М. ИСМОИЛОВ, П. ҲАБИБУЛЛАЕВ, М. ХАЛИУЛИН

ФИЗИКА КУРСИ

МЕХАНИКА, ЭЛЕКТР, ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги техника ва педагогика олий ўқув юртлари талабалари учун ўқув қўлланма сифатида тавсия этган

ТОШКЕНТ
«ЎЗБЕКИСТОН»
2000

Тақризчилар:
Педагогика фанлари доктори, профессор
Б. М. Мирзааҳмедов,
ЎзФА мухбир аъзоси, физика-математика фанлари
доктори **А. Т. Мамадалимов,**
физика-математика фанлари доктори, профессор
М. А. Тоиров

Муҳаррирлар:
М. САЪДУЛЛАЕВ, Ю. МУЗАФФАРХЎЖАЕВ

ISBN 5-640-01230-0
И $\frac{1604000000-146}{М351(04)99}$ 2000

СЎЗ БОШИ

Мазкур дарслик ҳозирги кунда мавжуд бўлган, эски дастур асосида ёзилган ва нашр қилинган физика дарсликларидан фарқли ўлароқ, Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан тасдиқланган янги ўқув дастури асосида ёзилган бўлиб, унда муаллифларнинг олийгоҳларда узоқ йиллар ўқиган маърузалари ҳамда тўплаган тажрибаларидан кенг фойдаланилган.

Қўлланмада физика курсининг механика, электр ва электромагнетизм бўлимларига тегишли материаллар халқаро бирликлар системаси (СИ) да баён қилинган.

Ушбу китобнинг мақсади талабаларни физиканинг асосий ғоя ва усуллари билан таништириб, физика қонун-қоидаларидан онгли равишда фойдаланишга ҳамда келгусида физикага асосланган фанларни яхши ўзлаштиришга қаратилган. Талабалар ўзлаштирган билимларини текшириш учун ҳар бир бобнинг охирида такрорлаш саволлари келтирилган.

Ўқув қўлланма алоқа техника билим юртларининг муҳандис-техник ихтисоси бўйича ўқувчи талабаларга мўлжалланган ягона қўлланмадир. Ундан педагогика олийгоҳлари талабалари ва физика ўқитувчилари ҳам фойдаланишлари мумкин.

Муаллифлар китоб қўлёзмасини янада мукаммаллаштириш мақсадида фойдали маслаҳатлари учун физика-математика фанлари доктори, профессор Б. Мирзаахмедовга ва ЎзФА академиги Р. Бекжоновга чуқур миннатдорчилик билдирадилар. Шунингдек, дарслик сифатини яхшилашга қаратилган барча танқидий фикр-мулоҳазаларни миннатдорчилик билан қабул қиладилар.

КИРИШ

Физика (юнонча phisis—табиат)—табиат ҳақидаги умумий фандир. Физика ўрганадиган объектлар тарихий ривожланиш жараёнининг турли даврларида турлича бўлган. Айниқса, ҳозирги замон физикаси мураккаб ва кўп тармоқли фан бўлиб, у материя тузилишини, ҳаракатнинг турли шаклларини, уларнинг бир-бирига айланишини, шунингдек модда ва майдон хоссаларини ўрганади.

Физика фани экспериментал ва назарий физикага бўлинади. Экспериментал физика тажрибалар асосида янги маълумотлар олади ва қабул қилинган қонунларни текширади. Назарий физика табиат қонунларини таърифлайди, ўрганиладиган ҳодисаларни тушунтиради ва юз бериши мумкин бўлган ҳодисаларни олдиндан айтиб беради. Замонавий физика бир-бири билан ўзаро боғлиқ бўлган механика ва акустика, молекуляр физика, электр, магнетизм, оптика, атом ва ядро физикаси каби бўлимларни ўз ичига олади.

Физиканинг ривожланиши ҳамма вақт бошқа табиий фанлар билан чамбарчас боғлиқ бўлиб келган. Унинг ривожланиши биофизика, кимёвий физика, астрофизика, геофизика ва бошқа фанлар яратилишига олиб келди. Электрон микроскоп, рентгеноструктура анализ қурилмаларидан фойдаланиш биология ва кимёда молекула ҳамда ҳужайраларни визуал кузатиш, кристалларнинг тузилиши, мураккаб биологик системаларни ўрганишда қимматбаҳо маълумотларни олишга ёрдам берди.

Ҳозирги кунда Республикамиз Фанлар академияси қошидаги физика-техника илмий тадқиқот институти, Ядро физикаси институти, У. О. Орифов номидаги Электроника илмий тадқиқот институти, бошқа қатор илмий текшириш институтлари ва олийгоҳларда физиканинг турли муаммоларини ҳал қилишга оид илмий ишлар олиб борилмоқда. Ўзбек олимлари физикага оид дарсликлар, илмий оммабоп асарлар, атамалар луғати ва бошқа адабиётлар яратдилар. Республикамизда физика фанини ривожлантиришда У. О. Орифов, С. А. Азимов, С. У. Умаров, Ғ. Е. Умаров, М. С. Саидов, М. М. Мўминов, Р. Х. Маллин, А. Қ. Отахўжаев, Р. Б. Бекжонов ва бошқа олимларнинг хизматлари катта.

Физика фанининг тараққиёти билан баравар қадам ташлаётган техника олийгоҳлари талабалари физиканинг асосий қонунларига оид билимларни пухта эгаллашлари шарт. Мазкур қўлланма бунга маълум даражада ҳисса қўшади, деб умид қиламиз.

БИРИНЧИ ҚИСМ

МЕХАНИКА

I-БОБ

МЕХАНИКАНИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

1.1. ҲОДИСАЛАРНИНГ ЎЗАРО БОҒЛАНИШИ ВА УЛАРНИНГ МОДЕЛИ

Ўрганилаётган ҳодисалар тўғри моделлаштирилгандагина механиканинг аниқ қонунлари жисм ҳаракатининг ҳақиқий манзарасини аниқ ифодалаб, тўғри натижага олиб келади. Агар ҳодисаларнинг ҳақиқий манзараси бузиб моделлаштирилса, у ҳодисани таҳлил қилувчи математик усули ҳар қанча мукаммал бўлишига қарамасдан, чиқарилган назарий хулосалар қўпол хатоликларга олиб келади.

Ҳодисанинг тўғри модели унинг билан бошқа ҳодисалар орасидаги барча мавжуд бўлган ички боғланишни узиб қўймайди, ҳодисалар орасидаги муҳим боғланишларни ажратиб олади ва шу тариқа ҳодисанинг моделини яратиб беради. Агар ҳодисанинг моделини ишлаб чиқишда ҳодисалар орасидаги асосий боғланиш нотўғри аниқланса, кўпол хатога йўл қўйилади ва бундай моделга асосланган мулоҳазалар яроқсиз бўлиб қолади.

Масалан, артиллерия снаряди ҳаракатидаги ҳодисалар манзараси ҳақидаги масалага мурожаат қилайлик. Артиллерия снаряди учаётганда **снаряднинг траекторияси** порох зарядининг сифати ва миқдорига, тўпнинг тузилишига, снаряднинг ўлчамларига, ҳавонинг қаршилигига, шамолнинг йўналишига, снаряднинг шаклига, снаряднинг ўз ўқи атрофида айланиш тезлигига ва шу каби кўрсаткичларга боғлиқ бўлади.

Бу ҳодисанинг бошланғич элементар моделида снарядни «моддий нуқта» деб олинса, снаряд траекторияси параболадан иборатлиги келиб чиқади.

Агар бу ҳодисанинг аниқроқ моделини тузишда ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинса, снаряднинг траекторияси параболадан фарқли эканлиги келиб чиқади.

Тўп стволида снаряднинг винт чизиғи бўйлаб айланма ҳаракати ҳам назарга олинса, ҳодисанинг аниқроқ модели ҳосил бўлади ва ҳисоблаш мураккаблаша боради.

Янада мураккаб, бироқ анчагина аниқроқ моделга мурожаат қилинганда, снаряднинг бошланғич тезлиги билан порохнинг миқдори ҳамда сифати, стволнинг узунлиги ва бошқа катталиклар орасидаги боғланишлар эътиборга олинади. Бунда механика қонунларидан ташқари бошқа қонунлардан ҳам фойдаланишга тўғри келади.

Шундай қилиб, снаряд учаётганда содир бўладиган ҳодисаларнинг ҳақиқий модели жуда мураккабдир. Бу айтилганлардан қуйидаги хулоса келиб чиқади: ҳодисанинг ҳақиқатга яқин моделини ҳосил қилишнинг бирдан-бир йўли ўрганилаётган моделни кетма-кет мураккаблаштириб боришдан иборат.

Ҳаракатни сабабсиз текширадиган механиканинг бўлимига *кинематика* дейилиб, сабабияти билан текширадиган бўлимига эса *динамика* дейилади. Ҳаракатнинг сабаби маълум бўлса, текширилаётган жисмлар қандай мувозанат ҳолатида бўлишини олдиндан айтиб бериш мумкин. Жисмларнинг мувозанатда бўлишини текширадиган механиканинг бўлимига *статика* дейилади.

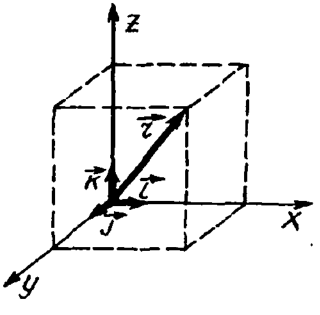
1.2. САНОҚ СИСТЕМАСИ. МОДДИЙ НУҚТА ВА УНИНГ КЎЧИШИ

Вақт ўтиши билан жисмнинг фазодаги вазиятининг бошқа жисмларга нисбатан ўзгариши жисмларнинг механик ҳаракати деб айтилади.

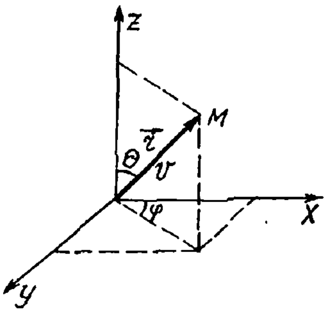
Жисмларнинг ҳаракатини текширишда, унинг вазиятини бошқа жисмларга ёки ҳеч бўлмаганда, шартли равишда қўзғалмас деб қабул қилинган битта жисмнинг вазиятига нисбатан аниқлаш керак.

Жисмларнинг фазодаги вазиятини аниқлашга имкон берадиган қўзғалмас жисм билан боғланган координат системасига *фазовий саноқ системаси* дейилади. Танлаб олинган фазовий саноқ системасидаги ҳар бир нуқтанинг ўрнини учта *X, У, Z координата* орқали ифодалаш мумкин (1.1-расм). Координата бошидан нуқтагача йўналтирилган кесмага *радиус-вектор* дейилади. Радиус-вектор $\bar{r}$ нинг координаталари *X, У, Z* ўқлардаги проекцияларидан иборат, яъни:

$$\bar{r} = \bar{i}x + \bar{i}y + \bar{k}z. \qquad (1.1)$$



1.1-расм



1.2-расм

бунда $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ — координата ўқлари (X, $У$, Z лар) бўйлаб йўналган бирлик векторлар бўлиб, улар координата ортлари дейилади (1.1-расм).

Радиус-вектор $\vec{r}$ нинг модулини r кесма билан, йўналишини эса v ва φ бурчаклар билан ифодалаш мумкин. Шундай қилиб, жисмнинг вазиятини ифодаловчи $\vec{r}$, v, φ ларга *қутб координаталар системаси* дейилади (1.2-расм).

Қутб координаталар системасидан (1.2-расм) декарт координаталар системасига қуйидаги ифодалардан фойдаланиб ўтиш мумкин.

$$\left.\begin{aligned} x &= r\sin v\cos\varphi, \\ y &= r\sin v\sin\varphi, \\ z &= r\cos v. \end{aligned}\right\} \qquad (1.2.)$$

Декарт координаталар системасидан қутб координаталар системасига қуйидаги ифодалардан фойдаланиб ўтиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2+y^2+z^2}, \\ \cos v &= \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \\ tg\,\varphi &= y/x. \end{aligned}\right\} \qquad (1.3.)$$

Вақт ўтиши билан содир бўладиган ҳаракатни, шунингдек исталган физик ҳодисани ифодалаш учун фазовий саноқ системаларининг ўзи етарли эмас. Бинобарин, жисмнинг ҳаракати яна бир физик катталик—вақт билан ифодаланади.

Вақтни ўлчайдиган асбоб—соат билан жиҳозланган саноқ системасига *фазо-вақт саноқ системаси* дейилади.

Умумий ҳолда релятивистик, яъни катта тезликли механикада узунлик ҳам, вақт оралиғи ҳам нисбийдир. Классик механикада узунлик ва вақт оралиқлари абсолют катталикдир.

1.3 ҲАРАКАТНИ КИНЕМАТИК ИФОДАЛАШ. МОДДИЙ НУҚТА

Классик механикада ўрганиладиган энг содда объект моддий нуқта ҳисобланади. *Моддий нуқта деб, текширилаётган масофага нисбатан ўлчами жуда кичик бўлган моддий жисмга айтилади.* Табиатда моддий нуқталар мавжуд эмасдир. Моддий нуқта—реал жисмларнинг идеаллашган шаклидир. Шундай қилиб, моддий нуқта нисбий тушунчадир. Масалан, Ернинг Қуёш атрофидаги ҳаракатида уни моддий нуқта деб олиш мумкин. Бунда ернинг бутун массаси шу геометрик нуқтада мужассамлашган деб қараш мумкин. Лекин ернинг ўз ўқи атрофидаги айланма ҳаракати уни моддий нуқта деб бўлмайди, чунки бу ҳолда айланма ҳаракат маънога эга бўлмайди.

