҳаракатга келтирилади; шкивларнинг радиуслари $r_1 = 75$ см, $r_2 = 30$ см; электромоторнинг ҳаракатга келтирилгандан кейинги бурчак тезлиниши $0,4\pi$ рад/с². Тасманинг шкивлар бўйлаб сирғанишини ҳисобга олмай, станок қанча вақтдан кейин 10π рад/с га тенг бурчак тезликка эга бўлиши аниқлансин.

Жавоб: 10 с.

14.4. Стрелкали индикатор механизмида ҳаракат ўлчов штифтининг 1 рейкасида 2 шестерняга узатилади; 2 шестернянинг ўқида 3 тишли ғилдирак ўриятилган, 3 ғилдирак эса стрелка бириктирилган 4 шестерня билан тишлашади. Агар штифтининг ҳаракати $x = a \sin kt$ тенглама билан берилган бўлса ва тишли ғилдиракларнинг радиуслари тегишлича r_2 , r_3 ва r_4 бўлса, стрелканинг бурчак тезлиги аниқлансин.

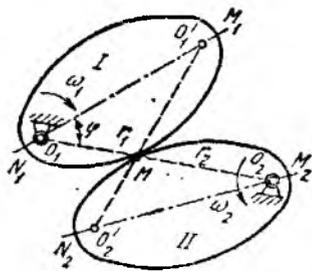
Жавоб: $\omega_4 = \frac{r_3}{r_2 r_4} ak \cos kt$.

14.5. Домкрат механизмида A даста айланганда 1, 2, 3, 4 ва 5 шестернялар айлана бошлайди; булар домкратнинг B тишли рейкасини ҳаракатга келтиради. Агар A даста π рад/с га тенг бурчак тезлик билан айланса, тишли рейка тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин. Шестерня тишларининг сони: $z_1 = 6$, $z_2 = 24$, $z_3 = 8$, $z_4 = 32$; бешинчи шестернянинг радиуси $r_5 = 4$ см.

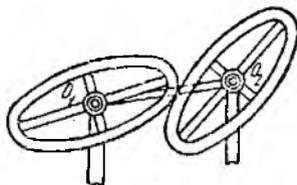
Жавоб: $v_B = 7,8$ мм/с.

14.6. Даврий суратда ўзгарувчи бурчак тезликларни ҳосил қилиш учун иккита бир хил эллиптик тишли ғилдираклар илаштирилган; буларнинг бири O ўқ атрофида $\omega = 9\pi$ рад/с бурчак тезлик билан текис айланади, иккинчисини эса биринчи ғилдирак O_1 ўқ атрофида айлантиради. O ва O_1 ўқлар параллел бўлиб, эллипсларнинг фокусларидан ўтади. OO_1 оралиқ 50 см га тенг; эллипсларнинг ярим ўқлари 25 см ва 15 см. O_1 ғилдиракнинг энг катта ва энг кичик бурчак тезликлари топилсин.

Жавоб: $\omega_{\min} = \pi$ рад/с; $\omega_{\max} = 81\pi$ рад/с.



14.7- масалага



14.8- масалага

14.7. Ярим ўқлари a ва b бўлган бир жуфт эллиптик тишли филдиракларнинг айланма ҳаракатини узатиш қонуни чиқарилсин. I филдиракнинг бурчак тезлиги $\omega_1 = \text{const}$. Ўқлар орасидаги масофа $O_1O_2 = 2a$; φ — айланиш ўқларини туташтирувчи тўғри чизиқ билан I эллиптик филдиракнинг катта ўқи орасидаги бурчак. Ўқлар эллипсларнинг фокуслари орқали ўтади.

Жавоб: $\omega_2 = \frac{a^2 - c^2}{a^2 - 2ac \cos \varphi + c^2} \omega_1$, буида c — эллипсларнинг чизиқли эксцентриситети: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.

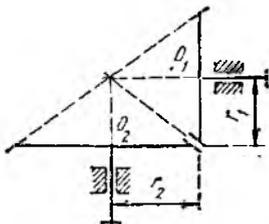
14.8. 8 л рад/с бурчак тезликка эга бўлган O_1 филдирак билан туташтирилган O_2 овал филдиракнинг энг катта ва энг кичик бурчак тезлиги топилсин. Филдиракларнинг айланиш ўқлари овалларнинг марказларида жойлашган. Ўқлар орасидаги масофа 50 см га тенг. Овалларнинг ярим ўқлари 40 ва 10 см га тенг.

Жавоб: $\omega_{\text{min}} = 2 \text{ л рад/с}$, $\omega_{\text{max}} = 32 \text{ л рад/с}$.

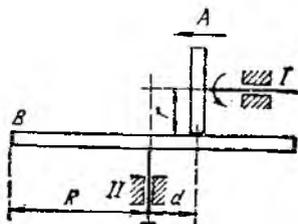
14.9. Радиуси $r_1 = 10 \text{ см}$ бўлган тишли конус шаклидаги O_1 филдиракнинг қанча вақтдан кейин 144 л рад/с га тенг бурчак тезлигига эга бўлиши аниқлансин; тинч ҳолатдаги бу филдиракни радиуси $r_2 = 15 \text{ см}$ га тенг ва 4 рад/с^2 бурчак тезланишга эга бўлиб, текис тезланиш билан айланадиган конус шаклидаги O_2 филдирак айлантиради.

Жавоб: $t = 24 \text{ с}$.

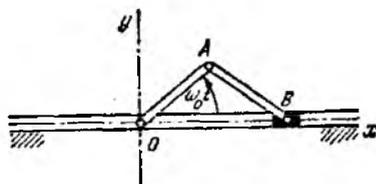
14.10. Фрикцион узатманинг I етакчи вали $\omega = 20 \text{ л рад/с}$ бурчак тезлик билан айланади ва ҳаракат вақтида шундай силжийдики



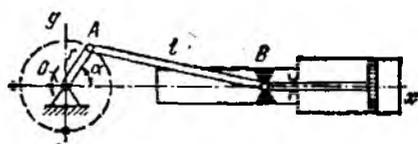
14.9- масалага



14.10- масалага



14.11- масалага



14.12- масалага

(йўналиши стрелка билан кўрсатилган), оралиқ $d = (10 - 0,5 t)$ см (t — секундлар ҳисобида) қонунга мувофиқ ўзгаради. 1) II валнинг бурчак тезлиниши d оралиқ функцияси сифатида аниқлансин;

2) Фрикцион ғилдиракнинг радиусларини $r = 5$ см, $R = 15$ см, деб олиб, $d = r$ бўлган пайтда B ғилдирак тўғрисидаги нуқтанинг тўла тезлиниши топилсин.

Жавоб: 1) $\varepsilon = 50 \pi / d^2$ рад/с²,

2) $\omega = 30 \pi \sqrt{40000 \pi^2 + 1}$ см/с².

14.11. Кривошип-ползунли OAB механизм B ползунининг ҳаракат қонуни, тезлиги ва тезлиниши топилсин; шатун ва кривошипнинг узунликлари бир хил: $AB = OA = r$, OA кривошип O ўқ атрофида $\omega = \omega_0$ бурчак тезлик билан бир текис айланади. Ox ўқ ползунининг йўналтирувчиси бўйлаб йўналган. Саноқ боши кривошипнинг O айланishi марказида деб ҳисобланади.

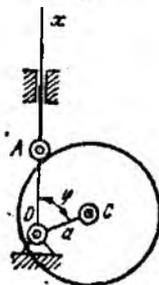
Жавоб: $x = 2r \cos \omega_0 t$, $v_x = -2r \omega_0 \sin \omega_0 t$, $\omega_x = -\omega_0^2 x$.

14.12. OA кривошип доимий ω_0 бурчак тезлик билан айланади. Кривошип-ползунли механизм B ползунининг ҳаракат қонуни, тезлиги ва тезлиниши аниқлансин. Кривошипнинг узунлиги $OA = r$, шатуннинг узунлиги $AB = l$. Ox ўқ ползунининг йўналтирувчиси бўйлаб йўналган; Саноқ боши — кривошипнинг O марказида. $r/l = \lambda$ нисбатини жуда кичик деб ҳисоблаш керак: ($\lambda \ll 1$); $\alpha = \omega_0 t$.

Жавоб: $x = r (\cos \omega_0 t + \frac{\lambda}{4} \cos 2 \omega_0 t) + l - \frac{\lambda}{4} r$,

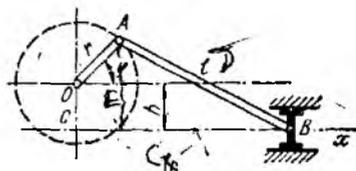
$v_x = -r \omega_0 (\sin \omega_0 t + \frac{\lambda}{2} \sin 2 \omega_0 t)$.

$\omega_x = -r \omega_0^2 (\cos \omega_0 t + \lambda \cos 2 \omega_0 t)$.

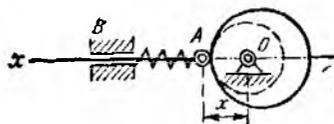


14.13- масалага

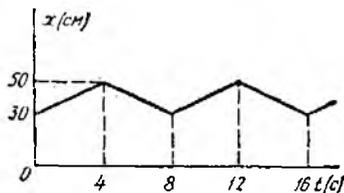
14.13. Экцентрикнинг диаметри $d = 2r$, айланishi ўқи O эса дискнинг C ўқида $OC = a$ масофада туради; стерженнинг ҳаракат қонуни топил-



14.14- масалага



14.15- масалага



14.15- масала жавобига

син; Ox ўқ стержень бўйлаб йўналган, санок боши — айланиш ўқида, $a/r = \lambda$.

Жавоб: $x = a \cos \varphi + r \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}$.

14.14. Марказлаштирилмаган кривошип-ползули механизм поршеининг ҳаракат тенгламаси ёзилсин; кривошипнинг айланиш ўқидан йўналтирувчи линейкагача бўлган масофа h га, кривошип узунлиги r га, шатун узунлиги l га тенг; Sx ўқ ползун йўналтирувчиси бўйлаб йўналган. Масофалар ползушнинг четки ўнг ҳолатидан бошлаб ҳисобланади:

$$l/r = \lambda, h/r = k, \varphi = \omega_0 t.$$

Жавоб: $x = r [\sqrt{(\lambda + 1)^2 - k^2} - \sqrt{\lambda^2 - (\sin \varphi + k)^2} - \cos \varphi]$.

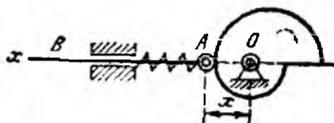
14.15. Кулак O ўқ атрофида текис айланиб, AB стерженьни тенг ўлчовли илгарилама-қайтма ҳаракатга келтиради. Кулакнинг бир марта тўлиқ айланиш вақти 8 с, стерженьнинг шу вақт ичидаги ҳаракати тенгламаси:

$$x = \begin{cases} 30 + 5t, & 0 \leq t \leq 4, \\ 70 - 5t, & 4 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

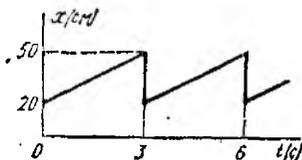
кўринишга эга (x — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида). Кулак контурининг тенгламаси топилсин ва стержень ҳаракатининг графиги чизилсин.

$$\text{Жавоб: } r = \begin{cases} 30 + \frac{20}{\pi} \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \pi, \\ 70 - \frac{20}{\pi} \varphi, & \pi \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

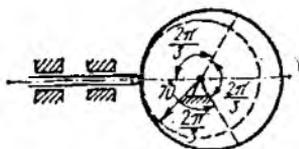
14.16. Агар кулакнинг профили $r = (20 + \frac{15}{\pi} \varphi)$ см, $0 < \varphi < 2\pi$ тенглама билан берилган бўлса, AB стерженьнинг ҳаракат қонуни топилсин ва илгарилама-қайтма ҳаракатнинг графиги ясалсин. Кулак $2\pi/3$ рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади.



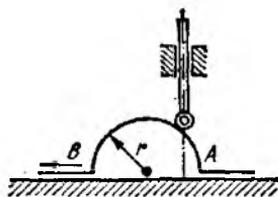
14.16- масалага



14.16- масала жавобига



14.17- масалага



14.18- масалага

Жавоб: Кулакнинг бир марта айланишидаги вақт оралигида (3 с) $x = 20 + 10t$, шундан кейин ҳаракат даврий такрорланади.

14.17. Кулак стерженининг $h = 20$ см тўла йўли бир айланишнинг учдан бирига тўғри келади ва буида стерженнинг силжиши айланиш бурчагига пропорционал бўлиши керак деб ҳисоблаб, кулак контурининг тенгламаси ёзилсин. Кейинги учдан бир айланишда стержень қўзғалмай қолиши ва, ниҳоят, айланишнинг сўнгги учдан бирида биринчи учдан биридаги шартни қондириб, орқага ҳаракат қилиши керак. Кулак марказидан стержень учигача бўлган энг қисқа масофа 70 см. Кулак минутига 20 марта айланади.

Жавоб: Кулакнинг биринчи учдан бир айланишга тўғри келадиган контури $r = \left(\frac{30}{\pi} \varphi + 70\right)$ см дан иборат Архимед спиралидир.

Радиуси $r = 90$ см га тенг айлана, айланишнинг иккинчи учдан бир қисмига тўғри келади. Айланишнинг сўнгги учдан бир қисмида кулак контури $r = \left(90 - \frac{30}{\pi} \varphi\right)$ см тенглама билан ифодаланувчи Архимед спиралидир.

14.18. Бир учи кулакнинг айлана контурига тиралган стерженнинг қанча баландликка пастга тушиши топилсин; кулак контурининг радиуси $r = 30$ см бўлиб, кулак $v = 5$ см/с тезлик билан илгарилама-қайтма ҳаракат қилади. Стерженнинг тушиш вақти $t = 3$ с. Бошланғич пайтда стержень энг юқори ҳолатда бўлган.

Жавоб: $h = 4,020$ см.

14.19. Айлаиб илгарилама ҳаракат қилувчи кулакнинг тезланиши топилсин. Унинг бошланғич тезликсиз текис тезланувчан ҳаракатида стержень энг баланд ҳолатидан 4 с да $h = 4$ см пастга тушади. Кулак доиравий контурининг радиуси $r = 10$ см (14.18-масалага берилган расмга қаралсин).

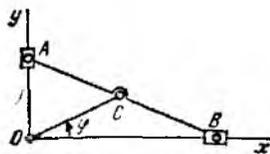
Жавоб: $\omega = 1$ см/с².

ҲАВВА

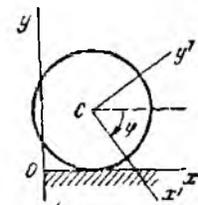
ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ТЕКИС ПАРАЛЛЕЛ ҲАРАКАТИ

15-§. Текис шаклнинг ҳаракат тенгламалари

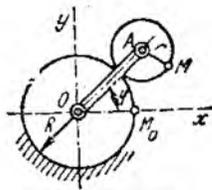
15.1. Эллипсограф линейкаси O ўқ атрофида ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи OC кривошип ёрдамида ҳаракатга келтирилади. B ползунни қутб деб қабул қилиб, эллипсограф линейка-



15.1- масалага



15.2- масалага



15.3- масалага

си текис параллел ҳаракатнинг тенгламаси топилсин; $OC = BC = AC = r$. Бошланғич пайтда AB линейка горизонтал жойлашган.

Жавоб: $x_B = 2r \cos \omega_0 t$; $y_B = 0$; $\varphi_B = \omega_0 t$.

15.2. Радиуси R бўлган ғилдирак горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб сирпаимасдан ғилдирайди. Ғилдирак маркази C нинг тезлиги ўзгармас ва v га тенг. Ғилдирак билан боғланган y' ўқ бошланғич пайтда вертикал бўлиб, қўзғалмас y ўқ шу пайтда ғилдиракнинг C маркази орқали ўтади. Ғилдиракнинг ҳаракат тенгламалари аниқлансин. C нуқта қутб деб олинсин.

Жавоб: $x_C = vt$, $y_C = R$, $\varphi = \frac{v}{R} t$.

15.3. R радиусли қўзғалмас тишли ғилдирак бўйлаб думаловчи r радиусли тишли ғилдирак OA кривошини билан ҳаракатга келтирилади; кривошип қўзғалмас тишли ғилдиракнинг O ўқи атрофида ϵ бурчак тезланиш билан текис тежланувчан айланма ҳаракат қилади. Агар $t = 0$ да кривошипнинг бурчак тезлиги $\omega_0 = 0$ ва бошланғич айланиш бурчаги $\varphi_0 = 0$ бўлса, қўзғалувчан тишли ғилдиракнинг ҳаракат тенгламалари тузилсин; унинг A маркази қутб деб қабул қилинсин.

Жавоб: $x_A = (R + r) \cos \frac{\epsilon_0 t^2}{2}$,

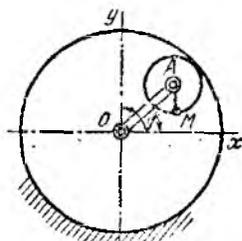
$y_A = (R + r) \sin \frac{\epsilon_0 t^2}{2}$,

$\varphi_1 = \left(\frac{R}{r} + 1 \right) \frac{\epsilon_0 t^2}{2}$.

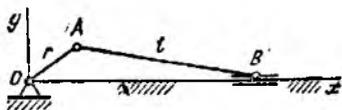
бунда: φ_1 — қўзғалувчан тишли ғилдиракнинг айланиш бурчаги.

15.4. R радиусли қўзғалмас тишли ғилдиракнинг ичида думаловчи r радиусли тишли ғилдирак OA кривошини билан ҳаракатга келтирилади; кривошип қўзғалмас ғилдиракнинг O ўқи атрофида ўзгармас ω_0 бурчак тезлик билан айланади. $t = 0$ бўлганда $\varphi_0 = 0$. A марказни қутб деб қабул қилиб, қўзғалувчан ғилдиракнинг ҳаракат тенгламалари тузилсин.

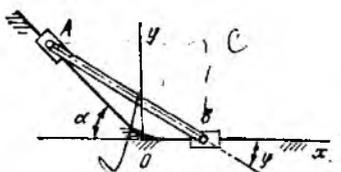
Жавоб: $x_A = (R - r) \cos \omega_0 t$, $y_A = (R - r) \sin \omega_0 t$, $\varphi_1 = - \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \omega_0 t$,



15.4- масалага



15.5-масалага



15.6-масалага

Бунда φ_1 — қўзғалувчан гилдиракнинг айланиш бурчаги; минус ишора гилдиракнинг айланиши кривошип айланишига қарама-қарши томонга бўлишини кўрсатади.

15.5. Агар кривошип бир текис айланса, шатуннинг ҳаракат тенгламалари топилсин; кривошип палесининг ўқидаги A нуқта қутб деб олинсин; r — кривошип узунлиги; l — шатун узунлиги, ω_0 — кривошипнинг бурчак тезлиги. $t = 0$ бўлганда $\alpha = 0$.

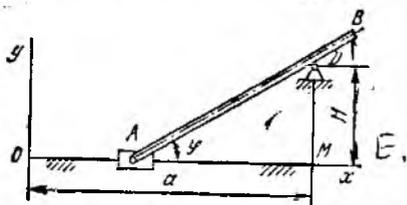
Жавоб: $x = r \cos \omega_0 t$, $y = r \sin \omega_0 t$, $\varphi = -\arcsin\left(\frac{r}{l} \sin \omega_0 t\right)$.

15.6. Тўғри чизиқли йўналтирувчи бўйлаб сирпанувчи A ва B муфтalar l узунликлари AB стержень билан бирлаштирилган. A муфта v_A ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. A муфтани O нуқтадан ҳаракатлана бошлаган деб ҳисоблаб, AB стерженьнинг ҳаракат тенгламалари ёзилсин. Қутб учун A нуқта олинсин. BOA бурчак $\pi - \alpha$ га тенг.

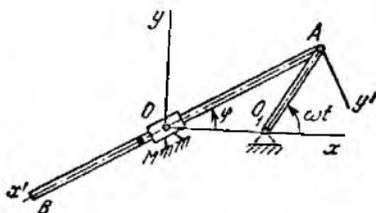
Жавоб: $x_A = -v_A t \cos \alpha$, $y_A = v_A t \sin \alpha$, $\varphi = \arcsin\left(\frac{v_A t}{l} \sin \alpha\right)$.

15.7. AB стерженьнинг A учи v ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқли йўналтирувчида сирпанади ва бунда стержень ҳаракат вақтида D штифтга таянади. Стержень ва унинг B учи ҳаракати тенгламалари ёзилсин. Стержень узунлиги l га тенг; штифт тўғри чизиқли йўналтирувчидан H баландликда ўрнатилган. Ҳаракатнинг бошланишида стерженьнинг A учи қўзғалмас координаталар системи боши O нуқта билан устма-уст тушган; $OM = a$. A нуқтани қутб деб олинсин.

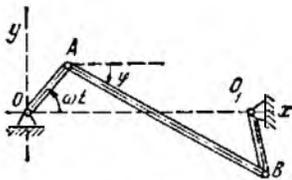
Жавоб: $x_A = vt$, $y_A = 0$, $\varphi = \arctg \frac{H}{a-vt}$; $x_B = vt + l \times$
 $\times \frac{a-vt}{\sqrt{H^2 + (a-vt)^2}}$, $y_B = \frac{Hl}{\sqrt{H^2 + (a-vt)^2}}$.



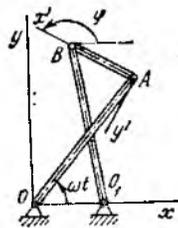
15.7-масалага



15.8-масалага



15.9- масалага



15.10- масалага

15.8. Узунлиги $a/2$ га тенг O_1A кривошип ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Кривошип билан A нуқтада шарнирли бириктирилган AB стержень ҳар доим айланиб тебранувчи O муфта орқали ўтади; буندا $OO_1 = a/2$. AB стерженнинг ҳаракат тенгламалари ва стерженнинг A шарнирдан a масофада бўлган M нуқтасининг траекторияси (қутб ва декарт координаталарида) топилсин. Қутб учун A нуқта олишсин.

Жавоб: 1) $x_A = \frac{a}{2}(1 + \cos \omega t)$,

$y_A = \frac{a}{2} \sin \omega t$, $\varphi = \omega t/2$,

2) $\rho = a(\cos \varphi - 1)$ — кардиоида, $x^2 + y^2 = a(x - \sqrt{x^2 + y^2})$.

15.9. $OABO_1$ антипараллелограммининг OO_1 катта звеносига қўйилган OA кривошипи ω бурчак тезлик билан текис айланади. Агар $OA = O_1B = a$ ва $OO_1 = AB = b$ (бунда $a < b$) бўлса, A нуқтани қутб деб олиб, AB звенонинг ҳаракат тенгламалари тузилсин; бошланғич пайтда OA кривошип OO_1 бўйлаб йўналган.

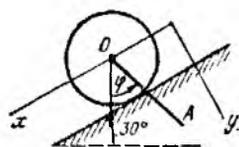
Жавоб: $x_A = a \cos \omega t$, $y_A = a \sin \omega t$, $\varphi = 2 \operatorname{arctg} \frac{a \sin \omega t}{b - a \cos \omega t}$.

15.10. $OABO_1$ антипараллелограммининг OO_1 кичик звеносига қўйилган OA кривошипи ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. $OA = O_1B = a$ ва $OO_1 = AB = b$ ($a > b$) бўлса, A нуқтани қутб деб танлаб, AB звенонинг ҳаракат тенгламалари тузилсин; бошланғич пайтда OA кривошип OO_1 бўйлаб йўналган.

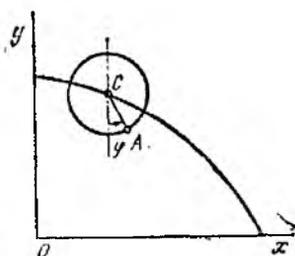
Жавоб: $x_A = a \cos \omega t$, $y_A = a \sin \omega t$,
 $\varphi = 2 \operatorname{arctg} \frac{\cos \omega t - b/a}{\sin \omega t}$.

16-§. Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезликлари. Тезликлар оний маркази

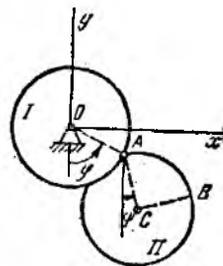
16.1. Ўқни текис шакл исталган нуқтасининг тезлигига перпендикуляр йўналтириб, шу ўқда ётувчи барча нуқталар тезликларининг мазкур ўқдаги проекциялари нолга тенглиги кўрсатилсин.



16.2- масалага



16.3- масалага



16.5- масалага

16.2. Гилдирак горизонтга 30° оған қия текислик бўйлаб думалайди. Гилдирақнинг O маркази $x_0 = 10 t^2$ см қонун билан ҳаракатланади, буида x — қия текисликка параллел йўналган ўқ. Гилдирак O марказига узунлиги 36 см га тенг OA стержень илиб қўйилган; бу стержень O нуқтадан расм текислигига перпендикуляр равишда ўтувчи горизонтал ўқ атрофида $\varphi = (\pi/3) \sin \frac{\pi}{6} t$ рад. қонунга биноан айланиб тебранади. $t = 1$ с пайт учун OA стержень A учининг тезлиги топилсин.

Жавоб: тезлик 2,8 м/с га тенг ва қия текисликка параллел равишда рафта томон йўналган.

16.3. Радиуси $r = 20$ см бўлган дискнинг xy вертикал текисликдаги ҳаракатида унинг C маркази $x_C = 10 t$ м, $y_C = (100 - 4,9 t^2)$ м тенгламаларга асосан ҳаракатланади. Шу билан бирга, диск, ўзининг текислигига перпендикуляр бўлган C горизонтал ўқ атрофида $\omega = \pi/2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. $t = 0$ бўлган пайтда диск гардишидаги A нуқтанин тезлиги аниқлансин. A нуқтанин дискдаги ҳолати вертикалга нисбатан соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда ҳисобланадиган $\varphi = \omega t$ бурчак билан аниқланади.

Жавоб: Тезлик горизонтал бўйлаб ўнг томонга йўналган ва қиймати 10,31 м/с га тенг.

16.4. Олдинги масаланин шартларини сақлаган ҳолда, A нуқтанин $t = 1$ с пайтга мос келувчи тезлиги аниқлансин.

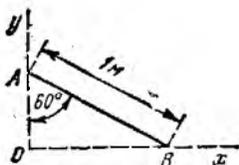
Жавоб: $v_{Ax} = 10$ м/с, $v_{Ay} = -9,49$ м/с, $v_A = 13,8$ м/с.

16.5. Ҳар бирининг радиуси r бўлган иккита бир хил диск A цилиндрик шарнир воситасида бирлантирилган. I диск O қўзғалмас горизонтал ўқ атрофида $\varphi = \varphi(t)$ қонунга биноан айланади. II диск A горизонтал ўқ атрофида $\psi = \psi(t)$ қонунга асосан айланади. O ва A ўқлар расм текислигига перпендикуляр. φ ва ψ бурчаклар вертикалдан соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда ҳисобланади. II диск C марказининг тезлиги топилсин.

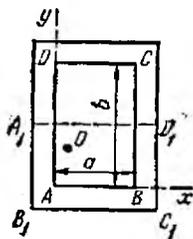
Жавоб: $v_{Cx} = r(\dot{\varphi} \cos \varphi + \dot{\psi} \cos \psi)$,

$v_{Cy} = r(\dot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\psi} \sin \psi)$,

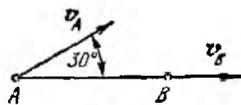
$v_C = r \sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\psi}^2 + 2\dot{\varphi}\dot{\psi} \cos(\varphi - \psi)}$.



16.7- масалага



16.8- масалага



16.9- масалага

16.6. Олдинги масаланинг шартлари сақлангани ҳолда, агар $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ бўлса, II диск B нуқтасининг тезлиги топилсин.

$$\text{Жавоб: } v_{Bx} = r [\dot{\varphi} \cos \varphi + \sqrt{2} \dot{\psi} \cos(45^\circ + \psi)].$$

$$v_{By} = r [\dot{\varphi} \sin \varphi + \sqrt{2} \dot{\psi} \sin(45^\circ + \psi)],$$

$$v_B = r \sqrt{\dot{\varphi}^2 + 2\dot{\psi}^2 + 2\sqrt{2}\dot{\varphi}\dot{\psi} \cos[45^\circ - (\varphi - \psi)]}.$$

16.7. Ҳаракат қилувчи AB стержень доимо ўзининг учлари билан ўзаро тик Ox ва Oy тўғри чизиқларга таяниб ҳаракат қилади. Бурчак $OAB = 60^\circ$ бўлган пайтда тезликлар оний марказининг x ва y координаталари топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = 0,866 \text{ м; } y = 0,5 \text{ м.}$$

16.8. Йиғма столнинг, томонлари a ва b бўлган тўғри тўртбурчак шаклидаги тахтаси O шип ўқи атрофида айлантирилиб, $ABCD$ ҳолатдан $A_1B_1C_1D_1$ ҳолатга келтирилади ва стол кенгайтирилганидан кейин томонлари b ва $2a$ бўлган тўғри тўртбурчак ҳосил қилади. Шип ўқининг AB ва AD томонларига нисбатан ўрни топилсин.

$$\text{Жавоб: } x_0 = \frac{a}{4}, \quad y_0 = \frac{b}{2} - \frac{a}{4}.$$

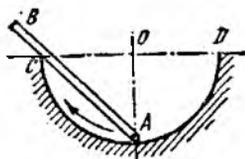
16.9. AB тўғри чизиқ расм текислигида ҳаракатланади. Бир пайтда A нуқтанинг v_A тезлиги 180 см/с га тенг бўлиб, AB тўғри чизиқ билан 30° бурчак ташкил қилади. Шу пайтда B нуқта тезлигининг йўналиши AB тўғри чизиқ йўналиши билан бир хилда бўлади. B нуқтанинг v_B тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v_B = 156 \text{ см/с.}$$

16.10. AB тўғри чизиқ расм текислигида шундай ҳаракатланадики, унинг A учи ҳамма вақт CAD ярим айланада туради, тўғри чизиқнинг ўзи эса ҳаммаша CD диаметрининг қўзғалмас C нуқтасидан ўтади. OA радиус CD га тик бўлган пайтда тўғри чизиқнинг C нуқтага мос келган нуқтасининг v_C тезлиги аниқлансин; A нуқтанинг шу пайтдаги тезлиги 4 м/с га тенг.

$$\text{Жавоб: } v_C = 2,83 \text{ м/с.}$$

16.11. Ҳаракат қилувчи AB стержень расм текислигида ҳаракатланади. v_A тезлик ($v_A = 2 \text{ м/с}$) стержень билан устма-уст тушган x ўқ билан 45° бурчак ҳосил қилади. B нуқтанинг v_B тез-



16.10- масалага



16.11- масалага

лиги x ўқ билан 60° бурчак ҳосил қилади. B нуқта тезлигининг катталиги ва стерженнинг бурчак тезлиги топилсин.

Жавоб: $v_B = 2,82$ м/с, $\omega = 2,06$ рад/с.

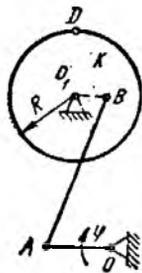
16.12. Чархловчи станок, O ўқ атрофида $\varphi = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{2} t$ рад қонун билан тебранувчи $OA = 24$ см педаль билан ҳаракатга келтирилади (φ бурчак горизонталга нисбатан ҳисобланади). K чарх-тош AB стержень ёрдамида O_1 ўқ атрофида айланади. O ва O_1 ўқлар расм текислигига перпендикуляр. $t = 0$ бўлган пайтда OA ва O_1B звенолар горизонтал ҳолатда жойлашган деб, радиуси $R = 2 BO_1$ га тенг K чархловчи тош гардишидаги D нуқтанинг шу пайтдаги тезлиги топилсин.

Жавоб: $v_D = 39,44$ см/с.

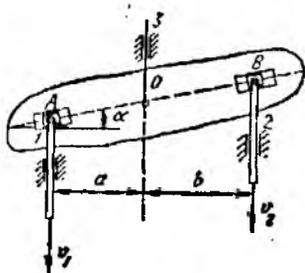
16.13. Расмда ҳаракатларни қўшадиган механизм тасвирланган. Механизм таркибида вертикал йўналтирувчилар ичида ҳаракатланадиган 1 ва 2 стерженлар бор. Бу стерженлар AB коромислога унинг йўналтирувчиларида сирпанадиган цилинрик шарнирлар воситасида бирлаштирилган. Стерженларнинг тезликлари мос равишда v_1 ва v_2 га тенг. AB коромислонинг O маркази билан бирлаштирилган ва вертикал йўналтирувчилар ичида сирпанаётган 3 стерженнинг тезлиги $v = \frac{b}{a+b} v_1 + \frac{a}{a+b} v_2$ га тенг бўлиши исботлансин (бундаги a ва b — расмда кўрсатилган ўлчамлар). Шунингдек, AB коромислонинг бурчак тезлиги ҳам топилсин.

Жавоб: $v_1 > v_2$ бўлганда $\omega = \frac{v_1 - v_2}{a+b} \cos^2 \alpha$.

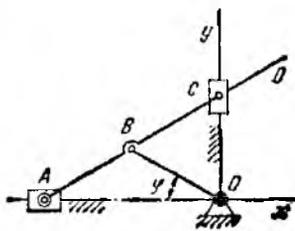
16.14. OB стержень O ўқ атрофида ўзгармас $\omega = 2$ с⁻¹ бурчак тезлик билан айланиб, A нуқтаси Ox горизонтал ўқ бўйлаб, C нуқта



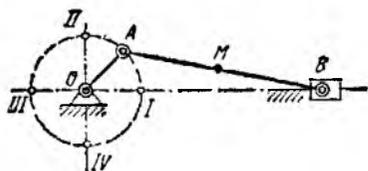
16.12- масалага



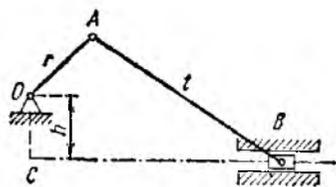
16.13- масалага



16.14- масалага



16.15- масалага



16.16- масалага

таси эса Oy вертикал ўқ бўйлаб ҳаракатланганидан AD стерженни ҳаракатга келтиради; $\varphi = 45^\circ$ бўлганда стержень D нуқтасининг тезлиги аниқлансин ва шу нуқтанинг траекторияси тенгламаси топилсин; $AB = OB = BC = CD = 12$ см.

Жавоб: $v_D = 53,66$ см/с; $\left(\frac{x}{12}\right)^2 + \left(\frac{y}{36}\right)^2 = 1$.

16.15. Кривошип механизмида кривошип узунлиги $OA = 40$ см, шатун узунлиги $AB = 2$ м; кривошип 6л рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади. AOB бурчаги тегишлича: $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ га тенг бўлган ҳоллар учун шатуннинг бурчак тезлиги ω ва шатун ўртасидаги M нуқта тезлигининг қанча бўлиши топилсин.

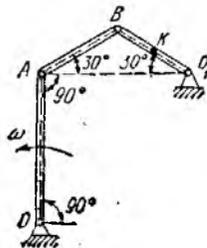
Жавоб: I. $\omega = -\frac{6}{5}\pi$ рад/с; $v_M = 377$ см/с. II. $\omega = 0$; $v_M = 754$ см/с. III. $\omega = \frac{6}{5}\pi$ рад/с; $v_M = 377$ см/с. IV. $\omega = 0$; $v_M = 754$ см/с. ω ифодадаги минус ишора шатуннинг кривошип айланишига қарама-қарши томонга айланишини кўрсатади.

16.16. O вал атрофида $\omega = 1,5$ рад/с бурчак тезлик билан айланивчи кривошипнинг иккита горизонтал ва иккита вертикал ҳолатида марказий бўлмаган кривошип механизми B ползуни тезлигининг қанча бўлиши топилсин; $OA = 40$ см, $AB = 200$ см, $OC = 20$ см.

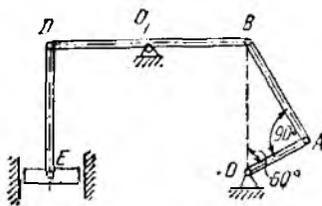
Жавоб: $v_1 = v_3 = 6,03$ см/с, $v_2 = v_4 = 60$ см/с.

16.17. $OABO_1$ тўрт звеноли механизм K нуқтасининг расмда тасвирланган ҳолатидаги тезлиги аниқлансин. Механизмнинг узунлиги 20 см га тенг OA звеноси шу пайтда 2 рад/с бурчак тезликка эга бўлган. K нуқта BO_1 стерженнинг ўртасида жойлашган.

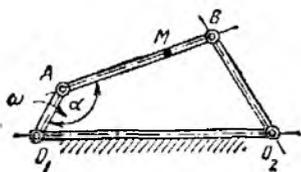
Жавоб: 20 см/с.



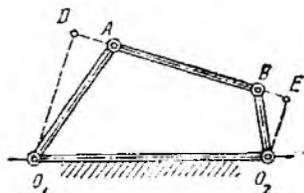
16.17- масалага



16.18- масалага



16.19- масалага



16.20- масалага

16.18. OA кривошип 2 рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади. Агар $OA = 20$ см, $OB = OD$ бўлса, расмда кўрсатилган ҳолат учун насоснинг узатмали механизми E поршенининг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $46,2$ см/с.

16.19. AB стерженга A ва B шарнирлар ёрдамида бириктирилган O_1A ва O_2B стерженлар O_1 ва O_2 ўқлар атрофида айлана олади; бунда улар бир текисликда жойлашиб, шарнирли тўрт звеноли механизми ташкил қилади. Стерженнинг узунлиги $O_1A = a$ ва унинг бурчак тезлиги ω берилган. AB стерженда шундай M нуқта график усул билан топилсинки, унинг тезлиги AB стержень бўйича йўналган бўлсин. Шунингдек, O_1AB бурчак берилган α миқдорга эга бўлган пайтда M нуқта тезлигининг миқдори v топилсин.

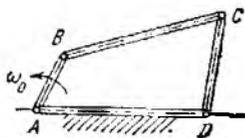
Жавоб: $v = a\omega \sin \alpha$.

16.20. Шарнирли тўрт звеноли механизм OA стерженининг бурчак тезлиги ω_1 га тенг. O_2B стерженининг ω_2 бурчак тезлиги O_1A ва O_2B стерженларнинг айланиш ўқларидан AB шатунгача бўлган энг қисқа масофалар O_1D ва O_2E ҳамда ω_1 орқали ифодалансин.

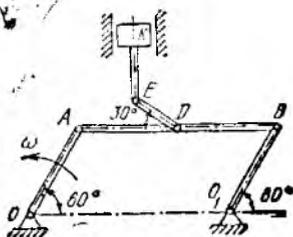
Жавоб: $\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{O_1D}{O_2E}$.

16.21. Шарнирли $ABCD$ тўрт звеноликда етакчи AB кривошип $\omega_0 = 6\pi$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. AB кривошип билан BC стержень бир тўғри чизиқда ётган пайтда CD кривошип ва BC стерженининг оний бурчак тезликлари топилсин; $BC = 3AB$.

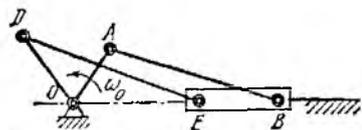
Жавоб: $\omega_{BC} = 2\pi$ рад/с, $\omega_{CD} = 0$.



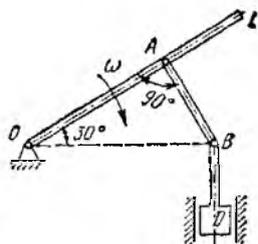
16.21- масалага



16.22- масалага



16.23- масалага



16.24- масалага

16.22. Шарнирли $OABO_1$ параллелограммининг AB стержени ўртасидаги D нуқтага K ползунини илгариллама-қайтма ҳаракатга келтирувчи DE стержень шарнир ёрдамида бириктирилган. Агар $OA = O_1B = 2DE = 20$ см бўлса, механизмнинг расмда тасвирланган ҳолати учун K ползунининг тезлиги ва DE стерженнинг бурчак тезлиги аниқлансин; OA звенонинг берилган пайтдаги бурчак тезлиги 1 рад/с.

Жавоб: $v_K = 40$ см/с, $\omega_{DE} = 3,46$ рад/с.

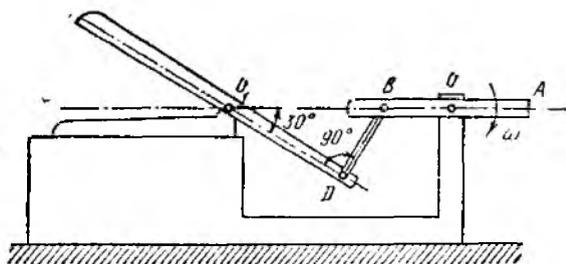
16.23. Жуфтланган кривошип-ползун механизмининг B ва E ползунлари BE стержень билан бириктирилган. OA етакчи кривошип ва OD етакланувчи кривошип расм текислигига тик бўлган умумий қўзғалмас ўқ O атрофида айланади. Оний бурчак тезлиги $\omega_0 = 12$ рад/с бўлган OA етакчи кривошип ползунлар йўналтирувчисига перпендикуляр бўлган пайтда OD етакланувчи кривошип ва DE шатунь оний бурчак тезликларининг қанча бўлиши аниқлансин. Ўлчовлар: $OA = 10$ см, $OD = 12$ см, $AB = 26$ см, $EB = 12$ см; $DE = 12\sqrt{3}$ см.

Жавоб: $\omega_{OD} = 10\sqrt{3}$ рад/с, $\omega_{DE} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$ рад/с.

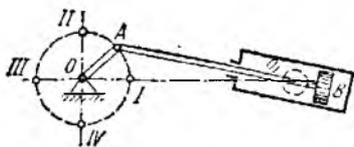
16.24. Гидравлик пресснинг D поршени $OABD$ шарнир-ричаг механизми воситасида ҳаракатга келтирилади. Расмда тасвирланган ҳолатда OL ричаг $\omega = 2$ рад/с бурчак тезликка эга. Агар $OA = 15$ см бўлса, D поршеннинг тезлиги ва AB звенонинг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_D = 34,6$ см/с. $\omega_{AB} = 2$ рад/с.

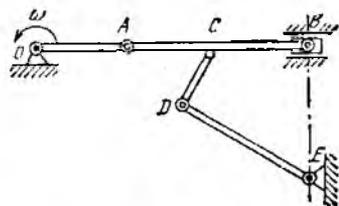
16.25. Металл қирқадиган қайчинининг ҳаракатланувчи L пичоғи $AOBD$ шарнир-ричаг механизми воситасида ҳаракатга келтирилади.



16.25- масалага



16.26- масалага



16.28- масалага

Механизмнинг расмда тасвирланган ҳолати учун AB ричагининг бурчак тезлиги 2 рад/с , $OB = 5 \text{ см}$, $O_1D = 10 \text{ см}$ бўлса, D шарнирнинг тезлиги ва BD звенонинг бурчак тезлиги топилсин.

Жавоб: $v_D = 8,65 \text{ см/с}$, $\omega_{BD} = 0,87 \text{ рад/с}$.

16.26. Тебранувчи цилиндрли машинада кривошип узунлиги $OA = 12 \text{ см}$, валнинг ўқи билан цилиндр қапфалари ўқи орасидаги масофа $OO_1 = 60 \text{ см}$, шатуи узунлиги $AB = 60 \text{ см}$. Агар кривошипнинг бурчак тезлиги $\omega = 5 \text{ рад/с} = \text{const}$ бўлса, кривошипнинг расмда кўрсатилган тўрт ҳолати учун поршеньнинг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_I = 15 \text{ см/с}$, $v_{II} = 10 \text{ см/с}$, $v_{III} = v_{IV} = 58,88 \text{ см/с}$.

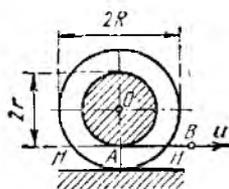
16.27. Тебранувчи цилиндрли машинадаги кривошипнинг узунлиги $OA = 15 \text{ см}$; кривошипнинг бурчак тезлиги $\omega_0 = 15 \text{ рад/с} = \text{const}$. Кривошип шатунга тик бўлган пайтда поршень тезлиги ва цилиндрнинг бурчак тезлиги топилсин (16.26-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $v = 225 \text{ см/с}$, $\omega = 0$.

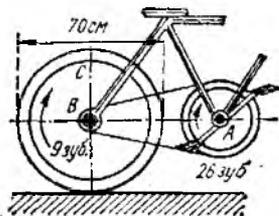
16.28. Кривошип механизми шатуннинг ўртасидаги C нуқтада CD стержень билан шарнир ёрдамида боғланган; CD стержень эса E нуқта атрофида айлана оладиган DE стерженьга D шарнир воситасида боғланган. Агар B ва E нуқталар бир вертикалда жойлашган бўлса, кривошип механизмининг расмда кўрсатилган ҳолатида DE стержень бурчак тезлиги аниқлансин; OA кривошипнинг бурчак тезлиги $\omega = 8 \text{ рад/с}$, $OA = 25 \text{ см}$, $DE = 100 \text{ см}$, $\angle CDE = 90^\circ$ ва $\angle BED = 30^\circ$.

Жавоб: $\omega_{DE} = 0,5 \text{ рад/с}$.

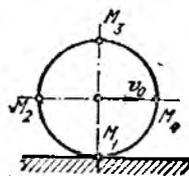
16.29. R радиусли галтак HH горизонтал текислик бўйлаб сирпанмай думалайди. Галтакнинг r радиусли цилиндр шаклидаги ўрта қисмига ил ўралган; бунда илнинг B учи горизонтал йўналишда u



16.29- масалага



16.30- масалага



16.31- масалага

тезлик билан ҳаракат қилади. Ғалтак ўқи силжинининг тезлиги v аниқлансин.

Жавоб: $v = u \frac{R}{R - r}$.

16.30. Велосипеднинг занжирли узатмаси 26 тишли A ғилдирак билан 9 тишли B шестерняни ўраб турадиган занжирдан иборат. B шестерня диаметри 70 см га тенг бўлган C орқа ғилдиракка маҳкам бириктирилган. A ғилдирак секундига бир марта айланганида, C ғилдирак эса тўғри чизиқли йўлда сирпанмай думалаганда велосипед тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: 22,87 км/соат.

16.31. $R = 0,5$ м радиусли ғилдирак тўғри чизиқли йўл участкасида сирпанмай ғилдирайди; ғилдирак марказининг тезлиги ўзгармас бўлиб, $v_0 = 10$ м/с га тенг. Ғилдиракнинг вертикал ва горизонтал диаметрларининг учлари бўлиш M_1, M_2, M_3 ва M_4 нуқталарининг тезликлари, шунингдек, ғилдиракнинг бурчак тезлиги аниқлансин.

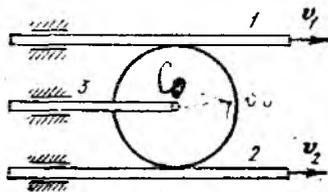
Жавоб: $v_1 = 0, v_2 = 14,14$ м/с, $v_3 = 20$ м/с, $v_4 = 14,14$ м/с, $\omega = 20$ рад/с.

16.32. Расмда ҳаракатларни қўшадиган механизм тасвирланган. Ўзаро параллел иккита 1-ва 2-рейкалар v_1 ва v_2 ўзгармас тезликлар билан бир томонга ҳаракатланишади. Рейкалар орасига r радиусли, рейкалар бўйлаб сирпанмай думалайдиган диск қисилган. Дискнинг C ўқига маҳкамланган 3 рейканинг тезлиги 1 ва 2 рейкалар тезликлари йиғиндисининг ярмига тенглиги кўрсатилсин. Шунингдек, дискнинг бурчак тезлиги топилсин.

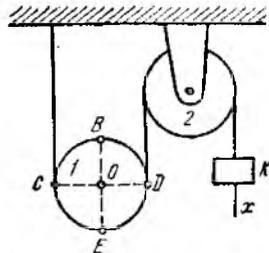
Жавоб: $\omega = \frac{v_1 - v_2}{2r}$.

16.33. 1 қўзғалувчи ва 2 қўзғалмас блоклар чўзилмайдиган ип билан боғланган. Ипнинг учига бириктирилган K юк $x = 2t^2$ м қонун билан вертикал бўйлаб пастга тушади. $t = 1$ с бўлган пайтда расмда тасвирланган ҳолат учун ҳаракатланувчи блок гардишида ётувчи C, D, B ва E нуқталарининг тезликлари топилсин; қўзғалувчи 1 блок радиуси 0, 2 м га тенг, $CD \perp BE$. Шунингдек, 1 блокнинг бурчак тезлигини ҳам тоининг.

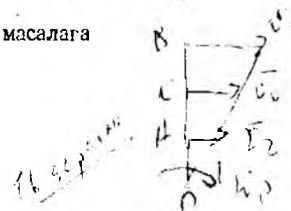
Жавоб: $v_C = 0, v_D = 2$ м/с, $v_B = v_E = 2\sqrt{2}$ м/с, $\omega = 10$ рад/с.

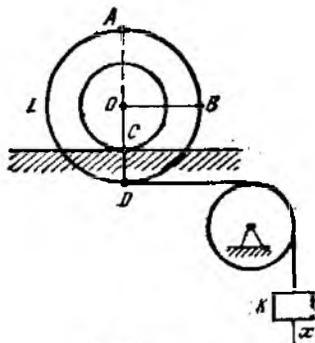


16.32- масалага



16.33- масалага





16.34- масалага

16.34. Чўзилмайдиган ип билан L ғалтакка боғланган K юк $x=t^2$ м қонунга асосан вертикал равишда пастга тушади. Бунда L ғалтак қўзғалмас горизонтал темир из бўйлаб сирғалмай думалайди. Агар расмда тасвирланган ҳолатда $AD \perp \perp OE$, $OD = 2 \cdot OC = 0,2$ м бўлса, $t = 1$ с пайт учун ғалтакдаги C , A , B , O ва E нуқталарнинг тезликлари, шушунгдек, ғалтакнинг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_C = 0$, $v_A = 6$ м/с, $v_B = 4$ м/с, $v_D = 2$ м/с, $v_E = 4,46$ м/с, $\omega = 20$ рад/с.

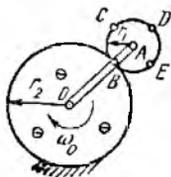
16.35. OA кривошип радиуси $r_2 = 15$ см бўлган қўзғалмас ғилдиракнинг O ўқи атрофида $\omega_0 = 2,5$ рад/с бурчак тезлик билан айланиб, кривошипнинг A учига ўрнатилган ва радиуси $r_1 = 5$ см бўлган ғилдиракчани ҳаракатга келтиради. $CE \perp BD$ деб, қўзғалувчан ғилдиракчадаги A , B , C , D ва E нуқталар тезликларининг миқдорлари ва йўналишлари аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 50$ см/с, $v_B = 0$, $v_D = 100$ см/с,
 $v_C = v_E = 70,7$ см/с.

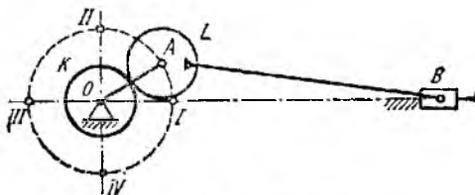
16.36. O ўққа диаметри 20 см бўлган K тишли ғилдирак ва узунлиги 20 см бўлган OA кривошип ўрнатилган; ғилдирак билан кривошип бир-бирига боғланмаган. AB шатун билан L тишли ғилдирак маҳкам қилиб бириктирилган; L ғилдиракнинг диаметри ҳам 20 см; шатун узунлиги $AB = 1$ м. K ғилдирак 2π рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади ва L ғилдиракнинг тишларини илиб, AB шатун ва OA кривошипни ҳаракатга келтиради. OA кривошипнинг тўртта — иккита горизонтал ва иккита вертикал ҳолатлари учун унинг бурчак тезлиги ω_1 аниқлансин.

Жавоб: I. $\omega_1 = \frac{10}{11}\pi$ рад/с, II. $\omega_1 = \pi$ рад/с, III. $\omega_1 = \frac{10}{9}\pi$ рад/с, IV. $\omega_1 = \pi$ рад/с.

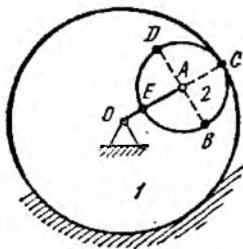
16.37. Узунлиги 20 см га тенг OA кривошип расм текислигига перпендикуляр бўлган қўзғалмас O ўқ атрофида 2 рад/с бурчак тезлик билан айланади. Унинг A учига радиуси 10 см бўлиб, кривошип билан умумий ўққа эга бўлган, қўзғалмас I- тишли ғилдиракка



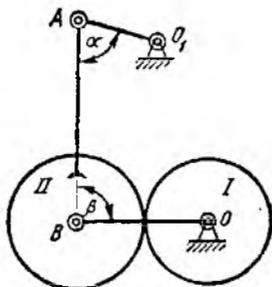
16.35- масалага



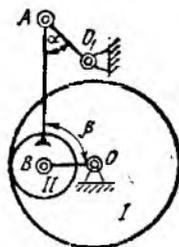
16.36- масалага



16.37- масалага



16.38- масалага



16.39- масалага

ичкари томондан илашган 2- тишли ғилдирак ўрнатилган. $BD \perp OC$ бўлса, 2- тишли ғилдирак гардишидаги B, C, D ва E нуқталарнинг тезликлари аниқлансин.

Жавоб: $v_C = 0, v_B = v_D = 40\sqrt{2}$ см/с, $v_E = 80$ см/с.

16.38. Уатт механизми таркибига O_1A коромисло киради; у O ўқ атрофида тебраниб, ҳаракатни AB шатун ёрдами билан OB кривошипга узатади; кривошип O ўққа эркин ўрнатилган. Худди шу O ўққа I ғилдирак ўтказилган; AB шатуннинг учига маҳкам қилиб II ғилдирак ўрнатилган. Агар $r_1 = r_2 = 30\sqrt{3}$ см, $O_1A = 75$ см, $AB = 150$ см ва коромислонинг бурчак тезлиги $\omega_0 = 6$ рад/с бўлса, $\alpha = 60^\circ, \beta = 90^\circ$ ҳолат учун OB кривошип ва I ғилдиракнинг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{OB} = 3,75$ рад/с, $\omega_I = 6$ рад/с.

16.39. Планетар механизм AB шатун, OB коромисло ва радиуси $r_1 = 25$ см бўлган I тишли ғилдиракни ҳаракатга келтирувчи O_1A кривошипдан иборат; AB шатуннинг учига радиуси $r_2 = 10$ см бўлган II тишли ғилдирак маҳкам қилиб ўрнатилган. Агар $O_1A = 30\sqrt{2}$ см, $AB = 150$ см, OB коромислонинг бурчак тезлиги $\omega = 8$ рад/с бўлса, $\alpha = 45^\circ, \beta = 90^\circ$ ҳолат учун O_1A кривошип ва I ғилдиракнинг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{O_1A} = 4$ рад/с, $\omega_I = 5,12$ рад/с.

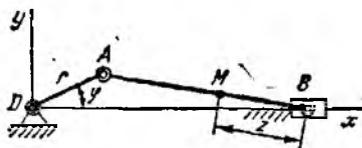
16.40. Тебранувчи цилиндрли машинадаги OA кривошипнинг узунлиги r га, OO_1 оралиқ эса a га тенг. Кривошип ўзгармас ω_0 бурчак тезлик билан айланади. AB шатуннинг ω_2 бурчак тезлиги кривошипнинг айланиш бурчаги φ функцияси сифатида аниқлансин, ω_1 бурчак тезлигининг энг катта ва энг кичик қийматлари ҳамда φ_1 бурчакнинг қандай қийматида $\omega_1 = 0$ бўлиши топилсин. (16.26- масалага берилган расмга қаралсин.)

Жавоб: $\omega_1 = \frac{\omega_0 r (a \cos \varphi - r)}{a^2 + r^2 - 2ar \cos \varphi}; \varphi = 0$

бўлганда $\omega_1 \max = \omega_0 r / (a - r);$

$\varphi = \pi$ да $\omega_1 \min = \omega_0 r / (a + r),$

$\varphi = \arccos \frac{r}{a}$ да $\omega_1 = 0.$



16.41-масалага

16.41. Кривошип механизми AB шатунидаги ихтиёрый M нуқта тезлигининг координата ўқларидаги проекциялари тақрибан топилсин; вал ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; кривошип узунлиги l шатун узунлиги r га nisbatan кичик деб

фараз қилинсин. M нуқтанинг ҳолати ундан палец ўқиғача бўлган $MB = z$ масофа билан аниқланади.

Изоҳ: Масалани ечишда ҳосил қилинадиган формулаларга $\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin \varphi\right)^2}$ киради, бунда $\varphi = \omega t$ AOB бурчакни билдиради. Бу ифодани қаторга ёйиб, фақат биринчи икки ҳадларни сақлаб қоламиз.

Жавоб: $v_x = -\omega \left[r \sin \varphi + \frac{(l-z)r^2}{2l^2} \sin 2\varphi \right]$, $v_y = \frac{zr}{l} \omega \cos \varphi$.

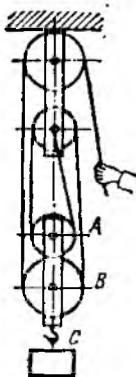
17-§. Қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалар

17.1. 16.7-масалада кўрсатилган AB стерженнинг ҳаракати учун центроидалар топилсин.

Жавоб: Қўзғалувчи центроида — радиуси 0,5 м, маркази AB нинг ўртасида бўлган айлана; қўзғалмас центроида радиуси 1 м, маркази O нуқтада бўлган айлана.

17.2. C сўйма илгарилама ҳаракат қилади деб фараз қилиб, полиспастдаги A ва B блокларнинг қўзғалувчи ва қўзғалмас центроидалари аниқлансин. Блокларнинг радиуслари тегишлича r_A ва r_B га тенг.

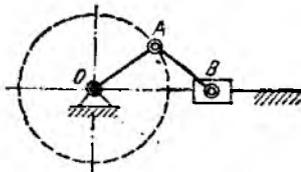
Жавоб: Қўзғалувчи центроидалар: A блокнинг центроидаси — r_A радиусли айлана, B блокнинг центроидаси — радиуси $\frac{1}{3} r_B$ бўлган айлана; қўзғалмас центроидалар қўзғалувчи центроидаларга уларнинг ўнг томонидан ўтказилган вертикал уринмалардан иборат.



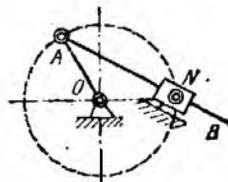
17.2-масалага

17.3. AB шатунининг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалари геометрик усулда топилсин; шатунининг узунлиги кривошип узунлигига тенг: $AB = OA = r$.

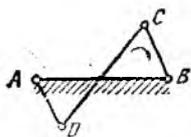
Жавоб: Қўзғалмас центроида — $2r$ радиусли айлана, унинг маркази O нуқтада; қўзғалувчи центроида эса — r радиусли айлана, унинг маркази кривошип палецининг A нуқтасида.



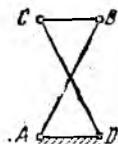
17.3-масалага



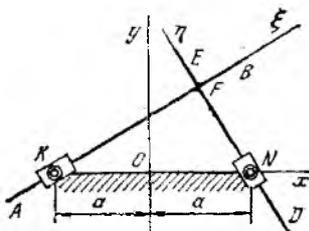
17.4-масалага



17.5- масалага



17.6- масалага



17.7- масалага

17.4. AB стержень шундай ҳаракат қиладики, унинг битта A нуқтаси, маркази O нуқтада бўлган r радиусли айлана чизади. Стерженьнинг ўзи эса доим ўша айланада ётувчи N нуқтадан ўтади. Унинг центроидалари топилин.

Жавоб: Қўзғалмас центроида — r радиусли айлана, унинг маркази O нуқтада; қўзғалувчи центроида $2r$ радиусли, маркази A нуқтада бўлган айлана.

17.5. Антипараллелограмм CD звеносининг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалари топилин; CD звено қўзғалмайдиган қилиб олинган катта AB звенога бириктирилган; $AB = CD = b$, $AD = BC = a$ ва $a < b$.

Жавоб: Қўзғалмас центроида — фокуслари A ва B нуқталарда бўлган гипербола, қўзғалувчи центроида эса фокуслари C ва D нуқталарда бўлган худди шундай гипербола. Гиперболаларнинг ҳақиқий ярим ўқлари $a/2$ га тенг.

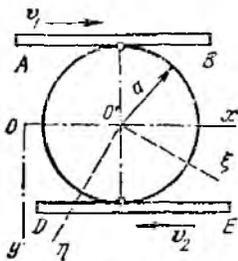
17.6. Антипараллелограмм BC звеносининг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалари топилин; BC звено қўзғалмайдиган қилиб олинган AD кичик звенога бириктирилган: $AB = CD = b$, $AD = CB = a$ ва $a < b$.

Жавоб: Қўзғалмас центроида — фокуслари A ва D нуқталарда бўлган ҳамда $b/2$ ва $\frac{1}{2} \sqrt{b^2 - a^2}$ ярим ўқли эллипс. Қўзғалувчи центроида — худди шуидай эллипс, лекин фокуслари B ва C нуқталарда.

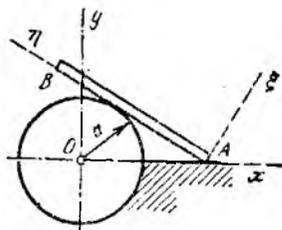
17.7. F нуқтада тўғри бурчак остида маҳкам қилиб бириктирилган иккита AB ва DE стержень шундай ҳаракат қиладики, улардан бири — AB ҳамма вақт қўзғалмас K нуқта орқали, иккинчиси — DE эса қўзғалмас N нуқта орқали ўтади; KN оралиқ $2a$ га тенг. Шу ҳаракатда центроидаларининг тенгламалари топилин; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

Жавоб: $x_C^2 + y_C^2 = a^2$, $\xi_C^2 + \eta_C^2 = 4a^2$.

17.8. Иккита AB ва DE ўзаро параллел рейкалар қарама-қарши томонларга ўзгармас v_1 ва v_2 тезликлар билан ҳаракат қилади. Рейкалар орасида a радиусли диск туради; рейкаларнинг ҳаракати ва ишқаланиш натижасида диск рейкалар бўйлаб сирғаймай ғилдирайди. Диск центроидаларининг тенгламаси топилин, шунингдек диск O' марказининг тезлиги $v_{O'}$, дискнинг бурчак тезлиги ω аниқлансин; координата ўқлари расмда кўрсатилган.



17.8- масалага



17.9- масалага

Жавоб: 1) $y_C = a \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}$, $\xi_C^2 + \eta_C^2 = a^2 \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \right)^2$;

2) диск марказининг тезлиги берилган тезликларнинг каттаси йўналишида; v_0 нинг миқдори берилган тезликлар миқдорлари айирмасининг ярмига тенг;

3) $\omega = \frac{v_1 + v_2}{2a}$.

17.9. AB стерженнинг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроналари тенгламалари топилсин; стержень a радиусли айланга таяниб, A учи билан Ox тўғри чизик бўйлаб сирғанади, бу тўғри чизик ўша айлана марказидан ўтади; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

Жавоб: $x_C^2 (x_C^2 - a^2) - a^2 y_C^2 = 0$,

$\eta_C^2 = a \xi_C$.

17.10. Кривошипли механизм AB шатунининг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроналарининг тахминий тенгламалари топилсин; шатун узунлиги $AB = l$ кривошип узунлиги $OA = r$ га нисбатан шунча каттаки, $\angle ABO = \alpha$ бурчак учун $\sin \alpha = \alpha$ ва $\cos \alpha = 1$ деб қабул қилиш мумкин; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

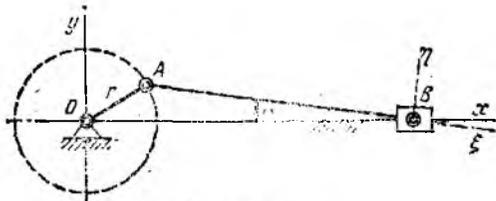
Жавоб: $(x_C - l)^2 (x_C^2 + y_C^2) = r^2 x_C^2$,

$l^2 (\xi_C^2 + \eta_C^2) = r^2 \eta_C^4$.

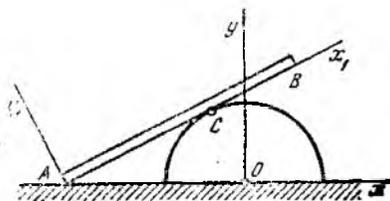
17.11. AB стерженнинг A нуқтаси горизонтал тўғри чизик бўйлаб сирғанади ва оралиқ C нуқтаси билан r радиусли доирага тегаб туради. Стерженнинг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроналари аниқлансин.

Жавоб: Қўзғалмас центрона — учи доира марказида бўлган xOy координата системасида $y^2 r^2 = x^4 - x^2 r^2$ тенглама кўринишида.

Қўзғалувчи центрона — x_1Ay_1 координата системасидаги $x_1^2 = ry_1$ парабола.



17.10- масалага



17.11- масалага

18- §. Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезланиш-
лари. Тезланишлар оний маркази

18.1. Гилдирак горизонт билан 30° бурчак ҳосил қилувчи қия текислик бўйлаб думалайди (16.2- масалага берилган расмга қаранг). Гилдиракнинг O маркази $x_0 = 10 t^2$ см қонун билан ҳаракатланади, бунда x — қия текисликка параллел йўналган ўқ. Гилдиракнинг O марказига расм текислигига тик бўлган O горизонтал ўқ атрофида $\varphi = \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6} t$ рад қонунга асосан тебранувчи $OA = 36$ см стержень илиб қўйилган. $t = 1$ с пайтда OA стержень A учининг тезланиши топилсин.

Жавоб: $\omega_{Ax} = 25,2$ см/с², $\omega_{Ay} = -8,25$ см/с², $\omega_A = 26,4$ см/с².

18.2. Радиуси $r = 20$ см бўлган дискнинг вертикал xy текисликдаги ҳаракатида унинг C маркази $x_C = 10 t$ м, $y_C = (100 - 4,9t^2)$ м қонунга асосан ҳаракатланади. Шу билан бирга диск, ўзининг текислигига перпендикуляр бўлган C горизонтал ўқ атрофида $\omega = \pi/2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлиги билан айланади (16.3- масалага берилган расмга қаранг). Диск гардишида ётувчи A нуқтанинг $t = 0$ пайтдаги тезланиши аниқлансин. Дискдаги A нуқта ҳолати вертикалга нисбатан соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда ҳисобланувчи $\varphi = \omega t$ бурчак билан аниқланади.

Жавоб: Тезланиш вертикал бўйлаб пастга томон йўналган ва қиймати $9,31$ м/с² га тенг.

18.3. Олдинги масала шартларини сақлаган ҳолда $t = 1$ с пайт учун A нуқтанинг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{Ax} = -0,49$ м/с², $\omega_{Ay} = -9,8$ м/с², $\omega_A = 9,81$ м/с².

18.4. Ҳар бирининг радиуси r бўлган иккита бир хил дисклар A шарнир билан бириктирилган. I диск қўзғалмас горизонтал O ўқ атрофида $\varphi = \varphi(t)$ қонун билан айланади. II диск горизонтал A ўқ атрофида $\psi = \psi(t)$ тенгламага биноан айланади. O ва A ўқлар расм текислигига перпендикуляр. φ ва ψ бурчаклар вертикалга нисбатан соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда ҳисобланади (16.5- масалага берилган расмга қаранг). II диск C марказининг тезланиши топилсин.

Жавоб: $\omega_C = \sqrt{\omega_{Cx}^2 + \omega_{Cy}^2}$, бунда

$$\omega_{Cx} = r(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + \ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi),$$

$$\omega_{Cy} = r(\dot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi).$$

18.5. Олдинги масаланинг шартларини сақлаган ҳолда, $\angle ACB = \pi/2$ ҳол учун II диск B нуқтасининг тезланиши топилсин.

Жавоб: $\omega_B = \sqrt{\omega_{Bx}^2 + \omega_{By}^2}$, бунда

$$\omega_{Bx} = r[\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + \sqrt{2} \ddot{\psi} \cos(45^\circ + \psi) - \sqrt{2} \dot{\psi}^2 \sin(45^\circ + \psi)],$$

$$\omega_{By} = r[\dot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \sqrt{2} \dot{\psi} \sin(45^\circ + \psi) + \sqrt{2} \dot{\psi}^2 \cos(45^\circ + \psi)].$$

18.6. Эллипсограф линейкаси B учи билан Ox ўқ бўйлаб, A учи билан Oy ўқ бўйлаб сирғанади; $AB = 20$ см (15.1- масалага берилган расмга қаралсин). Линейканинг Ox ўққа нисбатан оғиш бурчаги $\varphi = 30^\circ$ бўлганда, B нуқта тезлик ва тезланишларининг x ўқдаги проекциялари $v_{Bx} = -20$ см/с, $\omega_{Bx} = -10$ см/с² бўлган. Шу вақтда A нуқта тезлиги билан тезланишининг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v_{Ay} = 34,64$ см/с, $\omega_{Ay} = -142,68$ см/с².

18.7. Тўғри чизикли йўналтирувчилар бўйлаб сирпанувчи A ва B муфтalar l узунликдаги AB стержень билан бирлаштирилган. A муфта v_A доимий тезлик билан ҳаракатланади (15.6- масалага берилган расмга қаранг). AB стержень OB тўғри чизик билан берилган φ бурчак ҳосил қилган пайтда B муфтанинг тезланиши ва AB стерженнинг бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_B = \frac{v_A^2 \sin^2 \alpha}{l \cos^3 \varphi}$, $\epsilon_{AB} = \frac{v_A^2 \sin^2 \alpha}{l^2 \cos^3 \varphi} \sin \varphi$.

18.8. OA кривошипнинг иккита горизонтал ва битта вертикал ҳолатларида 16.41- масалага берилган расмда тасвирланган кривошип-ползун механизми B ползунининг тезланиши ва AB шатун учун тезланишлар оний маркази K топиладин; кривошип O вал атрофида $\omega_0 = 15$ рад/с доимий бурчак тезлик билан айланади. Кривошипнинг узунлиги $OA = 40$ см, шатуннинг узунлиги $AB = 200$ см.

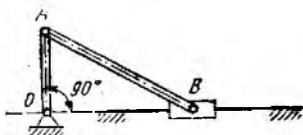
Жавоб: $\varphi = 0$ ва $\varphi = 180^\circ$ бўлганда тезланишлар оний маркази K ползун йўналтирувчисининг ўқида ётади.

1) $\varphi = 0$, $\omega_B = 108$ м/с², $BK = 12$ м;

2) $\varphi = 90^\circ$, $\omega_B = 18,37$ м/с², $BK = 40$ см, $AK = 196$ см;

3) $\varphi = 180^\circ$, $\omega_B = 72$ м/с², $BK = 8$ м.

18.9. Кривошип-ползунли механизмда AB шатуннинг узунлиги OA кривошип узунлигидан икки марта ортиқ. OA кривошип бир текис айланади. Кривошип ползун йўналтирувчисига тик бўлган пайтда AB шатунда тезланиши шу шатун бўйлаб йўналган нуқтанинг ҳолати аниқлансин.



18.9- масалага

Жавоб: B ползундан ҳисоблаганда шатун узунлигининг чорак қисмига тенг масофада.

18.10. Гидравлик прессиинг D поршени $OABD$ шарнир—ричагли механизм воситасида ҳаракатга келтирилади. Механизмнинг 16.24- масалага берилган расмда тасвирланган ҳолатида OL ричаг $\omega = 2$ рад/с бурчак тезликка, $\epsilon = 4$ рад/с² бурчак тезланишга эга ва $OA = 15$ см. D поршенининг тезланиши ва AB звенонинг бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_D = 29,4$ см/с², $\epsilon_{AB} = 5,2$ рад/с².

18.11. Узунлиги 20 см бўлган OA кривошип $\omega_0 = 10$ рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади ва 100 см узунликдаги AB шатунни ҳаракатга келтиради. B ползун вертикал бўйлаб ҳаракат қилади. Кривошип ва шатун ўзаро тик ва горизонтал ўқ билан

$\alpha = 45^\circ$ ҳамда $\beta = 45^\circ$ бурчаклар ташкил қилган пайтда шатунинг бурчак тезлиги, бурчак тезланиши, шунингдек, B ползунинг тезланиши топилсин.

Жавоб: $\omega = 2$ рад/с, $\varepsilon = 16$ рад/с², $w_B = 565,6$ см/с².

18.12. Марказий бўлмаган кривошипли механизмда OA кривошип O ўқ атрофида ω_0 доимий бурчак тезлик билан айланади. Кривошипнинг ўнг горизонтал ва юқориги вертикал ҳолатларида шатунинг бурчак тезлиги, бурчак тезланиши, шунингдек, B ползунинг тезлиги ва тезланиши аниқлансин: $OA = r$, $AB = l$ кривошипнинг O ўқидан ползун ҳаракат қилувчи чизиқчага бўлган OC масофа h га тенг (16.6-масалага берилган расмга қаралсин).

$$\text{Жавоб: 1) } \omega = \frac{r\omega_0}{\sqrt{l^2 - h^2}}, \quad \varepsilon = \frac{hr^2\omega_0^2}{(l^2 - h^2)^{3/2}}, \quad v_B = \frac{hr\omega_0}{\sqrt{l^2 - h^2}},$$

$$w_B = r\omega_0^2 \left[1 + \frac{rl^2}{(l^2 - h^2)^{3/2}} \right];$$

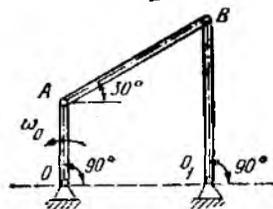
$$\text{2) } \omega = 0, \quad \varepsilon = \frac{r\omega_0^2}{\sqrt{l^2 - (r+h)^2}}, \quad v_B = r\omega_0, \quad w_B = \frac{r(r+h)\omega_0^2}{\sqrt{l^2 - (r+h)^2}}.$$

18.13. $OABO_1$ шарнирли тўрт звенолининг OA стержени ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар $AB = 2OA = 2a$ бўлса, расмда тасвирланган ҳолат учун AB стерженнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, B шарнирнинг тезланиши аниқлансин.

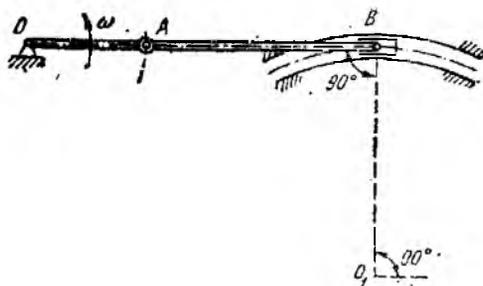
$$\text{Жавоб: } \omega = 0, \quad \varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{6} \omega_0^2, \quad w_B = \frac{\sqrt{3}}{3} a \omega_0^2.$$

18.14. Металл қирқувчи қайчининг L ҳаракатланувчи пичоғи $AOBD$ шарнир-ричагли механизм билан ҳаракатга келтирилади. Механизмнинг 16.25-масалага берилган расмда тасвирланган ҳолатида AB ричагнинг бурчак тезлиги 2 рад/с га, бурчак тезланиши 4 рад/с² га тенг ва $OB = 5$ см, $O_1D = 10$ см. D шарнирнинг тезланиши ва BD звенонинг бурчак тезланиши топилсин.

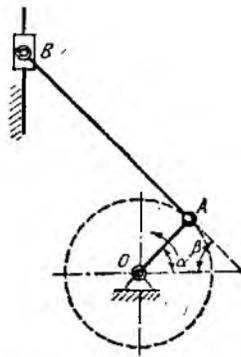
Жавоб: $w_D = 32,4$ см/с², $\varepsilon_{BD} = 2,56$ рад/с².



18.13-масалага



18.15-масалага



18.11-масалага

18.15. OAB кривошип-ползушли механизмнинг B ползуни ёй кўринишдаги йўналитувчида ҳаракатланади. Агар $OA = 10$ см, $AB = 20$ см бўлса, расмда тасвирланган ҳолат учун B ползуннинг уриңма ва нормал тезланишлари аниқлансин. Кривошип шу онда $\omega = 1$ рад/с бурчак тезлик, $\epsilon = 0$ бурчак тезланиш билан айланади.

Жавоб: $\omega_{B\tau} = 15$ см/с², $\omega_{Bn} = 0$.

18.16. Олдинги масалада кўрилган механизмнинг расмда тасвирланган ҳолати учун OA кривошип бурчак тезланиши 2 рад/с² га тенг бўлганида, AB шатуннинг бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: 1 рад/с².

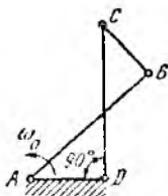
18.17. Чархловчи станок O ўқ атрофида $\varphi = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{2} t$ рад (φ бурчак горизонталдан ҳисобланади) қонун билан тебранувчи $OA = 24$ см педаль билан ҳаракатга келтирилади. K чархловчи тош O_1 ўқ атрофида AB стержень ёрдамида айлантрилади. O ва O_1 ўқлар расм текислигига перпендикуляр (16.12- масалага берилган расмга қаранг). $O_1B = 12$ см деб, K чархловчи тош B нуқтасининг $t = 0$ пайтдаги тезланиши топилсин. Шу пайтда OA ва O_1B звенолар горизонтал ўрнашган бўлиб, $\angle OAB = 60^\circ$.

Жавоб: $\omega_B = 42,9$ см/с².

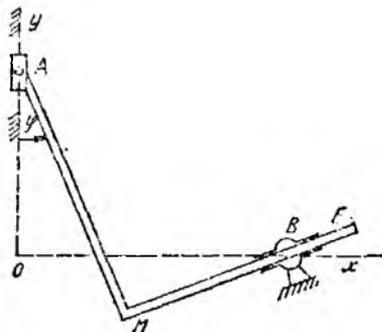
18.18. Антипараллелограмм узунлиги бир хилда 40 см дан бўлган иккита AB ва CD кривошип ва уларга шарнирлар билан бириктирилган BC стержендан иборат; BC стерженнинг узунлиги 20 см га тенг. Қўзғалмас A ва D ўқлар орасидаги масофа 20 см га тенг. AB кривошип ω_0 донмий бурчак тезлик билан айланади. ADC бурчак 90° га тенг бўлган пайтда BC стержень бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{BC} = \frac{8}{3} \omega_0$; айланиш секинланувчан, $\epsilon_{BC} = \frac{20}{9} \omega_0^2$.

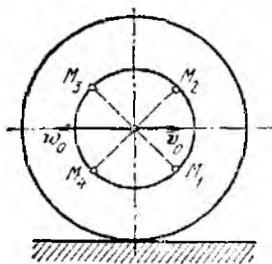
18.19. O_1 цапфаларда ётган тебранувчи цилиндрли машинада кривошипнинг узунлиги $OA = 12$ см, шатуннинг узунлиги $AB = 60$ см; вал ўқи билан цилиндр цапфаларининг ўқи орасидаги масофа $OO_1 = 60$ см. 1) Кривошип билан шатун бир-бирига тик бўлган ва 2) қўриғини III ҳолатни эгаллаган пайтда B поршеннинг тезланиши ва унинг траекториясининг эгрилик радиуси аниқлансин; кривошип



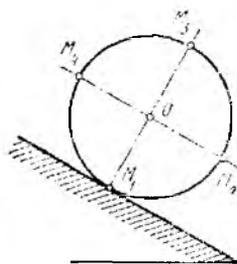
18.18- масалага



18.20- масалага



18.22-масалага



18.23-масалага

бурчак тезлиги $\omega_0 = \text{const} = 5$ рад/с (16.26-масалага берилган расмга қаранг).

Жавоб: 1) $\omega = 6.12$ см/с²; $\rho = 589$ см;

2) $\omega = 258.3$ см/с²; $\rho = 0.39$ см.

18.20. Мустақкам бириктирилган АМЕ тўғри бурчак шаклидаги механизм шундай ҳаракатланадики, бунда А нуқта ҳар доим Оу қўзғалмас ўқда қолади, бошқа МЕ томони эса, айланувчи В шарнир орқали ўтади. Массофа $MA = OB = a$. А нуқтанинг v_A тезлиги ўзгармас. М нуқтанинг тезланиши φ бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $\omega_M = \frac{v_A^2 \sqrt{2}}{a} (1 + \sin \varphi)^{\frac{3}{2}}$. Тезланиш вектори бурчак ич-

карисига қараб йўналган ва МА томон билан $\alpha = 45^\circ - \varphi/2$ бурчак ҳосил қилади.

18.21. Тўғри чизиқли из бўйлаб сирғанмай думаловчи ғилдирак маркази v тезлик билан текис ҳаракат қилади. Ғилдирак радиусини r га тенг деб, унинг гардишида ётувчи исталган нуқтанинг тезланишини аниқланг.

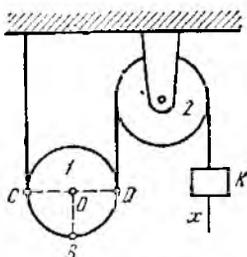
Жавоб: Тезланиш ғилдирак марказига йўналган ва $\frac{v^2}{r}$ га тенг.

18.22. Трамвай вағони йўlining тўғри чизиқли горизонтал участкасида $\omega_0 = 2$ м/с² секинланиш билан ҳаракат қилади; бу пайтда унинг тезлиги $v_0 = 1$ м/с. Ғилдираклар рельсларда сирғанмай думалайди. Роторнинг вертикал билан 45° бурчак таниқил қилган иккита диаметрлари учларининг тезланишлари топилсин; ғилдирак радиуси $R = 0.5$ м, роторнинг радиуси эса $r = 0.25$ м.

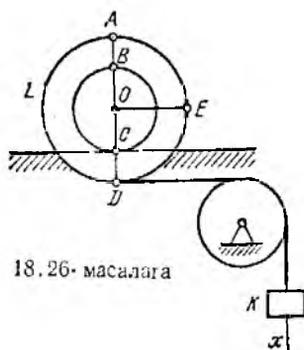
Жавоб: $\omega_1 = 2.449$ м/с²; $\omega_2 = 3.414$ м/с²; $\omega_3 = 2.449$ м/с²; $\omega_4 = 0.586$ м/с².

18.23. Ғилдирак вертикал текисликда огма тўғри чизиқли йўлда сирғанмай ғилдирайди. Иккита ўзаро перпендикуляр диаметрлардан бири рельсга параллел бўлган пайтда улар учларининг тезланишлари топилсин; шу пайтда ғилдирак марказининг тезлиги $v_0 = 1$ м/с, тезланиши $\omega_0 = 3$ м/с²; ғилдирак радиуси $R = 0.5$ м.

Жавоб: $\omega_1 = 2$ м/с², $\omega_2 = 3.16$ м/с², $\omega_3 = 6.32$ м/с², $\omega_4 = 5.83$ м/с².



18.25-масаллага



18.26-масаллага

18.24. Радиуси $R = 0,5$ м бўлган ғилдирак тўғри чизиқли рельсда сирғанмай думалайди; шу пайтда ғилдирак O марказининг тезлиги $v_0 = 0,5$ м/с ва секинланиши $\omega_0 = 0,5$ м/с². Ғилдиракнинг тезланишлар оний маркази, ғилдиракнинг тезликлар оний маркази бўлмиш C нуқтанинг ω_C тезланиши, шунингдек, M нуқтанинг тезланиши ва унинг траекториясининг эгрилик радиуси топилсин; $OM = MC = 0,5 R$.

Жавоб: 1) $r = 0,3536$ м, $\theta = -\frac{\pi}{4}$, 2) $\omega_C = 0,5$ м/с²; 3) $\omega_M = 0,3536$ м/с² 4) $\rho = 0,25$ м.

18.25. Қўзғалувчи 1 блок қўзғалмас 2 блокка чўзилмайдиган ип воситасида боғланган. Бу ипнинг учига бириктирилган K юк $x = 2t$ м қонунга кўра вертикал бўйлаб пастга тушади. Расмда тасвирланган ҳолат $t = 0,5$ с пайт учун мос келадиган деб, ҳаракатланувчи блок гардишидаги C , B ва D нуқталарининг шу пайтдаги тезланишлари аниқлансин. $OB \perp CD$ ва 1 блок радиуси $0,2$ м га тенг.

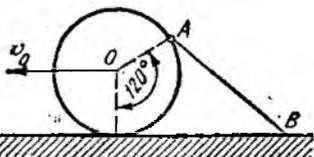
Жавоб: $\omega_C = 5$ м/с², $\omega_B = 7,29$ м/с², $\omega_D = 6,4$ м/с².

18.26. Чўзилмайдиган ип воситасида L ғалтакка боғланган K юк $x = t^2$ қонунга кўра вертикал пастга тушади. Бунда L ғалтак қўзғалмас горизонтал темир из бўйлаб сирғанмасдан юмалайди. $t = 0,5$ с пайтга мос келувчи расмда тасвирланган ҳолат учун ғалтак гардишидаги A , B ва D нуқталарининг тезланишлари, ғалтакнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин. $AD \perp OB$ ва $OD = 2 \times OC = 0,2$ м.

Жавоб: $\omega_A = 20,9$ м/с², $\omega_B = 22,4$ м/с², $\omega_D = 20,1$ м/с², $\omega = 10$ рад/с, $\epsilon = 20$ рад/с².

18.27. R радиусли ғилдирак текислик бўйлаб сирғанмай думалайди. Ғилдиракнинг O маркази v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. A нуқтада узунлиги $l = 3R$ бўлган AB стержень шарнир воситасида ғилдиракка бириктирилган; стерженьнинг иккинчи B учи текислик бўйлаб сирғанади. Расмда тасвирланган ҳолат учун AB стерженьнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, B нуқтанинг чизиқли тезлик ва тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{AB} = \frac{v_0}{3R}$, $\epsilon_{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \frac{v_0^2}{R^2}$,
 $v_B = 2v_0$, $\omega_B = \frac{5\sqrt{3}}{9} \frac{v_0^2}{R}$.



18.27-масалага

18.28. Радиуси $R = 12$ см бўлган тишли гилдирак худди шундай радиусли қўзғалмас тишли гилдиракнинг O ўқи атрофида айланувчи OA кривошип билан ҳаракатга келтирилади; кривошип шу пайтда $\omega = 2$ рад/с бурчак тезлигига эга бўлиб, $\epsilon_0 = 8$ рад/с² бурчак тезланиш билан айланади. Шу пайтда қўзғалувчи гилдиракнинг тезликлар оний марказига тўғри келадиган M нуқтанинг тезланиши, унга диаметрал қарама-қарши N нуқтанинг тезланиши, шунингдек, тезланишлар оний маркази K аниқлансин.

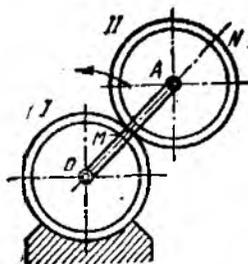
Жавоб: 1) $\omega_M = 96$ см/с², 2) $\omega_N = 480$ см/с², 3) $MK = 4,24$ см;
 $\angle AMK = 45^\circ$.

18.29. Радиуси r бўлган I гилдирак $R = 2r$ радиусли II қўзғалмас гилдиракнинг ичкарасида гилдирайди; I гилдиракни ҳаракатга келтирувчи OO_1 кривошипнинг бурчак тезлиги ω_0 ўзгармас миқдордир. Мазкур текис шакл учун тезланишлар оний маркази K нинг ўрни, K нуқтанинг шу пайтдаги v_K тезлиги, шунингдек, текис шаклнинг берилган пайтдаги тезликлар оний марказига тўғри келадиган нуқтанинг тезланиши ω_C топилсин.

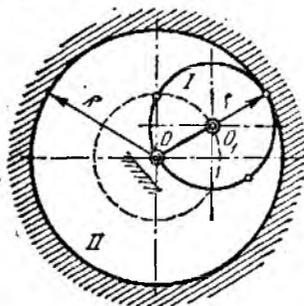
Жавоб: Тезланишлар оний маркази қўзғалмас гилдиракнинг O марказига тўғри келади; $v_K = 2r\omega_0$, $\omega_C = 2r\omega_0^2$.

18.30. Радиуси $r_2 = 15$ см бўлган қўзғалмас шестерёнка ташқарисида гилдиравчи $r_1 = 5$ см радиусли иккита диаметри учлари бўлмиш B, C, D, E нуқталарнинг тезланишлари топилсин. Қўзғалувчи шестерёнка қўзғалмас шестерёнканинг O маркази атрофида ўзгармас $\omega_0 = 3$ рад/с бурчак тезлик билан айланувчи OA кривошипнинг ёрдами билан ҳаракатга келтирилади; диаметрлардан бири OA чизىқ билан устма-уст тушади, иккинچиси унга тик (16.35-масалага берилган расмга қаринг).

Жавоб: $\omega_B = 540$ см/с², $\omega_C = \omega_B = 742$ см/с², $\omega_D = 900$ см/с².



18.28-масалага



18.29-масалага

18.31. Бурчак тезлик $\omega = 0$ бўлган пайтда текис-параллел ҳаракат қилаётган кесма учлари тезланишларининг шу кесмадаги проекциялари ўзаро тенг бўлиши кўрсатилсин.

18.32. Бурчак тезланиш $\varepsilon = 0$ бўлган пайтда текис-параллел ҳаракат қилаётган кесма учлари тезланишларининг шу кесмага перпендикуляр йўналишдаги проекциялари ўзаро тенг бўлиши кўрсатилсин.

18.33. Текис-параллел ҳаракат қилаётган 10 см узунликдаги AB стержень учларининг тезланишлари стержень бўйлаб бир-бирига томон йўналган бўлиб, $\omega_A = 10$ см/с², $\omega_B = 20$ см/с². Стерженнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{3}$ рад/с, $\varepsilon = 0$.

18.34. Текис-параллел ҳаракат қилаётган 12 см узунликдаги бир жиқса AB стержень учларининг тезланишлари AB га перпендикуляр ва бир томонга йўналган бўлиб, $\omega_A = 24$ см/с², $\omega_B = 12$ см/с². Стерженнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, унинг C оғирлик марказининг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 0$, $\varepsilon = 1$ рад/с², C нуқтанинг тезланиши AB га перпендикуляр, A ва B нуқталар тезланишлари йўналишида бўлиб, миқдори 18 см/с² га тенг.

18.35. Узунлиги 0,2 м бўлган AB стержень текис-параллел ҳаракат қилади. A ва B учларининг тезланишлари AB га перпендикуляр, қарама-қарши томонга йўналган бўлиб, миқдорлари 2 м/с² га тенг. Стерженнинг бурчак тезлиги, бурчак тезланиши ва C ўрта нуқтасининг тезланиши топилин.

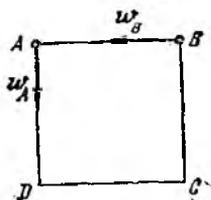
Жавоб: $\omega = 0$, $\varepsilon = 20$ рад/с², $\omega_C = 0$.

18.36. Текис-параллел ҳаракат қилувчи ABC учбурчак A ва B учларининг тезланиш векторлари тенг: $w_A = w_B = a$. Учбурчакнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, C учининг тезланиши аниқлансин.

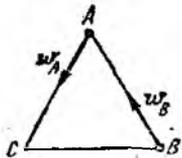
Жавоб: $\omega = 0$, $\varepsilon = 0$, $w_C = a$.

18.37. Томонлари $a = 10$ см бўлган $ABCD$ квадрат расм текислигида текис параллел ҳаракат қилади. Агар бирор пайтда квадратнинг иккига A ва B учлари тезланишлари миқдор жиҳатдан бир хилда ва 10 см/с² га тенг бўлса, тезланишлар оний марказининг ҳолати ҳамда C ва D учларининг тезланишлари аниқлансин. Расмда кўрсатилганидек, A ва B нуқталар тезланишларининг йўналиши квадрат томонларига тўғри келади.

Жавоб: $\omega_C = \omega_D = 10$ см/с² ва квадрат томонлари бўйлаб йўналган. Тезланишларнинг оний маркази квадрат диагоналлариининг кесилган нуқтасида.

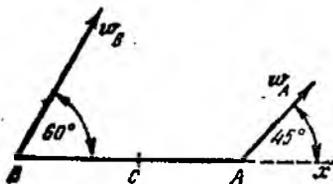


18.37-масалага

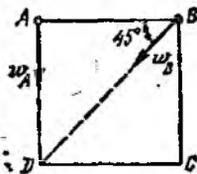


18.38-масалага

18.38. Тенг томонли ABC учбурчак расм текислигида ҳаракатланади. Учбурчак A ва B учларининг тезланишлари бирор пайтда 16 см/с² га тенг бўлиб, учбурчак томонлари бўйлаб йў-



18.39- масалага



18.40- масалага



18.41- масалага

налган (расмга қаралсин). Учбурчакнинг учинчи C учининг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_C = 16 \text{ см/с}^2$ ва C дан B га йўналган.

18.39. Узунлиги $0,2 \text{ м}$ бўлган AB стержень расм текислигида ҳаракатланади. Стержень орқали йўналтирилган x ўқ билан A нуқтанинг ω_A тезланиши 45° , B нуқтанинг ω_B тезланиши эса 60° бурчак ҳосил қилади ва $\omega_A = 2 \text{ м/с}^2$, $\omega_B = 4,42 \text{ м/с}^2$. Стерженьнинг бурчак тезлиги, бурчак тезланиши ва ўртасидаги C нуқтанинг тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega = 2 \text{ рад/с}$, $\varepsilon = 12,05 \text{ рад/с}^2$, $\omega_C = 3,18 \text{ м/с}^2$.

18.40. Томонлари $a = 2 \text{ см}$ бўлган $ABCD$ квадрат текис параллел ҳаракат қилади. Квадрат A ва B учларининг шу пайтдаги тезланишлари: $\omega_A = 2 \text{ см/с}^2$, $\omega_B = 4\sqrt{2} \text{ см/с}^2$ ва расмда кўрсатилгандек йўналган. Квадратнинг оний бурчак тезлиги ва оний бурчак тезланиши, шунингдек, C нуқтанинг тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{2} \text{ рад/с}$, $\varepsilon = 1 \text{ рад/с}^2$, $\omega_C = 6 \text{ см/с}^2$, ω_C тезланиш вектори C дан D га йўналган.

18.41. AB стержень учларининг тезланишлари $\omega_A = 10 \text{ см/с}^2$, $\omega_B = 20 \text{ см/с}^2$ бўлиб, уларнинг AB тўғри чизик билан ҳосил қилган бурчаклари $\alpha = 10^\circ$ ва $\beta = 70^\circ$ эkanлиги маълум. AB стержень ўртасининг тезланиши топилин.

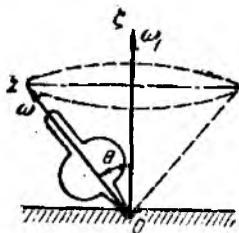
Жавоб: $\omega = \frac{1}{2} \sqrt{\omega_A^2 + \omega_B^2 - 2\omega_A\omega_B \cos(\beta - \alpha)} = 8,66 \text{ см/с}^2$.

VI БОБ

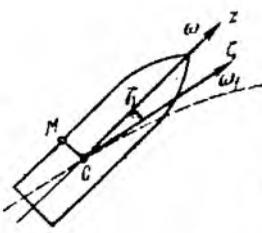
ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ҚЎЗГАЛМАС НУҚТА АТРОФИДАГИ АЙЛАНМА ҲАРАКАТИ. ФАЗОВИЙ ОРИЕНТИРЛАШ

19-§. Битта қўзгалмас нуқтага эга бўлган қаттиқ жисмнинг ҳаракати

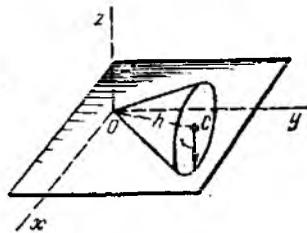
19.1. Пирилдоқнинг z ўқи вертикал $O\xi$ ўқ атрофида бир текис ҳаракатланиб, учидagi бурчаги 2θ га тенг доиравий конус чизади. Пирилдоқ ўқининг ξ ўқ атрофида айланишидаги бурчак тезлиги ω_1 га тенг. Пирилдоқнинг ўз ўқи атрофида айланишининг ўзгармас бур-



19.1- масалага



19.2- масалага



19.3- масалага

чак тезлиги ω га тенг. Пирилдоқнинг Ω абсолют бурчак тезлигининг миқдори ва йўналиши аниқлансин.

Жавоб: $\Omega = \sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 + 2\omega\omega_1 \cos \theta}$, $\cos(\Omega, z) = \frac{\omega + \omega_1 \cos \theta}{\sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 + 2\omega\omega_1 \cos \theta}}$.

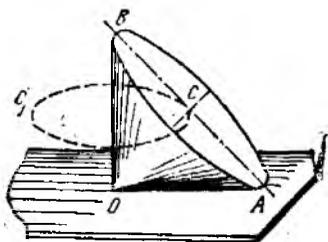
19.2. Тўп снаряди атмосферада ҳаракатланаётганида z ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланади. Бир вақтнинг ўзида снаряднинг z айланмиш ўқи унинг C оғирлик маркази траекториясига ўтказилган уринма бўйлаб йўналган ζ ўқ атрофида ω_1 бурчак тезлик билан айланади. $CM = r$, CM кесма z ўққа перпендикуляр ҳамда z ва ζ ўқлар орасидаги бурчак γ га тенг деб, снаряднинг айланма ҳаракатида унинг M нуқтаси тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_M = (\omega + \omega_1 \cos \gamma)r$.

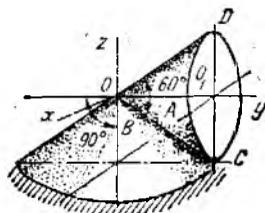
19.3. Баландлиги $h = 4$ см, асосининг радиуси $r = 3$ см ва учи қўзғалмас O нуқтада бўлган конус текисликда сирганмасдан юмалайди. Агар конус асоси марказининг тезлиги $v_C = 48$ см/с $= \text{const}$ бўлса, конуснинг бурчак тезлиги, бурчак тезлиги годографи чизувчи нуқтанинг координаталари га конуснинг бурчак тезлашиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 20$ рад/с, $x_1 = 20 \cos 15t$, $y_1 = 20 \sin 15t$, $z_1 = 0$, $\epsilon = 300$ рад/с².

19.4. O учи қўзғалмас бўлган конус текисликда сирганмасдан юмалайди. Конуснинг баландлиги $CO = 18$ см, учидаги бурчак $AOB = 90^\circ$. Конус асосининг маркази бўлган C нуқта ўзгармас тезлик би-



19.4- масалага



19.5- масалага

лан ҳаракат қилади ва 1 секунддан кейин ўзининг бошланғич ҳолатига қайтади. AB диаметр B учининг тезлиги, конуснинг бурчак тезланиши ва A, B нуқталарининг тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $v_B = 36\pi\sqrt{2}$ см/с ≈ 160 см/с, $\epsilon = 39,5$ рад/с², e вектор OA билан OB га тик йўналган; $\omega_A = 1000$ см/с², ω_A вектор OB га параллел йўналган; $\omega_B = 1000\sqrt{2}$ см/с², ω_B вектор AOB текислигида ётади ва OB га нисбатан 45° бурчак остида йўналган.

19.5. A конус қўзғалмас B конусни бир минутда 120 марта айланиб чиқади. Конус баландлиги $OO_1 = 10$ см. Конуснинг z ўқ атрофида айланишидаги кўчирма бурчак тезлиги ω_e , OO_1 ўқ атрофида айланишидаги нисбий бурчак тезлиги ω_r , конуснинг абсолют бурчак тезлиги ω_a ва абсолют бурчак тезланиши ϵ_a аниқлансин.

Жавоб: $\omega_e = 4\pi$ рад/с, $\omega_r = 6,92\pi$ рад/с, $\omega_a = 8\pi$ рад/с, ω_a вектор OC бўйлаб йўналган; $\epsilon_a = 27,68\pi^2$ рад/с², ϵ_a — x ўққа параллел йўналган.

19.6. Олдинги масала шартларига кўра қўзғалувчи конус C ва D нуқталарининг тезлиги ва тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v_C = 0$, $v_D = 80\pi$ см/с, v_D вектор x ўққа параллел йўналган; $\omega_C = 320\pi^2$ см/с², ω_C вектор Oyz текислигида OC га перпендикуляр йўналган. D нуқта тезланишининг проециялари:

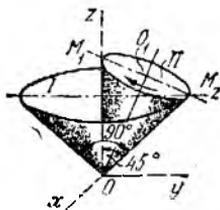
$$\omega_{Dy} = -480\pi^2 \text{ см/с}^2, \omega_{Dz} = -160\sqrt{3}\pi^2 \text{ см/с}^2.$$

19.7. Учпадаги бурчаги $\alpha_2 = 45^\circ$ бўлган II конус, учпадаги бурчаги $\alpha_1 = 90^\circ$ бўлган I қўзғалмас конуснинг ички томонида сирғанмай думалайди. Қўзғалувчи конуснинг баландлиги $OO_1 = 100$ см. Қўзғалувчи конус асосининг марказидаги O нуқта $0,5$ с да айлана чизади. II конуснинг z ўқ атрофидаги кўчирма, OO_1 ўқ атрофидаги нисбий ҳаракатлари бурчак тезликлари ва абсолют бурчак тезлиги, шунингдек, унинг абсолют бурчак тезланиши аниқлансин.

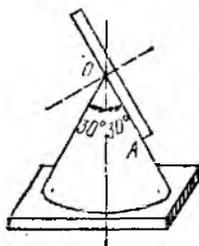
Жавоб: $\omega_e = 4\pi$ рад/с, ω_e вектор z ўқ бўйлаб йўналган; $\omega_r = 7,39\pi$ рад/с, ω_r вектор OO_1 ўқ бўйлаб йўналган; $\omega_a = 4\pi$ рад/с, ω_a вектор OM_2 ўқ бўйлаб йўналган, $\epsilon_a = 11,3\pi^2$ рад/с², ϵ_a вектор x ўқ бўйлаб йўналган.

19.8. Олдинги масала шартларига кўра қўзғалувчи конуснинг O_1, M_1 ва M_2 нуқталарининг тезликлари ва тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $v_{O_1} = 153,2$ л см/с, $v_1 = 306,4$ л см/с; v_{O_1}, v_1 векторлар Ox ўқ-



19.7- масалага



19.9- масалага

нинг манфий йўналишига параллел йўналган; $v_2 = 0$, $\omega_{01} = 612,8 \pi^2$ см/с², ω_{01} вектор O_1 дан Oz га ўтказилган перпендикуляр бўйлаб йўналган; M_1 нуқта тезлаишининг проекциялари:

$$\omega_{1y} = -362 \pi^2 \text{ см/с}^2,$$

$$\omega_{1z} = -865 \pi^2 \text{ см/с}^2, \quad \omega_2 = 1225 \pi^2 \text{ см/с}^2, \quad \omega_2$$

вектор OO_1M_2 текислигида ётади ва OM_2 га перпендикуляр йўналган.

19.9. Радиуси $R = 4\sqrt{3}$ см бўлган диск қўзғалмас O нуқта атрофида айланиб, учидagi бурчаги 60° га тенг бўлган қўзғалмас конус устида ёлдирайди. Дискнинг ўз симметрия ўқи атрофида айланишидаги бурчак тезлиги топилсин; диск A нуқтасининг ω_A тезлаишини миқдор жиҳатдан ўзгармас бўлиб, 48 см/с^2 га тенг.

Жавоб: $\omega = 2 \text{ рад/с}$.

19.10. Жисм қўзғалмас нуқта атрофида ҳаракат қилади. Бирор пайтда унинг бурчак тезлиги, координата ўқларидаги проекциялари $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ га тенг бўлган вектор билан ифодаланади. Шу пайтда жисмнинг координаталари $\sqrt{12}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{28}$ бўлган нуқтасининг v тезлиги топилсин.

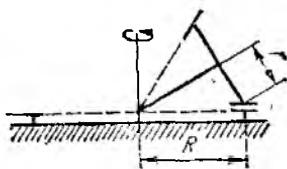
Жавоб: $v = 0$.

19.11. Конус шаклидаги тивил ёлдирак ясси таянч шестерняни бир минутда беш марта айланиб чиқади; конус шаклидаги ёлдирак ўқи таянч шестернянинг геометрик ўқи билан унинг марказида кесилсади. Агар таянч шестерня радиуси ёлдирак радиусидан икки марта катта: $R = 2r$ бўлса, ёлдиракнинг ўз ўқи атрофида айланиш бурчак тезлиги ω_r ва оний ўқ атрофида айланиш бурчак тезлиги ω аниқлансин.

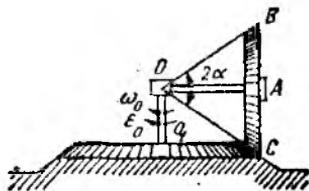
Жавоб: $\omega_r = 1,047 \text{ рад/с}$, $\omega = 0,907 \text{ рад/с}$.

19.12. Жисмнинг бурчак тезлиги $\omega = 7 \text{ рад/с}$; шу пайтда унинг оний ўқи қўзғалмас координата ўқлари билан α, β, γ ўткир бурчаклар ташкил қилади: $\cos \alpha = \frac{2}{7}$, $\cos \gamma = \frac{6}{7}$. Шу пайтда жисмдаги метрлар билан ифодаланган координаталари $0, 2, 0$ бўлган нуқтанинг v тезлиги ва бу тезликнинг координата ўқларидаги проекциялари v_x, v_y, v_z , шунингдек, мазкур нуқтадан оний ўққача бўлган d масофа топилсин.

Жавоб: $v_x = -12 \text{ м/с}$, $v_y = 0$, $v_z = 4 \text{ м/с}$;
 $v = 12,65 \text{ м/с}$, $d = 1,82 \text{ м}$.



19.11-масалага



19.14-масалага

19.13. Агар жисм $M_1(0, 0, 2)$ нуқтаси тезлигининг жисм билан боғланган координата ўқларидаги проекциялари $v_{x_1} = 1$ м/с, $v_{y_1} = 2$ м/с, $v_{z_1} = 0$ бўлса, $M_2(0, 1, 2)$ нуқта тезлигининг йўналиши эса координата ўқлари билан ташкил қилган бурчакларнинг косинуслари: $-\frac{2}{3}$, $+\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$ билан ифодаланса, жисм оний ўқи тенгламалари ва бурчак тезлигининг миқдори ω топилсин.

Жавоб: $x + 2y = 0$, $3x + z = 0$, $\omega = 3,2$ рад/с.

19.14. OA қривошишга эркин ўрнатилган конуссимон тишли ғилдирак, қўзғалмас тишли конуссимон асос устида юмалайди. Қўзғалмас O_1O ўқ атрофида айланаётган OA қривошишнинг бурчак тезлик ва бурчак тезланиши (уларнинг йўналишлари расмда кўрсатилган) қийматлари мос равишда ω_0 ва ε_0 га тенг. Юмалаётган ғилдиракнинг ω бурчак тезлиги ва ε бурчак тезланиши аниқлансин.

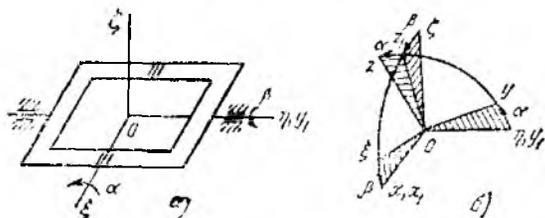
Жавоб: $\omega = \frac{\omega_0}{\sin \alpha} e_1$, $\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{\sin \alpha} e_1 + \omega_0^2 \operatorname{ctg} \alpha e_2$, бунда e_1 — O нуқтадан C нуқтага йўналган бирлик вектор, e_2 эса OAC текислигига перпендикуляр равишда ўқувчига томон йўналган бирлик вектор.

19.15. Олдинги масаланинг шартлари асосида қўзғалмас конус асосининг радиусини R га тенг деб, C ва B нуқталарнинг тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $w_C = \frac{R\omega_0^2}{\sin \alpha} e_3$, $w_B = 2R\varepsilon_0 e_2 + \frac{R\omega_0^2}{\sin \alpha} (e_4 - 2e_3)$. бунда e_3 ва e_4 мос равишда OC ва OB тўғри чизиқларга перпендикуляр бўлиб, расм текислигида ётувчи бирлик векторлар (иккала бирлик вектор ҳам юқорига йўналган).

20-§. Фазовий ориентирлаш; Эйлернинг кинематик формуллари ва уларнинг модификациялари; аксондлар

20.1. Чайқалаётган кемада сунъий горизонтал майдонча осма хардан ёрдамида вужудга келтирилади. Ташқи ҳалқанинг y_1 айланиш ўқи кеманинг бўйлама ўқига параллел; ташқи ҳалқанинг бурилиш бурчаги β орқали белгиланади (борт чайқалиш бурчаги). Ички рамканинг бурилиш бурчаги α билан белгиланади. Ҳалқаларни ориентирлаш учун учта координаталар системаси киритилади: кема билан боғланган $\xi\zeta$ система (ξ ўқ — ўнг бортга томон, ζ ўқ — кеманинг



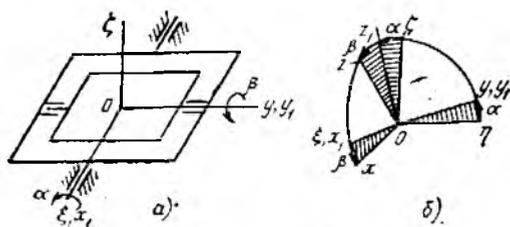
20.1-масалала

тумшуғига, ζ ўқ эса палубага перпендикуляр); ташқи ҳалқа билан боғланган $x_1 y_1 z_1$ система (y_1 ўқ η ўқ билан устма-уст тушади); ички ҳалқа билан боғланган $x y z$ система (x ўқ x_1 ўқ билан устма-уст тушади). Бурчаклар ҳисобланадиган мусбат йўналишлар расмдан кўринади; $\alpha = \beta = 0$ бўлганда ҳамма ҳисоб системаси бир-бирига устма-уст тушади. Ички осма ҳалқанинг кемага нисбатан ориентацияси (тегишли йўналишувчи косинуслари) аниқлансин.

Жавоб:

	ξ	η	ζ
x	$\cos\beta$	0	$-\sin\beta$
y	$\sin\alpha \sin\beta$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha \cos\beta$
z	$\cos\alpha \sin\beta$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha \cos\beta$

20.2. Олдинги масалада баён этилган осма кардани иккинчи усулда ўрнатишда ташқи ҳалқанинг айланиш ўқи кеманинг кўндаланг ўқига параллел қилиб олинган. Шу усулдаги осмида кема билан боғланган ξ ўқ ташқи ҳалқанинг x_1 айланиш ўқи билан мос тушади, ички ҳалқанинг y айланиш ўқи эса ташқи ҳалқа билан мустақкам



20.2-масалага

бириктирилган y_1 ўққа мос келади. Энди ташқи ҳалқанинг бурилиш бурчаги (кеманинг узунасига чайқалиш бурчаги) ни α билан, ички ҳалқа бурилиш бурчаги эса β орқали белгиланади. Ички осма ҳалқанинг кемага нисбатан ориентацияси аниқлансин.

Жавоб

	ξ	η	ζ
x	$\cos\beta$	$\sin\alpha \sin\beta$	$-\cos\alpha \sin\beta$
y	0	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
z	$\sin\beta$	$-\sin\alpha \cos\beta$	$\cos\alpha \cos\beta$

20.3. Битта кўзғалмас O нуқтага эга бўлган қаттиқ жисмнинг ҳолати Эйлернинг учта бурчаклари билан аниқланади: ψ преллессия бурчаги, θ нутация бурчаги ва φ соф айланиш бурчаги (расмга қа-

ранг). *Охуз* қўзғалувчи саноқ системасининг йўналтирувчи косинус-лари аниқлансин.

Жавоб:

	ξ	η	ζ
x	$\cos\psi \cos\theta \cos\varphi - \sin\psi \sin\varphi$	$\sin\psi \cos\theta \cos\varphi + \cos\psi \sin\varphi$	$-\sin\theta \cos\varphi$
y	$-\cos\psi \cos\theta \sin\varphi - \sin\psi \cos\varphi$	$-\sin\psi \cos\theta \sin\varphi + \cos\psi \cos\varphi$	$\sin\theta \sin\varphi$
z	$\cos\psi \sin\theta$	$\sin\psi \sin\theta$	$\cos\theta$

20.4. Эйлер бурчакларининг ўзгариш тезлигини билган ҳолда жисмнинг бурчак тезлиги ҳамда унинг $O\xi\eta\zeta$ қўзғалмас ва *Охуз* қўзғалувчи координаталар системаси ўқларидаги проєкциялари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 + 2\dot{\psi}\dot{\varphi}\cos\theta},$$

$$\omega_{\xi} = \dot{\varphi} \sin\theta \cos\psi - \dot{\theta} \sin\psi,$$

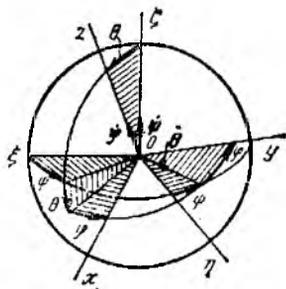
$$\omega_{\eta} = \dot{\psi} \sin\theta \sin\psi + \dot{\theta} \cos\psi,$$

$$\omega_{\zeta} = \dot{\varphi} \cos\theta + \dot{\psi};$$

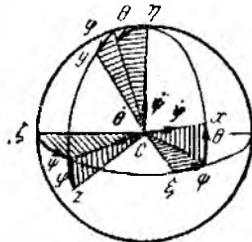
$$\omega_x = -\dot{\psi} \sin\theta \cos\varphi + \dot{\theta} \sin\varphi, \quad \omega_y = \dot{\psi} \sin\theta \sin\varphi + \dot{\theta} \cos\varphi,$$

$$\omega_z = \dot{\psi} \cos\theta + \dot{\varphi}.$$

20.5. Самолётнинг айланма ҳаракатини аниқлаш учун y билан *Схуз* ортогонал координаталар системасини боғлаб, x ўқни самолёт ўқи бўйлаб қўйруғидан учувчи кабинасига томон йўналтирилади, y ўқ самолётнинг симметрия текислигида олинади, z ўқни эса қанот бўйлаб учувчига нисбатан ўнг томонга йўналтирилади (C — самолётнинг оғирлик маркази). Самолётнинг $C\xi\eta\zeta$ системага нисбатан бурчак силжишлари (ξ — горизонтал ўқ самолётнинг курси йўналишида, η — вертикал юқорига, ζ — горизонтал ўқ эса ξ ва η ўқларга перпендикуляр) расмда кўрсатилгандек, самолёт-бурчаклари: ψ — оғиш бурчаги, θ тангаж бурчаги ва φ — крен бурчаклари билан аниқлана-



20.3 ва 20.4-масалага



20.5 ва 20.6-масалага

ди. Самолёт ($Sxyz$ ҳисоб системаси) нинг $C\xi\eta\zeta$ учёқликка нисбатан ориентацияси аниқлансин.

Жавоб:

	ξ	η	ζ
x	$\cos\psi \cos\theta$	$\sin\theta$	$-\sin\psi \cos\theta$
y	$\sin\psi \sin\varphi - \cos\psi \sin\theta \cos\varphi$	$\cos\theta \cos\varphi$	$\cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi$
z	$\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \sin\theta \sin\varphi$	$-\cos\theta \sin\varphi$	$\cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \sin\theta \sin\varphi$

20.6. Самолёт-бурчакларининг ўзгариш тезлигини билган ҳолда, самолёт бурчак тезлигининг $Sxyz$ ва $C\xi\eta\zeta$ координаталар системалари ўқларидаги проекциялари аниқлансин (олдинги масаллага берилган расмга қаранг).

Жавоб:

$$\omega_x = \dot{\psi} \sin\theta + \dot{\varphi}, \quad \omega_y = \dot{\psi} \cos\theta \cos\varphi + \dot{\theta} \sin\varphi,$$

$$\omega_z = -\dot{\psi} \cos\theta \sin\varphi + \dot{\theta} \cos\varphi;$$

$$\omega_\xi = \dot{\varphi} \cos\psi \cos\theta + \dot{\theta} \sin\psi,$$

$$\omega_\eta = \dot{\varphi} \sin\theta + \dot{\psi},$$

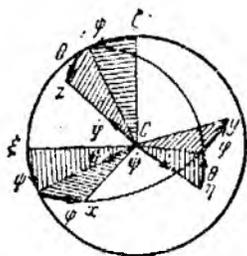
$$\omega_\zeta = -\dot{\varphi} \sin\psi \cos\theta + \dot{\theta} \cos\psi.$$

20.7. Кеманинг курсдаги ҳаракати барқарорлигини ва чайқалишини текшириш учун кема-бурчаклари киритилди: ψ — дифферент, θ — крен ва φ — оғиш бурчаклари; $Sxyz$ саноқ системаси кемага қаттиқ қилиб боғланган, C — кеманинг огирлик маркази, x ўқ — қуйруқдан тумшукқа, y ўқ — чап бортга йўналган, z — палубага перпендикуляр; $C\xi\eta\zeta$ координаталар системаси кеманинг курсига нисбатан ориентирланади: ζ ўқ — вертикал, ξ горизонтал ўқ — курс бўйлаб, η горизонтал ўқ — курсдан чапга томон (расмда А. П. Крилов томонидан киритилган ўқлар системаси тасвирланган). Кеманинг $Sxyz$ координата ўқларининг $C\xi\eta\zeta$ учёқликка нисбатан ориентацияси аниқлансин.

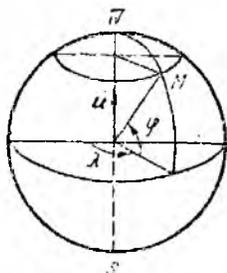
Жавоб:

	ξ	η	ζ
x	$\cos\psi \cos\varphi + \sin\psi \sin\theta \sin\varphi$	$\cos\theta \sin\varphi$	$-\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \sin\theta \sin\varphi$
y	$-\cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \sin\theta \sin\varphi$	$\cos\theta \cos\varphi$	$\sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \sin\theta \cos\varphi$
z	$\sin\psi \cos\theta$	$-\sin\theta$	$\cos\psi \cos\theta$

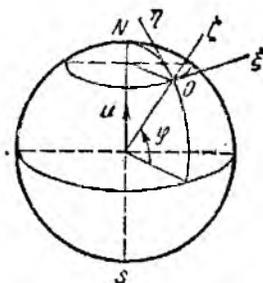
20.8. Кема — бурчакларининг ўзгариш тезликларини билган ҳолда кема бурчак тезлигининг $Sxyz$ ва $C\xi\eta\zeta$ саноқ системаси ўқларидаги проекциялари аниқлансин (олдинги масаллага берилган расмга қаранг).



20.7 ва 20.8- масалага



20.9- масалага



20.10- масалага

Жавоб:

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi, \\ \omega_y &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi, \\ \omega_z &= -\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\varphi}, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_\xi &= \dot{\theta} \cos \psi + \dot{\varphi} \sin \psi \cos \theta, \\ \omega_\eta &= \dot{\psi} - \dot{\varphi} \sin \theta, \\ \omega_\zeta &= -\dot{\theta} \sin \psi + \dot{\varphi} \cos \psi \cos \theta \end{aligned}$$

20.9. M нуқта (самолёт, кеманинг оғирлик маркази) R^* радиусли шар сифатида қабул қилинадиган Ер сирти бўйлаб ҳаракатланади; нуқта тезлигининг шарқий тузувчиси v_E га, шимолий тузувчиси v_N га тенг. M нуқта ҳолатининг φ кенглиги ва λ узққлиги ўзгаришининг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $\dot{\varphi} = \frac{v_N}{R}$, $\dot{\lambda} = \frac{v_E}{R \cos \varphi}$; v_E ва v_N нинг мусбат қийматларида φ тузувчи ғарбга томон, λ тузувчи эса Жанубий қутбдан Шимолий қутбга томон Ернинг SM айланиш ўқи бўйлаб йўналган.

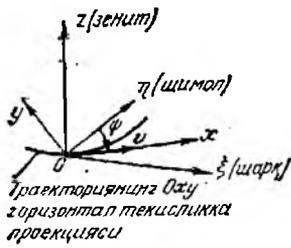
20.10. Жисмлар (самолётлар, ракета, кемалар) ва уларга ўрнатилган асбобларнинг Ер сиртига яқин жойдаги ҳаракатини ўрганиш учун ҳаракатланувчи координаталар учёқлиги — Дарбу учёқлиги киритилади. $O\xi\eta\zeta$ Дарбу учёқлигини географик ориентирлашда ξ горизонтал ўқни — шарққа, η горизонтал ўқни — шимолга, ζ ўқни — вертикал юқорига йўналтирилади. Агар $O\xi\eta\zeta$ учёқлик учи (O нуқтаси) нинг Ерга nisbatan тезлиги проекциялари $v_\xi = v_E$, $v_\eta = v_N$, $v_\zeta = 0$ бўлса, шу учёқлик бурчак тезлигининг ω_ξ , ω_η , ω_ζ ўқлардаги проекциялари аниқлансин; Ернинг айланиш бурчак тезлиги U га тенг, Ернинг радиуси — R .

Жавоб: $\omega_\zeta = -\dot{\varphi} = -\frac{v_N}{R}$,

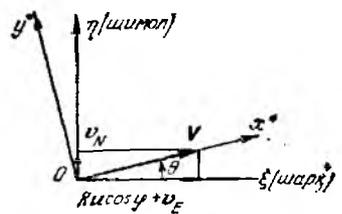
$$\omega_\eta = (U + \dot{\lambda}) \cos \varphi = \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) \cos \varphi,$$

$$\omega_\xi = (U + \dot{\lambda}) \sin \varphi = \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) \sin \varphi.$$

* Бу ерда ва буздан кейин Ернинг қисилишини ҳисобга олмаймиз.



20.11- масалага



20.12- масалага

20.11. *Охуз* Дарбу учёқлиги, олдинги масалалагидек Ер сиртига географик ориентирланмасдан, балки учёқлик асосининг Ерга нисбатан траекторияси бўйлаб: x ўқ — горизонтал равишда учёқлик O (самолёт, кеманинг оғирлик маркази) учининг Ерга нисбатан v тезлиги бўйлаб, y ўқ горизонтал равишда x ўқдан чапга, z ўқ эса вертикал юқорига йўналтирилади. Агар O нуқтанинг тезлиги v га тенг, ҳаракатланиш курси эса φ бурчак (шимолга томон йўналиш билан O нуқта нисбнн тезлиги орасидаги бурчак) орқали аниқланса, *Охуз* учёқлик бурчак тезлигининг проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_x = U \cos \varphi \cos \psi$; $\omega_y = U \cos \varphi \sin \psi + v/R$;

$$\omega_z = (U + \lambda) \sin \varphi + \psi = U \sin \varphi + v/r.$$

Бу ерда, R , U , φ ва λ 20.9, 20.10- масалаларда киритилган қийматларни олади, ρ эса — траекториянинг геодезик эгрилик радиуси ($\psi < 0$ да $\rho > 0$, $\psi > 0$ ҳолда $\rho < 0$).

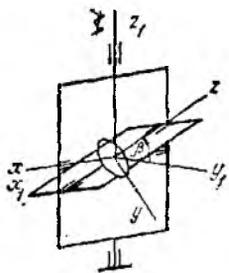
20.12. $Ox^0y^0z^0$ Дарбу учёқлиги Ернинг сиртида қуйидагича ориентирланган: x^0 ўқ — O нуқтанинг V абсолют тезлиги бўйлаб (y Ер сирти бўйлаб ҳаракатланади деб қаралади). y^0 горизонтал ўқни — x^0 ўқдан чапга, z^0 ўқ вертикал йўналтирилади. Агар O нуқтанинг Ерга нисбатан тезлигининг ташкил этувчилари v_E ва v_N га тенг бўлса, $Ox^0y^0z^0$ учёқлик бурчак тезлигининг проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{x^0} = 0$, $\omega_{y^0} = \frac{v}{R}$, $\omega_{z^0} = (U + \lambda) \sin \varphi + \theta$, бу ерда R , U , φ ва λ 20.9, 20.10- масалаларда киритилган қийматларга эга.

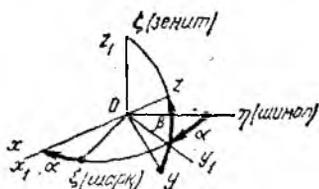
$$V = \sqrt{(v_E + RU \cos \varphi)^2 + v_N^2} \quad \text{ва} \quad \text{tg } \theta = \frac{v_N}{v_E + RU \cos \varphi}.$$

20.13. Йўналиш гироскопи осма қарданда ўриятилган. x_1, y_1, z_1 қординаталар системаси ташқи рамка (унинг айланиш ўқи — вертикал) билан боғланган, xuz система ички рамка (унинг x айланиш ўқи — горизонтал) билан маҳкамланган. Ички рамканинг z ўқи бир вақтда гироскопнинг соф айланиш ўқи ҳамдир.

1) Ташқи рамканинг (y_1 ўқнинг) бурилиши меридиан текислиги ($\eta \zeta$ текислик) дан соат стрелкаси йўналиши бўйлаб ҳисобланиб, α бурчак билан аниқланади, z ўқнинг горизонтдан кўтарилиши эса β бурчак билан аниқланади деб, гироскоп айланиш ўқи z нинг географик ориентирланган $\xi \eta \zeta$ ўқларга нисбатан (20.10- масалага қаранг) ориентацияси топилсин. 2) гироскоп илтишган O нуқтани Ерга



28.13- масалага



20.14- масалага

нисбатан қўзғалмас ҳисоблаб, *хуз* учёқлик айланиши бурчак тезлигининг x, y, z ўқлардаги проекциялари аниқлансин.

Жавоб: 1)

	ξ	η	ζ
z	$\sin \alpha \cos \beta$	$\cos \alpha \cos \beta$	$\sin \beta$

2) $\omega_x = \dot{\beta} - U \cos \varphi \sin \alpha$, $\omega_y = \dot{\alpha} \cos \beta + U (\cos \varphi \cos \alpha \sin \beta - \sin \varphi \cos \beta)$, $\omega_z = \dot{\alpha} \sin \beta + U (\cos \varphi \cos \alpha \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta)$, бунда U — Ер айланишининг бурчак тезлиги, φ — жойнинг кенлиги.

20.14. Олдинги масаланинг шартларига асосан осини нуқтаси тезлигининг шимойий ва шарқий тузувчилари мос равишда v_N ва v_E га тенг бўлганда *хуз* учёқлик айланиши бурчак тезлигининг проекциялари аниқлансин.

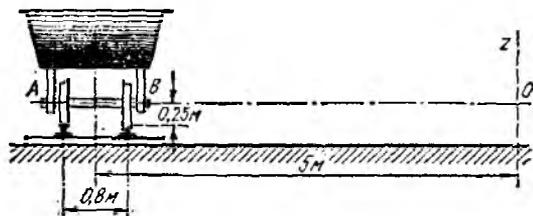
Жавоб: $\omega_x = \dot{\beta} - \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) \cos \varphi \sin \alpha - \frac{v_N}{R} \cos \alpha$, $\omega_y = \dot{\alpha} \cos \beta + \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) (\cos \varphi \cos \alpha \sin \beta - \sin \varphi \cos \beta) - \frac{v_N}{R} \sin \alpha \sin \beta$, $\omega_z = \dot{\alpha} \sin \beta + \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) (\cos \varphi \cos \alpha \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta)$,

бу ерда R — Ернинг радиуси.

20.15. Жисмининг қўзғалмас нуқта атропоидаги ҳаракати Эйлер бурчаклари: $\varphi = 4t$, $\theta = \frac{\pi}{2} - 2t$, $\psi = \frac{\pi}{3}$ билан берилган. Қўзғалмас x, y, z ўқларга нисбатан бурчак тезлик географини чизувчи нуқтанинг координаталари, жисмининг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $x = \omega_x = 2\sqrt{3} \cos 2t$, $y = \omega_y = -2\sqrt{3} \sin 2t$, $z = \omega_z = 0$, $\omega = 2\sqrt{3}$ рад/с, $\epsilon = 4\sqrt{3}$ рад/с².

20.16. Эгрилик радиусининг ўртача қиймати 5 м га тенг бўлган горизонтал йўлда гилдировчи вагон ташқи гилдирагининг қўзғалмас ва қўзғалувчи аксонлари топилсин; вагон гилдирагининг радиуси 0,25 м, рельслар орасидаги масофа 0,8 м.



20.16. масалага

Изоҳ. Филдирак вагон билан бирга йўлнинг эгрилик марказидан ўтган вертикал Oz ўқ атрофида ва вагонга нисбатан AB ўқ атрофида айланади, яъни қўзгалмас O нуқта атрофида айланади.

Жавоб: Қўзгалмас аксоид — ўқи Oz ўқиға тўғри келувчи ва учидаги бурчаги $\alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} 21,6 = 174^\circ 42'$ га тенг бўлган конус. Қўзгалувчи аксоид — ўқи AB ва учидаги бурчаги $\beta = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,0463 = 5^\circ 18'$ бўлган конус.

20.17. Жисмнинг қўзгалмас нуқта атрофидаги ҳаракати Эйлер бурчаклари ёрдамида қуйидаги тенгламалар билан берилган: $\varphi = nt$, $\psi = \frac{\pi}{2} + ant$, $\theta = \frac{\pi}{3}$, a ва n ўзгармас миқдорлар. Жисм бурчак тезлиги ва бурчак тезланишининг қўзгалмас ўқлардаги проекциялари аниқлансин. Шунингдек, a параметрнинг шундай қиймати кўрсатилсинки, бунда жисмнинг қўзгалмас аксоиди Oxy текислиги бўлсин.

Жавоб: $\omega_x = \frac{n\sqrt{3}}{2} \cos ant$, $\omega_y = \frac{n\sqrt{3}}{2} \sin ant$, $\omega_z = n \left(a + \frac{1}{2} \right)$; $e_x = -\frac{an^2\sqrt{3}}{2} \sin ant$,
 $e_y = \frac{an^2\sqrt{3}}{2} \cos ant$,
 $e_z = 0$; $a = -\frac{1}{2}$.

20.18. Жисмнинг ҳолатини аниқлайдиган Эйлер бурчаклари қуйидаги қонуш (регуляр прецессия):

$$\psi = \psi_0 + n_1 t, \quad \theta = \theta_0, \quad \varphi = \varphi_0 + n_2 t$$

бўйича ўзгаради, бу ерда ψ_0 , θ_0 , φ_0 — бурчакларнинг бошланғич қийматлари, n_1 ва n_2 — тегишли бурчак тезликларга мос келувчи ўзгармас сонларга тенг. Жисмнинг ω бурчак тезлиги, қўзгалмас ва қўзгалувчи аксоидлар аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2n_1 n_2 \cos \theta_0}$; қўзгалмас аксоид — учидаги бурчаги $2 \operatorname{arc} \sin \frac{n_2 \sin \theta_0}{\omega}$, ўқи ξ бўлган $\xi^2 + \eta^2 - \frac{n_2^2 \sin^2 \theta_0}{(n_2 \cos \theta_0 + n_1)^2} \zeta^2 = 0$ доиравий конус; қўзгалувчи аксоид — учидаги бурчаги $2 \operatorname{arc} \sin \frac{n_1 \sin \theta_0}{\omega}$, ўқи z бўлган $x^2 + y^2 - \frac{n_1^2 \sin^2 \theta_0}{(n_1 \cos \theta_0 + n_2)^2} z^2 = 0$ доиравий конус.

НУҚТАНИНГ МУРАКҚАБ ҲАРАКАТИ

21-§. Нуқтанинг ҳаракат тенгламалари

21.1. Ҳаракати $x_1 = 2 \cos(\pi t + \pi/2)$, $x_2 = 3 \cos(\pi t + \pi)$ тенгламалар билан ифодаланувчи иккита гармоник тебранишларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракати тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $x = \sqrt{13} \cos(\pi t + \alpha)$, бунда $\alpha = \arctg 2/3 = 33^\circ 40'$.

21.2. Ёзиб олувчи мосламанинг барабани ω_0 бурчак тезлик билан бир текис айланади. Барабанининг радиуси r . Ўзидан, вертикал йўналишида $y = a \sin \omega_0 t$ қонуни билан ҳаракатланувчи деталь билан бирлаштирилган. Қоғоз лентада перо ёзиб олган эгри чизиқнинг тенгламаси топилсин.

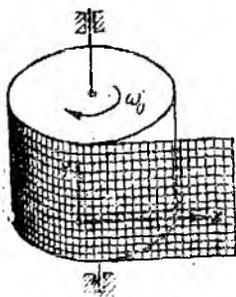
Жавоб: $y = a \sin \frac{\omega_0 x}{\omega_0 r}$.

21.3. Айланувчи краннинг O_1O_2 ўқ атрофида ω_1 ўзгармас бурчак тезлик билан айланишида A юк B барабанга ўралган канат ёрдамида юқорига кўтарилади. r радиусли B барабан ω_2 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар краннинг қулочи d га тенг бўлса, юкнинг абсолют ҳаракати траекторияси аниқлансин.

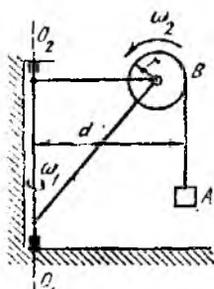
Жавоб: Тенгламаси $x = d \cos \frac{\omega_1 z}{\omega_2 r}$, $y = d \sin \frac{\omega_1 z}{\omega_2 r}$ бўлган винт чизиғи, x ўқ O_1O_2 ўқ ва юкнинг бошланғич ҳолати орқали ўтади, z ўқ краннинг айланиш ўқи бўйлаб юқорига йўналган.

21.4. Юкни кўтариш ва кранни силжитиш механизмларининг ишларини бирлаштиришда A юк горизонтал ва вертикал йўналишларда силжийди. $r = 0,5$ м радиусли B барабанга ўралган канат воситасида A юк ушлаб турилади. B барабан ишга туширилишида $\omega = 2\pi$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. Кран горизонтал йўналишида $v = 0,5$ м/с доимий тезлик билан силжийди. Агар юкнинг бошланғич координаталари $x_0 = 10$ м, $y_0 = 6$ м бўлса, унинг абсолют траекторияси аниқлансин.

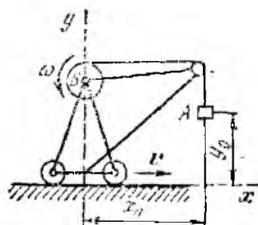
Жавоб: $y = \frac{x - x_0}{v} \omega r + y_0 = 6,28x - 56,8$.



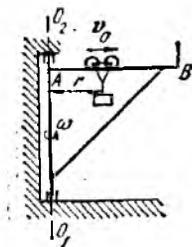
21.2-масалага



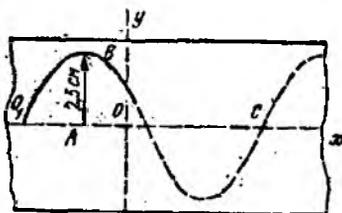
21.3-масалага



21.4-масалага



21.5- масалага



21.6- масалага

21.5. Айланувчи краннинг AB стреласи O_1O_2 ўқ атрофида ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Горизонтал стрела бўйлаб A дан B га томон, тележка v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. Агар бошланғич пайтда тележка O_1O_2 ўқда бўлса, унинг абсолют траекторияси аниқлансин.

Жавоб: Траектория $r = \frac{v_0}{\omega} \varphi$ — Архимед спиралидан иборат, бунда r — тележканинг айланиш ўқидан ҳисобланган масофаси, φ — кранинг O_1O_2 ўқ атрофида айланиш бурчаги.

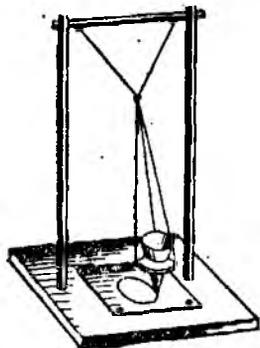
21.6. Тебранма ҳаракатни ёзиш учун хизмат қиладиган асбобнинг лентаси Ox ўқ йўналишида 2 м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Oy ўқ бўйлаб тебранувчи жисм лентада энг катта ординатаси $AB = 2,5$ см, узунлиги $O_1C = 8$ см бўлган синусоида чизади. Синусоиданинг O_1 нуқтаси жисмнинг $t = 0$ пайтдаги ҳолатига тўғри келади деб ҳисоблаб, жисм тебранма ҳаракатининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: $y = 2,5 \sin(50 \pi t)$ см.

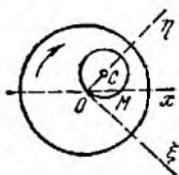
21.7. Трамвай тўғри чизиқли горизонтал йўл участкасида $v = 5$ м/с ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади; шу билан бир вақтда, трамвай кузови рессораларда амплитудаси $a = 0,008$ м ва даври $T = 0,5$ с бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилади. Кузов оғирлик марказидан йўл полотносигача бўлган ўртача масофа $n = 1,5$ м бўлса, оғирлик маркази траекториясининг тенгламаси топилсин. $t = 0$ бўлганда оғирлик маркази ўрта ҳолатда туради ва тебраниш тезлиги юқорига йўналган. Ox ўқ горизонтал равишда полотно бўйлаб ҳаракат томонига, Oy ўқ эса оғирлик марказининг $t = 0$ пайтдаги вазияти орқали вертикал юқорига йўналтирилсин.

Жавоб: $y = 1,5 + 0,008 \sin 0,8 \pi x$.

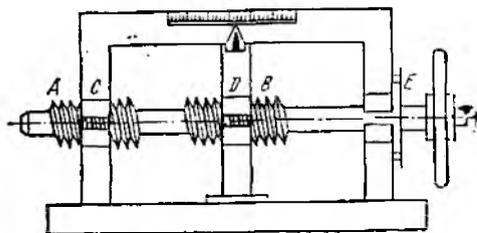
21.8. Тебраниш частотаси бир хил, лекин амплитуда ва фазалари ҳар хил бўлган ўзаро тик иккита гармоник тебранма ҳаракат қилувчи қўшалок маятник учи мураккаб



21.8- масалага



21.11-масалга



21.12-масалга

ҳаракатининг траекторияси тенгламаси аниқлансин; кўрсатилган тебранишлар тенгламалари:

$$x = a \sin(\omega t + \alpha), \quad y = b \sin(\omega t + \beta).$$

$$\text{Жавоб: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos(\alpha - \beta) = \sin^2(\alpha - \beta) \text{ — эллипс.}$$

21.9. Қўшалоқ маятникнинг учи иккита ўзаро тик $x = a \sin 2\omega t$, $y = a \sin \omega t$ гармоник тебранишларнинг қўшилиши натижасида Лиссажу шаклини чизади. Траектория тенгламаси топилсин.

$$\text{Жавоб: } a^2 x^2 = 4y^2(a^2 - y^2).$$

21.10. Темир йўл поездаи 36 км/соат тезлик билан текис ҳаракат қилади; охири вагонга осиб қўйилган сигнал фонари кронштейндан чиқиб кетади. Агар фонарь ердан 4,905 м баландликда турган бўлса, фонарь абсолют ҳаракатининг траекторияси ва фонарь ерга тушгунча поезднинг босиб ўтган s йўли аниқлансин; координата ўқлари фонарнинг бошланғич ўрнидан ўтказилган; Ox ўқ горизонтал ва поезд ҳаракати томонига, Oy ўқ вертикал равишда пастга йўналган.

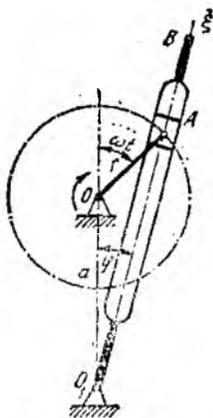
Жавоб: Вертикал ўқли парабола; $y = 0,049 x^2$, $s = 10$ м (x, y — метрлар, t — секундлар ҳисобида).

