С.С. ХУДАЙБЕРДИЕВ

# ФИЗИКА в строительстве

I часть

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
ИНСТИТУТ

С.С. Худайбердиев

# ФИЗИКА
# В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

*Рекомендовано Министерством высшего и
среднего специального образования
Республики Узбекистан в качестве учебного пособия*

I часть

Ташкент
«IQTISOD-MOLIYA»
2018

Физика (от греческого phuzis – природа) изучает свойства материи, её изменения (явления природы), законы, которые описывают эти изменения, связи между явлениями.

Процесс научного познания протекает по следующей схеме:

Наблюдение ⇒ Обобщение ⇒ Гипотеза ⇒ Опыты ⇒ Теории и законы

В научном познании применяются следующие методы:

*теоретические, экспериментальные.*

***Связь физики с другими науками:***

• биофизика; астрофизика; геофизика; химическая физика и др.

Физика имеет практическое значение. На базе знаний физики идет развитие техники, прогресс человеческой цивилизации

***Роль физики:***

• формирование научного мировоззрения; развитие науки и техники; создание орудий познания, производства и новых технологий

***Физика в строительстве:***

- *строительная физика* рассматривает физические явления и процессы, связанные со строительством и эксплуатацией зданий и сооружений, и разрабатывает методы соответствующих инженерных расчётов. Разделами строительной физики являются *строительная теплотехника, строительная акустика, строительная светотехника*, изучающие закономерности переноса тепла, передачи звука и света (т.е. явлений, непосредственно воспринимаемых органами чувств человека и определяющих гигиенические качества окружающей его среды) с целью обеспечения в сооружениях необходимых температурно-влажностных, акустических и светотехнических условий. Строительная физика рассматривает теорию *долговечности строительных конструкций и материалов, строительную климатологию, строительную аэродинамику.* Рассматриваются вопросы прочности, жёсткости и устойчивости зданий и сооружений

Для измерения физических величин и установления связей между ними принята Международная система единиц – *система интернациональная* (СИ).

| Основные физические величины | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Длина | *м* | *(l)* | Сила электрического тока | *А* | (I) |
| Масса | *кг* | *(m)* | | | |
| Время | *с* | *(t)* | Сила света | *kd* | (I) |
| Температура | *К* | *(T)* | Количество вещества | *моль* | *(ν)* |
| **Дополнительные физические величины** | | | | | |
| Угол плоский | *рад* | *(φ)* | Угол телесный | *стерадиан* | *(Ω)* |
| **Производные физические величины** | | | | | |
| Площадь | *м*$^2$ | *(S)* | Электрический заряд | *Кл* | *(q)* |
| Объём | *м*$^3$ | *(V)* | Напряженность электрического поля | *В/м* | (E) |
| Скорость | *м/с* | *(v)* | | | |
| Ускорение | *м/с*$^2$ | *(a)* | Электрическое напряжение (разность потенциалов) | *В* | *(U)* |
| Плотность | *кг/м*$^3$ | *(ρ)* | | | |
| Сила | *Н* | *(F)* | | | |
| Частота | *Гц* | *(ν)* | Электрическая емкость | *Ф* | *(C)* |
| Давление | *Па* | *(p)* | Электрическое сопротивление | *Ом* | *(R)* |
| Энергия, работа, кол-во теплоты | *Дж* | *(E, A, Q)* | Магнитный поток | *Вб* | *(Ф)* |
| | | | Магнитная индукция | *Тл* | *(B)* |
| Мощность | *Вт* | *(N,P)* | Индуктивность | *Гн* | *(L)* |

## 1.2. Механика

*Механика* – раздел физики, изучающий движение и взаимодействие макроскопических (то есть больших) тел. Механика самый древний раздел физики, поэтому самый гармонично развитый и завершенный.

Mehanike – с греческого наука о машинах, об искусстве их создания.

Аристотель, Архимед, Г. Галилей, Ибн Сина, Біруни, Аль Хорезми, заложили фундамент развития механики и физики как науки.

Цельное учение о механическом движении и взаимодействии тел создал английский ученый Исаак Ньютон. Поэтому классическая механика называется также механикой Ньютона.

Для чего необходимы знания механики? Для познания окружающего мира. В основе любого явления в природе лежит движение. Для понимания принципов устройства и работы любого механизма, от самого простого до самого сложного. Для создания новых машин и развития техники.

Основные разделы механики:

*Кинематика* (от греч. «kinematos» – движение) – раздел механики, изучающий движение без указания его причин.

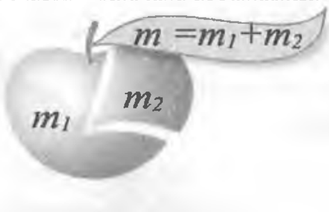
*Динамика* (от греч. «dynamis» – сила) – раздел механики, изучающий движение тел с учетом сил их взаимодействия.

*Статика* (от греч. «statike» – равновесие) – раздел механики изучающий условия равновесия твердых тел.

Механика разделяется на: классическую, релятивистскую и квантовую.

Классическая механика

*1. Выполняется закон сохранения массы и энергии.*
*2. Масса не зависит от скорости движения тела.*
*3. Масса – величина аддитивная.*




$$m_{системы} = \sum_{i=1}^{N} m_i$$

Релятивистская механика

*1. Выполняется закон сохранения массы и энергии.*

$$m = m_0 + \frac{E}{c^2}$$

*2. Масса зависит от скорости.*

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

*3. Масса – величина неаддитивная.*

*Масса ядра $M_я$ всегда меньше суммы масс слагающих его протонов и нейтронов.*

| *Классическая механика* | *Релятивистская механика* |
|---|---|
| Законы Ньютона | Теория Эйнштейна (СТО*) |
| Макроскопические тела | Микроскопические частицы и тела во Вселенной |
| $\upsilon << c$ | $\upsilon \approx c$ |
| Пространство и время абсолютны и независимы друг от друга | Пространство и время связаны в единую четырехмерную систему |

** - специальная теория относительности.*

**Основные понятия механики**

***Механическим движением*** *называется изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.*

*Основная задача механики* - определить положение тела в пространстве в любой момент времени (где? когда?).

*Два случая*, когда достаточно описать движение одной точки тела 1- поступательное движение, 2- материальная точка.

*1.* ***Поступательным*** *называется движение тела, при котором все его точки движутся одинаково, описывают одинаковые траектории.*

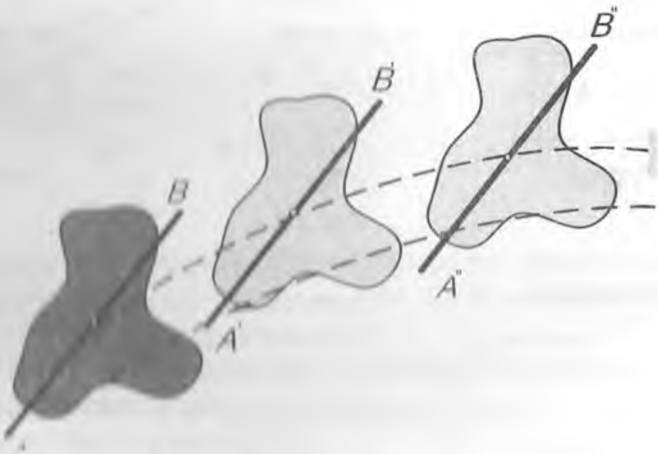



Рис. 1.1

Признак поступательного движения – прямая, соединяющая две любые точки тела, остается параллельной самой себе (рис. 1.1).

При поступательном движении тело не вращается и не поворачивается.

*Примеры поступательного движения*: ступени эскалатора метро, груз на подъемном кране, автомобиль на прямолинейном участке путии т.д.

***2. Материальной точкой*** *называется тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь.*

Расстояние >> размеров.

*Пример:* Самолет на рейсе Москва – Ташкент - материальная точка. Самолет, маневрирующий перед взлетом – не материальная точка.

Любое движение рассматривается относительно выбранной системы отсчета.

***Система отсчета***:

1) тело отсчета (начало координат);

2) система координат;

3) часы (или другой прибор отсчета времени).

Выбор тела отсчета произволен, например: дом, вагон, Земля.

***Система координат*** (рис. 1.2):

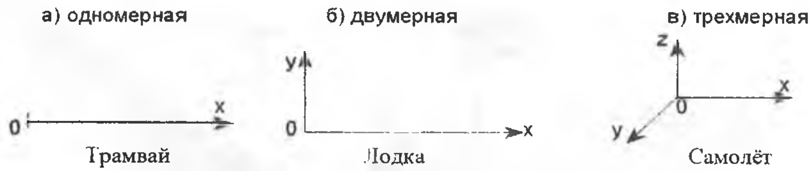



Рис.1.2


Рис.1.3

***Перемещение*** $\vec{S}$ – вектор, соединяющий начальное и конечное положения тела (рис. 1.3).

***Траектория*** – линия (след), вдоль которой движется тело.

***Пройденный путь*** – длина траектории, по которой движется тело $l$ (м).

## 1.3. Действия над векторами

Все величины в физике делятся на: скалярные и векторные. *Скалярная величина* не имеет направления и задается только численным значением (модулем). *Векторная величина* задается численным значением и направлением.

Скалярные величины: масса ($m$), время ($t$), объем ($V$), длина ($l$), плотность вещества($\rho$) и др.

Векторные величины: скорость ($\vec{v}$), перемещение ($\vec{S}$), ускорение ($\vec{a}$), сила ($\vec{F}$), импульс ($\vec{p}$) и др.

***Перенос векторов.*** Вектор можно переносить параллельно самому себе в любую точку (не изменяя величины).

***Умножение векторана скаляр***. При умножении вектора на скаляр получается вектор, совпадающий по направлению с данным вектором (если скаляр отрицательный, то получим вектор, противоположно направленный данному).

*Примеры:* $\vec{S} = \vec{v}t$; $\vec{F} = m\vec{a}$; $\vec{p} = m\vec{v}$.

$S$ и $v$, $F$ и а, $p$ и $v$ – попарно совпадают по направлению.

***Сложение векторов:*** $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

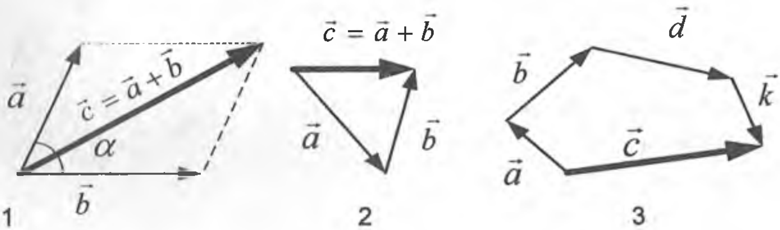



Рис. 1.4

Направление вектора $\vec{c}$ определяется по правилу параллелограмма (рис. 1.4-1), треугольника (рис. 1.4-2) или многоугольника для нескольких векторов (рис. 1.4-3).

Правило сложения векторов подчиняется двум законам:

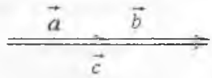
$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (коммутативный закон);

$\vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{d} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{d})$ (ассоциативный закон).

Численное значение вектора $\vec{c}$ (модуль) определяется по теореме косинусов.

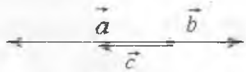
***Теорема косинусов:*** $c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}$.

Частные случаи:



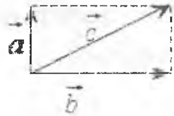
а) если $\alpha = 0°$, $\cos 0° = 1$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab} = \sqrt{(a+b)^2} = a + b.$$



b) если $\alpha = 180°$, $\cos 180° = -1$.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab} = \sqrt{(a-b)^2} = a - b.$$



с) если $\alpha = 90°$, $\cos 90° = 0$.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$ - теорема Пифагора.

***Вычитание векторов*** $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

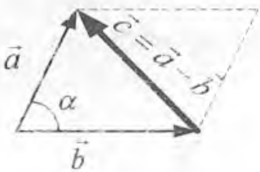



Рис.1.5

Направление вектора $\vec{c}$ определяется по правилу параллелограмма (другая диагональ). Стрелка направлена от конца, вычитаемого к концу уменьшаемого (рис.1.5).

Численное значение вектора $\vec{c}$ определяется по *теореме косинусов:*

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}.$$

***Скалярное произведение двух векторов.*** *Скалярным произведением двух векторов называют скаляр, равный произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними* (рис. 1.6).

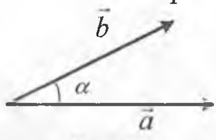



Рис.1.6

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = ab\cos\alpha.$$

Если $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то *cos α=0* и $(\vec{a} \cdot \vec{b}) = ab\cos\frac{\pi}{2} = 0$. *Скалярное произведение двух взаимно перпендикулярных векторов равно нулю.*

***Векторное произведение двух векторов.*** *Векторным произведением двух векторов* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *называют такой вектор* $\vec{c}$, *который перпендикулярен векторам* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$, *а модуль его равен площади* *параллелограмма, построенного на векторах* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$. Направление вектора $\vec{c}$ совпадает с поступательным движением острия буравчика, направление движения ручки буравчика совпадает с направлением перехода от вектора $\vec{a}$ к вектору $\vec{b}$ (рис.1.7).

$$\vec{c} = [\vec{a} \cdot \vec{b}].$$

Модуль вектора $\vec{c}$ равен $c = ab\sin\varphi$.

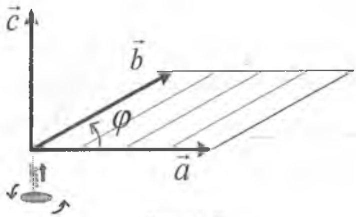



Рис.1.7

***Проекции вектора на координатные оси***

Проекцией вектора $\vec{a}$ на ось $x$ называется отрезок $a_x$ между проекциями на эту ось начала и конца вектора (рис. 1.8).

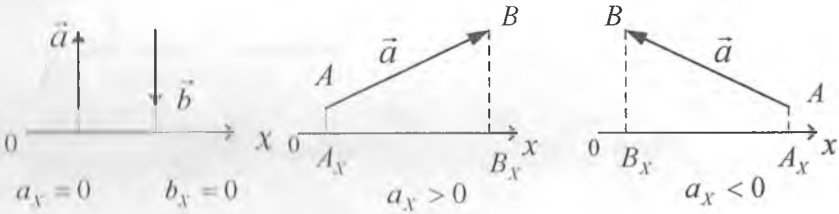
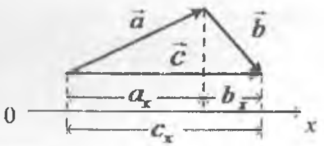



Рис.1.8

Если вектор перпендикулярен оси, то его проекция равна нулю.

Длина отрезка $A_xB_x$, взятая со знаком плюс или минус, является проекцией вектора $\vec{a}$ на ось $x$. Проекция – это скаляр.

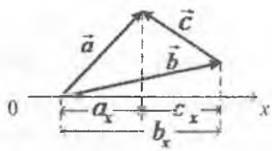
Проекция суммы векторов на координатную ось равна алгебраической сумме проекции складываемых векторов на ту же ось (рис. 1.9) и (рис. 1.10).




Если $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$,

то $c_x = a_x + b_x$.

Рис.1.9




Если $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$,

то $c_x = a_x - b_x$.

Рис. 1.10

### *Проекции вектора перемещения. Уравнение движения*

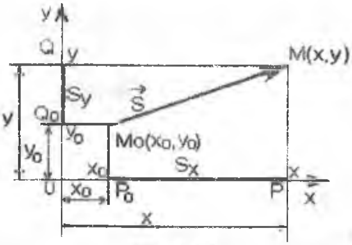



Рис.1.11

Если тело совершило перемещение $\vec{S}$ из точки $M_0$ ($x_0$, $y_0$), в точку M (x, y) (рис. 1.11), то $S_x = x - x_0$ - проекция вектора перемещения на ось x,

$S_y = y - y_0$ - проекция вектора перемещения на ось y;

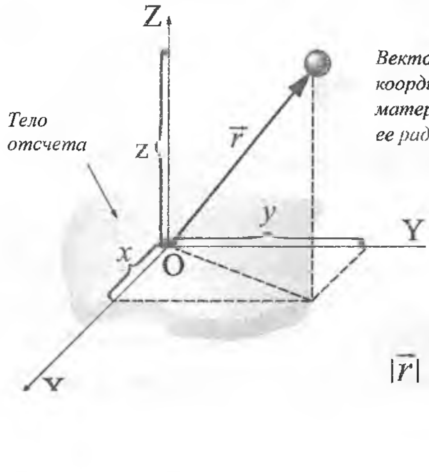
$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}.$$

$x = x_0 + S_x \quad x = x_0 + v_x t$

$y = y_0 + S_y \quad y = y_0 + v_y t$

- уравнения движения.

## Радиус-вектор материальной точки




*Вектор $\vec{r}$, проведенный из начала координат в место расположения материальной точки, называется ее радиус-вектором*

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

В векторном виде радиус вектор записывается в виде:

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z,$$

где $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ – единичные векторы (орты) координатных осей. Тройку этих векторов называют базисом координатной системы *XYZ*, а *x*, *y*, *z* – это проекции радиус вектора на координатные оси.

При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, тогда радиус вектор то же является функцией времени $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Рассмотрим движение материальной точки вдоль произвольной траектории из положения А в положение В (рис. 1.12).

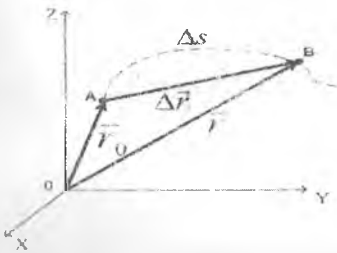



Рис. 1.12

$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ – вектор перемещения, проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент времени (приращение радиусавектора точки за рассматриваемый промежуток времени);

$\Delta s$ – пройденный путь;

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \Delta x\vec{e}_x + \Delta y\vec{e}_y + \Delta z\vec{e}_z.$$

В пределепри $\Delta t \to 0$ длина пути по хорде $\Delta S$ и длина хорды $\Delta\vec{r} = |\vec{r}|$ будут все меньше отличаться:

$$ds = |d\vec{r}| = dr.$$

## Контрольные вопросы

1. Что называется материей?
2. Что изучает физика?
3. По какой схеме протекает процесс научного познания?
4. Сформулируйте основные понятия механики (механическое движение, поступательное движение, материальная точка, система отсчета, перемещение).

5. Может ли перемещение быть: больше, меньше или равным пройденному пути? Быть равным нулю, если пройденный путь не равен нулю?

6. Как определяется направление результирующего вектора суммы (разности) векторов?

7. Как определяется численное значение результирующего вектора суммы (разности) векторов?

8. Как определяется проекции вектора перемещения на координатной оси?

9. Запишите уравнения движения.

10. Как вычислить вектор перемещения, зная его проекции на оси.

11. Какие механические величины являются относительными.

12. Приведите примеры относительности движения (покой), скорости, траектории.

13. Назовите отличительные особенности классической и релятивистской механики.

14. Какова роль физики в профессии строителя?

# Глава 2. ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

## 2.1. Скорость

***Прямолинейным равномерным движением*** *называется движение, при котором тело за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.*

Прямолинейное движение – траектория прямая линия.

*Скоростью равномерного прямолинейного движения называют постоянную векторную величину, равную отношению перемещения тела за любой промежуток времени к значению этого промежутка:*

Скорость $\vec{v} = \dfrac{\vec{S}}{t}$, $\vec{v} = const$,

$$v_x = \frac{S_x}{t}, \quad S_x = v_x t.$$

*Единица измерения скорости: 1 м/с* – это скорость такого движения, при котором за 1 секунду тело проходит путь равный *1 м.*

*Физический смысл скорости:* она показывает, как быстро изменяется координата в единицу времени $v_x = \dfrac{x - x_0}{t} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

Если движение не является прямолинейным и равномерным, то по этой же формуле определяется средняя скорость.

***Средняя скорость,*** $v_{Cp} = \dfrac{S}{t}$, где $S$ – все перемещение (путь), $t$ – все время этого перемещения.

***Криволинейное движение*** – движение, при котором траектория – кривая линия; это движение по дугам окружностей (рис. 2.1).

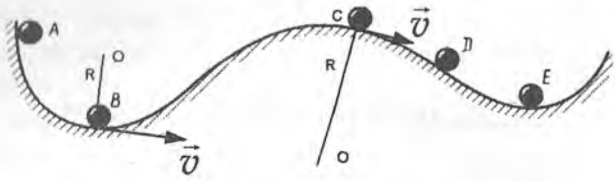



Рис.2.1

*Мгновенная скорость* – скорость тела в данный момент времени или в данной точке траектории.

*Мгновенная скорость* тела в любой точке криволинейной траектории направлена по касательной к траектории в этой точке.

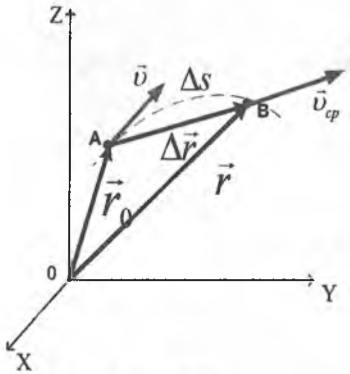



Рис. 2.2

Скорость частицы $\vec{v}$ определяется как предел отношения перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени $\Delta t$, за который оно произошло, при условии, что $\Delta t \to 0$ (рис. 2.2).

$$\vec{v} = \lim_{t\text{-}0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Модуль скорости равен $\vec{v} = \lim\limits_{t\text{-}0} \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$, докажем это:

$$\vec{v} = \left| \lim_{t\text{-}0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \right| = \left| \lim_{t\text{-}0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta S} \frac{\Delta S}{\Delta t} \right| = \frac{dS}{dt}.$$

Мгновенная скорость есть предел, к которому стремится средняя скорость тела, когда промежуток времени стремится к нулю.

Заданная таким образом скорость совпадает с математическим определением первой производной. Следовательно, *скорость есть первая производная пути по времени:* $\vec{v} = \dfrac{dS}{dt}$.

**Ускорение**

*Ускорение – векторная величина, равная отношению изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло.*

Ускорение характеризует быстроту изменения скорости

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

*Единица измерения ускорения: 1 м/с²* – это ускорение такого движения, при котором за 1 секунду скорость тела изменяется на *1 м/с*.

Криволинейное движение – движение с ускорением. В случаях, когда скорость по модулю постоянна, она все равно изменяется, т.к. меняется направление вектора скорости.

***Вывод формулы центростремительного ускорения***

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

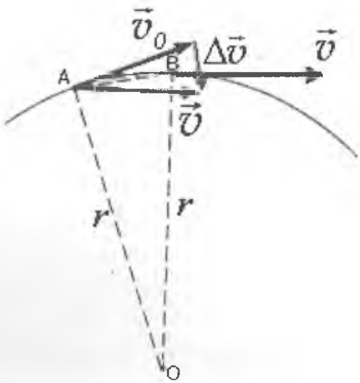



Рис. 2.3

$\vec{a}$ совпадает по направлению с $\Delta\vec{v}$ и направлено к центру закругления.

Треугольники, построенные на векторах скоростей ($\vec{v}_0$, $\vec{v}$, $\Delta\vec{v}$) и на радиусах (OAB), подобны (рис. 2.3).

Из подобия составим соотношение:

$\frac{\Delta v}{AB} = \frac{v}{r} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v\Delta t} = \frac{v}{r} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow a_n = \frac{v^2}{r}$ - центростремительное ускорение.

**Нахождение пути**

$v = \frac{dS}{dt}$, отсюда $dS = vdt$ и $S = \int_{t_0}^{t} v(t)dt.$

Путь, пройденный телом за промежуток времени от $t_0$ до $t$, равен определенному интегралу от функции $v(t)$ показывающей, как изменяется модуль скорости с течением времени.

Определенный интеграл имеет простой геометрический смысл:

пройденный путь численно, равен площади фигуры, ограниченной кривой $v(t)$ (рис. 2.4).

Для нахождения пути необходимо произвести интегрирование, для этого надо задать вид функции $v(t)$.

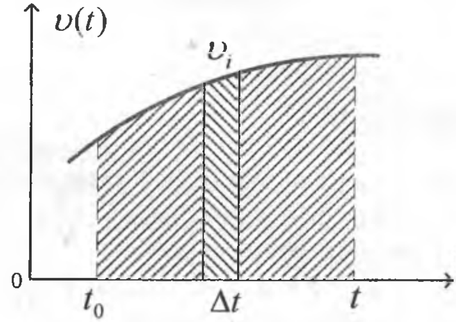
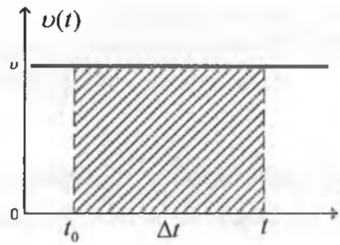


Рис. 2.4

Примеры:

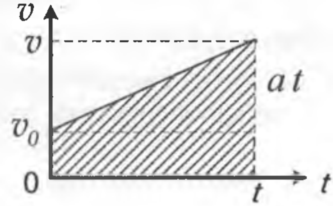
1. Пусть $\upsilon(t) = \upsilon = const$, тогда

$$S = \int_{t_0}^{t} \upsilon(t)dt = \int_{0}^{t} \upsilon dt = \upsilon t.$$



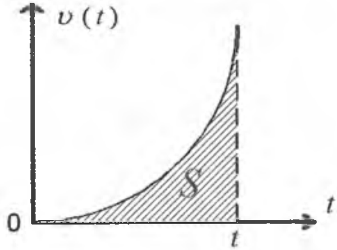

2. Пусть $\upsilon(t) = \upsilon_0 + at$, тогда

$$S = \int_{t_0}^{t} \upsilon(t)dt = \int_{0}^{t} (\upsilon_0 + at)dt = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$



3. Пусть $\upsilon(t) = at^2$,
тогда

$$S = \int_{t_0}^{t} \upsilon(t)dt = \int_{0}^{t} at^2 dt = \frac{at^3}{3}.$$




## 2.2. Кинематика вращательного движения

***Основные величины и формулы***

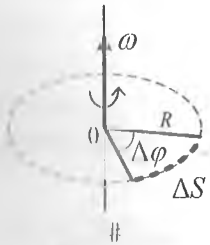



Рис. 2.5

***Углом поворота*** называется физическая величина, измеряемая отношением длины дуги, $\Delta S$ пройденной вращающейся точкой, к радиусу $R$ (рис. 2.5): $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta S}{R}$.

$\varphi$ измеряется в радианах за 1 рад принимается такой центральный угол, длина дуги которого равна $R$.

Полный угол $\varphi_0 = \dfrac{2\pi R}{R} = 2\pi$ или $\varphi_0 = 360$, поэтому $1\,рад = \dfrac{360^0}{2\pi} \approx 57{,}3^0$.

***Угловой скоростью*** *называется векторная величина равная первой производной угла поворота тела по времени:* $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$.

Угловая скорость это псевдовектор (направление зависит от направления вращения). Направление вектора угловой скорости задается *правилом буравчика*: вектор угловой скорости совпадает по направлению с поступательным движением острия буравчика, рукоятка которого вращается в направлении движения точки по окружности (рис. 2.5).

Угловая скорость измеряется в $\dfrac{град}{c}$, $\dfrac{рад}{c}$, $\dfrac{\pi}{c}$.

***Периодом*** *называется время одного полного оборота* $T$ (с).

***Частотой** называется число оборотов в единицу времени $\nu$ ($Гц$).*

Если за время $t$ тело совершает $N$ оборотов то, $T=\dfrac{t}{N}$ а $\nu=\dfrac{N}{t}$

Связь периода и частоты: $T=\dfrac{1}{\nu}$, $\nu=\dfrac{1}{T}$, $1Гц=\dfrac{1}{c}$.

***Циклическая или круговая частота** $\omega$*

Пусть тело совершило один полный оборот, тогда $\varphi=2\pi$, $t=T$, подставим это в формулу угловой скорости $\omega=\dfrac{\varphi}{t}=\dfrac{2\pi}{T}=2\pi\nu$.

***Линейная скорость:*** $v=\dfrac{\Delta S}{t}=\dfrac{2\pi R}{T}=2\pi R\nu=\omega R$.

Связь линейной и угловой скорости: $v=\omega\cdot R$

Связь ускорения и угловой скорости: $a=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{\omega^2R^2}{R}=\omega^2R$ или $a=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{v\omega R}{R}=v\omega$.

***Угловым ускорением** называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:*

$$\varepsilon=\frac{d\omega}{dt}.$$

Из этой формулы следует, что вектор углового ускорения направлен по оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости.

При ускоренном движении вектор $\varepsilon$ параллелен вектору $\omega$ (рис.2.6), а при замедленном - антипараллелен (рис. 2.7)

Тангенциальная составляющая линейного ускорения

$$a_\tau=\frac{dv}{dt},\quad v=\omega R \text{ и } a_\tau=\frac{d(\omega R)}{dt}=R\frac{d\omega}{dt}=R\varepsilon.$$

Нормальная составляющая ускорения $a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{\omega^2R^2}{R}=\omega^2R$.

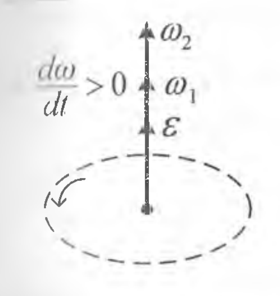


Рис.2.6

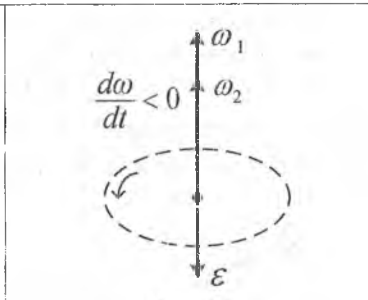


Рис. 2.7

Таким образом, связь между *линейными* (длина пути $S$, пройденного точкой по дуге окружности радиуса $R$, линейная скорость $\upsilon$, тангенциальное ускорение $a_\tau$, нормальное ускорение $a_n$ ) и *угловыми* величинами (угол поворота $\varphi$, угловая скорость $\omega$ , угловое ускорение $\varepsilon$) выражается следующими формулами:

$$S = R\varphi, \quad \upsilon = R\omega, \quad a_\tau = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R.$$

В случае равнопеременного движения точки по окружности

$$\varepsilon = const.$$

Так как $d\omega = \varepsilon dt$, то $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$,

где $\omega_0$ – начальная угловая скорость.

Так как $d\varphi = \omega dt$, то $\varphi = \int_0^t \omega dt = \int_0^t (\omega_0 + \varepsilon t)dt$ и

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

## 2.3. Ускорение и его составляющие. Классификация движений

Движение может быть с переменным ускорением $a \neq const$.

Мгновенным ускорением тела в момент времени $t$ будет предел среднего ускорения $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$.

*Ускорение $\vec{a}$ есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени.*

Ускорение можно представить в виде геометрической суммы двух составляющих: $\vec{a}_\tau$ - тангенциальная составляющая и $\vec{a}_n$ - нормальная составляющая (рис. 2.8).

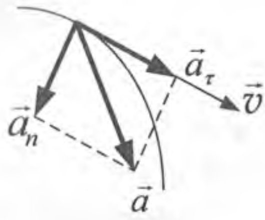


Рис. 2.8

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \Rightarrow a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\,.$$

$\vec{a}_\tau$ направлена по касательной к траектории, она совпадает с направлением скорости $\vec{v}$ и определяет быстроту изменения скорости по *модулю*.

$\vec{a}_n$ направлена к центру кривизны траектории и является центростремительным ускорением, характеризует изменение скорости *по направлению*.

## Аналогия поступательного и вращательного движений

| ***Поступательное движение*** | ***Связь линейных и угловых величин*** | ***Вращательное движение*** |
|---|---|---|
| Путь<br>$S$ | $S = \varphi R$ | Угол поворота<br>$\varphi$ |
| Скорость<br>$v = \frac{dS}{dt}$ | $\upsilon = \omega R$ | Угловая скорость<br>$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ |
| Линейное ускорение<br>$a = \frac{dv}{dt}$ | $a_\tau = \varepsilon R$<br>$a_n = \omega^2 R$ | Угловое ускорение<br>$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ |

| **Поступательное движение** | **Вращательное движение** |
|---|---|
| **Равномерное движение** | |
| $S = v\,t$<br>$v = const$<br>$a = 0$ | $\varphi = \omega\,t$<br>$\omega = const$<br>$\varepsilon = 0$ |

| Равнопеременное движение | |
|---|---|
| $S = \upsilon_0 t + \dfrac{at^2}{2}$<br>$\upsilon(t) = \upsilon_0 + at$<br>$a = const$ | $\varphi = \omega_0 t + \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$<br>$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$<br>$\varepsilon = cons$ |
| **Неравномерное движение** | |
| $S = f(t)$<br>$\upsilon = \dfrac{dS}{dt}$<br>$a = \dfrac{d\upsilon}{dt} = \dfrac{d^2S}{dt^2}$ | $\varphi = f(t)$<br>$\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$<br>$\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$ |

***Классификация движений*** с учетом тангенциальной и нормальной составляющих ускорения

| | $a_\tau$ | $a_n$ | **Вид движения** |
|---|---|---|---|
| 1 | $a_\tau = 0$ | $a_n = 0$ | Прямолинейное равномерное движение |
| 2 | $a_\tau = a = const$ | $a_n = 0$ | Прямолинейное равнопеременное движение |
| 3 | $a_\tau = f(t)$ | $a_n = 0$ | Прямолинейное движение с переменным ускорением |
| 4 | $a_\tau = 0$ | $a_n = const$ | Равномерное движение по окружности |
| 5 | $a_\tau = 0$ | $a_n = f(t)$ | Равномерное криволинейное движение |
| 6 | $a_\tau = const$ | $a_n \neq 0$ | Криволинейное равнопеременное движение |
| 7 | $a_\tau = f(t)$ | $a_n \neq 0$ | Криволинейное движение с переменным ускорением |

## Контрольные вопросы

1. Какое движение называется прямолинейным равномерным (скорость, уравнение движение, график движения, график скорости)?

2. Какое движение называется прямолинейным неравномерным (средняя скорость, мгновенная скорость, ускорение, уравнение движения)?

3. Начертите график скорости при прямолинейном равноускоренном (замедленном) движении. Что можно определить по этому графику?

4. Как находится путь при различных видах движения?

5. Дайте определения основных понятий, характеризующих движение тела по окружности (угол поворота, угловая скорость, линейная скорость, период, частота, циклическая частота).

6. Выведите формулу центростремительного ускорения.

7. Приведите соотношения между периодом и частотой, частотой и циклической частой, линейной и угловой скоростью.

8. Что называется угловым ускорением?

9. Как направлен вектор углового ускорения?

10. Выведите формулу зависимости $\varphi(t)$ равнопеременного движения по окружности.

11. Приведите аналогии поступательного и вращательного движений.

12. Приведите соотношения (связь) линейных и угловых величин.

13. Объясните понятия тангенциальная и нормальная составляющие ускорения.

14. Дайте классификацию движений с учетом тангенциальной и нормальной составляющих ускорения.

# Глава 3. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

## 3.1. Основные понятия динамики

*Раздел механики, изучающий законы взаимодействия тел, называется динамикой. Динамика* от греч. dynamis – сила.

***Сила** F(H) – векторная физическая величина, характеризующая механическое действие одного тела на другое и являющаяся мерой этого действия.* Измеряется в ньютонах. Задается численным значением, направлением и точкой приложения. Прибор для измерения силы - *динамометр*.

***Инерция** – явление сохранения скорости движения тела при отсутствии внешних воздействий или при их компенсации.*

***Инертность** – свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения при отсутствии действия на него других тел.*

***Масса** – мера инертности m (кг).* При одинаковом воздействии со стороны окружающих тел одно тело может быстро изменять свою скорость, а другое в тех же условиях – значительно медленнее. Второе из этих тел обладает большей инертностью и большей массой.

***Инерциальные системы*** отсчета - *это системы отсчета, относительно которых тела находятся в покое, либо движутся прямолинейно и равномерно, если на них не действуют другие тела или действия других тел скомпенсировано.*

В инерциальных системах отсчета характер движения наиболее простой. Инерциальных систем бесчисленное множество, они движутся относительно друг друга прямолинейно и равномерно. Все инерциальные системы отсчета равноправны.

## 3.2. Законы Ньютона

***Первый закон Ньютона – закон инерции***

*Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость* *постоянной, если на него не действуют другие тела (или действия других тел компенсируется).*

Если $\sum \vec{F} = 0$, то $\vec{v} = const$ (или $\vec{v} = 0$), $\vec{a} = 0$.

*Первый закон Ньютона является законом инерции*, так как формулирует условие, при котором тело сохраняет свою скорость или состояние покоя.

***Второй закон Ньютона***

*Если на тело действует сила (или результирующая всех сил не равна нулю), то тело движется ускоренно. Величина этого ускорения пропорциональна действующей силе и обратно пропорциональна массе тела:*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение: $\vec{F} = m\vec{a}$.

Если $\sum \vec{F} \neq 0$, то $\vec{v} \neq const$, $\vec{a} \neq 0$, значит $\vec{F} = m\vec{a}$.

$F = ma = m\dfrac{d\upsilon}{dt} = \dfrac{dm\upsilon}{dt} = \dfrac{dp}{dt}$ - закон Ньютона в импульсной формулировке.

Если на тело одновременно действуют несколько сил $\vec{F_1}, \vec{F_2}$ и $\vec{F_3}$, то под силой $\vec{F}$ в формуле, выражающей второй закон Ньютона, понимают *равнодействующую всех сил*: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$.

Равнодействующую сил находят по правилам сложения векторов с применением «правила параллелограмма» и «теоремы косинусов».

Пример:

$\vec{F_T}$ - сила тяжести;

$\vec{F_N}$ - сила реакции опоры;

$\vec{F}$ - равнодействующая сила, вызывающая ускорение лыжника на гладкой горе (рис. 3.1).

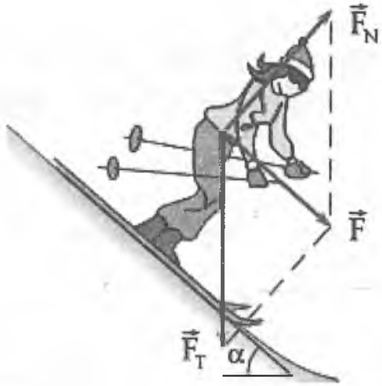



Рис. 3.1

***Третий закон Ньютона***

*Силы, с которыми тела действуют друг на друга, всегда равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Если два тела взаимодействуют друг с другом, то в результате изменяется скорость обоих тел, оба тела приобретают ускорения.

Отношение ускорений оказывается постоянным при любых воздействиях (рис. 3.2).

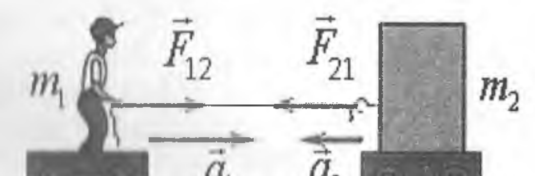



Рис. 3.2

Сообщаемые обоим телам ускорения обратно пропорциональны массам тел: $\vec{a}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_1 m_1 = -\vec{a}_2 m_2 \Rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Знак «минус» означает, что ускорения взаимодействующих тел направлены в противоположные стороны.

Законы Ньютона неизменны во всех инерциальных системах отсчета и записываются одинаково.

При переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую *время, масса, ускорение и сила* остаются неизменными.

*Траектория, скорость, перемещение* - различны в разных инерциальных системах отсчета.

Три закона динамики, сформулированные Ньютоном, лежат в основе *классической* механики. Выводы классической механики справедливы только при движении тел с малыми скоростями, значительно меньшими скорости света *c*, то есть $v << c$.

## 3.3. Силы в природе

*Фундаментальные*, то есть, *основные* силы в физике:

1. Электромагнитные силы.
2. Гравитационные силы.

В механике все многообразие сил делят на три вида:

1. Силы упругости.
2. Силы трения.
3. Силы тяготения.

Силы упругости и силы трения по природе являются *электромагнитными силами,* а силы тяготения - *гравитационными.*

***Сила трения***

*Трение* – один из видов взаимодействия тел. Оно возникает при соприкосновении двух тел.

Трение, как и все другие виды взаимодействия, подчиняется третьему закону Ньютона.

Если на одно из тел действует сила трения, то такая же по модулю, но направленная в противоположную сторону сила действует и на второе тело.

Сила трения направлена в сторону, противоположную направлению движения (рис. 3.3).

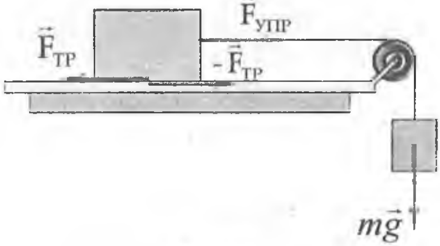



Рис.3.3

*Причины трения.*

1) шероховатость поверхности;

2) силы взаимодействия между молекулами.

*Силами сухого трения* называют силы, возникающие при соприкосновении двух твердых тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной прослойки.

***Трение покоя*** – трение, возникающее между неподвижными относительно друг друга поверхностями. Сила трения покоя всегда равна по модулю и направлена противоположно силе, приложенной к телу параллельно поверхности соприкосновения.

Увеличивая приложенную силу, увеличиваем силу трения, пока тело не начинает скользить. *При равномерном движении приложенная сила равна силе трения скольжения, а сила трения скольжения равна максимальной силе трения покоя.*

$$F_{ТР(Скольж)} = F_{ТРмах\ (Покоя)}.$$

При скольжении сила трения направлена по касательной к соприкасающимся поверхностям в сторону, противоположную относительной скорости движения (рис.3.5).