Агар M моддий нуқтанинг бирор саноқ системасидаги радиус-вектори $\vec r$ бўлса, унинг координаталари X, $У$, Z вақт t нинг функцияси кўринишида ифодаланади:

$$\vec r = \vec r(t); \quad x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t). \qquad (1.3)$$

Ҳар қандай ҳаракатни ўрганиш учун турли саноқ системаларини танлаб олиш мумкин. Шуни қайд этиш керакки, турли саноқ системаларида айни бир жисмнинг ҳаракати турлича бўлади, лекин саноқ системаси шароитга қараб танланади. Масалан, жисмларнинг ҳаракатини Ер билан боғланган саноқ системаси ёрдамида ўрганилади. Ернинг сунъий йўлдошлари, космик кемаларнинг ҳаракати эса қуёш билан боғлиқ бўлган гелио саноқ системасида текширилади.

1.4. НУҚТАНИНГ КЎЧИШИ. ВЕКТОРЛАР ВА СКАЛЯР КАТТАЛИКЛАР

Моддий нуқтанинг ҳаракат давомида қолдирган изига *траектория* дейилади. Траекториясининг шаклига қараб, ҳаракат *тўғри чизиқли, айланма, эгри чизиқли* ва ҳоказо

1.3-расм

ҳаракатларга бўлинади. Моддий нуқтанинг ҳаракат траекторияси номаълум бўлган ҳолларда, унинг бошланғич тезлиги ва ўтадиган йўлнинг узунлиги маълум бўлса ҳам бу йўлнинг охирги вазиятини, яъни координатасини аниқлаб бўлмайди. Бу ҳолда моддий нуқтанинг вазияти **кўчиш** деб аталадиган r катталик билан ифодаланади.

Фараз қилайлик моддий нуқта бирор траектория бўйлаб *1* нуқтадан *2* нуқтага кўчган бўлсин (1.3-расм). Траектория бўйлаб *1* нуқтадан *2* нуқтагача бўлган масофа S ўтилган йўлдан иборат скаляр катталикдир. *1* нуқтадан *2* нуқтагача ўтказилган тўғри чизиқли кесма $\vec{r}_{12}$ (1.3.-расм) кўчиш-вектор катталикдир.

Моддий нуқтанинг бошланғич вазияти билан кейинги вазиятини туташтирувчи йўналишли кесмага нуқтанинг кўчиши дейилади. Кўчишга ўхшаш катталиклар, яъни ҳам миқдори, ҳам йўналиши билан тавсифланувчи катталикларга *вектор катталиклар* дейилади. Тезлик, тезланиш, куч, импульс ва шу кабилар вектор катталиклар ҳисобланади. Векторлар босмада йўғон ҳарф билан (масалан, $\vec{r}_{12}$) белгиланади. Ёзувда эса векторлар устига стрелка қўйилган ҳарфлар билан (масалан, $\vec{r}_{12}$) белгиланади. Оддий шрифт билан ёзилган айнан r_{12} шу ҳарф векторининг модули (катталиги ёки қиймати)ни ифодалайди. Модулни ифодалаш учун иккита вертикал чизиқ орасига олинган вектор символидан фойдаланилади, яъни: $|\vec{r}_{12}| = r_{12}$.

Векторнинг модули r_{12} скаляр катталик бўлиб, у ҳар доим мусбат бўлади. Чизмаларда векторлар стрелкали тўғри чизиқли кесмалар кўринишида тасвирланади, унинг узунлиги масштабда векторнинг модулини ифодалайди. Фақат сон қийматлари билан характерланадиган катталикларга скаляр катталиклар дейилади. Скаляр катталикларга йўл, вақт, масса, иш, қувват ва бошқалар мисол бўла олади.

1.5. ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛИ ҲАРАКАТДА ТЕЗЛИК ВА ТЕЗЛАНИШ

Моддий нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракати $\langle\vec{v}\rangle$ ўртача тезлик ва $\vec{v}$ оний тезлик билан тавсифланади.

Моддий нуқта ҳаракатининг Δt вақт оралиғидаги ўртача тезлик вектори $\langle\vec{v}\rangle$ кўчиш $\Delta\vec{r}$ нинг кўчиш вақти Δt га бўлган нисбатига тенг:

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1.4)$$

Бу $\langle\vec{v}\rangle$ вектор кўчиш $\Delta\vec{r}$ бўйлаб йўналган.

Моддий нуқтанинг ўртача тезлиги деб, вақт бирлиги ичидаги кўчишга миқдор жиҳатидан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Моддий нуқтанинг t моментдаги $\vec{v}$ оний (ҳақиқий) тезлиги вақт оралиғи Δt нолга интилгандаги (1.4) ифоданинг лимитига тенг бўлган физик катталикдир:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (1.5)$$

Бир томонга йўналган, тўғри чизиқли ҳаракатда $\Delta\vec{r}$ кўчиш ва босиб ўтилган йўл Δs устма-уст тушади. Бунда $\Delta\vec{r}$ вектор, Δs эса скаляр катталик.

Моддий нуқтанинг оний тезлиги (қисқача моддий нуқтанинг тезлиги) деб кўчишдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг бўлган физик катталикка айтилади. Унинг модули эса йўлдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг, яъни:

$$v = |\vec{v}| = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt}. \qquad (1.6)$$

(1.6) га асосан тўғри чизиқли ихтиёрий ҳаракатда ўтилган йўл S қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$s = \int_{o}^{t} v(t)dt. \qquad (1.7)$$

Агар вақт ўтиши билан моддий нуқтанинг тезлик вектори ўзгармас, яъни $\vec{v} = const$ бўлса, ҳаракат тўғри чизиқли текис ҳаракатдан иборат бўлади. У ҳолда (1.7) дан тўғри чизиқли текис ҳаракатнинг тенгламаси келиб чиқади:

$$s = \int_0^t v dt = vt; \text{ бундан } v = \frac{s}{t}. \qquad (1.8)$$

Тезлик «СИ» бирликлар системасида—метр тақсим секундда ўлчанади, яъни:

$$|v| = \left|\frac{s}{t}\right| = \text{м/с} .$$

Асосий бирликларнинг ўзгариши ҳосилавий бирликларнинг ўзгаришига олиб келади. Бинобарин, асосий бирликлар ўзгарганда бирор ҳосилавий бирликнинг қандай ўзгаришини кўрсатувчи муносабатга шу катталикнинг ўлчамлиги (dimension) дейилади. Исталган физик катталикнинг ўлчамлигини кўрсатиш учун унинг ҳарф белгиси квадрат қавслар ичига олинади ёки «dim» билан ёзилади. Ихтиёрий ҳосилавий физик катталикнинг ўлчамлиги 7 та асосий физик катталик ёрдамида аниқланади. Асосий физик катталикларнинг қабул қилинган Халқаро стандарт ўлчамликлари: узунлик—L, масса—M, вақт—T, ток кучи — I температура—θ, ёруғлик кучи—J ва модда миқдори—N билан белгиланганини учун бирор X ҳосилавий физик катталикнинг ўлчамлиги қуйидаги формула кўринишида бўлади:

$$\dim X = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\vartheta} I^{\delta} \theta^{\rho} J^{\mu} N^{\nu}.$$

Бунда асосий физик катталик ўлчамлигининг даражалари: $\alpha, \beta, \vartheta, \delta, \varrho, \mu, \nu$ мусбат ёки манфий, бутун ёки улушли бўлиши мумкин.

Масалан, тезлик $v = \frac{s}{t}$ нинг ўлчамлиги (dim) йўл ва вақт ўлчамлиги нисбатига тенг:

$$\dim v = \frac{\dim s}{\dim t} = \frac{L}{T} = LT^{-1}.$$

Моддий нуқтанинг тезлиги вақт ўтиши билан ўзгара борса $(\vec{v}\ const$ бўлса), моддий нуқтанинг ҳаракати ўзгарувчан ҳаракат бўлади. Бундай ўзгарувчан ҳаракатда тезликнинг ўзгариши ўртача тезланиш $\langle\vec{a}\rangle$ ва оний тезланиш $\vec{a}$ билан тавсифланади. Моддий нуқта ҳаракатининг Δt вақт оралиғидаги ўртача тезланиш вектори $\langle\vec{a}\rangle$ тезлик ўзгариши $\Delta\vec{v}$ нинг Δt вақтга бўлган нисбатига тенгдир, яъни:

$$\langle\vec{a}\rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (1.9.)$$

Моддий нуқтанинг ўртача тезланиши деб, вақт бирлиги ичида тезлик векторининг ўзгаришига миқдор жиҳатидан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Моддий нуқтанинг t моментдаги $\vec{a}$ оний тезланиши (ёки соддагина тезланиши) вақт оралиғи Δt нолга интилгандаги (1.9) ифоданинг лимитига тенгдир:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \qquad (1.10)$$

ёки

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \qquad (1.10а)$$

Шундай қилиб, *оний тезланиш вектори тезлик векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила ёки кўчиш векторидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосиладан иборатдир.*

(1.10) ва (1.10а) ифодалар скаляр кўринишида ёзилса, қуйидаги кўринишга келади:

$$a = |\vec{a}| = \frac{|d\vec{v}|}{dt} = \frac{d^1 v}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}. \qquad (1.11)$$

Агар тезланиш вақт t нинг функцияси $a(t)$ сифатида берилган ва бошланғич момент $(t = 0)$ даги тезлиги v_0 маълум бўлса, у ҳолда вақтнинг ихтиёрий t моментдаги v_t тезлиги (1.11) даги ифодадан қуйидагига тенг бўлади:

$$v_t = v_0 + \int_0^t a(t)dt. \qquad (1.12)$$

Агар тезланиш ўзгармас, яъни $\vec{a}=\text{const}$ бўлса, бундай ҳаракат текис ўзгарувчан ҳаракат бўлади. Текис ўзгарувчан ҳаракатда (1.12) формула ўринли бўлиб, ундаги $a=\text{const}$ бўлгани сабабли қуйидагига эга бўламиз:

$$v_t = v + at. \qquad (1.13)$$

Тезликнинг вақт t га боғланиш функцияси (1.13)ни (1.7)га қўйиб, нолдан t вақт оралиғигача интеграллаб, текис ўзгарувчан ҳаракатда ўтилган йўл учун формулани топамиз:

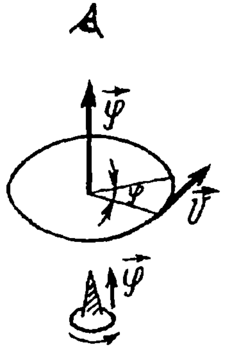
$$s=\int_0^t v_t dt=\int_0^t (v_0+at)dt = v_0 t+\frac{at^2}{2}. \qquad (1.14)$$

Агар $a>0$ бўлса, ҳаракат текис тезланувчан бўлади, $a<0$ бўлганда эса текис секинланувчан бўлади.

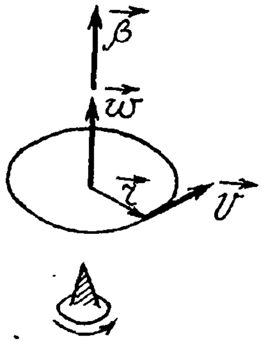
1.6. АЙЛАНМА ҲАРАКАТ КИНЕМАТИКАСИ

Моддий нуқтанинг айлана бўйлаб ҳаракати эгри чизиқли ҳаракатнинг энг оддий турларига киради. Айлана бўйлаб ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг оний вазиятини $\vec{r}$ радиус векторнинг бирор ўзгармас OX йўналиш билан ҳосил қилган φ бурчаги орқали аниқлаш қулайдир (1.4-расм). Бу ҳолда моддий нуқта айланма ҳаракатининг кинематик тенгламаси бурилиш бурчаги φ нинг вақт t бўйича функциясидан иборатдир, яъни: $\varphi=\varphi(t)$.

Моддий нуқтанинг айланма бўйлаб ҳаракатини тўлиқ ифодалаш учун буралиш бурчаги φ нинг сон қиймати билан айланиш ўқини ва шу ўқ атрофидаги айланиш йўналишини ҳам кўрсатиш керак. Шу сабали φ бурчакни унга миқдор жиҳатидан тенг айланиш ўқи бўйлаб, яъни моддий айланаётган текисликка тик йўналган $\vec{\varphi}$ вектор кўринишда ифодалаш мумкин. Бунда $\vec{\varphi}$ вектор бўйлаб қаралганда (1.4-расм) моддий нуқтанинг айланиши соат стрелкасининг қарши йўналиши билан мос тушиши керак. Радиус-вектор буралиш бурчаги вектори $\vec{\varphi}$ нинг йўналишини яна парма



1.4-расм



1.5-расм

қоидаси асосида ҳам аниқлаш мумкин: *парма дастасининг айланма ҳаракати моддий нуқта айланма ҳаракати билан мос тушса, унинг илгариланма ҳаракати йўналиши эса $\vec{\varphi}$ векторнинг йўналишини кўрсатади* (1.5-расм).

Моддий нуқта айлана бўйлаб ҳаракатининг бурчак тезлик вектори $\vec{\omega}$ радиус-векторнинг буралиш бурчак вектори $\vec{\varphi}$ дан вақт t бўйича олинган биринчи тартибли ҳосиласига тенг:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad \text{ёки} \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad (1.15)$$

Бурчак тезлик $(\vec{\omega})$ айланма ҳаракатнинг жадаллигини ва унинг йўналишини тавсифлайди. Бурчак тезлик вектори $\vec{\omega}$ нинг йўналиши ҳам $\vec{\varphi}$ нинг йўналиши билан бир хил бўлиб, у ҳам парма қоидаси асосида аниқланади (1.5-расм).

Агар $\vec{\omega} = const$ бўлса, моддий нуқтанинг ҳаракати текис айланма ҳаракат бўлади. Бу ҳолда (1.5) дифференциал кўринишдаги интеграл кўринишга келади:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}, \quad \varphi = \omega t. \qquad (1.16)$$

Текис айланма ҳаракатнинг бурчак тезлиги деб, вақт бирлиги ичида радиус-векторнинг бурчагига миқдор жиҳатидан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Бурчак тезликнинг «СИ» даги бирлиги рад/с бўлиб, ўлчамлиги эса T^{-1} га тенг, яъни:

$$\dim \omega = \frac{\dim \varphi}{\dim t} = \frac{1}{T} = T^{-1}$$

Ҳар қандай текис айланма ҳаракат айланиш даври Т, айланиш частотаси ν билан тавсифланади.