21.11. M резец $x = a \sin \omega t$ қонунига мувофиқ кўндаланг илгарилма-қайталама ҳаракат қилади. Резецнинг абсолют траекториясини кесиб ўтувчи O ўқ атрафида ω бурчак тезлиги билан айланувчи дискка нисбатан M резец учининг траекторияси тенгламаси топилсин.

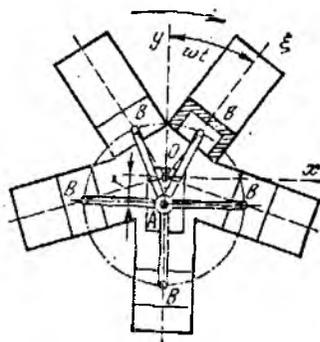
Жавоб: $\xi^2 + (\eta - a/2)^2 = a^2/4$, радиуси $a/2$ га тенг, маркази C нуқтада бўлган айлана (расмга қаралсин).

21.12. Баъзи ўлчов ва бўлув асбобларида кўрсаткични суриш учун A қисмида резбасининг қадами h_1 мм, B қисмида эса резьба қадами $h_2 < h_1$ бўлган винтга эга AB ўқдан иборат дифференциал винт қўлланилади. A қисми C қўзғалмас гайкада айланади, B қисми эса D элемент орасидан ўтади. D элемент айланма ҳаракат қила олмайди ва қўзғалмас шкала бўйлаб сурилувчи кўрсаткичга бириктирилган.

1) Агар $n = 200$, $h_1 = 0,5$ мм ва $h_2 = 0,4$ мм бўлса, ўқ маховиги $1/n$ қисмга айланганда кўрсаткичининг қанча сурилиши аниқлансин (тегишли шкала E дискка чизилган). Иккала винт ўнг ёки иккаласи ҳам чап винтлар.



21.13-масалага



21.14-масалага

2) Агар A қисмида чап, B қисмида эса ўнг резьба очилса, асбобнинг кўрсаткиши қандай ўзгаради?

Жавоб: 1) $s = \frac{1}{n} (h_1 - h_2) = 0,0005$ мм;

2) $s = \frac{1}{n} (h_1 + h_2) = 0,0045$ мм.

21.13. Рақдалақ станогининг тезлаштирувчи механизми иккита ўзаро параллел O ва O_1 вал, OA кривошип ва O_1B кулисидан иборат. OA кривошипнинг учи O_1B кулисанинг кесик изи бўйлаб сирғанувчи ползун билан шаршир ёрдамда бириктирилган. Ҳар бири r бўлган OA кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади, валлар орасидаги масофа $OO_1 = a$. Ползуннинг кулиса ариқчасидаги нисбий ҳаракатининг тенгламаси ва кулисанинг айланиш тенгламаси топишсин.

Жавоб: $\xi = \sqrt{a^2 + r^2} + 2 \arccos \omega t$, $\text{tg } \varphi = \frac{r \sin \omega t}{a + r \cos \omega t}$.

21.14. Расмда схема тарзида кўрсатилган ротатив двигателда қартерга бириктирилган цилиндрлар қартер билан бирга валнинг O қўзғалмас ўқи атрофида айланадилар, поршенларнинг шатуллари эса қўзғалмас OA кривошипнинг A палеци атрофида айланадилар. Цилиндрлар ω бурчак тезлик билан айланса:

1) поршенлардаги B нуқталарнинг абсолют ҳаракатининг траекторияси ва 2) B нуқталарининг цилиндрларга нисбатан нисбий ҳаракатининг тақрибий тенгламаси кўрсатишсин. Берилган; $OA = r$ ва $AB = l$, Ox ва Oy ўқлар галнинг марказидан бошланади. $\lambda = r/l$ жуда кичик миқдор деб қабул қилинган.

Жавоб: 1) $x^2 + (y - l)^2 = l^2$ — айлана,

2) $\xi = l(1 - \lambda \cos \omega t - \frac{\lambda^2}{2} \sin^2 \omega t)$.

21.15. Ўтлоқ тепасида муаллақ турган вертолёт юк ташлайди ва шу моментнинг ўзида горизонтал сиртга нисбатан α бурчак оо-

тидаги йўналишида v_0 тезлик билан ҳаракатлана бошлайди. Юқиниғ вертолётга нисбатан ҳаракат тенгламалари ва траекторияси топилсин (нисбий координаталар системаси ўқлари вертолётнинг оғирлик марказидан унинг горизонтал курси бўйлаб ва вертикал пастга йўналтирилган).

Жавоб: $x_r = -v_0 t \cos \alpha$, $y_r = gt^2/2 + v_0 t \sin \alpha$.

Траектория — парабола:

$$y_r = -x_r \operatorname{tg} \alpha + \frac{gx_r^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}.$$

22-§. Нуқта тезликларини қўшиш

22.1. Кема v_0 тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Денгиз сатҳидан h баландлик ва ўша курс билан v_1 тезликда самолёт учиб боради. Самолётдан ташланган вимпел кемага тушиши учун вимпелни горизонтал бўйича ҳисобланувчи қандай l масофада ташлаш керак? Ҳавонинг вимпел ҳаракатига кўрсатадиган қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $l = (v_1 - v_0) \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

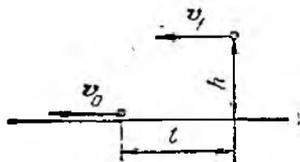
22.2. Олдинги масала самолёт ўша тезлик билан кема ҳаракатига қарама-қарши учиб бораётган ҳол учун ечилсин.

Жавоб: $l = (v_1 + v_0) \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

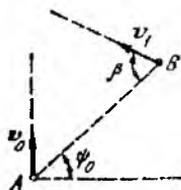
22.3. А нуқтадан ўтаётган кема йўналиши ва миқдори ўзгармас бўлган v_0 тезлик билан ҳаракатланади. Катер В нуқтадан йўналиши ва миқдори ўзгармас бўлган v_1 га тенг тезлик билан ҳаракатланиб кема билан учрашиши учун, катер АВ тўғри чизиққа нисбатан қандай β бурчак остида ҳаракатлана бошланиш керак? АВ чизиқ кема курсига тик йўналиш билан ψ_0 бурчак ташкил қилади.

Жавоб: $\sin \beta = \frac{v_0}{v_1} \cos \psi_0$.

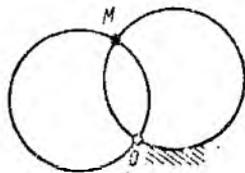
22.4. Олдинги масалада кема ва катер орасидаги дастлабки АВ масофа l га тенг; катернинг кема билан учрашишига кетадиган T вақт аниқлансин.



22.1- масалага



22.3- масалага



22.5- масалага

$$\text{Жавоб: } T = \frac{l}{v_0 \sin \psi_0 + \sqrt{v_1^2 - v_0^2 \cos^2 \psi_0}} = \frac{l}{v_0} \frac{\sin \beta}{\cos(\psi_0 - \beta)} = \frac{l}{v_1} \frac{\cos \psi_0}{\cos(\psi_0 - \beta)}$$

22.5. Айлана сим ўзининг текислигида O қўзғалмас шарнирга нисбатан ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Бу айлананинг худди шундай R радиусли, O шарнирдан ўтувчи қўзғалмас айлана билан кесишиш нуқтаси M қандай ҳаракатланади?

Жавоб: Кесишиш нуқтаси айланаларнинг ҳар бирини ωR га тенг ўзгармас тезлик билан айланиб чиқади.

22.6. Кема ЮВ (жанубий-шарқ) курсида a узелга тенг тезлик билан боради, шу вақтда мачтадаги флюгер В (шарқ) шамолни кўрсатади. Кема тезлигини $a/2$ узелгача камайтирганда флюгер СВ (шимолий-шарқ) шамолни кўрсатади.

Шамолнинг йўналиши ва тезлиги аниқлансин.

Изоҳ: Курснинг номи кема қайси томонга кетаётганини, шамолнинг номи унинг қайси томондан эсаётганини кўрсатади.

Жавоб: Шимолдан; $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ узел.

22.7. Шамол пайтида самолётнинг ўз тезлигини аниқлаш учун Ерда маълум l узунликдаги тўғри чизиқ белгиланади, бу чизиқнинг учлари юқоридан яхши кўришиб туриши керак. Белгиланган тўғри чизиқ йўналишии шамол йўналиши билан бир хил бўлиши керак. Шу чизиқ бўйлаб самолёт олдин шамол йўналишида t_1 с давомида, кейин шамолга қарши йўналишда t_2 с давомида учиб ўтди. Самолётнинг ўз тезлиги v ва шамол тезлиги V аниқлансин.

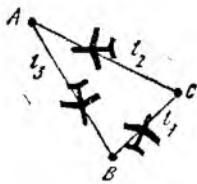
Тушунтириш: Самолётнинг ўз тезлиги деб самолётнинг ҳавога нисбатан олган тезлигига айтилади.

Жавоб: $v = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)$ м/с, $V = \frac{l}{2} \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right)$ м/с.

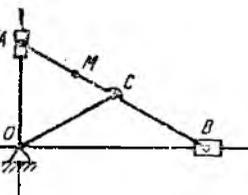
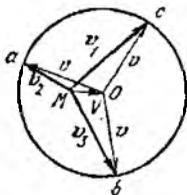
22.8. Шамол пайтида самолётнинг ўз тезлиги v ни аниқлаш учун ерда, томонлари $BC = l_1$, $CA = l_2$, $AB = l_3$ метр бўлган ABC учбурчак полигон белгиланади. Полигоннинг ҳар бир томонида учини вақти t_1 , t_2 , t_3 с белгиланган. Самолётнинг ўз тезлиги v (унинг миқдори ўзгармас деб фараз қилинсин) ва шамол тезлиги V аниқлансин. Масала график усули билан ечилсин.

Жавоб: Ихтиёрий M нуқтадан тегишлича $\frac{l_1}{t_1}$, $\frac{l_2}{t_2}$, $\frac{l_3}{t_3}$ га тенг ва полигоннинг BC , CA ва AB томонларига параллел бўлган учта вектор ўтказилади. Самолёт тезлиги v нинг миқдори шу векторлар учларидан ўтувчи айлана радиуси билан аниқланади. Шамол тезлиги MO вектор билан аниқланади.

22.9. Горизонтал йўлда 72 км/соат тезлик билан бораётган автомобилдаги пассажира кабинанинг ён ойнасига тушган ёмғир томчисининг вертикалга нисбатан 40° га тенг бурчакка оқган траекториясини кузатади. Вертикал тушаётган ёмғир томчисининг абсолют тез-



22.8- масалага



22.12- масалага

лиги аниқлансин. Томчи билан ойна орасидаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $v = \frac{v_0}{\operatorname{tg} 40^\circ} = 23,8 \text{ м/с.}$

22.10. Дарё қирғоқлари параллел; қайиқ A нуқтадан чиқиб, қирғоқларга тик курс олди ва жўнаганидан 10 минут кейин нариги қирғоққа бориб етди. Бунда у, A нуқтадан дарёнинг оқими бўйлаб ҳисоблаганда 120 м пастдаги C нуқтага келди. A нуқтадан чиқиб, қирғоққа тик бўлган AB тўғри чизиқда ётувчи B нуқтага келиш учун, қайиқ AB тўғри чизиққа нисбатан қандайдир бурчак остида ва оқимга қарши курс олиши керак; бу ҳолда қайиқ нариги қирғоққа, 12,5 минутда етади. Дарё кенлиги l , қайиқнинг сувга нисбатан нисбий тезлиги u ва дарё оқимининг тезлиги v аниқлансин.

Жавоб: $l = 200 \text{ м, } u = 20 \text{ м/мин, } v = 12 \text{ м/мин.}$

22.11. Кема $36\sqrt{2}$ км/соат тезлик билан жанубга қараб сузмоқда. Иккинчи кема жануби-шарққа қараб курс олиб, 36 км/соат тезлик билан бормоқда. Биринчи кема палубасида турган кузатувчи томонидан аниқланадиган иккинчи кема тезлигининг йўналиши ва миқдори топилин.

Жавоб: $v_r = 36$ км/соат v_r шимоли-шарққа йўналган.

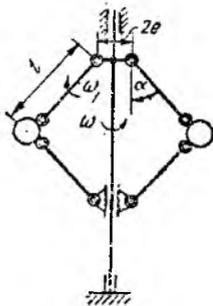
22.12. AB эллипсограф линейкаси, O ўқ атрофида ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи OC стержень билан ҳаракатга келтирилади. Бундан ташқари яхлит механизмнинг ўзи ҳам йўналтирувчилари билан биргаликда O нуқта орқали расм текислигига тик ўталган ўқ атрофида ω_0 га тенг бурчак тезлик билан айланади. OC стержень билан яхлит механизм айланиши қарама-қарши йўналишда содир бўлади, деб ҳисоблаб линейка ихтиёрий M нуқтаси абсолют тезлигини $MA = l$ масофанинг функцияси сифатида топилсин.

Жавоб: $v_M = (AB - 2l)\omega_0$.

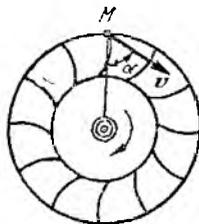
22.13. Олдинги масала инқала айланиш ҳам битта йўналишда содир бўладиган ҳол учун ечилсин.

Жавоб: v_M тезлик M нуқтанинг ҳолатига боғлиқ эмас ва $AB \cdot \omega_0$ га тенг.

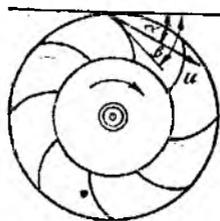
22.14. Уаттнинг марказдан қочма регуляторининг шарлари вертикал ўқ атрофида $\omega = 10$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. Машинанинг нагрукаси ўзгаргани учун шарлар шу ўқдан узоқлашади; бу ҳолда шарлар бириктирилган стерженларнинг стер-



22.14- масалага



22.15- масалага



22.16- масалага

женлар осилган ўқлар атрофида айланиш бурчак тезлиги $\omega_1 = 1,2$ рад/с дан иборат. Стерженларнинг узунлиги $l = 0,5$ м, улар осилган ўқлар орасидаги масофа $2e = 0,1$ м. Стерженларнинг регулятор ўқи билан ҳосил қилган бурчаклари $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 30^\circ$ бўлган пайт учун шарларнинг абсолют тезлиги топилсин.

Жавоб: $v = 3,06$ м/с.

22.15. Гидравлик турбинада, сув йўналтирувчи аппаратдан айланувчи ишчи филдиракка тушади. Сув зарб билан кирмаслиги учун филдиракнинг кураклари шундай ўрнатилганки, кирадиган сув заррасининг нисбий тезлиги v_r куракка уринма бўлиб йўналади. Кираётган сув заррасининг абсолют тезлиги $v = 15$ м/с. Абсолют тезликнинг филдирак радиуси билан ҳосил қилган бурчаги $\alpha = 60^\circ$, филдиракнинг бурчак тезлиги π рад/с, сув кирадиган жой радиуси $R = 2$ м. Филдиракнинг ташқи тўғнидаги сув заррасининг (кириш пайтидаги) нисбий тезлиги топилсин.

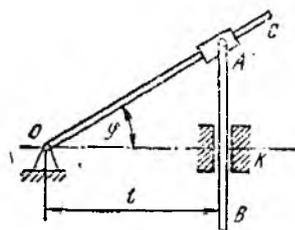
Жавоб: $v_r = 10,06$ м/с, $(v_r, \curvearrowright R) = 41^\circ 50'$.

22.16. Сув зарралари турбинага u тезлик билан киради. u тезлик ва зарралар кирадиган нуқтада роторга ўтказилган уринма орасидаги бурчак α га тенг. Роторнинг ташқи диаметри D , минутдаги айланишлар сони n . Сув турбинага зарбасиз кириши учун (зарраларнинг нисбий тезлиги буида кураклар бўйлаб йўналиши керак) ротор кураги билан сувнинг кириш нуқтасидаги уринма орасидаги β бурчак қанча бўлиши аниқлансин.

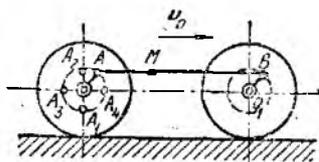
Жавоб: $\operatorname{tg} \beta = \frac{60 u \sin \alpha}{60 u \cos \alpha - \pi D n}$.

22.17. Кулисали механизмда OC кривошипнинг расм текислигига перпендикуляр бўлган O ўқ атрофида тебраниши натижасида, A ползун OC кривошипни бўйлаб сурилиб, вертикал K йўналтирувчиларда ҳаракатланувчи AB стерженни ҳаракатга келтиради. Масофа $OK = l$ A ползуннинг OC кривошипга нисбатан ҳаракатидаги тезлиги кривошипнинг бурчак тезлиги ω ва айланиш бурчакли φ функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $v_r = \frac{l \omega \operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi}$.



22.17- масалага



22.18- масалага

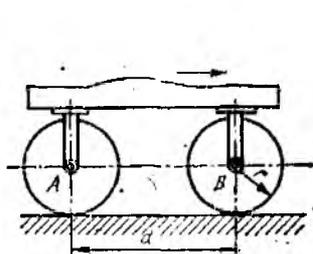
22.18. AB спарник бирор M нуқтасининг абсолют тезлиги топилсин; спарник O ва O_1 ўқлардаги OA ва O_1B кривошипларни туташтиради; филдиракларнинг радиуслари бир хил: $R = 1$ м; кривошипнинг радиуслари: $OA = O_1B = 0,5$ м. Экипажнинг тезлиги $v_0 = 20$ м/с. M нуқтасининг тезлиги OA ва O_1B кривошиплар ё вертикал ёки горизонтал бўлган тўрт ҳолат учун аниқлансин. Филдираклар рельсларда сирғаймай думалайди.

Жавоб: $v_1 = 10$ м/с, $v_2 = 30$ м/с, $v_3 = v_4 = 22,36$ м/с.

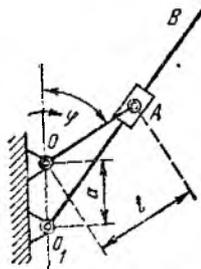
12.19. Тўғри чизиqli рельсда v тезлик билан ҳаракатланувчи вагоннинг A ва B филдираклари рельс бўйлаб сирғаймай думалайди. Филдиракларнинг радиуслари r га, ўқлар орасидаги масофа d га тенг. B филдирак билан ўзгармайдиган қилиб боғланган координаталар системасига нисбатан A филдирак марказининг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: Тезлик $\frac{vd}{r}$ га тенг, AB га перпендикуляр ва паства йўналган.

22.20. Механизм ўзаро параллел иккита O ва O_1 валлардан, OA кривошип ва O_1B кулисадан иборат; OA кривошипнинг A учи O_1B кулиса кесиги бўйлаб сирғанади; валларнинг ўқлари орасидаги OO_1 масофа a га тенг, OA кривошипнинг узунлиги l га тенг, бунда $l > a$. O вал ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Қуйидагилар топилсин: 1) O_1 валнинг бурчак тезлиги ω_1 ва A нуқтасининг O_1B кулисага нисбатан нисбий тезлиги (улар $O_1A = s$ ўзгарувчи миқдор орқали ифодалансин); 2) бу миқдорларнинг энг катта ва энг кичик



22.19- масалага



22.20- масалага

қийматлари; 3) кривошипнинг $\omega_1 = \omega$ бўладиган ҳолати топилсин.

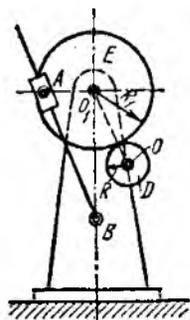
$$\text{Жавоб: } \omega_1 = \frac{\omega}{2} \left(1 + \frac{l^2 - a^2}{s^2} \right),$$

$$v_r = \frac{\omega}{2s} \sqrt{(l+s+a)(l+s-a)(a+l-s)(a+s-l)};$$

$$2) \omega_{1 \max} = \omega \frac{l}{l-a}, \quad \omega_{1 \min} = \omega \frac{l}{l+a}, \quad v_{r \max} = a \omega, \quad v_{r \min} = 0;$$

3) $O_1B \perp O_1O$ бўлганда $\omega_1 = \omega$.

22.21. Рапдалаш станогни механизми тебранувчи куличасининг A тоши тишли узатма билан ҳаракатга келтирилади; бу узатма D ва E тишли ғилдирақлардан иборат. E ғилдирақда A тошнинг палец шаклидаги ўқи бор. Тишли ғилдирақларнинг радиуслари $R = 0,1$ м, $R_1 = 0,35$ м, $O_1A = 0,3$ м, E тишли ғилдирақнинг O_1 ўқи билан кулисаининг B тебраниш маркази орасидаги масофа $O_1B = 0,7$ м. Агар D тишли ғилдирақ $\omega = 7$ рад/с бурчак тезликка эга бўлса, кулисаининг O_1A кесма ё вертикал (юқориги ва пастки ҳолатлар), ёки AB кулисага тик (чап ва ўнг ҳолатлар) бўлган пайтлардаги бурчак тезлиги аниқлансин. O_1 ва B нуқталар айни бир вертикалда жойлашган.



Жавоб: $\omega_1 = 0,6$ рад/с, $\omega_{II} = \omega_{IV} = 0$, $\omega_{III} = 1,5$ рад/с.

22.21-масалага

22.22. Кривошип-кулиса механизми айланувчи кулисаининг бурчак тезлиги кривошипнинг тўртта: иккита вертикал ва иккита горизонтал ҳолатлари учун аниқлансин; $a = 60$ см, $l = 80$ см ва кривошипнинг бурчак тезлиги π рад/с га тенг (22.20-масалага берилган расмга қаралсин).

$$\text{Жавоб: } \omega_1 = \frac{4}{7} \pi \text{ рад/с, } \omega_{II} = \omega_{IV} = 0,64 \pi \text{ рад/с, } \omega_{III} = 4 \pi \text{ рад/с.}$$

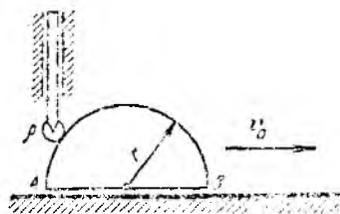
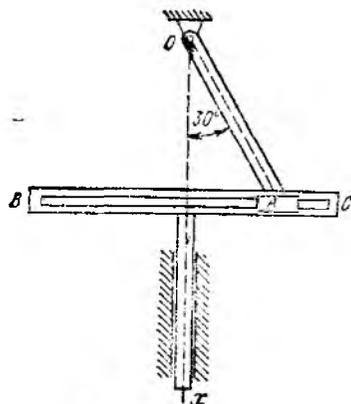
22.23. AB шатунининг иккита вертикал ва иккита горизонтал ҳолатлари учун ротатив двигатель поршенининг абсолют тезлиги аниқлансин; кривошип узунлиги $OA = r = 0,08$ м, шатуни узунлиги $AB = l = 0,24$ м, картер билан цилиндрнинг бурчак тезлиги 40π рад/с (21.14-масалага берилган расмга қаралсин).

$$\text{Жавоб: } v_1 = 20,11 \text{ м/с, } v_{III} = 40,21 \text{ м/с, } v_{II} = v_{IV} = 33,51 \text{ м/с.}$$

22.24. Ерга нисбатан M нуқта тезлигининг шарқий, шимолий ва вертикал тузувчилари мос равишда v_E , v_N , v_h га тенг. Берилган пайтда нуқтанинг Ер сиртидан баландлиги h га тенг, жойнинг кенглиги φ , Ернинг радиуси R , бурчак тезлиги ω . Нуқта абсолют тезлигининг тузувчилари аниқлансин.

Жавоб: $v_x = v_E + (R+h)\omega \cos \varphi$, $v_y = v_N$, $v_z = v_h$ (x ўқ шарққа томон йўналтирилган, y ўқ — шимолга, z ўқ — вертикал юқорига).

22.25. Илгарилама ҳаракат қилувчи BC кулисаини кривошип—кулисаини механизмда $l = 0,2$ м узунликдаги OA кривошип (кулисадан кейин ўрнашган) 3π рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Кулиса кесмида сирпанувчи тош билан шарнирли бириктирилган учинчи орқали кривошип BC кулисаини илгарилама-қайтма ҳаракатга келтиради.



22.26-масалага

22.25-масалага

Кривошип ўқи билан 30° бурчак ҳосил қилган пайтда кулисаннинг v тезлиги аниқлансин.

$$v = 0,942 \text{ м/с.}$$

22.26. Қўли учи билан ролик ёрдамида r радиусли яримцилиндр сиртига тиралиб, стержень вертикал йўналтирувчилар ичида сирланади. Яримцилиндр горизонтал йуналишда ўнг томонга v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. Роликнинг радиуси ρ . Стержень бошланғич пайтда ўзининг энг юқори ҳолатида бўлган деб, унинг тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{v_0^2 t}{\sqrt{(r + \rho)^2 - v_0^2 t^2}}$$

22.27. Токарлик станогинда диаметри $d = 80$ мм бўлган цилиндр сирти текисланаётганда шпиндель $n = 30 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ бурчак тезлик билан айланади. Бўйламасига узатгич тезлиги $v = 0,2$ мм/с. Ишлов берилаётган цилиндрга нисбатан резецнинг v_r тезлиги аниқлансин.

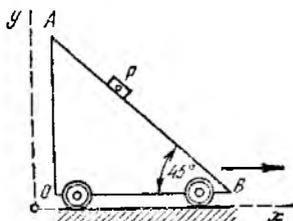
Жавоб: $v_r = 125,7$ мм/с, $\text{tg } \alpha = 628$, бунда α — шпиндель ўқи билан v_r орасидаги бурчак.

23-§. Нуқта тезланишларини қўшни

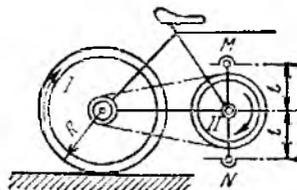
23.1. Горизонт билан 45° бурчак ташкил қилувчи AB қия текислик Ox ўққа параллел равишда $0,1$ м/с² ўзгармас тезланиш билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Шу текисликда P жисм $0,1\sqrt{2}$ м/с² ўзгармас нисбий тезланиш билан тушиб келади; текислик ва жисмнинг бошланғич тезликлари нолга тенг, жисмнинг бошланғич ҳолати $x = 0$, $y = h$ координаталар билан белгиланади. Жисм абсолют ҳаракатининг траекторияси, тезлиги ва тезланиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } y = h - \frac{x}{2}, \quad v = 0,1\sqrt{5}t \text{ м/с, } \omega = 0,1\sqrt{5} \text{ м/с}^2.$$

23.2. Белосиведчи тўғри чизиқли горизонтал йўлининг бирор участкасида $s = 0,1t^2$ (s — метрлар, t — секундлар ҳисобида) қонунига мувофиқ ҳаракат қилади. Беришан: $R = 0,35$ м, $l = 0,18^\circ$ м; тишлар



23.1- масалага



23.2- масалага

осси: $z_1 = 18$, $z_2 = 48$, $t = 10$ с бўлганда велосипед педллари M ва N ўқларининг абсолют тезланишлари аниқлансин (гилдирақлар сирғанмай гилдирайди деб фараз қилинсин); шу пайтда MN кривошип вертикал жойлашган.

Жавоб: $\omega_M = 0,860$ м/с², $\omega_N = 0,841$ м/с².

23.3. Агар экипаж тўғри чиқиқли йўлда $v_0 = 10$ м/с тезлик билан текис ҳаракат қилса, O ва O_1 ўқлардаги кривошипларни бирлаштирувчи AB спарникнинг бирор M нуқтасининг абсолют тезланиши аниқлансин. Гилдирақлар радиуси $R = 1$ м, кривошиплар радиуслари $r = 0,75$ м (22.18-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\omega = 75$ м/с².

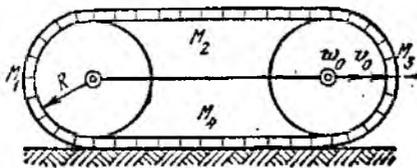
23.4. Тўғри чиқиқли йўл участкасида v_0 тезлик ва ω_0 тезланиш билан сирғанмай ҳаракат қилувчи трактор гусеничасидаги M_1 , M_2 , M_3 ва M_4 нуқталарнинг тезлик ва тезланишлари топилсин; трактор гилдирақларининг радиуслари R га тенг. Гусеницанинг гилдирак тўғинларида сирғаниши ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $v_1 = v_3 = v_0 \sqrt{2}$, $v_2 = 2v_0$, $v_4 = 0$,

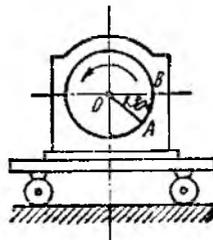
$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\omega_0 + \frac{v_0^2}{R}\right)^2}, \omega_2 = 2\omega_0,$$

$$\omega_3 = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\omega_0 - \frac{v_0^2}{R}\right)^2}, \omega_4 = 0.$$

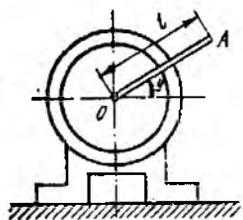
23.5. Ўнг томонга горизонтал бўйлаб $\omega = 0,492$ м/с² тезланиш билан ҳаракат қилувчи аравачага электр мотори ўрнатилган; унинг ротори ҳаракатга келтириш вақтида $\varphi = t^2$ тенгламага мувофиқ айланади, бунда φ бурчак радианлар билан ўлчанади. Роторнинг радиуси



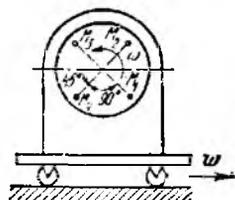
23.4- масалага



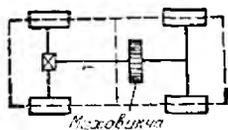
23.5- масалага



23.7- масалага



23.8- масалага



23.9- масалага

0,2 м га тенг. Ротор тўғинидаги A нуқтанинг $t = 1$ с бўлгандаги абсолют тезланиши аниқлансин. Шу пайтда A нуқта расмда кўрсатилган ҳолда туради.

Жавоб: $\omega_A = 0,716$ м/с², ω_A вектор тик юқорига йўналган.

23.6. Олдинги масалада A нуқта B ҳолатни эгаллаганда унинг абсолют тезланиши нолга тенг бўлса, роторнинг текис айланишидаги бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 1,57$ рад/с.

23.7. $\varphi = \omega t$ ($\omega = \text{const}$) тенгламага мувофиқ айланувчи электромотор валига узунлиги l га тенг OA стержень тўғри бурчак остида бириктирилган бўлиб, пойдеворга маҳкамланмай ўрнатилган электромотор унда $x = a \sin \omega t$ қонунга кўра горизонтал гармоник тебранма ҳаракат қилади. A нуқтанинг $t = \frac{\pi}{2\omega}$ с пайтдаги абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_A = \omega^2 \sqrt{a^2 + l^2}$.

23.8. Устига мотор ўрнатилган аравача горизонтал йўналишда ўнг томонга $\omega = 0,4$ м/с² ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланади. Мотор $\varphi = \frac{1}{2} t^2$ қонун билан айланади. Роторнинг, ротор ўқидан $l = 0,2\sqrt{2}$ масофада турувчи тўртта M_1, M_2, M_3 ва M_4 нуқталарининг расмда тасвирланган ҳолатлари учун $t = 1$ с пайтдаги абсолют тезланишлари аниқлансин.

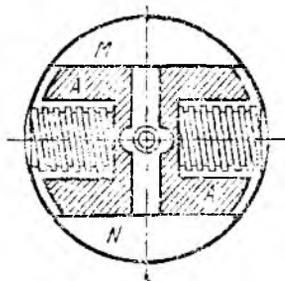
Жавоб: $\omega_1 = 0,4\sqrt{2}$ м/с², $\omega_2 = 0$,

$\omega_3 = 0,4\sqrt{2}$ м/с², $\omega_4 = 0,8$ м/с².

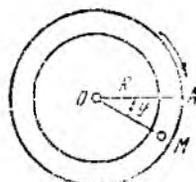
23.9. Автомобиль йўлниинг тўғри чизиқли участкасида $\omega_0 = 2$ м/с² тезланиш билан ҳаракат қилади. Узунасига йўналган валга радиуси $R = 0,25$ м бўлган айланувчи маховик ўрнатилган, унинг шу пайтдаги бурчак тезлиги $\omega = 4$ рад/с ва бурчак тезланиши $\varepsilon = 4$ рад/с². Маховик тўғинидаги нуқталарининг шу пайтдаги абсолют тезланиши топилсин.

Жавоб: $\omega = 4,58$ м/с².

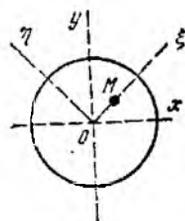
23.10. Самолёт $\omega_0 = \text{const} = 4$ м/с² тезланиш билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади, диаметри $d = 1,8$ м бўлган винт 60 л рад/с га тенг бурчак тезлик билан текис айланади. Ерга нисбатан қўзғалмас координата системасида (шу координата системасининг Ox ўқи винт



23.11-масалага



23.13-масалага



23.14-масалага

ўқига тўғри келади) винт учининг ҳаракат тенгламалари, тезлиги ва тезланиши топилсин. Самолётнинг бошланғич тезлиги $v_0 = 0$.

Жавоб: $x = 2t^2$ м, $y = 0,9 \cos 60\pi t$ м, $z = 0,9 \sin 60\pi t$ м;
 $v = 116t^2 - 2916\pi^2$ м/с; $\omega = 31945$ м/с².

23.11. Ҳазармас $\omega = 6\pi$ рад/с бурчак тезлик билан вертикал ўқ атрафда айланувчи регуляторда пружина учларига бириктирилган сир A тошлар MN паз бўйлаб шундай гармоник тебранма ҳаракат қиладики, уларнинг оғирлик марказларидан айланувчи ўқигача бўлган масофа $x = (0,1 + 0,5 \sin 8\pi t)$ м қонунга мувофиқ ўзгаради. Кориолис тезланиши максимал қийматга эришган пайтда тош оғирлик марказининг тезланиши аниқлансин. Шунингдек, тошларнинг четки ҳолатида Кориолис тезланишининг қиймати кўрсатилсин.

Жавоб: $\omega_c = 6\pi^2$ м/с², $\omega_c = 0$.

23.12. Вертикал ўқ атрафда 2π рад/с бурчак тезлик билан текис айланувчи горизонтал O трубадан сув оқади. Сувнинг нисбий тезлиги v_r ($v_r = 21/11$ м/с) O А бўйлаб йўналган нуқтасида кориолис тезланиши ω_c аниқлансин. Тақрибан $\pi = 22/7$ деб қабул қилинсин.

Жавоб: $\omega_c = 21$ м/с².

23.13. Радиуси $R = 1$ м бўлган юмалоқ труба горизонтал O ўқ атрафда соат стрелкаси бўйлаб $\omega = 1$ рад/с Ҳазармас бурчак тезлик билан айланади. M шарча трубадаги бирор A нуқта атрафда шундай тебранадики, бурчак $\varphi = \sin \pi t$ қонун билан ўзгаради. $t = 2$ с бўлган пайтда шарча абсолют тезланишининг ω_c уринма ва ω_n нормал ташкил этувчилари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_c = -4,93$ м/с², $\omega_n = 13,84$ м/с².

23.14. Диск ўз текислигига перпендикуляр бўлган ўқ атрафда соат стрелкаси бўйлаб 1 рад/с² бурчак тезланиши билан текис тезланиб айланади; $t = 0$ бўлган пайтда унинг бурчак тезлиги полга тенг. M нуқта дискнинг диаметридан бири бўйлаб шундай тебранадики, унинг координатаси $\xi = \sin \pi t$ м қонун билан ўзгаради. Сунда t секундар ҳисобида олинган. $t = 1 \frac{2}{8}$ с бўлган

пайтда M нуқта абсолют тезланишининг диск билан боғланган ξ, η ўқлардаги проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_z = 10,95 \text{ м/с}^2$, $\omega_n = -4,37 \text{ м/с}^2$.

23.15. Ўз текислигига тик бўлган O ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи диск ватари бўйлаб бир нуқта v , nisбий тезлик билан текис ҳаракат қилади. Нуқта ўққа энг яқин h масофада бўлган пайтда унинг абсолют тезлиги ва тезланиши қанча бўлади? Нуқтанинг nisбий ҳаракати дисkning айланиви йўналишига мос келади деб олинсин.

Жавоб: $v = v_0 + h\omega$, $\omega = \omega^2 h + 2\omega v_0$.

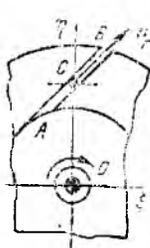
23.16. Айланма ҳаракатни бир галдан унга параллел бўлган иккинчи валга узатиш учун муфта қўлланилади. Бу муфта OO_1 кривошливи маҳкамланган, ҳаракатни ўтказувчи эллиптик ширкундан иборат. AB кривошлини ω_1 бурчак тезлик билан O_1 ўқ атрофида айланади ва крестовинани иккинчи вал билан бирга O ўқ атрофида айлантиради, $\omega_1 = \text{const}$ бўлганда крестовини айланганининг бурчак тезлиги, шунингдек, ползун A нуқтасининг кўчирма ва nisбий (крестовинига nisбатан) тезлиги ҳамда кўчирма, nisбий ва нормалис тезланиши аниқлаксин: $OO_1 = AO_1 = O_1B = a$.

Жавоб: $\omega = \omega_1 t_2$, $v_x = a\omega_1 \sin(\omega_1 t/2)$, $v_y = a\omega_1 \cos(\omega_1 t/2)$; $\omega_x = \omega_1$, $\omega_y = (a\omega_1^2/2) \sin(\omega_1 t/2)$; $\omega_z = a\omega_1^2 \cos(\omega_1 t/2)$.

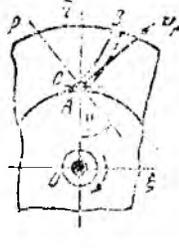
23.17. Велосипед ҳайдовчи вертикал ўқ атрофида $\omega = 1/2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи горизонтал платформа бўйлаб ҳаракат қилади; ҳайдовчидан платформанинг айланми ўқга энг бўлган масофа ўзгармайди ва $r = 4$ м га тенг бўлиб қараётган ҳайдовчининг nisбий тезлиги $v_r = 4$ м/с бўлиб, платформа t вақти нуқтасининг кўчирма тезлигига қаршима-қарши томонга $2t$ м/с² т.м. Ҳайдовчининг абсолют тезланиши аниқлансин. Шунингдек, унинг абсолют тезланиши полга тенг бўлиши учун, ҳайдовчи қандай тезлик билан ҳаракат қилиши кераклиги ҳам топилсин.

Жавоб: 1) $\omega = 1 \text{ м/с}^2$, ω радиус бўйлаб диск маркази томонга йўналган; 2) $v_r = 2 \text{ м/с}$.

23.18. Тўғри қизилқан қаналга эга компрессор раэм текислигига перпендикуляр бўлган O ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Ҳаво қаналлари v , ўзгармас nisбий тезлик билан оқди. AB қаналининг C нуқтасидан ҳаво заррачасининг абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг координата ўқларидаги проекциялари топилсин;



23.18-масаллага



23.19-масаллага

қуйидагилар берилган: AB канал OC радиусга 45° бурчак билан оғган, $OC = 0,5$ м, $\omega = 4\pi$ рад/с, $v_r = 2$ м/с.

Жавоб: $v_c = 7,7$ м/с, $v_n = 1,414$ м/с, $\omega_c = 35,54$ м/с², $\omega_n = -114,5$ м/с².

23.19. Бундан олдинги масала эгри чизиқли канал учун ечилсин; каналнинг эгрилик радиуси C нуқтада ρ га тенг, AB эгри чизиққа C нуқтада ўтказилган нормал билан CO радиус орасидаги бурчак эса φ га тенг. CO радиус r га тенг.

$$\text{Жавоб: } v_c = v_r \cos \varphi + r \omega, \quad v_n = v_r \sin \varphi, \quad \omega_c = \left(2v_r \omega - \frac{v_r^2}{\rho} \right) \sin \varphi, \quad \omega_n = - \left[r \omega^2 + \left(2v_r \omega - \frac{v_r^2}{\rho} \right) \cos \varphi \right].$$

23.20. Узунлиги r бўлган кривошип ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Кўндаланг рандаловчи станок тебранувчи кулисасининг ε бурчак тезланиши вақт функцияси сифатида ифодалансин; кривошип ва кулисанинг айланиш ўқлари орасидаги масофа $a > r$ (21.13-масалага берилган расмга қаралсин).

$$\text{Жавоб: } \varepsilon = \frac{(r^2 - a^2) ar \omega^2 \sin \omega t}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \omega t)^3}.$$

23.21. A тош кулиса билан бирга кўчирма ҳаракат ва кулиса кесиги бўйлаб v_r тезлик ҳамда ω_r тезланиш билан тўғри чизиқли нисбий ҳаракат қилади; кулиса ўз текислигига тик бўлган O_1 ўқ атрофида ω бурчак тезлик ва ε бурчак тезланиш билан айланади. Тош абсолют тезланишининг кулиса билан боғланган кўзгалувчи координата ўқларидаги проекциялари $O_1 A = s$ ўзгарувчи масофа орқали ифодалансин (22.20-масалага берилган расмга қаранг).

Жавоб: $\omega_c = \omega_r - s \omega^2$; $\omega_n = s \varepsilon + 2v_r \omega$, бунда ξ ва η ўқлар мос равишда кесик бўйлаб ва унга тик йўналган.

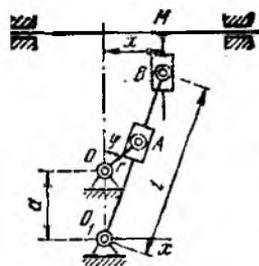
23.22. Рандалаш станогни кривошип-кулиса механизми айланувчи кулисасининг бурчак тезланиши кривошипнинг иккала вертикал ва иккала горизонтал ҳолатларида қанча бўлиши аниқлансин; кривошип узунлиги $l = 0,4$ м, кривошип ва кулиса ўқлари орасидаги масофа $a = 0,3$ м, кривошипнинг текис айланиш бурчак тезлиги $\omega = 3$ рад/с (22.20-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\varphi = 0$ ва $\varphi = 180^\circ$, $\varepsilon = 0$; $\varphi = 90^\circ$, $\varepsilon = 1,21$ рад/с², $\varphi = 270^\circ$, $\varepsilon = 1,21$ рад/с² (секинланувчан айланиш).

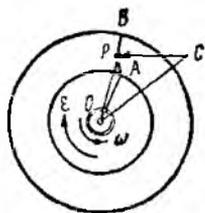
23.23. Олдинги масалада кўрсатилган тўртта ҳолат учун кулиса тошининг кулиса кесиги бўйлаб қиладиган нисбий ҳаракати тезланиши топилсин.

$$\text{Жавоб: } \varphi = 0, \quad \omega_r = 1,543 \text{ м/с}^2; \quad \varphi = 90^\circ \text{ ва } \varphi = 270^\circ, \quad \omega_r = 1,037 \text{ м/с}^2; \quad \varphi = 180^\circ, \quad \omega_r = -1,037 \text{ м/с}^2.$$

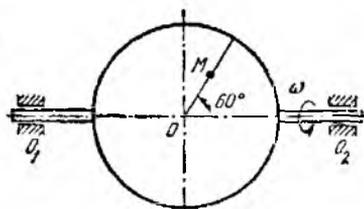
23.24. Рандалаш станогининг $O_1 B$ тебранувчи кулисали кривошип-кулиса механизми билан ҳаракатга келтириладиган M суппортининг ҳаракат тенгламаси, тезлиги ва тезланиши аниқлансин. Схема расмда кўрсатилган. Кулиса M суппортга B ползун билан бириктирилган; ползун суппортининг ҳаракатланиш ўқига тик бўлган йўнал-



23.24- масалага



23.26- масалага



23.27- масалага

тирувчиларда суппортга нисбатан сирғапади. Берилган: $O_1B = l$, $OA = r$, $O_1O = a$, $r < a$; OA кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; кривошипнинг айланиш бурчаги вертикал ўқдан бошлаб ҳисобланади.

$$\text{Жавоб: } x = lr \sin \omega t / \sqrt{a^2 + r^2 + 2ar \cos \omega t}$$

$$v = rl\omega \frac{(a + r \cos \omega t)(a \cos \omega t + r)}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \omega t)^{3/2}}$$

$$\omega = rl\omega^2 \frac{a(r^2 - a^2)(a + r \cos \omega t) - r^2(a \cos \omega t + r)^2}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \omega t)^{5/2}} \sin \omega t$$

Изоҳ: Координата O нуқтадан ўтувчи вертикалдан ҳисобланади.

23.25. Тебранувчи кулисалари рандалаш станогини кескичининг тезланиши кривошипнинг иккита вертикал ва иккита горизонтал ҳолатларида қанча бўлиши топилинсин; кривошип узунлиги $r = 0,1$ м, кривошип ва кулисанинг айланиш марказлари орасидаги масофа $a = 0,3$ м, кулиса узунлиги $l = 0,6$ м, кривошип айланишининг бурчак тезлиги $\omega = 4$ рад/с = const (23.24-масалага берилган расмга қаралинсин).

Жавоб: $\varphi = 0$ ва $\varphi = 180^\circ$ да $\omega_x = 0$, $\varphi = 90^\circ$ ва $\varphi = 270^\circ$ да $\omega_x = \mp 2,21$ м/с².

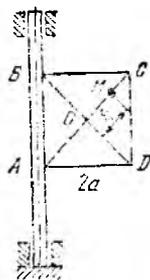
23.26. Турбинанинг 3 рад/с² бурчак тезланиш билан соат стрелкаси ҳаракатига қарши йўналишда секинланувчан айланаётган AB кураги 0,2 м эгрилик радиусига эга бўлиб, эгрилик маркази C нуқтада, бунда $OC = 0,1 \sqrt{10}$ м. Курак бўйлаб турбина O ўқида $OP = 0,2$ м масофада ташқарига ҳаракатланувчи P сув зарраси куракка нисбатан 0,25 м/с тезликка ва 0,5 м/с² уринма тезланишга эга. Турбинанинг бурчак тезлиги 2 рад/с бўлган пайтда P зарранинг абсолют тезланиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega_a = 0,52 \text{ м/с}^2.$$

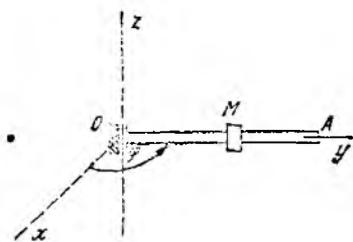
23.27. O_1O_2 ўқ атрофида $\omega = 2t$ рад/с бурчак тезлик билан айланувчи диск радиуси бўйлаб M нуқта диск марказидан унинг гардишига томон $OM = 4t^2$ см қонунга мувофиқ ҳаракатланади. OM



23.28-масалага



23.29-масалага



23.30 ва 23.31-масалаларга

радиус O_1O_2 ўқ билан 60° бурчак ҳосил қилади. $t = 1$ с бўлган пайтда M нуқта абсолют тезланишининг миқдори аниқлансин.

Жавоб: $\omega_M = 35,56 \text{ см/с}^2$.

23.28. $ABCD$ тўғри тўртбурчак CD томони атрофида $\omega = \pi/2$ радиc $= \text{const}$ бурчак тезлик билан айланади. M нуқта AB томон бўйлаб $\xi = \sin \frac{\pi}{2} t$ м қонунга мувофиқ ҳаракатланади. Ҷилчовлар: $DA = CB = a$ м. $t = 1$ с бўлган пайтда нуқта абсолют тезланишининг миқдори аниқлансин.

Жавоб: $\omega_a = \frac{a\pi^2}{4} \sqrt{2} \text{ м/с}^2$.

23.29. Томони $2a$ м бўлган $ABCD$ квадрат AB томони атрофида $\omega = \pi/2$ радиc ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. M нуқта AC диагональ бўйлаб $\xi = a \cos \frac{\pi}{2} t$ м қонунга мувофиқ гармоник тебраниш ҳаракат қилади. $t = 1$ с ва $t = 2$ с бўлганда нуқта абсолют тезланишининг миқдори аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{a1} = a\pi^2 \sqrt{5} \text{ м/с}^2$, $\omega_{a2} = 0,44 a\pi^2 \text{ м/с}^2$.

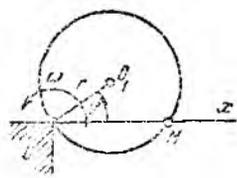
23.30. OA стержень O нуқтадан ўтувчи z ўқ атрофида 10 рад/с^2 бурчак тезланиши билан сепинланувчи айланма ҳаракат қилади. O нуқтадан стержень бўйлаб M шайба сирлана боради. Шайба O нуқтадан $0,5$ м масофани бўлиб, стержень бўйлаб йўналган ҳаракатида $1,2 \text{ м/с}$ тезлик, $0,9 \text{ м/с}^2$ тезланишга, стержень эса 5 рад/с бурчак тезликка эга бўлган пайтда шайбанинг абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_a = 15,33 \text{ м/с}^2$ ва MO йўналиш билан 23° бурчак ташкил қилади.

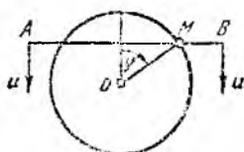
23.31. M шайба горизонтал стержень бўйлаб $OM = 0,5 \text{ м}^2$ см қонунга асосан ҳаракатланади. Айни вақтда, стержень O нуқтадан ўтувчи вертикал ўқ атрофида $\varphi = t^2 - t$ қонун билан айланади. $t = 2$ с бўлган пайтда шайба абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг радиал ва тангенциал тусувишлари аниқлансин.

Жавоб. $v_r = 0,02 \text{ см/с}$, $v_\varphi = 0,1 \text{ см/с}$,

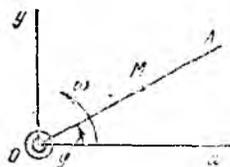
$\omega_r = -0,49 \text{ см/с}^2$, $\omega_\varphi = 0,21 \text{ см/с}^2$.



23.32-масаллага



23.33-масаллага



23.34-масаллага

23.32. Радиуси r бўлган доира, унинг гардишида ётувчи O қўзғалмас ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Бу айланнишда доира O нуқта орқали ўтувчи қўзғалмас горизонтал тўғри чизик — x ўқни кесиб ўтади. Доира гардиши ва x ўқ кесилган M нуқтасининг доирага nisbatan ва x ўққа nisbatan ҳаракатларидаги тезлик ва тезланиши топилисин. Изланган катталиклар $OM = x$ масофа орқали ifodalansin.

Жавоб: M нуқта O^s ўққа nisbatan $-\omega\sqrt{4r^2 - x^2}$ тезлик ва $-\omega^2 x$ тезланиши билан ҳаракатланади. Доирага nisbatan нуқта, доира айланниши йўналишига тескари йўналишда доимий $2\omega r$ тезлик ва $4\omega^2 r$ тезланиши билан ҳаракатланади.

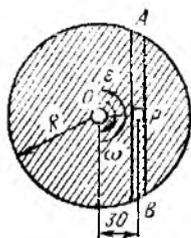
23.33. Горизонтал AB тўғри чизик вертикал йўналишда ўзгармас u тезлик билан ўз-ўзига параллел кўчади ва r радиусли қўзғалмас доирага кеса боради. Тўғри чизикнинг айлана билан кесилиши нуқтаси M нинг доирага ва AB тўғри чизикқа nisbatan ҳаракатларида тезлик ва тезланиш φ бурчакнинг функцияси сифатида топилисин (расмга қаранг).

Жавоб: 1) M нуқта айлана бўйлаб ҳаракатида $\frac{u}{\sin \varphi}$ тезликка, $-\frac{u^2 \cos \varphi}{r \sin^3 \varphi}$ уринма тезланишга ва $\frac{u^2}{r \sin^2 \varphi}$ нормал тезланишга эга.
2) M нуқта AB тўғри чизикқа nisbatan $\frac{u \cos \varphi}{\sin \varphi}$ тезлик ва $-\frac{u^2}{r \sin^3 \varphi}$ тезланиши билан ҳаракатланади.

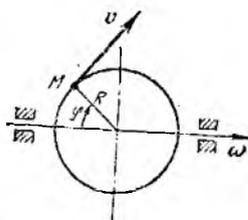
23.34. OA ярим тўғри чизик расм текислигида қўзғалмас O нуқта атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. OA бўйлаб M нуқта силжийди. OA ярим тўғри чизик x ўқ билан устма-уст тушиб турган пайтда M нуқта координата бошига бўйлиди. M нуқтанинг θ абсолют тезлигини миқдор бўйича ўзгармас u б, нуқтанинг OA ярим тўғри чизикқа nisbatan ҳаракати аниқлансин. Шунингдек, M нуқта абсолют ҳаракатининг траекторияси ва абсолют тезланиши ҳам аниқлансин.

Жавоб: M нуқта OA бўйлаб $v_r = v \cos \omega t$ тезлик билан ҳаракатланади.

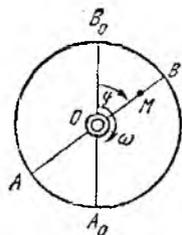
M нуқта абсолют ҳаракатининг траекторияси — айлана, u қутб координаталар системаида $r = \frac{u}{\omega} \sin \varphi$ тенглама билан, декарт коор-



23.36- масалага



23.41- масалага



23.42- масалага

динаталар системасида $x^2 + y - \frac{v}{2\omega})^2 = (\frac{v}{2\omega})^2$ тенглама билан ифодаланали.

M нуқтанинг абсолют тезлиниши $\omega_a = 2\omega v$.

23.35. Нуқта диск радиуси бўйлаб v ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади; диск эса марказидан ўзининг текислигига тек равишда ўтувчи ўқ атрофида ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланади. Нуқта дискнинг айланиш ўқидан r масофада бўлган пайтда унинг абсолют тезлиниши аниқлашсин.

Жавоб: $\omega_a = \omega \sqrt{r^2 \omega^2 + 4v^2}$.

23.36. Марказидан ўзининг текислигига перпендикуляр равишда ўтувчи ўқ атрофида айланаётган дискнинг AB вагари бўйлаб A дан B га томон P шарча $1,2$ м/с тезлик билан ҳаракатланади. Шарча диск марказидан 30 см га тенг энг қисқа масофада бўлганида унинг абсолют тезлиниши топилсин. Шу пайтда дискнинг бурчак тезлиги 3 рад/с, бурчак секинланиши 8 рад/с² га тенг.

Жавоб: $\omega_a = 10,18$ м/с².

23.37. Олдинги масала диск AB ватарга параллел бўлган диаметри атрофида айланади, деб ечилсин.

Жавоб: $\omega_a = 3,612$ м/с².

23.38. 23.36- масала дискнинг AB ватарига перпендикуляр бўлган диаметри айланиш ўқи, деб ечилсин.

Жавоб: $\omega_a = 7,2$ м/с².

23.39. Экваторда бўлган кема шимоли-шарқ курси билан бормоқда. Кеманинг тезлиги 20 узелга тенг. Ернинг айланишINI ҳисобга олган ҳолда, Ер радиусини $R = 6,378 \cdot 10^6$ м деб олиб, кеманинг абсолют тезлиги ва кориолис тезлиниши топилсин (курснинг номи кеманинг қайсқа кетаётганлигини кўрсатади, узел = 1 денгиз миляси/соат = 1852 м/соат = $0,5144$ м/с).

Жавоб: $v_a = 470,4$ м/с, $\omega_c = 1,06 \cdot 10^{-3}$ м/с².

23.40. Кема тезлигини ўзгармас ҳисоблаб, олдинги масала шартлари асосида унинг абсолют тезлиниши топилсин.

Жавоб: $\omega_a = 347,766 \cdot 10^{-4}$ м/с².

23.41. Диаметри атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланаётган R радиусли дискнинг маркази бўйлаб M нуқта миқдор жиҳатдан ўзгармас v тезлик билан ҳаракатланади. M нуқта абсолют

тезланиши унинг радиус вектори билан айланиш ўқи орасидаги φ бурчак функцияси сифатида топилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega_a = \sqrt{\frac{v^4}{R^2} + \omega^4 R^2 \sin^2 \varphi + 2 \omega^2 v^2 (1 + \cos^2 \varphi)}.$$

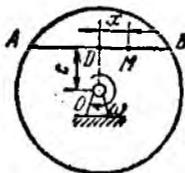
23.42. R радиусли диск, маркази орқали ўз текислигига тик ўтадиган ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Диск диаметридан бири бўйлаб M нуқта шундай ҳаракатланадики, диск марказидан ҳисобланган $OM = R \sin \omega t$ қонун билан ўзгаради. M нуқтанинг абсолют траекторияси, абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши топилсин.

Жавоб: Агар M нуқтанинг бошланғич ҳолатини координаталар боши, деб қабул қилинса, y ўқни M нуқта ҳаракатланадиган диаметрнинг бошланғич ҳолати бўйлаб йўналтирилса, нуқтанинг траекторияси $(x - \frac{R}{2})^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$ тенглама билан ифодаланувчи (маркази диск радиусининг ўртасида жойлашган, диск радиусининг ярмига тенг радиусли) айлана бўлади. Абсолют тезлик $v_a = \omega R$. Абсолют тезланиш $\omega_a = 2\omega^2 R$.

23.43. Диск ўз текислигига перпендикуляр равишда марказидан ўтадиган ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. AB ватарининг ўртасидаги D нуқтадан u ўзгармас нисбий тезлик билан M нуқта ҳаракатланади. Ватар диск марказидан c масофада жойлашган. M нуқтанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши $DM = x$ масофанинг функцияси сифатида топилсин.

$$\text{Жавоб: } v_a = \sqrt{\omega^2 x^2 + (u + \omega c)^2}, \quad \omega_a = \omega \sqrt{\omega^2 x^2 + (2u + \omega c)^2}.$$

23.44. Дискнинг қўзғалувчи радиуси бўйлаб унинг марказидан гардиши томон M нуқта v_r ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. Қўзғалувчи радиус диск текислигида ω_1 ўзгармас бурчак тезлик билан бурилади. Диск текислиги ўзининг диаметри атрофида ω_2 доимий бурчак тезлик билан айланади. $t = 0$ пайтда M нуқта диск марказида, қўзғалувчи радиус эса дискнинг айланиш ўқи бўйлаб йўналган деб, M нуқтанинг абсолют тезлиги топилсин.

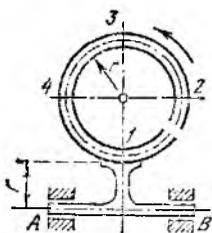


23.43- масалага 23.44- масалага

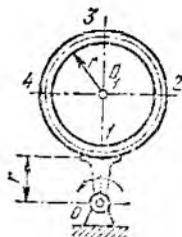
$$\text{Жавоб: } v_a = v_r \sqrt{1 + t^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2 \sin^2 \omega_1 t)}.$$

23.45. Диаметри 4 м бўлган диск гардишида айлана бўйлаб нуқта 2 м/с нисбий тезлик билан ҳаракатланади. Диск, нуқта ҳаракатига тескари йўналишда, берилган пайтда 2 рад/с бурчак тезлик ва 4 рад/с² бурчак тезланиш билан айланади. Нуқтанинг абсолют тезланиши аниқлансин.

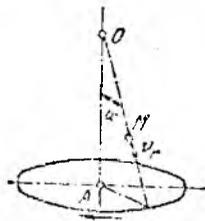
Жавоб: $\omega_a = 8,24$ м/с², ω_a радиусга нисбатан 76° бурчак билан йўналган.



23.47- масалага



23.48- масалага



23.49- масалага

23.46. Диск, ўз текислигига перпендикуляр равида марказидан ўтайдиган ўқ атрофида $\varphi = \frac{2}{3}t^3$ қонуни бўйича айланади. Диск радиуси бўйлаб нуқта $s = 4t^2 - 10t + 8$ (см) қонун билан ҳаракатланади. s масофа дискининг марказидан бошлаб ўлчанади. $t = 1$ с бўлган пайтда нуқтанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v_a = 4,47$ см/с, $\omega_a = 0$.

23.47. Радиуси r бўлган қовак ҳалқа AB вал билан маҳкам бириктирилган, бунда валнинг ўқи ҳалқа ўқининг текислигида жойланган. Ҳалқа расмда кўрсатилган стрелка йўналишида ўзгармас u nisбий тезлик билан ҳаракат қилувчи суяқлик билан тўлдирилган. Агар айланмиш ўқи бўйича A дан B га қаралса, AB вал соат стрелкаси айланалган томонга айланади. Валнинг ω бурчак тезлиги ўзгармас. 1, 2, 3, ва 4 нуқталардаги суяқлик зарраларининг абсолют тезланишлари миқдорлари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r}$, $\omega_2 = \omega_1 = 2r\omega^2 + \frac{u^2}{r}$, $\omega_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r}$.

23.48. Олдинги масалада ҳалқа ўқининг текислиги AB вал ўқиғига тик деб ўзгартирилсин ва ўқи миқдорлар қуйидаги нукта ҳол учун товлени:

- 1) кўчирма ва nisбий ҳаракатлар бир томонга йўналган;
- 2) ҳаракат тузувчиларининг йўналиши қарама-қарши.

Жавоб: 1) $\omega_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r} - 2u\omega$, $\omega_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r} + 2u\omega$,

$$\omega_2 = \omega_1 = \sqrt{(r\omega^2 - \frac{u^2}{r} - 2u\omega)^2 + 4\omega^2 r^2};$$

$$2) \omega_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r} + 2u\omega, \omega_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r} - 2u\omega;$$

$$\omega_2 = \omega_1 = \sqrt{(r\omega^2 + \frac{u^2}{r} - 2u\omega)^2 + 4\omega^2 r^2}.$$

23.49. M нуқта OA ўқни радиалий қонуни билан ҳаракат қилувчи бўйлаб учидан асосига қараб ω_r nisбий тезлик билан теги ҳаракат қилади; бурчак $\angle MOA = \alpha$; $t = 0$ бўлган пайтда масофа $M_0O = a$. Қонуни ўқ атрофида ω бурчак тезлиги билан бир текис айланади. M нуқтанинг абсолют тезланиши товлени.

Жавоб: Тезланиш айланш ўқиға тик бўлган текисликда ётади ва катетлари $\omega_{en} = \omega^2(a + v_r t) \sin \alpha$ ва $\omega_c = 2v_r \omega \sin \alpha$ бўлган учбурчакнинг гипотенузасини ифодалайди.

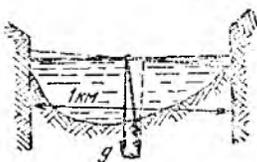
23.50. Олдинги масалала M нуқта ω_r ўзгармас нисбий тезланиш билан конуснинг ясовчисин бўйлаб, унинг учидан асосига қараб ҳаракат қилади деб, шу нуқтанинг $t = 1$ с бўлган пайтдаги абсолют тезланиш миздорин аниқлайсин. Қўйидагилар берилган: $\alpha = 30^\circ$, $a = 15$ м, $\omega_r = 10$ м/с², $\omega = 1$ рад/с ва $t = 0$ бўлган пайтда нуқтанинг нисбий тезлиги v_r нолга тенг.

Жавоб: $\omega = 14,14$ м/с².

23.51. 23.49-масалала конус ўз ўқи атрофида ϵ бурчак тезланиш билан тешиқ тезланувчан айланма ҳаракат қилади деб фараз қилиб, M нуқтанинг $t = 2$ с бўлган пайтдаги абсолют тезланиш миздорин аниқлайсин. Қўйидагилар берилган: $\alpha = 30^\circ$, $a = 0,2$ м, $v_r = 0,3$ м/с, $\epsilon = 0,5$ рад/с² ва $t = 0$ бўлган пайтда ω бурчак тезлик нолга тенг.

Жавоб: $\epsilon = 0,64$ м/с².

23.52. Эки 500 м бўлган дарё жанубдан шимолга қараб 1,5 м/с тезлик билан оқади. 60° шимоллий кенгликда сув заррасининг ω_c кориолис тезланиши аниқлансин. Кейин, сув дарёнинг қанч қирғоғида баланд эканлигини ва қанча баланд эканлиги аниқлансин; сув сатҳи, кориолис тезланишига тенг ва унга қарама-қарши йўналган вектор билан егирлик кучининг тезланиши g векторнинг йиғиндисига тенг бўлган вектор йўналишига перпендикуляр.



23.52-масалалга

Жавоб: Кориолис тезланиши ω_c тарафга йўналган ва $\omega_c = 1,89 \times 10^{-3}$ м/с². Сув ўнг қирғоғида 0,0096 м га баланд.

23.53. Жанубий темир йўл магистрали Мелитополдан шимолга қараб тўғри меридиан бўйлаб боради. Тепловоз $v = 90$ км/соат тезлик билан шимолга қараб ҳаракат қилади; шу жойнинг кенглиги $\varphi = 47^\circ$. Тепловознинг кориолис тезланиши топилсин.

Жавоб: $\omega_c = 2,66 \cdot 10^{-3}$ м/с².

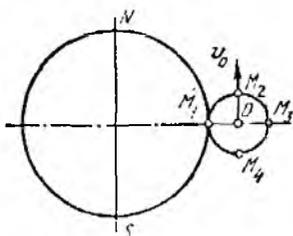
23.54. Шимоллий кенглик параллели бўйлаб ўткан темир йўлда тепловоз ғарбдан шарққа қараб $v_r = 20$ м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Тепловознинг кориолис тезланиши ω_c топилсин.

Жавоб: $\omega_c = 2,91 \cdot 10^{-3}$ м/с².

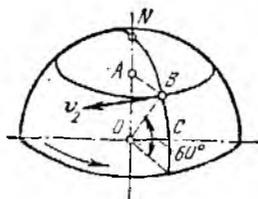
23.55. Меридиан бўйлаб ҳаракатланувчи электровоз экваторни кесиб ўтётган пайтда унинг гилдиратидаги M_1 , M_2 , M_3 ва M_4 нуқталарнинг кориолис тезланишлари аниқлансин. Электровоз гилдираги марказининг тезлиги $v_0 = 40$ м/с.

Жавоб: M_1 ва M_3 нуқталар учун $\omega_c = 0$; M_2 ва M_4 нуқталар учун $\omega_c = 5,81 \cdot 10^{-3}$ м/с².

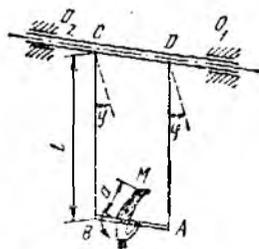
23.56. Нева дарёси шимоллий кенгликнинг 60° ли параллелида шарқдан ғарбга қараб $v_r = 1,11$ м/с тезлик билан оқади. Сув зарралари тезланишларининг сув оқими тезлигига боғлиқ бўлган тузувларининг тегишли меридиан урғимаси BC даги проекциялари йиғиндисини аниқлайсин. Ер радиуси $R = 64 \cdot 10^5$ м.



23.55- масалага



23.56- масалага



23.60- масалага

Жавоб: $\omega_{BC} = 1,395 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$.

23.57. Нева дарёси шимоллий кенгликнинг 60° ли параллелида шарқдан ғарбга қараб $v_r = 1,11 \text{ м/с}$ тезлик билан оқади. Сув зарраси абсолют тезланишининг тузувчилари топиلسин. Ер радиуси $R = 64 \times 10^6 \text{ м}$.

Жавоб: $\omega_e = 1,692 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$, $\omega_r = 3,86 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}^2$, $\omega_c = 1,616 \times 10^{-4} \text{ м/с}^2$.

23.58. Уатнинг марказдан қочма регулятори шарларининг абсолют тезланиши топиلسин; регулятор ўзининг вертикал ўқи атрофида шу пайтда $\omega = \frac{\pi}{2} \text{ рад/с}$ бурчак тезлик, $\varepsilon = 1 \text{ рад/с}^2$ бурчак тезланиш

билан айланади; шарлар $\omega_1 = \frac{\pi}{2} \text{ рад/с}$ бурчак тезлик, $\varepsilon_1 = 0,4 \text{ рад/с}^2$

бурчак тезланиш билан қўтарилади. Шар стержепларининг узунлиги $l = 0,5 \text{ м}$, улар осилган ўқлар оралиги $2e = 0,1 \text{ м}$, текширилаётган пайтда регуляторнинг очилиш бурчаги $2\alpha = 90^\circ$. Шарлар нуқта деб қабул қилиниб, ўлчовлари ҳисобга олинмасин (22.14-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\omega = 2,937 \text{ м/с}^2$.

23.59. Уатнинг марказдан қочма регулятори шарларининг абсолют тезланиши топиلسин. Машинанинг нарузкаси ўзгартирилгандан кейин регулятор $\omega = \pi \text{ рад/с}$ бурчак тезлик билан айлана бошлади, шу билан бирга шарлар бу пайтда $v_r = 1 \text{ м/с}$ тезликка эга бўлиб, $\omega_r = 0,1 \text{ м/с}^2$ тезланиш билан пастга тушишда давом этади. Регуляторнинг очилиш бурчаги $2\alpha = 60^\circ$; стерженларнинг узунлиги $l = 0,5 \text{ м}$; улар осилган ўқлар оралиги $2e$ ни ҳисобга олмасам ҳам бўлади. Шарлар нуқта деб қабул қилинсин (22.14-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\omega = 6,71 \text{ м/с}^2$.

23.60. ABCD осма трапеция горизонтал O_1O_2 ўқ атрофида $\varphi = \omega t$ кўнуги мувофиқ тебранади. AB турниқда машқ бажараётган гимнаст турник атрофида $\omega = \text{const}$ шибий бурчак тезлик билан айланади; $BC = AD = l$ берилган. Гимнаст товонининг AB турниқдан a масофада турган M нуқтасининг $t = \frac{\pi}{\omega}$ с бўлган пайтдаги абсолют тезланиши аниқлансин. Бошланғич пайтда гимнаст вер-

тикал ҳолда бошини юқорига қилиб турган; $ABCD$ трапеция эса пастки вертикал ҳолатни эгаллаган эди.

Жавоб: $\omega_M = \omega^2 (\varphi_0^2 (l - a) - a(2\varphi_0 + 1))$, квадрат қавс ичидаги ифода мусбат бўлса, ω_M вертикал бўйича юқорига йўналган.

23.61. Нуқта диск радиуси бўйлаб $r = a e^{kt}$ тенгламага мувофиқ ҳаракатланади, бундаги a, k — ўзгармас миқдорлар. Дискнинг текислигига перпендикуляр равишда марказдан ўтувчи ўқ атрофида диск $\varphi = kt$ тенгламага биноан ҳаракатланади. Нуқтанинг абсолют тезлигини, абсолют тезланишини, уринма ва нормал тезланишлари аниқлансин.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } v &= ak e^{kt} \sqrt{2}, & \omega &= 2 a k^2 e^{kt}, \\ \omega_{\tau} &= ak^2 e^{kt} \sqrt{2}, & \omega_n &= ak^2 e^{kt} \sqrt{2}. \end{aligned}$$

23.62. Ер сиртида M нуқта ҳаракатланади; ҳаракатнинг курси k га (шимолга томон йўналиш билан нуқтанинг Ерга nisбатан v тезлиги орасидаги бурчак), жойнинг берилган пайтдаги кенлиги φ га тенг. Нуқта кориолис тезланишининг ω_{ex} — шарқий, ω_{ey} — шимолий ва ω_{ez} — вертикал тузувчилари аниқлансин.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } \omega_{ex} &= -2v\omega \cos k \sin \varphi, & \omega_{ey} &= 2v\omega \sin k \sin \varphi, \\ \omega_{ez} &= -2v\omega \sin k \cos \varphi, & & \text{бундаги } \omega \text{ — Ернинг айланми} \end{aligned}$$

бурчак тезлиги.

23.63. Олдинги масаланинг шартлари асосида M нуқта кориолис тезланиши горизонтал ташкил этувчисининг миқдори ва йўналиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{eH} = 2v\omega \sin \varphi$; тезланишининг горизонтал ташкил этувчиси M нуқтанинг Ерга nisбатан v тезлигига перпендикуляр ва ундан шимолий яримшарда чалга, жанубий яримшарда ўнгга йўналган.

23.64. M нуқтанинг Ер сиртидан баландлиги h га тенг; жойнинг кенлиги φ . Нуқтанинг Ер айланми туфайли вужудга келадиган кўчирма ҳаракати тезланишининг ω_{ex} — шарқий, ω_{ey} — шимолий ва ω_{ez} — вертикал ташкил этувчилари аниқлансин. Ер радиуси R , бурчак тезлиги ω га тенг.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } \omega_{ex} &= 0, & \omega_{ey} &= (R + h) \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi, \\ \omega_{ez} &= -(R + h) \omega^2 \cos^2 \varphi. \end{aligned}$$

23.65. M нуқтанинг Ерга nisбатан тезлигининг шарқий, шимолий ва вертикал проекциялари мос равишда v_E, v_N ва v_h га тенг. Агар нуқтанинг Ер сиртидан баландлиги берилган пайтда h га тенг, жойнинг кенлиги φ , Ернинг радиуси R ва бурчак тезлиги ω бўлса, нуқта nisбий тезланишининг x, y, z координата ўқларидаги проекциялари аниқлансин. x ўқ — шарққа, y ўқ — шимолга томон, z ўқ эса вертикал бўйича йўналган.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } \omega_{rx} &= \dot{v}_E - \frac{v_E v_N}{R+h} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_E v_h}{R+h}, \quad \omega_{ry} = \\ &= \dot{v}_N + \frac{v_E^2}{R+h} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_N v_h}{R+h}, \quad \omega_{rz} = \dot{v}_h - \frac{v_E^2 + v_N^2}{R+h}. \end{aligned}$$

23.66. Олдинги масаланинг шартлари асосида Ер яқинида ҳаракатланувчи M нуқта абсолют тезланишининг тузувчиларни аниқлайсин.

Жавоб:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{v}_E - \frac{v_E v_N}{R+h} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_E v_h}{R+h} - 2(v_N \sin \varphi - v_h \cos \varphi) \omega; \\ \omega_y &= \dot{v}_N + \frac{v_E^2}{R+h} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_N v_h}{R+h} + (R+h) \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi + 2v_E \times \\ &\times \omega \sin \varphi, \\ \omega_z &= \dot{v}_h - \frac{v_E^2 + v_N^2}{R+h} - (R+h) \omega^2 \cos^2 \varphi - 2v_E \omega \cos \varphi. \end{aligned}$$

23.67. Гурзили узатманинг кривошип-кулиса механизми илгарилама-қайтма ҳаракат қилувчи ўғри чизикли кулисадан иборат (22.25-масалага берилган расмга қаралсин). Кулиса, 4π рад/с га тенг бурчак тезлик билан бир текке айланаётган, $OA = r = 0,4$ м узунликдаги кривошипнинг учига бирлаштирилган A тош билан ҳаракатга келтирилади. $t=0$ пайтда кулиса қуйи ҳолатини эгаллайди. Кулисанинг тезланиши топилсин.

Жавоб: $\omega = 63,2 \cos 4\pi t$ м/с².

23.68. Ўғри чизикли илгарилама-қайтма ҳаракатланувчи кулисани ҳаракатга келтирилган $OA = r = 0,5$ м узунликдаги кривошип кулиса ўқи билан 60° бурчак ташкил этган пайтда $\omega = 1$ рад/с бурчак тезлик ва $\epsilon = \pm 1$ рад/с² бурчак тезланишига эга. (22.25-масалага берилган расмга қаралсин.) Кўрсатилган пайтда кулисанинг тезланиши икки ҳол: 1) $\epsilon > 0$ ва 2) $\epsilon < 0$ учун топилсин.

Жавоб: $\omega_1 = 0,683$ м/с², $\omega_2 = 0,183$ м/с².

23.69. Ҳалининг AB диаметри йўналишида ўзгармас v_0 тезлик билан сираниб илгарилама ҳаракат қилаётган кулак ярим диск шаклига эга (22.26-масалага берилган расмга қаралсин). AB диаметрга перпендикуляр равишда вертикал йўналтирувчи бўйлаб эркин сираниб, кулакка тизилган ҳолда ҳаракатланувчи стерженнинг тезланиши аниқлансин. Столнинг радиуси ρ . Бошланғич пайтда стержень тежори ҳолатида бўлган.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{v_0^2 (r + \rho)^2}{[\rho + \rho^2 - v_0^2 t^2]^{3/2}}.$$

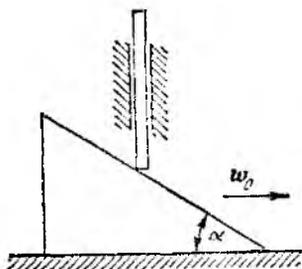
23.70. Токарлик станогида диаметри 80 мм бўлган цилиндр сирти айлантирилмоқда. Шпиндель $30 \frac{\pi}{\text{мин}}$ га тенг бурчак тезлик билан ай-

ланади. Бўйламасига узғичи тезлиги ўзгармас ва $0,2 \text{ мм/с}$ га тенг. Инчлов берилаётган цилиндрга nisbatan кескичнинг тезлиги ва тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v_r = 125,7 \text{ мм/с}$, $\omega_r = 789,5 \text{ мм/с}^2$, $\omega_c = \omega_r = 394,8 \text{ мм/с}^2$.

23.71. Стержень қўйи учи билан учбурчакли призманинг сўзлик қия текислигига таяниб, вертикал бўналтирувчи ичида сирланади. Призма горизонтал бўйлаб ўнг томонга ω_0 ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланади. Стерженининг тезланиши топилинг.

Жавоб: $\omega = \omega_0 \text{ tg } \alpha$.



23.71-масаллага

VIII БОБ

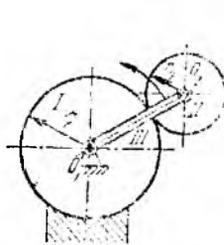
ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ МУРАККАБ ҲАРАКАТИ

24-§. Жисмнинг ҳаракатларини қўшиш

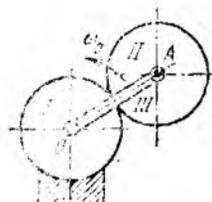
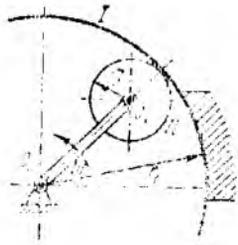
а) Жисмнинг текис-параллел ҳаракатларини қўшиш

24.1. III кривошип иккита I ва II тишли филдиракларнинг O_1 ва O_2 ўқларини бирлаштиради, бунда филдираклар расмда кўрсатилгандек, ташқаридан ёки ичкаридан иланиши мумкин; I филдирак қўзғалмайди, III кривошип эса O_1 ўқ атрофида ω_3 бурчак тезлик билан айланади. Филдиракларнинг радиуслари r_1 ва r_2 бўлса, II филдиракнинг абсолют бурчак тезлиги ω_2 ва унинг кривошипга nisbatan nisбий бурчак тезлиги ω_{23} ҳисоблансин.

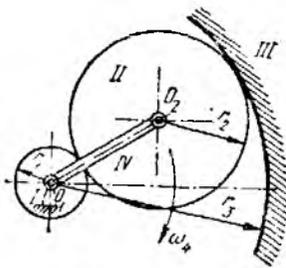
Жавоб: Ташқи иланишида $\omega_2 = \omega_3 \frac{r_1 + r_2}{r_2}$, $\omega_{23} = \omega_3 \frac{r_1}{r_2}$. Ички иланишида $\omega_2 = -\omega_3 \frac{r_1 - r_2}{r_2}$, $\omega_{23} = -\omega_3 \frac{r_1}{r_2}$. Минус ишора тегишли жисмларнинг қўзғал-қарши томонга айланишини кўрсатади.



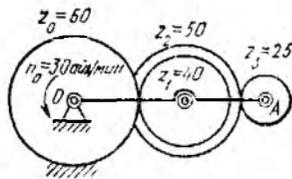
24.1-масаллага



24.2-масаллага



21.3- масалага



24.4- масалага

24.2. III кривошип билан ҳаракатга келтирилувчи, радиуси r бўлган II тишли гилдирак худди шундай радиусли I қўзғалмас тишли гилдирак атрофида думалайди. III кривошип қўзғалмас гилдиракнинг O ўқи атрофида ω_0 бурчак тезлик билан айланади. II тишли гилдиракнинг нисбий ва абсолют бурчак тезликлари топилсин; OA кривошип ҳаракати кўчирма ҳаракат деб қабул қилинсин.

Жавоб: $\omega_{23} = \omega_0$, $\omega_2 = 2\omega_0$.

24.3. Чарх тошни тез айлантнувчи тишлашма қуйндагича тўзилган: IV стержень махсус даста воситасида O_1 ўқ атрофида ω_4 бурчак тезлик билан айланттирилади. Стерженьларнинг O_2 учида палец бўлиб, унга r_2 радиусли II гилдирак эркин кийгизиб қўйилган. Даста айланттирилганда палец II гилдиракни III гилдирак ичида сирғанттирмай айланттиради; III гилдирак қўзғалмас бўлиб, унинг радиуси r_3 . Бунда ишқаланиш натижасида, II гилдирак чарх ўқи билан маҳкам боғланган I гилдиракни сирғанттирмай айланттиради; I гилдиракнинг радиуси r_1 бўлиб, у O_1 ўққа эркин ўрнатилган. Ташқариги қўзғалмас обойманинг r_3 радиусига қараб r_1 ушнинг шундай қиймати топилсинки, $\frac{\omega_1}{\omega_4} = 12$ бўлсин, яъни чарх уни ҳаракатга келтирувчи дастага қараганда 12 марта тезроқ айлансин.

Жавоб: $r_1 = \frac{1}{11} r_3$.

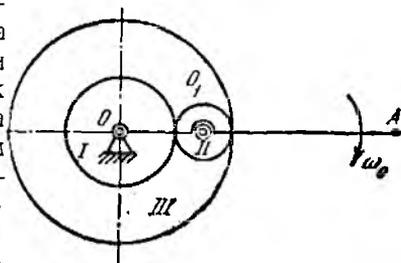
24.4. Агар OA кривошип, тишлари сони $z_0 = 60$ бўлган қўзғалмас шестернянинг O ўқи атрофида $n_0 = 30 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ га тўғри келадиган бурчак тезлик билан айланса ва унга тишларининг сони $z_1 = 40$, $z_2 = 50$ бўлган қўшалок шестернялар ўқи ўрнатилган бўлса, тишларининг сони $z_3 = 25$ бўлган шестернянинг бир минутда неча марта айланиши топилсин.

Жавоб: $n_3 = n_0 \left(1 - \frac{z_0 z_2}{z_1 z_3}\right) = -60 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ (минус ишора ҳақида)

24.1- масаланинг жавобига қаралсин).

24.5. От билан ҳаракатга келтирилувчи янчиш асбобида қўллангилдиган эпитциклик механизмда OA етакчи кривошип билан r_1 радиусли I гилдирак O валга эркин кийгизилган; II гилдиракнинг O_1

Ўқи етакчи кривошипга маҳкамланган, r_3 радиусли III ғилдирак эса O ўқ атрофида эркин айланиши мумкин. OA етакчига ω_0 бурчак тезлик, III ғилдиракка эса бошқа двигателдан (бу двигателни ҳам оғ ҳаракатлантиради) кривошип бурчак тезлигига қарама-қарши йўналган ω_3 бурчак тезлик берилганда, I ғилдиракнинг ω_1 бурчак тезлигининг миқдори аниқлансин.



24.5- масалага

Жавоб: $\omega_1 = \omega_0 \left(1 + \frac{r_3}{r_1}\right) + \frac{r_3}{r_1} \omega_3$.

24.6. Тезликлар редуктори учта тишли ғилдиракдан иборат. Биринчи ғилдирак (тишларининг сони $z_1 = 20$) бурчак тезлиги $n_1 = 4500$ айл/мин бўлган I етакчи валга ўрнатилган, иккинчиси ($z_2 = 25$) етакланувчи II валга маҳкам қилиб бириктирилган ўққа эркин ўрнатилган, ички томондан тишлари воситасида илашадиган учинчи ғилдирак қўзғалмас. Етакланувчи вал ва айланувчи ғилдиракнинг минутига айланишлари сони товилсин.

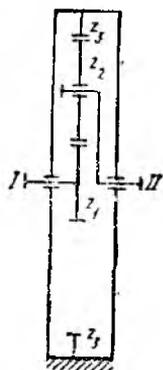
Жавоб: $n_{II} = 1000$ айл/мин, $n_2 = -1800$ айл/мин.

24.7. Редукторнинг I етакчи вали бурчак тезлиги $n_1 = 1200$ айл/мин.

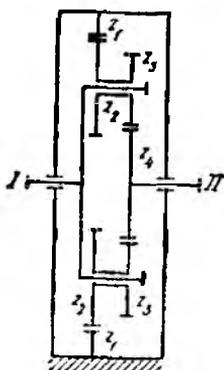
Агар ички томондан тишлари орқали илашадиган қўзғалмас ғилдиракнинг тишлари $z_1 = 180$ та, бир-бирига бириктирилган айланувчи шестерёнкаларнинг тишлари $z_2 = 60$ та ва $z_3 = 40$ та, етакланувчи валга маҳкамланган шестерёнканинг тишлари $z_4 = 80$ та бўлса, II валнинг минутига айланишлари сони товилсин.

Жавоб: $n_{II} = 3000$ айл/мин.

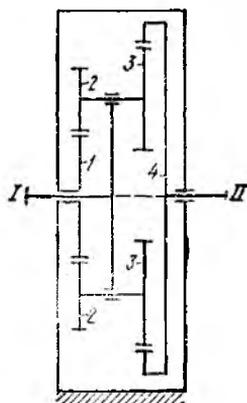
24.8. Тезликлар редуктори радиуси $r_1 = 40$ см бўлган қўзғалмас шестерёнкадан, радиуси $r_2 = 20$ см ҳамда $r_3 = 30$ см бўлган ва бир-бирига бириктирилган иккита айланувчи шестерёнкадан ва тишлари



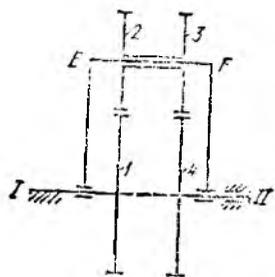
24.6- масалага



24.7- масалага



24.8- масалага



24.9-масалага



24.10-масалага



24.11-масалага

ички томонда бўлиб, радиуси $r_1 = 90$ см бўлган ҳамда етакланувчи валга ўрнатилган шестерёнкадан иборат. Айланувчи шестерёнкаларнинг ўқлари ўрнатилган криволиней ва етакчи вал бурчак тезлиги $n_1 = 1800$ айл/мин. Етакланувчи валнинг бир минутда нечи марта айланиши топилсин.

Жавоб: $n_{II} = 3000$ айл/мин.

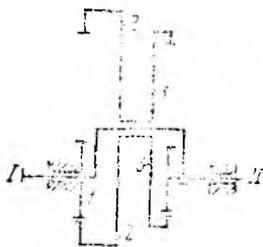
24.9. Планетар узатмали тезликлар редуктори I вал билан маҳкам бириктирилган қўзғалмас I — ғилдиракдан, I ва II ўқлар атрофида Ω бурчак тезлик билан эркин айланаётган рамкадан, ўзаро маҳкам бириктирилган ва EF ўққа эркин ўрнатилган, рамка билан бирга айланувчи 2- ҳам 3-тинчи ғилдираклар ва II вал билан маҳкам боғланган 4-тинчи етакланувчи ғилдиракдан ташқили топган. Агар ғилдиракларда тишлар сони $z_1 = 49$, $z_2 = 50$, $z_3 = 51$, $z_4 = 50$ бўлса, II вал бурчак тезлигининг рамка бурчак тезлигига нисбати аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{II} / \Omega = 1/2500$.

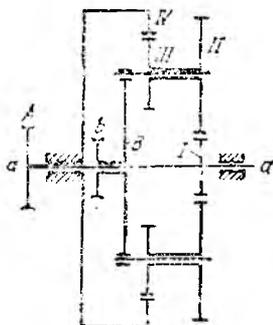
24.10. Дифференциал узатмали редуктор етакланувчи валнинг бурчак тезлиги ω_{II} топилсин; бунда бир-бирига бириктирилган узатма шестерёнкалари бўлган криволиней етакчи вал $\omega_1 = 120$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. I-ғилдирак $\omega_1 = 180$ рад/с бурчак тезлик билан айланади ва унинг тишлар сони $z_1 = 80$, айланувчи ғилдираклар тишларининг сони $z_2 = 20$, $z_3 = 40$; етакловчи валга ўрнатилган ғилдирак тишларининг сони $z_4 = 50$. I ғилдирак ва етакчи вал бир томонга айланади.

Жавоб: $\omega_1 = 280$ рад/с.

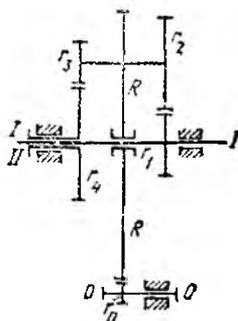
24.11. Дифференциал узатмали тезликлар редуктори тўртта тишли ғилдираклардан иборат; булардан биринчиси ички томондан илашадиган бўлиб, бурчак тезлиги 160 айл/мин га тенг, тишларининг сони $z_1 = 70$; иккинчи ва учинчи ғилдираклар бир-бирига бириктирилган; улар, минутига 1200 марта айланувчи I етакчи валнинг ўқи атрофида вал билан бирга айланувчи ўққа ўрнатилган; тишларининг сони $z_2 = 20$, $z_3 = 50$; ички томондан илашадиган тўрттинчи ғилдирак



24.12-масалага



24.13-масалага



24.14-масалага

етақланувчи валга маҳкам ўрнатилган бўлиб, тишларининг сони $z_1 = 80$. Ўтақланувчи валнинг бир минутда неча марта айланиши топилиши; I вал ва I — нидирак бир-бирига қарама-қарши томонга айланади.

Жавоб: $n_{II} = 585$ айл/мин.

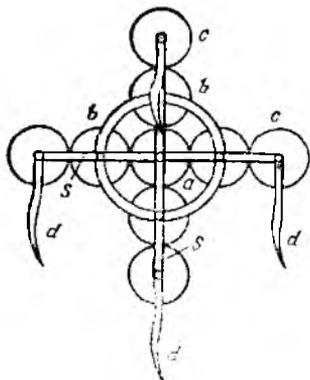
24.12. Тезликлар редуктори таркибига I-қўзғалмас шестерёнка, ўзаро бирикканирган ва икки томондан илашадиган 2- ва 3-қўзғалувчи шестерёнкалар ва етақланувчи валга маҳкамланган 4-шестерёнка кирди. Агар тишларининг сони $z_1 = 30$, $z_2 = 80$, $z_3 = 70$, $z_4 = 20$ бўлса, етақланувчи валнинг бир минутда неча марта айланиши топилиши; етақчи вал $n_1 = 1200$ айл/мин га тўғри келадиган бурмак тезлик билан айланади.

Жавоб: $n_{II} = 375$ айл/мин.

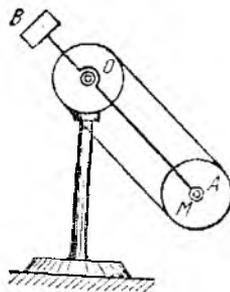
24.13. «Триплекс» системасидаги блокда $a-a$ валга занжирли A блок маҳкам қилиб ўрнатилган; ўша валга қўтарувчи занжири ва бери бўлган B втулка эркин ўрнатилган; втулка B дастага маҳкам қилиб лутантирилган. Дастанинг ҳар қайси валенга ўзаро бирикканирган иккита II ва III шестерёнкалар эркин ўтказилган; II шестерёнкалар $a-a$ валга маҳкамланган I шестерёнка билан тишлашган; III шестерёнкалар қўзғалмас IV тишли вилдирак билан тишлашган. Агар I, II, III ва IV тишли вилдираклар тишларининг сони тегишли равишда $z_1 = 12$, $z_2 = 28$, $z_3 = 24$, $z_4 = 54$ га тенг бўлса, $a-a$ вал ва B втулка айланиши бурмак тезликларининг нисбати аниқлансин.

Жавоб: $\omega_a/\omega_b = 10$.

24.14. Цилиндрик дифференциалда I-I валга радиуси R бўлган тишли вилдирак эркин ўтказилган бўлиб, унга r_2 ва r_3 радиусли ўқо вилдирак билан шестерёнкалар ўрнатилган. R вилдирак r_2 радиусли шестерёнка билан ҳақикатга келтирилади. r_2 ва r_3 радиусли шестерёнкалар тегишли равишда I-I ва II валларга маҳкамланган r_1 ва r_1 радиусли шестерёнкалар билан илаштирилган; II вал втулка шаклида илланган. I-I ва O-O валларининг айланиши бурмак



24.15- масалага



24.16- масалага

тезликлари n_1 ва n_0 га тенг деб, II валнинг бурчак тезлиги топилсин. $I-I$ ва $O-O$ валлар бир томонга айланади.

$$\text{Жавоб: } n_2 = \left(n_1 + n_0 \frac{r_0}{R} \right) \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4} - n_0 \frac{r_0}{R}.$$

24.15. Картошка кавловчи машинанинг планетар узатмасида марказий a шестерёнка қўзғалувчи c шестерёнкаларга паразит b шестерёнкалар ёрдамида қўшилган; a шестерёнка ўз ўқи билан бирга тўғри чизиқли тенг ўлчовли илгариллама ҳаракат қилади; c шестерёнкалар втулкаларига d қанотлар бириктирилган. b ва c шестерёнкалар ўқлари марказий a шестерёнканинг ўқи атрофида ω_0 бурчак тезлик билан айланувчи S водилога (етақчига) ўрнатилган. Агар ҳамма шестерёнкаларнинг радиуслари бир хил бўлса, шестерёнкаларнинг абсолют бурчак тезликлари, шунингдек, қанотлар ҳаракатининг характери аниқлансин.

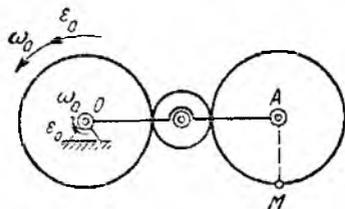
Жавоб: $\omega = 0$, қанотлар c шестерёнкалар марказлари билан бирга илгариллама шиклондал ҳаракат қилади.

24.16. OA кривошип B посанги билан бирга қўзғалмас шестерёнканинг O ўқи атрофида $\omega_0 = \text{const}$ бурчак тезлик билан айланади. Кривошипнинг A учида бошқа шестерёнканинг ўқи туради ва бу шестерёнка қўзғалмас шестерёнкага занжир воситасида қўшилган; шестерёнкаларнинг ўлчамлари бир хил. Агар кривошипнинг узунлиги $OA = l$ бўлса, қўзғалувчи шестерёнканинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, унинг ихтиёрий M нуқтасининг тезлик ва тезланиши аниқлансин.

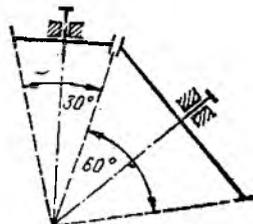
Жавоб: $\omega = 0$, $\epsilon = 0$, яъни шестерёнка A маркази билан бирга айлана бўйлаб илгариллама ҳаракат қилади:

$$v_M = v_A = l\omega, \quad \omega_M = l\omega_0^2.$$

24.17. Эпициклик узатувчида радиуси R бўлган етақловчи шестерёни соат стрелкаси айланишига тескари томонга ω_0 бурчак тез-



24.17-масалага



24.18-масалага

лик ва ϵ_0 бурчак тезланиш билан айланади, узунлиги $3R$ бўлган кривошипнинг унинг ўқи атрофида соат стрелкаси бўйлаб худди шундай бурчак тезлик ва бурчак тезланиш билан айланади. Радиуси R бўлган етакланувчи шестернянинг шу пайтда кривошипга тик бўлган диаметрининг учига турган M нуқтасининг тезлиги ҳамда тезланиши топилинсин.

Жавоб: $v = R \omega_0 \sqrt{10}$, $\omega = R \sqrt{10(\epsilon_0^2 + \omega_0^4)} - 12 \omega_0^2 \epsilon_0$.

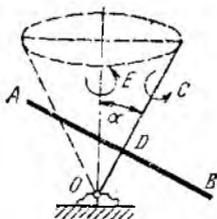
б) Жисмнинг фазовий ҳаракатларини қўшиш

24.18. Ўқлари қўзғалмас ва бурчаклари тегишлича α ва β га тенг бўлган конус шаклидаги иккита тишли филдирак берилган. Биринчи филдирак ω_1 бурчак тезлик билан айланади. Иккинчи филдиракнинг бурчак тезлиги ω_2 аниқлансин ва у $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\omega_1 = 10$ айл/мин бўлган ҳол учун ҳисоблансин.

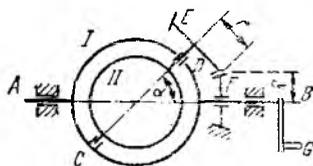
Жавоб: $\omega_2 = \omega_1 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}} = 5,16$ айл/мин.

24.19. Карусель доиравий AB юзадан иборат; AB юза D марказдан ўтган OC ўқ атрофида 6 айл/мин бурчак тезлик билан айланади, OC ўқ эса шу томонга қараб $O'E$ вертикал атрофида минутага 10 марта айланади. Ўқлар орасидаги бурчак $\alpha = 20^\circ$. AB юзанинг диаметри 10 м га тенг, OD оралиқ 2 м га тенг. B нуқта энг пастки ҳолатни эгаллаган пайтда унинг тезлиги v аниқлансин.

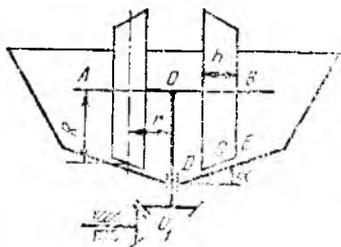
Жавоб: $v = 8,77$ м/с.



24.19-масалага



24.20-масалага



24.21-масалага



24.22-масалага

24.20. Шарли дробилка CD ўққа ўриatilgan II кофак шардан иборат бўлган шарлар ўриatilgan га майдаланадиган молда солинган); CD ўққа радиуси r бўлган конус шаклидаги E тилив гилдирак мақка қилинган. CD ўқ O даста ёрдами билан ҳаракатга келтирилган. O нуктаги подшипникларга туради. I ром AB ўқ билан ахлит қилиб ишланган. E гилдирак радиуси R бўлган қўзғалмас F гилдиракка туташган. Агар даста ω_0 бурчак тезлик билан айланса, шарли дробилканинг абсолют бурчак тезлиги аниқлансин; AB ва CD ўқлар оракидаги бурчак α га тенг. Шунингдек, дастанинг бурчак тезлиги $\omega_0 = \text{const}$ бўлса, шарли дробилканинг абсолют бурчак тезлигини аниқлансин.

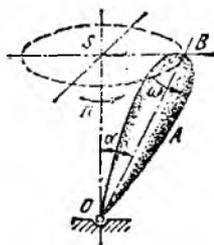
$$\text{Жавоб: } \omega_A = \frac{\omega_0}{r} \sqrt{r^2 + R^2 + 2rR \cos \alpha}, \quad \varepsilon = \omega_0 \frac{R}{r} \sin \alpha.$$

24.21. Руда агини учун конус шаклидаги чаша (ивини) тубида гилдиракни илган тўғинли чўзи гилдираклар қўришишидаги бегунлар ишқилилади. Бегунлар горизонтал AOB ўқ атрофида айланади; AOB ўқ даста ўзи билан ахлит қилиб ишланган вертикал OO_1 ўқ атрофида айланади. Бегуннинг олин айланни ўқи бегун тўғинининг чаша тубига урнини узинининг ўртасидаги C нукта орқали ўтади деб фараз қилиб, бегун тўғинидаги D ва E нукталарининг абсолют тезликларини топилади. Вертикал ўқ атрофида айланни бурчак тезлиги $\omega_0 = 1$ рад/с, бегуннинг эли $h = 0,5$ м, бегуннинг ўртача радиуси $R = 1$ м, айланнининг ўртача радиуси $r = 0,6$ м, $\text{tg } \alpha = 0,2$.

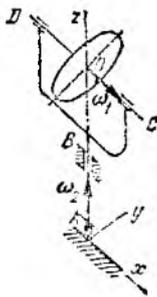
$$\text{Жавоб: } v_D = v_E = 0,28 \text{ м/с.}$$

24.22. Дифференциал узатма иккита AB ва DE дисклардан иборат дискларнинг марказлари уларнинг умумий айланни ўқига бтати; бу дисклар MN гилдиракни қисиб туради, гилдиракнинг HI ўқи дисклар ўқига тик. Агар гилдиракнинг дисклар билан урнини нукталарининг тезликлари: $v_1 = 3$ м/с, $v_2 = 4$ м/с, гилдирак радиуси $r = 0,5$ м бўлса, MN гилдирак H марказининг тезлиги v ва HI ўқ атрофида айланни бурчак тезлиги ω , аниқлансин.

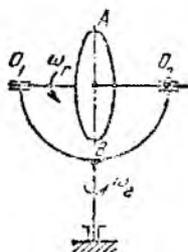
$$\text{Жавоб: } v = 0,5 \text{ м/с, } \omega = 70 \text{ рад/с.}$$



24.24- масалага



24.25- масалага



24.26- масалага

24.23. Олдинги масала шартларини сақлаб, узунлигини $HI = 1/14$ м деб ҳисоблаб, MI гилдирақининг абсолют бурчак тезлиги ва абсолют бурчак тезлигини аниқланг.

Жавоб: $\omega = \sqrt{4949}$ рад/с, $v = 490$ рад/с².

24.24. А пиридоққ ўзининг OB симметри ўқида нисбатан ω_1 рад/с доимий бурчак тезлик билан айланади. OB ўқ тегиз ўлчовли ҳаракат билан конус шаклини қизади. Пиридоққнинг B уқи 1 минутда n марта айланади. Бурчак $BOS = \alpha$. Пиридоққнинг бурчак тезлиги ω , бурчак тезлигини ϵ топилсин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 + 2\omega_1 \frac{\pi n}{30} \cos \alpha}$, $\epsilon = \omega_1 \frac{\pi n}{30} \sin \alpha$.

24.25. Доирaviй диск горизонтал CD ўқ атрофида ω_1 бурчак тезлик билан айланади; шу билан бир вақтда CD ўқ дискнинг O маркази орқали ўтган AB вертикал ўқ атрофида ω_2 бурчак тезлик билан айланади. Агар $\omega_1 = 5$ рад/с, $\omega_2 = 3$ рад/с бўлса, дискнинг оний бурчак тезлиги ω ва оний бурчак тезлигини ϵ нинг миқдор ва йўналишлари ҳисоблансин.

Жавоб: $\omega = 5,83$ рад/с, ω — x, z ўқларнинг мусбат йўналишлари билан $\alpha = 30^\circ 58'$ ва $\beta = 59^\circ 2'$ бурчаклар ҳосил қилади; $\epsilon = 15$ рад/с², ϵ эса y ўқ бўйлаб йўналган.

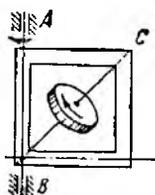
24.26. Радиуси R бўлган диск ω_1 доимий бурчак тезлик билан горизонтал O_1O_2 ўқ атрофида айланади; бу ўқ ўз навбатида вертикал ўқ атрофида ω_2 доимий бурчак тезлик билан айланади. Дискнинг вертикал диаметри уларида ётган A ва B нуқталарининг тезлик ва тезлигини топилсин.

Жавоб: $v_A = v_B = R\omega_2$, $\omega_A = \omega_B = R\omega_1 \sqrt{4\omega_2^2 + \omega_1^2}$.

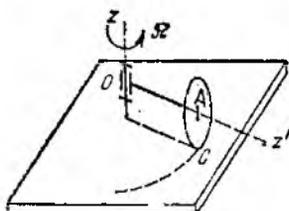
24.27. Квадрат ром AB ўқ атрофида 2 айланма бурчак тезлик билан айланади. Ром диагонали бўйича ўтган BC ўқ атрофида диск минутига 2 марта айланади. Дискнинг абсолют бурчак тезлиги ва бурчак тезлигини аниқланг.

Жавоб: $\omega = 0,39$ рад/с; $\epsilon = 0,031$ рад/с².

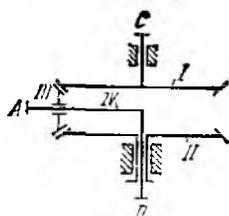
24.28. Тегирмон бегунининг OA ўқи вертикал Oz ўқ атрофида Ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Ўқ узунлиги $OA = R$, бегун радиуси $AC = r$. Бегундаги C нуқтанинг тезлигини шу пайтда



24.27- масалага



24.28- масалага



24.29- масалага

нолга тенг деб ҳисоблаб, бегуннинг бурчак тезлиги ω_1 оний ўқ йўналиши, қўзғалувчи ва қўзғалмас аксоидлар аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \frac{\sqrt{R^2 + r^2}}{r} \Omega$; оний ўқ — OC тўғри чизик; аксоидлар — учлари O нуқтада бўлган конуслар; қўзғалувчи аксоиднинг учига $z'OC$ бурчак $\arctg \frac{r}{R}$ га тенг, қўзғалмас аксоиднинг учига zOC бурчак $\pi - \arctg \frac{R}{r}$ га тенг.

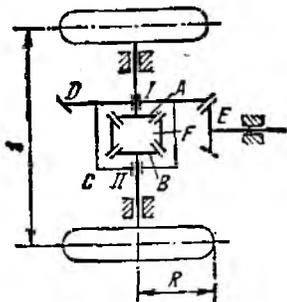
24.29. Дифференциал узатма қўзғалмас CD ўқ атрофида айлана оладиган IV кривошипга эркин ўрнатилган конус шаклидаги III тишли ғилдирак (сателлит) дан иборат. Сателлит ўша CD ўқ атрофида $\omega_1 = 5$ рад/с ва $\omega_2 = 3$ рад/с бурчак тезлик билан айланувчи конус шаклидаги I ва II тишли ғилдираклар билан қўшилган; бунда I ва II тишли ғилдираклар бир томонга айланади. Сателлит радиуси $r = 2$ см, I ва II ғилдиракларнинг радиуслари эса бир хилда ва $R = 7$ см га тенг, IV кривошипнинг бурчак тезлиги ω_4 , сателлитнинг кривошипга нисбатан бурчак тезлиги ω_{34} ва A нуқтанинг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 0,28$ м/с, $\omega_4 = 4$ рад/с, $\omega_{34} = 3,5$ рад/с.

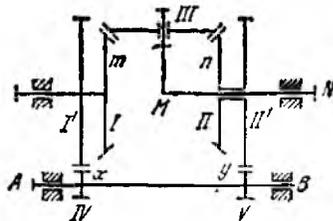
24.30. Олдинги масаладаги дифференциал механизмда конус шаклидаги I ва II тишли ғилдираклар $\omega_1 = 7$ рад/с, $\omega_2 = 3$ рад/с бурчак тезлик билан қарама-қарши томонга айланади. Агар $R = 5$ см, $r = 2,5$ см бўлса, v_A , ω_4 ва ω_{34} нинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 0,1$ м/с, $\omega_4 = 2$ рад/с, $\omega_{34} = 10$ рад/с.

24.31. Автомобиль бурилишдан юрганда унинг ташқи ғилдираклари кўп йўл ўтади ва кам йўл босувчи ички ғилдиракларига қараганда тезроқ айланиши керак. Автомобилнинг орқа етакчи ўқи синмаслиги учун дифференциал узатма деб аталадиган тишли узатма қўлланилади, бу узатманинг тузилиши қуйидагича: иккита ғилдирак ўрнатилган орқа ўқ айрим-айрим бўлган иккита I ва II қисмлардан қилинган; бу қисмларнинг учига иккита бир хил A ва B тишли ғилдираклар маҳкам қилиб ўрнатилган. Валларнинг шу қисмларида C коробка конус шаклидаги D ғилдирак билан бирга подшипникларда айланади; D ғилдирак C коробка билан маҳкам қилиб



24.31-масалага



24.32-масалага

бириктирилган; C коробка мотор билан ҳаракатга келтирилувчи (узунасига кетган) бош вал тишли E ғилдирак ёрдамида айлантрилади. C коробканинг айланиши конус шаклидаги иккита F шестерёнкалар (сателлитлар) ёрдами билан A ва B тишли ғилдиракларга узатилади; шестерёнкалар автомобилнинг $I—II$ орқа ўқиға тик қилиб коробкага маҳкамланган ўқлар атрофида эркин айланади. Автомобилнинг орқадаги ғилдиракларининг бурчак тезликлари C коробка айланишининг бурчак тезлиги функцияси сифатида топилсин ва сателлитларнинг коробкага нисбатан бурчак тезлиги ω_r аниқлансин; автомобиль, радиуси ўртача $\rho = 5$ м бўлган айланма йўлда, $v = 36 \frac{\text{км}}{\text{соат}}$ тезлик билан ҳаракат қилади; орқадаги ўқ ғилдиракларининг радиуси $R = 0,5$ м, улар орасидаги масофа $l = 2$ м. A ва B тишли ғилдираклар радиуслари сателлитлар радиусларига қараганда икки марта катта: $R_0 = 2r$.

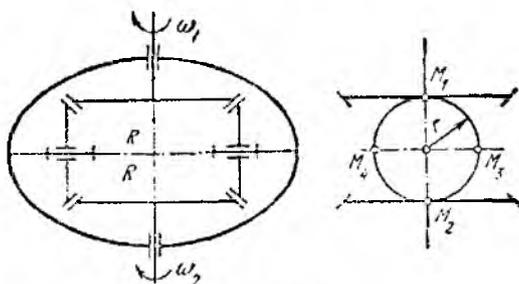
Жавоб: $\omega_1 = 24$ рад/с, $\omega_2 = 16$ рад/с, $\omega_r = 8$ рад/с.

24.32. AB ва MN ўқлар айланиш сонларининг берилган нисбатини олиш учун дифференциал тишлашма қўлланилади; унинг конус шаклидаги I ва II ғилдиракларига цилиндр шаклидаги I' ва II' ғилдираклар маҳкам бириктирилган; I' ва II' ғилдираклар AB ўққа маҳкам қилиб ўрнатилган IV ва V шестерёнкалар билан тишлашади. Агар I ва II ғилдирак радиуслари бир хилда, I' , II' , IV ва V ғилдирак тишларининг сонлари тегишлича m , n , x , y бўлса, AB ва MN валларнинг бурчак тезликлари ω_0 билан ω орасидаги муносабат топилсин.

Жавоб: $\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{m} + \frac{y}{n} \right)$.

24.33. Олдинги масаладаги дифференциал узатмада I' ва IV тишли ғилдираклар орасига айланиш ўқи қўзғалмас бўлган паразит ғилдирак киритилган. Масаланинг бошиқа ҳамма шартларини ўзгартирмаган ҳолда AB ва MN валларининг бурчак тезликлари ω_0 билан ω орасидаги муносабатни топилсин.

Жавоб: $\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{m} - \frac{y}{n} \right)$.



24.34-масалага

24.34. Автомобиль орқа ўқининг иккала ярмини туташтирувчи дифференциал узатма $R = 6$ см радиусли иккита бир хил шестерёнчалардан иборат. Шестерёнчалар ярим ўқларга ўрнатилган бўлиб, автомобиль бурилганда ўзи ҳар хил, миқдори эса ўзгармас бўлган $\omega_1 = 6$ рад/с ва $\omega_2 = 4$ рад/с бурчак тезлик билан бир томонга айланади. Шестерёнчалар орасига ўққа эркин ўрнатилган ва радиуси $r = 3$ см бўлган айланувчи сателлит қисилган. Сателлит ўқи қожуҳга маҳкам ўрнатилган бўлиб, у билан бирга автомобилнинг орқа ўқи атрофида айлана олади. Сателлитнинг, расмда кўрсатилганидек, икки диаметр учнда ётувчи тўртта M_1, M_2, M_3 ва M_4 нуқталарининг автомобиль корпусига нисбатан тезлаштилари топилсин.

Жавоб: $\omega_1 = 2,1$ м/с², $\omega_2 = 0,91$ м/с², $\omega_3 = \omega_4 = 1,73$ м/с².

24.35. Тийш қўққош станогининг дифференциалида тезлаштирувчи 4-ғилдирак ўзига маҳкам қилиб бириктирилган 1-ғилдирак билан бирга етакчи а валга эркин ўрнатилган. Ётақчи а валнинг учда 2 — 2 сателлитларининг СС ўқи ўтган головка бор. Қуйидаги беш ҳолда етакланувчи б вал ва унга маҳкам қилиб бириктирилган 3-ғилдирак бурчак тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин:

1) Ётақчи валнинг бурчак тезлиги ω_a , тезлаштирувчи ғилдиракнинг бурчак тезлиги $\omega_4 = 0$.

2) Ётақчи валнинг бурчак тезлиги ω_a , тезлаштирувчи ғилдирак ω_4 бурчак тезлик билан етакчи вал айланадиган томонга айланади.

3) Тезлаштирувчи ғилдирак ва етакчи вал бир хилдаги $\omega_4 = \omega_a$ бурчак тезлик билан бир томонга айланади.

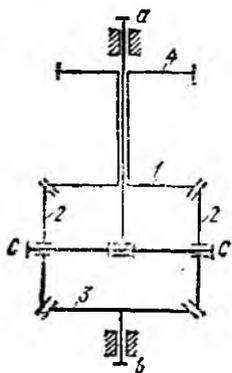
4) Тезлаштирувчи ғилдирак ва етакчи вал бир томонга айланади, лекин $\omega_4 = 2\omega_a$.

5) Ётақчи валнинг бурчак тезлиги ω_a , тезлаштирувчи ғилдирак ω_4 бурчак тезлик билан қарама-қарши томонга айланади.

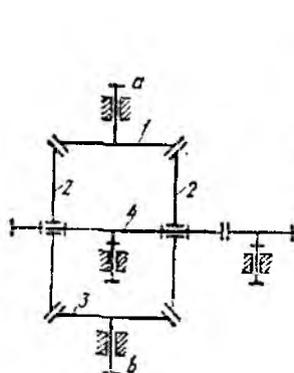
Жавоб: 1) $\omega_b = 2\omega_a$; 2) $\omega_b = 2\omega_a - \omega_4$; 3) $\omega_b = \omega_a$; 4) $\omega_b = 0$; 5) $\omega_b = 2\omega_a + \omega_4$.

24.36. Олдиги масалада тасвирланган тийш қўққош станогининг дифференциалида етакчи валнинг бурчак тезлиги $n_1 = 60$ айл/мин. Етақланувчи вал қўзғалмай қолгани учун тезлаштирувчи ғилдирак бурчак тезлигининг қанча бўлиши кераклиги аниқлансин.

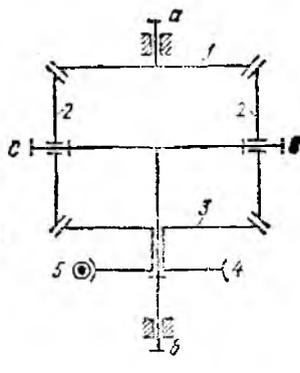
Жавоб: $\omega_4 = 120$ айл/мин.



24.35- масалага



24.37- масалага



24.38- масалага

24.37. Тиш қирқини станогининг дифференциалдаги тезлантирувчи 4-гилдирак сателлитлар ўқини элтади. Етакчи валнинг бурчак тезлиги ω_a . Қунидаги уч ҳолда етакланувчи вал бурчак тезлигининг қандай бўлиши аниқлансин:

1) Тезлантирувчи 4-гилдирак $\omega_4 = \omega_a$ бурчак тезлик билан етакчи вал айланган томонга айланади.

2) $\omega_4 = \omega_a$, лекин етакчи вал ва тезлантирувчи гилдирак қарама-қарши томонга айланади.

3) Сателлитларнинг ўқи ва тезлантирувчи гилдирак қўзғалмас.

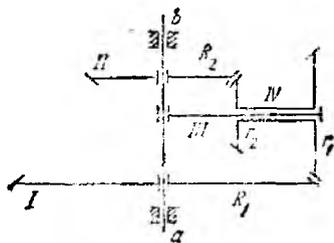
Жавоб: 1) $\omega_b = \omega_a$, 2) $\omega_b = -3\omega_a$, 3) $\omega_b = -\omega_a$.

24.38. Станок дифференциалда конус шаклидаги 1-гилдирак етакчи валга маҳкам ўрнатилган. Етакланувчи b вал учун 2—3 сателлитларнинг CC ўқи ўрнатилган головка туради.

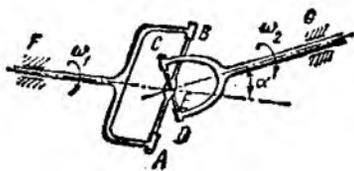
Ушба валнинг ўзида червякни 4-гилдирак билан туташтирилган конус шаклидаги 3-гилдирак эркин туради. Агар конус шаклидаги ҳамма гилдиракларнинг радиуслари бир хил бўлса, 5-червяк, демак, 4-ва 3-гилдираклар қўзғалмай турган пайтдаги узатма солиннинг қандай бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_b/\omega_a = 0,5$.

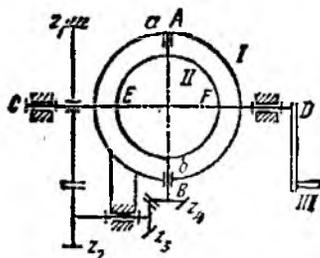
24.39. Қўш дифференциал қўзғалмас ab ўқ атрофида айлана оладиган III кривошипдан иборат. Кривошипга IV сателлит эркин ўрнатилган. Сателлит бир-бирига маҳкам қилиб бириктирилган. $r_1 = 5$ см ва $r_2 = 2$ см радиуси конус шаклидаги иккита тишнинг гилдиракдан иборат. Бу гилдираклар ab ўқ атрофида айланадиган, лекин кривошип билан боғланмаган конус шаклидаги иккита I ва II тишнинг гилдираклар билан қўшилган. I ва II гилдиракларнинг радиуслари $R_1 = 10$ см ва $R_2 = 5$ см, бурчак тезликлари тегишлича $\omega_1 = 4,5$ рад/с



24.39- масалага



24.41-масалага



24.42-масалага

ва $\omega_2 = 9$ рад/с. Агар иккала ғилдирак бир томонга айланса, кривошипнинг бурчак тезлиги ω_3 ва сателлитнинг кривошипга нисбатан бурчак тезлиги ω_{43} аниқлансин.

Жавоб: $\omega_3 = 7$ рад/с, $\omega_{43} = 5$ рад/с.

24.40. Олдинги масала I ва II ғилдираклар ҳар хил томонга айланади деб фараз қилиб ечилсин.

Жавоб: $\omega_3 = 3$ рад/с, $\omega_{43} = 15$ рад/с.

24.41. Кесишувчи ўқлар орасида айланишни кузатишда қўлланиладиган Кардан — Гук универсал шарнирининг ABCD крестовинаси ($AB \perp CD$) қўзғалмас E нуқта атрофида айланади. Крестовина билан боғланган валлар бурчак тезликларининг ω_1/ω_2 нисбати икки ҳол учун топилсин:

1) AB вилка текислиги горизонтал, CDG вилка текислиги эса вертикал бўлганда;

2) AB вилка текислиги вертикал, CDG вилка текислиги эса унга тик бўлганда.

Валлар орасидаги бурчак ўзгармасдир: $\alpha = 60^\circ$.

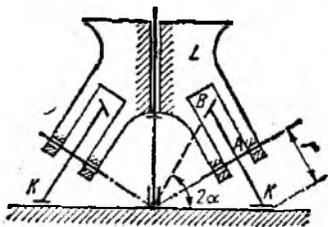
Жавоб: 1) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{\cos \alpha} = 2$; 2) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \cos \alpha = 0,5$.

24.42. Шарли дробилка диаметри $d = 10$ см бўлиб, AB ўққа ўрнатилган ковак шардан иборат; AB ўққа тишларининг сони $z_4 = 28$ та бўлган ғилдирак маҳкамлаб ўтказилган. AB ўқ I айланувчи ромга a ва b подшипниклар билан маҳкамланган. I ром III даста билан айлантириладиган CD ўқ билан яхлит қилиб туташтирилган. Шарли дробилка, тишлари сони $z_1 = 80$, $z_2 = 43$, $z_3 = 28$ бўлган ғилдираклар ёрдами билан AB ўқ атрофида айлантирилади; бунда биринчи ғилдирак қўзғалмасдир. Агар даста $\omega = 4,3$ рад/с доимий бурчак тезлик билан айлантирилса, дробилканинг абсолют бурчак тезлиги, бурчак тезланиши ва берилган пайтда CD ўқда ётган иккита E ва F нуқталарининг тезлик ва тезланишлари аниқлансин.

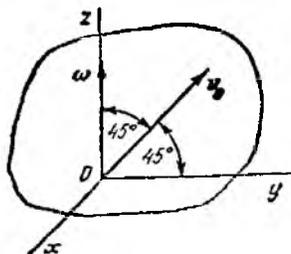
Жавоб: $\omega_a = 9,08$ рад/с, $\epsilon = 34,4$ рад/с²,

$$v_E = v_F = 0,4 \text{ м/с}, \omega_E = \omega_F = 4,68 \text{ м/с}^2.$$

24.43. Қўприкнинг айланадиган қисми конус шаклидаги K тишли ғилдираклар кўричишидаги катокларга ўрнатилган. Ғилдиракларнинг ўқи ҳаққали L ромга шундай ишаб қилиб ўрнатилганки, уларнинг давоми K тишли ғилдираклар юрадиган текис таянч шестерня-



24.43- масалага



24.44- масалага

нинг геометрик марказида кесишадн. Конус шаклидаги катокнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши ҳамда A, B, C нуқталарининг тезлиги ва тезланиши топилсин (A — конус шаклидаги тишли BAC филдиракнинг маркази). Каток асосининг радиуси $r = 0,25$ м, учидаги бурчак 2α , шу билан бирга $\cos \alpha = 84/85$. Ҳалқали ромбнинг вертикал ўқ атрофида айланиш бурчак тезлиги $\omega_0 = \text{const} = 0,1$ рад/с.

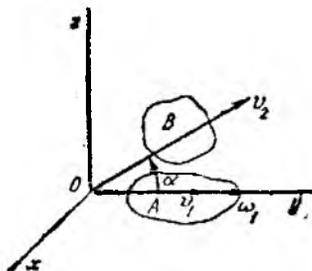
Жавоб: $\omega = 0,646$ рад/с, $\epsilon = 0,0646$ рад/с², $v_A = 0,16$ м/с, $v_B = 0,32$ м/с, $v_C = 0$, $\omega_A = 0,016$ м/с², $\omega_B = 0,11$ м/с², $\omega_C = 0,105$ м/с².

24.44. Қаттиқ жисм фазода ҳаракатланмоқда, шу билан бирга унинг бурчак тезлик вектори ω га тенг бўлиб, у қаралаётган пайтда z ўқ бўйлаб йўналган. Жисм O нуқтасининг тезлиги v_0 га тенг бўлиб, y ва z ўқлар билан бир хил 45° бурчак ҳосил қилади. Жисмнинг энг кичик тезликка эга бўлган нуқтаси ва бу тезликнинг қиймати аниқлансин.

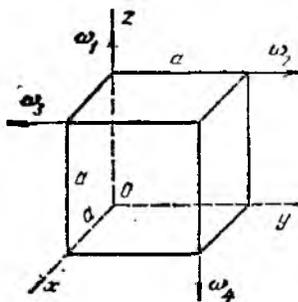
Жавоб: $v_{\text{min}} = v_0 \cos 45^\circ$. Координаталари $x = -\frac{v_0 \cos 45^\circ}{\omega}$, $y = 0$

бўлган нуқтадан z ўққа параллел ўтадиган оний винт ўқининг нуқталари шундай тезликка эга.

24.45. A қаттиқ жисм y ўқ атрофида ω_1 бурчак тезлик билан айланади ва v_1 тезлик билан шу ўқ йўналишида илгарилама ҳаракат қилади. B жисм y ўқ билан α бурчак ҳосил қилувчи v_2 тезлик билан илгарилама ҳаракат қилади. v_1/v_2 нисбат қандай бўлганида A жисмнинг B га нисбатан ҳаракати соф айланиш бўлади? Бунда айланиш ўқи қаерда ётади?



24.45- масалага



24.46- масалага

Жавоб: $v_1|v_2 = \cos \alpha$ бўлганида A жисмнинг B жисмга нисбатан нисбий ҳаракати y ўққа параллел ўқ атрафидаги соф айланишдан иборат; айланиш ўқи илгариллама тезликнинг $v_2 \sin \alpha$ ташкил этувчиси бўйлаб y ўққа ўтказилган перпендикуляр бўйича ҳисобланган $l = \frac{v_2 \sin \alpha}{\omega_1}$ масофадан ўтади.

24.46. Томонлари $a = 2$ м ли куб шаклидаги қаттиқ жисм бурчак тезликлари $\omega_1 = \omega_4 = 6$ рад/с, $\omega_2 = \omega_3 = 4$ рад/с бўлган тўртта айланишда бир вақтнинг ўзида иштирок этади. Жисмнинг натижавий ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: Жисм v тезликда илгариллама ҳаракат қилади, унинг проекциялари $v_x = -12$ м/с, $v_y = 12$ м/с, $v_z = -8$ м/с га тенг.

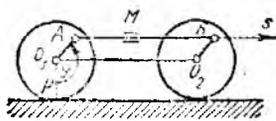
25-§. Ҳуққа ва қаттиқ жисмнинг мураккаб ҳаракатига доир аралаш масалалар

25.1. Паровознинг гилдираклари AB спарник билан бирлаштирилган. $r = 80$ см радиусли гилдираклар рельслар бўйлаб сирғанмасдан чап томонга гилдирайди. Гилдираклар тинч ҳолатдан бошлаб ҳаракатланганида $\varphi = \angle PO_1A$ бурилиш бурчаги $\varphi = \frac{3\pi}{4} t^2$ рад қонунга асосан ўзгаради. AB спарник бўйлаб M ползун $s = AM = (10 + 40t^2)$ см тенгламага мувофиқ ҳаракатланади. Агар $O_1O_2 = AB$, $O_1A = O_2B = r/2$ бўлса, $t = 1$ с бўлган пайтда M ползуннинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши топилсин.

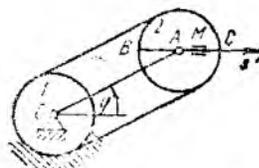
Жавоб: $v_M = 450$ см/с, $a_M = 1170$ см/с².

25.2. Қўзғалмас 1-тишли гилдирак ўзи билан бир хил радиусли 2-тишли гилдиракка занжир билан бирлаштирилган. 2-тишли гилдирак соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда $\varphi = \frac{\pi}{6} t$ рад қонун билан айланувчи $OA = 60$ см узунликдаги кривошип ёрдамида ҳаракатга келтирилади. $t = 0$ бўлган пайтда OA кривошип ўнг томондаги горизонтал ҳолатида бўлган. 2-тишли гилдиракнинг s ўқ билан устма-уст тушувчи BC горизонтал йўнаштирувчиси бўйлаб A марказ атрафида $s = AM = 20 \sin \frac{\pi}{2} t$ см қонунга кўра тебланувчи M ползун ҳаракатланади. $t_1 = 0$ ва $t_2 = 1$ с бўлган пайтлар учун M ползуннинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин.

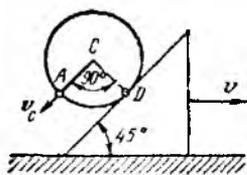
Жавоб: $v_{M0} = 44,1$ см/с, $v_{M1} = 31,4$ см/с, $a_{M0} = 16,5$ см/с², $a_{M1} = 64,2$ см/с².



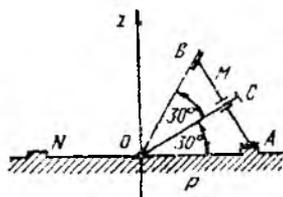
25.1- масалага



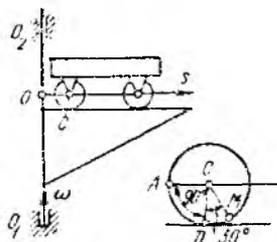
25.2- масалага



25.3- масалага



25.4- масалага



25.6- масалага

25.3. Горизонт билан 45° бурчак ҳосил қилувчи учбурчакли призма ўнг томонга горизонтал текислик бўйлаб v ($v = 2t$ см/с) тезлик билан сирпанади. Призманинг қия ёғи бўйлаб доғравий цилиндр сирпанмасдан юмалаб тушади. Цилиндр инерция маркази C нинг призмага nisbatan тезлиги модули $v_C = 4t$ см/с га тенг. Агар $t = 1$ с пайтда $\angle ACD = 90^\circ$ бўлса, цилиндр гардишидаги A нуқтанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши миқдорлари аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 6$ см/с, $\omega_A = 5,6$ см/с².

25.4. Конуссимон M тишли ғилдирак N тишли ғилдирак бўйлаб, O нуқтага бириктирилган ва z вертикал ўқ атрофида 2 рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи OC ўқ ёрдамида ҳаракатга келтирилади. N тишли ғилдирак бириктирилган P горизонтал платформа шу пайтда $v = 80$ см/с тезлик ва $\omega = 80\sqrt{3}$ см/с² тезланишга эга бўлган ҳолда вертикал бўйича pastга томон тезланувчан ҳаракат қилади. Бурчак $BOA = 60^\circ$, M тишли ғилдиракнинг AB диаметри 20 см га тенг. M тишли ғилдиракнинг A ва B нуқталари абсолют тезлиги ва тезланиши топилсин.

Жавоб: $v_A = 8$ см/с, $v_B = 100$ см/с.

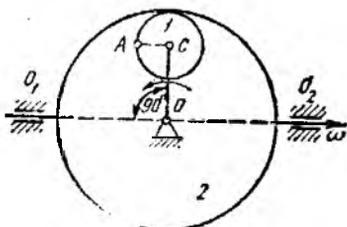
$\omega_A = 0$, $\omega_B = 302$ см/с².

25.5. Олдинги масалада OC ўқ вертикал z ўқ атрофида $2t$ рад/с га тенг бурчак тезлик билан айланади деб, $t = 1$ с пайт учун M конуссимон тишли ғилдирак A ва B нуқталарининг абсолют тезланишлари топилсин.

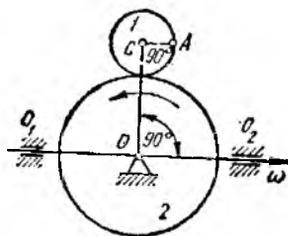
Жавоб: $\omega_A = 0$, $\omega_B = 308$ см/с².

25.6. Айланувчи кран O_1, O_2 қўзғалмас вертикал ўқ атрофида ω ($\omega = 1$ рад/с) бурчак тезлик билан айланади. Кранининг s ўқ билан устма-уст тушган горизонтал стреласи бўйлаб тележканинг ғилдираклари сирғалмасдан думалайди. Унинг 10 см радиусли орқадаги ғилдирагининг C масса маркази $s_C = OC = 60(1 + t)$ см қонуи билан ҳаракатланади. $t = 1$ с пайтда $\angle MCD = 30^\circ$ бўлса, ғилдирак гардишидаги M нуқта абсолют тезлигининг модули аниқлансин. Шунингдек, $t = 1$ с пайтда $\angle ACD = 90^\circ$ бўлса, ғилдирак гардишидаги A ва D нуқталар абсолют тезланишларининг модуллари топилсин.

Жавоб: $v_M = 129$ см/с, $\omega_A = 278$ см/с², $\omega_D = 380$ см/с².



25.7- масала га



25.9- масалага

25.7. Радиуси 10 см бўлган 1-тишли ғилдирак радиуси 40 см бўлган 2-тишли ғилдирак ичнда $\omega_0 = 2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи OC кривошип ёрдамида ҳаракатга келтирилади. Ўз навбатида 2-тишли ғилдиракнинг ўзи ҳам қўзғалмас O_1O_2 горизонтал ўқ атрофида $\omega = 2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар $\angle OCA = \angle O_1OC = 90^\circ$ бўлса, 1-тишли ғилдиракнинг гардишида ётувчи A нуқтанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 103,8$ см/с, $\omega_A = 494$ см/с².

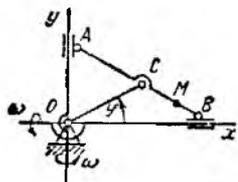
25.8. Олдинги масалада, 2-тишли ғилдиракнинг қўзғалмас O_1O_2 горизонтал ўқ атрофидаги айланиши ω ($\omega = (2 - t)$ рад/с) ўзгарувчи бурчак тезлик билан содир бўлади деб, A нуқтанинг $t = 2$ с бўлган пайтдаги абсолют тезланишининг модули топилсин. $t = 2$ с бўлган пайтда A нуқта олдинги масалага берилган расмда кўрсатилган ҳолатни эгаллайди деб ҳисоблансин.

Жавоб: $\omega_A = 455$ см/с².

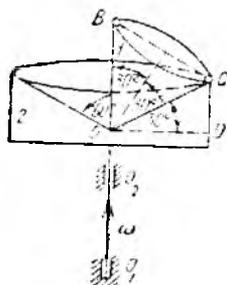
25.9. Радиуси 10 см бўлган 1-тишли ғилдирак $\omega_0 = t$ рад/с бурчак тезлик билан айланувчи OC кривошип воситасида 20 см радиусли 2-тишли ғилдирак устида ҳаракатга келтирилади. Ўз навбатида 2-тишли ғилдирак ҳам қўзғалмас O_1O_2 горизонтал ўқ атрофида ўзгармас ω ($\omega = 2$ рад/с) бурчак тезлик билан айланади. $t = 1$ с бўлган пайтда $\angle O_2OC = \angle OCA = 90^\circ$ деб ҳисоблаб, 1-тишли ғилдиракнинг гардишида ётувчи A нуқтанинг шу пайтдаги абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг модули аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 73,5$ см/с, $\omega_A = 207$ см/с².

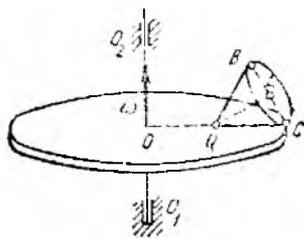
25.10. OC кривошип AB стержень воситасида ўзаро перпендикуляр x ва y йўналтирувчилар бўйлаб сирланувчи A ва B ползуларни ҳаракатга келтиради. Ўз навбатида бу йўналтирувчилар O ўқ атрофида соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда ω ($\omega = \frac{\pi}{2}$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. OC кривошипнинг x ўқдан соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда ҳисобланган айланиш бурчаги $\varphi = \frac{\pi}{4} t$ рад қонунга асосан ўзгаради. Агар $OC = AC = CB = 2BM = 16$ см бўлса, $t = 0$ пайт учун AB лисейка M нуқтасининг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши модуллари топилсин.



25.10- масалага



25.11- масалага



25.13- масалага

Жавоб: $v_M = 44$ см/с, $\omega_M = 93,8$ см/с².

25.11. O учидаги бурчаги 60° бўлган 1-конус, учидаги бурчаги 120° бўлган 2-конус ичида сирғанмасдан юмалайди. 2-конус ўз навбатида қўзғалмас O_1O_2 вертикал ўқ атрофида ω ($\omega = 3$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. 1-конус асосининг гардишидаги B нуқта O_1O_2 ўқ орқали ўтувчи вертикал текисликдаги BC диаметрда ётади. B нуқтанинг тезлиги ўзгармас бўлиб, 60 см/с га тенг ва OBC текислигига перпендикуляр ҳамда ўқувчидан расм текислигига қараб йўналган. $OB = OC = 20$ см, $\angle COD = 30^\circ$. 1-конус B ва C нуқталари абсолют тезланишларининг модуллари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_A = 497$ см/с², $\omega_C = 316$ см/с².

25.12. Олдинги масалада B нуқта тезлиги ўзгарувчан ва $60t$ см/с га тенг бўлишига қарамасдан $t = 1$ с пайт учун 1-конуснинг абсолют тезланишлари ўзгармай қоладиган нуқталарининг геометрик ўрни аниқлансин.

Жавоб: 1-конуснинг OC ясовчи билан устма-уст тушган нуқталари.

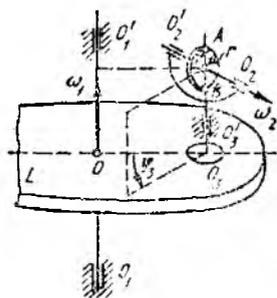
25.13. Горизонтал дисkning устида унга Q учи билан бириктирилган доиравий конус сирғанмасдан юмалайди. Ўз навбатида, диск ҳам қўзғалмас O_1O_2 вертикал ўқ атрофида ω ($\omega = 2$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Тинч турган дискка ишбатан конус асоси A маркази тезлигининг миқдори 15 м/с га тенг бўлиб, расм текислигига тик равишда ўқувчига томон йўналган. Агар $OQ = QC = QB = BC = 10$ см бўлса, конус асосининг диск билан уринган C нуқтаси абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг модуллари топилсин.

Жавоб: $v_C = 40$ см/с, $\omega_C = 105$ см/с².

25.14. Олдинги масалада диск e ($e = 2t$ рад/с) бурчак тезланиш билан тезланувчан айланади деб ҳисоблаб, C нуқта абсолют тезланишининг модули $t = 1$ с пайт учун аниқлансин; бошланғич пайтда бурчак тезликининг миқдори 2 рад/с га тенг бўлган.

Жавоб: $\omega_C = 197$ см/с².

25.15. Гироскоп қўзғалмас O_1O_1' вертикал ўқ атрофида ω_1 ($\omega_1 = 2\pi$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи горизонтал L платформа устига ўрнатилган. Горизонтал O_2O_2' ўқ атрофида ω_2 ($\omega_2 =$



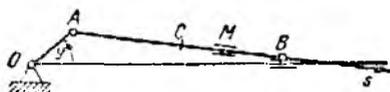
25.15- масалага

$= 8\pi$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи, $r = 10$ см радиусли K диск гироскоп хизматини ўтайди. O_2O_2' ўқ ўз навбатида вертикал O_3O_3' ўқ атрофида $\varphi_n = 2\pi t^2$ рад қонунга биноан айланади. $t = 0$ пайтда K диск O_1O_1' ўқ билан битта вертикал текисликда бўлган. φ_n бурчак шу текисликдан бошлаб расмда кўрсатилган йўналишда ўлчанади. O_2O_2' ва O_3O_3' ўқлар K дискнинг марказида кесишади. Ўзаро параллел O_1O_1' ва O_3O_3' ўқлар орасидаги масофа $OO_3 = 30$ см бўлса, K дискнинг AB вертикал диаметри юқори учидаги A нуқтасининг $t = 1$ с бўлган пайтдаги абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши модуллари топилсин.

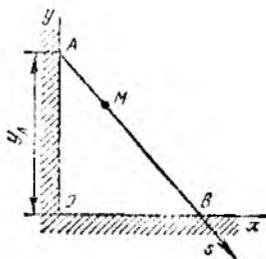
Жавоб: $v_A = 314$ см/с, $\omega_A = 7170$ см/с².

25.16. OAB кривошип-ползун механизмининг AB шатуни бўйлаб унинг C нуқтаси атрофида M муфта $s = CM = 20 \sin \frac{\pi}{2} t$ см

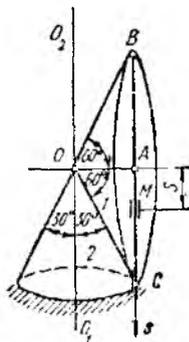
(AB шатун бўйлаб йўналтирилган s ўқнинг боши шатун марказидаги C нуқтада) қонунга асосан тебранади. OA кривошип расм текислигига перпендикуляр бўлган O горизонтал ўқ атрофида, соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда $\varphi = \frac{\pi}{2} t$ рад қонун билан айланади. Агар $OA = 10$ см, $AC = CB = AB/2 = 20$ см бўлса, M муфтанинг $t = 0$ пайтдаги абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг миқдорлари аниқлансин.



25.16- масалага



25.17- масалага



25.18- масалага

Жавоб: $v_M = 32,3$ см/с, $\omega_M = 37,2$ см/с².