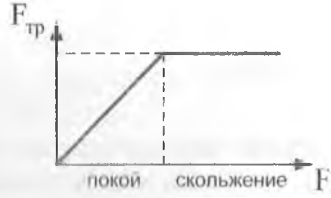



Рис.3.4

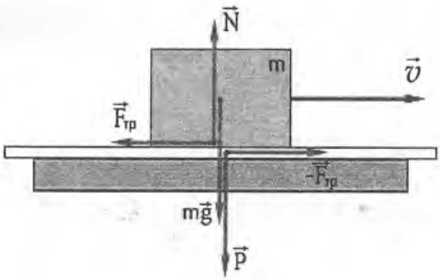



Рис.3.5

$\vec{N}$ – сила реакции опоры.

$\vec{P}$ – вес тела: $\vec{P} = -\vec{N}$. $F_{TP} = \mu N$ сила трения при скольжении.

Сила трения зависит от $N$ – силы реакции опоры (равной силе нормального давления) и от $\mu$ – коэффициента трения трущихся поверхностей. Коэффициент трения $\mu$ – безразмерная величина (всегда $\mu$ <1). Коэффициент трения зависит от материалов соприкасающихся тел и от качества обработки поверхностей.

Примеры нахождения силы трения (рис. 3.6).

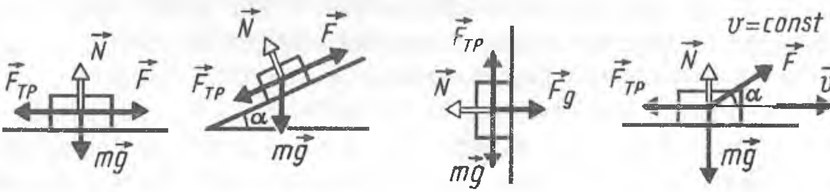



Рис. 3.6

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\vec{F}_{TP} = \mu m\vec{g}$ | $\vec{N} = m\vec{g}\cos\alpha$<br>$\vec{F}_{TP} = \mu m\vec{g}\cos\alpha$ | $\vec{F}_{TP} = \mu \vec{F}_g$ | $\vec{N} = m\vec{g} - \vec{F}\sin\alpha$<br>$\vec{F}_{TP} = \mu(m\vec{g} - \vec{F}\sin\alpha)$ |

Трение качения меньше трения скольжения (100–200 раз), поэтому для уменьшения трения применяют шариковые и роликовые подшипники. Так же для уменьшения трения применяют смазку, так как трение в слое жидкости меньше сухого трения.

***Сила вязкого трения*** возникает при движении твердого тела в *жидкости или газе.* Сила вязкого трения значительно меньше силы сухого трения. Она также направлена в сторону, противоположную относительной скорости тела. *При вязком трении нет трения покоя.*

При движении тела в жидкости или газе кроме силы вязкого трениявозникает сила сопротивления среды, вызванная разностью давлений, на передней и задней частях движущегося тела.

Сила сопротивления среды также как и сила вязкого трения играет тормозящую роль (направлена противоположно движению), поэтому обе силы рассматриваются в динамике совместно и называются $F_{сопр.}$ или $F_{TP}$.

При больших скоростях сила сопротивления значительно превосходит силу вязкого трения.

При небольших скоростях сила сопротивления растет линейно со скоростью $F_{сопр.} = -kv$ (рис. 3.7).

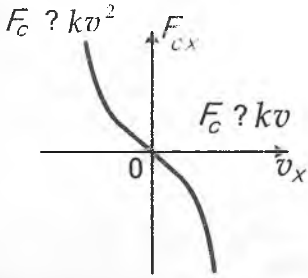



Рис. 3.7

При больших скоростях линейный закон переходит в квадратичный $F_{сопр.} = -kv^2$.

Коэффициент $k$ зависит от формы, размеров, состояния поверхности движущегося тела и от свойств среды.

**Сила тяготения**

***Закон всемирного тяготения*** (Исаак Ньютон)

*Все тела притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной произведению масс этих двух тел и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними* (рис. 3.8).

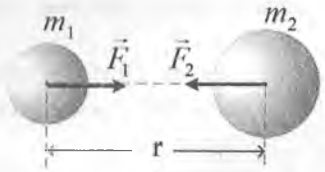


Рис. 3.8

$$F \sim m_1 m_2 \text{ и } F \sim \frac{1}{r^2},$$

отсюда $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$.

Гравитационная постоянная:

$$G = \gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}.$$

Если $m_1 = m_2 = 1$кг, $r = 1$м, то $F = \gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} Н$. *Гравитационная постоянная $\gamma$ показывает, с какой силой ($6.67 \cdot 10^{-11}$ Н) притягиваются два тела массами по 1 кг на расстоянии 1 м.*

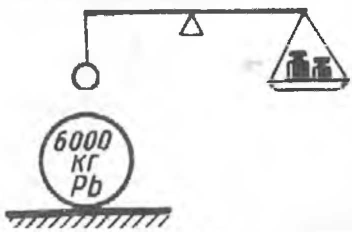


Рис. 3.9

Значение $\gamma$ впервые определил Кавендиш экспериментально (рис. 3.9). Этот закон справедлив для всех тел во Вселенной.

Взаимодействие осуществляется при помощи *гравитационного поля*. Оно расспространяется в пространстве со скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ *м/с*.

***Сила тяжести*** одно из проявлений силы всемирного тяготения. Если $M_З$ – масса Земли, $R_З$ – ее радиус, $m$ – масса данного тела, то сила тяжести равна:

$$F = \gamma \frac{mM_з}{R_З^2} m = mg,$$

где $g$ – ***ускорение свободного падения*** у поверхности Земли:

$$g = \gamma \frac{M_з}{R_З^2}.$$

Сила тяжести направлена к центру Земли. В отсутствие других сил тело свободно падает на Землю с ускорением свободного падения. Среднее значение ускорения свободного падения для различных точек поверхности Земли равно g=9,81 м/с$^2$.

***Вычисление массы Земли*** $M_З$

Зная ускорение свободного падения и радиус Земли ($R_З = 6{,}38 \cdot 10^6$ м), можно вычислить массу Земли $M_З$:

$$M_З = \frac{gR_З^2}{\gamma} = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ кг.$$

При удалении от поверхности Земли сила земного тяготения и ускорение свободного падения изменяются обратно пропорционально квадрату расстояния $r$ до центра Земли.

$$g_h = \frac{R^2}{(R+h)^2}g, \quad \text{где } R + h = r.$$

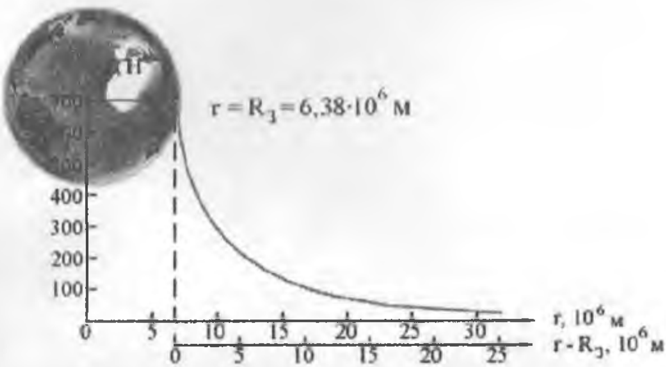



Рис. 3.10

Рисунок иллюстрирует изменение силы тяготения, действующей на космонавта в космическом корабле при его удалении от Земли (рис. 3.10).

Сила, с которой космонавт притягивается к Земле вблизи ее поверхности, принята равной 700 Н.

**Искусственные спутники Земли**

Если тело с некоторой высоты $h$ бросить горизонтально, то под действием силы тяжести оно упадет на Землю, двигаясь по параболе. Если величину горизонтальной скорости увеличивать, то дальность полета увеличивается (рис. 3.11 -3.12).


Рис. 3.11


Рис. 3.12

При достаточно большой скорости поверхность Земли уже нельзя считать горизонтальной, так как Земля круглая.

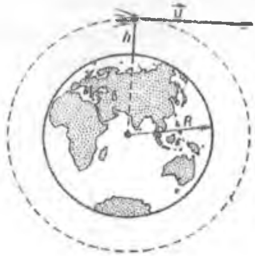


Рис. 3.13

Можно подобрать такую скорость, при которой тело, падая на Землю, никогда на нее не упадет (рис. 3.13).

Тело будет вращаться вокруг Земли, то есть станет ее искусственным спутником. Эта скорость является *первой космической скоростью*.

Вывод формулы ***первой космической скорости***:

$$F_ц = F_{гр} \Rightarrow \frac{mv^2}{R+h} = \frac{\gamma m M}{(R+h)^2}; \; v^2 = \gamma \frac{M_з}{(R_з + h)}; \; v_I = \sqrt{\frac{\gamma M_з}{(R_з + h)}};$$

вблизи Земли *h=0*. $\qquad v_I = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$ . (1)

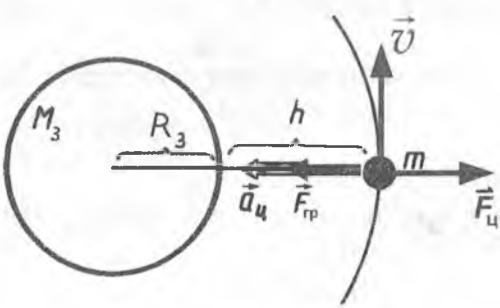



Рис. 3.14

Эта формула применяется для расчета первой космической скорости на любой планете.

Формула первой космической скорости на околоземной орбите *(h=0)*

$$mg = \gamma \frac{mM_з}{R_З^2} \Rightarrow \gamma M_З = R_З^2 g. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1) → $v_I = \sqrt{\frac{gR^2}{R}} = \sqrt{gR_з}$, $v_1 = 7.93$ км/с ≈ 8 км/с.

***Период вращения спутника***

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} R\sqrt{R}; \Rightarrow T \sim R\sqrt{R}.$$

***Вторая космическая скорость***

Тело должно обладать кинетической энергией, достаточной для преодоления энергии тяготения Земли.

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{\gamma mM}{R}, \quad v_{II} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{\gamma M}{R}} = \sqrt{2} \cdot v_1; \quad v_{II} \approx 11,2 \text{ км/с.}$$

***Траектория спутника в зависимости от скорости***

$v=v_I=8$км/с – тело является спутником Земли и движется по круговой орбите.

$v_I<v<v_{II}$ – траекторией движения тела является эллипс.

$v= v_{II}=11,2$ км/с – тело движется по параболе, покидает Землю.

$v>v_{II}$ – траектория гипербола, тело становится спутником Солнца.

$v<v_{III}=16,7$ км/с – покинув Землю, остается спутником Солнца.

$v\geq v_{III}=16,7$ км/с – тело покидает Солнечную систему.

## Вес тела

Сравним *понятия: «вес тела»* $\vec{P}$ *и «силы тяжести»* $m\vec{g}$

| *Вес* | | *Сила тяжести* |
|---|---|---|
| Вес тела – это сила, с которой тело давит на опору или растягивает подвес | Определение | Силой тяжести называется сила, с которой тела притягиваются к Земле (или к другому небесному телу), вследствие силы тяготения |
| $\vec{P}$ | Обозначение | $m\vec{g}$ |
| Сила упругости | Происхождение | Гравитационная сила |
| Опора или подвес | Точка приложения | Центр тяжести тела |

## Вес тела в разных условиях движения

### *1. Опора покоится или движется равномерно*

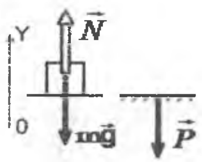



Рис. 3.15

$$P = N \Rightarrow N = mg,$$
$$P = mg.$$

### *2. Опора движется с ускорением, направленным вверх*

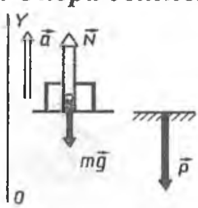



Рис. 3.16

$$ma = N - mg,$$
$$N = m(a + g),$$
$$P = m(a + g),\ P > mg,$$
$$n = \frac{P}{mg} \text{ – перегрузка.}$$

### *3. Опора движется с ускорением, направленным вниз*

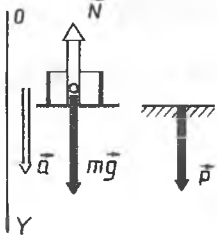



Рис. 3.17

$$ma = mg - N$$
$$N = m(g - a)$$
$$P = m(g - a)$$
$$P < mg$$
$$a = g$$
$$P = 0 \text{ – невесомость.}$$

## Контрольные вопросы

1. Что изучает раздел динамика?

2. Что такое сила, и какие ее параметры? Прибор для измерения силы?

3. Что такое масса? Назовите способы измерения массы.

4. В чем суть явления инерции? Что такое инертность тела?

5. Что такое инерциальные системы отсчёта?

6. Сформулируйте первый закон Ньютона. Почему первый закон Ньютона называют законом инерции?

7. Сформулируйте второй закон Ньютона.

8. Что называют равнодействующей силой? Как находят равнодействующую силу?

9. Сформулируйте третий закон Ньютона. Почему силы, с которыми взаимодействуют два тела, не уравновешиваются?

10. Назовите причины возникновения силы трения.

11. Что такое трение покоя и трение скольжения? Начертите график.

12. Приведите формулу силы трения скольжения.

13. Что называют коэффициентом трения? От чего он зависит?

14. Назовите способы уменьшения и способы увеличения силы трения.

15. Что такое сила вязкого тренияисила сопротивления среды? Как она зависит от скорости тела?

16. Сформулируйте закон всемирного тяготения. Какой физический смысл имеет гравитационная постоянная?

17. Как вычисляется ускорение свободного падения для любой планеты?

18. Как вычислить массу Земли (или другой планеты)?

19. Выведите формулу первой космической скорости.

20. Выведите формулу второй космической скорости.

21. Как зависит траектория движения спутника от космической скорости?

22. Отличительные особенности понятий: сила тяжести и вес тела?

23. Как определяется вес тела, движущегося с ускорением, направленным вверх (вниз)?

24. Когда наступает невесомость или перегрузка?

# Глава 4. СИЛА УПРУГОСТИ. ДЕФОРМАЦИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Все тела «связаны» с другими телами: опоры, подвесы и т.п. Действуя на «связь», тела вызывают ее изгиб, растяжение, сжатие, кручение, то есть деформируют ее. ***Деформацией*** *называется изменение формы и объема тела под действием внешних сил.*

## 4.1. Деформация твердого тела. Виды деформации

Деформация **твердого тела**является результатом изменения под действием внешних сил взаимного расположения частиц, из которых состоит тело.

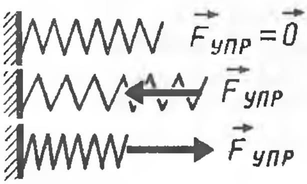



Рис. 4.1

Силы межмолекулярного взаимодействия (притяжения или отталкивания) приводят к возникновению в деформированном теле силы, стремящейся вернуть телу прежние форму и объем.

Силу реакции связи называют *силой упругости.*

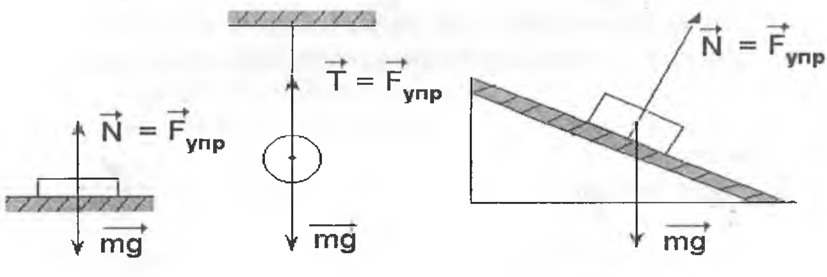



Рис.4.2

Реакция «связи» или реакция опоры всегда направлена по нормали к поверхности соприкасающихся тел в точке их касания. Силы реакции опоры $\vec{N}$ и натяжения нити $\vec{T}$ являются силами упругости.

Существует несколько **видов деформаций** твердых тел (рис. 4.3).

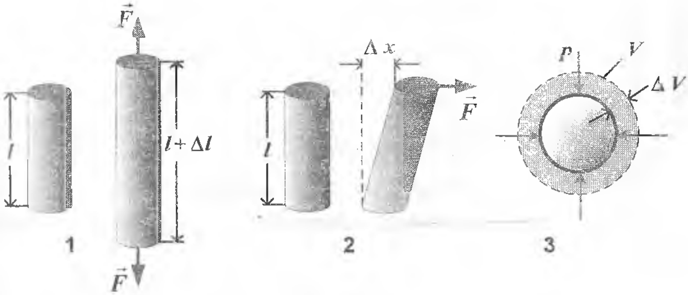



Рис. 4.3
1 – деформация растяжения; 2 – деформация сдвига;
3 – деформация всестороннего сжатия

Деформация является *упругой*, если после снятия нагрузки, тело полностью восстанавливает первоначальную форму и объем.

Деформация является *пластической (остаточной)*, если после снятия нагрузки, тело полностью не восстанавливает первоначальную форму и объем.

При упругой деформации сила упругости подчиняется закону Гука.

## 4.2. Закон Гука

*Закон Гука: сила упругости пропорциональна абсолютной деформации и направлена противоположно деформирующей силе.*

$$F = -kx \quad (1)$$

где $x$ (м) – абсолютная деформация тела или смещение;

$k$ – коэффициент пропорциональности, *жесткость*.

Знак «-» - сила упругости противоположна смещению.

Рассмотрим подробно деформацию растяжения и получим другую формулу *Закона Гука*.

Пусть однородный стержень удлиняется под действием силы $\vec{F}$.

$l_0$ - начальная длина; $l$ - конечная длина;

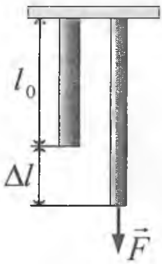


Рис. 4.4

$\Delta l = l - l_0$ – абсолютное удлинение;

$\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0}$ – относительное удлинение

(при растяжении ε > 0, при сжатии ε < 0);

$\vec{F}$ – приложенная сила;

$S$ – площадь поперечного сечения стержня;

$\sigma = \dfrac{F}{S}$ – механическое напряжение.

*Закон Гука: напряжение прямо пропорционально относительному удлинению при малых деформациях*

$$\sigma = E\varepsilon, \qquad (2)$$

где $E(\dfrac{Н}{м^2} = Па)$ – модуль упругости или модуль Юнга.

Модуль Юнга численно равен напряжению, при котором образец удлиняется в два раза ($\varepsilon = 1$). Покажем это:

если $\varepsilon = 1$, тогда $\dfrac{\Delta l}{l_0} = 1 \Rightarrow l - l_0 = l_0 \Rightarrow l = 2l_0$.

Реально большинство веществ не могут удлиниться в два раза, поэтому модуль Юнга это гипотетическая величина.

Докажем, что две формулы закона Гука (1) и (2) равноправны:

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow F = \frac{SE}{l_0}\Delta l,$$

заменим $\dfrac{SE}{l_0} = k$ – жесткость образца, а $\Delta l = x$ – смещение, получим: $F = kx$.

Все виды деформаций – растяжение или сжатие, сдвиг, изгиб, кручение - могут быть сведены к деформациям растяжения (сжатия) и сдвига. Деформация изгиба сводится к деформациям растяжения и сжатия.

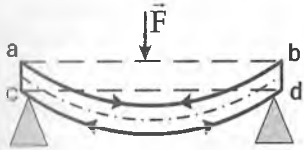



Рис. 4.5

Выпуклая сторона cd подвергается растяжению, вогнутая сторона *ab* подвергается сжатию. Внутренний слой не испытывает ни растяжения, ни сжатия и называется *нейтральным*.

Так как нейтральный слой не испытывает механической нагрузки, его можно сделать менее прочным не уменьшая прочности тела в целом. Это позволяет облегчать конструкцию и экономить материал. Поэтому в технике вместо сплошных стержней и брусьев применяют трубы, рельсы, швеллеры и т.д. В природе кости животных и человека, стебли злаковых растений трубчатой формы.

## 4.3. Диаграмма растяжения

Графическое изображение зависимости между удлинением ε и механическим напряжением σ называется *диаграммой растяжения*.

Типичный пример диаграммы растяжения для пластичных материалов (металлы медь или мягкое железо) представлен на рис. 4.6.

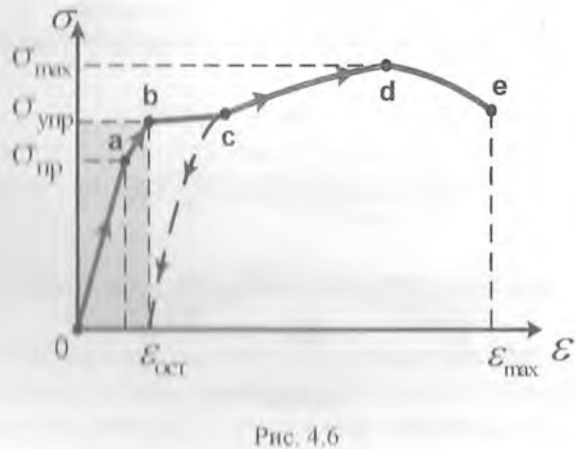



Рис. 4.6

При малых деформациях (меньших 1 %) связь между $\sigma$ и $\varepsilon$ оказывается линейной (участок *0a* на диаграмме), выполняется **закон Гука**.

Максимальное значение $\sigma_{пр}$, при котором сохраняется линейная связь между $\sigma$ и $\varepsilon$, называется ***пределом пропорциональности*** (точка *a*).

При дальнейшем увеличении напряжения связь между $\sigma$ и $\varepsilon$ становится нелинейной (участок *ab*). При снятии напряжения восстанавливаются размеры тела, то есть деформация является упругой (весь участок *0b*). Максимальное напряжение $\sigma_{упр}$ на этом участке называется *пределом упругости* (точка *b*). Выделенная полоса – область упругих деформаций.

Если $\sigma > \sigma_{упр}$, образец после снятия напряжения уже не восстанавливает свои первоначальные размеры и у тела сохраняется *остаточная деформация* $\varepsilon_{ост}$. Такие деформации называются *пластическими* (участки *bc*, *cd* и *de*). На участке *bc* деформация происходит почти без увеличения напряжения. Это явление называется *текучестью* материала. В точке *d* достигается наибольшее напряжение $\sigma_{max}$, которое способно выдержать материал без разрушения (*предел прочности*). В точке *e* происходит разрушение материала.

Материалы, для которых область текучести значительна, называются *пластичными* (вязкими). У таких материалов обычно деформация, при которой происходит разрушение $\varepsilon_{max}$, в десятки, раз превосходит ширину области упругих деформаций (многие металлы).

Материалы, у которых область текучести мала, называются *хрупкими*. Разрушение их происходит при деформациях, лишь незначительно превышающих область упругих деформаций (стекло, фарфор, чугун).

## 4.4. Тепловое расширение твердых тел

Известно, что при нагревании твердые тела расширяются. Механизм процесса теплового расширения кристаллических тел основан на взаимодействии частиц друг с другом и будет рассмотрен в разделе молекулярная физика.

Опыт показывает, что относительное изменение объема тела $\frac{\Delta V}{V_0}$ прямо пропорционально изменению температуры $\Delta T$:

$\frac{\Delta V}{V_0} = \beta \Delta T$, где $\beta$ – температурный коэффициент объемного расширения; $\Delta V$ – изменение объема тела по сравнению с его первоначальным объемом $V_o$.

При тепловом расширении тела изменяются все его размеры. Для описания теплового расширения удлиненных тел (проволок, труб и др.) и анизотропных тел используют температурный коэффициент линейного расширения $\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}$, где $\Delta l$ – изменение длины тела при изменении температуры на $\Delta T$, $l_0$ – первоначальная длина тела.

Если тело изотропно, то $\beta = 3\alpha$ и справедливы формулы:

$$l = l_0(1 + \alpha t); \quad S = S_0(1 + 2\alpha t); \quad V = V_0(1+3\alpha t).$$

Тепловое расширение тел учитывается при конструировании всех установок, приборов и машин. На тепловом расширении основано действие ряда физических приборов, например, термометра, биметаллического реле и др. Биметаллические пластинки, состоящие из двух скрепленных разнородных металлических полос (рис. 4.7), используются для автоматического размыкания (замыкания) электрических цепей в термостатах, в противопожарных датчиках и т.п.

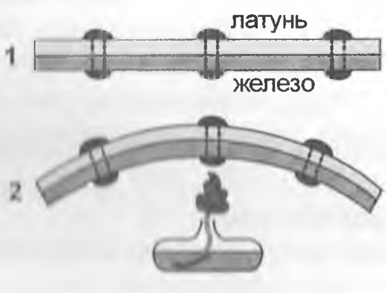



Рис. 4.7

При нагревании биметаллической пластинки, одна полоса удлиняется больше другой, и вся пластинка изгибается и может, например, замкнуть электрический контакт.

$$\alpha_{железа} = 1.2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$$

$$\alpha_{латуни} = 1.8 \cdot 10^{-5} K^{-1}$$

В результате нагревания или охлаждения тела могут возникнуть внутренние механические напряжения, превышающие предел упругости материала, и тело может разрушиться. Во избежание подобных явлений при строительстве железных дорог, мостов, трубопроводов, линий электропередачи и т.д. делают тепловые зазоры и компенсаторы. В технике и строительстве необходимо учитывать, что сочетания различных материалов с неодинаковыми коэффициентами теплового расширения могут привести к деформации и разрушению конструкций.

## 4.5. Импульс. Законы сохранения импульса

***Импульсом тела** (или **количеством движения**) называется векторная физическая величина, равная произведению массы тела на скорость его движения* $\vec{p} = m\vec{v}$ *(кг·м/с).*

***Импульсом силы** называется векторная физическая величина, равная произведению силы на время ее действия:* $\vec{F}\,\Delta t$ *(Н с).*

Пусть тело под действием силы $F$ за время $\Delta t$ изменило свою скорость от $v_1$ до $v_2$. По II закону Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \text{или} \qquad \vec{F} = m\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}, \qquad \text{тогда}$$

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \qquad \text{или} \qquad \vec{F}\Delta t = \Delta\left(m\vec{v}\right).$$

*Импульс силы равен изменению импульса тела.*

***Закон сохранения импульса***

Пусть два тела $m_1$ и $m_2$ соударяются. В результате их взаимодействия скорости и импульсы изменяются.


До удара

Рис. 4.8


После удара

Рис. 4.9

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ по III закону Ньютона.

$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$ по II закону Ньютона.

$m_1\dfrac{\vec{v}_1{}' - \vec{v}_1}{t} = -m_2\dfrac{\vec{v}_2{}' - \vec{v}_2}{t}$, где $t$- время удара;

$\vec{v}_1$ - скорость I тела до удара; $\vec{v}_1$ - скорость I тела после удара;

$\vec{v}_2$ - скорость II тела до удара; $\vec{v}_2$ - скорость II тела после удара.

$$m_1\vec{v}_1{}' - m_1\vec{v}_1 = -m_2\vec{v}_2{}' + m_2\vec{v}_2 \Rightarrow m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1{}' + m_2\vec{v}_2{}'$$

- сумма импульсов тел до взаимодействия равна сумме импульсов тел после взаимодействия, то есть $\Sigma\overrightarrow{mv} = const.$

Векторная сумма импульсов тел, входящих в замкнутую систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.

Рассмотрим ***механическую систему,*** то есть совокупность материальных точек и тел, рассматриваемых как единое целое. Силы взаимодействия между телами механической системы называются ***внутренними.*** Силы, с которыми на тела (точки) системы действуют внешние тела, называются ***внешними силами.*** Механическая система, на которую не действуют внешние силы, называется ***замкнутой или изолированной*** системой.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из $n$ тел. Вспомним, что $F = ma = m\dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dmv}{dt} = \dfrac{dp}{dt}$.

Запишем второй закон Ньютона для каждого из $n$ тел в импульсной формулировке:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{\upsilon}_1) = \vec{F}_1' + \vec{F}_1,\ \frac{d}{dt}(m_2\vec{\upsilon}_2) = \vec{F}_2' + \vec{F}_2\ \ldots\ \ \frac{d}{dt}(m_n\vec{\upsilon}_n) = \vec{F}_n' + \vec{F}_n,$$

где $F'$ – равнодействующая всех приложенных к данному телу внутренних сил;

$F$ – равнодействующая всех приложенных к данному телу внешних сил.

Складывая почленно эти уравнения, получим

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots m_n\vec{\upsilon}_n) = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \ldots\vec{F}_n' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots\vec{F}_n$$

Согласно третьему закону Ньютона силы, действующие между телами, равны и противоположно направлены, то есть геометрическая сумма внутренних сил равна нулю: $\vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \ldots\vec{F}_n' = 0$,

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots m_n\vec{\upsilon}_n) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots\vec{F}_n.$$

Таким образом, производная по времени от количества движения механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему; для замкнутой или изолированной системы

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots\vec{F}_n = 0, \text{ поэтому } \frac{d}{dt}(m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots m_n\vec{\upsilon}_n) = 0,$$

так как, если производная некоторой величины равна нулю, то эта величина постоянная: $m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots m_n\vec{\upsilon}_n = const.$

Это и есть *закон сохранения импульса*. Суммарный импульс (количество движения) замкнутой системы сохраняется, то есть не изменяется в результате взаимодействия.

***Примеры:***

- ***отдача при стрельбе.*** Снаряд и орудие – два взаимодействующих тела. В момент выстрела снаряд движется вперед, а орудие – откатывается назад.

На основании закона сохранения импульса можно записать в проекциях на ось OX: $MV + mv = 0 \Rightarrow V = -\dfrac{m}{M}v.$

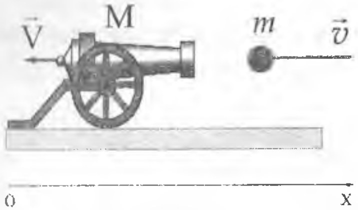



Рис. 4.10

$\vec{V}$ - скорость орудия;
$\vec{\upsilon}$ - скорость снаряда;
$M$ - масса орудия;
$m$ - масса снаряда.

Скорость, которую приобретает орудие при отдаче, зависит только от скорости снаряда и отношения масс $\frac{m}{M}$.

• ***реактивное движение*** – основано на законе сохранения импульса.

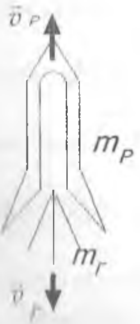



Рис.4.11

В ракете при сгорании топлива газы, нагретые до высокой температуры, выбрасываются из сопла с большой скоростью $\vec{\upsilon}_Г$ относительно ракеты. Начальная скорость ракеты равнялась нулю, то есть до взаимодействия сумма импульсов равна нулю.

Тогда для замкнутой системы «ракета + газы» можно записать закон сохранения импульса

$$0 = m_P\vec{\upsilon}_P + m_Г\vec{\upsilon}_Г, \text{ отсюда } \vec{\upsilon}_P = -\frac{m_Г\vec{\upsilon}_Г}{m_P}.$$

Полученная формула для скорости ракеты справедлива лишь при условии, что вся масса сгоревшего топлива выбрасывается из ракеты одновременно. На самом деле истечение происходит постепенно в течение всего времени ускоренного движения ракеты и конечная скорость $\vec{\upsilon}_P$ ракеты определяется по формуле Циолковского $\upsilon_P = \upsilon_Г \ln\frac{M_0}{M}$, где $\frac{M_0}{M}$ – отношение начальной и конечной масс ракеты.

## Контрольные вопросы

1. Что называется деформацией? Когда она возникает?
2. Назовите виды деформаций.

3.Какие деформации называются упругими (неупругими)?

4. Когда возникают силы упругости в диаграмме растяжения?

5. Какому закону подчиняются силы упругости при упругой деформации?

6. Сформулируйте закон Гука.

7. Что называется механическим напряжением?

8. Что такое абсолютное удлинение и относительное удлинение?

9. Каков физический смысл модуля Юнга?

10. Докажите, что две формулы закона Гука равноправны.

11. Почему в технике вместо сплошных стержней применяют трубы, рельсы, швеллеры и т.д.?

12. Начертите диаграмму растяжения.

13. Назовите предельные напряжения на диаграмме растяжения.

14. Как отличаются диаграммы растяжения у хрупких ипластичных материалов?

15 Что называется температурным коэффициентом объемного расширения?

16. Как связан температурный коэффициент линейного и объемного расширения?

17. Приведите формулы изменения длины, площади и объёма при тепловом расширении тела.

18. На чём основано действие биметаллической пластинки и где она используется?

19. Как в технике и строительстве учитывается тепловое расщирение тел и сочетания различных материалов?

20. Что называется импульсом тела и импульсом силы?

21. Запишите второй закон Ньютона в импульсной формулировке.

22. Выведите закон сохранения импульсов.

23. Объясните принцип реактивного движения. Как увеличить скорость ракеты? Приведите примеры реактивного движения.

# Глава 5. РАБОТА. ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

## 5.1. Работа и мощность в механике

*Работой А, совершаемой постоянной силой* $\vec{F}$, *называется физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла* $\alpha$ *между векторами силы* $\vec{F}$ *и перемещения* $\vec{S}$: $A = FS\cos\alpha$ или $A = (\vec{F}\vec{S})$ - скалярное произведение векторов силы $\vec{F}$ и перемещения $\vec{S}$ (рис. 5.1).

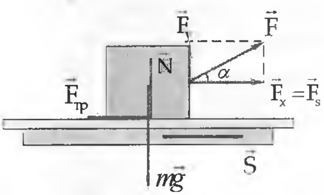
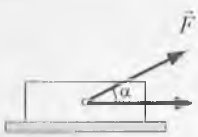
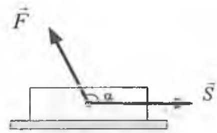
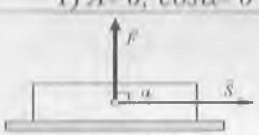



Рис. 5.1

Работа А измеряется в СИ в джоулях (Дж): 1Дж = 1Н×1м. Работа это скалярная величина (нельзя указать направление работы).

***Частные случаи вычисления работы***

| | |
|---|---|
|   Рис. 5.2 |   Рис. 5.3 |
| 1) $A>0$; $\cos\alpha>0$ | 2) $A<0$; $\cos\alpha<0$ |

| | | |
|---|---|---|
|   Рис. 5.4 |   Рис. 5.5 |   Рис. 5.6 |
| 3) $A=0$; $\cos 90=0$ | 4) $A=FS$; $\cos 0=1$ | 5) $A=-FS$; $\cos180=-1$ |

Если проекция $\vec{F_S}$ силы $\vec{F}$ на направление перемещения $\vec{S}$ не остается постоянной, то работу можно вычислить графически.


Примером силы, модуль которой зависит от координаты, может служить упругая сила пружины, подчиняющаяся закону Гука. Зависимость модуля внешней силы от координаты $x$ изображается на графике прямой линией (рис. 5.7):

$$F = kx.$$

По площади треугольника на рисунке можно определить работу, совершенную внешней силой, приложенной к концу пружины: $A = \frac{kx^2}{2}$.

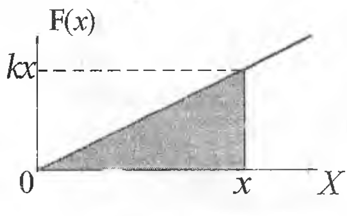



Рис. 5.7

Работа упругой силы $\vec{F}_{упр}$ равна по модулю работе внешней силы $\vec{F}$ и противоположна ей по знаку.

***Мощностью** называется работа силы, совершаемая в единицу времени.*

Мощность $N$ - это физическая величина, равная отношению работы $A$ к промежутку времени $t$, в течение которого совершена эта работа:

$N = \frac{A}{t}$ единица мощности **ватт *(Вт)*.** $Вт = \frac{Дж}{с}$.

Мощность – характеризует способность тела совершать работу в единицу времени. *1кВт ч=1000Вт 3600с=3,6 $10^6$ Дж.*

$$N = \frac{dA}{dt}$$ - мгновенная мощность в случае переменной мощности

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$ - средняя мощность в случае переменной мощности

При равномерном движении: $N = \frac{FS}{t} = Fv.$

Из формулы видно, что при постоянной мощности $N$ двигателя сила $F$ тем меньше, чем больше скорость $v$. Вот почему, когда нужна наибольшая сила тяги (разгон, подъем в гору) водитель переключает двигатель на малую скорость - первую передачу.

*1 лошадиная сила = 75 кгс м/сек = 735,49875 ватт.*

## 5.2. Кинетическая энергия

Рассматрим движение тела вдоль прямой линии под действием постоянной силы $\vec{F}$. Тогда работу силы можно записать как $A = FS$. При равноускоренном движении перемещение $S$ выражается формулой

$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$, а сила $F = ma.$

Отсюда следует, что $A = ma\frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}.$

***Кинетической энергией*** *называется физическая величина, равная половине произведения массы тела на квадрат скорости тела*

$$E_к = \frac{mv^2}{2} \ (Дж).$$

Кинетическая энергия это энергия, которой обладает движущееся тело.

### *Теорема о кинетической энергии*

*Работа приложенной к телу равнодействующей силы равна изменению его кинетической энергии* $A = E_к - E_{к0}$ *или* $A = \Delta E_к$.

Пусть на тело движущееся со скоростью $\upsilon_1$ действует сила $F$ и за время $\Delta t$ вызывает его движение со скоростью $\upsilon_2$

$$F = ma \qquad F = m\frac{d\upsilon}{dt}$$

$$Fds = m\frac{d\upsilon}{dt}ds = md\upsilon\frac{ds}{dt} = m\upsilon d\upsilon$$

$$dA = Fds = m\upsilon d\upsilon$$

$$A = \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} m\upsilon d\upsilon = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$$

$$A = E_{к2} - E_{к1}$$

### Потенциальная энергия

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx \qquad \text{пусть } F(x) = -mg$$

$$A = -\int_{h_1}^{h_2} mgdh = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

$E_p = mgh$ - потенциальная энергия тела поднятого над Землей на высоту $h$

***Потенциальная энергия определяется взаимным положением тел*** (например, положением тела относительно поверхности Земли) *или их взаимодействием*.

$A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p$ - работа равна убыли потенциальной энергии.

Если тело переместилось из точки, расположенной на высоте $h_1$, в точку, расположенную на высоте $h_2$, то сила тяжести совершила работу (рис. 5.8):

$$A = FS,\; F = mg,\; S = h_1 - h_2 = h \text{ и } A = mg(h_1 - h_2) = mgh.$$

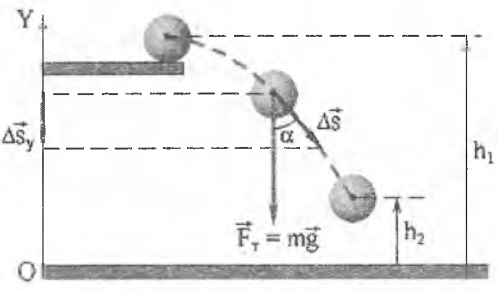



Рис. 5.8

$mgh = E_p$ – потенциальная энергия – это энергия тела, поднятого над Землей. $E_p$ измеряется в джоулях *(Дж)*.

$$A = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p.$$

Работа равна изменению потенциальной энергии со знаком минус, т.е. работа равна убыли потенциальной энергии:
если $A>0$, то $E_p$ – убывает; если $A<0$, то $E_p$ – возрастает.

***Работа силы тяжести при движении тела по наклонной плоскости***

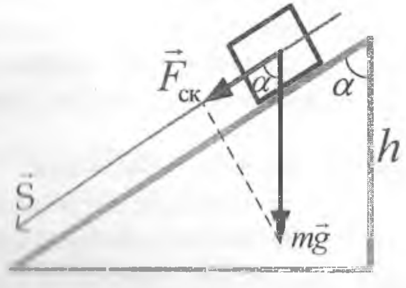



Рис. 5.9

$A = FS\cos\alpha = mgS\cos\alpha$,

$S\cos\alpha = h$ (рис. 5.9),

$A = mgh$.

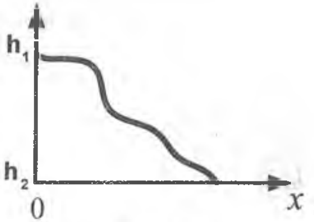



Рис.5.10

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории, а зависит только от разности высот $(h=h_1-h_2)$ начальной и конечной точек (рис. 5.10).

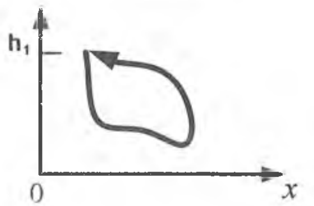



Рис. 5.11

На замкнутой траектории работа силы тяжести равна 0 (рис. 5.11).

$$A = mg(h_1 - h_1) = 0.$$

***Консервативными силами*** называются силы, работа которых при перемещении тела не зависит от формы траектории, а зависит от начального и конечного положений. Свойством консервативности обладают сила тяжести и сила упругости.

Поля консервативных сил называются потенциальными. Гравитационное и электростатическое поля – потенциальные поля.

***Диссипативными силами*** называются силы, работа которых при перемещении тела зависит от траектории. Примером являются силы трения.

***Потенциальная энергия поля тяготения***

Найдем потенциальную энергию, вычислив работу по данной формуле.

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

Для проведения интегрирования зададим вид функции F(x)

$$F = -\gamma \frac{Mm}{r^2}.$$

Согласно закону всемирного тяготения

$$A = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\gamma m M}{r^2}\,dr = -\left(\frac{\gamma m M}{r_2} - \frac{\gamma m M}{r_1}\right).$$

Формула, выражающая потенциальную энергию тела массой $m$ на расстоянии $r$ от центра Земли, имеет вид:

$$E_P = -\gamma\frac{Mm}{r},\quad A = -(E_{p2} - E_{p1}).$$

**Потенциальная энергия деформированного тела.**

Растянутая (или сжатая) пружина способна совершить работу, следовательно, такая пружина обладает запасом потенциальной энергии.

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx \qquad F = -kx$$

$$A = -\int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right)$$

$E_P = \dfrac{kx^2}{2}$ - потенциальная энергия упруго деформированного тела.