Айланиш даври деб, бир марта тўлиқ айланиш вақтига тенг бўлган физик катталикка айтилади. Агар t вақтда N марта тўлиқ айланса, айланиш даври T таърифга биноан қуйидагига тенг бўлади:

$$T = \frac{t}{N}. \qquad (1.17)$$

Айланиш частотаси деб, вақт бирлиги ичидаги айланишлар сонига тенг бўлган физик катталикка айтилади:

$$\nu = \frac{N}{t}. \qquad (1.17а)$$

(1.17) ва (1.17а) дан кўринадики, давр Т ва частота ν тескари муносабатдадир:

$$T = \frac{1}{\nu}. \quad ёки \quad \nu = \frac{1}{T}. \qquad (1.17б)$$

Агар (1.16)да $t = T = 1/\nu$ бўлса, $\varphi = 2\pi$ бўлади. У вақтда текис айланма ҳаракатнинг бурчакли тезлиги ω давр T ёки частота ν орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi\nu. \qquad (1.18)$$

Бурчак тезлиги ўзгармас бўлмаган $(\vec{\omega} \neq const)$, яъни ўзгарувчан айланма ҳаракат оний бурчак тезлиги $\vec{\omega}$ билан бир қаторда оний бурчак тезланиш $\vec{\beta}$ билан ҳам тавсифланади.

Оний бурчак тезланиш $\vec{\beta}$ деб, бурчак тезлик $\vec{\omega}$ дан вақт t бўйича олинган биринчи тартибли ёки буралиш бурчаги $\vec{\varphi}$ дан вақт t бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг бўлган физик катталикка айтилади, яъни:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \qquad (1.19)$$

ски скаляр кўринишда:

$$\vec{\beta}=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\varphi}{dt^2}. \qquad (1.19a)$$

Бундай ҳаракатда t вақт оралиғида радиус-векторнинг бурилиш бурчаги (1.15) дан:

$$\varphi=\int_0^t\omega(t)dt. \qquad (1.20)$$

Бу ҳаракатнинг бурчак тезланиши вақтнинг функцияси $\beta(t)$ дан иборат бўлиб, бошланғич момент (t = 0) даги бурчак тезлик ω_0 маълум бўлганда, t вақтдан кейинги оний бурчак тезлик ω_t (1.19а) дан аниқланса, қуйидагига тенг бўлади:

$$\omega_t=\omega_0+\int_0^t\beta(t)dt. \qquad (1.21)$$

Агар айланма ҳаракатда бурчак тезланиши ўзгармас $\left(\vec{\beta}=\mathrm{const}\right)$ бўлса, ҳаракат текис ўзгарувчан айланма ҳаракатдан иборат бўлиб, ҳаракатнинг t вақтдан кейинги ω_t бурчак тезлиги (1.21)дан қуйидагига тенг бўлади:

$$\omega_t=\omega_0+\beta\, t. \qquad (1.22)$$

Бундан бурчак тезланиши:

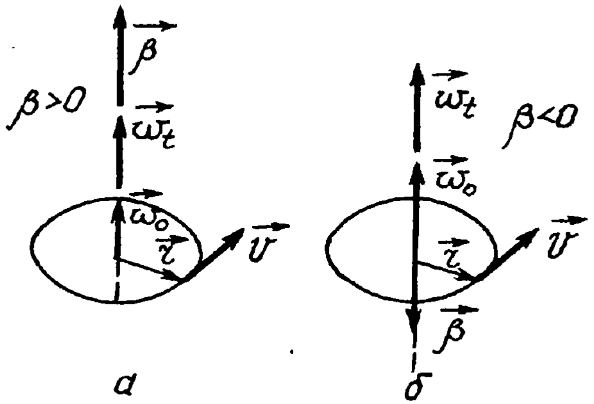
$$\beta=\frac{\omega_t-\omega_0}{t}. \qquad (1.23)$$

Текис ўзгарувчан айланма ҳаракатнинг бурчак тезланиши деб, вақт бирлиги ичида бурчак тезликнинг ўзгаришига миқдор жиҳатидан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Бурчак тезланиш β нинг «СИ»даги бирлиги рад/с^2 бўлиб, ўлчамлиги эса T^{-2} га тенг:

$$|\beta|=\left|\frac{\omega_t}{t}\right|=\frac{\text{рад/с}}{c}=\frac{\text{рад}}{c^2};\ \dim\beta=\dim\left|\frac{\omega t}{t}\right|=T^{-2}.$$

Оний бурчак тезлик ω_t нинг (1.22) ифодасини (1.20) га қўйиб, нолдан t гача вақт оралиғида интеграллаш амали



1.6-расм

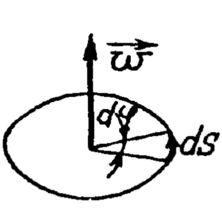
бажарилса, текис ўзгарувчан айланма ҳаракатда бурилиш бурчаги φ ни ифодаловчи қуйидаги формула келиб чиқади:

$$\varphi=\int_0^t \omega_t dt=\int_0^t \left(\omega_0+\beta t\right)dt=\omega_0 t+\frac{\beta t^2}{2}. \qquad (1.24)$$

Агар $\beta>0$ бўлса, ҳаракат текис тезланувчан айланма ҳаракат бўлиб, $\beta<0$ бўлганда эса текис секинланувчан бўлади (1.6-расм).

Бу (1.24) формула ёрдамида, ҳаракатнинг йўналиши, яъни бурчакли тезлик $\vec{\omega}$ нинг ишораси ўзгармагандагина радиус-векторнинг бурилиш бурчагини аниқлаш мумкин.

Айлана бўйлаб ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг чизиқли тезлиги $\vec{v}$ айланага ўтказилган уринма бўйлаб йўналган бўлиб, ўз йўналишини узлуксиз ўзгартириб боради.



1.7-расм

Нуқта тезлиги $\vec{v}$ нинг катталиги бурчак тезлик $\vec{\omega}$ га ва нуқтанинг айланиш радиуси $\vec{r}$ га боғлиқ.

Фараз қилайлик, моддий нуқта dt вақт оралиғидаги кўчиш масофаси — ёйининг узунлиги ds бўлиб, $\vec{r}$ радиус-векторнинг бурилиш бурчаги $d\varphi$ га тенг бўлсин (1.7-расм). Бунда ds ёйнинг узунлиги айланиш радиуси r ва унинг марказий бурчаги $d\varphi$ орқали $ds=rd\varphi$ тарзида боғланган.

У вақтда моддий нуқтанинг оний чизиқли тезлиги:

$$v=\frac{ds}{dt}=\frac{rd\varphi}{dt}=r\omega.$$

яъни:

$$v=r\omega. \qquad (1.25)$$

Шундай қилиб, моддий нуқта айланиш ўқидан қанча узоқда ётса, шунча каттароқ чизиқли тезлик билан ҳаракатланар экан. (1.25) формула $\vec{v}$, $\vec{r}$ ва $\vec{\omega}$ векторларнинг модулини бир-бирига боғлайди.

Моддий нуқта 1.5-расмда тасвирлангандек, бир ўқ атрофида айлана бўйлаб ҳаракатланаётган бўлсин, чизмадан кўринадики, $\vec{\omega}$ ва $\vec{r}$ нинг вектор кўпайтмасининг йўналиши $\vec{v}$ вектор билан бир хил бўлган ва модули $|[\vec{\omega}.\vec{r}]| = r\omega\sin\alpha$ га, яъни v га тенг вектордан иборатдир:

$$\vec{v}=[\vec{\omega}.\vec{r}] \quad \text{ёки} \quad v=r\omega\sin\alpha, \qquad (1.26)$$

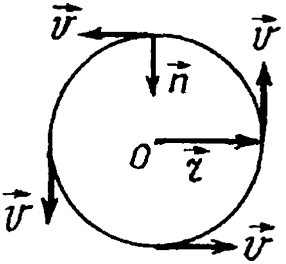
бунда α бурчак $\vec{r}$ ва $\vec{\omega}$ векторлар орасидаги бурчак. Шундай қилиб, $[\vec{\omega}_1\vec{r}]$ кўпайтма йўналиш ва модул жиҳатидан $\vec{v}$ векторга тенг. Агар $\alpha=90^\circ$ бўлса, (1.25) ифодадан $v=\omega r$ келиб чиқади.

Моддий нуқта r радиусли айлана бўйлаб, миқдор жиҳатидан ўзгармас $[\vec{v}]=\text{const}$ тезлик билан ҳаракатланганда, йўналиши айлана нуқталарига ўтказилган уринма бўйлаб йўналган ҳолда ўзгара боради (1.8-расм).

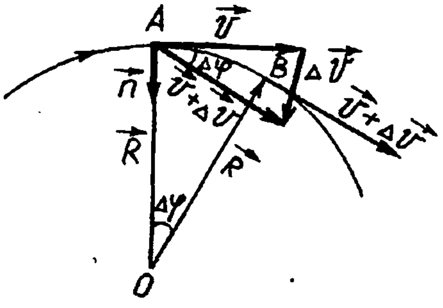
Фараз қилайлик, текширилаётган моддий нуқта Δt вақт оралиғида A ҳолатдан B ҳолатга ўтиб, AB ёйдан иборат Δs масофани ўтсин (1.9-расм). В нуқтада моддий нуқта $\Delta\vec{v}$*) тезлик орттирмасини олади ва тезлик вектори катталик жиҳатидан ўзгармас-текис айланма ҳаракатда $[\vec{v}]=\text{const}$

---

*) Δv кўринишда ёзиш мумкин эмас, чунки текис айланма ҳаракатда $\Delta\vec{v}=0$ бўлади.



1.8-расм



1.9-расм

бўлиб, $\Delta\varphi$ бурчакка бурилади: бу бурчакнинг катталиги Δs узунлигидаги ёйга таянган марказий бурчакка тенгдир:.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}, \qquad (1.27)$$

бунда r—нуқта айланма ҳаракат траекториясининг эгрилик радиуси.

Тезлик векторининг орттирмаси $\Delta\vec v$ ни топиш учун В нуқтадаги векторнинг бошини А нуқтага кўчирилса, учидаги бурчаги $\Delta\varphi$ га тенг бўлган тенг ёнли учбурчак ҳосил бўлади. Агар $\Delta\varphi$ бурчак жуда кичик бўлса,

$$|\Delta\vec v \cong v\Delta\varphi| \qquad (1.27а)$$

тенгликни ёзиш мумкин (1.27)ни (1.27 а)га қўйилса,

$$|\Delta\vec v| \cong v\frac{\Delta s}{r}. \qquad (1.27б)$$

ҳосил бўлади. Агар $\Delta\vec v$ бўйлаб йўналган бирлик векторни n' деб белгиланса, $\Delta\vec v$ векторнинг модули $|\Delta\vec v|$ орқали қуйидагича ёзилади:

$$\Delta\vec v = |\Delta\vec v|\vec n' = v\frac{\Delta s}{r}\vec n' \qquad (1.27в)$$

Текис айланма ҳаракатда $\vec v$ тезликнинг йўналишини ўзгартирувчи катталик бўлгани учун $\vec a$ тезланиш мавжуд бўлиб, у $\Delta\vec v$ нинг Δt га тақсимотидан олинган лимитга тенг:

$$a = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{v}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t}\vec n' = \frac{v}{r}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\lim_{\Delta t\to 0}\vec n'$$

Бунда v, r—ўзгармас катталиклар; $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=v$ ва $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\vec{n}'=\vec{n}$ — бирлик вектор A нуқтага қўйилган нормал бўлиб, марказга томон йўналган. Шунинг учун:

$$\vec{a}_n=\frac{v^2}{r}\vec{n}. \qquad (1.28)$$

Бу $\vec{a}_n$ тезланиш траекторияга ўтказилган $\vec{n}$ нормал бўйича марказга томон йўналгани учун, унга нормал ёки марказга интилма тезланиш дейилади. Унинг модули эса қуйидагига тенг бўлади.

$$\vec{a}_n=\frac{v^2}{r}\vec{n}. \qquad (1.28a)$$

(1.28) га v нинг ифодасини (1.27) дан олиб келиб қўйилса,

$$a_n=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r=\frac{4\pi^2}{T^2}r=4\pi^2 v^2 r. \qquad (1.29)$$

га эга бўламиз.

Шундай қилиб, текис айланма ҳаракат $(\ddot{\omega}=\mathrm{const})$да нормал-марказга интилма тезланиш айланиш радиуси r га пропорционалдир.

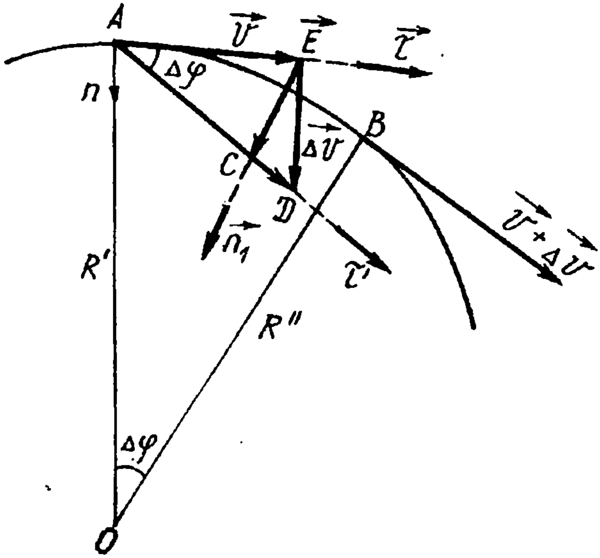
1.19-расмдан кўринадики, бирлик вектор $\vec{n}=-\frac{\vec{r}}{r}$ бўлгани учун (1.28)ни яна қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{a}_n=\frac{v^2}{r}\vec{n}=-\frac{v^2}{r}\frac{\vec{r}}{r}=-r^2\vec{r}, \qquad (1.30)$$

бунда минус ишора нормал тезланишнинг $\vec{r}$ радиус-векторга қарама-қарши йўналганлигининг математик ифодасидир.