25.17. Узунлиги $4\sqrt{2}$ м бўлган AB стерженнинг A учи y ўқ бўйлаб паства, B учи эса, x ўқ бўйлаб ўнг томонга сирғанади. A нуқта $y_A = (5 - t^2)$ м қонун билан ҳаракатланади. Бирор вақтда стерженнинг A нуқтасидан B нуқтасига томон M нуқта сирғанади. M нуқтанинг стержень билан устма-уст тушувчи ўққа нисбатан ҳаракати $s = AM = 2\sqrt{2}t^2$ м тенглама билан ифодаланади. $t = 1$ с пайт учун M нуқта абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг миқдорлари аниқлансин.

Жавоб: $v_M = 7,05$ м/с, $\omega_M = 8,06$ м/с².

25.18. Учидаги бурчаги 120° бўлган 1- дорравий конус, учидаги бурчаги 60° бўлган 2- қўғалмас конус учига O шарнир билан бириктирилган ва унинг устида сирғанмасдан юмалайди. Шу билан бирга 1- конуснинг OA ўқи O_1O_2 вертикал ўқ атрофида секундида бир марта айланади. 1- конус асосининг $BC = 20$ см диаметри бўйлаб M ползун сирғанадиган йўналтирувчи ўтказилган. M ползун A марказ атрофида $s = AM = 10 \sin 2\pi t$ см қонун асосида тебранади. $t = 0$ бошланғич пайтда BC йўналтирувчи O шарнир билан битта вертикал текисликда жойлашган. $t = 0$ пайт учун M нуқта абсолют тезланишининг миқдори топилин.

Жавоб: $\omega_M = 572$ см/с².

УЧИНЧИ БЎЛИМ

ДИНАМИКА

IX БОБ

МОДДИЙ НУҚТА ДИНАМИКАСИ*

26-§. Берилган ҳаракатга қараб кучларни аниқлаш

26.1. Массаси 280 кг бўлган лифт шахтага текис тезланиш билан туширилади; у биринчи 10 с да 35 м йўл ўтади. Лифт осилган арқоннинг тортилиш кучи топилсин.

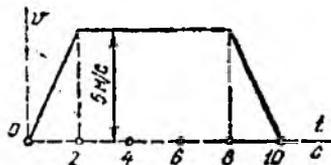
Жавоб: 2548 Н.

26.2. Устида 1,02 кг массали юк турган горизонтал платформа вертикал бўйлаб 4 м/с^2 тезланиш билан пастга тушади. Платформанинг юк билан бирга пастга тушиш вақтида юкнинг платформага қанча босим кўрсатиши топилсин.

Жавоб: 5,92 Н.

26.3. Столда турган 3 кг массали жисмга ип боғланиб, ипнинг иккинчи учи А нуқтага бириктирилади. Агар тортиш кучи $T = 42 \text{ Н}$ бўлганда ип узилса, жисмни вертикал бўйлаб юқорига кўтарганда ипнинг узилиши учун А нуқтага қандай тезланиш бериш керак?

Жавоб: $4,2 \text{ м/с}^2$.



26.4-масаллага

26.4. Лифт клеткаси кўтарилганда тезликлар графиги расмда тасвирланган кўринишда бўлади. Клетканинг массаси 480 кг га тенг. Қуйидаги учта вақт оралиғида клетка осилган арқонга тушатишган тортиш кучлари T_1 , T_2 ва T_3 аниқлансин: 1) $t = 0$ дан $t = 2$ с гача, 2) $t = 2$ с дан $t = 8$ с гача ва 3) $t = 8$ с дан $t = 10$ с гача.

Жавоб: $T_1 = 5904 \text{ Н}$, $T_2 = 4704 \text{ Н}$, $T_3 = 3504 \text{ Н}$.

26.5. Узунлиги 1 м бўлган ипга осилган 0,3 кг массали тош вертикал текисликда айлана чиқади. Тошнинг ип узилмайдиган энг кичик бурчак тезлиги ω аниқлансин; ипнинг узилиш кўрсатадиган қаршилиги 9 Н га тенг.

Жавоб: $\omega_{\min} = 4,194 \text{ рад/с}$.

*Динамиканинг ҳамма масалаларида, агар алоҳида кўрсатма бўлмаса, пружиналар, эластик бағиларнинг массалари, қаршилик кучлари ва шу кабилар ҳисобга олинмайди.

26.6. Темир йўlining эгри чизиқли участкаларида поезддан рельсларга тушадиган босимнинг йўл полотносига тик йўналган бўлиши учун ташқаридаги рельс ичкарасидагига қараганда баланд қўйилади. Қўйидаги маълумотларга қараб, ташқаридаги рельснинг ичкарасидагидан қанча баланд эканлиги аниқлансин. Йўlining эгрилик радиуси 400 м, поезд тезлиги 10 м/с, рельслар орасидаги масофа 1,6 м.

Жавоб: $h = 4,1$ см.

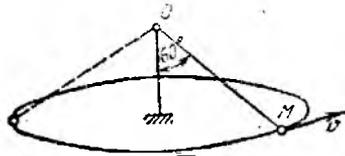
26.7. Аввал тўғри чизиқли, сўнгра эгри йўлда 20 м/с тезлик билан бораётган поезд вагонидан бир юк пружинали тарозидан тортилди; тарози биринчи ҳолда 50 Н ни, эгри йўлда эса 51 Н ни кўрсатди. Йўlining эгрилик радиуси аниқлансин.

Жавоб: 203 м.

26.8. Массаси 0,2 кг бўлган тош 1 м узунликдаги ипнинг учига осилган; итариб юборилганида тош 5 м/с га тенг горизонтал тезлик олди. Тош итариб юборилгандан кейин ипда қанча тортиш кучи бўлганлиги топилинсин.

Жавоб: 6,96 Н.

26.9. Қўзғалмас O нуқтага борланган, узунлиги 30 см бўлган ипга осиб қўйилган 0,102 кг массали M юк конус шаклидаги маятникни тасвирлайди, яъни горизонтал текисликда айлана чизади: шу билан баробар ип вертикал билан 60° ли бурчак ташкил қилади. Юкнинг тезлиги v ва ипдаги тортилиш кучи T аниқлансин.



26.9- масалага

Жавоб: $v = 2,1$ м/с, $T = 2$ Н.

26.10. Массаси 1000 кг бўлган автомобиль дўнг кўприкда $v = 10$ м/с тезлик билан ҳаракат қилади; кўприк ўртасининг эгрилик радиуси $\rho = 50$ м. Автомобиль кўприк ўртасидан ўтган пайтда кўприкка қанча босим кўрсатиши аниқлансин.

Жавоб: 7800 Н.

26.11. Кўтарма машинанинг кўтарилувчи кабинасидаги пружинали тарозидан жисм тортилади. Кабинанинг текис ҳаракатида пружинали тарозининг кўрсатиши 50 Н, тезланувчан ҳаракатида 51 Н га тенг. Кабинанинг тезлашишини топинг.

Жавоб: $0,196$ м/с².

26.12. Трамвай вағони кузовининг массаси 10 000 кг. Тележканинг гилдирақлар билан биргаликдаги массаси 1000 кг. Агар вагон кузови юрган вақтда рессоралари устида $x = 0,02 \sin 10 t$ м қонунга мувофиқ вертикал бўйича гармоник тебранма ҳаракат қилса, вагоннинг горизонтал тўғри чизиқли йўл участкасида рельсга кўрсатилган энг катта ва энг кичик босими аниқлансин.

Жавоб: $N_{\max} = 12,78 \cdot 10^4$ Н, $N_{\min} = 8,58 \cdot 10^4$ Н.

26.13. Ички ёнув двигателининг поршени

$$x = r \left(\cos \omega t + \frac{r}{4l} \cos 2\omega t \right) \text{ см}$$

қонунга мувофиқ горизонтал тебранма ҳаракат қилади, бу ерда r —

кривошип узунлиги, l — шатуи узунлиги, ω — валининг миқдор жihatдан ўзгармас бурчак тезлиги. Агар поршеньнинг массаси M бўлса, унга таъсир қилувчи энг катта куч аниқлансин.

Жавоб: $P = Mr\omega^2 \left(1 + \frac{r}{l}\right)$.

26.14. Рудани боғитиш ғалври $a = 5$ см амплитуда билан вертикал бўйлаб гармоник тебранма ҳаракат қилади. Ғалвир тебранишининг шундай энг кичик k частотаси тешилкики, буида ғалвирдаги руда парчалари ушун ажралиб, юқоринга охилиб чиқсин.

Жавоб: $k = 14$ рад/с.

26.15. Массаси 2,04 кг бўлган жисм горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб $x = 10 \sin \frac{\pi}{2} t$ м қонунга асосан тебранма ҳаракат қилади.

Жисмга таъсир этувчи куч билан x координата орасидаги боғланиш ва бу кучнинг энг катта қиймати топилин.

Жавоб: $F = -5,033x$ Н, $F_{\max} = 50,33$ Н.

26.16. Массаси 0,2 кг бўлган моддий нуқтанинг ҳаракати $x = 3 \cos 2\pi t$ см; $y = 4 \sin \pi t$ см тенгламалар билан ифодаланади (t — секундлар ҳисобида). Нуқтага таъсир қилувчи кучнинг проекциялари унинг координаталари орқали ифодалансин.

Жавоб: $X = -0,0789x$ Н, $Y = -0,0197y$ Н.

26.17. Массаси 100 г бўлган шарча оғирлик кучи таъсиринда пастрга тушади, буида у ҳавонинг қаршилигига учрайди; шарча ҳаракати: $x = 4,9t - 2,45(1 - e^{-2t})$ тенглама билан ифодаланади, бу ерда x — метрлар, t — секундлар ҳисобида, Ox ўқ вертикал бўйича пастрга йўналган. Ҳавонинг R қаршилиқ кучи шарчанинг v тезлиги орқали ифодалансин.

Жавоб: $R = 0,98(1 - e^{-2t})$ Н = $0,2 \cdot v$ Н.

26.18. Раидаловчи станок столининг массаси 700 кг, ишланувчи жисм массаси 300 кг. Станок ишга туширилишида биринчи 0,5 с вақт ўтувида стол текис тезланувчан ҳаракат қилади; бу вақт оралигида ишқаланиш коэффициентини $f_1 = 0,14$. Кейинги вақтда эса стол $v = 0,5$ м/с ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади; буида ишқаланиш коэффициентини $f_2 = 0,07$. Столни текис тезланувчан ҳаракатга келтириш, кейин эса унга текис ҳаракат бериш учун керак бўлган кучнинг миқдори топилин.

Жавоб: $F_1 = 2372$ Н, $F_2 = 686$ Н.

26.19. Устиндаги юки билан массаси 700 кг бўлган вагонетка $\alpha = 15^\circ$ қияликдаги қилатли темир йўл бўйлаб, $v = 1,6$ м/с тезлик билан пастрга тушади. Вагонетка тенг ўлчовли ҳаракат билан пастрга тушибатганида ва уни тўхтатишда арқонда ҳосил бўладиган тортилиш кучи аниқлансин; тормозлаш вақти $t = 4$ с, ҳаракатга таъсир этувчи қаршилиқнинг умумий коэффициентини $f = 0,015$. Тормозлаш вақтида вагонетка текис секинланувчан ҳаракат қилади.

Жавоб: $T_1 = 1676$ Н, $T_2 = 1956$ Н.

26.20. Массаси 1000 кг бўлган юк тележка билан бирга кўприкли краннинг горизонтал фермаси бўйлаб $v = 1$ м/с тезлик билан ҳаракат қилади; юкнинг оғирлик марказидан юк осиб қўйилган нуқ-

тагача бўлган масофа $l = 5$ м. Тележка тўсатдан тўхтаб қолганда юк инерция билан ҳаракатини давом эттиради ва осиб қўйилган нуқта атрофида тебрана бошлайди. Бу тебранишда арқондаги тортилиш кучининг энг катта миқдори топилсин.

Жавоб: $T = 10\,000$ Н.

26.21. Осма йўл вағони радиуси $R = 30$ м бўлган айланма йўлда $v = 10$ м/с тезлик билан ҳаракат қилганда вағоннинг вертикалдан оғини α ва осма йўлдаги рельсга туширадиган N босими аниқлансин; горизонтал осилган рельс бўйлаб ҳаракат қилувчи гилдирақларнинг таянч нуқталарини туташтирувчи кесманинг ўртасидан вағоннинг оғирлик марказигача бўлган масофа $l = 1$ м, вағоннинг массаси 1500 кг.

Жавоб: $\alpha = 18^\circ 47'$, $N = 15\,527$ Н.

26.22. Локомотивдан ташқари поезднинг массаси $2 \cdot 10^5$ кг га тенг. У горизонтал йўлда текис тезланиш билан ҳаракат қилиб, ҳаракат бошланганидан 60 с кейин 15 м/с тезликка эга бўлади. Агар ишқаланиш кучи поезд оғирлигининг $0,005$ қисмига тенг бўлса, шу тезланиш олаётган вақтда локомотив билан поезд орасидаги тортқичдаги таранглик кучи топилсин.

Жавоб: $59\,800$ Н.

26.23. Массаси 2000 кг бўлган спорт самолёти горизонтал бўйлаб 5 м/с² тезланиш билан учadi; унинг шу пайтдаги тезлиги 200 м/с. Ҳавонинг қаршилиги тезлик квадратига пропорционал ва тезлик 1 м/с бўлганда $0,5$ Н га тенг. Қаршилик кучи тезликка тесқари томонга йўналган деб ҳисоблаб, винтнинг тортиш кучи аниқлансин; винтнинг тортиш кучи учини йўналиши билан 10° ли бурчак ташқил қилади. Шунингдек, берилган пайтдаги кўтариш кучининг катталиги ҳам аниқлансин.

Жавоб: Тортиш кучи $30\,463$ Н га, кўтариш кучи $14\,310$ Н га тенг.

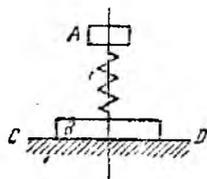
26.24. Массаси 6000 кг бўлган юк автомобили 6 м/с тезлик билан паромга чиқади. Паромга чиққан пайтда тормозланган автомобиль 10 м юриб тўхтади. Автомобиль ҳаракатини текис секинланувчи деб ҳисоблаб, паромни қирғоққа боғлаб қўйилган иккита арқоннинг ҳар қайсидаги тортилиш кучи топилсин. Масалани ечганда паромнинг массаси ва тезланиши ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Ҳар қайси арқондаги тортилиш кучи $5\,400$ Н.

26.25. Оғирликлари $P_A = 20$ Н ва $P_B = 40$ Н бўлган A ва B юклар, расмда кўрсатилганидек, пружина билан бир-бирига бирлаштирилган. A юк вертикал тўғри чизиқ бўйлаб 1 см амплитуда ва $0,25$ с давр билан эркин тебраниш ҳаракат қилади. A ва B юкларининг CD таянч сиртга туширадиган энг катта ва энг кичик босимлари ҳисоблансин.

Жавоб: $R_{\max} = 72,8$ Н, $R_{\min} = 47,2$ Н.

26.26. Массаси $M = 600$ кг бўлган юк горизонтал билан 60° бурчак ҳосил қилувчи қия шуруф бўйлаб, чиғиринқ ёрдамда кўтарилади. Юкнинг



26.25-масаллага

шурф сирти билан ишқаланиш коэффициенти 0,2 га тенг. Радиуси 0,2 м бўлган чигриқ $\varphi = 0,4 t^3$ қонун асосида айланади. Троснинг тортилиши вақтининг функцияси сифатида аниқлансин. Шунингдек, юқининг кўтарилиши бошланганидан 2 с ўтгандан кейин тортилиш кучининг миқдори топилсин.

Жавоб: $T = (5,68 + 0,288 t)$ кН, $t = 2$ с бўлганда $T = 6,256$ кН.

26.27. Самолёт тикка шўнғиб, тезлигини 300 м/с га етказди, шундан кейин учувчи вертикал текисликда радиуси $R = 600$ м бўлган айлана ёйини чизиб, самолётни иккедан олиб чиқди. Учувчининг массаси 80 кг. Учувчини ўриндиққа босадиган энг катта куч қанча?

Жавоб: 12784 Н.

26.28. Оғирлиги 10 Н бўлган M юк $l = 2$ м узунликдаги тросга осилган ва трос билан бирга $\varphi = \frac{\pi}{6} \sin 2\pi t$ тенгламага мувофиқ

тебранади, бунда φ — троснинг вертикалдан сғиш бурчаги (радиан ҳисобида), t — секундлар ҳисобидаги вақт. Юқининг юқори ва қуйи ҳолатларида троснинг T_1 ва T_2 тортилишлари аниқлансин.

Жавоб: $T_1 = 32,1$ Н, $T_2 = 8,65$ Н.

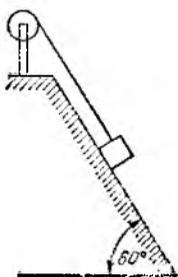
26.29. Велосипед ҳайдовчи 5 м/с тезлик билан радиуси 10 м бўлган айлана чизади. Велосипед ўрта текислигининг вертикалга нисбатан сғиш бурчаги ҳамда велосипед шиналари билан йўл орасида пайдо бўладиган ва велосипеднинг турғунлигини таъминлаш учун зарур бўлган энг кичик ишқаланиш коэффициенти топилсин.

Жавоб: $14^\circ 20'$; 0,255.

26.30. Йўлнинг эгри участкаларида велосипед треки виражларга эга; уларнинг кўндаланг қирқинчи профили горизонтга шундай сғдирилганки, трекнинг ташқи чети ичкисидан баланд ўрнашган. Агар резина шинасининг трек ўрнатилган ерга ишқаланиш коэффициенти f га тенг бўлса, горизонтга α бурчак остида сган R радиусли виражда қандай энг катта ва энг кичик тезлик билан юриш мумкин?

Жавоб: $v_{\min} = \sqrt{gR \frac{\tan \alpha - f}{1 + f \tan \alpha}}$, $v_{\max} = \sqrt{gR \frac{\tan \alpha + f}{1 - f \tan \alpha}}$.

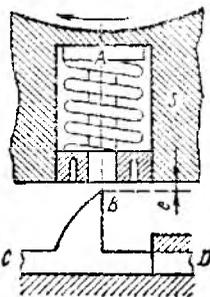
26.31. Маховиклар парчаланиб кетганида бахтсиз ҳодисалар рўй бермаслиги учун қуйидаги мослама қўлланилади. Маховик гардишига



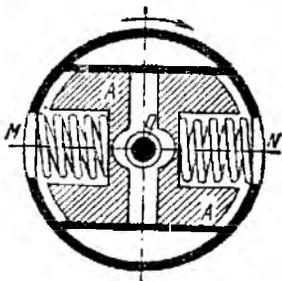
26.26-масалага



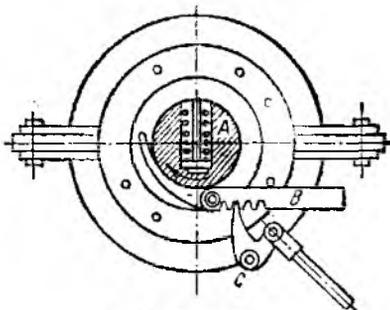
26.28-масалага



26.31-масалага



26.32- масалага



26.33- масалага

A жисм ўрнатилади, бу жисмни маховик ичкарасидаги S пружина ушлаб туради. Маховик тезлиги етарли миқдорни олганидан кейин A жисмнинг учи CD сурилманинг B бўртиғини уриб ўтади ва сурилма машинага буғ бермай қўяди. A жисмнинг массаси $1,5$ кг га тенг, маховикдан B бўртиқчага бўлган e масофа $2,5$ см га тенг, маховик айланishiнинг чегаравий бурчак тезлиги $120 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ бўлсин. A жисм-

нинг массаси расмда тасвирланган маховикнинг айланishi ўқидан $147,5$ см масофадаги нуқтада тўпланган деб фараз қилиб, пружинанинг танланиши зарар бўлган бикрлик коэффициентини s , яъни пружинани 1 см сиқиш учун керак бўлган куч миқдори аниқлансин.

Жавоб: $145,6$ Н/см.

26.32. Регуляторда массаси 30 кг дан бўлган A тошлар бор, улар пружиналар воситасида M ва N нуқталар билан бириктирилган бўлиб, MN горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб сурилishi мумкин. Тошларнинг оғирлик марказлари пружиналарнинг учларига тўғри келади. Ҳар қайси пружина учидан расм текислигига тик O ўқчага бўлган масофа пружиналар сиқилмай турган вақтда 5 см га тенг, пружиналар узунлиги 1 см га ўзгариши учун 200 Н куч талаб қилинади. Регулятор O ўқ атрофида бир текис айланиб, бурчак тезлиги $120 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ бўлган пайтда тошлар оғирлик марказидан O ўқчага бўлган масофа аниқлансин.

Жавоб: $6,55$ см.

26.33. Буғ турбиналарининг сақлагич вилючатели массаси $m = 0,225$ кг бўлган A бармоқдан иборат; бармоқ турбина валининг олдинги қисмида вал ўқига тик қилиб ўйилган тешikka жойланган бўлиб, уни пружина ички томонга итариб туради; турбина нормал тезлик билан айланганда $n = 1500$ айл/мин бўлиб, бармоқнинг оғирлик маркази валнинг айланishi ўқидан $l = 8,5$ мм нари турган. Айланishi сони 10% ортганда бармоқ пружина реакциясини енгади ва ўзининг нормал ҳолатидан $x = 4,5$ мм нари қочиб, B ричагининг учига тегади ҳамда C илмоқни бўшатади. C илмоқ турбинадаги буғ тақсимловчи механизм клапанини бекитувчи пружинага ричаглар систе-

маси орқали туташган. Пружина реакциясини унинг сиқилишига пропорционал деб ҳисоблаб, пружинанинг биқирлиги, яъни уни 1 см сиқиш учун керак бўлган куч аниқлансин.

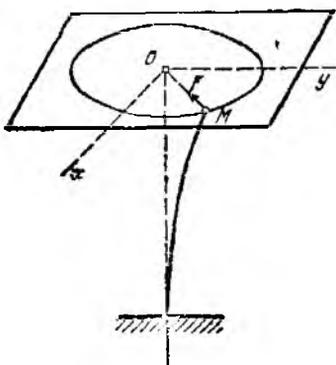
Жавоб: $c = 89,2$ Н/см.

26.34. Массаси m бўлган нуқта $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ эллипс бўйлаб ҳаракатланади. Нуқтанинг тезлашиши y ўққа параллел. $t = 0$ пайтда нуқтанинг координаталари $x = a$, $y = b$. Бошланғич тезлиги v_0 бўлган. Ҳаракатланувчи нуқтага таъсир қилувчи куч нуқта траекториясининг ҳар бир нуқтасида аниқлансин.

Жавоб: $F_y = -m \frac{v_0^2 b^4}{a^3 y^3}$.

26.35. Массаси m бўлган шарча пастки учи қўзғалмас тагликка қисиб қўйилган вертикал эластик стержень учига маҳкамланган.

Стержень ўзининг мувозанатда турган вертикал ҳолатидан озгина оғганда шарча маркази Oxy горизонтал текисликда ҳаракат қилади деб ҳисоблаш мумкин; Oxy текислиги шарча марказининг юқориги мувозанат ҳолатидан ўтади. Ўзининг координата боши учун қабул қилинган мувозанат ҳолатидан чиқарилган шарча $x = a \cos kt$, $y = b \sin kt$ тенгламаларга мувофиқ (бунда a, b, k — ўзгармас миқдорлар) ҳаракат қилади деб, эгилган эластик стерженьнинг шарчага кўрсатган таъсир кучининг ўзгариш қонуни аниқлансин.



26.35- масалага

Жавоб: $F = mk^2r$, бу ерда $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

27-§. Ҳаракатнинг дифференциал тенгламалари

а) Тўғри чизиқли ҳаракат

27.1. Тош шахтага бошланғич тезликсиз тушиб келади. Тошнинг шахта тубига тушиб урилишидан чиққан товуш тошнинг туша бошлаган вақтдан 6,5 с кейин эшитилади. Товуш тезлиги 330 м/с га тенг. Шахта чуқурлиги топилсин.

Жавоб: 175 м.

27.2. Оғир жисм горизонтга 30° бурчак естида оғган силлиқ текислик бўйлаб пастга тушади. Агар жисмнинг бошланғич пайтдаги тезлиги 2 м/с га тенг бўлса, жисм 9,6 м йўлни қанча вақтда ўтиши топилсин.

Жавоб: 1,61 с.

27.3. Снаряд тўп оғзидан 570 м/с горизонтал тезлик билан учиб чиқади; снаряднинг массаси 6 кг. Агар снаряд тўп ишида 2 м йўл ўтиб чиққан бўлса, порох газларининг ўртача босими P қанча? Агар

газлар босими доимий деб ҳисобланса, снаряд тўп стволда қанча вақт ҳаракат қилади?

Жавоб: $P = 4,88 \cdot 10^5$ Н, $t = 0,007$ с.

27. 4. Массаси m бўлган жисм туртиб юборилганда гадир-будур горизонтал текисликда 5 с да $s = 24,5$ м масофани ўтиб тўхтаган. Ишқаланиш коэффициентини f аниқлансин.

Жавоб: $f = 0,2$.

27. 5. Горизонтал йўлда 10 м/с тезлик билан борувчи трамвай вагонни тормозланганда у қанча вақтда ва қандай масофани ўтиб тўхтайдми? Тормозлаш вақтида вагон ҳаракатига кўрсатиладиган қаршилик вагон оғирлигининг $0,3$ қисmini ташкил қилади.

Жавоб: $t = 3,4$ с, $s = 17$ м.

27. 6. Биринчи яқинлашув аниқлигида тепиш қаршичилигини ўзгармас, орқага силташнинг бошланғич тезлигини 10 м/с, унинг ўртача қайтиш оралигини 1 м ҳисоблаб, дала тўпи стволнинг орқага қайтиш вақти аниқлансин.

Жавоб: $0,2$ с.

27. 7. Оғир нуқта горизонт билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ташкил қилувчи гадир-будур қия текисликда кўларилади. Бошланғич пайтда нуқта тезлиги $v_0 = 15$ м/с бўлган. Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,1$. Нуқта тўхтагунча қанча йўл босали? Шу йўлни нуқта қанча вақтда ўтади?

Жавоб: $s = 19,57$ м, $t = 2,61$ с.

27. 8. Қийлиги $\alpha = 10^\circ$ бўлган тўғри чизиқли темир йўлда вагон ўзгармас тезлик билан пастга қараб тушиб боради. Агар у қиялиги $\beta = 15^\circ$ бўлган йўлдан бошланғич тезликсиз туша бошлаган бўлса, вагоннинг тезланиши ва ҳаракат бошланганидан 20 с ўтгандаги тезлиги аниқлансин; ишқаланишдаги қаршилик нормал босимга пропорционал деб ҳисоблансин. Шунингдек, вагон шу вақт ичида қанча йўл ўтиши ҳам аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } a = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} g = 0,867 \text{ м/с}^2,$$

$$v = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} gt = 17,35 \text{ м/с},$$

$$s = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} \frac{gt^2}{2} = 173,5 \text{ м}.$$

27. 9. Массаси 10 кг ва радиуси $r = 8$ см бўлган шарнинг пастга тушиш вақтидаги энг катта тезлиги топилсин; ҳаво қаршичилиги $R = k\sigma v^2$ га тенг; бу ерда v — шарнинг тушиш тезлиги, σ — тушувчи жисмининг ўз ҳаракати йўналишига тик бўлган текисликдаги проекциясининг юзи; k — жисм шаклига боғлиқ бўлган сон коэффициент, шар учун қиймати $0,24 \text{ Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4$.

Жавоб: $v_{\max} = 142,5$ м/с.

27. 10. Геометрик жиҳатдан ўзаро тенг ва бир жинсли бўлган иккита шар ҳар хил материаллардан ясалган. Шарлар материалнинг зичликлари тегишлича γ_1 ва γ_2 . Иккала шар ҳам ҳавога пастга тушади. Муҳитнинг қаршичилигини тезликининг квадратига пропорционал

деб ҳисоблаб, шарлар энг катта тезликларининг нисбати аниқлансин.

Жавоб: $v_{1max} / v_{2max} = \sqrt{\gamma_1 / \gamma_2}$.

27. 11. Массаси 90 кг бўлган чангичи 45° ли ишлаб жойда чанги хасса тарини ишлатмай тез тушиб боради. Чангининг қорға ишқаланиш коэффициенти $f = 0,1$. Чангининг ҳаракатига ҳавонинг кўрсатадиган қаршилиги чангичи ҳаракат тезлигининг квадратига пропорционал ва 1 м/с тезликда 0,635 Н га тенг. Чангининг эришиши мумкин бўлган энг катта тезлиги топилсин. Агар чангичи чангини яхши мой билан мойлаб ишқаланиш коэффициентини 0,05 гача камайтирса, унинг максимал тезлиги қанчага ортади?

Жавоб: $v_{1max} = 29,73$ м/с; тезлик $v_{2max} = 30,55$ м/с гача ортади.

27. 12. Кема, сувнинг кема тезлиги квадратига пропорционал ва 1 м/с тезликда 1200 Н га тенг бўладиган қаршилигини енгиб ҳаракатланади. Винтларнинг итариш кучи ҳаракат тезлиги йўналишида $T = 12 \cdot 10^5 \left(1 - \frac{v}{33}\right)$ Н қонунга асосан ўзгаради, бу ерда v — кеманинг м/с ларда ифодаланган тезлиги. Кеманинг эришиши мумкин бўлган энг катта тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_{max} = 20$ м/с.

27. 13. Самолёт горизонтал бўйича учмоқда. Ҳаво қаршилиги тезлик квадратига пропорционал ва тезлик 1 м/с бўлганда 0,5 Н га тенг. Тортиш кучи доимий бўлиб, 30 760 Н га тенг ва унинг йўналиши билан 10° ли бурчак ташкил қилади. Самолётнинг энг катта тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_{max} = 246$ м/с.

27. 14. Массаси 10^4 кг бўлган чангили самолёт горизонтал майдонга қўнди. Учувчи самолётни қўнаётган пайтда вертикал тезликсиз ва вертикал тезланишсиз ер юзасига олиб келди. Рўбарў қаршилиқ кучи тезликининг квадратига пропорционал ва тезлик 1 м/с бўлганда 10 Н га тенг. Кўтариш кучи тезликининг квадратига пропорционал ва 1 м/с тезликда 30 Н га тенг. Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,1$ деб самолёт тўхтагунча келган вақт ва сирпаниб ўтган йўл аниқлансин.

Жавоб: $s = 909,3$ м, $T = 38,7$ с.

27. 15. Самолёт бошлапчи вертикал тезликсиз пикировка қилади (шўнғиғида). Ҳавонинг қаршилиқ кучи тезлик квадратига пропорционал. Шу пайтдаги вертикал тезлик, ўтилган йўл ва максимал шўнғиш тезлиги орасидаги боғланиш топилсин.

Жавоб: $v = v_{max} \sqrt{1 - e^{-2ks/v_{max}^2}}$.

27. 16. Оғирлиги p га тенг бўлган жисм v_0 тезлик билан вертикал юқорига отилган. У қандай T вақт оралиғида H баландликка кўтарилади? Ҳавонинг қаршилигини k^2pv^2 формула билан ифодалаш мумкин, бунда v — жисм тезлигининг миқдори.

Жавоб: $H = \frac{\ln(v_0^2 k^2 + 1)}{2ck^2}$, $T = \frac{\text{arctg } kv_0}{k \cdot g}$.

27.17. Массаси 2 кг бўлган жисм вертикал суратда юқорига 20 м/с тезлик билан отилган. У v м/с тезликда миқдори 0,4 v Н бўлган ҳаво қаршилигига учрайди. Неча секунддан кейин жисм ўзининг энг юқори ҳолатига етиши топилсин.

Жавоб: 1,71 с.

27.18. Тўхтаб турган сув ости кемаси бир озгина манфий p сузувчанликка эга бўлиб, илгарилама ҳаракат билан сув остига чўкади. Кема кичик манфий сузувчанликка эга бўлганда сувнинг қаршилигини чўкиш тезлигининг биринчи даражасига пропорционал ва kSv га тенг деб қабул қилиш мумкин; бу ерда k — пропорционалик коэффиценти, S — кеманинг горизонтал проекцияси юзаси, v — сувга чўкиш тезлигининг миқдори. Кема массаси M га тенг. $t = 0$ бўлганда, $v_0 = 0$ деб кеманинг чўкиш тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{p}{kS} \left(1 - e^{-\frac{kS}{M}t} \right).$$

27.19. Олдинги масаланинг шартларига қараб сувга чўкаётган кеманинг T вақт ичида ўтган йўли z аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } z = \frac{p}{kS} \left[T - \frac{M}{kS} \left(1 - e^{-\frac{kS}{M}T} \right) \right].$$

27.20. Самолёт горизонтал учганда, у s метр учиб, ўз тезлигини v_0 м/с дан v_1 м/с гача ошириши учун винтнинг ўзгармас тортиш кучи T қанча бўлиши керак? Винтнинг тортиш кучи учинч тезлиги бўйича йўналган. Тезликка қарама-қарши томонга йўналган рўбарў қаршилик кучи тезлик квадратига пропорционал ва тезлик 1 м/с бўлганда α Н га тенг. Самолёт массаси M кг.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{\alpha \left(v_0^2 - v_1^2 e^{\frac{2\alpha s}{M}} \right)}{1 - e^{\frac{2\alpha s}{M}}} \text{ Н.}$$

27.21. Массаси 10^7 кг бўлган кема 16 м/с тезлик билан ҳаракатланади. Сувнинг қаршилиги кема тезлигининг квадратига пропорционал ва 1 м/с тезликда $3 \cdot 10^5$ Н га тенг. Кеманинг тезлиги 4 м/с га тенг бўлиши олдидан у қандай масофани ўтади? Кема бу масофани қанча вақтда ўтади?

Жавоб: $s = 46,2$ м, $T = 6,25$ с.

27.22. Жисм ҳавода бошланғич тезликсиз паства тушади. Ҳаво қаршилиги $R = k^2rv^2$, бу ерда v — жисм тезлигининг миқдори, r — жисм сферлиги. Ҳаракат бошлангандан t вақт ўтгандан кейин жисм тезлиги қанча бўлади? Тезликининг энг катта қиймати қанча?

$$\text{Жавоб: } v = \frac{1}{k} \frac{e^{kgt} - e^{-kgt}}{e^{kgt} + e^{-kgt}}, \quad v_{\infty} = \frac{1}{k}.$$

27.23. Массаси $1,5 \cdot 10^6$ кг бўлган кема сувнинг $R = \alpha v^2$ Н га тенг қаршилигини енгиб ҳаракатланади, бу ерда v — кеманинг м/с

лардаги тезлиги, $\alpha = 1200$ га тенг ўзгармас коэффициент. Винтларнинг тиралиш кучи ҳаракат тезлиги йўналишида ва $T = 1,2 \times 10^6 (1 - \frac{v}{33})$ Н қонунига асосан ўзгаради. Агар бошланғич тезлик v_0 м/с га тенг бўлса, кема тезлиги вақт функцияси сифатида топилсин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{70v_0 - 20(v_0 + 50)(e^{0,056t} - 1)}{70 + (v_0 + 50)(e^{0,056t} - 1)}$$

27.24. Олдинги масалада ўтилган йўл билан тезлик орасидаги боғланиш топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = 893 \ln \frac{v_0 + 50}{v + 50} + 357 \ln \frac{v_0 - 20}{v - 20} \text{ (м)}$$

27.25. 27.23-масалада бошланғич тезлик $v_0 = 10$ м/с бўлса, йўл билан вақт орасидаги муносабат топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = 1250 \ln \frac{(v_0 + 50)e^{0,056t} + 20 - v_0}{70} - 50 t;$$

$$v_0 = 10 \text{ м/с бўлганда } x = 1250 \ln \frac{6e^{0,056t} + 1}{7} - 50 t.$$

27.26. Массаси 9216 кг бўлган вагон йўл бўйлаб эсувчи шамол таъсири билан ҳаракатга келади ва йўлнинг горизонтал участкасида ҳаракат қилади. Вагон ҳаракатига бўладиган қаршилик вагон оғирлигининг $1/200$ қисмига тенг. Шамол босимининг кучи $P = kSu^2$, бу ерда S — вагоннинг шамол босимига дуч келган ва 6 м^2 га тенг бўлган орқа деворининг юзи, u — шамолнинг вагонга нисбатан тезлиги, $k = 1,2$. Шамолнинг абсолют тезлиги $v = 12$ м/с. Вагоннинг бошланғич тезлигини нолга тенг деб ҳисоблаб:

- 1) вагоннинг энг катта тезлиги v_{max} ,
- 2) шу тезликка эришиш учун кетадиган вақт T ,
- 3) вагон 3 м/с га тенг тезлик олгунча ўтиладиган йўл аниқлансин.

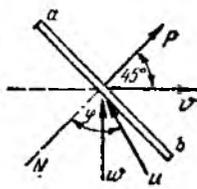
$$\text{Жавоб: } 1) v_{max} = 4,08 \text{ м/с, } 2) T = \infty, 3) x = 175,5 \text{ м}$$

27.27. Бошланғич тезликсиз Ерға тушадиган m массали нуқтанинг ҳаракат тенгламаси топилсин. Ҳазонинг қаршилиги тезликнинг квадратига пропорционал. Пропорционаллик коэффициенти k га тенг.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{m}{k} \ln ch \sqrt{\frac{gk}{m}} t.$$

27.28. Пассажирлар билан бирга оғирлиги $Q = 1962$ Н бўлган елканли қайиқ шамол босимининг таъсири натижасида музнинг силлиқ горизонтал юзида тўғри чизикли ҳаракат қилади. Елкан текислиги (ab) билан ҳаракат йўналиши орасидаги бурчак 45° га тенг. Шамолнинг абсолют тезлиги w ҳаракат йўналишига тик. Шамол босимининг миқдори P Пьостоннинг $P = kSu^2 \cos^2 \varphi$ формуласи билан ифодаланади, бу ерда φ — шамолнинг нисбий тезлиги u билан елкан текислигига тик бўлган N чизик орасидаги бурчак, $S = 5 \text{ м}^2$ — елкан

юзининг миқдори, $k = 0,113$ — тажрибада топилган коэффициент. P босим кучи елканнинг (ab) текислигига тик йўналган. Ишқаланишни ҳисобга олмай: 1) Буернинг энг катта тезлиги v_{max} нинг қанча бўла олиши, 2) шу тезликда мачтага ўтказилган флюгер (шамол тезлигини ўлчайдиган асбоб) елкан текислиги билан қандай α бурчак ташкил қилиши; 3) буернинг бошланғич тезлиги нолга тенг бўлса, $v = \frac{1}{3} \omega$ тезликни олиши учун қандай x_1 йўлни ўтиши кераклиги топилсин.



27.28-масалата

Жавоб: 1) $v_{max} = \omega$, 2) $\alpha = 0^\circ$, 3) $x_1 = 88,5$ м.

27.29. Трамвай ҳайдовчиси реостатни секин-аста ажратиб, вагон двигатели қувватини оширади, бунда тортиш кучи нолдан бошлаб вақтга пропорционал равишда секунд сари 1200 Н га ортади. Қуйидаги миқдорлар берилган бўлса, вагон босиб ўтган масофанинг ҳаракатланиш вақти орқали ифодаси топилсин: вагон массаси 10 000 кг, ишқаланиш қаршилиги доимий бўлиб, вагон оғирлигининг 0,02 қисмига, бошланғич тезлик эса нолга тенг.

Жавоб: Ҳаракат электр токи берилганидан 1,635 с ўтгандан кейин бошланади: шу пайтдан бошлаб $s = 0,02 (t - 1,635)^3$ м.

27.30. Массаси 1 кг бўлган жисм ўзгарувчан $F = 10(1 - t)$ Н куч таъсирида ҳаракат қилади, бунда вақт t — секундлар ҳисобида. Агар жисмнинг тезлиги бошланғич пайтда $v_0 = 20$ м/с ва куч билан жисм тезлиги бир томонга йўналган бўлса, жисм неча секунддан кейин тўхтайди? Нуқта тўхтагунча қанча йўл ўтади?

Жавоб: $t = 3,236$ с, $s = 60,6$ м.

27.31. Массаси m бўлган моддий нуқта $F = F_0 \cos \omega t$ (бунда F_0 ва ω — ўзгармас миқдорлар) қонунга мувофиқ ўзгарувчи куч таъсирида тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Бошланғич пайтда жисмнинг тезлиги v_0 бўлган. Нуқта ҳаракатининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = \frac{F_0}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t) + v_0 t$.

27.32. e электр зарядига эга бўлган m массали заррача ўзгарувчи $E = A \sin kt$ кучланиши (A ва k — берилган ўзгармас миқдорлар) бир жинсли электр майдонда ҳаракат қилади. Агар электр майдонда заррачага E кучланиш томонига йўналган $F = eE$ куч таъсир қилиши маълум бўлса, заррачанинг ҳаракати аниқлапсин. Оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин. Заррачанинг бошланғич ҳолати координаталар боши деб қабул қилинсин: заррачанинг бошланғич тезлиги нолга тенг.

Жавоб: $x = \frac{eA}{mk} \left(\frac{t}{k} - \frac{\sin kt}{k} \right)$.

27.33. Оғир шарчанинг ер марказидан ўтган деб фараз қилинган тўғри чизиқли канал бўйлаб қиладиган ҳаракати аниқлапсин: ер шарини ичидаги тортиш кучи ҳаракат қиладиган нуқтадан Ер марказигача бўлган масофага пропорционал ва шу марказга қараб йўналган шарча каналга Ер сиртидан бошланғич тезликсиз туширилган. Шунинг

дек, шарчанинг Ер марказидан ўтган вақтдаги тезлиги ва шу марказга ҳаракат қилиш вақти ҳам кўрсатилсин. Ер радиуси $R = 6,37 \cdot 10^6$ м га, ер сиртида тортиш кучининг тезланиши $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ га тенг деб қабул қилинсин.

Жавоб: Шарчадан Ер марказигача бўлган масофа $x = R \cos \sqrt{\frac{g}{R}} t$ қонунга мувофиқ ўзгаради: $v = 7,9 \cdot 10^3$ м/с, $T = 1266,4$ с = 21,1 мин.

27.34. Жисм ерга h баландликдан бошланғич тезликсиз тушади. Ҳаво қаршичилиги ҳисобга олинмасин. Ернинг тортиш кучи эса жисмдан Ер марказигача бўлган масофа квадратига тескари пропорционал деб ҳисоблансин. Жисм Ер сиртига етгунча кетган T вақт топилсин, шу вақт ичида жисм қандай v тезликка эга бўлади? Ер радиуси R га тенг; оғирлик кучининг тезланиши Ер юзида g га тенг.

Жавоб: $v = \sqrt{\frac{2gRh}{R+h}}$, $T = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{R+h}{2g}} \left(\sqrt{Rh} + \frac{R+h}{2} \arccos \frac{R-h}{R+h} \right)$.

27.35. m массали моддий нуқта масофага пропорционал (пропорционаллик коэффициенти mk_2) бўлган куч билан марказдан итариллади. Муҳитнинг қаршичилиги ҳаракат тезлигига пропорционал (пропорционаллик коэффициенти $2mk_1$). Бошланғич пайтда нуқта марказдан a масофада турган ва унинг шу пайтдаги тезлиги нолга тенг бўлган. Нуқтанинг ҳаракат қонуни топилсин.

Жавоб: $x = \frac{a}{\alpha + \beta} (\alpha e^{\beta t} + \beta e^{-\alpha t})$, бунда

$$\alpha = \sqrt{k_1^2 + k_2} + k_1, \quad \beta = \sqrt{k_1^2 + k_2} - k_1.$$

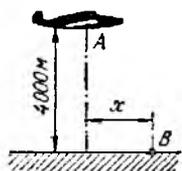
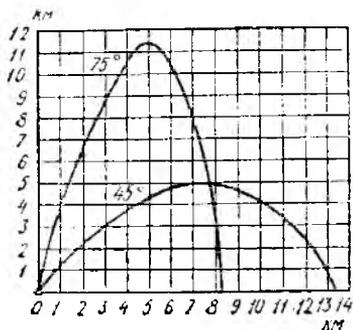
27.36. m массали нуқта $x = \beta$ ҳолатдан бошланғич тезликсиз, $R = \frac{a}{x^2}$ қонун билан ўзгарадиган координата бошига тортувчи куч таъсирида тўғри чизиқли (x ўқ бўйлаб йўналган) ҳаракатга келади. Нуқта $x_1 = \beta/2$ ҳолатда бўладиган вақт топилсин. Нуқтанинг шу ҳолатдаги тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $t_1 = \frac{\beta^{3/2}}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{a}} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)$, $v_1 = \sqrt{\frac{2a}{m\beta}}$.

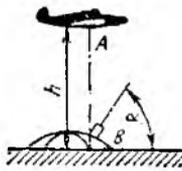
27.37. Массаси m бўлган нуқта $x_0 = a$ ҳолатдан бошланғич тезликсиз, координата бошигача бўлган масофага пропорционал: $F_x = -c_1 m x$ тортиш кучи ва масофа кубига пропорционал $Q_x = c_2 m x^3$ итариш кучи таъсирида тўғри чизиқли ҳаракат қилади. c_1 , c_2 , a миқдорлар қандай муносабат билан ифодаланганда нуқта координата бошига етиб бориб тўхтайдми?

Жавоб: $c_1 = \frac{1}{2} c_2 a^2$.

27.38. Жисм бир жинсли бўлмаган муҳитда ҳаракат қилганида қаршилик кучи $F = -\frac{2v^2}{3+s}$ Н қонунга мувофиқ ўзгаради, бу ерда



27.40- масалага



27.41- масалага

27.39- масалага

v — жисмининг м/с билан ифодаланган тезлиги, s эса м лар ҳисобидаги ўтилган йўл. Агар бошланғич тезлик $v_0 = 5$ м/с бўлса, ўтилган йўл вақтнинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $s = 3(\sqrt[3]{5t+1} - 1)$ м.

б) Эгри чизиқли ҳаракат

27.39. Денгиз тўпи массаси 18 кг бўлган снарядни $v_0 = 700$ м/с тезлик билан отади: снаряднинг ҳаводаги ҳақиқий траекторияси расмда икки ҳол учун тасвирланган:

- 1) тўп стволы горизонт билан 45° ли бурчак ташкил қилган;
- 2) шу бурчак 75° бўлган ҳол. Агар снаряд ҳаво қаршилигига учрамаса, унинг иккала ҳолда баландликка кўтарилиши билан узоқликка боришининг қанчага кўпайиши аниқлансин.

Жавоб: Баландликнинг кўпайиши: 1) 7,5 км, 2) 12 км. Узоқликнинг кўпайиши: 1) 36,5 км, 2) 16,7 км.

27.40. A самолёт ердан 4000 м баландликда 140 м/с горизонтал тезлик билан учади. Берилган B нуқтага самолётдан бошланғич инебий тезликсиз юк ташлаш керак. Бу юкни B нуқтадан горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб ўлчанадиган қандай x масофада ташлаш керак? Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $x = 4000$ м.

27.41. A самолёт ердан h баландликда v_1 горизонтал тезлик билан учади. Самолёт B тўп билан бир вертикалда бўлган вақтда шу тўпдан самолётга снаряд отилган. Снаряд самолётга тегиши учун:

- 1) Снаряднинг бошланғич тезлиги v_0 қандай шартни қаноатлантириши керак?
- 2) Снаряд горизонтга қандай α бурчак остида отилиши лозим? Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 1) $v_0^2 \geq v_1^2 + 2gh$; 2) $\cos \alpha = \frac{v_1}{v_0}$.

27.42. Снаряднинг горизонтал бўйлаб энг узоққа учиб бориш масофаси L га тенг. Отиш бурчаги $\alpha = 30^\circ$ бўлганда снаряднинг горизонтал бўйлаб учиб бориш масофаси l ва бу ҳолда чизадиغان траекториясининг баландлиги h аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $l = \frac{\sqrt{3}}{2} L$, $h = \frac{L}{8}$.

27.43. Отиш бурчаги α бўлганда снаряднинг горизонтал бўйлаб узоққа учиб бориш масофаси l_α . Отиш бурчаги $\frac{\alpha}{2}$ га тенг бўлганда, унинг горизонтал бўйлаб учиб бориш масофасининг қанча бўлиши аниқлансин. Ҳаво қаршилиги ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } l_{\alpha/2} = \frac{l_\alpha}{2 \cos \alpha}.$$

27.44. Агар нишоннинг 32 км нарида эканлиги аниқланган ва снаряднинг стволдан чиққан вақтдаги бошланғич тезлиги $v_0 = 600$ м/с бўлса, узоққа отувчи тўп стволининг горизонтга оғиш бурчагининг қанча бўлиши аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \alpha_1 = 30^\circ 18', \quad \alpha_2 = 59^\circ 42'.$$

27.45. Олдинги масала нишон артиллерия позициясидан 200 м баландда бўлган ҳол учун ечилсин.

$$\text{Жавоб: } \alpha_1 = 30^\circ 50', \quad \alpha_2 = 59^\circ 31'.$$

27.46. O нуқтада турган тўпдан горизонтга α бурчак остида v_0 бошланғич тезлик билан снаряд отилди. Шу билан бир вақтда O нуқтадан горизонт бўйлаб l масофада турувчи A нуқтадан ҳам вертикал бўйича юқорига қараб снаряд отилди. Иккинчи снаряднинг биринчи снаряд билан тўқнашиши учун уни қандай v_1 бошланғич тезлик билан отиш керак? v_0 тезлик билан A нуқта бир вертикал текисликда ётади. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $v_1 = v_0 \sin \alpha$ ($l < \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ шартни қаноатлантирувчи l масофага боғлиқ эмас).

27.47. Вертикал текисликда бир хилдаги v_0 бошланғич тезлик билан, горизонтга нисбатан ҳар хил бурчаклар остида бир нуқтадан бир вақтда моддий нуқталар отиб юборилган. Шу нуқталарнинг t вақт ўтгандаги вазиятларининг геометрик ўрни топилсин.

Жавоб: Радиуси $v_0 t$ га тенг, маркази отиб юборилган нуқтадан вертикал бўйлаб $\frac{1}{2} g t^2$ пастга жойлашган айлана.

27.48. Бир хилдаги v_0 бошланғич тезликка ва ҳар хил отиш бурчагига тўғри келадиган парабола шаклидаги ҳамма траекториялар фокуслариининг геометрик ўрни топилсин.

$$\text{Жавоб: } x^2 + y^2 = \frac{v_0^4}{4g^2}.$$

27.49. v_0 бошланғич тезлик билан горизонтга α бурчак остида отилган жисм ўзининг P оғирлик кучи ва ҳавонинг R қаршилик кучи таъсирида ҳаракат қилади. Қаршиликни тезлиkning биринчи даражасига пропорционал, яъни $R = kv$ деб ҳисоблаб, жисм отилган текислик сатҳидан унинг энг юқори кўтарилыш балаандлиги h аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } h = \frac{v_0 \sin \alpha}{gk} - \frac{1}{gk^2} \ln(1 + kv_0 \sin \alpha).$$

27.50. 27.49- масаланинг шартларига кўра нуқта ҳаракатининг тенгламалари топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{v_0 \cos \alpha}{kg} (1 - e^{-kg^t}), \quad y = \frac{1}{kg} (v_0 \sin \alpha + \left(\frac{1}{k}\right) (1 - e^{-kg^t}) - \frac{t}{k}.$$

27.51. 27.49- масаланинг шартларига кўра нуқта горизонтал бўйлаб қандай s масофада ўзининг энг баланд ҳолатига етиши топилсин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g (kv_0 \sin \alpha + 1)}.$$

27.52. Юмалоқ ҳовуз ўртасига ўрнатилган вертикал трубадан горизонтга нисбатан ҳар хил φ бурчаклар ($\varphi < \frac{\pi}{2}$) остида сув отилиб чиқади: трубадан оғзи ёпиқ бўлиб, 1 м баландликдаги жойдан тешиклар очилган. Отилиб чиқувчи сув оқимининг бошланғич тезлиги $v_0 = \sqrt{\frac{4g}{3 \cos \varphi}}$ м/с, бу ерда g — оғирлик кучининг тезланиши.

Ҳовузнинг деворлари қанчалик паст бўлса ҳам трубадан чиқат ётган сувнинг ҳаммаси ҳовузга тушиши учун ҳовузнинг радиуси камида қанча бўлиши керак?

$$\text{Жавоб: } R = 2,83 \text{ м.}$$

27.53. Масофага тўғри пропорционал бўлган куч билан қўзғалмас O марказга тортилувчи m массали моддий нуқтанинг ҳаракати аниқлансин. Нуқта бўлишда ҳаракат қилади: масофа бирлигидаги тортиш кучи $k^2 m$ га тенг; $t = 0$ бўлган пайтда: $x = a$, $\dot{x} = 0$, $y = 0$, $\dot{y} = 0$; буида Oy ўқ вертикал бўйлаб пастга йўналган.

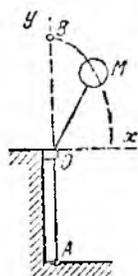
Жавоб: $y = \frac{g}{k^2} - \frac{g}{k^2 a} x$, $|x| \leq a$ тўғри чизик кесмаси бўйича юз берадиган гармоник тебранма ҳаракат:

$$x = a \cos kt, \quad y = \frac{g}{k^2} (1 - \cos kt).$$

27.54. m массали нуқта қўзғалмас O марказдан итарувчи ва $F = k^2 m r$ қонунга мувофиқ ўзгарувчи куч таъсирида ҳаракат қилади, бу ерда r — нуқтанинг радиус-вектори. Бошланғич пайтда нуқта $M_0(a, 0)$ да турган ва y ўққа параллел йўналган v_0 тезликка эга бўлган. Нуқта траекторияси аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{ky}{v_0}\right)^2 = 1 \text{ (гипербола).}$$

27.55. A нуқтага маҳкамланган эластик ил қўзғалмас силлиқ O ҳалқадан ўтади: унинг эркин учига массаси m бўлган M шарча борланган. Чўзилмаган илнинг узунлиги $l = AO$. Илнинг 1 м га чўзиш



27.55- масалага



27.59- масалага

учун $k^2 m$ га тенг куч қўйиш керак. Иш, узунлиги икки марта қўнайгунча AB тўғри чизик бўйлаб чўзилди ва шарчага AB тўғри чизикқа тик бўлган v_0 тезлик берилди. Оғирлик кучини ҳисобга олмай ва иллагги тортилиш кучини унинг чўзилишига пропорционал деб ҳисоблаб, шарчанинг траекторияси аниқлансин.

Жавоб: Эллипс: $\frac{k^2 x^2}{v_0^2} + \frac{y^2}{l^2} = 1$.

27.56. m массали M нуқта масофага пропорционал кучлар билан n та C_1, C_2, \dots, C_n қўзғалмас марказларга тортилади; M нуқтани C_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) марказга тортувчи куч $k_i m \cdot \overline{MC_i}$ N га тенг. M нуқта ва тортувчи марказлар Oxy текисликда ётади. Агар $t = 0$ бўлганда $x = x_0, y = y_0, \dot{x} = 0, \dot{y}_0 = v_0$ бўлса, M нуқтанинг траекторияси аниқлансин. Оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Эллипс: $\left(\frac{x-a}{x_0-a}\right)^2 + \left[(y-b) + \frac{x-a}{x_0-a}(b-y_0)\right]^2 \frac{k}{v_0^2} = 1$,

бу ерда $a = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n k_i x_i, b = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n k_i y_i, k = \sum_{i=1}^n k_i$.

27.57. M нуқта масофага пропорционал бўлган $km \cdot \overline{MC_1}$ ва $km \times \overline{MC_2}$ кучлар билан иккита C_1 ва C_2 марказларга тортилади; C_1 марказ қўзғалмас ва координаталар бошида туради, C_2 марказ Ox ўқ бўйлаб тенг ўлчовли ҳаракат қилади; бунда $x_2 = 2(a + bt)$, $t = 0$ бўлган пайтда M нуқта xy текислигида туради, унинг координаталари $x = y = a$ ва тезлигининг проекциялари $\dot{x} = \dot{z} = b, \dot{y} = 0$ деб ҳисоблаб, M нуқтанинг траекторияси топилиши.

Жавоб: Ўқи Ox ва тенгламаси

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{2kz^2}{b^2} = 1.$$

бўлган эллиптик цилиндрдаги винт чизиги; винтнинг қадами $\pi b \sqrt{\frac{2}{k}}$ га тенг.

27.58. Манфий e электр зарядга эга бўлган m массали заррача кучланиши E бўлган бир жиғисин электр майдонга v_0 тезлик билан кириб боради. v_0 тезлик майдон кучланиши йўналишига перпендикуляр йўналган. Электр майдонда унга E кучланишга қарама-қарши йўналган $F = -eE$ куч таъсир қилади деб ҳисоблаб, заррача майдонга кирганидан кейинги ҳаракатининг траекторияси аниқлансин; оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Параметри $\frac{mv_0^2}{eE}$ га тенг бўлган парабола.

27.59. Манфий e электр зарядга эга бўлган m массали заррача кучланиши H бўлган бир жинсли магнит майдонга v_0 тезлик билан кириб боради. v_0 тезлик майдон кучланиши йўналишига перпендикуляр йўналган. Заррачага

$$F = -e(v \times H)$$

куч таъсир қилади деб ҳисоблаб, заррачанинг кейинги ҳаракатининг траекторияси аниқлансин.

Масалани ечганда нуқта ҳаракати тенгламасининг траекторияга ўтказилган уринма ва бош нормалдаги проекциялари орқали ифодасидан фойдаланиш қулай.

Жавоб: Радиуси $\frac{mv_0}{eH}$ бўлган айлана.

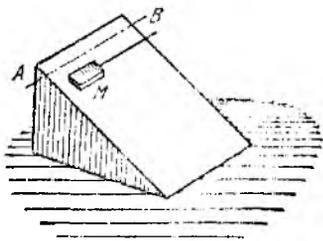
27.60. e электр зарядга эга бўлган m массали заррача ўзгарувчан $E = A \cos kt$ (A ва k — берилган ўзгармас миқдорлар) кучланиши билан бир жинсли электр майдонга v_0 тезлик билан кириб боради. v_0 тезлик майдон кучланиши йўналишига перпендикуляр йўналган. Заррача траекторияси аниқлансин: оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин. Электр майдонда заррачага $F = -eE$ куч таъсир қилади.

Жавоб: $y = -\frac{eA}{mk^2} (1 - \cos \frac{k}{v_0} x)$, бу ерда y ўқ майдон кучланиши бўйлаб йўналган, координаталар боши нуқтанинг майдондаги бошланғич ҳолатига мос келади.

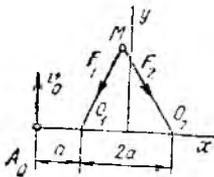
27.61. Оғир M жисм гадир-будур қия текислик бўйлаб ҳаракат қилади. Уни бир ип AB тўғри чизикқа параллел қилиб горизонтал йўналишда доим тортиб туради. Бирор пайтдан бошлаб жисм ҳаракати тўғри чизикли ва тенг ўлчовли бўлиб қолади, буида тезликнинг иккита ўзаро тик ташкил этувчиларидан AB га параллел йўналганининг миқдори 12 см/с га тенг. Тезликнинг иккинчи ташкил этувчиси v_1 , шуниингдек, ипнинг тортилиш кучи T аниқлансин: текисликнинг қиялиги $\operatorname{tg} \alpha = 1/30$, ишқаланиш коэффициенти $f = 0,1$, жисм массаси 30 кг.

Жавоб: $v_1 = 4,24$ см/с; $T = 27,7$ Н.

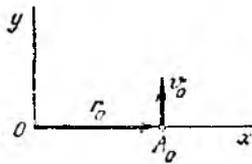
27.62. m массали M нуқта қўзғалмас O_1 ва O_2 марказларга йўналган иккита тортиш кучлари таъсирида туради (расмга қаранг). Бу кучларнинг катталиклари O_1 ва O_2 нуқталардан ҳисобланган масофаларга пропорционал. Пропорционаллик коэффициентини бир хил бўлиб, c га тенг. Ҳаракат A_0 нуқтадан O_1, O_2 чизикқа перпендикуляр бўлган v_0 тезлик билан бошланади. M нуқта қандай траектория чизиши аниқлансин. $У$ O_1, O_2 чизикни кесиб ўтадиган вақтлар ва нуқтанинг шу вақтларга мос келувчи координаталари ҳисоблансин. A_0 нуқтадан $у$ ўққача бўлган оралиқ $2a$ га тенг.



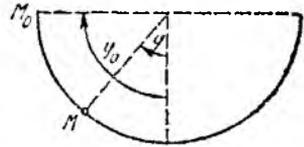
27.61- масалага



27.62- масалага



27.63- масалага



27.65- масалага

Жавоб: Эллипс: $\frac{x^2}{(2a^2)} + \frac{y^2}{(c_0/k)^2} = 1$, бу ерда $k = \sqrt{\frac{2c}{m}}$,
 $t = 0$, $x_0 = -2a$, $y_0 = 0$; $t_1 = \pi/k$, $x_1 = 2a$, $y_1 = 0$; $t_2 = 2\pi/k$,
 $x_2 = -2a$, $y_2 = 0$.

Нуқта эллипс чизиб чиқадиган вақт $T = 2\pi/k$.

27.63. m массали A нуқта O марказга йўналган ва шу нуқтадан марказгача ҳисобланган масофага пропорционал бўлган тортилиш кучи таъсирида $r = r_0$ (бу ерда r — нуқтанинг радиус-вектори) ҳолатдан r_0 га перпендикуляр v_0 тезлик билан ҳаракатлана бошлайди. Пропорционаллик коэффиценти mc_1 га тенг. Бундан ташқари нуқтага $mc_1 r_0$ ўзгармас куч таъсир қилади. Нуқтанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси топилсин. Ҳаракат траекторияси O марказдан ўтиши учун c_1/c нисбат қандай бўлиши керак? O марказдан нуқта қандай тезлик билан ўтади?

Жавоб. 1) $r = \frac{c}{c_1} r_0 + \frac{v_0}{\sqrt{c_1}} \sin \sqrt{c_1} t + r_0 \left(1 - \frac{c}{c_1}\right) \cos \sqrt{c_1} t$;

2) эллипс $\left[\frac{x - \frac{c}{c_1} r_0}{r_0 \left(1 - \frac{c}{c_1}\right)} \right]^2 + \left(\frac{y \sqrt{c_1}}{c_0} \right)^2 = 1$;

3) агар $\frac{c_1}{c} = 2$ бўлса, A нуқта O марказ орқали ўтади;

4) A нуқта O марказдан $v_0 = -v_0$ тезлик билан вақт $t = \frac{\pi}{\sqrt{c_1}}$

бўлган пайтда ўтади.

27.64. m массали оғир нуқта $t = 0$ да, координатлари $x_0 = 0$, $y_0 = h$ билан аниқланган ҳолатдан (y ўққа параллел) оғирлик кучи ҳамда нуқтадан ўқгача бўлган масофага пропорционал ва y ўқдан итарилувчи куч (пропорционаллик коэффиценти c) таъсирида тушади. Нуқта бошланғич тезлигининг ўқлардаги проекциялари $v_x = v_0$, $v_y = 0$ га тенг. Нуқтанинг траекторияси, шунингдек, унинг x ўқни кесиб ўтадиган пайт t_1 аниқлансин.

Жавоб: Траекторияси $x = \frac{v_0}{k} \operatorname{sh} k \sqrt{\frac{2}{g}(h-y)}$, бу ерда $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$;

$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

27.65. Массаси m бўлган M нуқта оғирлик кучи таъсирида r радиусли цилиндрнинг ички силлиқ сирти бўйлаб ҳаракатланади. Бошланғич пайтда бурчак $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ ва нуқтанинг тезлиги нолга тенг. Бурчак $\varphi = 30^\circ$ бўлганда M нуқтанинг тезлиги ва цилиндр сиртининг реакцияси аниқлансин.

Жавоб: $v = \sqrt{3} \cdot \sqrt{gr}$, $T = \frac{3\sqrt{3}}{2} mg$.

Моддий нуқта

28-§. Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақида теорема. Моддий нуқта ҳаракат миқдори моментининг ўзгариши ҳақида теорема

28.1. Темир йўл поезда йўлнинг горизонтал ва тўғри чизиқли участкасида ҳаракат қилади. Тормозлаганда ҳосил бўладиган қаринлик кучи поезд оғирлигининг 0,1 қисмига тенг. Тормозлаш бошланган пайтда поезднинг тезлиги 20 м/с га тенг бўлган. Тормозланиш вақти ва тормоз йўли топилсин.

Жавоб: 20,4 с; 204 м.

28.2. Оғир жисм горизонт билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи ғадир-будур қия текисликда бошланғич тезликсиз тушади. Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,2$ бўлса, жисм $l = 39,2$ м йўлни қанча T вақт ичида босиб ўтади?

Жавоб: $T = 5$ с.

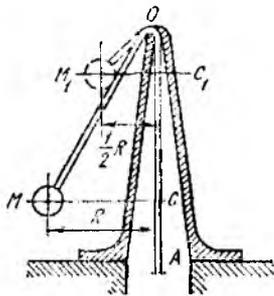
28.3. Массаси $4 \cdot 10^6$ кг бўлган поезд қиялиги $i = \operatorname{tg} \alpha = 0,006$ (бу ерда α — қиялик бурчаги) бўлган қия йўлга 15 м/с тезлик билан кўтарила бошлайди. Поезд юрган вақтдаги ишқаланиш коэффициентини (қаринликлар йиғиндисининг коэффициентини) 0,005 га тенг. Поезд қия йўлга чиқа бошлагандан 50 с ўтгач унинг тезлиги 12,5 м/с гача камаяди. Тепловознинг тортиш кучи топилсин.

Жавоб: 23 120 Н.

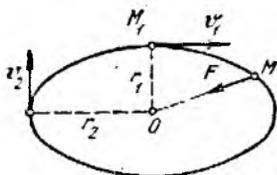
28.4. M тош чўзилмайдиган МОА иннинг учига боғланган. Бу иннинг OA қисми вертикал трубка орқали ўтказилган. Тош трубка ўқи атрафида радиуси $MC = R$ бўлган айлана бўйлаб 120 айл/мин бурчак тезликда айланади. Иннинг OA қисмини трубка ичига секин-аста киритиб, танқи қисмининг узунлиги OM_1 гача қисқартирилади, буида тош радиуси $\frac{1}{2}R$ бўлган айлана чизади. Шу айланада тош минутага неча марта айланади?

Жавоб: 480 айл/мин.

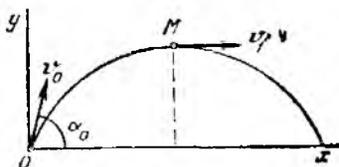
28.5. Юк ортилган темир йўл составининг массасини аниқлаш учун тепловоз билан вагонлар орасига динамометр ўрнатилган. 2 мин ичида динамометр ўрта ҳисобда 10^6 Н ни кўрсатади. Шу вақт ичида составнинг тезлиги 16 м/с га етди (бошда состав



28.4-масалага



28.8- масалага



28.9- масалага

тинч турган эди). Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,02$. Составнинг массаси топилисн.

Жавоб: 3036 т.

28.6. 20 м/с тезлик билан борувчи автомобиль тормоз берилгандан кейин 6 с да тўхтаган бўлса, автомобиль гилдирагининг йўлга ишқаланиш коэффициентини f қанча бўлиши керак?

Жавоб: $f = 0,34$.

28.7. Массаси 20 г бўлган ўқ миллиқ стволнинг каналини $t = 0,00095$ с да ўтиб, стволдан $v_2 = 650$ м/с билан отилиб чиқади. Канал қирқими $\sigma = 150$ мм². Ўқни отиб юборувчи газлар босимининг ўртача миқдори аниқлансин.

Жавоб: Ўртача босим $9,12 \cdot 10^4$ Н/мм².

28.8. M нуқта қўзғалмас марказ атрофида шу марказга тортувчи куч таъсирида ҳаракат қилади. Траекториянинг марказдан энг узоқ бўлган нуқтасидаги тезлик v_2 топилисн: нуқтанинг марказга энг яқин ҳолатидаги тезлиги $v_1 = 30$ см/с, t_2 эса t_1 дан беш марта катта.

Жавоб: $v_2 = 6$ см/с.

28.9. Снаряд бошланғич O ҳолатдан энг баланд M ҳолатга ўтганга қадар кетган вақт ишда снарядга таъсир қиладиган ҳамма кучлар тенг таъсир этувчисининг импульси топилисн. Берилган: $v_0 = 500$ м/с, $\alpha_0 = 60^\circ$, $v_1 = 200$ м/с, снаряднинг массаси 100 кг.

Жавоб: Тенг таъсир этувчи импульсининг проекциялари:

$$S_x = -5000 \text{ Н}\cdot\text{с}, \quad S_y = -43\,300 \text{ Н}\cdot\text{с}.$$

28.10. M_1 ва M_2 астероидлар S фокусида Куён турган битта эллипс чизади. Астероидлар орасидаги масофа шу қадар кичикки, эллипснинг M_1, M_2 ёйини тўғри чизик кесмаси деб ҳисоблаш мумкин, M_1, M_2 ёйининг ўртаси P перигелийда бўлганда M_1, M_2 масофанинг a га тенг бўлгани маълум. Астероидлар ўзаро тенг секториял тезлик билан ҳаракат қилади, деб фараз қилиб, M_1, M_2 нинг ўртаси A афелийдан ўтганда M_1, M_2 масофанинг қанча бўлиши аниқлансин. $SP = R_1$ ва $SA = R_2$.

Жавоб: $M_1, M_2 = \frac{R_1}{R_2} a$.



28.10- масалага

28.11. Массаси 40 кг бўлган бола спорт чапасининг оёқларида туриб чанани ҳар секунда 20 Н·с ли импульс билан итаради; чапаннинг умумий мас-

саси 20 кг. Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,01$. Чапа тезлигининг 15 с да қанчага етиши топилсин.

Жавоб: $v = 3,53$ м/с.

28.12. Нуқта $v = 0,2$ м/с тезлик билан айлана бўйлаб текис ҳаракат қилиб, $T = 4$ с вақт ичида айланани бир марта тўла айланиб чиқади. Битта ярим давр ичида нуқтага таъсир этувчи кучлар импульси S топилсин; нуқта массаси $m = 5$ кг. F кучининг ўртача қиймати аниқлансин.

Жавоб: $S = 2$ Н·с, $F = 1$ Н.

28.13. Узунлиги l_1 ва l_2 ($l_1 > l_2$) бўлган ипларга осилган иккита математик маятник бир хил амплитуда билан тебранади. Иккала маятник ҳам ўзининг энг четга оingan ҳолатидан бир томонга қараб баравар ҳаракат қила бошлаган. Маятниклар бирмунча вақт ўтгандан кейин мувозанат ҳолатига баравар қайтиши учун ипларнинг l_1 ва l_2 узунлиги қандай шартни қаноатлантириши керак? Энг кичик вақт оралиғи T аниқлансин.

Жавоб: $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{k}{n}$, бу ерда k, n — бутун сонлар ва $\frac{k}{n}$ қисқармайдиган каср. $T = kT_2 = nT_1$.

28.14. Чўзилмайдиган ипга боғланган шарчанинг массаси m бўлиб, у силлиқ горизонтал текисликда сирпанади; ипнинг иккинчи учи текисликдан очилган тешикка a доний тезлик билан тортиб киритиб турилади. Шарчанинг ҳаракат қонуни ва ипнинг тортилиш кучи T аниқлансин; бошланғич пайтда ип тўғри чизиқ ташкил қилади; шарча билан тешик орасидаги масофа R га тенг; шарча бошланғич тезлигининг ип йўналишига тек бўлган йўналишга проекцияси v_0 га тенг.

Жавоб: Тешик координаталар боши, φ_0 бурчак нолга тенг деб ҳисоблакса, қутб координаталарида: $r = R - at$,

$$\varphi = \frac{v_0 t}{R - at}; \quad T = \frac{mv_0^2 R^2}{(R - at)^3}.$$

28.15. Қуйидагилар берилган бўлса, Қуёшнинг массаси M аниқлансин; Ернинг радиуси $R = 6,37 \cdot 10^6$ м, ўртача зичлиги $5,5$ т/м³, Ер орбитасининг катта ярим ўқи $a = 1,49 \cdot 10^{11}$ м, Ернинг Қуёш атрофида айланиш даври $T = 365,25$ сутка. 1 кг га тенг бўлган, бир-биридан 1 м масофада турган иккита масса орасидаги бутун дунё тортишиш кучини $\frac{gR^2}{m}$ Н га тенг деб ҳисоблаймиз, бу ерда m — Ер массаси; Кеплер қонунарига кўра, Қуёшнинг Ерни тортиш кучи $\frac{4\pi^2 a^3 m}{T^2 r^2}$ га тенг, бундаги r — Ер билан Қуёш орасидаги масофа.

Жавоб: $M = 1,966 \cdot 10^{30}$ кг.

28.16. Массаси m бўлган нуқта F марказий куч таъсирида $r^2 = a \cos 2\varphi$ лемниската қизади; бу ерда a — ўзгармас миқдор, r — куч марказидан нуқтагача бўлган масофа; бошланғич пайтда $r = r_0$ ва нуқтанинг тезлиги v_0 га тенг бўлиб, шу нуқтани куч мар-

казига бириктирувчи тўғри чизик билан α бурчак ташкил қилади. F куч фақат r масофага боғлиқ деб ҳисоблаб, унинг миқдори аниқлансин.

$$\text{Бине формуласига мувофиқ: } F = -\frac{mc^2}{r^2} \left(\frac{d^2 \left(\frac{1}{r} \right)}{d\varphi^2} + \frac{1}{r} \right), \text{ бу ерда } c -$$

— нуқтанинг иккиланган секториал тезлиги.

$$\text{Жавоб: Тортиш кучи } F = \frac{3ma^2}{r^3} r_0^2 v_0^2 \sin^2 \alpha.$$

28.17. Массаси m бўлган M нуқта қўзғалмас O марказ атрофида F куч таъсирида ҳаракатланади; бу куч O марказдан чиқади ва $OM = r$ масофагагина боғлиқдир. Нуқта тезлигини $v = \frac{a}{r}$ (a — ўзгармас сон) деб ҳисоблаб, F кучнинг миқдори ва нуқтанинг траекторияси топилсин.

Жавоб: Тортиш кучи $F = \frac{ma^2}{r^3}$; траектория — логарифмик спираль.

28.18. Массаси 1 кг бўлган нуқтанинг марказий тортиш кучи таъсиридаги ҳаракати аниқлансин; куч марказдан нуқтагача бўлган масофанинг кубига тесқари пропорционал. Қуйидагилар берилган: 1 м га тенг масофада куч 1 Н га тенг; бошланғич пайтда нуқтадан тортилиш марказигача бўлган масофа 2 м, унинг тезлиги миқдори $v_0 = 0,5$ м/с бўлиб, йўналиши марказдан нуқтага қараб ўтказилган тўғри чизик йўналиши билан 45° бурчак ҳосил қилади.

$$\text{Жавоб: } r^2 = 4 + t\sqrt{2}, \quad r = 2e^{\varphi}.$$

28.19. Массаси 1 кг бўлган M заррача масофанинг бешинчи даражасига тесқари пропорционал бўлган куч таъсирида қўзғалмас O марказга тортилсин, масофа 1 м бўлганда бу куч 8 Н га тенг. Бошланғич пайтда заррача $OM_0 = 2$ м масофада жойлашиб, унинг тезлиги OM_0 га тик ва $v_0 = 5$ м/с бўлган. Заррачанинг траекторияси аниқлансин.

Жавоб: Радиуси 1 м бўлган айлана, маркази OM чизигида жойлашиши ва тортилиш марказидан 1 м масофада ётади.

28.20. Массаси $0,2$ кг бўлган ва Ньютоннинг тортилиш қонунига мувофиқ қўзғалмас марказга тортувчи куч таъсирида ҳаракат қиладиган нуқта 50 с ичида тўла эллипс чизади, эллипсининг ярим ўқлари $0,1$ м ва $0,08$ м. Шу ҳаракатда F тортиш кучининг энг катта ва энг кичик қийматлари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } F_{\max} = 1,97 \cdot 10^{-3} \text{ Н}, \quad F_{\min} = 1,23 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

28.21. Ҳар сиклининг бир секунд давом этадиган математик маятник секунд маятник деб атаиб, вақтни ўлчашда қўлланилади. Оғирлик кучининг тезланишини 981 см/с² га тенг деб, бу маятникнинг l узунлигини тошинг. Оғирлик кучининг тезланиши Ойда Ердагидан 6 марта кам бўлса, бу маятник Ойда вақтни қанча кўрсатади? Ойдаги секунд маятник қандай l_1 узунликка эга бўлиши керак?

$$\text{Жавоб: } l = 99,4 \text{ см}, \quad T_1 = 2,45 \text{ с}, \quad l_1 = 16,56 \text{ см}.$$

28.22. Ернинг бирор нуктасида секунд маятник тўғри вақт кўрсатади. У бошиқа жойга кўчирилганида суткасига T секунд орқада қолади. Секунд маятник кўчирилган янги жойда сгирлик кучи тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $g_1 = g_0 \left(1 - \frac{T}{86400}\right)^2$, бунда g_0 — маятник дастлабки жойда бўлганидаги сгирлик кучининг тезланиши.

29- §. Иш ва қувват

29.1. Ўлчовлари расмда кўрсатилган бир жинсли $ABCD$ бетон блокнинг массаси 4000 кг. Уни ўзининг D қирраси атрофида айлан-тириб ағдариш учун қанча иш сарфлаш керак?

Жавоб: 39,24 кЖ.

29.2. Массаси 2 т бўлган юкни горизонт билан 30° бурчак ҳосил қиладиган қия текислик бўйлаб суриб, 5 м баландликка кўтариш учун энг қанида қанча иш сарф қилиш кераклиги аниқлансин. Иш-қаланиш коэффициентини 0,5 га тенг.

Жавоб: 183 кЖ.

29.3. 5000 м³ сувни 3 м баландликка кўтариш учун двигатели 2 от кучига эга бўлган насос ўрнатилган. Агар насоснинг фойдали иш коэффициентини 0,8 бўлса, шу ишни бажариш учун қанча вақт керак бўлади?

Фойдали иш (бу масалада сувни кўтаришга сарф қилинган иш) нинг ҳаракатлаштирувчи куч ишига нисбати фойдали иш коэффициентини деб аталади; зарарли қаршиликлар бўлганлигидан ҳаракатлаштирувчи куч иши фойдали ишдан кўпроқ бўлиши керак.

Жавоб: 34 соат 43 мин 20 с.

29.4. Массаси 200 кг бўлган солғани 0,75 м баландликка бир минутда 84 марта кўтарадиган машинанинг қуввати қанча бўлади? Машинанинг фойдали иш коэффициентини 0,7 га тенг.

Жавоб: 2,94 кВт.

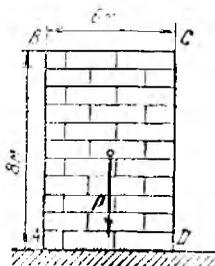
29.5. Бир дарёда кетма-кет жойланган учта шалоланинг умумий қуввати ҳисоблансин. Сув биринчи шалолада 12 м, иккинчи шалолада 12,8 м, учинчи шалолада 15 м баландликдан тушади. Дарёнинг ўртача сув сарфи 75,4 м³/с.

Жавоб: 29,4 МВт.

29.6. Трамвай тармоғи стациясидаги турбогенераторларнинг қуввати ҳисоблансин, бунда трамвай йўлидаги вагонлар сони 45 та, ҳар бир вагон массаси 10 т, ишқаланиш қаршилиги вагон сгирлигининг 0,02 қисмига, вагоннинг ўртача тезлиши 3,3 м/с га ва тармоқдаги нобудгарчилик 5% га тенг.

Жавоб: 309 кВт.

29.7. Массаси 20 кг бўлган юкни қия текислик бўйлаб 6 м масофага чиқариш учун сарф бўладиган иш ҳисоблансин. Горизонт билан



29.1- масалага

текислик орасидаги бурчак 30° га ва ишқаланиш коэффициенти 0,01 га тенг.

Жавоб: 598 Ж.

29.8. Турбоход 15 узел тезлик билан сузганида унинг турбинаси 3800 кВт қувват беради. Турбина ва винтнинг фойдали иш коэффициенти 0,41 га ва 1 узел $= 0,5144$ м/с га тенг эканлигини билган ҳолда сувнинг турбоход ҳаракатига бўлган қаршилик кучи аниқлансин.

Жавоб: 201,9 кН.

29.9. Ички ёниш двигателининг қуввати аниқлансин; бутун йўл давомида поршеньнинг 1 см² юзасига тушадиган ўртача босим 49 Н, поршень йўли 40 см, поршень юзаси 300 см², бир минутдаги ишчи юришлар соми 120 та ва фойдали иш коэффициенти 0,9 га тенг.

Жавоб: 10,6 кВт.

29.10. Силлиқлайдиган тошнинг диаметри 0,6 м бўлиб, у минутага 120 марта айланади. Талаб қилинадиган қувват 1,2 кВт га тенг. Силлиқлайдиган тошнинг деталь билан ишқаланиш коэффициенти 0,2 га тенг. Тош силлиқланаётган детални қандай куч билан қисади?

Жавоб: 1591,5 Н.

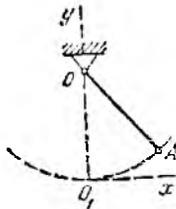
29.11. Бўйлама рандаловчи станок моторининг қуввати аниқлансин; иш йўлининг узунлиги 2 м, шу йўлни ўтиш муддати 10 с, кесувчи куч 11,76 кН, станокнинг фойдали иш коэффициенти 0,8 га тенг. Ҳаракат тенг ўлчовли деб ҳисоблансин.

Жавоб: 2,94 кВт.

29.12. Эластик пружинанинг учига массаси M бўлган юк осилган. Пружинани 1 м га чўзиш учун c Н га тенг куч қўйиш керак. Пружинадаги юкнинг тўлиқ механик энергиясини аниқловчи ифода тузилсин. Ҳаракат юкнинг мувозанат ҳолатидан пастга йўналтирилган x ўққа нисбатан олиниши.

Жавоб: $E = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} cx^2 - Mgx$.

29.13. Чангида 20 км ли горизонтал йўлни юриб ўтганда, чангичининг оғирлик маркази амплитудаси 8 см ва даври $T = 4$ с бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилади. Чангичининг массаси 80 кг; чангичининг қор билан ишқаланиш коэффициенти $f = 0,05$. Агар чангичи бутун йўлни 1 соату 30 минутда ўтган бўлса, унинг бу юришдаги иши ва шуминингдек, ўртача қуввати аниқлансин.

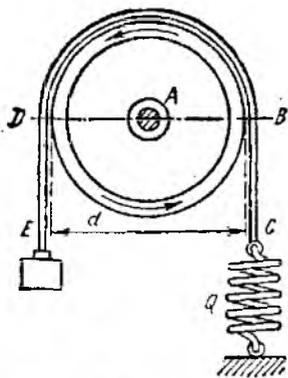


29.14. масалага

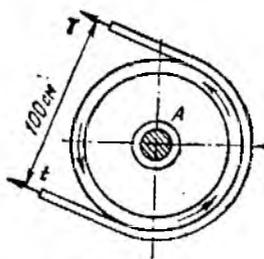
Изоҳ. Чангичи оғирлик марказининг пастга ҳушидаги тормозлаш иши оғирлик марказини шу баландликка кўтариш ишининг 0,4 қисмига тенг деб ҳисоблансин.

Жавоб: $A = 1021$ кЖ, $N = 188,9$ Вт.

29.14. Оғирлиги P , узунлиги l бўлган A математик маятник $\frac{P}{l} x$ горизонтал куч таъсирида y баландликка кўтарилган. Математик маятникнинг потенциал энергияси икки усул билан: 1) оғирлик кучининг иши



29.15- масалага



29.16- масалага

сингари, 2) $\frac{P}{l} x$ кучнинг иши сифатида ҳисоблансин ва қандай шартларда бу икки усулнинг бир хил натижа бериши кўрсатилсин.

Жавоб: 1) Px ; 2) $\frac{1}{2} \frac{P}{l} x^2$.

Агар y^a ҳисобга олинмайдиган бўлса, иккала жавоб бир хилда бўлади.

29.15. Двигателнинг қувватини ўлчаш учун унинг A шкивига ёғоч қолипни лента кийгизилган. Лентанинг ўнг томонидаги BC қисмини пружинали тарози ушлаб туради, чап томонидаги DE қисмини эса юк тортиб туради. Агар двигатель минусига 120 марта бир текис айланса, двигатель қувватининг қанча бўлиши аниқлансин; бунда пружинали тарози лентанинг ўнг тармоғида тортилиш кучи 39,24 Н га тенг эканлигини кўрсатади; юкнинг массаси 1 кг га тенг; шкив диаметри эса $d = 63,6$ см. Лентанинг BC ва DE қисмларидаги тортилиш кучларининг айирмаси шкивга тормоз берадиган кучга тенг. Шу кучнинг 1 с дағи иши аниқлансин.

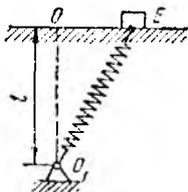
Жавоб: 117,5 Вт.

29.16. Тасма ёрдами билан 14,71 кВт қувват узатилади. Тасмали шкивнинг радиуси 0,5 м, бурчак тезлиги 150 айл/мин га тенг. Тасманинг етакчи қисмидаги T тортилиш кучи етакланувчи қисмидаги t тортилиш кучидан икки марта катта деб фарз қилиб, T ва t тортилиш кучлари аниқлансин.

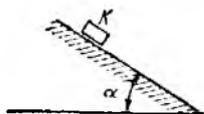
Жавоб: $T = 3746$ Н, $t = 1873$ Н.

30-§. Моддий нуқта кинетик энергисининг ўзгариши ҳақида теорема

30.1. Массаси m бўлган E жисм силлиқ горизонтал текислик устида туради. Бикиранги s бўлган пружинанинг бир учи жисмга, иккинчи O_1 учи шарли шарнирга бириктирилган. Деформацияланмаган пружинанинг узунлиги l_0 га тенг бўлиб, $OO_1 = l$. Бошланғич пайтда E жисмини O мувозанат ҳолатидан чекли $OE = a$



30.1- масалага



30.3- масалага

оралиққа узоклаштирилиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Унинг мувозанат ҳолатидаги ўтаётган пайтдаги тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = \sqrt{\frac{2c}{m} \left[\frac{a^2}{2} + l_0 (l - \sqrt{l^2 + a^2}) \right]}.$$

30.2. Олдинги масала шартларига биноан текисликни ғадир-будур ва сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f деб, E жисмнинг O мувозанат ҳолатидаги ўтиш пайтидаги тезлиги аниқлансин:

$$\text{Жавоб: } v^2 = \frac{2}{m} \left\{ c \left[\frac{a^2}{2} + l_0 (l - \sqrt{l^2 + a^2}) \right] - f \left[(mg + cl) a + cl_0 l \ln \frac{l}{a + \sqrt{l^2 + a^2}} \right] \right\}.$$

30.3. K жисм ғадир-будур қия текислик устида тинч турибди. Текисликнинг горизонтга нисбаган қиялиги α ва $f_0 > \operatorname{tg} \alpha$, буида f_0 — тинч ҳолатдаги ишқаланиш коэффициенти. Бирор пайтда жисмга қия текислик бўйлаб пастга томон йўналган бошланғич v_0 тезлик берилган. Ҳаракат вақтидаги ишқаланиш коэффициенти f бўлса, жисм тўхтагунича ўтилган s йўл аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{v_0^2}{2g(f \cos \alpha - \sin \alpha)}.$$

30.4. Горизонт билан 30° бурчак ҳосил қилган қия текисликда оғир жисм бошланғич тезликсиз пастга тушмоқда; ишқаланиш коэффициенти 0,1 га тенг. Ҳаракат бошлангандан кейин жисм 2 м йўл ўтгач, қандай тезликка эга бўлади?

$$\text{Жавоб: } 4,02 \text{ м/с.}$$

30.5. Массаси 24 кг бўлган снаряд тўп стволидан 500 м/с тезлик билан отилиб чиқади. Тўп стволининг узунлиги 2 м. Газлардан снарядга тушадиган босим кучининг ўртача миқдори қанча?

$$\text{Жавоб: } 1500 \text{ кН.}$$

30.6. Массаси 3 кг бўлган моддий нуқта горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб 5 м/с тезлик билан чап томонга ҳаракат қилган. Унга ўнг томонга йўналган доимий куч таъсир эттирилади. Куч таъсири 30 с дан кейин тўхтатилади, шунда нуқтанинг тезлиги 55 м/с бўлиб, ўнг томонга қараб йўналди. Шу кучнинг миқдори ва бажарган иши топилсин.

$$\text{Жавоб: } F = 6 \text{ Н, } A = 4,5 \text{ кЖ.}$$

30.7. Қиялик бурчаги $\alpha = 0,008$ радиан бўлган ницаб йўлда станцияга яқинлашаётган поезд тезлиги 10 м/с га тенг. Бирор пайтда

поездни тормозлай бошлади. Ишқаланишдаи ўқларда ҳо-
вўлган қаршилик поезд оғирлигининг 0,1 қисмига тенг. Поезд
қовлана бошлаганидан тўхтагунча қанча йўл босади ва бунга
вақт кетади? $\sin \alpha = \alpha$ деб олинсин.

Жавоб: 55,3 м, 11,8 с.

30.8. Массаси 200 т бўлган поезд йўлнинг горизонтал участка-
сида $0,2 \text{ м/с}^2$ тезланиш билан кетмоқда. Ўқлардаги ишқаланиш қар-
шилиги поезд оғирлигининг 0,01 қисмини ташкил қилади ва ҳара-
кат тезлигига боғлиқ эмас деб ҳисобланади. Бошланғич пайтда поезд-
нинг тезлиги 18 м/с бўлса, $t = 10$ с бўлган пайтда тепловоз эриш-
ган қувват аниқлансин.

Жавоб: 1192 кВт.

30.9. Брус гадир-будур горизонтал текисликда v_0 бошланғич тез-
лик билан ҳаракатлана бошлайди ва тугал тўхтагунча s масофани
ўтади. Ишқаланиш кучини нормал босимга пропорционал ҳисоблаб,
сирпаниб ишқаланиш коэффициентни аниқлансин.

Жавоб: $f = v_0^2/2gs$.

30.10. Темир йўл платформасининг массаси 6 т бўлиб, ўқлар-
нинг ишқаланиши натижасида ҳаракатдаги поезд ўз оғирлигининг
0,0025 қисмига тенг қаршиликка учрайди. Ишчи тинч турган плат-
формага 250 Н куч билан тиралиб, уни тўғри чизиқли горизонтал
йўлда юргизади. 20 м йўл юрганда кейин ишчи платформани ўз
қолмига қўйиб юборади. Ҳаво қаршилигини ва ёлдиракларнинг темир
йўлга ишқаланиш қаршилигини ҳисобга олмай, платформанинг ҳара-
кати вақтидаги энг катта тезлик ва платформа тўхтагунча босиб ўт-
ган тўла йўл ҳисоблансин.

Жавоб: $v_{max} = 0,82 \text{ м/с}$, $s = 34 \text{ м}$.

30.11. 700 Н қаршилик кўрсатиладиган деворга миҳ қоқилмоқда.
Болга ҳар гал урилганда миҳнинг $l = 0,15$ см узунлиги деворга ки-
ради. Болга миҳ қалпоқчасига урилган пайтда $v = 1,25 \text{ м/с}$ тезликка
эга бўлса, унинг массаси қанчага тенг?

Жавоб: 1,344 кг.

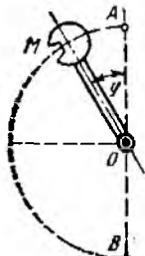
30.12. Ерга тушган 39 кг массали метеорит тупроққа 1,875 м
ботган. Метеорит тушган жой тупроғи унга ботувчи жисмга $5 \cdot 10^5$
Н қаршилик кўрсатиши аниқланган. Метеорит Ер сиртига қандай
тезлик билан етиб келган? У Ер сиртида кўрсатишган тезликка эри-
шинчи учун қандай баландликдан бошланғич тезликсиз тушиши ке-
рак? Оғирлик кучини доимий ҳисоблаб, ҳавонинг қаршилигини ҳи-
собга олмаймиз.

Жавоб: $v = 219 \text{ м/с}$, $H = 2453 \text{ м}$.

30.13. Массаси 500 т бўлган тормозланмаган поезд ўчирилган
длинатель билан ҳаракат қилиб, $R = (7650 + 500 \varphi)$ Н қаршиликка
учрайди, бу ерда v — м/с лардиги тезлик. Поезднинг бошланғич тез-
лиги $v_0 = 15 \text{ м/с}$ эканлигини билган ҳолда поезд тўхтагунча қандай
масофани ўтиши аниқлансин.

Жавоб: 4,5 км.

30.14. Материалларни зарба билан синаш учун ишлатиладиган
асбобнинг ассий қисми пўлатдан қўйилган оғир M қўймадан ибo-



рат бўлиб, у қўзғалмас горизонтал O ўқ атрофида деярли ишқаланмасдан айланадиган стержень учига бириктирилган. Стерженьнинг оғирлигини назарга олмай, M қўймани моддий нуқта деб ҳисоблаймиз; OM масофа $0,981$ м га тенг. Шу нуқта энг юқориги A ҳолатдан ниҳоятда кичик бошланғич тезлик билан туша бошлаб, энг pastки B ҳолатга келганида тезлиги v нинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v = 6,2$ м/с.

30.14- масалага

30.15. 4 кН юк таъсирида 1 см эгиладиган эластик рессоранинг x эгилиши юкка тўғри пропорционал равишда ошади, деб фараз қилинсин ва шу рессора потенциал энергиясининг ифодаси ёзилсин.

Жавоб: Агар x см да ҳисобланса, $\Pi = (20x^2 + C)$ Ж.

30.16. Пружина зўриқмаган ҳолатда 20 см узунликка эга. Унинг узунлигини 1 см га ўзгартириш учун зарур бўладиган куч миқдори $1,96$ Н га тенг. Агар пружина 10 см узунликка қисилиб, қўйиб юборилса, массаси 30 г бўлган шарча трубка ичидан қандай v тезлик билан отилиб чиқадиган? Трубка горизонтал ҳолатда жойлашган.

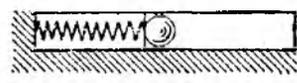
Жавоб: $v = 8,08$ м/с.

30.17. Ўртасига Q юк қўйилган балканинг статик эгилиши 2 мм га тенг. Балканинг массасини ҳисобга олмай, қўйидаги икки ҳол учун унинг энг катта эгилиши топилсин. 1) Q юкни эгилмаган балкага жойлаб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилганида; 2) юк эгилмаган балканинг ўртасига 10 см баландликдан бошланғич тезликсиз ташланганда.

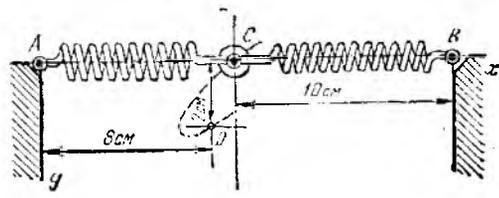
Масалани ечишда балканинг юкка кўрсатадиган таъсир кучини унинг эгилишига пропорционал деб ҳисоблаш керак.

Жавоб: 1) 4 мм, 2) $22,1$ мм.

30.18. Ах горизонтал тўғри физикда жойлашган, қисилмай турган иккита AC ва BC пружина кўзғалмас A ва B нуқталарга шарнирлар билан, C нуқтада эса массаси 2 кг бўлган тошга бириктирилган. AC пружинани 1 см қисилш учун 20 Н, CB пружинани 1 см чўзилш учун 40 Н куч қўйиш керак. Масофа $AC = BC = 10$ см. Тошга $v_0 = 2$ м/с тезлик шундай йўналишда берилганки, тош ҳаракатини давом эттириб, координаталари $x_D = 8$ см, $y_D = 2$ см бўлган D нуқтадан ўтади; буида A нуқта координаталар боши деб қабул қилинган ва координата ўқлари расмда кўрсатилганидек йўналтирил-



30.16- масалага

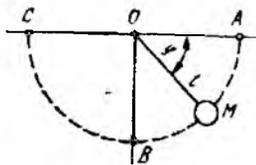


30.18- масалага

ган. Тош *ху* вертикал текисликдаги *D* нуқтадан ўтган пайтда тезлиги қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v = 1,77$ м/с.

30.19. Оғирлиги *P* бўлган *M* юк чўзилмайдиган, *l* узунликдаги ип билан *O* нуқтага осилган ва у вертикал текисликда *A* нуқтадан бошлаб бошланғич тезликсиз ҳаракатлана бошлайди; қаршилик бўлмаганда *M* юк



30.19- масалага

C ҳолатга келади ва бу ерда унинг тезлиги нолга тенг бўлади. *M* юкнинг оғирлик кучидан *B* нуқтада пайдо бўладиган потенциал энергияни нолга тенг деб қабул қилиб, кинетик ва потенциал энергияларнинг ва, шунингдек, улар йириндисининг φ бурчакка қараб ўзгаришининг графиги чизилсин. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Тенгламалари $T = Pl \sin \varphi$, $V = Pl(1 - \sin \varphi)$ бўлган иккита синусоида ҳамда $T + V = Pl$ — тўғри чизиқ.

30.20. Массаси *m* бўлган моддий нуқта тикловчи эластик куч таъсирида *Ox* тўғри чизиқ бўйлаб $x = a \sin(kl + \beta)$ қонунга мувофиқ гармоник тебрама ҳаракат қилади. Ҳаракат қилувчи нуқтанинг *T* кинетик энергияси билан *V* потенциал энергиясининг *x* координатага боғлиқ равишда ўзгариши графиги чизилсин; қаршилик ҳисобга олинмасин. Координаталар бошида $V = 0$.

Жавоб: Иккала график ҳам парабола бўлиб, улар $T = \frac{mk^2}{2} \times (a^2 - x^2)$, $V = \frac{mk^2}{2} x^2$ тенгламалар билан ифодаланadi.

30.21. Моддий нуқта миқдори ва йўналиши ўзгармас бўлган вертикал куч таъсирида Ер радиусига тенг баландликдан Ерга тушади; нуқта Ерга тушганида у Ернинг тортмиш кучи таъсирида ҳосил бўладиган тезликка тенг тезлик олиши учун бу вертикал куч миқдори қанча бўлиши керак? Ернинг тортмиш кучи нуқтадан Ер марказигача бўлган масофа квадратига тескари пропорционал.

Жавоб: $P/2$, бу ерда *P* — нуқтанинг Ер юзидagi оғирлиги.

30.22. Учига моддий нуқта бириктирилган горизонтал пружина *P* куч билан қисилган ва тинч ҳолатда туради. *P* куч тўсатдан йўналишини қарама-қарши томонга ўзгартиради. Шундан кейин ҳосил бўлган энг катта l_2 чўзилишининг олдинги l_1 қисилишга қараганда неча марта катталиги аниқлансин; пружина массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $l_2/l_1 = 3$.

30.23. Жисм Ер юзидан юқорига қараб вертикал чизиқ бўйлаб бошланғич v_0 тезлик билан отилган. Оғирлик кучи Ер марказигача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда ўзгаришини эътиборга олиб, жисмининг кўтарилми баландлиги *H* аниқлансин; ҳаво қаршилиги ҳисобга олинмасин. Ер радиуси $R = 6370$ км, $v_0 = 1$ км/с.

Жавоб: $H = \frac{Rv_0^2}{2gR - v_0^2} = 51,38$ км.

30.24. Иккита заррача мусбат электр билан зарядланган, биринчи заррачанинг q_1 заряди 100 Кл, иккинчисининг заряди $q_2 = 0,1 q_1$; биринчи заррача қўзғалмай қолади, иккинчи заррача эса биринчи заррачанинг итариш кучи таъсирида ҳаракат қилади. Иккинчи заррачанинг массаси 1 кг га тенг; биринчи заррачадан ҳисобланадиган бошланғич масофа 5 см га, бошланғич тезлик эса нолга тенг. Фақат $F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$ (бунда r — заррачалар орасидаги масофа) итариш кучининг таъсиригига эътиборга олиб, ҳаракатланувчи заррача тезлигининг энг юқориғи чегараси аниқлансин.

Жавоб: 20 м/с.

30.25. Ер устида турган жисмни Ер радиусига тенг баландликка кўтариш учун унга юқорига қараб вертикал равишда қандай v_0 тезлик берили кераклиги аниқлансин; бунда Ернинг тортиш кучинингига эътиборга олини керак, бу куч Ер марказидан жисмгача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда ўзгаради. Ернинг радиуси $6,37 \cdot 10^6$ м га тенг, Ер устида ер тортиш кучининг тезланиши $9,8 \text{ м/с}^2$ га тенг.

Жавоб: 7,9 км/с.

30.26. Ер юзидан Ойга қараб отилган снаряд Ой билан Ернинг тортиш кучи тенг бўлган нуқтага бориб ўша нуқтада мувозанат ҳолида қолиши учун снарядни қандай v_0 тезлик билан отиш кераклиги топилинсин. Ер ва Ойнинг ҳаракати билан ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин. Ер устида оғирлик кучининг тезланиши $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Ой ва Ер массаларининг нисбати $m : M = 1 : 80$; улар орасидаги масофа $d = 60 R$, бу ерда $R = 60000$ км (Ер радиуси) деб ҳисобланади.

Бутун олам тортишиш кучи миқдорининг формуласига кирган f коэффициентини қуйидаги тенгламадан топамиз:

$$mg = mf \left[\frac{M}{R^2} - \frac{m}{(d-R)^2} \right].$$

$$\text{Жавоб: } v_0^2 = \frac{2gR(d-R)}{d} \frac{\sqrt{\frac{M}{m}(d-R) - R}}{\sqrt{\frac{M}{m}(d-R) + R}} = \frac{59}{30} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} gR,$$

бунда $\alpha = \frac{1}{59\sqrt{80}}$ ёки $v_0 = 10,75$ км/с.

30.27. Тупроқни массаси 60 кг, қўндаланг кесим юзаси 12 дм² бўлган, 1 м баландликдан тушадиган қўл шибба билан шиббаламмоқда. Охириги зарбада шибба тупроққа 1 см ботган, бунда тупроқнинг шибба ҳаракатига қаршилигини доимий деб ҳисоблаш мумкин. Тупроқ чўкмасдан, қандай миқдордаги энг катта юкка бардош бера олади? Шибба тупроққа қандай қаршиликни енгиб ботган бўлса, зичлаштирилган тупроқ ҳам шундан ошмайдиган юкка чидаши мумкин деб фараз қилинади.

Жавоб: 494,4 кПа.

30.28. Шахта лифти $v_0 = 12$ м/с тезлик билан пастга ҳаракат қилади. Лифтнинг массаси 6 т. Лифтни ушлаб турувчи арқон узилса,

лифтнинг $s = 10$ м йўлда тўхташи учун, эҳтиёт парашюти шахта девори билан лифт орасида қандай шиқаланиш кучини ҳосил қилиши керак? Ишқаланиш кучи доимий деб ҳисоблансин.

Жавоб: $F = m(g + \frac{v_0^2}{2s}) = 102$ кН.

30.29. Массаси 200 г бўлган ҳалқа $y = x^2$ парабола шаклидаги сим ёй бўйлаб пастга сиривади. Ҳалқа $x = 3$ м, $y = 9$ м нуқтадан бошланғич тезликсиз ҳаракатлана бошлаган. Ҳалқа параболанинг қуйи нуқтасидан ўтаётган пайтда ҳалқанинг тезлиги ва унга сим томонидан таъсир қиладиган куч аниқлансин.

Жавоб: $v_1 = 13,3$ м/с. $R = 72,5$ Н.

30.30. Узулиги l бўлган математик маятникни горизонтал йўналишида v_0 бошланғич тезлик бериб мувозанат ҳолатидан чиқаришди. Витта тебраниш даврида маятник чизиб ўтадиган ёйнинг узулиги аниқлансин.

Жавоб: $s = 4l \arccos\left(1 - \frac{v_0^2}{2gl}\right)$.

31- §. Аралаш масалалар

31.1. Массаси 1 кг бўлган юк қўзғалмас O нуқтага узулиги 0,5 м бўлган ип воситасида осилган. Бошланғич пайтда юк вертикалдан 60° бурчакка оingan ва унга вертикал текисликда ипга тик бўлиб пастга йўналган, 2,1 м/с га тенг v_0 тезлик берилган. Юкнинг энг қуйи ҳолати учун ипнинг тарағлиги ҳамда ип ҳолатдан вертикал бўйлаб юқорига томон ҳисобланган кўтарилиш баландлиги аниқлансин.

Жавоб: 28,4 Н, 47,5 см.

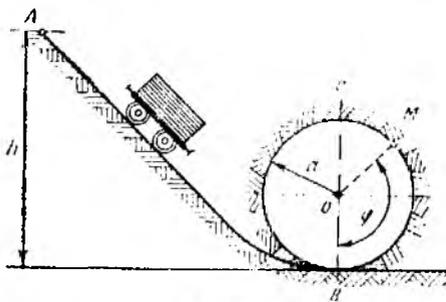
31.2. Олдинги масаладаги v_0 тезлик миқдоридан ташқари ҳамма шартларни сақлаб қолиб, шу v_0 тезлик миқдори қанча бўлганда юк бутун айланани ўтиши тонилсин.

Жавоб: $v_0 > 4,43$ м/с.

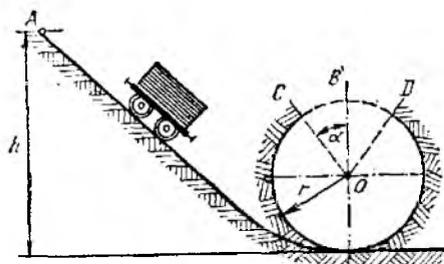
31.3. AB йўл, кейин a радиусли BC ҳалқа кўринишида ўрнатилган сиртмоқ ҳосил қилувчи рельслардан m массали вагонетка гилдираб боради. Вагонетка ҳалқанинг бутун айланасини ундан ажралмай ўтиши учун уни қандай h баландликдан бошланғич тезликсиз қўйиб юбориши керак? Вагонеткадан ҳалқанинг M нуқтасига тушадиган N босим аниқлансин, бу нуқта учун $\angle MOB = \varphi$.

Жавоб: $h \geq 2,5 a$, $N = mg \left(\frac{2h}{a} - 2 + 3 \cos \varphi\right)$.

31.4. Вагонетка A нуқтадан гилдираб тушиб борадиган йўл, расмда кўрсатилгандек r радиусли очиқ сиртмоқ ҳосил қилади: $\angle BOC = \angle BOD = \alpha$.



31.3- масалага



31.4- масалага

Вагонетка бутун сиртмоқни айланиб ўтиши учун у қандай h баландликдан тушиши, шунингдек h баландлик энг кичик бўладиган α бурчакнинг қиймати топилин.

Кўрсатма. DC участкада вагонетканинг оғирлик маркази парабolik ҳаракат қилади.

Жавоб: $h = r \left(1 + \cos \alpha + \frac{1}{2 \cos \alpha} \right)$; $\alpha = 45^\circ$ бўлганда h_{\min} га эришилади.

31.5. Массаси $M = 20$ кг бўлган оғир пўлаг қуйма қўзғалмас O ўқ атрофида ишқаланмасдан айлана оладиган стерженьга бириктирилган. Қуйма энг юқори A ҳолатдан ниҳоятда кичик бошланғич тезлик билан тушиб боради. Стержень массасини ҳисобга олмай, ўққа тушадиган энг катта босим аниқлансин (30.14-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: 980 Н.

31.6. Олдинги масалада ўққа тушадиган босим нолга тенг бўлган пайтда айланувчи стержень вертикал билан қандай бурчак ҳосил қилади?

Жавоб: $\varphi = \arccos \frac{2}{3}$.

31.7. Массаси 70 кг бўлган парашютчи самолётдан сакраб, 100 м учиб борганидан кейин парашютни очди. Ҳаракатта таъсир этадиган қаршилик кучи ўзгармас бўлганда парашютчининг тезлиги парашют очилганидан бошлаб биринчи беш секунд ичида 4,3 м/с гача камайган бўлса, кинини парашютга осиб турадиган стропалардаги тортиш кучи топилин. Ҳавонинг одамга кўрсатадиган қаршилиги μ нисбига олинмасин.

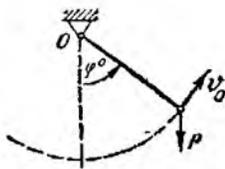
Жавоб: 1246 Н.

31.8. Баландлиги 2 м бўлган тепаликдаги станцияга 500 м қолганда 12 м/с тезлик билан келаётган поезд машинисти буғни берки, тиб, тормоз бера бошлаган. Агар поездининг массаси 1000 т га тенг ишқаланишидаги қаршилик 20 кН бўлса, поезд станцияга келиб тўхташи учун тормозлиқдан ҳосил бўлган ва доний деб қараладиган қаршиликнинг катталиги қанча бўлиши керак?

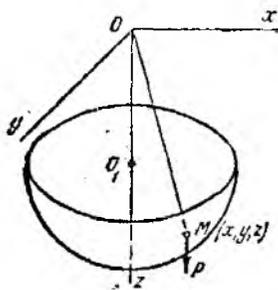
Жавоб: 84,8 кН.

31.9. Массаси m бўлган оғир қуйма O ўқ атрофида ишқаланиш-сиз айлана оладиган ва вертикалга нисбатан φ_0 бурчакка олган стерженьга маҳкамланган. Шу бошланғич ҳолатдан қуймага v_0 бошланғич тезлик берилган (расмга қаранг). Стерженьнинг массасини ҳисобга олмай, ундаги зўриқни стерженьнинг вертикалга нисбатан оғиш бурчани функцияси сифатида аниқлансин. Стерженьнинг узунлиги l га тенг.

Жавоб: $N = 3mg \cos \varphi - 2mg \cos \varphi_0 + m \frac{v_0^2}{l}$.



31.9- масалага



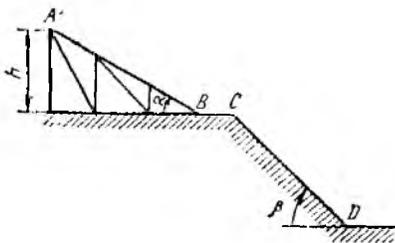
31.10- масалага

Агар $N > 0$ бўлса, стержень чўзилган; агар $N < 0$ бўлса, стержень қисилган.

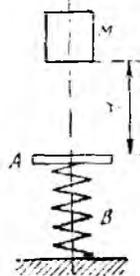
31.10. Сферик маятник узунлиги l бўлган ва бир учи қўзғалмас O нуқтага бириктирилган MO ип ҳамда ипнинг иккинчи учига боғланган P сферликдаги M нуқтадан иборат. M нуқта мувозанат ҳолатидан шундай оғдирилдики, унинг координатлари $t=0$ да $x=x_0$, $y=0$ бўлиб қолди ва нуқтага $x_0=0$, $\dot{y}_0=v_0$, $z_0=0$ бошланғич тезлик берилди. Бошланғич шартлар орасида қандай муносабат бўлганда M нуқта горизонтал текисликда айлана чизади ва шу айланани u қанча вақтда бир марта айланиб чиқади?

Жавоб: $v_0 = x_0 \sqrt{\frac{g}{z_0}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{z_0}{g}}$.

31.11. Чанғичи трамплиндан сакрашида горизонтга нисбатан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ташкил қилган AB эстакададан пастга тушади. Трамплиндан узилши олдиди u кичкина горизонтал BC майдончани ўтади; ҳисоблаш вақтида биз бу майдоннинг узунлигини эътиборга олмаيمиз. Чанғичи трамплиндан узилган пайтда зарб билан ўзига вертикал тузувчиси $v_y = 1$ м/с бўлган тезлик беради. Эстакада баланглиги $h = 9$ м, чанғичнинг қорга ишқаланиш коэффициентини $f = 0,08$, ерга тушиш чизиги (CD) горизонт билан $\beta = 45^\circ$ бурчак ҳосил қилади. Ҳаво қаршиликни ҳисобга олмай, чанғичи учиб борадиган l узунлик аниқлансин.



31.11- масалага



31.12- масалага

Изоҳ. Чоғинчи учиб борадиган узоқлик деб S узлиши нуқтасидан чағинчи ерга тушган CD чизикдаги нуқтагача ўлчанган масофага айталади.

Жавоб: $l = 47,4$ м.

31.12. Оғирлиги P бўлган M юк B спирал пружинада турган A плитага H баландликдан ташланади. Юк ташланадиган нуқтала унинг бошланғич тезлиги нолга тенг. Тушган M юк таъсирида пружина h миқдорга қисилди. A плита оғирлигини ва қаршиликларни ҳисобга олмай, пружина h миқдорга қисилгунича ўтган T вақт ва пружинанинг шу вақт ичидаги эластиклик кучи импульси S ҳисоблансин.

Жавоб: $T = \frac{1}{k} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$, $S = P \left(T + \sqrt{\frac{2H}{g}} \right)$,

бу ерда $\operatorname{tg} \alpha = - \frac{h}{2H(H+h)}$, $k = \frac{\sqrt{2g(H+h)}}{h}$.

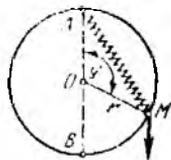
31.13. Маховик парчаланганида унинг бўлиниш жойидан энг узоққа тушган қисмларидан бири ўзининг бошланғич ҳолатидан $s = 280$ м масофага бўлган; маховик парчаланган пайтда ками билан қанча бурчак тезликка эришган бўлиши мумкин; мажкур қисм ўзининг бошланғич ҳолатидаги горизонтал текисликдан шу текисликда ётган кейинги ҳолатига келишда унга ҳавонинг кўрсатадиган қаршилиги ҳисобга олинмасин. Маховик радиуси $R = 1,75$ м.

Жавоб: $n = 286$ айланмиш ёки $\omega = 30$ рад/с.

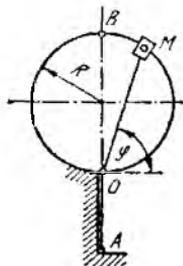
31.14. Вертикал текисликда жойлашган доғравий ҳалқанинг юқоридаги A нуқтасига пружина ёрдамида осилган M юк ишқаламасдан ҳалқа бўйлаб сираниб пастга тушади. Ҳалқанинг пастдаги B нуқтасига тушадиган босимнинг нолга тенг бўлиши учун пружина биқирлиги қандай бўлиши керак? Қуйидагилар берилган: ҳалқанинг радиуси 20 см, юкнинг массаси 5 кг, юкнинг бошланғич пайтида MA масофа 20 см га тенг, пружина чўзилмаган; юкнинг бошланғич тезлиги нолга тенг; пружинанинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб. 4,9 Н га тенг куч таъсир қилганда пружина 1 см чўзилиши керак.

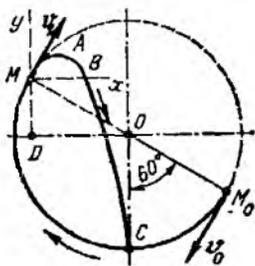
31.15. M юкнинг ҳалқага пастдаги B нуқтада (олдинги масалага берилган расмга қаралсин) туширадиган босими аниқлансин; қуйидагилар берилган: ҳалқанинг радиуси 20 см, юкнинг массаси 7 кг, юкнинг бошланғич ҳолатида MA масофа 20 см га тенг, буида пружина



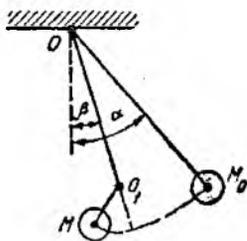
31.14- масалага



31.16- масалага



31.17- масалага



31.19- масалага

на чўзилган ва унинг узунлиги табиий узунлигидан икки марта катта; пружинанинг табиий узунлиги 10 см, пружинанинг бикирлиги шундайки, пружини 4,9 Н куч таъсир қилганда у 1 см чўзилади; юкнинг бошланғич тезлиги нолга тенг; пружинанинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Босим 68,6 Н га тенг бўлиб, юқорига қараб йўналган.

31.16. Оғирлиги Q бўлган силлиқ M ҳалқа вертикал текисликда ётган R см радиусли айлана ёнида ишқаланмасдан сирғана олади. Ҳалқага MOA эластик ип боғланган; MOA ип A нуқтага бириктирилган бўлиб, қўзғалмас ва силлиқ O ҳалқадан ўтади. M ҳалқа O нуқтада бўлган пайтда ипнинг тортилиш кучи нолга тенг, иппи 1 см чўзиш учун c га тенг куч қўйиш керак, деб ҳисоблансин. Бошланғич пайтда ҳалқа B нуқтада ноустувор мувозанат ҳолатда туради ва аста туртилганида айлана бўйлаб сирғанади. Ҳалқанинг айланага кўрсатадиган босими N аниқлансин.

Жавоб: $N = 2Q + cR + 3(Q + cR) \cos 2\varphi$; $N > 0$ бўлса, босим ташқариги, $N < 0$ бўлса, ишқарига йўналган.

31.17. Юк қўзғалмас O нуқтага 0,5 м узунликдаги ип билан осилган. M_0 бошланғич ҳолатда юк вертикалдан 60° бурчакка егдрилган ип унга вертикал текисликда нинга перпендикуляр равишда дастга йўналган 3,5 м/с га тенг v_0 тезлик берилган.

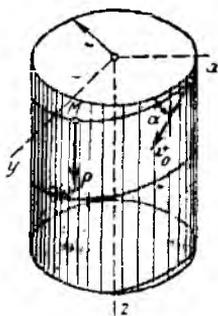
1) M юк қандай ҳолатда бўлганда ипдаги тортилиш кучининг нолга тенг бўлиши ва шу ҳолатдаги v_1 тезлик топилсин.

2) Юкнинг ип яна тарафга тортилгунча қилган ҳаракати траекторивчи ва шу траекториянинг нуқта қанча вақт ичида ўтиши аниқлансин.

Жавоб: 1) M ипни ҳолати O нуқтадан ўтувчи горизонталдан $MD = 25$ см масофада; $v_1 = 156,5$ см/с.

2) Mx ва My ўқларга нисбатан $y = -x\sqrt{3} - 0,08x^2$ тенглама билан ифодаланувчи $MABC$ парабола; юк бу параболани 0,55 с ичида чиқиб чиқади.

31.18. 10 км баландликка кўтариладиган самолётга математик маятник ўрнатилган. Шу баландликда маятникнинг кичик тебранинг даври ўзгармай қолиши учун маятник ипнинг узунлигини шу



31.20-масаллага

узунлигининг қандай қисмига қисқартириш керак? Оғирлик кучи Ер марказигача бўлган масофанинг квадратиغا тескари пропорционал деб ҳисоблансин.

Жавоб: $0,00313l$ га; бу ерда l — ипнинг Ер юзидаги узунлиги.

31.19. Массаси m бўлган M юк узунлиги l бўлган MO на воситасида қўзғалмас O нуқтага осилган. Бошланғич пайтда MO ип вертикал билан α бурчак ҳосил қилади ва M юкнинг тезлиги нолга тенг бўлади. Ип ўзининг кейинги ҳаракатида ингичка O_1 симга дуч келади; симнинг йўналиши юк ҳаракатининг текислигига тик, унинг олган ўрви эса $h = OO_1$

ва β қутб координаталари билан белгиланади. α бурчакнинг шундай энг кичик қиймати аниқлансинки, буида MO ип симга дуч келганда унга ўраладиган бўлсин; шунингдек, ип симга дуч келган пайтда ипдаги тортилиш кучининг ўзгариши аниқлансин. Симнинг йўғонлиги ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \alpha = \arccos \left[\frac{h}{l} \left(\frac{3}{2} + \cos \beta \right) - \frac{3}{2} \right];$$

ипнинг тортилиш кучи $2mg \frac{h}{l} \left(\frac{3}{2} + \cos \beta \right)$ миқдорга кўпаяди.

31.20. Массаси m бўлган оғир M нуқта радиуси r бўлган доиравий цилиндрнинг ички сирти бўйлаб ҳаракат қилади. Цилиндр сиртини абсолют сийлиқ, цилиндр ўқини вертикал деб ҳисоблаб ва фақат оғирлик кучини эътиборга олиб, нуқтанинг цилиндрга тушмадиган босими аниқлансин. Нуқта бошланғич тезлигининг миқдори v_0 ва тенг бўлиб, горизонт билан α бурчак ҳосил қилади.

$$\text{Жавоб: } N = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{r}.$$

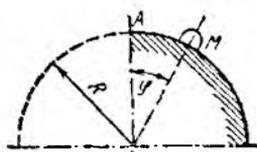
31.21. Олдинги масалада нуқтанинг ҳаракат тенгламалари тузилсин. Бошланғич пайтда нуқта x ўқда бўлган.

$$\text{Жавоб: } x = r \cos \left[\frac{v_0 \cos \alpha}{r} t \right],$$

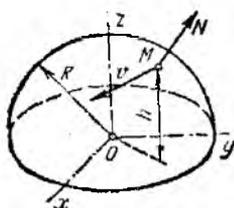
$$y = r \sin \left[\frac{v_0 \cos \alpha}{r} t \right], \quad z = v_0 t \sin \alpha + \frac{gt^2}{2}.$$

31.22. Радиуси R бўлган ярим сфера шаклидаги сийлиқ гумбазнинг A ушдаги M тошга горизонтал йўналишда v_0 тезлик берилган. Қайси жойда тош гумбаздан ажралиб кетади? v_0 тезлигининг қандай қийматларида тош бошланғич пайтнинг ўзида гумбаздан ажралади? Тошнинг гумбаз бўйлаб ҳаракатига бўладиган қаршилик ҳисобга олинмасин.

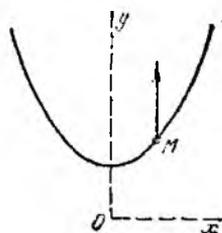
$$\text{Жавоб: } \varphi = \arccos \left(\frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gR} \right), \quad v_0 \geq \sqrt{gR}.$$



31.22- масалага



31.23- масалага



31.24- масалага

31.23. Массаси m бўлган нуқта R радиусли ярим сфера шаклидаги силлиқ гумбаз устида ҳаракат қилади. Нуқтага z ўққа параллел бўлган оғирлик кучи таъсир қилади ва бошланғич пайтда нуқта гумбаз асосидан h_0 баландликда турган ҳамда тезлиги v_0 бўлган деб қабул қилиб, нуқта гумбаз асосидан h баландликда бўлганида ундан гумбазга тушадиган босим аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } N = \frac{mg}{R} \left(3h - 2h_0 - \frac{v_0^2}{g} \right).$$

$$31.24. \text{ Массаси } m \text{ бўлган нуқта } y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$$

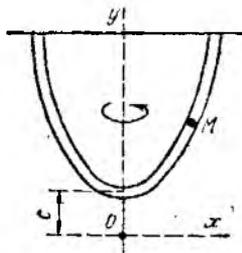
занжир чизиқда Oy ўққа параллел бўлган итарувчи куч таъсирида ҳаракат қилади, бу куч Ox ўқдан йўналган бўлиб, ktu га тенг. $t = 0$ бўлган пайтда $x = 1$ м, $\dot{x} = 1$ м/с. $k = 1$ с⁻² ва $a = 1$ м бўлганида нуқтанинг ҳаракати ҳамда унинг эгри чизиққа тушпадиган босими N аниқлансин (оғирлик кучи ҳисобга олинмайди). Занжир чизиқнинг эгрилик радиуси y^2/a га тенг.

$$\text{Жавоб: } N = 0; \quad x = (1 + t) \text{ м.}$$

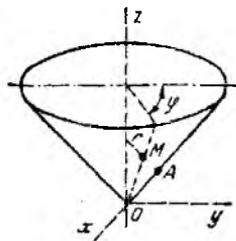
31.25. Труба вертикал Oy ўқ атрофида ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланмирилганда унинг ичидаги исталган ерга жойлашган шарча трубага нисбатан мувозанатда қолиши учун трубани қандай текис эгри чизиқ бўйича эгиш керак?

$$\text{Жавоб: } y = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} x^2 + c \text{ парабола бўйича.}$$

31.26. Учидаги бурчаги $2\alpha = 90^\circ$ бўлган доиравий конуснинг силлиқ сиртида $m = 1$ кг массали M нуқта, O учидан итариладиган



31.25- масалага



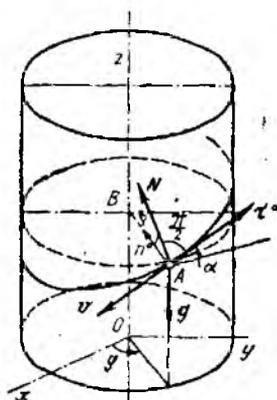
31.26- масалага

ва OM масофага пропорционал куч таъсирида ҳаракатланади: $= F = c \cdot OM$ Н, бунда $c = 1$ Н/м. Бошланғич пайтда M нуқта A ҳолатда. OA масофа $a = 2$ м га тенг, бошланғич тезлик эса $v_0 = 2$ м/с бўлиб, конуснинг асосига параллел равишда йўналган. M нуқтанинг ҳаракати аниқлансин (оғирлик кучи ҳисобга олинмайди).

M нуқтанинг ҳолати z координата ва Oz ўққа тик текисликдаги r ва φ қутб координаталари билан аниқланади; конус сиртининг тенгламаси $r^2 - z^2 = 0$.

Жавоб: $r^2 = e^{2t} + e^{-2t}$, $\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4} \right) = e^{2t}$.

31.27. Олдинги масаланинг шартларига асосан конус ўқини вертикал юқорига йўналган ҳисоблаб ва оғирлик кучини ҳисобга олиб, нуқтанинг конус сиртига бўлган босими аниқлансин.



31.28-масаллага

Жавоб: $N = m \sin \alpha \left[g + \frac{a^2 \epsilon_0^2 \sin 2\alpha}{2r^3} \right]$.

31.28. A моддий нуқта Oz ўқи вертикал бўлган радир-будур винт сиртида оғирлик кучининг таъсири билан ҳаракат қилади; сирт $z = a\varphi + f(r)$ тенглама билан ифодаланади; нуқтанинг сиртга ишқаланиш коэффициентини k га тенг. Қандай шарт бажарилганида нуқта ўқдан $AB = r_0$ ўзгармас масофада, яъни винт чизғи бўйлаб ҳаракат қилади? Шунингдек, бу нуқтанинг тезлиги қанча бўлади? $a = \text{const}$ деб ҳисоблансин.

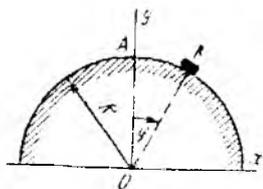
Кўрсатма: Масалани ешиш учун табиий ўқлар системасидан фойдаланган маъқул, бунда ҳаракат тенгламасин винт чизғининг A нуқтасидаги уривма, бош нормал ва бинормалларга проекцияланади. Расмда: винт сирти реакциясининг N нормал тузувланган.

числ билан бош нормал бирлик вектори n^0 орасидаги бурчак β билан белгиланган.

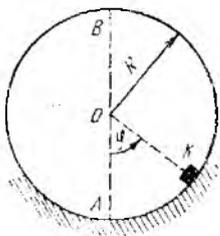
Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha = k \sqrt{1 + f'^2(r_0)} \cos^2 \alpha = 0$ бўлганда винт чизғи бўйлаб ҳаракат бўлиши мумкин; буца $\operatorname{tg} \alpha = a/r_0$; ҳаракат тезлиги $v = \sqrt{g r_0 f'(r_0)}$.

31.29. Ўлчамларини ҳисобга олмаса ҳам бўладиган K жисм R радиусли радир-будур сиртли қўзғалмас ярим цилиндрнинг юқори A нуқтасига ўрнатилган. Агар тивч ва ҳаракат ҳолатларидаги ишқаланиш коэффициентлари бир хил f га тенг бўлса, K жисмга цилиндр сиртига уривма бўйлаб горизонтал йўналган қандай v_0 бошланғич тезлик берилганда, жисм ҳаракатлана бориб, цилиндр устида тўхтаб қолади?

Жавоб: $v_0 \leq \sqrt{\frac{2gR}{1+f^2} \left[\sqrt{1+f^2} e^{-2\varphi_0} - (1-2f^2) \right]}$, бу ерда $\varphi_0 = \arctg f$.



31.29- масалага



31.30- масалага

31.30. Ўлчамлари ҳисобга олинмаса ҳам бўладиган K жисм R радиусли гадир-будур сиртли қўзғалмас цилиндрнинг ички қисми қуйи A нуқтасига ўрилатилган. K жисм цилиндрнинг юқори B нуқтасига етиб бориши учун унга цилиндр сиртига уришма равишда горизонтал йўналган қандай v_0 бошланғич тезлик бериш керак? Сирташ ишқаланиш коэффициентини f га тенг.

$$\text{Жавоб: } v_0 = \sqrt{\frac{gR}{1+4f^2} [2(1-2f^2) + 3e^{2\pi f}]}$$

31.31. Ипга боғланган шарча, конуссимон маятник ҳосил қилиб, горизонтал текисликда айлана чизиб ҳаракатланади. Агар шарча минутига 20 марта айланса, конуснинг баландлиги топилсин.

$$\text{Жавоб: } h = 2,25 \text{ м.}$$

31.32. Бирлик массага эга бўлган моддий нуқта потенциал $\Pi = x^2 + xy + y^2$ бўлган куч майдони таъсирида, горизонтал текисликда ҳаракатланади. Бошланғич пайтда нуқта $x = 3$ см, $y = 4$ см координаталарга ва x ўқнинг мусбат йўналишига параллел йўналган 10 см/с тезликка эга. Нуқтанинг ҳаракати аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = 3,5 \cos \sqrt{3} t + \frac{5\sqrt{3}}{3} \sin \sqrt{3} t - 0,5 \cos t + 5 \sin t,$$

$$y = 3,5 \cos \sqrt{3} t + \frac{5\sqrt{3}}{3} \sin \sqrt{3} t + 0,5 \cos t - 0,5 \sin t.$$

31.33. Радиуси a га тенг айлана шаклидаги горизонтал симга кийдирилган кичкина ҳалқага v_0 бошланғич тезлик берилган. Ҳалқанинг симга ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Ҳалқанинг қанча вақтдан кейин тўхташи аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } t = \frac{a}{f} \int_0^{v_0} \frac{dv}{\sqrt{v^2 + a^2 g^2}}$$

31.34. Массаси 2 кг бўлган моддий нуқта бирор марказга $F = (-8xi - 8yj - 2zk)$ Н куч билан тортилади. Моддий нуқтанинг бошланғич ҳолати $x = 4$ см, $y = 2$ см, $z = 4$ см координаталар билан аниқланади. Бошланғич тезлик нолга тенг. Нуқтанинг ҳаракат тенгламалари ва унинг траекторияси аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = 4 \cos 2t, y = 2 \cos 2t, z = 4 \cos t.$$

Траектория — $x = \frac{z^2}{2} - 4$ ва $y = \frac{z^2}{4} - 2$ иккита параболалик цилиндрларнинг кесишиш чизиги. Бу $x = 2y$ текисликда ётувчи парабола. Нуқта траектория бўйлаб координаталари $x = 4$ см, $y = 2$ см, $z = 4$ см бўлган нуқтадан $x = 4$ см, $y = 2$ см, $z = -4$ см нуқтагача бўлган ораликда ҳаракатланади.

31.35. Конуссимон маятник l узунликка эга бўлиб, горизонтал текисликда a радиусли айлана чизади. Конуссимон маятникнинг айланиш даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \frac{\sqrt{l^2 - a^2}}{\sqrt{g}}$$

32-§. Тебранма ҳаракат

а) Эркин тебранишлар

32.1. AB пружинанинг бир учи A нуқтага бириктирилган; уни 1 м қўзиш учун B нуқтага 19,6 Н кучни статик равишда қўйиш керак. Пружина деформацияланмаган пайтда унинг пастдаги B учига массаси 0,1 кг бўлган C тош илғиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Пружинанинг массасини ҳисобга олмай, тошнинг кейинги ҳаракати тенгламаси тузилсин ва унинг амплитудаси ҳамда тебраниш даври кўрсатилсин; тошнинг ҳаракати унинг статик мувозанат ҳолатидан бошлаб вертикал пастга йўналган ўққа нисбатан олишсин.

$$\text{Жавоб: } x = -0,05 \cos 14t \text{ м, } a = 5 \text{ см, } T = 0,45 \text{ с.}$$

32.2. Массаси $M = 2$ т бўлган юк $v = 5$ м/с ўзгармас тезлик билан пастга тушириляётган трос, блок обоимасига қисилиб қолиб, юк тушириляётган троснинг юқориси учи тўсатдан тўхтаб қолди. Троснинг массасини ҳисобга олмай, юкнинг кейинги тебранишида троснинг энг катта тортилиш кучи қанчага этиши аниқлансин, троснинг биқирлик коэффициентини $4 \cdot 10^8$ Н/м.

$$\text{Жавоб: } 466,8 \text{ кН.}$$

32.3. Олдинги масалада юк билан трос орасига биқирлик коэффициентини $c_1 = 4 \cdot 10^5$ Н/м бўлган эластик пружина ўрнатилган бўлса, троснинг энг катта тортилиш кучи аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 154,4 \text{ кН.}$$



32.4. Q Юк $h = 1$ м баландликдан бошланғич тезликсиз туша бошлаб эластик горизонтал балканинг ўртасига урилади; балканинг учлари маҳкамланган. Юкнинг балка устида қиладиган кейинги ҳаракати тенгламаси ёзилсин. Юк ҳаракати тенгламаси, юк балка устида статик мувозанатда бўлган ҳолатдан бошлаб пастга вертикал йўналган ўққа нисбатан тузилсин. Уша юк таъсирида балканинг

32.1- масалага

32.2- масалага

статик эгилиши унинг ўртасида 0,5 см га тенг; балка массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $x = (-0,5 \cos 44,3t + 10 \sin 44,3t)$ см.

32.5. Вагоннинг ҳар қайси рессорасига P Н оғирлик тўғри келади; бу оғирлик таъсирида мувозанат вазиятидаги рессора 5 м га эгилади. Вагоннинг рессораларда қиладиган хусусий тебранишлари даври T аниқлансин. Рессоранинг эластик қаршилиги унинг эгилиши стреласига пропорционал.

Жавоб: $T = 0,45$ с.

32.6. Эластик ерга ўрнатилган машина фундаментининг эркин тебранишлари даври аниқлансин. Фундаментнинг машина билан бирга массаси $M = 90$ т, фундаментнинг ерга тегиб турган юзи $S = 15$ м², ернинг биқирлик коэффициенти $c = \lambda S$, бу ерда $\lambda = 30$ Н/см³ — ернинг солиқтирма биқирлиги.

Жавоб: $T = 0,089$ с.

32.7. Тиниб турган сувдаги кеманинг вертикал бўйлаб қиладиган эркин тебранишларининг даври топилсин, кеманинг массаси M т, унинг горизонтал проекциясининг юзи S м². Сувнинг зичлиги $\rho = 1$ т/м³. Сувнинг қовушоқлиги туфайли ҳосил бўладиган кучлар ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{\rho g S}}$

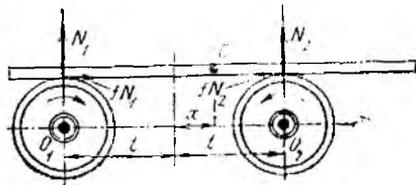
32.8. Олдинги масаланинг шартларига асосан, кема нолга тенг вертикал тезлик билан сувга тушириб юборилган бўлса, ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $y = -\frac{M}{\rho S} \cos \sqrt{\frac{\rho g S}{M}} t$ м.

32.9. Оғирлиги P Н бўлган юк эластик ип билан қўзғалмас нуқтага осилган. Юк мувозанат ҳолатидан чиқарилганида тебрана бошлайди. Ипнинг x узунлиги вақт функцияси сифатида ифодалансин ҳамда юк ҳаракат қилган пайтда ип тараф туриши учун унинг бошланғич узунлиги x_0 қандай шартин қаноатлантириши кераклигини топилсин. Ипнинг тортилиш кучи чўзилишга пропорционал, ип чўзилмаган пайтда унинг узунлиги l га тенг; q Н га тенг юкнинг статик таъсирида ип 1 см чўзилади. Юкнинг бошланғич тезлиги нолга тенг.

Жавоб: $x = l + \frac{P}{q} + \left(x_0 - l - \frac{P}{q}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{qg}{P}} t\right)$, $l \leq x_0 \leq l + \frac{2P}{q}$.

32.10. Расмда кўрсатилгандек, қарама-қарши томонга айланадиган тенг радиусли иккига цилиндрлик шкивга бир жинсли стержень эркин қўйилган; иккиларининг O_1 ва O_2 марказлари горизонтал O_1O_2 тўғри чизиқда туради; масса $O_1O_2 = 2l$; стержень билан шкивлар уринган нуқталарда ҳосил бўладиган ишқаланш кучлари стерженни ҳаракатга келтириди; бу кучлар стерженнинг иккига туширадиган босимига пропор-



32.10- масалага

цнонат, пропорционаллик коэффициенти (инқаланиш коэффициенти) эса f га тенг.

1) Стержень симметрия ҳолатидан x_0 га силжитилгандан кейин унинг қиладиган ҳаракати аниқлансин; бунда $v_0 = 0$.

2) $l = 25$ см бўлганда стерженьнинг тебраниш даври $T = 2$ с эканлигини билган ҳолда инқаланиш коэффициентини f тошласин.

Жавоб: 1) $x = x_0 \cos \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t \right)$, 2) $f = \frac{4\pi^2 l}{gT^2} = 0,25$.

32.11. Битта пружинага биринчи гал оғирлиги p бўлган юк осилди. Иккинчи гал эса оғирлиги $3p$ бўлган юк осилди. Тебраниш даврининг неча марта ўзгариши аниқлансин. Пружинанинг бикирлик коэффициентини c , шунингдек, бошланғич шартлар берилган (юклар чўзилмаган пружинанинг учига осилиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган) деб, юкларнинг ҳаракат тенгламалари топилсин.

Жавоб: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{3}$, $x_1 = -\frac{p}{c} \cos \sqrt{\frac{cg}{p}} t$, $x_2 = -\frac{3p}{c} \cos \sqrt{\frac{cg}{3p}} t$.

32.12. Бикирлиги $c = 2$ кН/м бўлган пружинага аввал 6 кг массаи юк илди, кейин уни массаи 2 марта кўп бўлган юк билан алмаштирилади. Юкларнинг тебраниш частоталари ва давлари аниқлансин.

Жавоб: $k_1 = 18,26$ рад/с, $k_2 = 12,9$ рад/с, $T_1 = 0,344$ с, $T_2 = 0,49$ с.

32.13. Бикирлиги $c = 19,6$ Н/м бўлган пружинага массалари $m_1 = 0,5$ кг ва $m_2 = 0,8$ кг бўлган юклар илди. Системадан m_2 юк олинганида, у статик мувозанат ҳолатида тинч ҳолатда эди. Қолган юкнинг ҳаракат тенгламаси, частотаси, циклик частотаси ва тебраниш даври аниқлансин.

Жавоб: $x = 0,4 \cos 6,26t$ м; $f = 1$ Гц, $k = 2\pi$ рад/с, $T = 1$ с.

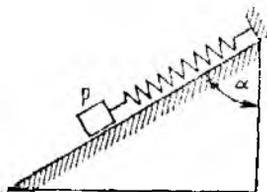
32.14. $m = 2$ кг массаи юк бикирлик коэффициентини $c = 98$ Н/м бўлган пружинада осилиб турибди. Бирор пайт m_1 юкка $m_2 = 0,8$ кг массаи юк қўшилди. Юкларнинг биргаликдаги ҳаракати тенгламаси ва тебранишлари даври аниқлансин.