$A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_P$ - работа равна изменению потенциальной энергии, взятой с противоположным знаком:

## 5.3. Закон сохранения полной механической энергии

Если тела, составляющие *замкнутую механическую систему*, взаимодействуют между собой только силами тяготения и упругости, то работа этих сил равна изменению потенциальной энергии тел, взятому с противоположным знаком: $A = -(E_{p2} - E_{p1})$.

По теореме о кинетической энергии эта работа равна изменению кинетической энергии тел $A = E_{к2} - E_{к1}$, следовательно:

$$E_{к2} - E_{к1} = -E_{p2} + E_{p1} \quad \text{или} \quad E_{к1} + E_{p1} = E_{к2} + E_{p2}.$$

*Сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой силами тяготения и силами упругости, остается неизменной.*

$$mgh + \frac{m\upsilon^2}{2} = const,\quad \frac{kx^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = const.$$

***Пример взаимного превращения энергии***

Рассмотрим взаимные превращения кинетической и потенциальной энергии друг в друга на примере движения тела, брошенного вертикально вверх (рис. 5.12).

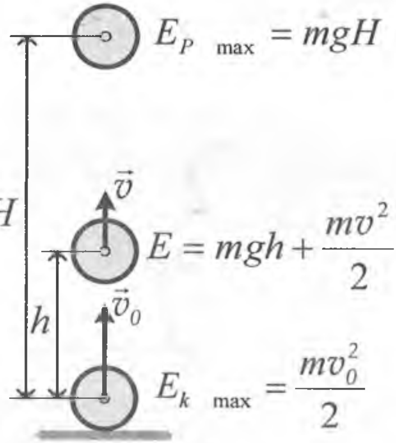



Рис. 5.12

В момент броска тело массой *m*, брошенное со скоростью $v_0$, обладает кинетической энергией $E_{k\ max} = \frac{mv_0^2}{2}$.

При подъеме скорость тела уменьшается и убывает, и его кинетическая энергия $E_k = \frac{mv^2}{2}$, одновременно возрастает его потенциальная энергия: $E_p = mgh,$ где $h$ высота подъема тела.

На максимальной высоте *H* кинетическая энергия тела равна нулю, а потенциальная достигает максимального значения $E_{P\ max} = mgH$. Максимальная высота подъема $H = \frac{v_0^2}{2g}$.

Подставив этозначение в формулу потенциальной энергии, получим:

$$E_{P\ \max} = mgH = mg\frac{v_0^2}{2g} = \frac{mv_0^2}{2}.$$

Видим, что при подъеме тела, его кинетическая энергия преобразуется в потенциальную энергию, количественно оставаясь неизменной. При падении тела, его потенциальная энергия преобразуется в равную ей по модулю кинетическую энергию. В промежуточных точках траектории тело обладает и потенциальной и кинетической энергией так, что *сумма потенциальной и кинетической энергии остается постоянной для любой точки траектории и называется полной механической энергией:*

$$E = E_K + E_P = const.$$

***Закон сохранения и превращения энергии в реальных условиях***

В реальных условиях практически всегда на движущиеся тела наряду с силами тяготения, силами упругости и другими консервативными силами действуют силы трения или силы сопротивления среды.

Если между телами, составляющими замкнутую систему, действуют силы трения, то механическая энергия не сохраняется. Часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию тел (нагревание).

*При любых физических взаимодействиях энергия не возникает и не исчезает. Она лишь передается от одного тела к другому или превращается из одной формы в другую.*

Коэффициент полезного действия механизмов и машин кпд:

$$\eta = \frac{A_{полезная}}{A_{затраченная}} \cdot 100\%, \qquad \eta < 100\%.$$

В любом механизме полезная работа всегда меньше полной затраченной работы, из-за неизбежных потерь энергии, вызванных, прежде всего работой сил трения и сопротивления.

## 5.4. Упругие и неупругие соударения

***Абсолютно упругим ударом*** *называется столкновение, при котором сохраняется механическая энергия системы тел и выполняется закон сохранения импульса.*

***Центральный, абсолютно упругий удар***

В общем случае массы $m_1$ и $m_2$ шаров неодинаковы, $v_1$ – скорость первого шара, $v_2$ – скорость второго шара до столкновения, $u_1$ и $u_2$ – скорости шаров после столкновения. Так как удар центральный, будем рассматривать модули величин (рис. 5.13-5.14).

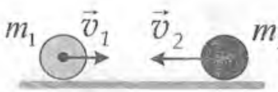



Рис. 5.13. До удара

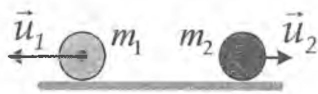



Рис. 5.14. После удара

Законы сохранения имеют вид:

$$m_1v_1+m_2 v_2 = m_1u_1 + m_2u_2, \tag{1}$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}=\frac{m_1u_1^2}{2}+\frac{m_2u_2^2}{2}. \tag{2}$$

Произведя преобразования в данных выражениях (1), (2), получим:

$$m_1(v_1-u_1)=m_2(v_2-u_2), \tag{3}$$

$$m_1(v_1^2-u_1^2)=m_2(u_2^2-v_2^2), \tag{4}$$

откуда: $$v_1+u_1=v_2+u_2, \tag{5}$$

решая совместно уравнения (3)-(5), можно найти скорости $u_1$ и $u_2$

$$u_1=\frac{(m_1-m_2)v_1+2m_2v_2}{m_1+m_2}, \tag{6}$$

$$u_2=\frac{(m_2-m_1)v_2+2m_1v_1}{m_1+m_2}. \tag{7}$$

Если $m_1=m_2$, тогда выражения (6), (7) будут иметь вид:

$$u_1 = v_2 \quad \text{и} \quad u_2 = v_1,$$

то есть шары равной массы обмениваются скоростями. Если до взаимодействия один из шаров был неподвижен, то после удара он приобретет скорость второго шара, который после удара остановится.

***Нецентральный, абсолютно упругий удар при $m_1 = m_2$***

Скорости тел (бильярдных шаров) до и после столкновения не направлены по одной прямой (рис. 5.15).

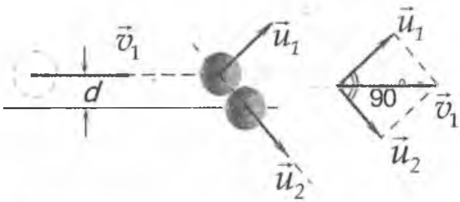



Рис. 5.15

После нецентрального соударения шары разлетаются под некоторым углом друг к другу. При $m_1 = m_2 = m$ законы сохранения импульса и энергии принимают вид:

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2, \;\; \vec{v}_1^{\,2} = \vec{u}_1^{\,2} + \vec{u}_2^{\,2}.$$

Первое из этих равенств означает, что векторы скоростей $\vec{v}_1$, $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ образуют треугольник (диаграмма импульсов), а второе – что для этого треугольника справедлива теорема Пифагора, т.е. он прямоугольный. Угол между катетами $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ равен 90°.

При *абсолютно упругом ударе о стенку* угол отражения равен углу падения (рис. 5.16).

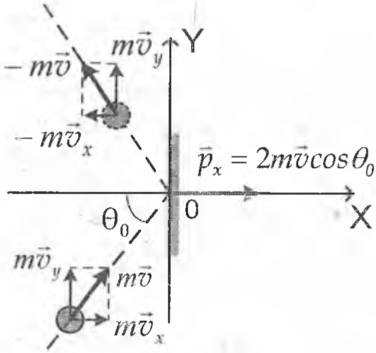



Рис. 5.16

При упругом ударе шарика о стенку изменение проекции импульса шарика на ось 0Y равно нулю: $\Delta p_y = \Delta(mv_y) = 0$.

Нормальная компонента импульса шарика (проекция на ось $OX$) $m\vec{v}_x$ изменяет знак так, что стенке передается импульс, равный удвоенному значению нормальной проекции импульса шарика:

$$\vec{p}_x = 2m\vec{v}_x = 2m\vec{v}cos\theta_0.$$

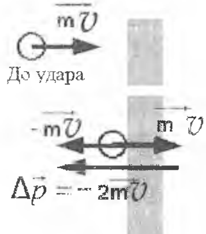



Рис. 5.17

При перпендикулярном (лобовом) абсолютно упругом ударе в стенку (рис. 5.17), шар отражается и летит в противоположную сторону с тем же импульсом. Изменение импульса шара (и стенки) равно $|2mv|$.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = -m\vec{v} - m\vec{v} = -2m\vec{v}.$$

***Абсолютно неупругим ударом*** *называют такое ударное взаимодействие, при котором тела движутся дальше как одно тело с одинаковой скоростью.*

При абсолютно неупругом ударе механическая энергия не сохраняется. Она частично переходит во внутреннюю энергию тел (нагревание).

Примером абсолютно неупругого удара может служить попадание пули в ***баллистический маятник*** (рис. 5.18).

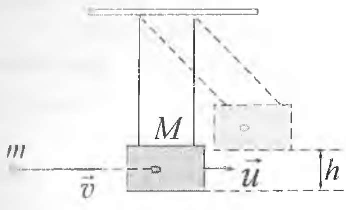



Рис. 5.18

Баллистический маятник представляет собой ящик с песком массой $M$, подвешенный на веревках. Пуля массой $m$, летящая горизонтально со скоростью $\vec{v}$, попадает в ящик с песком и застревает в нем.

По отклонению маятника можно определить скорость пули.

Обозначим скорость ящика с застрявшей в нем пулей через $\vec{u}$. Тогда, по закону сохранения импульса:

$$mv = (M + m)u \Rightarrow u = \frac{m}{M + m}v.$$

При застревании пули в песке произошла потеря механической энергии:

$\Delta E = \frac{mv^2}{2} - \frac{(M+m)u^2}{2} = \frac{M}{(M+m)}\cdot\frac{mv^2}{2}$. Отношение $\frac{M}{(M+m)}$ – доля кинетической энергии пули, перешедшая во внутреннюю энергию системы: $\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{M}{M + m} = \frac{1}{1 + \frac{m}{M}}$.

Эта формула применима не только к баллистическому маятнику, но и к любому неупругому соударению двух тел с разными массами.

При $m << M$, $\frac{\Delta E}{E_0} \to 1$ - почти вся кинетическая энергия пули переходит во внутреннюю энергию.

При $m = M$, $\frac{\Delta E}{E_0} \to \frac{1}{2}$ – во внутреннюю энергию переходит половина первоначальной кинетической энергии.

При $(m >> M)$, $\frac{\Delta E}{E_0} \to 0$ - при неупругом соударении движущегося тела большой массы с неподвижным телом малой массы перехода энергии во внутреннюю энергию практически нет.

Дальнейшее движение маятника можно рассчитать с помощью закона сохранения механической энергии:

$$\frac{(M+m)u^2}{2} = (M+m)gh, \quad u^2 = 2gh,$$

где $h$ – максимальная высота подъема маятника.

Из этих соотношений следует: $v = \frac{M+m}{m}\sqrt{2gh}.$

Измеряя на опыте высоту $h$ подъема маятника, можно определить скорость пули $v$.

При ***неупругом ударе о стенку*** (рис. 5.18) изменение импульса равно $|\Delta p| = |mv|$,

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = 0 - m\vec{v} = -m\vec{v}.$$


Рис. 5.19

## Контрольные вопросы

1. По какой формуле вычисляется работа в механике? Сформулируйте определение единицы работы в СИ.
2. Когда работа бывает отрицательной, положительной?
3. При каком условии сила, приложенная к движущемуся телу, не совершает работы?
4. Что называется мощностью? Единица измерения мощности.
5. Что такое кинетическая энергия? Выведите теорему о кинетической энергии.
6. Какую энергию называют потенциальной энергией?

7. Чему равна работа силы тяжести при перемещении тела между двумя точками, находящимися на разной высоте над землей?

8. Как работа силы тяжести зависит от формы траектории?

9. Как определяется потенциальная энергия деформированной пружины? Чему равна работа силы упругости?

10. Выведите формулу закона сохранения полной механической энергии.

11.Какие силы называются консервативными силами?

12. Какие силы называются диссипативнымисилами?

13. Объясните закон сохранения энергии с учетом сил трения. Работа силы трения.

14. Что называется коэффициентом полезного действия? Почему кпд механизмов и машин $\eta < 1$?

15. Какой удар называется неупругим? Какой упругим?

16. Какие законы сохранения выполняются при неупругом и упругом ударах?

17. Как изменяется импульс тела при перпендикулярном ударе о стенку, если удар упругий? Если не упругий?

18. Как изменяется скорость при упругом центральном ударе шаров одинаковой массы?

19. На какие углы могут разлететься бильярдные шары при нецентральном ударе?

20. Какую работу совершает сила тяжести, действующая на автомобиль, движущийся по горизонтальной дороге?

# Глава 6. ВРАЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

## 6.1. Движение центра масс твердого тела

Во многих задачах рассматривается случай, когда ось вращения твердого тела проходит через его ***центр масс***. Положение $x_C$, $y_C$ центра масс для простого случая системы из двух частиц с массами $m_1$ и $m_2$, расположенными в плоскости $XY$ в точках с координатами $x_1$, $y_1$ и $x_2$, $y_2$ (рис. 6.1), определяется выражениями:

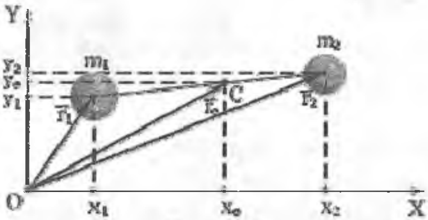



Рис. 6.1

$$x_C = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2};$$

$$y_C = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2}.$$

Аналогично, для системы из многих частиц радиус-вектор $\vec{r}_C$ центра масс определяется выражением: $\vec{r}_C = \dfrac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i}$.

Для сплошного тела суммы в выражении для $\vec{r}_C$ заменяются интегралами. В однородном поле тяготения центр масс совпадает с центром тяжести.

Скорость центра масс:

$$\vec{\upsilon}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i\vec{\upsilon}_i}{\sum m_i} = \frac{\vec{p}}{m}, \text{ отсюда } \vec{p} = m\vec{\upsilon}_C$$

*Количество движения системы равно произведению массы системы на скорость ее центра масс.* Ранее было доказано (глава 4), что

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + ...m_n\vec{\upsilon}_n) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...\vec{F}_n \text{ или}$$

$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...\vec{F}_m.$$

Подставим в эти формулы $\vec{p} = m\vec{\upsilon}_C$.

$m\frac{d}{dt}\vec{\upsilon}_C = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...\vec{F}_m$ - это выражение представляет закон движения центра масс: *центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему.*

В замкнутой системе сумма внешних сил равна нулю и тогда:

$m\frac{d}{dt}\vec{\upsilon}_C = 0$, а значит $\vec{\upsilon}_C = const.$

*В замкнутой системе центр масс движется прямолинейно и равномерно, либо остается в покое.*

Положение центра масс тела сложной формы можно определить путем последовательного подвешивания его за несколько точек и отмечая по отвесу вертикальные линии. $A_1$, $A_2$, $A_3$ точки подвеса (рис. 6.2).

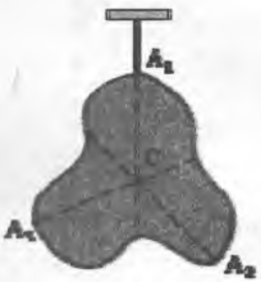



Рис. 6.2

Если тело подвешено за центр масс, то оно находится в безразличном состоянии равновесия.

*Равнодействующая сила тяжести в однородном поле тяготения приложена к центру масс тела.*

Из доказанной теоремы о движении центра масс следует:

*Под действием внешних сил центр масс любого тела или системы взаимодействующих тел движется как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса системы.*

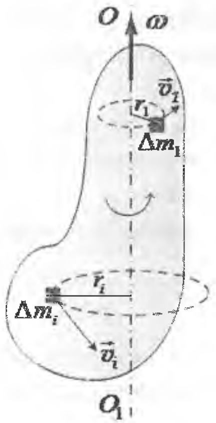
Иллюстрацией этого утверждения может служить рис. 6.3, на котором изображено движение тела под действием силы тяжести.

Центр масс тела движется по параболической траектории как материальная точка, в то время как все другие точки движутся по более сложным траекториям.

Рис. 6.3

## 6.2. Кинетическая энергия вращающегося тела

Рассмотрим вращение абсолютно твердого тела произвольной формы (рис. 6.4).




***Абсолютно твердым телом** называется тело, которое не деформируется и ни при каких условиях расстояние между двумя частицами тела не изменяется.*

Разобьем вращающееся абсолютно твердое тело на малые элементы $\Delta m_i$. Расстояние от элементов до неподвижной оси $O$ $O_1$ вращения обозначим через $r_i$, модули линейных скоростей – через $v_i$. Малые элементы $\Delta m_i$ вращающиеся по окружностям с разными радиусами $r_i$ будут иметь различные линейные скорости $v_i$.

Рис. 6.4

Все точки абсолютно твердого тела движутся с одинаковыми угловыми скоростями

$$\omega_1 = \omega_2 = \ldots \omega .$$

Кинетическую энергию вращающегося тела можно найти как сумму кинетических энергий его малых элементов и записать в виде:

$$E_k = \sum_i \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{\Delta m_i (r_i \omega)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_i \Delta m_i r_i^2 .$$

## 6.3. Момент инерции тела. Момент силы. Момент импульса

***Моментом инерции*** *системы (тела) относительно оси вращения называется физическая величина, равная сумме произведений масс материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси:* $I = \sum_i \Delta m_i r_i^2 .$

В случае непрерывного распределения масс, в пределе при $\Delta m_i \to 0$ эта сумма переходит в интеграл

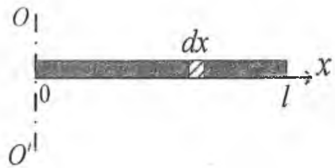
$$I = \int r^2 dm .$$

Интегрирование производится по всему объему.

Единица измерения момента инерции в СИ – килограмм-метр в квадрате (кг·м$^2$). Таким образом, кинетическую энергию твердого тела, вращающегося относительно неподвижной оси, можно представить в виде $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$.

Эта формула очень похожа на выражение для кинетической энергии поступательно движущегося тела $\frac{mv^2}{2}$, только теперь вместо массы $m$ в формулу входит момент инерции $I$, а вместо линейной скорости $v$ угловая скорость $\omega$.

Найдем момент инерции тонкого однородного стержня относительно оси, проходящей через его конец.




Масса элемента стержня длиной $dx$

$$dm = \frac{m}{l}dx,$$

тогда

$$I = \int x^2 dm = \int x^2 \frac{m}{l}dx = \frac{m}{l}\int_0^l x^2 dx = \frac{m}{l}\frac{l^3}{3} = \frac{1}{3}ml^2 .$$

***Момент инерции тел разной конфигурации***

На (рис. 6.5) изображены однородные твердые тела различной формы и указаны моменты инерции этих тел относительно оси, проходящей через центр масс.

Момент инерции в динамике вращательного движения играет ту же роль, что и масса тела в динамике поступательного движения. Но есть и принципиальная разница. Если масса – внутреннее свойство данного тела, не зависящее от его движения, то момент инерции тела зависит от того, вокруг какой оси оно вращается.

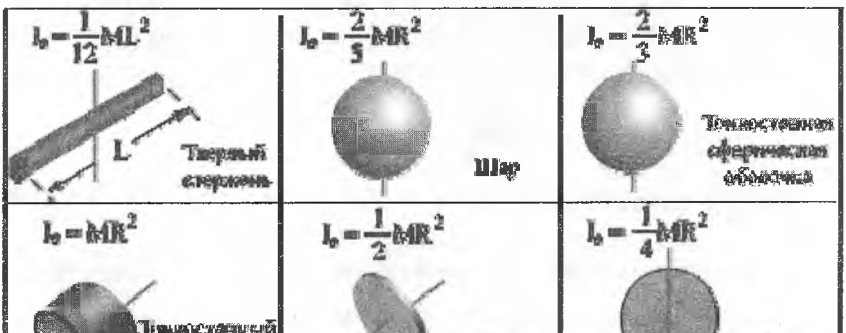



Рис. 6.5

Для разных осей вращения моменты инерции одного и того же тела различны.

***Теорема Штейнера*** (теорема о параллельном переносе оси вращения (рис. 6.6)).

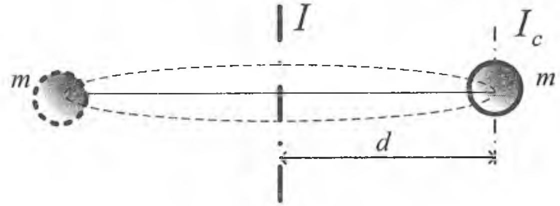
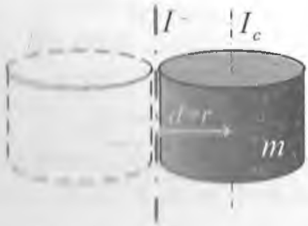



Рис. 6.6

*Если твердое тело вращается относительно некоторой неподвижной оси, то его момент инерции* $\mathbf{I}$ *можно выразить через момент инерции* $\mathbf{I}_C$ *этого тела относительно оси, проходящей через центр масс тела и параллельной первой:* $I = I_C + md^2$, где $d$ - расстояние между осями; $m$ – полная масса тела.

***Применение теоремы Штейнера***

Определим момент инерции цилиндра относительно оси, проходящей вдоль боковой поверхности.




$$I_c = \frac{1}{2}mr^2;$$

$$I = I_c + mr^2;$$

$$I = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2.$$

Рис. 6.7

***Плоское движение.*** Любое движение твердого тела можно представить как сумму двух движений: поступательного движения со скоростью центра масс тела и вращения относительно оси, проходящей через центр масс. Примером может служить колесо, которое катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности (рис. 6.8). При качении колеса все его точки движутся в плоскостях, параллельных плоскости рисунка. Такое движение называется ***плоским***.

При ***плоском движении*** кинетическая энергия движущегося твердого тела равна сумме кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращения относительно оси, проходящей через центр масс тела и перпендикулярной плоскостям, в которых движутся все точки тела:

$$E_k = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_C \omega^2}{2},$$

где $m$ – полная масса тела, $I_C$ – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс.

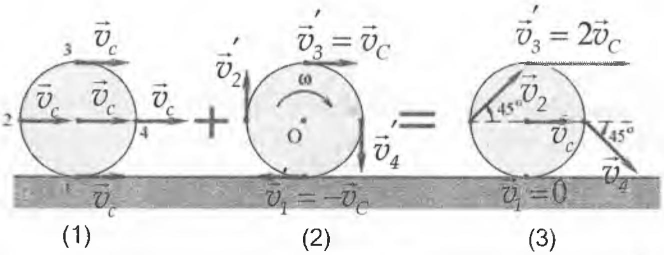



Рис. 6.8

Качение колеса (3) как сумма поступательного движения (1) со скоростью $\vec{v}_C$ и вращения (2) с угловой скоростью $\omega = \dfrac{v_C}{R}$ относительно оси $O$, проходящей через центр масс.

## Момент силы

***Моментом силы*** относительно точки O называется вектор $M$, модуль которого равен произведению модуля силы F на ее плечо (рис.6.9):

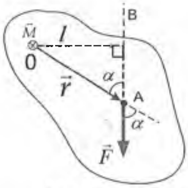


Рис. 6.9

$$M = F \cdot l = Fr \sin\alpha,$$

$$\vec{M} = [\vec{F}\ \vec{r}],$$

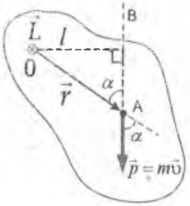
где $\vec{r}$ – радиус вектор, проведенный из оси вращения O в точку A приложения силы, $\alpha$ - угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{r}$.

***Плечом силы*** $l$ (*м*) – называется длина перпендикуляра, проведенного от оси вращения О до линии действия силы (АВ).

Момент силы псевдовектор, направление которого определяется по правилу буравчика (на рисунке от нас вдоль оси вращения).

**Момент импульса**

***Моментом импульса*** относительно точки О называется вектор L, модуль которого равен произведению модуля импульса р на его плечо (рис. 6.10):




$$L = m\upsilon \cdot l = pr\sin\alpha\,,$$

$$\vec{L} = [\vec{p}\;\vec{r}\,],$$

где $\vec{r}$ – радиус вектор, проведенный из оси вращения О в точку А приложения импульса.

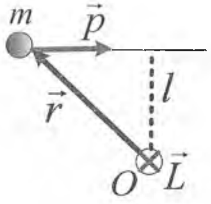
$\alpha$ - угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{r}$.

Рис. 6.10

Направление момента импульса определяется по правилу буравчика (на рисунке от нас вдоль оси вращения).

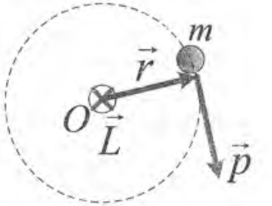
***Момент импульса в частных случаях***

Частица движется вдоль прямолинейной траектории (рис. 6.11) по окружности (рис. 6.12).




$$L = m\upsilon l;\; l = const$$

Рис. 6.11




$$L = m\,\upsilon r\;;\; r = const$$

Рис. 6.12

Во всех случаях модуль момента импульса может изменяться только за счет изменения модуля скорости.

Если он опустит руки, то его момент инерции уменьшится, в результате чего возрастет угловая скорость $\omega_2$ его вращения.

Так как $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ и $I_1 > I_2$, о $\omega_1 < \omega_2$.

Аналогично, гимнаст во время прыжка через голову поджимает к туловищу руки и ноги, чтобы уменьшить свой момент инерции и увеличить, тем самым угловую скорость вращения.

Иллюстрацией этого закона может также служить неупругое вращательное столкновение двух дисков, насаженных на общую ось (рис. 6.15).

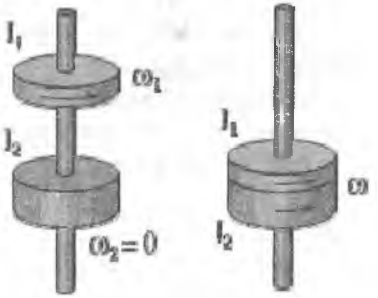
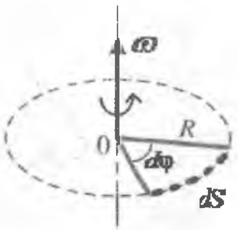



Рис. 6.15

Закон сохранения момента импульса в этом случае примет вид: $I_1\omega_1 = (I_1 + I_2)\omega$.

### 6.6. Работа и мощность при вращательном движении

***Работа***




$$d\varphi = \frac{dS}{R} \Rightarrow dS = Rd\varphi,$$ (рис. 6.16)

$$dA = FdS = FRd\varphi = Md\varphi,$$

$$dA = Md\varphi.$$

Рис. 6.16

$A = M\varphi$ *- работа при вращательном движении.*

***Мощность***

$$P = \frac{dA}{dt} = M\frac{d\varphi}{dt} = M\omega,$$

$P = M\omega$ *– мощность при вращательном движении.*

***Аналогия поступательного и вращательного движения***

Сопоставим основные величины и формулы поступательного и вращательного движения твердого тела, подчеркнув их аналогию.

| **Поступательное движение** | | **Вращательное движение** | |
|---|---|---|---|
| Путь | $S$ | Угол поворота | $\varphi$ |
| Скорость | $v = \frac{dS}{dt}$ | Угловая скорость | $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ |
| Линейное ускорение | $a = \frac{dv}{dt}$ | Угловое ускорение | $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ |
| Масса | $m$ | Момент инерции | $I = \sum_i \Delta m_i r_i^2$ |
| Сила | $F$ | Момент силы | $M=Fl$ |
| Импульс | $p=mv$ | Момент импульса | $L = I\omega$ |
| $a = \frac{F}{m}$ <br> $F = \frac{dp}{dt}$ | Основное уравнение динамики | | $\varepsilon = \frac{M}{I}$ <br> $M = \frac{dL}{dt}$ |
| $dA=FdS$ | Работа | | $dA=Md\varphi$ |
| $P = Fv$ | Мощность | | $P = M\omega$ |
| $E_k = \frac{mv^2}{2}$ | Кинетическая энергия | | $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$ |

Рис. 6.17

**Гироскоп**

Гироскоп (волчок) – массивное симметричное тело, вращающееся с большой скоростью вокруг оси симметрии.

Гироскопический эффект это явление сохранения гироскопом оси вращения.

Гироскопический эффект является следствием закона сохранения момента импульса.

Гироскопы применяются в навигационных приборах (гирокомпас, гирогоризонт) для поддержания заданного направления движения транспортных средств (автопилот, авторулевой).

## Контрольные вопросы

1. Как определяется положение центра масс для системы из двух частиц в плоскости XY?
2. Запишите выражение для радиус-вектора центра масс системы.
3. Выведите формулу скорости центра масс системы.
4. Сформулируйте, чему равно количество движения системы.
5. В чем суть закона о движении центра масс? Приведите вывод его.
6. Как движется центр масс в замкнутой системе?
7. Как практически можно определить положение центра масс тела сложной формы?
8. Какое тело называется абсолютно твердым телом?
9. Выведите формулу кинетической энергии тела, вращающегося относительно неподвижной оси.
10. Что называется моментом инерции тела относительно оси вращения?
11. Какую роль играет момент инерции тела и от чего он зависит?
12. Найдите момент инерции тонкого однородного стержня относительно оси, проходящей через его конец, интегрированием.
13. Сформулируйте теорему Штейнера и запишите формулу.
14. Приведите пример применения теоремы Штейнера.
15. Как определить кинетическую энергию колеса, которое катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности?
16. Что называется моментом силы, плечом силы?
17. Как определяется направление момента силы?
18. Какуюфизическую величинуназывают моментом импульса тела?
19. От чего зависит изменение момента импульса тела?

20. Выведите закон сохранения момента импульса. Приведите примеры его проявления.

21. Выведите основное уравнение динамики вращательного движения.

22. Что можно продемонстрировать с помощью скамьи Жуковского?

23. Выведите формулы работы и мощности при вращательном движении.

24 Что такое гироскоп и где он применяется?

25. Составьте аналогии величин и формул поступательного и вращательного движения.

# Глава 7. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ - 1

## 7.1. Гармонические колебания

***Механическими колебаниями*** *называют* ***периодические*** *процессы, повторяющиеся через одинаковые промежутки времени.*

***Свободные колебания*** совершаются под действием **внутренних сил** системы после того, как система была выведена из состояния равновесия.

***Вынужденными*** называются колебания, происходящие под действием **внешних** периодически изменяющихся сил.

Маятником называется тело или система тел, совершающих колебательные движения.

Примеры простых колебательных систем: пружинный и математический маятники (рис. 7.1).

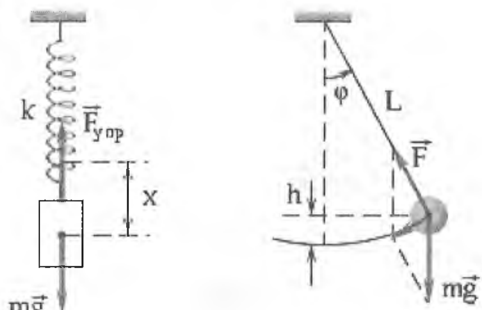



Рис. 7.1

Колебания пружинного и математического маятников являются свободными колебаниями.

Для получения закона движения тела $x = f(t)$, совершающего колебания, применим метод векторных диаграмм.

Из произвольной точки 0, откладывается вектор А (рис. 7.2).

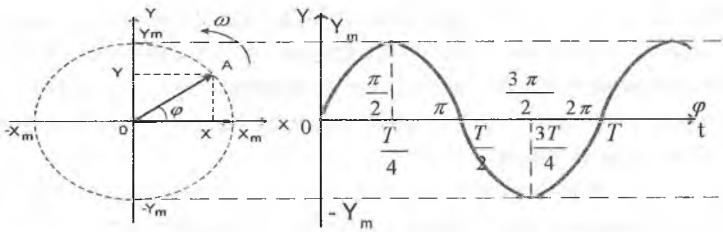



Рис. 7.2

Если этот вектор привести во вращение с угловой скоростью $\omega$ , то проекция конца вектора на ось X (или Y) будет совершать колебательные движения, принимая значения от $-x_m$ до $+x_m$ (или от $-y_m$ до $+y_m$). Пусть за время $t$ вектор повернулся на угол $\varphi = \omega t$, тогда колеблющая величина $x$ (или $y$) будет изменяться со временем по закону:

$$x = x_m \cos\varphi = x_m \cos\omega t \text{ или } y = y_m \sin\varphi = y_m \sin\omega t.$$

Колебания, при которых физическая величина изменяется со временем по закону косинуса (или синуса), называются гармоническими.

$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ – уравнение гармонических колебаний;

где $x(м)$ - смещение тела от положения равновесия;

$x_m$ $(м)$ - амплитуда колебаний, т.е. максимальное смещение;

$\omega$ *(рад/с )*- циклическая или круговая частота;

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ - фаза гармонического процесса (стоит под знаком косинуса или синуса), $\varphi_0$ – начальная фаза.

***Период*** *T(c)* – время одного полного колебания, $T = \dfrac{t}{N}$.

***Частота*** $\nu$ *(Гц)* – число колебаний за 1с, $\nu = \dfrac{N}{t}$,

где $N$ – число колебаний за время $t$.

Частота связана с периодом колебаний: $\nu = \dfrac{1}{T}$.

Частота колебаний $\nu$ связана с циклической частотой $\omega$:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

Положения тела через одинаковые промежутки времени (рис. 7.3) можно получить при освещении колеблющегося тела короткими периодическими вспышками света (стробоскопическое освещение). Стрелки изображают векторы скорости тела в различные моменты времени.

Рис. 7.4 иллюстрирует изменения, которые происходят на графике гармонического процесса, если изменяются:

(a)- амплитуда колебаний $x_m$;

(b) - период $T$ (или частота $\nu$ );

(c) - начальная фаза $\varphi_0$.

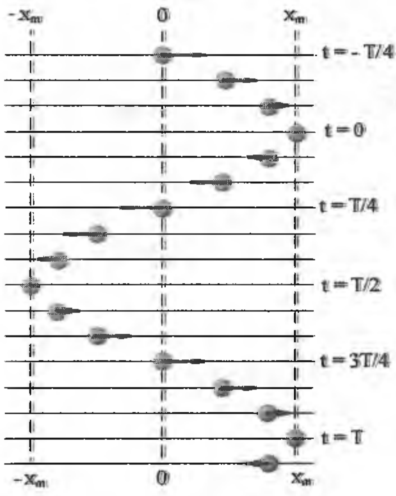



Рис. 7.3

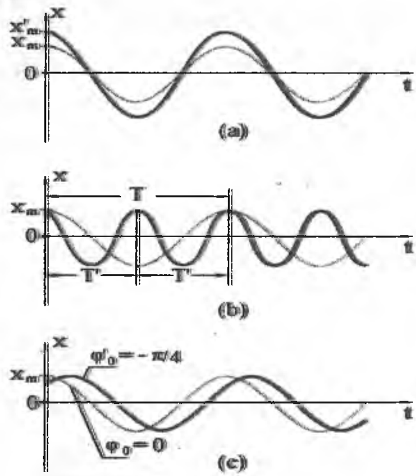



Рис. 7.4

## 7.2. Скорость и ускорение тела при гармонических колебаниях

Известно, что скорость $v$ является первой производной пути по времени. Для гармонического закона движения $x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ вычисление производной приводит к следующему:

$$v = x^{'}(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega x_m \cos(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}).$$

Появление слагаемого $+\pi/2$ в аргументе косинуса означает изменение начальной фазы.

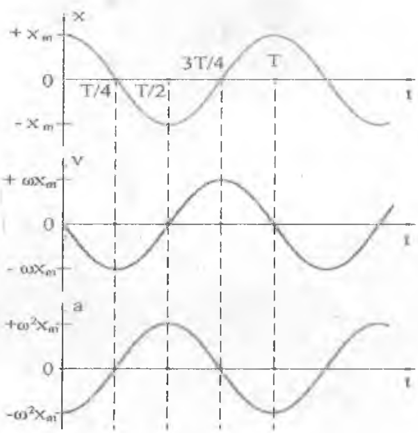
$v_m = \omega x_m$ – максимальная скорость (когда тело проходит положение равновесия).

***Ускорение*** $a$ равно производной функции $v(t)$ по времени $t$, или второй производной функции $x(t)$:

$$a = v'(t) = x''(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x(t),$$

знак минус означает, что ускорение $a(t)$ имеет знак, противоположный знаку смещения $x(t)$, и сила, заставляющая тело совершать гармонические колебания, направлена всегда в сторону положения равновесия *(x = 0)*. Максимальное ускорение $a_m = \omega^2 x_m$,

$x'' = -\omega^2 x$ – ***дифференциальное уравнение гармонических колебаний,*** решением которого являются уравнения:




$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$

или

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Графики координаты $x(t)$, скорости $v(t)$ и ускорения $a(t)$ тела, совершающего гармонические колебания (рис. 7.5).

Рис. 7.5

## 7.3. Гармонический осциллятор (пружинный, математический и физический маятник)

*Гармоническим осциллятором называется колебательная система, описываемая уравнением вида:* $x'' = -\omega^2 x$.

Примерами гармонического осциллятора являются *пружинный, математический и физический маятники* (так же колебательный контур, колебания частиц в атоме и др.).

## Пружинный маятник

Груз массы $m$, прикрепленный к пружине жесткости $k$, составляет систему, способную совершать в отсутствие трения свободные гармонические колебания под действием упругой силы (рис. 7.6):

$$F_{упр} = -kx \text{ (закон Гука).}$$

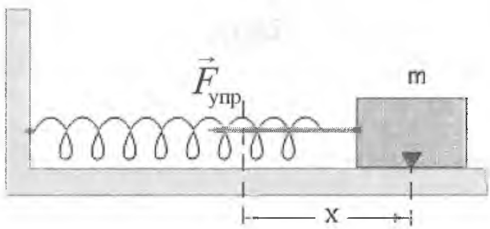



Рис.7.6

Так как ***ускорение является второй производной координаты тела x по времени** t:* $a(t) = x''(t)$, то второй закон Ньютона для груза на пружине примет вид:

$$ma = mx'' = -kx, \text{ или } x'' + \omega_0^2 x = 0, \text{ где } \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Все физические системы (не только механические), описываемые уравнением $x'' + \omega_0^2 x = 0$, способны совершать свободные гармонические колебания, так как решением этого уравнения являются гармонические функции (*sin* или *cos*) вида: $x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$.

Частота $\omega_0$ называется ***собственной частотой*** колебательной системы: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Период $T$ гармонических колебаний груза на пружине равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Физические свойства колебательной системы ***определяют только собственную частоту колебаний $\omega_0$ или период $T$***. Амплитуда $x_m$ и начальная фаза $\varphi_0$, определяются способом, с помощью которого система выведена из состояния равновесия. Если, например, груз был смещен из положения равновесия на расстояние $\Delta l$ и, затем, в момент времени $t = 0$ отпущен без начальной скорости, то $x_m = \Delta l$, $\varphi_0 = 0$. Если же грузу, находившемуся в положении равновесия, с помощью резкого толчка была сообщена начальная скорость $\pm v_0$, то $x_m = v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$, $\varphi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$.

Таким образом, амплитуда $x_m$ и начальная фаза $\varphi_0$ определяются ***начальными условиями***.

При горизонтальном расположении системы пружина–груз сила тяжести, приложенная к грузу, компенсируется силой реакции опоры.

Если же груз подвешен на пружине, то сила тяжести направлена по линии движения груза. В положении равновесия пружина растянута на величину $x_0$, равную $x_0 = \frac{mg}{k}$ и колебания совершаются около этого нового положения равновесия. Приведенные выше выражения для собственной частоты $\omega_0$ и периода колебаний $T$ справедливы и в этом случае.

**Математический маятник**

***Математическим маятником*** *называют тело малых размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела.*

В положении равновесия, сила тяжести $m\vec{g}$ уравновешивается силой натяжения нити $\vec{F}_{упр}$. При отклонении маятника из положения равновесия на некоторый угол φ появляется касательная составляющая силы тяжести:

$$F_\tau = -mg\sin\varphi.$$

Знак «минус» означает, что касательная составляющая направлена в сторону, противоположную отклонению маятника (рис. 7.7).

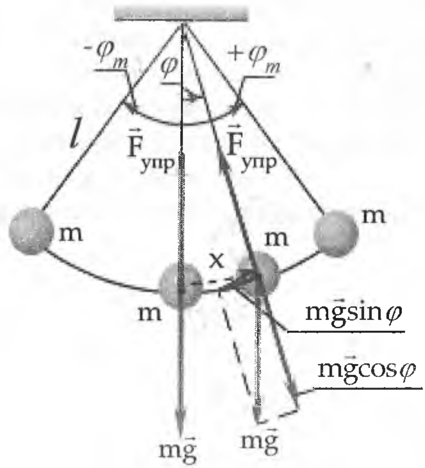



Рис. 7.7

При малых линейных смещениях маятника от положения равновесия по дуге окружности радиуса $l$, угловое смещение равно $\varphi \approx x / l$. По второму закону Ньютона:

$$ma_\tau = F_\tau = -mg\sin\frac{x}{l}.$$

Это соотношение показывает, что математический маятник представляет собой сложную ***нелинейную*** систему, так как сила, стремящаяся вернуть маятник в положение равновесия, пропорциональна не смещению $x$, а $\sin\frac{x}{l}$. Только в случае малых колебаний, когда приближенно $\sin\frac{x}{l}$ можно заменить на $\frac{x}{l}$, математический маятник являетсясистемой, способной совершать гармонические колебания. Практически такое приближение справедливо для углов порядка 10–12°; при этом величина $\sin\frac{x}{l}$ отличается от $\frac{x}{l}$ не более чем на 1 %.

*Колебания маятника при больших амплитудах не являются гармоническими.*

Для малых колебаний математического маятника второй закон Ньютона записывается в виде: $ma_\tau = -m\frac{g}{l}x.$

Таким образом, тангенциальное ускорение $a_\tau$ маятника пропорционально его смещению $x$, взятому с обратным знаком, следовательно, система является гармонической колебательной системой. Для таких систем модуль коэффициента пропорциональности между ускорением и смещением из положения равновесия равен квадрату круговой частоты: $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$,

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ – *собственная частота колебаний математического маятника.*

$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ – период колебаний математического маятника (формула Гюйгенса).