1.7. ЭГРИ ЧИЗИҚЛИ ҲАРАКАТДА ТАНГЕНЦИАЛ ВА НОРМАЛ ТЕЗЛАНИШЛАР

Эгри чизиқли ҳаракатларни текширишда кўпинча нуқтанинг тезланиш векторини иккита геометрик ташкил этувчиларга: нуқта траекториясига ўтказилган уринма бўйлаб йўналган тангенциал ҳамда нормал бўйлаб йўналган—марказга интилма тезланишларга ажратиш ниҳоятда қулайлик туғдиради.



1.10-расм

Фараз қилайлик, моддий нуқта эгри чизиқли траектория бўйлаб текис ўзгарувчан ҳаракат қилаётган бўлсин (1.10-расм).

Энди текис ўзгарувчан эгри чизиқли ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг тезланиши $\vec{a}$ ни топишга киришайлик. Моддий нуқтанинг Δt вақт оралиғида A нуқтадан B нуқтагача кўчишида тезлигининг орттирмаси $\Delta\vec{v}$ ни иккита $\Delta\vec{v}_r$ ва $\Delta\vec{v}_n$ ташкил этувчиларга ажратамиз (1.10-расм):

$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_r + \vec{\Delta}_n. \qquad (1.31)$$

Бу $\Delta\vec{v}_c$ ва $\Delta\vec{v}_n$ векторнинг йўналишига мос келган бирлик векторларни эса $\vec{\tau}'$ ва $\vec{n}'$ билан белгилаймиз. Бу ташкил этувчилар шундай ҳосил қилиндики, А нуқтадан Δv_n векторнинг охиригача бўлган масофа бошланғич тезлик $\vec{v}$ нинг модулига тенг бўлсин. У ҳолда, $\Delta\vec{v}\tau$ векторнинг модули тезлик модули орттирмасига тенг бўлади:

$$|\Delta\vec{v}_\tau| = \Delta|\vec{v}| = \Delta v.$$

Бу ифодани $\vec{\tau}'$ бирлик вектор орқали қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\Delta\vec{v}_\tau = \Delta v\cdot\vec{\tau}' \qquad (1.32)$$

Тезлик орттирмасининг нормал ташкил этувчиси $\Delta\vec{v}_n$ эса (1.27в) ифода билан аниқланади, яъни:

$$\Delta\vec{v}_n = v\frac{\Delta s}{r}\vec{n}'. \qquad (1.32а)$$

(1.32) ва (1.32а)ни (1.31) га қўйилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\Delta\vec{v} = \Delta v\vec{\tau}' + v\frac{\Delta s}{r}n'. \qquad (1.33)$$

Моддий нуқта эгри чизиқли ҳаракатининг тўла тезланиши тезлик орттирмаси $\Delta\vec{v}$ нинг Δt га бўлган нисбатидан $\Delta t\to 0$ даги лимитига тенгдир:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_\tau+\Delta\vec{v}_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}. \qquad (1.34)$$

Бундаги қўшилувчи биринчи лимитни $\vec{a}_\tau$ билан белгилаб, (1.32)ни ҳисобга олинса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}\vec{\tau}' = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}\lim_{\Delta t\to 0}\vec{\tau}',$$

бунда $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$ ва $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\vec{\tau}' = \tau'$ бўлгани учун:

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} \text{ ёки } a_\tau = \frac{dv}{dt}. \qquad (1.35)$$

Бу $\vec{a}_\tau$ тезланиш моддий нуқта траекториясининг ихтиёрий нуқтасида уринма бўйлаб йўналгани учун унга тангенциал тезланиш дейилади.

(1.34)даги иккинчи лимит ифода эса нормал тезланиш деб аталувчи $\vec{a}_n$ тезланишдан иборат бўлиб, (1.33)га биноан қуйидагига тенг:

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t} = \lim\frac{v}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t}\vec{n}' = \frac{v}{r}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\lim_{\Delta t\to 0}\vec{n}'.$$

Бу ерда $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=v$ ва $\lim\limits_{\Delta\to 0}\vec{n}'=\vec{n}$ бўлгани учун нормал тезланиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{a}_n=\frac{v^2}{r}\vec{n} \text{ ёки } a_n=\frac{v^2}{r} \qquad (1.36)$$

(1.35) ва (1.36)ни (1.34)га қўйилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

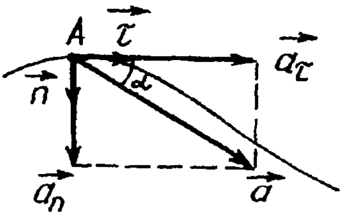
$$\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n=\frac{dv}{dt}\vec{\tau}+\frac{v^2}{r}\vec{n} \qquad (1.37)$$

Шундай қилиб, тўлиқ тезланиш вектори $\vec{a}$ икки $\vec{a}_\tau$ тангенциал ва $\vec{a}_n$ нормал тезланиш векторларининг йиғиндисига тенг экан. Бу векторни бири $(\vec{a}_\tau)$ траекторияга ўтказилган уринма бўйлаб йўналган ва иккинчиси $(\vec{a}_n)$эса v тезлик векторига перпендикуляр, траектория эгрилик марказига йўналгандир. (1.11-расм).

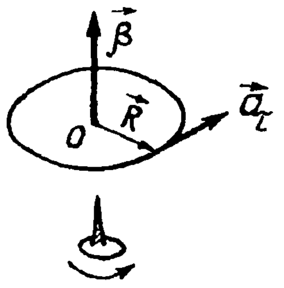
Умумий ҳолда, 1.11-расмдан тўла тезланишнинг модули:

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2+\left(\frac{v^2}{r}\right)^2}. \qquad (1.38)$$

Эгри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракат $\dot{a}_\tau$ ва $\vec{a}$ векторлар орасидаги α бурчак, тўла тезланиш $\vec{a}$ нинг йўналишини ифодалайди 1.11-расмдан α бурчак $\cos\alpha=\frac{a_\tau}{a}$ га тенг бўлади, бундан



1.11-расм



1.12-расм

$$\alpha=\arccos\frac{a_\tau}{a},\qquad (1.39)$$

ёки $\mathrm{tg}\alpha=\frac{a_n}{a_\tau}$, бундан

$$\alpha=\mathrm{arctg}\frac{a_n}{a_\tau}\qquad (1.39a)$$

Хусусий ҳоллар:

1. Агар $r=\mathrm{const}$ бўлса, моддий нуқта айлана бўйлаб текис ўзгарувчан ҳаракатда бўлиб, тангенциал (a_τ) ва нормал (a_n) тезланишлар β бурчак тезланиш ва ω бурчак тезликлар билан қуйидаги боғланишга эга бўлади:

$$a_\tau=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}(\omega\, r)=r\frac{dv}{dt}=r\beta;\qquad (1.40)$$

$$a_n=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r=\frac{4\pi^2}{T^2}r=4\pi^2\nu^2 r.\qquad (1.41)$$

1.12-расмдан ва (1.40) дан кўринадики, $\vec a_\tau$ тангенциал тезланиш вектори β бурчак тезланиш векторининг r радиус-векторга — вектор кўпайтмасига тенг, яъни:

$$\vec a_\tau=[\vec\beta,\vec r].\qquad (1.42)$$

$\vec a_n$ нормал-марказга интилма тезланиш вектори $\vec r$ радиус-векторига қарама-қарши йўналганлиги учун уни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\vec a_n=-a_n\frac{\vec r}{r}=-\frac{v^2}{r^2}\vec r=-\omega^2\vec r.\qquad (1.43)$$

2. Агар $\vec r=\mathrm{const}, a_\tau=0$ бўлса, моддий нуқта ўзгармас тезлик $(|\vec v|=\mathrm{const})$ билан айлана бўйлаб ҳаракатланади. Бунда моддий нуқтага тезланишлардан фақат нормал марказга

интилма $a_n = \frac{v^2}{r}$ тезланиш таъсир қилади, яъни тўла тезланиш нормал тезланишдан иборат бўлади:

$$\vec{a} = \vec{a}_n = -\frac{v^2}{r} r^2 = -\omega^2 \vec{r}. \qquad (1.44)$$

3. Агар чизиқли тезлик $\vec{v}$ нинг йўналиши ўзгармас бўлса, ҳаракат тўғри чизиқли траектория бўйлаб содир бўлади. Маълумки, тўғри чизиқнинг эгрилик радиуси $r = \infty$ бўлганлиги учун $a_n = \frac{v^2}{r} = 0$ бўлали. Бинобарин, ҳаракатнинг тўла тезланиши фақат тангенциал тезланишдан иборат бўлиб қолади, яъни:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau = \frac{v_t - v_0}{t} \qquad (1.45)$$

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Механика деб нимага айтилади? Механик ҳаракат нима?
2. Моддий нуқта деб нимага айтилади?
3. Саноқ чизмаси деб нимага айтилади?
4. Траектория, кўчиш ва йўл деб нимага айтилади?
5. Қандай ҳаракатга илгариланма ҳаракат дейилади? Айланма ҳаракат деб нимага айтилади?
6. Ўртача тезлик векторини ва ўртача тезланиш векторини, оний тезликни ва оний тезланишни таърифланг. Улар қандай йўналган?
7. Текис айланма ҳаракат деб қандай ҳаракатга айтилади? Текис ўзгарувчан айланма ҳаракат деб-чи?
8. Бурчак тезлик ва бурчак тезланиш деб нимага айтилади? Бурчак тезлик ва бурчак тезланиш вектори қандай йўналган? Уларнинг йўналишини аниқловчи парма қоидасини таърифланг.
9. Чизиқли тезлик, тезланиш ва бурчак тезлик, тезланишлар ўзаро қандай боғланган? Уларнинг СИ системасидаги ўлчов бирликлари қандай?
10. Эгри чизиқли ҳаракатда тангенциал ва нормал тезланишлар нимани ифодалайди? Улар қандай йўналган? Уларнинг математик ифодалари ёзилсин.
11. Эгри чизиқли ҳаракатда тўлиқ тезланишнинг вектор ва скаляр кўринишдаги математик ифодалари ёзилсин.

2-БОБ

ДИНАМИКАНИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

2.1. КЛАССИК МЕХАНИКА ВА УНИНГ ҚЎЛЛАНИШ ЧЕГАРАСИ

Динамика механиканинг бир қисми бўлиб, моддий нуқта ёки жисмларнинг механик ҳаракатини уни юзага келтирувчи ва ўзлаштирувчи физик сабаби билан боғланган ҳолда ўргатади.

Классик (ёки Ньютон) механикасига Ньютон кашф қилган учта қонун асос қилиб олинган. Ньютон қонунлари, барча физик қонунлар сингари тажриба натижаларини умумлаштириш асосида майдонга келган.

Ньютон механикаси ўз даврида шундай катта муваффақиятларга эришдики, исталган физик ҳодисани Ньютон қонунлари асосида тушунтириш мумкин деб ҳисоблар эдилар. Бироқ фаннинг ривожланиши натижасида классик механика асосида тушунтириб бўлмайдиган ҳодисалар аниқланди. Бу ҳодисаларни янги назарияга асосланган релятивистик (катта тезликли) механика ва квант механикаси тушунтириб бера олади.

Релятивистик механика тенгламалари лимитда, яъни ёруғлик тезлиги $c = 3 \cdot 10^8$ м/с дан кичик тезликлар $v << c$ учун классик механика тенгламаларига айланади. Худди шунингдек лимитда, яъни атом массаларидан катта массалар учун квант механика тенгламалари ҳам классик механика тенгламаларига айланади.

Шундай қилиб, релятивистик ва квант механикалар классик механикани йўққа чиқармасдан, фақат унинг қўлланиш чегараси чекланганлигини кўрсатди. Бинобарин, Ньютон қонунларига асосланган классик механика кичик тезликли ва катта массали жисмлар механикасидир.

Қуйида Ньютон қонунларининг мазмуни ва улар билан боғлиқ бўлган тушунчаларни батафсил қараб чиқамиз.

2.2. НЬЮТОННИНГ БИРИНЧИ–ИНЕРЦИЯ ҚОНУНИ. ИНЕРЦИАЛ САНОҚ ТИЗМАСИ

Ньютон Галилей инерция принципига ва ўз тажриба натижаларига асосланиб, динамиканинг биринчи қонунини қуйидагича таърифлайди:

Агар жисмга бошқа жисм таъсир этмаса, у ўзининг тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатини сақлашга интилади.

Жисмнинг тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатини сақлаш хусусиятига жисмнинг инерцияси дейилади, Инерция материянинг энг умумий хусусиятларидан биридир. Барча жисмлар қаерда бўлишидан қатъи назар, инерцияга эга бўлади. Шунинг учун ҳам Ньютоннинг биринчи қонунига инерция қонуни дейилади. Ньютоннинг биринчи қонунини яна қуйидагича таърифлаш мумкин:

Агар жисмга бошқа жисм таъсир қилмаса, у ўзининг инерциал ҳолатини сақлайди.

Физикада таъсир кучни ифодалайди. Бинобарин, динамиканинг биринчи қонунига биноан куч таъсир этмаса $(\vec{F}=0)$, *жисм ўзининг тинч* $(\vec{v}=0)$ ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат $(\vec{v}=\mathrm{const})$ ҳолатини сақлайди, яъни:

$$F=0\begin{cases}\vec{v}=0;\\ \vec{v}=\mathrm{const}.\end{cases} \qquad (2.1)$$

Бу формула Ньютон биринчи қонунининг математик ифодасидир.

Ньютоннинг биринчи қонуни жисмга бошқа жисм ёки куч таъсир этмаган ҳолда бажарилади.

Ньютоннинг биринчи қонуни намойиш бўладиган жисмга эркин жисм деб, унинг ҳаракатига эса эркин ҳаракат ёки инерция бўйича ҳаракат деб аталади.

Қатъий қилиб айтганда, эркин жисмлар мавжуд эмас. Шунинг учун, улар физик абстракция хисобланади. Лекин жисмни ташқи таъсир изоляцияланган ёки таъсирлар ўзаро *компенцияланган ҳолдагина эркин жисм ва эркин* ёки инерцион ҳаракат ҳақида тасаввур қилиш мумкин.