Жавоб: $x = -0,08 \cos 5,916t$ м, $T = 1,062$ с.

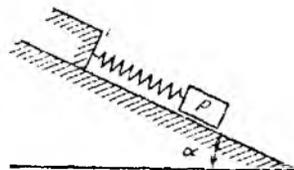
32.15. Массаи 4 кг бўлган юкни аввал бикирлиги $c_1 = 2$ кН/м, кейин бикирлиги $c_2 = 4$ кН/м бўлган пружинага илди. Шу икки



32.13- масалага



32.16- масалага



32.17- масалага

ҳол учун юкларнинг тебранишларида частоталар нисбати билан тебранишлар давларининг нисбати топилсин.

$$\text{Жавоб: } k_1/k_2 = 1/\sqrt{2} = 0,7071, \quad \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{2} = 1,4142.$$

32.16. m массаан жисм вертикал билан α бурчак ҳосил қилувчи қия текисликда турибди. Жисмга биқирлиги c бўлган пружина биқиртирилган. Пружина қия текисликка параллел. Бошланғич пайтда жисм қўзилмаган пружина учига улашиб, унга қия текислик бўйлаб пастга йўналган v_0 бошланғич тезлик берилган бўлса, жисмининг ҳаракат тенгламаси топилсин. Координата бошини юкнинг статик мувозанат ҳолатида олинсин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{v_0}{k} \sin kt - \frac{mg \cos \alpha}{c} \cos kt, \quad k = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

32.17. Горизонтга α бурчак остида оғган силлиқ қия текислик устида пружинага маҳкамланган P оғирликдаги юк турибди. Пружинанинг статик қўзилиши f га тенг. Агар бошланғич пайтда зўриқмаган пружинани $3f$ узунликка қўзилиб, юк бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, юкнинг тебраниши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = 2f \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \sin \alpha t\right),$$

32.18. Пружина учига осилган, массаси $M = 12$ кг бўлган юк гармоник тебраниш ҳаракат қилади. Секундомер билан жисмининг 45 с ичида 100 марта тўла тебраниши аниқланди. Шундан кейин пружина учига қўшимча равишда массаси $M_1 = 6$ кг бўлган юк осилди. Пружинадаги иккала юкнинг тебраниш даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T_1 = T \sqrt{\frac{M+M_1}{M}} = 0,55 \text{ с.}$$

32.19. Олдинги масаланинг шартларига биноан битта M юк ва иккита $M + M_1$ юкларининг ҳаракат тенгламалари топилсин, иккала ҳолда ҳам юклар қўзилмаган пружинанинг учига илинган.

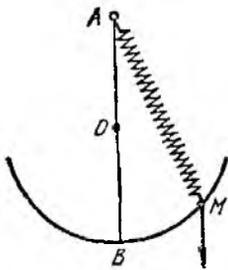
$$\text{Жавоб: } 1) x = -5,02 \cos 14t \text{ см,}$$

2) $x_1 = -7,53 \cos 11,4t$ см, бу ерда x ва x_1 мос равишда иккала ҳолнинг ҳар бирида юкларнинг статик мувозанат ҳолатларидан ҳисобланган.

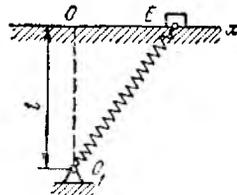
32.20. Қўзғалмас A нуқтага пружина билан осилган M юк айлана ёйида ишқаланмай сирғаниб вертикал текисликда кичик гармоник тебранишлар қилади; айлананинг AB диаметри l га, пружинанинг қўзилмаган ҳолдаги узунлиги a га тенг; пружинанинг биқирлиги шундайки, пружинага M юк оғирлигига тенг куч таъсир қилганда у b га тенг узунликка қўзилади. $l = a + b$ бўлган ҳолда тебраниш даври T нинг қанча бўлиши аниқлансин; пружина массаси ҳисобга олинмасин; тебраниш вақтида у қўзилганича қолади деб ҳисоблаймиз.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

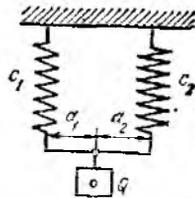
32.21. Олдинги масаланинг шартларига асосан бошланғич пайтда $\angle BAM = \varphi_0$ ҳамда M нуқтага уринма бўйлаб пастга йўналган бошланғич v_0 тезлик берилган бўлса, M юкнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.



32.20- масалага



32.22- масалага



32.24- масалага

Жавоб: $\varphi = \varphi_0 \cos \sqrt{\frac{g}{l}} t - \frac{v_0}{\sqrt{lg}} \sin \sqrt{\frac{g}{l}} t.$

32.22. Массаси m га тенг бўлган E жисм силлиқ горизонтал текислик устида туради. Жисмга бикирлиги c бўлган пружина бириктирилган бўлиб, унинг иккинчи учи O_1 шарнирга маҳкамланган. Деформацияланмаган пружинанинг узунлиги l_0 га тенг; жисм мувозанатда турганида чекли $F_0 = c(l - l_0)$ тортилишга эга, бу ерда $l = OO_1$. Пружинадаги эластиклик кучининг горизонтал тузувчисида жисмнинг фақат мувозанат ҳолатидан силжишнинг биринчи даражасига боғлиқ бўлган ҳадларини ҳисобга олиб, жисмнинг кичик тебранишлари даври аниқлансин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{F_0}}.$

32.23. Массаси m бўлган моддий нуқта бикирлик коэффициенти c бўлган ва чўзилмаган пружинанинг учига осилиб, пастга йўналган v_0 бошланғич тезлик билан қўйиб юборилган. Нуқтанинг ҳаракат тенгнамаси ва тебранишлари даври топилсин; нуқта энг пастки ҳолатда бўлган пайтда унга пастга йўналган $Q = \text{const}$ куч қўйилган.

Координаталар бошини статик мувозанат ҳолатида, яъни чўзилмаган пружина учидан ҳисобланган P/c масофада олинсин.

Жавоб: $x = \frac{Q}{c} + \left[\sqrt{\left(\frac{v_0}{k}\right)^2 + \left(\frac{mg}{c}\right)^2} - \frac{Q}{c} \right] \cos \sqrt{\frac{c}{m}} t,$

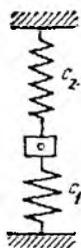
бу ерда l вақт Q куч таъсир қила бошлаган пайтдан бошлаб ҳисобланади; $T = 2\pi \sqrt{m/c}.$

32.24. Бир-бирига параллел қўшилган иккита пружинага осилган m массали юкнинг эркин тебранишлари даври ва бу иккала пружинага эквивалент бўлган пружинанинг бикирлик коэффициенти топилсин. Юк шундай жойлаштирилганки, бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 бўлган иккала пружина ҳам бир хил узунликка чўзилади.

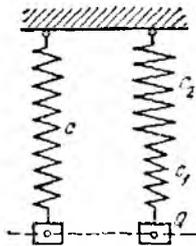
Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}}; c = c_1 + c_2;$ юк шундай жойлашганки,

$a_1/a_2 = c_2/c_1.$

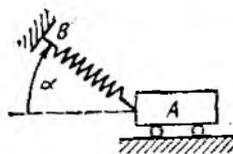
32.25. Олдинги масаланинг шартлари асосида, юкни чўзилмаган пружиналарнинг учига илаб, унга юқорига томон йўналган v_0 бош-



32.26- масалага



32.28- масалага



32.31- масалага

ланғич тезлик берилди деб, юкнинг ҳаракат тенгнамаси топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = -\frac{mg}{c_1 + c_2} \cos \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m}} t - v_0 \sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}} \cdot \sin \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m}} t.$$

32.26. Бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 дан иборат бўлган иккита пружина орасига қўрилган m массали юкнинг эркин тебранишлари даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}}.$$

32.27. Олдинги масаланинг шартлари бўйича, мувозанат ҳолатидаги юкка пастга йўналган v_0 бошланғич тезлик берилган бўлса, унинг ҳаракат тенгнамалари топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = v_0 \sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}} \sin \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m}} t.$$

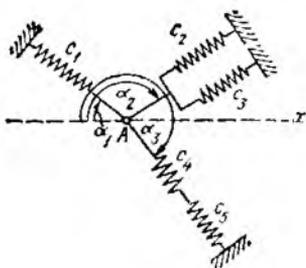
32.28. Кетма-кет уланган c_1 ва c_2 бикирлик коэффициентлари турлича бўлган иккита пружинага эквивалент пружинанинг c бикирлик коэффициентни аниқласин ва кўрсатилган қўш пружинага осилган m массали юкнинг тебранишлари даври топилсин.

$$\text{Жавоб: } c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m(c_1 + c_2)}{c_1 c_2}}.$$

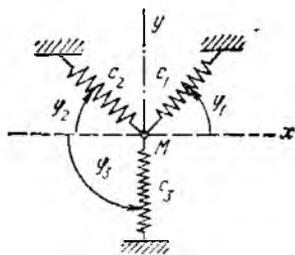
32.29. Олдинги масаланинг шартлари бўйича, юк бошланғич пайтда мувозанат ҳолатидан x_0 масофага қадар пастда бўлиб юқорига йўналган v_0 тезлик берилган бўлса, унинг ҳаракат тенгнамаси топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = x_0 \cos \sqrt{\frac{c_1 c_2}{(c_1 + c_2)m}} t - v_0 \sqrt{\frac{(c_1 + c_2)m}{c_1 c_2}} \times \\ \times \sin \sqrt{\frac{c_1 c_2}{(c_1 + c_2)m}} t.$$

32.30. Иккита кетма-кет уланган $c_1 = 9,8$ Н/см ва $c_2 = 29,4$ Н/см турлича бикирлик коэффициентларига эга бўлган қўш пружинанинг бикирлик коэффициентни аниқласин. Қўш пружинанинг унга массаси 5 кг бўлган юк илишиб, бошланғич пайтда у статик мувозанат ҳолатидан 5 см пастга силжитилган ҳамда пастга томон йўналган 49 см/с бошланғич тезлик берилган бўлса, юкнинг тебранишлари даври, амплитудаси ва ҳаракат тенгнамаси топилсин.



32.32- масалага



32.33- масалага

Жавоб: $c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 7,35 \text{ Н/см}$, $T = 0,517 \text{ с}$, $a = 6,43 \text{ см}$,
 $x = 5 \cos 12,13 t + 4,04 \sin 12,13 t \text{ см}$.

32.31. Массаси m га тенг A жисм горизонтал тўғри чизик бўйлаб сивжиши мумкин. Жисмга бикирлик коэффициентини c бўлган пружина бириктирилган. Пружинанинг иккинчи учи қўзғалмас B нуқтага маҳкамланган. Бурчак $\alpha = \alpha_0$ бўлганда пружина деформацияланмаган. Жисм кичик тебранишларининг частотаси ва тебраниш даври аниқлансин.

Жавоб: $k = \sqrt{\frac{c \cos^2 \alpha_0}{m}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c \cos^2 \alpha_0}}$.

32.32. Массаси m бўлган A нуқта расмда кўрсатилгандек пружиналар билан бириктирилган. Дастлабки ҳолатда нуқта мувозанатда туради ва ҳамма пружиналар зўриқмаган. Нуқтанинг x ўқдаги абсолют силлиқ йўналтирувчи бўйлаб кичик тебранишларида эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициентини ва нуқта эркин тебранишларининг частотасини аниқлансин.

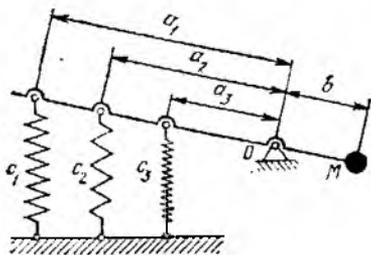
Жавоб: $c = c_1 \cos^2 \alpha_1 + (c_2 + c_3) \cos^2 \alpha_2 + \frac{c_4 c_5}{c_4 + c_5} \cos^2 \alpha_3$, $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$.

32.33. Расмда кўрсатилгандек, M нуқтанинг x ўқдаги абсолют силлиқ йўналтирувчи бўйлаб эркин тебранишларида учта пружинага эквивалент бўлган пружинанинг бикирлик коэффициентини аниқлансин. Шу масалани йўналтирувчи y ўқ бўйлаб ўришганида ҳам ечилсин. Бу тебранишларининг частоталарини аниқлансин.

Жавоб: $c_x = c_1 \cos^2 \varphi_1 + c_2 \cos^2 \varphi_2$; $c_y = c_1 \sin^2 \varphi_1 + c_2 \sin^2 \varphi_2 + c_3$;
 $k_x = \sqrt{\frac{c_x}{m}}$, $k_y = \sqrt{c_y/m}$.

Бошланғич пайтда пружиналар зўриқмаган ва M нуқта мувозанатда.

32.34. Массаси m бўлган M юк массасини ҳисобга олмаса ҳам бўладиган стержень учига бириктирилган бўлса, эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициентини аниқлансин. Стержень O нуқтага шарнир воситасида, фундамента эса учта вертикал пружиналар би-



32.34- масалага

лан бириктирилган. Пружиналарнинг биқирлик коэффициентлари c_1 , c_2 , c_3 . Пружиналар стерженга шарнирдан a_1 , a_2 , a_3 масофаларда бириктирилган. M юк стерженга шарнирдан b масофада бириктирилган. Мувозанат ҳолатида стержень горизонтал. Эквивалент пружина стерженга шарнирдан b масофада бириктирилади. Юкнинг кичик тебранишлари частотаси топилиши.

$$\text{Жавоб: } c = \frac{c_1 a_1^2 + c_2 a_2^2 + c_3 a_3^2}{b^2}, \quad k = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

32.35. Винт шаклидаги пружина n участкалардан иборат, уларнинг биқирлик коэффициентлари тегишлича c_1, c_2, \dots, c_n га тенг. Шу пружинага эквивалент бўлган бир жинсли пружинанинг биқирлик коэффициенти c ва массаси m бўлган нуқтанинг эркин тебранишлари даври аниқлансин.

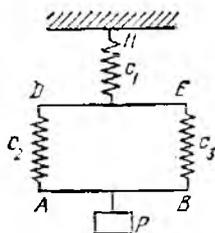
$$\text{Жавоб: } c = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i}, \quad T = \frac{2\pi}{k}, \quad \text{бу ерда } k = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

32.36. Абсолют сийдиқ горизонтал сирт устида ётувчи 10 кг массали юк бир хил $c = 19,6$ Н/см биқирлик коэффициентига эга бўлган иккита пружина орасига қирилган. Бирор пайтда юк мувозанат ҳолатидан 4 см ўнг томонга сурилиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Юкнинг ҳаракат тенгласи, тебранишлари даври ва шунингдек, максимал тезлиги топилиши.

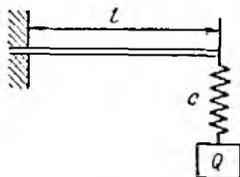
$$\text{Жавоб: } x = 4 \cos 19,8t \text{ см. } T = 0,317 \text{ с. } x_{\max} = 79,2 \text{ см/с.}$$

32.37. Массаси m бўлган P юк AB стерженга осилган; AB стержень эса биқирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 бўлган пружиналар билан DE стерженга бириктирилган. DE стержень биқирлик коэффициенти c_3 бўлган пружина билан ишнинг H нуқтасига мақкамланган. AB ва DE стерженлар тебранишида горизонтал ҳолда қолаверсади. P юкнинг тебраниш частотасига тенг частотада тебранишидан эквивалент пружинанинг биқирлик коэффициенти аниқлансин. Юкнинг эркин тебранишлари топилиши. Стерженларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } c = \frac{c_1(c_2 + c_3)}{c_1 + c_2 + c_3}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m(c_1 + c_2 + c_3)}{c_1(c_2 + c_3)}}$$



32.37- масалага



32.38- масалага

32.38. Узунлиги l га тенг эластик консолнинг учига илинган m массали Q юкнинг хусусий тебранишлари частотаси аниқлансин. Юкни кўтариб турувчи пружинанинг бикирлиги $c_1 = 3EI/l^3$ (E — эластиклик модули, I — инерция моменти) формула билан аниқланади. Консолнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k = \sqrt{\frac{3EIc}{m(3EI + cl^3)}}$.

32.39. Бикирлиги $c = 20$ Н/см бўлган эластик балканинг ўртасида ётган $M = 10$ кг массали юкнинг тебранишлари 2 см амплитуда билан бўлади. Агар $t = 0$ пайтда юк ўзининг мувозанат ҳолатида турган бўлса, бошланғич тезлиkning миқдори аниқлансин.

Жавоб: $v_0 = 28,3$ см/с.

32.40. Массаси m бўлган Q юк $AB = l$ тараф тортилган горизонтал трос билан маҳкамланган. Юкнинг кичик вертикал тебранишларида троснинг S зўриқишини ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. Троснинг юкдан A учгача оралиги a га тенг бўлса, юкнинг эркин тебранишлари частотаси аниқлансин.

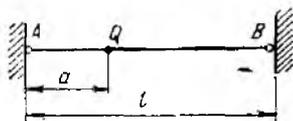
Жавоб: $k = \sqrt{\frac{Sl}{ma(l-a)}}$ рад/с.

32.41. Оғирлиги 490,5 Н бўлган юк AB балканинг ўртасида ётибди. Балка кўндаланг кесмининг инерция моменти $J = 80$ см⁴. Балкадаги юкнинг эркин тебранишлари даври $T = 1$ с га тенг бўлиши шартидан фойдаланиб, балканинг l узунлиги аниқлансин.

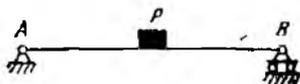
Эслатма. Балканинг статик эгилиши $f = \frac{Pl^3}{48EJ}$ формуладан топилади, бу ерда эластиклик модули $E = 2,05 \cdot 10^{11}$ Н/м².

Жавоб: $l = 15,9$ м.

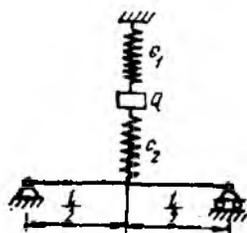
32.42. Массаси m бўлган Q юк бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 бўлган иккита вертикал пружиналар орасига қўрилган. Биринчи пружина



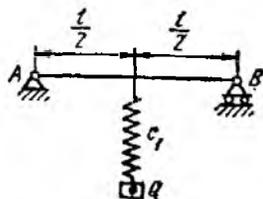
32.40- масалага



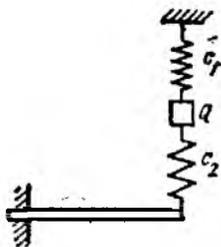
32.41- масалага



32.42- масалага



32.43- масалага



32.44- масалага

нанинг юқори учи қўзғалмас қилиб маҳкамланган, иккинчи пружинанинг қуйи учи эса балканинг ўртасига бириктирилган. Балканинг шундай l узунлиги аниқлансинки, бунда юкнинг тебранишлари даври T га тенг бўлсин. Балка қўндаланг кесимининг инерция моменти J , эластиклик модули E .

$$\text{Жавоб: } l = \sqrt[3]{\frac{48 EJ (c_1 + c_2 - \frac{4 \pi^2 m}{T^2})}{c_2 \left(\frac{4 \pi^2 m}{T^2} - c_1 \right)}}$$

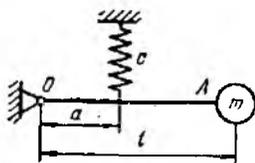
32.43. l узунликдаги балканинг ўртасига бикирлик коэффициенти c_1 бўлган пружина маҳкамланиб, унинг учига осилган m массали Q юкнинг ҳаракат тенгласи ва тебранишлари даври топилсин. Балканинг эгилишга бикирлиги EJ га тенг. Бошланғич пайтда юк статик мувозанат ҳолатда бўлган ва унга пастга йўналган v_0 тезлик берилган.

$$\text{Жавоб: } x = v_0 \sqrt{\frac{m (c_1 l^3 + 48 EJ)}{48 EJ c_1}} \sin \sqrt{\frac{48 EJ c_1}{(c_1 l^3 + 48 EJ) m}} t,$$

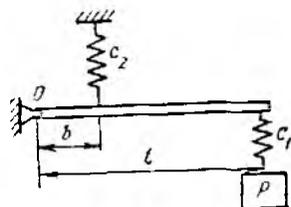
$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{(c_1 l^3 + 48 EJ) m}{c_1 \cdot 48 EJ}}$$

32.44. Бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 га тенг иккита вертикал пружиналар орасида Q оғирликдаги юк қисилиб туради. Биринчи пружинанинг юқори учи қўзғалмас қилиб мустақамланган. Иккинчи пружинанинг қуйи учи бир учи билан деворга қиестирилган балканинг эркин учига бириктирилган. Қиестирилган балканинг эркин учига қўйилган P куч таъсирдан балка $f = \frac{Pl^2}{3 EJ}$ эгилини беради, бу

ерда EJ берилган ва у балканинг эгилишга бикирлигини ифодамайди; юкни берилган T давр билан тебрантирадиган балканинг l узунлиги аниқлансин. Агар юк бошланғич пайтда чўзилмаган пружиналар учига илиниб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, юкнинг ҳаракат тенгласи топилсин.



32.45- масалага



32.46- масалага

$$\text{Жавоб: } l = \sqrt[3]{\frac{3 EJ \left(c_1 + c_2 - \frac{4 \pi^2}{T^2} \cdot \frac{Q}{g} \right)}{c_2 \left(\frac{4 \pi^2}{T^2} \cdot \frac{Q}{g} - c_1 \right)}}$$

$$x = -Q \frac{c_2 l^3 + 3 EJ}{c_1 c_2 l^3 + (c_1 + c_2) 3 EJ} \cdot \cos \sqrt{\frac{(c_1 c_2 l^3 + (c_1 + c_2) 3 EJ) g}{(c_2 l^3 + 3 EJ) Q}} t.$$

32.45. Учига m массали юк ўрнатилган l узунликдаги OA стержень O ўқ atroфида айлана олади. O ўқдан a масофада стерженга бикирлик коэффициентини c га тенг пружина бириктирилган. Агар OA стержень мувозанат ҳолатида горизонтал вазиятда турса, юкнинг хусусий тебрашишлари частотаси аниқлансин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин.

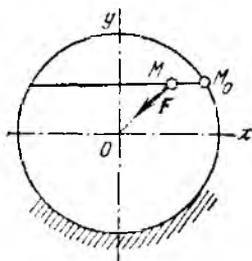
$$\text{Жавоб: } k = \frac{a}{l} \sqrt{\frac{c}{m}} \text{ рад/с.}$$

32.46. m массали P юк, O ўқ atroфида бурила оладиган, узунлиги l бўлган стержень учидagi пружинага осилган. Пружинанинг бикирлик коэффициентини c_1 . Стерженни ушлаб турувчи, бикирлик коэффициентини c_2 бўлган пружина, O нуқтадан b масофада ўрнатилган. P юкнинг хусусий тебрашишлари частотаси аниқлансин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин.

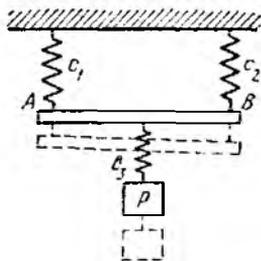
$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{c_1 c_2}{m \left[c_2 + \left(\frac{l}{b} \right)^2 c_1 \right]}} \text{ рад/с.}$$

32.47. Ер шарининг берилган нуқтадаги оғирлик кучининг тезланишини аниқлаш учун иккита тажриба ўтказилди. Пружина учига P_1 юк ичиб, унинг l_1 статик чўзилиши ўлчанади. Кейин P_2 юк ичиб, яна l_2 статик чўзилиш ўлчанади. Шундан кейин иккала тажрибани ҳам такрорлаб, иккала юкларни навбати билан эркин тебрашишга мажбур этилиб, тебрашишларнинг T_1 ва T_2 даврлари ўлчанади. Иккинчи тажрибани, пружина массаси таъсирини, юкнинг ҳаракатида жисмга қандайдир қўшимча масса қўшилгандаги таъсирга эквивалент деб ҳисоблаш учун ўтказилади. Тажриба натижаларига асосланиб, оғирлик кучи тезланишини аниқлайдиган формула топилсин.

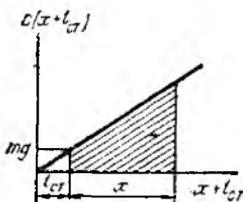
$$\text{Жавоб: } g = \frac{4 \pi^2 (l_1 - l_2)}{T_1^2 - T_2^2}.$$



32.48- масалага



32.49- масалага



32.50- масалага

32.48. Вертикал ўрнашган доиранинг горизонтал ватари (пази) да 2 кг массали M нуқта, миқдори жиҳатидан O марказгача бўлган масофага пропорционал ўзгарувчи тортилиш кучи F таъсирида ишқаланмасдан ҳаракатланади; буида пропорционаллик коэффициентини 98 Н/м. Доира марказидан ватаригача 20 см, доира радиуси 40 см. Агар бошланғич пайғда нуқта ватарининг M_0 ўнг четки вазиятида бўлиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, ҳаракат қонуни аниқлансин. Нуқта ватарининг ўртасидан қандай тезлик билан ўтади?

Жавоб: $x = 34,6 \cos 7t$ см, $\dot{x} = \pm 242$ см/с.

32.49. Массаси ҳисобга олинмайдиган AB стерженга учта пружина бириктирилган. Бикирликлари c_1 ва c_2 бўлган иккита пружина AB стерженнинг учларига бириктирилган ва шу стерженни ушлаб туради. c_3 бикирликдаги учинчи пружина стержень ўртасига бириктирилган ва учига m массали P юк осилган. Юкнинг хусусий тебраннишлари частотаси аниқлансин.

Жавоб: $k = \sqrt{\frac{4c_1 \cdot c_2 \cdot c_3}{m(4c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3)}}$ рад/с.

32.50. Бикирлик коэффициентини $c = 1,96$ кН/м бўлган пружинага бириктирилган 10 кг массали юк тебранади. Пружина массасини ҳисобга олмай, юк ва пружинанинг тўлиқ механик энергияси аниқлансин ҳамда эластиклик кучининг силжшига боғлиқ равишда ўзгариш графиги чизилсин, унда пружинанинг потенциал энергияси кўрсатилсин. Статик мувозанат ҳолатини потенциал энергия учун ҳисоб боши қилиб олинсин.

Жавоб: агар x координата m ҳисобида, \dot{x} эса м/с да ўлчанса, $E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} cx^2 = (5 \dot{x}^2 + 980 x^2)$ Ж. Расмдаги штрихланган юза пружинанинг потенциал энергиясига тенг.

32.51. m массали моддий нуқтага, потенциали $\Pi = \frac{1}{2} k (x^2 + 4y^2 + 16z^2)$ бўлган куч майдони таъсир этади. Нуқтани ҳар қандай (ноль бўлмаган) бошланғич ҳолатдан ҳаракатга келтирилганида бир қанча вақтдан кейин нуқта яна шу ҳолатга қайтиб келиши ис-

ботлансин. Ана шу қайтиш вақти аниқлансин. Қайтиб келиш тезлиги бошланғич тезликка тенг бўладими?

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$. Нуқтанинг тезлиги T вақт оралиғидан кейин ўзининг бошланғич тезлигига тенг бўлади.

32.52. Массаси m бўлган моддий нуқтага потенциали $\Pi = \frac{1}{2} k(x^2 + 2y^2 + 5z^2)$ бўлган куч майдони таъсир этади. Бу ҳолда бир қанча вақт ўтгандан кейин нуқта ўзининг дастлабки ҳолатига қайтадими?

Жавоб: Учала координата ҳам бир вақтда бошланғич пайтдаги қийматларни оладиган пайтга кўрсатиш мумкин эмас. Учта тебранма ҳаракатининг қўшилиши процессида нуқта дастлабки ҳолатига қайтмайди.

б) Эркин тебранишларга қаршилиқнинг таъсири

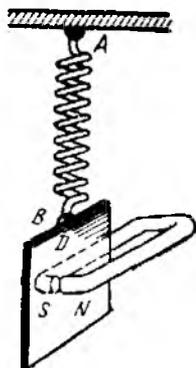
32.53. Массаси 100 г бўлган D пластинка AB пружина воситасида қўзғалмас A нуқтага осилган ва магнит қутблари орасида ҳаракатланади. Уярма тоқлар туфайли ҳаракат тезликка пропорционал куч билан тормозланади. Ҳаракатга қаршилиқ қиладиган куч $k\psi\Phi^2$ Н га тенг, бу ерда $k = 0,001$, ψ м/с ҳисобидаги тезлик, Φ бўлса N ва S қутблар орасидаги магнит оқими. Бошланғич пайтда пластинканинг тезлиги нолга тенг ва пружина чўзилмаган. У статик таъсири 19,6 Н бўлган куч B нуқтага қўйилганда 1 м га чўзилади. $\Phi = 10\sqrt{5}$ Вб (вебер — СИ даги магнит оқими бирлиги) бўлганда пластинканинг қандай ҳаракат қилиши аниқлансин.

Жавоб: $x = -e^{-2,5t} (0,05 \cos 13,77t + 0,00907 \sin 13,77t)$ м, бу ерда x ўқ пластинка оғирлик марказининг статик мувозанат ҳолатидан пастга томон йўналган.

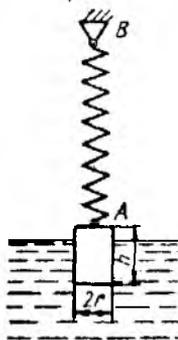
32.54. Олдинги масала шартлари асосида, магнит оқими $\Phi = 100$ Вб бўлганда D пластинканинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $x = -0,051 e^{-2t} + 0,001 e^{-98t}$.

32.55. Оғирлиги P , радиуси r ва баландлиги h бўлган цилиндр юқориги B учи маҳкамлаб қўйилган AB пружинага осилиб, сувга туширилган. Мувозанат ҳолатида цилиндр ўз баландлигининг ярмигача сувга ботади. Бошланғич пайтда цилиндр ўз баландлигининг $2/3$ қисмига қадар сувга ботирилиб, бошланғич тезликсиз вертикал тўғри чизик бўйлаб ҳаракат қила бошлайди. Пружинанинг биқирлиғини s га тенг деб ҳисоблаб ва сувнинг цилиндрга таъсири қўшимча Архимед кучига келтирилади деб фарз қилиб, цилиндрнинг ҳаракати ўзи-



32.53 ва 32.54-масалага



32.55-масалага

нинг мувозанат ҳолатига нисбатан аниқлансин. Сувнинг солиштирма оғирлиги γ деб қабул қилинсин.

Жавоб: $x = \frac{1}{6} h \cos kt$, бунда $k^2 = \frac{g}{p} (c + \pi \gamma r^2)$.

32.56. Олдинги масалада сувнинг қаршилиги тезликнинг биринчи даражасига пропорционал ва αv га тенг бўлса, цилиндрнинг тебранма ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: агар $\left(\frac{c}{m} + \frac{\pi r^2}{m} \gamma\right) - \left(\frac{\alpha}{2m}\right)^2 > 0$ бўлса, цилиндрнинг ҳаракати тебранма ҳаракат бўлади. У ҳолда

$$x = \frac{h}{6} \sqrt{\frac{k^2}{k^2 - n^2}} \cdot e^{-nt} \sin\left(\sqrt{k^2 - n^2} t + \beta\right),$$

бунда $k^2 = \frac{c}{m} + \frac{\pi r^2}{m} \gamma$, $n = \frac{\alpha}{2m}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{k^2 - n^2}}{n}$, $m = \frac{p}{g}$.

32.57. Массаси 0,5 кг бўлган A жисм ғадир-будур горизонтал текисликда туради; бу жисм BC ўқи горизонтал бўлган пружина билан ишқаланиш коэффициенти 0,2 га тенг; пружинани 1 см чўзиш учун 2,45 Н куч талаб қилинади. A жисм B нуқтадан шу тариқа сурилганки, бунда пружина 3 см чўзилган, кейин у бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. 1) A жисмининг неча марта тебранишини, 2) ҳар бир тебранишида қанчадан сурилганлигини ва 3) унинг ҳар қайси тебранишига кетган T вақтини топиш керак.

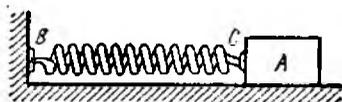
Жисмининг тезлиги нолга тенг бўлган ҳолатида пружинанинг эластиклик кучи ишқаланиш кучига тенг ёки ундан кичик бўлса, жисм тўхтайдди.

Жавоб: 1) 4 тебраниш; 2) 5,2 см, 3,6 см, 2 см, 0,4 см; 3) $T = 0,14$ с.

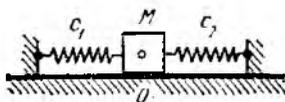
32.58. Ғадир-будур қия текислик устида ётувчи, массаси $M = 20$ кг бўлган юкни чўзилмаган пружинага бириктириб, пастга томон йўналган $v_0 = 0,5$ м/с тезлик берилди. Сирғаниш ишқаланиш коэффициенти $f = 0,08$, пружинанинг биқирлик коэффициентини $c = 20$ Н/см. Қия текислиқнинг горизонт билан ҳосил қилган бурчаси $\alpha = 45^\circ$. Қуйидагилар аниқлансин: 1) тебранишлар даври; 2) юкнинг мувозанат ҳолатидан максимал четланишларининг сони; 3) бу четланишларнинг катталиклари.

Жавоб: 1) $T = 0,628$ с; 2) 7 та четланиш; 3) 7,55 см; 6,45 см; 5,35 см; 4,25 см; 3,15 см; 2,05 см; 0,95 см.

32.59. Массаси $M = 0,5$ кг бўлган жисм иккита бир хил пружиналар таъсирида горизонтал текисликда тебранади. Пружиналар уч-



32.57- масалага



32.59- масалага



32.62 ва 32.63- масалага

лари бир томондан жисмга, иккинчи томондан қўзғалмас устулларга бириктирилган ва уларнинг ўқлари битта горизонтал тўғри чизиқда ётади. Пружиналарнинг биқирлик коэффициентлари $c_1 = c_2 = 1,225$ Н/см, жисмнинг ишқаланиш коэффициентлари жисм ҳаракатда бўлса, $f = 0,2$, тинч ҳолатида эса $f_0 = 0,25$. Бошланғич пайтда жисм ўзининг O ўрта ҳолатидан ўнг томонга $x_0 = 3$ см сурилган ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Қуйидагилар топилсин: 1) жисмнинг мумкин бўлган мувозанат ҳолатлари области — «ҳаракатсизлик соҳаси», 2) жисм тебранишларининг қулочлари; 3) тебранишлар сони; 4) ҳар бир тебранишга кетган вақт; 5) жисмнинг тебранишдан кейинги ҳолати.

Жавоб: 1) $-0,5 \text{ см} < x < 0,5 \text{ см}$; 2) 5,2 см, 3,6 см, 2 см, 0,4 см; 3) 4 та тебраниш; 4) $T = 0,141$ с; 5) $x = -0,2$ см.

32.60. Биқирлик коэффициенти c бўлган пружинага осилган m массади жисм, тезликнинг биринчи даражасига пропорционал ($R = \alpha v$) R қаршилик кучи таъсирида сўнувчи тебраниш ҳаракат қилади. Агар $n/k = 0,1$ ($k^2 = c/m$, $n = \alpha/2m$) нисбат берилган бўлса, сўнувчи тебранишларнинг даври T сўнувчи бўлмаган тебранишларнинг даври T_0 дан неча марта катта бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $T \approx 1,005 T_0$.

32.61. Олдинги масаланинг шартлари бўйича неча тўлиқ тебранишдан кейин тебраниш амплитудаси юз марта камайиши аниқлансин.

Жавоб: 7,5 тўлиқ тебранишдан кейин.

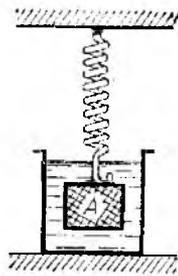
32.62. Кема модели ҳаракатига сувнинг кўрсатадиган қаршилигини аниқлаш учун M кема моделининг тумшуги ва думи иккита бир хилдаги A ва B пружиналарга боғланиб, жуда кичик тезлик билан илпиддаги сувда суздирилди. Пружиналарнинг тортилиш кучлари чўзиллишга пропорционалдир. Қузатиш натижалари шуни кўрсатдики, модель ҳар бир тебранишида, унинг мувозанат ҳолатидан оғиши махрайки 0,9 га тенг геометрик прогрессия ҳосил қилиб камаяди, ҳар тебраниш $T = 0,5$ с давом этади. Сувнинг қаршилигини тезликнинг биринчи даражасига пропорционал деб фараз қилиб, моделининг тезлиги 1 м/с бўлганда модель массасининг ҳар килограммига тўғри келган сув қаршилиги R аниқлансин.

Жавоб: $R = 0,42$ Н.

32.63. Олдинги масаланинг шартларига асосан бошланғич пайтда $\Delta l = 4$ см миқдорда A пружина чўзилган ва B пружина қисилган бўлиб, модель бошланғич тезликсиз қўйиб юборилганда модель ҳаракатининг тенгламаси топилинсин.

Жавоб: $x = e^{-0,21t} (1 \cos 6,28t + 0,134 \sin 6,28t)$ см.

32.64. Сууқўлиқнинг ёпишқоқлигини аниқлаш учун Кулон қўйидаги методни қўллаган: пружинага юкка A пластинка осиб уни аввал ҳавода, сўнгра ёпишқоқлиги аниқланиши керак бўлган сууқўликда тебранишга мажбур этиб, бир тебранишга ҳавода кетадиган T_1 ва сууқўликда кетадиган T_2 вақт оралиқларини аниқлаган. Пластинка билан сууқўлик орасидаги ишқаланиш кучи $2Skv$ формула билан ифодаланиши мумкин, бу ерда $2S$ — пластинканинг юзи, v — унинг тезлиги, k — ёпишқоқлик коэффициенти. Пластинканинг массаси m га тенг бўлса, пластинка билан ҳаво орасидаги ишқаланишни ҳисобга олмай, тажрибада топилган T_1 ва T_2 миқдорлардан фойдаланиб k коэффицент аниқлансин.



32.64- масалага

Жавоб: $k = \frac{\pi m}{ST_1T_2} \sqrt{T_2^2 - T_1^2}$.

32.65. Массаси 5 кг бўлган жисм бикирлик коэффициенти 2 кН/м га тенг пружинага осилган. Мухитнинг қаршилиги тезликка пропорционал. Тўрт марта тебранишдан кейин амплитуда 12 марта кичрайдди. Тебранишлар даври ва сўнишнинг логарифмик декременти аниқлансин.

Жавоб: $T = 0,316$ с, $\lambda = nT/2 = 0,3106$.

32.66. Олдинги масаланинг шартлари бўйича, юкни чўзилмаган пружинанинг учига илиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, жисмнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = e^{-1,97t} (-2,45 \cos 19,9t - 0,242 \sin 19,9t)$ см.

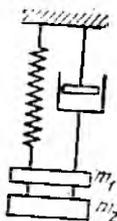
32.67. Пружинага осилган ва массаси 6 кг бўлган жисм қаршилик бўлмаганда $T = 0,4\pi$ с давр билан, тезликнинг биринчи даражасига пропорционал қаршилик бўлганда эса $T_1 = 0,5\pi$ с давр билан тебранади. Бошланғич пайтда пружина мувозанат ҳолатидан 4 см чўзилган ва кейин жисм ўз ҳолига қўйиб юборилган бўлса, қаршилик $R = -\alpha v$ ифодасидаги пропорционаллик коэффициенти α топилсин ва жисмнинг ҳаракат тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $\alpha = 36 \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}}$, $x = 5 e^{-3t} \sin(4t + \arctg \frac{4}{3})$ см.

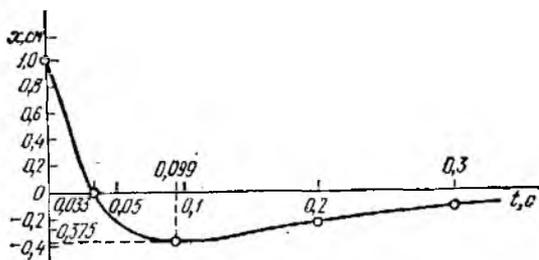
32.68. 4,9 Н куч билан 10 см га чўзиладиган пружинага осилган ва массаси 1,96 кг бўлган жисм ҳаракат вақтида тезлиқнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган қаршиликка учрайди ва бу қаршилик 1 м/с тезликда 1,96 Н га тенг. Бошланғич пайтда пружина мувозанат ҳолатидан 5 см чўзилади ва жисм бошланғич тезликсиз ҳаракатга қолади. Жисмнинг ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: $x = 5 e^{-5t} (5t + 1)$ см.

32.69. Бикирлик коэффициенти $c = 392$ Н/м бўлган пружинага осилган $m_1 = 2$ кг ва $m_2 = 3$ кг массали юклар статик мувозанат ҳолатда турибди. Мей демпфери тезлиқнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган, $R = -\alpha v$ га тенг қаршилик кучи ҳосил қилади,



32.69- масалага



32.72- масалага

бу ерда $\alpha = 98 \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}}$; m_2 юк олиб ташланди. m_1 юкнинг шундан кейинги ҳаракат тенгламаси топилин.

Жавоб: $x = (8,32 e^{-4,4t} - 0,82 e^{-44,6t})$ см.

32.70. Пружинанинг P оғирликдаги юк таъсирида статик чўзилиши f га тенг. Тебранувчи жисмга тезликка пропорционал бўлган муҳитнинг қаршилик кучи таъсир этади. Қаршилик коэффициенти α нинг ҳаракат процесси аперодик бўладиган энг кичик қиймати аниқлансин. Агар қаршилик коэффициенти топилган қийматидан кичик бўлиб қолса, сўғувчи тебранишларнинг даври топилин.

Жавоб: $\alpha = \frac{2P}{Vgf}$; $\alpha < \frac{2P}{Vgf}$ ҳолда ҳаракат даври $T = 2\pi$:

$:\sqrt{\frac{g}{f} - \frac{\alpha^2}{4m^2}}$ бўлган тебранишлардан иборат.

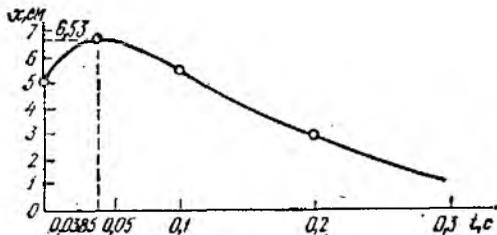
32.71. Массаси 100 г бўлган пружина учига осилган юк суяқликда ҳаракатланади. Пружинанинг бикирлик коэффициенти $c = 19,6 \text{ Н/м}$. Ҳаракатга бўлган қаршилик кучи юк тезлигининг биринчи даражасига пропорционал: $R = \alpha v$, бунда $\alpha = 3,5 \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}}$. Агар бошлангич пайтда юк мувозанат ҳолатидан $x_0 = 1$ см га силжитилиб, бошлангич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, юкнинг ҳаракат тенгламаси топилин.

Жавоб: $x = (1,32 e^{-7t} - 0,33 e^{-28t})$ см.

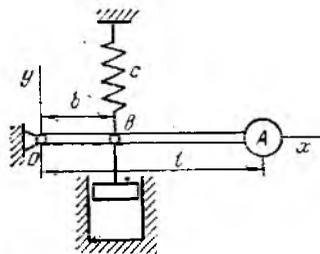
32.72. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб, бошлангич пайтда юк статик мувозанат ҳолатидан $x_0 = 1$ см масофага силжитилган ва унга бу силжишга қарама-қарши йўналишда 50 см/с га тенг бошлангич тезлик берилган бўлса, юкнинг ҳаракат тенгламаси топилин ва силжишнинг вақтга боғлиқ равишда ўзгариши графиги чизилсин.

Жавоб: $x = (-e^{-7t} + 2e^{-28t})$ см.

32.73. 32.71-масаланинг шартларига асосан, юк бошлангич пайтда мувозанат ҳолатидан $x_0 = 5$ см масофага силжитилиб, унга силжини йўналишида $v_0 = 100$ см/с бошлангич тезлик берилган. Юкнинг ҳаракат тенгламаси топилин ва силжишнинг вақтга боғлиқ равишда ўзгариши графиги чизилсин.



32.73-масалага



32.74- масалага

Жавоб: $x = (11,4 e^{-7t} - 6,4 e^{-28t})$ см.

32.74. Шарнир билан O нуқтага бириктирилган стержень учиди-ги огир A нуқта кичик тебранишларининг дифференциал тенгламаси тузилсин, шунингдек сўнувчи тебранишлар частотаси топилин. Муҳитнинг қаршилик кучи тезликнинг биринчи даражасига пропорционал, пропорционаллик коэффициентни α га тенг деб ҳисоблансин. A нуқта-нинг огирлиги P , пружинанинг бикирлик коэффициентни c , стержень узунлиги l , масофа $OB = b$. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин. Мувозанат вазиятида стержень горизонтал жойлашган. α коэффициент-нинг қандай қийматида ҳаракат апернодик бўлади?

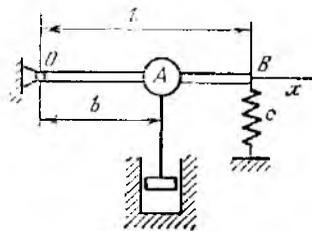
Жавоб: $\frac{P}{g} \ddot{y} + \alpha \frac{b^2}{l^2} \dot{y} + c \frac{b^2}{l^2} y = 0$, $k = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{cg}{P} - \left(\frac{\alpha bg}{2Pl}\right)^2}$

рад/с, $\alpha > \frac{2l}{b} \sqrt{\frac{cP}{g}}$.

32.75. Пружинага илинган 20 кг массали юкнинг тебранишларида 10 тўла тебранишдан сўнг мувозанат ҳолатидан зиг катта огишлар икки марта камайганлиги аниқлаingan. Юк 9 с ичида 10 марта тўлиқ тебраниган. Пропорционаллик коэффициентни α (тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган муҳитнинг қаршилик) қандай кат-талиққа эги ни бикирлик коэффициентни c нинг қиймати қанча?

Жавоб: $\alpha = 3,08 \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}}$, $c = 974,8 \text{ Н/м}$.

32.76. A нуқта кичик тебранишларининг дифференциал тенглама-си тузилсин ва сўнувчи тебранишлар частотаси топилин. A нуқ-танинг огирлиги P га тенг, пружинанинг бикирлик коэффициентни c , масофалар $OA = b$, $OB = l$. Муҳитнинг қаршилик кучи тезликнинг биринчи даражасига про-порционал, пропорционаллик коэффициентни α га тенг. O нуқтага шарнир восита-сида бириктирилган OB стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин. Мувозанат ҳолатида стержень горизонтал туради. α коэффициентнинг қандай қийматларида ҳаракат апернодик бўлади?



32.76- масалага

$$\text{Жавоб: } \frac{P}{g} \ddot{y} + \alpha \dot{y} + \frac{cl^2}{c^2} y = 0,$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{cl^2g}{Pb^2} - \frac{\alpha^2 g^2}{4P^2}} \text{ рад/с. } \alpha \geq \frac{2l}{b} \sqrt{\frac{cP}{g}}.$$

32.77. Массаси 5 кг бўлган жисм биқирлиги 20 Н/м га тенг пружинанинг учига илинган ва спйшқоқ муҳитга жойлаштирилган. Шу ҳолда унинг тебранишлари даври 10 с. Демпферлаш донмийси, тебранишларининг логарифмик декрментни ва эркин тебранишлар даври топилсин.

$$\text{Жавоб: } \alpha = 19 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}, \lambda = nT/2 = 9,5; T = 3,14 \text{ с.}$$

в) Ма жбурий тебранишлар

32.78. Массаси m бўлган нуқтанинг $Q = -cx$ тикловчи куч ва F_0 доимий куч таъсиридаги тўғри чизиқли ҳаракатининг тенгламаси топилсин. Бошланғич пайтда $t = 0$, $x_0 = 0$ ва $\dot{x}_0 = 0$. Шунингдек, тебраниш даври ҳам топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{F_0}{c} (1 - \cos kt), \text{ бунда } k = \sqrt{\frac{c}{m}}, T = 2\pi/k.$$

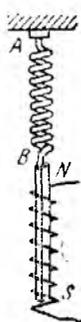
32.79. Массаси m га тенг нуқтанинг $Q = -cx$ тикловчи куч ва $F = at$ куч таъсиридаги тўғри чизиқли ҳаракатининг тенгламаси аниқлансин. Бошланғич пайтда нуқта статик мувозанат ҳолатда турган ва тезлиги нолга тенг бўлган.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{\alpha}{mk^2} (kt - \sin kt), \text{ бунда } k = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

32.80. $Q = -cx$ тикловчи куч ва $F = F_0 e^{-at}$ куч таъсир этаётган m массали нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракатининг, бошланғич пайтда нуқта ўзининг мувозанат ҳолатида тивч турган деб топинг.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{F_0}{m(k^2 + a^2)} \left(e^{-at} - \cos kt + \frac{a}{k} \sin kt \right); \text{ бунда}$$

$$k = \sqrt{c/m}.$$



32.81. ма-
салага

32.81. Биқирлик коэффициентни $c = 19,6$ Н/м бўлган пружинага 100 г массали магнит стержени осилган. Магнитнинг пастки учи $i = 20 \sin 8\pi t$ А ўзгарувчан ток ўтиб турадиган ғалтақдан ўтади. Ток, стержени соленоидга тортган ҳолда $t = 0$ пайтдан бошлаб ўта бошлайди; шу пайтга қадар магнит стержени пружинада қўзғалмай осилиб турган. Магнит билан ғалтақ орасидаги ўзаро таъсир кучи $F = 0,016\pi i$ Н тенглик билан аниқланади. Магнитнинг мажбурий тебранишлари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = -2,3 \sin 8\pi t \text{ см.}$$

32.82. Олдинги масаланинг шартларига асосан, магнит стержени чўзилмаган пружинанинг учига илиниб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган деб, унинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = (-5 \cos 14t + 4,13 \sin 14t - 2,3 \sin 8\pi t)$ см.

32.83. 32.81-масаланинг шартлари асосида, статик мувозанат ҳолатида турувчи магнит стерженига $v_0 = 5$ см/с бошланғич тезлик берилса, унинг ҳаракат тенгламаси қандай ифодаланиши топилсин.

Жавоб: $x = (4,486 \sin 14t - 2,3 \sin 8\pi t)$ см.

32.84. M тош AB пружинага осилган; бунда пружинанинг юқори учи a амплитуда ва n частота билан вертикал тўғри қизиқ бўйлаб гармоник теbranма ҳаракат қилади: $O_1C = a \sin nt$ см. Қуйидагилар берилган: тошнинг массаси 400 г, пружина 32,2 Н куч таъсиридан 1 м га чўзилади, $a = 2$ см, $n = 7$ рад/с. M тошнинг мажбурий теbranишлари аниқлансин.

Жавоб: $x = 4 \sin 7t$ см.

32.85. AB пружинага осилган M тошнинг (32.84-масалага қаранг) ҳаракати аниқлансин. Пружинанинг юқориги A учи a амплитуда ва k дсиравий частота билан вертикал бўйлаб гармоник теbranма ҳаракат қилади. Пружинанинг тош оғирлиги таъсиринда статик чўзилиши δ га тенг. Бошланғич пайтда A нуқта ўзининг ўрта ҳолатида, M тош эса тинч туради; тошнинг бошланғич ҳолатини координата боши деб олиб, Ox ўқ пастига йўналтирилсин.

Жавоб: $k \geq \sqrt{\frac{g}{\delta}}$ бўлганда:

$$x = \frac{ag}{k^2\delta - g} \left[k \sqrt{\frac{\delta}{g}} \sin \sqrt{\frac{g}{\delta}} t - \sin kt \right];$$

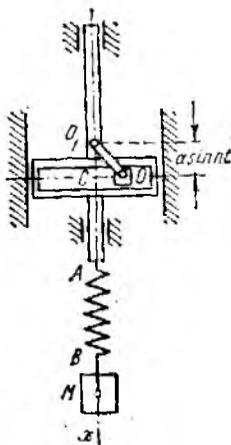
$k = \sqrt{g/\delta}$ бўлганда:

$$x = \frac{a}{2} \left[\sin \sqrt{\frac{g}{\delta}} t - \sqrt{\frac{g}{\delta}} t \cos kt \right].$$

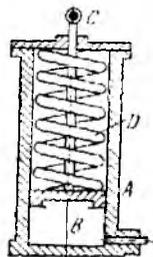
32.86. Юк ортилган товар вағони рессораларининг статик эгилиши $\Delta l_{ст} = 5$ см. Рельслар уланган жойларда вагон рессораларига, уларни мажбурий теbranишга келтирувчи турткилар тегса, вагон «аўкиллаб» бошлайдиган ҳаракатининг критик тезлиги аниқлансин; рельсларининг узунлиги $L = 12$ м.

Жавоб: $v = 96$ км/соат.

32.87. Машинанинг индикатори A цилиндр ва унинг ичида D пружинага тиралиб юрадиган B поршендан иборат; поршенга BC стержень уланиб, унга ёзғич C штифт бириктирилган. Паскалда ифодаланган бугининг босими $p = 10^5 \left(4 + 3 \sin \frac{2\pi}{T} t \right)$ (формула (бунда T — вагининг бир марта айланиб чиқиш вақти) билан ўзгаради ва вал минутига 180 марта айлалади деб олиб, C штифтнинг мажбурий



32.84- масалага



32.87- масалага

тебранишлари амплитудаси қуйидаги берилганларга асосан аниқлансин: индикатор поршени юзаси $\sigma = 4 \text{ см}^2$, индикатор ҳаракатланувчи қисмининг массаси 1 кг , пружина $29,4 \text{ Н}$ куч билан 1 см га қисилади.

Жавоб: $a = 4,64 \text{ см}$.

32.88. Агар система бошланғич пайтда статик мувозанат ҳолатида тинч турган бўлса, олдинги масаланинг шартларига асосан S штифтнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = (-1,61 \sin 54,22t + 4,64 \sin 6\pi t) \text{ см}$.

32.89. Массаси $m = 200 \text{ г}$ бўлган юк, $9,8 \text{ Н/см}$ бикирлик коэффициентли пружинага илинган бўлиб, $S = H \sin pt$ куч таъсирида туради, бунда $H = 20 \text{ Н}$, $p = 50 \text{ рад/с}$. Бошланғич пайтда $x_0 = 2 \text{ см}$, $v_0 = 10 \text{ см/с}$. Координата боши юкнинг статик мувозанат ҳолатида танланган. Юкнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = (2 \cos 70t - 2,83 \sin 70t + 4,17 \sin 50t) \text{ см}$.

32.90. Олдинги масаланинг шартларида уйғотувчи кучнинг частотаси $p = 70 \text{ рад/с}$ қийматга ўзгарди деб, юкнинг ҳаракат тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $x = (2 \cos 70t + 1,16 \sin 70t - 71,4 \cos 70t) \text{ см}$.

32.91. Массаси $24,5 \text{ кг}$ бўлган юк бикирлик коэффициенти 392 Н/м бўлган пружинада осилиб турибди. Юкка $F(t) = 156,8 \sin 4t \text{ Н}$ куч таъсир эта бошлайди. Юкнинг ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: $x = (0,2 \sin 4t - 0,8t \cos 4t) \text{ м}$.

32.92. Массаси $24,5 \text{ кг}$ бўлган юк 392 Н/м бикирликдаги пружинада осилиб турибди. Агар юкка $F = 39,2 \cos 6t \text{ Н}$ куч таъсир эта бошлаган бўлса, юкнинг ҳаракат тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $x = 16 \sin t \sin 5t \text{ см}$. Тебранишлар «тепиш» характерига эга бўлади.

32.93. Пружинага илинган юк шундай тебранадики, унинг ҳаракати дифференциал тенгламаси

$$m \ddot{x} + cx = 5 \cos \omega t + 2 \cos 3\omega t$$

кўринишида ёзилади. Бошланғич пайтда юкнинг силжиши ва тезлиги нолга тенг бўлса, юкнинг ҳаракат қонуни топилсин, шунингдек, ω нинг қандай қийматларида резонанс бошланиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{47m\omega^2 - 7c}{(c - m\omega^2)(c - 9m\omega^2)} \cos \sqrt{\frac{c}{m}} t + \frac{5}{c - m\omega^2} \times \\ \times \cos \omega t + \frac{2}{c - 9m\omega^2} \cos 3\omega t.$$

Резонанс қуйидаги икки ҳолда бошланади:

$$\omega_{1\text{кр}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{c}{m}} \text{ ва } \omega_{2\text{кр}} = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

г) Қаршиликнинг мажбурий тебраиш-
ларга таъсири

32.94. Бикирлик коэффициенти $c = 19,6$ Н/м бўлган пружинага, соленоид орқали ўтувчи 50 г массали магнит стержени ва магнит қутблари орасидан ўтувчи 50 г массали мис пластинка осилган. Соленоиддаги $i = 20 \sin 8\pi t$ А ток ўтади ва магнит стержени билан 0,016 лн Н миқдордаги ўзаро таъсир кучи ҳосил қилади. Уюрма тоқлар туфайли ҳосил бўлган мис пластинкани тормозловчи куч $k\omega D^2$ га тенг, бунда $k = 0,001$, $\Phi = 10\sqrt{5}$ Вб ва v — пластинканинг м/с да ифодаланган тезлиги. Пластинканинг мажбурий тебраишлари аниқлансин.

Жавоб: $x = 0,022 \sin(8\pi t - 0,91\pi)$ м.

32.95. Олдинги масаланинг шартларига асосан, чўвилмай турган пружинага магнит стержени ва мис пластинкани илб, уларга пастга томон йўналган $v_0 = 5$ см/с тезлик берилган бўлса, мис пластинканинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = e^{-2,5t} (-4,39 \cos 13,77t + 3,42 \sin 13,77t) + 2,2 \sin(8\pi t - 0,91\pi)$ см.

32.96. Массаси $m = 2$ кг бўлган моддий нуқта бикирлик коэффициенти 4 кН/м бўлган пружинага осилган. Нуқтага $S = 120 \times \sin(\pi t + \delta)$ Н уйғотувчи куч ва тезликининг биринчи даражасига пропорционал бўлган, $R = 0,5\sqrt{m\dot{c}}$ v Н га тенг ҳаракатга қаршилик кучи таъсир қилади. Мажбурий тебраиш амплитудасининг энг катта A_{max} қиймати нимага тенг? Қандай p частотада мажбурий тебраиш амплитудаси энг катта қийматни олади?

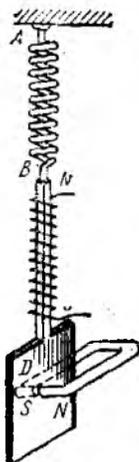
Жавоб: $A_{max} = 0,2$ см, $p = 41,83$ рад/с.

32.97. Олдинги масаланинг шартларига асосан, бошланғич пайтда нуқта ҳолати ви тезлиги: $x_0 = 2$ см, $v_0 = 3$ см/с га тенг бўлганда, унинг ҳаракат тенгламаси топилсин. Уйғотувчи куч частотаси $p = 30$ рад/с, бошланғич фази $\delta = 0$. Координата боши қилиб юкнинг статик мувозанат ҳолати танланган.

Жавоб: $x = e^{-11,18t} (4,422 \cos 43,3t - 1,547 \sin 43,3t) + 4,66 \sin(30t - 0,174\pi)$ см.

32.98. Массаси 3 кг бўлган моддий нуқта бикирлик коэффициенти $c = 117,6$ Н/м бўлган пружинага осилган. Нуқтага $F = H \sin(6,26t + \beta)$ Н уйғотувчи куч ва муҳитнинг ёпишқоқ қаршилик кучи $R = -\alpha v$ ($R - H$ ҳисобида) таъсир қилади. Температуранинг ўзгариши туфайли муҳитнинг ёпишқоқлиги (α коэффициент) уч марта кўпайса, нуқта мажбурий тебраишларининг амплитудаси қандай ўзгаради?

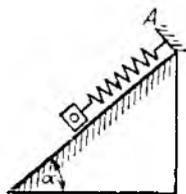
Жавоб: Мажбурий тебраишлар амплитудаси уч марта камаяди.



32.94 ва
32.95-ма-
салага

32.99. Пружина всситасида қўзғалмас A нуқтага бириктирилган массаси 2 кг га тенг юк горизонт билан α бурчак ҳосил қилувчи силлиқ қия текислик устида $S = 180 \sin 10t$ Н уйғотувчи куч ва тезликка пропорционал $R = -29,4v$ (R —Н ҳисобида) қаршилик кучи таъсирида ҳаракат қилади. Пружинанинг биқирлик коэффициентини $c = 5$ кН/м. Бошланғич пайтда жисм статик мувозанат ҳолатида тинч турган. Жисмнинг ҳаракат тенгламаси, эркин ва мажбурий тебранишларининг даврлари T ва T_1 , мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи кучининг фаза силжиши топилсин.

Жавоб: $x = e^{-7,35t} (0,228 \cos 49,46t - 0,72 \times \sin 49,46t) + 3,74 \sin (10t - 3^\circ 30')$ см, $T = 0,127$ с, $T_1 = 0,628$ с, $\epsilon = 3^\circ 30'$.



32.100. Биқирлик коэффициентини $c = 4$ кН/м бўлган пружинага бириктирилган $0,4$ кг массали жисмга $S = 40 \sin 50t$ Н куч ва $R = -\alpha v$ муҳитнинг қаршилик кучи таъсир этади. Бунда $\alpha = 25$ Н·с/м, v — жисмнинг тезлиги (v — м/с ҳисобида). Бошланғич пайтда жисм статик мувозанат ҳолатида тинч туради. Жисмнинг ҳаракат қонуни топилсин ҳамда уйғотувчи кучнинг мажбурий тебранишлари амплитудаси максимал бўладиган частотаси аниқлансин.

Жавоб: 1) $x = 0,647 e^{-31,25t} \sin (95t - 46^\circ 55') + 1,23 \sin (50t - 22^\circ 36')$ см;

2) Мажбурий тебранишлар амплитудасининг максимал қиймати $p = 89,7$ рад/с бўлганда олинади ва $1,684$ см га тенг.

32.101. Массаси M кг, биқирлик коэффициентини c Н/м бўлган пружинага бириктирилган жисмга $S = H \sin pt$ Н уйғотувчи куч ва $R = -\alpha v$ (R — Н ҳисобида) қаршилик кучи таъсир этади, бунда v — жисмнинг тезлиги. Бошланғич пайтда жисм статик мувозанат ҳолатида бўлиб, бошланғич тезликка эга эмас. Агар $c > \alpha^2/(4M)$ бўлса, жисмнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = \frac{hpe^{-nt}}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2} \left(2ncos \sqrt{k^2 - n^2} t + \frac{2n^2 + p^2 - k^2}{\sqrt{k^2 - n^2}} \sin \sqrt{k^2 - n^2} t + \frac{h}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2} \cdot [(k^2 - p^2) \sin pt - 2np \cos pt] \right)$, бу ерда $h = \frac{H}{M}$, $k^2 = c/M$, $n = \alpha/(2M)$.

32.102. Биқирлик коэффициентини $c = 17,64 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$ бўлган пружинага осилган 6 кг массали юкка $P_0 \sin pt$ уйғотувчи куч таъсир қилади. Сууюқликнинг қаршилиги тезликка пропорционал. Мажбурий тебранишлар амплитудасининг максимал қиймати статик чўзилишнинг уч бараварига тенг бўлиши учун ёпишқоқ сууюқликнинг қаршилик коэффициентини α қандай бўлиши керак? Носозлик коэффициентини (мажбурий тебранишлар доиравий частотасининг эркин тебранишлар доиравий частотасига нисбати) нимага тенг? Мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи кучнинг фаза силжиши топилсин.

Жавоб: $\alpha = 110$ Н. с/м, $z = 0,97$, $\varepsilon = 80^\circ 7'$.

32.103. Бикирлик коэффициентини $c = 5$ кН/м бўлган пружинага ёриктирилган, $0,1$ кг массали жисмга $S = H \sin pt$ куч ва $R = \beta v$ қаршилик кучи таъсир этади: бунда $H = 100$ Н, $p = 100$ рад/с, $\beta = 50$ Нс/м. Мажбурий тебранишлар тенгдмаси ёзилсин ва мажбурий тебранишлар амплитудаси максимал қийматга эришадиган p частота миқдори аниқлансин.

Жавоб: $x_2 = 0,98 \sin 100t - 1,22 \cos 100t$ см; амплитуданинг максимал қиймати $n > k/\sqrt{2}$ бўлгани учун мажбур эмас.

32.104. Олдинги масаланинг шартлари бўйича мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи кучнинг фаза силжиши аниқлансин.

Жавоб: $\varepsilon = \arctg 1,25 = 51^\circ 20'$.

32.105. Бикирлик коэффициентини $c = 19,6$ Н/м бўлган пружинага $0,2$ кг массали юк осилган. Юкка $S = 0,20 \sin 14t$ Н уйғотувчи куч ва $R = 49v$ Н қаршилик кучи таъсир этади. Мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи кучнинг фазалари силжиши аниқлансин.

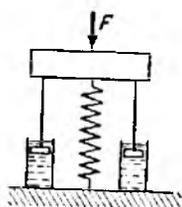
Жавоб: $\varepsilon = 91^\circ 38'$.

32.106. Олдинги масаланинг шартларига асосан, мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи куч фазалар силжиши $\pi/2$ га тенг бўлиши учун серилган пружинани алмаштирувчи янги пружинанинг c_1 бикирлик коэффициентини аниқлансин.

Жавоб: $c_1 = 39,2$ Н/м.

32.107. m массали жисмга $F = F_0 \sin(pt + \delta)$ уйғотувчи кучнинг таъсирини камайтириш учун суюқлик демпферли пружинали амортизатор ўрнатилади. Пружинанинг бикирлик коэффициентини c га тенг. Қаршилик кучини тезлиkning биринчи даражасига пропорционал ($F_{\text{қирш}} = \alpha v$) деб ҳисоблаб, барқарор тебранишларда яхлит системанинг фундаментга бўлган максимал динамик босими топилинсин.

Жавоб: $N = F_0 \sqrt{\frac{k^2 + 4n^2 p^2}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}}$, бунда $k^2 = c/m$, $n = \alpha (2m)$.

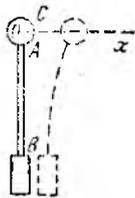


32.107- масалага

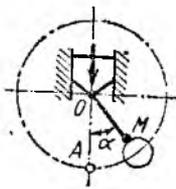
33-§. Нисбий ҳаракат

33.1. АВ вертикал эластик стерженнинг А учига массаси $2,5$ кг бўлган С юк маҳкамланган. С юк мувозанат ҳолатидан чиқарилаётганда, ўзининг мувозанат ҳолатигача бўлган масофага пропорционал куч таъсирида гармоник тебраниш ҳаракат қилади. АВ стержень шундайки, унинг А учини 1 см оғдириш учун 1 Н куч қўйиш керак. Стерженнинг маҳкамданга В нуқтаси горизонтал тўғри чиқиб бўйлаб амплитудаси 1 мм ва даври $1,1$ с бўлган гармоник тебраниш ҳаракат қилганда С юкнинг мажбурий тебранишлар амплитудаси қанча бўлиши топилсин.

Жавоб: $5,42$ мм.



33.1 - масалага



33.3 - масалага

33.2. Ҳаракат қилган математик маятникнинг осилган нуқтаси вертикал бўйлаб текис тезланиш билан ҳаракат қилади. Қуйидаги икки ҳолда маятникнинг кичик тебранишлари даври T аниқлансин: 1) осилган нуқтанинг тезланиши юқорига йўналган ва бирор p миқдорга эга; 2) бу тезланиш пастро йўналган ва унинг миқдори $p < g$.

Жавоб: 1) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{p+g}}$; 2) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-p}}$.

33.3. Ҳаракат қилган математик маятник бошланғич пайтда O_1 мувозанат ҳолатидан α бурчакка оғдирилган ва тезлиги нолга тенг бўлган; тебраниш осилган нуқтанинг шу пайтдаги тезлиги ҳам нолга тенг; бироқ, бирор пайтда бу нуқта $p \geq g$ доимий тезланиш билан пастро тушади. M нуқтанинг O нуқта атрофида нисбий ҳаракат қилиб чизадиган айлана эйнининг узунлиги s аниқлансин.

Жавоб: 1) $p = g$ ҳолда $s = 0$;
2) $p > g$ ҳолда $s = 2l(\pi - \alpha)$.

33.4. Меридиан бўйлаб ётқизилган рельсда темир йўл поёзи жанубдан шимога қараб 15 м/с тезлик билан бормоқда. Поёзнинг массаси 2000 т.

1) поёз шу пайтда 60° шимолий кенгликни кесиб ўтаётган бўлса, поёзнинг рельсга ён томондан туширадиган босим кучи аниқлансин. 2) агар поёз худди шу ерда шимолдан жанубга қараб кетаётган бўлса, унинг рельсга ён томондан туширадиган босим кучи аниқлансин.

Жавоб: 1) ўнг томондаги шарқий рельсга $3778,7$ Н;
2) ўнг томондаги ғарбий рельсга $3778,7$ Н.

33.5. Шимолий ярим шарда моддий нуқта 500 м балангликдан ерга эркин тушмоқда. Ернинг ўз ўқи атрофидаги айланнишни ҳисобга олиб ва ҳаво қаршилигини ҳисобга олмай, нуқтанинг тушиш вақтида шарққа қанча оғиши аниқлансин. Шу жойнинг географик кенглиги 60° га тенг.

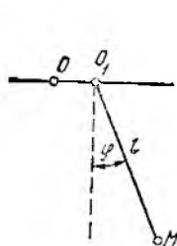
Жавоб: 12 см га.

33.6. Горизонтал тўғри чизиқли йўлда ҳаракатланувчи вагондаги маятник кичик гармоник тебраниш ҳаракат қилади, бунда унинг ўртача ҳолати вертикалдан 6° бурчакка оғишича қолади.

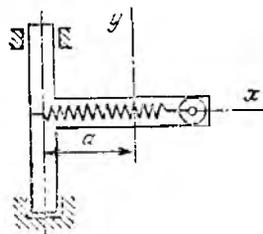
1) Вагоннинг ω тезланиши аниқлансин. 2) Маятникнинг вагон ҳаракат қилмай турган пайтдаги T ва берилган ҳолдаги T_1 тебраниш давларининг айирмаси топилинсин.

Жавоб: 1) $\omega = 1,03$ м/с², 2) $T - T_1 = 0,0028 T$.

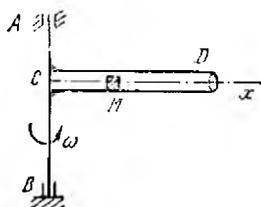
33.7. Ҳаракат қилган математик маятник осилган O_1 нуқта қўзғалмас O нуқта атрофида тўғри чизиқли горизонтал гармоник тебраниш ҳаракат қилади: $O O_1 = a \sin pt$.



33.7- масалага



33.9- масалага



33.10- масалага

Вақт нолга тенг бўлган пайтда $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = 0$ деб ҳисоблаб, унинг кичик тебранма ҳаракати аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \varphi = \frac{ap^2}{l(k^2 - p^2)} \left(\sin pt - \frac{p}{k} \sin kt \right), \quad k = \sqrt{g/l}.$$

33.8. λ кенгликда турган нуқта, ғарбий йўналишда горизонтга нисбатан α бурчак остида v_0 бошланғич тезлик билан отилган. Нуқтанинг учини вақти ва учини узоқлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g - 2\omega v_0 \cos \lambda \cos \alpha} \approx \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \left(1 - \frac{2\omega v_0 \cos \lambda \cos \alpha}{g} \right)$$

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} + \frac{v_0^2 \omega \cos \lambda \sin \alpha (16 \sin^2 \alpha - 12)}{3g^2},$$

бу ерда ω — Ер айланишининг бурчак тезлиги.

33.9. Бикирик коэффициентини c бўлган горизонтал ярушга учига бириктирилган m массали шарча трубка ичида вертикал ўқдан a масофада мувозанатда турибди. Ўқ билан тўғри бурчак ҳосил қилувчи трубка шу вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланган бўлса, шарчанинг ишбий ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: Учи шарчанинг мувозанат ҳолатига мос келадиган координата системасида:

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} > \omega$$

$$\text{бўлганда } x = 2 \frac{\omega^2 a}{k^2 - \omega^2} \sin^2 \frac{\sqrt{k^2 - \omega^2}}{2} t;$$

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} < \omega$$

$$\text{бўлганда } x = \frac{\omega^2 a}{\omega^2 - k^2} (ct \sqrt{\omega^2 - k^2} - 1).$$

33.10. Горизонтал CD трубка вертикал AB ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Трубка ичида M жисм бор. Бошланғич пайтда $x = x_0$, $v_0 = 0$ бўлса, жисмнинг трубкадан отилиб чиқини пайтда унга нисбатан v тезлиги аниқлансин; трубка узунлиги L га тенг. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } v = \sqrt{L^2 - x_0^2} \omega.$$

33.11. Олдинги масаланинг шартлари бўйича жисмнинг трубка ичида ҳаракатланиш вақти аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{1}{\omega} \ln \frac{L+1}{x_0} \frac{L^2 - x_0^2}{L^2}.$$

33.12. Трубка билан жисм орасидаги сирғашиб ишқаланиш коэффициентини f га тенг деб, 33.10- масаланинг шартларига асосан, жисмнинг трубка ичидаги ҳаракати дифференциал тенгламаси тузилсин.

$$\text{Жавоб: } \ddot{x} = \omega^2 x \pm f \sqrt{g^2 + 4\omega^2 x^2};$$

юқори иншога $x < 0$, қуйидагисига $x > 0$ мос келади.

33.13. Ҳалқа силлиқ AB стержень бўйлаб ҳаракатланади; стержень горизонтал текисликда. A учидан ўтувчи вертикал ўқ атрофида секундида бир марта айланиб, текис айланма ҳаракат қилади; стержень узунлиги 1 м; $t = 0$ пайтда ҳалқа A учдан 60 см нарида турган ва тезлиги нолга тенг бўлган. Ҳалқа стержендан чиқиб кетадиган t_1 пайт аниқлансин.

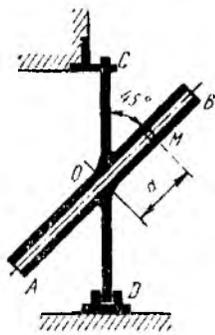
$$\text{Жавоб: } t_1 = \frac{1}{2\pi} \ln 3 = 0,175 \text{ с.}$$

33.14. AB трубка вертикал CD ўқ билан ўзгармас 45° бурчак ҳосил қилиб, унинг атрофида ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Трубка ичида оғир M шарча туради. Агар шарчанинг бошланғич тезлиги нолга тенг ва у билан O нуқтанинг бошланғич оралиги a га тенг бўлса, шарчанинг ҳаракати аниқлансин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } OM = \frac{1}{2} \left(a - \frac{2g}{\omega^2} \right) \left(e^{0,5\sqrt{2}\omega t} + e^{-0,5\sqrt{2}\omega t} \right) + \frac{\sqrt{2}g}{\omega^2}.$$

33.15. Ер ўз ўқи атрофида айланиши натижасида оғирлик кучи тезланишининг жой кенглиги φ га қараб қай тариқа ўзгариши аниқлансин. Ер радиуси $R = 6370$ км.

Жавоб: агар ω^4 кичик бўлгани учун, у қатнашган хад ҳисобга олинмаса, $g_1 = g \left(1 - \frac{\omega^2 R \cos^2 \varphi}{g} \right)$ ёки $g_1 = 9,81 \left(1 - \frac{\cos^2 \varphi}{289} \right)$ бўлади, бу ерда g — оғирлик кучининг қутбдаги тезланиши, φ — жойнинг географик кенглиги.



33.14- масалага

33.16. Экваторда Ер сиртидаги оғир нуқта, оғирлиги бўлмаслиги учун, Ернинг ўз ўқи атрофида айланиш бурчак тезлигини неча марта кўпайтириш керак? Ернинг радиуси $R = 6370$ км.

Жавоб: 17 марта.

33.17. Артиллерия снаряди ётиқ траектория (яъни тахминан горизонтал тўғри чизиқ деб ҳисоблаш мумкин бўлган траектория) бўйлаб ҳаракат қилади. Ҳаракат вақтида снаряднинг горизонтал тезлиги $v_0 = 900$ м/с. Снаряд ўзининг отилган жойидан 18 км наридаги мўлжалга тегishi керак. Ҳавонинг қарийиқлигини ҳисобга олмай, Ер-

нинг айланishi натижасида снаряднинг мўлжалдан қанча оғиши аниқлансин. Снаряд $\lambda = 30^\circ$ шимолий кенгликда отилган.

Жавоб: снаряд қай томонга қараб отилмасин, у ўнг томонга (агар унга юқоридан тезликка тик ҳолда қаралса)

$$s = \omega v_0 t^2 \sin \lambda = 22,7 \text{ м}$$

масофага оғадн.

33.18. Узун ипга осилган маятник шимол—жануб текислигида кичик бошлағич тезлик олган. Маятникнинг оғишини ипнинг узунлигига нисбатаи кичик деб ҳисоблаб ва Ернинг ўз ўқи атрофида айланishiни ҳисобга олиб, маятникнинг тебраниш текислиги фарб—шарқ текислигига тўғри келганига қадар қанча вақт ўтиши топилсин. Маятник 60° ли шимолий кенгликда ўрнатилган.

Жавоб: $T = 13,86(0,5 + k)$ соат, бу ерда $k = 0, 1, 2, \dots$

33.19. Оғир нуқта вертикал сим ҳалқа бўйлаб ишқаланмасдан ҳаракатланиши мумкин; ҳалқа эса ўзининг вертикал диаметри атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Ҳалқанинг радиуси R га тенг. Нуқтанинг мувозанат ҳолати топилсин ва нуқта мувозанат ҳолатида уринма бўйлаб юқорига йўналган кичик v_0 тезлик олса, қандай ҳаракатланиши аниқлансин.

Жавоб: Мувозанат ҳолати нуқтанинг айланадаги қуйи ҳолатидан ҳисобланадиган. $\varphi_0 = \arccos \frac{k}{\omega^2 R}$ бурчакка мос келади. Кичик v_0

тезлик олган нуқта $\varphi = \frac{v_0}{Rk} \sin kt$ тенгламага мувофиқ мувоза-

нат ҳолати атрофида кичик тебранишлар қилади, бу ерда $k =$

$$= \frac{\sqrt{\omega^2 R^2 - k^2}}{\omega R}$$

33.20. Вертикал тебранишларининг доиравий частотаси 10 рад/с бўлган пружинили вибродатчик, поезднинг вертикал тезланишини ўлчаш учун ишлатилади. Асбоб таянчи поезд вагонларининг бири бўлиб, вагон корпуси билан яхлит ҳисобланади. Асбобнинг таянчига биқирлик коэффициенти $c = 17,64$ кН/м бўлган пружина боғланган. Пружинага $m = 1,75$ кг массали юк бириктирилган. Вибродатчик юкнинг нисбий ҳаракати амплитудаси, асбобнинг ёзишига кўра, 0,125 см га тенг. Поезднинг вертикал бўйича максимал тезланиши топилсин. Поезд вибранишнинг амплитудаси қанча?

Жавоб: Поезднинг вертикал бўйича максимал тезланиши $\omega_{max} = 12,37$ см/с² га тенг. Поезднинг вертикал тебранишлари амплитудаси $a = 12,37$ см га тенг.

33.21. Машина қисмларидан бирининг вертикал тебранишларини ашқлаш учун виброметр ишлатилади. Асбобнинг ҳаракатланувчи системасида демпфер йўқ. Виброметр датчиги (массив юк) нинг нисбий силжииши 0,005 см га тенг. Виброметрининг хусусий тебранишлари частотаси 6 Гц, машинанинг вибрацияланаётган қисми частотаси 2 Гц га тенг. Машинанинг вибрацияланаётган қисми тебранишлари амплитудаси, максимал тезлиги ва максимал тезланиши нимага тенг?

Жавоб: Тебраишлар амплитудаси $a = 0,04$ см, максимал тезлиги $v_{\max} = 0,5$ см/с ва максимал тезланиши $\omega_{\max} = 6,316$ см/с² бўлади.

33.22. Массаси $m = 1,75$ кг бўлган юк қоробка ичидаги бикирлик коэффициентини $c = 0,88$ кН/м бўлган вертикал пружинага осиб қўйилган. Қоробка вертикал йўналишда вибрацияланаётган столга ўрилатилган. Столнинг тебраишлар тенгламаси $x = 0,225 \sin 3t$ см. Юк тебраишларининг абсолют амплитудаси топилсин.

Жавоб: $x = 0,2254$ см.

Х Б О Б

МОДДИЙ СИСТЕМА ДИНАМИКАСИ

34-§. Массалар геометрияси: моддий система массалар маркази, қаттиқ jismlарнинг инерция моментлари

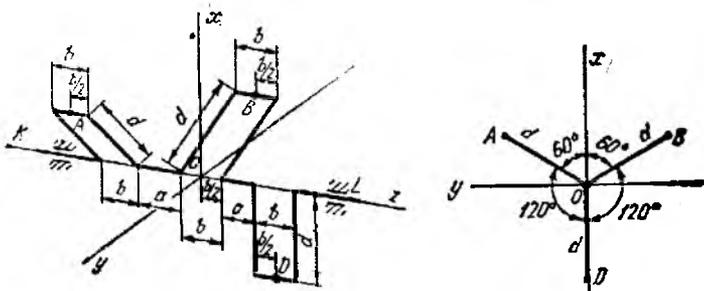
34.1. Уч цилиндрли двигателнинг расмда тасвирланган тирсакли ваки бир-бирига нисбатан 120° билан жойлашган учта тирсакдан иборат. Тирсаклар массаларини A, B ва D нуқталарда тўпланган ҳисоблаб ҳамда $m_A = m_B = m_D = m$ деб, валнинг бошқа қисмлари массаларини ҳисобга олмай, тирсакли вал массалар марказининг ҳолати аниқлансин. Масофалар расмда кўрсатилган.

Жавоб: массалар маркази O координаталар боши билан устма-уст тушган.

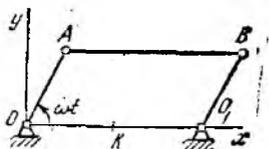
34.2. $OLBO_1$ шарнирли параллелограмм массалар марказининг ҳаракати тенгламаси, шунингдек, OA кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланганида параллелограмм массалар марказининг траекторияси топилсин. Параллелограмм звенолари бир жинсли стерженлар бўлиб, $OA = O_1B = AB/2 = a$.

Жавоб: $x_C = a + \frac{3}{4} a \cos \omega t$, $y_C = \frac{3}{4} a \sin \omega t$; траектория тенгламаси: $(x_C - a)^2 + y_C^2 = \left(\frac{3}{4} a\right)^2$ — радиуси $\frac{3}{4} a$, маркази $(a, 0)$ координатали K нуқтада бўлган айлана.

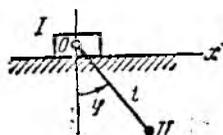
34.3. Массаси M_1 бўлган I ползунга ингичка енгил ип билан M_2 массали II юк боғланган. Юкнинг $\varphi = \varphi_0 \sin \omega t$ қонувга асосан тебра-



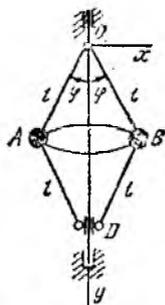
34.1-масалага



34.2- масалага



34.3- масалага



34.4- масалага

нишида ползун қўзғалмас силлиқ горизонтал сирт устида сирпанади. Бошланғич ($t = 0$) пайтда ползун x ўқининг боши — O нуқтада бўлган деб, ползуниинг $x_1 = f(t)$ ҳаракат тенгламаси топилсин. Ичининг узунлиги l га тенг.

Жавоб: $x_1 = -\frac{M_2}{M_1 + M_2} l \sin(\varphi_0 \sin \omega t)$.

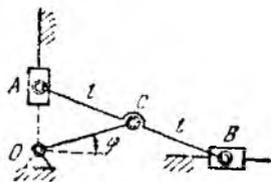
34.4. Расмда тасвирланган марказдан қочма регулятор, ҳар бири M_1 массали A ва B шарлар, массаси M_2 га тенг D муфтдан иборат бўлса, регулятор массалар марказининг ҳолати аниқлансин. A ва B шарлар нуқтавий массалар деб ҳисоблансин. Стерженлар массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $x_C = 0, y_C = 2 \frac{M_1 + M_2}{2M_1 + M_2} l \cos \varphi$.

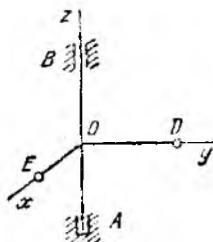
34.5. Ҳар қайсисининг массаси M_1 бўлган A ва B муфтлар, M_2 массали OC кривошип ҳамда массаси $2M_2$ бўлган AB линейкадан иборат эллипсограф механизми массалар марказининг траекторияси аниқлансин; берилган: $OC = AC = CB = l$. Линейка ва кривошипни бир жиқсли стерженлар, муфтларни эса моддий нуқталар деб ҳисоблансин.

Жавоб: Маркази O нуқтада ва радиуси $\frac{4M_1 + 5M_2}{2M_1 + 3M_2} \cdot \frac{l}{2}$ га тенг айлана.

34.6. Иккита бир хил D ва E юклар AB вертикал валга AB га перпендикуляр, шу билан бирга ўзаро перпендикуляр бўлган $OE = OD = r$ стерженлар ёрдамида бириктирилган. Вал ва стерженлар массалари ҳисобга олинмасин. Юклар моддий нуқталар деб ҳисоб-



34.5- масалага



34.6- масалага

лансин. Системанинг S массалар маркази ҳолати ва марказдан қочма инерция моментлари I_{xz} , I_{yz} , I_{xy} топилсин.

Жавоб: $C\left(\frac{1}{2}r, \frac{1}{2}r, 0\right)$, $I_{xz} = I_{yz} = I_{xy} = 0$.

34.7. Радиуси 5 см ва массаси 100 кг бўлган пўлат валнинг ясовчисига нисбатан инерция моменти ҳисоблансин. Вали бир жинсли цилиндр деб қаралсин.

Жавоб: 3750 кг·см².

34.8. Бир жинсли M массали ва r радиусли юпқа ярим дискнинг ярим диск диаметри бўйлаб чегаралаб ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $Mr^2/4$.

34.9. Расмда тасвирланган бир жинсли, тўғри бурчакли M массали пластинканинг x ва y ўқларга нисбатан инерция моментлари I_x ва I_y ҳисоблансин:

Жавоб: $I_x = \frac{4}{3}Ma^2$, $I_y = \frac{4}{3}Mb^2$.

34.10. Расмда тасвирланган бир жинсли тўғри бурчакли M массали параллелепипеднинг x , y ва z ўқларга нисбатан инерция моментлари ҳисоблансин.

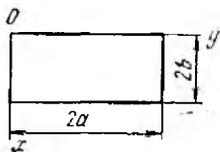
Жавоб: $I_x = \frac{M}{3}(a^2 + 4c^2)$, $I_y = \frac{M}{3}(b^2 + 4c^2)$, $I_z = \frac{M}{3}(a^2 + b^2)$.

34.11. R радиусли юпқа бир жинсли дискда пармалаб, r радиусли концентрик тешик очилган. Шу M массали дискнинг инерция марказидан унинг текислигига тик ўтувчи z ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

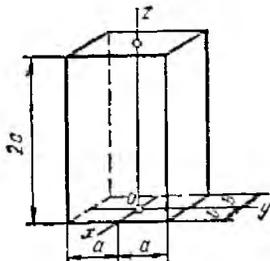
Жавоб: $I_z = \frac{M}{2}(R^2 + r^2)$.

34.12. Тенг ёнли учбурчак шаклидаги h баландликка эга бўлган, бир жинсли M массали пластинканинг S инерция марказидан асосига параллел равишда ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

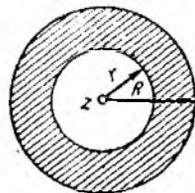
Жавоб: $\frac{1}{18}Mh^2$.



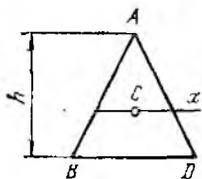
34.9- масалага



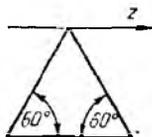
34.10- масалага



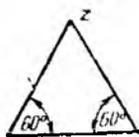
34.11- масалага



34.12- масалага



34.13- масалага



34.14- масалага

34.13. Бир жинсли металл пластинка тенг томонли учбурчак шаклида ишланган. Пластинка массаси — M , томонининг узунлиги — l . Пластинканинг бир учидан унинг асосига параллел ўтадиган z ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $I_z = \frac{3}{8} Ml^2$.

34.14. Бир жинсли тенг томонли учбурчак шаклидаги пластина M массага эга бўлиб, томонининг узунлиги l га тенг. Пластинанинг бирор учидан пластина текислигига тик бўлиб ўтадиган z ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $I_z = \frac{4}{12} Ml^2$.

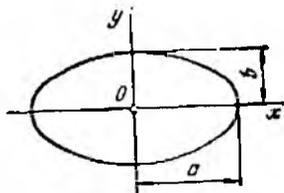
34.15. Юпқа бир жинсли, M массали эллиптик пластинка $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ контур билан чегараланган; шу пластинканинг учта ўзаро тик x , y ва z ўқларга нисбатан инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоб: $I_x = \frac{M}{4} b^2$, $I_y = \frac{M}{4} a^2$, $I_z = \frac{M}{4} (a^2 + b^2)$.

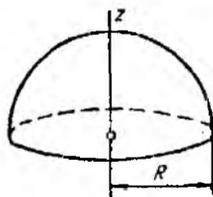
34.16. Массаси M бўлган бир жинсли ичи бўш шарнинг, унинг сиртқи марказдан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин. Ташқи ва ички радиуслар мос равишда R ва r га тенг.

Жавоб: $\frac{2}{5} M \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$.

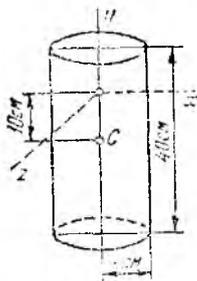
34.17. Радиуси R га тенг ярим сфера шаклида ишланган юпқа бир жинсли қобиқнинг уни чегараловчи текисликка тик бўлиб, ярим сфера марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблан-



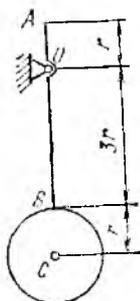
34.15- масалага



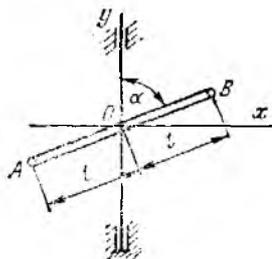
34.17- масалага



34.18- масалага



34.19- масалага



34.20- масалага

син. Қобикнинг M массаси ярим сфера сирти бўйлаб бир текис тақсимланган.

Жавоб: $\frac{2^3}{3} MR^2$.

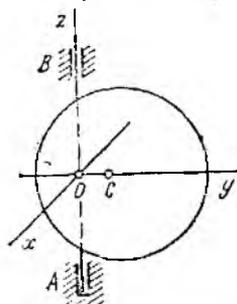
34.18. Бир жинсли туташ цилиндрнинг радиуси 4 см, баландлиги 40 см га тенг. Шу цилиндрнинг, цилиндр ўқиға тик бўлиб, унинг C массалар марказидан 10 см масофада турувчи z ўққа нисбатан инерция радиуси ҳисоблансин.

Жавоб: 15,4 см.

34.19. Маятник M_1 массали илгичка бир жинсли AB стержень унга бириктирилган массаси M_2 бўлган бир жинсли C дискдан иборат. Стержень узунлиги $4r$, бу ерда r — диск радиуси. Маятникнинг стержень учидан r масофага, маятник текислиғига тик қилиб ўтказилган O осилиш ўқиға нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $\frac{11 M_1 + 99 M_2}{6} r^2$.

34.20. Массаси M бўлган, $2l$ узунликдаги илгичка бир жинсли AB стержень O маркази билан вертикал ўққа бириктирилган. Стержень вертикал билан α бурчак ташкил этади. Стерженнинг I_x, I_y моментлари ҳамда I_{xy} марказдан қочма инерция моменти ҳисоблансин. Координата ўқлари расмда кўрсатилган.

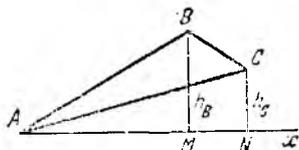


34.21- масалага

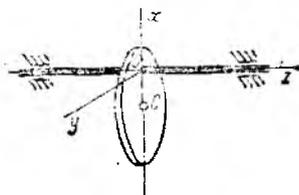
Жавоб: $I_x = \frac{Ml^2}{3} \cos^2 \alpha, I_y = \frac{Ml^2}{3} \sin^2 \alpha,$

$I_{xy} = \frac{Ml^2}{6} \sin 2\alpha.$

34.21. Массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли доиравий диск C массалар марказидан $OC = \frac{r}{2}$ масофада турувчи AB ўққа бириктирилган. Дискнинг ўқларга нисбатан ва марказдан қочма инерция моментлари ҳисоблансин.



34.22- масалага



34.24- масалага

Жавоб: $I_x = \frac{3}{4} Mr^2$, $I_y = \frac{Mr^2}{4}$, $I_z = \frac{Mr^2}{2}$, $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$.

34.22. Массаси M га тенг бир жинсли ABC учбурчак пластинанинг, унинг A учидан ўтиб, пластинка текислигида ётадиган x ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин. B ва C нуқталардан x ўққача бўлган масофалар берилган: $BM = h_B$, $CN = h_C$.

Жавоб: $I_x = \frac{M}{6} (h_B^2 + h_B \cdot h_C + h_C^2)$.

34.23. 34.1-масаланинг берилганларига асосан, тиракли валнинг марказдан қочма инерция моментлари I_{xz} , I_{yz} , I_{xy} аниқлансин.

Жавоб: $I_{xz} = -\frac{3}{2} md(a+b)$, $I_{yz} = -\frac{\sqrt{3}}{2} md(a+b)$, $I_{xy} = 0$.

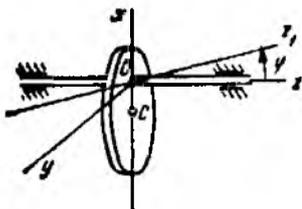
34.24. Бир жинсли, доиравий M массали диск унинг текислигига тик бўлган z ўққа эксцентрик ҳолда ўрнатилган. Диск радиуси r га тенг, эксцентриситети $OC = a$, бунда C — дисkning массалар маркази. Дискнинг ўқларга нисбатан I_x , I_y , I_z ва марказдан қочма I_{xy} , I_{xz} , I_{yz} инерция моментлари ҳисоблансин. Координата ўқлари расмда кўрсатилган.

Жавоб: $I_x = \frac{1}{4} Mr^2$, $I_y = M \left(\frac{r^2}{4} + a^2 \right)$, $I_z = M \left(\frac{r^2}{2} + a^2 \right)$,

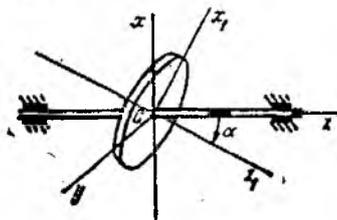
$I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$.

34.25. 34.24-масаланинг шартларига асосан дискнинг xz вертикалидаги z ўқ билан φ бурчак ҳосил қилган z_1 ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

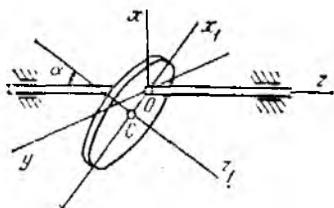
Жавоб: $I_{z_1} = \frac{1}{4} Mr^2 \sin^2 \varphi + M \left(\frac{r^2}{2} + a^2 \right) \cos^2 \varphi$.



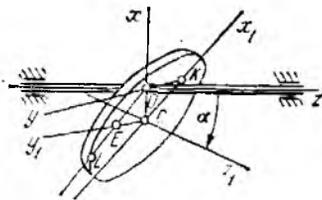
34.25- масалага



34.26- масалага



34.27- масалага



34.28- масалага

34.26. Массаси M бўлган бир жинсли доиравий диск унинг C массалар марказидан ўтувчи z ўққа ўрнатилган. Дискнинг z_1 симметрия ўқи xz вертикал симметрия текислигида ётиб, z ўқ билан α бурчак ҳосил қилади. Диск радиуси r га тенг. Дискнинг марказдан қочма инерция моментлари I_{xz} , I_{yz} , I_{xy} ҳисоблансин (координата ўқлари расмда кўрсатилган).

Жавоб: $I_{xy} = I_{yz} = 0$, $I_{xz} = (I_{z_1} - I_{x_1}) \frac{\sin 2\alpha}{2} = \frac{1}{8} Mr^2 \sin 2\alpha$.

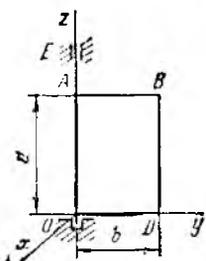
34.27. Олдинги масалани диск z ўқига эксцентрик ўрнатилган ва бу эксцентриситетни $OC = a$ деб ҳисоблаб, ечилсин.

Жавоб: $I_{xy} = I_{yz} = 0$, $I_{xz} = \frac{M}{2} \left(\frac{r^2}{4} + a^2 \right) \sin 2\alpha$.

34.28. Радиуси R га тенг бир жинсли доиравий диск O нуқтадан ўтиб, дискнинг Cz_1 симметрия ўқи билан α бурчак ҳосил қилувчи z айланиш ўқига ўрнатилган. Диск массаси M га тенг. Дискнинг z айланиш ўқига нисбатан I_z инерция моменти ва I_{xz} , I_{yz} марказдан қочма инерция моментлари аниқлансин. Бунда z ўқнинг диск текислигидаги проекцияси OL га тенг ва $OE = a$, $OK = b$.

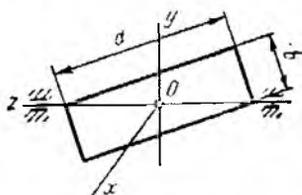
Жавоб: $I_z = M \left[\left(a^2 + \frac{1}{2} R^2 \right) \cos^2 \alpha + \frac{1}{4} R^2 \sin^2 \alpha + b^2 \right]$,
 $I_{xz} = M \left(\frac{1}{4} R^2 + a \right) \sin \alpha \cos \alpha$, $I_{yz} = M a b \sin \alpha$.

34.29. Массаси M , томонлари a ва b бўлган бир жинсли тўғри бурчакли $OABD$ пластинка OA томони орқали OE ўққа бириктирилган. Пластинканинг I_{xz} , I_{yz} ва I_{xy} марказдан қочма инерция моментлари ҳисоблансин.



34.29- масалага

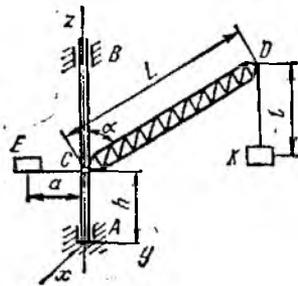
Жавоб: $I_{xz} = I_{xy} = 0$, $I_{yz} = \frac{Mab}{4}$.



34.30- масалага

34.30. Массаси M , томонларининг узунликлари a ва b бўлган бир жинсли тўғри бурчакли пластинка, ўзининг диагоналларида бири орқали ўтадиган z ўққа бириктирилган. Пластинканинг I_{yz} марказдан қочма инерция моменти ҳисоблансин. Бунда y ва z ўқлар пластинка билан бирга расм текислигида ётувчи ўқлардир. Координата боши пластинканинг массалар маркази билан устма-уст тушади.

Жавоб:
$$I_{yz} = \frac{M}{12} \frac{ab(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2}.$$



34.31- масалага

34.31. Кўтариш кранининг айланувчи қисми L узунликдаги M_1 массали CD стрела, M_2 массали E посанги ва M_3 массали K юкдан иборат. Стрелани ингичка бир жинсли балка, E посанги ва K юкни моддий нуқталар деб қараб, кранининг вертикал айланиш ўқи z га нисбатан I_z инерция моменти ва кран билан боғланган x, y, z координаталар системасига нисбатан марказдан қочма инерция моментлари аниқлансин. Бутун системанинг массалар маркази z ўқида, CD стрела эса yz текислигида жойлашган.

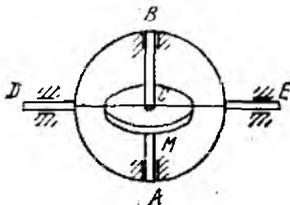
Жавоб:
$$I_z = M_2 a^2 + \left(M_3 + \frac{1}{3} M_1 \right) L^2 \sin^2 \alpha, \quad I_{yz} = \frac{M_3 + \frac{1}{3} M_1}{2} \times L^2 \sin 2\alpha - M_3 L l \sin \alpha, \quad I_{xy} = I_{xz} = 0.$$

35- §. Моддий система массалар марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема

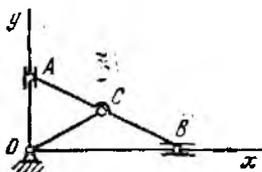
35.1. AB ўқ атрофида айланаётган M маховикка таъсир этувчи ташқи кучларнинг бош вектори аниқлансин. Доиравий рамага ўрнатилган AB ўқ ўз навбатида E ўқ атрофида айланади. Маховикнинг C массалар маркази AB ва DE ўқларининг кесишиш нуқтасига мос келади.

Жавоб: ташқи кучларнинг бош вектори нолга тенг.

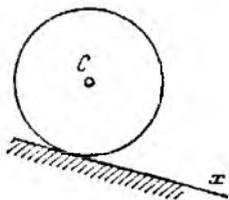
35.2. Расмда тасвирланган AB эллипсограф линейкасига қўйилган ташқи кучлар бош вектори аниқлансин. OC кривошип ω ўзгар-



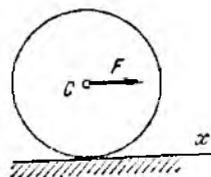
35.1- масалага



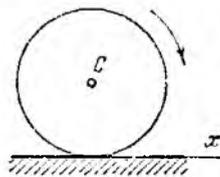
35.2- масалага



35.3- масалага



35.4- масалага



35.5- масалага

мас бурчак тезлик билан айланади; AB линейка массаси M га тенг; $OC = AC = BC = l$.

Жавоб: ташқи кучларнинг бош вектори CO га параллел ва миқдори $Ml\omega^2$ га тенг.

35.3. Қия текислик бўйлаб юқоридан пасга юмалаб тушаётган M массали филдиракнинг C массалар маркази $x_C = at^2/2$ қонунга асосан ҳаракатланса, филдиракка таъсир этадиган ташқи кучлар бош вектори аниқлансин.

Жавоб: ташқи кучларнинг бош вектори x ўққа параллел бўлиб, ҳаракат бўйича йўналган ва миқдори Ma га тенг.

35.4. Филдирак расмда тасвирланган F куч таъсирида горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб сирғаниб юмалайди. Филдиракнинг C массалар маркази ҳаракати қонуни топилсин, сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг; $F = 5fP$ бўлиб, бунда P филдирак оғирлигини ифодалайди. Бошланғич пайтда филдирак тинч турган.

Жавоб: $x_C = 2fgt^2$.

35.5. Филдирак унга қўйилган айлантирувчи момент таъсирида горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб сирғаниб филдирайди. Агар сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг бўлса, филдиракнинг C массалар маркази ҳаракати топилсин. Бошланғич пайтда филдирак тинч турди.

Жавоб: $x_C = \frac{f g t^2}{2}$.

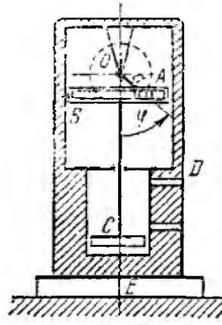
35.6. Трамвай вағони рессораларда амплитудаси 2,5 см ва даври $T = 0,5$ с бўлган вертикал гармоник тебрашма ҳаракат қилади. Юк ортилган кузовнинг массаси 10 т, тележка билан филдиракларнинг массаси 1 т. Вагоннинг рельсга туширадиган босими аниқлансин.

Жавоб: 68,0 дан 147,6 кН гача.

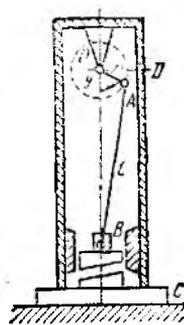
35.7. Сув чиқарадиган насоснинг салт ишлаган вақтида ерга туширадиган босими аниқлансин; D корпусдаги қўзғалмас қисмларнинг ва E фундаментнинг массаси M_1 га тенг, $OA = a$ кривошипнинг массаси M_2 га тенг, B кулиса ва C поршеннинг биргаликдаги массаси M_3 га тенг, ω бурчак тезлик билан бир текис айланаётган OA кривошип бир жинсли стержень деб ҳисоблансин.

Жавоб: $N = (M_1 + M_2 + M_3)g + \frac{a\omega^2}{2}(M_2 + 2M_3)\cos\omega t$.

35.8. Олдиги масаланинг берилганларидан фойдаланиб, насосни эластиклик коэффициенти c бўлган эластик асосга ўрнатилган деб олинсин ва OA кривошип O ўқининг вертикал йўналишидаги ҳаракат қонуни топилисин. O ўқ бошланғич пайтда статик мувозанат ҳолатда бўлган ва унга вертикал бўйича пастга йўналган v_0 бошланғич тезлик берилган. Вертикал пастга йўналтирилган x ўқининг ҳисоб боши қилиб O ўқининг статик мувозанат ҳолати олинсин. Қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин.



35.7- масалала



35.9- масалала

Жавоб: 1) $\frac{c}{M_1 + M_2 + M_3} \neq \omega^2$ бўлганда, $x_0 = \frac{-h}{k^2 - \omega^2} \cos kt + \frac{v_0}{k} \sin kt + \frac{h}{k^2 - \omega^2} \cos \omega t$, бунда $k = \sqrt{\frac{c}{M_1 + M_2 + M_3}}$, $h = \frac{M_2 + 2M_3}{M_1 + M_2 + M_3} \cdot \frac{a\omega^2}{2}$.

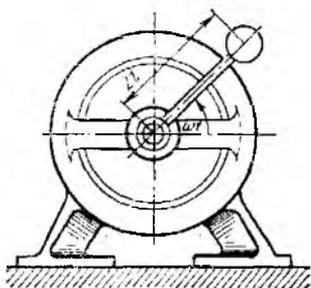
2) $\frac{c}{M_1 + M_2 + M_3} = \omega^2$ бўлганда, $x_0 = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + \frac{h}{2\omega} t \sin \omega t$.

35.9. Металл кесадиган қайчи. B ползунига қўзғалувчан пичоқ маҳкамланган OAB кривошип-ползули механизмдан иборат. Қўзғалмас пичоқ C фундаментга маҳкамланган. Фундаментнинг ерга туширадиган босими аниқлансин; кривошипнинг узунлиги r , массаси M_1 , шатуининг узунлиги l , B ползун билан қўзғалувчан пичоқнинг массаси M_2 , C фундамент билан D корпуснинг массаси M_3 га тенг. Шатун массаси ҳисобга олинмасин. ω бурчак тезлик билан текис айланаётган OA кривошип бир жиқсли стержень деб ҳисоблансин.

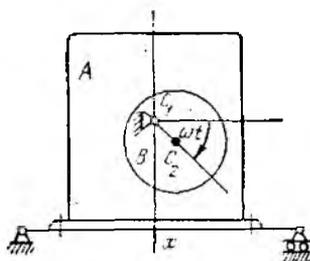
Кўрсатма. $\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2} \sin^2 \omega t$ ифодани қаторга ёйиш ва қатордаги $\frac{r}{l}$ га нисбатан иккинчи даражадан юқори бўлган ҳамма ҳадларни ташлаб юбориш керак.

Жавоб: $N = (M_1 + M_2 + M_3)g + \frac{r\omega^2}{2} \left[(M_1 + 2M_2) \cos \omega t + 2M_2 \frac{r}{l} \cos 2\omega t \right]$.

35.10. Массаси M_1 бўлган электр мотор силлиқ фундаментга маҳкамланмасдан ўрнатилган. Узунлиги $2l$ ва массаси M_2 бўлган стержень бир учи билан мотор валига тўғри бурчак остида маҳкамланган, стерженнинг иккинчи учига нуқтавий M_3 массали юк ўрнатилган; валининг бурчак тезлиги ω га тенг.



35.10- масалага



35.12- масалага

1) моторнинг горизонтал ҳаракати; 2) агар электр моторнинг корпуси фундаментга болтлар билан маҳкамланган бўлса, шу болтларга таъсир қилувчи энг катта горизонтал зўриқиш R аниқлансин.

Жавоб: 1) амплитудаси $\frac{l(M_2 + 2M_3)}{M_1 + M_2 + M_3}$ ва даври $\frac{2\pi}{\omega}$ бўлган гармоник тебраниш ҳаракат; 2) $R = (M_2 + 2M_3)l\omega^2$.

35.11. Олдинга масала шартларига қараб электр моторнинг шундай бурчак тезлиги ω аниқлансинки, бунда болтлар билан фундаментга маҳкамланмаган электр мотори фундаментда сакрайдиган бўлсин.

Жавоб: $\omega > \sqrt{\frac{(M_1 + M_2 + M_3)g}{(M_2 + 2M_3)l}}$.

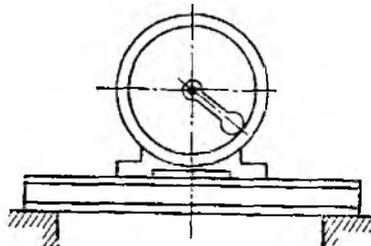
35.12. Электромоторни йнғишда унинг B ротори C_1 айланш ўқида $C_1C_2 = a$ масофада эксцентрик ўрнатилди, бунда $C_1 - A$ статорнинг массалар маркази, C_2 эса $-B$ роторнинг массалар маркази. Ротор ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Электромотор статик эгилиш Δ бўлган эластик балканинг ўртасига ўрнатилган; $M_1 -$ статор массаси, $M_2 -$ ротор массаси. C_1 нукта бошланғич пайтда статик мувозанат ҳолатида тинч турган деб, унинг вертикал бўйлаб ҳаракати аниқлансин. Қаршилик кучлари ҳисобга олинамсин. x ўқнинг боши сифатида C_1 нуктанинг статик мувозанат ҳолати олинсин.

Жавоб: 1) $\sqrt{\frac{g}{\Delta}} \neq \omega$ бўлганда, $x_1 = -\frac{\omega}{h} \frac{h}{k^2 - \omega^2} \sin kt + \frac{h}{k^2 - \omega^2} \sin \omega t$, бунда $k = \sqrt{\frac{g}{\Delta}}$, $h = \frac{M_2}{M_1 + M_2} a\omega^2$; 2) $\sqrt{\frac{g}{\Delta}} = \omega$ бўлганда, $x_1 = \frac{h}{2\omega^2} \sin \omega t - \frac{h}{2\omega} t \cos \omega t$.

35.13. Массаси M_1 бўлган электр мотори биқирлиги c га тенг балкага ўрнатилган. Мотор валига вал ўқидан l масофада M_2 массали юк ўрнатилган. Моторнинг бурчак тезлиги $\omega = \text{const}$. Балка массасини ва ҳаракатга бўладиган қаршиликни ҳисобга олмай, мотор мажбурий тебранишларининг амплитудаси ва унинг миқдори айланшларни критик сони аниқлансин.

Жавоб: $a = \frac{M_2 l \omega^2}{c - (M_1 + M_2) \omega^2}$, $n_{кр} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c}{M_1 + M_2}}$.

35.14. Расмда BD балканинг ўртасида тормозланган M_1 масса-ли A кран тележкеси тасвирланган. Тележканинг C_1 массалар маркази-га, бир учига M_2 массали C_2 юк боғланган l узунликдаги трос осил-ган. Трос юки билан вертикал те-кисликда гармоник тебранади. Ку-йидагилар аниқлансин: 1) BD бал-кани абсолют қаттиқ ҳисоблаб, вер-тикал реакция кучларининг йиғи-дисин; 2) эластик деб қаралувчи балканинг эластиклик коэффициентини c га тенг бўлса, C_1 нуқтанинг вертикал йўналишдаги ҳаракат қонуни.



35.13- масалага

Бошланғич пайтда деформацияланмаган балка горизонтал ҳолат-да тинч турган. Троснинг тебранишларини кичик ҳисоблаб: $\sin\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi \approx 1$ деб қабул қилинсин. y ўқнинг боши C_1 нуқтанинг статик мувозанат ҳолатида олинсин. Троснинг массаси ва балка узунлигига нисбатан тележка ўлчовлари кичик бўлгандан тележка ўлчовлари ҳисобга олинмасин.

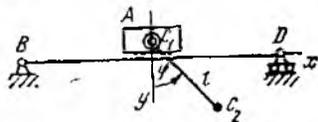
Жавоб: 1) $R_y = (M_1 + M_2)g$; 2) C_1 нуқта $y_1 = -\frac{(M_1 + M_2)g}{c} \times$

$\times \cos \sqrt{\frac{c}{M_1 + M_2}} t$ қонунга асосан эркин тебранади.

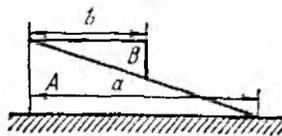
35.15. Олдинги масаладаги берилганларни сақлаб қолиб ва BD балкани абсолют қаттиқ ҳисоблаб: 1) рельслар горизонтал реакция-ларининг йиғиндисин топишсин; 2) тележкани тормозланмаган деб фариз қилиб, A тележка массалар маркази C_1 нинг x ўқ бўйлаб ҳа-рикәт қонуни аниқлансин. Бошланғич пайтда C_1 нуқта x ўқнинг бо-шида тинч турган. Трос $\varphi = \varphi_0 \cos \omega t$ қонунга асосан тебранади.

Жавоб: 1) $R_x = -M_2 l \varphi_0 \omega^2 \cos \omega t$; 2) C_1 нуқта амплитудаси $\frac{M_2}{M_1 + M_2} l \varphi_0$ ва доиравий частотаси ω бўлган $x_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} l \varphi_0 \times$
 $\times (1 - \cos \omega t)$ қонунга асосан тебранма ҳаракат қилади.

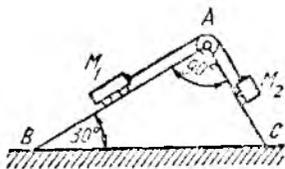
35.16. Тинч турган қайиқнинг ўртадаги ўрнида икки киши ўтирган эди. Улардан бири — массаси $M_1 = 50$ кг бўлгани ўнга — қайиқнинг тумшугига ўтади. Қайиқ қўзғалмай тураверини учун $M_2 = 70$ кг массали иккинчи киши қайси томонга ва қанча нарига ўтиши керак? Қайиқнинг узунлиги 4 м. Сувининг қайиқ ҳаракатига кўрсатадиган қаршилиги ҳисобга олинмасин.



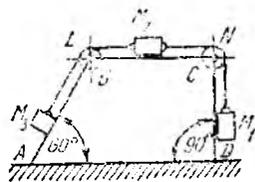
35.14- масалага



35.17- масалага



35.19-масалага



35.20-масалага

Жавоб: қайқирнинг қуйруғига — чап томонга 1,43 м сурилсин керак.

35.17. Горизонтал текисликда ётган бир жинсели A призманинг устига бир жинсели B призма қўйилган: призмаларнинг кўндаланг қирқими тўғри бурчакли учбурчаклардан иборат бўлиб, A призманинг массаси B призманинг массасидан уч баравар кўйи. Призмалар билан горизонтал текисликни ниҳоят даражада силлиқ деб фараз қилиб, B призма A призма устидан пастга тушиб, горизонтал текисликка етганда A призманинг қандай масофага силжиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } l = \frac{a-b}{4}.$$

35.18. Дастлабки пайтда тинч турган, узунлиги 6 м, массаси 2700 кг бўлган горизонтал вагон-платформа бўйлаб икки ишчи сғир қўймани платформанинг чап учидан ўнг учига томон юмалатиб ўтишди. Агар юк ва ишчиларнинг умумий массаси 1800 кг булса, платформа қайси йўналишда ва қанча масофага силжийди? Платформа ҳаракатига бўлган қаринлик кучлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: чап томонга, 2,4 м масофага силжийди.

35.19. A блокдан ўтган, қўзилмас ил билан туташтирилган M_1 ва M_2 массали иккита M_1 ва M_2 юклар тўғри бурчакли поланнинг силлиқ ён томонлари бўйлаб сирғанади; пона BC асоси билан горизонтал силлиқ текисликка таяниб туради. M_1 юк $h = 10$ см пастга тушганида поланнинг горизонтал текислик бўйлаб қанча силжшини топи сини. Пона массаси $M = 4M_1 = 16M_2$; илнинг ва блокнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: пона ўнг томонга 3,77 см га силжийди.

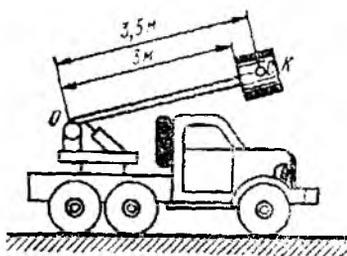
35.20. Массалари $M_1 = 20$ кг, $M_2 = 15$ кг ва $M_3 = 10$ кг бўлган урта юк қўзғалмас L ва N блоклардан ўтган ва сғирлиги бўлмаган қўзилмас ил билан туташтирилган. M_1 юк пастга тушганида M_2 юк, массаси $M = 100$ кг бўлган тўртбурчакли $ABCD$ кесик пирамиданинг юқориги асоси бўйлаб ўнг томонга силжийди. M_3 юк эса AB ён ёқ бўйлаб юқорига кўтарилади. Агар M_1 юк 1 м паст тушган бўлса, $ABCD$ кесик пирамида билан пол ўртасидаги ишқаланшини ҳисобга олмай, $ABCD$ кесик пирамиданинг полга исебатан қанча силжганлиги аниқлансин.

Жавоб: 14 см чапга.

35.21. Қўчадаги электр шохобчаларининг ремонтда ишлатилган қўзғалувчи айланма кран массаси 1 т бўлган авто-

машинага ўрнатилган. L стерженга михкамланган K кажава расм те-
кислигига тик бўлган O горизонтал
ўқ атрофида айлана олади. Бошлан-
ғич пайтда горизонтал ҳолатда бўлган
кран ва автомашина тинч туришган.
Кран 60° га айланган бўлса, тормоз-
сиз қўйилган автомашинанинг силжи-
ши аниқлансин. Бир жинели, 3 м узун-
ликдаги L стержень массаси 100 кг
га тенг, K — кажаваники эса 200 кг.
 K кажаванинг C массалар маркази O
ўқдан $OC = 3,5$ м масофада туради.
Ҳаракатга бўладиган қаршиликлар ҳисобга олинмасин.

Жавоб: ўнг томонга $32,7$ см.



35.21- масалага

36- §. Моддий система ҳаракат миқдори бош векторининг ўзгариши ҳақидаги теорема. Тугаш муҳитларга таъбиқи

36.1. Расмда тасвирланган ишлаётган тезликлар редукторининг тўртта айланувчи тишли гилдираклари ҳар бирининг оғирлик мар-
казлари айланиш ўқларида ётса, редукторининг ҳаракат миқдорлари
бош вектори аниқлансин.

Жавоб: ҳаракат миқдорлари бош вектори нолга тенг.

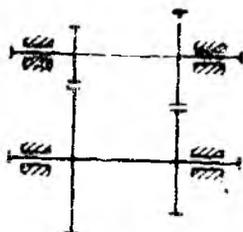
36.2. Олдинги масалада қўрилган редукторга қўйилган ташқи
кучларнинг ихтиёрий чекли вақт оралиғида ҳосил қилган импульс-
ларининг йиғиндисин аниқлансин.

Жавоб: ташқи кучлар импульсларининг йиғиндисин нолга тенг.

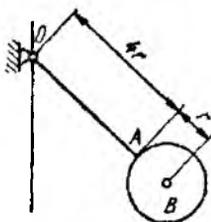
36.3. Массаси M_1 , узунлиги $4r$ бўлган бир жинели OA стержен-
дан ва M_2 массали, r радиусли бир жинели B дискдан ташкил топ-
ган маятник ҳаракат миқдорининг бош вектори топилсин; маятник-
нинг берилган пайтдаги бурчак тезлиги ω га тенг.

Жавоб: ҳаракат миқдорининг бош вектори OA стерженга тик
йўналган ва миқдори $(2M_1 + 5M_2)r\omega$ га тенг.

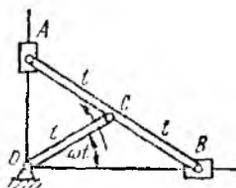
36.4. Эллипсограф механизми ҳаракат миқдори бош векторининг
қиймати ва йўналишин аниқлансин; кривошип массаси M_1 га, эллип-
сограф AB линейкасининг массаси $2M_1$ га, A ва B муфталардан
ҳар қайсинининг массаси M_2 га тенг. Улчовлар: $OC = AC = CB = l$



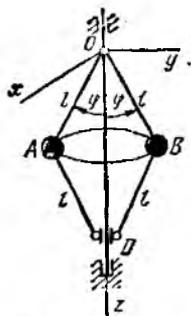
36.1- масалага



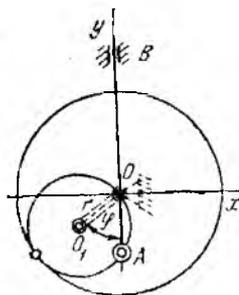
36.3- масалага



36.4- масалага



36.5- масалага



36.6- масалага

ҳаракат миқдорининг бош вектори аниқлансин. Бунда φ бурчаклар $\varphi = \varphi(t)$ қонуни бўйича ўзгаради ва юқориги стерженлар айланиб A ва B шарларни кўтаради. Стерженларнинг узунликлари: $OA = OB = AD = BD = l$. M_2 массали D муфтанинг массалар маркази z ўқда ётади. A ва B шарлар ҳар бирининг массаси M_1 бўлган моддий нуқталар деб ҳисоблансин. Стерженларнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $Q_x = Q_y = 0$, $Q_z = -2(M_1 + M_2)l\varphi \sin \varphi$, бунда Q — ҳаракат миқдорининг бош вектори; yz текислиги регулятор стерженлари текислиги билан устма-уст тушади.

36.6. Расмда кўрсатилган механизмдаги ҳаракатланувчи цилиндрнинг радиуси r , массаси M ва массалар маркази O_1 нуқтада; тўғри чиқиқли AB стержень массаси kM га тенг бўлиб, унинг массалар маркази ўзининг ўртасида. OO_1 кривошип O ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Кривошип массасини ҳисобга олмай, системанинг ҳаракат миқдори бош вектори аниқлансин.

Жавоб: Система ҳаракат миқдори бош векторининг координата ўқларидаги проекциялари: 1) Ox ўққа: $-Mr\omega \cos \omega t$; 2) Oy ўққа: $Mr\omega(1 + 2k)\sin \omega t$.

36.7. Тўп стволнинг массаси 11 т. Снаряд массаси 54 кг. Снаряднинг тўп оғзидан отилиб чиқиш тезлиги $v_0 = 900$ м/с. Снаряд отилиб чиқиш пайтида тўп стволнинг эркин сурагда орқага тегиш тезлиги аниқлансин.

Жавоб: Тўп стволнинг орқага тегиш тезлиги 4,42 м/с бўлиб, снаряд ҳаракатига қарама-қарши томонга йўналган.

36.8. 15 м/с тезлик билан учиб бораётган 12 кг массали граната ҳавода икки парчага ажралган. Массаси 8 кг бўлган парчасининг тезлиги ҳаракат йўналишида 25 м/с гача кўпайган. Иккинчи парчасининг тезлиги аниқлансин.

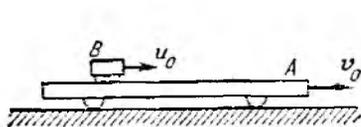
Жавоб: 5 м/с бўлиб, йўналиши биринчи парча ҳаракатига қарама-қарши.

36.9. Инерцияси бўйича v_0 тезлик билан ҳаракатланаётган A горизонтал платформа бўйлаб B аравача u_0 доимий висбий тезлик билан сплжийди. Бирор пайт тележка тормозланади. Платформа массаси M , тележка массаси m бўлса, тележка тўхтаганидан кейин платформанинг аравача билан умумий тезлиги v аниқлансин.

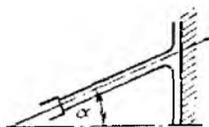
Берилган. Кривошип ва линейканинг массалар марказлари уларнинг ўртасига ўришган. Кривошип ω бурчак тезлик билан айланади.

Жавоб: бош векторнинг қиймати $Q = \frac{\omega l}{2}(5M_1 + 4M_2)$; бош векторнинг йўналиши кривошипка тик.

36.5. Вертикал ўқ атрофида тезланувчан айланаётган марказдан қочма регулятор



36.9- масалага



36.11- масалага

Жавоб: $v = v_0 + \frac{m}{M+m} u_0$.

36.10. Олдинги масаланинг шартларини сақлаган ҳолда, B ара-
вача тормозлай бошлаган пайдан бошлаб A платформа бўйлаб
қанча s масофани ўтгандан кейин узил-кесил тўхташи ва тормозла-
ниш вақти τ аниқлансин; тормозлаш вақтида миқдори ўзгармас F
қиршилик кучи вужудга келади деб ҳисоблансин.

Кўрсатма. Тележканинг ҳаракати дифференциал тенгламасида $Mv + m \times$
 $\times (u + r) = \text{const}$ муносабатдан фойдаланилсин, бунда u ва v — ўзгарувчан тез-
ликлар.

Жавоб: $s = \frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} \cdot \frac{u_0^2}{F}$, $\tau = \frac{mM}{m+M} \cdot \frac{u_0}{F}$.

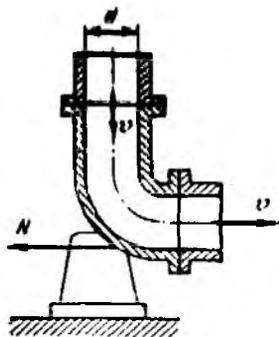
36.11. Ўт ўчирувчи шлангнинг кўндалағ қирқими 16 см^2 бўл-
ган учидан сув 8 м/с тезлик билан горизонтга $\alpha = 30^\circ$ бурчак о-
стида отилиб чиқади. Сув оқимининг шаклига оғирлик кучининг
кўрсатадиган таъсирини ҳисобга олмай, сув оқимининг вертикал
деворга туширадиган босими аниқлансин. Сув заррачалари деворга
дуч келганда девор бўйлаб йўналган тезлик олади деб ҳисоблан-
син.

Жавоб: $88,8 \text{ Н}$.

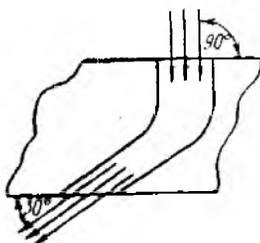
36.12. Диаметри $d = 300 \text{ мм}$ бўлган тирсакли трубада сув $v =$
 $= 2 \text{ м/с}$ тезлик билан оқаятганда, сувнинг ҳаракати туфайли труба
тирсаклидаги тинчга тушадиган босимнинг N горизонтал тузувчисини
аниқлансин.

Жавоб: $N = 284 \text{ Н}$.

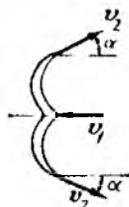
36.13. Қирқими ўзгариб борадиган
қўзғалмас каналга горизонтга $\alpha = 90^\circ$
бурчак остида $v_0 = 2 \text{ м/с}$ тезлик би-



36.12- масалага



36.13- масалага



36.14- масалага

лаи сув кирмоқда; канал вертикал текисликка нисбатан симметрик бўлиб, сув кирадиган жойдаги қирқими $0,02 \text{ м}^2$; сувнинг каналдан чиққан жойдаги тезлиги $v_1 = 4 \text{ м/с}$ бўлиб, горизонтга $\alpha_1 = 30^\circ$ бурчак сстида йўналган. Сув канал деворида ҳосил қиладиган реакцияси горизонтал тузувчисининг миқдори аниқлансин.

Жавоб: 138 Н .

36.14. Турбина ёилдирагининг қўзғалмас курагига сув оқими кўрсатадиган босимнинг горизонтал тузувчиси аниқлансин; сарфланган сувнинг ҳажми Q , zichлиги γ , сувнинг куракка келиш тезлиги v_1 горизонтал йўналган, сувнинг чиқиш тезлиги v_2 горизонт билан α бурчак ҳосил қилади.

Жавоб: $N = \gamma Q (v_1 + v_2 \cos \alpha)$.

37- §. Моддий система ҳаракат миқдори бош моментининг ўзгариши ҳақида теорема. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланишининг дифференциал тенгламаси

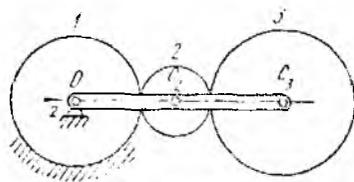
37.1. Массаси 50 кг ва радиуси $R = 30 \text{ см}$ бўлган бир жинсли донавий диск ўз ўқи атрофида минутига 60 марта айланиб, горизонтал текисликда сирғанимай ёилдирайди. Диск ҳаракат миқдорининг қуйидаги ўқларга нисбатан бош моменти ҳисоблансин: 1) ҳаракат текислигига перпендикуляр ҳолда дискнинг марказидан ўтадиган ўққа, 2) оний ўққа нисбатан.

Жавоб: 1) $14,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$; 2) $42,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$.

37.2. Эллипсограф AB линейкасининг абсолют ҳаракати ҳаракат миқдорининг OC кривошип айланиш ўқи билан устма-уст тушадиган z ўққа нисбатан бош моменти, шунингдек, линейканинг C атрофидаги нисбий ҳаракати ҳаракат миқдорининг унинг C массалар марказидан z ўққа параллел ўтувчи ўққа нисбатан бош моменти ҳисоблансин. Кривошип, z ўқдаги проекцияси ω_2 га тенг бўлган бурчак тезлик билан айланади; линейка массаси m ; $OC = AC = BC = l$ (34.5-масалага берилган расмга қаранг).

Жавоб: $L_{O_2} = \frac{2}{3} m l^2 \omega_2$, $L_{C_2} = -\frac{m l^2}{3} \omega_2$.

37.3. Планетар узатманинг, OC_2 кривошипининг айланиш ўқи билан устма-уст тушадиган, қўзғалмас z ўққа нисбатан ҳаракат миқдорининг бош моменти ҳисоблансин. l қўзғалмас ва β қўзғалувчи ёилдиракларнинг радиуслари бир хил бўлиб, l га тенг, β ёилдирак



37.3-масалага

массаси m га тенг, m_2 массали 2-ёилдирак r_2 радиусга эга. Кривошип, z ўқдаги проекцияси ω_2 га тенг бўлган бурчак тезлик билан айланади. Кривошипининг массаси ҳисобга олинмасин. Ёилдиракларни бир жинсли дисклар деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } L_{O_2} = \frac{m_2(2r + 3r_2) + 8m(r + r_2)}{2} (r + r_2)\omega_2.$$

37.4. Радиуси $r = 20$ см, массаси $M = 3,27$ кг бўлган A шкивни айлантирувчи тасманинг етакчи ва етакланувчи қисмларидаги тортилиш кучлари тегишлича, $T_1 = 100$ Н, $T_2 = 50$ Н га тенг. Шкив $\varepsilon = 1,5$ рад/с² бурчак тезлаиш билан айланиши учун қаршилик кучларининг momenti қанча бўлиши керак? Шкив бир жинсли диск деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } 9,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

37.5. Цанфалардаги ишқаланни momentiни аниқлаш учун валга массаси 500 кг бўлган маховик ўрнатилган; маховикнинг инерция радиуси $\rho = 1,5$ м. Маховикка $n_0 = 240$ айл/мин га тўғри келадиган бурчак тезлик берилиб, ўз ихтиёрига қўйилган, шунда у 10 минутдан кейин тўхтаган. Ўзгармас деб қаралувчи ишқаланиш momenti аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 47,1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

37.6. Катта маховикларни тез тўхтатиш учун электр тормоз ишлатилади; бу тормоз диаметрал равишда жойлашган иккита қутбдан иборат бўлиб, уларда ўзгармас ток билан таъминланувчи чулғам бор. Маховик қутблар ёнида айланганида, унда индукцияланадиган тоқлар, маховик гардишидаги ν тезликка пропорционал бўлган тормозловчи M_1 momenti ҳосил қилади: $M_1 = k\nu$, бунда k — магнит оқимига ва маховикнинг ўлчовига боғлиқ бўлган коэффициент. Подшипникдаги ишқаланиш momenti M_2 ни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин; диаметри D бўлган маховикнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция momenti I га тенг. ω_0 бурчак тезлик билан айланаётган маховикнинг қанча вақтдан кейин тўхташи топилсин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{2I}{kD} \ln \left(1 + \frac{kD\omega_0}{2M_2} \right).$$

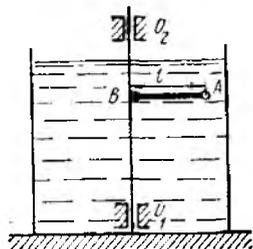
37.7. Тинч ҳолатда турган қаттиқ жисм M га тенг ўзгармас момент таъсирида қўзғалмас вертикал ўқ атрофида айланишга келтирилади; бунда қаршилик кучларининг қаттиқ жисм айланишининг бурчак тезлиги квадратига пропорционал бўлган M_1 momenti ҳосил бўлади: $M_1 = \alpha\omega^2$. Бурчак тезлигининг ўзгариш қонуни топилсин. Қаттиқ жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция momenti I га тенг.

$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{M}{\alpha} \frac{e^{\beta t} - 1}{e^{\beta t} + 1}}, \text{ бунда } \beta = \frac{2}{I} \sqrt{\alpha M}.$$

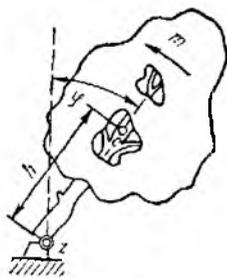
37.8. Олдинги масала, қаршилик кучларининг M_1 momenti қаттиқ жисм айланишининг бурчак тезлигига пропорционал: $M_1 = \alpha\omega$ деб ечилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{M}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t/I}).$$

37.9. Сувоқлик солинган идиш ичида турган ва узунлиги l бўлган AB стержешининг учига маҳкамланган A шарча бошлағич ω_0 бурчак тезлик билан вертикал O_1O_2 ўқ атрофида айлантирилади. Сувоқликнинг қаршилик кучи айланишининг бурчак тезлигига про-



37.9- масалага



37.10- масалага

порционал: $R = \alpha m \omega$, бу ерда m — шарчанинг массаси, α — пропорционаллик коэффициенти. Қанча вақтдан кейин айланиш бурчак тезлиги бошланғич бурчак тезликдан икки баравар камайиши ва шарчали стерженнинг шу вақт ичида неча марта айланиши аниқлансин. Шарчанинг массаси унинг марказига жойлашган деб ҳисоблансин, стержень массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{l}{\alpha} \ln 2, \quad n = \frac{l \omega_0}{4 \pi \alpha}.$$

37.10. Массаси M бўлган арралаб ағдарилаётган дарахтнинг массалар маркази дарахт тубидан h баландликда жойлашган, ҳавонинг қаршилик кучи эса m қаршилик momenti ҳисоб қилса, дарахт ерга қандай бурчак тезлик билан тушиши аниқлансин, бунда $m_2 = -\alpha \varphi^2$, $\alpha = \text{const}$. Дарахт қулаётганида қайси ўқ атрофида айланса, дарахтнинг шу ўқ билан устма-уст тушувчи z ўққа нисбатан инерция momenti I га тенг.

$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{2 M g h l}{I^2 + 4 \alpha^2} \left(e^{-\frac{\alpha \pi}{l}} + 2 \frac{\alpha}{l} \right)}.$$

37.11. Радиуси r бўлган вал арқонга осылган тош ёрдами билан горизонтал ўқ атрофида айланма ҳаракатга келтирилади. Ҳаракат бошлангандан кейин бир оз вақт ўтгач валнинг бурчак тезлиги ўзгармас миқдорга яқин бўлиши учун, валга n та бир хил пластинка бириктирилган; пластинкага таъсир қилувчи ҳаво қаршилиги вал бурчак тезлигининг квадратига пропорционал бўлган ва айланиш ўқидан R масофада пластинкага нормал бўйича қўйилган кучга келтирилади, бунда пропорционаллик коэффициенти k га тенг. Тошнинг массаси m ; ҳамма айланувчи қисмларининг айланиш ўқиغا нисбатан инерция momenti I га тенг; арқон массаси ва таянчлардаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Валнинг бошланғич пайтдаги бурчак тезлигини нолга тенг деб ҳисоблаб, валнинг t вақтдаги бурчак тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{m g r}{k n R} \frac{e^{\alpha t} - 1}{e^{\alpha t} + 1}}, \quad \text{бунда } \alpha = \frac{2}{l + m r^2} \sqrt{m g n k r R};$$

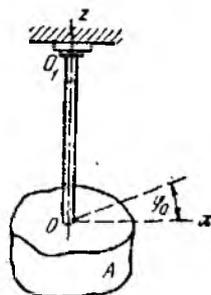
t нинг қиймати катта бўлганда ω бурчак тезлик $\sqrt{\frac{mgr}{knR}}$ ўзгармас миқдорга яқин.

37.12. Радиуси r ва массаси m бўлган бир жинсли шар осилган эластик сим φ_0 бурчакка буралиб, сўнгра ўз ҳолига қўйиб юборилган. Симни бир радианга бураш учун керак бўлган жуфтнинг моменти c га тенг. Ҳаво қаршичилигини ҳисобга олмай ва буралган симнинг эластиклик кучининг моменти буралиш бурчаги φ га пропорционал деб ҳисоблаб, ҳаракат аниқлансин.

Жавоб: $\varphi = \varphi_0 \cos \sqrt{\frac{5c}{2mr^2}} t.$



37.13-масалага



37.14-масалага

37.13. Соатнинг юришини тартибга солиш учун соат балансири қўллашिलाди. A балансир оғирлик маркази O дан ўз текислигига перпендикуляр равишда ўтган ўқ атрофида айланиши мумкин, бунда унинг шу ўққа нисбатан инерция моменти I га тенг. Балансир спираль пружина билан ҳаракатга келтирилади, пружинанинг бир учи балансирга бириктирилган, иккинчи учи эса соатнинг қўзғалмас корпусига маҳкамланган. Балансир айланганида пружина эластиклик кучининг айланиш бурчагига пропорционал бўлган момент ҳосил бўлади. Пружинани бир радианга буриш учун керак бўладиган момент c га тенг. Агар бошланғич пайтда эластиклик кучлари моменти бўлмаган шароитда, балансирга бошланғич ω_0 бурчак тезлиги берилган бўлса, балансирнинг ҳаракат қонуни аниқлансин.

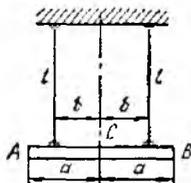
Жавоб: $\varphi = \omega_0 \sqrt{\frac{I}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{I}} t.$

37.14. A жисмининг Oz ўққа нисбатан I_z инерция моментини аниқлаш учун у OO_1 эластик вертикал стерженга бириктирилган. A жисмини Oz ўқ атрофида кичик φ_0 бурчакка буриб, стержень айлантирилган ва қўйиб юборилган; олинган тебранишларнинг даври T_1 га тенг бўлган; эластиклик кучларининг Oz ўққа нисбатан моменти $m_z = -c\varphi$ га тенг. c коэффициентни аниқлаш учун иккинчи тажриба қилинган: стерженнинг O нуқтасига массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли диск кийгизилганида тебраниш даври T_2 га тенг чиққан. Жисмининг I_z — инерция моменти аниқлансин.