**Физический маятник**

***Физическим маятником*** *называется твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси O подвеса, не проходящей через центр тяжести C тела.*

При отклонении маятника на угол $\varphi$ возникает момент силы тяжести, стремящийся возвратить маятник в положение равновесия. При малых углах $\varphi$ физический маятник способен совершать свободные гармонические колебания (рис. 7.8).

$M = I\varepsilon = I\varphi''$ - ***основной закон динамики для вращательного движения,***

где $I$ – момент инерции маятника. С другой стороны момент сил равен

$$M = -F_\tau l = -mgl\sin\varphi = -mgl\varphi,$$

где $l$ – расстояние между осью вращения О и центром тяжести С является плечом тангенциальной силы.

$$I\varphi'' = -mgl\varphi, \quad \varphi'' = -\frac{mgl}{I}\varphi, \quad \frac{mgl}{I} = \omega^2.$$

$\varphi'' = -\omega^2\varphi$ - дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

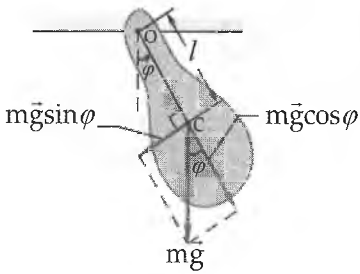



Рис.7.8

$T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mgl}}$ – период колебаний физического маятника.

Как и в случае математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L_{np}}{g}}$,

где $L_{np} = \dfrac{I}{ml}$ – приведенная длина.

## Контрольные вопросы

1. Что называют механическими колебаниями? Приведите примеры.
2. Какие колебания называются гармоническими?
3. Выведите уравнение гармонических колебаний.
4. Под действием, каких сил совершаются свободные и вынужденные колебания?
5. Что называется смещением и амплитудой колебаний?
6. Что называется периодом, частотой и циклической частотой колебаний?
7. Какой физический смысл фазы гармонических колебаний? Что понимают под начальной фазой?
8. Выведите зависимости от времени для скорости и ускорения тела при гармонических колебаниях. Изобразите эти зависимости графически.

9. Выведите уравнение гармонических колебаний пружинного маятника.

10. Выведите формулы собственной частоты и периода гармонических колебаний груза на пружине и малых колебаний математического маятника.

11. Выведите уравнение гармонических колебаний математического маятника.

12. Выведите формулы собственной частоты и периода гармонических колебаний математического маятника.

13. Выведите уравнение гармонических колебаний физического маятника.

14. Выведите формулу периода колебаний физического маятника. Что такое приведённая длина физического маятника?

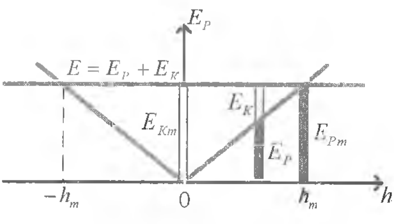
# Глава 8. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ - 2

## 8.1. Превращения энергии при свободных колебаниях

*При гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот.*

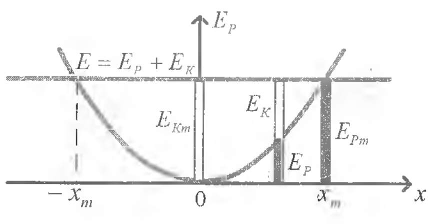
При максимальном отклонении тела от положения равновесия потенциальная энергия колеблющегося тела достигает максимального значения, его скорость и кинетическая энергия обращаются в нуль. Когда тело проходит положение равновесия, его скорость максимальна, и оно обладает максимальной кинетической и минимальной потенциальной энергией. Тело проходит положение равновесия по инерции. При дальнейшем движении начинает увеличиваться потенциальная энергия за счет убыли кинетической энергии и т.д.

Превращения энергий в колебательных системах можно показать на графиках потенциальных энергий:




Для математического маятника потенциальная энергия – это энергия в поле тяготения Земли.

$$E = E_k + E_P = \frac{mv^2}{2} + mgh.$$




Для груза на пружине потенциальная энергия – это энергия упругих деформаций пружины.

$$E = E_k + E_P = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}.$$

Если в колебательной системе отсутствует трение, то полная механическая энергия при свободных колебаниях остается неизменной

$$E_P + E_k = E = const.$$

Получим формулы $E_р$ и $E_к$ колебания груза на пружине:

$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t)$, где $\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}$, $v(t) = -\omega x_m \sin(\omega_0 t)$.

$$E_p(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_m^2\cos^2\omega_0 t = \frac{1}{4}kx_m^2(1+\cos 2\omega_0 t),$$

$$E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x_m^2\sin^2\omega_0 t = \frac{1}{4}kx_m^2(1-\cos 2\omega_0 t).$$

Из формул видно, что частота колебаний $E_p$ и $E_k$ равна $2\omega_0$, то есть в два раза больше частоты колебаний смещения $x(t)$.

Заменим $k = m\omega^2$ для $E_р$ и $E_к$, имеем:

$$E_P = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x_m^2\cos^2\omega_0 t, \quad E_k = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x_m^2\sin^2\omega_0 t.$$

Полная механическая энергия: $E = E_p + E_k = \dfrac{1}{2}m\omega_0^2 x_m^2 = const.$

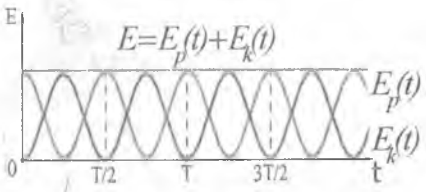



Рис. 8.1

На рис. 8.1 изображены графики функций $E_р(t)$ и $E_k(t)$. Потенциальная и кинетическая энергии два раза за период колебаний достигают максимальных значений. Сумма $E_k$ и $E_р$ остается постоянной:

$$E_P(t) + E_k(t) = E = const.$$

## 8.2. Сложение гармонических колебаний

Колеблющееся тело может принимать участие в нескольких колебательных процессах. Пусть тело принимает участие в двух колебательных процессах с одинаковой частотой:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_0,$$

$$x_1 = A_1\cos(\omega_0 t + \varphi_1),$$

$$x_2 = A_2\cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

В результате сложения результирующее колебание является гармоническим с частотой $\omega_0$ :

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Сложение производится методом векторной диаграммы.

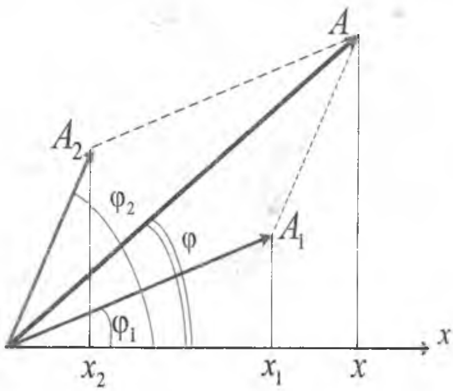



Рис. 8.2

Амплитуда результирующих колебаний определяется по теореме косинусов по векторной диаграмме.

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Фаза результирующих колебаний $\varphi$ определяется по тангенсу угла наклона результирующего вектора А.

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

Из формул видно, что амплитуда результирующих колебаний зависит от разности фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$.

1. Пусть $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi$, где $m = 0, 1, 2, 3\ldots$, $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$, тогда $A = A_1 + A_2$; если $A_2 = A_1$, то $A = 2A_1$.

2. Пусть $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2m+1)\pi$, где $m = 0, 1, 2, 3\ldots$, $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1$, тогда $A = |A_1 - A_2|$; если $A_2 = A_1$, то $A = 0$.

## 8.3. Затухающие колебания

В реальных условиях колебательная система находится под воздействием сил трения (сопротивления). При этом часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию теплового движения атомов и молекул, и колебания становятся ***затухающими*** (рис.8.3).

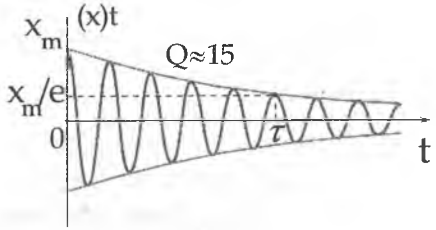



Рис. 8.3

Скорость затухания колебаний зависит от величины сил трения. Интервал времени $\tau$, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2{,}7$ раз, называется ***временем затухания***.

При возрастании сил трения собственная частота уменьшается. Однако изменение частоты заметно лишь при больших силах трения.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний системы задается в виде: $x'' + 2\delta x' + \omega_0^2 x = 0,$ (1)
где $\delta$ коэффициент затухания. При $\delta = 0$ это уравнение переходит в дифференциальное уравнение незатухающих колебаний $x'' + \omega_0^2 x = 0$.

Решением уравнения (1) является $x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi)$,

где $A_0 e^{-\delta t} = A$ амплитуда затухающих колебаний, зависит от времени t и убывает по экспоненциальному закону,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, то есть частота затухающих колебаний меньше собственной частоты.

***Добротность*** $Q$ - характеристика колебательной системы, *определяется как число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания* $\tau$ *, умноженное на* $\pi$*:* $Q = \pi N = \pi \dfrac{\tau}{T}$.

Чем медленнее происходит затухание свободных колебаний, тем выше добротность $Q$ колебательной системы. Добротность колебательной системы на рис.8.3 приблизительно равна 15.

Добротность характеризует относительную убыль энергии колебательной системы из-за наличия трения на интервале времени, равном одному периоду колебаний: $Q = 2\pi \dfrac{E_0}{\Delta E_T}$,

где $E_0$ – запас энергии в колебательной системе;

$\Delta E_T$ - потеря энергии за 1 период колебаний.

***Свободные затухающие колебания пружинного маятника:***

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{упругости}} + \vec{F}_{\text{трения}}, \quad F_{\text{упругости}} = -kx,$$

$$F_{\text{трения}} = -r\upsilon = -rx', \quad mx'' + rx' + kx = 0. \quad \text{или} \quad x'' + \frac{r}{m}x' + \frac{k}{m}x = 0.$$

Полученное уравнение сравним с дифференциальным уравнением затухающих колебаний стандартного вида:

$$x'' + 2\delta x' + \omega_0^2 x = 0,$$

и видим, что коэффициент затухания равен $\delta = \dfrac{r}{2m}$,

а также $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ и $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m} - \dfrac{r^2}{4m^2}}$.

## 8.4. Вынужденные колебания. Резонанс

Колебания тела или систем, совершающиеся под воздействием внешней периодической силы, называются ***вынужденными***.

Вынужденные колебания – это ***незатухающие*** колебания. Неизбежные потери энергии на трение компенсируются подводом энергии от внешнего источника периодически действующей силы.

Если внешняя сила, изменяющаяся по гармоническому закону с частотой $\omega$, воздействует на колебательную систему, способную совершать собственные колебания на некоторой частоте $\omega_0$, ***то установившиеся вынужденные колебания происходят на частоте ω внешней силы***.

Рассмотрим вынужденные колебания тела на пружине (рис. 8.4).

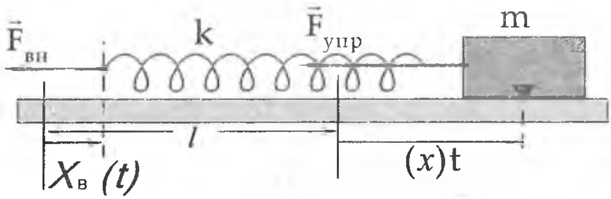



Рис. 8.4

Внешняя сила $\vec{F}_{вн}$, приложенная к свободному концу пружины, изменяется по закону: $F = F_0 \cos \omega t$.

***Закон движения пружинного маятника*** с учетом всех сил примет вид

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{упругости}} + \vec{F}_{трения} + \vec{F}_{\text{внешняя}},$$

$$mx'' + rx' + kx = F_0 \cos \omega t,$$

$$x'' + \frac{r}{m}x' + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\cos \omega t,$$

$$x'' + 2\delta x' + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos \omega t.$$

***Уравнение вынужденных колебаний*** содержит две частоты – частоту $\omega_0$ свободных колебаний и частоту $\omega$ вынуждающей силы.

Установившиеся вынужденные колебания груза на пружине происходят на частоте внешнего воздействия.

***Резонанс***

***Резонансом*** *называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний, когда частота $\omega$ внешней силы приближается к собственной частоте $\omega_0$ колебательной системы.*

Зависимость амплитуды $x_m$ вынужденных колебаний от частоты $\omega$ вынуждающей силы называется ***резонансной характеристикой*** *или* ***резонансной кривой*** (рис. 8.5).

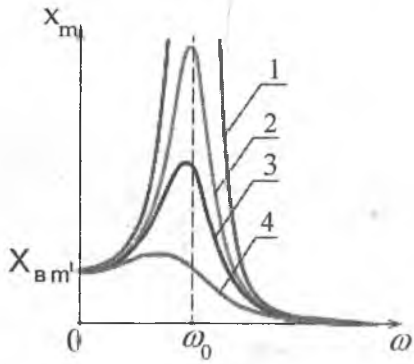



Рис.8.5

1 – колебательная система без трения; при резонансе амплитуда $x_m$ вынужденных колебаний неограниченно возрастает;

2, 3, 4 – реальные резонансные кривые для систем с различной добротностью: $Q_2 > Q_3 > Q_4$.

На низких частотах: $(\omega << \omega_0)$ $x_m \approx X_{вm}$.

На высоких частотах: $(\omega >> \omega_0)$ $x_m \rightarrow 0$.

При резонансе амплитуда $x_m$ колебания груза может во много раз превосходить амплитуду $X_{вm}$ колебаний свободного конца пружины, вызванного внешним воздействием.

У колебательных систем с не очень высокой добротностью (< 10) резонансная частота несколько смещается в сторону низких частот.

***Автоколебания***

Системы, в которых незатухающие колебания возникают не за счет периодического внешнего воздействия, а в результате имеющейся у таких систем способности самой регулировать поступление энергии от постоянного источника, называются ***автоколебательными***. В автоколебательной системе можно выделить три характерных элемента – колебательная система, источник энергии и устройство обратной связи между колебательной системой и источником (рис.8.6).


Рис. 8.6

Примером механической автоколебательной системы может служить часовой механизм с ***анкерным*** ходом (рис. 8.7). Ходовое колесо с косыми зубьями жестко скреплено с зубчатым барабаном, через который перекинута цепочка с гирей. На верхнем конце маятника закреплен ***анкер*** (якорек) с двумя пластинками из твердого материала, изогнутыми по дуге окружности с центром на оси маятника. В ручных часах гиря заменяется пружиной, а маятник – балансиром – маховичком, скрепленным со спиральной пружиной. Балансир совершает крутильные колебания вокруг своей оси.


Рис. 8.7

Колебательной системой в часах является маятник или балансир. Источником энергии – поднятая вверх гиря или заведенная пружина. Устройством, с помощью которого осуществляется обратная связь, является анкер, позволяющий ходовому колесу повернуться на один зубец за один полупериод. Обратная связь осуществляется взаимодействием анкера с ходовым колесом.

При каждом колебании маятника зубец ходового колеса толкает анкерную вилку в направлении движения маятника, передавая ему некоторую порцию энергии, которая компенсирует потери энергии на трение. Таким образом, потенциальная энергия гири (или закрученной пружины) постепенно, отдельными порциями передается маятнику.

Автоколебания совершают паровые машины, двигатели внутреннего сгорания, электрические звонки, струны смычковых музыкальных инструментов, воздушные столбы в трубах духовых инструментов, голосовые связки при разговоре или пении и т.д.

## Контрольные вопросы

1. Объясните процесс превращения энергии при свободных механических колебаниях.

2. Приведите формулы кинетической и потенциальной энергии колебательного процесса.

3. Запишите закон сохранения энергии колебаний груза на пружине и для малых колебаний математического маятника.

4. Изобразите графики функций $E_P(t)$ и $E_K(t)$ потенциальной, кинетической и полной энергий колебательной системы.

5. Как определяется амплитуда и фаза результирующих колебаний при сложении колебаний?

6. Как амплитуда результирующих колебаний зависит от разности фаз слагаемых колебаний?

7. Какие колебания называются затухающими? Приведите график; дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.

8. Какие колебания называются вынужденными? Запишите уравнение вынужденных колебаний. На какой частоте происходят установившиеся вынужденные колебания?

9. В чем суть явления резонанса? Сравните резонансные кривые с различной добротностью системы.

10. Приведите примеры полезного и вредного проявлений механического резонанса?

11. Что такое автоколебания? Назовите характерные элементы и их назначение в автоколебательной системе.

# Глава 9. УПРУГИЕ ВОЛНЫ

## 9.1. Волны продольные и поперечные

***Волной*** *называется процесс распространения механических колебаний в упругой среде со временем.*

Если в каком-нибудь месте твердой, жидкой или газообразной среды возбуждены колебания частиц, то вследствие взаимодействия атомов и молекул среды колебания начинают передаваться от одной точки к другой с конечной скоростью.

Характерной особенностью механических волн является то, что они распространяются в материальных упругих средах (твердых, жидких или газообразных).

***Поперечной*** называется такая волна, у которой частицы среды испытывают смещение в направлении, перпендикулярном направлению распространения (рис. 9.1).

Примером могут служить волны, бегущие по натянутой веревке или по струне.

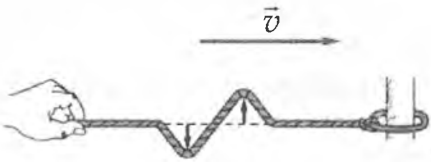



Рис. 9.1

***Продольной*** называется такая волна, у которой смещение частиц среды происходит в направлении распространения волны (рис. 9.2).

Примерами таких волн являются волны в упругом стержне или звуковые волны в газе.

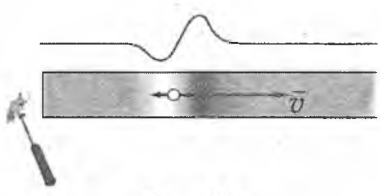



Рис. 9.2

Волны на поверхности жидкости имеют как поперечную, так и продольную компоненты.

Продольные механические волны могут распространяться в любых средах – твердых, жидких и газообразных.

В жидкостях и газах упругая деформация сдвига не возникает. Если один слой жидкости или газа сместить на некоторое расстояние относительно соседнего слоя, то никаких касательных сил на границе между слоями не появляется. *Следовательно,* ***поперечные волны не могут существовать в жидкой или газообразной средах.***

*Как в поперечных, так и в продольных волнах не происходит переноса вещества в направлении распространения волны.*

В процессе распространения частицы среды лишь совершают колебания около положений равновесия.

Волны переносят энергию колебаний от одной точки среды к другой.

***Волновым фронтом*** *называется геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t.* Фронт волны отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли.

***Волновой поверхностью*** *называется геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.* Волновых поверхностей можно провести бесчисленное множество, а волновой фронт в каждый момент времени – один.

***Плоской волной*** называется волна, если волновые поверхности представляют собой совокупность плоскостей параллельных друг другу.

***Сферической волной*** называется волна, если волновые поверхности представляют собой совокупность концентрических сфер.

## 9.2. Уравнение бегущей волны

Рассмотрим простые *гармонические или синусоидальные волны.* Они характеризуются ***амплитудой*** колебания частиц $A$, ***частотой*** $\nu$ и ***длиной волны*** $\lambda$. Синусоидальные волны распространяются в однородных средах с некоторой постоянной скоростью $\upsilon$.

***Бегущими*** *называются волны, все точки которых перемещаются с одной и той же скоростью.*

Если источник совершает гармонические колебания $y(x,t) = A\cos\omega t$, тогда точка среды, отстоящая от источника на расстоянии $x$, будет совершать колебания по тому же закону, но отставать на время $\tau$, т.к. для прохождения волной расстояния $x$ требуется время $\tau = \dfrac{x}{v}$.

Уравнение колебаний частиц на расстоянии $x$ имеет вид:

$$y(x,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = A\cos(\omega t - kx)$$ – *уравнение бегущей волны,*

где $k = \dfrac{\omega}{v}$ – *волновое число;* $\omega = 2\pi\nu$ – *циклическая частота.*

На рис. 9.3 изображены «моментальные фотографии» поперечной волны в два момента времени: $t$ и $t+\Delta t$. За время $\Delta t$ волна переместилась вдоль оси $OX$ на расстояние $\upsilon\Delta t$.

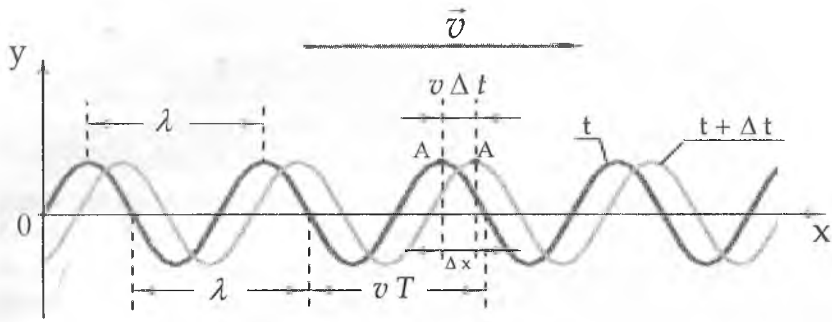



Рис. 9.3

***Длиной волны*** $\lambda$ называют расстояние между двумя соседними точками на оси $OX$, колеблющимися в одинаковых фазах. Расстояние, равное длине волны $\lambda$, волна пробегает за период $T$, следовательно,

$$\lambda = v\,T,$$

где $v$ – *скорость распространения* волны.

Для любой выбранной точки на графике волнового процесса (например, для точки $A$ на рис.9.3) выражение $\omega t - kx$ не изменяется по величине. С течением времени $t$ изменяется координата $x$ этой точки. Через промежуток времени $\Delta t$ точка $A$ переместится по оси $OX$ на некоторое расстояние $\Delta x = v\,\Delta t$. Следовательно: $\omega t - kx = \omega(t+\Delta t) - k(x+\Delta x) = \text{const}$ или $\omega\Delta t = k\,\Delta x$.

Отсюда следует: $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{\omega}{k}$ или $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\omega}{v}$.

*Уравнение бегущей волны* можно записать в виде:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right).$$

Из полученного уравнения видно, что бегущая синусоидальная волна обладает двойной периодичностью – во времени и пространстве. Временной период равен периоду колебаний $T$ частиц среды, пространственный период равен длине волны $\lambda$. Волновое число $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ является пространственным аналогом круговой частоты $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$.

Уравнение сферической синусоидальной волны имеет вид: $y = \dfrac{A_0}{r}\cos(\omega t - kr_1)$, где $\dfrac{A_0}{r}$ – амплитуда колебаний, убывающая с расстоянием даже в среде, не поглощающей энергию.

*При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передается лишь состояние колебательного движения (фаза) и его энергия.* Поэтому ***основным свойством всех волн независимо от их природы является перенос энергии без переноса вещества,*** *а скорость распространения волны* $v = \dfrac{\omega}{k}$ *является фазовой скоростью.*

Как видно из формулы, фазовая скорость зависит от частоты $\omega$ синусоидальной волны. *Явление зависимости скорости от частоты называется* ***дисперсией****.*

В бегущей синусоидальной волне каждая частица среды совершает гармонические колебания с некоторой частотой $\omega$. Поэтому, как и в случае простого колебательного процесса, средняя потенциальная энергия, запасенная в некотором объеме среды, равна средней кинетической энергии в том же объеме.

*Интенсивностью волны называется энергия, переносимая волной за одну секунду через волновую поверхность площадью в один квадратный метр:*

$$I = \frac{W}{St}.$$

*При распространении бегущей волны средний поток энергии, пропорционален скорости волны и квадрату ее амплитуды:*

$$I = \frac{\rho\, v A^2 \omega^2}{2},$$ где $\rho$ – плотность среды.

## 9.3. Интерференция волн

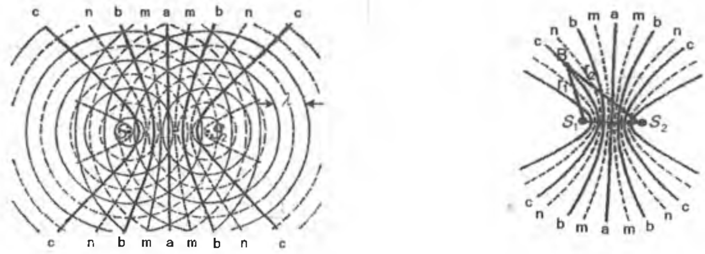
***Принцип суперпозиции (наложения) волн.*** При распространении в среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвуя в каждом из слагающих волновых процессов.

Согласованное протекание во времени и пространстве нескольких волновых процессов связано с понятием *когерентности. Волны называются* ***когерентными****, если* они имеют *одинаковую частоту и разность их фаз остается постоянной во времени.* При наложении в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в разных его точках получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн. Это явление называется ***интерференцией волн***.

Рассмотрим наложение двух когерентных сферических волн, возбуждаемых точечными источниками $S_1$ и $S_2$ (рис 9.4), колеблющимися с одинаковыми амплитудой $A_0$ и частотой $\omega$, и постоянной разностью фаз. Согласно уравнению для сферической волны:

$$y_1 = \frac{A_0}{r_1}\cos(\omega t - kr_1), \quad y_2 = \frac{A_0}{r_2}\cos(\omega t - kr_2),$$

где $r_1$ и $r_2$ – расстояния от источников волн до рассматриваемой точки В (рис. 9.4 б).



а) б)

Рис. 9.4

Так как для когерентных источников разность фаз $((\varphi_1 - \varphi_2) = const$, то результат интерференции двух волн в различных точках зависит от величины $\Delta = r_1 - r_2$, называемой ***разностью хода*** волн.

***Условие максимума.*** Если $\Delta = 2k\dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$ $(k=0,1,2...)$ наблюдается интерференционный максимум: амплитуда результирующего колебания $A = \dfrac{A_0}{r_1} + \dfrac{A_0}{r_2}$ максимальна.

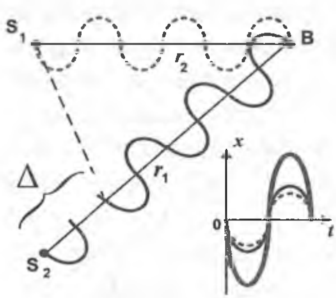


Рис. 9.5

*Амплитуда колебаний среды в данной точке максимальна, если разность хода двух волн, возбуждающих колебания в этой точке равна четному числу полуволн (целому числу длин волн).*

Две волны пришли, в рассматриваемую точку, совпадая гребень с гребнем, впадина с впадиной (рис. 9.5).

***Условие минимума.*** Если $\Delta = (2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2}$ $(k=0,1,2...)$ наблюдается интерференционный минимум: амплитуда результирующего колебания минимальна:

$$A = \left|\frac{A_0}{r_1} - \frac{A_0}{r_2}\right|;\quad A=0 \text{ при равенстве амплитуд.}$$

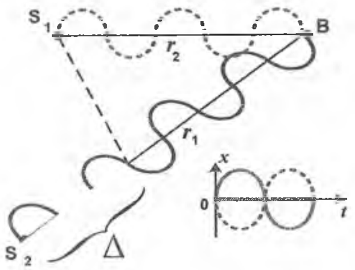



Рис. 9.6

*Амплитуда колебаний среды в данной точке минимальна, если разность хода двух волн, возбуждающих колебания в этой точке равна нечетному числу полуволн* (рис. 9.6).

Две волны пришли в рассматриваемую точку, совпадая гребень с впадиной, впадина с гребнем.

*Амплитуда колебаний в любой точкене меняется с течением времени.*

*Неизменное во времени распределение амплитуд колебаний называют* ***интерференционной картиной***.

На рис. 9.4 схематично показана интерференционная картина круговых волн от двух источников $S_1S_2$. Концентрические окружности, изображенные сплошной линией, символизируют гребень волны, пунктирной - впадину.

Условия максимума и минимума сводятся к тому, что $r_1 - r_2 = const$.

Это выражение представляет собой уравнение гиперболы с фокусами в точках $S_1$ и $S_2$. Следовательно, геометрическое место точек, в которых наблюдается усиление или ослабление результирующего колебания, представляет собой семейство гипербол. Между двумя интерференционными максимумами (сплошные линии) находятся интерференционные минимумы - пунктирные линии.

## Стоячие волны

***Стоячие волны*** *– волны, образующиеся при наложении двух бегущих синусоидальных волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами.*

Стоячие волны являются частным случаем интерференции волн.

Волна, бегущая по веревке или струне, отражается от неподвижно закрепленного конца; при этом появляется волна, бегущая во встречном направлении. В струне, закрепленной на обоих концах, возникают сложные колебания, которые можно рассматривать как результат наложения ***(суперпозиции)*** двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях и испытывающих отражения. Колебания струн, закрепленных на обоих концах, создают звуки всех струнных музыкальных инструментов. Похожее явление возникает при звучании духовых инструментов.

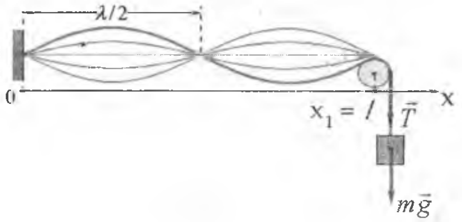



Рис. 9.7

Пусть струна длины $l$ закреплена так, что один из ее концов находится в точке $x = 0$, а другой – в точке $x = l$ (рис. 9.7). В струне создано натяжение $T$.

По струне одновременно распространяются в противоположных направлениях две волны одной и той же частоты:

$y_1(x, t) = A\cos(\omega t + kx)$ – волна, бегущая справа налево;

$y_2(x, t) = -A\cos(\omega t - kx)$ – волна, бегущая слева направо.

В точке $x = 0$ падающая волна $y_1$ в результате отражения порождает волну $y_2$. При отражении от неподвижно закрепленного конца отраженная волна оказывается в противофазе с падающей. Согласно *принципу суперпозиции:*

$y = y_1 + y_2 = (-2A\sin kx)\sin\omega t$ - уравнение ***стоячей волны***

(из тригонометрии: $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ ).

В каждой точке стоячей волны происходят колебания с частотой $\omega$. $2A\sin kx$ - амплитуда стоячей волны, зависящая от координаты $x$.

Амплитуда стоячей волны принимает минимальные значения равные нулю в неподвижных точках, которые называются ***узлами***. Посередине между узлами находятся точки, которые колеблются с максимальной амплитудой $2A$. Эти точки называются ***пучностями***.

Расстояния между соседними узлами (или пучностями) равно $\frac{\lambda}{2}$

Найдем ***координатыузлов и пучностей***. Амплитуда стоячей волны $2A\sin kx$ в пучностях максимальна, $\sin kx=1$, тогда:

$$kx = \frac{\pi}{2} \pm \pi m, \quad (m = 0,1,2,...), \text{ так как } k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

то $\frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2} \pm \pi m, \quad (m = 0,1,2,...)$, отсюда:

$x = \frac{\lambda}{4}(2m+1) \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots)$ – координаты пучностей.

В узлах амплитуда равна нулю, поэтому $\sin kx = 0$, тогда $kx = \pm \pi m, \quad (m = 0, 1, 2, \ldots)$ и $\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm \pi m, \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots)$, отсюда:

$x = \frac{\lambda}{4} 2m \ \ (m = 0,\ 1,\ 2, \ldots)$ – координаты узлов.

***Условие возникновения стоячих волн***

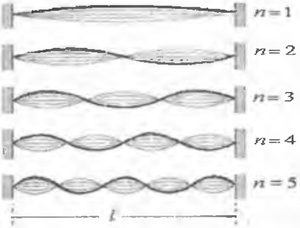


Рис. 9.8

Оба неподвижных конца струны должны быть узлами. *Стоячая волна в струне возникает только в том случае, если длина l струны равняется целому числу полуволн* (рис. 9.8):

$$l = n\frac{\lambda_n}{2} \text{ или } \lambda_n = \frac{2l}{n} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

Набору значений $\lambda_n$ длин волн соответствует набор возможных частот $\nu_n$:

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{2l} = n\nu_1,$$

где $v$ – скорость распространения поперечных волн по струне.

Каждая из частот $\nu_n$ и связанный с ней тип колебания струны называется ***нормальной модой***. Наименьшая частота $\nu_1$ называется ***основной частотой***, все остальные ($\nu_2$, $\nu_3$, ...) называются ***гармониками***. На рис. 9.7 изображена нормальная мода для $n = 2$.

В стоячей волне нет потока энергии. Колебательная энергия, заключенная в отрезке струны между двумя соседними узлами, не передается в другие части струны. В каждом таком отрезке происходит периодическое (дважды за период) превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно как в обычной колебательной системе. Но, в отличие от груза на пружине или маятника, у которых имеется единственная собственная частота $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, струна обладает бесчисленным количеством собственных (резонансных) частот $\nu_n$. В соответствии с принципом суперпозиции стоячие волны различных типов (т.е. с разными значениями *n*) могут ***одновременно*** присутствовать в колебаниях струны.

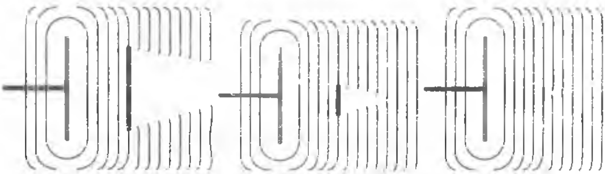
## 9.4. Дифракция

***Дифракцией*** (от латинского слова difractus – *разломаный) называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или отклонение от прямолинейного распространения волн.*

Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени, огибать препятствия, проникать через небольшие отверстия в экранах и т.д. Например, звук слышен за углом дома, т.е. звуковая волна его огибает.

Дифракция присуща любому волновому процессу в той же мере, как и интерференция. При дифракции происходит искривление волновых поверхностей у краев препятствий.

Соотношение между длиной волны $\lambda$ и размером препятствий $l$ определяет поведение волны.



а) б) *в)*

Рис. 9.9

Поставим на пути прямолинейной поверхностной волны в водяной ванне препятствия различного размера (рис. 9.9 *а, б, в)*. Когда препятствие достаточно велико по сравнению с длиной волны $\lambda$ (рис. 9.9 *а)*, тень от него сравнительно резкая, волна лишь слегка огибает край препятствия. По мере уменьшения препятствия тень оказывается менее ясно выраженной (рис. 9.9 б), а когда размеры препятствия становятся сравнимыми с длиной волны, образования тени практически не происходит (рис. 9.9 *в)*, волна огибает препятствие, и позади него она распространяется почти так же, как если бы препятствия не было. Это огибание волной края препятствия, особенно отчетливо наблюдаемое при малых по сравнению с длиной волны размерах препятствия, называется *дифракцией.*

Таким образом, *дифракция волн проявляется особенно отчетливо в случаях, когда размеры препятствий на пути волн меньше длины волны или сравнимы с ней,* то есть $l<\lambda$.

Способностью огибать препятствия обладают и звуковые волны. Длина звуковой волны в воздухе при частоте в 1000 *гц* равна 33,7 *см,* а при частоте 100 *гц* она составляет уже 3,37 *м.* Таким образом, размеры обычно окружающих нас предметов (за исключением больших домов) не велики по сравнению с длиной звуковой волны, дифракция звука хорошо наблюдается.

Явление дифракции объясняется с помощью ***принципа Гюйгенса,*** согласно которому: *каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.*

Фронт плоский только в средней части, а у границ отверстия происходит загибание волнового фронта, т.е. волна проникает в область геометрической тени, огибая края преграды $d<\lambda$ (рис. 9.10).

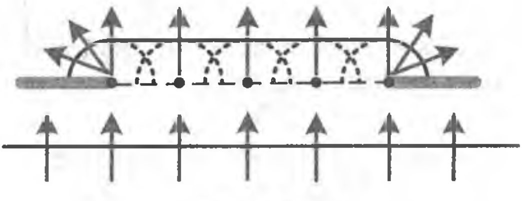


Рис. 9.10 *а*

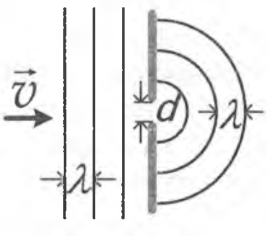



Рис. 9.10 *б*

## 9.5. Звук

***Звуковыми волнами*** или просто **звуком** называются механические волны, воспринимаемые человеческим ухом. Диапазон звуковых частот лежит в пределах приблизительно от *16 Гц* до *20 кГц*. Волны с частотой менее *16 Гц* называются ***инфразвуком***, а с частотой более *20 кГц* – ***ультразвуком***. Удобно запомнить в виде:

$$\text{инфразвук} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} 20\,Гц < \nu < 20000\,Гц \\ \text{слышимый звук} \\ 17\,м > \lambda > 17\,мм \end{array}} \rightarrow \text{ультразвук}$$

Рис. 9.11

Волны звукового диапазона могут распространяться не только в газе, но и в жидкости (продольные волны), и в твердом теле (продольные и поперечные волны). В вакууме звуковые волны не распространяются. Изучением звуковых явлений занимается раздел физики, который называют ***акустикой***.

При распространении звука в газе атомы и молекулы колеблются вдоль направления распространения волны. Это приводит к изменениям локальной плотности $\rho$ и давления $p$. Звуковые волны в газе часто называют волнами плотности или волнами давления.

В простых гармонических звуковых волнах, распространяющихся вдоль оси $OX$, изменение давления $p(x, t)$ зависит от координаты $x$ и времени $t$ по закону синуса или косинуса:

$$p\,(x, t) = p_0 \cos\,(\omega t + kx).$$

Важной характеристикой звуковых волн является ***скорость их распространения***. Она определяется инертными и упругими свойствами среды.

Скорость звука при **нормальных условиях,** т.е. при температуре 0°С и давлении 1 атм. равна 331,5 м/с, а скорость звука при температуре 20°С и давлении 1 атм. равна 343 м/с.

Скорость звука сильно зависит от свойств газа. Чем легче газ, тем больше скорость звука в этом газе. Так, например, при нормальных условиях:

в воздухе ( $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) $\upsilon$ = 331,5 м/с;
в гелии ( $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) $\upsilon$ = 970 м/с;
в водороде ( $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) $\upsilon$ = 1270 м/с.

В жидкостях и твердых телах скорость звука еще больше. В воде, например, $\upsilon$ = 1480 м/с (при 20 °С), в стали $\upsilon$ = 5–6 км/с.

При восприятии различных звуков человеческое ухо оценивает их, прежде всего по уровню ***громкости***, зависящей от потока энергии или ***интенсивности*** звуковой волны. Воздействие звуковой волны на барабанную перепонку зависит от ***звукового давления***, т.е. амплитуды колебаний давления $p_0$ в волне. Громкость звука определяется амплитудой звуковых колебаний (рис.9.12-9.13).

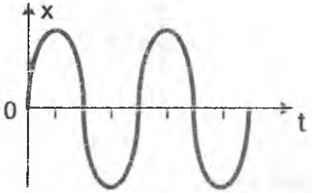



Рис. 9.12. **Громкий звук**

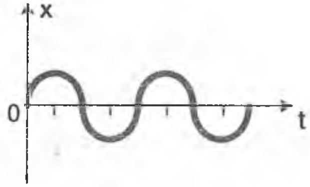



Рис. 9.13. **Тихий звук**

***Интенсивностью звука (силой звука)*** *называется величина, определяемая энергией, переносимой звуковой волной в единицу времени сквозь единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны:*

$I = \dfrac{W}{St}$ ( $Вт/м^2$). Для сферической волны $S = 4\pi R^2$, поэтому $I \sim \dfrac{1}{R^2}$.

Интенсивность сферической волны убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника. При увеличении радиуса, например, вдвое, поверхность возрастает в четверо, а значит, интенсивность звука уменьшилась в четыре раза (рис. 9.14).

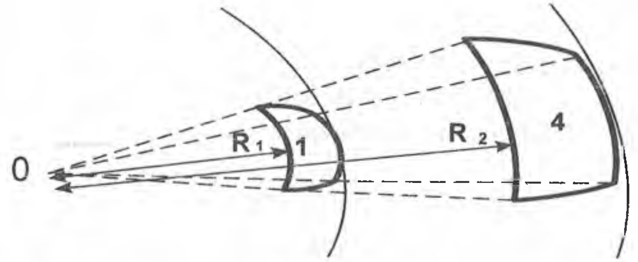



Рис. 9.14

Человеческое ухо способно воспринимать звуки в огромном диапазоне интенсивностей: от слабого писка комара до грохота вулкана.

***Порог слышимости*** соответствует значению $p_0$ порядка $10^{-10}$ атм., т.е. $10^{-5}$ Па. ***Болевой порог*** соответствует значению $p_0$ порядка $10^{-4}$ атм. или 10 Па (рис. 9.15).


Рис. 9.15

Таким образом, человеческое ухо способно воспринимать волны, в которых звуковое давление изменяется в миллион раз. Так как интенсивность звука пропорциональна квадрату звукового давления, то диапазон интенсивностей оказывается порядка $10^{12}$.

Субъективной характеристикой звука, связанной с его интенсивностью является ***громкость звука***. По физиологическому закону Вебера-Фехнера с ростом интенсивности звука громкость возрастает по логарифмическому закону: $L = \lg \dfrac{I}{I_0}$,

где $I_0$ – интенсивность звука на пороге слышимости, равная $10^{-12}$ Вт/м$^2$ для всех звуковых частот. $L$ – громкость звука или уровень интенсивности, измеряется в ***белах***. Обычно пользуются в десять раз меньшими единицами - ***децибелами*** *(дБ)*:

$$L = 10\lg \frac{I}{I_0}.$$

Так, если интенсивность $I$ в миллион раз ($10^6$) больше порога слышимости, то логарифмирование дает значение для громкости $L$=6Б=60дБ. Диапазон воспринимаемых ухом звуковых волн соответствует громкости от 0 до 130 дБ.

Еще одной характеристикой звуковых волн, является ***высота звука*** (рис. 9.16 и 9.17).