Ньютоннинг биринчи қонунини тажрибада бевосита *текшириш мумкин эмас, чунки атрофдаги барча жисм*ларнинг таъсирини тўла бартараф қилиш мумкин эмас. Айниқса бир жисмнинг иккинчи жисмга ишқаланишини бартараф *қилиш жуда қийин.*

Жисмнинг инерцияси етарлича кучли бўлгандагина инерция ҳодисаси ҳамма вақт намоён бўлади. Масалан, *ҳаракатланаётган трамвайнинг тезлиги тўсатдан ўзгарганда* йўловчилар ўзларининг инерция ҳолатини сақлашга интилади: агар тезлик камайса—олдинга, тезлик ортса—орқага, трамвай *чапга бурилса—ўнг томонга оғадилар.* Бу ҳолда йўловчилар тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатини сақлайди. Инертлик сабабли *жисмнинг ҳаракат тезлигини бир онда ўзгартириб* бўлмайди.

Кинематикада саноқ системасини танлашнинг аҳамияти йўқ эди, чунки барча саноқ системалари кинематик эквивалент ҳисобланади. Динамикада аҳвол тамоман бошқача. Агар бирор саноқ системасида жисм тўғри чизиқли текис ҳаракатланса, у саноқ системага нисбатан тезланишли ҳаракат қилаётган системада эса тўғри чизиқли текис ҳаракатлана олмайди. Бинобарин, инерция қонунлари барча инерциал саноқ системаларида бир хил бажарилмас экан.

Инерция қонунлари тўла бажариладиган барча саноқ системаларига инерциал саноқ системалари дейилади.

Инерциал саноқ системаси тушунчасини мисол билан тушунтирайлик. Вагондаги ҳаракатни текшириш учун вагон ва Ер билан боғланган иккита координаталар системалари берилган бўлсин, дейлик. Агар вагон тинч турган бўлса, вагон ичида ташланган жисм иккала координата системаларига нисбатан бир хил ҳаракатланади. Агар вагон тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган бўлса, вагон ичидаги кузатувчи вагондаги ҳамма жисмлар инерциясига биноан тинч турган деб ҳисоблайди; юқорига отилган жисм эса кузатувчига вертикал бўйлаб кўтарилиб, қайтиб тушгандек туюлади. Темир йўл ёқасида турган кузатувчи эса вагон ичидаги нарсалар ҳам, юқорига отилган жисм ҳам ўз инерцияси билан ҳаракатланаётганини айтади. Шундай қилиб, инерция қонуни тинч турган вагонда ҳам, тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётганда ҳам бир хил бажарилади.

Агар вагон тезланувчан ёки секинланувчан ёки эгри чизиқли ҳаракатланаётган бўлса, аҳвол тамоман бошқача бўлади: вагон тезланувчан ҳаракатланаётганда вертикал отилган жисм ҳаракатнинг орқа томонига тушади; секинланувчан ҳаракатланаётганда эса олд томонга тушади ва эгри чизиқли ҳаракатланганда эса ён томонга тушади. Бу ҳолларда инерция қонуни нотўғри бўлиб чиқади. Дарҳақиқат, девор ва полга нисбатан тинч турган буюмлар вагон кескин тормозланганда, уларга ташқи куч таъсир этмаса ҳам, тўсатдан вагонга нисбатан тезланиш билан ҳаракатланади, яъни инерция қонуни бузилади.

Бу мисолдан қуйидаги хулоса келиб чиқади.

Инерциал саноқ системасига нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган ҳар қандай саноқ системаси ҳам инерциал саноқ системаси бўла олади.

Аксинча, инерциал саноқ тизмасига нисбатан ўзгарувчан тўғри чизиқли ёки эгри чизиқли ҳаракатланаётган ҳар қандай саноқ системалари эса ноинерциал саноқ системалари бўлади. Бошқача қилиб айтганда, инерция қонуни бажарилмайдиган саноқ системалари ноинерциал саноқ системаларидан иборат бўлади.

Шуни қайд қилиш керакки, қайси саноқ тизмалари инерциал, қайсилари ноинерциал эканлигини фақат тажриба йўли билан аниқланади.

Текшириш масалаларининг табиатига қараб инерциал саноқ системалари танлаб олинади. Масалан, Г. Галилей Ер билан боғланган саноқ системасини абсолют инерциал ҳисоблаган. Кейинроқ француз физиги Фуко ўз маятниги билан Ернинг ўз ўқи атрофида айланишини аниқлаб «Ер» саноқ системасининг ноинерциал эканини исботлади. Ҳақиқатан ҳам текширишдан маълум бўлдики, юлдузларнинг эркин ҳаракати Ер билан боғлиқ бўлган системада айланма ҳаракатдан иборат бўлгани учун у инерция қонунига бўйсунмайди. Шунинг учун ҳам ер саноқ системаси юлдузларга нисбатан ноинерциал системадир. Ундан ташқари Ер саноқ системасининг инерциал эмаслиги Ернинг ўз ўқи атрофида ва Қуёш атрофидаги, яъни Коперник (Қуёш) системасига нисбатан тезланишли ҳаракати билан тушунтирилади. Бироқ Ер ўзининг Қуёш атрофидаги ҳаракатида $t = 30$ мин. ичида $\varphi = 1'$дан бироз ортиқроқ ёй чизади. Бу эса.Ер орбитасининг эгрилиги $\left(\frac{1}{k}\right)$ нақадар кичик эканлигини кўрсатади. Шунинг учун Ер билан боғлиқ бўлмаган координаталар системасининг инерциал хусусиятларига Ернинг ҳаракати эгри чизиқли бўлса-да, Ер билан боғлиқ бўлган саноқ системаси жуда кўп ҳодисаларга нисбатан ўзини амалда инерциал система каби тутади. Бинобарин, динамиканинг асосий қонунларини текширишда, Ерни тахминан инерциал саноқ системаси деб қабул қилиш мумкин.

Агар Коперник (Қуёш) системасида координата ўқлари Галактикамиздаги учта юлдузга йўналганлиги сабабли, Галактика ўлчамига нисбатан бундай система ҳам тахминан инерциал саноқ системаси бўлиши мумкин. Лекин бутун Галактика ёки бир нечта галактикаларнинг ҳаракатини қараб чиқишда бундай бўлмайди, яъни ноинерциал саноқ системасига айланиб қолади. У вақтда тўртта астрономик объектлардан фойдаланиш мумкин, объектдан бирининг марказини координата боши деб қабул қилиш, бошқа учта объектдан эса координата ўқларининг йўналишини белгилаш учун фойдаланилади.

Шундай қилиб, инерциал саноқ системаси эталони тўғрисида гапирилганда, у билан боғланган ҳақиқий физик объектларни кўрсатиш керак.

Ҳозирги замон инерциал саноқ системаси эталони сифатида (қолдиқ) нурланиш (T=2,7 К) мос келган коинот электромагнит нурланиши—изотроп бўлган саноқ системаси қабул қилинган. Аммо, келажакда инерциал саноқ системасининг бошқа эталонлари пайдо бўлиш-бўлмаслиги номаълум.

2.3. НЬЮТОННИНГ ИККИНЧИ ҚОНУНИ. КУЧ ВА МАССА ТУШУНЧАСИ

Ньютоннинг иккинчи қонунида иккита янги физик катталик—куч ва масса иштирок этади. Куч берилган жисмга бошқа жисмлар томонидан кўрсатилаётган таъсирнинг миқдори ва йўналишини ифодалайди.

Куч. Кузатишларнинг кўрсатишича, жисмга кўрсатилаётган таъсир бу жисмнинг тезланиш олиши тарзидагина эмас, балки жисмнинг деформацияланиши шаклида ҳам намоён бўлиши мумкин. Бинобарин, кучни қуйидагича таърифлаш мумкин.

Куч деб, жисмга тезланиш бера оладиган ёки деформациялайдиган физик катталикка айтилади. Табиатда фақат жисмларнинг ўзаро таъсири мавжуддир, лекин барча ҳолларда бир жисм иккинчи жисмга таъсир қилади ва унинг ҳолатини ўзгартиради дейиш ўрнига, соддагина қилиб, жисмга куч таъсир қилди, дейилади.

Жисмларнинг бир-бирига кўрсатадиган таъсирининг турлари жуда кўп бўлганидан кучларнинг ҳам турлари жуда кўп бўлиб кўринади. Лекин ҳақиқатда эса, табиатдаги барча кучлар икки хил электромагнит кучлар ва бутун олам тортишиш кучларидан иборат. Шундай қилиб, барча кучлар, масалан, эластик куч, ишқаланиш кучи, электр кучи, магнит кучи ва ҳоказо кучлар, шу икки асосий кучларнинг турлича намоён бўлишидир.

Жисмга таъсир қилаётган куч тўғрисида тасаввурга эга бўлиш учун:

1) кучнинг қандай катталикда эканини;

2) кучнинг қандай йўналишда таъсир этишини;

3) куч жисмнинг қайси нуқтасига қўйилишини билиш керак.

Шундай қилиб, куч вектор катталикдир. Жисмнинг фақат битта куч таъсиридаги ҳаракати камдан-кам учрайди. Кўпчилик ҳолларда жисмга бир вақтнинг ўзида бир неча куч таъсир қилади. Бу кучларнинг тенг таъсир этувчиси векторларнинг қўшиш амаллари асосида аниқланади.

Шуни алоҳида қайд этиш керакки, кучлар ҳаракатнинг бирламчи сабабчиси эмас, балки ҳаракатни бир жисмдан иккинчи жисмга узатувчи воситадир.

Кучнинг қиймати тўғрисида пружинанинг абсолют деформацияси катталигига қараб ҳукм чиқариш мумкин. Гук қонунига биноан пружинанинг деформацияси—чўзилиш таъсир қилаётган кучга пропорционал бўлади. Бу пружинанинг чўзилишини куч бирлигида даражалаб, ундан кучни ўлчовчи асбоб—динамометрда фойдаланилади.

Масса. Тажрибадан маълум бўлдики, бир хил куч таъсирида турли хил жисмлар ўз тезликларини турлича ўзгартирар экан. Бошқача қилиб айтганда, айни бир хил куч турлича жисмларга ҳар хил тезланиш беради. Бунга қуйидаги мисолда ишонч ҳосил қилиш мумкин.

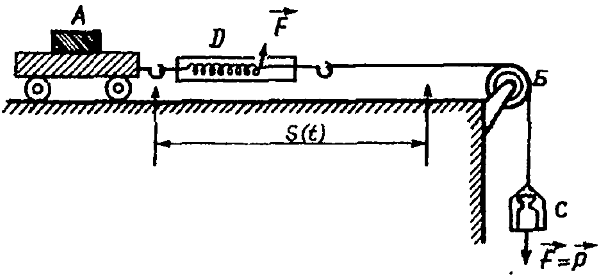
Бир хил тезлик билан ҳаракатланиб келаётган юкли ва юксиз иккита автомобиль бир вақтда тормозланганда, юкли автомобиль ўз ҳаракатини юксиз автомобилга нисбатан узоқроқ давом эттиришини, бинобарин, камроқ тезланиш билан ҳаракатланганлигини кузатамиз. Демак, жисм олган тезланишининг катталиги таъсир қилувчи кучга эмас, шу билан бирга жисмларнинг баъзи хоссасига ҳам боғлиқ бўлар экан. Жисм тезлигининг ўзгаришига қаршилик кўрсатадиган бу хоссасига инертлик дейилади. Жисм инертлигининг ўлчовига масса дейилиб, у *m* ҳарфи билан белгиланади.

Ўзгармас куч таъсирида кичикроқ тезланиш жисмнинг инертлиги, яъни массаси каттароқ ва аксинча, каттароқ тезланиш олган жисмнинг массаси кичикроқ бўлади. Бинобарин, массаси каттароқ бўлган жисм инертроқ дейилади.

Шундай қилиб, жисмнинг массаси унинг ўзаро таъсирланишига ва қандай ҳаракатланишига боғлиқ бўлмаган хоссаси инертлигини ифодалайди.

Турли жисмларнинг массаларини таққослаш учун модданинг зичлиги деб аталувчи физик катталикдан фойдаланилади.

Модданинг зичлиги деб, ҳажм бирлигига мос келган массасига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.



2.1-расм

Агар жисмнинг массаси m, ҳажми v бўлса, у ҳолда жисм моддасининг зичлиги ρ таърифга биноан қуйидагига тенг бўлади:

$$\rho=\frac{m}{v}. \qquad (2.2)$$

Ньютоннинг иккинчи қонуни. Ньютон бу қонунининг математик ифодасини топишда қуйидаги тажрибаларни ўтказиб, ўлчашлар олиб борди: у силлиқ горизонтал стол устида ҳаракатланадиган аравачадан фойдаланди (2.1-расм). Аравача *А* га динамометр маҳкамланган, динамометрнинг иккинчи учига *Б* блокдан ўтказилган ипнинг бир учи уланган бўлиб, ипнинг иккинчи учига эса юкли *С* паллача осилган. Аравачага таъсир қилаётган F кучнинг катталиги *Д* динамометр ёрдамида ўлчанади. Аравачанинг m массаси эса шайинли тарози ёрдамида ўлчанади. Агар аравачага F ўзгармас куч таъсир қилса, у текис тезланувчан ҳаракатланиб, унинг тезланиши

$$a=\frac{2S}{t^2} \qquad (2.3)$$

формуладан аниқланади, бунда S—ўтилган йўл, t—ҳаракат вақти.

Ньютон ўз тажрибаларида аввал аравачанинг массасини ўзгармас қилиб олди ва унга ҳар хил миқдордаги F куч (юк) лар таъсир этиб, аравачанинг олган тезланиши a ни (2.3) формула асосида аниқлагандан сўнг, таъсир этувчи куч (юк) F ни ўзгармас сақлаб, аравачанинг массаси m ни ўзгартириб аравачанинг олган тезланиши a ни яна аниқлади. Кўплаб ўтказилган тажрибалар асосида Ньютон қуйидаги хулосаларни чиқарди:

1. Ҳар қандай жисм ўзгармас куч таъсирида ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланади.

2. Ўзгармас массали ($m = \text{const}$) жисмнинг олган тезланиши таъсир қилувчи куч F га пропорционал: яъни $a - F$.