Жавоб: $I_z = \frac{Mr^2}{2} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2.$

37.15. Олдинги масала, c коэффициентни топиш учун ўтказиладиган иккинчи тажриба бошқача қилинади, деб фараз қилиб ечилсин: массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли доиравий диск инерция моментини аниқлаш талаб қилинадиган жисмга бириктирилади. Агар жисмининг тебраниш даври τ_1 , унга диск бириктирилган

дан кейинги тебраниш даври τ_2 бўлса, жисмнинг I_z инерция моменти топилсин.



$$\text{Жавоб: } I_z = \frac{Mr^2}{2} \frac{\tau_1^3}{\tau_2^2 - \tau_1^2}$$

37.16. масалага
37.16. Бифиляр — осма, бир-биридан $2b$ масофада турган, узунлиги l бўлган иккита вертикал ип билан горизонтал қилиб осилган $2a$ узунликдаги бир жинсли AB стержендан иборат. Ҳаракат вақтида стержень ҳамisha горизонтал бўлиб тураверади ва иплардан ҳар қайсисининг тортилиш кучи стержень оғирлигининг ярмига тенг деб ҳисоблаб, стерженнинг буралма тебраниш даври аниқлансин.

Кўрсатма. Иплардан ҳар қайсисининг тортилиш кучининг горизонтал тузувиҳисини аниқлашда, бифиляр тебранишни кичик деб ҳисоблаб, ип йўналиши билан вертикал орасидаги бурчак синуси бурчакнинг ўзи билан алмаштирилсин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{2\pi a}{b} \sqrt{\frac{l}{3g}}$$

37.17. Эластик симга осилган диск суяқлик ичида буралиб тебранади. Дискнинг сим ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг. Симни бир радианга бураш учун керак бўлган жуфт моменти c га тенг. Ҳаракатға кўрсатиладиган қаршилик моменти $\alpha S\omega$ га тенг, бу ерда α — суяқликнинг қовуноқлик коэффиценти, S — дискнинг юқориги ва пастки асослари юзларининг йиғиндиси, ω — дискнинг бурчак тезлиги. Суяқликдаги дискнинг тебранишлар даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = \sqrt{\frac{4\pi I}{4cl - \alpha^2 S^2}}$$

37.18. Эластик симга осилган қаттиқ жисм m_1 ташқи момент таъсирида буралма тебранишлар қилади, бунда $m_{1z} = m_1 \sin \omega t + m_2 \sin 3\omega t$ бўлиб, m_1 , m_2 ва ω ўзгармас сонлар, z эса сим бўйлаб йўналган ўқ. Симнинг эластиклик моменти $m_{эл}$ га тенг бўлиб, $m_{элz} = -c\varphi$ бу ерда c — эластиклик коэффиценти, φ — буралиш бурчагидир. Қаттиқ жисмнинг z ўққа нисбатан аниқланган инерция моменти I_z га тенг бўлса, мажбурий буралма тебранишлар қонуни аниқлансин. Ҳаракатға бўлган қаршилик кучлари ҳисобға олинмасин. $\sqrt{c/I_z} \neq \omega$ ва $\sqrt{c/I_z} \neq 3\omega$ деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } \varphi = \frac{h_1}{k^2 - \omega^2} \sin \omega t + \frac{h_2}{k^2 - 9\omega^2} \sin 3\omega t,$$

бунда $k^2 = c/I_z$; $h_1 = m_1/I_z$, $h_2 = m_2/I_z$.

37.19. Олдинги масала m_k қаршилик моментини ҳам ҳисобға олиб ечилсин, бунда m_k қаттиқ жисмнинг бурчак тезлигига пропорционал: $m_{kz} = -\beta\varphi$, β — ўзгармас коэффицент.

$$\text{Жавоб: } \varphi = A_1 \sin(\omega t - \epsilon_1) + A_2 \sin(3\omega t - \epsilon_2),$$

$$\text{бунда } A_1 = \frac{h_1}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}, \quad A_2 = \frac{h_2}{\sqrt{(k^2 - 9\omega^2)^2 + 36n^2\omega^2}},$$

$$\epsilon_1 = \arctg \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2}, \quad \epsilon_2 = \arctg \frac{6n\omega}{k^2 - 9\omega^2}, \quad h = \frac{\beta}{2I_z}$$

37.20. Массаси M_1 , радиуси R га тенг диск буралмишга бикирлиги c бўлган AB эластик стерженга осиб қўйилган. Стерженнинг B учи $\varphi_B = \omega_0 t + \Phi \sin pt$ қонун билан айланади, бу ерда ω_0 , Φ , p — ўзгармас катталиклар. Қаршилик кучларини ҳисобга олмай, D дискнинг ҳаракати қуйидаги ҳолларда аниқлансин: 1) резонанс бўлмаганида, 2) резонанс ҳолида.



37.20-масаллага

Жавоб: 1) $\varphi_A(t) = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{k} \sin kt + \frac{h}{k^2 - p^2} \times$
 $\times \left(\sin pt - \frac{p}{k} \sin kt \right)$, бу ерда $k = \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$, $h = \frac{2c\Phi}{MR^2}$;

2) $\varphi_A(t) = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{k} \sin kt + \frac{h}{2k} \left(\frac{1}{k} \sin kt - t \cos kt \right)$.

37.21. Эластик симга осиб қўйилган қаттиқ жисм суюқлик ичида буралма тебранишлар қилади. Жисмнинг сим ўқи z га нисбатан инерция моменти I_z га тенг. Симнинг эластиклик кучи моменти $m_{элz} = -c\varphi$, бу ерда c — эластиклик коэффиценти, φ эса — буралмиш бурчаги; ҳаракатга бўлган қаршилик моменти $m_{қз} = -\beta\varphi$, бунда φ — қаттиқ жисмнинг бурчак тезлиги, β эса ўзгармас мусбат сон. Бошланғич пайтда қаттиқ жисм φ_0 бурчакка бурилган ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Агар $\beta/(2I_z) < \sqrt{c/I_z}$ бўлса, қаттиқ жисмнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $\varphi = \varphi_0 e^{-nt} \left(\cos \sqrt{k^2 - n^2} t + \frac{n}{\sqrt{k^2 - n^2}} \sin \sqrt{k^2 - n^2} t \right)$

қонун билан бўладиган сўнувчи буралма тебранишлар, бу ерда

$$k^2 = c/I_z, \quad n = \beta/(2I_z).$$

37.22. Эластик симга осилган массаси M , радиуси R бўлган бир жинсли юмшоқ диск суюқлик ичида буралиб тебрана олади. Симнинг эластиклик кучи моменти $m_{элz} = -c\varphi$, бу ерда z ўқ сим бўлиб ўтказилган, c — эластиклик коэффиценти, φ эса — буралмиш бурчаги; ҳаракатга бўлган қаршилик моменти $m_{қз} = -\beta\varphi$, бунда φ — дискнинг бурчак тезлиги бўлиб, β эса ўзгармас мусбат сон. Бошланғич пайтда диск φ_0 бурчакка бурилган ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Қуйидаги ҳолларда:

1) $\frac{\beta}{MR^2} = \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$, 2) $\frac{\beta}{MR^2} > \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$

дискнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: Қуйидаги қонунлар билан бўладиган апернодик ҳаракат:

1) $\frac{\beta}{MR^2} = \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$, $\varphi = \varphi_0 e^{-nt} (1 + nt)$, бунда $n = \frac{\beta}{MR^2}$;

$$2) \frac{\beta}{MR^2} > \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}, \quad \varphi = \frac{\varphi_0}{2\sqrt{n^2 - k^2}} e^{-nt} \left[(\sqrt{n^2 - k^2} - n) e^{-\sqrt{n^2 - k^2}t} + (\sqrt{n^2 - k^2} + n) e^{\sqrt{n^2 - k^2}t} \right],$$

бунда $k^2 = \frac{2c}{MR^2}$, $n = \frac{\beta}{MR^2}$.

37.23. Эластик симга осилган қаттиқ жисм $m_{Tz} = m_0 \cos pt$ ташқи момент таъсирида буралма тебранишлар қилади: бу ерда m_0 ва p — мусбат ўзгармас миқдорлар, z эса — сим бўйлаб йўналган ўқ. Симнинг эластиклик кучи momenti $m_{элz} = -c\varphi$, бу ерда c — эластиклик коэффициентини, φ эса — буралиш бурчагини. Қаттиқ жисмнинг z ўққа нисбатан инерция momenti I_z га тенг. Харакатга кўрсатиладиган қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. Сим зўриқмай эркин турган бошланғич пайтда қаттиқ жисмга ω_0 бурчак тезлик берилган. Қаттиқ жисмнинг ҳаракати қуйидаги ҳолларда аниқлансин:

1) $\sqrt{c/I_z} \neq p$, 2) $\sqrt{c/I_z} = p$.

Жавоб: 1) $\sqrt{c/I_z} \neq p$, $\varphi = \frac{\omega_0}{k} \sin kt + \frac{h}{k^2 - p^2} (\cos pt - \cos kt)$,

бунда $k = \sqrt{c/I_z}$, $h = m_0/I_z$;

2) $\sqrt{c/I_z} = p$, $\varphi = \frac{\omega_0}{k} \sin kt + \frac{h}{2k} t \sin kt$, бунда $R = \sqrt{c/I_z} = p$, $h = m_0/I_z$.

37.24. Эластик симга осиб қўйилган бир жинсли M массали, радиуси R бўлган юмалоқ диск суюқлик ичида $m_{Tz} = m_0 \sin pt$ ташқи момент таъсирида резонансли буралма тебранишлар қилади; бунда m_0 ва p — мусбат доимийлар, z эса сим бўйлаб йўналган ўқ; симнинг эластиклик кучи momenti $m_{элz} = -c\varphi$, бу ерда c — эластиклик коэффициентини, φ эса — буралиш бурчагини; ҳаракатга бўлган қаршилик momenti $m_{кz} = -\beta\varphi$, бу ерда β — дискнинг бурчак тезлиги, β — ўзгармас мусбат сон. Дискнинг резонансли мажбурий тебранишлари тенгласини тегилисин.

Жавоб: $p = \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$ бўлганда $\varphi = -\frac{h}{2np} \cos pt$,

бунда $h = \frac{2m_0}{MR^2}$, $n = \frac{\beta}{MR^2}$.

37.25. Суюқликнинг ёпишқоқлик коэффициентини аниқлаш учун, суюқликдаги эластик симга осилган дискнинг тебранишлари кўзатилади. Дискка $M_0 \sin pt$ ($M_0 = \text{const}$) га тенг бўлган ташқи момент қўйилганда резонанс ҳодисаси юзага келади. Суюқликдаги диск ҳаракатига кўрсатиладиган қаршилик momenti $\alpha S\omega$ га тенг, бу ерда α — суюқликнинг ёпишқоқлик коэффициентини, S — дискнинг юқориги ва пастки асослари юзларининг йиғиндиси, ω — дискнинг

бурчак тезлиги. Суоқликнинг ёпишқоқлик коэффициентини α аниқлансин; резонанс вақтида дискнинг мажбурий тебранишлари амплитудаси φ_0 га тенг.

Жавоб: $\alpha = \frac{M_0}{\varphi_0 S p}$.

37.26. Спаряд учиб кетаётганида, ўзининг симметрия ўқи атрофида айланиши ҳаво қаршилик кучининг $k\omega$ га тенг бўлган моментининг таъсиридан секинланади, бунда ω — спаряд айланишининг бурчак тезлиги, k — ўзгармас пропорционаллик коэффициенти. Бурчак тезлигининг камайиш қонуши аниқлансин; бошланғич бурчак тезлик ω_0 га тенг, спаряднинг симметрия ўқиغا нисбатан инерция моменти эса I га тенг.

Жавоб: $\omega = \omega_0 e^{-\frac{k}{I} t}$.

37.27. Оғирлик кучининг тезланишини аниқлаш учун иккита уч қиррали A ва B пичоқлар билан таъминланган стержендан иборат ағдарма маятникдан фойдаланилади. Пичоқнинг бири қўзғалмас, иккинчиси эса стержень бўйлаб силжиши мумкин. Стержень пичоқларнинг дам бирига, дам иккинчисига осиб ва пичоқлар орасидаги AB масофани ўзгартириб, маятникнинг ҳар қайси пичоқ атрофида тебраниш давларини тенглаштириш мумкин. Агар маятникнинг тебраниш давлари тенглашганда пичоқлар орасидаги масофа $AB = l$, тебраниш даври эса T га тенг бўлса, оғирлик кучининг тезланиши қанча бўлади?



37.27-масалага

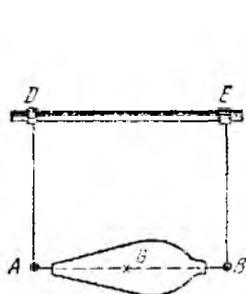
Жавоб: $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$.

37.28. Иккита қаттиқ жисм битта горизонтал ўқ атрофида ҳар қайсиси алоҳида-алоҳида ва туташтирилганида бирга қўшилиб тебраниши мумкин. Мураккаб маятникнинг келтирилган узунлиги аниқлансин; қаттиқ жисмларнинг массалари M_1 ва M_2 га, уларнинг оғирлик марказларидан умумий айлашни ўқиғача бўлган масофалар a_1 ва a_2 га, ҳар қайси жисм алоҳида тебраниганида уларнинг келтирилган узунликлари l_1 ва l_2 га тенг.

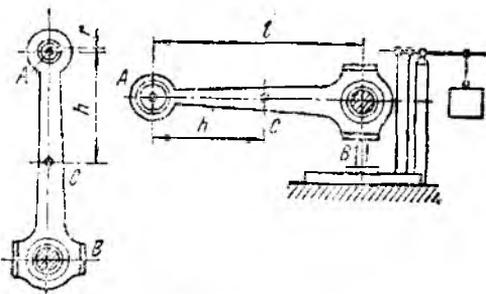
Жавоб: $l_k = \frac{M_1 a_1 l_1 + M_2 a_2 l_2}{M_1 a_1 + M_2 a_2}$.

37.29. Лебобнинг бир қисми бир жинсли L узунликдаги стержень шаклида бўлиб, бир уч билан горизонтал O ўққа эркин осиб қўйилган. Стержень тебранишларини қайд қилиш учун унинг қуйи учига m массали кўзгу ёпиштирилган. Шунинг билан бирга стержень тебранишлари частотаси ўзгармаслиги учун унинг боёқ ерига A юк ўрнатилади. Кўзгу билан юкни моддий нуқталар сифатида қараб, A юк қандай минимал массага эга бўлиши кераклиги топилин. Уни O ўқдан қандай масофада ўрнатиш керак?

Жавоб: $m_A = 3m$, $OA = \frac{1}{3} L$.



37.31-масалага



37.33-масалага

37.30. Ссатнинг юришини тартибга солиш учун массаси M_1 , сбирлик марказидан осилиш ўқига a бўлган масофаси a , келтирилган узунлиги l бўлган маятникка унинг осилиш ўқидан x масофادا массаси M_2 бўлган қўшимча юк осилган. Қўшимча юкни моддий нуқта деб қабул қилиб, берилган M_2 ва x қийматларда маятник келтирилган узунлигининг ўзгариши Δl аниқлансин ҳамда шундай $x = x_1$ қиймат топилсинки, бунда маятникнинг келтирилган узунлиги энг кичик массали қўшимча юк билан берилган Δl миқдорда ўзгарсин.

Жавоб: Маятникнинг келтирилган узунлиги $\Delta l = \frac{M_2 x (x - l)}{M_1 a + M_2 x}$ га камайтириш керак; $x_1 = \frac{l}{2} (l + \Delta l)$.

37.31. Жисмининг массалар маркази G дан ўтувчи бирор AB ўққа нисбатан инерция моменти I ни аниқлаш учун, у AD ва BE стерженлар билан AB ўқи горизонтал қўзғалмас DE ўққа параллел бўлиб турадиган қилиб осилди; AD ва BE стерженлар жисмга маҳкам бириктирилган бўлиб, DE ўққа эркин ўтказилган; кейин жисм тебранма ҳаракатга келтирилиб, унинг бир силкиниши қанча T вақт давом этиши аниқланди. Инерция моменти I аниқлансин. Жисмининг массаси M ; AB ва DE ўқлар орасидаги масофа h га тенг. Стерженларнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $I = h Mg \left(\frac{T^2}{\pi^2} - \frac{h}{g} \right)$.

37.32. Олдинги масалани ингичка тўғри чизикдан бир жинсли AD ва BE стерженларнинг массасини ҳисобга олган ҳолда ечилсин; стерженлар ҳар бирининг массаси M_1 га тенг.

Жавоб: $I = h \left[\frac{(M + M_1)^2 g T^2}{\pi^2} - \frac{3M + 2M_1}{3} h \right]$.

37.33. Шатуниинг инерция моментини аниқлаш учун крейцкопф шатунининг шгулкасидан ингичка цилиндрик стержень ўтказилиб, шатуни шу горизонтал ўқ атрофида тебратилади. Юзта силкиниш $100T = 100$ с мобайнида давом этади, бу ерда T —ярим давр. Сўнгра

А тешик марказидан C массалар марказигача бўлган $AC = l$ масофани аниқлаш учун, шатун A нуқтасидан талларга осилиб, B нуқтаси билан эса ўнги тарозининг платформасига тиралиб, горизонтал ҳолатда қўйилди, бу вақтда тарозига тушадиган босим P га тенг бўлган. Шатуннинг расм текислигига тик бўлган ўққа нисбатан марказий инерция моменти I аниқлансин. Қуйидагилар берилган: шатуннинг массаси M , A ва B нуқталардан ўтказилган вертикаллар (ўнгдаги расмга қаралсин) орасидаги масофа l , крейнокopf цапфасининг радиуси r .

Жавоб:
$$I = \frac{Pl + Mgr}{g} \left(\frac{g}{\pi^2} T^2 - \frac{P}{Mg} l - r \right).$$

37.34. Маятник AB стержендан ва унинг учига бириктирилган шардан иборат. Шарнинг массаси m , радиуси r бўлиб, C маркази AB стержень давомида ётади. Стерженнинг массасини ҳисобга олмай, кичкина тебранма ҳаракатлар қилганда шу маятникнинг бир силкиниш вақти берилган T миқдорга тенг келиши учун осилиш ўқини стерженнинг қандай O нуқтасидан ўтказиш кераклиги аниқлансин.



37.34-масалага

Жавоб:
$$OC = \frac{1}{2\pi^2} (gT^2 + \sqrt{g^2 T^4 - 1,6 \pi^4 r^2}).$$

$OC > r$ бўлиши керак, шунинг учун $T^2 \geq 1,4 \frac{\pi^2}{g} r$ бўлгандагина масалани ечиш мумкин, илдиэ олдидаги ишора минус бўлганида уни ечиш мумкин эмас.

37.35. Физик маятникнинг тебраниш даври энг кичик бўлиши учун уни массалар марказидан қандай масофада осили керак?

Жавоб: Маятникнинг массалар марказидан тебраниш текислигига тик равишда ўтган ўққа нисбатан инерция радиусига тенг келадиган масофада.

37.36. Маятник иккита юк бириктирилган стержендан иборат, юклар орасидаги масофа l га тенг; юқоридаги юкнинг массаси m_1 , пастдаги юкнинг массаси m_2 га тенг. Маятникнинг кичик тебранишлари даври энг кичик бўлиши учун, осилиш ўқини пастки юкдан қандай x масофада ўриатиш кераклиги аниқлансин. Стержень массаси ҳисобга олинмасин ва юкларни моддий нуқталар деб ҳисоблансин.

Жавоб:
$$x = l \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} \cdot \frac{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1} + m_2}.$$

37.37. Физик маятникнинг силкинишлар даври ўзгармаслиги учун қўшимча юкни осилиш ўқидан қандай масофада бириктириш керак?

Жавоб: Физик маятникнинг келтирилган узунлигига тенг бўлган масофада.

37.38. Массаси M , узунлиги $2l$ ва радиуси $r = \frac{l}{6}$ бўлган доиравий цилиндр расм текислигига тик бўлган O ўқ атрафида тебра-

нади. Агар унга $OK = \frac{85}{72} l$ масофада нуқтавий m масса бириктирилса, цилиндрнинг тебраниш даври қандай ўзгаради?

Жавоб: Тебраниш даври ўзгармайди, чунки нуқтавий масса цилиндрнинг тебраниш марказида қўшилган.

37.39. Массаси M бўлган бир жинсли, r радиусли дискнинг масалар марказидан $OC = r/2$ масофада турувчи, диск тезлигига тик бўлиб ўтадиган горизонтал Oz ўқ атрофида қўлатган кичик тебранишларининг тенгламаси топиلسин. Дискка m айлантурувчи момент қўйилган бўлиб, $m = m_0 \sin pt$, бунда m_0 ва p — ўзгармас миқдорлардир. Босилгани пайтда қуйи ҳолатда турган дискка ω_0 бурчак тезлик берилган. Қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. Тебранишларни кичик ҳисоблаб, $\sin \varphi \approx \varphi$ деб олинсин.

$$\text{Жавоб: } 1) p \neq \sqrt{\frac{2g}{3r}} \text{ бўлганда } \varphi = \frac{1}{k} \left(\omega_0 - \frac{hp}{k^2 - p^2} \right) \sin kt + \frac{h}{k^2 + p^2} \sin pt,$$

$$\text{бунда } k = \sqrt{\frac{2g}{3r}}, h = \frac{4m_0}{3Mr^2}; 2) p = \sqrt{\frac{2g}{3r}} \text{ бўлганда } \varphi = \frac{1}{p} \left(\omega_0 + \frac{h}{2p} \right) \sin pt - \frac{h}{2p} t \cos pt, \text{ бунда } h = \frac{4m_0}{3Mr^2}.$$

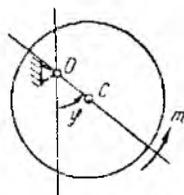
37.40. Сейсмографларда, яъни ер қимирлашини қайд қилувчи асбобларда физик маятник қўлланилади; маятникнинг осилиш ўқи вертикал билан α бурчак ташкил қилади. Осилиш ўқидан маятникнинг массалар марказигача бўлган масофа a га тенг, осилиш ўқиға параллел ҳолда массалар марказидан ўтган ўққа нисбатан маятник инерция моменти I_C га тенг. Маятникнинг массаси M . Маятникнинг тебранишлар даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I_C - Ma^2}{Mga \sin \alpha}}.$$

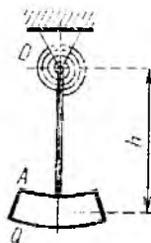
37.41. Машиналар фундаментларининг горизонтал тебранишларини ёзувчи вибрографда учини юки бўлган ричагдан иборат OA маятник ўзининг горизонтал O ўқи атрофида тебраниши мумкин;



37.38- масалага

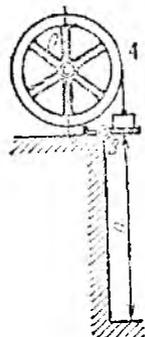
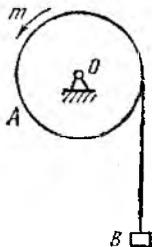


37.39- масалага



37.41- масалага

ОА маятникни ўз массаси ва спираль пружина вертикал ҳолатда устувор мувозанатда ушлаб туради. Оғиш бурчаклари кичик бўлганда маятник хусусий тебранишларининг даври аниқлансин; маятник оғирлигининг унинг айланishi ўқиға нисбатан максимал статик моменти Mgh га, шу ўққа нисбатан инерция моменти I_z га, қаршилиғи бурални бурчакға пропорционал бўлган пружинанинг бикирлик коэффициентини c га тенг; 37.43- масалаға



37.44- масалаға

37.43- масалаға

маятник мувозанатда турганида пружина зўриқмасдан туради. Қаршилиқлар ҳисобға олинмасин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{c + Mg h}}$

37.42. Виброграф (олдинги масалаға қаралсин) $x = a \sin \omega t$ қонунға мувофиқ горизонтал гармоник тебранима ҳаракат қилаётган фундаментға ўрнатилган. Агар виброграф маятникнинг мажбурий тебраниш амплитудаси φ_0 га тенг бўлса, фундамент тебранишининг амплитудаси a аниқлансин.

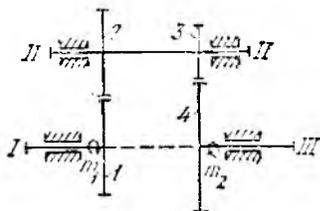
Жавоб: $a = \frac{\varphi_0 (c + Mg h - I_z \omega^2)}{Mh \omega^2}$

37.43. Электр лебедкани ишға тушириб юборишда А барабанға пиктаға пропорционал бўлган m айлаштирувчи момент қўйилган: $m = at$ бўлиб, бунда a —ўзгармас. M_1 массали В юк массаси M_2 бўлган r радиусли барабанға ўралган арқоқ ёрдамда қўтарилади. Барабани тугаш цилиндр ҳисоблаб, унинг бурчак тезлиғи аниқлансин. Бошланғич пайтда лебедка тинч турган.

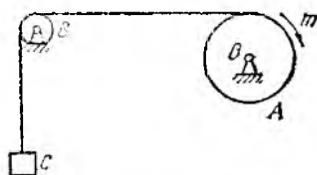
Жавоб: $\omega = \frac{(at - 2M_1 gr) t}{r^2 (2M_1 + M_2)}$

37.44. Радиуси R бўлган А айланма гилдиракнинг массалар марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти I ни топиш учун гилдиракка ингичка сым ўралиб, унинг учига массаси M_1 бўлган В тошни боғлаб, тошнинг h баландликдан тушиш вақти T_1 эканлиғи кузатишган. Подшипниклардаги инқаланиш таъсирини чиқариб ташлаш учун массаси M_2 бўлган иккинчи тош билан ҳам тажриба қилиб юкнинг ўша баландликдан тушиш вақти T_2 га тенг эканлиғи аниқланган. Инқалавиш кучи моментини тошларнинг массасига боғлиқ бўлмаган ўзгармас катталиқ деб I инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $I = R^2 \frac{\frac{R}{2h} (M_1 - M_2) - \left(\frac{M_1}{T_1^2} - \frac{M_2}{T_2^2} \right)}{\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}}$



37.45- масалага



37.46- масалага

37.45. I валга айлантирувчи моменти m_1 га тенг бўлган электр мотори уланган. Тўртта 1, 2, 3 ва 4 тишли филдираклардан ташкил топган тезликлар редуктори орқали бу айлантирувчи момент токарлик станогининг III шпинделига узатилади, унга қаршилик моменти m_2 қўйилган (бу момент йўнувчи ёрдамда ишлов берилаётган жисм юзасидан қириндани олиш пайтида пайдо бўлади). Агар I, II ва III валларга ўрнатилган айланувчи деталларнинг инерция моментлари тегишлича I_1, I_{II}, I_{III} бўлса, III шпинделнинг бурчак тезлиниши аниқлансин. Филдиракларнинг радиуслари r_1, r_2, r_3 ва r_4 га тенг.

$$\text{Жавоб: } \epsilon_{III} = \frac{m_1 k_{1,2} k_{3,4} - m_2}{(I_1 k_{1,2}^2 + I_{II}) k_{3,4}^2 + I_{III}}$$

бу ерда $k_{1,2} = r_2/r_1, k_{3,4} = r_4/r_3$.

37.46. Массаси M_1 ва радиуси r бўлган A барабан чўзилмайдиган троснинг унга боғланган M_2 массали C юк ёрдамида айлантирилади. Трос B блок орқали ўтказилиб, A барабанга ўралган. A барабанга унинг айланиш бурчак тезлигига пропорционал бўлган қаршилик моменти m қўйилган, пропорционаллик коэффициентини α га тенг. Агар бошланғич пайтда система тиш турган бўлса, барабанининг бурчак тезлиги аниқлансин. B блок билан троснинг массаси ҳисобга олинмасин, барабанини бир жинсли туташ шпиндр деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{M_2 gr}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$$

буида

$$\beta = \frac{2\alpha}{r^2 (M_1 + 2M_2)}; \lim_{t \rightarrow \infty} \omega = \frac{M_2 gr}{\alpha} = \text{const.}$$

37.47. Автоматизациянинг массаси M ва радиуси r бўлган етакловчи филдирагига m айлантирувчи момент қўйилган бўлса, унинг бурчак тезлиниши аниқлансин. Филдиракнинг C массалар маркази орқали моддий система симметрия текислигига тик бўлиб ўтайдиган ўққа нисбатан инерция моменти I_C га тенг; f_{ω} —юмалаб ишқаланиш коэффициентини, F —ишқаланиш кучи. Шунингдек, филдирак ўзгармас

бурчак тезлик билан думалаши учун айлантирувчи моментнинг қанча бўлиши топилсин.

Жавоб: $\varepsilon = \frac{m - Mg f_{ю} - F \cdot r}{I_C}$, $m = Mg f_{ю} + Fr$.

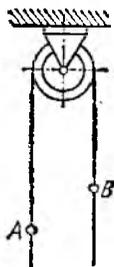
37.48. Автомобилнинг массаси M ва радиуси r бўлган етакла-
нувчи филдирагининг бурчак тезлиги аниқлансин. Горизонтал шос-
седа сирғаниш билан юмалаётган филдирак унинг C массалар мар-
казига қўйилган горизонтал йуналган куч таъсирида ҳаракатга ке-
лади. Филдиракнинг C массалар маркази орқали унинг моддий сис-
тема симметрия текислигига тик бўлиб ўтадиган ўққа нисбатан инер-
ция моменти I_C га тенг, $f_{ю}$ — юмалаб ишқаланиш коэффициентини,
 f — сирғаниб юмалашдаги ишқаланиш коэффициентини. Бошланғич
пайтда филдирак тинч турган.

Жавоб: $\omega = \frac{Mg}{I_C} (fr - f_{ю})t$.

37.49. Олдинги масалада кўрилган филдиракнинг
 C массалар марказига қўйилган куч миқдори икки
марта оширилса, унинг бурчак тезлиги ўзгарадими?

Жавоб: Ўзгармайди.

37.50. Массаси ҳисобга олинмайдиган блокдан ар-
қон ўтказилган; арқонни унинг A нуқтасидан бир ки-
ши ушлаб туради. Арқоннинг B нуқтасига эса масса-
си шу кишининг массасидек юк осилган. Киши арқонга
нисбатан v тезлик билан арқон бўйлаб кўтарила бош-
ласа, юк нима қилади?



37.50-масалага

Жавоб: Юк $v/2$ тезликда арқон билан бирга кўтарилади.

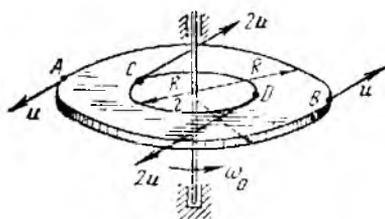
37.51. Олдинги масалада блок массасини ҳисобга олиб ечилсин.
Блокнинг массаси кишининг массасидан тўрт барабар кам. Блокнинг
инерция моментини аниқлашда унинг массаси гардини бўйлаб текис
таралган деб олинсин.

Жавоб: юк $\frac{4}{9}v$ тезлик билан кўтарилади.

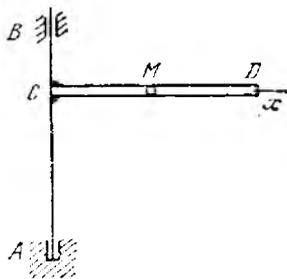
37.52. Доиравий горизонтал платформа ўзининг O марказидан
ўтувчи вертикал Oz ўқ атрофида ишқаланмасдан айлана олади.
Платформа устида Oz ўқдан ўзгармас r масофада массаси M_1 бўл-
ган киши ўзгармас u тезлик билан юради. Бунда платформа ўз ўқи
атрофида қандай ω бурчак тезлик билан айланади? Платформа мас-
саси M_2 ни R радиусли доира юзаси бўйлаб текис таралган деб ҳи-
соблаш мумкин. Бошланғич пайтда платформа билан кишининг тез-
лиги нолга тенг.

Жавоб: $\omega = \frac{2M_1 r}{M_2 R^2 + 2M_1 r^2} u$.

37.53. Доиравий горизонтал платформа ўзининг массалар маржа-
идан ўтувчи вертикал ўқ атрофида ишқаланмасдан ўзгармас ω_0 бур-
чак тезлик билан айланмоқда; шу вақтда платформада массаси бир
кишига тенг бўлган тўрт киши туради: улардан икkitаси платформанинг
марказида, икkitаси эса айланмиш ўқидан платформанинг ярим ра-



37.53- масалага



37.56- масалага

диусига тенг бўлган масофада. Платформа чеккасида турган одамлар айлана бўйлаб айланниш томонига қараб u чизиқли нисбий тезлик билан юрсалар ва айланниш ўқидан ярим радиусга тенг масофада турган одамлар айлана бўйлаб қарама-қарши томонга $2u$ чизиқли нисбий тезлик билан юрсалар, платформанинг бурчак тезлиги қандай ўзгаради? Одамлар моддий нуқталар деб, платформа бир жинсли доғравий диск деб ҳисоблансин.

Жавоб: Платформа аввалгидек бурчак тезлик билан айланади.

37.54. Олдинги масала ҳамма одамлар платформанинг айланниш томонига қараб юради деб фараз қилиб ечилин. Платформа радиуси R , унинг массаси ҳар бир одамнинг массасидан тўрт барабар катта бўлиб, ўзининг бутун юзаси бўйлаб текис таралган. Шунингдек, u чизиқли нисбий тезлигининг қандай қийматида платформа тўхтайд?

Жавоб: $\omega_1 - \omega_0 = \frac{8}{9} \frac{u}{R}$, $u = \frac{9}{8} R \omega_0$.

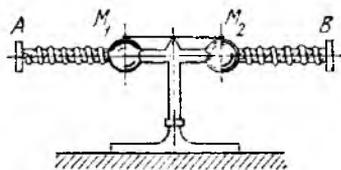
37.55. Жуковский скамейкасида турган киши қўлларини ёнга узатган вақтда унга 15 айл/мин га тўғри келадиган бошланғич бурчак тезлик берилади; бунда киши билан скамейканинг айланниш ўқиға нисбатан инерция моменти $0,8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ га тенг. Агар киши қўлларини таянисга яқинлаштириб, система инерция моменти $0,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ гача камайтирса, скамейка билан киши қандай бурчак тезлик билан айлана бошлайди?

Жавоб: 100 айл/мин.

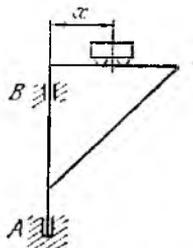
37.56. Горизонтал CD трубка вертикал AB ўқ атрофида эркин айлана олади. Трубка ичида ўқдан $MC = a$ масофада M шарча бор. Бирор пайт трубкага ω_0 бошланғич бурчак тезлик берилади. Шарча трубка ичидан отилиб чиққан пайтда трубканинг ω бурчак тезлиги аниқлавсин. Трубканинг айланниш ўқиға нисбатан инерция моменти I , L — унинг узунлиги; шарча m массали моддий нуқта деб қаралсин, ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = \frac{I + m a^2}{I + m L^2} \omega_0$.

37.57. Узунлиги $2L = 180 \text{ см}$ ва массаси $M_1 = 2 \text{ кг}$ бўлган бир жинсли AB стержень устувор мувозанат ҳолатида бир қиррага шундай қилиб ўрнатилганки, унинг ўқи горизонтал. Бир хилдаги



37.57- масалага



37.58- масалага

иккита пружинанинг учига бириктирилган ва ҳар қайсисининг массаси $M_2 = 5$ кг бўлган иккита шар стержень бўйлаб силжиши мумкин. Стержень $n_1 = 61$ айл/мин га тўғри келадиган бурчак тезлик билан вертикал ўқ атрафида айланма ҳаракатга келтирилади, бунда шарлар айланиш ўқиغا нисбатан симметрик ўрнаниган бўлиб, уларнинг марказлари иккита ёрдамда бир-биридан $2l_1 = 72$ см масофада ушлаб турилади. Сўнгра иккита куйдириб юборилади, шундан кейин шарлар бир неча марта тебраниб пружина ва ишқаланиш кучи таъсирида бир-биридан $2l_2 = 108$ см масофада мувозанат ҳолатини олади. Шарларни моддий нуқта деб қараб ва пружиналарнинг массасини ҳисобга олмай, стерженнинг минутига айланиш сонининг янги n_2 қиймати аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } n_2 = \frac{6M_2 l_1^2 + M L^2}{6M_2 l_2^2 + M_1 L^2} n_1 = 31 \text{ айл/мин.}$$

37.58. Айланма кўтариш краннинг аравачаси стрелага нисбатан ўзгармас v тезлик билан ҳаракатланади. Кранни айлантирувчи мотор тезликини ошириш даврида m_0 га тенг ўзгармас момент ҳосил қилади. Аравачанинг юки билан массаси M га тенг, I — краннинг (аравачаси) айланиш ўқиغا нисбатан инерция momenti бўлса, краннинг айланиш бурчак тезлиги ω тележкадан AB айланиш ўқиғача бўлган x масофага боғлиқ равишда аниқлансин; краннинг айланиши аравача AB айланиш ўқидан x_0 масофада бўлган пайтда бошланади.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{m_0}{I + Mx^2} \cdot \frac{x - x_0}{v}$$

37.59. Олдинги масаланинг шартини сақлаган ҳолда, агар мотор $m_0 = \alpha \omega$ га тенг айлантирувчи момент ҳосил қилса, кран айланишнинг ω бурчак тезлиги аниқлансин, бу ерда m_0 ва α — мусбат ўзгармас ifодалар.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{m_0}{v(I + Mx^2)} e^{-\mu \operatorname{arctg} x/k} \int_{x_0}^x e^{\mu \operatorname{arctg} x/k} dx,$$

$$\text{бу ерда } k = \sqrt{I/M}, \quad \mu = \frac{\alpha}{v} \sqrt{\frac{1}{IM}} \quad (x \text{ ўқ стрела бўйлаб ўнг то-}$$

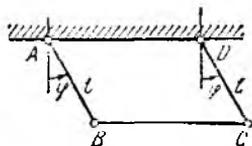
монга йўналган).

38-§. Моддий система кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теорема

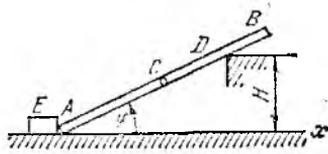
38.1. Учта AB , BC ва CD стерженлар A ва D цилинрик шарнирлар билан шипга бириктирилган бўлиб, ўзаро B ва C шарнирлар воситасида боғланган; ҳосил қилинган текис механизмнинг кинетик энергияси ҳисоблансин. l узунликдаги AB ва CD стерженлар ҳар бирининг массаси M_1 , BC стержень массаси M_2 бўлиб, $BC = AD$; AB ва DC стерженлар ω бурчак тезлик билан айланади.

Жавоб: $T = \frac{2M_1 + 3M_2}{6} l^2 \omega^2$.

38.2. Массаси M га тенг бир жинсели ингичка AB стержень D тиргакка таяниб, A учи билан горизонтал йўналтирувчи бўйлаб



38.1-масалага



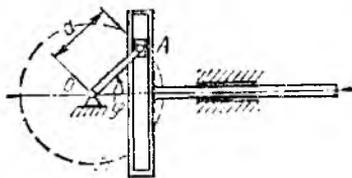
38.2-масалага

сирланади. E таянч ўнг томонга v ўзгармас тезлик билан силжийди. Стерженнинг узунлиги $2l$ га тенг, D тиргак горизонтал йўналтирувчига нисбатан H баландликда қўйилган бўлса, стерженнинг кинетик энергияси φ бурчакка боғлиқ равишда аниқлансин.

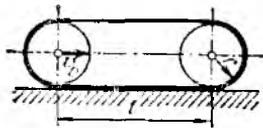
Жавоб: $T = \frac{Mv^2}{2} \left(1 - 2 \frac{l}{H} \sin^3 \varphi + \frac{4}{3} \frac{l^2}{H^2} \sin^4 \varphi \right)$.

38.3. Кулисали механизмнинг кинетик энергияси ҳисоблансин; OA кривошипнинг расм текислигига тик бўлган айланми ўқига нисбатан инерция моменти I_0 га, кривошип узунлиги a га, кулса массаси m га тенг. A тошининг массаси ҳисобга олинмасин. OA кривошип ω бурчак тезлик билан айланади. Механизм қандай ҳолатга келганда кинетик энергия энг катта ва энг кичик қийматларга эга бўлади?

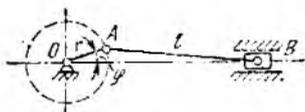
Жавоб: $T = \frac{1}{2} (I_0 + m a^2 \sin^2 \varphi) \omega^2$.



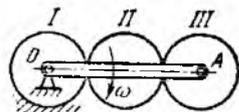
38.3-масалага



38.4-масалага



38.5- масалага



38.7- масалага

Кулисанинг четки ҳолатларида кинетик энергия энг кичик, кулиса ўрта ҳолатдан ўтишида кинетик энергия энг катта қийматга эга бўлади.

38.4. v_0 тезлик билан ҳаракат қилувчи трактор гусеничасининг кинетик энергияси ҳисоблансин. Гилдирак ўқлари орасидаги масофа l га тенг, гилдираklar радиуслари r га тенг, гусеница занжири ҳар метрнинг массаси γ га тенг.

Жавоб: $T = 2\gamma(l + \pi r)v_0^2$.

38.5. Кривошип-ползуни механизмининг кинетик энергияси ҳисоблансин; кривошип массаси m_1 , узунлиги r , ползун массаси m_2 , шатун узунлиги l га тенг. Шатуннинг массаси ҳисобга олинмасин. Кривошип бир жинсли сержень деб ҳисоблансин. Кривошипнинг бурчак тезлиги ω га тенг.

Жавоб: $T = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{3} m_1 + m_2 \left[\sin \varphi + \frac{r}{2l} \frac{\sin 2\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \varphi}} \right]^2 \right\} r^2 \omega^2$.

38.6. Шатун массасини m_3 га тенг деб ҳисоблаб, олдинги масала, OA кривошип ползун йўналишувицига перпендикуляр бўлган ҳолат учун ечилин.

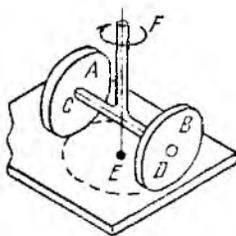
Жавоб: $T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m_1 + m_2 + m_3 \right) r^2 \omega^2$.

38.7. Горизонтал текисликда жойлашган планетар механизми, бир хилдаги учга I, II, III гилдираklar ўқларини туташтирувчи OA кривошип ҳаракатга келтиради. I гилдирак қўзғалмас; кривошип ω бурчак тезлик билан айланади. Ҳар қайси гилдиракнинг массаси M_1 га, радиуси r га тенг, кривошип массаси M_2 га тенг. Гилдираklarни бир жинсли диск ва кривошипни бир жинсли сержень деб ҳисоблаб, механизмининг кинетик энергияси аниқлансин. III гилдиракка қўйилган жуфт кучнинг иши нимага тенг?

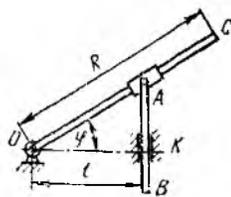
Жавоб: $T = \frac{r^2 \omega^2}{3} (3M_1 + 8M_2)$;

жуфтнинг иши нолга тенг.

38.8. Тегирмоннинг A ва B тошлари вертикал EF ўқ атрофида айланувчи горизонтал CD ўққа ўтқазилган; ҳар қайси тошнинг массаси 200 кг, тошларнинг диаметрлари бир хилда бўлиб, ҳар қайсиси 1 м га тенг, улар орасидаги CD масофа 1 м га тенг. CD ўқ минутага 20 марта айланса, тошнинг кинетик энергияси қанча бўлиши топилсин; инерция моментларини ҳисоблаганда тошни бир



38.8- масалага



38.9- масалага

жинсли юққа диск деб фараз қилиш мумкин. Тошлар таянч текислиги бўйича сирланмай думалайди.

Жавоб: 383 Н·м.

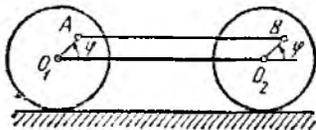
38.9. Кулса механизмида OC рычаг расм текислигига тик бўлган O ўқ агрофида тебранганда, A ползун OC рычаг бўйлаб сирлаб, AB стерженни ҳаракатга келтиради. AB стержень вертикал K йўлатирувчиларда ҳаракат қилади. Уzunлиги R бўлган OC рычаг массаси m_1 бўлган бир жинсли стержень деб ҳисоблансин; ползун массаси m_2 га, AB стержень массаси m_3 га тенг, $OK = l$. Механизмнинг кинетик энергияси OC рычагнинг бурчак тезлиги ва айлашиш бурчаги функцияси сифатида ифодалансин. Ползун нуқтавий масса деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{\omega^2}{6 \cos^4 \varphi} [m_1 R^2 \cos^4 \varphi + 3 l^2 (m_2 + m_3)].$$

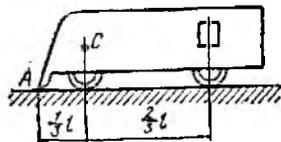
38.10. Паровоз спаринги AB ва O_1, O_2 стержень билан туташтирилган иккита гилдиракдан иборат системанинг кинетик энергияси ҳисоблансин; гилдиракларнинг ўқлари v_0 тезлик билан ҳаракатланади. Ҳар қайси гилдиракнинг массаси M_1 га тенг, AB спаринг ва бирлаштирувчи O_1, O_2 стержень бир хил M_2 массага эга. Гилдиракларнинг массалари гардишлари бўйлаб тақсимланган; $O_1 A = O_2 B = r/2$, бу ерда r — гилдираклар радиуси. Гилдираклар тўғри чизиқли рельслар бўйлаб сирланмасдан думалайди.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{v_0^2}{8} [16 M_1 + M_2 (9 + 4 \sin^2 \varphi)].$$

38.11. M массали автомобиль горизонтал йўлда v тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Автомобиль гилдираги билан йўл орасидаги юмалаб ишқаланиш коэффициентини $f_{ю}$ га, гилдирак радиуси r га тенг, ҳавонинг аэродинамик қаршилик кучи R_k тезликнинг квадратига пропорционал: $R_k = \mu g M v^2$, бунда μ — автомобилнинг



38.10- масалага



38.12- масалага

шаклига боғлиқ бўлган коэффициент. Барқарор режимда стакловчи гилдираклар ўқига узатиладиган двигателнинг қуввати N аниқлан.

Жавоб: $N = Mg \left(\frac{1}{r} + \mu v^2 \right) v$.

38.12. Музни силлиқлайдиган M массали машина яхмалак майдонча бўйлаб горизонтал текисликда v тезлик билан тўғри чизиqli текис ҳаракат қилади. C массалар марказининг ҳолати расмда кўрсатилган. Муз ва автомобиль гилдираклари орасидаги юмалаб ишқаланиш коэффициентини f_0 , муз билан силлиқлайдиган A қирра орасидаги сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f бўлса, двигателнинг r радиусли гилдираклар ўқига узатиладиган N қуввати ҳисоблансин. Гилдираклар сирғанмасдан думалайди.

Жавоб: $N = \frac{Mg}{3} \left(2f + \frac{f_0}{r} \right) v$.

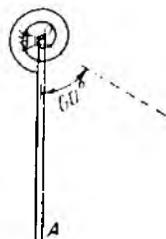
38.13. Диаметри 60 мм бўлган валга минутига 180 марта айланувчи маховик ўрнатилган, маховик диаметри 50 см. Агар привод ўчирилгандан кейин маховик тўхтагунича 90 марта айланган бўлса, вал билан подшипник орасидаги сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f нинг қанча бўлиши аниқлансин. Маховик массаси унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисоблансин. Вал массаси ҳисобга олинмаскин.

Жавоб: $f = 0,07$.

38.14. Диаметри 2 м ва массаси 3 т бўлган айланма гилдирак ўрнатилган цилиндрик вал бирор пайтда 60 айл/мин бурчак тезлик билан айланиб туради ва шундан кейин ўз ҳолига қўйилади; валининг диаметри 10 см ва массаси 0,5 т. Агар подшипниклардаги ишқаланиш коэффициентини 0,05 га тенг бўлса, вал тўхтагунича яна неча марта айланади? Масалани ечганда маховик массаси унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисоблансин.

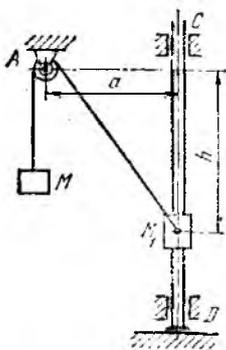
Жавоб: 109,8 айланиш.

38.15. Массаси M , узунлиги l бўлган бир жинсли OA стержень бир учидан расм текислигига тик бўлиб ўтувчи қўзғалмас горизонтал ўқ атрофида айлана олади. Эластиклик коэффициентини c га тенг бўлган спирал пружинанинг бир уш қўзғалмас B ўққа ва иккинчи уш стерженга боғланган. Стержень вертикал ҳолатда тинч туради, бунда пружина деформацияланмаган. Стержень вертикалга нисбатан 60° га тенг бурчакка оғиши учун ушнинг A учига қандай тезлик бериши керак?

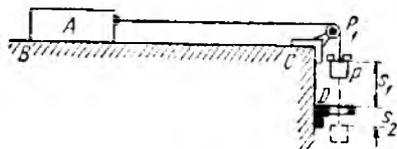


Жавоб: $v = \sqrt{\frac{9Mgl}{6M} + \frac{2c^2}{c}}$.

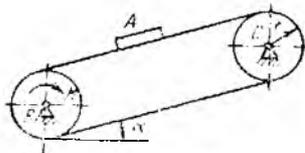
38.16. Жуда кичик A блок орқали ўтказилган эластик чўзилмас ип учларига иккита юк осилган. 38.15-масалага



38.16-масаллага



38.17-масаллага



38.20-масаллага

M_1 юк блок ўқидан a масофада бўлган силлиқ вертикал CD стержень бўйлаб сирғана олади. M_1 юкнинг оғирлик маркази бошланғич пайтда блок ўқи билан бир сатҳда турган, бу юк оғирлик кучи таъсирида бошланғич тезликсиз пастга туша бошлайди. M_1 юк тезлиги билан унинг пастга тушиши баландлиги h орасидаги боғланиш топилсин. Иккинчи юкнинг массаси M га тенг.

$$\text{Жавоб: } v^2 = 2g(a^2 - h^2) \frac{M_1 h - M(\sqrt{a^2 + h^2} - a)}{M_1(a^2 + h^2) + M h^2}$$

38.17. M массали P юк билан унинг устига қўйилган M_1 массали юк, ғадир-будур горизонтал BC текисликда тинч ҳолатда турувчи M_2 массали A юкни, блокдан ўтказилган шнур ёрдами билан ҳаракатга келтиради. M юк пастга s_1 масофага тушиб f ҳалқадан ўтганда, ҳалқа M_1 юкни тўтиб қолади; шундан кейин M юк пастга s_2 масофага тушиб тўхтайдди. Шнур билан блок массаларини ва блокадаги ишқаланишнинг ҳисобга олмай, A жиём билан текислик орасидаги ишқаланиш коэффициенти f аниқлансин; берилган:

$$M_2 = 0,8 \text{ кг}, M = M_1 = 0,1 \text{ кг}, s_1 = 50 \text{ см}, s_2 = 30 \text{ см}.$$

$$\text{Жавоб: } f = \frac{s_1(M_1 + M)(M + M_2) + s_2 M(M + M_1 + M_2)}{M_2[s_1(M + M_2) + s_2(M + M_1 + M_2)]} = 0,2.$$

38.18. Бир қисми силлиқ горизонтал стол устида ётган L узунликдаги бир жинсли ич столдан пастга осилиб тушган бошқа бир қисми оғирлигининг таъсирида ҳаракат қилади. Агар бошланғич пайтда шнинг осилиб турган қисмининг узунлиги l , бошланғич тезлиги эса нолга тенг бўлса, шнинг қанча T вақтдан кейин столдан тушиб кетиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = \sqrt{\frac{L}{g}} \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 - l^2}}{l} \right).$$

38.19. Силлиқ штифта тинч осилиб турган ва узунлиги $2a$ бўлган бир жинсли оғир ич s_0 бошланғич тезлик билан ҳаракатлана

бошлайди. Ип штифтдан чиқиб кетган вақтда тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = \sqrt{ag + v_0^2}.$$

38.20. Транспортёр пастки B шкивга туташтирилган привод ёрдамида тинч ҳолатдан ҳаракатга келтирилади. Привод шу шкивга доимий M айлантирувчи момент беради. Агар кўтарилишни A юкнинг массаси M_1 га тенг, B ва C шкивлар бир жиқсли доиравий цилиндр шаклида бўлса, транспортёр лентасининг v тезлиги унинг s снйқишига боғлаб аниқлансин; B ва C шкивларнинг радиуси r га, ҳар қайсиқсининг массаси M_2 га тенг. Транспортёр лентаси горизонт билан α бурчак ҳосил қилади, унинг массаси ҳисобга олинмайди. Лента шкивда снйқанмайди.

$$\text{Жавоб: } v = \sqrt{\frac{2(M - M_1 g r \sin \alpha)}{r(M_1 + M_2)}} s.$$

38.21. Горизонтал CD трубка AB вертикал ўқ атрофида эркин айлана олади (37.56-масалага берилган расмга қаранг). Трубка ичида ўқдан $MC = x_0$ масофада M жиқм турибди. Бирор пайтда трубкага ω_0 бурчак тезлик берилган. M жиқмининг трубкадан отилиб чиқиш пайтда унга нисбатан v тезлиги аниқлансин. Трубканинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг, L — трубка узунлиги; ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Жиқмини m массали моддий нуқта деб қаралсин.

Кўрсатма. 37.56-масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

$$\text{Жавоб: } v = \omega_0 \sqrt{\frac{I + m x_0^2}{I + m L^2}} (L^2 + x_0^2).$$

38.22. Ишқаланишсиз ҳаракатланаётган A горизонтал платформа бўйлаб u_0 ўзгармас нисбий тезлик билан B жиқм снйқийди. (36.9-масалага берилган расмга қаранг.) B жиқм тормозланганда у билан A платформа орасида ишқаланиш кучлари пайдо бўлади. Тормозлаш бошлангандан сўнг B жиқм A платформаға нисбатан бутунлай тўхтаганиға B жиқм ва A платформа орасидаги ички ишқаланиш кучларининг ички ҳисоблансин; уларнинг массалари тегишлича m ва M га тенг.

Кўрсатма. 36.9-масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

$$\text{Жавоб: } A = -\frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} u_0^2.$$

38.23. Лебедка электромотори ёрдамида r радиусли ва M массали A барабан валиға барабанининг айланиш бурчаги φ га пропорционал бўлган m айлантирувчи момент қўйилган, буғда пропорционаллик коэффициенти a га тенг (37.43-масалаға берилган расмга қаранг). Кўтарилаётган M_2 массали B юкнинг тезлиги унинг h кўтарилиш баландлиғиға боғлиқ ҳолда аниқлансин. A барабан тутали цилиндр деб ҳисоблансин. Тресининг массаси ҳисобга олинмасин.

Бошланғич пайтда система тинч ҳолатда бўлган.

$$\text{Жавоб: } v = \sqrt{\frac{2h(ah - 2M_2gr^2)}{r^2(M_1 + 2M_2)}}.$$

38.24. Расмда кўтарниш механизми лебедкаси тасвирланган. M_1 массали A юк C блок орқали ўтказилган r радиусли, M_2 массали B барабанга ўралган трос ёрдамда кўтарилади. Барабанга, ишга тушириб юборилгандан бошлаб барабаннинг φ айланиш бурчаги квадратига пропорционал бўлган $m - a\varphi^2$ айлантирувчи момент қўйилган, бу ерда a — ўзгармас коэффициент. A юк L баландликка кўтарилганида унинг тезлиги аниқлансин. B барабан массасининг унинг гардиши бўйлаб текис таралган, C блок эса M_3 массали туташ диск деб ҳисоблансин. Троснинг массаси ҳисобга олинмасин. Бошланғич пайтда система тинч ҳолатда бўлган.

$$\text{Жавоб: } v = \sqrt{\frac{4h(a h^2 - 3M_1gr^2)}{3r^2(2M_1 + 2M_2 + M_3)}}.$$

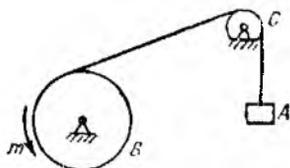
38.25. Горизонт билан α бурчак ҳосил қилган қия текислик бўйлаб сирғанмай юмаловчи r радиусли ғилдирак шу қия текислик бўйлаб h баландликка кўтарилиши учун ғилдирак ўқига қия текисликка параллел йўналишида қандай бошланғич тезлик бериш керак? Юмалаб ишқаланиш коэффициенти f_0 га тенг. Ғилдирак бир жинсли диск деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{2}{3} \sqrt{3gh(1 + \frac{f_0}{r} \operatorname{ctg} \alpha)}.$$

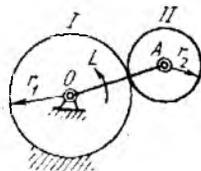
38.26. Бир хил массали ва радиусли иккита цилиндр қия текислик устида сирғанмай юмалаб тушади. Биринчиси туташ цилиндр, иккинчи цилиндрнинг массасининг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисоблаш мумкин. Цилиндрлар бир хил баландликка тунганида уларнинг массалар марказлари тезликлари орасидаги боғланиш топилинсин. Бошланғич пайтда цилиндрлар тинч туришган.

$$\text{Жавоб: } v_2/v_1 = \sqrt{3/2}.$$

38.27. Горизонтал текисликда жойлашган эпициклик механизм OA кривошипга қўйилган доимий L айлантирувчи момент туфайли тинч ҳолатидан ҳаракатга келтирилади. Агар қўзғалмас I ғилдиракнинг радиуси r_1 , қўзғалувчи II ғилдиракнинг радиуси r_2 ва массаси M_1 , OA кривошипининг массаси эса M_2 бўлса, кривошипнинг бурчак



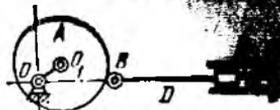
38.24- масаллага



38.27- масаллага

тезлиги унинг айланish бурчаги функцияси сифатида аниқлансин. // Ҳақикатан бир жинсли диск, қисқача, ва бир жинсли стержень деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2}{r_1 + r_2} \sqrt{\frac{3L\varphi}{9M_1 + 2M_2}}$$



38.28-масалага

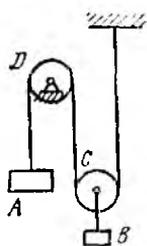
38.28. Горизонтал текисликда жойлашган кулакли механизмда A эксцентрик D штангали B роликни илгариллама-қайтма ҳаракатга келтиради. Штангага бириктирилган E пружина ҳам ша роликни эксцентрикка тақаб туради. Эксцентрикнинг массаси M га тенг, e эксцентриситет унинг радиусининг ярмига тенг; пружинанинг эластиклик коэффициентини s га тенг. Штанга энг чапдаги ҳолатда бўлганида пружина бўш туради. Эксцентрик D штангани энг чапдаги ҳолатдан энг ўнглаги ҳолатига кўчириши учун унга қандай бурчак тезлик бериш керак? Ролик, штанга ва пружиналар массалари ҳисобга олинмасин. Эксцентрик бир жинсли доиравий диск деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = 2\sqrt{s/(3M)}$$

38.29. Агар велосипеддаги киши бошланғич пайтда 9 км/соат тезлик билан ҳаракат қилиб, кейин педалларни айлантirmay қўйган бўлса, велосипед тўхтагунича қанча йўл босиб ўтади? Велосипед билан кишининг умумий массаси 80 кг га, ҳар қайси филдиракнинг массаси 5 кг га тенг, ҳар қайси филдиракнинг массаси 50 см радиусли айлана бўйлаб текис таралган деб ҳисоблансин. Филдиракларнинг ерда юмалашидаги ишқаланиш коэффициенти $0,5$ см га тенг.

$$\text{Жавоб: } 35,6 \text{ м.}$$

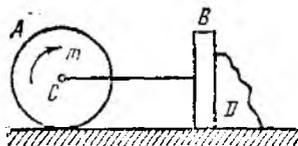
38.30. M_1 массали A юк настига тушаётганида, қўзғалмас D блок орқали ўтказилган трос ёрдамда қўзғалувчи C блокнинг ўқига бириктирилган M_2 массали B юкни юқорига кўтаради. C ва D блокларнинг ҳар бири M_3 массали бир жинсли туташ диск деб ҳисоблансин. A юкнинг h баландликдан тушган пайтдаги тезлиги аниқлансин. Троснинг массаси, блоклар гардишидаги сирғанишлар ва қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. Бошланғич пайтда система тинч турган.



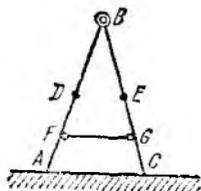
38.30-масалага

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{2gh \frac{2M_1 - M_2 - M_3}{8M_1 + 2M_2 + 7M_3}}$$

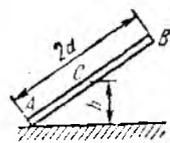
38.31. Қор курагининг етакловчи филдираги — A барабанига доимий айлантirmayчи m момент қўйилган. A барабанининг массасини унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб қараш мумкин. D қор, B шчит ва бошқа илгариллама ҳаракат қилувчи қисмлар массалари йиғиндиси ўзгармас ва M_0 га тенг. Қор ва шчитнинг ерга ишқаланиш коэффициенти f га, барабанининг ерда юмалашидаги ишқаланиш коэффициенти f_0 га тенг. Барабанининг массаси M_1 га, радиуси r га тенг. Бошланғич пайтда система тинч турган бўлса, қор курагич B шчитни ўтган s йўл билан унинг v тезлигининг қиймати орасидаги мутаносиблик аниқлансин.



38.31- масалага



38.33- масалага



38.34- масалага

$$\text{Жавоб: } s = \frac{r}{2} \frac{2M_1 + M_2}{m - (M_1 f_{\text{ш}} + f M_2 r)g} v^2.$$

38.32. Горизонтал тўғри йўлда ҳаракатланаётган автомашинанинг тезлиги v_1 дан v_2 га қадар двигателъ қувватини ошириш ҳисобига оради. Бунда s йўл ўтилди. Агар тўртта гилдирак ҳар бирининг массаси M_1 , кузов массаси M_2 , r — гилдирак радиуси, $f_{\text{ш}}$ — гилдиракнинг шосседан юмалаб чиқаланиш коэффициентини бўлса, автомашинани моторининг шу силжишда бажарган иши ҳисоблансин. Сирганмай юмалаётган гилдиракларни бир жинсли яхлит дисклар деб ҳисоблансин. Гилдираклар ва кузовдан ташқари ҳамма деталларнинг кинетик энергияси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } A = \frac{6M_1 + M_2}{2} (v_2^2 - v_1^2) + \frac{I_{\text{ш}}}{r} (4M_1 + M_2)gs.$$

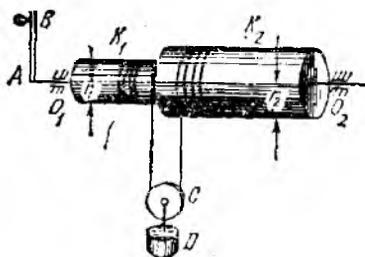
38.33. B шарнирли ABC парвон силлиқ горизонтал полда туради, узунлик $AB = BC = 2l$, массалар марказлари стерженларнинг ўртасидаги D ва E нуқталарда, ҳар қайси зинапояннинг массалар марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ га тенг. B шарнирдан полгача бўлган масофа h га тенг. Бир пайтга келиб парвон FG тортқичининг узиллиши натижасида керилга бошлайди. Шарнирдаги шиқаланишни ҳисобга олмай: 1) B нуқтанинг ерга тегиш пайтидаги тезлиги; 2) B нуқта билан пол орасидаги масофа $\frac{1}{2}h$ га тенг бўлган пайтдаги E нуқта тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 1) v = 2l \sqrt{\frac{gh}{l^2 + \rho^2}}; 2) v = \frac{1}{2} \sqrt{gh \frac{16l^2 - h^2}{2(l^2 + \rho^2)}}.$$

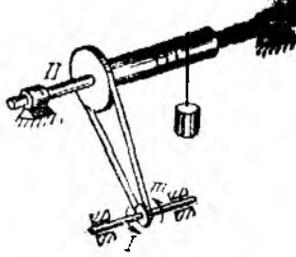
38.34. Узунлиги $2a$ бўлган AB стерженнинг A учи силлиқ горизонтал полда сирганганида стержень йиқилади. Бошланғич пайтда стержень вертикал ҳолатни эгаллаб, тинч турган. Стержень массалар марказининг тезлиги унинг полдан баландлиги h нинг функцияси сиратида аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = (a - h) \sqrt{\frac{6g(a - h)}{4a^2 - 3h^2}}.$$

38.35. Дифференциал чигирнида бир-бирига маҳкамлаб бириктирилган иккита K_1 ва K_2 валлар AB дастга билан айлангирлади; K_1 ва K_2 валларнинг радиуслари r_1 ва r_2 , уларнинг $O_1 O_2$ ўққа нисбатан



38.35- масалага



38.36- масалага

инерция моментлари тегишлича I_1 ва I_2 га тенг. Қўзғалувчи C блок чўзилмайдиган ва оғирлиги бўлмаган ипга осилган; ипнинг чап томондаги учи K_1 валга, ўнг томондаги учи эса K_2 валга ўралган. AB даста айланганда ипнинг чап томондаги учи K_1 валдан ечилади, ўнг томондаги учи эса K_2 валга ўралади. AB дастага m ўзгармас айлантурувчи момент қўйилган. C блокка M массали D юк осилган. D юкнинг s баландликка кўтарилишининг ирривардида дастанинг бурчак тезлиги топилисн. Бошланғич пайтда система тинч турган. Даста билан блок массалари ҳисобга олинмасн.

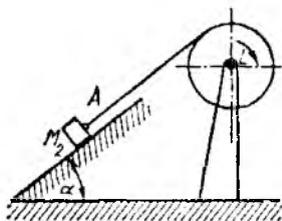
$$\text{Жавоб: } \omega = 2 \sqrt{2s \frac{2m - Mg(r_2 - r_1)}{(r_2 - r_1)[M(r_2 - r_1)^2 + 4(I_1 + I_2)}}$$

38.36. Чиғириқ тасмади узатма ёрдамида ҳаракатга келтирилади, бу узатма чиғириқ валга ўрнатилган Π шкив билан мотор валидаги I шкивни бирлаштиради. Массаси M_1 ва радиуси r бўлган I шкивга m ўзгармас айлантурувчи момент қўйилган. Π шкивнинг массаси M_2 га ва радиуси R га тенг. Чиғириқ барабанининг массаси M_3 , радиуси r , кўтарилувчи юк массаси M_4 га тенг. Чиғириқ тинч ҳолатдан ҳаракатга келтирилади. Юкнинг h баландликка кўтарилган пайтдаги тезлиги топилисн. Тасма билан арқон массаси ҳамда подшипниклардаги ишқалашини ҳисобга олинмасн. Барабан ва шкивлар бир жиғели доиравий цилиндрлар деб ҳисоблансн.

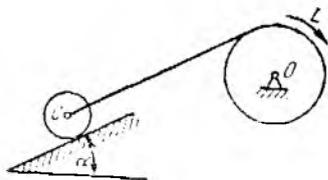
$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{\frac{h(m \frac{R}{r^2} - M_4 g)}{M_1 \left(\frac{R}{r}\right)^2 + M_2 \left(\frac{R}{r}\right)^2 + M_3 + 2M_4}}$$

38.37. Бундан олдинги масала юк боғланган арқоннинг массасини ҳисобга олиб ечилсн. Арқон узунлиги l , арқон узунлик бирлигининг массаси M . Бошланғич пайтда чиғириқ барабанидан арқоннинг $2h$ узунликдаги қисми осилиб турган.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{\frac{h(m \frac{R}{r^2} - M_4 g - \frac{3}{2} Mgh)}{M_1 \left(\frac{R}{r}\right)^2 + M_2 \left(\frac{R}{r}\right)^2 + M_3 + 2M_4 + 2M}}$$



38.38- масалага



38.40- масалага

38.38. L ўзгармас айлантурувчи момент чигириқнинг радиуси r ва массаси M_1 бўлган барабанга қўйилган. Барабанга ўралган троснинг A учига горизонт билан α бурчак ташкил қилган қия текислик бўйлаб кўтаришувчи M_2 массали юк боғланган. Чигириқ барабани φ бурчакка айланганида унинг бурчак тезлиги қанча бўлади? Юк билан қия текислик орасидаги сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Трос массаси ҳисобга олинмасин, барабан бир жишли доғравий цилиндр деб ҳисоблансин. Бошланғич пайтда система тинч турган.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2}{r} \sqrt{\frac{L - M_2 g (\sin \alpha + f \cos \alpha)}{M_1 + 2M_2}} \varphi.$$

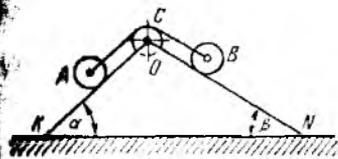
38.39. Бундан олдинги масала юк боғланган троснинг массаси ҳисобга олиниб ечилсин. Троснинг узунлиги l , трос узунлик бирлигининг массаси M га тенг. Бошланғич пайтда троснинг a узунликдаги қисми чигириқ барабанидан осилиб турган. Барабанга ўралган трос потенциал энергиясининг ўзгариши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{1}{r} \sqrt{2 \frac{2l - 2M_2 g (\sin \alpha + f \cos \alpha) - Mgr (2a - r\varphi) \sin \alpha}{M_1 + 2M_2 + 2M}} \varphi.$$

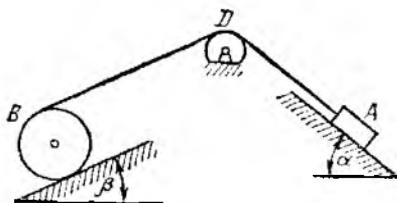
38.40. Чигириқнинг массаси M_1 , радиуси r_1 бўлган барабанга L ўзгармас айлантурувчи момент қўйилган. Барабанга ўралган троснинг учига M_2 массали вилдиракнинг C ўқи бириктирилган. Вилдирак горизонтга ишбаган α бурчакка отган қия текислик бўйлаб юқорига сирғанмасдан думалайди. Барабан n марта айланганида қандай бурчак тезликка эга бўлади? Барабан ва вилдиракни бир жишли доғравий цилиндрлар деб ҳисоблансин. Бошланғич пайтда система тинч турган. Троснинг массаси ва ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2}{r_1} \sqrt{2 \pi n \frac{L - M_2 g r_1 \sin \alpha}{M_1 + 3M_2}}.$$

38.41. Агар l — троснинг узунлиги, M — трос узунлик бирлигининг массаси, a — троснинг бошланғич пайтдаги барабанга ўралмаган қисмининг узунлиги, $f_{ю}$ — юмалаб ишқаланиш коэффициентини, r_2 — вилдиракнинг радиуси бўлса, бундан олдинги масала троснинг массасини ва вилдиракнинг қия текислик устидаги юмалаб ишқала-



38.42- масалага



38.44- масалага

иш коэффициентини ҳисобга олган ҳолда ечилсин. Троснинг барабанга ўралган қисми потенциал энергиясининг ўзгариши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2}{r_1} \sqrt{\frac{L - r_1 g [M_2 (\sin \alpha + \frac{l_0}{r_2} \cos \alpha) + M(a - \pi r_1) \sin \alpha]}{M_1 + 3M_2 + 2M}}$$

38.42. A гилдирак OK қия текисликда гилдираб тушиб, чўзилмас трос ёрдами билан B гилдиракни кўтаради. B гилдирак ON қия текисликда гилдирайди. Трос қўзғалмас горизонтал O ўқ атрофида айланувчи C блок орқали ўтказилган. A гилдирак ўқи OK чизиққа параллел суратда s масофага силжиганида шу ўқнинг тезлиги топилисин. Бошланғич пайтда система тинч ҳолатда турган. Блок билан иккала гилдирак массаси ва радиуси бир хилда бўлган бир жинсли дисклар деб ҳисоблансин. Троснинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{\frac{1}{7} g s (\sin \alpha - \sin \beta)}$$

38.43. Бундан олдинги масала гилдиракларнинг қия текисликларда юмалашидаги ишқаланишни ҳисобга олиб ечилсин. Юмалаб ишқаланиш коэффициентини l_0 га, гилдиракларнинг радиуси r га тенг.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{\frac{1}{7} g s [\sin \alpha - \sin \beta - \frac{l_0}{r} (\cos \alpha + \cos \beta)]}$$

38.44. M_1 массали A юкка чўзилмайдиган ип бириктирилган ва шу ип M_2 массали D блок орқали ўтказилиб, массаси M_3 бўлган B цилиндрик гилдиракнинг ён сиртига ўралган. Горизонт билан α бурчак ташкил этувчи қия текислик бўйлаб A юк пастга томон ҳаракатланганида D блок айланади. B гилдирак эса горизонт билан β бурчак ҳосил қилувчи қия текислик бўйлаб юқорига сирганмасдан юмалайди. Бошланғич пайтда система тинч турган бўлса, A юкнинг тезлиги унинг ўтган s йўлига боғлиқ равишда аниқлансин. D блок ва B гилдиракни бир жинсли доирaviй цилиндрлар деб ҳисоблансин. Ишқаланиш кучлари ва ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{2 g s \frac{2M_1 \sin \alpha - M_2 \sin \beta}{8M_1 + 4M_2 + 3M_3}}$$

38.45. Бундан олдинги масала сирғаниб ишқаланиш ва юмалаб ишқаланиш коэффициентларини мос равишда f ва f_0 га тенг деб ечилсин. B илдиракнинг радиуси r га тенг.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{2gs \frac{2M_1(\sin \alpha - f \cos \alpha) - M_3(\sin \beta + \frac{f_0}{r} \cos \beta)}{8M_1 + 4M_2 + 3M_3}}$$

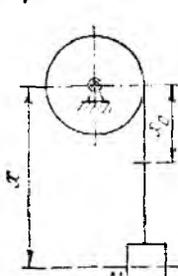
38.46. Айланиш ўқи горизонтал бўлган цилиндрик барабанга ўралган бир жиқсли чўзилмайдиган тросга массаси M бўлган юк осилган. Троснинг узунлиги l га тенг. Барабанининг айланиш ўқиغا нисбатан инерция моменти I , барабан радиуси R , трос узунлик бирлигининг массаси m берилган. Трос осилиб турган қисмининг узунлиги x бўлган пайтда юкнинг тезлиги аниқлансин. Бошланғич пайтда юк тезлиги $v_0 = 0$, троснинг осилиб турган қисмининг узунлиги эса x_0 бўлган. Барабан ўқидаги ишқаланиш, троснинг йўқонлиги ва троснинг барабанга ўралган қисми потенциал энергиясининг ўзгариши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } v = R \sqrt{g \frac{[2M + m(x - x_0)](x - x_0)}{I + (M + ml)R^2}}$$

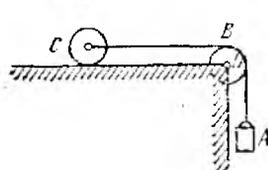
38.47. Массаси M_1 бўлган A юк узунлиги L ва массаси M_2 бўлган бир жиқсли чўзилмас арқонга осилган. Арқон расм текислигига тик бўлган O ўқ атрофида айланувчи B блокдан ўтказилган. Арқоннинг иккинчи учи қўзғалмас горизонтал текислик бўйлаб сирғанимай юмалавчи C илдиракнинг ўқига уланган. B блок ва C илдиракнинг ҳар бири радиуси r ва массаси M_2 бўлган бир жиқсли доиравий дискдан иборат. Илдиракнинг горизонтал текисликда юмалашидаги ишқаланиш коэффициентни f_0 га тенг. Система типч ҳолатда турган бешланғич пайтда B блокдан арқоннинг l узунликдаги қисми осилиб турган. A юкнинг тезлиги унинг вертикал силжиши h нинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $v =$

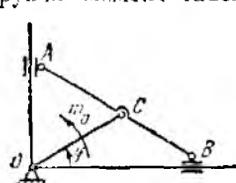
$$= \sqrt{2gh \left\{ M_1 + \frac{M_2}{2L} (2l + 2r + h) - \frac{f_0}{r} \left[M_3 + M_2 \left(\frac{1}{2} - \frac{l}{2L} - \frac{r}{4L} - \frac{h}{4L} \right) \right] \right\} / (M_1 + M_2 + 2M_3)}$$



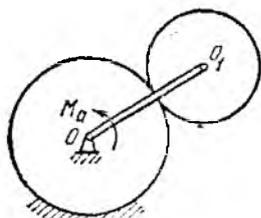
38.46- масалага



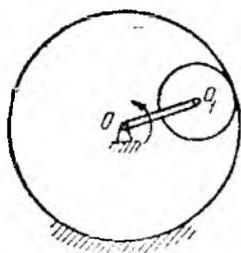
38.47- масалага



38.48- масалага



38.50- масалага



38.52- масалага

рида ҳаракатга келтирилади. $\varphi = 0$ бўлган бошланғич пайтда механизм тинч туради. OC кривошип чорак айланган пайтда унинг бурчак тезлиги тоғижини. Берилган: M — AB стерженининг массаси, $m_A = m_B = m$ — A ва B ползуларнинг массалари, $OC = AC = BC = l$; OC кривошипнинг массаси ва қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{3\pi m_0}{M + 3m}}$$

38.49. Бундан олдинги масала C шарнирга қўйилган m_k ўзгармас қаршилик моментини ҳисобга олиб ечилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{3\pi(m_0 - m_k)}{M + 3m}}$$

38.50. Горизонтал текисликда жойлашган эпициклик механизмнинг OO_1 кривошипига $M_a = M_0 - \alpha \omega$ айлантирувчи момент қўйилган, бу ерда M_0 ва α мусбат ўзгармас миқдорлар, ω эса — кривошипнинг бурчак тезлиги. Кривошипнинг массаси m га, сателлит (ҳаракатланувчи вилдирак) массаси M га тенг. Кривошипни нингичка бир жинсли стержень, сателлитни эса r радиусли бир жинсли доғравий диск ҳисоблаб, кривошипнинг ω бурчак тезлиги вақт функцияси сифатида аниқлансин. Бошланғич пайтда система тинч турган. Қўзғалмас шестернянинг радиуси R га тенг, қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин.

Қўрсатма. Кинетик энергия ўзгариши ҳақидаги теореманинг дифференциал шакли қўлланилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{M_0}{\alpha} \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{I'} t}\right), \text{ буида } I' = \left(\frac{m}{3} + \frac{3}{2}M\right)(R+r)^2.$$

38.51. Бундан олдинги масала сателлитнинг O_1 ўқига қўйилган $M_{\text{вн}}$ ўзгармас ишқаланиш моментини ҳисобга олиб ечилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{M_0 - \frac{R}{r} M_{\text{вн}}}{\alpha} \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{I'} t}\right),$$

$$\text{бу ерда } I' = \left(\frac{m}{3} + \frac{3}{2} M \right) (R + r)^2.$$

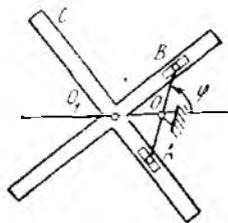
38.52. Горизонтал текисликда ўрнашган гипоциклик механизмнинг OO_1 кривошини ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Бирор пайтда двигатель ўчириб қўйилган ва сателлит (ҳаракатланувчан вилдирак) ўқига қўйилган ишқаланиш кучининг $M_{\text{иш}}$ ўзгармас ишқаланиш momenti таъсирида механизм тўхтаган. Кривошини массаси M_1 , сателлит массаси M_2 , R ва r эса, мос радиусида, катта ва кичик вилдираklar радиуслари бўлса, тўхташ вақти t ва кривошинининг шу вақт оралигидаги айланиш бурчаги аниқлансин.

Қиррама. Кинетик энергия ўзгариши ҳақидаги теореманинг дифференциал шакли қўлланили.

$$\text{Жавоб: } \tau = \frac{rI'}{RM_{\text{иш}}} \omega_0, \quad \varphi = \frac{1}{2} \frac{rI'}{RM_{\text{иш}}} \omega_0^2,$$

$$\text{бу ерда } I' = \left(\frac{M_1}{3} + \frac{3}{2} M_2 \right) (R - r)^2.$$

38.53. Қўзғалмас O ўқ атрофида айланувчи AB бир жинсли стержень ёрдамида C крестовина қўзғалмас O_1 ўқ атрофида айланма ҳаракатга келтирилади (O ва O_1 ўқлар расм текислигига перпендикуляр).



38.53-масалага

Бунда A ва B ползунар AB стержень билан шарнирли бириктирилган бўлиб, C крестовинанинг ўзаро перпендикуляр излари бўйлаб сирланади. Стерженнинг айланиши m_a ўзгармас айлангивчи момент таъсирида содир бўлади. AB стержень чорак айланган пайтда унинг бурчак тезлиги топилини. Бошланғич пайтда $\varphi = 0$, стерженнинг бурчак тезлиги эса ω_0 бўлган. A ва B ползунар шарнирларининг ҳар бирида вужудга келадиган қаршилик моментларининг миқдори m_a дан икки марта кичик. Ҳошққа қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. Стерженнинг массаси m га тенг; C крестовинанинг O_1 ўққа нисбатан инерция momenti I га тенг; $OO_1 = OA = OB = l$.

$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{6 \pi m_a}{4ml^2 + 3I}} + \omega_0^2.$$

39-§. Қатғиқ жисмнинг текис-параллел ҳаракати

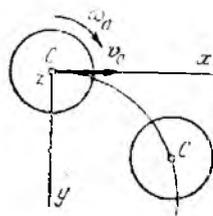
39.1. Оғир жисм узунлиги 80 см ва массаси 1 кг бўлаган стержендан ва унга бириктирилган дискдан иборат; дискнинг радиуси 20 см га, массаси 2 кг га тенг. Стержень вертикал ҳолатда турган бошланғич пайтда жисмга шундай ҳаракат берилганки, стержень массалар маркази M_1 нинг тезлиги нолга, диск массалар маркази M_2 нинг тезлиги эса 360 см/с га тенг бўлган ва горизонтал бўйлаб ўнг томонга йўналган. Оғирлик кучи таъсиридаги эътиборга олиб, жисмнинг кейинги ҳаракати топилини.

Жавоб: жисм ўзининг $y^2=117,5x$ тенгламага мос парабола чизувчи массалар маркази атрофида 6 рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади (координаталар боши B нуқтада, y ўқ горизонтал бўйича ўнга, x ўқ пастига йўналган).

39.2. Диск оғирлик кучи таъсирида вертикал текислик бўйлаб тушади. Бошланғич пайтда дискка ω_0 бурчак тезлик берилган ва унинг C массалар маркази координаталар бошига мос келиб, горизонтал йўналган v_0 тезликка эга бўлган. Дискнинг ҳаракат тенгламаларини топилсин, x, y ўқлар расмда тасвирланган. Қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин.



39.1-масаллага



39.2-масаллага

$$\text{Жавоб: } x_C = v_0 t, \quad y_C = \frac{gt^2}{2}, \quad \varphi = \omega_0 t,$$

бу ерда φ дискнинг айланиш бурчаги бўлиб, x ўқ билан бошланғич пайтда дискнинг горизонтал ҳолатдаги диаметри ташкил қилган бурчакни ифодалайди.

39.3. Бундан олдинги масала, диск ҳаракат текислигига перпендикуляр равишда унинг C массалар марказидан ўтувчи қўзғалувчи горизонтал ўққа нисбатан ҳаракатга қаршилик momenti m_k ни диск бурчак тезлиги φ нинг биринчи даражасига пропорционал деб счылсин; буида пропорционаллик коэффициентини β га тенг. Дискнинг мазкур ўққа нисбатан инерция momenti I_c га тенг.

$$\text{Жавоб: } x_C = v_0 t, \quad y_C = \frac{gt^2}{2}, \quad \varphi = \frac{I_c \omega_0}{\beta} \left(1 - e^{-\frac{\beta}{I_c} t} \right),$$

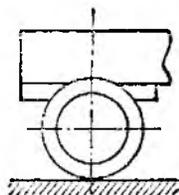
бу ерда φ дискнинг айланиш бурчагидан иборат ва у x ўқ билан бошланғич пайтда горизонтал ҳолатда бўлган диаметр ташкил қилган бурчакни ифодалайди.

39.4. Автомобилнинг радиуси r ва массаси M бўлган етакловчи филдираги горизонтал ва тўғри чизиқли йўлда ҳаракат қилади. Филдиракка m айлантирувчи момент қўйилган. Филдиракнинг массалар марказидан унинг текислигига тик ўтган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ га тенг. Филдиракнинг ерда сирганишидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Филдирак сирганимай думалашини учун айлантирувчи момент қандай шартини қанқатлантириши керак? Юмалашига қаршилик ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } m \leq fMg \frac{r^2 + \rho^2}{r},$$

39.5. Бундан олдинги масала юмалашдаги ишқаланишни ҳисобга олиб ечилсин, бунда юмалашига ишқаланиш коэффициентини f_ω га тенг.

$$\text{Жавоб: } m \leq fMg \frac{r^2 + \rho^2}{r} + Mg f_\omega.$$



39.8- масалага

39.6. Автомобилнинг етакланувчи гилдираги ўқи горизонтал тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Гилдирак ўқиға горизонтал йўналган F юритувчи куч қўйилган. Гилдиракнинг массалар марказидан унинг текишлигига тик ўтган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ га тенг. Гилдиракнинг ерда сирғанишидан ҳосил бўладиган ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Гилдирак радиуси r га, массаси M га тенг. Гилдирак сирғанимай гилдираши учун F куч қандай шартин қаноатлантириши керак? Юмаланишга қаршилик ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } F \leq Mg \frac{r^2 + \rho^2}{\rho^2}.$$

39.7. Юмалашга ишқаланиш коэффициентини f_0 бўлганида, бундан олдинги масала юмалашдаги ишқаланишни ҳисобга олиб ечилсин.

$$\text{Жавоб: } F \leq \frac{Mg(r^2 + \rho^2) - Mg f_0 r}{\rho^2}.$$

39.8. Автомобиль прицепи тўхтагунича ω_0 тезлашиш билан секинланувчан ҳаракат қилади. Бунда унинг гилдиракларидан биридаги тормоз ишга туширилмайдди. Гилдиракнинг йўлга кўрсатадиган босими N га тенг. Гилдиракнинг йўлга ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Берилган: r — гилдирак радиуси, m — унинг массаси, ρ — инерция радиуси. Гилдиракнинг ўз ўқиға кўрсатадиган S горизонтал босими аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 1) \omega_0 \leq \frac{fN}{m} \frac{r^2}{\rho^2}, \quad S = m \omega_0 \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right),$$

$$2) \omega_0 > \frac{fN}{m} \frac{r^2}{\rho^2}, \quad S = m \omega_0 + fN.$$

39.9. Радиуси r бўлган гилдирак унга қўйилган $m_a = \frac{5}{2} fMgr$ айлантурувчи момент таъсирида горизонтал тўғри чизиқли рельс бўйлаб гилдирайди, бунда f — сирғанишдаги ишқаланиш коэффициентини, M — гилдирак массаси. Гилдиракнинг рельсга тегиб турган нуқтасининг тезлиги (сирғаниш тезлиги) аниқлансин. Гилдирак массаси унинг гардиши бўйлаб текис таралган. Юмалашдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Бошланғич пайтда гилдирак тизич турган.

$$\text{Жавоб: } \frac{fg}{2} t.$$

39.10. Олдинги масала юмалашга ишқаланиш коэффициентини $f_0 = \frac{1}{4} fr$ ни ҳисобга олган ҳолда ечилсин.

$$\text{Жавоб: } \frac{1}{4} fgt.$$

39.11. Горизонтал ўқли бир жинсли шилдир ўз оғирлиги таъсирида ишқаланиш коэффициентини f бўлган гадир-будур қия текислик.

дан ғилдираб тушиб боради. Цилиндр сирғанмай ҳаракатланади деб, текисликнинг горизонтга оғиш бурчаги ва цилиндр ўқининг тезланиши аниқлансин. Юмаланиш қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\alpha \leq \arctg 3f$; $\omega = \frac{2}{3} g \sin \alpha$.

39.12. Бир жинсли яхлит доңравий диск горизонтга нисбатан α бурчак ҳосил қилган қия текислик бўйлаб юмалайди. Диск ўқи энг катта нисаблик йўналиши билан β бурчак ҳосил қилади. Диск битта вертикал текисликда юмалайди деб ҳисоблаб, унинг массалар маркази тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_c = \frac{2}{3} g \sin \alpha \sin \beta$.

39.13. Горизонтал ўқи бир жинсли цилиндр ўз оғирлиги таъсирида қия текисликда сирғаниб ғилдираб тушади. Сирғаниш ишқаланиш коэффициентини f . Текисликнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчаги ва цилиндр ўқининг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\alpha > \arctg 3f$, $\omega = g(\sin \alpha - f \cos \alpha)$.

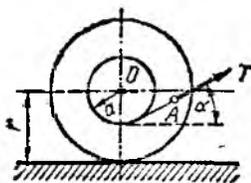
39.14. Радиуси r бўлган бир жинсли ғилдирак горизонт билан α бурчак ташкил қилган қия текисликда сирғанимай ғилдираб тушади. Юмалашга ишқаланиш коэффициентини f_0 қандай қийматга эга бўлганда ғилдиракнинг массалар маркази ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади, ғилдирак эса массалар марказидан унинг текислигига тик ўтган ўқ атрофида бир текис айланади?

Жавоб: $f_0 = r \operatorname{tg} \alpha$.

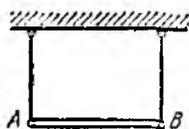
39.15. Горизонтал ғадир-будур полда турган массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли ғилдирак ўзагига ип ўралган; ипга горизонтга нисбатан α бурчак остида йўналган T куч қўйилган. Ўзақ радиуси a , ғилдиракнинг инерция радиуси ρ . Ғилдирак O ўқининг ҳаракат қонуни топилсин. Ғилдирак бошланғич пайтда тинч ҳолатда бўлган, кейин эса сирпанмай думалаган.

Жавоб: $x = \frac{T}{M} \frac{r(r \cos \alpha - a)}{2(\rho^2 + r^2)} t^2$, бунида x ўқ чапдан ўнгга йўналган.

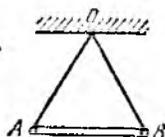
39.16. Массаси M бўлган бир жинсли AB стержень ўзининг учларига боғланган иккинга вертикал ип билан шипга горизонтал қилиб осилган. Битта ип узилган пайтда иккинчисида юзага келадиган тортилиш кучи топилсин.



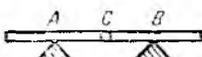
39.15- масалага



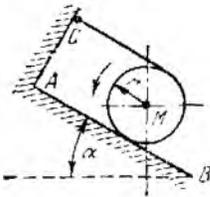
39.16- масалага



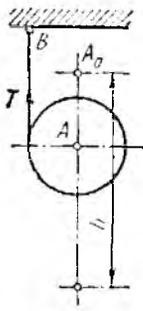
39.17- масалага



39.18-масалага



39.20-масалага



39.19-масалага

Кўрсатма. Ип узилган пайтдан кейин ўтган жуда кичик вақт учун стержень ҳаракати дифференциал тенгламаси тузилганда стержень йўналишининг ўзариши билан стержень массалар марказидан бошқа нўнча бўлган масофанинг ўзариши ҳисобга олинмайди.

Жавоб: $T = Mg/4$.

39.17. Массаси M бўлган бир жишли стержень узунлиги шу стержень узунлигига тенг бўлган иккита ип билан O нуқтага осилган. Бир ип узилганда иккинчи ипда ҳосил бўладиган тортилиш кучи топилсин (39.16-масалага берилган кўрсатмага қаралсин).

Жавоб: $T = 0,266 Mg$.

39.18. Узунлиги $2l$ ва массаси M бўлган бир жишли стержень иккита A ва B таянчда ётади; стерженнинг C массалар маркази таянчлардан бир хил масофада, бунда: $CA = CB = a$; ҳар қайси таянчга тушадиган босим $Mg/2$ га тенг. B таянч бирданга олиб ташланган пайтда A таянчга тушадиган босим қандай ўзгаради? (39.16-масалага берилган кўрсатмага қаралсин.)

Жавоб: A таянчга тушадиган босим $\frac{l^2 - 3a^2}{2(l^2 - 3a^2)} Mg$ миқдорда кўпаяди.

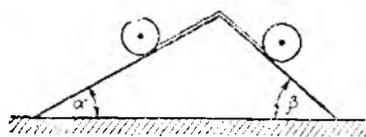
39.19. Массаси m бўлган A оғир доиравий цилиндрнинг ўртасига B уч қўзғалмайдиган қилиб бойланган ингичка ип ўралган. Цилиндр ипни чуватиб, бошланғич тезликсиз пастрга тушади. Цилиндрнинг ўқи h баландликка тушганда шу ўқ тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин ва ипнинг тортилиш кучи T топилсин.

Жавоб: $v = \frac{2}{3} \sqrt{3gh}$, $T = \frac{1}{3} mg$.

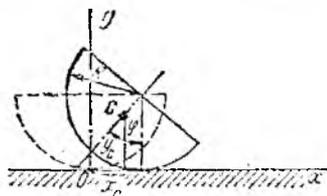
39.20. Иккита эластик ип массаси M ва радиуси r бўлган бир жишли доиравий цилиндрга шундай ўралганки, уларнинг ўрамлари асосларга параллел бўлган ўрта текисликка нисбатан симметрик равишда жойланган. Цилиндр AB қия текисликка шундай қўйилганки, унинг асосчилари энг кўп оingan чизиққа тик, ипнинг C уchlari эса юқорида кўрсатилган ўрта текисликка нисбатан симметрик равишда AB текисликтан $2r$ масофага боғланган. Цилиндр қия текисликда пайдо бўладиган ва коэффициенти f га тенг бўлган илқиланишни енгиб, оғирлик кучининг таъсирида бошланғич тезликсиз ҳаракат қила бошлайди. t вақт ичида цилиндр массалар маркази ўтган йўл s ва ипларнинг тортилиш кучи T аниқлансин; шу вақт ичида ипларнинг биронтаси ҳам охиригача чувалмаган деб қабул қилинсин.

Жавоб: $s = \frac{1}{3} g (\sin \alpha - 2f \cos \alpha) t^2$, $T = \frac{1}{6} Mg (\sin \alpha + f \cos \alpha)$.

Агар $\operatorname{tg} \alpha < 2f$ бўлса, цилиндр тинч туради.



39.21- масалага



39.22- масалага

39.21. Массалари M_1 ва M_2 бўлган иккита цилиндрик валлар горизонт билан тегишлича α ва β бурчаклар ташкил қилувчи иккита қия текисликларда янадираб тушадилар. Валлар бир-бирига қўзилмайдиган иш билан туташтирилган. Ип валларга ўралган бўлиб, учлари уларга боғланган. Ипнинг тортилиш кучи ва ипнинг қия текисликларда қиладиган ҳаракатининг тезлашиши аниқлансин. Валлар бир жиисли доғравий цилиндрлар деб ҳисоблансин. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } T = g \frac{M_1 M_2 (\sin \alpha + \sin \beta)}{3(M_1 + M_2)}, \quad \omega = g \frac{M_1 \sin \alpha - M_2 \sin \beta}{M_1 + M_2}.$$

39.22. Радиуси R бўлган бир жиисли ярим доғра шаклидаги диск кичик тебранишларининг даври аниқлансин; диск ғадир-будур горизонтал текисликда туради ва шу текисликда сирғанмай янадирай олади.

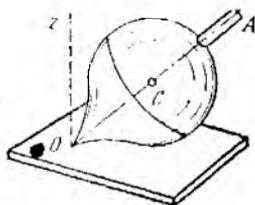
$$\text{Жавоб: } T = \frac{\pi}{2g} \sqrt{2g(9\pi - 16)R}.$$

40-§. Гироскопларнинг тақрибий назарияси

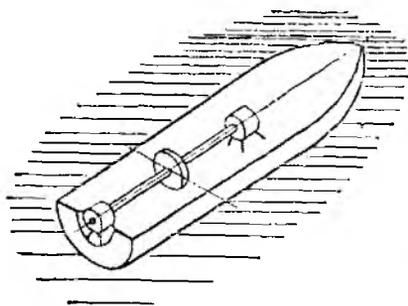
40.1. Пирилдоқ ўзининг OA ўқи атрофида соат стрелкаси ҳаракати йўналишида $\omega = 600$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланмоқда; OA ўқ вертикалга нисбатан оғган; ўқнинг қуёи O учи қўзғалмай қолади; пирилдоқнинг C массалар маркази OA ўқда бўлиб, O нуқтадан $OC = 30$ см масофада ўрнашган; пирилдоқнинг айланни ўқига нисбатан инерция радиуси 10 см га тенг. Пирилдоқ ҳаракат миқдорининг OA айланни ўқига нисбатан бош моментини $I\omega$ га тенг деб, OA ўқнинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: OA ўқ Oz вертикал атрофида $\omega_1 = 0,49$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан доғравий конус қилиб, соат стрелкаси ҳаракати йўналишида айланади.

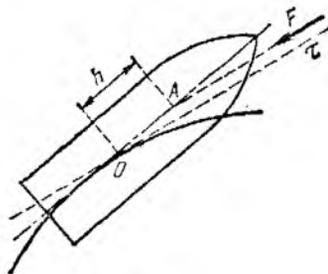
40.2. Диаметри 30 см бўлган диск шаклидаги пирилдоқ ўзининг симметрия ўқи атрофида 80 рад/с бурчак тезлик билан айланади. Диск пирилдоқнинг симметрия ўқи бўйлаб йўналган, узунлиги 20 см бўлган ўқ-



40.1- масалага



40.4-масалага



40.5-масалага

қа ұрнатылған. Ұракат миқдорининг бош моменти симметрия ўқи бўйлаб йўналган ва $I \omega$ га тенг деб фараз қилиб, пирилдоқ муна-тазам прецессиясининг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: 2,18 рад/с.

40.3. Вали кеманинг бўйлама ўқига параллел бўлган турбина бурчак тезлиги 1500 айл/мин га тенг. Айланувчи қисмларнинг мас-саси 6 т, инерция радиуси $\rho = 0,7$ м. Агар кема вертикал ўқ атро-фида секундида 10° айланиб циркуляция чизса, подшипникларга ту-шадиган гироскопик босимнинг қанча бўлиши аниқлансин. Подшип-никлар орасидаги масофа $l = 2,7$ м.

Жавоб: 30,4 кН.

40.4. Кемага ўрнатылган тезюар турбина подшипникларига ту-шадиган максимал гироскопик босимлар аниқлансин. Кеманинг кили ротор ўқига тик бўлган ўқ атрофида чайқалади, чайқалишнинг амплитудаси 9° ва даври 15 секунд. Массаси 3500 кг, инерция ра-диуси 0,6 м бўлган ротор бурчак тезлиги 3000 айл/мин га тенг. Подшипниклар орасидаги масофа 2 м.

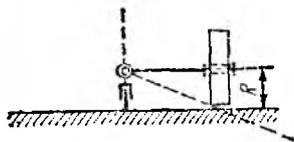
Жавоб: 13,0 кН.

40.5. Артиллерия спариди симметрия ўқининг снаряд массалар маркази траекториясига ўтказилган уринма атрофида тўла айланиш вақти T аниқлансин. Бу ҳаракат снаряднинг ўқиға оғирлик марказидан $h = 0,2$ м масофада қўйилган $F = 6,72$ кН миқдоридаги ҳа-во қаршилик кучи таъсиридан юзага келади; бу куч уринмага деярли параллел йўналган. Снаряд ҳаракат миқдорининг унинг симметрия ўқиға нисбатан моменти 1850 кг·м²/с га тенг.

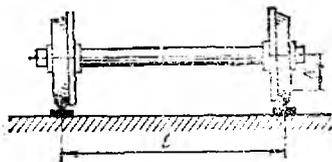
Жавоб: 8,66 с.

40.6. Газотурбовоз ўқи ёнида ўқига параллел ва ёнида рақ айланган томонга 1500 айл/мин бурчак тезлик билан айланувчи турбина воситасида ҳаракатга келтирилади. Турбина айланувчи қисмларининг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти $I = 200$ кг·м². Агар газотурбовоз радиуси 250 м бўлган бурлишда 15 м/с тезлик билан борса, рельсларга тушадиган қўшимча босим қанча бўлади? Рельслар орасидаги масофа 1,5 м.

Жавоб: бир рельсга 1256 Н — пастига, иккинчи рельсга 1256 Н — юқорига.



40.7- масалага



40.8- масалага

40.7. Тош билан янчувчи машинанинг ҳар қайси тошининг массаси $M = 1200$ кг, унинг ўқига нисбатан инерция радиуси $\rho = 0,4$ м тош радиуси $R = 0,5$ м, тошнинг айланиш оний ўқи палла (янчиладиган материал солинувчи идиш) туби билан тош уришиш чизигининг ўртасидан ўтади. Палланинг горизонтал тубига тошдан тушадиган босим аниқлансин. Тошнинг вертикал ўқ атрофида айланишнинг кўчирма бурчак тезлиги $n = 60$ айл/мин га мос келади.

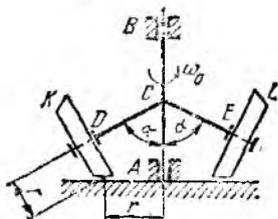
Жавоб: $N = 26,9$ кН.

40.8. Массаси $M = 1400$ кг, радиуси $a = 75$ см ва ўз ўқига нисбатан инерция радиуси $\rho = \sqrt{0,55 a}$ бўлган гилдирак скаги горизонтал текисликда радиуси $R = 200$ м бўлган бурилишда $v = 20$ м/с ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади. Агар рельслар ораллиги $l = 1,5$ м бўлса, скатдан рельсларга тушадиган босимнинг қанча бўлиши аниқлансин.

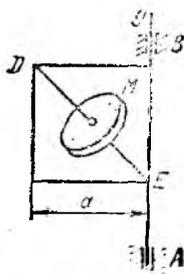
Жавоб: $N = (6,87 \pm 0,77)$ кН.

40.9. Расмда ажралувчи кўчиркининг бурилиш қисми туғунин тасвирланган. AB вал унга α бурчак остида шарнирли бирлаштирилган CD ва CE стерженлари билан биргалликда ω_0 бурчак тезликда айланади. Бунда CD ва CE стерженларга эркин ўриatilган конуссимон K ва L тишли гилдираклар қўзғалмас текис горизонтал тишли гилдирак устида сирғанмасдан гилдирайди. Ҳамма тишли гилдиракларнинг радиуслари r га тенг бўлса, ҳар бирининг массаси M бўлган K ва L тишли гилдираклар томонидан қўзғалмас горизонтал тишли гилдиракка кўрсатиладиган қўшимча динамик босим кучи аниқлансин. Ҳаракатланувчи тишли гилдиракларни бир жиғисли яхлит дисклар деб ҳисоблансин.

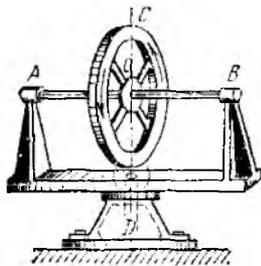
Жавоб: $\frac{Mr\omega_0^2 \sin \alpha}{2}$.



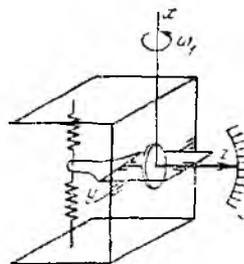
40.9- масалага



40.10- масалага



40.11-масалага



40.12-масалага

40.10. Томоди $a = 20$ см бўлган квадрат рама AB вертикал ўқ атрофида $\omega = 2$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. Раманинг DE диагонали бўйича ўрнашган ўқ атрофида $r = 10$ см радиусли M диск $\omega = 300$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. A ва B таянчларга кўрсатиладиган қўшимча ён босим кучларининг тегишлича статик босимларга нисбати аниқлансин. Раманинг массаси ҳисобга олинмасин. Диск массасини унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисоблансин.

Жавоб: 4,32.

40.11. Радиуси a ва массаси $2M$ бўлган ғилдирак горизонтал AB ўқ атрофида ω_1 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; AB ўқ ғилдирак марказидан ўтадиган вертикал CD ўқ атрофида ω_2 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; айланиш йўналишлари стрелкалар билан кўрсатилган. $AO = OB = h$ деб олиб, A ва B подшипникларга тушадиган N_A ва N_B босимлар топилисн. Ғилдирак массаси унинг тўғриси бўйлаб текис таралган.

Жавоб: $N_A = Mg \left(1 + \frac{a^2 \omega_1 \omega_2}{g h} \right)$, $N_B = Mg \left(1 - \frac{a^2 \omega_1 \omega_2}{g h} \right)$.

40.12. Энг содда гиротахometr рамкаси иккита пружина билан асбобнинг қорнусига бириктирилган гироскопдан иборат. Гироскопнинг хусусий айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I га, бурчак тезлиги ω га тенг. Асбоб рамканинг y айланиш ўқига тик бўлган x ўқ атрофида ω , бурчак тезлик билан айланувчи платформага ўрнатилган бўлса, гироскоп ўқи рамкаси билан бирга буриладиган α бурчак аниқлансин. Пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари c га тенг; α бурчак кичик деб ҳисоблансин, рамканинг айланиш ўқидан пружиналаргача бўлган масофа a га тенг.

Жавоб: $\alpha = \frac{I \omega}{2 c a} \omega_1$.

41-§. Кинестатика методи

41.1. Ўқ атрофида $\varphi = 3t^2$ қонунига мувофиқ айланадиган ва радиуси 20 см бўлган бир жинсли доғравий дискнинг оғирлик кучи аниқлансин. Ўқ диск текислигига тик бўлиб, унинг марказидан ўт-

ган; диск уринма инерция кучларининг бош моменти $4 \text{ Н} \cdot \text{см}$ га тенг.

Жавоб: $3,27 \text{ Н}$.

41.2. Узунлиги l ва массаси M бўлган илгичка бир жинсли тўғри чизикли стержень $\varphi = at^2$ қонунга мувофиқ стерженга тик ва унинг учидан ўтган ўқ атрофида айланади. Стержень заррачаларининг марказидан қочувчи I_n ва уринма I_c инерция кучлари тенг таъсир этувчиларининг миқдори, йўналиши ва қўйилган нуқталари топилсин.

Жавоб: уринма инерция кучларининг тенг таъсир этувчиси $I_c = Ma l$ бўлиб, стерженга тик йўналган ва айланиш ўқидан $\frac{2}{3}l$ узқликдаги нуқтага қўйилган; марказдан қочувчи инерция кучларининг тенг таъсир этувчиси $I_n = 2Ma^2 l t^2$ бўлиб, айланиш ўқидан стержень йўналган.

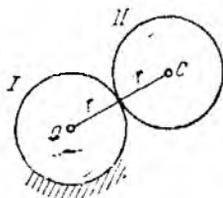
41.3. Массаси M бўлган r радиусли ғилдирак горизонтал тўғри чизикли рельс бўйлаб сиргазмасдан ғилдирайди. Инерция кучларининг бош вектори ҳамда ғилдирак массалар марказидан ҳаракат текислигига перпендикуляр равишда ўтувчи ўққа нисбатан бош моменти аниқлансин. Ғилдирак бир жинсли яхлит диск деб қаралсин. S массалар маркази $x_c = \frac{at^2}{2}$ қонун билан ҳаракатланади, бу ерда a — мусбат ўзгармас миқдор, x ўқ рельс бўйлаб йўналган.

Жавоб: Инерция кучлари бош векторининг модули Ma га тенг бўлиб, ўққа параллел равишда манфий йўналиш бўйича йўналган; инерция кучлари бош моментининг абсолют қиймати $\frac{1}{2}Mar$ га тенг.

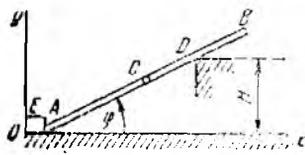
41.4. Планетар механизмнинг ҳаракатланувчи II ғилдираги инерция кучларининг бош вектори ва унинг S массалар марказидан ҳаракат текислигига перпендикуляр равишда ўтувчи ўққа нисбатан бош моменти аниқлансин. OC кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. II ғилдирак массаси M га тенг. Ғилдираклар радиуслари r га тенг.

Жавоб: Инерция кучларининг бош вектори OC кривошипга параллел ва $2Mr\omega^2$ га тенг; инерция кучларининг бош моменти нолга тенг.

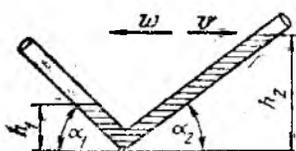
41.5. Узунлиги $2l$, массаси M бўлган илгичка бир жинсли AB стерженьнинг A учи горизонтал йўналтирувчи бўйлаб E тиргак ёр-



41.4-масалага



41.5-масалага



41.7- масалала

дамида v ўзгармас тезлик билан сил-
жиёди, шунинг билан бирга ҳар доим
 D рахга таянади. Стержень ишерица
кучларининг беш вектори ҳамда унинг
ҳаракат текислигига тик равишда C мас-
салар марказидан ўтувчи ўққа нисбатан
беш momenti Φ бурчакка боғлиқ ҳолда
аниқлансин.

Жавоб: $V_x^{(1)} = 3M \frac{v^2}{H^2} l \sin^4 \varphi \cos \varphi,$

$V_y^{(1)} = M \frac{v^2}{H^2} l (1 - 3 \cos^2 \varphi) \sin^3 \varphi,$

$m_{Cz}^{(1)} = -\frac{2}{3} M l^2 \frac{v^2}{H^2} \sin^3 \varphi \cos \varphi.$

41.6. Олдинги масаланинг берилганларига асосан стерженнинг
 D рахга бўлган динамик босими N_D аниқлансин.

Жавоб: $N_D = \frac{8}{3} \frac{v^2 l^2}{H^3} M \sin^4 \varphi \cos \varphi.$

41.7. Троллейбуснинг секинлашишини экспериментал йўл билан
аниқлаш учун ёр билан тўлдириган вертикал текисликда ўрнаш-
ган букилган трубкadan иборат суюқлик акселерометри қўлланила-
ди. Троллейбусга тормоз берилганда суюқлик трубканинг ҳаракат
йўналишидаги учиди h_2 баландлик қадар кўтарилса, қарама-қарши
учиди баландлиги h_1 қадар пасайса, троллейбуснинг секинлашиши
аниқлансин. Акселерометрнинг ҳолати расмда кўрсатилган: $\alpha_1 =$
 $= \alpha_2 = 45^\circ$, $h_1 = 25$ мм, $h_2 = 75$ мм.

Жавоб: $\omega = g \frac{(h_2 - h_1) \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_2}{h_1 \operatorname{tg} \alpha_2 + h_2 \operatorname{tg} \alpha_1} = 0,5g.$

41.8. Ён ён горизонт билан α бурчак ҳисил қиладиган призма-
нинг ён текислигида турган жисм призмага нисбатан қўзғалмай қо-
лиши учун призmani горизонтал текисликда қандай тезланиш билан
ҳаракат қилдириш керак?

Жавоб: $\omega = g \operatorname{tg} \alpha.$

41.9. Тез алмашишиб турадиган чўзувчи ва қисувчи кучларнинг
металл брусга кўрсатадиган таъсирини (металлларнинг чарчашини)
текшириш учун, текшириладиган A бруснинг юқориги учи BCO
кривошипли механизмнинг B ползунига бириктирилган, унинг паст-
ки учига эса массаси M бўлган юк силган. OC кривошип O ўқ
атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланган ҳолда брусни
чўзувчи куч топишсин.

Кўрсатма. $\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2} \sin^2 \varphi$ ифодани қаторга ёйиш ва қатордаги

$\frac{r}{l}$ нисбатининг иккинчи даражадан юқори бўлган ҳамма ҳадларини ташлаб юбо-
риш керак.

Жавоб: $Mg + Mr \omega^2 \left(\cos \omega t + \frac{r}{l} \cos 2\omega t \right).$

41.10. Массаси 3 т бўлган E юк $\frac{1}{3}g$ тезланиш билан кўтарилаётганида айланма кран A подпятниги ва B подшипнигидаги таянч реакциялар аниқлансин. Кран массаси 2 т ва унинг массалар маркази C нуқтада. D аравача массаси 0,5 т. Кран ва аравача қўзғалмас. Ўлчовлар расмда кўрсатилган.

Жавоб: $X_A = -X_B = 52,1$ кН; $Y_A = 63,9$ кН.

41.11. Бундан олдинги масалада кўрилган айланма кран A подпятниги ва B подшипниги таянч реакцияларини E юк бўлмай, тележка $0,5g$ тезланиш билан чап томонга ҳаракатланганида аниқлансин. Аравачанинг массалар маркази B таянч баландлигида туради.

Жавоб: $X_A = 12,8$ кН. $X_B = -15,2$ кН, $Y_A = 24,5$ кН.

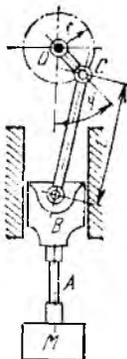
41.12. Қирғоққа иккита параллел арқон билан боғланган паромга массаси 7 т бўлган юк машинаси 12 км/соат тезлик билан чиқиб келади, тормозлар юк машинасини 3 м масофада тўхтатади. Гилдиракларнинг паром полига ишқаланиш кучини ўзгармас деб фараз қилиб, арқонларнинг тортилиш кучи T аниқлансин. Паромнинг массаси билан тезланиши ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 6,48$ кН.

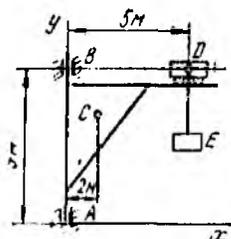
41.13. Массаси M бўлган автомобиль ω тезланиш билан тўғри чизиqli ҳаракат қилади. Автомобилнинг олдинги ва кейинги гилдиракларидан тунадиган вертикал босим аниқлансин. Автомобилнинг массалар марказидан ўтувчи вертикалдан унинг олдинги ва кейинги гилдираклари ўқларигача бўлган масофалар мес равишида a ва b га тенг. Гилдиракларнинг массалари ҳисобга олинмасин. Олдинги ва кейинги гилдиракларнинг ерга босими бир хил бўлиши учун автомобиль қандай ҳаракат қилиши керак?

Жавоб: $N_1 = \frac{M(gb - \omega h)}{a + b}$, $N_2 = \frac{M(ga + \omega h)}{a + b}$;

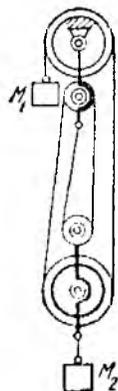
автомобиль $\omega = g \frac{a - b}{2h}$ секинланиш билан тормозланганда.



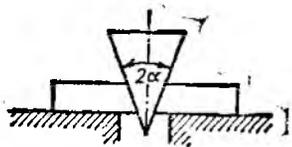
41.9- масалага



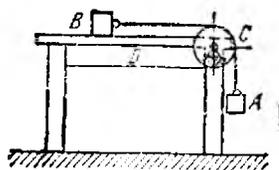
41.10- масалага



41.14- масалага



41.15- масалага



41.16- масалага

41.14. Расмда кўрсатилган полиспаст ёрдамида массаси M_2 бўлган юкни кўтарувчи M_1 массали юк пастга қандай те тезлашиш билан тушади? M_1 юкнинг тенг ўлчовли ҳаракат қилиши учун қандай шарт бажарилиши керак? Блокларнинг ва троснинг массаси ҳисобга олинмасин.

Кўрсатма. M_2 юкнинг тезлашиши M_1 юкнинг тезлашишидан тўрт марта кичик.

$$\text{Жавоб: } w = 4g \frac{4M_1 - M_2}{16M_1 + M_2}, \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{4}.$$

41.15. Массаси M ва учигади бурчаги 2α бўлган силлиқ пона горизонтал силлиқ столда турган пластинкаларни ажратади, пластинкалар ҳар бирининг массаси M_1 га тенг. Пона ва пластинкаларнинг ҳаракат тенгламалари тузилсин ва понанинг ҳар қайси пластинкага туширадиган босими аниқлансин.

Жавоб: понанинг ҳаракат тенгласи:

$$s = \frac{wt^2}{2}, \quad \text{бу ерда } w = g \frac{M \operatorname{ctg} \alpha}{M \operatorname{ctg} \alpha + 2M_1 \operatorname{tg} \alpha}.$$

пластинкаларнинг ҳаракат тенгласи:

$$s_1 = \frac{\omega_1 t^2}{2}, \quad \text{бу ерда } \omega_1 = \omega \operatorname{tg} \alpha; \quad \text{босим кучи: } N = \frac{M_1 \omega_1}{\cos \alpha}.$$

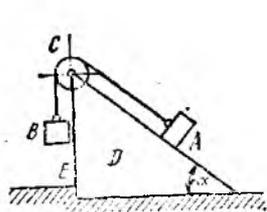
41.16. Массаси M_1 бўлган A юк пастга тушиб, массаси ҳисобга олинмайдиган ип ёрдами билан M_2 массали B юкни ҳаракатга келтиради; ип қўзғалмас C блокдан ўтган. D столнинг пастга туширадиган босими аниқлансин. Столнинг массаси M_3 га тенг.

$$\text{Жавоб: } N = \left(M_1 + M_2 + M_3 - \frac{M_1^2}{M_1 + M_2} \right) g.$$

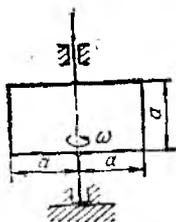
41.17. Массаси M_1 бўлган A юк горизонт билан α бурчак ташкил қилган қия текисликда пастга тушиб, массаси ҳисобга олинмайдиган ва қўзғалмайдиган ип ёрдамида M_2 массали B юкни ҳаракатга келтиради; ип қўзғалмас C блокдан ўтган. Қия D текисликнинг полдаги E дўғликка туширадиган босимининг горизонтал тузувчиси аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } N = M_1 g \frac{M_1 \sin \alpha - M_2}{M_1 + M_2} \cos \alpha.$$

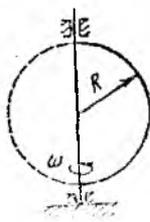
41.18. Массаси M , узунлиги l бўлган бир жинсли стержень қўзғалмас вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айла-



41.17- масалага



41.19- масалага



41.20- масалага

нади. Вертикал ўқ стерженга перпендикуляр бўлиб, стерженнинг учидан ўтади. Стерженнинг айланиш ўқидан a масофада турадиган қўндаланг қирқимидаги қўзувчи куч аниқлансин.

Жавоб: $F = M(l^2 - a^2)\omega^2 / (2l)$.

41.19. Массаси M бўлган бир жинсли тўғри тўртбурчакли пластинка вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Айланиш ўқидан ўтадиган қирқимда пластинкани айланиш ўқига тик йўналишида қўзувчи куч аниқлансин.

Жавоб: $Ma\omega^2/l$.

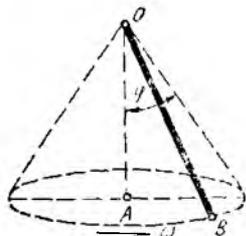
41.20. Массаси M , радиуси R бўлган бир жинсли донравий диск ўзининг вертикал диаметри атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Дискни диаметри бўйлаб қўзувчи куч аниқлансин.

Жавоб: $2MR\omega^2/(3\pi)$.

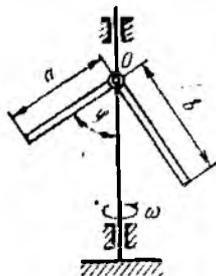
41.21. Узунлиги l ва массаси M бўлган тўғри қизиқли илғичка бир жинсли стержень қўзғалмас O нуқта (шарли шарнир) атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланиб, ўқи OA ва учи O нуқтада бўлган қонус сиртини чизади. Стерженнинг вертикал йўналишидан сғиш бурчаги, шунингдек, стерженнинг O шарларга туширадиган N босимининг миқдори ҳисоблансин.

Жавоб: $\varphi = \arccos \frac{3g}{2l\omega^2}$, $N = \frac{1}{2} Ml\omega^2 \sqrt{1 + \frac{7g^2}{4l^2\omega^4}}$.

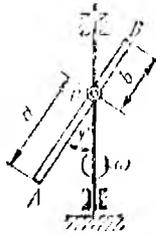
41.22. Узунлиги a ва b бўлган тўғри қизиқли иккита илғичка бир жинсли стержень бир-бири билан тўғри бурчак сетида маҳкам бириктирилган. Шу тўғри бурчакнинг O учи ω ўзгармас бурчак



41.21- масалага



41.22- масалага



41.23 масалага

тезлигида айланаётган вертикал валга шарнир билан бириктирилган. Ҳузунлиги a бўлган стержень йўналишининг вертикалдан огиш бурчаги φ билан ω орасидаги мунсабат топилади.

$$\text{Жавоб: } \omega^2 = 3g \frac{b^2 \cos \varphi - a^2 \sin \varphi}{(b^2 - a^2) \sin 2\varphi}.$$

41.23. Тўғри чиққли ва бир жиисли ингичка AB стержень O нуқтада вертикал валга шарнир билан бириктирилган. Вал ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар $OA = a$ ва $OB = b$ бўлса, стерженнинг вертикалдан огиш бурчаги φ аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \cos \varphi = \frac{3}{2} \frac{g}{\omega^2} \frac{a-b}{a^2 - ab + b^2}.$$

42-§. Айланувчи қаттиқ жисмнинг айланиш ўқиға туширадиган босими

42.1. Массаси 3000 кг бўлган айланма гилдиракнинг массалар маркази ваалиниг горизонтал ўқидан 1 мм масофада туради, подшипниклардан гилдираккача бўлган масофалар ўзаро тенг. Вал бурчак тезлиги 1200 айл/мин бўлганда подшипникларға тушадиган босим топилади. Гилдирак айланиш ўқиға тик бўлган симметрия текислигиға эға.

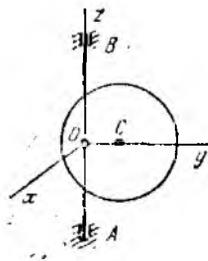
Жавоб: подшипникларнинг ҳар қайсисига тушадиган босим икки кучнинг тенг таъсир қилувчисидир; улардан бири 14,7 кН га тенг бўлиб, вертикал бўйлаб йўналган, иккинчиси эса 23,6 кН га тенг ва гилдиракнинг вал ўқидаги гесметрик марказини гилдиракнинг массалар маркази билан туташтирувчи тўғри чиқққа параллел бўлиб йўналган.

42.2. Массаси M бўлган бир жиисли деиравий диск ўз текислигида ўрнашган. C массалар марказидан $OC = a$ масофада жойланган қўзғалмас вертикал ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. $OB = OA$ бўлганида ўқнинг A подиятник ва B подшипникка кўрсатадиган динамик босим кучлари аниқлансин.

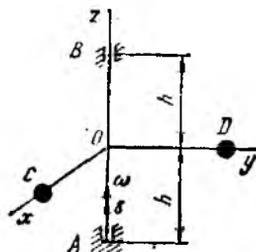
$$\text{Жавоб: } X_A = X_B = 0, Y_A = Y_B = Ma\omega^2/2$$

42.3. Бундан олдинги масала қаршилиқ кучи бўлганида, дискнинг бурчак тезлиги $\omega = \omega_0 - \varepsilon_0 t$ қонун билан камаяди деб фараз қилиб ечилисин, бу ерда ω_0 ва ε_0 музбат доимийлардир.

$$\text{Жавоб: } X_A = X_B = -Ma\varepsilon_0/2, Y_A = Y_B = Ma\omega_0^2/2.$$



42.2-масаланиға



42.4-масалаға

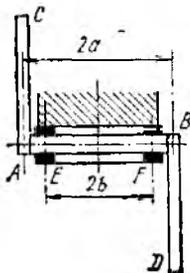
42.4. ϵ бурчак тезланиш билан текис тезланувчан айланма ҳаракат қилаётган вертикал AB ўққа иккита C ва D юклар ўзаро перпендикуляр билан бириктирилган; стерженлар AB ўққа ҳам перпендикулярдир. AB ўқнинг A подпятник ва B подшпникка кўрсатадиган динамик босим кучлари аниқлансин. C ва D юкларни ҳар бирининг массаси M бўлган моддий нуқталар деб қаралсин. Стерженларнинг массаси ҳисобга олинмасин. Бошланғич пайтда система тинч турган, x ва y ўқлар стерженлар билан мустақкам боғланган.

Жавоб: $X_A = X_B = Mre(\epsilon t^2 - 1)/2$, $Y_A = Y_B = Mre(\epsilon t^2 - 1) \cdot 2$.

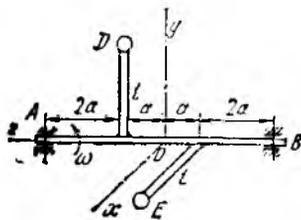
42.5. Учларида бир хилда M массали юклари бўлган $2l$ узунликдаги AB стержень вертикал Oz ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан текис айланади. Oz ўқ AB стерженнинг ўртасидаги O нуқтадан ўтади, O нуқтадан C подшпниккача бўлган масофа a га, D подпятниккача бўлган масофа b га тенг. AB стержень билан Oz ўқ орасидаги α бурчак ўзгармайди. Стерженнинг массасини ва юклар ўлчамларини ҳисобга олмай, стержень Oyz текислигида бўлган пайтда C подшпник ва D подпятникка тушадиган босим проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $X_C = X_D = 0$, $Y_C = -Y_D = \frac{Ml^2\omega^2 \sin 2\alpha}{a+b}$, $Z_D = -2Mg$.

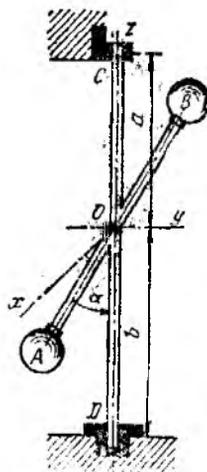
42.6. AB ўқнинг учларига узунлиги l , ҳар бирининг массаси M_1 бўлган ва бир-бирларига инсбатан 180° бурчак остида маҳкамланган иккита AC ва BD кривошиплар ўтказилган. Узунлиги $2a$ ва массаси M_2 бўлган AB ўқ симметрик равишда бир-биридан $2b$ масофада жойлашган иккита подшпникда ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. AC кривошип юқорига вертикал йўналган пайтда подшпникларга тушадиган N_1 ва N_2 босимлар аниқлансин. Ҳар қайси кривошип массасини унинг ўқи бўйлаб текис таралган деб ҳисоблаш мумкин.



42.6-масалалага



42.7-масалалага



42.5-масалалага

Жавоб: босим кучи $N_E = \frac{1}{2} M_2 g + M_1 g - \frac{M_1 a l \omega^2}{2b}$, $N_E > 0$ бўлганда вертикал бўйлаб пастга, $N_E < 0$ бўлганда юқорига йўналган. Босим кучи $N_F = \frac{1}{2} M_2 g + M_1 g + \frac{M_1 a l \omega^2}{2b}$ вертикал бўйлаб пастга йўналган.

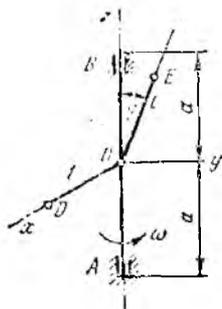
42.7. Ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланувчи горизонтал AB валга ўзаро перпендикуляр текисликларда ётган l узунликдаги иккита стержень тик қилиб бириктирилган (расмга қаралсин). Стерженьларнинг учларида ҳар қайсисининг массаси m бўлган D ва E шарлар бор. Валининг A ва B таянчларга туширадиган динамик босимлари аниқлансин. Шарлар моддий нуқта деб ҳисоблансин, стерженьларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } N_A = N_B = \frac{\sqrt{5}}{3} m l \omega^2.$$

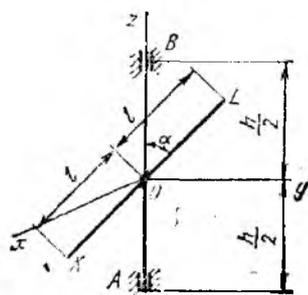
42.8. Ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланувчи вертикал AB валга иккита стержень маҳкам бириктирилган. OE стержень вал билан φ бурчак ташкил қилади, OD стержень эса AB вал билан OE стержень турган текисликка тик. Қуйидаги ўлчовлар берилган: $OE = OD = l$, $AB = 2a$. Стерженьларнинг учларида ҳар қайсисининг массаси m бўлган иккита E ва D шарлар бириктирилган. A ва B таянчларга валининг туширадиган динамик босимлари аниқлансин. D ва E шарлар нуқтавий массалар деб ҳисоблансин; стерженьларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } X_A = X_B = m l \omega^2 / 2, Y_A = \frac{m l \omega^2 (a - l \cos \varphi) \sin \varphi}{2a}, Y_B = \frac{m l \omega^2 (a + l \cos \varphi) \sin \varphi}{2a}$$

42.9. 34.1-масаланинг шартларидан фойдаланиб тирсақли валининг K ва L подшишиқларга кўрсатилган динамик босими аниқлансин. Вал ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланади. Масалани ечишда 34.1- ва 34.23 масалаларга берилган жавоблардан фойдаланиш мумкин.



42.8- масалага



42.10- масалага

$$\text{Жавоб: } X_K = -X_L = \frac{3}{2} md \frac{a+b}{4a+3b} \omega^2,$$

$$Y_K = -Y_L = \frac{\sqrt{3}}{2} md \frac{a+b}{4a+3b} \omega^2.$$

42.10. Вертикал AB ўққа α бурчак остида бириктирилган бир жинсли KL стержень ε бурчак тезланиш билан текис тезланувчан айланади. Стерженьнинг массаси M , $2l$ — унинг узунлиги, $OA = OB = l/2$, $OK = OL = l$ бўлса, AB ўқнинг A подпятник ва B подшпикка кўрсатилган динамик босим кучлари аниқлансин. Босилган пайтда система тинч турган.

$$\text{Жавоб: } X_B = -X_A = \frac{M l^2}{6h} \varepsilon \sin 2\alpha, \quad Y_B = -Y_A = \\ = \frac{M l^2}{6h} \varepsilon^2 l^2 \sin 2\alpha.$$

42.11. OA томони билан OE валга бириктирилган M массали бир жинсли, томонлари a ва b бўлган $OABD$ тўғри бурчакли пластинка ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Таянчлар орасини $OE = 2a$. Валнинг O ва E таянчларга ён томондан туширадиган динамик босим кучлари ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } N_{Ox} = N_{Ex} = 0, \quad N_{Oy} = \frac{3}{8} Mb \omega^2, \quad N_{Ey} = \frac{1}{8} Mb \omega^2.$$

42.12. Массаси M , узунлиги $2l$ ва радиуси r бўлган бир жинсли доғравий тўғри цилиндр ўзининг O массалар марказидан ўтувчи вертикал Oz ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; булса цилиндрининг $O\xi$ ўқи билан Oz ўқ орасидаги α бурчак ўзгармайди. Подшпик билан подпятник орасидаги H_1H_2 масофа h га тенг. Ён томондан подпятникка тунадиган N_1 босим билан подшпикка тунадиган N_2 босим аниқлансин.

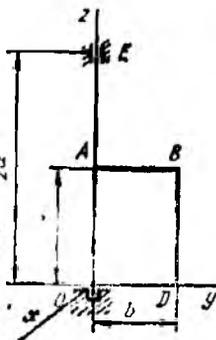
Жавоб: N_1 ва N_2 босимларининг миқдори бир хил:

$$M \frac{\omega^2 \sin 2\alpha}{2a} \left(\frac{1}{3} l^2 - \frac{1}{4} r^2 \right)$$

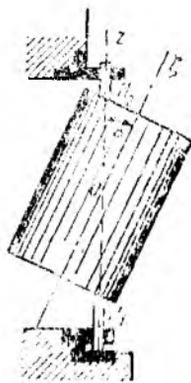
бўлиб, йўналишлари қарма-қарши.

42.13. Буг турбинининг бир жинсли юлқа доғравий CD диски AB ўқ атрофида айланганда A ва B подшпикларга тунадиган босим ҳисоблансин; AB ўқ дисkning O марказидан ўтади, лекин втулканинг нотўғри тешиланлиги натижасида диск текислигига ўтказилган перпендикуляр билан

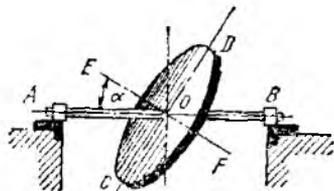
$$\angle AOE = \alpha = 0,02 \quad \text{радиан}$$



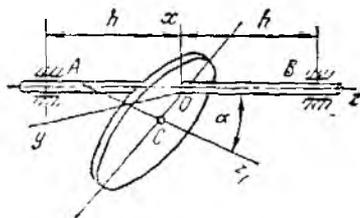
42.11-асалага



42.12-масалага



42.13- масалага



42.14- масалага

бурчак ташкил қилади. Диск массаси 3,27 кг, радиуси 20 см, бурчак тезлиги 30 000 айл/мин га мос келади; оралиқлар: $AO = 50$ см, $OB = 30$ см; AB ўқ абсолют қаттиқ деб ҳисобланади ва $\sin 2\alpha = 2\alpha$ деб қабул қилинади

Жавоб: Диск оғирлигидан ҳосил бўладиган босим: A подшипникка 12,1 Н ва B подшипникка 20,0 Н дискнинг айланишидан подшипникларга тушадиган босим бир хилда ва 8,06 кН га тенг бўлиб, қарама-қарши томонга йўналган.

42.14. Буғ турбинасининг доиравий дискнинг потўғри йиғиш туфайли диск текислиги AB ўқ билан α бурчак ҳосил қилади, дискнинг C массалар маркази эса бу ўқда ётмайди. Эксентриситет $OC = a$. Дискнинг массаси M , унинг радиуси R , $AO = OB = h$ берилган; диск айланишининг ω бурчак тезлиги ўзгармас бўлса, A ва B подшипникларга ён томондан кўрсатиладиган динамик босим кучлари топилсин.

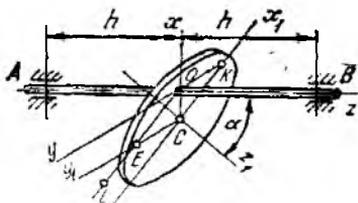
Кўрсатма: 34.27- масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

$$\text{Жавоб: } Y_A = Y_B = 0, \quad X_A = -\frac{M}{2} \left[\left(\frac{R^2}{4} + a^2 \right) \frac{\sin 2\alpha}{2h} + a \cos \alpha \right] \omega^2, \quad X_B = \frac{M}{2} \left[\left(\frac{R^2}{4} + a^2 \right) \frac{\sin 2\alpha}{2h} - a \cos \alpha \right] \omega^2.$$

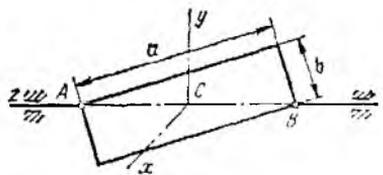
42.15. Бир жинсли M массали, радиуси R бўлган доиравий диск AB ўққа ўрнатилган. AB ўқ дискнинг O нуқтаси орқали ўтиб, унинг Cz_1 симметрия ўқи билан α бурчак ҳосил қилади. z ўқнинг AB билан устма-уст тушган қисмининг диск текислигидаги проекцияси OL дан иборат; бунда $OE = a$, $OK = b$. Диск ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланиб, $AO = OB = h$ бўлса, A ва B подшипникларга ён томондан кўрсатиладиган динамик босимлар ҳисоблансин.

Кўрсатма: 34.28- масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

$$\text{Жавоб: } X_A = -\frac{1}{2} M a \omega^2 \cos \alpha - \frac{M}{4h} \left(\frac{1}{4} R^2 + a^2 \right) \omega^2 \sin^2 2\alpha, \\ X_B = \frac{1}{2} M a \omega^2 \cos \alpha + \frac{M}{4h} \left(\frac{1}{4} R^2 + a^2 \right) \omega^2 \sin 2\alpha, \\ Y_A = -\frac{M b}{2} \left(1 + \frac{a}{h} \sin \alpha \right) \omega^2, \\ Y_B = -\frac{M b}{2} \left(1 - \frac{a}{h} \sin \alpha \right) \omega^2.$$



42.15- масалага



42.16- масалага

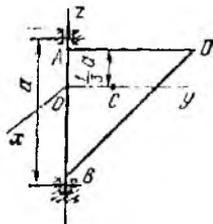
42.16. Массаси M бўлган бир жинсли тўғри бурчакли пластинка ўзининг AB диагонали атрофида ω бурчак тезлик билан текис айланади. Агар томонларининг узунлиги a ва b бўлса, пластинкадан A B таянчларга тушадиган динамик босим аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 0, Y_A = \frac{-Mab\omega^2(a^2 - b^2)}{12(a^2 + b^2)^{3/4}}$,
 $X_B = 0, Y_B = \frac{Mab\omega^2(a^2 - b^2)}{12(a^2 + b^2)^{3/4}}$.

42.17. Пастки B таянчга ён томондан тушадиган босим полга тенг бўлиши учун, тенг ёшли тўғри бурчакли ABD учбурчак шиклидаги бир жинсли пластинка ўзининг $AB = a$ катети атрофида қандай бурчак тезлик билан айланиши керак? Таянчлар орасидаги масофа AB катет узунлигига тенг деб ҳисоблансин.

Жавоб: $\omega = 2\sqrt{g/a}$.

42.18. Қўтариш краинининг айланувчи қисми массаси M_1 , узунлиги L бўлган CD стрела ва ҳар бирининг массаси M_2 бўлган E посанги ҳамда K юкдан иборат (34.30-масалага берилган расмга қаранг). Ўзгармас тормозловчи момент қўйилганига қадар кран $n = 1,5$ айл/мин га мос келувчи бурчак тезлик билан айланган ва 2 с дан кейин тўхтаган. Стрелани илғивка бир жинсли балка, посанги билан юкни нуқтавий массалар сифатида қараб, тормозланиш охирида краининг A ва B таянчларга кўрсатадиган динамик реакциялари аниқлансин. Кран таянчлари орасидаги масофа $AB = 3$ м, $M_2 = 5$ т, $M_1 = 8$ т, $\alpha = 45^\circ$, $L = 30$ м, $l = 10$ м, бутун системанинг массалар маркази айланиш ўқида жойлашган, юкнинг кран текислигидан оғиши ҳисобга олинмасин. x, y ўқлар кран билан боғланган. CD стрела yz текислигида туради.



42.17- масалага

Кўрсатма. $M_2 = M_3$ деб, 34.30-масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

Жавоб: $Y_A = -Y_B = 0$,
 $X_B = -X_A \approx 60,8$ кН.

43-§. Аралаш масалалар

43.1. Учлари мақкамланган, узунлиги $2l$ бўлган бир жиқсли сғир AB балка горизонтал ҳолатда туради. Бир пайтга келиб унинг A учи бўшатилди ва балка B учидан ўтган горизонтал ўқ апрофида айланиб, пастга туша бошлайди; балка вертикал ҳолатни эгаллаган пайтда унинг B учи ҳам бўшатилди. Балканинг буидан кейин келадиган ҳаракатида унинг массалар маркази траекторияси ва бурчак тезлиги ω аниқлансин.

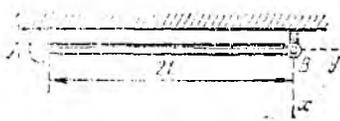
Жавоб: 1) $y^2 = 3lx - 3l^2$ — парабола; 2) $\omega = \sqrt{3g/(2l)}$.

43.2. Узунлиги l бўлган сғир бир жиқсли стержень ўзининг юқориги учидан горизонтал O ўққа осиб қўйилган. Вертикал вазиятда бўлган стерженга $\omega_0 = 3\sqrt{gl}$ бурчак тезлик берилган. ω ярим айлана чиқиб, O ўқдан ажралади. Стерженьнинг буидан кейинги ҳаракатида унинг массалар маркази траекторияси ва бурчак тезлиги ω тавилсин.