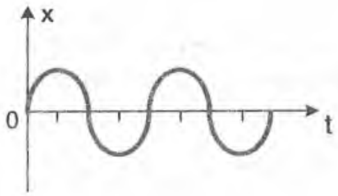



Рис. 9.16. **Высокий тон**

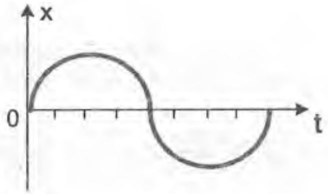



Рис. 9.17. **Низкий тон**

Колебания высокой частоты воспринимаются как звуки ***высокого тона***, колебания низкой частоты – как звуки ***низкого тона.***

Звуки, издаваемые музыкальными инструментами, а также звуки человеческого голоса могут сильно различаться по высоте тона и по диапазону частот. Так, например, диапазон наиболее низкого мужского голоса – **баса** – простирается приблизительно от 80 до 400 Гц, а диапазон высокого женского голоса – **сопрано** – от 250 до 1050 Гц.

Диапазон звуковых колебаний, соответствующий изменению частоты колебаний в два раза, называется ***октавой.*** Голос скрипки, например, перекрывает приблизительно три с половиной октавы (196–2340 Гц), а звуки пианино – семь с лишним октав (27,5–4186 Гц).

Когда говорят о частоте звука, издаваемого струнами любого струнного музыкального инструмента, то имеется в виду частота $\nu_1$ основного тона. Но в колебаниях струн могут присутствовать и гармоники, частоты $\nu_n$ которых удовлетворяют соотношению: $\nu_n = n\nu_1$, $(n = 1, 2, 3...)$.

Поэтому звучащая струна может излучать целый ***спектр*** волн с кратными частотами. Амплитуды $A_n$ этих волн зависят от способа возбуждения струны (смычок, молоточек); они определяют музыкальную окраску звука или ***тембр***.

Трубы духовых инструментов также являются ***акустическими резонаторами***. При определенных условиях в воздухе внутри труб возникают стоячие звуковые волны. На рис. 9.18 показано несколько типов стоячих волн (мод) в органной трубе, закрытой с одного конца и открытой с другого.

Звуки, издаваемые трубами духовых инструментов, состоят из целого спектра волн с кратными частотами.

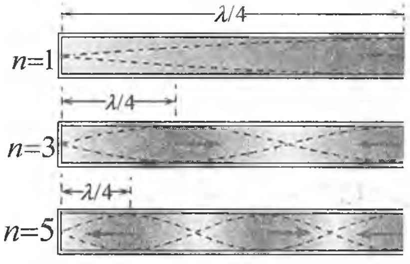


Рис. 9.18

*При акустическом резонансе длина воздушного столба равна нечетному числу четвертей длины волны*

$$L = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \qquad k = 0,\ 1,\ 2,...$$

Стрелками показаны направления движения частиц воздуха в течение одного полупериода колебаний.

При настройке музыкальных инструментов часто используется устройство, называемое ***камертоном***. Оно состоит из металлической вилки и скрепленного с ним деревянного акустического резонатора, настроенных в резонанс. При ударе молоточком по вилке вся система возбуждается и издает чистый музыкальный тон.

Акустическим резонатором является и гортань певца.

Относительные интенсивности $I / I_0$ гармоник в спектре звуковых волн, испускаемых камертоном (1), пианино (2) и низким женским голосом (альт) (3), звучащими на ноте «ля» контроктавы ($f_1$ = 220 Гц) (рис.9.19).

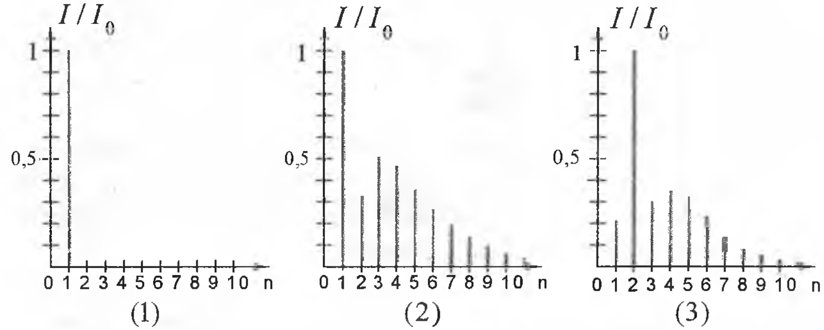


Рис. 9.19

Звуковые волны, частотные спектры которых изображены на рис. 9.19, обладают ***одной и той же высотой, но различными тембрами***.

## 9.6. Эффект Доплера

Если источник или приемник звука движутся относительно друг друга со скоростью $\upsilon_{ист}$, то принимаемая частота звука $\upsilon$ отличается от частоты $\upsilon_0$ звука, испускаемого неподвижным источником. Этот эффект, называемый эффектом Доплера, возникает из-за того, что меняется число максимумов звуковой волны, достигающих за одну секунду нашего уха или измерительного прибора. Например, тон гудка поезда повышается по мере его приближения к платформе и понижается при удалении. Пусть $T_0 = \frac{1}{\nu_0}$ – период колебаний неподвижного источника звука и, следовательно, период звуковой волны. Это означает, что каждые $T_0$ секунд максимум звуковой волны покидает источник. Если источник неподвижен, то за время $T_0$ максимум волны проходит расстояние $\lambda_0 = \upsilon T_0$, равное длине волны испускаемого звука ($\upsilon$ – скорость звуковой волны, которая является постоянной и зависит только свойств среды) (рис. 9.20, 9.21).

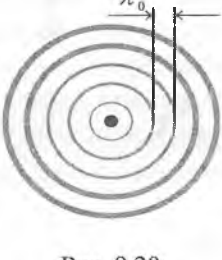



Рис. 9.20

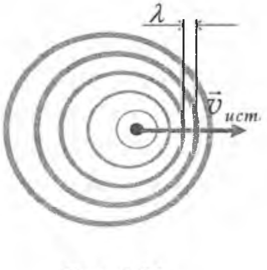



Рис. 9.21

Скорости $\upsilon_{ист}$ и $\upsilon_{пр}$ измеряются **относительно воздуха** или другой среды, в которой распространяются звуковые волны. Если источник движется со скоростью $\upsilon_{ист}$ вдоль оси *x*, то расстояние между двумя максимумами, приходящими к приемнику, становится равным:

$$\lambda = \upsilon T_0 - \upsilon_{ист} T_0.$$

Это расстояние воспринимается приемником как длина звуковой волны $\lambda = vT$. Отсюда: $T = T_0(1 - \frac{v_{ист}}{v})$ или $\nu = \nu_0 \frac{v}{v - v_{ист}}$.

Как следует из этой формулы, если источник приближается, то частота звука возрастает, если источник удаляется (меняется знак скорости), то частота звука уменьшается.

Очевидно, что аналогичная формула будет верна, если источник неподвижен, а приемник звука движется со скоростью $v_{пр}$.

В этом случае: $\lambda = vT_0 = vT - v_{пр}T$. $\nu = \nu_0(1 - \frac{v_{пр}}{v})$.

*Если приемник приближается (скорость приемника отрицательна), то частота возрастает, если приемник удаляется, то частота звука уменьшается.* В общем случае, когда и источник, и наблюдатель движутся со скоростями $v_{ист}$ и $v_{пр}$, формула для эффекта Доплера имеет вид:

$$\nu = \frac{v \pm v_{пр}}{v \mp v_{ист}} \nu_0.$$

Знак плюс в числителе соответствует приближению приемника к источнику, знак минус – его удалению от источника; в знаменателе знак плюс соответствует удалению источника от приемника, знак минус – приближение его к приемнику.

Доплер-эффект широко используется в технике для измерения скоростей движущихся объектов («доплеровская локация» в акустике, оптике и радио).

## Контрольные вопросы

1. Что называется волной?
2. Какие волны называют поперечными? Продольными?
3. В чем состоит различие между поперечными и продольными волнами?
4. Приведите примеры поперечных и продольных волн.
5. Почему в газах и жидкостях не существует поперечных волн?
6. Что называют длиной волны?
7. Как связана скорость волны с длиной волны?

8. Какова разность фаз колебаний двух точек пространства, колеблющихся на расстоянии, равном длине волны?

9. Запишите уравнение бегущей волны. Что называется волновым числом?

10. Объясните понятие «двойная периодичность» бегущей волны.

11. Какую волну называют плоской? Сферической?

12. Какие волны называются когерентными?

13. Сформулируйте принцип суперпозиции (наложения) волн.

14. Что называют интерференцией?

15. Сформулируйте условия максимумов и минимумов интерференционной картины.

16. Как образуются стоячие волны?

17. Выведите уравнение стоячей волны.

18. Выведите формулы координат узлов и пучностей.

19. Что называется дифракцией волн?

20. При каком условии дифракция волн проявляется особенно отчетливо?

21. Какие колебания называют акустическими?

22. Объясните графически область слышимости человеческого уха.

23. От чего зависит скорость звука в воздухе?

24. Чем определяется громкость звука и его высота?

25. В чем измеряется громкость звука?

26. Что называется интенсивностью звука?

27. В чем суть эффекта Доплера?

# Глава 10. ГИДРОАЭРОМЕХАНИКА

***Гидроаэромеханика*** – раздел механики, изучающий равновесие и движение жидкостей и газов, их взаимодействие между собой и обтекаемыми ими твердыми телами.

Молекулы газа, совершая беспорядочное, хаотическое движение, слабо связаны силами взаимодействия, поэтому они движутся свободно и в результате соударений стремятся разлететься во все стороны, заполняя весь предоставленный им объем, то есть объем газа определяется объемом сосуда, который он занимает. Плотность газов зависит от давления.

Жидкость, как и газ, принимает форму сосуда, в который она заключена. В жидкостях, в отличие от газов, молекулы расположены близко друг к другу, среднее расстояние между молекулами остается практически постоянным, поэтому жидкость обладает неизменным объемом. Плотность жидкости очень слабо зависит от давления.

## 10.1. Давление в жидкостях и газах

*На тело, погруженное в жидкость (или газ), действуют силы со стороны жидкости и оказывают давление на тело.*

***Давлением*** называется физическая величина, равная отношению модуля силы, действующей перпендикулярно поверхности, к площади этой поверхности: $p = \frac{F}{S}$.

Давление измеряется в паскалях: $1Па = 1\frac{Н}{м^2}$.

*Один паскаль это такое давление, которое производит сила в 1Н, действующая на поверхность площадью 1м$^2$, перпендикулярно этой поверхности.*

Используются так же внесистемные единицы: нормальная атмосфера (*атм*) и миллиметр ртутного столба (*мм рт. ст.*):

*1 атм = 101325 Па = 760 мм рт. ст.* или *1 атм* $\approx 10^5$ *Па* .

*1мм рт. ст. ≈ 133,3Па.*

Для увеличения давления можно увеличить силу или уменьшить площадь поверхности, для уменьшения давления – наоборот уменьшить силу и увеличить площадь поверхности.

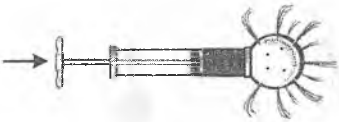


Рис. 10.1

***Закон Паскаля:*** *давление, производимое на жидкость или газ, передается без изменения в каждую точку жидкости или газа* (рис. 10.1).

***Давление жидкости на дно сосуда*** с основанием площадью $S$, заполненного жидкостью плотностью $\rho$ до высоты $h$ (рис. 10.2):

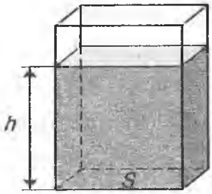



Рис. 10.2

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho V g}{S} = \frac{\rho S h g}{S} = \rho g h$$ – гидростатическое давление.

С учетом атмосферного давления $p_0$ давление на дно равно: $p = \rho g h + p_0$, ($p_0 \approx 10^5\,Па$).

*Давление жидкости на одном горизонтальном уровне во всех точках одинаково.*

Формула $p = \rho g h$ показывает, что давление жидкости на дно сосуда зависит только от высоты $h$ и рода жидкости $\rho$ и не зависит от формы сосуда (рис. 10.3).

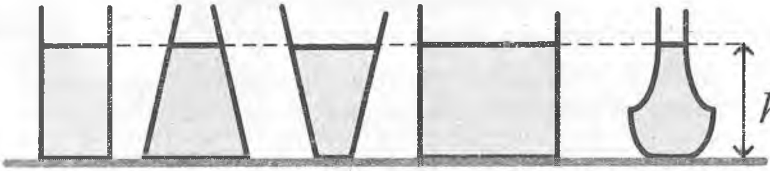



Рис. 10.3

Давление жидкости на дно во всех сосудах одинаково.

***Гидростатический парадокс***

Сила давления жидкости на дно может быть меньше или больше веса жидкости (рис. 10.4).

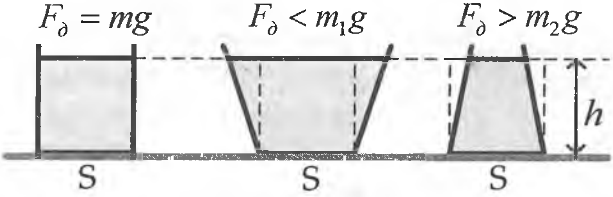



Рис. 10.4

В сосудах с одинаковым уровнем жидкости $h$ и одинаковой площадью дна $S$ силы давления жидкости на дно $F_д$ равны:

$$F_д = pS = \rho g h S.$$

***Давление жидкости на стенку сосуда***

Давление на стенку различно на разных горизонтальных уровнях. Оно возрастает от нуля на поверхности до $p = \rho g h$ на дне. Поэтому давление на стенку равно среднему давлению:

$$p_{ст} = p_{ср} = \frac{p_{\min} + p_{\max}}{2} = \frac{0 + \rho g h}{2} = \frac{1}{2}\rho g h,$$

с учетом атмосферного давления $p_0$: $p_{ст} = \frac{1}{2}\rho g h + p_0$.

## 10.2. Сообщающиеся сосуды

***Сообщающимися сосудами*** называются сосуды, соединенные между собой в нижней части.

***Закон сообщающихся сосудов***

*В сообщающихся сосудах поверхности однородной жидкости устанавливаются на одном уровне* (рис. 10.5 *a*).

*Поверхности неоднородных жидкостей в сообщающихся сосудах устанавливаются на различных уровнях* (рис 10.5 *b*).

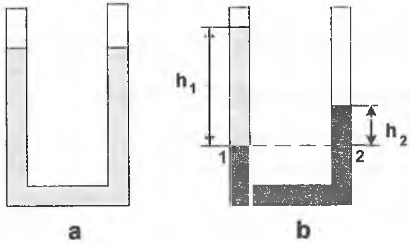



Рис. 10.5

Проведем горизонтальный уровень вдоль границы раздела жидкостей. Давления в точках 1 и 2 на этом уровне одинаковы.

$$p_1 = p_2, \quad \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2, \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

*Высоты неоднородных жидкостей в сообщающихся сосудах обратно пропорциональны их плотностям.* Более плотная жидкость установится на меньшей высоте *($h_2$)* и наоборот менее плотная жидкость устанавливается на большей высоте *($h_1$)*.

***Гидравлический пресс***

*Гидравлический пресс (подъемник) - это гидравлическая машина, принцип работы которой основан на законе Паскаля.*

Он состоит из двух цилиндров с поршнями разного сечения $S_1$ и $S_2$, соединенных в нижней части и заполненных жидким маслом (рис.10.6).

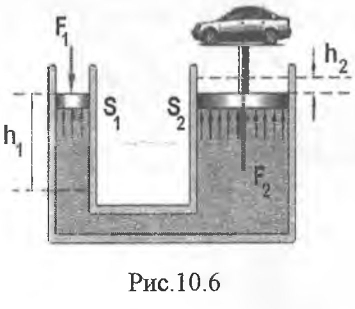



Рис.10.6

Пусть на малый поршень $S_1$ действует сила $F_1$. Под действием этой силы поршень опустится на высоту $h_1$. При этом большой поршень $S_2$ поднимется на высоту $h_2$. Можно подобрать такую силу $F_2$, действующую на большой поршень $S_2$, что поршни опять придут в равновесие.

В соответствии с законом Паскаля, давление под поршнями одинаково $p_1 = p_2$, $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$, $F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$. (1)

Гидравлический пресс дает выигрыш в силе в $\frac{S_2}{S_1}$ раз, то есть сила $F_2$ больше силы $F_1$ во столько же раз, во сколько раз площадь поршня $S_2$ больше площади поршня $S_1$.

При работе гидравлического пресса, объемы перетекающей жидкости равны. $V_1 = V_2$, $S_1 h_1 = S_2 h_2$, $\frac{S_2}{S_1} = \frac{h_1}{h_2}$. (2)

В формуле (1) произведем замену в соответствии с выражением (2) и применим свойство пропорции, получим:

$$F_2 = \frac{h_1}{h_2} F_1, \quad F_2 h_2 = F_1 h_1, \quad A_1 = A_2.$$

Таким образом, гидравлический пресс не дает выигрыша в работе, что соответствует «золотому правилу» механики.

Гидравлический пресс применяют для прессования различных материалов, штамповки деталей, для поднятия тяжелых грузов (домкрат) и т.п.

## 10.3. Закон Архимеда

На тело, погруженное в жидкость (или газ), со стороны жидкости действуют силы $F_1$, $F_2$, $F_3$ и $F_4$ (рис.10.7). Силы, действующие на боковые грани $F_3$ и $F_4$, равны. Сила давления $F_2$ на нижнюю грань больше силы $F_1$, действующую на верхнюю грань.

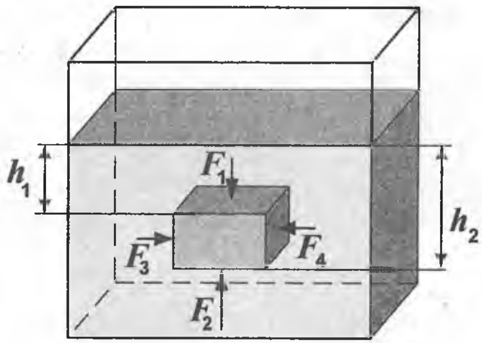



Рис.10.7

Результирующая этих сил, направленная вертикально вверх, является выталкивающей силой или **силой Архимеда**:

$$F_A = F_2 - F_1 = p_2 S - p_1 S, \text{ так как } p = \rho_{ж} g h, \text{ то}$$

$$F_A = \rho_{ж} g h_2 S - \rho_{ж} g h_1 S = \rho_{ж} g S(h_2 - h_1) = \rho_{ж} g S h = \rho_{ж} g V,$$

где $h = h_2 - h_1$ – высота тела, $V$ – объем тела, $\rho_{ж}$ – плотность жидкости.

***Закон Архимеда:*** *на тело, погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу вытесненной телом жидкости (или газа):* $F_A = \rho_{ж} V_T g$.

Вес тела, погруженного в жидкость, меньше чем в воздухе на величину силы Архимеда: $P = mg - F_A$.

***Плавание тел***

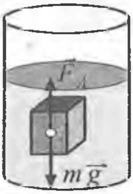



Рис. 10.8

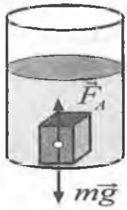



Рис. 10.9

$mg = F_A$, $\rho_T V_T g = \rho_{ж} V_T g$,

$\rho_T = \rho_{ж}$ - тело в состоянии безразличного равновесия.

$mg > F_A$, $\rho_T V_T g > \rho_{ж} V_T g$,

$\rho_T > \rho_{ж}$ – тело тонет.

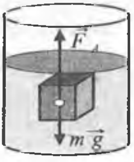



Рис. 10.10

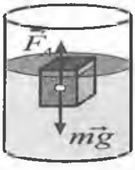



Рис. 10.11

$mg < F_A$, $\rho_T V_T g < \rho_{ж} V_T g$,

$\rho_T < \rho_{ж}$ – тело всплывает.

$mg = F_A$, $\rho_T V_T g = \rho_{ж} V_{пчТ} g$,

где $V_{пчТ}$ – объем погруженной части. Тело плавает на поверхности.

### *Плавание судов*

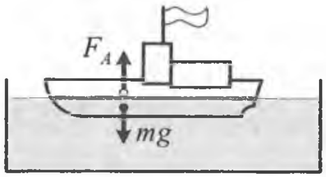



Рис.10.12

Вес воды, вытесняемой подводной частью судна, равен силе тяжести, действующей на судно с грузом: $F_A=mg$.

Глубину, на которую судно погружается в воду, называют *осадкой* (рис. 10.12).

Наибольшая допустимая осадка отмечена на корпусе судна красной линией, называемой *ватерлинией.*

Вес воды, вытесняемой судном при погружении до ватерлинии, называется *водоизмещением судна*.

Если из водоизмещения вычесть вес судна, то получим *грузоподъемность* этого судна, то есть максимальный груз, при котором корабль погружается до ватерлинии.

### *Воздухоплавание*

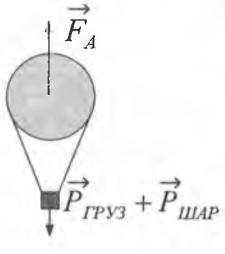



Рис.10.13

Подъемная сила шара зависит от разности плотностей воздуха и газа, наполняющего шар:

$$F_{под} = P_{гр} = F_A - P_ш = \rho_{воз} V_ш g - \rho_{газ} V_ш g.$$

$$F_{под} = (\rho_{воз} - \rho_{газ}) V_ш g.$$

***Ареометр*** – прибор для измерения плотности жидкости.

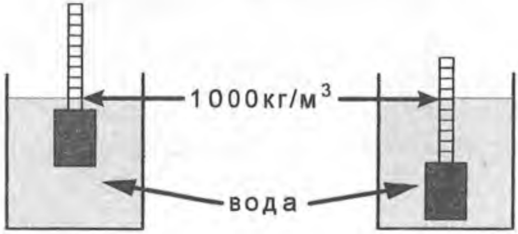



Рис.10.14

| | |
|---|---|
| Предназначен для жидкостей, плотности которых меньше воды $\rho_{жидкости} < \rho_{воды}$ (молоко, спирт, нефть). | Предназначен для жидкостей, плотности которых больше воды $\rho_{жидкости} > \rho_{воды}$ (электролит в аккумуляторе). |

## 10.4. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли

***Идеальной жидкостью*** *называется жидкость, у которой отсутствует внутреннее трение, т.е. трение между слоями жидкости*и жидкость *является несжимаемой.*

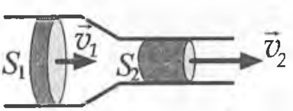



Рис.10.15

Рассмотрим движение идеальной жидкости в трубе переменного сечения (рис. 10.15). Течение жидкости является *стационарным* (установившимся), то есть скорость в каждой ее точке со временем не меняется.

За равные промежутки времени $t$ через сечение $S_2$ пройдет такой же объем жидкости, как и через сечение $S_1$, то есть $V_1=V_2$.

Следовательно: $s_1 v_1 t = s_2 v_2 t \Rightarrow sv = const$ – *уравнение неразрывности.*

*Для несжимаемой жидкости при стационарном течении произведение* $sv$ *в любом сечении имеет одинаковое значение.*

В узком сечении трубы скорость течения жидкости больше чем в широком.

***Уравнение Бернулли***

Рассмотрим стационарное течение идеальной жидкости.

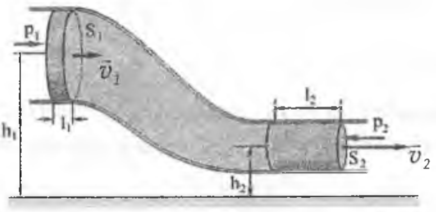



Рис.10.16

Выделим объем жидкости, ограниченный стенками трубки и сечениями $S_1$ и $S_2$.

За время $t$ этот объем сместится вдоль трубки так, что граница $S_1$ получит перемещение $l_1$, а граница $S_2$ – перемещение $l_2$ (рис. 10.12).

Согласно закону сохранения энергии, изменение полной энергии идеальной несжимаемой жидкости, равно работе сил по перемещению жидкости:

$$E_2 - E_1 = A. \qquad (1)$$

Силы давления на стенки перпендикулярны к направлению течения, поэтому работы не совершают. Отлична от нуля лишь работа сил давления $F_1$ и $F_2$, приложенных к сечениям $S_1$ и $S_2$. Эта работа равна:

$$A = A_1 + A_2 = F_1 l_1 - F_2 l_2 = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = (p_1 - p_2)V. \qquad (2)$$

Полные энергии $E_1$ и $E_2$ будут складываться из кинетической и потенциальной энергии массы m жидкости:

$$E_1 = \frac{m v_1^2}{2} + mgh_1,\ E_2 = \frac{m v_2^2}{2} + mgh_2. \qquad (3)$$

Подставим формулы (2) и (3) в выражение (1), а также учитывая $m = \rho V$, получим: $\frac{\rho V v_2^2}{2} + \rho V g h_2 - \frac{\rho V v_1^2}{2} - \rho V g h_1 = (p_1 - p_2)\,V,$

сократим объем $V$ и разделим переменные:

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 = \frac{\rho\, v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1. \qquad (4)$$

Так как выбор сечений $S_1$ и $S_2$ произволен, то можно утверждать, что:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const \qquad (5)$$

Уравнение (5) и равнозначное ему (4) называется *уравнением Бернулли*. Слагаемые имеют в нем названия:

$p$ – *статическое давление,* давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела;

$\rho g h$ – *гидростатическое давление;*

$\frac{\rho\, v^2}{2}$ – *динамическое давление.*

Уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости.

Для горизонтальной трубы $\frac{\rho v^2}{2} + p = const = p_0$ *полное давление.*

Уравнение Бернулли для горизонтальной трубы совместно с уравнением неразрывности $\begin{cases} \dfrac{\rho v^2}{2} + p = const \\ Sv = const \end{cases}$ дают следующий вывод:

*при течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в узких сечениях, а статическое давление больше в широких сечениях, то есть там, где скорость меньше.*

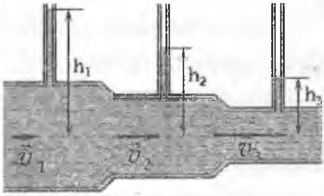



Рис.10.17

Этот вывод демонстрируется опытом с измерением давления в потоке жидкости с помощью манометров (рис.10.17).

$v_1 < v_2 < v_3$;

$h_1 > h_2 > h_3$.

***Применение уравнения Бернулли***

*Подъемная сила крыла самолета*

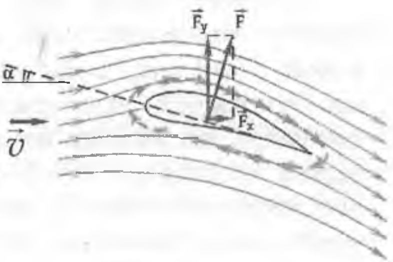


Рис.10.18. **Подъемная сила крыла самолета**

На рис. 10.18 показан профиль крыла самолета. Вследствие асимметричной формы крыла скорость потока воздуха над крылом оказывается больше чем под крылом, а следовательно, давление $p_1$ над крылом меньше давления $p_2$ под крылом.

*Пульверизатор*

В горизонтальной трубке скорость движения воздуха, подаваемого грушей велико, а давление $p$ в ней и над трубкой, опущенной в жидкость, мало. Под действием атмосферного давления $p_{атм}$ жидкость поднимается по вертикальной трубке вверх и разбрызгивается струей воздуха.

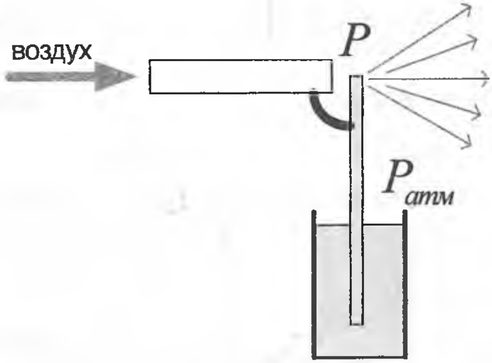



Рис.10.19. **Пульверизатор**

На этом же принципе основано действие карбюратора, газовой горелки и водоструйного насоса.

*Полет закрученного мяча*

Циркуляция воздуха, обусловленная силами вязкого трения, возникает и вокруг вращающегося тела.

При вращении мяч увлекает прилегающие слои воздуха, вызывая его циркуляцию.

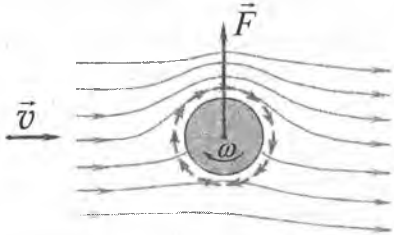



Рис.10.20. **Полет закрученного мяча**

В набегающем потоке воздуха, возникнет сила бокового давления, аналогичная подъемной силе крыла самолета. Это явление называется *эффектом Магнуса*, оно проявляется при полете закрученного мяча при игре в теннис или футбол.

## 10.5. Вязкость. Течение жидкости

Рассмотрим течение жидкости в круглой трубе. Скорость частиц жидкости изменяется от **нуля,** в непосредственной близости к стенкам трубы до максимума на оси трубы. Жидкость как бы разделена на тонкие цилиндрические слои, которые скользят, друг относительно друга не перемешиваясь.

*Ламинарным* (слоистым) называется такое течение жидкости, при котором каждый тонкий слой жидкости течет, не перемешиваясь с соседними слоями (наблюдается при медленном течении).

***Турбулентным*** *(вихревым) называется течение жидкости, при котором вдоль потока происходит интенсивное перемешивание жидкости.*

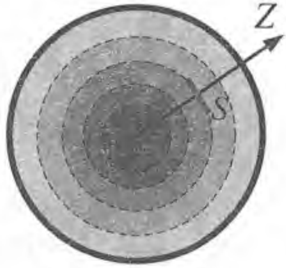


Рис.10.21

При перемещении слоев жидкости между ними возникают силы трения. Со стороны слоя, движущегося более быстро на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила и, наоборот, со стороны слоя, движущегося медленнее, на более быстрый слой действует задерживающая сила.

Эти силы называют силами внутреннего трения, они направлены по касательной по направлению к поверхности слоев, и тем больше, чем больше площадь соприкасающихся слоев и чем больше градиент скорости.

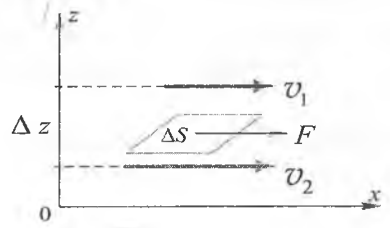


Рис.10.22

Рассмотрим жидкость, движущуюся в направлении оси $x$. Выделим два тонких слоя, находящихся один от другого на расстоянии $\Delta z$ и движущихся с разными скоростями $v_1$ и $v_2$.

Скорость потока в этих слоях будет отличаться на величину: $\Delta v = v_2 - v_1$. Отношение $\Delta v/\Delta z = N_v$ – называется градиентом скорости. Градиент скорости равен изменению скорости на единице расстояния в направлении, перпендикулярном к направлению скорости. Градиент направлен в сторону возрастания скорости.

Ньютон показал, что тангенциальная сила внутреннего трения, возникающая между соприкасающимися слоями при их относительном перемещении, пропорциональна площади поверхности трущихся слоев $\Delta S$ и градиенту скорости $N_v$,

т.е.: $$F = -\eta N_v \Delta S. \qquad (1)$$

Коэффициент пропорциональности $\eta$ называется коэффициентом внутреннего трения или динамической вязкостью. Из формулы (1) находим, что $$\eta = \frac{F}{\Delta S N_v} \quad Н \cdot с/м^2. \qquad (2)$$

Коэффициент внутреннего трения численно равен силе внутреннего трения, возникающей на единице площади $\Delta S$ трущихся слоев при градиенте скорости $N_v$, равном единице.

Коэффициент внутреннего трения зависит от природы жидкости и для данной жидкости с повышением температуры уменьшается.

***Метод Стокса***

На свободно падающий шарик в жидкости действуют силы:

1. Сила тяжести $$P = mg = V_ш \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g, \qquad (3)$$

где $r$ – радиус шарика; $\rho$ – плотность вещества шарика; $g$ – ускорение свободного падения; $V_ш$ – объем шарика.

2. Выталкивающая сила по закону Архимеда равна весу жидкости, вытесненной данным телом: $$F_в = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 g, \qquad (4)$$

где $\rho_1$ – плотность жидкости.

3. Сила сопротивления движению, зависящая от сил внутреннего трения, определяется по закону Стокса: $$F = 6\pi r v \eta, \qquad (5)$$
где $v$ – скорость падения шарика.

При падении шарика играет роль не его трение о жидкость, а трение отдельных слоев жидкости друг о друга. Слой жидкости, непосредственно прилегающий к твердому телу, прилипает к его поверхности и увлекается телом со скоростью его движения. Этот слой жидкости увлекает за собой соседние слои, которые при сравнительно небольших скоростях и малых размеров шарика приходят на некоторое время в плавное слоистое (безвихревое) движение.

Равнодействующая всех сил, действующих на шарик, будет равна:

$$R = P - \left(F_в + F\right). \qquad (6)$$

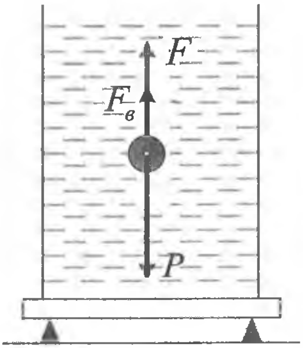


Рис.10.23

Сила сопротивления жидкости (5) с увеличением скорости движения шарика возрастает и достигнет значения, при котором равнодействующая сила R делается равной нулю. Если силы уравновешены, то движение шарика происходит с постоянной скоростью.

Для установившегося равномерного движения равенство (6) переходит в уравнение:

$$P - \left(F_в + F\right) = 0. \qquad (7)$$

Подставив в (7) соответствующие выражения сил $P$, $F_в$, $F$ и, решив его относительно коэффициента внутреннего трения, получим:

$$\eta = \frac{2}{9}(\rho - \rho_1)\frac{gr^2}{v} = \frac{1}{18}(\rho - \rho_1)\frac{gd^2}{v}, \qquad (8)$$

где $d = 2r$ – диаметр шарика. Выразив скорость равномерного движения через путь и время движения $t$, $v = l/t$, получим рабочую формулу:

$$\eta = \frac{1}{18}(\rho - \rho_1)\frac{gd^2}{l}t. \qquad (9)$$

## Контрольные вопросы

1. Назовите основные свойства жидкостей и газов. Дайте ихобъяснения на основе молекулярного строения вещества.
2. Что называется давлением? В каких единицах оно измеряется?
3. Как можно увеличить, или уменьшить давление? Приведите примеры.
4. Сформулируйте закон Паскаля. Приведите примеры, подтверждающие его справедливость.

5. Как определить давление на дно и стенки сосуда?

6. Как давление жидкости зависит от формы сосуда? Как давление жидкости зависит от площади дна сосуда?

7. В чем заключается закон сообщающихся сосудов? Приведите примеры сообщающихся сосудов.

8. Как располагаются свободные поверхности разнородных жидкостей в сообщающихся сосудах?

9. Какой выигрыш в силе дает гидравлический пресс?

10. Объясните справедливость «золотого правила» механики на примере гидравлического пресса.

11. Объясните причину возникновения выталкивающей силы, действующей на тело, погруженное в жидкость или газ.

12. Сформулируйте закон Архимеда.

13. Назовите условия, при которых тело, погруженное в жидкость (газ), тонет, всплывает или находится в состоянии безразличного равновесия.

14. Назовите прибор для определения плотности жидкости. Принцип его работы.

15. Объясните физический смысл уравнения неразрывности жидкости.

16. Выведите уравнение Бернулли. Сформулируйте его.

17. Какой вывод даёт уравнение Бернулли при течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения.

18. Приведите примеры применения уравнения Бернулли.

19. Какое течение жидкости называется ламинарным?

20. Какое течение жидкости называется турбулентным?

21. Что называется градиентом скорости?

22. Приведите формулу Ньютона для силы внутреннего трения.

23. В чём суть метода Стокса? Назовите силы, действующие на шарик, и выведите расчетную формулу для коэффициента вязкости.

# Глава 11. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

*Молекулярная физика* – раздел физики, изучающий строение и свойства вещества исходя из молекулярно – кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из частиц (молекул, атомов), находящихся в непрерывном движении. Идея об атомном строении вещества возникла в древней Греции в трудах ученых философов Демокрита и Эпикура (460 –270 гг. до н.э.). Мельчайшую частицу вещества Демокрит назвал атомом, что в переводе с греческого означает неделимый. Ар-Разий, Ибн Сина, Беруний развили атомистические представления и объяснили тепловые процессы, тепловое расширение и процессы диффузии. Абдурахман Хази (XII век) создал весы. Беруний (973-1050гг.) определил удельные весы различных веществ с большой точностью, изучил структуры различных минералов. Атомистические представления возродились вновь лишь в XVII веке в работах М.В. Ломоносова, взгляды которого на строение вещества и тепловые явления близки к современным. М.В. Ломоносов впервые объяснял тепловые явления на основе движения молекул, а не перетеканием «теплорода». Строгое развитие молекулярной теории относится к середине XIX века и связано с трудами немецкого физика Р.Клаузиуса, английского физика Дж. Максвелла, австрийского физика Л.Больцмана.

Процессы, изучаемые молекулярной физикой, являются результатом действия огромного числа молекул и подчиняются *статистическим* закономерностям.

*Термодинамика* – раздел физики, изучающий термические свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями, не рассматривая микропроцессы, которые лежат в основе этих превращений.

## 11.1. Молекулярно - кинетические представления

***Молекулярно – кинетической*** *теорией называется теория, объясняющая свойства и особенности веществ на основе движения и взаимодействия атомов и молекул, из которых они состоят.*

***Основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ):***

*1) все вещества состоят из частиц – атомов или молекул, между которыми имеются промежутки;*

*2) молекулы движутся непрерывно и хаотично (беспорядочно);*

*3) частицы взаимодействуют друг с другом (существуют силы взаимного притяжения и отталкивания).*

***Доказательства основных положений МКТ:***

- Механическое дробление веществ.
- Растворение веществ в жидкостях.
- Диффузия веществ друг в друга.
- Сжатие и расширение газов.
- Броуновское движение.
- Получение изображений крупных молекул с помощью современных микроскопов, а также отдельных атомов на ионном проекторе и в туннельном микроскопе.

***Молекула*** - мельчайшая частица вещества, обладающая его физическими и химическими свойствами, способная существовать самостоятельно. Молекула состоит из одного или нескольких *атомов*.

***Атом*** состоит из положительно заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов, вращающихся вокруг ядра, составляя электронную оболочку. Атом в целом электрически нейтрален. *Электрон* может покинуть атом и стать свободным. Атом с недостающими электронами превращается в *положительный ион*. Некоторые из свободных электронов присоединяются к нейтральной молекуле, превращая ее в *отрицательный ион*.

Молекулы, атомы, положительные и отрицательные ионы, свободные электроны являются *структурными элементами* вещества.

***Масса молекулы***. Массы атомов (молекул) весьма малы в привычных единицах (порядка $10^{-26}$ *кг)*, поэтому для их описания используют относительные единицы.

***Атомная единица массы*** – 1/12 массы атома углерода ($m_{0c}$):

1 а.е.м.$=1/12\ m_{0c}=1{,}66\cdot10^{-27}$ *кг.*

***Относительная молекулярная масса:***

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12}m_{0C}} = \frac{m_0}{1а.е.м}$$ (безразмерная величина),

где $m_0$ – масса молекулы.

$M_r$ показывает во сколько раз масса молекулы больше 1/12 массы атома углерода или 1 а.е.м.

***Количество вещества. Число Авогадро***

ν (моль) - количество вещества, масса которого в граммах численно равна относительной массе.

*1 моль любого вещества содержит одинаковое число атомов, (молекул), равное числу атомов в 0,012 килограммах углерода.*

$N_A=6{,}022\cdot10^{23}$ *1/моль* - число Авогадро.

Число Авогадро показывает, сколько атомов (молекул) содержится в одном моле любого вещества.

*Количество вещества можно определить по формуле* $\nu = \frac{N}{N_A}$,

где $N$ – число атомов.

***Молярная масса*** $\mu$ – масса вещества одного моля.

$$\mu = m_0 N_A \Rightarrow m_0 = \frac{\mu}{N_A}, \quad \mu(\frac{кг}{моль}),$$

где $m_0$ - масса одного атома.

*Связь* относительной молекулярной массы $M_r$ и молярной массы $\mu$:

$$\mu = M_r \cdot 10^{-3}\frac{кг}{моль}.$$

Число молей ν и число атомов $N$ в веществе массой $m$ определяют по формулам:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = \frac{m}{\mu}N_A.$$

**Размеры молекул**

Размеры атомов (молекул) равны $10^{-10} - 10^{-9}$ м. Число атомов (молекул) в единице объема вещества (твердого тела или жидкости) порядка $10^{22}$ в 1 см$^3$.

***Метод масляной пленки*** это наиболее простой метод оценки размера молекул. При растекании масла по поверхности воды оно образует слой толщиной в одну молекулу (рис.11.1).

Рис.11.1

$$d = \frac{V}{S},\ d \sim 10^{-8} см = 1A^0 \text{ - ангстрем,}$$

где $d$ – диаметр молекулы (толщина слоя пленки);

$V$ – объем масляной капли;

$S$ – площадь масляной пленки.

Линейный размер $a$, приходящийся на один атом, можно определить по формуле: $a = \sqrt[3]{V_1} = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho N}} = \sqrt[3]{\frac{N\mu}{N_A \rho N}} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}}$,

где $V_1$ – объем, приходящийся на один атом;

$m$ – масса вещества; $\rho$ – плотность вещества;

$N$ – число атомов (молекул); $\mu$ – молярная масса.