3. Ўзгармас куч ($F = \text{const}$) таъсирида жисмнинг олган тезланиши жисм массаси m га тескари пропорционал: $a \sim \frac{1}{m}$. Бу хулосаларга асосан Ньютон динамикaнинг иккинчи қонунини бундай таърифлади;

Куч таъсирида жисмнинг олган тезланиши кучга тўғри пропорционал бўлиб, жисмнинг массасига тескари пропорционалдир, яъни:

$$a = \frac{F}{m}. \qquad (2.4)$$

Бу ифодада куч ва тезланиш вектор катталик бўлгани учун тезланишнинг йўналиши кучнинг йўналиши билан мос тушганлигидан (2.4)ни вектор кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad 2.4а)$$

Бу муносабатдан жисмга таъсир қилувчи куч аниқланса, у

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad (2.4б)$$

бўлади. Бу ифода ҳам Ньютоннинг иккинчи қонуни математик ифодаси бўлиб уни бундай таърифлаш мумкин.

Жисмга таъсир қилувчи куч жисм массаси билан олган тезланишининг кўпайтмасига тенг.

Ньютоннинг иккинчи қонуни ҳам худди биринчи қонуни каби фақат инерциал саноқ системалардагина ўринли бўлади.

Амалда жисмга бир вақтнинг ўзида бир нечта куч таъсир этиши мумкин. Кучлар таъсирининг мустақиллик принципига асосан кучларнинг ҳар бири бошқаларига боғлиқ бўлмаган ҳолда жисмга таъсир кўрсатади ва ҳар бир куч таъсирида жисм Ньютоннинг иккинчи қонуни билан аниқланадиган тезланиш олади. У вақтда векторларни қўшиш қонунига биноан, қуйидагига эга бўламиз:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \cdots + \bar{a}_n = \frac{\vec{F}_1}{m} + \frac{\vec{F}_2}{m} + \cdots + \frac{F_n}{m} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{m} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Шундай қилиб,

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{m} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (2.5)$$

бунда $\vec{a} = \sum\limits_{i=1}^{n} \vec{a}_i$ —кучлар таъсирида жисмнинг олган натижавий тезланиши, $\vec{F} = \sum\limits_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ эса жисмга таъсир қилувчи кучларнинг тенг таъсир этувчисидир. Агар жисмга хеч қандай куч таъсир этмаса $\left(\vec{F} = 0\right)$, тезланиш нолга тенг $\left(\vec{a} = 0\right)$ бўлиб, $v = 0$ ёки $\vec{v} = \text{const}$ бўлади, яъни Ньютоннинг биринчи қонуни келиб чиқади. Шундай қилиб, Ньютоннинг биринчи қонуни иккинчи қонунининг хусусий ҳолидир.

2.4. МАССА, ЗИЧЛИК, КУЧНИНГ ЎЛЧОВ БИРЛИКЛАРИ ВА ЎЛЧАМЛИКЛАРИ

Масса асосий физик катталиклардан бири бўлиб, халқаро келишувга мувофиқ масса бирлиги қилиб «СИ» да килограмм (кг) қабул қилинган. Массанинг ўлчамлиги *M* ҳарфи билан ифодаланади, яъни:

$$|m|_{\text{си}} = 1\,\text{кг}; \ \dim|m| = M.$$

(2.2) формуладан зичлик ρ нинг «СИ» даги ўлчов бирлиги ва ўлчамлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$|\rho| = \left|\frac{m}{v}\right| = 1кг/м^3; \ \dim|\rho| = \dim\left|\frac{m}{v}\right| = ML^{-3}.$$

Ньютоннинг иккинчи қонуни (2.4 б) ифодасидан куч F нинг «СИ» даги ўлчов бирлиги ва ўлчамлиги қуйидагига тенг бўлади.

$$|F| = |ma| = 1кг \cdot 1м/с^2 = 1кгм/с^2 = 1\text{Н};$$
$$\dim|F| = \dim|ma| = MLT^{-2}.$$

1 Н (Ньютон) деб, 1 кг массали жисмга 1 м/с^2 тезланиш бера оладиган кучга айтилади.

Амалда кучнинг қуйидаги каррали ва улушли бирликларидан ҳам фойдаланилади:

1 МН (меганьютон)=10^6Н;

1 кН (килоньютон)=10^3Н;

1мН (миллиньютон)=10^{-3}Н;

1мкН (микроньютон)=10^{-6} Н.

2.5. ИМПУЛЬС ВА ИМПУЛЬСНИНГ ЎЗГАРИШ ҚОНУНИ. КУЧ ИМПУЛЬСИ

Ньютоннинг иккинчи қонунини яна бошқа кўринишда ифодалашда жисмнинг импульси ва куч импульси деб аталувчи физик катталиклар орасидаги боғланишдан фойдаланилади.

Жисмнинг импульси деб, жисм массасини унинг тезлигига кўпайтмаси билан ифодаланадиган $m\vec{v}$ векторга айтилади ва у $\vec{p}$ ҳарфи билан белгиланади;

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{2.6}$$

Куч импульси деб, жисмга таъсир қилаётган кучнинг таъсир вақтига кўпайтмасига тенг $\vec{F}dt$ вектор катталикка айтилади.

Жисм импульси ва куч импульси орасидаги боғланишни аниқлаш учун, Ньютоннинг иккинчи қонуни ифодасидаги тезланишни тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосиласи $\left(\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\right)$ билан алмаштирилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}.$$

Классик механикада масса ўзгармас бўлгани сабабли уни дифференциал белгиси остига киритиш мумкин:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}, \tag{2.7}$$

бунда $m\vec{v} = \vec{p}$ – импульсдан иборат бўлгани учун:

$$\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}. \qquad (2.7а)$$

Шундай қилиб, *жисм импульсининг вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосиласи унга таъсир қилаётган кучга тенг.* Бу қонун ҳам Ньютоннинг иккинчи қонунидан иборат. Бу қонунни ифодаловчи (2.7) ёки (2.7а) тенглама жисмнинг ҳаракатланиш тенгламаси дейилади.

(2.7а) ни қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$d\vec{p}=\vec{F}dt. \qquad (2.8)$$

бу тенглик моддий нуқта (жисм) учун импульс ўзгариш қонунининг ифодаси бўлиб, бундай таърифланади:

Жисм импульсининг ўзгариши куч импульсига тенг.

Куч таъсирида t_1 дан t_2 гача ўтган вақт оралиғидаги импульс ўзгариши $(\vec{p}_2-\vec{p}_1)$ ни топиш учун (2.8) ни интеграллаймиз:

$$\vec{p}_2-\vec{p}_1=\int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p}=\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt. \qquad (2.9)$$

Агар жисмга таъсир қилаётган куч миқдор ва йўналиш бўйича ўзгармас $(\vec{F}=\mathrm{const})$ бўлса, (2.9)дан

$$\vec{p}_2-\vec{p}_1=\vec{F}(t_2-t_1) \qquad (2.9а)$$

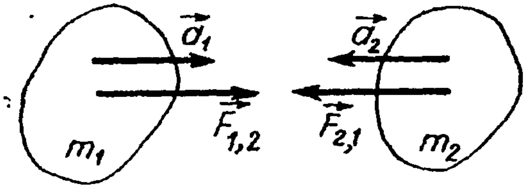
келиб чиқади. Демак, *ўзгармас куч таъсирида жисм импульсининг ўзгариши шу куч импульсига тенгдир.*

2.6. НЬЮТОННИНГ УЧИНЧИ–АКС ТАЪСИРЛАР ҚОНУНИ

Ньютоннинг учинчи қонуни ҳаракатнинг кучлар таъсири остида юз берувчи ҳар қандай ўзгаришларида, шунингдек кучларнинг статик намоён бўлишида икки ёки ундан ортиқ жисмларнинг ўзаро таъсирлашуви содир бўлишини кўрсатади.

Ньютон учинчи қонунини таърифлашдан олдин жисмларнинг ўзаро таъсирини ифодаловчи тажрибалар асосида қуйидаги хулосаларни чиқарди:

1. Икки жисмнинг ўзаро таъсирлашишида намоён бўладиган икки куч шу жисмларга қўйилган (2.2-расм).



2.2-расм

2. Бу кучлар бир тўғри чизиқ устида ётади ва қарама-қарши томонга йўналган.

3. Бу кучларнинг абсолют қиймати тенгдир.

Мисолни қараб чиқайлик. Массалари m_1 ва m_2 бўлган, ташқи таъсирдан изоляцияланган икки жисм (масалан, ҳар хил ишорали зарядлангани сабабли) бир-бирини ўзаро тортишсин (2.2-расм). Биринчи ва иккинчи жисмлар $\vec{F}_{12}$ ва $\vec{F}_{21}$ кучлар таъсирида мос равишда $\vec{a}_1$ ва $\vec{a}_2$ тезланишлар олади. Бу тезланишнинг катталиги жисмларнинг массалари m_1 ва m_2 га тескари пропорционалдир: $\frac{\vec{a}_1}{\vec{a}_2}=\frac{m_2}{m_1}$. Бундан қуйидаги тенгликлар келиб чиқади:

$$m_1a_1=\left|m_2a_2\right| \text{ ёки } F_{12}=F_{21}. \tag{2.10}$$

чизмадан кўринадики, $\vec{F}_{12}$ ва $\vec{F}_{21}$ кучларнинг йўналиши қарама-қаршидир. Ана шу тажриба хулосаларини умумлаштириб, (2.12) назарга олган ҳолда Ньютон динамиканинг учинчи қонунини қуйидагича таърифлайди:

Ўзаро таъсирланувчи икки жисм миқдор жиҳатдан тенг ва қарама-қарши йўналган кучлар билан таъсирланади, яъни:

$$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}. \tag{2.11}$$

бунда $\vec{F}_{12}$ —иккинчи жисмнинг биринчи жисмга таъсир кучи, $\vec{F}_{21}$ эса биринчи жисмнинг иккинчи жисмга таъсир кучи.

Ньютон кучлардан бири $\vec{F}_{12}$ ни таъсир деб, иккинчиси $\vec{F}_{21}$ ни акс таъсир деб атади ва динамика учинчи қонуни (2.11) ни яна бундай таърифлади:

Икки жисмнинг ўзаро таъсир ва акс таъсир кучлари миқдор жиҳатидан тенг бўлиб, жисмларни бирлаштирувчи тўғри чизиқ бўйлаб қарама-қарши йўналгандир.

Шуни таъкидлаш керакки, бу икки куч $\vec{F}_{12}$ ва $\vec{F}_{21}$ иккита алоҳида жисмга қўйилгани учун уларни кучларни қўшиш қоидаси асосида қўшиш мумкин эмас, бинобарин, уларни бир-бирини мувозанатлайдиган кучлар деб бўлмайди.

Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан биринчи ва иккинчи жисмнинг олган тезланишлари мос равишда $\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_{12}}{m_1}$ ва $a_2 = \frac{\vec{F}_{21}}{m_2}$ бўлади. Бу ифодаларни (2.11) га қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{\vec{a}_1}{\vec{a}_2} = -\frac{m_2}{m_1}. \tag{2.12}$$

Демак, ўзаро таъсирланувчи икки жисм қарама-қарши томонга йўналган ва ўзларининг массаларига тескари пропорционал бўлган тезланишлар олар экан. Бундан шу нарса келиб чиқадики, таъсир ва акс таъсирлар кучи иккала жисмни бир хил йўналишда ҳаракатлантира олмайди. Ўзаро таъсирлашаётган икки жисм бир йўналишда ҳаракатланиши учун улар ёки улардан бири учинчи жисм билан ўзаро таъсирланиши керак. Масалан, поезд вагонлар билан ўзаро таъсирланиши сабабли эмас, балки ўзининг рельс-таянч билан таъсиридан юзага келадиган ишқаланиш кучи туфайли вагонларни тортади.

2.7. МОДДИЙ НУҚТАЛАР СИСТЕМАСИ ВА ИМПУЛЬСНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Шу вақтгача моддий нуқта деб ҳисобланиши мумкин бўлган жисмнинг ҳаракати қараб чиқилди, энди *n* та моддий нуқтадан ташкил топган системани (уни соддалик учун жисмлар системаси деб атаймиз) қараб чиқайлик.

Кучлар таъсирида системадаги ҳар бир моддий нуқта ўз ҳаракатини ўзгартиради. Бинобарин, системанинг ҳаракатини текшириш учун, системадаги ҳар бир моддий нуқта учун тузилган ҳаракат тенгламалар системасини ечиш керак. Бу математик амал анча мураккабдир. Бундай масалани, моддий нуқталар система ҳаракатини бутунлигича текшириб ҳал қилиш мумкин. Бунинг учун, моддий нуқталар системасини характерловчи янги тушунчалар киритамиз:

1. Моддий нуқталар системасининг массаси (m_c) деб, системадаги моддий нуқталар массалари $m_i\,(i=1,2,3,\cdots n)$ нинг алгебрик йиғиндисига айтилади:

$$m_c = m_1 + m_2 + \cdots + m_n = \sum_{i=1}^{n} m_i. \qquad (2.13)$$

2. Моддий нуқталар системасининг масса маркази (ёки инерция маркази) деб мазкур нуқтанинг вазиятини координата бошига нисбатан қуйидаги радиус-вектор билан аниқланадиган нуқтага айтилади:

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i}{m_c}. \qquad (2.14)$$

Система инерция маркази радиус-вектори $\vec{r}_c$ нинг декарт координата ўқларига проекциялари эса қуйидагиларга тенг бўлади:

$$x_c = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i x_i}{m_c}; \quad y_c = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i y_i}{m_c}; \quad z_c = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i z_i}{m_c}. \qquad (2.14a)$$

Шуни таъкидлаб ўтиш керакки, системанинг инерция маркази унинг оғирлик маркази билан устма-уст тушади.