Жавоб: 1) $y_c = \frac{l}{2} - \frac{2}{3l} x_c^2$ парабола; 2) $\omega = \sqrt{3gl/l}$.

43.3. Массалари тегишлича, M_1 ва M_2 , ассларининг радиуслари эса r_1 ва r_2 бўлган иккита бир жиқсли доправий A ва B цилиндрга иккита эластик ип ўрамган; ипнинг ўрамлари цилиндр ассларига параллел бўлган ўрта текисликларга симметрик равишда жойланган; цилиндрларнинг ўқлари горизонтал бўлиб, ассовчилари энг кўп сғган шилуқларга тик. A цилиндр ўқи қўзғалмас; B цилиндр тич ҳолатдан t сғирлиги таъсирида пастга тушиб боради. Ҳаракат бошлангандан кейинги t пайтда иплар ҳали иккала цилиндрга ўровлиқ турибди, деб ҳисоблаб: 1) цилиндрларнинг бурчак тезликлари ω_1 ва ω_2 ; 2) B цилиндрнинг массалар маркази ўтган s йўл ва 3) ипларнинг тортиши кучи T аниқлансин.

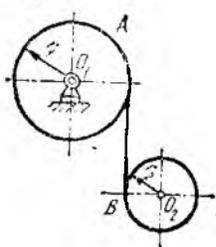
Жавоб: 1) $\omega_1 = \frac{2gM_2}{r_1(3M_1 + 2M_2)} t$; $\omega_2 = \frac{2gM_1}{r_2(3M_1 + 2M_2)} t$;
2) $s = \frac{g(M_1 + M_2)}{3M_1 + 2M_2} t^2$; 3) $T = \frac{M_1 M_2 g}{3M_1 + 2M_2}$.



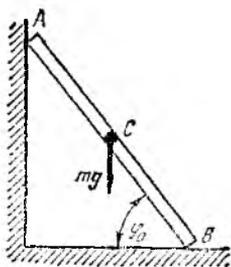
43.1-масалага



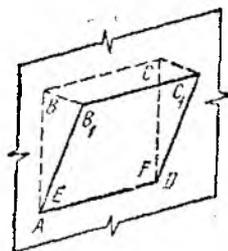
43.2-масалага



43.3-масалага



43.4- масалага



43.6- масалага

43.4. Узунлиги a бўлган бир жинсли AB стержень вертикал те-
кисликда горизонтга φ_0 бурчак остида шундай қўйилганки, унинг A
учи силлиқ вертикал деворга, B учи эса силлиқ горизонтал полга
тиралиб туради; шундан кейин стержень бошланғич тезликсиз пастга
тушқизилган. 1) Стерженнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши
аниқлансин. 2) Стержень девордан ажралган пайтда горизонт билан
қандай φ_1 бурчак ташкил қилиши топилсин.

$$\text{Жавоб: } 1) \dot{\varphi} = \sqrt{\frac{3g}{a}(\sin \varphi_0 - \sin \varphi)}, \quad \ddot{\varphi} = -\frac{3g}{2a} \cos \varphi;$$

$$2) \sin \varphi_1 = \frac{2}{3} \sin \varphi_0.$$

43.5. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб стерженнинг
полга йиқилиш пайтидаги бурчак тезлиги $\dot{\varphi}$ ва қуйи учининг тезлиги
аниқлансин.

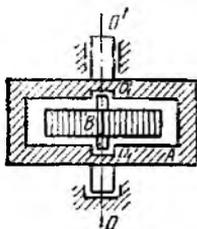
$$\text{Жавоб: } \dot{\varphi} = \sqrt{\frac{3g}{a}\left(1 - \frac{1}{9} \sin^2 \varphi_0\right) \sin \varphi_0},$$

$$v_B = \frac{1}{3} \sin \varphi_0 \sqrt{ga \sin \varphi_0}.$$

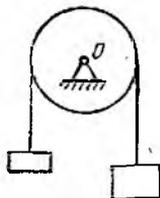
43.6. Тўғри тўртбурчак шаклидаги юққа бир жинсли $ABCD$ тахта
вертикал деворга суяб қўйилган; тахта каллаги бўлмаган иккита сил-
лиқ E ва F михларга таяниб туради. AD оралиқ EF га тенг. Бир
пайтда тахта AD тўғри қизилқ атрофида айланиб, жуда кичик бош-
ланғич бурчак тезлик билан пастга туша бошлайди. Тахтанинг мих-
лар бўйлаб сирғаниши юз бермайди деб ҳисоблаб, реакция кучлари-
нинг горизонтал ташкил этувчиси йўналишини ўзгартирадиган $\alpha_1 =$
 $= \widehat{B A B_1}$ бурчак ва тахта михдан ажрайдиган пайтдаги α_2 бурчак
аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \alpha_1 = \arccos \frac{2}{3} = 48^\circ 11', \quad \alpha_2 = \arccos \frac{1}{3} = 70^\circ 32'.$$

43.7. Иккита дисклар битта ўқ атрофида ω_1 ва ω_2 бурчак тез-
ликлар билан айланади; дискларнинг шу ўққа нисбатан инерция мо-



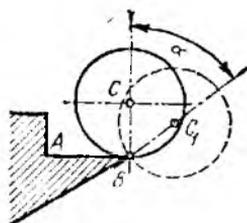
43.8- масалага



43.9- масалага



43.10- масалага



43.11- масалага

ментлари J_1 ва J_2 га тенг. Дисклар бир-бирига тўсатдан фриксион муфта билан бириктирилганда, «йўқоладиган» кинетик энергия аниқлансин. Муфта массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \Delta T = \frac{1}{2} \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} (\omega_1 - \omega_2)^2.$$

43.8. A жисм OO' ўққа nisbatan ω_A бурчак тезлик билан ишқаланмасдан айланади. A жисм ичида O_1O_1' ўқ atroфida ўша томонга ω_B nisбий бурчак тезлик билан айланувчи B ротор жойлаштирилган. OO' ва O_1O_1' ўқлар битта тўғри чизиқ бўйлаб ўрнатилган. A жисм ва B роторнинг шу тўғри чизиққа nisbatan инерция моментлари J_A ва J_B га тенг. Энергия сарфини ҳисобга олмай, B роторга A жисм тўхтайдиган қилиб бурчак тезлик бериш учун A жисмга ўрнатилган моторнинг бажариши керак бўлган иш аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } A = \frac{1}{2} J_A \left[\omega_A^2 \left(1 + \frac{J_A}{J_B} \right) + 2 \omega_A \omega_B \right].$$

43.9. O горизонтал ўқ atroфida ω_0 бурчак тезлик билан қаршиликсиз айланётган шкивга учларига иккита юк боғлашган ремени ташилади. Шкив массаси m бўлган r радиусли бир жинсли дискдан iborat; юклардан ҳар бирининг массаси $M = 2m$. Юкларнинг бошланғич тезликларини нолга тенг ҳисоблаб, ременинги шкив сиртида сирғаниши тўхтаганидан кейин уларнинг қандай тезлик билан ҳаракатланиши аниқлаксин. Шунингдек, ремень билан шкив орасидаги ишқаланиш кучининг иши ҳам топилисин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{1}{9} \omega_0 r, \quad A_{\text{иш}} = \frac{2}{9} m \omega_0^2 r^2.$$

43.10. Массаси M бўлган қаттиқ жисм расм текислигига тик бўлган горизонтал O ўқ atroфida тебранади. Осиини ўқидан C массалар марказигача бўлган масофа a га тенг, жисмининг массалар марказидан расм текислигига тик ўтган ўққа nisbatan инерция радиуси ρ га тенг. Бошланғич пайтда жисм мувозиат вазиятидан φ_0 бурчакка селдирилиб, сўнгра бошланғич тезликсиз қўйиб юборилди. Ўқдаги реакция кучининг жисм осилган нуқта ва жисмининг массалар

марказидан ўтган йўналиш билан унга тик бўлган йўналишдаги тувувчилари R ва N аниқлансин. Бу реакция кучлари жисмнинг вертикалдан оғиш бурчаги φ орқали ифодалансин.

$$\text{Жавоб: } R = Mg \cos \varphi + \frac{2Mga^2}{\rho^2 + a^2} (\cos \varphi - \cos \varphi_0),$$

$$N = Mg \frac{\rho^2}{\rho^2 + a^2} \sin \varphi.$$

43.11. Оғир бир жисми цилиндр жуда кичик бошланғич тезлик олиб, горизонтал AB майдончадан сирғанмай гилдираб тушади; AB майдончанинг B қирраси ўткир ва цилиндр ясовчисига параллел; цилиндр ясовчисининг радиуси r га тенг. Цилиндр майдончадан ажралган пайтда цилиндр ўқилан ва майдончанинг B қиррасидан ўтадиган текислик вертикал ҳолатдан BC , α бурчакка оғган. Цилиндр майдончадан ажралган пайтда бурчак тезлигининг қанча бўлиши, шунингдек, α бурчак аниқлансин. Юмаланишдаги ишқаланиш ва ҳаво қаршилиги ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = 2 \sqrt{\frac{g}{7r}}, \quad \alpha = \arccos \frac{4}{7} = 55,1^\circ.$$

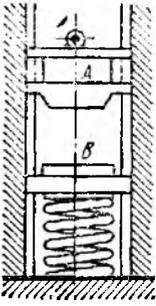
43.12. Музни силлиқлайдиган автомашина яхмалакнинг горизонтал текислигида тўғри чизиқли ҳаракат қилади. S массалар марказининг ҳолати 38.12-масалага берилган расмда кўрсатилган. Мотор ўчирилган пайтда машина v тезликка эга бўлган. Агар f_{ω} муз билан автомашина гилдираги орасидаги юмалаш ишқаланиш коэффициенти, f силлиқлайдиган A қирра билан муз орасидаги сирғаниш ишқаланиш коэффициенти бўлса, машина тўхтагунча ўтадиган йўл топилсин. Сирғанмасдан гилдираётган r радиусли гилдирақларнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{3r}{2r + f_{\omega}}.$$

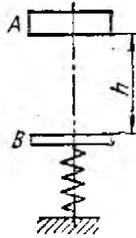
43.13. Вертикал ўқди доиравий цилиндрнинг ён сиртида қўтарилиш бурчаги α бўлган силлиқнинг шаклидаги ариқча ўйилган; цилиндр вертикал ўқ атрафида ишқалинмай айлана олади. Бошланғич пайтда цилиндр тивч ҳолатда туради; ариқчага оғир шарча туширилади; у ариқча бўйлаб бошланғич тегиликсиз пастга тушади ва цилиндрни айлантиради. Цилиндр массаси M , радиуси R , шарча массаси m , шарчадан ўққача бўлган масофани R га тенг ва цилиндр инерция моментини $\frac{1}{2}MR^2$ га тенг деб ҳисоблаб, шарча h баландликка тушган пайтда цилиндрнинг ω бурчак тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2m \cos \alpha}{R} \sqrt{\frac{2gh}{(M + 2m)(M + 2m \sin^2 \alpha)}}.$$

44-§. Зарба



44.1-масалага



44.2-масалага

44.1. А көпёр түкмоғи 4,905 м баландлыктан тушып, пружинага бириктирилган В сандонни уради. Түкмоқнинг массасы 10 кг, сандоннинг массасы 5 кг. Түкмоқ сандонга урилгандан кейин у билан бирга ҳаракат қилса, зарбдан кейин сандон ҳаракатини қандай тезлик билан бөшлайди?

Жавоб: 6,54 м/с.

44.2. Массасы M_1 бўлган А юк бошланғич тезликсиз h баландлыктан M_2 массали В плитага тушади, плита бикрлик коэффициентини c

бўлган пружинага бириктирилган. Тиклаш коэффициентини нолга тенг деб ҳисоблаб, урилишдан кейин пружина сиқилишининг миқдори s тегилин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{M_1 g}{c} + \sqrt{\frac{M_1^2 g^2}{c^2} + 2gh \frac{M_1^2}{c(M_1 + M_2)}}$$

44.3. Тиклаш коэффициентини тажриба йўли билан аниқлаш учун ишлатиладиган асбобда текширилувчи материалдан ясалган шарча вертикал тиниқ шиша трубка ичида қўзғатмас қилиб ўрнатилган ва тегишли материалдан ясалган горизонтал плитага $h_1 = 50$ см баландлыктан бошланғич тезликсиз тушади. Агар урилишдан кейин шарча $h_2 = 45$ см баландликка кўтарилса, тиклаш коэффициентининг қанча бўлиши топилсин.

$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = 0,95.$$

44.4. Эластик шарча h баландлыктан горизонтал плитага вертикал тушади ва ундан юқорига сапчийди, ҳаракатларини шу тариқа давом эттириб, яна плитага тушади ва ҳоказо. Агар зарбдаги тиклаш коэффициенти R га тенг бўлса, шарчанинг тўхтагунча ўтган йўли топилсин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{1+k^2}{1-k^2} h.$$

44.5. Тиклаш коэффициенти k бўлган иккита m_1 ва m_2 массали жисмлар бир хил йўналишда илгариллама ҳаракат қилади. Қувиб борувчи m_1 жисм тўқнашувдан сўнг тўхтаб қолгани ва m_2 жисм берилган u_2 тезликка эга бўлиши учун, уларнинг v_1 ва v_2 тезликлари қандай бўлиши керак?

$$\text{Жавоб: } v_1 = \frac{1+k}{k} \cdot \frac{m_2}{m_1+m_2} u_2; \quad v_2 = \frac{m_1 - km_2}{k(m_1+m_2)} u_2.$$

44.6. Массасы 12 т бўлган буг болга 5 м/с тезлик билан сандонга тушади. Сандон билан унинг устида тоблақастган деталнинг массаси

250 т. Тобланаётган деталь ютадиган A_1 иш ва пойдеворнинг силкиншига кетган A_2 иш топилсин; шунингдек, болганинг фойдали иш коэффициентини η ҳам ҳисоблансин; зарба эластик эмас.

Жавоб: $A_1 = 143$ кН·м, $A_2 = 6,87$ кН·м, $\eta = 0,95$.

44.7. Массаси $m_1 = 10$ кг бўлган болга тайёрланаётган жисмни 70 зарбада керакли ўлчовларга мос ясилайди. Массаси $m_2 = 100$ кг бўлган болгага ҳаракатни уратувчи механизм биринчи болганинг тезлигини каби тезлик берса, шу иш неча зарбада бажарилади? Сандоннинг массаси $M = 200$ кг. Зарбани абсолют эластик эмас деб ҳисоблансин.

Жавоб: 10 зарба.

44.8. v_1 ва v_2 тезлик билан бир-бирига қараб ҳаракат қилаётган бир хилдаги иккита шарнинг абсолют эластик урилганидан кейинги тезликлари топилсин.

Жавоб: урилганидан кейин шарлар тезликлари билан алмашади.

44.9. Бир хилдаги иккита A ва B эластик шар бир-бирига қараб ҳаракат қилади. Зарбадан олдинги тезликлар нисбати қанча бўлганда A шар зарбадан кейин тўхтаб қолади? Зарба вақтидаги тиклаш коэффициенти k га тенг.

Жавоб: $\frac{v_A}{v_B} = \frac{1+k}{1-k}$.

44.10. A жисм B жисмга қараганда уч марта катта тезликка эга бўлиб, уни қувиб етади. A жисм зарбадан сўнг тўхтаб қолини учун бу жисмлар массалари орасида қандай муносабат бўлиши керак? Тўқнашувни тўғри марказий зарба деб ҳисоблансин. Тиклаш коэффициенти $k = 0,8$.

Жавоб: $m_B/m_A = 5$.

44.11. Қуйидаги ҳолларда иккита шарнинг m_1 ва m_2 массаларини орасидаги нисбат аниқлансин: 1) биринчи шар тинч турганда марказий зарба содир бўлади; шундан кейин иккинчи шар тинч қолади; 2) шарлар қарама-қарши бўлган баравар тезликлар билан тўқнашади, марказий зарбадан кейин иккинчи шар тинч қолади. Тиклаш коэффициенти k га тенг.

Жавоб: 1) $\frac{m_2}{m_1} = k$; 2) $\frac{m_2}{m_1} = 1 + 2k$.

44.12. Массалари m_1 , m_2 ва m_3 бўлган учта абсолют эластик шар силлиқ ариқчада бир-биридан бир оз нарида ётади. Бирор бошланғич тезлик билан қўйиб юборилган биричи шар тинч турган иккинчи шарга урилади, иккинчи шар эса тинч турган учинчи шарга урилади. Иккинчи шар массаси m_2 қанча бўлса, учинчи шар энг катта тезлик олади?

Жавоб: $m_2 = \sqrt{m_1 m_3}$.

44.13. v_1 тезлик билан ҳаракат қилаётган m_1 массали шар тинч турган m_2 массали шарга дуч келади. Зарба вақтида унинг тезлигини шарларнинг марказларинини бирлаштирувчи чизик билан α бурчак ҳосил қилади. 1) Зарбани абсолют эластик эмас деб ҳисоблаб, биринчи шар-

нинг зарбадан кейинги тезлиги; 2) зарбани тиклаш коэффициентини k бўлган эластик зарба деб фараз қилиб, ҳар қайси шарнинг зарбадан кейинги тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 1) u_1 = v_1 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \cos^2 \alpha};$$

$$2) u_1 = v_1 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{m_1 - k m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \cos^2 \alpha};$$

$$3) u_2 = v_1 \frac{m_1 (1 + k) \cos \alpha}{m_1 + m_2}.$$

44.14. Маркази v тезлик билан горизонтал тўғри чизиқ чизаётган абсолют эластик шар силлиқ вертикал текисликка α бурчак остида дуч келади. Шарнинг зарбадан кейинги тезлиги аниқлансин.

Жавоб: Қайтиш бурчаги тушиш бурчагига тенг, тезликларнинг зарбадан олдинги ва кейинги миқдорлари тенг.

44.15. Пўлат шарча 45° бурчак остида горизонтал пўлат плитага тушади ва вертикалга 60° бурчак остида ундан сапчийди. Зарбадаги тиклаш коэффициенти аниқлансин.

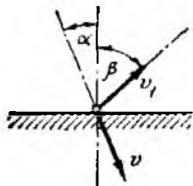
Жавоб: $k = 0,58$.

44.16. Шарча v тезлик билан қия ҳаракат қилиб қўзғалмас горизонтал текисликка тушади ва $v_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} v$ тезлик билан текисликдан сапчийди. Агар зарбадаги тиклаш коэффициенти $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$ бўлса, тушиш бурчаги α ва қайтиш бурчаги β аниқлансин.

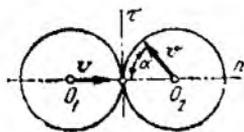
$$\text{Жавоб: } \alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{4}.$$

44.17. Бир хилдаги иккита абсолют эластик шарлар модуллари тенг бўлган v тезликлар билан бир-бирига урилади. Урилишдан олдин чапдаги шарнинг тезлиги марказлар орқали ўтувчи чизиқ бўйлаб ўнгга йўналган, ўнгдаги шарнинг тезлиги эса шу чизиқ билан α бурчак ташкил қилган (расмга қаралсин). Шарларнинг зарбадан кейинги тезлиги топилсин.

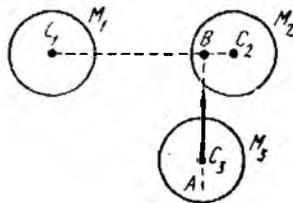
Жавоб: $u_{1n} = -v \cos \alpha$; $u_{1\tau} = 0$; $u_{2n} = v$;
 $u_{2\tau} = v \sin \alpha$. n ўқ марказларни туташтирувчи чизиқ бўйлаб ўнгга, τ ўқ эса юқорига йўналган.



44.16- масалага



44.17- масалага



44.18- масалага

44.18. Учта бир хил M_1, M_2, M_3 шарлар бор, уларнинг радиуслари R ; C_1, C_2 марказларининг ораси $C_1C_2 = a$. M_3 шар C_1C_2 чизиққа тик бўлган AB тўғри чизиқ бўйлаб йўналган бирор тезлик билан M_2 шарга урилиб, сўнгра M_1 шарга марказий зарб бериши учун учинчи шарнинг C_3 маркази қандай вазиятдаги AB тўғри чизиқда бўлиши керак? Шарлар абсолют эластик ва илгариллама ҳаракат қилади деб қаралсин.

Жавоб: C_2 марказдан AB тўғри чизиққача бўлган масофа:

$$BC_2 = 4R^2/a.$$

44.19. Бино пойдевори остидаги ери мустаҳкамлаш учун массаси $M = 50$ кг устун қозىқ копёр билан қоқилади; копёр муҳрасининг массаси $M_1 = 450$ кг бўлиб, у $h = 2$ м баландликдан бошлангич тезликсиз тушади; тиклаш коэффициентини нолга тенг; охири ўн марта уришда устун қозىқ ерга $\delta = 5$ см кирган. Устун қозىқни қоқишга ернинг кўрсатадиган ўртача қаршилиги аниқлансин.

Жавоб: $S = 159$ кН.

44.20. Массалари m_1 ва m_2 бўлган иккита шар узунликлари l_1 ва l_2 бўлган параллел илгариллама шундай осилганки, уларнинг марказлари бир хил баландликда туради. Биринчи шар вертикалдан α_1 бурчакка осдирилган ва сўнгра бошлангич тезликсиз қўйиб юборилган. Иккинчи шарнинг энг кўп оғиш бурчаги α_2 аниқлансин; тиклаш коэффициентини k га тенг.

$$\text{Жавоб: } \sin \frac{\alpha_2}{2} = \frac{m_1(1+k)}{m_1+m_2} \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \sin \frac{\alpha_1}{2}.$$

44.21. Зарб машинасининг маятник радиуси 10 см ва қалинлиги 5 см бўлган A пўлат диск ҳамда диаметри 2 см ва узунлиги 90 см бўлган доиравий B пўлат стержендан иборат, O ўққа зарб тегмаслиги учун, уриляётган C брус O айланмиш ўқи ётган горизонтал текисликдан қандай l масофага ўриштирилиши керак? Бериладиган зарба йўналишини горизонтал деб ҳисоблаймиз.

Жавоб: $l = 97,5$ см.

44.22. Отиладиган тўғри тўртбурчак шаклидаги нишоннинг зарба маркази аниқлансин. Нишон баландлиги h .

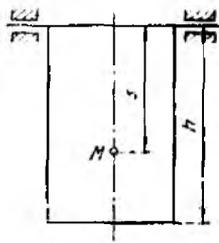
Жавоб: $S = 2h/3$.

44.23. Отиладиган учбурчак нишоннинг K зарба маркази аниқлансин. Нишоннинг баландлиги h .

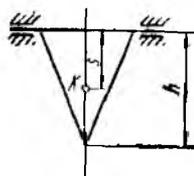
Жавоб: $S = h/2$.



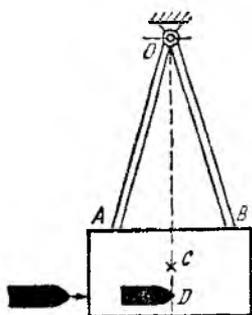
44.21- масалага



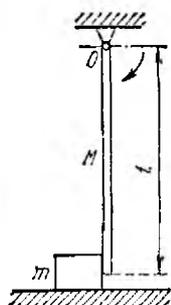
44.22- масалага



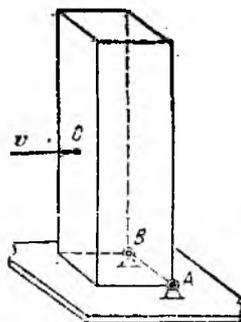
44.23- масалага



44.25- масалага



44.26- масалага



44.27- масалага

44.24. Иккита шкив бир текисликда ўз ўқлари атрофида ω_{10} ва ω_{20} бурчак тезликлар билан айланади. Шкивларни радиуслари бир хил ва радиуслари R_1, R_2 бўлган доиравий диск деб ҳисоблаб, шкивларга тасма кийгизилгандан кейин, шкивлар бурчак тезликлари ω_1 ва ω_2 нинг қанча бўлиши аниқлансин. Тасма массаси билан сирганиши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega_1 = \frac{R_1^3 \omega_{10} + R_2^3 \omega_{20}}{R_1 (R_1^2 + R_2^2)}, \quad \omega_2 = \frac{R_1^3 \omega_{10} + R_2^3 \omega_{20}}{R_2 (R_1^2 + R_2^2)}.$$

44.25. Снаряд тезлигини аниқлаш учун қўлланиладиган баллистик маятник горизонтал O ўққа соналган AB цилиндрдан иборат; цилиндрга қум тўлдирилган ва унинг сир A томони очиқ; цилиндрга кирган снаряд маятникни O ўқ атрофида бирор бурчакка айлантиради. Маятникнинг массаси M га тенг, унинг C массалар марказидан O ўққа бўлган масофа $OC = h$; O ўққа нисбатан инерция радиуси — ρ ; снаряднинг массаси m га тенг; зарба импульси таъсир чизиғидан ўққа бўлган масофа $OD = a$; маятникнинг сғиш бурчаги — α . Маятникнинг O ўқиға зарба таъсир этмайди деб фарз қилиб, снаряднинг v тезлиги аниқлансин. $ah = \rho^2$ деб олинсин.

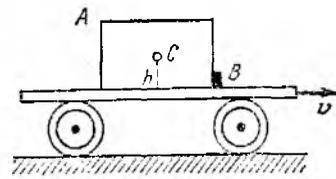
$$\text{Жавоб: } v = \frac{2(Mh + ma)}{m} \sqrt{\frac{g}{a}} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

44.26. Юқориги учи O цилиндрик шарнирға бириктирилган ва массаси M , узунлиги l бўлган бир жиқсли стержень горизонтал ҳолатдан бошланғич тезликсиз тушади. У вертикал ҳолатда m массали юкни уриб, уни горизонтал радиус будур текисликда ҳаракатга келтиради. Сирганишдиги ишқаланиш коэффициентини f . Зарбани эластик эмас деб ҳисоблаб, юкнинг ўтган йўли аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{3l}{2f} \frac{M^2}{(M + 3m)^2}.$$

44.27. Асоси квадрат бўлган бир жиқсли тўғри призма горизонтал текисликда туради ва шу текисликдаги AB қирраси атрофида айлана олади. Призма асосининг қирраси a , призманинги баландлиги

3а, массаси $3m$. AB қирраининг қаршисидаги C ён ёқ ўртасига m массали шар горизонтал v тезлик билан урилади. Зарбани эластик эмас ва шарнинг массасининг унинг марказига жойлашган ҳамда урилгандан кейин шар C нуқтада қолади деб фараз қилиб, призма ағдарилгандан энг кичик v тезлик аниқлансин.



44.28- масалага

Жавоб: $v = \frac{1}{3} \sqrt{53 ga}$.

44.28. Призма шаклидаги AB юк жойлашган платформа горизонтал рельсе бўйлаб v тезлик билан боради. Платформадаги юкнинг B қирраси олдида чиққ жой бор, у юкни платформада олдинга ситкимайди, лекин юкнинг B қирраси атропоида айланишига тўсқинлик қилмайди. Платформадан юкнинг массалар марказигача бўлган баландлик h , юкнинг B қиррага инсбатан инерция радиуси ρ берилган. Платформа бирдан тўхтаб қолганда, юкнинг B қирра атропоида қандай ω бурчак тезлик билан айланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = h v / \rho^2$.

44.29. Олдинги масала шартларига кўра, юк платформа бўйлаб йўнаган қиррасининг узунлиги 4 м, баландлиги 3 м бўлган тўғри бурчакли бир жинсли параллелепипеддан иборат, деб фараз қилинсин ва v тезлик қандай бўлганда унинг ағдарилиши топилин.

Жавоб: $v = 30,7$ км/соат.

45-§. Массаси ўзгарувчан (ўзгарувчан таркибли) нуқта ва система динамикаси

45.1. Массасини ўзгарувчан маятникнинг ҳаракат тенгламасини тузилсин; маятник, қаршилиғи тезликка пропорционал бўлган муҳитда ҳаракат қилади. Маятник массаси берилган $m = m(t)$ қонунига мувофиқ, заррачаларнинг полга тенг бўлган инсбий тезлик билан ажраланиши орқасида ўзгаради. Маятник инсининг узунлиги l . Маятникка унинг бурчак тезлиғига пропорционал бўлган $R = -\beta \dot{\varphi}$ қаршиллик кучи ҳам таъсир қилади.

Жавоб: $\ddot{\varphi} + \frac{\beta}{m(t)l} \dot{\varphi} + \frac{K}{l} \sin \varphi = 0$.

45.2. Ракетанинги кўтарилиб бораётган ҳаракатининг дифференциал тенгламасини тузилсин. Газларнинг оқиб чиқиши эффектив тезлиғи*) v_e ўзгармас деб ҳисоблансин. Ракетанинги массаси $m = m_0 f(t)$ қонун (ёпиш қонуни) билан ўзгаради. Ҳавонинг қаршилиғи ракета тезлиғи ва ҳолатининг берилган функциясиدير: $R(x, \dot{x})$.

*) Реактив двигателнинг тортиши $P_d = \frac{dm}{dt} v_e$ формула билан аниқланади, бувада v_e — оқиб чиқишининг эффектив тезлиғи.

$$\text{Жавоб: } \ddot{x} = g - \frac{\dot{f}(t)}{f(t)} v_e - \frac{R(x, \dot{x})}{m_0 f(t)}.$$

45.3. $m = m_0(1 - \alpha t)$ ва $R = 0$ бўлганда олдинги масаладаги ҳаракат тенгламаси интеграллансин. Ракетанинг Ер юзасидаги бошланғич тезлиги нолга тенг. $v_e = 2000$ м/с ва $\alpha = 1/100$ с⁻¹ бўлганда $t = 10, 30, 50$ с пайтларда ракета қандай баландликда бўлади?

$$\text{Жавоб: } x(t) = \frac{v_e}{\alpha} \left[(1 - \alpha t) \ln(1 - \alpha t) + \alpha t \right] - \frac{g t^2}{2},$$

$$x(10) = 0,54 \text{ км; } x(30) = 5,65 \text{ км; } x(50) = 18,4 \text{ км.}$$

45.4. Бошланғич m_0 массали ракета бир жиқсан оғирлик кучи майдонда ўзгармас тезланиш билан вертикал юқорига кўтарилади (g — ернинг тортиши тезланиши). Атмосферанинг қаршилигини ҳисобга олмай, газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги v_e ни ўзгармас деб ҳисоблаб, 1) ракета массасининг ўзгариш қонуни, 2) тортишиш майdonи бўлмаганида ракета массасининг ўзгариш қонуни аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 1) m = m_0 e^{x p \left(-\frac{n+1}{v_e} g t \right)}; 2) m = m_0 e^{x p \left(-\frac{n}{v_e} g t \right)}.$$

45.5. 45.2-масалада тавсифланган ракетанинг массаси $t = t_0$ бўлгунча $m = m_0 e^{-\alpha t}$ қонун бўйича ўзгаради. Қаршилик кучини ҳисобга олмай ракетанинг ҳаракати топилинсин ва вақтнинг t_0 моментигача амалда ҳамма зарядни ёниб кетган ҳисоблаб, ракетанинг максимал кўтарилиш баландлиги аниқлансин. Бошланғич пайтда ракета нолга тенг тезликка эга бўлган ва ерда турган.

Жавоб: $H = \frac{\alpha v_e}{2g} (\alpha v_e - g) t_0^2$, бу ерда v_e — газларнинг ракетадан оқиб чиқиш эффектив тезлиги.

45.6. Олдинги масаланинг шартларига асосан α нинг ракета кўтарилиши мумкин бўлган максимал баландлиги H_{max} га мувофиқ келадиган қиймати аниқлансин ва H_{max} ҳисоблансин ($\mu = \alpha t_0 = \ln(m_0/m_1)$) катталикни ўзгармас деб ҳисоблаш зарур; m_1 — ракетанинг t_0 моментдаги массаси).

$$\text{Жавоб: } \alpha = \infty \text{ (бир онда ёниб), } H_{max} = \mu^2 v_e^2 / (2g).$$

45.7. 45.5 ва 45.6-масалаларнинг шартлари асоснда зўриқиш коэффицентини $k = \alpha v_e / g$ берилган деб ракетанинг кўтарилиш баландлиги H ни H_{max} га боғлиқ ҳолда аниқланг.

$$\text{Жавоб: } H = H_{max} (k - 1) / k.$$

45.8. Ракета Ойдан унинг сиртига тик равишда старт олади. Оқиб чиқиш эффектив тезлиги $v_e = 2000$ м/с. Циолковский сони $z = 5^3$. Ракета $v = 3000$ м/с тезликка эришиши учун ёқилғининг ёниб кетиш вақти қанча бўлиши кераклиги аниқлансин (оғирлик кучининг Ой атрофидаги тезланиши ўзгармас ва $1,62$ м/с² га тенг деб қабул қилинсин).

* Циолковский сони деб ракетанинг старт олдидаги массасининг ёқилғисиз ракета массасига бўлган нисбатига айтилади.

Жавоб: ≈ 2 мин 4 с.

45.9. Ракета, оғирлик кучининг бир жишли майдонида юқорига томон ўзгармас ω тезланиш билан ҳаракатланади. Атмосфера қаршилигини ҳисобга олмай, газлар оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e ни ўзгармас ҳисоблаб, ракета массаси икки марта камайдиган T вақт аниқлансин.

Жавоб: $T = v_e \ln 2 / (\omega + g)$.

45.10. Ракетадан газлар оқиб чиқишининг эффектив тезлиги $v_e = 2,4$ км/с; Ракета тортилиш майдонидан ташқарида ҳам, атмосферадан ташқарида ҳам ҳаракатланаётганида 9 км/с тезликка эришиши учун ёқилғи ракетанинг старт олдидаги массасининг қандай процентини ташкил қилиши керак?

Жавоб: Тахминан 98 %.

45.11. Ракета тортилиш майдони ва қаршилиғи бўлмаган муҳитда илгариларама ҳаракат қилади. Газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги $v_e = 2400$ м/с. Ёқилғи батамом ёниб бўлган пайтда ракетанинг тезлиги 4300 м/с га тенг бўлса, Циолковский сопи аниқлансин.

Жавоб: $z \approx 6$.

45.12. Ўзгарувчан массали жисм нолга тенг бошланғич тезликка эга бўлгани ҳолда ω ўзгармас тезланиш билан горизонтал йўналтирувчи бўйлаб ҳаракатланади. Газлар оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e ўзгармас. Қаршилиқни ҳисобга олмай, жисм массаси k марта камайгунча кетган вақт ичида унинг ўтган йўли аниқлансин.

Жавоб: $s = v_e^2 (\ln k)^2 / (2\omega)$.

45.13. Олдинги масала, жисмга сирғаниб ишқаланиш кучи таъсир қилади, деб ечилсин.

Жавоб: $s = \frac{\omega v_e^2}{2(\omega + f g)^2} (\ln k)^2$, бу ерда f — сирғаниб ишқаланиш

коэффициенти.

45.14. Ўзгарувчан массали жисм экватор бўйлаб ўрнатилган махсус йўналтирувчида ҳаракатланади. Уринма тезланиш $\omega_r = a$ — ўзгармас. Агар газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги $v_e = \text{const}$ бўлса, ҳаракатга бўлган қаршилиқни ҳисобга олмай, жисм Ер атрофини бир марта айланиб чиққанида массаси неча марта камайиши аниқлансин. Жисм бир марта айланиб чиққанида биринчи космик тезликка эга бўлиши учун a тезланиш қандай бўлиши керак? Ернинг радиуси R .

Жавоб: $\exp(2\sqrt{\pi R a / v_e})$ марта; $a = g / (4\pi)$.

45.15. Олдинги масалада жисмнинг йўналтирувчига бўлган босими нолга тенглашган моментгача ёниб бўлган ёқилғининг массаси аниқлансин.

Жавоб: $m_g = m_0 \left(1 - e^{-\frac{\sqrt{gR}}{v_e}} \right)$.

45.16. Жисм горизонтал рельслар бўйлаб сирғанади. Газ вертикал пастга томон ўзгармас v_e эффе́ктив тезлик билан оқади. Жисмнинг бошланғич тезлиги v_0 га тенг. Массасини ўзгарishi $m = m_0 - at$ қонуни билан бўлса, жисм тезлигининг ўзгариши қонуни ва жисмнинг ҳаракат қонуни топилсин. Сирғаниб чиққаланиш коэффициентини f га тенг.

$$\text{Жавоб: } v = v_0 - f \left[gt - v_e \ln \frac{m_0}{m_0 - at} \right],$$

$$s = v_0 t - f \left\{ \frac{g t^2}{2} - v_e \left[t \ln m_0 + \frac{m_0 - at}{a} \left(\ln (m_0 - at) - 1 - \frac{m_0}{a} (\ln m_0 - 1) \right) \right] \right\}.$$

45.17. Олдинги масала ёқилганининг ўзгариши $m = m_0 e^{-\alpha t}$ қонун билан содир бўлади, деб ечилсин. α нинг қандай қийматида жисм v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатлангани аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = v_0 - f(g - \alpha v_0)t;$$

$$s = v_0 t - f(g - \alpha v_0) \frac{t^2}{2}; \quad \alpha = \frac{g}{v_0}.$$

45.18. Ракета тўғри чизиқли бўшлиқдаги актив участкада ва тортишиш кучлари бўлмаганда волга тенг бошланғич тезликдан ёниш маҳсулотлари оқиб чиқилишининг v_e эффе́ктив тезлигига тенг тезликка эришгани кетган вақт ичра қандай йўлини ўтади? Ракетанинг бошланғич массаси m_0 га ва ҳар секунддаги сарф β га тенг.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{v_e m_0}{\beta} \frac{e - 2}{e}, \quad \text{бу ерда } e \text{ — Ейлер сони.}$$

45.19. Ракета тортишиш майдонидан ташқарида қаршиликсиз тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Дамма ёқилган ёниб бўлган пайтгача двигатель тортишиш кучининг иши топилсин. Ракетанинг бошланғич массаси m_0 , охириги — m_1 , оқиб чиқилишининг эффе́ктив тезлиги v_e — ўзгармас.

$$\text{Жавоб: } A = m_1 v_e^2 (z - 1 - \ln z), \quad z = m_0/m_1.$$

45.20. Бошланғич m_0 ва охириги m_1 массаларнинг қандай z инебатида бўшлиқда ва тортишиш кучлари бўлмаганда тўғри чизиқли ҳаракат қилувчи ракета, ёқилгани ёниб бўлганида кейинги кинетик энергиясининг сарфланган энергияга инебати ками аниқланганлиги механик ф. и. к. нинг қатта қийматга эга бўлади?

$$\text{Жавоб: } \ln z = \frac{2(z-1)}{1+z} \text{ тенгламанинг илмини } z.$$

45.21. Массаси m_0 бўлган самолёт v_0 тезлик билан қутб аэродромига қўнади. Самолёт сиртининг музлаши натижасида унинг массаси қўнганда кейинги ҳаракати пайтида $m = m_0 + at$ формулага мувофиқ қўнади, буида $a = \text{const}$. Самолётнинг аэродром бўйлаб ҳаракатига қаршилик — унинг оғирлигига пропорционал (пропорционаллик коэффициентини f). Масса ўзгариши ҳисобга олинган (T) ва ҳисобга олинмаган ҳолатда (T_1) самолёт тўхтагунча ўтадиган вақт оралиқлари аниқлансин. Вақт ўтиши билан тезлигининг ўзгариши қонуни топилсин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{m_0}{a} \left(\sqrt{1 + \frac{2 a v_0}{g m_0}} - 1 \right), \quad T_1 = v_0 / (f g),$$

$$v = \frac{2 m_0 v_0 - f g (2 m_0 + a t) t}{2 (m_0 + a t)}.$$

45.22. Икки босқичли ракета биринчи ва иккинчи босқичларнинг оқиб чиқиш эффектив тезликлари мос равишда $v_0^{(1)} = 2400$ м/с ва $v_0^{(2)} = 2600$ м/с га тенг. Ҳаракатни тортишиш майдонидан ва атмосферадан ташқарида бўлади деб ҳисоблаб, биринчи босқич учун охириги тезликининг $v_1 = 2400$ м/с бўлишини ва иккинчи босқич учун $v_2 = 5100$ м/с бўлишини таъминлайдиган Циолковский сони аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } z_1 = 2,72; \quad z_2 = 3,17.$$

45.23. Уч босқичли ракетада Циолковский сони ва оқиб чиқишнинг эффектив v_e тезликларини ҳамма босқичларда бир хил ҳисоблаб, $v_e = 2,4$ км/с тезликда, ҳамма ёқилги ёниб тугаганда ракетанинг тезлиги 9 км/с га тенг бўлса, Циолковский сонини топинг (тортишиш майдонининг таъсири ва атмосферанинг қаршичилиги ҳисобга олинмасин).

$$\text{Жавоб: } z = 3,49.$$

45.24. Уч босқичли ракета тортишиш ва атмосфера қаршичилиги бўлмаганда илгарилама ҳаракат қилади. Оқиб чиқишнинг эффектив тезлиги ва Циолковский сони ҳамма босқичлар учун бир хил бўлиб, мос равишда $v_e = 2500$ м/с, $z = 4$ га тенг. Ракетанинг биринчи босқичдаги, иккинчи босқичдаги ва учинчи босқичдаги тезликларини ёқилги ёниб бўлган пайтда аниқлансин.

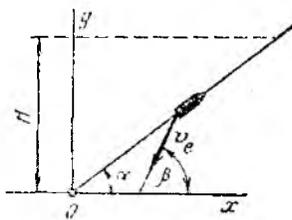
$$\text{Жавоб: } v_1 = 3465 \text{ м/с, } v_2 = 6930 \text{ м/с, } v_3 = 10395 \text{ м/с.}$$

45.25. Ойга яқинлашадиган космик кема унинг сиртидан H масофада бўлиб, Ойнинг марказига йўналган v_0 тезликка эга бўлган пайтда тормозлаш двигатели ишга тушириб юборилади. Тортишиш кучи кемадан Ойнинг марказигача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлса ва кема массаси $m = m_0 e^{-\alpha x}$ қонуни бўйича ўзгарса (m_0 — ракетанинг тормоз двигатели ишга туширилган пайтдаги массаси, x — ўзгармас сони), α нинг қандай қийматида кема Ойга оқиб кўнади (яъни Ойга қўниш тезлиги нолга тенг бўлади)? Газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги v_e ўзгармас, Ойнинг радиуси R , оғирлик кучининг Ойдаги тезлашиши g_0 .

$$\text{Жавоб: } \alpha = \frac{v_0^2}{2 v_e H} + \frac{v_0 R}{v_e (R + H)}.$$

45.26. Ҳаракатини нолга тенг бошланғич тезлик билан вертикал юқорига томон ўзгармас ω тезлигида бошлаган ракета массасининг ўзгариш қонуни топилин; бунда муҳитнинг қаршичилиги тезликининг квадратига пропорционал (b — пропорционаллик коэффициентини), оғирлик кучи майдони бир жишли деб ҳисоблансин. Газлар оқиб чиқишнинг эффектив тезлиги v_e — ўзгармас.

$$\text{Жавоб: } m = \left(m_0 + \frac{2 b v_e^2 \omega^2}{(\omega + g)^2}\right) e^{-\frac{\omega + g}{v_e} t} - \frac{b \omega^2}{\omega + g} t^2 + \frac{2 v_e b \omega^2}{(\omega + g)^2} t - \frac{2 v_e^2 b \omega^2}{(\omega + g)^3}$$



45.27-масалага

45.27. Ракета бир жинсли оғирлик кучи майдонда тўғри чизик бўйлаб ўзгармас ω тезлиши билан ҳаракатланади. Бу тўғри чизик Ер сиртининг ракета учирилган нуқта-сига ўтказилган горизонтал текислик билан α бурчак ҳосил қилади. Газлар оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e йўналиш ва миқдор бўйича ўзгармас деб фараз қилиб, ракета бошланғич массасининг ёқилғиси тугагандаги массасига бўлган нисбати (Шолюковский соми) аниқлансин; ёқилғи ёниб тугаган вақтда ракета юқорида айtilган уринма текисликдан H баландликда бўлган деб олинсин.

Жавоб: $z = e^{-\frac{\cos \alpha}{v_e \cos \beta}} \sqrt{\frac{2 \omega H}{\sin \alpha}}$, бунда β — уринма текислик билан v_e тезлик орасидаги бурчак қуйидагича:

$$\beta = \arctg \frac{\omega \sin \alpha + g}{\omega \cos \alpha}$$

45.28. Массаси ўзгарувчи жисм юқорига томон ўзгармас ω тез-ланишда горизонт билан α бурчак ҳосил қилувчи тўғри чизикли га-дир-будур йўналтирувчи бўйлаб ҳаракатланади. Оғирлик кучи майдо-нини бир жинсли, атмосферанинг ҳаракатга бўлган қаршилигини тез-ликининг биринчи даражасига пропорционал (b — қаршилик коэффи-циенти) деб ҳисоблаб, жисм массасининг ўзгариш қонуни топилсин. Газ оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e — ўзгармас; жисм билан йўналтирувчи орасида сирғалишдаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг.

$$\text{Жавоб: } m = \left(m_0 - \frac{b \omega v_e}{\omega_1^2}\right) e^{-\frac{\omega_1}{v_e} t} - \frac{b \omega}{\omega_1} \left(t - \frac{v_e}{\omega_1}\right), \text{ бунда}$$

$\omega_1 = \omega + g(\sin \alpha + f \cos \alpha)$, m_0 — жисмнинг бошланғич массаси.

45.29. Оғирлиги Q бўлган аэростат вертикал бўйлаб баландга кўтарилади ва ерда ўроғлиқ турган арқончи ўзи билан тортиб бо-ради. Аэростатга кўтарувчи куч P , оғирлик кучи ва тезлик квадра-тига пропорционал бўлган $R = -\beta x^2$ қаршилик кучи таъсир қилади. Арқон узунлик бирлигининг оғирлиги γ . Аэростатнинг ҳаракат тенг-ламаси тузилсин.

$$\text{Жавоб: } \ddot{x} = -g + \frac{P g}{Q + \gamma x} - \frac{\beta g + \gamma}{Q + \gamma x} x^2.$$

45.30. Олдинги масаланинг шартларига мувофиқ аэростатнинг кўтарилиш тезлиги аниқлансин. Бошланғич пайтда аэростат қўзғалмас бўлиб, H баландликда туради.

$$\text{Жавоб: } \dot{x}^2 = \frac{Pg}{(\beta g + \gamma)} \left[1 - \frac{(Q + \gamma H_0)^{2(1 + \beta g/\gamma)}}{(Q + \gamma x)} \right] - \frac{2g}{2\beta g + 3\gamma} \left[1 - \frac{(Q + \gamma H_0)^{3 + 2\beta g/\gamma}}{(Q + \gamma x)} \right] \cdot (Q + \gamma x).$$

45.31. Шар шаклидаги сув томчиси сув буғлари билан тўйинган атмосферада вертикал бўйлаб пастга тушади. Конденсация орқасида томчи массаси унинг сирти юзига пропорционал равишда ортиб боради (пропорционаллик коэффициентини α). Томчининг бошланғич радиуси r_0 , бошланғич тезлиги v_0 , бошланғич баландлиги h_0 . Томчи тезлиги ва баландлигининг вақтга боғлиқ равишда ўзгарishi қонуни аниқлансин (ҳаракатга бўлган қаршилик ҳисобга олинмасин).

Кўрсатма. $dr = \alpha dt$ эканлиги кўрсатилсин ва янги эркин ўзгарувчи r га ўтилсин.

$$\text{Жавоб: } x = h_0 + \frac{v_0 r_0}{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right] - \frac{g}{8\alpha^2} \left[r^2 - 2r_0^2 + \frac{r_0^4}{r^2} \right], \\ v = v_0 \frac{r_0^3}{r^3} - \frac{g}{4\alpha} \left[r - \frac{r_0^4}{r^3} \right],$$

бунда $r = r_0 + \alpha t$.

45.32. Томчига оғирлик кучидан ташқари, томчи кўндаланг кесимининг максимал юзасига ва томчи тезлигига пропорционал бўлган қаршилик кучи $R = -4\beta \pi r^2 v$ (β — ўзгармас коэффициент) ҳам таъсир қилади деб ҳисоблаб, олдинги масала ечилсин.

$$\text{Жавоб: } x = h_0 - \frac{1}{3\beta + 2\alpha} \left[\frac{g r_0^{\frac{1}{\alpha}(4\alpha + 3\beta)}}{4\alpha + 3\beta} + v_0 r_0^{\frac{3}{\alpha}(\beta + \alpha)} \right] \times \\ \times \left[r^{-\frac{1}{\alpha}(3\beta + 2\alpha)} - r_0^{-\frac{1}{\alpha}(3\beta + 2\alpha)} \right] - \frac{g(r^2 - r_0^2)}{2\alpha(4\alpha + 3\beta)}, \\ v = -\frac{g r}{4\alpha + 3\beta} + \left[\frac{g r_0^{\frac{1}{\alpha}(4\alpha + 3\beta)}}{4\alpha + 3\beta} + v_0 r_0^{\frac{3}{\alpha}(\alpha + \beta)} \right] r^{-\frac{3}{\alpha}(\alpha + \beta)},$$

бу ерда $r = r_0 + \alpha t$.

45.33. Копток қилиб ўралган бир жинсли оғир занжир горизонтал столнинг четида ётади, бунди дастлаб занжирнинг бир ҳалқаси қўзғалмас ҳолда столдан осилиб тушиб туради. x ўқини вертикал бўйлаб пастга йўналтириб ва бошланғич пайтда $x_0 = 0$ ва $\dot{x}_0 = 0$ деб ҳисоблаб, занжирнинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $x = g t^2/6$.

45.34. Занжир ўроғлиқ ҳолда ерда туради, унинг бир учи горизонт билан α бурчак ташкил қилувчи қия йўл участкасида турган

вагонеткага маққамланган. Занжирнинг ерга ишқаланиш коэффициентини f . Занжир узунлиги бирлигининг оғирлиги γ , вагонетка оғирлиги P , вагонетканинг бошланғич пайтдаги тезлиги v_0 га тенг. Вагонетканинг исталган пайтдаги тезлиги аниқлансин ва унинг тўхтаб қолиши учун қандай зарур шарт бўлиши кераклиги топилсин.

$$\text{Жавоб: } \frac{x^2}{2} = \frac{P^2 v_0^2}{2(P - \gamma x)^2} + \frac{Pg}{3\gamma} \sin \alpha \left[1 - \frac{P^2}{(P + \gamma x^2)} \right] + \frac{1}{3} \left[g x \sin \alpha + \frac{fPg}{6\gamma} \left[1 - \frac{P^2}{(P - \gamma x)^2} \right] \cos \alpha - \frac{1}{3} f g x \cos \alpha \right]$$

$f > \lg \alpha$ шарт bajarilganida vaгонетка t'xtashi mumkin.

45.35. m массали моддий нуқта қўзғалмас марказга Ньютоннинг бутун олам тортишиш қонунига мувофиқ тортилади. Марказнинг массаси вақт ўтган сайин $M = \frac{M_0}{1 + \alpha t}$ чизиқли қонунга мувофиқ ўзгаради. Нуқта ҳаракати аниқлансин.

Кўрсатма. $\xi = \frac{x}{1 + \alpha t}$; $\eta = \frac{y}{1 + \alpha t}$ муносабатлар ёрдамида декарт координатларидан янги координаталарга, шунингдек $\tau = \frac{1}{\alpha(1 + \alpha t)}$ келтирилган вақтга ўтилсин.

$$\text{Жавоб: } \xi, \eta \text{ координаталардаги ҳаракат тенгламалари } \frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \frac{M_0}{\rho^2} = 0, \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + \frac{M_0}{\rho^2} \eta = 0, \rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \text{ кўринишда бўлади,}$$

яъни улар массалари ўзгармас бўлган одатдаги тенгламалар каби бўлади. Шунинг учун ξ ва η ўзгарувчилардаги бошланғич шартларга қараб эллиптик, параболик ёки гиперболик орбиталар бўлиши мумкин (f — тортишиш доимийси).

45.36. Гироскоп роторига зарур бўлган айланишлар сонини тезгина бериш учун реактив ишга тушириб юборган қўлланмилади. Ротордаги жисмга умумий массаси m_0 бўлган порох шайкалари жойлаштирилади, уларнинг ёнини маҳсулотни маҳсуе соплалар орқали улоқтириб ташланади. Порох шайкаларини ротор айланиш ўқидан r масофаларда ўрнашган моддий нуқталар деб қабул қилинсин. Ёнини маҳсулотлари сқдб чиқини эффектив тезлигининг уривма ташкил этувчиси v_0 — ўзгармас. Бир секунда ёнувчи порох массасининг умумий сарфини q га тенг қилса, роторга M га тенг ўзгармас қаршилик моменти таъсир қилса, порохнинг ёниб бўлиш пайтига тўғри келадиган роторнинг ω айланиш бурчак тезлиги аниқлансин. Ротор радиуси R га тенг. Бошланғич пайтда ротор тинч турган.

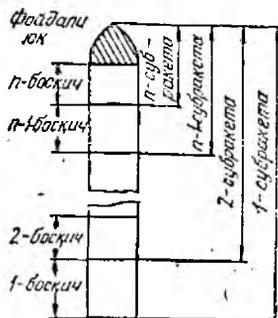
$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{R q v_0 - M}{r^2 q} \ln \frac{I_0}{I_p}, \text{ бу ерда } I_0 = I_p + m_0 r^2, I_p \text{ — роторнинг айланиш ўқиغا нисбатан инерция моменти.}$$

45.37. Агар роторга бурчак тезликка пропорционал (b — пропорционаллик коэффициентини) қаршилик моменти таъсир қилмаётган бўлса,

Олдинги масаланинг берилганларига асосан роторнинг порох ёниб бўлгандан кейинги бурчак тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{R v_p q}{b} \left[1 - \left(\frac{I_D}{I_0} \right) \frac{b}{r^2 q} \right].$$

45.38. Кўп босқичли ракета фойдали юк ва босқичлардан иборат. Ҳар бир босқич ёқилғисиз ёниб бўлгандан кейин конструкциянинг қолган қисмидан ажралади. Субракета дейилганида, ишлаётган босқич билан ҳамма ишламаётганлари ва фойдали юкнинг узвий бирлиги тушунилади, бунда фойдали юк ва субракетанинг ҳамма ишламаётган босқичлари берилган субракета учун «фойдали юк» бўладилар, яъни ҳар бир ракета бир босқичли ракета каби қаралади. Расмда субракеталар ва босқичларнинг номерлари кўрсатилган.



45.38- масалага

Фойдали юкнинг оғирлиги — q , i — номерли босқич ёқилғисининг оғирлиги — P_i , i — босқичнинг қуруқ (ёқилғисиз) оғирлиги — Q_i , i — субракетанинг тўлиқ оғирлиги — G_i бўлсин. Ҳар бир субракета учун

$$z_i = \frac{G_i}{G_i - P_i}.$$

Циолковский сонини ва ҳар бир босқич учун конструктив характеристика (босқичнинг тўлиқ оғирлигини унинг қуруқ оғирлигига нисбати)

$$s_i = \frac{Q_i + P_i}{Q_i}$$

ни киритиб, ҳамма ракетанинг тўлиқ старт олди оғирлиги, k — субракетанинг оғирлиги, k — босқич ёқилғисининг оғирлиги, k — босқичнинг қуруқ оғирлиги аниқлансин.

К ў р с а т м а. Масалани ечишда i — субракетанинг α_i — «Нисбий оғирлиги», яъни субракета бошланғич оғирлигининг унинг фойдали юкига нисбати: $\alpha_1 = G_1/G_2$, $\alpha_2 = G_2/G_3$, ..., $\alpha_n = G_n/q$ киритилсин.

$$\text{Жавоб: } G_1 = q \prod_{l=1}^n z_l \prod_{i=1}^n \frac{s_i - 1}{s_i - z_i}; \quad G_n = q \prod_{l=k}^n z_l \prod_{i=k}^n \frac{s_i - 1}{s_i - z_k}$$

$$P_k = \frac{z_k - 1}{z_k} G_k; \quad Q_k = \frac{P_k}{s_k - 1} \quad (\text{Фертрегг формулалари}).$$

45.39. Икки босқичли ракета $q = 1$ кН фойдали юкка $v = 6000$ м/с тезлик бериши мўлжалланган. Босқичлардан газлар оқиб чиқishiнинг эффе́ктив тезликлари бир хил бўлиб $v_e = 2400$ м/с га тенг. Биринчи ва иккинчи босқичларнинг конструктив характеристикалари мос равишда $s_1 = 4$, $s_2 = 5$ га тенг (45.38- масалага қараи). Ернинг тортишш кучини ва атмосфера қаршидигини ҳисобга қолмай, биринчи ва иккинчи субракеталар учун Циолковский сони қанча бўлганда ракетанинг старт олдидаги оғирлиги G_1 энг кичик қийматга эга бўлиши топилсин.

Жавоб: $z_1 = 3,12$; $z_2 = 3,91$; $G_1 = 152$ кН.

45.40. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб, ҳар бир босқич учун ёқилғининг оғирлиги ва қуруқ оғирлик аниқлансин.

Кўрсатма. 45.38-масалага берилган жавобнинг формулаларидан фойдаланилсин.

Жавоб: $P_1 = 100,4$ кН; $P_2 = 10,5$ кН; $Q_1 = 33,5$ кН; $Q_2 = 2,6$ кН.

45.41. Тўрт босқичли ракета тўртта ракетадан иборат. Ҳамма ракеталарнинг конструктив характеристикалари s ва эффектив тезликлари v_e бир хил ва $s = 4,7$, $v_e = 2,4$ км/с га тенг. Ракета 10 кН юкка $v = 9000$ м/с тезлик бериши учун унинг старт олди оғирлиги қандай бўлиши керак? (45.38-масалага берилган жавобнинг формулаларидан фойдаланилсин).

Жавоб: 3720 кН.

ХИБОБ

АНАЛИТИК МЕХАНИКА

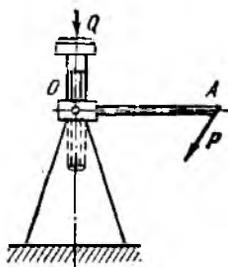
46-§. Мумкин бўлган кўчишлар принципи

46.1 Q юк $OA = 0,6$ м узунликдаги даста билан ҳаракатга келтириладиган домкрат ёрдамида кўтарилади. Дастанинг учига ушга тик бўлган $P = 160$ Н куч қўйилган. Домкрат вивитининг қадами $h = 12$ мм бўлса, Q юк оғирлик кучининг миқдори аниқлансин.

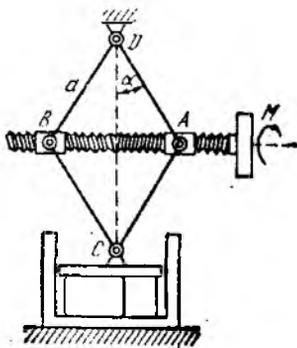
Жавоб: $Q = 52,2$ кН.

46.2. Тирсакли пресснинг маховикчасига M айлантирувчи момент таъсир қилади, маховикча ўқининг учларида қарама-қарши томонга йўналган h қадамли вивит излари бор, бу ўқ иккита гайкадан ўтади; гайкалар томонлари a бўлган стерженли ромбнинг икки учига шарнир билан бириктирилган; ромбнинг юқориги учи қўзғалмас қилиб маҳкамланган, пастки учи эса пресснинг горизонтал плитасига бириктирилган. Ромб учигаги бурчак 2α га тенг бўлганда, пресснинг қисиладиган жисмга кўрсатадиган босим кучи P аниқлансин.

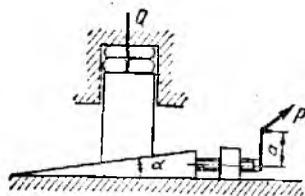
Жавоб: $P = \pi \frac{M}{h} \operatorname{ctg} \alpha$.



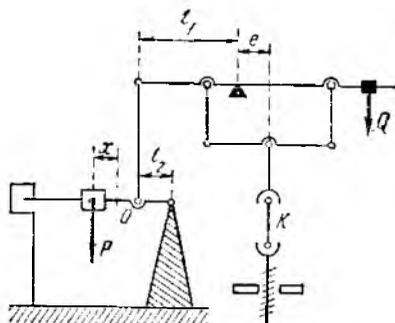
46.1-масалага



46.2-масалага



46.3- масалага



46.4- масалага

46.3. Понали прессга қўйилган P ва Q кучлар орасидаги муносабат аниқлансин. P куч дастанинг учига қўйилган бўлиб, винт ва даста ўқиға перпендикуляр йўналган. Даста узунлиги a , винт қадами h га тенг. Пона учидаги бурчак α га тенг.

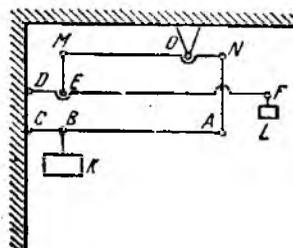
Жавоб: $Q = P \frac{2\pi a}{h \lg \alpha}$.

46.4. Расмда намуналарнинг чўзилишини синайдиган машина схемаси тасвирланган. Агар Q юк ёрдамида машина шундай мувозанатлаштирилган бўлсаки, бунда K намунада зўриқиб бўлмаганида ҳамма ричаглар горизонтал турайдиган бўлса, K намунадаги X зўриқиб ёилан M массали P юкдан унинг ноль ҳолати O нуқтагача бўлган x масофа орасидаги муносабат аниқлансин. l_1 , l_2 ва e масофалар берилган.

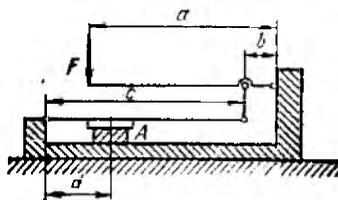
Жавоб: $X = Mg \frac{x l_1}{e l_2}$.

46.5. Расмда кўрсатилган ричаглар системаси ёилан бириктирилган K ва L юклар мувозанатда турадн. Агар $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{10}$, $\frac{ON}{OM} = \frac{1}{3}$, $\frac{DE}{DF} = \frac{1}{10}$ берилган бўлса, юкларнинг массалари орасидаги муносабат аниқлансин.

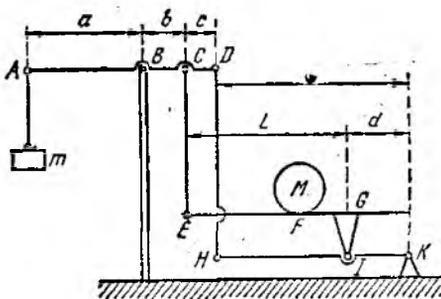
Жавоб: $M_L = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{ON}{OM} \cdot \frac{DE}{DF} M_K = \frac{1}{300} M_K$.



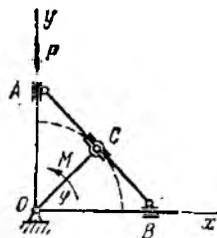
46.5- масалага



46.6- масалага



46.7- масалага



46.8- масалага

46.6. Расмда тасвирланган ричагли прессла A намунани сиқувчи Q кучнинг миқдори аниқлансин. Берилган: $F = 100$ Н, $a = 60$ см, $b = 10$ см, $c = 60$ см, $d = 20$ см.

Жавоб: $Q = 1800$ Н.

46.7. Тарози платформасининг F нуқтасида массаси M бўлган юк туради. Узушликлар: $AB = a$; $BC = b$; $CD = c$; $IK = d$; платформанинг узунлиги $EG = L$. b , c , d ва l узунликлар орасидаги шундай муносабат аниқлансинки, буида M юк платформанинг қайси нуқтасида турмасин, тошнинг m массаси билан мувозанатлашадиган бўлсин ва шу ҳолда тош массаси m топилсин.

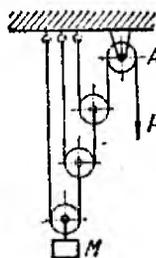
Жавоб: $\frac{b+c}{b} = \frac{l}{d}$, $m = \frac{b}{a}M$.

46.8. Эллипсограф механизмининг A ползунига P куч қўйилган; бу куч ползунининг йўналтирувчиси бўйлаб OC кривошипнинг O айланиш ўқи томонига йўналган. OC кривошипни B ползунининг йўналтирувчиси билан φ бурчак ҳисил қилганда, механизм мувозанатда бўлиши учун OC кривошипка қандай айлантирувчи момент қўйиш керак? Механизм горизонтал текисликда ўрнашган ва $OC = AC = CB = l$.

Жавоб: $M = 2Pl \cos \varphi$.

46.9. Полиспагт қўзғалмас A блок ва n та қўзғалувчи блоklarдан иборат. Мувозанат ҳолатида кўтарилаётган M массали юкнинг қўзғалмас A блокдан чиққан арқон учига қўйилган P кучга нисбати қандай бўлиши аниқлансин.

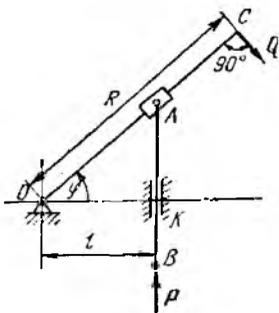
Жавоб: $Mg/P = 2^n$.



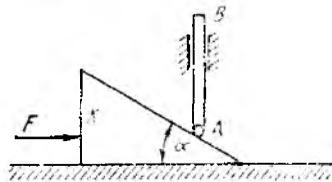
46.9- масалага

46.10. Кулиса механизмида OC кривошип горизонтал O ўқ атрофида тебранганида A ползун OC кривошип бўйлаб силжиб, AB стерженьни ҳаракатга келтиради; AB стержень вертикал K йўналтирувчиларда ҳаракат қилади. $OC = R$, $OK = l$ берилган. AB стержень бўйлаб юқорига йўналган P кучни мувозанатлаш учун, C нуқтада OC кривошипка тик қилиб қандай Q куч қўйиш керак?

Жавоб: $Q = \frac{Pl}{R \cos^2 \varphi}$.



46.10-масалага



46.11-масалага

46.11. M_1 массали K кулак, вертикал йўналтирувчилар ичида ўрнашган M_2 массали AB стерженни тутган ҳолда, силлиқ горизонтал текислик устида мувозанатда туради. K кулакка горизонтал йўналишда ўнг томонга қараб қўйилган F куч таъсирида система мувозанатда туради. Кулакнинг ён сирти горизонт билан α бурчак ҳосил қилган бўлса, F кучнинг миқдори аниқлансин. Агар горизонтал текислик ғалир-будур бўлиб, K кулак асоси билан текислик орасида сирғанишдаги ишқаланмиш коэффициентини f га тенг бўлса, F куч қабул қилиши мумкин бўлган қийматлар соҳаси топилсин.

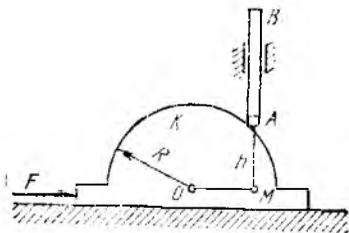
Жавоб: 1) $F = M_2 g \operatorname{tg} \alpha$.

2) $M_2 g \operatorname{tg} \alpha - f(M_1 + M_2) g \leq F \leq M_2 g \operatorname{tg} \alpha + f(M_1 + M_2) g$.

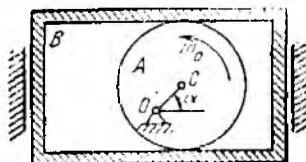
46.12. Массаси M_1 , радиуси R бўлган K доиравий кулак ғалир-будур горизонтал текисликда турибди. $У$ вертикал йўналтирувчида жойлашган M_2 массали AB стерженнинг A учига уринади. Кулакка қўйилган, горизонтал бўйлаб ўнг томонга йўналган F куч таъсирида система мувозанатда туради. Бунда $MA = h$. Агар кулакнинг горизонтал текисликда сирғанишидаги ишқаланмиш коэффициентини f га тенг бўлса, F кучнинг қабул қиладиган қийматлари соҳаси топилсин.

Жавоб: $\frac{\sqrt{R^2 - h^2}}{h} M_2 g - f(M_1 + M_2) g \leq F \leq \frac{\sqrt{R^2 - h^2}}{h} M_2 g + f(M_1 + M_2) g$.

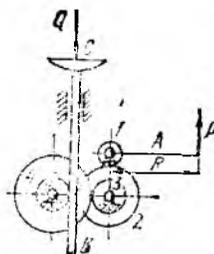
46.13. Расм текислигига тик бўлган қўзғалмас O горизонтал ўққа M_1 массали A доиравий эксцентрик ўрнатилган. Эксцентрик



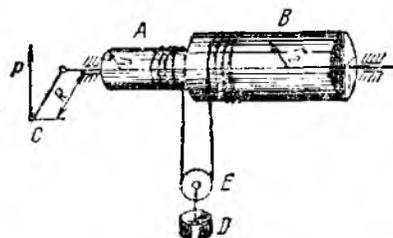
46.12-масалага



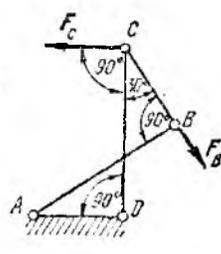
46.13-масалага



46.14-масаллага



46.15-масаллага



46.16-масаллага

вертикал ўрнаштирувчиен бўлган M_0 массали B рамани ушлаб туради. Ўшқатганин ҳисобга олинмасин. Экцентриситет, $OC = a$. Моддий системанинг мувозанат ҳолатида OC экцентриситет горизонтал билан α бурчак ҳосил қилса, экцентрикка қўйилган m_0 моментнинг катталиги топилсин.

Жавоб: $m_0 = (M_1 + M_2) g a \cos \alpha$.

46.14. Домкрат механизмида узунлиги R бўлган A даста айланганга $1, 2, 3, 4$ ва 5 тишли ғилдирақлар ҳам айлана бошлайди, бу ғилдирақлар домкратнинг тишли B рейкасини ҳаракатга келтиради. Домкрат мувозанат ҳолатда бўлганида C палла $4,8$ кН босим ҳў сит қилиши учун, дастанинг унга унга тик қилиб қандай P куч қўйиш керак? Тишли ғилдирақлар радиуслари тегишлича $r_1 = 3$ см, $r_2 = 12$ см, $r_3 = 4$ см, $r_4 = 16$ см, $r_5 = 3$ см га, даста радиуси $R = 18$ см га тенг.

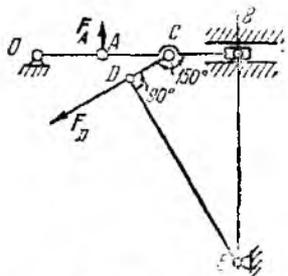
Жавоб: $P = Q \frac{r_1 r_3 r_5}{r_2 r_4 R} = 50$ Н.

46.15. Дифференциал чигирник узунлиги R бўлган C даста билан айланитри радианга, маҳкам қилиб бир-бирига бириктирилган иккита A ва B валлардан иборат. Массаси M бўлган кўтариладиган D юк арқон ўралган қўзғалувчи E блокка маҳкамланган. C даста айланганида арқоннинг чап учи r_1 радиусли A валдан чувалади, ўнг учи эса r_2 радиусли B валга ўралади ($r_2 > r_1$). Агар $M = 720$ кг, $r_1 = 10$ см, $r_2 = 12$ см ва $R = 60$ см бўлса, D юкни мувозанатлаштириш учун даста унга унга тик қилиб қандай P куч қўйиш керак?

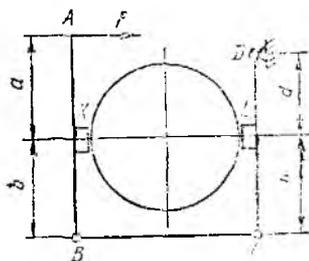
Жавоб: $P = Mg \frac{r_2 - r_1}{2R} = 118$ Н.

46.16. $ABCD$ антипараллелограмм механизмида AB , CD ва BC звенолар B ва C цилинрик шарнирлар воситасида бириктирилган. A ва D цилинрик шарнирлар билан эса AD қўзғалмас стерженга маҳкамланган. CD звенонинг C шарнирига горизонтал F_C куч қўйилган. Механизм расмда кўрсатилган ҳолатда мувозанатда турган бўлса, AB звенонинг B шарнирига тик қилиб қўйилган F_B кучининг миқдори аниқлансин. Берилган: $AD = BC$, $AB = CD$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle DCB = 30^\circ$.

Жавоб: $F_B = 2 F_C$.



46.17- масалага



46.18- масалага

46.17. OAB кривошип-ползун механизми AB шатунининг ўрта-сидаги C нуқтада цилиндрик шарнир билан CD стерженга бoғ-ланган. CD ва DE стерженлар ўзаро D цилиндрик шарнир воситасида бириктирилган. Механизмнинг расмда тасвирланган мувозанат ҳолати учун OA ва DE стерженларга мос равишда перпендикуляр қилиб қўйилган F_A ва F_D кучлар миқдорлари орасидаги муносабат аниқ-лашсин. Берилган: $\angle DCB = 150^\circ$, $\angle CDE = 90^\circ$.

Жавоб: $F_D = 4 F_A$.

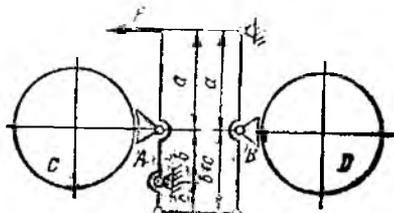
46.18. Трамвай вагонининг колодка — бандажли тормози B ва C шарнирлар воситасида бириктирилган учта AB , BC ва CD тортқич-лардан иборат. Горизонтал F куч таъсирида AB ва CD тортқичларга бириктирилган K ва L тормоз колодкалари гилдирақларга қисилади. Колодкаларнинг гилдирақларга кўрсатадиган N_K ва N_L босим куч-лари аниқлансин. Ўлчамлар расмда кўрсатилган. Вагон тинч ту-рибди.

Жавоб: $N_K = F \frac{a+b}{b}$, $N_L = F \frac{a}{b} \frac{b+d}{d}$.

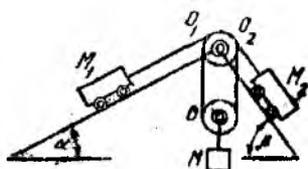
46.19. Расмда трамвай вагонининг колодка-бандажли тормози схемаси тасвирланган. a , b ва c узунликлар орасида шундай муно-сабат аниқлансинки, унда A ва B колодкалар F куч таъсирида C ва D гилдирақларининг бандажларига бир хил миқдордаги кучлар билан қисилсин. Шунингдек, бу кучнинг катталиги ҳам топилсин. Гилдирақлар қўзғалмас деб ҳисоблансин.

Жавоб: $\frac{a}{b} = \frac{a+b+c}{c}$, $Q = F \frac{a+b}{2b}$.

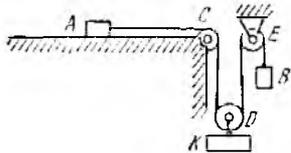
46.20. Массаси M бўлган юк билан горизонтта α ва β бурчак-лар остида оған текисликларда мувозанат ҳолатида ушлаб турила-



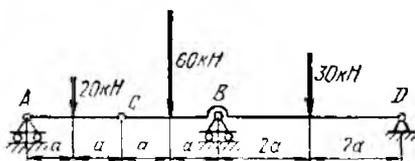
46.19- масалага



46.20- масалага



46.21- масалага



46.22- масалага

диган M_1 ва M_2 юкларнинг массалари топилсин. M_1 ва M_2 массали юклар M_1 массали юкдан бошланиб, горизонтал ўққа ўрнатилган қўзғалмас O_1 блок орқали ўтиб, қўзғалувчи O блокка ва кейин O_2 блок ўқига ўрнатилган O_2 блок орқали ўтиб, M_2 массали юкка боровучи троснинг учларига боғланган. O_1 ва O_2 блокларнинг ўқи умумий. Ишқаланиш, шунингдек, блоklar билан троснинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $M_1 = \frac{M}{2 \sin \alpha}$, $M_2 = \frac{M}{2 \sin \beta}$.

46.21. Қўзилмайдиган ишнинг учларига массалари бир хил A ва B юклар боғланган. Ин A юкдан горизонтал текисликка параллел ҳолда қўзғалмас C блокни айланиб, қўзғалувчи D блокка ўралиб, кейин қўзғалмас E блокка ўралиб ўтади; шу ерда ишнинг иккинчи учига B юк боғланган. Қўзғалувчи D блок ўқига массаси M бўлган K юк осилган. A ва B юклар ҳар қайбиесининг M_1 массаси ва A юк билан горизонтал текислик орасидаги сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f аниқласин. Юклар системаси мувозанатда туради. Ишнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $M_1 = M/2$; $f = 1$.

46.22. Учта таянчда турган AD қўшма балка C нуқтада шарнир билан бириктирилган иккита балкадан иборат. Балкага 20 кН, 60 кН ва 30 кН га тенг бўлган вертикал кучлар таъсир қилади. Ҳаҷовлар расмда кўрсатилган. A , B ва D таянчлардаги реакция кучлари аниқлансин.

Жавоб: $R_A = 10$ кН, $R_B = 105$ кН, $R_D = -5$ кН.

46.23. D даги таянч реакциясининг нолга тенг бўлиши учун олдинги масалада AD балканинг BD участкасига қўйилиши керак бўлган айлангивуви момент миқдори аниқлансин.

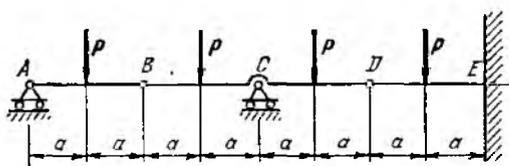
Жавоб: $M = 20a$ кН·м.

46.24. Иккита A ва C таянчларда бўлувчи AE қўшма балка B ва D нуқталарда шарнирлар билан бирлаштирилган учта AB , BD ва DE балкалардан иборат. DE балка E кесимда деворга қистирилган. E кесимдаги реакция кучининг вертикал тузувчиси аниқлансин. Балкаларга тўртта ўзаро тенг вертикал P кучлар қўйилган. Ҳаҷовлар расмда кўрсатилган.

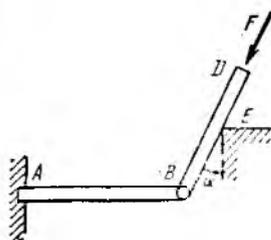
Жавоб: $R = 0,5 P$.

46.25. Олдинги масалада қўрилган DE балканинг деворга қистирилган учда вужудга келувчи жуфтининг m_E momenti аниқлансин.

Жавоб: $m_E = 0$.



46.24- масалага



46.26- масалага

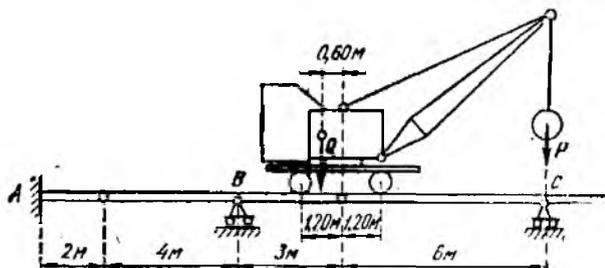
46.26. AB ва BD балкалар ўзаро B цилиндр шарнир билан бириктирилган. AB горизонтал балка A кесимда вертикал деворга қиштирилган. E силлиқ учликка таъиниб турувчи BD балка вертикал билан α бурчак ҳосил қилади. BD балка бўйлаб F куч таъсир қилади. A кесимдаги боғланиш реакциясининг горизонтал тузувчиси аниқлансин. Балкалар массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_{Ax} = F \sin \alpha$.

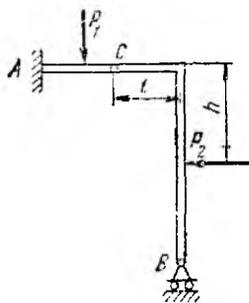
46.27. Иккита горизонтал AB ва BD балкалар B цилиндр шарнир билан бириктирилган. D таъини цилиндрлар устида туради. A кесимда эса балка деворга қиштирилган. BD балканинг K нуқтасига горизонт билан α бурчак ҳосил қилувчи F тўйланган куч қўйилган. Ҳақиқат расмда кўрсатилган. A кесимдаги боғланиш реакция кучларининг ташкил этувчилари ва бу кесимда вужудга келувчи m — реактив моменти аниқлансин. Балкалар массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_{Ax} = F \cos \alpha$, $R_{Ay} = \frac{1}{2} F \sin \alpha$, $m_p = Fa \sin \alpha$.

46.28. Темир йўл крани бир-бирдан маълум оралиқда жойлашган горизонтал иккита мураккаб балкага ўрнатилган рельслар устида туради. Мураккаб балканинг ҳар бири ўзаро шарнирлар билан бириктирилган учга балкадан иборат. Кран $P = 30$ кН юкни кўтарди,



46.28- масалага



46.29-масалага

краннинг сўғирлиги $Q = 160$ кН. Краннинг расмда кўрсатилган ҳолатида А қистирма боғланиш реактив жуфтнинг momenti аниқлансин.

Жавоб: $M_A = -\frac{1}{2}(1,95Q + 3,60P) = -210$ кН.м.

46.29. Платформанинг каркаси Г шаклидаги рамалардан тузилган. Рама қисмлари С шарнир билан боғланган. Рамаларнинг юқори учи бетон деворга қистириб маҳкамланган, қўйи учи қўзғалувчи цилиндрик шарнирга таянади. P_1 ва P_2 кучлар таъсирдан рама қистирилган А нуқтадаги реакция кучининг вертикал тузувчиси аниқлансин.

Жавоб: $Y_A = P_1 - P_2 \cdot \frac{h}{l}$.

46.30. Иккита BC ва CD балкалар С нуқтада шарнирли боғланган, А кесимида полга қоқилган АВ вертикал устунга В цилиндрик шарнир билан бириктирилиб, D цилиндрик шарнир воситасида полга боғланган. Балкаларга горизонтал P_1 ва P_2 кучлар қўйилган. А кесимдаги реакция кучининг горизонтал тузувчиси аниқлансин. Ҳл-човлар расмда кўрсатилган.

Жавоб: $R = P_1 + \frac{1}{2}P_2$.

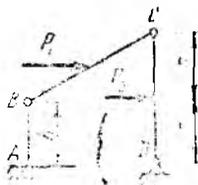
46.31. Олдинги масалада кўрилган АВ устун қоқилган А кесимдаги реактив жуфтнинг m_A momenti аниқлансин.

Жавоб: $m_A = (P_1 + \frac{1}{2}P_2)h$.

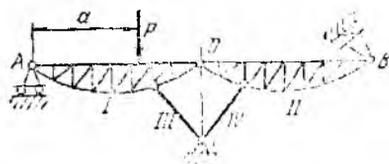
46.32. Иккита I ва II фермалар ўзаро D шарнир билан боғланиб, III ва IV стерженлар билан С шарнир воситасида ерга бириктирилган; фермалар А ва В нуқталарда галтакларга таяниб туради. I ферма А таянчдан a масофада қўйилган вертикал P куч билан юкланган. В галтакнинг реакцияси топилинсин.

Кўрсатилган. Аввал I ва II фермаларнинг C_1 ва C_2 тезликлар оғий марказлари аниқлаб олинсин.

Жавоб: $R_B = P \frac{a}{b} \frac{DC_2}{DC_1}$, бу ерда b билан R_B реакция кучининг



46.32-масалага



46.32-масалага

C_2 марказга инсбатан олқаси белгиланган. R_B реакция кучи B галтакнинг сирғаниш текислигига перпендикуляр бўлиб, чапдан ўнгга қараб, пастга томон йўналган.

47-§. Динамиканинг умумий тенгламаси

47.1. Ҳар бирининг массаси M бўлган учта юк кўчмас A блок орқали ўтказилган чўзилмас ип билан боғланган. Иккита юк силлиқ горизонтал текисликда ётади, учинчи юк эса вертикал қилиб осилган. Системанинг тезлашиши ва ипнинг ab қирқимидаги тортилиш кучи аниқлансин. Иплар ва блокнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = \frac{1}{3}g$, $T = \frac{1}{3}Mg$.

47.2. Олдинги масалани блокнинг массасини ҳисобга олиб ечилсин; бунда юклар ҳаракатланганда A блок қўзғалмас ўқ атрофида айланади деб ҳисоблансин. Блокнинг — яхлит бир жинсли дискнинг массаси $2m$ га тенг.

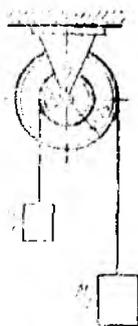
Жавоб: $\omega = \frac{1}{4}g$, $T = \frac{1}{4}Mg$.

47.3. Массалари M_1 ва M_2 бўлган юклар чўзилмайдиган иккита эластик вига сенб қўйилган; иплар расмда кўрсатилгандек, умумий ўққа ўрнатилган ҳамда радиуслари r_1 ва r_2 бўлган барабанларга ўратган. Юклар сирғаниш қулабидининг таъсирида ҳаракатланади. Барабанларнинг ва ипларнинг массаларини ҳисобга олмай, барабанларнинг бурчак тезлашиши ω аниқлансин.

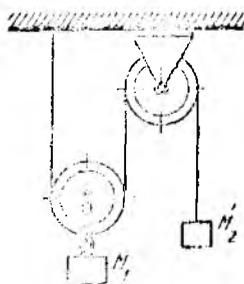
Жавоб: $\omega = g \frac{M_2 r_2 - M_1 r_1}{M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2}$.

47.4. Олдинги масаланинг шартларига қараб бурчак тезлашиши ω ҳамда ипларнинг T_1 ва T_2 тортилиш кучлари аниқлансин; қўйилганлар берилган: $M_1 = 20$ кг, $M_2 = 31$ кг, $r_1 = 5$ см, $r_2 = 10$ см; кичик барабанининг массаси 4 кг ва катта барианинг массаси 8 кг. Барабанларнинг массаларини уларнинг устун юзалари бўйлаб текис таъсир қилдириб ҳисоблансин.

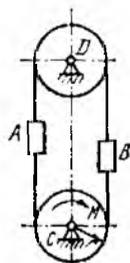
Жавоб: $\omega = 49$ рад/с², $T_1 = 246$ Н, $T_2 = 167$ Н.



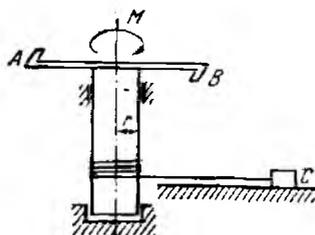
47.1 масаласи



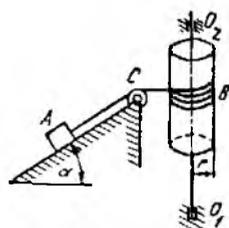
47.5 масаласи



47.6- масалага



47.7- масалага



47.9- масалага

47.5. Расмда кўрсатилган блоklar системасига массаси 10 кг бўлган M_1 ва массаси 8 кг бўлган M_2 юк осилган. Блоклар массасини ҳисобга олмай, M_2 юкнинг тезланиши ω_2 ва ипнинг тортилиши T аниқлансин.

Жавоб: $\omega_2 = 2,8 \text{ м/с}^2$, $T = 56,1 \text{ Н}$.

47.6. Подёмникнинг пастки C шкивига M айлантурувчи момент қўйилган. Массаси M_1 бўлган, юқорига кўтарилувчи A юкнинг тезланиши аниқлансин. B посағининг массаси M_2 га тенг, C ва D шкивлар эса радиуси r ва ҳар қайсисининг массаси M_3 бўлган бир жинсли цилиндрдан иборат. Тасма массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = \frac{M + (M_2 - M_1) g r}{(M_1 + M_2 + M_3) r}$.

47.7. Юкларни силжитувчи механизм — кабестан вали AB дастага қўйилган M ўзгармас айлантурувчи момент билан ҳаракатга келтирилади; вал радиуси r га тенг. Массаси m бўлган C юкнинг тезланиши аниқлансин; юкнинг горизонтал текисликка ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Кабестан билан арқон массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = \frac{M - f m g r}{m r}$.

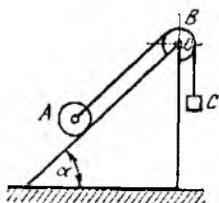
47.8. Олдинги масала кабестан массасини ҳисобга олиб ечилсин, унинг айланиш ўқиға нисбатан инерция momenti I га тенг.

Жавоб: $\omega = \frac{r(M - f m g r)}{I + m r^2}$.

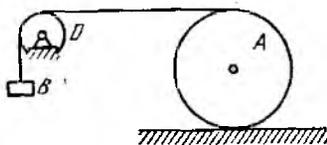
47.9. Массаси M_1 бўлган A юк горизонтга α бурчак остида оғган силлиқ текисликда пастга тушиб, қўзилмайдиган ип ёрдами билан M_2 массали, r радиусли B барабanni айлантиради. Барабanni бир жинсли доиравий цилиндр деб ҳисоблаб, унинг бурчак тезланиши аниқлансин. C блокнинг ва ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\epsilon = \frac{2M_1 g \sin \alpha}{r (2M_1 + M_2)}$.

47.10. Одам аравачага горизонтал F кучни қўйиб, уни итариб боради. Кузов массаси M_1 га тенг бўлса, аравача кузовининг тезланиши аниқлансин; M_2 — тўртта вилдирак ҳар бирининг массаси r — вилдираклар радиуси, μ_0 — юмалаб ишқаланиш коэффициентини. Гил-



47.11- масалага



47.12- масалага

диракларни рельслар бўйлаб сирғанмай вилдировчи яхлит бир жинсли дисклар деб ҳисоблансин.

$$F - f_{\text{н}}(M_1 + 4M_2)g$$

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{F - f_{\text{н}}(M_1 + 4M_2)g}{M_1 + 6M_2}.$$

47.11. Массаси M_1 бўлган A ғалтак қия текисликда сирғанмасдан юмалаб пастга туша бориб, B блокдан ўтказилган чўзилмас ип ордами билан M_2 массали C юкни кўтаради. Бунда B блок ўз текислигига тик бўлган қўзғалмас O ўқ атрофида айланади. A ғалтак билан B блок массаси ва радиуси бир хил бўлган бир жинсли дсиравий дисклардир. Қия текислик горизонт билан α бурчак ҳосил қилади. Ғалтак ўқининг тезланиши аниқлансин. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = g \frac{M_1 \sin \alpha - M_2}{2M_1 + M_2}.$$

47.12. M_1 массали B юк, массаси M_2 бўлган r радиусли цилиндрик A ғалтакни унга ўралган ип ёрдамида ҳаракатга келтиради. Ғалтак сирғанмасдан юмаласа ва юмалашдаги ишқаланиш коэффициентини $f_{\text{н}}$ га тенг бўлса, B юкнинг тезланиши аниқлансин. D блокнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$M_1 - \frac{f_{\text{н}}}{2r} \cdot M_2$$

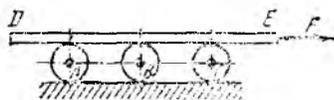
$$\text{Жавоб: } \omega = 8g \frac{M_1 - \frac{f_{\text{н}}}{2r} \cdot M_2}{8M_1 + 5M_2}.$$

47.13. Массаси M_1 бўлган DE стержень ҳар бирининг массаси M_2 бўлган учга A , B ва C ғалтаклар устида ётади. Стерженьга горизонтал бўйлаб ўнгга йўналган, стержень ва ғалтакларни ҳаракатга келтирувчи F куч қўйилган. Стержень билан ғалтаклар орасида, шунингдек, ғалтаклар билан горизонтал текислик орасида сирғаниш бўлмайди. DE стерженининг тезланиши топилсин. Ғалтакларни сир жинсли доиравий цилиндрлар деб ҳисоблансин.

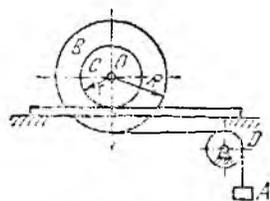
$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{8F}{8M_1 + 9M_2}.$$

47.14. 47.5-масалада кўрилган блокларни ҳар бирининг массаси 4 кг дан бўлган бир жинсли яхлит дисклар ҳисоблаб, M_2 юкнинг тезланиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega_2 = 0,7 \text{ м.с}^2.$$



47.13-масалга



47.15-масалга

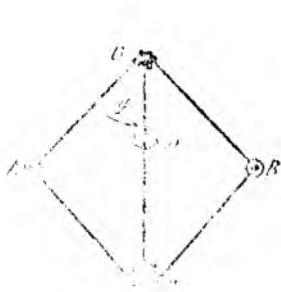
47.15. Массаси M_1 бўлган A юк пастга туша бориб, кўчмас D блокдан ўтган, B шкивга ўралган, оқизилмайдиган ил ёрдамда C ваъни горизонтал рельсе бўйлаб сирпантирмай юмалатади. R радиусли B шкив r радиусли C валга маҳкам қилиб ўрнатилган; уларнинг умумий массаси M_2 га тенг, расм текислигига тик бўлган O ўққа нисбатан инерция радиуси эса ρ га тенг. A шкивнинг тезлигини топили. Ишнинг ва блокнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жасоб: } \omega = g \frac{M_1 (R - r)^2}{M_1 (R - r)^2 + M_2 (\rho^2 - r^2)}$$

47.16. Марказдан қочма регулятор вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Фақат ҳар қайси шарларнинг M массасини ва C муфтанинг M_1 массасини ҳисобга олиб, OA ва OB қўлларининг вертикалдан оғиш бурчлиги аниқлансин; ҳамма стерженларнинг l узунлиги бир хил.

$$\text{Жасоб: } \cos \varphi = \frac{(M + M_1) g}{M l \omega^2}$$

47.17. Марказдан қочма регулятор ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Регулятор бурчак тезлиги билан унинг стерженларининг вертикалдан оғиш бурчлиги α орасидаги муносабат топилсин; массаси M_1 бўлган муфтани биқирлиги c бўлган пружини пастга қисқартади, $\omega = 0$ бўлганда пружина деформацияланмаган, унинг биқирлиги ушбу регулятор ўқга маҳкамланган шарларнинг массаси M бўлган, стерженларнинг узунлиги l , осилиши ўқни регулятор



47.16-масалга



47.17-масалга

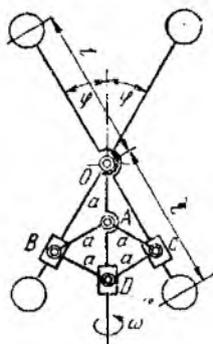


47.18-масалга

Ўқидан a масофада туради; стерженларнинг ва Пружинанинг массалари ҳисобга олинмасли.

$$\text{Жавоб: } \omega^2 = \frac{(M_1 + M_2)g + 2lc(1 - \cos \alpha)}{M_2(a + l \sin \alpha)} \operatorname{tg} \alpha.$$

47.18. Марказдан қочма пружинали регулятор ҳар бирининг массаси M бўлган, регулятор шпинделига маҳкамланган силлиқ горизонтал стерженга ўриятилган A ва B юк, массаси M_1 бўлган C муфта. l узунликдаги тортқич ва юкларни айланмиш ўқига қисиб турувчи пружиналардан иборат; тортқич шарнирлардан шпиндел ўқигача бўлган масофа e га тенг; c — пружиналарнинг биқирлик коэффициентини. Регуляторнинг оқибини бурчаги α га мос келувчи бурчак тезлиги аниқлансин; α_0 бурчакда пружина эғирмаган ҳолатда туради, бу ерда $\alpha_0 < \alpha$; тортқичнинг массаси ва шикқатини ҳисобга олинмасли.



7.19-масаллага

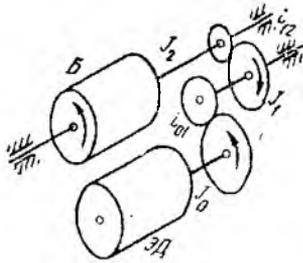
$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{M_1 g \operatorname{tg} \alpha + 2cl(\sin \alpha - \sin \alpha_0)}{2M(e + l \sin \alpha)}}.$$

47.19. Регуляторда бир хил M_1 массаларга эга бўлган тўртта юк, узунлиги $2l$ бўлган иккита тенг елкали ривагининг учида туради. Риваглар регулятор текислигида шпинделнинг O учи атрофида айланмиш мумкин бўлиб, шпиндел ўқи билан ўзгарувчи φ бурчак ҳосил қилади. Шпинделнинг O учидан $OL = a$ масофада турувчи A нуқтада узунлиги a бўлган AB ва AC риваглар шарнирлар билан бириктирилган, улар ўз навбатида B ва C нуқталарда узунлиги a бўлган ва D муфта ўриятилган BD ва CD стерженлар билан туташган. B ва C нуқталарда юк ўриятилган риваглар бўйлаб сирғанаувчи ползувчи бор. Муфтанинг массаси M_2 га тенг. Регулятор ω ўзгармас бурчак тезлиги билан айланади. Регулятор мувозанат ҳолатга келганида φ бурчак билан ω бурчак тезлиги орасида қандай боғланиш бўлиши топилсин.

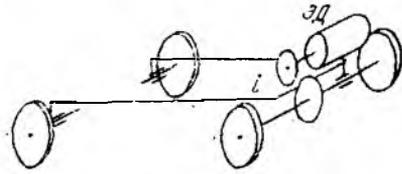
$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{2gM_2 a}{M_1 l^2}} \text{ бўлгандагина регулятор мувозанат ҳолатга келиши мумкин; бу ҳолатда } \omega \text{ бурчак тезлиги } \varphi \text{ бурчакка бағлиқ эмас.}$$

48-§. Лагранжнинг 2-тур тенгламалари

48.1. Иккита вал оралиғи айланма ҳаракатини уқитин, тишлари тегиниши z_1 ва z_2 бўлган иккита тишли цилиндрлар оралиқ амалга оширилади, валларнинг уларга ўриятилган цилиндрлари билан бирликлари шеранинг моментлари мос равишда J_1 ва J_2 га тенг. Шеранига M_1 айланувчи момент таъсир этса, унинг ҳаракат тенглари тузилиши, силлиқ валга эса M_2 қаршилик momenti таъсир қилади. Шеранининг ҳаракатини шикқатини ҳисобга олинмасли.



48.2-масалага



48.3-масалага

Жавоб: $(J_1 + i^2 J_2) \ddot{\varphi} = M_1 - i M_2$, бу ерда $i = z_1/z_2$.

48.2. Центрифуганинг *B* барабани ЭД электродвигатель билан икки погонали редуктор орқали айланма ҳаракатга келтирилади. Электродвигательнинг J_0 инерция моменти, барабанининг J_2 инерция моменти, редуктор оралиқ валининг J_1 инерция моменти, редуктор погоналарининг узатиш сонлари i_{01} ва i_{12} берилган. Электродвигательнинг роторига M_0 айлантирувчи момент ва қаршилик кучларининг M'_0 моменти, редукторнинг валига ва барабанга мос равишда M'_1 ва M'_2 қаршилик кучларининг моментлари қўйилган. Центрифуга барабани айланишининг дифференциал тенгламаси тузилсин.

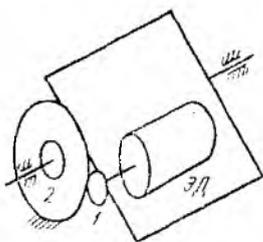
Жавоб: $(J_0 i_{01}^2 i_{12}^2 + J_1 i_{12}^2 + J_2) \ddot{\varphi} = (M_0 - M'_0) i_{01} i_{12} - M'_1 i_{12} - M'_2$.

48.3. Электромобилнинг узатмаси ЭД электродвигатель ва узатиш сонини i бўлган бир погонали редуктордан иборат. J_0 — электродвигатель роторининг инерция моменти, J_1 — радиуси r бўлган тўртта гилдираклардан ҳар бирининг инерция моменти, m — электромобилнинг жами массаси, M — электродвигательнинг айлантирувчи моменти, M' — электродвигательнинг валига тушадиган қаршилик кучларининг моменти, F — электромобиль ҳаракатига бўлган қаршилик кучларининг йиғиндиси бўлса, электромобиль ҳаракатининг дифференциал тенгламаси тузилсин.

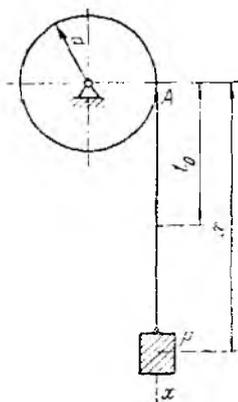
Жавоб: $(m + 4 \frac{J_1}{r^2} + \frac{J_0}{i^2 r^2}) \ddot{x} = \frac{M - M'}{i r} - F$.

48.4. Стабилаштирувчи узатманинг ЭД электродвигатели, ҳолатини φ бурчак билан аниқланадиган айланувчи рамага ўрнатилган. Электродвигатель валидаги 1-шестерия қўзғалмас асосга ўрнатилган 2-шестерия атрофида юмалайди. J_1 — раманинг электродвигатель билан бирга инерция моменти, J_0 — электродвигатель роторининг инерция моменти, i_{12} — жуфт шестерияларнинг узатишлар сонини, M_0 — электродвигательнинг айлантирувчи моменти, M'_0 — электродвигатель валидаги қаршилик кучларининг моменти, M'_1 — рамага қўйилган кучларнинг рама ўқиға нисбатан моменти бўлса, раманинг ҳаракати дифференциал тенгламаси тузилсин.

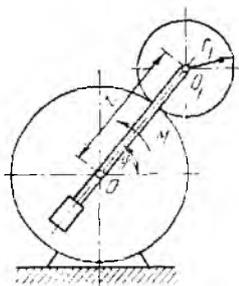
Жавоб: $[J_0 (1 + \frac{1}{i_{12}^2}) + J_1] \ddot{\varphi} = (M_0 - M'_0) (1 + \frac{1}{i_{12}^2}) - M'_1$.



48.4- масалага



48.5- масалага



48.6- масалага

48.5. Массаси m_1 ва узунлиги l бўлган тресга осилган m массали юкнинг ҳаракати аниқлансин; трес радиуси a ва массаси m_2 бўлган барабанга ўралган; айланмиш ўқи — горизонтал, ишқаланиш ҳисобга олинмайди; барабан массаси унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисобланади. Билдиринч $t=0$ пайтда система тинч турган ва треснинг осилиб турган қисмининг узунлиси l_0 га тенг.

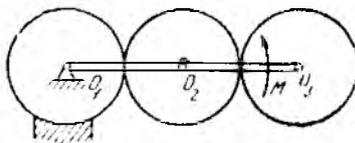
Кўрсатма. Барабан ўлچовлари треснинг осилиб турган қисмининг узунлигига нисбатан ҳисобга олинмасин.

Жавоб:
$$x = -\frac{ml}{m_1} + \left(l_0 + \frac{ml}{m_1}\right) \operatorname{ch} \sqrt{\frac{m_1 g}{(m + m_1 + m_2) l}} t.$$

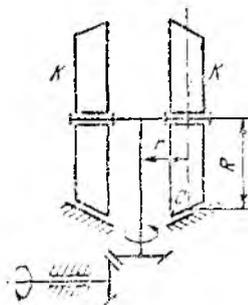
48.6. Эпициклик механизмда r_1 радиусли айланувчи шестеренка M момент таъсирида қўзғалмас шестеренка ўқи апрофида айланувчи посангили кривошипга ўрнатилган. Кривошип айланмишнинг бурчак тезлашиши ва шестеренкалар бир-бирига тегиб турган нуқтадаги айланма зўриқини S аниқлансин; шестеренкалар ўқи орасидаги масофа l га тенг, посангили кривошипнинг ўз айланмиш ўқиға нисбатан инерция моменти J_0 га тенг, айланувчи шестеренка массаси m_1 , шестеренканинг ўз ўқиға нисбатан инерция моменти J_1 ; ишқаланиш ҳисобга олинмасин; шестеренка ва посангили кривошипнинг массалар маркази кривошипнинг айланмиш ўқида ётади.

Жавоб:
$$\varepsilon = \frac{M}{J_0 + m_1 l^2 + J_1 \frac{l^2}{r_1^2}}; S = \frac{J_1 l}{r_1^2} \varepsilon.$$

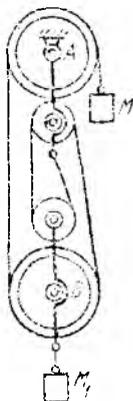
48.7. Планетар механизмда O_1 ўқли фиксирак қўзғалмас; O_1, O_2 дастага айлантирувчи M момент қўйилган; механизм горизонтал текисликда жойлашган. Фидиракларни массалари m ва радиуслари r бўлган бир хилдаги бир жинсли диск-



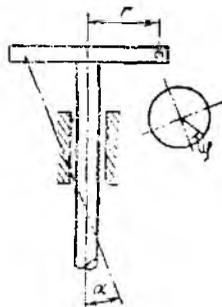
48.7- масалага



48.8-масалга



48.9-масалга



48.10-масалга

лар деб ҳисоблаб ҳамда даста массасини ҳисобга олмай, дастанинг бурчак тезлигини аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } e_1 = \frac{M}{22mr^2}.$$

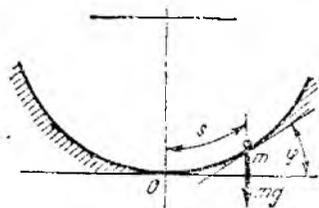
48.8. K, K бегунлар, схемаси расмда кўрсатилган узатма ёрдам билан двигателъ валидан ҳаракатга келтирилади. Битта бегуннинг массаси 3 т, ўртача радиуси $R = 1$ м, айланмиш радиуси $r = 0,5$ м. Бегуннинг айланмиш оқий ўқи гардиш ўртасидаги C нуқтадан ўтиди деб ҳисоблаймиз. Двигателъдан вертикал валга ҳаракат уатгувчи килуссимон узатма цилиндрлари радиусларининг нисбати 2,3 га тенг. Бегунни R радиусли бир жинсли диск деб ҳисоблаймиз ва ҳаракатланувчи ҳамма қисмларнинг массаларини бегунлар массасига нисбатан ҳисобга олмаймиз. Двигателъ ҳаракатга келтирилганидан кейин 10 с ўтгач, вертикал ўқнинг бурчак тезлиги 120 ай/мин бўлиши учун двигателъ валига қандай ўзгармас айлантувчи момент қўйиш кераклиги ҳисоблансин; қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 3140 Н·м.

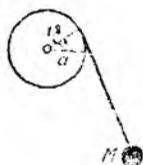
48.9. Массаси 101 кг бўлган M юк қўзғалувчи ҳалқа билан битта олинган массаси 320 кг бўлган M_1 юкни полисваст ёрдамида юқрига кўтарили. Блоклар ҳаммаси бўлиб тўртта, катта блокларнинг массалари 16 кг дан, кичиклариники эса 8 кг дан, катта блокларнинг радиуслари r га тенг, кичикларининг радиуслари r_1 га тенг. M юкнинг тезлигини аниқлансин. Блокларнинг энергиясини аниқлашда уларнинг массаларини айлана бўйлаб текис таралган деб ҳисоблаймиз.

Жавоб: 0,1 g.

48.10. Роторларини статик мувозанатлаштириш учун ишлатиладиган машинада подишниклар вертикалга α бурчак остида оғган. Подишникка ўрнатилган ротор (ўз ўқига нисбатан) I инерция моментига эга ва ўқдан r масофада мувозанатлашмаган m массани



48.12-масалга



48.13-масалга

элтади. Ротор ҳаракатининг дифференциал тенгламаси ёзилсин ва ротор мувозанат ҳолати атрофидаги кичик тебранишларининг частотаси аниқлансин.

Жавоб: $(mr^2 + I)\ddot{\varphi} + mgr \sin \alpha \sin \varphi = 0$, $k = \sqrt{\frac{mgr \sin \alpha}{mr^2 + I}}$,

бу ерда φ — роторнинг айланми бурчаги.

48.11. Бир жинсли конус горизонтга α бурчак остида огган ва дур будур текисликда юзмайди. Конус ясовчисининг узунлиги l , учидан очилиш бурчаги 2β . Конуснинг ҳаракат тенгламаси тузилсин.

Қўрсатма. Ясовчининг урнини чизми билан текисликнинг энг кўп огган нуқти чизми орасидаги θ бурчакин умумлашган координата деб қабул қиливсин.

Жавоб: $\ddot{\theta} + \frac{g \sin \alpha}{l(\cos^2 \beta + 1/5)} \sin \theta = 0$.

48.12. m массали моддий нуқта $s = 4a \sin \varphi$ тенглама билан ифодаланган циклоидал йўналирувчи бўйлаб сриълик кучи таъсирида ҳаракат қилади, бу ерда s — O нуқтадан бешлаб ҳисобланадиган s . φ — циклоидага ўтказилган уринма билан горизонтал ўқ орасидаги бурчак. Нуқтанинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $s = A \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{a}} t + \varphi_0\right)$, бу ерда A ва φ_0 — интеграллан ўзгармаслари.

48.13. Радиуси a бўлган қўзғалмас цилиндрга ўралган илга осилган m массали M моддий нуқтадан иборат маятник ҳаракатининг тенгламаси тузилсин. Мувозанат вазиятида илгани осилиб турадиган қисмининг узунлиги l . Илганинги массаси ҳисобга олинмасин.

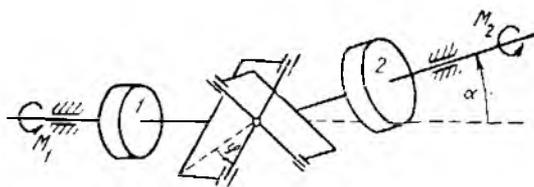
Жавоб: $(l + a)\ddot{\theta} + a\ddot{\theta} + g \sin \theta = 0$, бунда θ — маятникнинг вертикалдан оғиш бурчаги.

48.14. Узунлиги ихтиёрий берилган $l = l(\varphi)$ қопунга муваффиқ ўзгарувчи илга осилган m массали моддий нуқтадан иборат маятникнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\ddot{\varphi} + 2\frac{\dot{l}}{l}\dot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin \varphi = 0$, бунда φ — илганинги вертикалдан оғиш бурчаги.

38.15. Узунлиги l бўлган чўзилмайдиган илга осилган m массали моддий нуқтадан иборат маятникнинг осилган нуқтадан горизонталга

¹ Расмларда θ бурчаги φ билан берилган.



48.16- масалага

зонт билан α бурчак ташкил қилган оғма тўғри чизик бўйлаб, берилган $\xi = \xi_0(t)$ қонунга мувофиқ ҳаракат қилади. Майтник ҳаракатининг тенгламаси тузилсин.

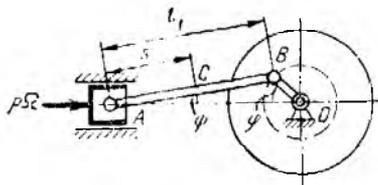
$$\text{Жавоб: } \ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi + \frac{\ddot{\xi}}{l} \cos(\varphi - \alpha) = 0.$$

48.16. Бир текисликда ётувчи ва бир-бири билан α бурчак ташкил қилувчи икки вал Кардан шарнири билан қўшилган. Валларнинг инерция моментлари I_1 ва I_2 га тенг. Биринчи вага M_1 айлантирувчи ва иккинчисига M_2 қаршилик momenti қўйилган бўлса, биринчи валнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин. Подшипниклардаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

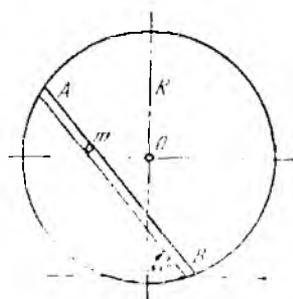
Жавоб: Биринчи валнинг айланиш бурчагини φ билан белгилаб қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\left[I_1 + I_2 \left(\frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi} \right)^2 \right] \ddot{\varphi} - \frac{I_2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \sin 2\varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi)^3} \dot{\varphi}^2 = M_1 - M_2 \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$$

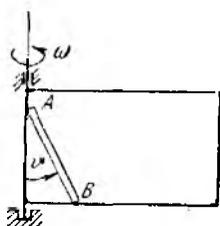
48.17. Кривошип механизми m_1 массали поршеньдан, m_2 массали AB шатундан, OB кривошипдан, вал ва айланма гилдиракдан иборат; шатуннинг C массалар марказига нисбатан инерция momenti I_2 ; OB кривошип, вал ва айланма гилдиракнинг ўққа нисбатан инерция momenti — I_3 ; поршень юзи — Ω ; поршеньга таъсир қилувчи босим — p ; шатун узунлиги — l ; шатун массалар маркази билан A нукта орасидаги масофа — s ; OB кривошип узунлиги — r ; валга таъсир



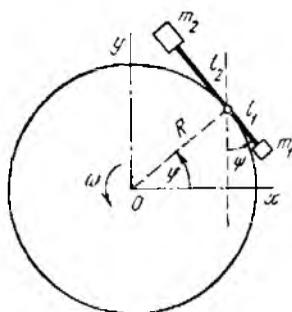
48.17- масалага



48.18- масалага



48.19- масалага



48.20- масалага

қилувчи қаршилик моменти — M . Шатуннинг айланиш бурчаги ψ ни жуда кичик деб ҳисоблаб, яъни $\sin \psi = \psi$ ва $\cos \psi = 1$ деб қабул қилиб, механизмнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин; кривошипнинг φ айланиш бурчагини умумлашган координата деб қабул қилинсин.

$$\text{Жавоб. } \left[(m_1 + m_2) r^2 \sin^2 \varphi + (I_2 + m_1 s^2) \left(\frac{r}{l} \right)^2 \cos^2 \varphi + I_3 \right] \ddot{\varphi} + \left[(m_1 + m_2) r^2 - (I_2 + m_1 s^2) \left(\frac{r}{l} \right)^2 \right] \cos \varphi \sin \varphi \dot{\varphi}^2 = M + p \Omega r \sin \varphi.$$

48.18. Учлари R радиусли сплюск горизонтал айлана бўйлаб сирғанаётган, узунлиги $2a$ ва массаси M бўлган бир жинсли стерженда m массали моддий нуқта ν ўзгармас нисбий тезлик билан ҳаракат қилади. Стержень ҳаракати аниқлансин. Бешлағич пайтда моддий нуқта стерженнинг массалар марказида туради.

$$\text{Жавоб. } \theta - \theta_0 = C \operatorname{arctg} \frac{v t}{\sqrt{R^2 - a^2 + \frac{M}{m} (R^2 - 2 \frac{a^2}{3})}},$$

бунда θ_0 ва C — ихтиёрий ўзгармас миқдорлар.

48.19. Узунлиги $2a$ ва массаси M бўлган бир жинсли оғир AB стержень учлари рамканинг горизонтал ва вертикал стерженлари бўйлаб шиқаланмай сирғанади; рамка вертикал томони атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Стерженьнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин ва нисбий мувозанат вазияти аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \frac{4}{3} M a^2 \ddot{\theta} - \frac{4}{3} M \omega^2 a^2 \sin \theta \cos \theta - M g a \sin \theta = 0,$$

бунда θ — стержень билан вертикал орасидаги бурчак. Мувозанат вазиятида $\theta = 0$ (ноустувор мувозанат).

48.20. Учларида тўпланган m_1 ва m_2 массалари бўлган ричаг R радиусли бир жинсли диск айланасига шарнир воситасида бириктирилган. Массалардан шарнирғача бўлган масофилар тегишлича l_1 ва l_2 га тенг. Диск ўз текислигига тик бўлган вертикал ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланади. Ричагнинг ҳаракат тенгламаси ту-

зишени ва нисбий мувозанат вазияти аниқлашсин. Ричаг массаси нисобга олинмасин. Ричагнинг айланиш ўқи дискнинг айланиш ўқиغا параллел. Шувингдек, масалани диск вертикал текисликда айлангани деб фараз қилиб (оғирлик кучининг таъсири дискога олиниб) ҳам чиқилсин.

Жавоб: вертикал ўқ atroфидаги айланиш учун: $(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2) \ddot{\psi} - R\omega^2 (m_1 l_1 - m_2 l_2) \cos(\psi - \omega t) = 0$; $m_1 l_1 = m_2 l_2$ бўлганда ричаг барқисиз нисбий мувозанатда бўлади. $m_1 l_1 \neq m_2 l_2$ бўлганда иккита нисбий мувозанат вазияти мавжуд: $\psi = \omega t \pm \frac{\pi}{2}$, яъни ричаг радиус бўйлаб йўналган.

Горизонтал ўқ atroфидаги айланиш учун:

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2) \ddot{\psi} - R\omega^2 (m_1 l_1 - m_2 l_2) \cos(\psi - \omega t) + (m_1 l_1 - m_2 l_2) g \sin \psi = 0.$$

$m_1 l_1 \neq m_2 l_2$ ҳолида нисбий мувозанат бўлиши мумкин эмас.

48.21. M массали юққа диск ўз текислиги билан горизонтал текислик бўйлаб ишқаланмай сирғаниши мумкин. Дискнинг радиус-будур устки юзасида m массали моддий нуқта ҳаракат қилади. Нуқта нисбий ҳаракатининг диск билан боғланган ва боши дискнинг массалар марказида бўлган x ва y декарт координаталаридаги тенгламалари $x = x(t)$ ва $y = y(t)$ кўринишда берилган. Дискнинг ўз массалар марказига нисбатан инерция моменти I га тенг. Диск бурчак тезлигининг ўзгариш қонуни топилсин. Бондлашчи пайтда диск қўзғалмас.

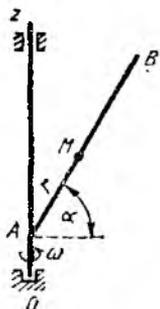
$$\text{Жавоб: } \left[I + \frac{mM}{m+M} (x^2 + y^2) \right] \dot{\varphi} + \frac{mM}{m+M} (x \dot{y} - y \dot{x}) = \frac{mM}{m+M} \times (x_0 \dot{y}_0 - y_0 \dot{x}_0),$$

бунда $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$ — нуқта координаталарининг ва тезлиги проекцияларининг бондлашчи пайтдаги қийматлари, φ — дискнинг бурчак тезлиги.

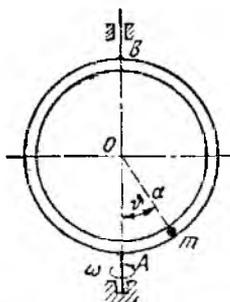
48.22. Олдинги масалада таъсирланган дискда R радиусли айланма бўйлаб моддий нуқта $v = \alpha t$ нисбий тезлик билан ҳаракат қилади. Дискнинг ҳаракат қонуни топилсин.

$$\text{Жавоб: } \varphi = \frac{mM}{2(m+M)} \frac{R\alpha}{I + \frac{mM}{m+M} R^2} t^2 = \frac{\beta}{2R} t^2, \\ \xi = -\frac{mR}{m+M} \cos \frac{\alpha + \beta}{2R} t^2, \quad \eta = -\frac{mR}{m+M} \sin \frac{\alpha + \beta}{2R} t^2,$$

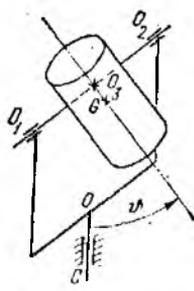
бу ерда φ — дискнинг айланиш бурчаги, ξ ва η эса боши системанинг массалар марказида бўлган қўзғалмас декарт системасига нисбатан диск массалар марказининг координаталари.



48.23- масаллага



48.24- масаллага



48.25- масаллага

48.23. Қўзғалмас вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи AB тўғри чизиқда M моддий нуқта оғирлик кучи таъсирида ҳаракат қилади. AB тўғри чизиқ горизонтал билан α бурчак ташкил қилади. Нуқта ҳаракатининг қонуни топилин.

Жавоб: ҳаракат қилувчи нуқтадан тўғри чизиқнинг вертикал билан кесинган нуқтасигача бўлган масофа.

$$r_1 = C_1 e^{\omega t \cos \alpha} + C_2 e^{-\omega t \cos \alpha} + \frac{g}{\omega^2 \cos^2 \alpha} \sin \alpha,$$

бунда C_1 ва C_2 — интегралдан ўзгармаслари.

48.24. m массали моддий нуқта вертикал AB диаметри атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи ҳалқа бўйлаб ҳаракатланади. Ҳалқанинг радиуси a га тенг. Нуқта ҳаракатининг тенгламаси тузилсин ва бурчак тезликни ўзгартирмай сақлаш учун керак бўлган M момент аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \ddot{\theta} + \left(\frac{g}{a} - \omega^2 \cos \theta \right) \sin \theta = 0,$$

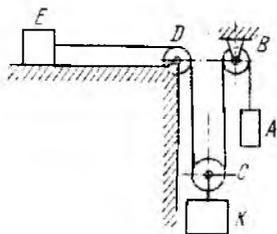
$$M = 2 m a^2 \sin \theta \cos \theta \cdot \omega \dot{\theta}.$$

48.25. Массаси m бўлган жисм горизонтал $O_1 O_2$ ўқ атрофида айланади; $O_1 O_2$ ўқ эса ўз навбатида вертикал OC ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Жисмнинг G массалар маркази $O_1 O_2$ тўғри чизиққа перпендикуляр тўғри чизиқдаги O_3 нуқтадан l масофада ётади. $O_1 O_2$ ва $O_3 G$ ўқларни жисмнинг O_4 нуқтадаги инерция бош ўқлари деб ҳисоблаб, ҳаракат тенгламаси тузилсин. Жисмнинг бош ўқларга нисбатан инерция моментлари A , B ва C га тенг.

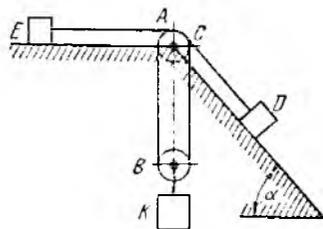
$$\text{Жавоб: } A \ddot{\theta} + \omega^2 (C - B) \sin \theta \cos \theta = - m g l \sin \theta,$$

бунда θ — $O_1 O_2$ атрофидаги айланиш бурчаги.

48.26. Учига m массали A юк боғланган қўзилмайдиган иш кўчмас B блок орқали ўтади, қўзғалувчи C блокни ўраб юқорига, кўчмас D блокка қўтарилади ва горизонтал текисликка параллел йўналишда; унинг шу ердаги учига массаси m бўлган E юк боғланган.



48.26- масалага



48.27- масалага

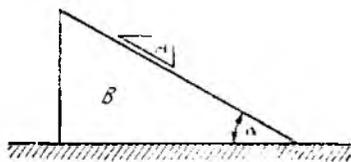
С блок ўқига массаси m_1 бўлган K юк боғланган E юкнинг горизонтал текисликка сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Ҳамма юкларнинг бошланғич тезликлари нолга тенг бўлса, K юкнинг пастга тушиши учун қандай шарт сажаларилиши керак? K юкнинг тезлашиши топилсин. Блоклар ва ипнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $m_1 > m(1 + f)$, $\omega = g \frac{m_1 - m(1 + f)}{m_1 + 2m}$.

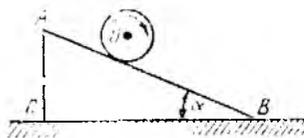
48.27. Ҳар бирининг массаси m бўлган иккита D ва E юклар чўзилмас ип учига боғланган. Бу ип E юкдан чиқиб кўчмас A блок орқали ўтади, кейин қўзғалувчи B блокни ўраб ўтиб, юқорига, A блок билан бир ўқда турувчи кўчмас C блокка қайтиб келади ва силлиқ қия текисликка параллел бўлиб ўтади. Шу ерда унинг учига D юк боғланган. Қия текислик горизонт билан α бурчак ҳосил қилади. Қўзғалувчи B блокка массаси m_1 бўлган K юк бириктирилган. E юкнинг горизонтал текисликка сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Ипнинг ва блокларнинг массалари ҳисобга олинмасин. K юкнинг пастга тушиши учун қандай шарт бўлиши кераклигини аниқлайсин. Шу юкнинг тезлашиши топилсин. Бошланғич пайтда ҳамма юкларнинг тезликлари нолга тенг.

Жавоб: $m_1 > m(f + \sin \alpha)$, $\omega = g \frac{m_1 - m(f + \sin \alpha)}{m_1 + 2m}$.

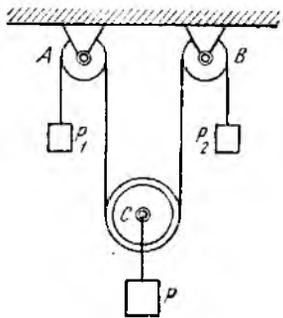
48.28. Массаси m бўлган A призма горизонт билан α бурчак ҳосил қилувчи m_1 массали B призманинг силлиқ ён сифда сирғаниб тушиб келади. B призманинг тезлашиши аниқлайсин. Горизонтал текислик билан B призма орасидаги ишқаланиш коэффициенти олинмасин.



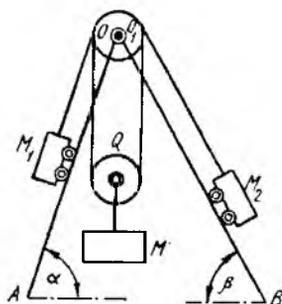
48.28- масалага



48.29- масалага



48.30- масалага



48.31- масалага

Жавоб: $\omega = g \frac{m \sin 2\alpha}{2(m_1 + m \sin^2 \alpha)}$.

48.29. Силлиқ горизонтал текисликка қўйилган m массали уч-бурчакли ABC призма шу текисликда ишқаланнишсиз сирғана олади; призманинг AB ёғида массаси m_1 бўлган бир жинсли доиравий цилиндр сирғанмай билдирайди. Призманинг тезланиши аниқлансин.

Жавоб. тезланиш чап томонга йўналган ва $g \frac{m_1 \sin 2\alpha}{3(m + m_1) - 2m_1 \cos^2 \alpha}$ га тенг.

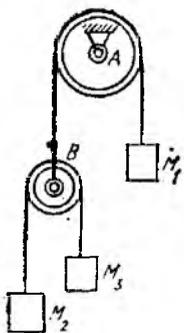
48.30. Қўзғалувчи C блокни ушлаб турадиган шнур қўзғалмас ўқли A ва B блоклар орқали ўтган; шнурнинг блоклар устида бўлмаган қисмлари вертикал, C блокка массаси $m = 4$ кг бўлган тош осилган, шнур учларига массалари $m_1 = 2$ кг ва $m_2 = 3$ кг бўлган юклар боғланган. Блоклар билан шнур массасини ва ўқлардаги ишқаланишни ҳисобга олмай учала юкнинг тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \frac{1}{11} g$ (юқорига), $\omega_1 = \frac{1}{11} g$ (юқорига), $\omega_2 = \frac{3}{11} g$ (пастга).

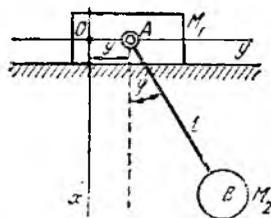
48.31. Бир хил m массали M_1 ва M_2 юклар вертикал текисликда горизонтга нисбатан α ва β бурчаклар остида ўрнашган иккита оғма OA ва OB йўналтирувчиларда ҳаракат қилади; бу юкларни бирлаштирувчи ип M_1 юкдан чиқиб, горизонтал ўқ атрофида айланувчи O блок орқали ўтади ва m_1 массали M юкни элтувчи қўзғалувчи Q шкив орқали ўтади, кейин ўша O блок ўқиға ўрнатилган O_1 блок орқали ўтиб M_2 юкка боради. O_1 ва O блоклар бир ўқда; ишқаланишни, шунингдек блоклар, шкив ҳамда ип массасини ҳисобга олмай, M юкнинг тезланиши ω аниқлансин.

Жавоб: $\omega = g \frac{m_1 - m(\sin \alpha + \sin \beta)}{m_1 + 2m}$.

48.32. Олдинги масала M_1 ва M_2 юклар ҳар бирининг массаси m ва радиуси r бўлган галтаклар билан алмаштириб оқиёсин.



48.33-масалани



48.35-масалани

Ғалтакларни яхлит бир жинсли доғравий дисклар деб ҳисобланени. Ғалтакларнинг қуви текисликлар устидаги юмалашин ишқаланиш коэффициенти μ_k га тенг. Ишлар ғалтакларнинг ўқларига бириктирилган.

Жавоб:
$$w = g \frac{m_1 - m_2 \left[\sin \alpha + \sin \beta + \frac{l \cos \alpha}{r} (\cos \alpha + \cos \beta) \right]}{m_1 + 2m_2}$$

48.33. Кўчмас A га қўзғалувчи B иккита блоклар ҳамда чўзилмайдиган ишлар билан расмда кўрсатилгандек осонган унча M_1 , M_2 ва M_3 юклар системаси берилган. Юкларнинг массаси тегишлича m_1 , m_2 ва m_3 га тенг; бунда $m_1 < m_2 + m_3$ ва $m_2 \neq m_3$. Блоклар масаларни ҳисобга олинмайди. Юкларнинг бошланғич тезлаклари ноль бўлганда m_1 , m_2 ва m_3 массаларининг қандай муносабатида M_1 юк пастга тушади?

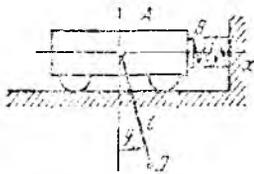
Жавоб: $m_1 > \frac{4m_2m_3}{m_2 + m_3}$ бўлиши керак.

48.34. Тележка платформасида доғравий цилиндр сирғимай гилдирайди. Агар аравача гилдираклари горизонтга α бурчак остида отган ва платформага параллел бўлган текислик бўйлаб сирғимай гилдираб тушса, аравача тезлашини топишсин; цилиндрининг ҳосовчилари платформанинг энг қул овишган чизиқларига тик. Тележканинг гилдираксиз массаси M , ҳазма гилдираклар массаси m , цилиндри массаси M_1 ; гилдираклар бир жинсли яхлит доғравий диск деб ҳисобланени.

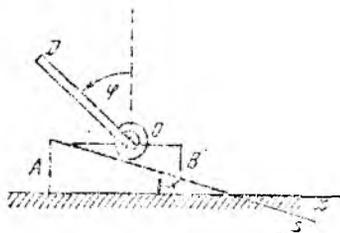
Жавоб: $w = \frac{6M + 6m + 2M_1}{6M + 9m + 2M_1} g \sin \alpha$.

48.35. Горизонтал текисликда ишқаланимасдан сирғиувчи m_1 масалани M_1 полани ҳамда поланига l узунликдаги AB сержень билан бириктирилган m_2 масалани M_2 шарчадан тинкил толган эллиптик маятникнинг ҳаракат тенгламалари тузишсин. Сержень, полани билан боғланган, A нуқтадан расм текислигига тик бўлиб ўлдирган ўқ атрофида айлана олади. Сержень масалани ҳисобга олинмасин. Эллиптик маятник кичик тебранишларининг даражаси аниқлансин.

Жавоб: $\frac{d}{dt} \left[(m_1 + m_2) \dot{\eta} + m_2 l \dot{\varphi} \cos \varphi \right] = 0$,
 $l \ddot{\varphi} + \cos \varphi \ddot{\eta} + g \sin \varphi = 0$. $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} l}$.



48.36-масалага



48.37-масалага

48.36. A тележка эластик B таянчага урилганиди стерженга осылган D юк тебрана бошлайди. Агар m_1 — тележканыннг массасы, m_2 — юк массасы, l — стержень узунлиги, c эса B таянч пружинасининг бицирлик коэффициентни бўлса, моддий системаныннг ҳаракат дифференциал тенгламатари тузилсин. Еилдираклар массасы ва ҳамма қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. x ўқининг ҳисоб бошини деформацияланмаган пружинаныннг чап учига олинсин. B таянч бўлмаганида юкнинг кичик тебранишлари даври аниқлансин. Стержень массаси ҳисобга олинмасин.

Кўрсатма. φ^2 кўпайтувчига эга бўлган ҳад ҳисобга олинмасин, $c = 0$, $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$ деб ҳисоблансин.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } (m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2 l \ddot{\varphi} \cos \varphi - m_2 l \varphi^2 \sin \varphi &= -cx, \\ \ddot{x} \cos \varphi + \ddot{\varphi} &= -g \sin \varphi; T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}. \end{aligned}$$

48.37. Қўзғалмас A призманыннг горизонтта инебатан α бурчак егинда жойлашган ёнида m_2 массали B призма сирғанади. B призмага O шилиндрик шарпир ва бицирлик коэффициентни c бўлган спираль пружина воситасида l узунликдаги, m_1 массали интичка бир янисида OD стержень бириктирилган. Стержень O нуқта орқали рзем текислигига тик ўтувчи ўқ ат оғида тебранади. B призманыннг ва OD стерженаныннг ҳолати s ва φ координагалар орқати аниқланган. Ўйқаланыннг кучлазаныннг ҳисобга олмаи, B призма ва OD стержендан тиникал тенган моддий системаныннг ҳарикат дифференциал тенгламатари тузилсин. Агар $m_2 g l \cos^2 \alpha < 2c$ бўлса, OD стержень кичик тебранишларининг даври аниқлансин.

Кўрсатма. $\varphi^2 \approx \varphi$, $\cos(\varphi + \alpha) \approx \cos \alpha - \varphi \sin \alpha$ деб ҳисоблансин, экинчи φ^2 ва $\varphi \cdot \ddot{\varphi}$ кўпайтувчилари бўлган ҳаллар ҳисобга олинмасин.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } (m_1 + m_2)\ddot{s} + \frac{1}{2} m_1 l \varphi^2 \sin(\varphi + \alpha) - \frac{1}{2} m_1 l \varphi \cos(\varphi + \alpha) &= \\ = (m_1 + m_2)g \sin \alpha, \frac{1}{2} m_1 l \ddot{\varphi} - \frac{1}{2} m_1 l s \cos(\varphi + \alpha) &= \frac{1}{2} m_1 g l \sin \varphi - c\varphi, \end{aligned}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{g \sin \alpha} \left(1 + \frac{m_1 l \sin^2 \alpha}{c(m_1 + m_2)(2g - m_1 l \sin \alpha)} \right)}$$

48.38. Олдинги 48.37-масала m_3 массали A призма силлиқ горизонтал текисликда ҳаракатланади деб счиленди, унинг ҳолати эса x координата билан аниқланади.

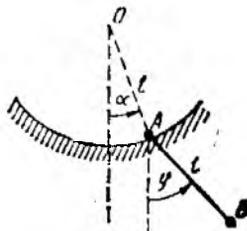
Жавоб. $(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x} + (m_1 + m_2)\ddot{s} \cos \alpha + m_1 \frac{l}{2}\dot{\varphi}^2 \sin \varphi - m_1 \times$
 $\times \frac{l}{2}\ddot{\varphi} \cos \varphi = 0, (m_1 + m_2)\ddot{x} \cos \alpha + (m_1 + m_2)\ddot{s} + m_1 \frac{l}{2}\dot{\varphi}^2 \sin(\varphi + \alpha) -$
 $- m_1 \frac{l}{2}\ddot{\varphi} \cos(\varphi + \alpha) = (m_1 + m_2)g \sin \alpha, \frac{1}{3}m_1 l^2 \ddot{\varphi} - \frac{1}{2}m_1 l \ddot{x} \cos \varphi -$
 $- \frac{1}{2}m_1 l \ddot{s} \cos(\varphi + \alpha) = \frac{1}{2}m_1 g' \sin \varphi - c \varphi.$

48.39. Массаси m_1 бўлган A моддий нуқта вертикал текисликда қўзғалмас l радиусли цилиндрнинг силлиқ ички сиртида ҳаракатланади. m_2 массали, l узунликдаги AB стержень B нуктасида A нуктага бириктирилган B моддий нуқта расм текислигига тик A ўқ атрофида тебрана олади. A ва B нукталарнинг ҳолатлари вертикалга нисбатан ҳисобланган α ва φ бурчаклар ёрдамида аниқланади. Система ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилсин. Система кичик тебраниларининг дифференциал тенгламалари ёзилсин. AB стержень массаси ҳисобга олинмасин.

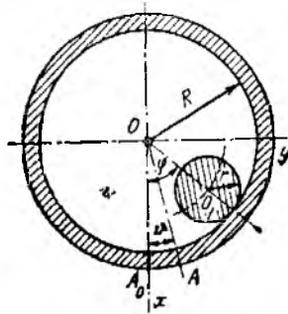
Кўрсатма. $\dot{\varphi}^2$ ва $\dot{\alpha}^2$ кўпайтувчилари бўлган ҳадлар ҳисобга олинмасин, шунингдек, $\sin(\varphi - \alpha) \approx \varphi - \alpha$, $\cos(\varphi - \alpha) \approx 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$, $\sin \varphi \approx \varphi$ деб ҳисоблансин.

Жавоб. $(m_1 + m_2)l\ddot{\alpha} + m_2 l \ddot{\varphi} \cos(\varphi - \alpha) - m_2 l \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi - \alpha) = -$
 $- (m_1 + m_2)g \sin \alpha, l\ddot{\varphi} + l\ddot{\alpha} \cos(\varphi - \alpha) + l\dot{\alpha}^2 \sin(\varphi - \alpha) = g \sin \varphi;$
 $(m_1 + m_2)l\ddot{\alpha} + m_2 l \ddot{\varphi} = - (m_1 + m_2)g \alpha, l\ddot{\varphi} + l\ddot{\alpha} = -g \varphi.$

48.40. Массаси m ва радиуси r бўлган ғадир-будур цилиндр M массали ва R радиусли ичи бўш цилиндрнинг ички сирти бўйлаб сирганмай гилдирайди. ичи бўш цилиндр ўзининг горизонтал жойлашган O ўқи атрофида айлана олади. Цилиндрларнинг ўз ўқларига



48.39- масалага



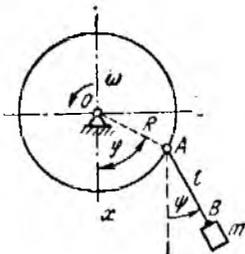
48.40- масалага

нисбатан инерция моментлари MR^2 ва $\frac{1}{2}mr^2$ га тенг. Система ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилсин ва уларнинг биринчи интеграллари топилсин.

$$\text{Жавоб: } MR^2 \dot{\theta} - \frac{1}{2} mR \left[(R-r) \dot{\varphi} R \dot{\theta} \right] = C_1, \frac{1}{2} MR^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{4} m \left[(R-r) \dot{\varphi} - R \dot{\theta} \right]^2 + \frac{m}{2} (R-r)^2 \dot{\varphi}^2 - mg(R-r) \cos \varphi = C_2,$$

бу ерда φ — цилиндрлар ўқларини туташтирувчи кесмаининг айланиш бурчаги, θ — ташқи цилиндрнинг айланиш бурчаги ва C_1 ҳамда C_2 — интеграллаш ўзгармаслари.

48.41. Массаси M бўлган R радиусли бир жинсли диск ўзининг горизонтал O ўқи атрофида айлана олади. Диска узунлиги l бўлган AB ипда m массали моддий нуқта осилган. Система ҳаракатининг тенгламалари тузилсин.



48.41- масалага



48.44- масалага

$$\text{Жавоб: } \left(m + \frac{\Delta I}{2} \right) R^2 \ddot{\varphi} + mRl \cos(\varphi - \psi) \ddot{\psi} + mRl \sin(\varphi - \psi) \dot{\psi}^2 + mgR \sin \varphi = 0,$$

$$R \cos(\varphi - \psi) \ddot{\varphi} + l \ddot{\psi} - R \sin(\varphi - \psi) \dot{\varphi}^2 + g \sin \psi = 0,$$

бу ерда φ — дискнинг айланиш бурчаги, ψ — ипнинг вертикалдан оғиш бурчаги.