***Взаимодействие молекул***

*Взаимодействие молекул имеет электромагнитную природу.*

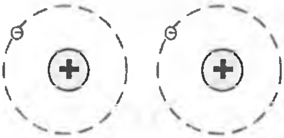


Рис.11.2

Атом имеет положительно заряженное ядро и отрицательную оболочку. Два соседних атома взаимодействуют так, что одновременно существует и сила притяжения, и сила отталкивания (рис. 11.2).

*Электрон и ядро притягиваются; ядро и ядро, электрон и электрон отталкиваются.*

*Сила взаимодействия является результирующей силой притяжения и отталкивания* (рис. 11.3).

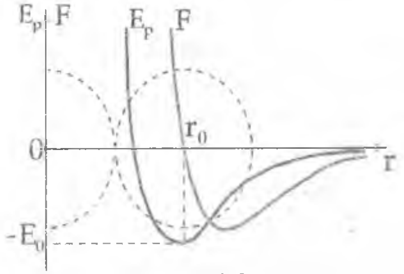


Рис.11.3

При $r = r_0$, $F=0$ - положение равновесия.

При $r<r_0$, $F>0$ – *силы отталкивания больше, чем силы притяжения.*

При $r>r_0$, $F<0$ – *силы притяжения больше, чем силы отталкивания.*

*При* $r \to \infty$, $F \to 0$.

*При* $r = r_0$ *- сила притяжения равна силе отталкивания, сила взаимодействия обращается в нуль. Это расстояние условно принимают за диаметр молекулы. Потенциальная энергия взаимодействия при* $r = r_0$ *минимальна. Чтобы удалить друг от друга две молекулы, находящиеся на расстоянии* $r_0$, *нужно сообщить им дополнительную энергию* $E_0$, *называемую* **энергией связи.**

Силы взаимодействия стремятся вернуть молекулы в положение равновесия, что объясняет происхождение сил упругости и справедливость закона Гука при упругих деформациях.

**Броуновское движение**

***Броуновское движение*** - это тепловое движение мельчайших частиц, взвешенных в жидкости или газе (рис.11.4).


Рис. 11.4

Оно было открыто английским ботаником Броуном и явилось наглядным доказательством *хаотичного молекулярного движения*. Броуновские частицы движутся под влиянием ударов молекул. Из-за хаотичности теплового движения молекул эти удары никогда не уравновешивают друг друга.

В результате скорость броуновской частицы беспорядочно меняется по величине и направлению, а ее траектория представляет собой сложную зигзагообразную кривую.

Молекулярно-кинетическая теория броуновского движения была создана А. Эйнштейном.

***Основные закономерности броуновского движения:***

1. Движение броуновской частицы непрерывно и хаотично.
2. Траектория представляет собой сложную зигзагообразную кривую.
3. Характер движения не зависит от биологических свойств вещества (неживая природа броуновского движения).
4. Скорость движения частиц обратно пропорционально их массам $v \sim \frac{1}{m}$.
5. Квадрат смещения $r^2$ броуновской частицы от начального положения, усредненный по многим броуновским частицам, изменяется пропорционально времени (диффузионный закон) $\langle r^2 \rangle = Dt$, при этом коэффициент диффузии $D$ пропорционален абсолютной температуре $T$.

**Диффузия**

***Диффузией*** называется *процесс самопроизвольного выравнивания концентраций молекул жидкости или газа в различных частях объема.* Диффузия приближает систему к состоянию термодинамического равновесия. Если в двух половинах сосуда находятся разные газы (при одинаковых температуре и давлении) и между ними нет разделяющей перегородки, то вследствие теплового движения молекул возникает процесс *взаимопроникновения газов*. Этот процесс называется диффузией. Скорость диффузии сильно зависит от температуры и длины *свободного пробега молекул*, то есть от среднего расстояния, которое пролетают молекулы между двумя последовательными соударениями с другими молекулами. Процесс диффузии протекает достаточно медленно, если длина свободного пробега намного меньше размеров сосуда.

Взаимопроникновение молекул из одной половины сосуда в другую, соединенных трубкой, также называют диффузией. Скорость процесса в этом случае сильно зависит от геометрических размеров соединительной трубки.

**Измерение температуры**

*1. **Температура** – физическая величина, определяющая степень нагретости тела.*

*2. Температура указывает направление передачи теплоты (от горячего тела к холодному).*

*3. Температура характеризует состояние теплового равновесия (при тепловом равновесии температура тел равна между собой).*

Рис.11.5

Для измерения температуры используются физические приборы – ***термометры***, в которых о величине температуры судят по изменению какого-либо физического параметра (рис.11.5).

В общеизвестном ***ртутном термометре*** значение температуры определяется по высоте подъема столбика ртути в капилляре. Градуировка этого термометра использует тот факт, что термометрическая величина объема ртути, изменяется прямо пропорционально температуре. Наиболее распространена в быту шкала Цельсия, в которой за начало отсчета температуры (0°C) принимается температура тающего льда, а второй опорной точкой (100°C) является температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении. Интервал между этими опорными точками делится на сто равных частей (градусы).

**В** ***газовом термометре*** термометрическим веществом является разреженный газ (гелий, воздух) в сосуде неизменного объема ($V$ = const), а термометрической величиной – давление газа $p$. Опыт показывает, что давление газа (при $V$ = const) линейно растет с ростом температуры (рис. 11.6).

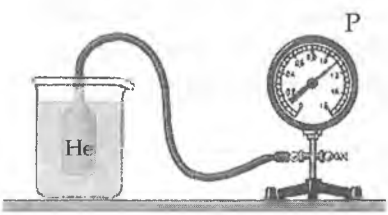



Рис.11.6

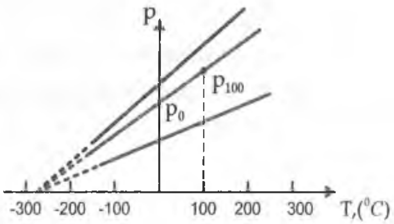



Рис.11.7

Чтобы проградуировать газовый термометр постоянного объема, можно измерить давление при двух значениях температуры (например, 0°C и 100°C), нанести точки $p_0$ и $p_{100}$ на график, а затем провести между ними прямую линию. Эти точки называют реперными точками (рис. 11.7).

Используя полученный таким образом график, можно определять температуру, соответствующую другим значениям давления. Экстраполируя график в область низких давлений, можно определить некоторую «гипотетическую» температуру, при которой давление газа стало бы равным нулю. Эта температура равна –273,15°C и не зависит от свойств газа. На опыте невозможно получить путем охлаждения газа в состоянии с нулевым давлением, так как при очень низких температурах все газы переходят в жидкие или твердые состояния.

***Температуры ниже абсолютного нуля в природе быть не может.***


$T = t + 273{,}15 \quad t \quad F = \frac{9}{5}t + 32$

Рис.11.8

Для измерения температуры в настоящее время применяют три шкалы (рис. 11.8):

- ✓ термодинамическую абсолютную шкалу Кельвина;
- ✓ международную практическую шкалу Цельсия;
- ✓ шкалу Фаренгейта (применяется в США).

Английский физик У. Кельвин (Томсон) в 1848 г. предложил использовать точку нулевого давления газа для построения новой температурной шкалы (шкала Кельвина). В этой шкале единица измерения температуры такая же, как и в шкале Цельсия, но нулевая точка сдвинута:

$$T_K = T_C + 273{,}15.$$

В системе СИ принято единицу измерения температуры по шкале Кельвина называть кельвином и обозначать буквой $K$. Например, комнатная температура $T_C = 20°C$ по шкале Кельвина равна $T_K = 293{,}15$ K.

Температурная шкала Кельвина называется ***абсолютной шкалой температур.***

Кроме точки нулевого давления газа, которая называется ***абсолютным нулем температуры***, достаточно принять еще одну фиксированную опорную точку. В шкале Кельвина в качестве такой точки используется температура тройной точки воды (0,01°C), в которой в тепловом равновесии находятся все три фазы – лед, вода и пар. По шкале Кельвина температура тройной точки принимается равной 273,16 K.

## 11.2. Основное уравнение молекулярно – кинетической теории

***В идеальном газе:***

*1. Собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда.*

*2. Между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия.*

*3. Столкновения молекул между собой и со стенками центральные и абсолютно упругие.*

Идеальный газ – это модель. Реальный газ при давлениях $p \leq 10$ *атм* близок к идеальному.

*В кинетической модели идеального газа молекулы рассматриваются как идеально упругие шарики, взаимодействующие между собой во время столкновений центральными силами. В результате каждого столкновения между молекулами их скорости изменяются по величине и направлению. В газах обычно среднее расстояние между молекулами значительно превышает их размер; поэтому на интервалах между последовательными соударениями молекулы двигаются равномерно и прямолинейно. Соударения приводят к случайному движению молекул, которое принято называть тепловым движением.*

*Давление газа на стенку сосуда*

При своем движении молекулы газа ударяют о стенку сосуда. Совокупность множества ударов молекул создает давление газа на стенку сосуда (рис.11.9).

Удар одной молекулы массой $m_0$ о стенку изменяет ее импульс на $2m_0\overline{v}$. За время $t$ площадки $S$ достигнут молекулы, удаленные от нее на расстояние $\overline{v}t$, где $\overline{v}$ – средняя скорость движения молекул. В выделенном объеме $\overline{v}tS$ число молекул равно $n\overline{v}tS$, где $n$ – концентрация молекул.

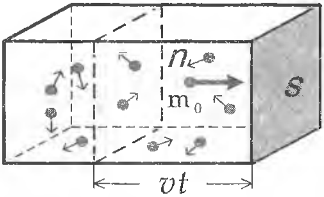



Рис.11.9

У прямоугольного сосуда 6 граней (стенок), поэтому число ударов $z$ в одну стенку равно $\frac{1}{6}$, числа молекул в выделенном объеме: $z = \frac{1}{6}n\overline{v}ts$.

Полное изменение импульса стенки равно:

$$2m_0\overline{v}z = 2m_0\overline{v}\cdot\frac{1}{6}n\overline{v}ts = \frac{1}{3}nm_0\overline{v}^2ts.$$

Так как импульс силы Ft равен изменению импульса тела, получим:

$$Ft = \frac{1}{3}nm_0\overline{v}^2ts.$$

Найдем давление P: $P = \frac{F}{S} = \frac{1}{3}nm_0\overline{v}^2$. (1)

Полученное выражение является основным уравнением молекулярно-кинетической теории. Заменяя $\frac{m_0\overline{v}^2}{2} = \overline{E}$, где $\overline{E}$ – средняя кинетическая энергия движениямолекул, получим основное уравнениемолекулярно-кинетической теории в следующем виде:

$$P = \frac{2}{3}n\overline{E}. \qquad (2)$$

*Давление идеального газа пропорционально произведению числа молекул в единице объема на среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы.*

Несложные преобразования дают еще одну форму записи основного уравнения МКТ: $P=\frac{1}{3}nm_0\overline{v}^2=\frac{1}{3}\frac{N}{V}m_0\overline{v}^2=\frac{1}{3}\frac{m}{V}\overline{v}^2=\frac{1}{3}\rho\overline{v}^2$, (3)

где $\rho$ – плотность газа; а $m = Nm_0$ – вся масса газа.

Итак, основное уравнение МКТ можно выразить одной из трех формул (1), (2), (3).

## 11.3. Уравнение состояния идеального газа

***Термодинамические параметры***

Состояние газа определяется параметрами: давление P (Па), объем V($м^3$), температура T(K).

***Термодинамическое равновесие***

Система, состоящая из нескольких тел, самопроизвольно стремится к состоянию термодинамического равновесия, состояния, при котором температуры тел выравниваются, а давления и объемы остаются неизменными.

*Две системы, находящиеся в тепловом равновесии с третьей системой, находятся в тепловом равновесии друг с другом* (нулевой закон термодинамики).

Опытным путем было установлено, что для данной массы газа справедливо соотношение:

$$\frac{pV}{T}=const \quad \text{или} \quad \frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$$ – уравнение Клайперона. (1)

Как следует из закона Авогадро, один моль идеального газа, при нормальных условиях ($P_0$ =1,013 $10^5$ Па=1атм; $T_0$ =273K) занимает объем $V_м$=22,4$дм^3$. Подставим эти значения в формулу (1), получим:

$$\frac{p_0V_м}{T_0}=\frac{1,013\times10^5\times22,4\times10^{-3}}{273}=8,31\frac{Dж}{моль\times град}.$$

Введем обозначение: $R=8,31\dfrac{Dж}{моль\times град}$, которое называется универсальной газовой постоянной.

Тогда $\dfrac{p_0V_м}{T_0}=R$; умножим левую и правую часть на $\nu$, учитывая, что $V_м\nu=V$; получим уравнение состояния идеального газа $\dfrac{P_0V}{T_0}=\dfrac{PV}{T}=\nu R$ или в виде: $PV=\nu RT$ – уравнение Менделеева - Клайперона, (2)

где $\nu$ – число молей газа в сосуде.

После преобразований выражения (2), учитывая, что $\nu=\dfrac{N}{N_A}$, $k=\dfrac{R}{N_A}=1,38\times10^{-10}\dfrac{Дж}{град}$ постоянная Больцмана и $n=\dfrac{N}{V}$ концентрация, получим уравнение для вычисления давления газа в зависимости от концентрации и температуры:

$$p=nkT. \qquad (3)$$

Итак, уравнение состояния газа можно выразить одной из трех формул (1), (2), (3).

## Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основные положения МКТ.
2. Приведите примеры, подтверждающие справедливость основных положений МКТ.
3. Вывести соотношение между молярной массой и относительной молекулярной.
4. Что принято за атомную единицу массы?
5. В каких единицах измеряются: масса молекул, относительная молекулярная масса, молярная масса и количество вещества?
6. В чем состоит физический смысл числа Авогадро?

7. Оцените размер атома любого вещества (например, алюминия).

8. Какова природа сил взаимодействия между молекулами?

9. Объясните происхождение сил упругости на основе МКТ.

10. Что называется броуновским движением? Назовите основные закономерности броуновского движения.

11. Почему крупные частицы не совершают броуновского движения?

12. Что называется диффузией? От чего зависит скорость диффузии?

13. Опишите модель «идеального газа».

14. Какие шкалы приняты для измерения температуры? Соотношения между ними.

15. Какими параметрами определяется состояние газа?

16. Какой параметр у нескольких тел должен быть одинаковым, если эти тела находятся в термодинамическом равновесии?

17. Выведите уравнение состояния идеального газа

18. Какими формулами можно задать уравнения состояния идеального газа?

19. Какая температура является абсолютным нулем температуры?

20. Чем обусловлено давление газа на стенку сосуда?

21. Какой параметр состояния газа определяется основным уравнением МКТ?

22. Как определить давление газа на стенку сосуда, зная среднюю кинетическую энергию движения молекул?

23. Как определить давление газа, на стенку сосуда зная плотность газа?

# Глава 12. СТАТИСТИЧЕСКИЙ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ В МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ

## 12.1. Изопроцессы. Газовые законы

***Изопроцессами*** *называются процессы, в которых один из параметров p, V или T остается неизменным.*

***Изобарический процесс***

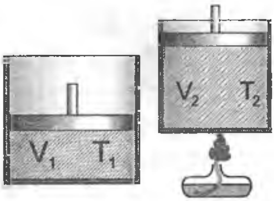



Рис. 12.1

*Изобарический процесс - это процесс изменения состояния термодинамической системы при постоянном давлении P.*

**Объем изменяется прямо пропорционально температуре (рис. 12.1):**

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Для идеального газа при *P=const;* уравнение состояния идеального газа примет вид:

$$\frac{V}{T} = \frac{\nu R}{P} = const. \qquad (1)$$

***Закон Гей-Люссака:*** *Отношение объема к температуре постоянно для газа данной массы, если давление газа не меняется.*

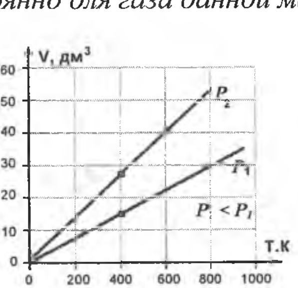



Рис. 12.2

В осях *(V,T)* изобарические процессы при разных значениях давления *P* изображаются семейством прямых линий, которые называют *изобарами* (рис. 12.2).

Пусть $\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$, $\frac{1}{T_0} = \frac{1}{273^0} = \alpha$, где $\alpha(\frac{1}{град})$ – температурный коэффициент объемного расширения.

Отсюда: $V = \alpha V_0 T$. (2)

Учитывая, что $T=273^0+t$, получим формулу $V = V_0(1+\alpha t)$. (3)

Закон Гей-Люссака может быть выражен формулами (1), (2), (3).

***Изохорический процесс***

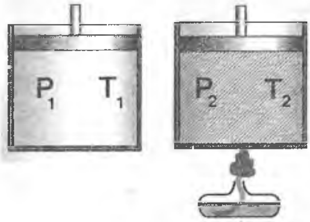




Рис. 12.3

*Изохорический процесс – это процесс изменения состояния термодинамической системы при постоянном объеме V.*

Давление возрастает прямо пропорционально температуре (рис. 12.3):

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Для идеального газа при $V=const$ уравнение состояния идеального газа примет вид: $\frac{P}{T} = \frac{\nu R}{V} = const.$ (1)

***Закон Шарля**: Отношение давления газа к температуре постоянно для данной массы газа, если объем газа не меняется.*

Пусть $\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0}$, здесь $\frac{1}{T_0} = \frac{1}{273^0} = \beta$. Величина $\beta\ (\frac{1}{град})$ называется температурнымкоэффициентом давления. Отсюда:

$$p = \beta\ p_0 T\ . \qquad (2)$$

Учитывая $T=273^0+t$, получим формулу:

$$P = P_0(1+\beta t). \qquad (3)$$

Закон Шарля может быть выражен формулами (1), (2), (3).

В осях $(P,T)$ изохорические процессы при разных значениях объема $V$ изображаются семейством прямых линий, которые называют *изохорами* (рис. 12.4).

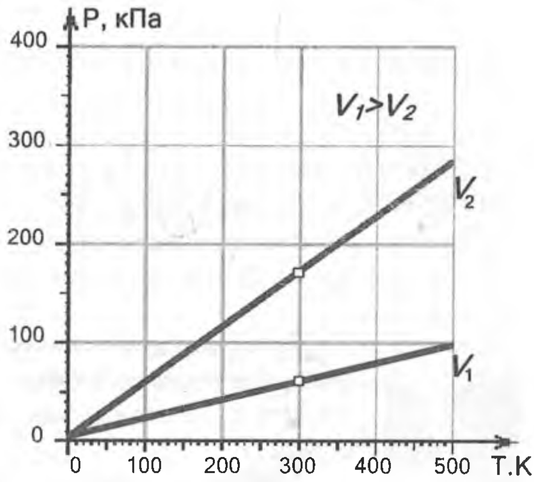



Рис. 12.4

## *Изотермический процесс*

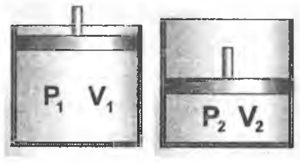



Рис. 12.5

*Изотермический процесс – это процесс изменения состояния термодинамической системы при постоянной температуре T.*

Давление газа изменяется обратно пропорционально объему (рис. 12.5):

$$p_1V_1 = p_2V_2 .$$

Для идеального газа при T=*const* уравнение состояния идеального газа примет вид:

$$p\,V\;= \nu RT = const.$$

***Закон Бойля-Мариотта:*** *Произведение давления газа на его объем остается величиной постоянной для данной массы газа, если температура газа не меняется.*

В осях *(p, V)* изотермические процессы при различных значениях температуры *T* изображаются семейством гипербол, которые называются *изотермами* (рис. 12.6).

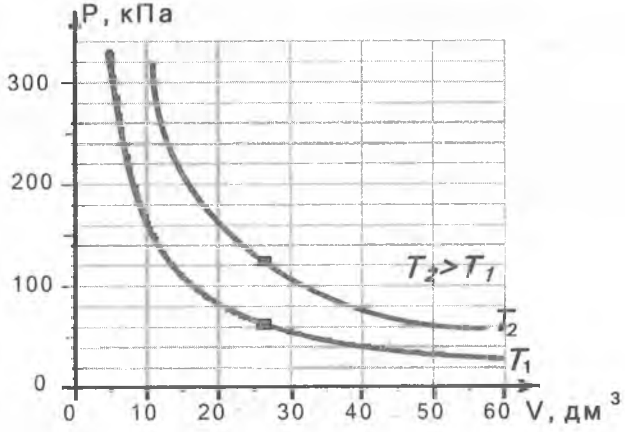



Рис. 12.6

## 12.2. Статистический и термодинамический методы исследования процессов в молекулярной физике

Молекулярная физика и термодинамика изучают макроскопические процессы в телах, связанные с огромным числом содержащихся в них атомов и молекул. Для исследования этих процессов применяются два качественно различных и дополняющих друг друга метода: ***статистический и термодинамический***.

Свойства большого числа молекул отличны от свойств отдельной молекулы и подчиняются статистическим закономерностям. Статистический метод основан на том, что свойства макроскопической системы определяются свойствами частиц системы и ***усредненными значениями*** динамических характеристик этих частиц (скорости, энергии и т.д.) Например, температура тела определяется скоростью беспорядочного движения его молекул, но в любой момент времени разные молекулы имеют различные скорости, но она может быть выражена только через среднее значение скорости движения молекул. Нельзя говорить о температуре одной молекулы. Таким образом, макроскопические характеристики тел имеют физический смысл лишь в случае большого числа молекул.

Термодинамика изучает свойства макроскопических систем в состоянии термодинамического равновесия и процессы перехода между этими состояниями. Термодинамика не рассматривает микропроцессы, которые лежат в основе этих превращений. Этим термодинамический метод отличается от статистического метода.

***Температура - мера движения молекул.***

Из уравнений $p = \frac{2}{3} n\bar{E}$ и $p = nkT$, приравнивая правые части, получим: $\bar{E} = \frac{3}{2} kT$ – для одноатомного газа, где $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ дж/К – постоянная Больцмана.

*Средняя кинетическая энергия хаотического движения молекул газа прямо пропорциональна абсолютной температуре.*

*Температура есть мера средней кинетической энергии теплового движения молекул.*

## 12.3. Скорость движения молекул идеального газа

Для идеального газа кинетическая энергия выражается формулами:

$\bar{E} = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2}$ и $\bar{E} = \frac{3}{2} kT$; приравняв правые части, получим:

$$\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Последняя формула позволяет теоретически вычислить среднюю скорость движения молекул газа, зная его температуру $T$ и молярную массу $\mu$ : $v = \sqrt{\bar{v}^2}$ - среднеквадратичная скорость.

Отметим, что величина средней скорости движения молекул газа весьма значительна. Например, средняя скорость движения молекул кислорода при комнатной температуре составляет 500м/с.

О.Штерн экспериментально определил скорость движения молекул, используя метод молекулярных пучков (Нобелевская премия 1945 г.). Опытное значение скорости (для молекул серебра) совпало с теоретическим, что подтвердило справедливость молекулярно-кинетической теории.

***Опыт Штерна***

Прибор, использованный Штерном для определения скоростей молекул, состоит из двух скрепленных коаксиальных цилиндров (рис.12.7). Цилиндры могут быть приведены во вращение с большой угловой скоростью. В поверхности внутреннего цилиндра сделана щель. По оси цилиндров расположена серебряная проволока, которая при нагревании испаряется. Весь прибор находится в вакуумной камере.

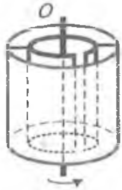



Рис. 12.7

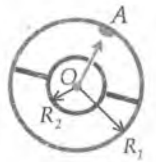



Рис. 12.8

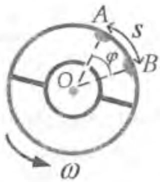



Рис. 12.9

Если цилиндры неподвижны, то испарившиеся атомы серебра, проходя через щель во внутреннем цилиндре, осаждаются в определенной точке на внутренней поверхности внешнего цилиндра (рис. 12.8). Если теперь привести цилиндры во вращение с известной угловой скоростью (в опыте Штерна частота вращения равнялась $\nu = 1500\ с^{-1}$), то за время, пока пучок атомов серебра, двигаясь со средней скоростью $\overline{v}$, пролетит расстояние между цилиндрами $t = (R2 - R1)/\overline{v}$, точка А, находящаяся на одном радиусе с щелью О, сдвинется в точку В на расстояние $s = 2\pi R2 \nu\, t$ (рис. 12.9). Отсюда можно определить среднюю скорость движения молекул:

$$\overline{v} = \frac{2\pi\nu(R_2 - R_1)R_2}{s}$$

***Выводы из опыта Штерна:***

*1.Скорость движения молекул, полученная экспериментально, совпадает с вычисленной опыта, по формуле* $\overline{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$, *вытекающей из МКТ и подтверждает справедливость данной теории.*

*2.Молекулы движутся с различными скоростями. Исследуя толщину осажденного слоя, можно оценить распределение молекул по скоростям, которое соответствует максвелловскому распределению.*

## 12.4. Распределение Максвелла. Барометрическая формула

### Распределение Максвелла

*Распределение молекул газа по величине скоростей называется распределением Максвелла* (рис. 12.10).

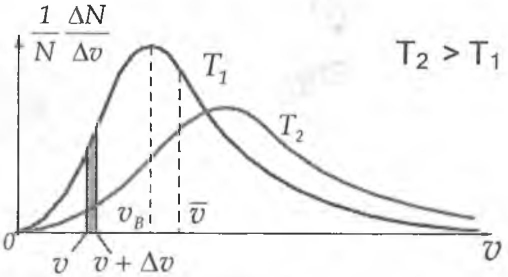



Рис.12.10

Молекулы газа вследствие теплового движения испытывают многочисленные соударения друг с другом. При каждом соударении скорости молекул изменяются как по величине, так и по направлению.

В результате в сосуде, содержащем большое число молекул, устанавливается некоторое статистическое распределение молекул по скоростям, зависящее от абсолютной температуры $T$. При этом все направления векторов скоростей молекул оказываются равноправными (равновероятными), а величины скоростей подчиняются определенной закономерности:

$$f(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\upsilon^2 \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right).$$

Если одновременно измерить скорости большого числа $N$ (площадь фигуры под графиком на рис. 12.10) молекул газа и выделить некоторый малый интервал скоростей от $v$ до $v + \Delta v$, то в выделенный интервал $\Delta v$ попадает некоторое число $\Delta N$ молекул (площадь узкой полоски). На графике удобно изображать зависимость величины $\frac{\Delta N}{\Delta v}$ от скорости $v$. При достаточно большом числе $N$, эта зависимость изображается плавной кривой, имеющей максимум при $v_в$:

$$v_в = v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$ – наиболее вероятная скорость.

Характерным параметром распределения Максвелла является среднеквадратичная скорость $\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$.

При повышении температуры максимум функции распределения молекул по скоростям смещается вправо, однако площадь, ограниченная кривой, остается неизменной, так как общее число молекул не зависит от температуры. Поэтому при повышении температуры кривая распределения будет растягиваться и понижаться.

Отметим, что форма полоски напыленных молекул в опыте Штерна в разрезе, напоминает по форме кривую распределения молекул по скоростям.

**Барометрическая формула**

В однородном поле тяготения Земли тепловое движение молекул приводит к некоторому стационарному состоянию газа, при котором давление газа с высотой убывает. Давление на высоте $h$ газа с молярной массой $\mu$ относительно уровня моря, где давление $p_0$ считается нормальным, определяется формулой

$$p = p_0 \exp(-\frac{\mu g h}{RT}).$$

***Зависимость атмосферного давления от высоты***

Если подниматься над уровнем моря на высоту $h$ (например, в горах), то величина атмосферного давления уменьшается из-за уменьшения высоты столба атмосферы (рис. 12.11).

Установлено, что на каждые 12 м высоты давление уменьшается на *1 мм рт.ст. (133 Па)*.

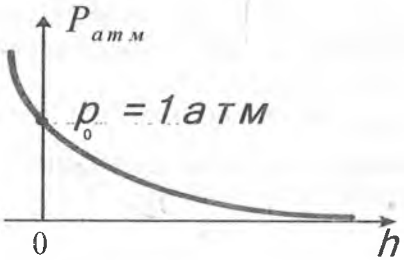



Рис.12.11

Если опускаться ниже уровня моря, то давление возрастает по той же зависимости (график на рис. 12.11 при $h<0$).

Зависимость давления атмосферы от высоты называется *барометрической формулой*:

$$p = p_0 e^{-\mu g h / RT},$$

где $p_0$ – давление на уровне моря, то есть нормальное атмосферное давление;

$p$ – давление атмосферы на высоте $h$;

$\mu$ – молярная масса газа (воздуха);

$T$ – температура в кельвинах;

$R$ – универсальная газовая постоянная.

Эта зависимость позволяет определять высоту, измеряя давление. Барометр, проградуированный в значениях высоты, называется *альтиметром* (высотомер).

***Закон Дальтона. Явление осмоса***

Если в сосуде находится смесь газов, то каждый из них вносит свой вклад в общее давление. Парциальным давлением называют давление одного из газов при условии, что все остальные удалены из сосуда. Экспериментально установленный закон Дальтона утверждает:

*Давление в смеси химически невзаимодействующих газов равно сумме их парциальных давлений:*

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i.$$

При этом парциальное давление каждого из газов подчиняется, в случае достаточно разреженных газов, ***уравнению состояния идеального газа:***

$$P_1V = \frac{m_1}{\mu_1}RT, \quad P_2V = \frac{m_2}{\mu_2}RT,$$

где $V$ – объем смеси; $T$ – абсолютная температура; $m_1$, $m_2$ – массы различных газов в смеси; $\mu_1$, $\mu_2$ – их молярные массы.

Примером газовой смеси является воздух, состоящий из азота, кислорода, углекислого газа и других газов.

Иллюстрацией закона Дальтона может служить процесс диффузии газа через полупроницаемую перегородку (мембрану). Пусть в начальный момент два разных газа занимают две половины сосуда, разделенные полупроницаемой мембраной. Температуры обоих газов и их начальные давления одинаковы. Мембрана полностью непроницаема для одного из газов и частично прозрачна для другого. В процессе диффузии газа через полупроницаемую перегородку давление в одной половине сосуда возрастает в соответствии с законом Дальтона, а в другой - падает. Это явление носит название ***осмоса***.

## Контрольные вопросы

1. Какие процессы называются изопроцессами? Назовите их.
2. Какой закон описывает изобарический процесс? Сформулируйте его.
3. Изобразите изобарный процесс графически в осях V(T), P(V), P(T).
4. Какой процесс называется изохорический? Какому закону он подчиняется? Как практически его осуществить?
5. Изобразите изохоры на графиках в осях: P(T), P(V), V(T).
6. Какой процесс подчиняется закону Бойля-Мариотта?
7. Начертите изотермы соответствующие двум температурам ($T_2>T_1$) в осях P(V) и V(T).
8. В чем отличие статистического и термодинамического методов исследования?
9. Какая физическая величина является мерой средней кинетической энергии движения молекул?

10. Как вычислить среднюю скорость движения молекул газа, зная его температуру и молярную массу?

11. Начертите и объясните кривую распределения Максвелла.

12. Что такое наиболее вероятная скорость и среднеквадратическая скорость?

13. Как найти давление смеси газов если парциальные давления каждого газа $P_1, P_2, \dots, P_n$? Как этот закон называется?

# Глава 13. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

## 13.1. Внутренняя энергия. Работа газа. Количество теплоты. Внутренняя энергия

Внутренней энергией термодинамической системы называется сумма кинетической энергии хаотического движения молекул и потенциальной энергии их взаимодействия.

Молекулы идеального газа не взаимодействуют, поэтому потенциальная энергия молекул считается равной нулю.

***Внутренняя энергия** U идеального газа равна сумме кинетических энергий хаотически движущихся молекул:*

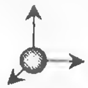
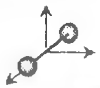
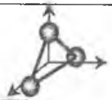
$$U = \bar{E}_к N = \frac{3}{2}kT\frac{m}{\mu}N_A = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT$$

*Внутренняя энергия U идеального газа не зависит от объема V и прямо пропорциональна абсолютной температуре.*

У реальных газов, жидкостей и твердых тел средняя потенциальная энергия взаимодействия молекул не равна нулю. Средняя потенциальная энергия взаимодействия молекул зависит от объема вещества, так как при изменении объема меняется среднее расстояние между молекулами.

Внутренняя энергия U реальных газов зависит от макроскопических параметров: температуры T и объема *V*.

***Число степеней свободы** – это число независимых переменных,* полностью определяющих положение системы в пространстве.

| Число степеней свободы | Одноатомный газ | Двухатомный газ | Многоатомный газ |
|---|---|---|---|
| |  |  |  |
| Поступательных | 3 | 3 | 3 |
| Вращательных | – | 2 | 3 |
| Всего | 3 | 5 | 6 |

В *реальных* молекулах нет жесткой связи между атомами в молекуле, поэтому необходимо учитывать также степени свободы колебательного движения атомов внутри молекулы.

Независимо от общего числа степеней свободы молекулы, ***три степени свободы всегда поступательные***. На каждую из них приходится треть *кинетической энергии поступательного движения молекулы* $\bar{E}_к$:

$$\bar{E}_{к1} = \frac{\bar{E}_к}{3} = \frac{3/2\, kT}{3} = \frac{1}{2}kT.$$

**Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы (закон равнораспределения):** *Для системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия на каждую поступательную и вращательную степень свободы - приходится, в среднем кинетическая энергия, равная* $kT/2$, *а на каждую колебательную степень свободы* – в *среднем энергия, равная* $kT$.

Энергия колебательных степеней свободы вдвое больше, поскольку колебательная система обладает равными по величине средними значениями как кинетической, так и потенциальной энергии.

Таким образом, ***средняя энергия молекулы:*** $\bar{E}_к = \frac{i}{2}kT$,

где $i$ – сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{пост} + i_{вращ} + 2 \cdot i_{колеб}.$$

В идеальном газе молекулы между собой не взаимодействуют и их потенциальная энергия равна нулю. Поэтому внутренняя энергия *одного моля* идеального газа $U_\mu$ и *произвольной массы* $m$ газа $U$ будут, соответственно:

$$U_\mu = \bar{E}_к N_A = \frac{i}{2}kTN_A = \frac{i}{2}RT, \quad U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT = \nu\frac{i}{2}RT.$$

**Работа газа**

В отличие от твердых и жидких тел газы могут сильно изменять свой объем. При этом совершается механическая работа. Если газ подвергается сжатию в цилиндре под поршнем, то внешние силы совершают над газом некоторую положительную работу $A'$. В то же время силы давления, действующие со стороны газа на поршень, совершают работу $A = -A'$ (рис. 13.1).

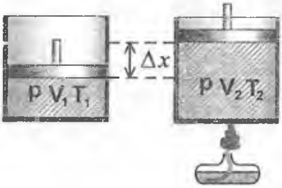



Рис. 13.1

Если объем газа изменился на величину $\Delta V$, то газ совершает работу

$$A = F\Delta x = pS\Delta x = p\Delta V,$$

где $p$ – давление газа, $S$– площадь поршня, $\Delta x$– его перемещение. *При расширении работа, совершаемая газом, положительна, а при сжатии – отрицательна.*

В общем случае при переходе из некоторого начального состояния (1) в конечное состояние (2) работа математически выражается формулой

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV.$$

*Работа численно равна площади фигуры под графиком процесса на диаграмме* ($p$, $V$) (рис. 13.2).

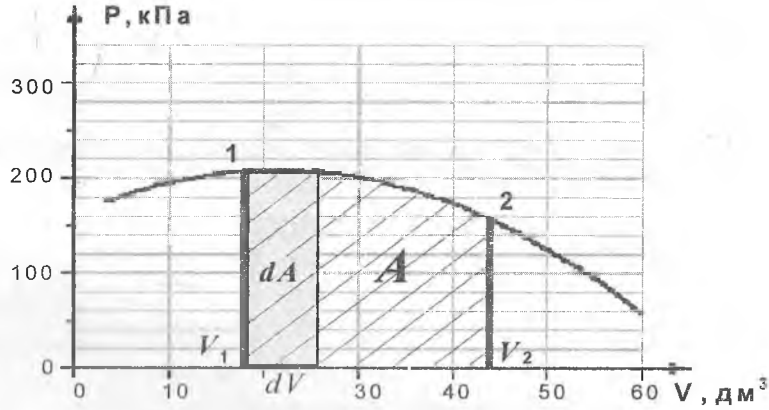



Рис. 13.2

На рис. 13.3 изображены три различных процесса, переводящих газ из состояния (1) в состояние (2). Во всех трех случаях газ совершает различную работу.

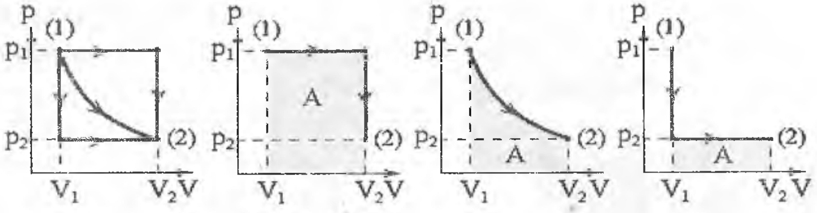



Рис. 13.3

Процессы, изображенные на рис. 13.3, можно провести и в обратном направлении; тогда работа $A$ просто изменит знак на противоположный. Процессы такого рода, которые можно проводить в обоих направлениях, называются ***обратимыми.***

***Физический смысл молярной газовой постоянной R***

Применяя уравнение состояния и работы газа получим:

$$A = P\Delta V = \nu R\Delta T \Rightarrow R = \frac{A}{\nu\Delta T};\ \left(\frac{Дж}{К \cdot моль}\right).$$

*Молярная газовая постоянная численно равна работе, совершаемой одним молем идеального газа при его изобарическом нагревании на один кельвин.*

**Количество теплоты**

*Процесс передачи энергии от одного тела к другому без совершения работы называют* ***теплообменом*** *или* ***теплопередачей****.*

*Количеством теплоты Q называют энергию, полученную (или отданную) телом в процессе теплообмена.*

| ***Нагревание*** | ***Охлаждение*** |
|---|---|
| $Q = cm(t_2 - t_1);\ t_2>t_1;\ Q>0.$ | $Q = cm(t_2 - t_1);\ t_2<t_1;\ Q<0.$ |
| Энергия поглощается | Энергия выделяется |

$c\ \left(\frac{Дж}{кг \cdot К}\right)$ *– удельная теплоемкость вещества, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания тела массой 1кг на один градус (табличная величина). C=cm* $\left(\frac{Дж}{К}\right)$ *– теплоемкость тела массой* m.

| *Плавление* | *Кристаллизация* |
|---|---|
| *Процесс перехода вещества из твердого состояния в жидкое* | *Процесс перехода вещества из жидкого состояния в твердое* |
| $Q = \lambda m$ | $Q = -\lambda m$ |
| Энергия поглощается | Энергия выделяется |
| Протекает при постоянной температуре, называемой *температура плавления* $t_{пл}$ | Протекает при постоянной температуре, называемой *температура кристаллизации* $t_{кр}$ |
| Вещества отвердевают (кристаллизуются) при той же температуре, при которой плавятся; $t_{пл.} = t_{кр}$ | |

$\lambda$ $(\frac{Дж}{кг})$ *- удельная теплота плавления, равная количеству теплоты, необходимому для превращения 1кг твердого вещества в жидкость при температуре плавления (табличная величина).*

| *Парообразование* | *Конденсация* |
|---|---|
| *Процесс превращения жидкости в пар* | *Процесс превращения пара в жидкость* |
| $Q = Lm$ | $Q = -Lm$ |
| Энергия поглощается | Энергия выделяется |

$L$ $(\frac{Дж}{кг})$ *- удельная теплота парообразования, равная количеству теплоты, необходимому для превращения 1кг жидкости в пар при температуре кипения (табличная величина).*

| *Парообразование* | |
|---|---|
| Испарение | Кипение |
| Парообразование с поверхности жидкости | Парообразование по всему объему жидкости |
| Протекает при любой температуре | Протекает при постоянной температуре, называемой *температура кипения* $t_к$ |

***График плавления и парообразования воды*** (рис.13.4).

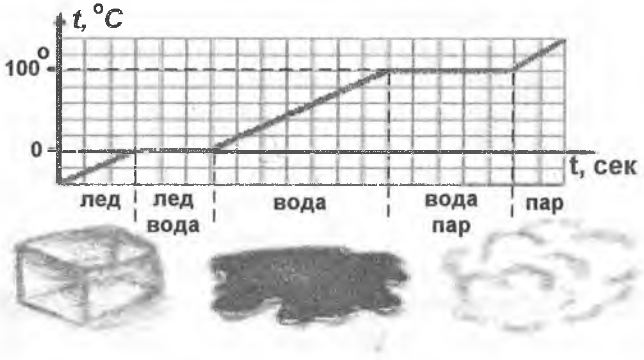



Рис.13.4

| *Сгорание топлива* | |
|---|---|
| $Q = qm$ | $q\ (\frac{Дж}{кг})$ - удельная теплота сгорания топлива, равная количеству теплоты, выделяющегося при сгорании 1кг топлива (табличная величина) |
| Энергия выделяется | |

## 13.2. Первый закон термодинамики

*Первый закон термодинамики это закон сохранения энергии, при тепловых явлениях. Внутреннюю энергию можно изменить двумя способами: совершением работы или теплообменом с окружающими телами. В общем случае при переходе системы из одного состояния в другое возможны оба процесса одновременно:*

$$\Delta U = A + Q.$$

*Изменение внутренней энергии системы при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного системе.*

В случае, когда система совершает работу $A'$ над внешними телами.

$$A = -A',\ Q = \Delta U + A'.$$

Количество теплоты, переданное системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами.