3. Моддий нуқталар системаси инерция марказининг $\vec{r}_0$ радиус-векторидан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олинса, инерция марказининг тезлиги келиб чиқади:

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_c}{dt}}{m_c} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i}{m_c}. \qquad (2.15)$$

Бу ерда $m_i\vec{v}_i = \vec{p}_i$ эканини ҳисобга олинса, (2.15) ифода

$$\vec{v}_c = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} p_i}{m_c} = \frac{p_c}{m_c}, \qquad (2.16)$$

кўринишга келади, бунда $\vec{p}_c$ —системанинг импульси бўлиб, системадаги моддий нуқталар импульсларининг геометрик (вектор) йиғиндисига тенг:

$$\vec{p}_c = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i. \tag{2.17}$$

(2.16) дан моддий нуқталар системасининг $\vec{p}_c$ импулси:

$$\vec{p}_c = m_c \vec{v}_c. \tag{2.18}$$

Бундан ниҳоятда катта аҳамиятга эга бўлган хулосани таърифлаш мумкин. *Системанинг ҳамма массалари унинг инерция марказига тўпланган ҳолда ҳаракатланганда унинг умумий импульси қандай бўлса, системанинг тўла импульси ҳам шундай бўлади.*

Шунинг учун ҳам системанинг импульсига унинг инерция марказининг импульси ҳам дейилади. Система инерция марказининг импульсини (2.18) га асосан қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\vec{p}_c = m_c \vec{v}_c = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \cdots + m_2 \vec{v}_2 = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i, \tag{2.18a}$$

бунда m_c —системанинг тўлиқ массаси; $\vec{v}_c$ —унинг инерция маркази тезлиги; $m_1, m_2, \cdots, m_n$ —уларнинг тезликлари.

4. Системадаги моддий нуқталар орасидаги ўзаро таъсир ва акс таъсир кучларини ички кучлар деб аталади. Масалан, системадаги *1*-жисмга *2*-жисмнинг таъсир кучини $\vec{F}_{12}$, *2* -жисмга *1* -жисмнинг акс таъсир кучини эса $\vec{F}_{21}$ билан белгилаймиз, шу билан бирга Ньютоннинг учинчи қонунига мувофиқ $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ ёки $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$ бўлади.

5. Системадан 1-, 2- ва ҳоказо *n* та моддий нуқта (жисм) ларга таъсир қилувчи ташқи кучларни эса битта индекс билан, яъни $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \cdots, \vec{F}_n$ билан белгилаймиз.

6. Энди моддий нуқтали механик система учун импульснинг ўзгариш ва сақланиш қонунини қараб чиқайлик. Фараз қилайлик, механик система *n* та моддий нуқталардан иборат

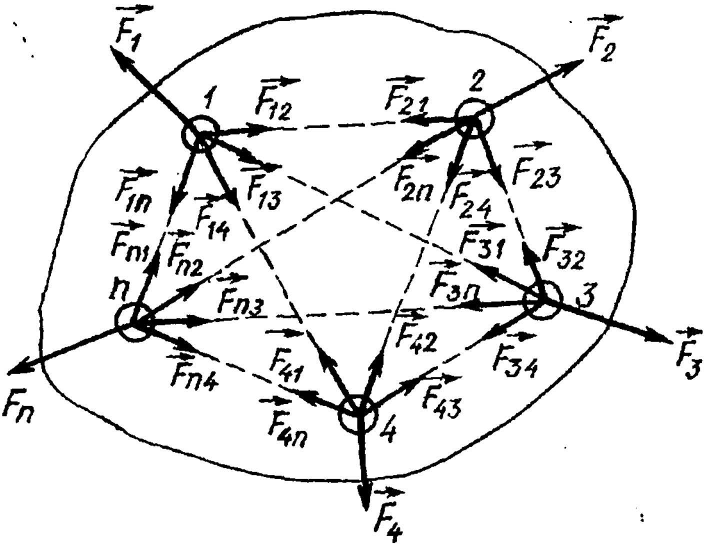
бўлсин (2.3-расм). Механик системадаги *n* та жисмнинг ҳар бири учун (2.7) га биноан ҳаракат тенгламасини ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(m_1\vec{v}_1\right)&=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{19}+\cdots+\vec{F}_{1n}+\vec{F}_1,\\ \frac{d}{dt}\left(m_2\vec{v}_2\right)&=\vec{F}_{21}+\vec{F}_{23}+\cdots+\vec{F}_{2n}+\vec{F}_2,\\ \frac{d}{dt}\left(m_n\vec{v}_n\right)&=\vec{F}_{n_1}+\vec{F}_{n_2}+\cdots+\vec{F}_{n(n-1)}+F_n.\end{aligned}\right\}\qquad(2.19)$$

Бу тенгламаларни ҳадма-ҳад қўшиб, ички кучлар мос равишда гуруҳланса, қуйидаги кўринишдаги тенглама ҳосил бўлади:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{d}{dt}\left(m_i v_i\right)=\left(\vec{F}_{12}+\vec{F}_{21}\right)+\left(\vec{F}_{13}+\vec{F}_{31}\right)+\cdots$$

$$\cdots+\left(\vec{F}_{n(n-1)_n}+\vec{F}_{n(n-1)}\right)+\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i\qquad(2.20)$$



2.3-расм

Ньютоннинг учинчи қонунига асосан ҳар бир қавс ичидаги вектор йиғинди нолга тенг. Демак, система ички кучларининг тўлиқ вектор йиғиндиси ҳам нолга тенг бўлади. У ҳолда (2.20) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\left(m_i\vec{v}_i\right)=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i \qquad (2.20а)$$

Бу ифоданинг чап томонидаги $m_i\vec{v}_i$ кўпайтма импульс $\vec{p}_i$ га тенг бўлиб, $\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i$ эса системанинг импульси $\vec{p}_c$ га тенг:

$$\vec{p}_c=\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i. \qquad (2.21)$$

Ўнг томондагиси эса механик системага таъсир қилувчи ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчи кучидан иборат:

$$\vec{F}_c=\sum_{i=1}\vec{F}_i. \qquad (2.21а)$$

(2.21) ва (2.21а)ни юқорида ўрнига қўйилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\frac{d\vec{p}_c}{dt}=\vec{F}_c. \qquad (2.22)$$

Шундай қилиб, моддий нуқталар системасининг импульсидан вақт бўйича олинган ҳосила системага таъсир қилувчи ташқи кучларнинг геометрик йиғиндисидан иборат бўлган натижаловчи кучга тенг. Демак, *ички кучлар моддий нуқталар системасининг импульсини ўзгартира олмайди* (2.22) тенгламага биноан қуйидаги теоремани ифодалаш мумкин:

Системанинг инерция маркази худди унга системадаги барча жисмлар массаси мужассамлашган ва системадаги жисмларга қўйилган ташқи кучларнинг геометрик йиғиндисига тенг куч таъсир қилгандек ҳаракатланади.

Бу теорема массалар инерция марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема деб аталади.

Реактив ҳаракат. Агар кучларнинг таъсир қилиш вақти давомида жисмнинг массаси ўзгармаса, у ҳолда (2.22) муносабат Ньютоннинг иккинчи қонуни таърифига мувофиқ келади:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \qquad (2.23)$$

Бироқ топилган бу муносабат кучнинг юзага келишидаги иккинчи имкониятни ҳам кўрсатади — бу куч жисм массасининг ўзгаришидан ҳам юзага келиши мумкин. Масалан, ракетадан газлар $\vec{U}$ тезлик билан оқиб чиқаётганда газ массасининг ўзгариш тезлиги $\frac{dm}{dt} = M$ бўлсин. У ҳолда газлар импульсининг ўзгариши, газлар томонидан ракетага таъсир қилувчи $\vec{F}$ кучининг пайдо бўлишига сабаб бўлади:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \qquad (2.24)$$

Бу куч реактив куч, унинг таъсирида содир бўладиган ҳаракат эса реактив ҳаракат дейилади.

1903 йилда рус олими ва ихтирочиси К. Э. Циолковский Петербургда реактив ҳаракат принципига асосланиб қуриладиган учиш аппаратлари — сайёралараро кемалар яратишга бағишланган асарини нашр қилди ва бу асарда Ер атмосфера чегарасидан чиқиб кетаоладиган ягона учиш аппарати—ракета эканлигини исботлаб берди.

Импульснинг сақланиш қонуни. Агар моддий нуқталар системаси таъсир қилаётган кучларнинг геометрик йиғиндиси нолга тенг, яъни $\vec{F}_c = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$ бўлса, (2.22)

ифода $\frac{d\vec{p}_c}{dt} = 0$ кўринишга келади. Математикадан маълумки, бирор катталикнинг ҳосиласи нолга тенг бўлса, у ҳолда бу катталик ўзгармас бўлади. Шунинг учун (2.23) тенгламадан қуйидаги келиб чиқади.

$$\vec{P}_c = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \cdots + \vec{P}_n = \mathrm{const}. \qquad (2.24а)$$

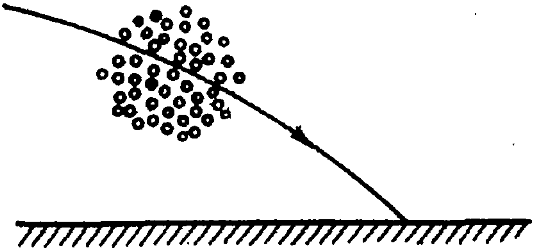
Бу ифода импульс сақланиш қонунининг математик ифодаси бўлиб, қуйидагича таърифланади.

Берк системадаги, яъни ташқи кучлар таъсир қилмайдиган ёки таъсир қилувчи ташқи кучларнинг геометрик йиғиндиси нолга тенг бўлган системадаги жисмлар импульсларининг геометрик йиғиндиси ўзгармас қолади.

Энди $\vec{F}_0 \neq 0$ бўлиб, унинг бирор йўналишига, масалан, X ўқига проекцияси нолга тенг, яъни $\frac{dp_x}{dt} = 0$ бўлса, P_x=*const* бўлиб қолади. Бу ҳолда, системанинг натижаловчи импульси $\vec{P}_c \neq 0$ бўлиб, унинг X ўқига проекцияси эса ўзгармас сақланади. Масалан, жисм эркин тушишда, импульсининг горизонтал X ўқи йўналишидаги ташкил этувчи P_x=*const* бўлиб, вертикал $У$ ўқи йўналишидаги ташкил этувчи P_y эса узлуксиз ўзгара боради.

Импульснинг сақланиш қонунига асосланган ҳодисалар мавжуддир. Масалан, ракеталарнинг ва реактив двигателларнинг ишлаш принципи шунга асосланган, ёнилғи ёнган вақтда ҳосил бўлган газлар оқими ракетанинг соплосидан чиқиши натижасида чиқаётган газлар олган импульсига тенг импульс ракетага узатилади.

Инерция марказлари системаси. Инерция марказига эга бўлган жисмлардан ташкил топган ёриқ система ҳаракатланганда, жисмлар инерция марказ импульсларининг геометрик йиғинди система инерция марказининг импульсига тенглигича қолади. Масалан, ичи питра ўқлар билан тўлдирилган сочма снаряд портлаганда, питра ўқлар ҳар томонга сочилиб кетади, лекин питра ўқларнинг, яъни снаряднинг инерция маркази траектория бўйлаб ҳаракатланади (2.4-расм). Бунда снаряднинг инерция марказининг импульси портлашдан кейинги питра ўқлар инерция марказлари импульсларини геометрик йиғиндисига тенг бўлади.



2.4-расм

2.8. НОИНЕРЦИАЛ САНОҚ СИСТЕМАЛАРИ. ИНЕРЦИЯ КУЧЛАРИ

Шу вақтгача ҳаракатлар чексиз кўп инерциал саноқ системаларнинг бироргасига нисбатан текширилди. Шуни қайд қилиш керакки, Ньютон қонунлари фақат инерциал саноқ системалардагина тўғридир. Барча инерциал системаларга нисбатан бир хил куч таъсирида олган тезланиши $\vec{a}$ бир хил бўлади. Бундай саноқ системаларида жисмларнинг ҳаракат тенгламаси Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи тенгламадан иборат бўлади:

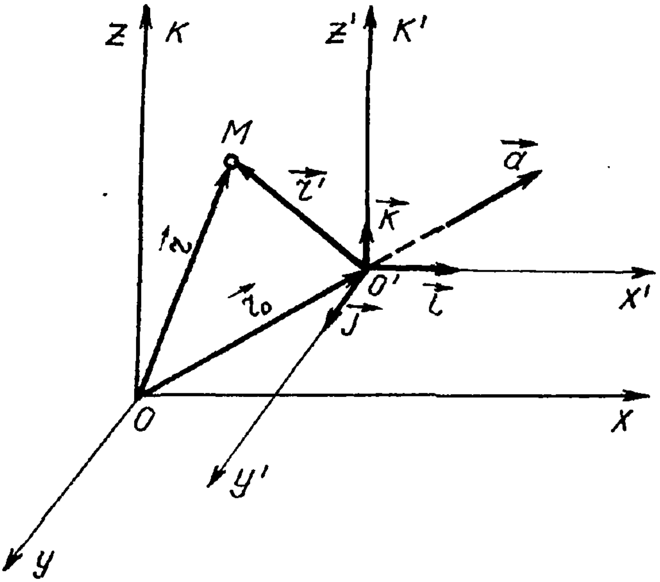
$$m\vec{a}_{абс} = \vec{F}, \tag{2.25}$$

бунда $\vec{a}_{абс}$ —қўзғалмас инерциал системага нисбатан жисмнинг олган тезланиши. Энди ихтиёрий тезланишли саноқ системасида жисмнинг ҳаракат тенгламаси қандай бўлишини қараб чиқамиз. Бу масала классик механикада, яъни норелятивистик (кичик тезликли) механикада соф кинематик масала бўлиб, масофа ва вақт оралиқлари бир инерциал саноқ системасидан бошқа бир ноинерциал саноқ системасига ўтишига нисбатан инвариант (бир хил)дир. Ҳар қандай инерциал саноқ системага нисбатан ихтиёрий тезланишли саноқ системасига ноинерциал саноқ системаси дейилади.