48.42. Олдинги масалада тасвирланган системадаги диск ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламаси тузилсин.

$$\text{Жавоб: } \ddot{\psi} - \omega^2 \frac{R}{l} \sin(\omega t - \psi) + \frac{g}{l} \sin \psi = 0.$$

48.43. Эластик ипга осилган m массали математик маятник ҳаракатининг тенгламалари тузилсин; мувозинат вазиятида ипнинг узунлиги l , унинг биқирлиги c га тенг. Кичик тебранишлар ҳоли учун маятникнинг ҳаракати топилсин. Умумлашган координаталар сифатида маятникнинг вертикалдан оғиш бурчаги φ ва ипнинг z шисбий узайиши олинсин.

$$\text{Жавоб: } (1+z) \ddot{\varphi} + 2z \dot{\varphi} + \frac{R}{l} \sin \varphi = 0,$$

$$\ddot{z} - (1+z) \dot{\varphi}^2 + \frac{c}{m} z + \frac{R}{l} (1 - \cos \varphi) = 0;$$

$$z = A \sin \left(\sqrt{\frac{c}{m}} t + \alpha \right), \quad \varphi = B \sin \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t + \beta \right),$$

бу A , α , B , β — ихтиёрый ўзгармаслар.

48.44. Илгичка чўзилмайдиган ипнинг бир учи R радиусли бир жинсли доиравий цилиндр атрофида ўралган, иккинчи учи қўзғалмас O нуқтага маҳкамланган. Цилиндр ипни чувалаб настига тушади ва бир вақтда ип осилган нуқтадан ўтувчи горизонтал ўқ атрофида тебранади. Ипнинг массасини ва цилиндр ўлчамларини ҳисобга олмай, цилиндр ҳаракатининг дифференциал тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\ddot{\rho} - R\ddot{\varphi} - \frac{2}{3}\rho\dot{\varphi}^2 = \frac{2}{3}g\cos\varphi$, $\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\varphi}) - R\rho\dot{\varphi}^2 = -g\rho \times \sin\varphi$, бу ерда ρ — ипнинг цилиндрдан чувалган қисми узунлиги, φ — ип билан вертикал орасидаги бурчак.

48.45. Олдинги масала ечими натижаларидан фойдаланиб ҳаракат мувозанат ҳолатидан бошланган ва $t=0$ пайтда $\rho = \rho_0$, $\varphi = \varphi_0 \neq 0$ бўлса, цилиндр кичик тебранишлари дифференциал тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\frac{d}{dt}[F^2(t)\dot{\varphi}] + gF(t)\varphi = 0$, бу ерда $F(t) = \frac{2t^2}{3} + \rho_0 - R\varphi_0$.

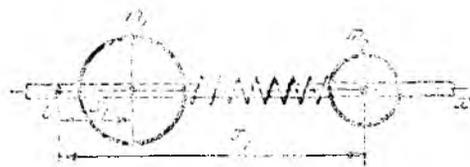
48.46. Силлиқ горизонтал стерженга (Ox ўқ) ўтказилган иккита m_1 ва m_2 массадан иборат бўлган системанинг ҳаракати аниқлансин: массалар бириклиги c бўлган пружина билан бошланган ва стержень бўйлаб илгариллама ҳаракат қила олади; пружина зўриқмаганда массалар марказлари орасидаги масофа l га тенг; системанинг $t=0$ бўлгандаги бошланғич ҳолати массалар марказлари координаталарининг ва тезликларининг қуйидаги қийматлари билан аниқланади: $x_1 = 0$, $\dot{x}_1 = u_0$, $x_2 = l$, $\dot{x}_2 = 0$.

$$\text{Жавоб: } x_1 = \frac{1}{m_1 + m_2} \left\{ m_1 u_0 t + \frac{m_2 u_0}{R} \sin kt \right\},$$

$$x_2 - l = \frac{1}{m_1 + m_2} \left\{ m_1 u_0 t - \frac{m_2 u_0}{k} \sin kt \right\},$$

$$k = \sqrt{c \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}.$$

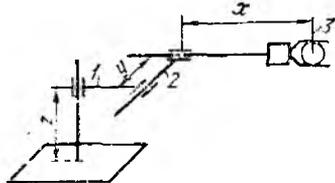
48.47. Хар қайбеланинг радиуси a бўлган иккита бир-бирига тенг рақаддан иборат система горизонтал тик кесилма бўйлаб шилдирилади; ғилдиқлар ўзарига тик бўлган ҳолатдаги ушбу системанинг Ox ўқ атрофида бир-бирини мустақил равишда айланга олиши билан бир қатар



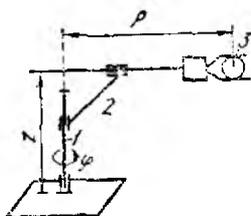
48.46-масала



48.47-масала



48.48- масалага



48.49- масалага

буралишга ишлайдиган, бикоринли c бўлган иржунчи билан боғланган (эластик торсиён). Ҳар қайси вилдиракнинг массаси M га тенг. Гилдиракнинг айланиш ўқиغا нисбатан инерция моменти C га, вилдиракнинг $\frac{1}{2}$ диаметрига нисбатан инерция моменти A га тенг. Системанинг ҳаракат тенгламалари тузилиши ва $\varphi_1 = 0$, $\dot{\varphi}_1 = 0$, $\varphi_2 = 0$, $\dot{\varphi}_2 = \omega$ (φ_1 , φ_2 — вилдиракларнинг айланиш бурчаклари) бошланғич шартларни қансатлангирадиган ҳаракат аниқлансин. Ўқининг массаси ҳисобга олинмасин.

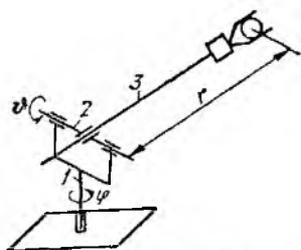
Жавоб: $\varphi_1 = \frac{1}{2} \left(\omega t - \frac{c}{k} \sin kt \right)$, $\varphi_2 = \frac{1}{2} \left(\omega t + \frac{c}{k} \sin kt \right)$.

$$k = \sqrt{\frac{2c}{M\omega^2 + C + 4A\left(\frac{a}{l}\right)^2}}$$

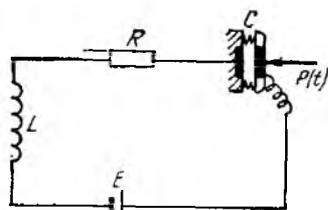
48.48. Робот-манипулятор механизми вертикал силжнш колонпаси, 1-ва 2-звенолардан тузилган горизонтал силжнш қурилмаси ва горизонтал суриладиган 3-тутқич қўлдан ташкил топган. Механизм звеноларининг массалари m_1 , m_2 ва m_3 га тенг. Илгарилема ҳаракатланувчи жуфтларга қўйилган приводлар вужудга келтирадиган ҳаракатлантурувчи кучлар мос равишда F_{01} , F_{12} ва F_{23} га тенг. Механизм ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилиши. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $m_3 \ddot{x} = F_{23}$, $(m_2 + m_3) \ddot{y} = F_{12}$, $(m_1 + m_2 + m_3) \ddot{z} = F_{01} - (m_1 + m_2 + m_3) g$.

48.49. Робот-манипулятор механизми 1-айланувчи колонни, 2-вертикал силжнш қурилмаси ва суриладиган 3-тутқичли қўлдан иборат. 1-звенонинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_1 ; 2-звенонинг массаси m_2 , айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_2 ; ҳаракатланувчи 3-қўлнинг тутири билан массаси m_3 , массалар марказидан айланиш ўқиға нисбатан масофа ρ , марказни ўққа нисбатан инерция моменти I_3 . Айланш ўқиға M момент қўйилган; илгарилема ҳаракатланувчи қўл икки юзидан приводлар ҳосил қиладиган ҳаракатлантурувчи кучлар мос равишда F_{12} ва F_{23} га тенг. Механизм ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилиши. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.



48.50- масаллага



48.52- масаллага

Жавоб: $\frac{d}{dt} [(I_1 + I_2 + I_3 + m_3 \rho^2) \dot{\varphi}] = M,$

$$(m_2 + m_3) \ddot{z} = F_{12} - (m_2 + m_3) g, \quad m_3 (\ddot{\rho} - \rho \dot{\varphi}^2) = F_{23}.$$

48.50. Робот-манипуляторнинг қўлини олиб юрадиган 1-вертикал колошга φ бурчакка айланиши мумкин. Қўл, тутқини билан θ бурчакка айланади ва r масофага сурилади. Вертикал колониянинг айланиш ўқиغا нисбатан инерция моменти I_1 га тенг; 2-ва 3-звенолар массалари m_2 ва m_3 бўлган l_2 ва l_3 узунликдаги ингичка бир жиқли стерженлар деб ҳисоблансин; кўчириладиган юқнинг массаси m . Вертикал айланиш ўқида M_φ момент, иккинчи звено айланиш ўқида M_θ момент қўйилган, приводнинг илгариланган ҳаракатланувчи қўш звеносида ҳисоб қиладиган ҳаракатлангирувчи куч F_{23} га тенг. Механизм ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилсин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\frac{d}{dt} \left[\left(I_1 + \frac{1}{12} m_2 l_2^2 + I(r) \sin^2 \theta \right) \dot{\varphi} \right] = M_\varphi,$

$$\frac{d}{dt} (I(r) \dot{\theta}) - I(r) \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta = M_\theta + [m_3 (r - \frac{l_3}{2} + mr) g \sin \theta,$$

$$(m_3 + m) \ddot{r} - [m_3 (r - \frac{l_3}{2}) + mr] (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) = F_{23} - (m_3 +$$

$$+ m) g \cos \theta, \text{ бу ерда } I(r) = m_3 \left(r^2 - r l_3 + \frac{l_3^2}{3} \right) + mr^2.$$

48.51. Гилдирак горизонтал текислик бўйлаб сирганмай думалайди. Гилдиракнинг радиуси a га, массаси M га тенг; гилдиракнинг гилдирак марказидан унинг текислигига тик ўтган ўққа нисбатан инерция моменти C га, гилдиракнинг ўз диаметрига нисбатан инерция моменти эса A га тенг. Гилдирак ҳаракатининг тенгламалари тузилсин.

Қўрсатма. Беголоном системалар учун қўлайлигини Лагранж тенгламаларидан фойдаланишсин.

Жавоб: $\frac{d}{dt} (A \dot{\psi} \sin^2 \theta) - C (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta) \dot{\theta} \sin \theta = 0, \quad (C +$

$$+ ma^2) \frac{d}{dt} (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta) - ma^2 \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \theta = 0, \quad (A + ma^2) \ddot{\theta} -$$

$$- A \dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta + (C + ma^2) (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta) \dot{\psi} \sin \theta = -mga \cos \theta,$$

бу ерда φ — гилдиракнинг ўз текислигига тик ўқ атрофида айланмиш бурчаги; θ — гилдирак текислигининг горизонтга оғиш бурчаги; ψ — гилдиракнинг уриниш нуқтаси ва гилдирак диаметри орқали ўтган вертикал текислик азимутини.

48.52. Конденсаторли микрофон L ўзиндукцияли кетма-кет уланган ғалтакдан, R қаршилик резистори ва конденсатордан иборат бўлиб, конденсатор пластинкалари умумий бикирлиги c бўлган иккита пружина билан боғланган. Занжир E электр юритувчи кучи доимий бўлган элементга уланган, конденсатор пластинкасига эса ўзгарувчи $P(t)$ куч таъсир қилади. Системанинг мувозионат ҳолатида конденсаторнинг сирғими — C_0 , бу вазиятда пластинкалар орасидаги масофа — a , конденсатор қўзғалувчи пластинкасининг массаси — m . Электрик ва механик умумлашган координаталар киритилсин ва системанинг ҳаракат тенгламалари Лагранж тенгламалари шаклида тузилсин.

Кўрсатмалар. 1. Конденсаторнинг потенциал энергияси $V = \frac{q^2}{2C}$ га тенг (C — конденсатор сирғими, q — унинг пластинкаларидаги заряд); электрокинетик энергия $T = \frac{1}{2} Li^2$ формула бўйича ҳисобланади. (L — ўзиндукция коэффициентини, $i = \frac{dq}{dt}$ занжирдаги ток кучи).

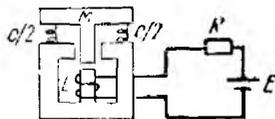
2. Умумлашган координаталар учун конденсатор зарядининг ўзгариши ва пружиналарнинг мувозанат вазиятидан силжини қабул қилинсин. U вақтда тўлиқ заряд $q_0 + q$, тўла силжини эса $x_0 + x$ бўлади, бу ерда q_0 конденсатор заряди, x_0 эса пружиналарнинг нейтрал вазиятдан системанинг мувозанат вазияти томонига силжини.

$$\text{Жавоб: } m\ddot{x} + cx - \frac{F}{a} q - \frac{q^2}{2C_0 a} = P(t), \quad L\ddot{q} + R\dot{q} - \frac{E}{a} x + \frac{q}{C_0} - \frac{qx}{a C_0} = 0.$$

48.53. Олдинги масалада тавсифланган конденсаторли микрофоннинг кичик эркин тебранишлари частоталари аниқлансин. Резистор қаршилиги ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } k_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{c}{m} + \frac{1}{C_0 L} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{m} - \frac{1}{C_0 L}\right)^2 + 4 \frac{E^2}{a^2 mL}}}$$

48.54. Расмда кўрсатилган система акселерометр электродинамик датчисининг принципитал схемасига мос келади. Якорь массаси M га, пружиналарининг умумий бикирлиги c га тенг. Ғалтакнинг ўзиндукцияси $L = I(x)$ магнитпроводлиги кичик ҳаво заворининг ўзгариши орқасида ўзгаради (x — якорининг пружиналар зўриқмаган пайтдаги ҳолатидан вертикал силжини). Ғалтакка берилган E электр юритувчи кучга эга бўлган элементдан иборат электр занжир уланган, занжирнинг қаршилиги R га тенг.



48.54-масалага

Система ҳаракатининг тенгламалари тузилсин ва унинг «мувозанат ҳолати» аниқлашсин.

Кўрсатма. Умумлашган координаталар учун якорнинг силжиши x ва занжирдаги i токка тўғри келадиган заряд q қабул қилинсин ($i = \frac{dq}{dt}$).

Жавоб: Ҳаракат тенгламалари:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + q\dot{x} \frac{\partial L}{\partial x} = E; M\ddot{x} - \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial x} \dot{q}^2 + cx = Mg.$$

«мувозанат ҳолати» да $x = x_0$ ва $i = \dot{q} = i_0$,
бу ерда

$$i_0 = \frac{E}{R}; cx_0 = Mg + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)_0 i_0^2.$$

48.55. Олдинги масалада тавсифланган электромагнит датчикнинг мувозанат ҳолати атрофидаги кичик ҳаракатларининг тенгламалари тузилсин.

Кўрсатма. Заряднинг ўзгариши e ва якорнинг мувозанат ҳолатидан бошлаб вертикал силжиши ξ умумлашган координаталар деб қабул қилинсин. $L(x)$ функция $L = L(x_0 + \xi) = L_0 + L_1 \xi + \dots$ қаторга ёйилсин ва бу қаторда биринчи яқини ҳад билан чегаралансин.

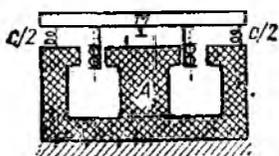
$$\text{Жавоб: } L_0 \ddot{e} + Re + L_1 \dot{e} \dot{\xi} = 0, M \ddot{\xi} + c \xi - L_1 i_0 \dot{e} = 0.$$

48.56. 48.54- масалада тавсифланган датчикнинг асоси $\xi = \xi_0 \sin \omega t$ қонуни билан вертикал тебранама ҳаракатлар қилади. Якорь ҳаракатининг қонуни ва датчик электр занжирдаги ток аниқлашсин.

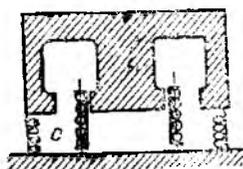
$$\text{Жавоб: } t = \frac{M \xi_0 \omega^3}{\Delta} L_1 i_0 \{ R(c - M \omega^2) \cos \omega t + [L_1^2 i_0^2 \omega + L_0 \omega(c - M \omega^2)] \sin \omega t \}, x = \frac{M \xi_0 \omega^3}{\Delta} \{ - [L_1^2 i_0^2 L_0 \omega^2 + (R^2 + L_0^2 \omega^2)(c - M \omega^2)] \sin \omega t + \omega L_1^2 i_0^2 R \cos \omega t \}, \text{ бунда } \Delta = R^2(c - M \omega^2)^2 + \omega^2 [L_1^2 i_0^2 + L_0(c - M \omega^2)]^2.$$

48.57. Электромеханик ҳаракатланувчи система радиал майдон ҳосил қилувчи A концентрик қутблари бўлган цилиндр шаклидаги доимий магнитдан ва бикарлиги c бўлган пружинага таянган M массали якордан иборат. Якорь n ўрамдан иборат бўлган симли галтакка ва қаршилиги якорь тезлигига пропорционал (қаршилик коэффициент β) бўлган механик демпферга қўшилган; галтак ўрамларининг ўртача радиуси r ; унинг ўзиндукцияси L , қаршилиги R , магнит заҳоридаги магнит индукцияси — B . Галтакнинг клеммаларига $V(t)$ ўзгарувчан кулланиш қўйилган. Система ҳаракатининг тенгламалари тузилсин.

Кўрсатма. Галтак билан магнитнинг ўзаро таъсирини ифодаловчи умумлашган кучлар $Q_q = -2\pi r n Bx$, $Q_x = 2\pi r n Bq$ га тенг (Q_q — электр занжирда



48.57- масалага



48.58- масалага

индукцияланувчи электр юритувчи куч, Q_x — магнит билан ғалтакнинг ўзаро таъсир кучи).

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } L\ddot{q} + R\dot{q} + 2\pi r n B x &= V(t), \quad M\ddot{x} + \beta x + cx - \\ &- 2\pi r n B q = 0. \end{aligned}$$

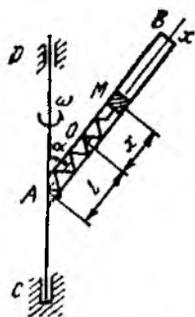
48.58. Индукцион ўзгартгичли сейсмометр асосига n та ўрамдан иборат бўлган r радиусли ғалтак маҳкамланган. Ғалтак қайд қилувчи электр система билан қўшилган; бу система схемаси ўзиндуклини L ва қаршилиги R бўлган занжирга тўғри келади. Заворд B магнит индукцияси орқали характерланадиган радиал магнит майдонини пайдо қилувчи магнит ўзаги асосга умумий бикирлиги c бўлган пружиналар ёрдамида таъинди. Ўзакка демпфер таъсирини ҳисоб бўладиган ва ўзакнинг тезлигига пропорционал βx қаршилик кучи ҳам таъсир қилади. Сейсмометр асоси $\xi = \xi_0 \sin \omega t$ қозғалниши билан кичик вертикал тебранима ҳаракат қилганда, ўзакнинг силандини ва занжирдаги токни аниқловчи тенгламалар тузилади.

Кўрсатма. Ғалтак билан магнит орасидagi ўзаро таъсирни ифодаловчи кучлар $Q_q = -2\pi r n B x$ ва $Q_x = 2\pi r n B q$ формулалар билан берилади.

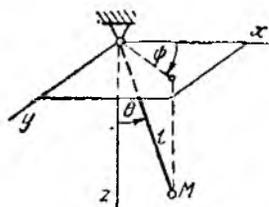
$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } M\ddot{x} + \beta x + cx - 2\pi r n B q &= M \xi_0 \omega^2 \sin \omega t, \quad L\ddot{q} + R\dot{q} + \\ &+ 2\pi r n B x = 0. \end{aligned}$$

49-§. Ҳаракат интеграллари, Раусс алмаштиришлари, Гамильтоннинг каноник тенгламалари, Якоби-Гамильтон тенгламалари, Гамильтон-Остроградский принципи

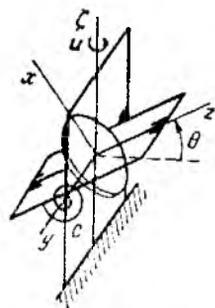
49.1. AB трубка CD вертикал ўқ атрофида y билан z бурчак ҳо-сил қилиб, ω ўзгармас бурчак теълик билан айланади. Трубка нима бир учи A нуқтага маҳкамланган, c бикирликдаги пружина бўлиб, унинг иккинчи учига трубка нима шқаланмасдан сирланадиган m массали M жисм бириктирилган. Пружинанинг деформацияланмаган ҳолатидаги узунлиги $AO = l$ га тенг. M жисмдан O нуқтагача бўлган x масофани умумлашган координата сифатида қабул қилиб, M жисмнинг T кинетик энергияси ва умумлашган энергия интегрални аниқлансин.



49.1- масалага



49.2- масалага



49.3- масалага

Жавоб: $T = \frac{1}{2} m [\dot{x}^2 + (l + x)^2 \omega^2 \sin^2 \alpha]$, $m\dot{x}^2 - m(l + x)^2 \omega^2 \sin^2 \alpha + cx^2 + 2mg \cos \alpha \cdot x = h$,

бунда h — интеграллаш доимийси.

49.2. Ҳолати θ ва ψ бурчаклар билан аниқланадиган l узунликдаги сферик маятник ҳаракатининг биринчи интеграллари топилади.

Жавоб: 1) ψ — циклик координата мос келувчи интеграл ҳаракат миқдорининг (z ўққа нисбатан моментларининг интеграл): $\psi \sin^2 \theta = n$;
2) Энергия интеграл: $\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta - 2 \frac{R}{l} \cos \theta = h$, бу ерда n ва h — интеграллаш ўзгармаслари.

49.3. Гироскопик тахометр u ўзгармас бурчак тезлик билан ξ ўқ атрофида айланувчи платформа устига ўрнатилган. Спираль дужинанинг бикирлик коэффициенти c га тенг, гироскопнинг x , y , z — бош марказий ўқларга нисбатан инерция моментлари, мос равишда A , B ва C га тенг, бунда $B = A$. Гироскопнинг z соф айланиш ўқидаги ишқаланиш кучлари гироскопни айлантирувчи электромотор статори ҳосил қиладиган момент билан мувозанатлашади. Ҳаракатнинг биринчи интеграллари аниқлансин; прецессия ўқи y даги ишқаланиш кучлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 1) φ — циклик координатага мос келувчи интеграл ҳаракат миқдорининг z ўққа нисбатан моментларининг интеграл:

$$\dot{\varphi} + u \sin \theta = n;$$

2) Энергия умумлашган интеграл:

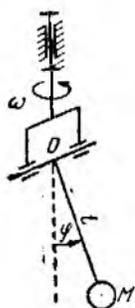
$$\frac{1}{2} [(C\dot{\varphi}^2 + A\dot{\theta}^2) - (Cu^2 \sin^2 \theta + Au^2 \cos^2 \theta)] + \frac{1}{2} c \theta^2 = h,$$

бунда n ва h — интеграллаш доимийлари.

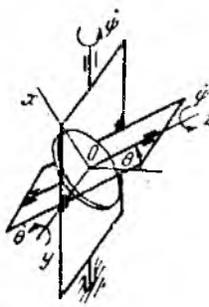
49.4. M моддий нуқта l узунликдаги OM сержень ёрдамида ясин O шарнирга бириктирилган бўлиб, унинг горизонтал ўқи вертикал атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Маятник куйи

вертикал ҳолатининг устуворлик шarti, уни шу ҳолатдан чиқари-
гандаги кичик тебранишларининг даври ва энергия умумлашган ин-
теграл аниқлансин. Стержень массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 1) $\omega^2 < \frac{g}{l}$; 2) $T = \frac{2\pi}{\sqrt{(g/l) - \omega^2}}$; 3) $\dot{\varphi}^2 - \omega^2 \sin^2 \varphi -$
 $- 2 \frac{g}{l} \cos \varphi = h.$



49.4- масалага



49.5- масалага

бунда h — интеграл ўзгармаси.

49.5. Осма қарданга мувозанат-
лашган гироскоп инерцияси бўйича
ҳаракатланади. Ташқи рамканинг ξ
қўзғалмас айланиш ўқиға нисбатан
инерция моменти I_{ξ} га тенг, ички
рамканинг x, y, z бош марказий
ўқларға нисбатан инерция момент-
лари I'_x, I'_y, I'_z га тенг, гироскоп-
нинг тегишли инерция моментлари
эса I_x, I_y ва I_z ($I_x = I_y$) бўлса,
системанинг кинетик энергияси ҳам-
да ҳаракат тенгламаларининг би-
ринчи интеграллари аниқлансин.

Жавоб: 1) $T = \frac{1}{2} [(I_{\xi} + I'_z + (I'_x + I_x - I'_y) \cos^2 \theta) \dot{\varphi}^2 + (I_y + I'_y) \dot{\theta}^2 +$
 $+ I_z (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \theta)^2];$

2) φ циклик координатаға мос келувчи интеграл, (гироскоп ҳа-
ракат миқдорининг z ўққа нисбатан моментларининг интеграл):
 $\dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \theta = n;$

3) ψ циклик координатаға мос келувчи интеграл (бутун система
ҳаракат миқдорининг ξ ўққа нисбатан моментларининг интеграл):

$$[I_{\xi} + I'_z + (I'_x + I_x - I'_y) \cos^2 \theta] \dot{\psi} + I_z n \sin \theta = n_1;$$

4) энергия интеграл:

$$[I_{\xi} + I'_z + (I'_x + I_x - I'_y) \cos^2 \theta] \dot{\varphi} + (I_y + I'_y) \dot{\theta}^2 = h,$$

бу ерда n, n_1 ва h — интеграллаш доимийлари.

49.6. Гироскоп осма қарданға ўрилатилган. Осма рамкаларининг ξ
ва y айланиш ўқлари атрофида ташқи кучларининг M_{ξ} ва M_y момент-
лари таъсир қилади. φ циклик координатани эътиборга олмай 1) φ
ва θ координаталар учун ҳаракат дифференциал тенгламалар, 2) ги-
роскопик ҳақлар топилсин (49.5- масалаға берилган расмға қараи).

Жавоб: 1) $[I_{\xi} + I'_z + (I'_x + I_x - I'_y) \cos^2 \theta] \ddot{\varphi} - 2 (I'_x + I_x -$

$$\begin{aligned}
 -I_2 \cos \theta \sin \theta \ddot{\psi} + I_2 n \cos \theta \ddot{\theta} &= M_z, (I_y + I_y') \ddot{\theta} + (I_x' + I_x - \\
 -I_2) \cos \theta \sin \theta \dot{\psi}^2 - I_2 n \cos \theta \dot{\psi} &= M_y; \\
 2) I_2 n \cos \theta \dot{\theta}, -I_2 n \cos \theta \dot{\psi}.
 \end{aligned}$$

49.7. Ҳолати вертикалга нисбатан φ бурчакка оғиши билан аниқланадиган m массали, l узунликдаги математик маятник учун Гамильтон функцияси ва каноник ҳаракат тенгламалари тузилсин. Тузилган тенгламалар математик маятникнинг одатдаги ҳаракат дифференциал тенгламаларига эквивалент эканлиги текшириلسин.

Жавоб: 1) $H = \frac{1}{2} \frac{p^2}{ml^2} - mgl \cos \varphi$; 2) $\dot{\varphi} = \frac{p}{ml^2}$, $\dot{p} = -mgl \sin \varphi$.

49.8. m массали моддий нуқта l узунликдаги стержень ёрдамида, горизонтал ўқи вертикал атрафида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланаётган ясси шарнирга осиб қўйилган (49.4-масалага берилган расмга қаранг). Гамильтон функцияси ва ҳаракатнинг каноник тенгламалари тузилсин. Стержень массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 1) $H = \frac{1}{2} \frac{p^2}{ml^2} - \frac{ml^2}{2} \omega^2 \sin^2 \varphi - mgl \cos \varphi$;

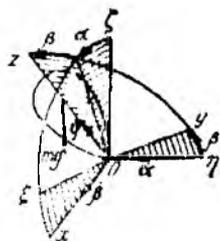
2) $\dot{\varphi} = \frac{p}{ml^2}$, $\dot{p} = ml^2 \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi - mgl \sin \varphi$.

49.9. Оғирлик кучи таъсирида қўзғалмас O нуқтага нисбатан айланаётган пирилдоқ симметрия ўқининг вертикал ҳолати α ва β бурчаклар билан аниқланади. φ (соғ айланин бурчаги) циклик координатани чиқариб ташлаб, α ва β бурчаклар учун Раусс ва Гамильтон функциялари тузилсин. Пирилдоқ массаси m га, унинг массалар марказидан O нуқтагача бўлган масофа l га, z симметрия ўқига нисбатан инерция моменти C га, x ва y ўқларга нисбатан эса A га тенг,

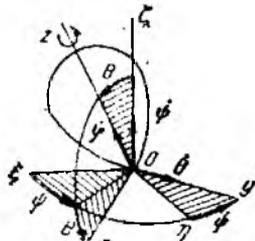
Жавоб: $R = \frac{1}{2} A (\cos^2 \beta \dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) - Cn \sin \beta \dot{\alpha} + mgl \cos \alpha \cos \beta$,

$$H = \frac{1}{2A} \left[\frac{(P_\alpha + Cn \sin \beta)^2}{\cos^2 \beta} + P_\beta^2 \right] + mgl \cos \alpha \cos \beta,$$

бунда $n = \dot{\varphi} - \sin \beta \dot{\alpha} = \text{const.}$ *).



49.9-масалага



49.11-масалага

* Бу ерда ва бундан кейин P_α , P_β ва шу каби символлар умумлашган импульсларни билдиради.

49.10. Олдинги масалани ешишда олинган натижалардан фойдаланиб, Гамильтон каноник ўзгарувчилари учун пирилдоқнинг юқори вертикал ҳолати атрофидаги кичик тебранишлари дифференциал тенгламалари тузилсин.

$$\text{Жавоб: } \dot{\alpha} = \frac{1}{A}(P_{\alpha} + Cn\beta), \quad \dot{P}_{\alpha} = mgl\alpha, \\ \dot{\beta} = \frac{1}{A}P_{\beta}, \quad \dot{P}_{\beta} = -\frac{Cn}{A}(P_{\alpha} + Cn\beta) + mgl\beta.$$

49.11. Оғирлик кучи таъсирида қўзғалмас O нуқтага нисбатан ҳаракатланувчи пирилдоқ z симметрия ўқининг ҳолати Эйлер бурчаклари ψ — прецессия ва θ — нутация бурчаклари билан аниқланади. m — пирилдоқ массаси, l — унинг массалар марказидан O нуқтагача бўлган масофа, C эса z ўққа нисбатан инерция моменти, A — экваториал текисликда ётувчи O нуқта орқали ўтайдиган ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти бўлса, ψ , θ ва φ (соғр айланмиш бурчаги) бурчаклар ва тегишли импульслар учун Гамильтон функцияси тузилсин.

$$\text{Жавоб: } H = \frac{1}{2A} \left[\frac{(P_{\psi} - P_{\varphi} \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta} + P_{\theta}^2 \right] + \frac{1}{2C} P_{\varphi}^2 + mgl \cos \theta.$$

49.12. Олдинги масаланинг шартларига асосан пирилдоқ ҳаракатининг каноник тенгламалари тузилсин.

$$\text{Жавоб: } \dot{\psi} = \frac{P_{\psi} - P_{\varphi} \cos \theta}{A \sin^2 \theta}, \quad \dot{P}_{\psi} = 0, \quad \dot{\theta} = \frac{P_{\theta}}{A}, \quad \dot{P}_{\theta} = - \\ - \frac{(P_{\varphi} \cos \theta - P_{\psi})(P_{\varphi} \cos \theta - P_{\psi})}{A \sin^2 \theta} - mgl \sin \theta, \quad \dot{\varphi} = - \frac{P_{\psi} - P_{\varphi} \cos \theta}{A \sin \theta} + \\ + \frac{P_{\varphi}}{C}, \quad \dot{P}_{\varphi} = 0.$$

49.13. Бирлик массага эга бўлган эркин моддий нуқта оғирлик кучи таъсирида xy вертикал текисликда ҳаракатланади. Якоби-Гамильтоннинг хусусий ҳосилалари дифференциал тенгламалари тузилсин ва унинг тўлиқ интегралли топилсин (y ўқ вертикал юқорига йўналган).

$$\text{Жавоб: } \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + gy = 0, \quad V = b_1 t + b_2 x \pm \\ \pm \frac{1}{3g} \sqrt{(-2gy - 2b_1 - b_2^2)^3} + C,$$

бу ерда b_1 , b_2 ва C — ихтиёрий ўзгармаслар. Қўтарилишда «+» ишора ва тушишда «-» ишора олинади.

49.14. Олдинги масалада олинган ечим натижаларидан ва Якоби-Гамильтон тенгламаси тўлиқ интегралнинг хоссаларидан фойдаланиб, нуқта ҳаракати тенгламаларининг биринчи интеграллари топилсин.

$$\text{Жавоб: } \frac{\partial V}{\partial b_1} = t + \frac{1}{g} \sqrt{-2gy - 2b_1 - b_2^2} = u_1,$$

$$\frac{\partial V}{\partial b_1} = x \left(1 + \frac{b_2}{g} \right) \sqrt{-2gy - 2b_1 - b_2^2} = a_2,$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = b_2 = \dot{x}, \quad \frac{\partial V}{\partial y} = \sqrt{-2gy - 2b_1 - b_2^2} = \dot{y},$$

бунда a_1 , a_2 , b_1 ва b_2 — ихтиёрый ўзгармаслар.

49.15. Массаси M бўлган физик маятник қўзғалмас горизонтал ўқ атрофида айланади. Маятникнинг бу ўққа нисбатан инерция моменти I га тенг, маятник массалар марказидан ўққача бўлган масофа l га тенг. Якоби-Гамильтон дифференциал тенгламаси тузилсин, унинг тўлиқ интегралли ва маятник ҳаракатининг биричи интеграллари топилсин (потенциал энергиянинг ноль сатҳи қилиб маятник ўқи сатҳи олинсин).

Жавоб: 1) $\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2I} \left(\frac{\partial V}{\partial \varphi} \right)^2 - Mgl \cos \varphi = 0;$

2) $V = bt \pm \sqrt{2I} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{Mgl \cos \varphi - b} d\varphi;$

3) $t \pm \sqrt{\frac{I}{2}} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{Mgl \cos \varphi - b}} = a, \pm \sqrt{2I} \sqrt{Mgl \cos \varphi - b} = I\dot{\varphi},$

бунда a ва b — интеграллашнинг ихтиёрый ўзгармаслари.

49.16. Битта қўзғалмас O нуқтага эга бўлган пирилоқнинг ҳаракати ψ , θ ва φ Эйлер бурчаклари билан аниқланади. 49.11-масала ечими натижаларидан фойдаланиб Якоби-Гамильтоннинг хусусий ҳолати тенгламаси тузилсин ва унинг тўлиқ интегралли топилсин.

Жавоб: 1) $\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2A \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial V}{\partial \psi} - \frac{\partial V}{\partial \varphi} \cos \theta \right)^2 + \frac{1}{2A} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{2C} \left(\frac{\partial V}{\partial \varphi} \right)^2 + mgl \cos \theta = 0;$

2) $V = b_1 t + b_2 \psi + b_3 \varphi + \int \sqrt{-2Ab_1 - \frac{Ab_3^2}{C} - \frac{(b_2 - b_3 \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta} - 2Amgl \cos \theta} d\theta.$



49.17-масалага

49.17. Торнинг учлари қўзғалмас A ва B нуқталарга маҳкамланган, улар орасидаги масофа l га тенг. Торнинг ҳамма нуқталаридаги T тортилишини бир хил ҳисоблаб, торнинг кичик тебранишлари учун Гамильтон бўйича таъсир ҳисоблансин. Тебранишларни битта xy вертикал текисликда содир бўлади ва торга фақат таранглик кучи таъсир этади деб ҳисобланади, торнинг чизиқли зичлиги ρ га тенг.

Жавоб: $S = \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^l \left[\rho \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 - T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] dx dt,$

бунда: $y = y(x, t).$

49. 18. Гамильтон-Остроградский принципи ва олдинги масала ечими натижаларидан фойдаланиб, тор тебранишларининг дифференциал тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$, бунда $a^2 = \frac{T}{\rho}$;

чектави шартлар:

$$y(0, t) = y(l, t) = 0.$$



49.19-масалага

49. 19. Абсолют эластик бир жинсли ва қўзилмайдиган l узунликдаги ип бир учи билан O нуқтага осиб қўйилган. Оғирлик кучи таъсирида содир бўладиган ипнинг вертикал атрафидаги кичик тебранишлари учун Гамильтон бўйича таъсир аниқлансин. Ип узунлик бирлигининг массаси ρ га тенг.

Жавоб: $S = \frac{\rho}{2} \int_0^l \int_0^l \left[\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 - g(l-x) \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] dx dt$,

бунда $y = y(x, t)$.

49. 20. Гамильтон-Остроградский принципи ва олдинги масала ечими натижаларидан фойдаланиб, бир учи билан осиб қўйилган ипнинг кичик тебранишлари дифференциал тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = g \frac{\partial}{\partial x} \left[(l-x) \frac{\partial y}{\partial x} \right]$; чектави шартлар:

1) $y(0, t) = 0$, 2) $y(l, t)$, $\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=l}$ ва $\frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{x=l}$ чекли.

49. 21. Гамильтон-Остроградский принципидан фойдаланиб, бир учи қўзғалмас қилиб қистирилган ва иккинчи учиди m массаси бўлган илгичка стержень бўйлама тебранишларининг дифференциал тенгламаси тузилсин ва чектави шартлар ёзилсин. Стержень материалнинг zichлиги ρ , бўйлама эластиклик модули E , қўндаланг кесим юзаси F , узунлиги l берилган.

Жавоб: $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, бунда $u(x, t)$ — бўйлама ўқ йўналишидаги

силжиш $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$; чектави шартлар:

$$u \Big|_{x=0} = 0, m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = -EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l}$$

49. 22. Бир учи маҳкам қистирилган ва бошқа учиди диск бўлган стерженнинг буралма тебранишлари дифференциал тенгламаси тузилсин. Стержень материалнинг zichлиги ρ , силжиш модули G , қўндаланг кесим юзаси — r радиусли доира, стержень узунлиги l , дисkning инерция momenti J берилган.

Жавоб: $\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$, бунда $\theta(x, t)$ — қўндаланг кесим юзасининг

айланиш бурчаги, $\alpha = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$; чегаравий шартлар: $\theta|_{x=0} = 0$, $J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = -GJ_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=l}$, бунда $J_p = \frac{\pi r^4}{2}$.

49.23. Гамильтон-Остроградский принципадан фойдаланиб шарнирли таянчга эга бўлган балканинг кўндаланг тебранишлари дифференциал тенгламаси тузилсин, шунингдек, чегаравий шартлари ёзилсин. Балка материалининг zichлиги ρ , бўйлама эластиклик модули E , кўндаланг kesim юзаси F , кўндаланг kesim юзасининг инерция momenti J , балка узунлиги l берилган.

Жавоб: $\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$, бунда $v(x, t)$ — балканинг эгилиши, $c = \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}$, чегаравий шартлар: $v|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0$, $v|_{x=l} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0$.

49.24. Гамильтон-Остроградский принципадан фойдаланиб l узунликдаги консол балканинг кўндаланг тебранишига доир масаланинг чегаравий шартлари ҳосил қилинсин.

Жавоб: $v|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0$, $\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = 0$.



49.25-масалала

49.25. Гамильтон-Остроградский принципадан фойдаланиб l узунликдаги консол балка ва m массали юкдаг ташкил топган балкага ва қўзғалмас асосга c бикирликдаги пружиналар билан бириктирилган системанинг кичик тебранишлари тенгламалари тузилсин. Балка материалининг zichлиги ρ , бўйлама эластиклик модули E , кўндаланг kesim юзаси F , кўндаланг kesim юзасининг инерция momenti J .

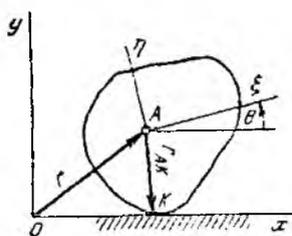
Жавоб: $\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$, бунда $c = \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}$, $v|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0$, $EJ \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = c(v|_{x=l} - u)$, $m\ddot{u} = c(v|_{x=l} - 2u)$.

50- §. Юмаловчи системалар. Бегодоном боғланишлар

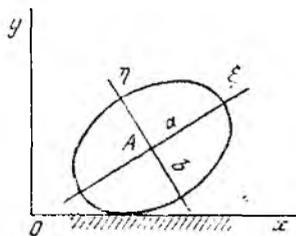
50.1. Дискнинг сирт устида берилган эгри чизик бўйлаб сирганмасдан юмалаш нирти умумлашган координаталар орасидаги чекли муносабатлар билан ифодаланиши кўрсатилсин.

Жавоб: $s = r\varphi$, бунда s — уришиш нуқтасининг эгри чизик бўйлаб ўтган йўли, r — диск радиуси, φ — диск текислигига ортогонал бўлган ўқ атрофида айланиш бурчаги ($s = 0$ бўлганда $\varphi = 0$).

50.2. Цилиндрик сиртга эга бўлган жисмининг текислик бўйлаб сирганмасдан юмалаш нирти топилинсин.



50.2- масалага



50.3- масалага

Кўрсатма. Жисм билан маҳкам боғланган координата система-сида цилиндрик сиртнинг кўндаланг кесими юзасида олинadиган эгри чизиқ—йўналтирувчининг тенгламаси берилган деб ҳисоблансин. Жисм кесимининг текисликдаги ҳолатини аниқлайдиган параметрлар сифа-тида A қўтбнинг x , y координаталари ва жисм билан бириктирилган $A\xi\eta$ с координата системасининг бурилиш бурчаги θ қабул қилинсин.

Жавоб: $\dot{x} - (\xi_K \sin \theta + \eta_K \cos \theta)\dot{\theta} = 0$, $\dot{y} + (\xi_K \cos \theta - \eta_K \sin \theta)\dot{\theta} = 0$, бунда ξ_K , η_K — уриниш нуқтасининг координаталари.

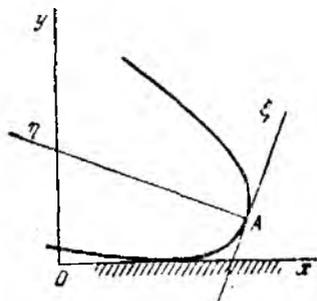
50.3. Олдинги масала цилиндрик сиртнинг йўналтирувчиси эллис бўлган ҳолда ечилсин.

Жавоб: $\dot{x} + (a^2 \cos^2 \theta - b^2 \sin^2 \theta)^{1/2} \dot{\theta} = 0$,

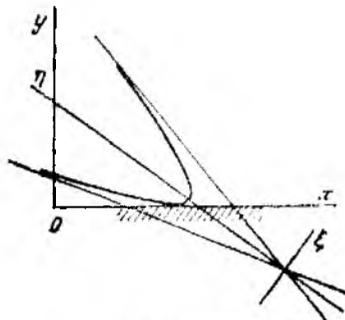
$$\dot{y} - \frac{(a^2 - b^2) \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta}{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)^{1/2}} = 0,$$

бунда x , y — эллис марказининг координаталари, a , b — эллисининг катта ва кичик ярим ўқлари. $b = a$ бўлган хусусий ҳолда доиравий цилиндрнинг текислик бўйлаб юмалаш шартлари: $x + a\theta = 0$, $y = 0$ ҳосил қилинади.

50.4. 50.2- масала цилиндрик сиртнинг йўналтирувчиси парабола бўлган ҳолда ечилсин.



50.4- масалага



50.5- масалага

Жавоб: $2x + p\theta \sin\theta \operatorname{tg}\theta = 0$, $2y - p\theta(2 + \operatorname{tg}^2\theta) \sin\theta = 0$, бунда x, y билан $\xi^2 = 2p\eta$ парабола учининг координаталари белгиланган.

50.5. 50.2- масала цилиндрик сиртининг йўналтирувчиси гипербола-нинг тармоғи бўлганда ечилсин.

Жавоб: $x - (a^2 \cos^2\theta - b^2 \sin^2\theta)^{1/2} \dot{\theta} = 0$,

$$y - \frac{(a^2 + b^2) \dot{\theta} \sin\theta \cos\theta}{(a^2 \cos^2\theta - b^2 \sin^2\theta)^{1/2}} = 0,$$

бунда x, y координаталар учун $\eta^2/a^2 - \xi^2/b^2 = 1$ — гипербола асимптоталарининг кесишган нуқтаси олинган.

50.6. Цилиндрик сирт билан чегараланган жисмнинг цилиндрик сирт устида сирғанмасдан юмалаш шарти топилсин. Жисм кесмишининг текисликдаги ҳолатини аниқловчи параметрлар сифатида s ва θ қабул қилинсин, бунда s — таянч сиртининг йўналтирувчи бўйлаб бирор нуқтадан бошлаб иккала йўналтирувчининг K урinish нуқтасигача ҳисобланган ёй узунлиги, θ — жисм кесмига маҳкам боғланган $A\xi\eta$ системанинг $A\xi$ ўқи билан K нуқтага ўтказилган урнзма йўналиши орасидаги бурчак.

$$\text{Жавоб: } ds = \left[\left(\frac{d\xi_K}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{d\eta_K}{d\theta} \right)^2 \right]^{1/2} d\theta,$$

бунда ξ_K, η_K билан K нуқтанинг $A\xi\eta$ координата системасидаги координаталари белгиланган.

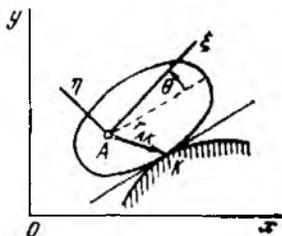
50.7. Олдинги масала r радиусли цилиндрик жисм сиртида йўналтирувчиси 1) эллипс, 2) парабола, 3) гипербола тармоғи бўлган цилиндрик жисмлар сирғанмай юмалаган ҳоллар учун ечилсин.

Жавоб: 1) $r d\psi = a^2 b^2 (a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta)^{-1/2} d\theta$, 2) $r d\psi = = p \cos^{-3}\theta d\theta$, 3) $r d\psi = a^2 b^2 (a^2 \cos^2\theta - b^2 \sin^2\theta)^{-3/2} d\theta$. Параметрларнинг маъноси 50.3, 50.4, 50.5- масалалардаги каби.

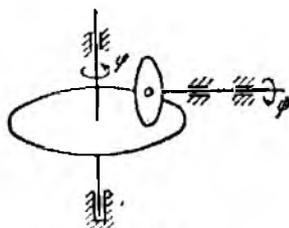
50.8. Бурчак тезлик вариаторида (расмга қаранг) r радиусли дискдан горизонтал абсолют ғадир-будур сиртли диск айланиш ўқигача бўлган масофа ихтиёрий қонун билан ўзгариши мумкин. Дискларнинг φ ва ψ бурилиш бурчаклари орасидаги боғланиш топилсин.

Жавоб: $r d\psi = x d\varphi$. Бу муносабат умумий ҳолда интегралланмайди.

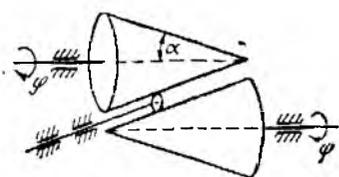
50.9. Ўқлари параллел бўлган иккита ғадир-будур сиртли доиравий конуслар гилдиракча воситаси билан бир-бирига тегиб туради.



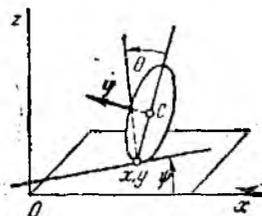
50.6- масалага



50.8- масалага



50.9- масалага



50.11- масалага

Гилдиракчанинг ўқи конусларнинг ясовчиларига параллел. Гилдиракча ўзагининг айланиш ўқи бўйлаб ихтиёрий қонун билан силжиши мумкин. Агар α — ўқ билан конус ясовчиси орасидаги бурчак, h — конуснинг баландлиги бўлса, конусларнинг айланиш бурчак теъликлари орасидаги боғланиш топилсин.

Жавоб: $x\varphi = \left(\frac{h}{\cos\alpha} - x\right)\psi$, бунда x — гилдиракчадан юқоридаги конус учигача бўлган масофа.

50.10. Қирраси ярим доирадан иборат коньки муз устида сирғанади. Конькининг кўндаланг йўналишда тоймаслик шарти ёзилсин.

Жавоб: $x \sin \theta - y \cos \theta = 0$, бунда x, y конькининг музга тегиб турган нуқтасининг координаталари, θ — коньки текислиги ҳамда муз текислиги кесинган чизик билан Ox ўқи орасидаги бурчак.

50.11. Радиуси a бўлган диск абсолют гадир-будур текислик устида юмалаганида кинематик боғланиш тенгламаси топилсин; диск ҳолатини аниқловчи параметрлар сифатида диск маркази координаталари

1) x_c, y_c, z_c ва Эйлер бурчаклари θ, ψ, φ ; 2) дискнинг текисликка тегиб турган нуқтаси координаталари x, y ва Эйлер бурчаклари θ, ψ, φ қабул қилинсин.

Жавоб: 1) $x_c - a \theta \cos \theta \sin \psi - a \psi \sin \theta \cos \psi - a \varphi \cos \psi = 0$,
 $y_c - a \theta \cos \theta \cos \psi - a \psi \sin \theta \sin \psi - a \varphi \sin \psi = 0$, $z_c + a \theta \sin \theta = 0$.
 Охириги тенглама $z_c = a \cos \theta$ муносабатга келтирилади.

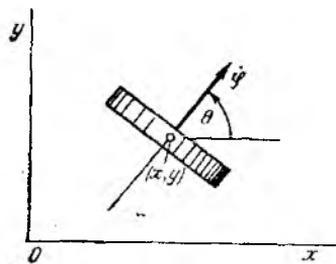
2) $x = a \varphi \cos \psi$, $y = a \varphi \sin \psi$.

50.12. Бундан олдинги масалани ўткир гардишли диск учун сирғаниш фақат кўндаланг йўналишда бўлмаган ҳолда ечилсин.

Жавоб: 1) $x_c \sin \psi - y_c \cos \psi - a \theta \cos \theta = 0$, $z_c = a \cos \theta$,

2) $x \sin \psi - y \cos \psi = 0$.

50.13. Кўндаланг кертikli a радиусли (тишли) гилдирак текислик бўйлаб шундай юмалайдиган, унинг ўқи ҳар доим текисликка параллеллигича қолади. Кинематик боғланишнинг тенгламаси топилсин.



50.13-масаллага

Кўрсатма. Кўндаланг кертик, гиздиракнинг соф айланиш ўқи йўналишида сирганишга тўққинлик қилмайди.

Жавоб: $\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta - a \dot{\varphi} = 0$.

50.14. Радиуси a бўлган шар абсолют ғадир-будур сирт устида юмалайди. Сирт қуйидагича бўлган ҳолларда кинематик боғланиш тенгламалари топилсин: 1) текислик, 2) R радиусли цилиндр, 3) R радиусли сферик палла ($R > a$), 4) ўқи

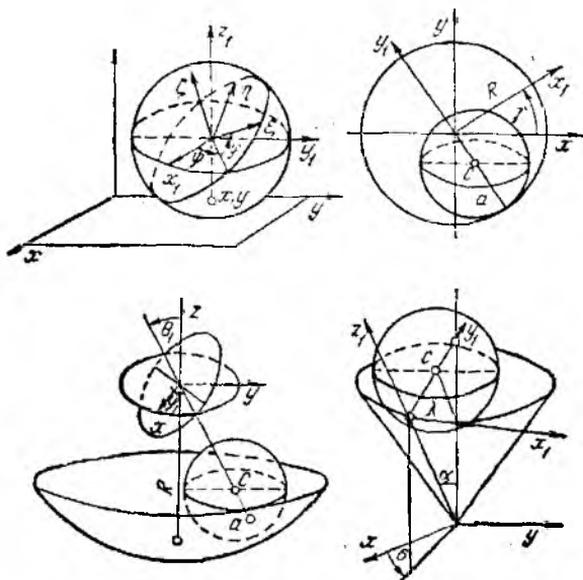
ва ясовчиси орасидаги бурчаги α бўлган конус.

Кўрсатма. Умулланган координаталар сифатида шарнинг сирт билан уришиб турган нуқтасининг координаталари ва Эйлер бурчаклари олинсин.

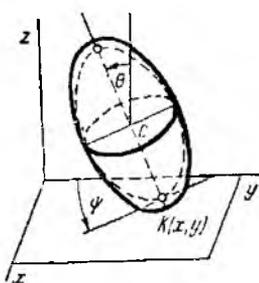
Жавоб: 1) $\dot{x} - a \dot{\theta} \sin \psi + a \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi = 0$,
 $\dot{y} + a \dot{\theta} \cos \psi + a \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi = 0$;

2) $(R - a) \dot{\gamma} + a (\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}) = 0$,
 $\dot{z} - a \dot{\theta} \cos (\psi - \gamma) - a \dot{\varphi} \sin \theta \sin (\psi - \gamma) = 0$;

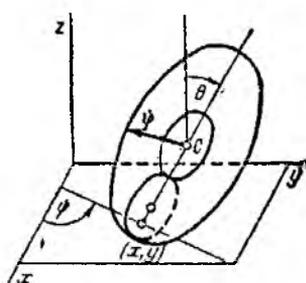
3) $(R - a) \dot{\psi}_1 \sin \theta_1 + a \dot{\theta} \cos \theta_1 \sin (\psi - \psi_1) + a \dot{\varphi} \sin \theta_1 +$
 $+ a \dot{\varphi} [\cos \theta \sin \theta_1 - \sin \theta \cos \theta_1 \cos (\psi - \psi_1)] = 0$,



50.14-масаллага



50.15. масалага



50.16. масалага

$$(R - a)\dot{\theta}_1 + a\dot{\theta} \cos(\psi - \psi_1) + a\dot{\varphi} \sin \theta \sin(\psi - \psi_1) = 0;$$

$$4) \lambda \dot{\sigma} \sin \alpha + a\dot{\theta} \cos \alpha \sin(\psi - \sigma) + a\dot{\psi} \sin \alpha + a\dot{\varphi} [\cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \cos \alpha \cos(\psi - \sigma)] = 0,$$

$$\lambda \dot{\sigma} - a\dot{\theta} \cos(\psi - \sigma) + a\dot{\varphi} \sin \theta \sin(\psi - \sigma) = 0.$$

50.15. Айланмиш эллипсоиди (a — катта ярим ўқни, b — кичик ярим ўқни) абсолют ғадир-будур текислик устида юмалайди. Умумлашган координаталар сифатида $x, y, \theta, \psi, \varphi$ қабул қилиниб кинематик боғланиш тенгламалари ёзилсин, бу ерда x, y — эллипсоиднинг текислик билан уришиш нуқтаси координаталари; θ, ψ, φ — Эйлер бурчаклари.

$$\text{Жавоб: } (\dot{x} \sin \psi - \dot{y} \cos \psi)(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{3/2} - a^2 b^2 \dot{\theta} = 0,$$

$$(\dot{x} \cos \psi + \dot{y} \sin \psi)(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{3/2} - b^2 \dot{\varphi} \sin \theta = 0.$$

50.16. Торондай жисм абсолют ғадир-будур текислик бўйлаб юмалайди, b — тор меридианининг экватордаги эгрилиқ радиуси, $a + b$ — тор экваториал айланасининг радиуси.

$x, y, \theta, \psi, \varphi$ параметрларини умумлашган координаталар деб қабул қилиб, кинематик боғланишлар тенгламалари топилсин, бунда x, y — торнинг текислик билан уришиш нуқтасининг координаталари, θ — торнинг қиялиқ бурчаги, ψ — тор ўрта текислиги изи билан Ox ўқ орасидаги бурчак, φ — торнинг соф айланмиш бурчаги.

$$\text{Жавоб: } \dot{x} + \dot{\varphi}(a + b \cos \theta) \cos \psi + b\dot{\theta} \sin \psi = 0,$$

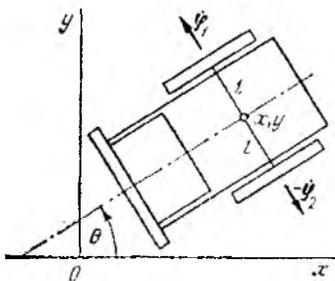
$$\dot{y} + \dot{\varphi}(a + b \cos \theta) \sin \psi - b\dot{\theta} \cos \psi = 0.$$

50.17. Икки филдиракли тележканинг умумлашган координаталар сопи ва эркинлик даражаси аниқлансин. Тележканинг корпуси, умумий ўққа ўрнатилган, сирғимасдан юмаловчи филдиракларнинг ҳаракат текислигига параллел ҳаракатланади, r — филдираклар радиуси, l — ярим ўқ узунлиги.

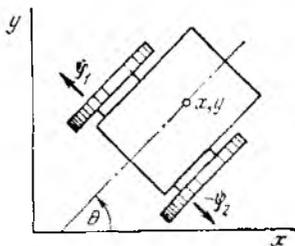
Жавоб: Иккита интегралланмайдиган

$$\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - r\dot{\varphi}_1 - l\dot{\theta} = 0, \quad \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0$$

ифодалар билан боғланган тўртта x, y, φ_1, θ умумлашган координаталар. Системанинг эркинлик даражаси иккита бўлади.



50.17- масалага



50.18- масалага

50.18. Гусеницалар фақат бўйлама йўналишда сирғанмасдан юмалашни таъминлайди деб ҳисоблаб, гусеницали тракторнинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин, r —таянч ғилдирақлар радиуси, $2l$ — изнинг эни.

Жавоб: Битта интегралланмайдиган $\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - r \dot{\varphi}_1 - l \dot{\theta} = 0$ муносабат билан боғланган x, y, φ_1, θ тўртта умумлашган координаталар. Система учта эркинлик даражасига эга.

50.19. Буер (елканли қайиқ)нинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин.

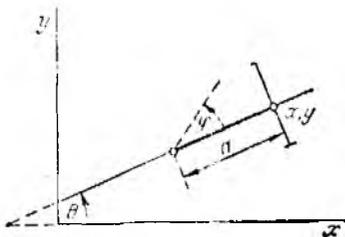
Жавоб: Иккита интегралланмайдиган

$$(\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta) \operatorname{tg} \varphi - a \dot{\theta} = 0, \quad \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0$$

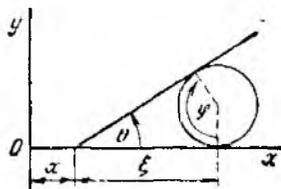
муносабат билан боғланган тўртта x, y, θ, φ умумлашган координаталар. Система иккита эркинлик даражасига эга.

50.20. Радиуси r бўлган абсолют дағал сиртли диск тўғри чизиқ бўйлаб ғилдирайди. Бир учи шу тўғри чизиқ бўйлаб сирғанувчи стержень дискка суянади. Диск ва стерженьлардан ташкил топган системанинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин.

Жавоб: Тўғри чизиқ бўйлаб стержень орасидаги битта умумлашган координата сифатида қабул қилиниши мумкин бўлган θ бурчак.



50.19- масалага



50.20- масалага

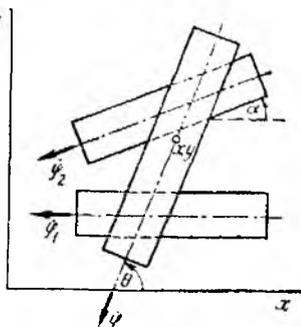
Диск ва стерженнинг ҳолатини аниқловчи қолган параметрлар θ бурчак орқали чекли $\xi = r \operatorname{ctg}(\theta/2)$,

$$x = -2r \left(\operatorname{ctg}(\theta/2) + \frac{\theta}{2} \right) + C_1,$$

$$\varphi + \operatorname{ctg}(\theta/2) + \theta = C_2$$

муносабатлар билан ифодаланади.

50.21. Учта дағал сиртли цилиндрлардан ташкил топган системанинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин. Иккита бир хил r радиусли цилиндрлар горизонтал текислик бўйлаб юмалайди, R радиусли учинчи цилиндр эса шу икки цилиндр устида юмалайди.



50.21- масалага

Жавоб: Тўртта дифференциал тенгламаларни қаноатлантирувчи олтинта $x, y, \theta, \varphi, \varphi_1, \varphi_2$ умумлашган координаталар:

$$\begin{aligned} \dot{x} - R\dot{\varphi} \sin \theta - \dot{\theta}(r\varphi_1 - y) &= 0, & \dot{y} + R\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\theta}(r\varphi_1 - y) \operatorname{ctg} \theta - \\ - 2r\dot{\varphi}_1 &= 0, & x \sin(\theta - \alpha) - R\dot{\varphi} \sin \theta \sin(\theta - \alpha) + 2r\dot{\varphi}_2 \sin \alpha \sin(\theta - \alpha) - \\ - \dot{\theta}(r\varphi_2 + x \sin \alpha - y \cos \alpha) \sin \theta &= 0, & y \sin(\theta - \alpha) + R\dot{\varphi} \cos \theta \sin(\theta - \alpha) - \\ - 2r\dot{\varphi}_2 \cos \alpha \sin(\theta - \alpha) + \dot{\theta}(r\varphi_2 + x \sin \alpha - y \cos \alpha) \cos \theta &= 0. \end{aligned}$$

Система иккита эркинлик даражасига эга.

50.22. 50.18- масалада баён қилинган гусеничали тракторнинг двигателидан чап гусеницага узатиладиган куч моменти $M_1(t)$ га, ўнг гусеницага узатиладиган момент эса $M_2(t)$ га тенг, тракторнинг массаси m бўлганда унинг ҳаракат тенгламалари тузилсин. Ғилдираклар билан гусеничалар массаси ҳисобга олинмасин; тракторнинг инерция маркази орқали ўтувчи вертикал ўққа нисбатан инерция моменти I га тенг.

Жавоб: $m r \ddot{x} = (M_1 - M_2) \cos \theta, \quad m r \ddot{y} = (M_1 + M_2) \sin \theta,$

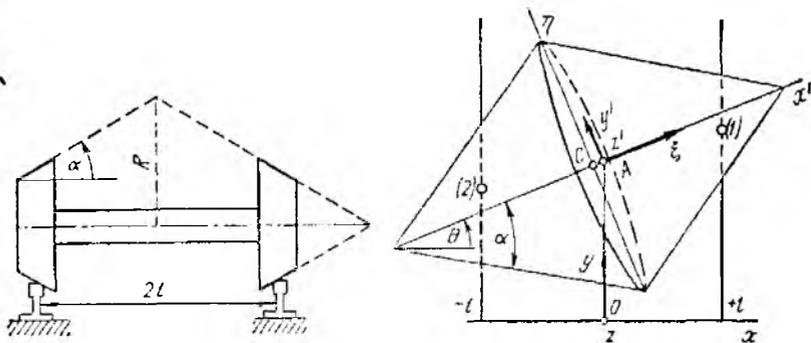
$$I r \ddot{\theta} = I(M_2 - M_1), \quad r \dot{\varphi}_1 = \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - I \dot{\theta}.$$

50.23. Темир йўлдаги жуфт ғилдирак (скат) рельслар бўйлаб сирланмай юмалаганда битта эркинлик даражасига эга бўлиши кўрсатилсин.

Кўрсатма. Жуфт ғилдирик модели сифатида асослари ўзаро бириктирилган иккита бир хил конуслардан иборат жисм қабул қилинсин, рельслар геометрик тўғри чизиқлар деб ҳисоблансин. Тўғри чизиқли ҳаракатда кичик четланми ҳоли текширилсин. Уқлари орасидаги бурчакларнинг косинуслари қуйидаги жадвал билан аниқланадиган қўшилмас *Охуз* координаталар системаси ва иккита қўзғалувчи $Ax'y'z'$ ҳамда $C\xi\eta\zeta$ системалар киртилсин.

$$\begin{matrix} x' & y' & z' & \xi & \eta & \zeta & \xi & \eta & \zeta \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} x' \\ y' \\ z' \end{matrix} \begin{vmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{vmatrix} \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \begin{vmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \theta & -\cos \theta \sin \psi \\ \sin \theta \cos \psi & \cos \theta & -\sin \theta \sin \psi \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{vmatrix}$$



50.23- масалага

бу ерда θ , ψ — Кйлер бурчаклари; умумланган координаталар қилиб y , θ , ψ , φ қабул қилинсин, бу ерда y — массалар маркази C нинг ординатаси, φ — жисмнинг жуфт ғилдирак ўқи атрофидаги айланмиш бурчаги.

Жавоб: Сирғанмасдан юмалаш шарти

$$\dot{\theta} - \psi \dot{\varphi} = 0, \quad \dot{\psi} + \dot{\varphi} \theta \frac{R}{l} - \text{tg } \alpha = 0, \quad \dot{y} = \dot{\varphi} (R - l \text{tg } \alpha)$$

қўринишга эга, улар интегралланади; жуфт ғилдирак битта эркинлик даражасига эга.

50.24. Радиуси a бўлган m массали бир жинслий диск горизонтал текислик бўйлаб сирғанмасдан юмалайди. Диск ҳаракатининг тенгламалари қуйидагича тавланган координаталарда тузилсин. 1) x_C , y_C , θ , ψ , φ координаталарда, бу ерда x_C , y_C — диск массалар марказининг координаталари, θ , ψ , φ — Эйлер бурчаклари, 2) x , y , θ , ψ , φ координаталарда, бу ерда x , y — дискиннг текислик билан уришиш нуқтаси координаталари, θ , ψ , φ — Эйлер бурчаклари (50.11-масалага қаранг); 3) диск айланмиш оний бурчак тезлиги векторининг диск марказий инерция эллипсоиди бош ўқларидаги проекциялари бўлмиш p , q , r квазикоординаталарда; A , C — дискиннг бош марказий инерция моментлари.

Жавоб:

$$1) \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_C} = \lambda_1, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_C} = \lambda_2,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -a(\lambda_1 \sin \psi - \lambda_2 \cos \psi) \cos \theta,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = -a(\lambda_1 \cos \psi + \lambda_2 \sin \psi) \sin \theta,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = -a(\lambda_1 \cos \psi + \lambda_2 \sin \psi),$$

$$\ddot{x}_C - a\ddot{\theta} \cos \theta \sin \psi - a\dot{\psi} \sin \theta \cos \psi - a\dot{\varphi} \cos \psi = 0,$$

$$\ddot{y}_C + a\ddot{\theta} \cos \theta \cos \psi - a\dot{\psi} \sin \theta \sin \psi - a\dot{\varphi} \sin \psi = 0,$$

бу ерда λ_1, λ_2 — ноаниқ кўпайтувчилар, L — Лагранж функцияси,

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + a^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta) + \frac{1}{2} A (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2 \cos^2 \theta) + \\ + \frac{1}{2} C (\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\varphi})^2 - m g a \cos \theta;$$

$$2) \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \lambda_1, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \lambda_2, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = 0,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = -a(\lambda_1 \cos \psi + \lambda_2 \sin \psi), \dot{x} - a\dot{\varphi} \cos \psi = 0, \dot{y} - a\dot{\varphi} \sin \psi = 0,$$

бу ерда λ_1, λ_2 — ноаниқ кўпайтувчилар, L — Лагранж функцияси:

$$L = \frac{1}{2} m [\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + a^2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta)] + 2a\dot{x}(\dot{\theta} \cos \theta \sin \psi + \\ + \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi) - 2a\dot{y}(\dot{\theta} \cos \theta \cos \psi - \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi) + \frac{1}{2} A (\dot{\theta}^2 + \\ \dot{\psi}^2 \cos^2 \theta) + \frac{1}{2} C (\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\varphi})^2 - m g a \cos \theta;$$

$$3) (A + ma^2) \dot{p} + Aq^2 \operatorname{tg} \theta - (C + ma^2) qr = m g a \sin \theta, A\dot{q} + Cpr - \\ - A p q \operatorname{tg} \theta = 0, (C + ma^2) \dot{r} + pq = 0, \dot{\theta} = p.$$

Бу тенгламалар интегралланиб бўлганидан кейин, x, y, ψ, φ умумлашган координаталар

$$\dot{\psi} \cos \theta = q, \dot{\varphi} = r - q \operatorname{tg} \theta, \dot{x} = a\dot{\varphi} \cos \psi, \dot{y} = a\dot{\varphi} \sin \psi$$

муносибатлардан топилади.

50.25. Бундан олдинги масаланинг ечимидан фойдаланиб, дискнинг ҳамма мумкин бўлган стационар ҳаракатлари топилсин.

Кўрсатма. Дискнинг стационар ҳаракатлари (θ, Ω, ω) фазодаги мувозанат ҳолатлари билан ақсланади, буида

$$\Omega = \dot{\psi}, \omega = \dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \theta.$$

Жавоб: (θ, Ω, ω) фазодаги мувозанат ҳолатлари дискнинг икки ўлчовли стационар ҳаракатларининг хилма-хиллигини ифodalовчи, тенгламаси $(c + ma^2) \Omega \omega - A \Omega^2 \sin \theta + m g a \sin \theta = 0$ бўлган Π сиртга ҳосил қилади. Шу сирт устида $\theta = \Omega = 0$ тўғри чизиқнинг нуқталари дискнинг тўғри чизиқ бўйлаб шундай юмаланишга мос келадик, унда диск текислиги пертикал ҳолатини сақлайди. $\theta = \omega = 0$ тўғри чизиқнинг нуқталари дискнинг қўзғалмас вертикал диаметри атрофида пириллаб айланишига мос келади. Π сиртнинг қолган ҳамма нуқталари айлана бўйлаб ҳаракатга мос келади.

50.26. Қуйидаги ҳолларда диск ҳаракатининг устуворлик шартни топилсин; 1) диск текислиги **вертикал** бўлиб, тўғри чизиқ бўйлаб

юмалаганида; 2) диск қўзғалмас вертикал диаметри атрофида пириллаб айланганида; 3) диск текислиги вертикал бўлиб, айлана бўйлаб юмалаганида.

Кўрсатма. 50.24 (3) ва 50.25-масалаларнинг счимидан фойдаланилсин.

Жавоб: 1) $\omega^2 > \omega_{кр}^2 = \frac{mg a A}{C(C + ma^2)}$,

2) $\Omega^2 > \Omega_{кр}^2 = \frac{mga}{A + ma^2}$;

3) $\Omega^2 [A(1 + 2 \sin^2 \theta) + ma^2 \cos^2 \theta] + \Omega \omega (3C + ma^2) \sin \theta + \frac{C}{A} (C + ma^2) \omega^2 > mga \cos \theta$.

Бу тенгсизликларга кирувчи катталиклар $(C + ma^2)\Omega\omega - A\Omega^2 \sin \theta + mga \sin \theta = 0$ муносабат билан боғланган.

ХИБОВ

КОСМИК УЧИШЛАР ДИНАМИКАСИ

51-§. Кеплер ҳаракати (марказий куч таъсиридаги ҳаракат)

51.1. Массаси m бўлган моддий нуқтага таъсир қилувчи бутун олам тортишиш кучи $F = m\mu/r^2$ тенглик билан аниқланади, бунда $\mu = fM$ — тортиш марказининг гравитацион параметри (M — унинг массаси, f — гравитацион доимийси) ва r — тортиш марказидан тортилувчи нуқтагача бўлган масофа. Осмон жисмининг R радиусини ва унинг сиртида оғирлик кучининг g тезланишини*) билган ҳолда, осмон жисмининг гравитацион параметри μ аниқлансин ва Ерни осмон жисми деб олиб, Ернинг радиуси $R = 6370$ км, $g = 9,81$ м/с² бўлганда унинг миқдори ҳисоблансин.

Жавоб: $\mu = gR^2$; Ер учун $\mu = 3,98 \cdot 10^5$ км³/с².

51.2. Осмон жисмининг M_n массаси ва R_n радиусининг Ер массаси M ва радиуси R га нисбати маълум бўлса, унинг сиртида гравитацион параметр μ_n ва Ер оғирлик кучининг g_n тезланиши аниқлансин. Бу катталиклар Ой, Венера, Марс ва Юпитер учун ҳисоблансин, улар учун тегишли нисбатлар қуйидаги жадвалда берилган.

	$M_n : M$	$R_n : R$		$M_n : M$	$R_n : R$
Ой	0,0123	0,273	Марс	0,107	0,535
Венера	0,814	0,953	Юпитер	317	10,95

* 1 Бу ерда ва бундан кейин осмон жисмининг тортиш кучи унинг марказига йўналган деб фараз қилинади; оғирлик кучининг g тезланиши осмон жисмининг айланишини ҳисобга олмай бериллади.

Жавоби:

	$\mu, \text{ км}^3/\text{с}^2$	$g, \text{ м/с}^2$		$\mu, \text{ км}^3/\text{с}^2$	$g, \text{ м/с}^2$
Ой	$4,90 \cdot 10^9$	1,62	Марс	$42,8 \cdot 10^9$	3,69
Венера	$326 \cdot 10^9$	8,75	Юпитер	$126 \cdot 10^9$	26,0

51.3. Моддий нуқта осмон жисмининг сиртидан H баландликда R радиусли айланама орбита бўйлаб бутун олам тортиниш кучи таъсирида текис ҳаракат қилади. Моддий нуқтанинг ҳаракат тезлиги v_1 ва айланиб чиқиш даври T аниқлансин*).

Жавоб: 1) $v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+H}}$ (берилган осмон жисми учун H баландликдаги айланиш тезлиги);

2) $T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{\mu}} = 2\pi \frac{(R+H)^{3/2}}{R\sqrt{g}}$. Бу ерда, r — моддий нуқта-

дан осмон жисми марказигача бўлган масофа, μ — унинг гравитацион параметри, g — унинг сиртидаги оғирлик кучининг тезланиши.

51.4. Сунъий йўлдошнинг осмон жисми сиртидан ҳисобланган учини баландлигини ҳисобга олмай, тегишлича биринчи космик тезлик v_1 ва айланиб чиқиш даври T Ер, Ой, Венера, Марс ва Юпитер учун аниқлансин.

Жавоб:

	$v_1, \text{ км/с}$	$T, \text{ мин}$		$v_1, \text{ км/с}$	$T, \text{ мин}$
Ер	7,91	81,3	Марс	3,54	101
Ой	1,68	108	Юпитер	42,6	172
Венера	7,30	87,5			

51.5. Экватор текислигида айланувчи Ернинг доиравий йўлдош ҳар доим Ернинг бир жойи тепасида туриши учун у қандай баландликда учурилиши керак?

Жавоб: $H = 35800$ км.

51.6. Агар йўлдош экватор текислигига α бурчак остида оғган H баландликдаги доиравий орбита бўйлаб ҳаракатланаётган бўлса, йўлдош траєсаси (унинг траєкториясининг ер сиртидаги проекцияси) Ер экватори билан қандай β бурчак остида кесишади.

Жавоб: $\text{tg } \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \Omega \sqrt{(R+H)^2 : \mu}}$, бунда Ω — Ер суткалик айланишининг бурчак тезлиги ва μ — унинг гравитацион параметри.

51.7. Массаси m бўлган нуқта $F = m\mu/r^2$ бутун олам тортиниш қонуни билан қўзғалмас марказга тортилади, бунда μ — тортилиш марказининг гравитацион параметри. Энергия интегрални топилсин.

Жавоб: $v^2 - 2\mu/r = h$.

* Бу бобнинг ҳамма масалларида атмосферанинг қаршилигини ҳисобга олмаймиз.

51.8 Йўлдош доиравий орбитасининг қандай H баландлигида R радиусли планетанинг сиртига нисбатаи потенциал энергияси унинг кинетик энергиясига тенг бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $H = R/2$.

51.9. Чексизликдаги тезлиги $v_\infty = 10$ км/с бўлган метеорит ер атмосферасига қандай тезлик билан кириши аниқлансин.

Жавоб: $v = 15$ км/с.

51.10. Космик аппарат чексизликка кетиши учун унга планета сиртида қандай v_2 минимал тезлик бериш керак?

Жавоб: $v_2 = \sqrt{2v_1}$ — иккинчи космик тезлик (v_1 — биринчи космик тезлик).

51.11. Ер, Ой, Венера, Марс ва Юпитерлар учун иккинчи космик тезлик аниқлансин.

Жавоб:

	v_2 , км/с		v_2 , км/с
Ер	11,2	Марс	5,0
Ой	2,37	Юпитер	60,2
Венера	10,3		

51.12. Нуқта марказий куч таъсирида ҳаракатланади. Радиус-вектор r нинг модули t вақт билан φ қутб бурчаги орқали мураккаб боғланиш ҳосил қилади деб ҳисоблаб, нуқтанинг тезлик, тезланиши аниқлансин*).

Жавоб: $v^2 = c^2 \left[u^2 + \left(\frac{du}{d\varphi} \right)^2 \right]$; $\omega_\varphi = 0$,

$\omega_r = \pm c^2 u^2 \left(\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u \right)$, бунда $u = 1/r$,

$c = r^2 \dot{\varphi} = |r \times v| = \text{const}$ иккиланган секторнал тезлик, плюс белгиси итарилиш кучи, минус — тортилиш кучи учун.

51.13. Массаси m бўлган нуқта тенгламаси қутб координаталари системасида $r = \frac{p}{1+e \cos \varphi}$ кўринишдаги конус кесими бўйлаб марказий куч таъсирида ҳаракатланади. бунда p ва e — траекториянинг параметри ва эксцентриситети. Нуқтани ҳаракатлантирувчи куч аниқлансин.

Жавоб: $F_\varphi = 0$, $F_r = -m\mu/r^2$, бунда $\mu = c^2/p$ ва c — иккиланган секторнал тезлик.

51.14. Массаси m бўлган нуқта $F = m\mu/r^2$ — бутун олам тортишиш қонуни билан қўзғалмас қутбга тортилади. Нуқта ҳаракатининг траекторияси топилсин.

*) Бу ерда ва бундан кейин қутб координата системасининг учи тортишиш (итарилиш) маркази билан устма-уст тушади деб ҳисобланади.

Жавоб: Қутб координаталар системасида тенгламаси $r = \frac{p}{1 + e \cos(\varphi - \varphi)}$ кўринишида (конус кесими) бўлган иккинчи тартибли эгри чизиқ, бу ерда $p = c^2/\mu$, e ва φ эса ихтиёрий интеграллаш ўзгармаслари.

Кўрсатма: 51.12-масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

51.15. Моддий нуқта бутун олам тортишиш кучи таъсирида эллиптик траектория бўйлаб ҳаракатланади; унинг эксцентриситети $e < 1$, параметри эса, p га тенг. Юзалар интегралли $c = r^2 \dot{\varphi} = |\mathbf{r} \times \mathbf{c}|$ бўлишини билган ҳолда, эллиптик траекториянинг a ва b ярим ўқлари ҳамда айланиш даври T аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } a = \frac{p}{1 - e^2}; \quad b = \frac{p}{\sqrt{1 - e^2}}; \quad T = \frac{2\pi p^2}{c(1 - e^2)^{3/2}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}.$$

51.16. Олдинги масаланинг шартларига асосан нуқтанинг апогей ва перигейдан ўтиш пайтларидаги тезланишлари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega_a = \frac{c^2}{\rho^3} (1 - e)^2, \quad \omega_p = \frac{c^2}{\rho^3} (1 + e)^2.$$

51.17. Йўлдошнинг Ер атропоидидаги эллиптик орбита бўйлаб ҳаракатининг айланиш даври T ва унинг апогей ҳамда перигейлари фарқи H эканлигини билган ҳолда, орбитанинг эксцентриситети аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } e = H \sqrt{\frac{3\pi^2}{2\mu T^2}}.$$

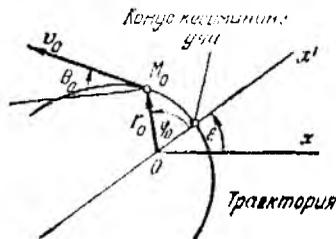
51.18. Йўлдош R радиусли планетанинг атропоидида e эксцентриситетга эга бўлган эллиптик орбита бўйлаб ҳаракатланади. Агар перигей ва апогей баландликларининг нисбати γ га тенг бўлса ($\gamma < 1$) йўлдош орбитасининг катта ярим ўқи топилин.

$$\text{Жавоб: } a = \frac{1 - \gamma}{1 - \gamma - e(1 + \gamma)} R.$$

51.19. Нуқта бутун олам тортишиш кучи $F = m\mu/r^2$ таъсирида ҳаракатланади. Энергия доимийси h (51.7-масалага қаранг) нуқта траекториясининг элементлари ва гравитацион параметр μ орқали ифодалансин.

Жавоб: $h = -\mu/a$ — эллиптик траектория учун (a эллипсининг катта ярим ўқи), $h = 0$ — параболик траектория учун ва $h = \mu/a$ — гиперболик траектория учун (a — гиперболанинг ҳақиқий ярим ўқи).

51.20. Бутун олам тортишиш қонунига асосан ҳаракатланаётган моддий нуқта бошланғич пайтда тортиш марказидан r_0 масофадаги M_0 нуқтада турган ва v_0 тезликка эга бўлган; v_0 тез-



51.20-масалага

лик вектори билан горизонт чизиғи (маркази тортини маркази билан устма-уст тушувчи айланага M_0 нуқтада ўтказилган уринма) орасидаги бурчак θ_0 га, қутб бурчағи эса φ_0 га тенг бўлган. Эксцентриситет e ҳамда қутб ўқи билан конус кесимининг фокус чизиғи орасидаги бурчак e аниқлансин*).

$$\text{Жавоб: } e = \sqrt{1 + \frac{c^2}{\mu^2} h}, \quad \text{tg}(\varphi_0 - e) = \frac{\text{tg} \theta_0}{1 - r_0/p},$$

бунда $c = r_0 v_0 \cos \theta_0$ — юзлар интегралли, $h = v^2 - 2\mu/r$ — энергия интегралли.

51.21. Планета сиртидан H баландликка кўтарилгандан кейин космик аппарат ракетанинг охири поғонасидан ажралиб эллиптик, параболлик ёки гиперболлик траектория бўйлаб ҳаракатланиши учун унга қандай тезлик берилиши кераклиги аниқлансин. Планета радиуси R га тенг.

Кўрсатма. Олдинги масаланинг жавобидан фойдаланилин.

Жавоб: $v_0 < v_2$ бўлганда траектория — эллипс, $v_0 = v_2$ да парабола, $v_0 > v_2$ ҳолида — гиперболо; бунда $v_2 = \sqrt{2 \frac{\mu R^2}{R+H}} = \sqrt{2} v_1$ билан H баландликдаги параболлик тезлик (v_1 — доиравий тезлик) белгиланган.

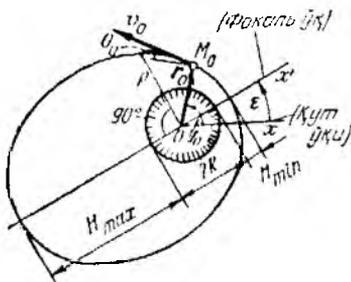
51.22. Ер сиртидаги моддий нуқта Қуёш системаси доирасидан чиқиб кетиши учун унга қандай $v_0 = v_3$ бошланғич тезлик бериш керак?

$$\text{Жавоб: } v_0 = v_3 = \sqrt{v_2^2 + v^2 (\sqrt{2} - 1)^2} \approx 16,7 \text{ км/с},$$

бунда $v \approx 30$ км/с — Ернинг доиравий тезлиги, v_2 — иккинчи космик тезлик.

51.23. Космик аппарат ракетанинг охири поғонасидан ажралиши пайтида M_0 нуқтада Ер сиртидан $H = 230$ км баландликда бўлиб, $v_0 = 8,0$ км/с бошланғич тезликка эга бўлган ва бунда v_0 тезлик вектори горизонт чизиғи (r_0 радиусли айлананинг M_0 нуқтасига ўтказилган уринма) билан $\theta_0 = 0,02$ рад бурчак ҳосил қилган. Юзлар доимийси c , траектория параметри p , энергия доимийси h , йўлдош эллиптик траекторияси катта ўқининг йўналиши, траекториянинг e эксцентриситети, апогей (H_{\max}) ва перигей (H_{\min}) ҳамда йўлдошнинг айланиш даври T аниқлансин.

Жавоб: $c = 52790$ км²/с, $p = 7002$ км, $h = -56,6$ км²/с², $e = \varphi_0 = 0,335$ рад, бу ерда φ_0 — радиус-



51.23-масаллага

* Конус кесимининг фокал ўқи мусбат йўналиши сифатида кесимнинг фокусларидан бири билан устма-уст тушувчи қутбдан энг яқин учга томон олинган йўналиш қабул қилинади.

вектор r_0 нинг бошланғич қутб бурчаги; $e = 0,0649$, $H_{max} = 1120$ км, $H_{min} = 210$ км, $T = 98,5$ мин.

51.24. Бошланғич тезликнинг қандай йўналишида космик аппарат тезликнинг бошланғич қийматига боғлиқ бўлмагани ҳолда R радиусли планетанинг сиртига қулаб тушади?

Жавоб: Агар бошланғич тезлик, учи бошланғич нуқтада бўлган планета атрофига чизилган конус ичига томон йўналган бўлса.

51.25. Қандай бошланғич шартларда R радиусли планета сиртидан H баландликда учирилган космик аппаратнинг траекторияси ушнинг сиртини кесмайди?

$$\text{Жавоб: } 1) v_0^2 > v_1^2 \frac{2RH}{(R+H)^2 \cos^2 \theta_0 - R^2} \cos \theta_0 > \frac{R}{R+H},$$

бу ерда v_1 — берилган планетанинг H баландликдаги доғравий тезлиги.

2) Бошланғич тезлик, учи бошланғич нуқтада бўлган планета атрофига чизилган конуснинг ташқарисига томон йўналган бўлиши керак.

51.26. Планеталарнинг Қуёш атрофида айланиб чиқиш давлари T_1 билан эллиптик траекторияларининг катта ярим ўқлари a_1 орасидаги боғланиш топилсин.

$$\text{Жавоб: } \text{Ҳар қандай планета учун } \frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} \quad (\text{Кеплернинг учинчи қонуни}).$$

51.27. Юпитер йўлдошларидан бири — Ио деб номланувчисининг айланиб чиқиш даври 1.77 суткага тенг, шу билан бирга орбитасининг радиуси Юпитер радиусидан 5,91 барабар катта. Юпитер—Қуёш ўртача масофаси, Ер—Қуёш ўртача масофасидан 5,20 барабар катта (5,20·23000 ер радиуси). Юпитернинг Қуёш атрофида айланиш даври эса 11,8 йилга тенг. Юпитер массасининг Қуёш массасига нисбати аниқласин (Юпитер радиуси 11,14 Ер радиусига тенг).

Жавоб: Юпитер массаси Қуёш массасидан 1000 марта кичик.

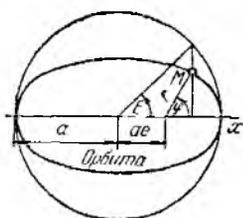
51.28. Эллиптик траектория бўйлаб ҳаракатланувчи нуқта ради-

ус-векторининг ўртача қиймати $[r]$ мазмунда $[r] = \frac{1}{T} \int_0^T r dt$ тенг-

лик билан аниқланувчи катталиқ тушунилади, бу ерда T — айланиш даври. Агар a — ушнинг эллиптик траекторияси катта ярим ўқи, e — эксцентриситети бўлса, планета радиус-векторининг ўртача қиймати аниқласин.

$$\text{Жавоб: } [r] = a \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right).$$

51.29. Массалари тенг бўлган иккита йўлдош тортини маркази атрофида компланар орбиталар бўйлаб битта йўналишда ҳаракатланади; улардан бири r_0 радиусли доғравий, бошқаси эса перигей ва апогей масофалари мос равишда r_0 ва $8r_0$ бўлган эллиптик орбиталардир. Йўлдошлар орбиталари уринган нуқтада бир-бири билан бевосита учрашиб бирлашди ва кейини биргаликда ҳаракатланди деб фараз қилиб, уларнинг янги орбитаси апогейи топилсин.



51.30- масалага

Жавоб: $r_a = \frac{49}{23} r_0.$

51.30. Эксцентриситети e бўлган эллиптик орбитадаги нуқтанинг ҳақиқий φ ва эксцентрик E аномалиялари орасидаги боғланишлар аниқлансин.

Жавоб: $\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}.$

51.31. Эллиптик орбитанинг инсталган нуқтасидаги тезлик эксцентрик аномалия орқали ифодалансин.

Жавоб: $v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{1+e \cos E}{1-e \cos E}}.$

51.32. Эллиптик орбитада ҳаракат тезлиги перигей ва апогейидаги ўрта геометрик тезликларга тенг бўлган нуқталар топилсин.

Жавоб: $E = \pm \pi/2$ (эллипсининг кичик ўқи учларида ўрнашган нуқталар).

51.33. Тортиш маркази атрофида эллиптик ҳаракат қилувчи нуқтанинг радиус-вектор ифодаси: $r = \frac{p}{1+e \cos \varphi} e_r,$

$r = a(1 - e \cos E) e_r.$

ни билган ҳолда (бунда e_r — тортиш марказидан ўтказилган радиус-вектор r нинг бирлик вектори, φ — ҳақиқий, E эса — эксцентрик аномалия) орбитал ва инерциал координаталар системаларида ёзилган орбитал тезлик вектори ифодаси топилсин.

Жавоб:

$v = \sqrt{\frac{\mu}{p}} [e_r e \sin \varphi + e_\varphi (1 + e \cos \varphi)],$

$v = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \left[-e_1 \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E}{1-e \cos E} + e_2 \frac{(1-e^2) \cos E}{1-e \cos E} \right],$

бунда e_1 — қутбдан перигейга йўналган бирлик вектор, e_2 эса e_1 га перпендикуляр йўналган бирлик вектор.

51.34. Эллиптик орбитанинг қайси нуқтасида траекториянинг маҳаллий горизонт (радиус-векторга тик текислик) га оғиц бурчаги энг катта қийматга эришади?

Жавоб: $E = \pm \pi/2.$

51.35. Йўлдош r радиусли доиравий орбита бўйлаб ҳаракатланиб, T вақтда бир марта айланади. Радиал йўналишда u катталиктидаги тезлик импульси олиш ҳисобига у эллиптик орбитага ўтади. Эллиптик орбита бўйлаб айланиб чиқиш даври аниқлансин.

Жавоб: $T_1 = \frac{T}{\left[1 - \left(\frac{uT}{2\pi r} \right)^2 \right]^{1/2}}.$

51.36. Йўлдош r радиусли доиравий орбита бўйлаб ҳаракатланиб, T вақтда бир марта айланади. Тангенциаль (уринма) йўналишда

и катталикдаги тезлик импульси олиш ҳисобига у эллиптик орбитага ўтади. Эллиптик орбита бўйлаб айланиб чиқиш даври T_1 аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T_1 = \frac{T}{\sqrt{1 - \left(\frac{uT}{2\pi r}\right)^2 - \frac{uT}{\pi r}}}$$

51.37. Йўлдош Ер атрофига яқин r радиусли доиравий орбита бўйлаб ҳаракатланади. Йўлдошни, таъсири натижасида перигейи r_1 бўладиган эллиптик орбитага ўтказувчи радиал тезлик импульсининг қиймати аниқлансин?

$$\text{Жавоб: } u = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{r}{r_1}} - \sqrt{\frac{r_1}{r}} \right).$$

51.38. Космик кема радиуси $r_1 = 150 \cdot 10^6$ км бўлган Ер орбита-си бўйлаб $v = 30$ км/с тезлик билан ҳаракатланади. Узининг янги орбитаси афелийда Марс ($r_2 = 228 \cdot 10^6$ км) орбитасига чиқиши учун у қандай u уринма тезлик импульси олиши керак?

Шундай масалани Венера ($r_3 = 108 \cdot 10^6$ км) орбитасига чиқиш ҳоли учун ҳам счилин.

Жавоб: Марс орбитасига: $u = 2,95$ км/с.

Венера орбитасига: $u = 2,55$ км/с.

51.39. Йўлдош Ер атрофига яқин, перигей ва апогей радиуслари мос равишда r_1 ва r_2 бўлган эллиптик орбита бўйлаб ҳаракатланади. Апогей баландлиги H га ортиши учун перигейда u тезлигининг уринма бўйича қиймати қанчага ўсиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } u = \sqrt{\frac{2M}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{r_2 + H}{r_1 + r_2 + H}} - \sqrt{\frac{r_2}{r_1 + r_2}} \right).$$

51.40. Йўлдош доиравий орбитасида ҳаракатланаётган космик кема уринма тезлик импульси олиш йўли билан старт олиши ва гиперболик орбитага тезлигининг чексизликда берилган v_∞ қиймати билан чиқиши керак. Бошланғич доиравий орбитанинг қандай r_0 радиусига зарурий импульс u қиймати энг кичик бўлади?

Жавоб: $r_0 = 2\mu/v_\infty^2$.

52-§. Турли масалалар

52.1. Массалари m_1 ва m_2 га тенг бўлган иккита эркин нуқта ўзаро тортилиш кучи таъсирида ҳаракатланади. Биринчи нуқтанинг иккинчисига нисбатан ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: Гравитацион параметри $\mu = f(m_1 + m_2)$ бўлган абсолют ҳаракат қонунлари каби нисбий ҳаракат содир бўлади.

52.2. Қуёшнинг тегишли планета тортиши туфайли содир бўлувчи ҳаракати ҳисобга олинса, планеталарнинг Қуёш атрофида айланиб чиқиш давлари T_1 билан уларнинг эллиптик орбиталари катта ярим ўқлари a_1 орасида қандай боғлиқлик бўлади?

Жавоб: $\frac{a_1^3}{T_1^2} : \frac{a_2^3}{T_2^2} = \frac{M + m_1}{M + m_2}$, бунда m_1, m_2, M — мос равишда

планеталар ва Қуёшнинг массаси (51.26-масаланинг жавоби билан таққослансин).

52.3. Радиуслари R_1 ва R_2 бўлган иккита бир жинсли шарлар ўзаро тортишиш кучи таъсирида тинч ҳолатдан ҳаракатга кела бошладилар. Агар уларнинг марказлари орасидаги бошланғич масофа L , шарлар массалари эса m_1 ва m_2 га тенг бўлса, шарлар қандай μ нисбий тезлик билан тўқнашишлари аниқлансин.

Жавоб: $v_r = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{R_1+R_2} - \frac{1}{L} \right)}$, бу ерда $\mu = f(m_1 + m_2)$.

52.4. Массалари m_1 ва m_2 га тенг бўлган иккита нуқта тинч ҳолатдан ўзаро тортишиш кучи таъсирида ҳаракатга кела бошлади. Улар орасидаги бошланғич масофа L га тенг бўлса, нуқталар тўқнашгунча кетадиган T вақт аниқлансин.

Жавоб: $T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L^3}{2\mu}}$, бунда $\mu = f(m_1 + m_2)$.

52.5. Массалари m_1 ва m_2 га тенг бўлган иккита эркин нуқталар ўзаро тортишиш кучи таъсирида ҳаракатланадилар. Нуқталарнинг C массалар марказига нисбатан уларнинг ҳаракат қонуллари аниқлансин.

Жавоб: массалар марказига нисбатан ҳаракатлари, гравитацион параметрлари

$$\mu_1 = f \frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2} \quad \text{ва} \quad \mu_2 = f \frac{m_1^3}{(m_1+m_2)^2}.$$

бўлган абсолют ҳаракат қонуллари каби содир бўлади.

52.6. Марказий кучнинг радиус-векторга проекцияси $-\left(\frac{\mu}{r^2} + \frac{v}{r^3}\right)$ га тенг; бу ерда $\mu > 0$ ва v — бирор ўзгармас миқдорлар. Ҳаракатланувчи нуқтанинг траекторияси аниқлансин.

Жавоб: 1) $v < c^2$, $r = \frac{\rho}{1 + e \cos k(\varphi - \epsilon)}$, бу ерда $c = r^2 \dot{\varphi} = \text{const}$, $\rho = \frac{r^2 - v}{\mu}$, $k^2 = 1 - \frac{v}{c^2}$, e ва ϵ — ихтиёрий ўзгармаслар;

2) $v = c^2$, $\frac{1}{r} = \frac{\mu}{c^2} \frac{\varphi^2}{2} + C_1 \varphi + C_2$, C_1 ва C_2 — интеграллаш ўзгармаслари;

3) $v < c^2$, $r = \frac{\rho}{1 + e \operatorname{ch} k(\varphi - \epsilon)}$, бу ерда $\rho = -\frac{v - c^2}{\mu}$, $k^2 = \frac{v}{c^2} - 1$, e ва ϵ ихтиёрий ўзгармаслар.

52.7. Массаси m бўлган космик аппарат планетага унинг марказидан ўтувчи тўғри чизик бўйлаб яқинлашади. Двигатель томонида вужудга келтирилмаган mT га тенг тормозловчи куч охира қўниш (юлга тенг тезлик билан қўниш) ни таъминлаш учун уни планета сиртидан қандай H баландликда ишлатиб юборилиш керак? Космик аппаратнинг двигатель ишлатиб юборилмаган пайтдаги тезлиги v_0 га тенг, планетанинг гравитацион параметри μ , радиуси R ; бошқа осмон jismlarining тортиши, атмос-

феранинг қаршилиги ва двигателъ массасининг ўзгарishi ҳисобга олинамасин.

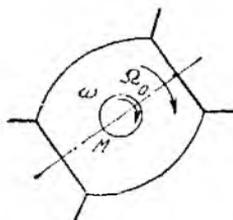
$$\text{Жавоб: } H = \frac{1}{2T} \left\{ \frac{\mu}{R} + TR + \frac{v_0^2}{2} \pm \right.$$

$\left. \pm \sqrt{\left(\frac{\mu}{R} + TP + \frac{v_0^2}{2} \right)^2 - 4\mu T} \right\} - R$; агар $T > \mu/R^2$ бўлса, плюс ишора. $T < \mu/R^2$ ҳолда, минус ишора олинади.

52.8. Космик аппаратни планеталар сиртидан H балаидликка кўтариш ва унга шу балаидликда доиравий ҳамда параболик космик тезликлар бериш учун керак бўладиган ракета двигатели бажарадиган фойдали иш аниқлансин. Космик аппаратнинг планета сиртидаги массаси M га тенг, планета радиуси — R ; атмосферанинг қаршилиги ҳисобга олинамасин. $M = 5000$ кг бўлганда шу ишни Ер учун иккинчи космик тезликка ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } A_1 = MgR \frac{R+2H}{2(R+H)}, A_2 = MgR, A_2 = 31,85 \cdot 10^7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

52.9. Космик аппарат Ω_0 бурчак тезлик билан айланади. Космик аппаратнинг айланишини тўхтатиш учун, бу айланиш мас-салар марказидан ўтиб, илгариллама ҳаракат қилувчи ўқ атро-фида бўлади, деб ҳисоблаб, M маховик двигатели бажариши керак бўладиган тўлиқ иш аниқлансин. Маховикнинг айланиш ўқи аппаратнинг айланиш ўқи билан устма-уст ту-шади; I ва I_0 маховик ва аппаратнинг (маховик билан бирга) умумий айланиш ўқиға нис-батан инерция моментлари. Бошланғич пайтда маховикнинг бурчак тезлиги аппаратнинг бур-чак тезлигига тенг.



52.9- масалага

$$\text{Жавоб: } A = \frac{1}{2} \frac{I_0(I_0 - I)}{I} \Omega_0^2.$$

52.10. 52.9- масалада баён этилган система электромоторининг статори $M_a = M_0 - \kappa \omega$ айлантирувчи момент ҳосил қилади деб ҳи-соблаб, космик аппарат айланишини тормозлаш чекли вақтда бажари-лиши учун зарур бўлган шарт топилсин; бу ерда M_0 ва κ — бир-роқ мусбат доимийлар, ω — маховикнинг нисбий бурчак тезлиги. Бу шарт бажарилган деб ҳисоблаб, тормозлаш вақти T аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } M_0 > \kappa \frac{I_0}{I} \Omega_0, T = \frac{I(I_0 - I)}{\kappa I_0} \ln \frac{IM_0}{IM_0 - \kappa I_0 \Omega_0}.$$

52.11. Космик аппаратнинг 52.9 ва 52.10- масалаларда баён этилган усуллар билан бажарилдиган айланишида аппаратнинг тор-мозланиш вақти оралиғида қандай ψ бурчакка бурчланиш аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \psi = \frac{I(I_0 - I)}{\kappa I_0} \Omega - \frac{I(I_0 - I)}{I_0^2 \kappa^2} (M_0 I - \Omega \kappa I_0) \times \\ \times \ln \frac{IM_0}{IM_0 - \kappa I_0 \Omega_0}.$$

52.12. Космик аппаратнинг корпусни буриш учун айланаётган аппаратда ҳаракат тенгламаси $\dot{\omega} + \omega/l = u$ кўринишини олган электро-двигатель — маховикдан фойдаланилади, бу ерда ω — маховикнинг пасбий айланиш бурчак тезлиги, T — унинг вақт доимийси, u эса $\pm u_0$ қийматларни оладиган бошқарувчи кучланни. Дастлаб, маховик қўзғалмас бўлганда, айланаётган корпусни беркиган φ бурчакка буриш ва тўхтатиш талаб қилинса, маховикнинг тезланиш олиш вақти t_1 ($u = u_0$) ва тормозланиш вақти t_2 ($u = -u_0$) аниқлансин. Маховикнинг айланиш ўқи космик аппаратнинг массалар маркази орқали ўтди; ҳаракат текис-параллел деб ҳисоблансин. Маховик ва аппаратнинг умумий айланиш ўқига нисбатан инерция моментлари мос равишда J ва J_0 га тенг.

$$\text{Жавоб: } t_1 = \tau + T \ln(1 + \sqrt{1 - e^{-\varphi/T}}).$$

$$t_2 = T \ln(1 + \sqrt{1 - e^{\varphi/T}}),$$

$$\text{бувда } \tau = \frac{J_0 \varphi}{J u_0 T}.$$

Х И Т И Б О Б

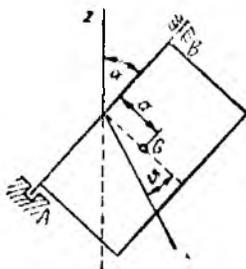
СИСТЕМА МУВОЗАНАТИНИНГ УСТУВОРЛИГИ, ТЕБРАНИШЛАР НАЗАРИЯСИ, ҲАРАКАТНИНГ УСТУВОРЛИГИ

53-§. Система мувозанат шарҳларини аниқлаш. Мувозанатнинг устуворлиги

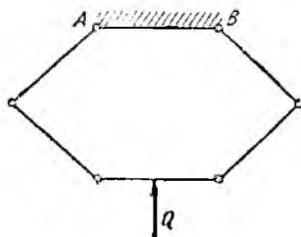
53.1. Тўғри бурчакли пластинканинг AB айланиш ўқи вертикалга α бурчак остида оғган. Пластинкани θ бурчакка айлантириш учун унга қўйилиши керак бўлган кучларнинг AB ўққа нисбатан M momenti топилинсин. Пластинка оғирлиги P . Пластинканинг G массалар марказидан AB ўққача бўлган масофа a га тенг.

Жавоб: $M = P a \sin \alpha \sin \theta$.

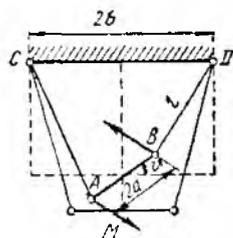
53.2. Ҳар бирининг оғирлиги P бўлган бир жинсли олтига бир хил стержеелардан тузилган шарвирли олти бурчак вертикал текисликда жойлашган. Олтибурчакнинг юқориги AB томони горизонтал



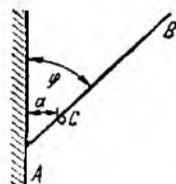
53.1- масалага



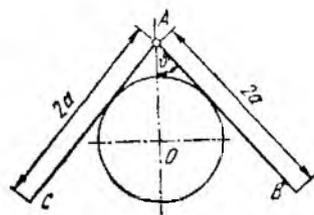
53.2- масалага



53.3- масалага



53.4- масалага



53.5- масалага

ҳолда қўзғалмас ҳолиб маҳкамланган; қолган томонлари AB нинг ўртасидан ўтувчи вертикалга нисбатан симметрик жойлашган. Система бефарқ мувозанатда бўлиши учун AB га қарама-қарши бўлган горизонтал томоннинг ўртасига қандай Q вертикал куч қўйиш керак?
Жавоб: $Q = 3P$.

53.3. Хар бирининг узунлиги l га тенг иккита ипга осиб қўйилган бир жинсли $2a$ узунлик ва Q оғирликка эга бўлган AB стерженьга M моментли жуфт куч қўйилган. Ипларнинг битта горизонталда жойлашган осилиш нуқталари бир-биридан $2b$ масофада туради. Стерженнинг мувозанат вазиятини аниқловчи θ бурчак топилин.

Жавоб: мувозанат ҳолатида θ бурчак

$$M \sqrt{l^2 - (a-b)^2 - 4abs \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} = Qab \sin \theta$$

тенгламадан топилади.

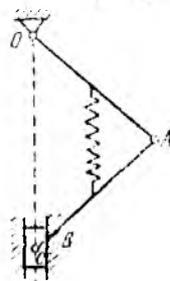
53.4. Узунлиги $2l$ бўлган тўғри чизиқли бир жинсли AB стержень пастки A учи билан вертикал деворга таяниб, девор билан φ бурчак ҳосил қилади. Стержень деворга параллел бўлган C миҳга ҳам тиралиб туради. Миҳ девордан a масофада жойлашган. Стержень мувозанатда турганда φ бурчакнинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $\sin \varphi = \sqrt{\frac{a}{l}}$

53.5. Ўзаро A шарнир билан бириктирилган иккита оғир стерженлар радиуси r бўлган силлиқ цилиндрга таяниб туради. Хар қайси стерженнинг узунлиги $2a$ га тенг. Система мувозанат ҳолатида стерженларнинг осилиш бурчаги 2θ аниқлансин.

Жавоб: θ бурчак $atg^3 \theta - r tg^2 \theta - r = 0$ тенгламадан аниқланади.

53.6. Система вертикал текисликда ўрнашган, m массали ва a узунликдаги иккита бир жинсли OA ҳамда AB стерженлардан ташкил топган. Стерженлар A нуқтада шарнир билан боғланган. O нуқтада — қўзғалмас шарнир, B нуқтада AB стержень O нуқта орқали ўтувчи вертикал бўй-



53.6- масалага

лаб силжий оладиган m_1 массали C жисмга шарнир воситасида бириктирилган. OA ва AB стерженларнинг ўргалари бикирлиги c бўлган пружина билан бирлаштирилган. Пружинанинг зўриқмай турган ҳолатидаги узунлиги $l_0 < a$. Мувозанат ҳолатлари ва уларнинг устуворлик шартлари топилсин. Ишқаланиш ва пружинанинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $2(m + m_1)g > c(a - l_0)$ ҳолда $\varphi_1 = 0$ га мос келувчи битта устувор мувозанат ҳолат; $2(m + m_1)g < c(a - l_0)$ ҳолида $\varphi_1 = 0$ га мос келувчи иккита ноустувор ва $\varphi_2 = \arccos \frac{2(m + m_1)g + cl_0}{ca}$

га мос келувчи устувор мувозанат ҳолатлар.

53.7. Узунлиги l бўлган бир жинсли оғир стерженнинг учлари $f(x, y) = 0$ тенглама билан берилган эгри чизик бўйлаб ишқаланмай сирғана олади. Стерженнинг мувозанат ҳолатлари аниқлансин (y ўқ вертикал бўйлаб юқорига, x ўқ горизонтал бўйлаб ўнгга йўналган).

Жавоб: стержень учларининг мувозанат ҳолатига жавоб берадиган координаталари $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - l^2 = 0$, $f(x_1, y_1) = 0$,

$$f(x_2, y_2) = 0, \quad 2(y_2 - y_1) \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} = (x_2 - x_1) \left[\frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial y_2} + \frac{\partial f}{\partial y_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \right]$$

тенгламалар системасининг ечимлари бўлади.

53.8. Узунлиги l бўлган бир жинсли оғир стерженнинг учлари $y = ax^2$ парабола бўйлаб ишқаланмай сирғана олади. Мумкин бўлган мувозанат ҳолатлари аниқлансин (y ўқ вертикал бўйлаб юқорига, x ўқ горизонтал бўйлаб ўнгга йўналган).

Жавоб: биринчи мувозанат ҳолати: $x_2 = -x_1 = \frac{l}{2}$, $y_1 = y_2 = al^2/4$. Иккинчи мувозанат ҳолати $\operatorname{ch} \xi = \sqrt{al}$ тенгламадан $x_1 = -\frac{1}{2a} e^{-\xi}$, $y_1 = \frac{1}{4a} e^{-2\xi}$, $x_2 = \frac{1}{2a} e^{\xi}$, $y_2 = \frac{1}{4a} e^{2\xi}$

формулалар билан аниқланади.

53.9. 53.7-масала эгри чизик ($f(x, y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$) эллипсдан иборат, стержень узунлиги эса $l < 2a$ шартин қаноатлантиради деб фараз қилиб ечилсин. Стерженнинг мумкин бўлган мувозанат ҳолатлари аниқлансин.

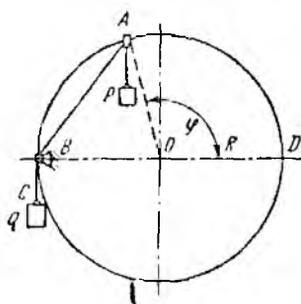
Қўрсатма. Декарт координатлари ўрнига $x = a \cos \varphi$, $y = b \sin \varphi$ муносабатлар ёрдамида φ координата (эксцентрик аномалия) ни киритиш керак.

Жавоб: мувозанат ҳолатлари эксцентрик аномалияларнинг қуйидаги тенгламалардан аниқланадиган қийматларига жавоб берилади:

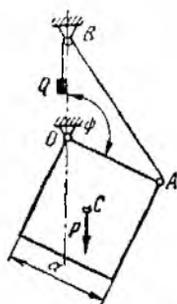
a) $\varphi_1 = \pi - \varphi_2$, $\cos \varphi_2 = \sqrt{\frac{l}{2a}}$ ($l \leq 2a$ бўлганда мавжуд);

b) $\sin \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \sqrt{\frac{l}{2b}}$, $\cos \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \sqrt{\frac{1 - lb/(2a^2)}{1 - b^2/(a^2)}}$ ($a > b$ ва $l < 2b$

бўлганда мавжуд).



53.10- масалага



53.11- масалага

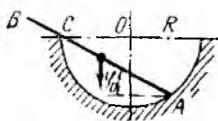
53.10. Вертикал текисликда жойлашган R радиусли силлиқ сим ҳалқада A ҳалқача ишқаланмасдан сирғана олади. Шу ҳалқачага ип воситасида массаси m_1 бўлган P юк осилган; катта ҳалқа горизонтал диаметрининг чеккасидаги жуда кичик B блокдан ўтказилган бошқа ипнинг C учи массаси m_2 бўлган Q юкка эга. A ҳалқачанинг мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва улардан қайси бирининг устувор бўлиши ва қайси бирининг ноустуворлиги текширилсин.

Кўрсатма. A ҳалқачанинг вазияти $\varphi = \angle DOA$ марказий бурчак билан ифодаланиши лозим. Ҳалқачанинг юқориги ва пастки ярим айланалардаги мувозанати алоҳида-алоҳида қараб чиқилиши керак.

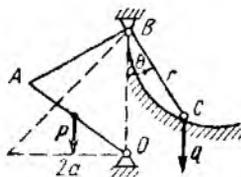
Жавоб: юқориги ярим айлана ($0 < \varphi < \pi$) $\frac{m_2}{m_1}$ нинг ҳар қандай қийматида ноустувор мувозанат ҳолати мавжуддир: $\sin \frac{\varphi_0}{2} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{m_2^2}{m_1^2} + 8} - \frac{m_2}{m_1} \right)$, буида $0 < \varphi_0 < \frac{\pi}{2}$. Пастки ярим айлана ($\pi < \varphi < 2\pi$) $\frac{m_2}{m_1} \leq 1$ бўлганда устувор мувозанат ҳолати мавжуддир: $\sin \frac{\varphi_0}{2} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{m_2^2}{m_1^2} + 8} + \frac{m_2}{m_1} \right)$, буида $\pi < \varphi_0 < \frac{3\pi}{2}$.

53.11. Бир жиқели квадрат пластинка O бурчакдан ўтувчи ўқ атрафида вертикал текисликда айлана олади; пластинка оғирлиги P га, томонларининг узунлиги a га тенг. Пластинканинг A бурчагига O нуқтадан вертикал бўйлаб a масофада турувчи кичкина B блок орқали ўтган l узунликдаги ип боғланган. Ипда оғирлиги $Q = \frac{\sqrt{2}}{2} P$ бўлган юк осилиб туради. Системанинг мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: мувозанат ҳолатлари ψ бурчакнинг қуйидаги қийматларига жавоб беради: $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = \frac{\pi}{6}$, $\psi_3 = \frac{\pi}{2}$, $\psi_4 = \frac{3\pi}{2}$. Биринчи ва учинчи мувозанат ҳолатлари устувордир.



53.12- масалага



53.13- масалага

53.12. Уzunлиги $2a$ бўлган бир жинсли оғир AB стержень радиуси R бўлган ярим айлана шаклидаги эгри чизиқли йўналтирувчига таянади. Ишқаланишни ҳисобга олмай мувозанат ҳолати аниқлансин ва унинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: мувозанат ҳолатида стержень горизонтал чизиққа φ_0 бурчак остида оғган; φ_0 бурчак $\cos \varphi_0 = \frac{1}{8R} [a + \sqrt{a^2 + 32R^2}]$ тенг-

ламадан аниқланади ($\sqrt{\frac{2}{3}}R < a < 2R$ деб фараз қилинади). Бу мувозанат ҳолати устувор бўлади.

53.13. Расмда, схема тарзида, OA қўтарма кўприк оғирлиги P ва узунлиги $2a$ бўлган бир жинсли пластинка кўринишида тасвирланган. Пластинка четининг ўртасига узунлиги l бўлган арқон маҳкамланган; арқон, O нуқта устида ундан вертикал бўйлаб $2a$ масофада турган кичкина B блок орқали ўтказилган. Арқоннинг бошқа C учи эгри чизиқли йўналтирувчида ишқаланмай сирғанадиган посангига боғланган. Системанинг бепарқ мувозанатда туриши учун йўналтирувчи қандай шаклда ва посанги оғирлиги Q нинг қанча бўлиши топилсин. Кўприк горизонтал вазиятда бўлганда C посанги OB тўғри чизиқда жойлашади.

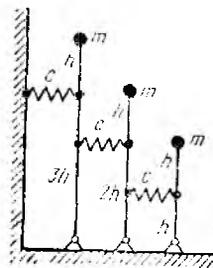
Жавоб: $Q = \frac{P}{\sqrt{2}}$; r, θ кўтб координаталарида йўналтирувчи тенг-ламаси қуйидагича:

$$r^2 = 2(l - 2\sqrt{2}a \cos \theta)r + 4\sqrt{2}al - l^2 - 8a^2.$$

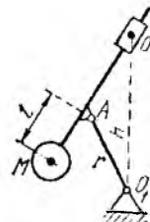
53.14. Расмда кўрсатилган «тўнтарилган» қўшалоқ маятник вертикал мувозанат вазиятининг устуворлиги текширилсин. Маятникни узунликлари l_1 ва l_2 бўлган стерженлар билан ўзаро боғланган ва массалари m_1 ва m_2 бўлган моддий нуқталар кўринишида схемалаштириш мумкин. Вертикал мувозанат ҳолатида ирружиналар зўриқмайди (ирружиналарнинг бикирликлари c_1 ва c_2).



53.14- масалага



53.15- масалага



53.16- масалага

Жавоб: устуворлик шартлари $c_1 l_1 > m_1 g$.

$$[(c_1 + c_2) l_2 - (m_1 + m_2) g] |c_1 l_1 - m_1 g| > c_1^2 l_1 l_2.$$

кўринишларда ёзилади.

53.15. Расмда кўрсатилган маятниклар системаси вертикал мувозанат ҳолатининг устуворлиги текширилсин; биринчи, иккинчи ва учинчи маятниклар стерженларининг узунликлари мос равишда $4h$, $3h$, $2h$ га тенг. Ҳамма маятникларнинг массалари ва пружиналарнинг бикирлиги бир хилда бўлиб, мос равишда m ва c га тенг. Пружиналар бириктирилган нуқталардан массалар марказларигача бўлган масофалар h га тенг. Стерженларнинг массалари ҳисобга олинмасин, m массалар эса моддий нуқталар деб ҳисоблансин; маятниклар вертикал ҳолатда бўлганида пружиналар зўриқмайди.

Жавоб: устуворлик шартлари қуйидаги кўринишларга эга:

$$13ch^2 - 4mgh > 0, \quad 49c^2 h^4 - 59mgch^3 + 12m^2 g^2 h^2 > 0,$$

$$36c^3 h^6 - 153mg c^2 h^5 + 130m^2 g^2 ch^4 - 24m^3 g^3 h^3 > 0.$$

53.16. Паллограф маятнигида M юк MO стерженга осилган; стержень айланиб турадиган O цилиндрчадан эркин ўтвб, A нуқтада шарнир ёрдамида AO_1 коромислога бириктирилган; узунлиги r бўлган коромисло O_1 ўқ атрофида айланади; юк массалар маркази билан A шарнир орасидаги масофа l га тенг; оралиқ $OO_1 = h$. Маятник вертикал мувозанат ҳолатининг устуворлиги текширилсин. Юкнинг ўлчовлари ва стерженларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\sqrt{rl} > h - r$ бўлганда мувозанат ҳолати устувор, $\sqrt{rl} < h - r$ ҳолида — ноустувор.

53.17. Кучи i_1 га тенг электр токи ўтаётган тўғри чизиqli сим унга параллел бўлган ва кучи i_2 га тенг токни ўтказаетган бошқа AB симни ўзига тортади. AB симнинг массаси m ; унга бикирлиги c бўлган пружина уланган; ҳар қайси симнинг узунлиги l га тенг. AB симда ток бўлмаганда симлар орасидаги масофа a га тенг. Системанинг мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Кўрсатма. i_1 ва i_2 тоқлар ўтаётган, узунлиги l бўлган, бир-биридан d масофада турган иккита параллел ўтказгичнинг ўзаро таъсир кучи $F = \frac{2i_1 i_2}{d} l$ формулага мувофиқ аниқланади.

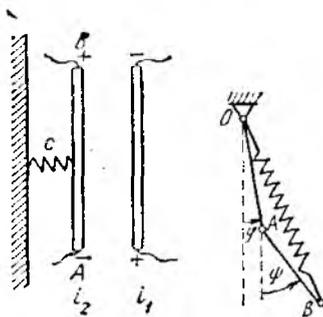
Жавоб: $\alpha = \frac{2i_1 i_2 l}{c} < \frac{a^2}{4}$ бўлганда иккита мувозанат ҳолати бор:

$$x_1 = \frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - \alpha} \text{ ва } x_2 = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - \alpha}, \text{ буида } x_1 \text{ устувор, } x_2$$

ноустувор мувозанат ҳолатга тўғри келади. $\alpha > \frac{a^2}{4}$ бўлганда муво-

занат ҳолати йўқ. $\alpha = \frac{a^2}{4}$ бўлганда ягона ноустувор мувозанат ҳолати

мавжуд.



53.17- масалага

53.18- масалага

ҳолатлари топилсин. AB ва OA стерженларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

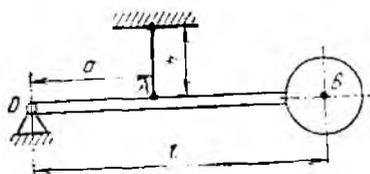
Жавоб: тўртта мувозанат ҳолатлар: $\varphi_1 = 0, \psi_1 = 0; \varphi_2 = \pi, \psi_2 = \pi; \varphi = \mp \varphi_3, \psi = \pm \psi_3$, бу ерда $\cos \varphi_3 = \cos \psi_3 = \frac{mg + ca}{2ca}$. $mg > ca$ бўлганда $\varphi_1 = 0, \psi_1 = 0$ — устувор мувозанат ҳолати. $mg < ca$ бўлганда $\varphi = \mp \varphi_3, \psi = \pm \psi_3$ — устувор мувозанат ҳолатлари. $\varphi_2 = \pi, \psi_2 = \pi$ мувозанат ҳолатлари ҳар доим поустувор.

54-§. Эркинлик даражаси битта бўлган системанинг кичик тебранишлари

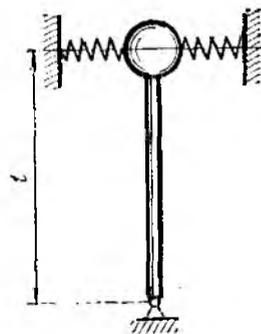
54.1. Узулиги l бўлган қаттиқ OB стержень O учидagi шарли шарнирда эркин тебрана олади ва бошқа учда Q оғирликдаги шарчани элтади. Чўзилмас, h узунликдаги вертикал ип воситасида стержень горизонтал ҳолатда ушлаб турилади. Оралик $OA = a$. Агар шарчани расм текислигига тик йўналишда тортиб туриб, кейин қўйиб юборилса, система тебрана бошлайди. Стерженнинг массасини ҳисобга олмай, система кичик тебранишларининг даври аниқлансин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{hl}{ag}}$.

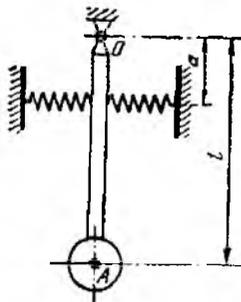
54.2. Тупроқ сейсмографларнинг баъзиларида қўлланиладиган астатик маятник кичик тебранишларининг даври



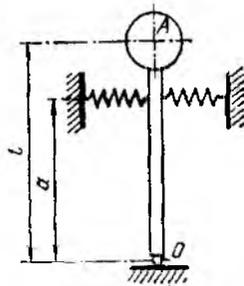
54.1- масалага



54.2- масалага



54.3- масалага



54.4- масалага

аниқлансин. Маятник бир учиди m масса бўлган l узунликдаги қаттиқ стержендан иборат; учлари маҳкамланган, ҳар қайсининг бикирлиги c бўлган горизонтал пружиналар бу массани қисиб туради. Стержень массаси ҳисобга олинмасин ва мувозанат вазиятида пружиналар зўриқмайди деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{2\pi}{\sqrt{2\frac{c}{m} - \frac{g}{l}}}$$

54.3. Маятник бир учиди m масса бўлган l узунликдаги қаттиқ стержендан иборат. Стерженнинг юқоридаги учидан a масофада унга бикирлиги c бўлган иккита пружина бириктирилган; пружиналарнинг қарама-қарши учлари маҳкамланган. Стержень массасини ҳисобга олмай, маятник кичик тебранишларининг даври топилсин.

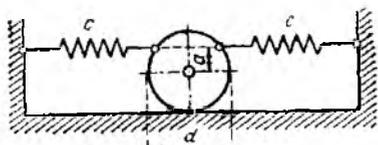
$$\text{Жавоб: } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2ca^2}{ml^2} + \frac{g}{l}}}$$

54.4. Олдинги масалада тасвирланган маятникда m масса осилиш нуқтасидан юқорига ўрнатилган деб ҳисоблаб, маятник вертикал мувозанат вазиятининг устувор бўлиш шарти аниқлансин ва маятник кичик тебранишларининг даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } a^2 > \frac{mgl}{2c}, T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2a^2c}{ml^2} - \frac{g}{l}}}$$

54.5. Диаметри d ва массаси m бўлган цилиндр горизонтал текислик бўйлаб сирғанмай ғилдирай олади. Цилиндрга унинг ўқидан a ораликда бикирликлари c бўлган иккита бир хил узунликдаги пружина бириктирилган; пружиналарнинг қарама-қарши учлари вертикал деворга маҳкамланган. Цилиндр кичик тебранишларнинг даври аниқлансин.

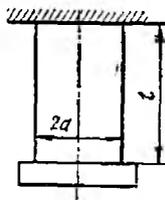
$$\text{Жавоб: } T = \frac{\pi\sqrt{3}}{1 + \frac{2a}{d}} \sqrt{\frac{m}{c}}$$



54.5- масалага



54.6- масалага



54.7- масалага

54.6. Маятник ва m массали қўзғалувчи G юкдан ташкил топган метрономнинг кичик тебранишлари даври аниқлансин. Бутун системанинг горизонтал айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти ҳаракатланувчи G юкни силжитиш йўли билан ўзгартирилади. Маятник массаси — M ; O айланиш ўқидан маятник массалар марказигача бўлган масофа s_0 га тенг; масофа $OG = s$; маятникнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти — I_0 .

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + Ms^2}{(Ms_0 - ms)g}}$$

54.7. Ҳар бирининг узунлиги l бўлган иккита вертикал илга осилган жисм иллар текислигида ва улардан бир хил узоқликда ётган вертикал ўқ атрофида буралади (осма бифиляр); иллар орасидаги масофа $2a$ га тенг. Жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция радиуси — ρ . Кичик тебранишларининг даври топилсин.

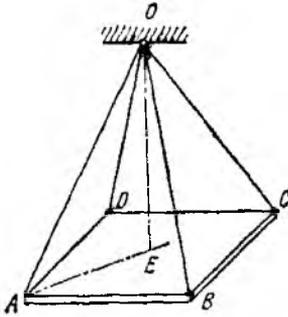
$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \frac{\rho}{a} \sqrt{\frac{l}{g}}$$

54.8. Доиравий ҳалқа бир хилдаги учта чўзилмас ип билан учта қўзғалмас нуқтага, ҳалқа текислиги горизонтал бўлиб турадиган қилиб осилган; ҳар қайси ипнинг узунлиги l . Ҳалқа мувозанатда турганида иллар вертикал бўлиб, ҳалқа айланасини тенг уч қисмга бўлади. Ҳалқанинг ўз марказидан ўтган вертикал ўқ атрофида қиладиган кичик тебранишларининг даври теңилсин.

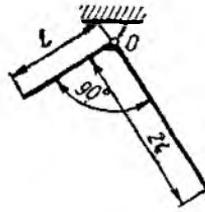
$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{l/g}$$

54.9. M массали оғир $ABCD$ квадрат платформа қўзғалмас O нуқтага тўртта эластик арқон воситасида осилган; система мувозанатда бўлган вақтда O нуқта платформанинг E марказидан вертикал бўйлаб l масофада туради. Ҳар қайси арқоннинг биқирлиги c га тенг. Платформа диагоналининг узунлиги a . Система вертикал тебранишларининг даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{c} \cdot \frac{(a^2 + 4l^2)}{16l^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Mga^2}{16cl^3}}}$$



54.9- масалага



54.10- масалага

54.10. Узунлиги l ва $2l$ бўлган ингичка бир жинсли стерженлардан тузилган бурчаклик O нуқта атрофида айланиши мумкин; стерженлар орасидаги бурчак 90° . Бурчакликнинг мувозанат вазияти атрофидаги кичик тебранишлари даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{V_6}{V_{17}}} \sqrt{\frac{l}{g}} = 7,53 \sqrt{\frac{l}{g}}$$

54.11. Айланиш ўқи горизонтал текислик билан β бурчак ташкил қилган M массали маятник кичик эркин тебранишларининг даври аниқлансин. Маятникнинг айланиш ўқиغا нисбатан инерция моменти I га, инерция марказидан айланиш ўқигача бўлган масофа s га тенг.

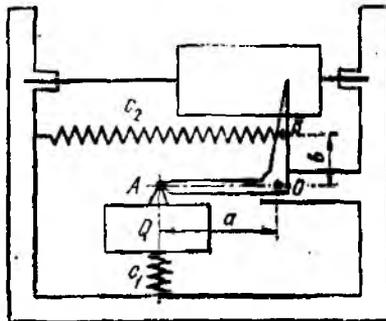
$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgs \cos \beta}}$$

54.12. Машиналар фундаментларининг вертикал тебранишларини қайд қилувчи асбобда бикирлик коэффициенти c_1 бўлган вертикал пружинага маҳкамланган m массали Q юк статик мувозанатлашган стрелкага шарнир билан қўшилган; бу стрелка O айланиш ўқиغا нисбатан инерция моменти I бўлган синиқ рычаг шаклида бўлиб, уни бикирлик коэффициенти c_2 бўлган горизонтал пружина итариб, мувозанат вазиятида тут α туради.

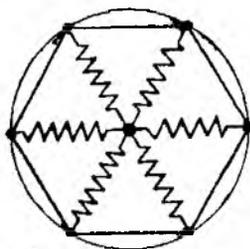
Стрелканинг вертикал мувозанат вазияти атрофидаги эркин тебранишларининг даври аниқлансин. $OA = a$, $OB = b$. Юкнинг ўлчамлари ва пружиналардаги бошланғич тортилиш ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I + ma^2}{c_1 a^2 + c_2 b^2}}$$

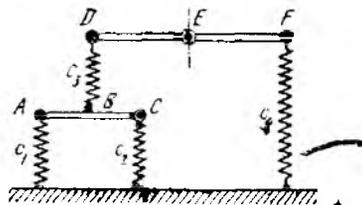
54.13. Амортизацияловчи асбобни мунтазам кўп бурчак учларига бикирлиги c бўлган n та пружина билан бириктирилган m массали



54.12- масалага



54.13- масалага



54.15- масалага

моддий нуқта шаклида схемалаштириш мумкин. Ҳар қайси пружина-
нинг эркин ҳолатдаги узунлиги a га, купурчакка ташқи чизилган
айлананинг радиуси b га тенг. Горизонтал текисликда жойлашган
системанинг эркин горизонтал тебранишларининг частотаси аниқ-
лақсин.

Кўрсаткичи. Потенциал энергияни иккинчи тартибли, ҳеч қандай кичик миқдор-
ларга қадар аниқлик билан ҳисоблаш учун пружиналарнинг қўзилишини ҳам
шундай аниқлик билан топиш керак.

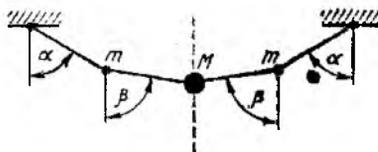
Жавоб: $k = \sqrt{\frac{nc(2b-a)}{2m \cdot b}}$

54.14. Олдинги масалада системанинг купурчак текислигига тик
бўлган тебранишларининг частотаси аниқлансин. Пружиналарнинг
массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k = \sqrt{\frac{nc(b-a)}{mb}}$

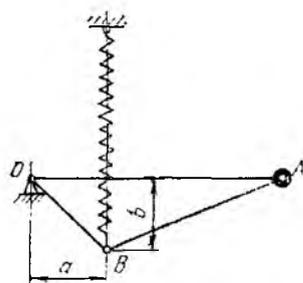
54.15. Расмда кўрсатилган система таркибига кирган E моддий
нуқтанинг кичик вертикал тебранишларининг частотаси аниқлансин.
Моддий нуқта массаси — m . Оралиқлар $AB = BC$ ва $DE = EF$; пружина-
ларнинг биқирликлари c_1, c_2, c_3, c_4 берилган. AC ва DF бал-
качалар қаттиқ ва массаси йўқ деб ҳисоблансин.

Жавоб: $k = \sqrt{\frac{4}{m \left(\frac{1}{4c_1} + \frac{1}{4c_2} + \frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_4} \right)}}$

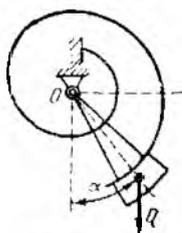


54.16- масалага

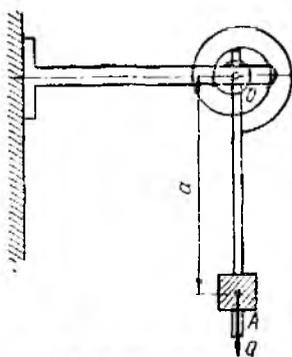
54.16. Узунлиги $4a$ бўлган
чўзилмайдиган ипда массалари
мос равишда m, M, m га тенг
бўлган учта юк бор. Ип симмет-
рик қилиб учларидан шундай
осилганки, ипнинг бошланғич ва
охирги қисмлари вертикал билан
 α бурчаклар, ўртадаги қисмлари



54.17-масалага



54.18-масалага



54.19-масалага

β бурчаклар ташкил қилади. M юк вертикал бўйлаб кичик тебранма ҳаракат қилади. M юк эркин вертикал тебранишларининг частотаси аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{g(\cos^2 \beta \sin \beta + \cos^2 \alpha \sin \alpha)}{a \cos \beta \cos \alpha \sin(\beta - \alpha) \cos(\beta - \alpha)}}$$

бунда
$$2m = \frac{M \sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \cos \beta}$$

54.17. Б. Б. Галилейнинг вертикал сейсмографи сфирлиги Q бўлган юк бириктирилган AOB рамкадан иборат. Рамка горизонтал O ўқ атрофида айланиши мумкин. Рамканинг B нуқтасига, O дан a масофада турувчи, бикирлиги c бўлган, чўзилишга ишлайдиган пружина бириктирилган. Мувозанат вазиятида OA стержень горизонтал жойлашган. Рамка билан юкнинг O ўққа нисбатан инерция моменти I , рамканинг баландлиги b . Пружина массасини ҳисобга олмай ва юк билан рамканинг массалар маркази O нуқтадан l масофада турган A нуқтада жойлашган деб ҳисоблаб, маятник кичик тебранишларининг частотаси аниқлансин.

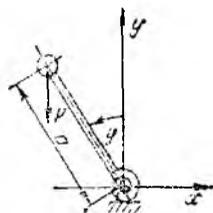
$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{ca^2 - F_0^2(l - b/L)}{I}}, \text{ бу ерда } F_0 = Q \frac{l}{a} \text{ — пружина-$$

нинг мувозанат вазиятидаги узунлиги.

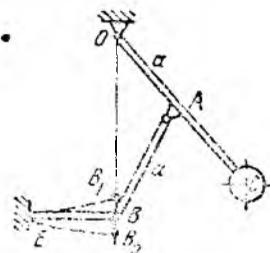
54.18. Фундаментлар, машина қисмлари ва ҳоказоларнинг тебранишини ёзишда қўлланиладиган вибрографда, сфирлиги Q бўлган маятникни бикирлиги c бўлган спираль пружина вертикалга нисбатан α бурчак остида ушлаб туради; маятникнинг O айланиш ўқиغا нисбатан инерция моменти I га, маятник массалар марказидан айланиш ўқиғача бўлган масофа s га тенг. Виброграф эркин тебранишларининг даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Qs \sin \alpha + c}}$$

54.19. Горизонтал тебранишларни ёзувчи вибрографда ричаг ва юкдан иборат бўлган OA маятник O горизонтал ўқда вертикал ус-



54.20-масалага



54.22-масалага

тувор мувозанат вазияти атрофида тебраниши мумкин; маятникни ўз оғирлиги ва спираль пружина вертикал устувор мувозанат вазиятида ушлаб туради. Агар маятник оғирлигининг максимал статик моменти $Q_0 = 45 \text{ Н} \cdot \text{см}$, O ўққа нисбатан инерция моменти $I = 0,3 \text{ кг} \times \text{см}^2$ ва пружинанинг бураллишга бикирлик коэффициентини $c = 45 \text{ Н} \times \text{см}$ бўлса, оғиш бурчаклари кичик бўлганда маятник ҳусусий тебранишларининг даври аниқлансин.

Жавоб: $T = 0,364 \text{ с}$.

54.20. Маятникнинг эркин айланишига унинг вертикал ҳолатида зўриқмай турганига қилиб ўрнатилган, бикирлиги c бўлган спираль пружина қаршиллик қилса, қандай шарт бажарилганда маятникнинг юқори вертикал ҳолатидаги мувозанати устувор бўлиши топилсин. Маятникнинг оғирлиги — P . Маятник массалар марказидан осиллиш нуқта-иглача бўлган масофа a га тенг. Шунингдек, маятникнинг айланиш ўқи-га нисбатан инерция моменти I_0 га тенг бўлса, унинг кичик тебранишлари даври топилсин.

Жавоб: $c > Pa$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{c - Pa}}$.

54.21. Бу илм олдинги масалада кўрилган маятник $c < Pa$ бўлганда учтадан кам бўлмаган мувозанат ҳолатларига эга бўлиши кўрсатилсин. Шунингдек, кичик тебранишларининг даври ҳам топилсин.

Жавоб: $\varphi = 0$ бўлганда — ноустувор мувозанат ҳолати. Устувор мувозанат ҳолати $\varphi = \varphi_0 > 0$, $\varphi = \varphi_0 < 0$ ҳолларида содир бўлади, бунда φ_0 билан $\sin \varphi = \frac{c}{Pa}$ тенгламанинг янгишлари белгиланган.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 \varphi_0}{Pa \cos \varphi_0 (1 + g \varphi_0)}}.$$

54.22. Маятникнинг OA стержень AB шатун бўлимида бикирлиги c бўлган кичик EB пўлат рессорага бириктирилган. Рессора зўриқмай гаида EB_1 вазиятга бўлади; рессорани маятникнинг мувозанатига тўғри келадиган EB_2 вазиятга келтириш учун, унга OB бўйлаб йўналган F_0 куч қўйиш керак; $OA = AB = a$. Стерженьлар массасини ҳисобга олмаймиз; маятник массалар марказидан айланиш ўқи-гача бўлган масофа $OC = l$; маятник оғирлиги Q га тенг. Энг яхши изохронлик (тебраниш даврининг бошланғич оғиш бурчагига боғлиқ бўл-

маслиги) ҳосил бўлиши учун система шундай қилиб ростланганки, маятникнинг $\varphi = f(\varphi) = -\beta\varphi + \dots$ ҳаракат тенгламасида ташлаб юбориладиган ҳадлардан биринчисининг тартиби φ^5 бўлади. Бунинг учун Q, F_0, c, a, l ўзгармас сонлар орасида қандай боғланиш бўлиши кераклиги топилиши ва маятник кичик тебранишларининг даври ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } Ql - 2aF_0 = 12a^2c, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - 2aF_0/(Ql)}}$$

54.23. Олдинги масаладаги маятник мувозанат вазиятидан $\varphi_0 = 45^\circ$ бурчакка оғганда, унинг тебранишлари даври кўп деганда 0,4% га ортиши кўрсатилсин. Шу шартларда оддий маятник даври қандай ўзгаради?

Жавоб: маятник ҳаракат тенгламасида φ^5 ҳади сақлаб қолиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \frac{1}{\sqrt{1 - 2aF_0/(Ql)}} \left(1 + \frac{\varphi_0^4}{96}\right);$$

оддий маятник 45° га оғганда тебраниш даври 4% га ўзгаради.

54.24. 54.22-масаланинг шартлари бўйича маятник $Ql = 2aF_0$ тенглик бажариладиган қилиб ростланган. Маятник мувозанат вазиятидан φ_0 бурчакка оғдирилганида унинг кичик тебранишлари даври топилисин.