## 13.3. Теплоемкость

***Удельная теплоемкость вещества*** *c* – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания *1кг* вещества на *1К. Единица удельной теплоемкости – Дж/(кг К).*

***Молярная теплоемкость*** $C_\mu$ – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания *1моль* вещества на *1К. Единица молярной теплоемкости – Дж/(моль К).*

***Связь между*** $C_\mu$ ***и*** *c* : $c = \dfrac{dQ}{mdT}$; $C_\mu = \dfrac{dQ}{\nu dT}$; $C_\mu = c\mu$.

Различают ***теплоемкости*** (удельную и молярную) ***при постоянном объеме*** *(*$c_V$ *и* $C_V$*)* и *при* ***постоянном давлении*** *(*$c_p$ *и* $C_p$*)*, если впроцессе нагревания вещества его объем или давление поддерживаются постоянными.

**Молярная теплоемкость при постоянном объеме**

Из первого начала термодинамики $dQ = dU + dA$, с учетом $dA = pdV = 0$ и $C_\mu = dQ/\nu dT$, для *1 моль* газа получим: $C_\mu dT = dU_\mu + pdV_\mu$.

При $V = const$ работа внешних сил $dA$ равна нулю и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии

$$C_V = \frac{dU_\mu}{dT}$$

$C_V$ равна изменению внутренней энергии *1 моль* газа при повышении его температуры на *1 К*. Поскольку $dU_\mu = i/2\,RdT$, то $C_V = \dfrac{i}{2}R$.

**Молярная теплоемкость при постоянном давлении. Уравнение Майера**

Если газ нагревается при $p = const$, то

$$C_p = \frac{dQ}{\nu dT} = \frac{dU + pdV}{\nu dT} = \frac{dU_\mu}{dT} + \frac{pdV_\mu}{dT},$$

$\frac{dU_\mu}{dT}$ не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа, не зависит ни от $p$, ни от $V$, а определяется только $T$ ) и всегда равна $C_V$. Дифференцируя уравнение Клапейрона-Менделеева $pV_\mu = RT$ по $T$ при $p = const$, получим: $C_p = C_V + R$ – ***уравнение Майера.***

$C_p$ всегда больше $C_V$ на величину универсальной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа ***при постоянном давлении*** требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа: $C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R.$

При рассмотрении термодинамических процессов важную роль играет величина

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i},$$

которая называется ***коэффициентом Пуассона.***

## 13.4. Адиабатический процесс

***Адиабатический процесс*** *– это процесс расширения или сжатия газа без теплообмена между системой и окружающей средой* ($dQ = 0$).

Происходит в теплоизолированных системах или протекает очень быстро, так что теплопередача практически не происходит (рис. 13.5).

Первый закон термодинамики для адиабатического процесса принимает вид: $A = -\Delta U$, где $\Delta U$ – изменение внутренней энергии.

В адиабатическом процессе газ совершает работу за счет изменения внутренней энергии.

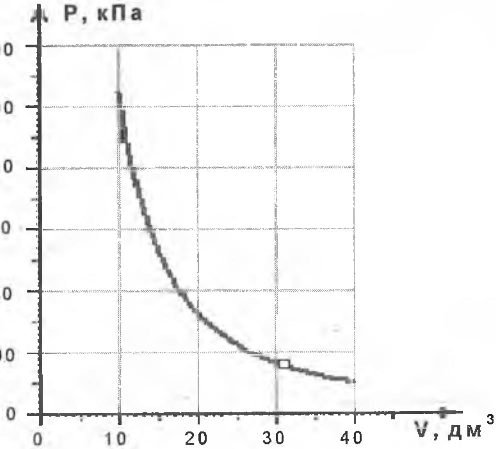



Рис.13.5

<table>
<tr><th colspan="2">Адиабатное сжатие</th><th colspan="2">Адиабатное расширение</th></tr>
<tr><td> </td><td colspan="2">Первоначальное состояние<br> </td><td> </td></tr>
<tr><td colspan="2">Работа внешних сил положительна $A>0$<br>Работа газа отрицательна</td><td colspan="2">Работа внешних сил отрицательна $A<0$<br>Работа газа положительна</td></tr>
<tr><td colspan="2">Внутренняя энергия увеличивается<br>$\Delta U = U_2 - U_1 > 0$</td><td colspan="2">Внутренняя энергия уменьшается<br>$\Delta U = U_2 - U_1 < 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Температура возрастает<br>$\Delta T = T_2 - T_1 > 0$</td><td colspan="2">Температура убывает<br>$\Delta T = T_2 - T_1 < 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Двигатель Дизеля</td><td colspan="2">Расширение воздуха в верхних слоях атмосферы, образование облаков</td></tr>
</table>

***Уравнение адиабатического процесса***

Из первого начала термодинамики следует, что при адиабатическом процессе $dA = -dU$. Используя $dA = pdV$ и $dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$, получим $pdV = -{}^{m}/_{\mu} C_V dT$ *(1)*. С другой стороны, из $pV = {}^{m}/_{\mu} RT$ следует $pdV + Vdp = {}^{m}/_{\mu} RdT$ *(2)*. Разделив *(2)* на *(1)* получим:

$$\frac{pdV + Vdp}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V} \text{ или } 1 + \frac{Vdp}{pdV} = 1 - \frac{C_p}{C_V}$$

$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ – коэффициент Пуассона.

Интегрирование этого уравнения дает $\ln V^{\gamma} + \ln p = \ln const$, после потенцирования получаем $pV^{\gamma} = const$ – уравнение Пуассона или уравнение адиабатического процесса.

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$, получаем:

$$TV^{\gamma - 1} = const; \;\; T^{\gamma} p^{1-\gamma} = const.$$

Диаграмма адиабатического процесса - адиабата – в координатах *(p, V)* изображается гиперболой. Адиабата $(pV^{\gamma} = const)$ более крута, чем изотерма $(pV = const)$. Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением объема, но и повышением температуры.

***Работа в адиабатном процессе***

В адиабатическом процессе $dA = -dU$, поэтому $dA = -\frac{m}{\mu} C_V dT$.

Если газ адиабатически расширяется от объема $V_1$ до $V_2$, то его температура уменьшается от $T_1$ до $T_2$ и работа расширения идеального газа

$$A = -\frac{M}{\mu} c_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2).$$

Работа адиабатического расширения меньше, чем при изотермическом процессе. Это объясняется тем, что при адиабатическом расширении происходит охлаждение газа, тогда как при изотермическом расширении температура поддерживается постоянной за счет притока извне эквивалентного количества теплоты.

## Контрольные вопросы

1. Что называется внутренней энергией термодинамической системы?

2. От каких макроскопических параметров зависит внутренняя энергия идеального газа и реальных газов?

3. Сформулируйте закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Что такое степени свободы?

4. Приведите формулу работы газа в термодинамике.

5. Как определяется работа газа графически на диаграмме P (V)?

6. Что называется количеством теплоты?

7. Напишите формулы количества теплоты необходимого для: а) нагревания, б) плавления, в) парообразования.

8. Дайте определения удельной теплоемкости вещества, удельной теплоты плавления и удельной теплоты парообразования. В каких единицах они измеряются?

9. Перечислите способы изменения внутренней энергии.

10. Сформулируйте первый закон термодинамики. Какой фундаментальный закон физики он отражает?

11. Почему у газа есть две теплоемкости $C_p$ и $C_v$? Выведите их формулы.

12. Выведите уравнение Майера.

13. Что такое коэффициент Пуассона?

14. Какой процесс называется адиабатным. Как изменяется температура газа при быстром расширении (сжатии)?

15. Выведите уравнение адиабаты.

16. Какой вид принимает первый закон термодинамики в различных изопроцессах? Работа в различных изопроцессах.

# Глава 14. ТЕПЛОВЫЕ МАШИНЫ. ЭНТРОПИЯ

## 14.1. Термодинамические циклы. Тепловые двигатели

***Круговым процессом или циклом*** *называется процесс, при котором система, пройдя ряд состояний, возвращается в исходное* (рис.14.1 и 14.2).

На диаграмме PV цикл изображается замкнутой кривой. Цикл можно разбить на процессы расширения (рис. 14.1-2) и сжатия газа (14.2-1). Работа равна площади охватываемой кривой.

***Прямой цикл***

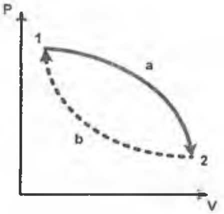



Рис.14.1
По часовой стрелке
$A>0$
**Тепловой двигатель**

***Обратный цикл***

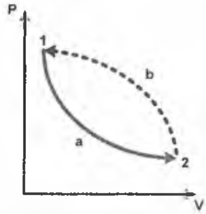


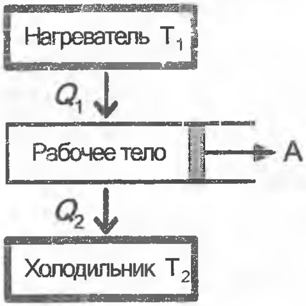

Рис.14.2
Против часовой стрелки
$A<0$
**Холодильная установка**

***Тепловыми двигателями*** называются устройства, в которых происходит превращение теплоты в работу. Рабочее вещество в любом тепловом двигателе последовательно приводится в тепловой контакт с горячими телами (нагреватели), получая от них некоторое количество теплоты $Q_1$, и с холодными телами (холодильники), отдавая им количество теплоты $Q_2$ ($Q_2<Q_1$), и периодически возвращается в первоначальное состояние ($\Delta U=0$), то есть процессы являются *циклическими или круговыми* (рис.14.3-14.4).

Процесс, обратный происходящему в тепловом двигателе, ***используется в холодильной машине:*** от термостата с более низкой температурой $T_2$ за цикл отнимается количество теплоты $Q_2$ и отдается термостату с более высокой температурой $T_1 > T_2$.

При этом $Q_1 = Q_2 + A$ или $Q = Q_1 - Q_2 = A$.

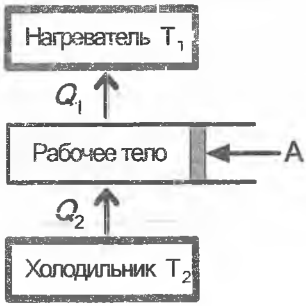
**Тепловая машина**




$Q_1 = Q_2 + A$

Рис. 14.3

**Холодильная установка**




$Q_2 + A = Q_1$

Рис. 14.4

*Количество теплоты $Q_1$, отданное системой термостату $T_1$, больше количества теплоты $Q_2$, полученного от термостата $T_2$ на величину работы А, совершенной над системой,* $Q = \Delta U + A$, так как процесс циклический $\Delta U = 0$, то $Q = A$ или $A = Q$.

Нельзя построить периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем количество, сообщаемое ему извне энергии (вечный двигатель первого рода).

### *Обратимый и необратимый процессы*

Термодинамический процесс называется ***обратимым,*** если он может происходить как в прямом, так и в обратном *направлении.* Причем, если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений. Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является ***необратимым.***

Реальные процессы необратимы, в них всегда происходит диссипация (потеря) энергии (из-за трения, теплопроводности и т.д.). *Обратимые процессы – это физическая модель – идеализация реальных процессов.*

## 14.2. Второе начало термодинамики

Существуют две формулировки второго начала термодинамики:

*1)* ***по Кельвину:*** невозможен круговой процесс, *единственным результатом* которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу (невозможно всю теплоту $Q_1$, полученную в круговом процессе от нагревателей, превратить в работу $A$).

*2)* ***по Клаузиусу:*** невозможен круговой процесс, *единственным результатом* которого является передача теплоты от менее нагретого тела к телу более нагретому.

*Первое начало* термодинамики выражает закон сохранения и превращения энергии применительно к термодинамическим процессам.

*Второе начало* термодинамики определяет направление протекания термодинамических процессов, указывая, какие процессы в природе возможны, а какие – нет.

## 14.3. Коэффициент полезного действия. Цикл Карно

Согласно закону сохранения энергии (1-ый закон термодинамики), так как $\Delta U=0$ работа, производимая двигателем, равна: $A=Q_1-Q_2$.

*Коэффициент полезного действия* (кпд) теплового двигателя

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}<1.$$

Чтобы кпд был равен *1* необходимо, что бы $Q_2=0$, а это запрещено вторым началом термодинамики (вечный двигатель второго рода).

***Эффективность*** холодильной машины характеризует ***холодильный коэффициент*** $\eta'$ – отношение отнятой от термостата с более низкой температурой количества теплоты $Q_2$ к работе $A$, которая затрачивается на приведение холодильной машины в действие: $\eta' = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$.

***Цикл Карно***

*Цикл Карно - это идеализированный круговой процесс, в котором рабочее вещество (идеальный газ) периодически приводится в тепловой контакт только с одним нагревателем $T_1$ и одним холодильником $T_2$.*

Цикл Карно состоит из двух изотерм ($1 \to 2$ и $3 \to 4$) и двух адиабат ($2 \to 3$ и $4 \to 1$) (рис. 14.5). Французский инженер Карно доказал, что кпд всех машин, совершающих обратимые процессы, работающих при одинаковых температурах нагревателей $T_1$ и холодильников $T_2$, равны друг другу, не зависят от конструкции машины и определяется формулой:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

***Теорема Карно***

Из всех периодически действующих ***тепловых машин***, имеющих ***одинаковые*** температуры нагревателей $T_1$ и холодильников $T_2$, ***наибольшим кпд*** *обладают обратимые машины*. При этом кпд обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей и холодильников, равны друг другу и **не *зависят от природы рабочего тела,*** а определяются только температурами нагревателя и холодильника.

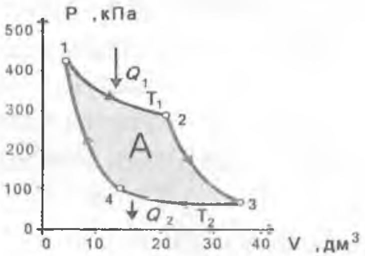



Рис. 14.5

Любой реальный тепловой двигатель, работающий с нагревателем температуры $T_1$ и холодильником температуры $T_2$, не может иметь кпд превышающий $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$.

Цикл Карно идеальной *тепловой машины* на P,V - диаграмме происходит в направлении, совпадающем с направлением обхода по часовой стрелке (рис. 14.5). Однако он может быть проведен и в противоположном направлении (*холодильный цикл)*. В этом случае система отбирает тепло $Q_2$ от холодного тела и передает тепло $Q_1 > Q_2$ горячему телу. Для того чтобы такой процесс был возможен, над системой должна совершаться положительная работа $A$. Такой цикл реализуется в холодильных машинах.

***Последовательные термодинамические процессы*** в цикле Карно

*1 – изотерма – 2 – адиабата – 3 – изотерма – 4 – адиа*бата – *1*.

| | |
|---|---|
| *Изотермическое расширение 1–2* $T = const;\ V_2 > V_1$ | $A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1$ |
| *Адиабатическое расширение 2–3* $\delta Q = 0;\ T_2 < T_1$ | $A_{23} = -\frac{m}{\mu} C_V \left(T_2 - T_1\right)$ |
| *Изотермическое сжатие 3–4* $T = const;\ V_4 < V_3$ | $A_{34} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2$ |
| *Адиабатическое сжатие* $\delta Q = 0;\ T_1 > T_2$ | $A_{23} = -\frac{m}{\mu} C_V \left(T_1 - T_2\right) = -A_{23}$ |

Работа, совершаемая в результате кругового процесса, равна

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 + A_{23} = Q_1 - Q_2.$$

Для адиабат *2-3* и *4-1* уравнения Пуассона имеют вид:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1},\quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},\ \text{откуда}\ \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Используя это, можно написать выражение для ***теоретического кпд цикла Карно:***

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Отсюда видно, что кпд действительно определяется только температурами нагревателя и холодильника.

## 14.4. Энтропия. Третье начало термодинамики

Из теоремы Карно следует, что

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}, \quad \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

где $(Q/\mathrm{T})$ - приведенное количество теплоты.

Из равенства $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$ следует, что за цикл Карно алгебраическая сумма приведенных количеств теплоты равна нулю. Строгий теоретический анализ показывает, что для любого обратимого кругового процесса сумма приведенных количеств теплоты равна нулю: $\oint \frac{dQ}{T} = 0$ (интеграл взят по замкнутому контуру). Подынтегральное выражение есть полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только начальным и конечным состояниями системы и не зависит от пути, каким система пришла в это состояние.

**Энтропией** $S$ *называется функция состояния системы, дифференциалом которой является* $\frac{dQ}{T}$: $dS = \frac{dQ}{T}$.

В замкнутой системе для обратимых процессов $\Delta S = 0$; для необратимых циклов $\Delta S > 0$.

**Неравенство Клаузиуса:** ***энтропия замкнутой системы*** *может либо* ***возрастать*** (в случае необратимых процессов) *либо* ***оставаться постоянной*** (в случае обратимых процессов): $\Delta S \geq 0$.

Поскольку $dS$ и $dQ$ имеют один и тот же знак, то ***по характеру изменения энтропии можно судить о направлении процесса теплообмена***. При нагревании тела $dQ > 0$ и его энтропия возрастает $dS > 0$, при охлаждении $dQ < 0$, и энтропия тела убывает $dS < 0$.

**Изоэнтропийным** называется *процесс, протекающий при* ***постоянной*** *энтропии* $(S = const)$.

В обратимом адиабатическом процессе, $dQ = TdS = 0$, так что $dS = 0$ и $S = const$, поэтому ***адиабатический процесс является изоэнтропийным.***

***Статистическое толкование энтропии***

*Термодинамическая вероятность W состояния тела или системы* – это ***число способов***, которыми может быть реализовано данное конкретное термодинамическое состояние ***(макросостояние).*** Иначе говоря, это число всевозможных *микрораспределений* частиц по координатам и скоростям ***(микросостояний),*** которыми может быть осуществлено данное макросостояние.

***Формула Больцмана***

$$S = k \ln W,$$

где $k$ – постоянная Больцмана.

Энтропия системы определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние.

*Энтропия является мерой неупорядоченности системы,* чем больше число микросостояний, реализующих данное макросостояние, тем больше энтропия.

***Принцип возрастания энтропии***

*Все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению её энтропии.* В замкнутой системе процессы идут ***в направлении*** *от менее вероятных* состояний *к более вероятным,* до тех пор, пока вероятность состояния не станет максимальной. В состоянии равновесия – наиболее вероятного состояния системы – число микросостояний максимально, при этом максимальна и энтропия.

Любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает *(закон возрастания энтропии).*

**Третье начало термодинамики**

*Третье начало термодинамики – теорема Нернста-Планка* – постулирует поведение термодинамических систем при нуле Кельвина (абсолютном нуле): *энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина:*

$$\lim_{T \to 0} S = 0,$$

т.е. $S = k \ln W$; при абсолютном нуле статистический вес W=1

$$S = k \ln 1 = 0.$$

## Контрольные вопросы

1. Что называется круговым процессом (циклом)? Чем отличается прямой и обратный цикл?

2. Изобразите круговой процесс (цикл) графически в осях P(V). Чему равна работа газа в круговом процессе?

3. Какие устройства называются тепловыми двигателями?

4. Объяснить на основе первого и второго законов термодинамикипринцип работы теплового двигателя. Начертить схему.

5. Объяснить на основе первого и второго законов термодинамикипринцип работы холодильной установки. Начертить схему.

6. Что называется коэффициентом полезного действия теплового двигателя? Чему равен кпд идеальной тепловой машины?

7. Какие процессы являются обратимыми и необратимыми? Какими из них являются реальные процессы в природе?

8. Сформулируйте второе начало термодинамики.

9. Что представляет собой Цикл Карно?

10. Сформулируйте теорему Карно.

11. Почему невозможно создание вечного двигателя? Какие законы термодинамики отражают это утверждение?

12. Что называется энтропией?

13. Каков физический смысл неравенства Клаузиуса?

14. В чем заключается статистическое толкование энтропии? Запишите формулу Больцмана.

15. Сформулируйте принцип возрастания энтропии.

# Глава 15. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ. УРАВНЕНИЕ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА

## 15.1. Реальные газы

Любое вещество может находиться в различных состояниях (фазах) - твердом, жидком и газообразном. Переход из одного состояния в другое называют *фазовым переходом.*

Рассмотрим *фазовый* переход пар – жидкость. Для этого в цилиндре под поршнем будем медленно (изотермически) сжимать реальный газ (пар) (рис.15.1).

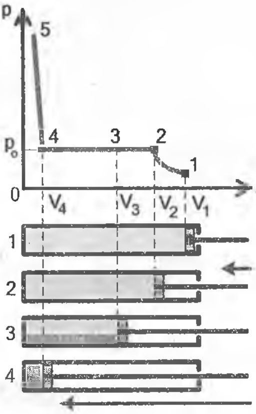


Рис. 15.1

При достаточно большом объеме газ разряжен и ведет себя как идеальный газ (участок 1-2). При достижении некоторого объема $V_2$ в сосуде появляются капельки жидкости. Участок 2-4 соответствует процессу превращения пара в жидкость, при уменьшении объема давление не меняется. Пар в присутствии своей жидкости является насыщенным. Когда весь пар превратится в жидкость $V_4$ дальнейшее сжатие практически невозможно. Незначительное уменьшение объема жидкости ведет к резкому возрастанию давления (4-5).

Полученная кривая 1, 2, 4 является изотермой реального газа.

Изотермы реального газа отличаются от изотерм идеального газа и содержат горизонтальные участки (рис. 15.1), соответствующие двухфазной системе.

***Насыщенный пар.*** Жидкость занимает часть объема замкнутого сосуда. При любой температуре существует некоторое количество достаточно энергичных молекул внутри жидкости, которые способны вылететь из жидкости.

В то же время в паре, всегда существуют молекулы, которые влетают обратно в жидкость. В сосуде происходят два процесса – испарение и конденсация. Такую систему называют *двухфазной*.

Когда число молекул, покидающих жидкость, за единицу времени становится равным числу молекул, возвращающихся обратно, то наступает динамическое равновесие между жидкой и газообразной фазой (рис. 15.2).

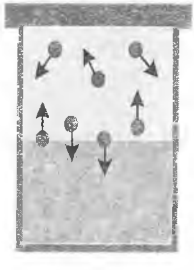


Рис. 15.2

*Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называют* ***насыщенным.***

Давление насыщенного пара существенно зависит от температуры: чем она выше, тем больше молекул имеют достаточную энергию, чтобы покинуть жидкость, следовательно, возрастает плотность насыщенного пара (рис. 15.3).

Давление насыщенного пара определяется той же формулой, что и состояние идеального газа: $P=nkT$.

Для идеального газа эта зависимость имеет линейный характер, так как концентрация $n$ молекул не зависит от температуры. Зависимость давления насыщенного пара от температуры *нелинейная*, и более крутая, так как с ростом температуры $T$ растет и концентрация $n$.

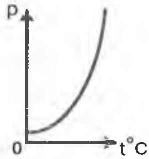



Рис.15.3

Если при неизменной температуре увеличить объем сосуда, часть жидкости дополнительно испарится, если уменьшить объем сосуда, часть пара сконденсируется в жидкость, но в любом случае давление насыщенного пара не изменится.

*Давление насыщенного пара P(T) зависит только от его температуры и рода пара и не зависит от его объема.*

***Критическая температура.*** При повышении температуры давление насыщенного пара и его плотность возрастают, а плотность жидкости уменьшается из-за теплового расширения (рис. 15.4). При некоторой температуре плотности пара и жидкости становятся одинаковыми (рис. 15.5), то есть исчезает граница между жидкостью и паром.

Рис.15.4

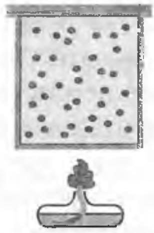


Рис.15.5

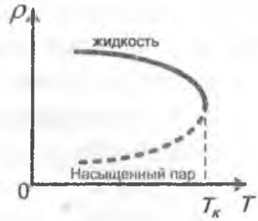



Рис.15.6

Эту температуру называют *критической температурой Тк* (рис. 15.6). При $T>Tк$ исчезают физические различия между жидкостью и ее насыщенным паром. Критическая температура для воды равна 647,3 К, для азота 123 К.

Особое значение критической температуры состоит в том, что *при температурах выше критической газ нельзя обратить в жидкость ни при каких давлениях.*

## 15.2. Уравнение Ван-дер-Ваальса

Для реальных газов необходимо учитывать размеры молекул и их взаимодействие друг с другом, поэтому модель идеального газа и уравнение состояния Менделеева – Клапейрона в виде $pV_m= RT$ (для моля газа), для реальных газов непригодны.

Ван-дер-Ваальс (1837–1923) ввел две поправки в уравнение Менделеева –Клапейрона, учитывающие собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия.

Фактический свободный объем, в котором могут двигаться молекулы реального газа, будет не $V_m$, а $(V_m - b)$, где $b$ – объем, занимаемый самими молекулами.

Действие сил притяжения между молекулами реального газа приводит к появлению дополнительного давления на газ, называемого внутренним давлением. Внутреннее давление обратно пропорционально квадрату объема газа, т.е. $P' = a/ V^2_m$, где $a$ – постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения, $V_m$– молярный объем.

Вводя эти поправки, получим уравнение Ван-дер-Ваальса для моля газа или уравнение состояния реальных газов:

$$\left(p+\frac{a}{V_m^2}\right)\cdot(V_m-b)=RT.$$

Для произвольной массы $m$газа, соответствующей $\nu$ молям газа ($\nu = m/M$), с учетом того, что $V = \nu V_m$, уравнение Ван-дер-Ваальса примет вид:

$$\left(p+\frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\cdot\left(\frac{V}{\nu}-b\right)=RT \quad \text{или} \quad \left(p+\frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\cdot(V-\nu b)=\nu RT,$$

где поправки $a$ и $b$– постоянные для каждого газа величины, определяемые опытным путем.

**Изотермы реального газа**

На рис 15.7 приведены изотермы реального газа при различных температурах $T_3>T_2>T_1$; $T_3=T_{кр}$.

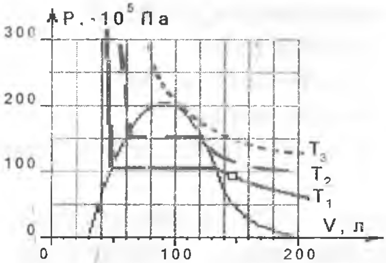



Рис.15.7

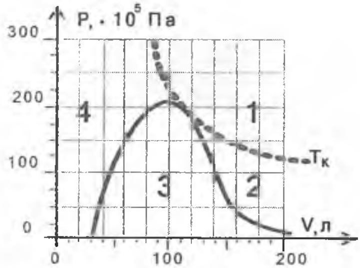



Рис.15.8

Если через крайние точки горизонтальных участков изотерм провести линию, то получится колоколообразная кривая, ограничивающая область двухфазных состояний. Эта кривая и критическая изотерма ($T_3=T_{кр}$) делят диаграмму $P(V)$ на четыре области: 1 – газ; 2 – пар; 3 – двухфазное состояние, жидкость и пар; 4 – область жидкого состояния (рис. 15.8).

Уточним понятия «пар» и «газ». Пар это газообразное состояние вещества при температуре ниже критической. Пар может одновременно существовать со своей жидкостью и простым сжатием пар можно превратить в жидкость. Газ это стойкое газообразное состояние вещества при температуре выше критической. Газ, при температуре выше критической не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении, в отличие от пара.

## 15.3. Фазовые переходы

***Фазовая диаграмма***. Из газообразного и жидкого состояний любое вещество может перейти в твердое состояние. При заданной температуре $T$ термодинамическое равновесие между двумя фазами одного и того же вещества возможно лишь при определенном значении давления в системе. Зависимость равновесного давления от температуры называется ***кривой фазового равновесия***. Примером может служить кривая равновесия $p_0(T)$ насыщенного пара и жидкости. Если кривые равновесия между различными фазами данного вещества построить на плоскости ($p$, $T$), то они разбивают эту плоскость на отдельные области, в которых вещество существует в однородном агрегатном состоянии – твердом, жидком или газообразном (рис. 15.9). Эти кривые равновесия называются ***фазовой диаграммой***.

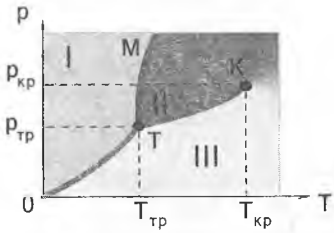



Рис.15.9

$K$ – критическая точка;

$T$ – тройная точка.

Область I – твердое тело;

область II – жидкость;

область III – газообразное вещество.

Кривая $OT$, соответствующая равновесию между твердой и газообразной фазами, называется ***кривой сублимации***.

Кривая $TK$ равновесия между жидкостью и паром называется ***кривой испарения,*** она обрывается в критической точке $K$.

Кривая $TM$ равновесия между твердым телом и жидкостью называется ***кривой плавления.***

Кривые равновесия сходятся в точке $T$, в которой могут сосуществовать в равновесии все три фазы. Эта точка называется ***тройной точкой.***

## Контрольные вопросы

1. Начертите изотерму реального газа. Сопоставьте ее с изотермой для идеального газа.

2. Что называется насыщенным паром?

3. Как зависит давление насыщенного пара от объема и от температуры?

4. Сравните зависимости давления от температуры для насыщенного пара и для идеального газа.

5. Какой участок изотермы реального газа соответствует фазовому переходу?

6. Что такое критическая температура?

7. Объясните, как получается уравнение Ван-дер-Ваальса?

8. Какие параметры состояния реального газа необходимо уточнить по сравнению с состоянием идеального газа?

9. Поясните возникновение колоколообразной диаграммы фазовых переходов.

10. В каком агрегатном состоянии может находиться вещество при температуре выше критической (ниже критической)?

11. Начертите и объясните диаграмму фазовых переходов.

12. Что такое «тройная точка»?

Вся кристаллическая решетка может быть построена путем параллельного переноса ***(трансляции)*** элементарной ячейки по некоторым направлениям.

Доказано, что всего может существовать 230 различных пространственных кристаллических структур. Большинство из них обнаружены в природе, некоторые созданы искусственно.

***Простые кристаллические решетки*** (рис.16.13):

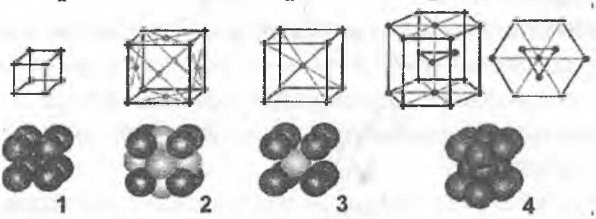



Рис. 16.13

1 – простая кубическая решетка (NaCl, KCl);
2 – гранецентрированная кубическая решетка (Cu, Ag, Pt, Au);
3 – объемноцентрированная кубическая решетка (Li, Na, K, W);
4 – гексагональная решетка (Mg, Zn, Re, Ti)

Кристаллические тела могут быть ***монокристаллами*** и ***поликристаллами.***

***Монокристаллы*** *– одиночные кристаллы, то есть, твердые тела, частицы которых образуют единую однородную кристаллическую решетку.* Углы между соответствующими гранями остаются постоянными. Большие монокристаллы редко встречаются в природе и технике.

***Поликристаллические*** тела состоят из многих сросшихся между собой хаотически ориентированных маленьких кристалликов, которые называются ***кристаллитами.***

Основное свойство монокристаллов – это *анизотропия.* Поликристаллические тела – изотропны.

***Анизотропия*** *– зависимость физических свойств, от выбранного направления внутри кристалла.*

Физические свойства – это упругие, механические, тепловые, электрические, магнитные, оптически и другие свойства вещества.

Анизотропия монокристаллов объясняется тем, что плотность расположения частиц кристаллической решетки по разным направлениям (1, 2, и 3) не одинакова, что и приводит к различию свойств кристалла вдоль этих направлений (рис. 16.14).

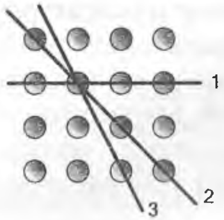


Рис.16.14

В отличие от монокристаллов, поликристаллические тела изотропны, т.е. их свойства одинаковы во всех направлениях. Поликристаллическое строение твердого тела можно обнаружить с помощью микроскопа, а иногда оно видно и невооруженным глазом (чугун). Многие вещества могут существовать в нескольких кристаллических модификациях (фазах), отличающихся физическими свойствами. Это явление называется ***полиморфизмом***.

Примером полиморфного перехода является превращение графита в алмаз. Этот переход при производстве искусственных алмазов осуществляется при давлениях 60–100 тысяч атмосфер и температурах 1500–2000 К.

***Аморфные тела.*** Характерной особенностью аморфных тел является их *изотропность,* т.е. независимость всех физических свойств (механических, оптических и т.д.) от направления. Молекулы и атомы в аморфных телах располагаются хаотично. При низких температурах аморфные тела по своим свойствам напоминают твердые вещества. Текучестью почти не обладают. По мере повышения температуры постепенно размягчаются и их свойства все более приближаются к свойствам жидкостей. *Определенной температуры плавления у аморфных тел нет.* Примерами аморфных тел могут служить стекло, различные затвердевшие смолы (янтарь), пластики и т.д.

## Контрольные вопросы

1. Дайте определение абсолютной и относительной влажности воздуха. В чем она измеряется?

2. Что такое точка росы? Поясните на графике зависимости давления насыщенного пара от температуры.

3. Какими приборами и как определяют влажность воздуха?

4. Что такое кипение? Как зависит температура кипения от давления?

составляет примерно $0,4 \cdot 10^5$ *Па*, и температура кипения воды понижается до 70°С.


Рис.16.5

При каждом значении температуры в закрытом сосуде устанавливается равновесие между жидкостью и ее насыщенным паром. По кривой равновесия $p(t)$ (рис.16.1) можно определить температуру кипения жидкости при различных давлениях.

## 16.3. Поверхностное натяжение жидкости. Капиллярные явления

Между жидкостью и газом (или паром) образуется граница раздела, которая находится в особых условиях по сравнению с остальной массой жидкости.

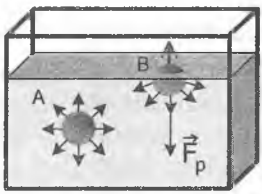



Рис.16.6

Рассмотрим две молекулы: молекула А находится внутри жидкости, молекула В на ее поверхности (рис.16.6). Молекула А окружена со всех сторон такими же молекулами, силы притяжения ее к соседям уравновешиваются

$$F_p=0.$$

Молекула В окружена сверху молекулами пара снизу молекулами жидкости. Силы притяжения к молекулам пара значительно меньше, чем к молекулам жидкости. Равнодействующая $F_p$ всех сил притяжения направлена внутрь жидкости. Такая сила действует на все молекулы, оказавшиеся на поверхности. Молекулы под действием этой силы стремятся внутрь жидкости, и на поверхности остается минимальное количество молекул. Поверхность стремится к сокращению. Из геометрии известно, что минимальную поверхность при одинаковом объеме имеет шар, поэтому жидкость стремится принять форму шара (капля дождя, капля росы …).

***Сила поверхностного натяжения** - это сила, обусловленная взаимодействием молекул жидкости, вызывающая сокращение* *площади ее свободной поверхности и направленная по касательной к этой поверхности.*

$$F = \sigma l, \text{ отсюда: } \sigma = \frac{F}{l}\left(\frac{н}{м}\right),$$

где $l(м)$ - длина границы поверхности, $\sigma$ - коэффициент поверхностного натяжения.

*Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma$ - это сила поверхностного натяжения, приходящаяся на единицу длины границы поверхности.*

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от рода раствора жидкости и от температуры: с ростом температуры коэффициент поверхностного натяжения уменьшается.

***Работа сил поверхностного натяжения***

Если в мыльный раствор опустить проволочную рамку, одна из сторон которой подвижна, то вся она затянется пленкой жидкости. Силы поверхностного натяжения стремятся сократить поверхность пленки (рис.16.7).

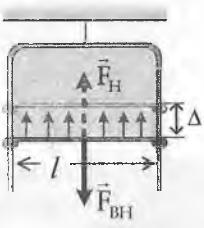



Рис. 16.7


Рис. 16.8

Для равновесия подвижной стороны рамки к ней нужно приложить внешнюю силу $\vec{F}_{внеш} = -\vec{F}_{н}$.

Если под действием силы $\vec{F}_{внеш}$ перемычка переместиться на $\Delta x$, то будет произведена работа:

$$\Delta A_{внеш} = F_{внеш}\Delta x = \Delta E_р = \sigma\Delta S,$$

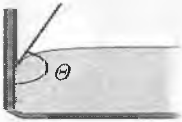
где $\Delta S = 2\ l\Delta x$– приращение площади поверхности обеих сторон мыльной пленки. Двойка в формуле учитывает создание двух поверхностей пленки (рис 16.8 – вид сбоку рамки).

Так как модули сил $\vec{F}_{внеш}$ и $\vec{F}_{н}$ одинаковы, то работа сил поверхностного натяжения равна: $A = F_H \Delta x = \sigma 2l\Delta x = \sigma\Delta S$, где $S(м^2)$ – площадь поверхности. Отсюда

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S}\left(\frac{Дж}{м^2}\right).$$

*Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma$ – это работа, затрачиваемая на изменение площади свободной поверхности жидкости на одну единицу площади.*

***Смачивание** – явление, возникающее вследствии взаимодействия молекул жидкости с молекулами твердых тел и приводящее к искривлению поверхности жидкости у поверхности твердого тела.*

| *Смачивание* | *Несмачивание* |
|---|---|
| **Жидкость является *смачивающей*, если молекулы жидкости притягиваются друг к другу слабее, чем к молекулам твердого вещества** | **Жидкость является *не смачивающей*, если молекулы жидкости притягиваются друг к другу сильнее, чем к молекулам твердого вещества** |
|   |   |
| Краевой эффект в широких сосудах | |
|   |   |
| Для смачивающих жидкостей краевой угол $\Theta$ острый $0 \le \Theta < \frac{\pi}{2}$ | Для не смачивающих жидкостей краевой угол $\Theta$ тупой $\frac{\pi}{2} < \Theta < \pi$ |

Жидкость всегда находится внутри краевого угла.

***Формула Лапласа***

Если поверхность жидкости не плоская, а искривленная, то она оказывает на жидкость избыточное давление. Это давление, обусловленное силами поверхностного натяжения, для выпуклой поверхности положительно и направлено внутрь жидкости, а для вогнутой поверхности − отрицательно и направлено в противоположную сторону.

Для расчета избыточного давления предположим, что свободная поверхность жидкости имеет форму сферы радиуса $R$, от которой мысленно отсечен шаровой сегмент, опирающийся на окружность радиуса (рис.16.9):

$$r = R\sin\alpha.$$

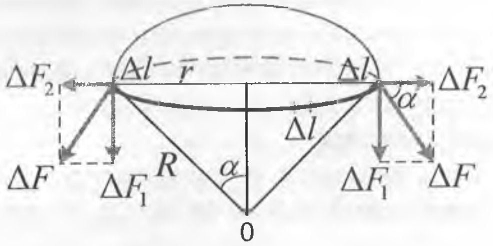



Рис.16.9

На каждый бесконечно малый элемент длины $\Delta l$ этого контура действует сила поверхностного натяжения $\Delta F = \sigma \Delta l$, касательная к поверхности сферы. Разложив $\Delta F$ на два компонента ($\Delta F_1$ и $\Delta F_2$), видим, что геометрическая сумма сил $\Delta F_2$ равна нулю, так как эти силы взаимно уравновешиваются.

Поэтому равнодействующая сила поверхностного натяжения направлена перпендикулярно плоскости сечения внутрь жидкости и равна:

$$F = \sum \Delta F_1 = \sum \Delta F \sin\alpha = \sum \sigma \, \Delta l \frac{r}{R} = \frac{\sigma \, r}{R} \sum \Delta l = \frac{\sigma \, r}{R} 2\pi r.$$

Разделив эту силу на площадь основания $\pi r^2$, вычислим избыточное давление на жидкость, создаваемое силами поверхностного натяжения и обусловленное кривизной выпуклой поверхности:

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{2\sigma\pi r^2}{R\pi r^2} = \frac{2\sigma}{R}. \tag{1}$$

Если поверхность жидкости вогнутая, то результирующая сила поверхностного натяжения направлена из жидкости и равна:

$$\Delta p = -\frac{2\sigma}{R}. \tag{2}$$

Следовательно, давление внутри жидкости под вогнутой поверхностью меньше, чем в газе, на величину $\Delta p$.

Для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны:

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \tag{3}$$

где $R_1$ и $R_2$– радиусы кривизны двух любых взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости.

Формулы (1) и (2) являются частными случаями *формулы Лапласа* (3), определяющей избыточное давление.

***Капиллярные явления*** *– явления, при которых жидкость поднимается или опускается в узких трубках (капиллярах), по сравнению с уровнем жидкости в широком сосуде, в результате действия сил поверхностного натяжения.*

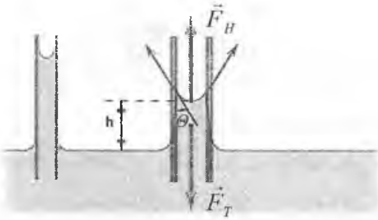



Рис. 16.10

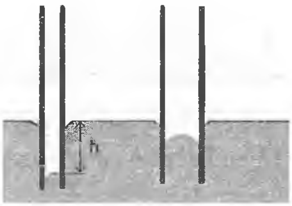



Рис. 16.11

Если жидкость смачивает материал трубки, то внутри трубки поверхность жидкости – *мениск* – имеет вогнутую форму (рис. 16.10), если не смачивает - выпуклую (рис. 16.11).

Под вогнутой поверхностью жидкости появится отрицательное избыточное давление, определяемое по формуле (2). Наличие этого давления приводит к тому, что жидкость в капилляре поднимается, так как под плоской поверхностью жидкости в широком сосуде избыточного давления нет. Жидкость в капилляре поднимается или опускается на такую высоту *h,* при которой давление столба жидкости (гидростатическое давление) $\rho gh$ уравновешивается избыточным давлением $\Delta p$, т.е. $\frac{2\sigma}{R} = \rho gh$.

Отсюда: $h = \frac{2\sigma}{\rho gr}$ – высота жидкости в капиллярной трубке.