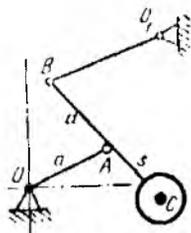
$$\text{Жавоб: } T = \frac{4l}{a\varphi_0} \sqrt{\frac{Q}{cg}} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = 5,24 \frac{l}{a\varphi_0} \sqrt{\frac{Q}{cg}}$$

54.25. Паллограф маятнигида маятникнинг M юки айланиб турадиган O цилиндр орқали эркин ўтказиладиган стерженга осилган. Стержень O_1 қўзғалмас ўқ атрофида айланувчи AO_1 коромислогга A нуқтада шарнир билан бириктирилган. Қандай шартда маятник MO стерженининг вертикал вазияти устувор мувозанат ҳолати бўлади. Маятникнинг мувозанат ҳолати атрофидаги кичик тебранишларининг даври топилисин. Юкнинг ўлچовлари ва стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин (стерженнинг ўлчовлари 53.16-масалага берилган расмда кўрсатилган).

$$\text{Жавоб: } h - r < \sqrt{rl}, \quad T = 2\pi(h - r + l) \sqrt{\frac{r}{[rl - (h - r)^2]g}}$$

54.26. Стерженларнинг массаларини ҳисобга олмай, расмда тасвирланган маятникнинг кичик тебранишлари даври топилисин. Юкнинг массалар маркази $OABO_1$ шарнирли тўрт звенели механизмнинг шатуни давомидаги C нуқтада ётади. Мувозанат ҳолатида OA ва BC стерженлар вертикал, O_1B стержень горизонтал жойлашган. $OA = AB = a$; $AC = s$.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{s+a}{g(s-a)}}$$



54.26- масалага

54.27. Юқори учи маҳкамлаб қўйилган пружинага осилган m мас-сали P юкнинг тебранишлари даври пружинанинг бикирлик коэффи-циенти c га ва массаси m_0 га тенг деб аниқлансин. Пружина икки нуқтасининг мувозанат ҳолатларидан четлашдиқларининг нисбати шу нуқталардан пружинанинг маҳкамланган учигача ҳисобланган тегиш-ли масофалар нисбатига тенг деб қабул қилинсин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{1}{3}m_0}{c}}$$

54.28. Юқори учи маҳкамланган ин индрсимон вертикал эластик стерженнинг қўйи учига горизонтал диск ўз маркази билан би-риктирилган. Дискнинг марказдан ўтувчи вертикал ўққа нисбатан инерция моменти I га, стерженнинг ўз ўқига нисбатан инерция мо-менти I_0 га тенг; буранишдаги бикирлик коэффициенти, яъни стерженнинг қўйи учини бир радианга бугиш учун зарур бўлган момент c га тенг. Системанинг тебраниш даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_0/3}{c}}$$

54.29. Оғирлиги Q бўлган юк учлари эркин таяниб турадиган балканинг ўртасига маҳкамланган; балканинг узунлиги l , қўйдаланг кесимининг инерция моменти I , материалнинг эластиклик модули E . Балканинг массасини ҳисобга олмай, юкнинг бир минутда бажа-радиган тебранишлари сови аниқлансин.

Жавоб: $n = 2080 \sqrt{\frac{EI}{Ql^3}}$, бунда узунлик бирлиги сифатида сан-тим эр қабул қилинган.

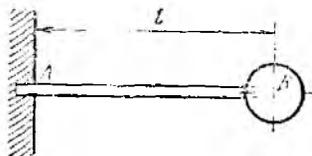
54.30. Қирқимининг инерция моменти $I = 180 \text{ см}^4$, узунлиги $l = 4 \text{ м}$ бўлган қўш таър балка бир хилдаги иккита эластик пружиналарда ётиб, унинг ўртасига қўйилган $Q = 2 \text{ кН}$ юкни кўтариб туради, пружиналарнинг бикирлиги $c = 1,5 \text{ кН/см}$. Балка оғирлиги-ни ҳисобга олмай, система эркин тебранишларининг даври аниқлан-син. Балка материалнинг эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2$.

Жавоб: $T = 0,238 \text{ с}$.

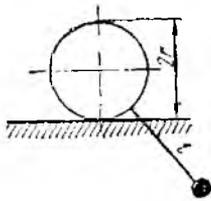
54.31. Горизонтал l узунликдаги AB стерженнинг B учига T давр билан тебраниувчи Q оғирликдаги юк бор; стерженнинг бошқа учи деворга қистириб қўйилган. Стержень қирқимининг тебраниш-лар текислигига тик марказий ўқига нисбатан инерция моменти I га тенг. Стержень материалнинг эластиклик модули топилсин.



54.30-масаллага



54.31-масаллага



54.32- масалага

Жавоб: $E = \frac{4 \pi^2 Q l^3}{3 l g T^2}$.

54.32. Горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб r радиусли ва M массали диск сирғамасдан юмалаши мумкин. Дискака бир учида нуқтавий m массаси бўлган l узунликдаги стержень маҳкам бириктирилган. Системанинг кичик тебранишлари даври топилсин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{3Mr^2 - 2ml^2}{2mg(r-l)}}$.

54.33. Дагал сиртли, R радиусли юмалок яримцилиндр устига тўғри тўртбурчак қирқимга эга бўлган M массали призма шаклидаги брус қўйилган. Бруснинг бўйлама ўқи цилиндр ўқига тик. Бруснинг учлари бир хил c бикирикдаги пружиналар билан полга бириктирилган. Брусни цилиндр устида сирғанмайди деб, унинг кичик тебранишлари даври топилсин. Бруснинг брус массалар маркази орқали ўтувчи кундалинг горизонтал ўққа nisбатан инерция моменти I_0 га тенг.

Жавоб: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{Ma^2 - I_0}{Mg(R-a) - 2cl^2}}$.

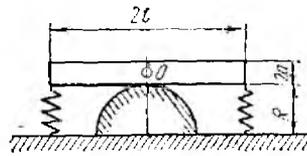
54.34. Эркинлик даражаси бирга тенг бўлган система амплитуда-частота характеристикасининг ўткирлиги тезликка пропорционал шик қаланиш кучи таъсир этганида амплитуда-частота характеристикасининг «ярим кенглиги» билан характерланади. Амплитуда-частота характеристикасининг «ярим кенглиги» шундай иккита частоталар орасидаги фарқ билан ўлчанадики, бу частоталарга мос тебраниш амплитудалари резонансга тўғри келадиган амплитуданинг ярмига тенг бўлади. Амплитуда-частота характеристикаси «ярим кенглиги» Λ ни «частоталарни сошлаш коэффициентини» $z = \frac{\omega}{k}$ ва келтирилган сўниш

коэффициенти $\delta = \frac{n}{k}$ орқали ифодалансин. $\delta \ll 1$ бўлган ҳол учун тақрибий формула берилсин (ω — мажбур этувчи кучнинг частотаси, k — хусусий тебранишлар частотаси; резонанс ҳолида $z = 1$)

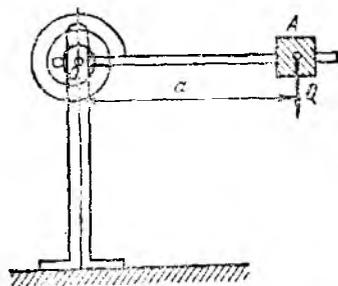
Жавоб: Амплитуда-частота характеристикасининг «ярим кенглиги»

$$\Lambda = z_2 - z_1 = \sqrt{1 - 2\delta^2 + 2\delta\sqrt{3 + \delta^2}} - \sqrt{1 - 2\delta^2 - 2\delta\sqrt{3 + \delta^2}}$$

ёки $\delta \ll 1$ бўлса, $\Lambda \approx 2\delta\sqrt{3}$ га тенг.



54.33- масалага



54.35-масалага

54.35. Вертикал тебранишларни бенин учун ишлатиладиган вибрографда асбобнинг ёзадиган пероси билан бириктирилган OA стержень O горизонтал ўқ атрофида айлана олади. OA стерженнинг A учига Q юк қўйилган бўлиб, стержень еливалы пружина билан горизонтал ҳолатда мувозанатда туриб турилади. Агар виброграф $z = 0,2 \sin 25t$ см қонун билан вертикал тебраниш хаванат қилувчи фундаментида ўрнатилган бўлса, OA стерженнинг нисбий ҳаракати аниқлансин. Пружинанинг бурашига бикилик коэффициенти $c = 1 \text{ Н/см}$, OA стерженнинг Q юк билан бирга O га нисбатан инерши моменти $I = 4 \text{ кг·см}^2$ га тенг, $Qa = 100 \text{ Н·см}$. Стерженнинг хусусий тебранишлари нисобга олтинмасин.

Жавоб: $\varphi = 0,0051 \sin 25t$.

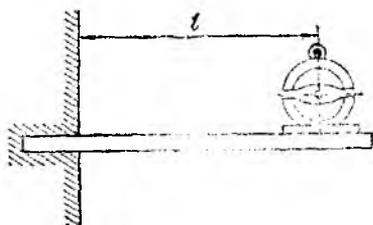
54.36. Олдинги 54.35-масалада баён қилинган виброграф стержени қўзғалмас қилиб ўрнатилган магнит қутблари орасида тебранивчи алюминий пластинка қўйилишидаги электромагнит тормозга эга. Пластинкада пайдо бўладиган ушма тоқлар пластинка ҳаракати тебранишнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган ва аперидиклик чегарасига қадар олган тормозланишни юзага келтиради. Агар асбоб $z = h \sin pt$ қонун билан вертикал тебранивчи фундаментида ўрнатилган бўлса, асбоб егрелжасининг мажбурий тебранишлари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = a\varphi = \frac{Qah}{Ig \left[1 + \frac{c}{I\omega^2} \right]} \sin(\omega t - \epsilon), \quad \text{tg } \epsilon = \frac{2 \sqrt{\frac{c}{I\omega^2}}}{1 - \frac{c}{I\omega^2}}$$

54.37. Массаси M_1 бўлган вертикал двигателъ асбобининг юзи S бўлган фундаментида маҳкамланган. Супрединги солиштирма бикирлиги λ га тенг I двигателъ кривошибининг узунлиги r , шатунини узунлиги l , валнинг бурчак тезлиги ω , поршень ва илгарилари қайтма ҳаракат қилувчи мувозанатланмаган кремлярнинг массаси M_2 , фундамент массаси M_3 га тенг, кривошиб нисбати бедамида муво-

занатлаштирилган деб ҳисоблансин. Шатуннинг массаси ҳисобга олинмасин. Фундаментнинг мажбурий тебранishi таъин аниқлансин.

Кўрсатма. Ҳисобларда $\frac{r}{l}$ кичик ҳисобнинг бирдан юқори даражаси ҳамма ҳақлари ҳисобга олинмасин.



54.39- масалала

Жавоб: фундамент массалар марказининг мувозанат ҳолатидан

$$\text{силжини } \xi = \frac{\lambda_2 r \omega^2}{(M_1 + M_2)(k^2 - \omega^2)} \cos \omega t + \frac{r}{l} \frac{M_2 r \omega^2}{(M_1 + M_2)(k^2 - 4\omega^2)} \cos 2\omega t,$$

бунда $k = \sqrt{\frac{\lambda S}{M_1 + M_2}}$

54.38. Массаси $M = 10^4$ кг бўлган вертикал тебранаётган двигател ости фундаментнинг етирлиги мажбурий тебушининг амплитудаси 0,25 мм дан ошиб кетмайдиган қилиб ҳисоблансин. Фундамент асосининг юзаси $s = 100$ м² фундамент остидаги туққуннинг солиштирма биқирлиги $\lambda = 490$ кН/м³. Двигател кривошипнинг узунлиги $r = 30$ см, шатуннинг узунлиги $l = 180$ см, валининг бурчак тезлиги $\omega = 8\pi$ рад/с, поршень ва илгариллама-қайтма ҳаракат қилувчи бошқа мувозанатлаштирилмаган қисмларнинг массаси $m = 250$ кг; кривошип поёсиги ёрдамчи мувозанатлаштирилган деб ҳисоблансин. Шатуннинг массаси ҳисобга олинмасин.

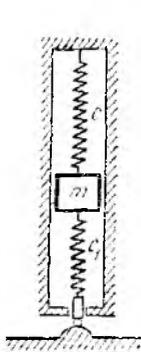
Кўрсатма. Олинги масаланинг ечим натижасидан фойдаланилсин ва $\frac{r}{l}$ нисбатга эга ҳақларни таъриф теборинг натижасида олинган ечим билан чегараланилсин. Кўрсатилган тақрибий ечимни асос қилиб қолушиёйлиги текширилсин.

Жавоб: $G = 3592,7$ кН.

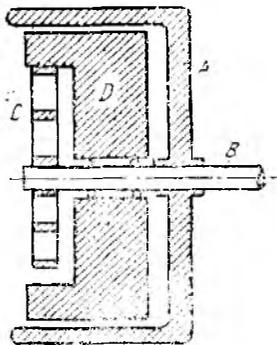
54.39. Массаси $M = 1200$ кг бўлган электромотор бир учи билан деворга қиспирилган иккинчи горионтал ва ўзаро параллел балкаларнинг эркин учига ўрнатилган. Электромотор ўқидан деворгача бўлган масофа $l = 1,5$ м. Электромотор яқори $n = 50$ рад/с тезлик билан айланиди, якорь массаси $m = 200$ кг, унинг массалар маркази вал ўқидан $r = 0,05$ мм масофада туради. Балкалар усалган юмшоқ пўлатнинг эластиклик модули $E = 19,6 \cdot 10^7$ Н/см². Қўндаманг қизқим юзасининг инерция моменти шундай аниқлавлансинки, мажбурий тебушининг амплитудаси 0,5 мм дан ошмасин. Балканинги етирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $I = 8740$ см⁴ ёки 8480 см⁴.

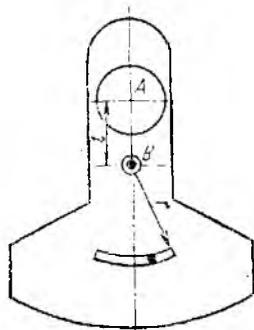
54.40. Клапанин ҳаракатга келтирувчи кулачокли механизмининг схематик равишда, бир томондан s биқирликдаги пружина билан қўзғалмас нуқтага биқиртилган, иккинчи томондан илгариллама ҳаракат қилувчи кулачокдан узатилувчи, s биқирликдаги пружина орқали ҳаракатланувчи m масса шаклида тасвирлаш мумкин: кулачокнинг профили шундайки, вертикал етказкилар:



54.40-масалага



54.41-масалага



54.42-масалага

$0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$ бўлганда $x_1 = a[1 - \cos \omega t]$, $t > \frac{2\pi}{\omega}$ бўлганда $x_2 = 0$ формулалар билан аниқланади. m массали жисм ҳаракати аниқлан-
син.

Жавоб: $0 \leq t \leq 2\pi/\omega$ бўлганда

$$x = \frac{c_1 a}{m(k^2 - \omega^2)} [\cos kt - \cos \omega t] + \frac{c_1 a}{mk^2} [1 - \cos kt], \text{ бу ерда}$$

$$k = \sqrt{\frac{c + c_1}{m}}.$$

$t > 2\pi/\omega$ бўлганда юк эркин тебранади:

$$x = \left[\frac{c_1 a}{m(k^2 - \omega^2)} - \frac{c_1 a}{mk^2} \right] [\cos kt - \cos \left(t - \frac{2\pi}{\omega} \right)].$$

54.41. Бурама тебранишларни ёзиш учун торсиограф ишлатила-
ди: у B валга маҳкам ўрнатилган енгил алюминий A ишқидан ва
 B валга нисбатан эркин айлана оладиган оғир D маховикдан иборат.
Вал D маховикка биқирлиги c бўлган спираль пружини воситасида
боғланган. B вал $\varphi = \omega t + \varphi_0 \sin \omega t$ қонунга асосан ҳаракатланади
(гармоник тебранишлар билан қўшилган бир текис айланиш). Махо-
викнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг. Тор-
сиограф маховикнинг мажбурий тебранишлари текширилсин.

Жавоб: маховикнинг нисбий айланиш бурчлари:

$$\varphi = \frac{\varphi_0 \omega^2}{c - \omega^2} \sin \omega t.$$

54.42. Авияция мотори тирсакли валининг тебранишларини сўп-
дириниш учун, шу вал поангисида маркази айланиш ўқиғини $AB =$
 $= l$ масофага сурилган r радиусли айлана ёни шаклида из ошлади;
из бўйлаб моддий нукта тарзида схемалаштирилган қўшимча посан-
ги эркин ҳаракатлашини мумкин. Валининг айланиш бурчак тезлиги

ω га тенг. Огирлик кучининг таъсирини ҳисобга олмай, қўшимча посанги кичик тебранишларининг частотаси аниқлансин.

Жавоб: $k = \omega \sqrt{\frac{l}{r}}$.

54.43. Бикирлиги c бўлган пружинада осилиб турган P оғирликдаги юкка бошланғич пайтда ўзгармас F куч қўйилган. Ушнинг таъсири τ вақт ўтганидан кейин тўхтайди. Юкнинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $0 \leq t \leq \tau$ бўлганда $x = \frac{F}{c} \left[1 - \cos \sqrt{\frac{cg}{P}} t \right]$;

$\tau \leq t$ бўлганда $x = \frac{F}{c} \left[\cos \sqrt{\frac{cg}{P}} (t - \tau) - \cos \sqrt{\frac{cg}{P}} t \right]$.

54.44. Олдинги масалада баён қилинган системага куч турли муддатларда таъсир қилганда системанинг мувозанат ҳолатидан максимал оғишлари аниқлансин:

1) $\tau = 0$, $\lim_{\tau \rightarrow 0} F \tau = S$ (зарба); 2) $\tau = \frac{T}{4}$;

3) $\tau = \frac{T}{2}$, бунида T — системанинг эркин тебранишлари даври.

Жавоб: 1) $x_{\max} = \sqrt{\frac{g}{cP}} S$; 2) $x_{\max} = \sqrt{2} \frac{F}{c} = \sqrt{2} x_{\text{ст}}$;

3) $x_{\max} = 2 \frac{F}{c} = 2 x_{\text{ст}}$.

54.45. Чўзилмайдиган l узунликдаги илга осилган моддий нуқтадан иборат маятникнинг ҳаракат қонуни топилсин. Маятник осилган нуқта берилган $\xi = \xi(t)$ қонун бўйича горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланади.

Жавоб: маятникнинг вертикалга шибатан φ оғиш бурчаги

$$\varphi = c_1 \sin kt + c_2 \cos kt - \frac{\xi(t)}{l} + \frac{k}{l} \int_0^t \xi(\tau) \sin k(t - \tau) d\tau$$

қонун бўйича ўзгаради, бу ерда $k = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

54.46. Бикирлиги c бўлган пружинага осилган m массали моддий нуқтага қуйидаги

$$t < 0 \text{ бўлганда, } F = 0,$$

$$0 < t \leq \tau \text{ да, } F = \frac{t}{\tau} \cdot F_0,$$

$$t > \tau \text{ да, } F = F_0$$

шартлар билан берилган уйғошуви куч таъсир қилади. Нуқтанинг ҳаракати ва $t > \tau$ бўлганда тебранишлар амплитудаси аниқлансин.

Жавоб: $x = \frac{F_0}{c} \left[1 - \frac{2}{k\tau} \cos k \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \sin \frac{k\tau}{2} \right]$;

$k = \sqrt{\frac{c}{m}}$; $A = \frac{2F_0}{k c \tau} \sin \frac{k\tau}{2}$.

54.47. Бикирлиги c бўлган пружинада осилиб турган m массали юкка $Q(t) = F |\sin \omega t|$ қонун билан ўзгарувчи уйғотувчи куч таъсир қилади. Частотаси уйғотувчи куч частотасига тенг системанинг тебранишлари аниқлансин.

Жавоб: $0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega}$ бўганда $x = \frac{F \omega}{m k (\omega^2 - k^2)} \times$
 $\times [\sin kt + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{2\omega} \cos kt] - \frac{F}{m(\omega^2 - k^2)} \sin \omega t; \quad k = \sqrt{\frac{c}{m}}$.

54.48. Ҷўртасида P оғирликдаги диск бўлган ваззена валнинг (қўнда илг тебранишларга нисбатан) критик бурчак тезлиги аниқлансин. Қўндаги ҳолатлар кўриلسин: 1) вал икки учи билан узун подшпикниккага таяниб туради (учларини қристириб қўйилган деб ҳисоблаш мумкин); 2) валнинг бир учи узун подшпикникка (учи қристирилган), бошқа учи эса қисқа подшпикникка (учи тиралган) таянади. Валнинг узунлиги l га, эгилишига бикирлиги эса EI га тенг.

Жавоб: 1) $\omega_{кр} = \sqrt{\frac{192EIg}{Pl^3}}$; 2) $\omega_{кр} = \sqrt{\frac{768EIg}{7Pl^3}}$.

54.49. Узунлиги l бўлган енгил вал айланishiнинг критик тезлиги вал иккита қисқа подшпикникларда турганида аниқлансин; валнинг подшпикникдан чиққан a узунликдаги учида P оғирликдаги диск бор. Валнинг эгилишига бикирлиги EI деб олинсин.

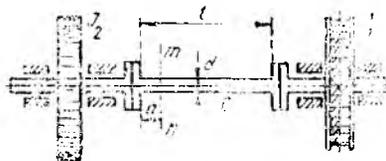
Жавоб: $\omega_{кр} = \sqrt{\frac{2EIg}{Pl a^2}}$.

54.50. Бир учи қисқа ва иккинчи учи узун подшпикникларда ётган оғир вал айланishiнинг критик тезлиги аниқлансин; валнинг узунлиги l , эгилишига бикирлиги EI , вал узунлиги бикирлигининг оғирлиги q га тенг.

Жавоб: $\omega_{кр} = 15,4 \sqrt{\frac{EIg}{q l^3}}$.

55- §. Эркинлик даражаси бир нечта бўлган системанинг кичик тебранишлари

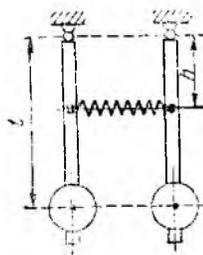
55.1. Гидравлик турбиналарни бошиқариш процессини экспериментал йўл билан текшириш учун, роторнинг айланishi ўқига нисбатан инерция моменти $I_1 = 50 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ бўлган турбина, инерция моменти $I_2 = 1500 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ бўлган маховикдан ва турбина роторини маховик билан бирлаштирувчи эластик σ валдан ташқил топган мослама йиғилган; вал $l = 1552 \text{ мм}$ узунликка, $d = 25,1 \text{ мм}$ диаметрга эга, вал материалининг енгиллиги модули $G = 8200 \text{ кН} \cdot \text{см}^2$. Вазниниң массасини ва йўвон жойларининг бурчлигини ҳисобга олмай, берилган системанинг эркин тебранишларида қўзғалмай қолган m кесим (аҳамиятли кесим) топилсин, шунингдек, системанинг эркин тебранишлари даври T ҳисоблансин.



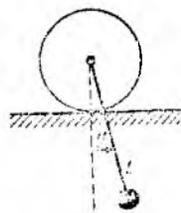
55.1-кесимда

Жавоб: $a = 50 \text{ мм}$, $T = 0,09 \text{ с}$.

55.2. Бир учта маҳкамлашган, ўртасида ва иккинчи учига бир жиқсли дисклар ўрнатилган ваъдан ташқил тошган системанинг эркин буралма тебранишларининг частотаси аниқлансин. Ҳар бир дискнинг вал ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг; вал қисмларининг буралишга бикирлиги $c_1 = c_2 = c$. Валининг массаси ҳисобға олинимасин.



55.4-масаллага



55.5-масаллага

Жавоб: $k_1 = 0,32 \sqrt{\frac{c}{I}}$, $k_2 = 1,62 \sqrt{\frac{c}{I}}$.

55.3. Вал ва унга ўрнатилган учта бир хил дисклардан иборат системанинг бош буралма тебранишларининг частотаси аниқлансин. Иккита диск валининг ушларида, учинчиси эса унинг ўртасиға маҳкамлашган. Ҳар бир дискнинг вал ўқиға нисбатан инерция моменти — I ; вал қисмларининг буралишга бикирлиги — $c_1 = c_2 = c$. Валининг массаси ҳисобға олинимасин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{c}{I}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{3c}{I}}$.

55.4. Ҳар бирининг узунлиги l ва массаси m бўлган иккита бир хил маятниклар стерженлари осилиш ўқларидан h масофада бикирлиги c бўлган эластик пружина ушлари билан бириктирилган. Маятниклардан бирини унинг мувозанат ҳолатидан α бурчакка огдирилганидан кейин, системанинг маятниклари мувозанат текислигида қиладиган тебрама ҳаракати аниқлансин; маятникларнинг бошланғич тезликлари нолға тенг. Маятник стерженларининг массалари ва пружинанинг массаси ҳисобға олинимасин.

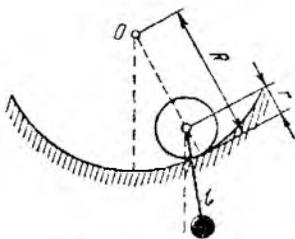
Жавоб: $\varphi_1 = \alpha \cos \frac{k_1 + k_2}{2} t \cos \frac{k_2 - k_1}{2} t$, $\varphi_2 = \alpha \sin \frac{k_1 + k_2}{2} t \times \sin \frac{k_2 - k_1}{2} t$, бу ерда φ_1 ва φ_2 маятникларнинг вертикалга нисбатан

оғиш бурчаклари ва $k_1 = \sqrt{\frac{g}{l}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2ch^2}{ml^2}}$.

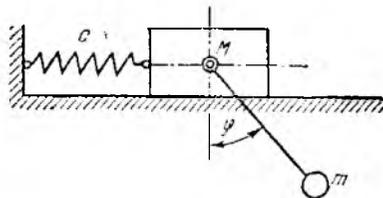
55.5. Массаси M бўлган диск тўғри чизиқли темир йўлда сирғаниб-кетдиш қималаши мумкин. Бир учига m массали нуқтасий юки бор бўлган l узунликдаги стержень дискнинг марказига шароити бириктирилган. Маятникнинг кичик тебранишлари даври топилисин. Стерженнинг массаси ҳисобға олинимасин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{3M}{3M + 2m} \frac{l}{g}}$.

55.6. Олдинги масалала тўғри чизиқли темир йўлни R радиусли айлана ёни билан алмаштириб, қаралаётган системанинг кичик тебранишлари частотаси топилисин.



55.6- масалага



55.7- масалага

Жавоб: бош частоталар

$$\frac{3M}{3M+2m} k^2 - \left[\frac{2(M+m)g}{(3M+2m)(R-z)} + \frac{g}{l} \right] k^2 + \frac{2(M+m)g^2}{(3M+2m)(R-r)l} = 0.$$

тенгламанинг ядизларидир.

55.7. Маятник, горизонтал текисликда ишқаланмай сирпана оладиган M ползундан ва ползун билан боғлиқ ўқ атрофида айлана оладиган, l узунликдаги стержень ёрдамида ползун билан бириктирилган m массали шарчадан иборат. Ползунга бикирлиги c га тенг пружина улашган, пружинанинг бошқа учи қўзғалмас қилиб маҳкамлашган. Системанинг кичик тебранишлари частоталари аниқлансин.

Жавоб: изланувчи частоталар

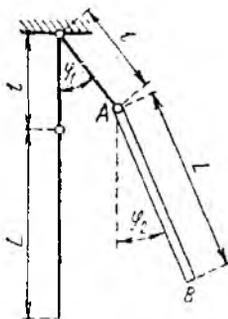
$$k^2 - \left[\frac{c}{M} + \frac{g}{l} \frac{M+m}{M} \right] k^2 + \frac{c}{M} \cdot \frac{g}{l} = 0$$

тенгламанинг ядизларидир.

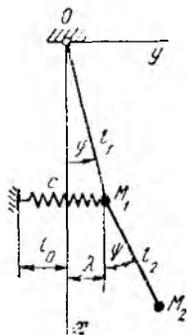
55.8. Иккита бир хил физик маятниклар битта горизонтал текисликда ўрнашган, ўзаро параллел горизонтал ўқларга осилган ва зўриқмай турган ҳолатидаги узунлиги маятник ўқлари орасидаги масофага тенг бўлган эластик пружина билан боғланган. Ҳаракатга кўрсатиладиган қаршиликни ва пружинанинг массасини ҳисобга олмай, мувозанат ҳолатига нисбатан кичик оғиш бурчларида система бош тебранишларининг частоталари ва амплитудалари нисбатлари аниқлансин. Ҳар бир маятникнинг оғирлиги P ; унинг массалар маркази орқали осилиш ўқига параллел ўтадиган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ ; пружинанинг бикирлиги c , маятник массалар марказидан ва пружинанинг маятникка бириктирилш нуқтасидан осилиш ўқиғача бўлган масофалар мос равишда l ва h га тенг (55.4- масалага берилган расмга қаранг).

$$\text{Жавоб: } k_1^{(1)} = \frac{gl}{\rho^2 + l^2}, \quad k_2^{(1)} = \frac{(Pl + 2ch^2)g}{P(\rho^2 + l^2)}, \quad \frac{A_1^{(1)}}{A_2^{(1)}} = 1, \quad \frac{A_1^{(2)}}{A_2^{(2)}} = -1.$$

55.9. Бир жиғини, l узунликдаги AB стержень $l = 0,5L$ узунликдаги ип ёрдамида қўзғалмас нуқтага осилган. Ипнинг массасини ҳисобга олмай, системанинг бош тебранишлари частоталари ва биринчи ҳамда иккинчи бош тебранишларда стержень билан ипнинг вертикалга нисбатан оғишлари нисбатлари аниқлансин.



55.9- масалага



55.12- масалага

Жавоб: $k_1 = 0,677 \sqrt{\frac{g}{l}}$, $k_2 = 2,558 \sqrt{\frac{g}{l}}$;

биринчи бош тебранишда $\varphi_1 = 0,847 \cdot \varphi_2$, иккинчисиди $\varphi_1 = -1,180\varphi_2$, бунда φ_1 ва φ_2 орқали ип ва стерженнинг вертикал билан ҳисил қилган бурчакларининг амплитудалари белгиланган.

55.10. Олдиги масалада ипнинг узунлигини стержень узунлигига нисбатан жуда катта деб ҳисоблаб ва $\frac{l}{L}$ нисбатининг квадратини ҳисобга олмаб, система эркин тебранишлари энг кичик частотасининг l узунликдаги математик маятник тебранишлари частотасига бўлган нисбати аниқлансин.

Жавоб: $1 - \frac{1}{4} \frac{l}{L}$.

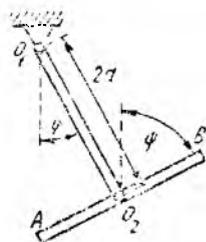
55.11. 55.9- масалада ипнинг узунлигини стержень узунлигига қараганда жуда кичик деб ва $\frac{l}{L}$ нисбатининг квадратини ҳисобга олмаб, система эркин тебранишлари энг кичик частотасининг айлашиш ўқи стержень учига жойлашган деб қаралган физик маятникнинг тебранишлари частотасига бўлган нисбати аниқлансин.

Жавоб: $1 - \frac{9}{16} \frac{l}{L}$.

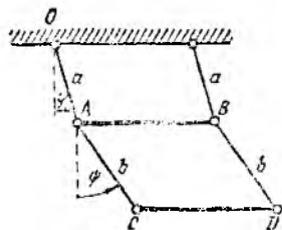
55.12. M_1 ва M_2 юкларининг массалари мос равишда m_1 ва m_2 га тенг, $OM_1 = l_1$, $M_1M_2 = l_2$ шартлар билан берилган. M_1 юкни массасини ҳисобга олмаб ҳам бўлаверадиган пружина бириктирилган қўш математик маятник бош тебранишларининг частоталари аниқлансин. Пружинанинг зўриқмай турган ҳолатидаги узунлиги l_0 , бикирлиги c га тенг.

Жавоб: $k_{1,2}^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2 + \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4n_1^2 n_2^2 \gamma_{12}^2}}{2(1 - \gamma_{12}^2)}$,

бунда $n_1^2 = \frac{(m_1 + m_2)g + cl_1}{(m_1 + m_2)l_1}$, $n_2^2 = \frac{g}{l_2}$, $\gamma_{12}^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$.



55.13-масалани



55.14-масалани

55.13. Қўш физик маятник қўзғалмас горизонтал O_1 ўқ атрофида айланувчи $2l$ узунлик ва P_1 оғирликдаги бир жинсли тўғри чиқиқли O_1O_2 стержендан ва ўзининг массалар марказида биринчи стерженнинг O , унча шарнирли бириктирилган, бир жинсли, P_2 сгирликдаги тўғри чиқиқли AB стержендан иборат. Агар бошланғич пайтда O_1O_2 стержень вертикалга нисбатан φ_0 бурчакка оғдирилган, AB стержень esa вертикал ҳолатда турган ва бошланғич ω_0 бурчак тезликка эга бўлса, системанинг ҳаракати аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \varphi = \varphi_0 \cos \sqrt{\frac{P_1 + 2P_2}{4P_1 + 3P_2}} \frac{g}{l} t;$$

$\psi = \omega_0 t$, бунда ψ орқали AB стерженнинг вертикал йўналиши билан ҳосил қилган бурчаги белгиланган.

55.14. Оғирлиги P бўлган AB стержень A ва B учларидан иккита бир хил a қууликдаги чўзимас илғал билан шифтга осиб қўйилган. AB стерженга иккита бир хил Q узунликдаги чўзимас иллар билан O оғирликдаги CD баска осилган. Тебранишлар вертикал текисликда содир бўлади деб ҳисоблаб, бош тебранишлар частотаси топилсин. Илларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

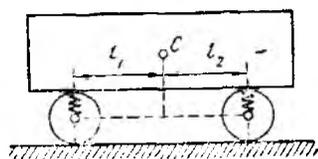
$$\text{Жавоб: } k_{1,2}^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2 \pm \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4n_1^2 n_2^2 \gamma_{12}^2}}{2(1 - \gamma_{12}^2)},$$

$$\text{бунда } n_1^2 = \frac{P}{a}, \quad n_2^2 = \frac{g}{b}, \quad \gamma_{12}^2 = \frac{Q}{P+Q}.$$

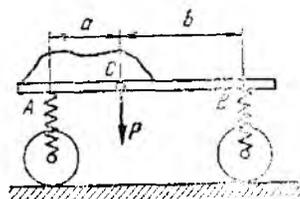
55.15. Темир йўл вагонининг ўрта вертикал текислигидаги тебранишлари текширилсин; вагон рессороси қисмининг оғирлиги Q , массалар марказидан ўқлар орқали ўтказилган вертикал текисликда гага бўлган масофалар $l_1 = l_2 = l$, вагон ўқларига параллел бўлган марказий ўққа нисбатан инерция радиуси r ; иккала ўқ рессорачезининг биқирлиги бир хил: $c_1 = c_2 = c$.

$$\text{Жавоб: } x = A \sin(k_1 t + \alpha), \quad \psi = B \sin(k_2 t + \beta),$$

бунда x — вагон массалар марказининг вертикал силжishi, ψ — вагон полининг горизонтал билан ҳосил қилган бурчаги; A, B, α, β — интеграллаш ўзгармаслари; $k_1 = \sqrt{\frac{2cP}{Q}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{2cgl^2}{Ql^2}}$.



55.15-масалага



55.16-масалага

55.16. *A* ва *B* нуқталарда бир хил c бикирликдаги иккита рессораларга таяниб турган P оғирликда юкланган платформанинг кичик эркин тебранишлари текшириласин. Платформанинг юки билан биргасикдаги C массалар маркази AB тўғри чизиқда бўлиб, $AB = a$ ва $CB = b$. Платформа, ўзининг массалар марказига вертикал пастга томон йўналган c_0 бошланғич тезлик бериш йўли билан мувозанат ҳолатидан чиқарилган. Бошланғич пайтда массалар маркази мувозанат ҳолатидан оғмаган. Рессоралар массалари ва ниқатаниш кучлари ҳисобга олинмасин. Платформанинг массалар марказидан ўтадиган горизонтал кўндалиг ўққа нисбатан инерция моменти $I_C = 0,1(a^2 + b^2) \frac{P}{g}$ га тенг. Тебранишлар вертикал текисликда содир бўлади. Умумлашган координаталар сифатида массалар марказининг мувозанат ҳолатидан пастга томон оғиши — y билан платформанинг массалар маркази атрофидаги бурилиш бурчаги — φ қабул қилинсин.

$$\text{Жавоб: } y = \frac{c_0}{1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \left(\frac{1}{k_1} \sin k_1 t - \frac{\alpha_1}{\alpha_2 k_2} \sin k_2 t \right),$$

$$\varphi = \frac{c_0 \alpha_1}{1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \left(\frac{1}{k_1} \sin k_1 t - \frac{1}{k_2} \sin k_2 t \right),$$

$$k_{1,2}^2 = \frac{6cg}{P} \left(1 \mp \sqrt{1 - 0,278 \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}} \right),$$

$$\alpha_1 = \frac{2c - \frac{P}{g} k_1^2}{c(b-a)}, \quad \alpha_2 = \frac{2c - \frac{P}{g} k_2^2}{c(b-a)}.$$

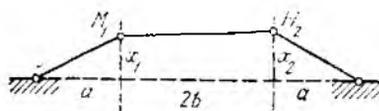
55.17. Тележка платформаси *A* ва *B* нуқталарда бир хил c бикирликка эга бўлган иккита рессораларга таянади; рессоралир ўқлари орасидаги масофа $AB = l$; платформанинг C массалар маркази платформанинг симметрия ўқи бўлган AB тўғри чизиқда *A* нуқтадан $AC = a = \frac{l}{3}$ масофада ўрнашган (55.16-масалага берилган расмга қаранг). Платформанинг массалар марказидан AB тўғри чизиққа тик бўлиб ўтадиган ва платформа текислигида ўтадиган ўққа нисбатан инерция радиуси $0,2 \cdot l$ га тенг деб қабул қилинсин; платформа оғирлиги Q га тенг. Платформанинг ўз массалар марказига пла т-

форма текислигига тик қилиб қўйиладиган зарба оқибатида вужудга келадиган кичик тебранишлари топилсин. Зарба импульси S га тенг.

Жавоб: платформа массалар марказининг вертикал силжини z масаланинг шартда кўрсатилган ўқ атрофидаги бурилиш бурчаги φ бўлсин (бу ва бошқа координаталар платформа массалар марказининг мувозанат ҳолатидаги бошлаб ҳисобланади); қуйидагиларини топамиз:

$$z = \sqrt{\frac{g}{cQ}} S \left(0,738 \sin 1,330 \sqrt{\frac{cg}{Q}} t + 0,00496 \sin 3,758 \sqrt{\frac{cg}{Q}} t \right),$$

$$l\varphi = \sqrt{\frac{g}{cQ}} S \left(0,509 \sin 1,330 \sqrt{\frac{cg}{Q}} t - 0,180 \sin 3,758 \sqrt{\frac{cg}{Q}} t \right).$$



55.18- масалага

55.18. Ҳар бирининг массаси m бўлган иккита M_1 ва M_2 моддий нуқталар, $2(a+b)$ узунликда тортилган ичининг учларидаги бир хил масофаларда унга симметрик равишда маҳкамланган; ичининг тарафлик кучи p га тенг. Бош тебранишлар частоталари аниқлансин ва бош координаталар топилсин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{p}{ma}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{p}{m} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right]}$.

Бош координаталар: $0_1 = \frac{1}{2} (x_1 + x_2)$, $0_2 = \frac{1}{2} (x_2 - x_1)$.

55.19. Ёстиқ томони юқорига қараган силлиқ сиртда мувозанат ҳолати атрофида тебранувчи оғир моддий нуқтанинг кичик тебранишлари частоталари аниқлансин; сиртнинг мувозанат ҳолатга тўғри келадиган нуқтасидаги эгрилигининг бош радиуслари ρ_1 ва ρ_2 га тенг.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{g}{\rho_1}}$, $k = \sqrt{\frac{g}{\rho_2}}$.

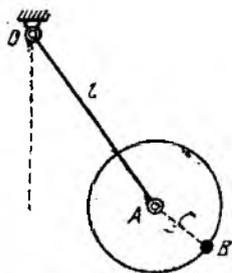
55.20. Оғир моддий нуқтанинг мувозанат ҳолати атрофидаги кичик тебранишларининг частоталари аниқлансин; бу моддий нуқтанинг мувозанат ҳолати шу нуқтадан ўтган вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи сиртнинг энг пастки нуқтасига мос келади. Сиртнинг энг пастки нуқтасидаги эгрилигининг бош радиуслари ρ_1 ва ρ_2 га тенг.

Жавоб: кичик тебранишларнинг частоталари

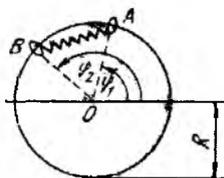
$$k^4 - \left[2\omega^2 + \frac{g}{\rho_1} + \frac{g}{\rho_2} \right] k^2 + \left(\omega^2 - \frac{g}{\rho_1} \right) \left(\omega^2 - \frac{g}{\rho_2} \right) = 0$$

тенгламанинг яндоғларидир.

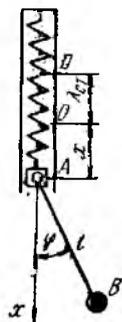
55.21. Радиуси r ва массаси M бўлган бир жинсли доиравий диск қўзғалмас горизонтал ўқ атрофида айланиб оладиган l узунликдаги OA стерженга шарнир воситасида боғланган. Диск айланасига m массали B моддий нуқта бириктирилган. Системанинг эркин тебранишлари частоталари аниқлансин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин. Диск, OA стерженнинг тебраниш текислигида айланиб олади.



55.21- масалага



55.22- масалага



55.23- масалага

Жавоб: эркин тебранишларнинг частоталари

$$k^2 - \frac{M+m}{M+3m} \left[1 + 2 \frac{m}{M} \frac{r+l}{r} \right] \frac{g}{l} k^2 + \frac{2m(M+m)}{M(M+3m)} \frac{g^2}{lr} = 0$$

тенгламанинг илдизларидир.

55.22. Текислиги горизонтал бўлган R радиусли сим айланага бикирлиги c ва зўриқмай турган ҳолатидаги узунлиги l_0 га тенг пружина билан бириктирилган иккита бир хил ҳалқача илинган. Ҳалқачаларни m массали моддий нуқталар сифатида қабул қилиб, уларнинг ҳаракати аниқлансин. Бошланғич пайтда $\varphi_1 = 0$, B ҳалқача эса ўзининг мувозанат ҳолатидан $2R\beta$ ёй узунлиги қадар оғган деб қабул қилинсин. Ҳалқачаларнинг бошланғич тезликлари нолга тенг.

Жавоб: $\varphi_1 = \beta (1 - \cos kt)$, $\varphi_2 = 2\alpha + \beta (1 + \cos kt)$,

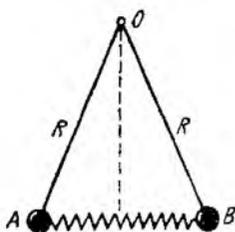
$$\alpha = \arcsin \frac{l_0}{2R}; R = \sqrt{\frac{2c}{m}} \cos \alpha.$$

55.23. Оғирлиги P_1 бўлган вертикал ҳаракатланувчи A ползунга c бикирликдаги пружинанинг учи бириктирилган; ползунга осиб қўйилган узунлиги l га, оғирлиги P_2 га тенг математик маятникнинг кичик тебранишлари аниқлансин. Ползун ўзининг ҳаракатида тезликка пропорционал бўлган қаршиликка учрайди (b — пропорционаллик коэффициент). $b = 0$ ҳолида берилган система бош частоталари ўзаро тенг бўладиган шартлар топилсин.

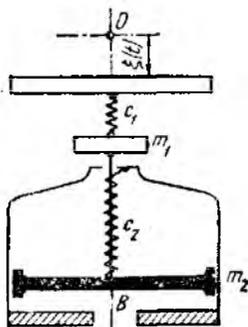
Жавоб: 1) $x = A_1 e^{-ht} \sin(\sqrt{k_1^2 - h^2} t + \varepsilon_1)$, $\varphi = A_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2)$, буида $A_1, A_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ — интеграллаш ўзгармаслари, $h = \frac{bg}{2(P_1 + P_2)}$,

$k_1 = \sqrt{\frac{cg}{P_1 + P_2}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. 2) Агарда ($b = 0$ ҳолида) $c = \frac{P_1 + P_2}{l}$ бўлса, бош частоталар бир хил бўлади.

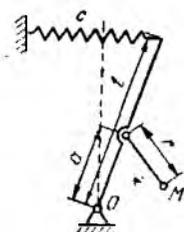
55.24. Иккита бир хил R узунликдаги қаттиқ стерженлар умумий O осилиш нуқтасига эга. Стерженлар бир-биридан мустасно равишда, вертикал текисликда осилиш нуқтаси атрофида айланиши



55.24- масалага



55.25- масалага



55.26- масалага

мумкин. Стерженнинг учларига ҳар бирининг массаси m га тенг, c бикирликдаги пружина билан бишлаштирилган иккита бир хил A ва B юклар бириктирилган. Системанинг устувор мувозанати ҳолатида пружинанинг узунлиги l га тенг. Стерженлар массаларини ҳисобга олмай, юкларнинг устувор мувозанати ҳолати атрофидаги бош тебранишларининг частоталари топилсин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{g}{R} \cos \alpha}$, $k_2 = \sqrt{\frac{2c}{m} \cos^2 \alpha + \frac{g}{R} \cos \alpha}$, бунда $\alpha = \arcsin \frac{l}{2R}$.

55.25. Берилган $\xi = \xi(t)$ қонунга мувофиқ ҳаракатланувчи платформага m_1 массада ва унга B нуқтада маҳкам бириктирилган демпфер поршенидан ташқил топган механик система, c_1 бикирликдаги пружина билан осилган. Массаси m_2 бўлган демпфер камераси бикирлиги c_2 бўлган пружинага таянади, пружинанинг иккинчи учи поршенга бириктирилган. Демпфердаги ёпишқоқ ишқаланиш поршень ва камеранинг nisбий тезлигига пропорционал; β — қаршилиқ коэффициенти. Системанинг ҳаракат тенгламалари тузилсин.

Жавоб: $m_1 \ddot{x}_1 + \beta \dot{x}_1 - \beta \dot{x}_2 + (c_1 + c_2) x_1 - c_2 x_2 = c_1 \xi(t)$;
 $m_2 \ddot{x}_2 - \beta \dot{x}_1 + \beta \dot{x}_2 - c_2 x_1 + c_2 x_2 = 0$.

55.26. Массаси m_1 , узунлиги l бўлган бир жинсли оғир стерженнинг қўйи учи шарнирга таянган ҳолда, c бикирликдаги пружина билан вертикал ҳолатда тутиб турилади. Стерженнинг шарнирли учидан a масофада турган нуқтасига r узунликдаги ип воситасида m_2 массали M юк осилган. Стерженнинг вертикал ҳолатида пружина зўриқмасдан горизонтал равишда туради. Пружина қандай бикирликка эга бўлганида стержень ва юк вертикал ҳолат атрофида кичик тебранишлар қилиши мумкин? Бу тебранишлар частоталарининг тенгламаси топилсин. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $c > \frac{(m_1 l + 2m_2 a) g}{2 l^2}$, $(a_{11} a_{22} - a_{12}^2) k^4 - (a_{11} c_{22} + a_{22} c_{11}) k^2 + c_{11} c_{22} = 0$, бунда $a_{11} = \frac{m_1 l^2 + 3m_2 a^2}{3}$, $a_{12} = m_2 a r$, $a_{22} = m_2 r^2$,
 $c_{11} = c l^2 - \frac{(m_1 l + 2 m_2 a) g}{2}$; $c_{22} = m_2 g r$.

55.27. Узунлиги l , массаси m_1 бўлган бир жинсли AB балка B нуқтада c бикирликдаги пружинага, A нуқтада эса цилиндрик шарнирда таянади. Балканинг A шарнирдан a масофадаги E нуқтасига шарнир воситасида r узунликдаги стержень бириктирилган. Бу стерженга m_2 массали M юк осилган. Мувозанат ҳолатида AB балка горизонтал жойлашган. Балка ва юкнинг кичик тебранишлари тенгламалари топилсин. Стерженьнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\varphi = a_1 \sin(k_1 t + \varepsilon_1)$, $\psi = a_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2)$, бунда $k_1^2 = \sqrt{\frac{3c l^2}{m_1 l^2 + 3m_2 a^2}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{g}{l}}$, a_1 , a_2 , ε_1 , ε_2 эса интеграллаш ўзгармаслари.

55.28. Тишли узатма орқали боғланган иккита валдан ташкил топган системанинг эркин буралма тебранишлари частоталари аниқлансин. Валларга ўрнатилган массаларнинг ва тишли ғилдиракларнинг вал ўқиға нисбатан инерция моментлари $I_1 = 875 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$, $I_2 = 560 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$, $i_1 = 3020 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$, $i_2 = 105 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ катталикларга эга; валларнинг буралишдаги бикирлиги $c_1 = 316 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{см}$, $c_2 = 115 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{см}$; узатиш сопи $z_1/z_2 = 5$; валларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = 54,8 \text{ с}^{-1}$, $k_2 = 2,38 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$.

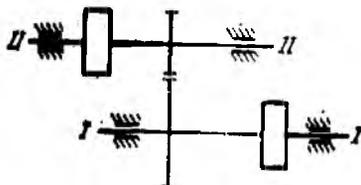
55.29. Олдинги масалада баён қилинган системанинг тишли ғилдираклари массаларини ҳисобга олмай, буралма эркин тебранишларининг частотаси аниқлансин:

Жавоб: $k = 58,7 \text{ с}^{-1}$.

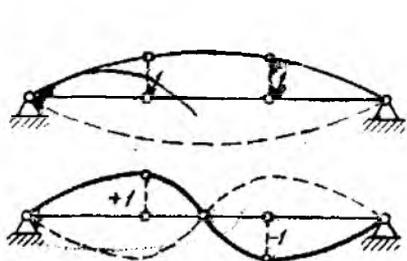
55.30. Икки таянчда эркин ётувчи l узунликдаги балкага $x = \frac{1}{3} l$ ва $x = \frac{2}{3} l$ нуқталарда Q оғирликдаги иккита тенг юклар қўйилган; балканинг бош қўйдаланг тебранишлари частоталари ва шакли топилсин. Балка кўндаланг кесимининг инерция momenti I , эластиклик модули E . Балканинг массаси ҳисобга олинмасин.



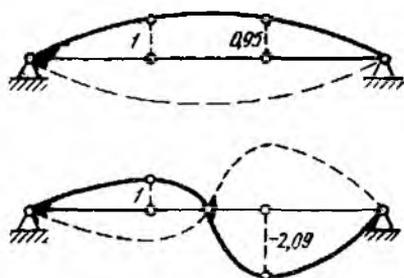
55.27- масалага



55.28- масалага



55.30- масалага



55.31- масалага

Жавоб: $k_1 = 5,69 \sqrt{\frac{EIg}{Ql^3}}$, $k_2 = 22,04 \sqrt{\frac{EIg}{Ql^3}}$, $\frac{A_1^{(1)}}{A_2^{(1)}} = 1$,
 $\frac{A_1^{(2)}}{A_2^{(2)}} = -1$;

бош тебранишларнинг шакллари расмларда кўрсатилган.

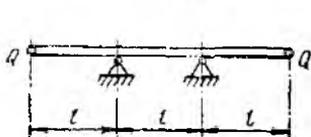
55.31. Учлари тиралган l узунликдаги балка бош кўндаланг тебранишларининг шакллари ва частоталари топилсин; балка таянчларидан бир хил $\frac{l}{3}$ масофаларда $Q_1 = Q$ ва $Q_2 = 0,5Q$ юкларни кўтариб туради. Балка кўндаланг кесимининг инерция моменти I , эластиклик модули E . Балканинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = 6,55 \sqrt{\frac{EIg}{Ql^3}}$, $k_2 = 27,2 \sqrt{\frac{EIg}{Ql^3}}$, $\frac{A_2^{(1)}}{A_1^{(1)}} = 0,95$,
 $\frac{A_2^{(2)}}{A_1^{(2)}} = -2,09$;

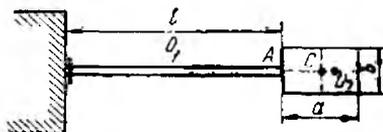
бош тебранишларнинг шакллари расмда кўрсатилган.

55.32. Икки учи таянчлардан тенг оралиқдаги l узунликка чиқиб турган, горизонтал консоль балканинг учларига бириктирилган бир хилдаги Q юклар бош тебранишларининг частоталари топилсин. Балканинг узунлиги $3l$ бўлиб, бир-биридан l масофада турувчи иккита таянчлар устида эркин ётади, балка кўндаланг кесимининг инерция моменти I ; эластиклик модули E . Балканинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{6}{5} \frac{EIg}{Ql^3}}$, $k_2 = \sqrt{2 \frac{EIg}{Ql^3}}$.



55.32- масалага



55.33- масалага

55.33. Бир учи қўзғалмас қилиб қистирилган l узунликдаги балканинг иккинчи A учига m массали бир жинсли тўғри бурчакли пластинка бириктирилган. Система горизонтал текисликда туриб, шу текисликдаги мувозанат ҳолати атрофида эркин тебранади. $a = 0,2l$, $b = 0,1l$ деб олиб, бу тебранишларнинг шакллари ва частоталари аниқлансин. Балканинг массаси ҳисобга олинмасин.

Кўрсатма. Балканинг A учини f га эгиш ва шу нуқтада эгилган ўққа ўтказилган уринишни φ бурчакка айлантириш учун қўйилгани керак бўлган Q куч ҳамда M момент $f = pQ + sM$, $\varphi = sQ + qM$ формулалар билан аниқланади, бунда бир учи қистирилган бир жинсли балка учун $p = l^3/(3EI)$, $q = l/(EI)$, $s = l^2/(2EI)$.

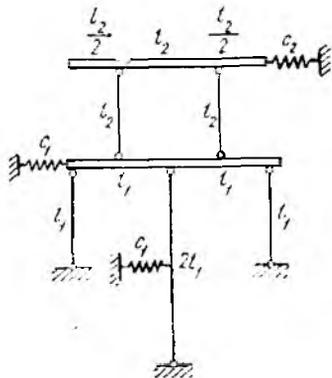
Жавоб: бош тебранишларнинг частоталари мос равишда $0,804 \sqrt{3EI/(ml^3)}$, $20,7 \sqrt{3EI/(ml^3)}$ га тенг; биринчи бош тебранишни A нуқтадан чап томонда $O_1A = 0,612l$ масофада балка ўқида ўрнашган O_1 нуқта атрофидаги, иккинчисини — балка ўқининг давсимида A нуқтадан ўнг томондаги $O_2A = 0,106l$ масофада ўрнашган O_2 нуқта атрофидаги бурилиб тебраниш деб қараш мумкин.

55.34. Бошланғич пайтда тиғч турган, бикирлиги c бўлган эластик вал билан бирлаштирилган дисклардан биринчисига тўсатдан M айлантирувчи момент қўйилган; дискларнинг инерция моментлари I . Валнинг массасини ҳисобга олмай, системанинг кейинги ҳаракати аниқлансин.

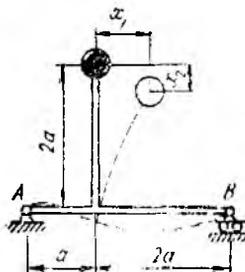
Жавоб:
$$\varphi_1 = \frac{M}{4I} t^2 + \frac{M}{4c} (1 - \cos \sqrt{2 \cdot \frac{c}{I}} t),$$

$$\varphi_2 = \frac{M}{4I} t^2 - \frac{M}{4c} \left(1 - \cos \sqrt{2 \cdot \frac{c}{I}} t \right).$$

55.35. Икки ярусли шарнир-стерженлар системаси, расмда тасвирланганидек учта пружина билан вертикал ҳолатда ушлаб турилади. Стерженлар абсолют қаттиқ, бир жинсли, l узунлигининг оғирлиги G га тенг. Пружиналарнинг бикирлик коэффициентларини $c_1 = c_2 = 10G/l$ га тенг деб ҳисоблаб, система мувозанат ҳолатининг устуворлиги, шунингдек, система бош тебранишларининг f_1 ва



55.35- масалага



55.36- масалага

f_2 шакллари ҳамда частоталари аниқлансин. Пружиналарнинг масса-лари ҳисобга олинмасин;

$$l_1 = l_2 = l.$$

Жавоб: Устувор муҳаббат: $k_1 = 0,412 \sqrt{g/l}$, $k_2 = 1,673 \sqrt{\frac{g}{l}}$,

$$f_1 = 1,450, f_2 = 3,495.$$

55.36. Массаси M бўлган юк икки таъдил устида эришган AB балкага маҳкам боғланган устунчаларни унга бириктирилган. Қўйил-ланг кўришнинг инерция моменти J , балка ва устунчаларнинг E элас-тиклик модулининг бир хил ҳисоблаш системасининг бош эгилиш тебра-нишларининг частоталари аниқлансин. Устунча ва балканинг масса-лари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = 0,497 \sqrt{EI/(Ma^3)}$, $k_2 = 1,502 \sqrt{EI/(Ma^3)}$.

55.37. Эластик срга ўрнатилган $m_1 = 102 \cdot 10^3$ кг массали ма-шина фундаментга $\omega = 98 \text{ рад/с}$ қонуни билан ўтарувчи вертикал ўйғотувчи куч таъсирини вертикал бўйича мажбурий тебранишлар қилади. Машина вали $\omega = 100 \text{ рад/с}$ бурчак тезлиги билан айланга-нида ҳисоб бўладиган резонанс тебранишларини йўқотиш учун фун-даментга эластик пружиналарда турувчи сир ром шаклидаги сун-диргич ўрнатилган. Ромнинг m массаси ва сундиргичнинг c_2 экви-валент сирлиги шундай танлансинки, валнинг юқориди кўрсатил-ган бурчак тезлигида мажбурий тебранишлар амплитудаси волга ай-лансин, сундиргичнинг тебранишлар амплитудаси эса $A = 2$ мм дан ошмасин.

Жавоб: $m = 4,9 \cdot 10^3$ кг; $c_2 = 49 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$.

55.38. Юқориди 55.2-масалани баён этилган дисklar системаси-нинг ўртасидаги дискга $M = M_0 \sin pt$ ўйғотувчи момент таъсир этганда система мажбурий тебранишларининг тенгламалари аниқ-лансин.

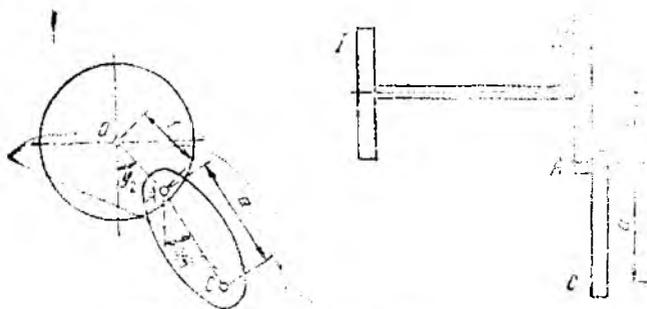
Жавоб: $\varphi_1 = \frac{M_0(c_1 - I p^2)}{I^2(p^2 - k_1^2)(p^2 - k_2^2)} \sin pt$, $\varphi_2 = \frac{M_0 c_2}{I^2(p^2 - k_1^2)(p^2 - k_2^2)} \sin pt$,

бунда k_1 ва k_2 система бош тебранишларининг частоталаридир.

55.39. Оғирлиги Q_1 бўлган электромотор, қаттиқ срга жойлаш-тирилган (оҳшг параллелепипед шаклидаги) эластик бетон фунда-ментга маҳкамланган; фундаментнинг оғирлиги Q_2 , бикирлик коэф-фициенти c_2 га тенг. Эгилишга бикирлик коэффициенти c_1 га тенг эластик горизонтал валга P оғирликдаги ротор ўрнатилган; роторнинг валга нисбатан эксцентриситети r ; валнинг бурчак тезлиги ω га тенг. Электромотор статорининг вертикал мажбурий тебранишлари аниқ-лансин. Фундамент массасининг учдан бирини статор массасига қў-шиб ўқли билан фундамент массасининг таъсирини ҳисобга олинсин.

Жавоб: $y = \frac{c_1 P g r \omega^2 \sin \omega t}{c_1 c_2 \omega^2 + (c_1 + c_2) P + c_1 \left(Q_1 + \frac{1}{3} Q_2 \right) |g \omega^2 + P \left(Q_1 + \frac{1}{3} Q_2 \right) \omega^4}$,

бунда y — статорнинг мувозанат ҳолатдан егиши.



55.41-масалдага

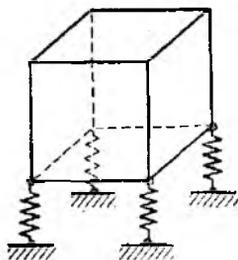
55.40. AB балканинг A нуқтасига (55.14-масаласга қараи) бат-канинг ҳаракат таъсисинида ўрнатилган. OA ип билан ҳар доим тўғри бурчак ҳосил қилувчи $F = F_0 \sin pt$ (F_0 ва p ҳармаси миқдорлар) куч қўйилган. AB балка мажбурий тебранишларининг амплитудаси нолга тенг бўлиши учун унга боғлаб қўйилган CD балка ости-дан ипнинг b узунликлари қанча бўлиши керак?

Жавоб: $b = g/p^2$.

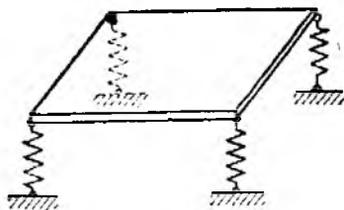
55.41. Буралма тебранишларни сўндириниш учун системанинг бирор тебраниш масдасига маятник бириктирилади. Расмда ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи иккита I ва II массалардан ташкил топган система схематик тасвирланган. Иккинчи массага маятник бириктирилган. Массаларнинг айланниш ўқиغا нисбатан инерция моментлари I_1 ва I_2 ; маятникнинг система айланниш ўқиغا параллел бўлиб; унинг массалар маркази орқали ўтадиган ўққа нисбатан инерция momenti I_3 . Системанинг айланниш ўқи билан маятник осилган ўқ орасидаги масофа $OA = l$; осилиш ўқи билан маятник массалар марказидан унга параллел ўтадиган AC орасидаги масофа $AC = a$; маятник массаси m . Массалар орасидаги вади қиёмининг эластиклик коэффициентини c_1 (буралишдаги биқирлиги), иккинчи массага $M = M_0 \sin \omega t$ ташқи момент қўйилган. Система шакла массаларнинг ва маятникнинг ҳаракати дифференциал тенгламалари тузилсин. Системанинг потенциал энергияси ифодасини тузишда беварилик кўчи майдонининг потенциал энергияси ҳисобга олинамаслиги.

Жавоб: $I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1(\varphi_1 - \varphi_2) = Q_1$, $(I_2 + ml^2) \ddot{\varphi}_2 + m a l \ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + m a l \ddot{\varphi}_3^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + c_1(\varphi_2 - \varphi_1) = M_0 \sin \omega t$, $(I_3 + m a^2) \ddot{\varphi}_3 + m a l \ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_3 - \varphi_1) - m a l \ddot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) = 0$.

55.42. Куб шаклига эга бўлган бак ўзининг тўртта паски учлари билан тўртта бир-бир иржишаларга таянади; куб томонларнинг узунликлари $2a$, иржишаларнинг куб томонларига параллел йўналишлардаги ўқлар бўйича биқирликлари c_1, c_2, c_3 га тенг; кубнинг бош марказий ўқларга нисбатан инерция momenti I . Кичик тебранишларнинг тенгламалари тузилсин ва ω бўлишида тебранишларнинг частоталари аниқлансин. Бакнинг массаси M га тенг.



55.42- масалага



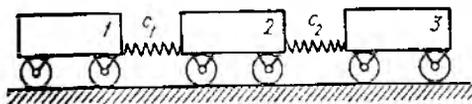
55.43- масалага

Жавоб: $M\ddot{x} + c_x x - c_x a \varphi_2 = 0$, $M\ddot{y} + c_y y + c_y a \varphi_1 = 0$, $M\ddot{z} + c_z z = 0$, $I\ddot{\varphi}_1 + c_y a^2 \varphi_1 + c_z a^2 \varphi_1 = 0$, $I\ddot{\varphi}_2 + c_x a^2 \varphi_2 - c_x a x + c_z a^2 \varphi_2 = 0$, $I\ddot{\varphi}_3 + c_x a^2 \varphi_3 + c_y a^2 \varphi_3 = 0$,
 бу ерда x, y, z —куб марказининг координаталари, $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ — координата ўқларига нисбатан кубнинг бурилиш бурчаклари. Агар $c_x = c_y$ бўлса, $k_z = \sqrt{\frac{c_z}{M}}$, $k_{\varphi_2} = \sqrt{2 c_x a^2 / I}$, $k^4 = \frac{M(c_x + c_z)a^2 + c_z I}{MI} k^2 + c_x c_z \frac{a^2}{MI} = 0$.

55.43. Томонлари a ва b бўлган бир жинсли тўғри бурчакли горизонтал пластини ўзининг тўртта учи билан бикирлиги c бўлган тўртта бир хил пружинага таянади; пластини массаси M . Эркин тебранишларнинг частоталари аниқлансин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{4c/M}$, $k_2 = k_3 = \sqrt{12c/M}$.

55.44. Оғирликлари Q_1, Q_2 ва Q_3 бўлган учта юклаган темир йўл вагонлари бир-бирига тиркалган. Тиркагичларнинг бикирликлари



55.44- масалага

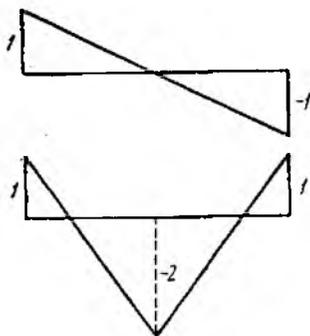
c_1 ва c_2 . Система бош тебранишларининг частоталари топилсин.

Жавоб: $k_1 = 0$, k_2 билан k_3 эса

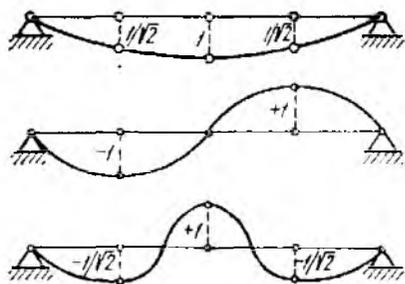
$$k^4 - g \left[\frac{c_1}{Q_1} + \frac{c_1 + c_2}{Q_2} + \frac{c_2}{Q_3} \right] k^2 + g^2 \left[\frac{c_1 c_2}{Q_1 Q_2} + \frac{c_2 c_1}{Q_2 Q_3} + \frac{c_1 c_2}{Q_3 Q_1} \right] = 0$$

тенгламанинг ядизларидир.

5.45. Олдинги масаланинг шартларига асосан вагонларнинг ҳаракат тенгламалари топилсин ва бир хил бикирликдаги $c_1 = c_2 = c$ тиркагичлар билан бириштирилган $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$ тенг оғирликдаги вагонлар бўлган ҳол учун бош тебранишларнинг шакллари чи-



55.45- масалага



55.46- масалага

зилсин. Бошланғич пайтда иккита вагон мувозанат ҳолатида, ўнг чеккадаги вагон мувозанат ҳолатидан x_0 катталиқка силжитилган.

Жавоб: $x_1 = \frac{x_0}{3} - \frac{x_0}{2} \cos k_2 t + \frac{x_0}{6} \cos k_3 t$, $x_2 = \frac{x_0}{3} - \frac{x_0}{3} \cos k_3 t$, $x_3 = \frac{x_0}{3} + \frac{x_0}{2} \cos k_2 t + \frac{x_0}{6} \cos k_3 t$; $k_2 = \sqrt{\frac{c g}{Q}}$, $k_3 = \sqrt{3 \frac{c g}{Q}}$.

Бош тебранишларнинг шакллари расмда тасвирланган.

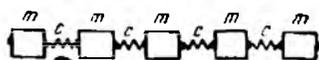
55.46. Учта бир хил массани бир-биридан ва таянчлардан бир хил узоқликларда балкага бирлаштиришдан ташкил топган системанинг частоталари ва бош тебранишларининг шакллари топилин. Балкани таянчларга эркин қўйилган деб қаралин. Балка узунлиги l , қўндалаш кесимининг инерция моменти I , эластиклик модули E .

Жавоб: $k_1 = 4,93 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$, $k_2 = 19,6 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$, $k_3 = 41,8 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$.

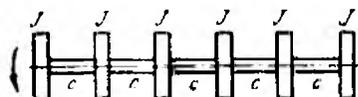
Бош тебранишларнинг шакллари расмда кўрсатилган.

55.47. Бикирлиги c бўлган пружиналар билан бириктирилган n та бир хил m массадан иборат система бўйлама тебранишлар учун механик филтрни ҳосил қилади. Чапда турган массанинг ыгарайлама ҳаракати қонунини $x = x_0 \sin \omega t$ берилган деб ҳисоблаб, системанинг қуйи частоталар филтри эканлигини, яъни ω частота бирор аниқ чегарадан ўтгандан кейин айрим массаларнинг мажбурий тебранишлари амплитудалари экспоненциал қонун бўйича масса номерига боғлиқ равишда ўзгарини, чегарадан ўтушча эса гармоник қонун бўйича ўзгариши кўрсатилсин.

Жавоб: Филтър $0 < \omega < 2\sqrt{c/m}$ частотали тебранишларини ўтказмайди.



55.47- масалага



55.48- масалага



55.49-чи сурат



55.50-чи сурат

55.48. Бўёлма тебраншлар фильтри дискалар ўрнатилган узун илғим йўлида соҳиваланишилади. Чапдаги дисканин хазакат қонунини $\theta = \theta_0 \sin \omega t$ кўшанида берилган деб шеве қилиб, системанинги мажбурий тебраншларини ва ҳар бир диск тебраншларининг амплитудаларини ҳисобласин. Дискаларнинг иверний қосментлари l , қонунинг дисклар оралиқларидаги қосмларининг биқирлиги сир хилда ва c га тенг берилган сир текширилсин ва системанинги қўйи частоталар фильтри эканлигини кўрсатилсин.

Жавоб: $\theta_2 = (\theta_0 \cos \mu k + C_1 \sin \mu k) \sin \omega t$, $\sin(\mu/2) = (\omega/2) \sqrt{l/c}$, бу ерда θ_2 билан k —дисканинги бўрлиши бўрлини белгиланган, C_1 —валнини иккинчи учлидаги чегаравий шартлардан аниқланган ўзгармас сир; биринчи диск ноль номерга эли; ω частота $0 < \omega < 2\sqrt{c/l}$ оралиқда бўрлини керек.

55.49. Бўёлма тебраншлар учун йўл-йўл фильтри қосил қилувчи мажбурий система, ҳар бири m массадан танини топган ва кейинги массага биқирлиги c бўлган жузлина билан бирлаштирилган эвснолардан тузилган. Массаларга шу пружиналар билан параллел қилиб, уларни қўғармас нуқталар билан белловчи c_1 биқирликдаги пружиналар ҳам биқиртирилган. Чапдаги масса бўёлма тебраншларининг қонунини $x = x_0 \sin \omega t$ берилган. Аниқ бир чегарада ётувчи ω нинг шартларини учун ҳар бир масса тебранш амплитудаларини массаларга беллик равишда гармоник қонун билан ўзгартири кўрсатилсин, танишли чегаравий частоталар танилсин.

Жавоб: ўтказувчи йўл-йўл соҳа

$$\sqrt{\frac{c_1}{m}} < \omega < \sqrt{\frac{c_1 + 4c}{m}}$$

оралиқ билан аниқланади.

55.50. Қўйи миқдордаги m массалар, T тарангликда тортилган AB торга бир-бирига нисбатан a оралиқларда турадиган қилиб ўрнатилган бўлиб, c биқирликдаги пружиналар билан тутиб турилади. Бу система қўйидалинги тебраншларининг йўл-йўл фильтри қилганини ўқийди. Йўл-йўл фильтрининг ўтказиш чегарасига мисе келувчи частоталар аниқлансин.

Жавоб: ўтказиш соҳаси $\sqrt{\frac{c}{m}} < \omega < \sqrt{\frac{c}{m} + \frac{4T}{ma}}$ тингсизлик

билан аниқланади.

55.51. Узунлиги nl бўлган ип вертикал ҳолатда бир учи билан осиб қўйилган ва бир-бирдан a масофаларда турадиган қилиб n та

m массали моддий нуқталар билан юклаган. Ҳаракат тенгламаси тузилсин. $n=3$ бўлган ҳол учун ипнинг кўндаланг тебранишлари частоталари топилсин.

Жавоб: ҳаракат тенгламалари

$$\ddot{x}_k = \frac{g}{l} \left[(n-k) x_{k-1} - (2n-2k+1) x_k + (n-k+1) x_{k+1} \right]$$

кўринишга эга, бу ерда x_k билан k номерли зарранинг кўндаланг силжиси (номерлар юқоридан бошланади) белгиланган;

$$k_1 = 0,646 \sqrt{g/l}, \quad k_2 = 1,515 \sqrt{g/l}, \quad k_3 = 2,505 \sqrt{g/l}.$$

55.52. Таранг тортилиб икки учи маҳкамланган ипга бир-бирига нисбатан l массфаларда ўрнатилган n та m массанинг эркин кўндаланг тебранишлари частоталари аниқлансин. Ипнинг таранглиги P .

Жавоб: $k = 2 \sqrt{\frac{P}{\pi l}} \sin \frac{\pi s}{2n}, \quad 1 \leq s \leq n-1.$

56-§. Ҳаракатнинг устуворлиги.

56.1. Узунлиги l бўлган иккита стержень ва m массали моддий нуқталардан ҳосил қилинган қўш маятник z ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи горизонтал ўққа осилган. Маятник вертикал мувозанат ҳолатининг устуворлиги текширилсин. Стерженьларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\frac{g}{l\omega^2} > 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ бўлганда маятникнинг вертикал мувозанат ҳолати устувордир.

56.2. Оғир шарча $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ эллипс шаклида эгилган силлиқ найнинг ичига бўлиб, эллипс вертикал Oz ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади (Oz ўқ пастига йўналтирилган). Шарчанинг нисбий мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: $\omega^2 \leq \frac{g}{a^2}$ бўлганда иккита мувозанат ҳолати бор: а) $x = 0, z = c$ (устувор), б) $x = 0, z = -c$ (ноустувор). $\omega^2 > \frac{g}{a^2}$ бўлганда учта мувозанат вақити бор: а) $x = 0, z = +c$ (ноустувор); б) $x = 0, z = -c$ (ноустувор); в) $z = \frac{2c^2}{\omega^2 a^2}$ (устувор).

56.3. Оғир шарча, $x^2 + 2pz$ парабولى шаклида эгилган ва вертикал Oz ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи най ичига (Oz ўқнинг мусбат йўналиши - юқори томонга) жойланган. Шарчанинг нисбий мувозанат ҳолати аниқлансин ва унинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: $z=0$ биргина мувозанат ҳолати мавжуд, у $\omega^2 < \frac{g}{p}$ бўлганда устувор ва $\omega^2 > g/p$ бўлганда ноустувор, $\omega^2 = g/p$ да бифурқ мувозанат.

56.4. Моддий нуқта вертикал ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланувчи силлиқ текис эгри чизиқ бўйлаб силжий олади. Нуқтанинг $\Pi(s)$ потенциал энергияси берилган ва у нуқтанинг фақат эгри чизиқ бўйлаб ҳисобланадиган s ёй билан аниқланувчи ҳолатига боғлиқ. $r(s)$ — нуқтадан айланиш ўқиғача бўлган масофа. Нуқта нисбий мувозанат ҳолатининг устуворлик шarti топилсин.

$$\text{Жавоб: } \left(\frac{d^2\Pi}{ds^2} - \frac{d}{ds} \left[mr \frac{dr}{ds} \right] \omega^2 \right)_{s=s_0} > 0,$$

$$\text{бундаги } s_0 \text{ катталик } \left(\frac{d\Pi}{ds} \right)_{s=s_0} = \omega^2 \left(mr \frac{r}{ds} \right)_{s=s_0}$$

тенгламадан аниқланади.

56.5. Массаси m бўлган моддий нуқта $F = ar^n$ марказий тортиш кучи таъсирида айлана бўйлаб ўзгармас тезлик билан ҳаракат қила оlishи мумкинлигини кўрсатилсин ($a = \text{const}$, r — нуқтадан тортиш марказигача бўлган масофа, n — бутун сон). Бу ҳаракатнинг r координатага нисбатан устуворлик шarti топилсин.

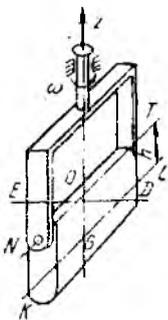
Жавоб: $n < -3$ бўлганда ҳаракат ноустувор,

$n > -3$ да эса ҳаракат устувор.

56.6. Қаттиқ жисм вертикал Oz ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланаётган NT горизонтал ўқ атрофида эркин тебранади. G нуқта — жисмларнинг инерция маркази, NTG — жисмларнинг симметрия текислиги, OG ўқ — инерция бош ўқи, KL ўқ NT га параллел. ED ўқ O нуқта орқали ўтади ва NT ҳамда OG ларга тик. Жисмларнинг OG , KL ва ED ўқларга нисбатан инерция моментлари мос равишда CA ва B ; h — OG кесманинг узунлиги; M — жисм массаси. Мумкин бўлган нисбий мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: нисбий мувозанатнинг мумкин бўлган ҳолатларига, OG чизиқнинг Oz ўқдан оғиш бурчакларининг қуйидаги қийматлари жавоб беради:

а) $\varphi = 0$, агар $B < C$ бўлса — устувор; $B > C$ ҳолда агар $\omega^2 < Mgh/(B - C)$ бўлса, у устувор ва $\omega^2 > Mgh/(B - C)$ бўлса — ноустувор.



56.6- масалага



56.7- масалага

б) $\varphi = \pi$ агар $B > C$ бўлса ноустувор; $B < C$ ҳолда агар $\omega^2 > Mgh/(C - B)$ бўлса, у устувор ва $\omega^2 < Mgh/(C - B)$ бўлса — ноустувор.

в) $\varphi = \arccos [Mgh/((B - C)\omega^2)]$ (агар $\omega^2 > Mgh/|B - C|$ бўлса мавжуд); $B > C$ бўлганда устувор ва $B < C$ бўлганда ноустувор.

56.7. Ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланаётган вертикал ўққа O унiversal шарнир ёрдами

билан осилган маятникнинг нисбий мувозанат ҳолатлари аниқлансин; маятник ўзининг бўйлама ўқиға нисбатан симметрик; A ва C — унинг бош марказий инерция ўқлари ξ , η ва ζ ларға нисбатан инерция моментлари, h — маятник массалар марказидан шарниргача бўлган масофа. Маятник мувозанат ҳолатларининг устуворлиги текширилсин ва мувозанатнинг ўрта ҳолатиға нисбатан тебранишларнинг даври аниқлансин.

Жавоб: мувозанат ҳолатлари ва уларнинг устуворлиги 56.6-масалаға берилган жавоблардағи формулалар билан аниқланади (уларда $B = A + Mh^2$ деб олиш керак). Тебранишлар даври

$$T = 2\pi\omega \sqrt{\frac{(A + Mh^2)(A + Mh^2 - C)}{(A + Mh^2 - C)\omega^2 - M^2g^2h^2}}$$

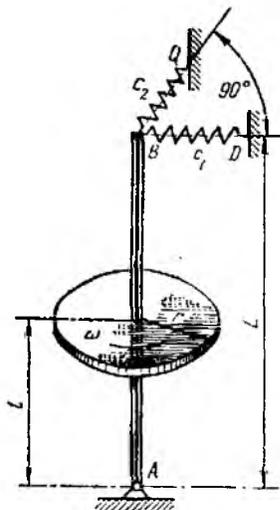
56.8. Радиуси r ва оғирлиги Q бўлган юққа бир жинсли доиравий дискнинг вертикал симметрия ўқи A нуқта атрофида эркин айланиши мумкин. B нуқтада у иккита пружина билан ушлаб турилади. Пружиналарнинг ўқлари горизонтал ва ўзаро тик, уларнинг бикирликлари мос равишда c_1 ва c_2 га тенг, бунда $c_2 > c_1$. Пружиналар диск ўқиға қўйи таянчдан L масофада бириктирилади; қўйи таянчдан дисккача бўлган масофа — l . Айланма ҳаракатининг устуворлигини таъминлаш учун дискка берилиши керак бўлган ω бурчак тезлик аниқлансин.

Жавоб: $Ql < c_1l^2$ бўлганда ҳар қандай бурчак тезликда ҳам система устувор; $Ql < c_2l^2$ бўлганда $\omega > \omega^*$ бўлса, система устувор,

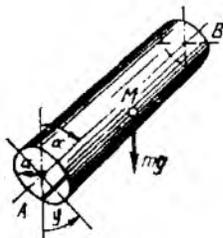
бунда $\omega^* = \frac{\sqrt{gl(r^2 + 4l^2)}}{r^2} \left\{ \sqrt{1 - \frac{c_1l^2}{Ql}} + \sqrt{1 - \frac{c_2l^2}{Ql}} \right\}$. $c_1l^2 <$

$< Ql < c_2l^2$ бўлганда ҳар қандай бурчак тезликда ҳам система устувор.

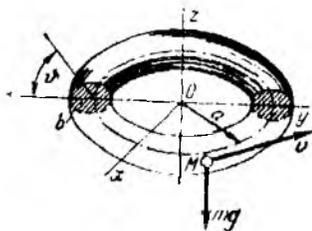
56.9. Моддий нуқта, ўқи вертикалға нисбатан α бурчакка олган a радиусли доиравий цилиндрнинг ички сиртида оғирлик кучи таъсирида ҳаракатланади. Пастки ($\varphi = 0$) ва юқориги ($\varphi = \pi$) ясовчилар



56.8- масалаға



56.9- масалаға



56.10- масалаға

бўйлаб бажариладиган ҳаракатнинг устуворлиги текширилсин. Қуйи ясовчи бўйлаб ҳаракатланишнинг тебраниш даври аниқлансин.

Жавоб: Юқори ясовчи бўйлаб ҳаракатланиши ноустувор, қуйи ясовчи бўйлаб бажариладиган ҳаракат уйғотилганда тебраниш даври

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g \sin \alpha}} \text{ бўлади.}$$

56.10. Моддий нуқта $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$, $z = b \sin \theta$, $\rho = a + b \cos \theta$ параметрик тенгламалар билан берилган теънинг ички силлиқ сирти бўйлаб ҳаракатланишига мажбур (z ўқ вертикал юқорига йўналган). Нуқтанинг θ бурчак ўзгармас бўлиши билан ҳаракатланувчи мумкин бўлган ҳаракатлари тониленн ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: $\theta = \theta_1 = \text{const}$ қийматлар $(1 + \alpha \cos \theta_1) = -\beta \operatorname{ctg} \theta_1$ тенгламадан топилади, бунда

$$\alpha = \frac{b}{a}; \beta = \frac{g}{a\omega^2}; \dot{\varphi} = \omega = \text{const.}$$

Бу тенгламанинг бир-биридан катта фарқ қиладиган иккига ечими бор:

$$-\frac{\pi}{2} < \theta_1 < 0, \quad \frac{\pi}{2} < \theta_2 < \pi.$$

Биринчи ечимга тўғри келган ҳаракат устувор, иккинчисига тўғри келгани — ноустувор.

56.11. Горизонтал текислик бўйлаб ω бурчак тезлик билан текис вилдираб барувчи гардиш ҳаракатининг устуворлиги текширилсин. Гардиш текислиги вертикал, гардиш радиуси a га тенг.

Жавоб: $\omega^2 > \frac{g}{4a}$ бўлса, ҳаракат устувор.

56.12. Тўртта симметрик ўришган кегайи бор вилдирак вадирбудур текислик бўйлаб вилдирайди. Вилдирак текислиги вертикал. Вилдирак гардиши ва кегайлари илгичка оғир симдан ясалган. Вилдирак радиуси a , марказининг ҳаракат бошланишидаги тезлиги v . Ҳаракатининг устуворлиги текширилсин.

$$\text{Жавоб: } v^2 > \frac{\pi + 2}{4 \left(\pi + \frac{4}{3} \right)} ag$$

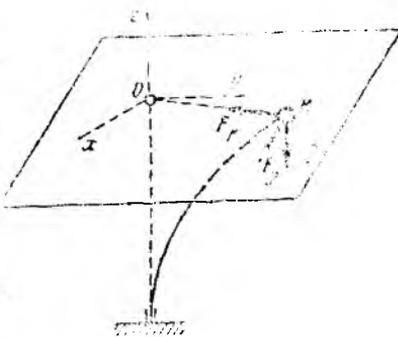
бўлганда ҳаракат устувор.

56.13. Вертикал диаметр атрофида ω бурчак тезлик билан айланувчи a радиусли бир жинсли гардиш ҳаракатининг устуворлиги текширилсин. Гардишнинг пастки нуқтаси горизонтал текисликка тегиб туради.

Жавоб: $\omega^2 > \frac{2}{3} \frac{g}{a}$ бўлганда ҳаракат устувор.

56.14. Мувозанат ҳолатидан оғдирилган m массали моддий нуқтага миқдори бўйича мазкур $OM = r = \sqrt{x^2 + y^2}$ оғишига пропор-

ни нават ва шу мувозанат ҳолати то-
ғриқ бўлган F_x куч ҳамда бу куч-
га тик (ёйлақсинга тиквор кўрсатув-
чи). Биринчи куч каби r оғирга
пропорцияли бўлган $F_{\text{Ф}}$ куч таъ-
сир қилади: $|F_x| = c_{11} r$, $|F_{\text{Ф}}| = c_{12} r$.
Кичик тебранишлар методи билан
нуқта мувозанат ҳолатининг усту-
ворлиги текширилади.



56.14-масалага

Қўрсатма. Қисқартган ва Сурилган
(эллиптик) беш бикриштирилган бир қил-
ҳимла шакли учун эллиптикнинг етекинчи
оғир ўрнини унинг ўрнинини нуқтавий
масса ҳудуди шундан шаклда бўлади.
Стерженьнинг ўғри шундан шундан му-
возанат ҳолати нос қилади c_{11} , c_{12} коэффициентлар сиқувчи куч, буровчи мо-
мент, етекинчи уқуқлиги, эллиптик ва буровчидаги бикриштирилган боғлиқ.

Жавоб: нуқта мувозанат.

56.15. Силинган масалада кўрилган нуқта ҳаракатининг устувор-
лигини текширишда телиқнинг биринчи даражасига боғлиқ бўл-
ган $R_x = -\beta \dot{x}$, $R_y = -\beta \dot{y}$ қаршилик кучлари ҳисобга олинсин (β —
қаршилик коэффициентини).

Жавоб: $\beta^2 c_{11} > m c_{12}^2$ бўлганда устувор мувозанат.

56.16. Агар 56.14-масалада баён қилинган етерженьнинг эллипти-
даги бикриштирилган телиқ бўлмаса, етержень учининг m массага таъ-
сир қилувчи реакциялари $F_x = -c_{11} x - c_{12} y$, $F_y = c_{21} x - c_{22} y$ ифо-
далар билан шикқилиди. Кичик тебранишлар методи билан муво-
занатнинг устувор бўлиши шундан шикқилиди.

Жавоб: $(c_{11} - c_{22})^2 - 4 c_{12} c_{21} > 0$ бўлганда устувор мувозанат.

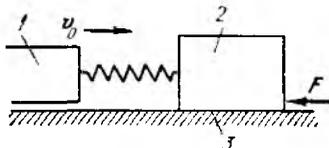
56.17. Двигатель марказдан қочма регуляторни муфтасининг ҳа-
ракат тенгламаси $m \ddot{x} + \beta \dot{x} + cx = A(\omega - \omega_0)$ кўрнинга эга, булда
 x — регулятор муфтасининг шикқилиши, m — системанинги инерцион
коэффициенти, β — қаршилик коэффициентини, c — регулятор цуқли-
ларининг шикқилиги, ω — машинанинги шикқили, ω_0 — ўртача бурчиқ
телиқлари, A — ўзгармас сон. Машинанинги ҳаракат тенгламаси:

$$I \frac{d\omega}{dt} = -B x$$

(B — ўзгармас сон, I — двигатель айланувчи қисмларининг келтирил-
ган инерция моменти). Двигатель ва регулятордан ташкил топган
системанинги устуворлик шундан шикқилиди.

Жавоб: $AB < I c \beta m$ бўлганда система устувор (c , β , I , A , B
муабат деб ҳисобланади).

56.18. Ўтқир уч қўзғалмас чуқурчага ўрнатилган симметриқ
пилдироқ ўзининг вертикал жойлашган ўқи атрофида айланади.
Унинг устига иккинчи симметриқ пилдироқ қўйилган, у ҳам верти-
кал ўқ атрофида айланади. Иккинчи пилдироқ ўқининг ўтқир уч



56.19- масалага



56.20- масалага

биринчи шилдироқ ўқидаги чуқурчага таянади. M ва M' — юқориги ва пастки шилдироқларнинг массалари, C ва C' — уларнинг симметрия ўқларига нисбатан инерция моментлари; A ва A' — шилдироқларнинг ўткир учларидан ўтган горизонтал ўқларга нисбатан инерция моментлари; c ва c' — шилдироқнинг тегишли ўткир учларидан массалар марказигача бўлган масофалар; h — ўткир учлар орасидаги масофа. Шилдироқнинг бурчак тезликлари — Ω ва Ω' . Системанинг устуворлик шarti топилсин.

Жавоб: Агар тўртинчи даражали

$$[AA' + Mh^2(A - Mc^2)]\lambda^4 + [A'C'\Omega' + C\Omega(A' + Mh^2)]\lambda^3 + [A(M'c' + Mh)g + (A' + Mh^2)Mcg + CC'\Omega\Omega']\lambda^2 + [C\Omega(M'c' + Mh)g + C'\Omega'Mcg]\lambda + MC(M'c' + Mh)g^2 = 0$$

тегламанинг ҳамма ядизлари ҳар хил ва ҳақиқий бўлса, система устувор бўлади.

56.19. Ўзгармас v_0 тезлик билан илгарилма ҳаракатланаётган 1-деталь пружина орқали ҳаракатни 2-ползунга узатади. Ползун билан 3-йўналтирувчи орасида вужудга келадиган ишқаланиш кучи ползуннинг тезлиги v га қуйидагича боғланган:

$$H = H_0 \operatorname{sign} v - \alpha v + \beta v^3,$$

бу ерда H_0 , α , β — мусбат коэффициентлар. Тезлик v_0 нинг қандай қийматларида ползуннинг текис ҳаракати устувор бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v_0^2 > \alpha / (3\beta)$.

56.20. Биқирлиги c бўлган 3-муфта билан бирлаштирилган 1-двигатель ва 2-машинадаги ташкил топган агрегат, икки массали система сифатида қаралади. Инерция momenti I_1 бўлган двигатель роторига роторнинг ψ бурчак тезлигига боғлиқ бўлган M_1 момент қўйилган:

$$M_1 = M_0 - \mu_1(\psi - \omega_0).$$

I_2 инерция momentига эга бўлган машина валига ψ бурчак тезликка боғлиқ қаршилик кучларининг momenti қўйилган.

$$M_2 = M_0 - M_2(\psi - \omega_0).$$

μ_1 ва μ_2 — коэффициентлар мусбат. Системанинг ω_0 бурчак тезлик билан айланишларидаги устуворлик шартлари аниқлансин.

Жавоб: $\mu_1 > \mu_2$, $\frac{I_2}{I_1} > \frac{\mu_2}{\mu_1}$, $c > \frac{\mu_1 \mu_2 (\mu_1 I_2 - \mu_2 I_1)}{\mu_1 I_2^2 - \mu_2 I_1^2}$.

57-§. Чизиқли бўлмаган тебранишлар

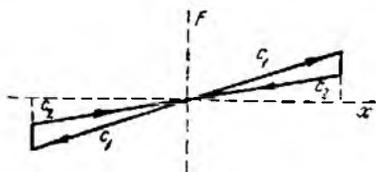
57.1. Рессораларни синовдан ўтказишда эластиклик кучи ўзгаришининг «чубурчакли» характеристикаси олинди. Рессорани мувозанат ҳолатидан оғдирилганида юқори тармоқ (c_1) характеристикага, мувозанат ҳолатига қайтишда қуйи тармоқ (c_2) характеристикага эга бўлиши ўришилди. Бошланғич пайтда рессора статик мувозанат ҳолатидан x_0 га оғдирилган ва бошланғич тезликка эга эмас. Рессора устидаги жисмнинг массаси m , рессоранинг массаси ҳисобга олинмасин; рессораларнинг бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 . Тўлиқ тебранишлар даврининг биринчи ярми учун рессора эркин тебранишларининг тенгламалари ёзилсин ва тебранишларнинг T тўлиқ даври топилсин.

Жавоб: рессоранинг статик мувозанат ҳолатига қайтишда $x = x_0 \cos k_2 t$, статик мувозанат ҳолатидан оғишда $x = -x_0 \frac{k_2}{k_1} \sin(k_1 t - \frac{\pi}{2} \frac{k_1}{k_2})$, $T = \pi(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2})$, $k_1 = \sqrt{c_1/m}$, $k_2 = \sqrt{c_2/m}$.

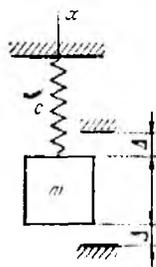
57.2. Олдинги масалада қўрилган рессора эркин тебранишлари амплитудасининг камайиш қонуни аниқлансин. Эркин тебранишларни ёзиб олишда қуйидаги кетма-кет камайиб боровчи амплитудалар қатори олинган: 13,0 мм, 7,05 мм, 3,80 мм, 2,05 мм ва ҳ. к. Виброграмма маълумотларига мувофиқ, тегишли юқори ва қуйи тармоқлар «чубурчакли» характеристикаларига мос келувчи бикирлик коэффициентларининг $\frac{c_1}{c_2}$ нисбати аниқлансин.

Жавоб: тебранишларнинг ҳар бир ярим даврга мос келувчи амплитудалари кетма-кетлиги маҳражи $\frac{k_2}{k_1}$ бўлган геометрик прогрессия қонунияти билан камайиб боради; $\frac{c_1}{c_2} = 3,4$.

57.3. Бикирлик коэффициенти c бўлган пружинада m масса тебранади. Мувозанат ҳолатидан бир хил Δ масофаларда қаттиқ тиргаклар қўйилган. Тиргакларга урилишларни бирга тенг тиклаш коэффициенти билан содир бўлади деб ҳисоблаб, ω частотали даврий тебранишларда системанинг ҳаракат қонуни аниқлансин. ω нинг мумкин бўлган қийматлари топилсин.



57.1-масалага



57.3-масалага

Жауоб: $0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega} \left(k^2 = \frac{c}{m} \right)$ бұлганда $x = \frac{\Delta}{\sin \frac{\pi k}{2\omega}} \sin k \left(t - \frac{\pi}{2\omega} \right)$; $\omega \geq k$

57.4. Олдинги масала фақат шартли тарафта тизгак бор деб ҳисобланган ечиленни.

Жауоб: $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$ бұлганда $x = -\frac{\Delta}{\cos \frac{\pi k}{\omega}} \cos \left(t - \frac{\pi}{\omega} \right)$;

$k \leq \omega \leq 2k$.

57.5. Ҳарикат тенгламаси $m\ddot{x} + F_0 \sin \pi x + cx = 0$ кўринишига эга бўлган системанинг яқин тебранишлари биринчи гармоника амплитудаси уларнинг частоталари орқали аниқланаени.

Жауоб: $a_1 = \frac{4F_0}{\pi(m\omega^2 - c)}$.

57.6. Системанинг ҳаракати

$$\ddot{x} + (\dot{x}^2 + k^2 x^2 - \alpha^2) \dot{x} + l^2 x = 0$$

тенглама билан ёзилади. Системада вужудга келадиган автотебраниш процессининг амплитудаси аниқланаени; унинг устуворлиги текшириленни.

Жауоб: $a = \frac{\alpha}{k}$; автотебранишлар қатта устуворликка эга.

57.7. 56.19-масалада кўрилган системада $k = \sqrt{c/m}$ частотали гармоник тебранишларга яқин автотебранишлар вужудга келадиган шартлар топиленни. Буида α — прузинанинг бикирлик коэффициентни, m — прузун массаси. Бу автотебранишларнинг амплитудалари тақрибий аниқланаени.

Жауоб: $0,8 \frac{\alpha}{3\beta} < a_0 < \frac{\alpha}{3\beta}$, $a^2 \approx \frac{1}{k^2} \left(\frac{\alpha}{3\beta} - a_0^2 \right)$.

57.8. 56.19-масалада кўрилган системада $\alpha \geq 0$ бўлганда H ишқаланиш кучи ўзгармас ва H_0 га тенг, $\alpha = 0$ бўлганда эса H_1 га (тўли ҳолатдаги ишқаланиш) тенг деб, автотебранишларнинг даври аниқланаени. Прузуннинг массаси m , прузинанинг бикирлик коэффициентни c деб қабул қилиненни.

Жауоб: $T = t_1 \left[1 + \frac{1+\alpha^2}{k\alpha} (1 - \cos kt_1) \right]$, бу ерда $\alpha = \frac{(H_1 - H_0)k}{c}$,

$k = \sqrt{\frac{c}{m}}$, $t_1 \sin \alpha \sin kt_1 = \cos kt_1 - 1$ тенгламанинг энг кичик яддиси.

57.9. m масса кўнгалмас асегга бикирлиги c бўлган прузина ва қуруқ ишқаланишли демфер билан боғланган. Демфер қаршилик кучининг қатталиги тизликка белик эмас ва H га тенг. Мувозанат

ҳолатидан бир хил Δ масофаларда қаттиқ тиргаклар ўрилатилган. Тиргакларга урилиш, бирга тенг тиклаш коэффициентини билан содир бўлади ҳамда $F \cos \omega t$ мажбур этувчи куч ω/s частотата эга бўлган (s — бутун сон) субгармоник резонанс тебранишларини вужудга келтирмайди деб ҳисоблаб, H нинг қиймати аниқлансин.

Қўрсатма: Системанинг ω/s частотали эркин тебранишларга яқин даврий режими мавжуд бўладиган шарҳлар аниқлансин.

Жавоб: s жуфт сон бўлганда $H > 0$; тоқ s учун $H > F \frac{\omega h}{[k^2 - \omega^2]} \times$
 $\times \operatorname{ctg} \frac{\pi s k}{2 \omega} \left(\frac{\omega}{s} > k \right).$

57.10. Горизонтал текислик бўйлаб сирғанмасдан юмаловчи доиравий бир жинсли цилиндрнинг маркази қўзғалмас O нуқтага пружина билан бириктирилган; цилиндр — диск мувозанат ҳолатда бўлганда O нуқта диск маркази билан бир вертикалда туради. Цилиндрнинг массаси m га, пружинанинг бикирлик коэффициенти c га тенг. Мувозанат ҳолатида пружина деформацияланмаган ва узунлиги l га тенг. Ҳаракат тенгламаларида кўчишнинг учинчи даражасига бөөлиқ ҳадларини сақлаб қолиб, цилиндрнинг мувозанат ҳолати атрофидаги кичик тебранишлари даврининг a амплитудата бөөлиқлиги аниқлансин.

Жавоб: $T = 4l \sqrt{6 \frac{m}{c}} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 4 \sqrt{3} \sqrt{\frac{m}{c}} \frac{l}{a} K\left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right),$

бунда K — биринчи тур тўлиқ эллиптик интеграл.

57.11. Ҳаракати $x + k^2 x = \mu \{(\alpha^2 - x^2) x - \gamma x^3\}$ тенглама билан аниқланадиган системада вужудга келадиган автотебранишларнинг a амплитудаси ва даври кичик параметрлар методи билан аниқлансин.

Жавоб: $a = 2\alpha$, $T = \frac{2\pi}{k} \left(1 - \frac{3\mu\gamma\alpha^2}{2k^2}\right).$

57.12. Маятникнинг фақат бир йўналишда таъсир этадиган қаршилиги ва ўзгармас momenti бўлган муҳитдаги ҳаракат тенгламаси

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} > 0 \text{ да, } \ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + k^2\varphi &= M_0, \\ \ddot{\varphi} < 0 \text{ да, } \ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + k^2\varphi &= 0 \end{aligned}$$

кўринишга эга, бу ерда h , k ва M_0 — ўзгармас миқдорлар. $(2h/k) \ll 1$, $(M_0/k^2) \ll 1$ деб ҳисоблаб, маятникнинг барқарор ҳаракатини аниқлаш учун секин алмашинувчи коэффициентлар методи қўлланилсин.

Жавоб: Устувор автотебранишлар. $(\varphi, \dot{\varphi})$ текисликда циклнинг лимит ҳолатидаги ρ радиуси $\frac{1}{hT} \frac{M_0}{k^2}$ га тенг, бу ерда $T = \frac{\pi}{k}$.

57.13. Олдинги масалада нуқтавий алмаштиришлар методини қўллаб, алмаштиришнинг қўзғалмас нуқтасини топилсин.

Жавоб: $\varphi_0 = \frac{M_0}{k^2} \cdot \frac{1}{1 - c - hT}$, $\dot{\varphi}_0 = 0.$

Назарий механиканинг эҳтимоллиққа оид масалалари

Бу бобда келтирилган статика ва кинематиканинг эҳтимоллиқ масалалари тенгсизлиқларнинг бажарилиш эҳтимоллиғини бу тенгсизлиқларга кирувчи параметрлар билан боғловчи муносабатлардан фойдаланишга асосланади. Агар u — тасодифий сон, унинг учун маълум бўлган сонлар m_u — математик кутилма эҳтимоли (ўрта қиймати) ва σ_u — ўрта квадратик четланиш бўлса, у ҳолда u катталикнинг $(-\infty, a)$ интервалда бўлиши эҳтимоли α , бошқача айтганда, $u < a$ тенгсизлиқнинг бажарилиши эҳтимоллиғи қуйидаги усулда аниқланади:

$\alpha = P\{u < a\} = F(\xi)$, $\xi = \frac{u - m_u}{\sigma_u}$, буида $F(\xi)$ — нормалантирилган тақсимот функцияси. Гаусс тақсимоти учун $F(\xi)$ қийматлари 1-жадвалда келтирилган.

1-жадвал

ξ	-4,0	-3,5	-3,0	-2,5	-2,0	-1,5	-1,0	-0,5	0,0
$F(\xi)$	$3 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-4}$	0,001	0,006	0,023	0,067	0,159	0,309	0,500
ξ	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	
$F(\xi)$	0,691	0,841	0,933	0,977	0,994	0,999	0,9998	0,99997	

$u > a$ тенгсизлиқнинг бажарилиш эҳтимоллиғи қуйидагича аниқланади: $\beta = P\{u > a\} = 1 - F(\xi)$. Гаусс тақсимотида α эҳтимоллиқнинг берилган қийматларига мос келувчи ξ аргументнинг қийматларини аниқлаш учун 2-жадвалдан фойдаланиш қулай.

2-жадвал

$F(\xi)$	0,0005	0,001	0,005	0,010	0,050	0,100	
ξ	-3,4	-3,1	-2,6	-2,3	-1,6	-1,3	
$F(\xi)$	0,500	0,900	0,950	0,990	0,995	0,999	0,9995
ξ	0,0	1,3	1,6	2,3	2,6	3,1	3,4

u катталикнинг (a, b) интервалда бўлишининг эҳтимоллиғи $P(a < u < b) = F(\xi_2) - F(\xi_1)$, $\xi_1 = \frac{a - m_u}{\sigma_u}$, $\xi_2 = \frac{b - m_u}{\sigma_u}$ ифода билан аниқланади.

u катталикнинг (a, b) интервалга тушмаслиғининг эҳтимоллиғи $P(u < a) + P(u > b) = 1 - F(\xi_1) - F(\xi_2)$ га тенг.

Агар $P(u < a) = P(u > b) = \frac{1 - \alpha}{2} = \beta$ бўлса, (a, b) симметрик интервал дейилади. Агар u тасодифий миқдор m_{u_i} аниқ математик кутилмалли ва σ_{u_i} ўрта квадратик четланишдан ўзаро боғлиқ бўлмаган u_i статистик тасодифий миқдорларнинг чизиқли комбинацияси бўлса: $u = \sum_{i=1}^n c_i u_i$, унда u тасодифий миқдорнинг m_u математик кутилмаси ва σ_u ўрта квадратик четланишлари қуйидагича аниқланади:

$$m_u = \sum_{i=1}^n c_i m_{ui}, \quad \sigma_u^2 = \sum_{i=1}^n c_i^2 \sigma_{ui}^2.$$

Агар u нинг u_i га боғлиқлиги чиқиқли бўлмаса:

$u = \varphi(u_1, \dots, u_n)$, лекин u_i миқдорларнинг уларнинг m_{ui} математик кутималаридан четланишлари кичик бўлса, боғлиқликни чиқиқлаштириши керак. Унда

$$m_u \approx \varphi(m_{u1}, \dots, m_{un}), \quad \sigma_u^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_0^2 \sigma_{ui}^2.$$

Системанинг тасодифий таъсирлар билан боғлиқ тебранишларига доир масалалар ечилаётганида тасодифий процесслар назариясининг асосий муносабатларидан фойдаланилади. Агар ҳолати $q(t)$ умумлашган координата билан аниқланадиган чиқиқли динамик системага стационар тасодифий мажбур этувчи $Q(t)$ куч таъсир этаётган бўлса, мажбурий тебранишларнинг барқарор режими $q(t)$ умумлашган координатанинг $S_q(\omega)$ спектрал зичлиги билан характерланади; зичликнинг ўзи қуйидагича аниқланади: $S_q(\omega) = [A(\omega)]^2 S_Q(\omega)$.

Бу ерда $S_Q(\omega)$ мажбур этувчи $Q(t)$ кучнинг спектрал зичлиги, $A(\omega)$ esa системанинг алпнуда — частота (резонанс) характеристикасидан иборат. Умумлашган координатанинг барқарор ўрта квадратик четланишининг квадрати

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_q(\omega) d\omega$$

интеграл сифатида аниқланади. Агар $S_q(\omega)$ спектрал зичлик

$$S_q(\omega) = \frac{b_0^2 \omega^2 + b_1^2}{c_0^2 \omega^4 + c_1^2 \omega^2 + c_2^2}, \quad (1)$$

кўринишдаги каср — рационал функция бўлган ҳолда

$$\sigma_q^2 = \frac{b_0^2 c_2 + b_1^2 c_0}{2c_0 c_2 \sqrt{c_1^2 + 2c_0 c_2}}. \quad (2)$$

Мажбур этувчи кучнинг гаусс тақсимотида $(0, T)$ вақт оралиғидаги $q(t)$ процесснинг b катталиқдан кейингиларини ташланларнинг ўртача сови қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$m_T = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_q} \exp \left\{ -\frac{(b - m_q)^2}{2\sigma_q^2} \right\},$$

бундаги m_T — $q(t)$ процесснинг математик кутимаси (ўртача қиймати), σ_q esa $q(t)$ процесс ҳосиласининг

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 S_q(\omega) d\omega$$

интеграл билан аниқланадиган ўрта квадратик четланиши. Интеграл остидаги ифода (1) кўринишда бўлса, σ_q^2 миқдор (2) формула билан топилади.

58-§. Статиканинг ахт малаика оид масалалари

58.1. Радиуси $R = 0,5$ м ва массаси $m = 800$ кг бўлган галтак қаттақ тўсиққа тиралиб туради. Тўсиқнинг h баландлиги турлича бўлиши мумкин; h ни гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор деб қаралади, шу билан бирга унинг математик кутилмаси $m_h = 0,1$ м га тенг, ўрта квадратик четланиши $\sigma_h = 0,02$ м га тенг. $Q_1 = 4900$ Н горизонтал кучни қўйиш тўсиқни ошиб ўтиш учун стардли бўлишининг эҳтимоллиги аниқлансин. $Q = Q_1$ кучининг қандай қийматида тўсиқни ошиб ўтиш эҳтимоллиги $\alpha_2 = 0,999$ га тенг бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $\alpha_1 = 0,16$, $Q_2 = 8300$ Н.

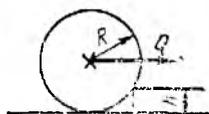
58.2. Баландлиги $h = 3$ м, қалинлиги $a = 1,1$ м бўлган ўзгармас кесилми вертикал таянч девор сатҳи турлича бўла оладиган сувнинг гидростатик босими билан юкаланган. Девор материалининг zichлиги $2,2$ т/м³. Девор асосидан сувнинг сатҳигача ҳисобланган H баландлиқнинг математик кутилмаси $m_H = 3,0$ м, ўртача квадратик четланиши $\sigma_H = 0,5$ м ва гаусс тақсимоти қонунига бўйсунадиган тасодифий миқдор деб ҳисоблаб, деворнинг ағдарилиб кетиши эҳтимоллиги аниқлансин. Шунингдек, деворнинг ағанаб кетиши эҳтимоллиги $3 \cdot 10^{-5}$ дан ошиб кетмайдиган бўлиши талаб қилинганда девор қалинлигининг йўл қўйиладиган энг кичик қиймати аниқлансин.

Жавоб: 0,001; 1,5 м.

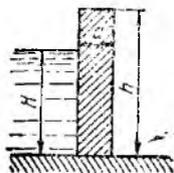
58.3. Чўзувчи P куч таъсирида бўлган икки детални бирлаштириб турувчи болт торгичга қўйилиши зарур бўлган Q куч деталларнинг бир-бирига nisбатан сирғаниши эҳтимолли $5 \cdot 10^{-4}$ бўлиши керак деб, аниқлансин. P куч ва деталлар орасидаги f ишқаланиш коэффициентини турли қийматларни олиши мумкин; уларни гаусс тақсимоти қонунига мос келадиган эркин тасодифий миқдорлар деб қаралади, шу билан бирга уларнинг математик кутилмалари, мос равишда $m_P = 2000$ Н, $m_f = 0,1$, ўрта квадратик четланишлари эса $\sigma_P = 200$ Н, $\sigma_f = 0,02$ деб олинади.

Жавоб: $Q = 63000$ Н.

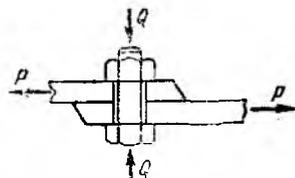
58.4. Массаси $m = 200$ кг бўлган юк гадир-будур қия текислик устида турибди. Текисликнинг қиялиги ва сирғаниб ишқаланиш коэффициентини турлича бўлишлари мумкин. Текисликнинг горизонтга nisбатан қиялик бурчаги γ ва f ишқаланиш коэффициентини гаусс тақсимотига эга эркин тасодифий миқдорлар деб ва уларнинг математик ку-



58.1-масалала



58.2-масалала



58.3-масалала

тилмалари мос равишда $m_y = 0$ ва $m_x = 0,2$, ўрта квадратик четланишлари эса, мос равишда $\sigma_y = 5^\circ$ ва $\sigma_x = 0,04$ деб ҳисобланади. Юқини теъдодлик бўйлаб 0,999 эҳтимоллик билан енгилтишда старин бўлган O горизонтал кучнинг қиймати аниқлансин.

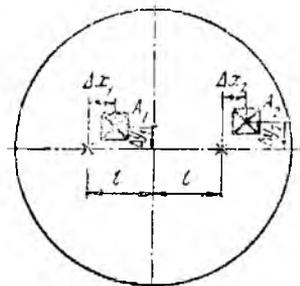
Ҳуруфлар: $\cos \gamma \approx 1$ деб ҳисоблансин.

Жавоб: $O = 780$ Н.

58.5. Радиуси $R = 1$ м бўлган бир жинсли доиравий диск марказидан l масофада r радиусли юмалоқ тирқиш қирқиб олинган. l ва r тағдилликлар турли қийматларни қабул қилишлари мумкин, улар гаусс тақсимида бўйсунадиган тасодифий эркин миқдорлар деб ҳисобланади. Уларнинг математик кутилмалари мос равишда $m_l = 0,1$ м ва $m_r = 0,05$ м, ўрта квадратик четланишлари эса, $\sigma_l = 0,01$ м ва $\sigma_r = 0,005$ м. Диск марказига нисбатан массалар маркази сурилишининг шундай қиймати топилсинки, бу сурилишдан олинб кетилишига эҳтимолли 0,001 ни ташкил қилсин. Массалар марказининг сурилиши нўқадасида l ва r миқдорларининг четланишларини уларнинг математик кутилмаларига қўнайтирилган ҳадлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $4,2 \cdot 10^{-3}$ м.

58.6. Массаси 1000 кг ли мувозанатлаштирилган роторда иккита бир хил типдаги A_1 ва A_2 деталлар айланни ўқига нисбатан симметрик равишда бириктирилган. Улар M_1 ва M_2 массаларининг номинал қиймат (математик кутилама) ларидан ΔM_1 ва ΔM_2 тасодифий четланишлари ва деталлар массалар марказларининг ротор ўқидан $l = 1$ м масофада турувчи бир диаметрда ётувчи нуқталарга нисбатан Δx_1 , Δy_1 , Δx_2 ва Δy_2 тасодифий миқдордаги силжишлари шунга келтирадики, роторнинг O массала маркази деталлар билан биргаликда ўққа нисбатан сурилади. Шу туфайли массалар марказининг x_0 ва y_0 координаталари тасодифий миқдорлар бўлади. M_1 , M_2 , Δx_1 , Δy_1 , Δx_2 , Δy_2 тасодифий миқдорлар эркин ва гаусс қонуни бўйича тақсимланган, уларнинг математик кутилмалари мос равишда $m_{M_1} = m_{M_2} = 100$ кг, $m_{\Delta x_1} = m_{\Delta y_1} = m_{\Delta x_2} = m_{\Delta y_2} = 0$, ўрта квадратик четланишлари эса



58.6- масалага

$\sigma_{\Delta M_1} = \sigma_{\Delta M_2} = 0,5$ кг, $\sigma_{\Delta x_1} = \sigma_{\Delta y_1} = \sigma_{\Delta x_2} = \sigma_{\Delta y_2} = 3$ мм. Роторнинг деталлари билини билганда x_0 ва y_0 массалар марказининг координаталари учун симметрик инверсалларининг chegarалари аниқлансин, ротор массалар марказининг бу нуқталарда бўлиши эҳтимоллиги $\alpha = 0,99$ га тенг.

Жавоб: $(-0,91; +0,91)$ мм.

58.7. Массаси 1000 кг бўлган бир жинсли тўғри бурчакли платформа тўғри бир хил узунликдаги бир нуқтада учрашувчи трос билан тилича осиб қўйилган. Платформанинг олинни нуқтасигача масофаси $h = 2$ м. Платформага тўғри кичик ўлмовли юклар ўрнатилган. Юкларнинг массалари ва ўрнатилган ҳолатлари тасодифий

миқдорлар. Юкларнинг массалари ва платформа марказидан ҳисобланган тўғри бурчакли x_i ва y_i координаталари ўзаро боғлиқ эмас ва гаусс тақсимотига эга деб ҳисобланади. Ҳамма тўртта юк массасининг ҳам математик кутилмалари бир хил ва $m_M = 100$ кг, ўрта квадратик четланишлари ҳам бир хил ва $\sigma_M = 20$ кг. Юкларнинг координаталари нолга тенг математик кутилмаларга эга, координаталарнинг ўрта квадратик четланишлари $\sigma_x = 0,5$ м ва $\sigma_y = 0,7$ м. Юклар ўрнатилган платформа оғиш бурчаклари θ_x ва θ_y нинг шундай симметрик чегаралари аниқлансинки, бу ҳолатларда юклар орнотилган платформа мувозанатда туришининг эҳтимолликлари 0,99 га тенг бўлсин. Бурчаклар кичик деб ҳисоблансин.

Жавоб: $(-11^\circ, +11^\circ), (-15^\circ, +15^\circ)$.

59-§. Кинематика ва динамиканинг эҳтимолликка оид масалалари

59.1. Самолёт оралиқларидаги масофа 1500 км бўлган бошланғич пунктдан охириги пунктга учади. Ҳар бир учиш вақтида-самолётнинг учиш тезлиги v ўзгармас, лекин турли учишларда турлича қийматларга эга. Тезлик гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор, $m_v = 250$ м/с математик кутилмали ва ўрта квадратик четланиши $\sigma_v = 10$ м/с деб ҳисобланади. Учиш вақти учуш эҳтимоллиги 0,999 га тенг бўлган симметрик интервал аниқлансин.

Жавоб: (5180, 6820) с.

59.2. Самолёт бошланғич пунктдан тўғри чизик бўйлаб учади. Бу тўғри чизиқнинг берилган тўғри чизиқли траекториядан оғиш бурчаги ψ турли учишларда турлича қийматларга эга бўлиши мумкин. ψ бурчак гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор нолга тенг математик кутилмага эга, ўрта квадратик четланиши $\sigma_\psi = 2^\circ$ га тенг деб ҳисобланади. $L = 50; 100; 200$ км масофаларда берилган траекториядан ён томонга четланиш 5 км дан ошмаслигининг эҳтимолликлари аниқлансин.

Жавоб: 0,997, 0,86, 0,52.

59.3. Поезд 15 м/с бошланғич тезлик билан қўзғалди. Тормозланишда секциланувчан ҳаракатнинг тезланиши вақт бўйича ўзгармас, лекин турли қийматларга эга бўлиши мумкин. w тезланишини гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор, математик кутилмаси $m_w = -0,2$ м/с² ва $\sigma_w = 0,03 \frac{M}{c^2}$ ўрта квадратик четланишга эга деб ҳисобланади. Тўхтагунча ўтиладиган тормоз йўлининг математик кутилмаси ва ўрта квадратик четланиши, шунингдек, тормоз йўлининг юқори чегараси ундан оғиш эҳтимоллиги 0,05 деб аниқлансин.

Жавоб: 540 м, 81 м, 670 м.

59.4. Нилонга оғиш аниқлигини баҳолаш ҳисобларида, ўқнинг учиш тезлигини ўзгармас, ствол ўқининг тасодифий четланишлари ва ўқ тезлигининг тасодифий номинал қийматдан фарқ қилиши ҳисобга олинади. Агар ствол ўқига аниқ йўналиш берилса, ўқнинг

учиб чиқиш тезлиги 600 м/с номинал қийматга тенг ва нишоннинг марказига аниқ тушади деб ҳисобланади. Ствол ўқининг берилган йўналишдан четланиш бурчаклари φ ва ψ ҳамда учиб чиқиш тезлигининг номинал қийматидан Δv фарқи гаусс тақсимотига эга эркин тасодифий миқдорлар деб, нолга тенг математик кутилмаларга, шунингдек, мос равишдаги $\sigma_\varphi = \sigma_\psi = 0,5 \cdot 10^{-3}$ рад ва $\sigma_c = 75$ м/с ўрта квадратик четланишларга эга деб ҳисобланади. Нишонгача бўлган масофа $l = 50$ м. Нишонга тушишининг, нишон марказига нисбатан 0,99 эҳтимолликка мос келадиган горизонтал ва вертикал силжишларининг симметрик интерваллари аниқлансин.

Жавоб: (— 65, + 65) мм, (— 69, + 69) мм.

59.5. Ер сиртидаги тўпдан снаряд отилган. Отиш бурчаги φ ва бошланғич тезлик v_0 олдиндан ҳисобланган қийматидан фарқ қилиши мумкин; улар гаусс тақсимотига эга тасодифий эркин миқдорлар, математик кутилмаси ҳисобланган қийматларига тенг: $m_\varphi = 10^\circ$ ва $m_{v_0} = 1000 \frac{m}{c}$ ҳамда ўрта квадратик четланишлари $\sigma_\varphi = 0,1^\circ$ ва $\sigma_{v_0} = 10$ м/с деб ҳисобланади. Ҳавонинг қаршилик кучини ҳисобга олмай, 0,90 эҳтимолликка мос келувчи, снаряднинг мумкин бўлган ерга тушиши нуқталари узоқликларининг интервали аниқлансин. Ҳақиқатда узоқлиги ортинининг ифодасида фақат бурчак четланишларининг ва тезлигининг ҳисобланган қийматларининг биринчи тартибли қўшилувчилари сақлаб қолинсин.

Жавоб: (31,0; 37,4) км.

59.6. Темир йўл полотноси юзасидан массалар марказигача баландлиги $h = 2,5$ бўлган вагон, оралиғи 1,5 м бўлган темир изнинг эгрилик радиуси $\rho = 800$ м бўлган эгри чизиқли участкасида ҳаракатланади. Ташқи изнинг ички из юзасидан баландлиги шундай таълашганки, вагоннинг $v = 20$ м/с га тенг тезлигида ғилдирақларнинг изларга кўрсатадиган босимлари бир хил бўлади. Ҳақиқатда эса, вагоннинг тезлиги турлича бўлиши мумкин. Тезликни гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдорлар, математик кутилмаси $m_\alpha = 15$ м/с ва ўрта квадратик четланиши $\sigma_\alpha = 4$ м/с деб қабул қилинади. Ташқи ва ички изларга ғилдирақлар кўрсатадиган босим кучларининг нисбатлари, $\alpha = 0,999$ эҳтимолликда аниқланган тезликлар интервалининг юқори чегарасига мос келадиган тезлиги учун аниқлансин.

Жавоб: 1,17.

59.7. Автомобиль қиялиги бўлмаган йўлда 15 м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Тормозланишда ишқаланиш кучи вақтга нисбатан ўзгармас, лекин турли қийматларни олиши мумкин. Тормозланишнинг солиштирма ишқаланиш кучи гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор, унинг математик кутилмаси 1 т массага 3000 Н, ўрта квадратик четланиши 1 т массага 700 Н деб қабул қилинади. Ўрта тагунча ўтиладиган тормоз йўлининг 40 м ва 80 м дан ошиб кетиши эҳтимоллиги аниқлансин.

Жавоб: 0,45; 0,02.

59.8. Массаси M бўлган ротор, R радиусли, l узунлигини бир экир вақт иккидан иборат: иккинчи вазна нуқтаси қўйилган ва эркин ҳаракатга ўрнатилган. Унинг симметрик ўқи ва γ қўлдан кичик тасодифий γ бурчакка белгиланган, паҳливишлар оралигининг ўрта-симметрик маркази ва ва γ ўқига нисбатан n тасодифий миқдорда сурилган. Подшипниклар орасидаги массага $2M$, γ ва n эркин тасодифий миқдорлар, γ бурчак юлга тенг математик қўйилмага, n — массага m_0 математик қўйилмага ҳамда тегишлар σ_γ ва σ_n ўрта квадратик четланмишларга эга деб қаралади. Роторнинг вертикал ўқ атрофидаги ω айланмиш бурчак тегишнинг m_0 математик қўйилмага, σ_ω ўрта квадратик четланмишга эга тасодифий миқдор деб қаралади. Подшипниклар реакциялари R_1 ва R_2 нинг σ_{R_1} ва σ_{R_2} ўрта квадратик четланмишлари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \sigma_{R_1}^2 = \sigma_{R_2}^2 \approx \frac{1}{2} M^2 m_0^2 \left\{ m_0^2 \omega^2 \left[\sigma_n^2 + \frac{1}{3} \frac{(R^2 - l^2)^2}{L^2} \sigma_\gamma^2 \right] + 4 m_0 \sigma_\omega^2 \right\}.$$

59.9. Массаси 1 кг, 1 м узунликдаги илга осялган, билинмиш пайғам қилиш нуқтаси билан бир вертикалда мувозинат ҳолатда тургани юкка таъсир вақти интервалида ўзгармай қолдиган қисқа фурқатли германнинг куч таъсир қилади. F куч ва унинг таъсир вақти интервали t гаусс тақсимотига эга, мос равишда $m_F = 300$ Н ва $m_t = 0,01$ с математик қўйилма ҳамда $\sigma_F = 5$ Н ва $\sigma_t = 0,002$ с ўрта квадратик четланмиш эркин тасодифий миқдорлардир. Илгадаги юкнинг эркин тебранишлари амплитудаси зарба тугаганидан кейин 50° ва 5° дан охиб кетишнинг эҳтимоллиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 0,46; 0,04.$$

59.10. Юк H баландликдан эластик пружинага тушади, пружина массасини юк массасига нисбатан ҳисобга олмас ҳам бўлади. Пружинанинг юк таъсирдан статик эгилиши 2 мм, H баландлик гаусс тақсимолига эга, 1 м га тенг математик қўйилма ва 0,3 м ўрта квадратик четланмиш тасодифий миқдор деб қаралади. Зарба тугаганидан охирадиган тезланмишнинг мумкин бўлган максимал қийматлари интервалининг юқори чегараси аниқлансин, тезланмишнинг бу оралиқдан топилиш эҳтимолли 0,95 га тенг.

$$\text{Жавоб: } 380 \text{ м/с}^2.$$

59.11. Математик маятникнинг l узунлиги жуда аниқ маълум эмас, l математик қўйилмаси $m_l = 0,25$ м бўлган ва бирор σ_l ўрта квадратик четланмиш гаусс тақсимолига эга тасодифий сондир. Кичик эркин тебранишлар даврларининг фарқи 0,1 % дан ошмаслиги учун σ_l нинг руҳсат этиладиган қиймати 0,99 эҳтимоллик билан аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 0,19 \text{ мм}.$$

59.12. Физик маятник горизонтал ўқ атрофида айланмиш m массали жисмдан иборат, унинг инерция моменти I , массалар марказининг ўққа нисбатан сурилиши l берилган деб ҳисобланади. Тезликка пропорционал қаринлик кучлари шундайки, маятникнинг эркин тебранишларида олдинги қўлочнинг кейинги қўлочга бўлган

нисбати q га тенг. Маятникнинг осилиш нуқтаси горизонтал бўйича тасодифий тебранади. Осилиш нуқтасининг ω тезланиши B^2 га тенг ўзгармас интенсивли оқ шовқини деб ҳисоблаш мумкин. Маятникнинг мажбурий тебранишларида оғиш бурчагининг барқарор ўрта квадратик қиймати, шунингдек, T вақт ичидаги ўрта квадратик қийматлардан 2 марта ошадиган миқдордаги ташлаб юбориладиган бурчакнинг ўртача сони n аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \sigma_{\varphi}^2 = \frac{B^2}{4q} \sqrt{\frac{ml(q^2 + \pi^2)}{lq^2}}, \quad n = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{mg l}{l}} e^{-2}.$$

59.13. Эркин тебранишлар частотаси $R = 15$ рад/с бўлган эркин тебранишларида кейинги қулочнинг олдинги қулочига нисбати $m = 1,2$ га тенг бўлган физик маятникнинг осилиш нуқтаси горизонтал бўйича тасодифий тебранади. Осилиш нуқтасининг тебраниш тезлигининг интенсивлиги $D^2 = 1000$ м²/с га тенг оқ шовқини деб ҳисоблаш мумкин. Маятник оғиш бурчагининг ўрта квадратик қиймати аниқлансин.

Жавоб: 23° .

59.14. Асбоб қўзғалувчан асосларда вертикал бўйича тасодифий тебранувчи чизикли эластик амортизаторларга ўрнатилган. Асбобнинг асосга нисбатан тебранишларида қаршилик кучлари шундайки, эркин тебранишлар режимида олдинги қулочнинг кейингисига нисбати $m = 1,5$ га тенг. Асоснинг вертикал тебранишларидаги тезланишининг интенсивлиги $B^2 = 100$ га тенг оқ шовқини деб ҳисоблаш мумкин. Асбобнинг мажбурий тебранишларида ω абсолют тезланишнинг ўрта квадратик қиймати $\sigma_{\omega} = 50$ м/с² га тенг бўлиши учун амортизаторларда турган асбобнинг эркин тебранишлари частотаси ва спиралк кучи таъсирдан статик силжиши қандай бўлиши кераклиги аниқлансин.

Жавоб: $\omega_0 = 30$ рад/с, $\Delta = 1$ см.

59.15. Асосий элементи чизикли пружина билан корпусга боғланган ва ёпишқоқ суяқлик ичидаги инерцион массадан иборат чизикли акселерометр резонанс чўққиси бўлган амплитуда-частота характеристикага эга, шу билан бирга чўққига мос келувчи частотаи $\omega_0 = 100$ рад/с га тенг, резонанс чўққисининг нисбий баъддлиги ($\omega = 0$ бўлгандаги амплитуда-частота характеристикасининг қийматига нисбатан) эса 1,4 га тенг. Акселерометр характеристикаларини аниқлашда шундай натижа олинганки, агар унинг ўлчаш ўқиши вертикал ўрнатилса ва кейин акселерометрни 180° га бурилса, унинг инерцион масса силжишига пропорционал бўлган чиқиб келиш сигнали 5В га ўзгаради. Акселерометр битта ўқ бўйлаб тасодифан тебранаётган қўзғалувчи асосга ўрнатилган, худди шу ўқ бўйлаб акселерометрнинг ўлчаш ўқи ҳам йўналган. Асос тебранишининг тасодифий тезланишини оқ шовқини деб фараз қилишни. Агар акселерометр чиқиб келиш сигнали ўзгарувчи тузувиши квадратининг ўртачалаштирилган қиймати $100B^2$ га тенг бўлса, бу оқ шовқинининг интенсивлиги аниқлансин.

Жавоб: $B^2 = 53$ м²/с⁴.

59.16. Бир ўқ бўйлаб горизонтал равишда тасодифий тебранаётган битта асосга, бир хил статик характеристикаларга, лекин турли динамик хоссаларга эга бўлган учта чиқиqli акселерометр горизонтал ўрнатилган. Улардан биринчиси— ω_0 хусусий частотага ва 1,2 га тенг резонанс чўққиси nisбий баландлигига, иккинчиси—ўша хусусий частотаю, 1,6 га тенг резонанс чўққиси nisбий баландлигига, учинчиси— $2\omega_0$ хусусий частота ва биринчи акселерометрдагидек резонанс чўққиси nisбий баландлигига эга. Асос тебранишларининг тасодифий тезланишларини оқ шовқин деб ҳисоблаб, бу акселерометр чиқиш сигналлари $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ нинг ўрта квадратик қийматлари қанчага фарқ қилиши аниқлансин.

Жавоб: $\sigma_1^2 : \sigma_2^2 : \sigma_3^2 = 1 : 1,33 : 8$.

МУНДАРИЖА

Биринчи бўлим	4
ҚАТТИҚ ЖИСМ СТАТИКАСИ	4
I боб. Текисликдаги кучлар системаси	4
1-§. Бир тўғри чизиқ бўйлаб таъсир қилувчи кучлар	4
2-§. Таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишувчи кучлар	5
3-§. Параллел кучлар	19
4-§. Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси	29
5-§. Ниқаланиш кучлари	50
II боб. Фазодаги кучлар системаси	61
6-§. Таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишадиган кучлар	61
7-§. Кучлар системасини содда ҳолга келтириш	67
8-§. Ихтиёрий кучлар системасининг мувозанати	70
9-§. Оғирлик маркази	84
Иккинчи бўлим	90
КИНЕМАТИКА	90
III боб. Нуқта кинематикаси	90
10-§. Нуқта ҳаракатининг тенгламалари ва траекторияси	90
11-§. Нуқтанинг тезлиги	95
12-§. Нуқтанинг тезланиши	99
IV боб. Қаттиқ жисмнинг энг оддий ҳаракатлари	106
13-§. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланиши	106
14-§. Қаттиқ жисмларнинг энг оддий ҳаракатларини ўзгартiriш	109
V боб. Қаттиқ жисмнинг текис параллел ҳаракати	114
15-§. Текис шаклнинг ҳаракат тенгламалари	114
16-§. Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезликлари	117
Тезликлар оний маркази	117

17- §. Қўзғалмас ва ўзгаливчи центроидалар	128
18- §. Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезланишлари	131
Тезланишлар оний маркази	131
VI б.б. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас нуқта атрофидаги айланма ҳаракати.	
Фазовий ориентирлаш	139
19- §. Битта қўзғалмас нуқтага эга бўлган қаттиқ жисмнинг ҳаракати	139
20- §. Фазовий ориентирлаш; Эйлернинг кинематик формуллари ва уларнинг модификациялари; аксонидлар	143
VII б.б. Нуқтанинг мураккаб ҳаракати	151
21- §. Нуқтанинг ҳаракат тенгламалари	151
22- §. Нуқта тезликларини қўшиш	155
23- §. Нуқта тезланишларини қўшиш	161
VIII б.б. Қаттиқ жисмнинг мураккаб ҳаракати	177
24- §. Жисмнинг ҳаракатларини қўшиш	177
а) Жисмнинг текис-параллел ҳаракатларини қўшиш	177
б) Жисмнинг фазовий ҳаракатларини қўшиш	183
25- §. Нуқта ва қаттиқ жисмнинг мураккаб ҳаракатига доир аралаш масалалар	192
Учинчи бўлим	198
ДИНАМИКА	198
IX б.б. Моддий нуқта динамикаси	198
26- §. Берилган ҳаракатга қараб кучларни аниқлаш	198
27- §. Ҳаракатнинг дифференциал тенгламалари	207
а) Тўғри чизиқли ҳаракат	204
б) Эгри чизиқли ҳаракат	211
28- §. Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақида теорема. Моддий нуқта ҳаракат миқдори моментининг ўзгариши ҳақида теорема	217
29- §. Иш ва қувват	221
30- §. Моддий нуқта кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақида теорема	223
31- §. Аралаш масалалар	229
32- §. Тебравма ҳаракати	238
а) Эркин тебранишлар	238
б) Эркин тебранишларга қаршилиқнинг таъсири	250
в) Мажбурий тебранишлар	256
г) Қаршилиқнинг мажбурий тебранишларга таъсири	259

33- §. Нисбий ҳаракат	261
X б о б. Моддий система динамикаси	266
34- §. Массалар геометрияси: моддий система массалар маркази, қаттиқ jismlarнинг инерция моментлари	266
35- §. Моддий система массалар марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема	273
36- §. Моддий система ҳаракат миқдори бош векторининг ўзгариши ҳақидаги теорема. Тулаш нукталарга таъбиқи	279
37- §. Моддий система ҳаракат миқдори бош моментининг ўзгариши ҳақидаги теорема. Қаттиқ jismlarнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланнининг дифференциал тенгламаси	282
38- §. Моддий система кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теорема	293
39- §. Қаттиқ jismlarнинг текис-параллел ҳаракати	312
40- §. Геронколларнинг тақрибий назарияси	317
41- §. Гинетостатика методи	320
42- §. Айланувчи қаттиқ jismlarнинг айланни ўқида туширилган босим	326
43- §. Аралаш масалалар	332
44- §. Зарба	336
45- §. Массаси ўзгариши (ўзгаришчан таркибли) нукта ва система динамикаси	341
XI б о б. Аналитик механика	350
46- §. Мумкин бўлган кўчишлар принципи	359
47- §. Динамиканинг умумий тенгламалари	359
48- §. Лагранжнинг 2- тур тенгламалари	366
49- §. Ҳаракат интеграллари, Раусс аминвариантлари, Гамильтоннинг кичик тенгламалари, Якоби-Гамильтон тенгламалари, Гамильтон-Остроградский принципи	383
50- §. Юмаловчи системалар. Беголоном боғланмалар	399
XII б о б. Космик учинлар динамикаси	409
51- §. Кеплер ҳаракати (марказий куч таъсиридаги ҳаракат)	419
52- §. Турли масалалар	407
XIII б о б. Система мувозанатининг устуворлиги, тебранишлар назарияси, ҳаракатнинг устуворлиги	410
53- §. Система мувозанат шартларини аниқлаш. Мувозанатнинг устуворлиги	410
54- §. Эркинлик даражаси битта бўлган системанинг кичик тебранишлари	418
55- §. Эркинлик даражаси бир нечта бўлган системанинг кичик тебранишлари	430

56- §. Ҳаракатнинг устуворлиги	447
57- §. Чизиқли бўлмаган тебранишлар	453
XIV б о б. Назарий механиканинг аҳтимоллиққа оид масалалари	456
58- §. Статиканинг аҳтимоллиққа оид масалалари	458
59- §. Кинематика ва динамиканинг аҳтимоллиққа оид масалалари	460

На узбекском языке

ИВАН ВСЕВОЛОДОВИЧ МЕЩЕРСКИЙ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

«Улитувчи»—Ташкент—1989

Таржимонлар: *В. Қ. Қобулов, Ш. И. Ҳабибуллаев,
И. Эгамбердиев*

Таржиманинг масъул муҳаррири *Қ. Б. Мўминов*

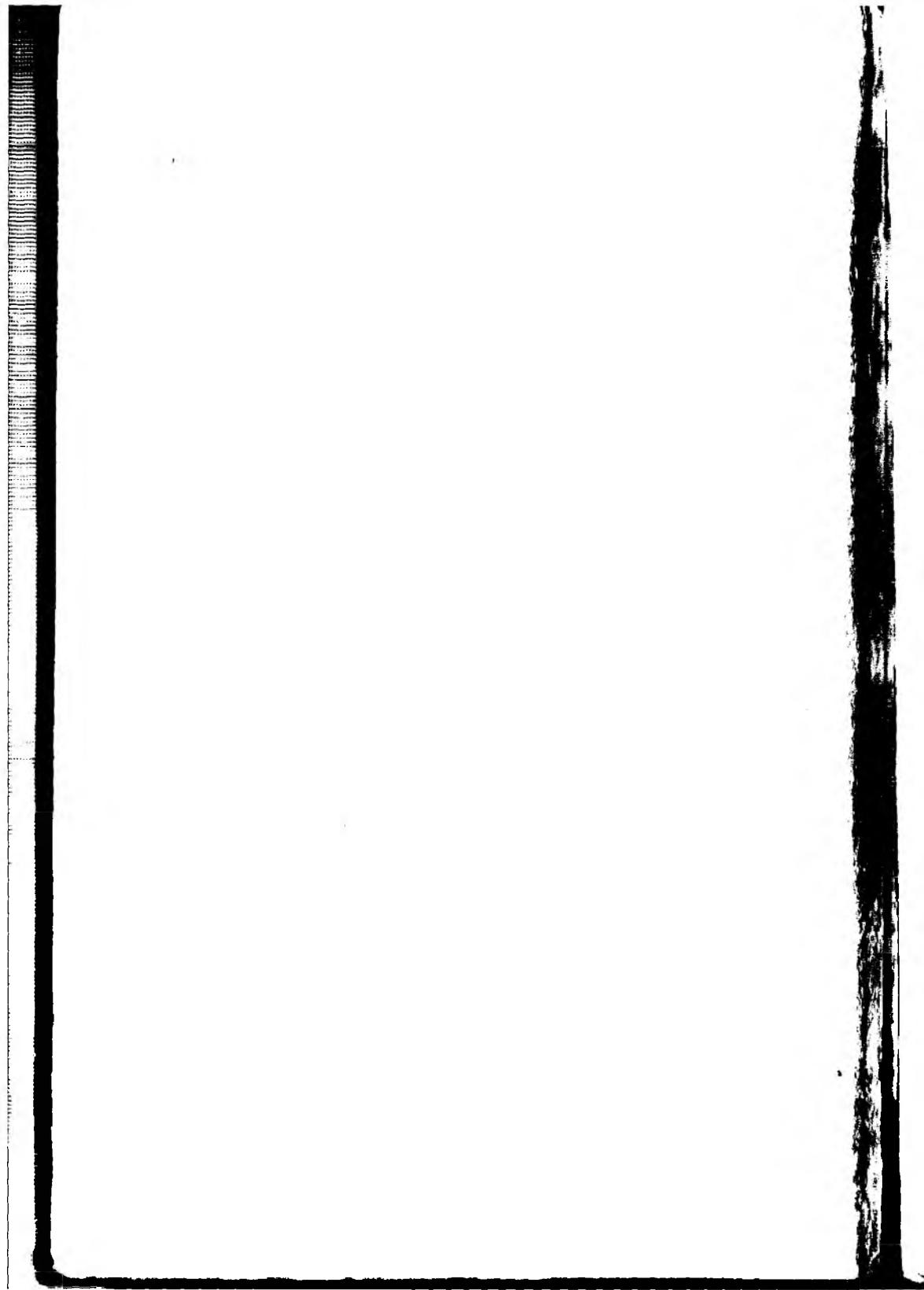
Нашриёт муҳаррирлари: *А. Аҳмедов, М. Иброҳимова*

Бадний муҳаррир *Ф. Некқадамболов*

Муқова расмони *Ж. Одилов*

Техн. муҳаррир *Т. Скиба*

Корректор *М. Минаҳмедова*



И. В. МЕШЧЕРСКИЙ

НАЗАРИЙ МЕХАНИКАДАН МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ

Н. В. БУТЕНИН, А. И. ЛУРЬЕ, Д. Р. МЕРКИН ТАХРИРИ ОСТИДА

ТУЗАТИЛГАН РУСЧА ЭТТИЗ ОЛТИНЧИ
НАШРИДАН ТАРЖИМА

*СССР Олий ва махсус ўрта таълим вазирлиги
олий техника ўқув юрталарининг студентлари учун
ўқув қўлланма сифатида рухсат этган*

33



ТОШКЕНТ «ЎҚИТУВЧИ» 1989