Формулу высоты жидкости в капиллярной трубке можно получить и другим способом. Жидкость в капилляре при смачивании поднимается до тех пор, пока сила тяжести $mg$ ее в столбике $h$ не станет равной равнодействующей силе поверхностного натяжения $F_н$.

Поэтому $F_н = mg$, $\sigma l = \rho V g$, $\sigma 2\pi r = \rho\pi r^2 hg$.

Отсюда: $h = \dfrac{2\sigma}{\rho g r}$ – высота жидкости в капиллярной трубке.

***Практическое применение явлений смачивания и капиллярности:*** Тела, пронизанные большим числом тонких каналов (капилляров), активно впитывают в себя воду и другие смачивающие жидкости. Примерами поверхностных явлений в природе служит движение растворов по капиллярам в почве и растениях, действие моющих средств, действие фильтров и фитилей и др.

## 16.4. Кристаллические и аморфные тела

По своим физическим свойствам и молекулярной структуре твердые тела разделяются на два класса – ***кристаллические*** и ***аморфные*** тела.

***Кристаллические тела.*** В кристаллических телах частицы располагаются в строгом порядке, образуя пространственные периодически повторяющиеся структуры – ***кристаллические решетки,*** в узлах которых располагаются центры атомов или молекул данного вещества. Частицы в кристаллах плотно упакованы, так что расстояние между их центрами приблизительно равно размеру частиц.

В ионных кристаллах кристаллическая решетка строится из ионов (положительно и отрицательно заряженных) атомов, которые входят в состав молекулы данного вещества.

Например, решетка поваренной соли содержит ионы $Na^+$ и $Cl^-$ (рис. 16.12).

Рис. 16.12

В каждой пространственной решетке можно выделить структурный элемент минимального размера, который называется ***элементарной ячейкой.***

# Глава 16. ЖИДКОСТИ И ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

## 16.1. Влажность воздуха

В воздухе всегда содержится некоторое количество водяного пара. От его количества зависят многие процессы и явления.

*Парциальное давление р*водяного пара – это давление, которое производило бы водяной пар, если бы все остальные газы отсутствовали. Измеряется в *Па* или *мм. рт. ст.*

Абсолютная влажность воздуха это парциальное давление *р*водяного пара или масса (в граммах) водяного пара в единице объема ($1м^3$) воздуха:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

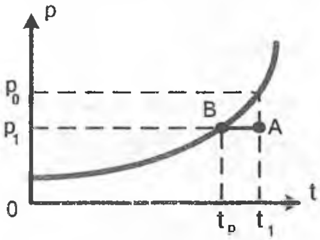



Рис. 16.1

График зависимости давления насыщенного пара от температуры (рис. 16.1).

*Точка росы - температура* $t_p$ при которой водяной пар становится насыщенным (конденсация пара).

*Относительная влажность* φ – физическая величина, равная отношению парциального давления *p* водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению $p_0$ насыщенного пара при той же температуре, выраженное в процентах

$$\varphi = \frac{p}{p_0}100\% \qquad (1)$$

или $\varphi = \frac{\rho}{\rho_0}100\%$, где $\rho$ - плотность водяного пара (абсолютная влажность); $\rho_0$ - плотность насыщенного водяного пара при данной температуре.

Влажность измеряют с помощью приборов: *гигрометров* (рис. 16.2) и *психрометров* (рис. 16.3).

*Конденсационный гигрометр* позволяет определить точку росы, то есть температуру, при которой появляются капельки влаги (конденсат) на его полированной поверхности.

Рис. 16.2

Охлаждение поверхности достигается быстрым испарением эфира залитого в прибор. Зная точку росы $t_p$ и температуру воздуха в комнате $t_1$, по таблице зависимости давления насыщенного пара от температуры определяют соответствующие давления $p$ и $p_0$. По формуле (1) вычисляют относительную влажность $\varphi$.


Рис. 16.3

*Психрометр* позволяет определить относительную влажность воздуха. Психрометр состоит из двух термометров, сухого и влажного, а так же психрометрической таблицы.

### 16.2. Кипение

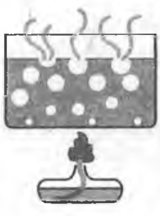


Рис.16.4

*Кипение это процесс, при котором по всему объему жидкости образуются быстро растущие пузырьки пара, которые всплывают на поверхность* (рис. 16.4).

Кипение начинается при температуре, при которой давление насыщенного пара в пузырьках равно давлению в жидкости:

$$p = p_{атм} + \rho g h \approx p_{атм}.$$

При нормальном атмосферном давлении вода кипит при температуре 373 К.

При откачивании воздуха из под колокола вода, имеющая температуру значительно ниже 100°С, закипает (рис.16.5).

При подъеме в горы атмосферное давление уменьшается, поэтому понижается температура кипения воды (приблизительно на 1°С на каждые 300 метров высоты). На высоте 7000 м давление

5. Объясните происхождение сил поверхностного натяжения.

6. Каков физический смысл коэффициента поверхностного натяжения? От чего он зависит?

7. Почему жидкость стремится принять форму шара?

8. Выведите формулу Лапласа для добавочного давления жидкости.

9. Как вычисляется работа сил поверхностного натяжения?

10. Сравните явления смачивания и не смачивания.

11. Сравните капиллярные явления для смачивающей и не смачивающей жидкости.

12. Под действием, каких сил жидкость поднимается (опускается) в капиллярных трубках?

13. От каких физических величин зависит высота жидкости в капиллярной трубке?

14. Приведите примеры капиллярных явлений в природе и жизни.

15. Назовите основные свойства кристаллических твердых тел.

16. Что называется анизотропией? Объясните анизотропию кристаллов.

17. Сравните понятия: монокристаллы и поликристаллы.

18. Назовите основные свойства аморфных тел.

# Глава 17. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ

О существовании *электромагнитных сил* знали еще древние греки. Но систематическое, количественное изучение физических явлений, в которых проявляется электромагнитное взаимодействие тел, началось только в конце XVIII века. Трудами многих ученых в XIX веке завершилось создание стройной науки, изучающей электрические и магнитные явления. Эта наука, которая является одним из важнейших разделов физики, получила название ***электродинамики.*** *Основными объектами изучения в электродинамике являются электрические и магнитные поля, создаваемые электрическими зарядами и токами, а так же явления, возникающие под действием электрических и магнитных полей.*

## 17.1. Электрический заряд. Электризация тел

***Электрический заряд – это физическая величина, характеризующая электромагнитные силовые взаимодействия частиц или тел.***

Совокупность экспериментальных фактов позволяет сделать следующие выводы:

• существует два рода электрических зарядов, условно названных положительными и отрицательными;

• заряды могут передаваться от одного тела к другому. Электрический заряд не является неотъемлемой характеристикой данного тела, одно и то же тело в разных условиях может иметь разный заряд;

• одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

***Элементарные частицы***

Все тела состоят из атомов, в состав которых входят положительно заряженные протоны, отрицательно заряженные электроны и нейтральные частицы – нейтроны (рис.17.1). Протоны и нейтроны входят в состав атомных ядер, электроны образуют электронную оболочку атомов. Элементарные частицы протоны и электроны являются носителями зарядов.

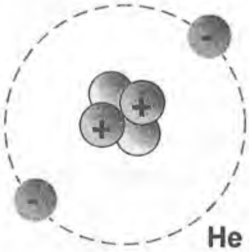



Рис. 17.1

Электрические заряды протона и электрона по модулю одинаковы и равны элементарному заряду:

$$e = 1{,}602177 \cdot 10^{-19}\ Кл \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл.$$

Масса электрона равна $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

В нейтральном атоме число протонов в ядре равно числу электронов в оболочке. Это число называется ***атомным номером.*** Атом данного вещества может потерять один или несколько электронов или приобрести лишние электроны. В этих случаях нейтральный атом превращается в положительный или отрицательный ион.

*Электризация тел*. В результате трения или соприкосновения макроскопических тел друг с другом электроны переходят с одного тела на другое. Тело, потерявшее электроны, становится заряженным положительно, а тело приобретшее электроны – отрицательно. Такие тела называются наэлектризованными или заряженными. Тело, заряженное отрицательно, увеличивает свою массу на суммарную массу приобретенных электронов $\Delta m = n \cdot m_e$, где $n$ количество электронов. Тело, заряженное положительно, уменьшает свою массу на массу потерянных электронов.

***Заряженные тела взаимодействуют друг с другом. Одноименно заряженные тела отталкиваются, а разноименные – притягиваются.***

Заряд может передаваться от одного тела к другому только порциями, содержащими целое число элементарных зарядов $n$. Электрический заряд тела – дискретная величина: $q = \pm ne$ $(n=0, 1, 2, \ldots)$.

Элементарный заряд $e$ является *квантом* (наименьшей порцией) электрического заряда.

Единица электрического заряда в СИ – кулон. *Один кулон (1Кл) – это заряд, проходящий за 1с через поперечное сечение проводника при силе тока 1А: 1Кл=1А×1с.*

***Закон сохранения электрического заряда***: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы (не обменивается зарядами с внешними телами) остается неизменной, какие бы процессы не происходили внутри этой системы: $q_1+q_2+\ldots q_n=const$.

***Электрические заряды возникают и исчезают только парами «+» и «-».***

*Электрометр* – прибор для обнаружения и измерения электрических зарядов, состоящий из металлического стержня и стрелки, которая может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей выше центра тяжести стрелки (рис. 17.2).

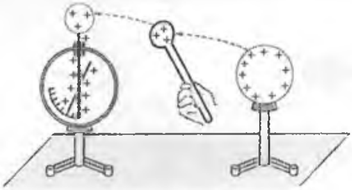


Рис.17.2

Стержень со стрелкой изолирован от металлического корпуса. При соприкосновении заряженного тела со стержнем электрометра, электрические заряды одного знака распределяются по стержню и стрелке.

Силы электрического отталкивания вызывают поворот стрелки. Стрелка останавливается при таком угле, когда составляющая силы тяжести стрелки уравновесит силу электрического отталкивания.

По углу отклонения можно судить о величине заряда, переданного стержню электрометра.

## 17.2. Взаимодействие заряженных тел. Закон Кулона

Закон взаимодействия неподвижных зарядов был установлен французским физиком Ш. Кулоном (1785 г.).

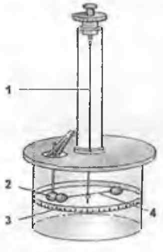


Рис.17.3

Кулон измерял силы притяжения и отталкивания заряженных шариков, с помощью сконструированного им прибора – крутильных весов, отличавшихся чрезвычайно высокой чувствительностью (рис.17.3). Коромысло поворачивалось на 1° под действием силы порядка $10^{-9}$ *Н*.

1 – тонкая кварцевая нить; 2 – заряженный шарик; 3 – шкала; 4 – коромысло.

Если заряженный шарик привести в контакт с таким же незаряженным, то заряд первого разделится между ними поровну, таким образом, можно изменять заряд шарика в два, три и т.д. раз.

В опытах Кулона измерялось взаимодействие между шариками, размеры которых много меньше расстояния между ними.

Такие заряженные тела принято называть ***точечными зарядами*** (рис.17.4–17.5).

*Точечным зарядом называют заряженное тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.*

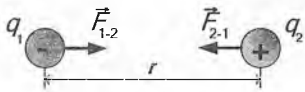



Рис.17.4


Рис.17.5

**Закон Кулона:** *Силы взаимодействия неподвижных зарядов прямо пропорциональны произведению модулей зарядов и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними:* $F = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2}$, где $q_1$ и $q_2$ - величины взаимодействующих точечных зарядов; r– расстояние между ними; k– коэффициент пропорциональности

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\ \frac{H\cdot м^2}{Кл^2}.$$

Сила $\vec{F}$ направлена вдоль прямой, соединяющей заряды, то есть является центральной силой. Она является силой отталкивания, при одинаковых знаках заряда (*F>0*) и силой притяжения, при разных знаках (*F<0*). В соответствии с третьим законом Ньютона, сила, действующая на первый заряд со стороны второго $\vec{F}_{12}$ равна силе $\vec{F}_{21}$, действующей на второй заряд со стороны первого: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Взаимодействие неподвижных электрических зарядов называется *электростатическим.*

***Принцип суперпозиции электростатических сил***

*Если заряженное тело взаимодействует одновременно с несколькими заряженными телами, то результирующая сила, дей-*

*ствующая на данное тело, равна векторной сумме сил, действующих на это тело со стороны всех других заряженных тел* (рис.17.6): $\vec{F}_{рез} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ....\vec{F}_n$ или $\vec{F}_{рез} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$.

Пример: Если некоторый пробный заряд $q_{пр}$ одновременно взаимодействует с зарядами $q_1$ и $q_2$, то результирующая сила $\vec{F}_{рез}$, действующая на данный заряд, является векторной суммой сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, действующих на заряд $q_{пр}$ со стороны зарядов $q_1$ и $q_2$: $\vec{F}_{рез} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

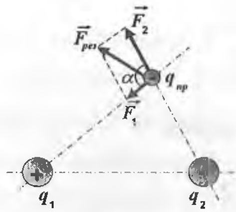


Рис.17.6

Модуль $\vec{F}_{рез}$ определяется теоремой косинусов:

$$F_{рез} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}.$$

## 17.3. Напряженность электрического поля

По современным представлениям в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электрическое поле. Поле неподвижных зарядов называется электростатическим.

На заряды, помещенные в электрическом поле, действует сила. *Отношение силы, действующей на пробный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда называется напряженностью электрического поля:* $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}} (\frac{Н}{Кл})$.

Напряженность – силовая характеристика поля. Напряженность поля - векторная величина. Направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд. Напряженность поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом $q$ на расстоянии $r$ от него, в соответствии с законом Кулона, равна по модулю

$E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Такое поле называется *кулоновским.*

Напряженность поля бесконечно протяженной ***заряженной плоскости***:

$$E = 2\pi k\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

где $\sigma = \dfrac{q}{S}$ – поверхностная плотность зарядов, $\sigma(\dfrac{Кл}{м^2})$.

Электрическое поле длинной однородно ***заряженной нити*** на расстоянии $R$ от нее: $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}$, где $\tau(\dfrac{Кл}{м})$ – линейная плотность заряда.

***Принцип суперпозиции электрических полей***

*Напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства, равна векторной сумме напряженностей электрических полей, создаваемых в той же точке зарядами в отдельности* (рис. 17.7): $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots \vec{E}_n$,

где $\vec{E}_1, \vec{E}_2 \ldots \vec{E}_n$ – электрические поля, создаваемые в данной точке независимо каждым из зарядов системы.

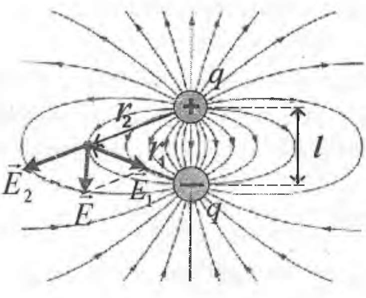


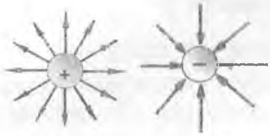

Рис.17.7

Система двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов, расстояние $l$ между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля, называется ***диполем***.

***Силовые линии*** используютсядля графического представления электрического поля.

Они проводятся так, что касательная к силовой линии в каждой точке совпадает с направлением вектора $\vec{E}$ и "густота" силовых линий пропорциональна величине напряженности поля в данном месте пространства. Силовые линии электрического поля не замкнуты, они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных или в бесконечности, либо начинаются в бесконечности и оканчиваются на отрицательных зарядах. Силовые линии непрерывны и не пересекаются.

***Картины силовых линий некоторых электрических полей*** (рис.17.8–17.10).



а) б)

Рис. 17.8

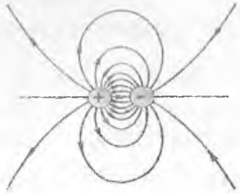


Рис. 17.9

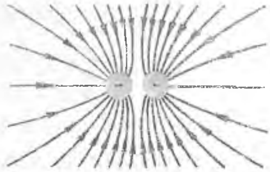


Рис. 17.10

***Однородное поле.*** Поле является однородным, если напряженность $\vec{E}$ во всех точках поля одинакова (рис. 17.11).

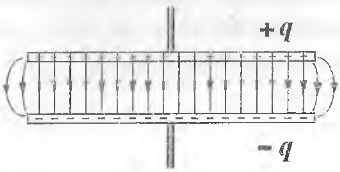



Рис.17.11

Силовые линии таких полей параллельны друг другу и имеют одинаковую густоту во всем пространстве. Такое поле возникает между двумя параллельными пластинами, заряженными разноименными зарядами.

## 17.4. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса

***Поток вектора напряженности Ф*** электрического поля. Пусть в пространстве, где создано электрическое поле, расположена некоторая достаточно малая площадка $dS$.

Произведение модуля вектора $\vec{E}$ на площадь $dS$ и на косинус угла $\alpha$ между вектором $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к площадке называется ***элементарным потоком вектора напряженности*** через площадку $dS$ (рис. 17.12):

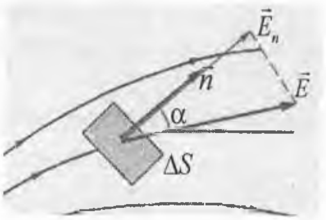



Рис. 17.12

$$d\Phi = EdS\cos\alpha = E_n dS,$$

где $E_n$ – модуль нормальной составляющей поля $\vec{E}$.

Рассмотрим произвольную замкнутую поверхность $S$.

Если разбить эту поверхность на малые площадки $dS_i$, определить элементарные потоки $d\Phi_i$ поля $E$ через эти малые площадки, а затем их просуммировать, то в результате получим поток Φ вектора $\vec{E}$ через замкнутую поверхность $S$:

$$\Phi = \oint_S d\Phi_i = \oint_S E_n dS.$$

В случае замкнутой поверхности за положительное направление нормали принимается ***внешняя нормаль***, то есть нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

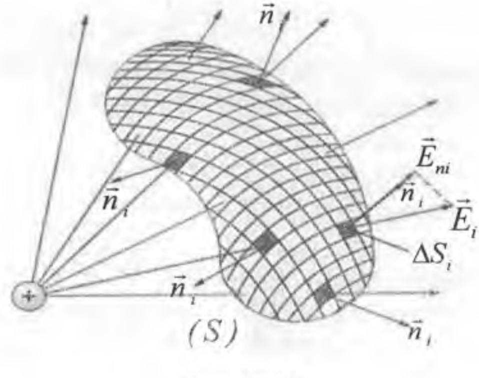



Рис. 17.13

***Теорема Гаусса***

*Поток вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную $\varepsilon_0$:* $\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$.

Для доказательства рассмотрим сначала сферическую поверхность $S$, в центре которой находится точечный заряд $q$ (рис 17.14). Электрическое поле в любой точке сферы перпендикулярно к ее поверхности и равно по модулю:

$$E = E_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2},$$

где $R$ – радиус сферы. Поток Ф через сферическую поверхность будет равен произведению $E$ на площадь сферы $4\pi R^2$:

$$\Phi = \oint_S E_n dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\times 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}, \text{ следовательно, } \Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}q.$$

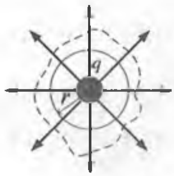



Рис. 17.14

Окружим теперь точечный заряд ***произвольной*** замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу пройдет и сквозь эту поверхность.

Если замкнутая поверхность $S$ не охватывает точечного заряда $q$, то поток $\Phi = 0$. Все силовые линии электрического поля точечного заряда пронизывают замкнутую поверхность $S$ насквозь.

Внутри поверхности $S$ зарядов нет, поэтому в этой области силовые линии не обрываются и не зарождаются.

***Применение теоремы Гаусса***

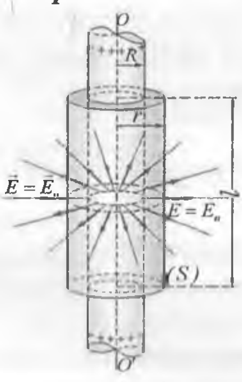



Рис. 17.15

Вычисление поля $\vec{E}$ тонкостенного полого однородно заряженного длинного цилиндра радиуса $R$. Электрическое поле направлено по радиусу. Поэтому для применения теоремы Гаусса целесообразно выбрать замкнутую поверхность $S$ в виде соосного цилиндра некоторого радиуса $r$ и длины $l$, закрытого с обоих торцов (рис. 17.15). Весь поток вектора напряженности проходит через боковую поверхность цилиндра, площадь которой равна $2\pi rl$, так как поток через оба основания равен нулю.

Применение теоремы Гаусса дает:

$$\Phi = E2\pi rl = \frac{1}{\varepsilon_0}q = \frac{\tau l}{\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad E2\pi rl = \frac{\tau l}{\varepsilon_0},$$

где $\tau$ – заряд единицы длины цилиндра. Отсюда $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$.

Этот результат не зависит от радиуса $R$ заряженного цилиндра, поэтому он применим и к полю длинной однородно заряженной нити.

Для определения напряженности поля внутри заряженного цилиндра нужно построить замкнутую поверхность для случая $r < R$. В силу симметрии задачи поток вектора напряженности через боковую поверхность гауссова цилиндра должен быть и в этом случае равен $\Phi = E2\pi rl$.

Согласно теореме Гаусса, этот поток пропорционален заряду, оказавшемуся внутри замкнутой поверхности. Этот заряд равен нулю. Отсюда следует, что электрическое поле внутри однородно заряженного длинного полого цилиндра равно нулю.

Рассмотрим еще один пример симметричного распределения зарядов – определение поля равномерно заряженной плоскости (рис. 17.16).

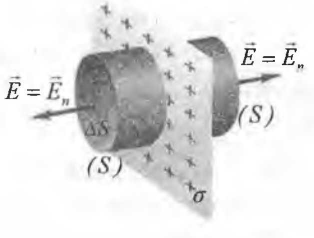


Рис 17. 16

В этом случае гауссову поверхность $S$ целесообразно выбрать в виде цилиндра некоторой длины, закрытого с обоих торцов.

Ось цилиндра направлена перпендикулярно заряженной плоскости, а его торцы расположены на одинаковом расстоянии от нее.

В силу симметрии поле равномерно заряженной плоскости должно быть везде направлено по нормали.

Применение теоремы Гаусса дает: $2E\Delta S = \dfrac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$, отсюда

$E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, где σ – ***поверхностная плотность заряда***, т.е. заряд, приходящийся на единицу площади.

Полученное выражение для электрического поля однородно заряженной плоскости применимо и в случае плоских заряженных площадок конечного размера.

## Контрольные вопросы

1. Что называется электрическим зарядом?

2. Что такое элементарный электрический заряд?

3. Какие частицы являются носителями элементарных электрических зарядов?

4. Сформулируйте закон сохранения электрических зарядов.

5. Объясните «дискретность» электрического заряда.

6. Что значит «тело заряжено положительно», «отрицательно»?

7. Опишите прибор для обнаружения и измерения электрических зарядов.

8. Сформулируйте закон Кулона. Сравните закон Кулона и закон всемирного тяготения.

9. В чем заключается принцип суперпозиции электростатических сил?

10. Дайте определение напряженности электростатического поля. Как направлен вектор напряженности?

11. Дайте определение силовых линий электростатического поля.

12. Нарисуйте картины силовых линий некоторых типичных полей (двух одноимённых, двух разноимённых зарядов, двух заряжённых плоскостей и др.).

13. Напишите формулы напряженности поля точечного заряда.

14. В чем заключается принцип суперпозиции электростатических полей?

15. Что называется потоком вектора напряженности электрического поля?

16. Выведите формулу потока вектора напряженности через сферическую поверхность поля точечного заряда.

17. Сформулируйте теорему Гаусса.

18. Поясните применение теоремы Гаусса для вычисления напряженности поля заряженного длинного цилиндра.

19. Поясните применение теоремы Гаусса для вычисления напряженности поля, равномерно заряженной плоскости.

20. Чему равна напряженность поля плоскости? Что такое поверхностная плотность зарядов?

# Глава 18. РАБОТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ПОТЕНЦИАЛ

## 18.1. Работа поля. Потенциальная энергия

***Работа при перемещении заряда в однородном электростатическом поле***

Однородное поле действует на заряд с постоянной силой $\vec{F} = q\vec{E}$. Работа, совершаемая однородным полем, при перемещении положительного заряда $q$ из точки 1 с координатой $x_1$ в точку 2 с координатой $x_2$ вдоль вектора перемещения $\vec{S}$ (рис. 18.1) равна

$$A = FS\cos\alpha = qES\cos\alpha = qE(x_2 - x_1) = qE\Delta x,$$

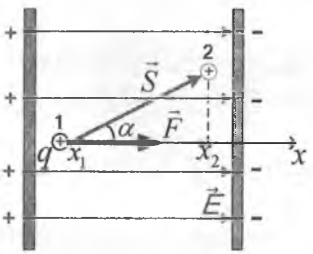



Рис. 18.1

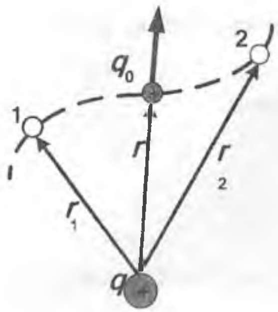
где $\alpha$ - угол между направлением действия силы $\vec{F}$ (или $\vec{E}$) и вектором перемещения $\vec{S}$.

*Работа не зависит от формы траектории, а зависит только от положения начальной и конечной точек. Работа на замкнутой траектории равна нулю.*

***Работа при перемещении заряда в центральном (неоднородном) электростатическом поле***

Определим работу по перенесению заряда $q_0$ в поле (рис. 18.2), созданном зарядом $q$ из точки на расстоянии $r_1$ в точку на расстоянии $r_2$ от заряда $q$ по произвольной траектории

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr.$$




Интегрирование можно произвести, задав вид функции $F(r)$. В данном случае она является силой Кулона, поэтому работа равна:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} kqq_0 \frac{dr}{r^2} = \frac{kqq_0}{r_1} - \frac{kqq_0}{r_2}. \qquad (1)$$

Рис. 18.2

Формула показывает, что работа не зависит от формы траектории, а зависит только от положения начальной и конечной точек ($r_1$, $r_2$).

Такие поля являются потенциальными, а силы центральными и консервативными. Работа таких сил на замкнутой траектории равна нулю. Электростатическая сила и является такой силой.

Тела в потенциальных полях обладают потенциальной энергией, а работа равна изменению потенциальной энергии со знаком минус (убыли)

$$A = -\Delta W_p = W_{p1} - W_{p2}. \qquad (2)$$

Сравнивая формулы (1) и (2) получим выражение для потенциальной энергии $W_p = \dfrac{kqq_0}{r}$.

Потенциальная энергия не может служить характеристикой поля, так как зависит от величины пробного заряда $q_0$

## 18.2. Потенциал. Эквипотенциальные поверхности. Потенциал

Величина, равная $\dfrac{W_p}{q_0}$, не зависит от величины пробного заряда $q$, является энергетической характеристикой поля, называемой потенциалом: $\varphi = \dfrac{W_p}{q_0}$.

*Потенциал $\varphi$, в какой либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.*

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом $q$, равен:

$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = \frac{kqq_0}{rq_0} = \frac{kq}{r}$, таким образом, $\varphi = \frac{kq}{r}$ или $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$.

Из формул $W_p = q\varphi$ и $A = W_{p1} - W_{p2}$ получим формулу работы в виде:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Пусть одна из точек находится в бесконечности $r \to \infty$. Тогда ее потенциал равен нулю $(\varphi = \frac{kq}{r} \to \frac{kq}{\infty} \to 0)$, а потенциал другой

$$\varphi = \frac{A}{q}.$$

*Потенциал поля в данной точке численно равен работе, которую совершает электрическое поле при удалении единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.*

Потенциал является скалярной величиной. В системе СИ за единицу потенциала принимается один вольт *(1В)*.

*Потенциал равен одному вольту, если для удаления заряда 1Кл в бесконечность затрачивается работа в 1 Дж:* $1В = \frac{1Дж}{1Кл}$.

**Эквипотенциальные поверхности**

*Поверхность, во всех точках которой потенциал электрического поля имеет одинаковые значения, называется эквипотенциальной поверхностью.*

Силовые линии электрического поля (1) всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям (2) (рис. 18.3).

Для точечного заряда эквипотенциальные поверхности будут иметь форму сферы. При пересечении этих поверхностей с плоскостью получаются эквипотенциальные линии. Поверхность заряженного проводника имеет одинаковый потенциал. Эквипотенциальные поверхности вблизи проводника напоминают по форме поверхность самого проводника.

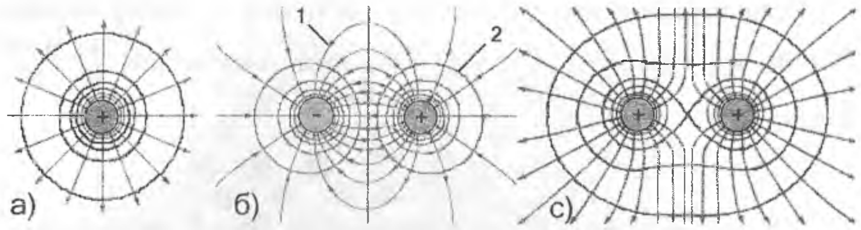
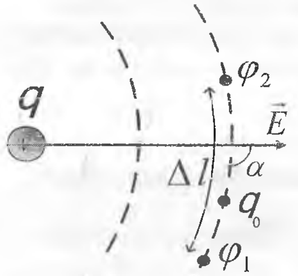



Рис. 18.3

На рис. 18.3 а графически изображены эквипотенциальные линии поля, образованного положительным зарядом и линия напряженности $\vec{E}$.

*Работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности равна нулю* $A = q_0(\varphi_1 - \varphi_1) = 0$ (так как $\varphi_1 = \varphi_2$).

Докажем, что силовые линии электрического поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям (рис 18.4).




Если пробный заряд $q_0$ перемещать по эквипотенциальной линии на $\Delta l$, то работа на участке $\Delta l$ равна нулю:

Следовательно, $\cos\alpha = 0$ и $\alpha = 90°$, линии напряженности перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям.

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 E \Delta l \cos\alpha = 0.$$

Рис. 18.4

## *Связь между напряженностью и разностью потенциалов*

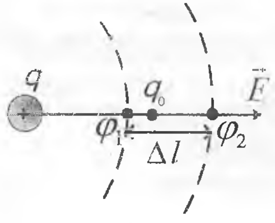



Рис. 18.5

Если перемещение $\Delta l$ пробного заряда $q_0$ происходит вдоль линии напряженности $\vec{E}$ (рис. 18.5), то $\alpha = 0$ и $\cos\alpha = 1$, тогда $A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 E \Delta l$, откуда:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta l}.$$

Если перемещение происходит вдоль оси X, тогда заменим $\Delta l = dx$ и учтем, что $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$, тогда выражение $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta l}$ примет вид:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}.$$

*Напряженность электростатического поля E числено равна изменению потенциала dφ на единице расстояния, взятая со знаком минус. В общем случае, эквипотенциальные поверхности имеют произвольную форму, и вектор напряженности E не совпадает по направлению с осями координат, тогда его проекции на оси имеют вид:*

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad E_y = -\frac{d\varphi}{dy}, \quad E_z = -\frac{d\varphi}{dz}.$$

Вектор напряженности можно выразить формулой:

$$\vec{E} = -\left(\frac{d\varphi}{dx}\vec{e}_x + \frac{d\varphi}{dy}\vec{e}_y + \frac{d\varphi}{dz}\vec{e}_z\right) \text{ или } \vec{E} = -grad\varphi,$$

то есть напряженность электростатического поля равна градиенту потенциала со знаком минус. Вектор $E$ направлен в сторону убывания потенциала.

## 18.3. Проводники и диэлектрики в электрическом поле

***Проводники* в электрическом поле.** Основная особенность проводников – наличие *свободных* зарядов (электронов), которые участвуют в тепловом движении и могут перемещаться по всему объему проводника. Типичные проводники – металлы. В отсутствие внешнего поля в любом элементе объема проводника отрицательный свободный заряд компенсируется положительным зарядом ионной решетки.

В проводнике, внесенном в электрическое поле, происходит перераспределение свободных зарядов, в результате чего на поверхности проводника возникают нескомпенсированные положительные и отрицательные заряды.

Этот процесс называют ***электростатической индукцией***, а появившиеся на поверхности проводника заряды – ***индукционными зарядами***.

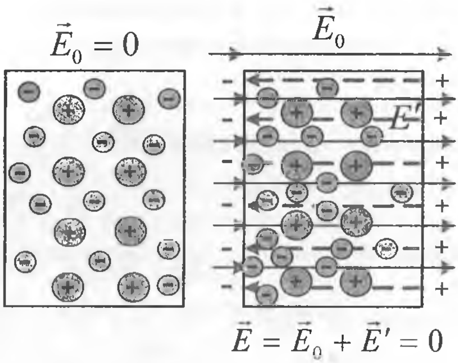



Рис.18.6

Индукционные заряды создают свое собственное поле $\vec{E}'$, которое компенсирует внешнее поле $\vec{E}_0$ во всем объеме проводника:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0.$$

*Полное электростатическое поле внутри проводника равно нулю, а потенциалы во всех точках одинаковы и равны потенциалу на поверхности проводника.*

Все внутренние области проводника, внесенного в электрическое поле, остаются электронейтральными (рис. 18.7).

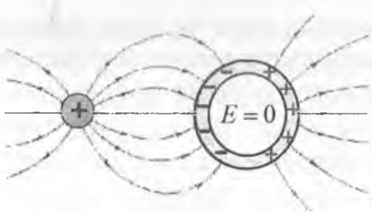



Рис.18.7

Если удалить некоторый объем внутри проводника и образовать полость, то электрическое поле внутри полости будет равно нулю.

На этом основана ***электростатическая защита*** – чувствительные к электрическому полю приборы для исключения влияния поля помещают в металлические ящики.

Так как поверхность проводника является эквипотенциальной, силовые линии у поверхности должны быть перпендикулярны к ней.

***Поле шара.*** Напряженность $E$ и потенциал $\varphi$ проводящего заряженного шара (или сферы) внутри и вне его (рис. 18.8) определяются по формулам:

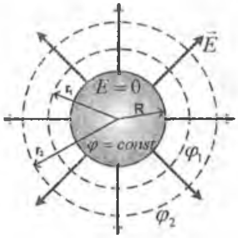



Рис.18.8

$$E=0, \text{ если } r<R; \quad \varphi=\frac{kq}{R}, \text{ если } r\leq R.$$

$$E=\frac{kq}{r^2}, \text{ если } r\geq R; \quad \varphi=\frac{kq}{r}, \text{ если } r>R,$$

где $R$ – радиус шара; $r$ – расстояние от данной точки до центра шара.

То есть *внутри* сферы напряженность поля равна нулю, а потенциал во всех точках внутри одинаков и такой же, как на поверхности.

Снаружи сферы напряженность и потенциал определяются как для точечного заряда, помещенного в центре сферы.

***Диэлектрики в электрическом поле.*** В отличие от проводников, в диэлектриках (изоляторах) нет свободных электрических зарядов. Они состоят из нейтральных атомов или молекул. Заряженные частицы в нейтральном атоме связаны друг с другом и не могут перемещаться под действием электрического поля по всему объему диэлектрика.

При внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле $\vec{E}_0$ в нем возникает некоторое перераспределение зарядов, входящих в состав атомов или молекул. В результате такого перераспределения на поверхности диэлектрического образца появляются избыточные нескомпенсированные *связанные* заряды. Этот процесс называется ***поляризацией диэлектрика.*** Все заряженные частицы, образующие связанные заряды, по-прежнему входят в состав своих атомов.

Связанные заряды создают электрическое поле $\vec{E}'$, которое внутри диэлектрика направлено противоположно вектору напряженности $\vec{E}_0$ внешнего поля. Результирующее электрическое поле $\vec{E}_{рез}=\vec{E}_0+\vec{E}'$ внутри диэлектрика, оказывается, по модулю меньше внешнего поля $\vec{E}_0$.

*Физическая величина, равная отношению модуля напряженности внешнего электрического поля в вакууме $\vec{E}_0$ к модулю напряженности результирующего поля $\vec{E}_{рез}$ в однородном диэлектрике, называется* ***диэлектрической проницаемостью*** *вещества:* $\varepsilon = \dfrac{E_0}{E_{рез}}$.

Существует несколько механизмов поляризации диэлектриков.

***Ориентационная или дипольная поляризация*** возникает в случае ***полярных диэлектриков***, состоящих из молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Такие молекулы представляют собой *электрические диполи* (рис.18.9).


Рис.18.9

*Электрический диполь – это нейтральная совокупность двух точечных зарядов, равных по модулю и противоположных по знаку.*

Дипольным моментом обладает молекула воды $H_2O$ и молекулы некоторых других веществ ($H_2S$, $NO_2$).

При отсутствии внешнего электрического поля оси молекулярных диполей ориентированы хаотично из-за теплового движения, так что на поверхности диэлектрика и в любом элементе объема электрический заряд в среднем равен нулю (рис. 18.10 а).

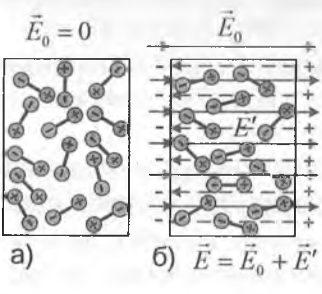



Рис.18.10

При внесении диэлектрика во внешнее поле $\vec{E}_0$ возникает (рис. 18.10 б) частичная ориентация молекулярных диполей. В результате на поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные макроскопические связанные заряды, создающие поле $\vec{E}'$, направленное против внешнего поля $\vec{E}_0$.

Поляризация полярных диэлектриков сильно зависит от температуры, так как тепловое движение молекул играет роль дезориентирующего фактора.

***Электронный механизм поляризации*** проявляется при поляризации неполярных диэлектриков, молекулы которых не обладают в отсутствие внешнего поля дипольным моментом (рис. 18.11 а).

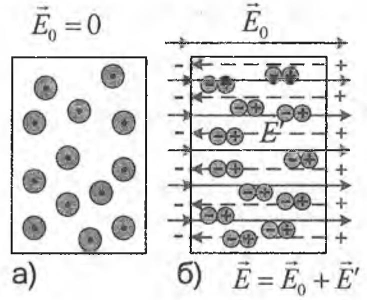



Рис.18.11

Под действием электрического поля молекулы неполярных диэлектриков деформируются – положительные заряды смещаются в направлении вектора $\vec{E}_0$, а отрицательные – в противоположном направлении (рис. 18.11 б).

В результате, каждая молекула превращается в электрический диполь, ось которого направлена вдоль внешнего поля.

На поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные $\vec{E}_0$, связанные заряды, создающие свое поле $\vec{E}'$, направленное против внешнего поля.

Деформация неполярных молекул под действием внешнего электрического поля не зависит от их теплового движения, поэтому поляризация неполярного диэлектрика не зависит от температуры.

Примером неполярной молекулы может служить молекула метана $CH_4$.

У многих неполярных молекул при поляризации деформируются электронные оболочки, поэтому этот механизм получил название ***электронной поляризации***.

***Ионная поляризация***. В случае твердых кристаллических диэлектриков наблюдается ***ионная поляризация***, при которой ионы разных знаков, составляющие кристаллическую решетку, при наложении внешнего поля смещаются в противоположных направлениях, вследствие чего на гранях кристалла появляются связанные (нескомпенсированные) заряды. Примером может служить поляризация кристалла NaCl, в котором ионы $Na^+$ и $Cl^-$ составляют две подрешетки, вложенные друг в друга. В отсутствие внешнего поля каждая ***элементарная ячейка*** кристалла NaCl электронейтральна и не обладает дипольным моментом. Во внешнем электрическом поле обе подрешетки смещаются в противоположных направлениях и кристалл поляризуется.

***Напряженность и потенциал электрического поля в диэлектрической среде***

Если в однородном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon$ находится точечный заряд $q$, то напряженность поля $\bar{E}$, создаваемого этим зарядом в некоторой точке, и потенциал $\varphi$ в $\varepsilon$ раз меньше, чем в вакууме:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r}.$$

## Контрольные вопросы

1. Дайте определение потенциала электростатического поля.
2. Напишите формулы напряженности и потенциала для точечных зарядов.
3. Как связаны между собой напряженность поля и потенциал?
4. Дайте определение эквипотенциальной поверхности. Чему равна работа по перенесению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?
5. Докажите, что силовые линии электростатического поля перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям.
6. В чем принцип электростатической защиты?
7. Чему равны напряженность и потенциал внутри и снаружи проводящей заряженной сферы?
8. Что называется диэлектрической проницаемостью среды?

# ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1985.

2. Савельев И. В. Курс физики. М.: Наука, 1989. Т.1, 2, 3.

3. Детлаф А.А, Яворский Б.М. Курс физики. М.: Высшая школа, 1989.

4. Оплачко Т.М., Турсунметов К.А. Физика. Т.: Чулпан, 2009. Ч. 1.

5. Оплачко Т.М.,Турсунметов К.А. Физика. Т.: Ilm-Ziyo, 2009. Ч. 2.

6. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики. М.: Высшая школа, 1970.

7. Кортнев В.А. Практикум по физике. М.: Высшая школа, 1961.

8. Оплачко Т.М., Атабаев А. Физика. Механика. Молекулярная физика и термодинамика: Учебное пособие. Т.: ТАСИ, 2007. Ч. 1.

9. Оплачко Т.М., Атабаев А. Электричество и магнетизм: Учебное пособие. Т.: ТАСИ, 2004.

10. Оплачко Т.М., Атабаев А. Оптика: Учебное пособие. Т.: ТАСИ, 2005.

11. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1979.

12. Шутов В.И., Сухов В.Г., Подлесный Д.В. Эксперимент в физике. Физический практикум. М.: Физматлит, 2005. 184 с.

# ОГЛАВЛЕНИЕ
## I часть

ISBN 978-9943-13-741-7