Жисмнинг ҳаракати ноинерциал саноқ системасига нисбатан *қаралаётган бўлса*, Ньютоннинг биринчи ва иккинчи қонунларини одатдаги кўринишда татбиқ қилиб бўлмайди. Бу масалани ҳал қилиш учун, фараз қилайлик, иккита: қўзғалмас *K* инерциал саноқ системаси ва тезланишли *K'* ноинерциал саноқ системаси берилган бўлсин (2.5-расм). Биринчи *K* саноқ системасига абсолют (мутлақ) саноқ системаси дейилиб, унга нисбатан ҳаракатни эса мутлақ ҳаракат дейилади. *K'* ҳаракатланувчи саноқ системада тинч турган жисм шу системанинг *K* системага нисбатан ҳаракатида иштирок этади. Жисмнинг ёки *K'* системанинг бундай ҳаракати кўчирма ҳаракат дейилади. Шундай қилиб, 2.5-расмдаги чизмада М моддий нуқта ҳолатини ифодаловчи радиус-векторларни мос равишда қуйидагича номлаш мумкин:

$\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ – мутлақ радиус– вектор;

$\vec{r}' = \overrightarrow{O'M}$ – нисбий радиус – вектор;



2.5-расм

$\vec r_0 = \overline{OO'}$ – кўчирма радиус – вектор;

Бу $\vec r$ —абсолют, $\vec r'$ —нисбий ва $\vec r_0$ —кўчирма радиус-векторлар вақтининг ҳар бир моментида

$$\vec r = \vec r' + \vec r_0 \tag{2.26}$$

боғланишга эга. Бу муносабатдан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олинса:

$$\frac{d\vec r}{dt} = \frac{d\vec r'}{dt} + \frac{d\vec r_0}{dt}. \tag{2.27}$$

Бу ифодадаги катталиклар М моддий нуқтанинг ҳаракат тезликлари бўлиб, уларга мос равишда $\frac{d\vec r}{dt} = \vec V_{\text{абс}}$ — абсолют, $\frac{d\vec r'}{dt} = \vec V_{\text{нис}}$ — нисбий ва $\frac{d\vec r_0}{dt} = \vec V_{\text{кўч.}}$ — кўчирма тезликлар дейилади.

Шундай қилиб, *M* моддий нуқтанинг илгарилама ҳаракатида қуйидаги ўринли бўлади:

$$\vec{V}_{абс} = \vec{V}_{нис} + \vec{V}_{кўч.} \qquad (2.27а)$$

Бундан кўринадики, жисмнинг абсолют ҳаракати нисбий ва кўчирма ҳаракатларнинг йиғиндисига тенг экан.

(2.27а) дан яна бир марта вақт бўйича ҳосила олинса:

$$\frac{d\vec{V}_{абс}}{dt} = \frac{d\vec{V}_{нис}}{dt} + \frac{d\vec{V}_{кўч}}{dt}. \qquad (2.28)$$

ёки

$$\vec{a}_{абс} = \vec{a}_{нис} + \vec{a}_{кўч.} \qquad (2.28а)$$

Абсолют тезланиш $\vec{a}_{абс}$ нинг ифодаси (2.28 а)ни (2.28) га қўйиб, унда $\vec{a}_{кўч.}$ иштирок этган ҳадни ўнг томонга ўтказиб юборилса

$$m\vec{a}_{нис} = \vec{F} - m\vec{a}_{кўч.} \qquad (2.29)$$

ҳосил бўлади. Бу муносабат моддий нуқтанинг *K'* ноинерциал саноқ системасига нисбатан ҳаракат тенгламаси бўлиб, унга моддий нуқта нисбий ҳаракатининг тенгламаси ҳам дейилади.

(2.29) нинг ўнг томонидаги $\left(\vec{F} - m\vec{a}_{кўч}\right)$ ифодани *K'* — ноинерциал саноқ системасидаги моддий нуқтага таъсир қилувчи қандайдир «натижавий куч» деб қараш мумкин. Бу «натижавий куч» бир-биридан кескин фарқ қилувчи иккита ташкил этувчидан иборатдир. Биринчи ташкил этувчиси $\vec{F}$ жисмларнинг ўзаро таъсир кучи — «ҳақиқий куч» дир. У бир саноқ системасидан бошқа бир ихтиёрий равишда ҳаракатланувчи саноқ системасига ўтишда ўзгармайди. Бошқача қилиб айтганда $\vec{F}$ куч мана шундай ўтишга нисбатан инвариант (бир хил) дир. Иккинчи ташкил этувчиси «$-m\vec{a}_{кўч.}$» эса бутунлай бошқача характерга эга. Бу «$-m\vec{a}_{кўч.}$» куч жисмларнинг ўзаро таъсири натижасида эмас, балки саноқ системасининг тезланишли ҳаракати натижасида вужудга келади ва бу кучга *инерция кучи дейилади.* Шундай қилиб, инерция кучи ҳар қандай тезланишли саноқ системасида пайдо бўладиган куч бўлиб, тезланишнинг йўқолиши билан у ҳам йўқолади. Агар текширилаётган ҳолда K' ноинерциал саноқ системасидаги жисмга таъсир этувчи «Ҳақиқий кучлар» — Ньютон кучларининг йиғиндиси $\vec{F}$ $\vec{F} = 0$ бўлса, жисмнинг олган тезланиши $\dot{a}_{кўч}$, фақат инерция кучи $\vec{F}_{ин}$ нинг самараси сифатида намоён бўлади:

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_{кўч}. \tag{2.30}$$

Шундай қилиб, тезланишли саноқ системасидаги ихтиёрий жисмга таъсир қилувчи инерция кучи йўналиши саноқ система тезланиши ($\vec{a}_{кўч}$) нинг йўналишига тескари, кучнинг модули эса жисм массаси билан саноқ система тезланишининг кўпайтмасига тенг.

Инерция кучларининг хоссаларини қараб чиқамиз.

1. Саноқ системаси ўзгармас тезланиш ($\vec{a}_{кўч} = const$) билан ҳаракатланганда, m массали жисмга таъсир қилувчи инерция кучи ҳам ўзгармай қолади.

2. Тезланишлари ҳар хил бўлган бир саноқ системасидан бошқасига ўтишда инерция кучлари ҳам ўзгаради. Бундай ўтишга нисбатан инерция кучлари инвариант эмас.

3. Инерция кучлари Ньютоннинг учинчи қонуни — таъсир-акс таъсирлар қонунига бўйсунмайди.

4. Инерция кучлари жисмларни ҳаракатлантирувчи системага нисбатан ташқи кучдир.

5. Инерция кучлари қандайдир реал куч майдонлари томонидан жисмларга бериладиган таъсирлардир.

6. Инерция кучлари статик ҳолда босим кучи сифатида намоён бўлади.

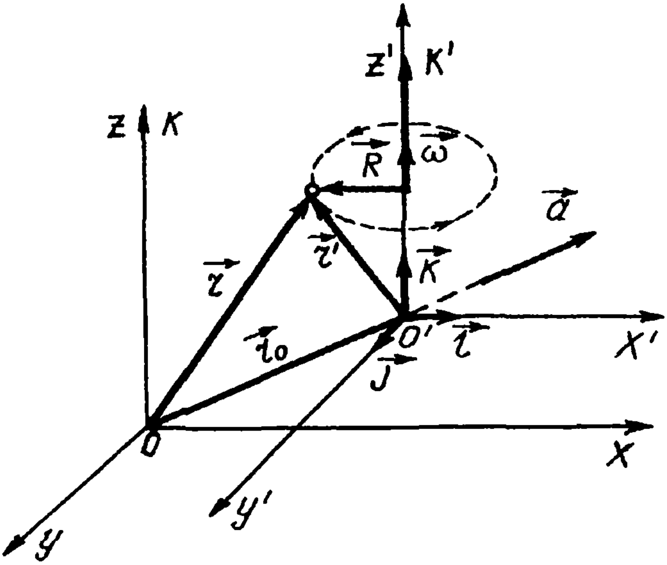
Инерция кучларининг намоён бўлишини ҳаракатланаётган поезд мисолида қараб чиқиш мумкин. Поезд a тезланиш билан текис тезланувчан ҳаракатланаётган вагондаги йўловчига поезднинг ҳаракатига қарама-қарши йўналган, поезд текис секинланувчан ҳаракатланганда эса ҳаракат йўналиши бўйича $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}$ инерция кучи таъсир қилади.

Худди шунга ўхшаш, самолётларнинг катта тезланишлари вақтида ёки космик кемаларнинг учиш вақтида учувчига ёки фазогирга таъсир қиладиган ўта юкланишни инерция кучлари вужудга келтиради.

2.9. ИХТИЁРИЙ ТЕЗЛАНИШЛИ НОИНЕРЦИАЛ САНОҚ СИСТЕМАДАГИ ИНЕРЦИЯ КУЧЛАРИ

Фараз қилайлик, K' ноинерциал саноқ системаси K инерциал саноқ системага нисбатан илгариланма ва z' ўқ атрофида эса айланма ҳаракат қилаётган бўлсин (2.6-расм). Ноинерциал саноқ системанинг бундай ҳаракатини икки хил: координаталар боши O'нинг $\vec{V}_0$ бошланғич тезликли тезланувчан илгариланма ва координат бошидан ўтувчи оний ўқ атрофидаги айланма ҳаракатларга ажратиб текшириш қулайдир.

Ноинерциал саноқ системасининг бурчакли тезлиги $\vec{\omega}$ ҳам миқдори, ҳам йўналиши ўзгарувчан бўлиб, координат ўқларининг ортлари $\vec{L}, \vec{J}, \vec{K}$ — бирлик векторлар бўлсин. Бу векторнинг ҳар бири $\vec{\omega}$ бурчакли тезлик билан айланади. Уларнинг вақт бўйича ҳосиласини, кинематикадаги $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\vec{\omega}', \vec{r}]$ формулага биноан қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:



2.6-расм

$$\frac{d\vec{i}}{dt}=\left[\vec{\omega},\vec{k}\right];\ \frac{d\vec{j}}{dt}=\left[\vec{\omega},\vec{j}\right];\ \frac{d\vec{k}}{dt}=\left[\vec{\omega},\vec{k}\right] \qquad (2.31)$$

Ҳаракатланаётган M моддий нуқтанинг K' системасидаги нисбий радиус-вектори $\vec{r}'$ва координаталари $x', y'\ z'$ бўлсин, у вақтда

$$\vec{r}'=x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k}. \qquad (2.32)$$

Бу ифодадан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олинса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\frac{d\vec{r}'}{dt}=\left(\frac{dx'}{dt}\vec{i}+\frac{dy'}{dt}\vec{j}+\frac{dz'}{dt}\vec{k}\right)+\left(x'\frac{d\vec{i}}{dt}+y'\frac{d\vec{j}}{dt}+z'\frac{d\vec{k}}{dt}\right) \qquad (2.32a)$$

Бунда $\frac{d\vec{r}'}{dt}=\vec{V}_{кўч}$ — ноинерциал саноқ системасидаги тинч турган М моддий нуқтанинг кўчиш тезлиги бўлиб, $\vec{V}_{нис}$ нисбий тезлиги эса K' система координат боши O' нинг илгариланма ҳаракат тезлиги $\vec{V}_0$ га тенгдир;

$$\vec{V}_{нис}=\vec{V}_0=\frac{dx'}{dt}\vec{i}+\frac{dy'}{dt}\vec{j}+\frac{dz'}{dt}\vec{k}. \qquad (2.33)$$

Ва ниҳоят, (2.31) дан фойдаланиб, (2.32)ни назарда тутган ҳолда ёзамиз:

$$\begin{aligned}x'\frac{d\vec{i}}{dt}+y'\frac{d\vec{j}}{dt}+z'\frac{d\vec{k}}{dt}&=x'\left[\vec{\omega},\vec{i}\right]+y'\left[\vec{\omega},\vec{k}\right]+z^1\left[\vec{\omega},\vec{k}\right]=\\&=\left[\vec{\omega}\left(x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k}\right)\right]=\left[\vec{\omega},\vec{r}'\right].\end{aligned} \qquad (2.34)$$

Шундай қилиб, М моддий нуқтанинг кўчирма тезлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{V}_{кўч}=\vec{V}_0+\left[\vec{\omega},\vec{r}\right]. \qquad (2.35)$$

М моддий нуқтанинг кўчирма тезлиги $\vec{V}_{кўч}$ икки қисмдан иборат бўлиб, координат боши 0′нинг илгариланма ҳаракат *тезлиги* $\vec{V}_0$ *билан, K′ системанинг боши 0′атрофидаги* айланма ҳаракатнинг чизиқли тезлиги $[\vec{\omega},\vec{r}']$дан ташкил топгандир.

У вақтда (2.27а) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{V}_{\text{абс}} = \vec{V}_{\text{нис}} + \vec{V}_{\text{кўч}} = \vec{V}_{\text{нис}} + \vec{V}_0 + \left[\vec{\omega}, \vec{r}'\right]. \qquad (2.36)$$

Моддий нуқтанинг абсолют тезланиши $\vec{a}_{\text{абс.}}$ ни ҳисоблаш тезликни ҳисоблашга нисбатан мураккаброқдир. Абсолют тезланишнинг ифодаси (2.36) дан вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила олиб топамиз:

$$\frac{d\vec{V}_{\text{абс}}}{dt} = \frac{d\vec{V}_{\text{нис}}}{dt} + \frac{d\vec{V}_0}{dt} + \left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}'}{dt}\right] + \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt'} \vec{r}'\right]. \qquad (2.37)$$

Ноинерциал саноқ системасининг бундай мураккаб ҳаракатида $\frac{d\ddot{V}_{\text{нис}}}{dt}$ тезланишнинг қиймати (2.32) ифодадан яна бир бор вақт бўйича ҳосила олиш йўли билан топилади. Шунинг учун ҳам (2.36) га ўхшаш қуйидаги формулани ёзиш мумкин:

$$\frac{d\ddot{V}_{\text{нис}}}{dt} = \vec{a}_{\text{нис}} + \left[\vec{\omega}, \vec{V}_{\text{нис}}\right]. \qquad (2.38)$$

бу ерда ҳам $\vec{a}_{\text{нис}}$ тезланиш (2.33) га ўхшашдир:

$$\vec{a}_{\text{нис}} = \frac{d^2x'}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y'}{dt^2}\vec{d} + \frac{d^2z'}{dt^2}\vec{k}. \qquad (2.38\text{а})$$

(2.37) ифодадаги учинчи қўшилувчи $\left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}'}{dt}\right]$ кўпайтмани ҳисоблаб чиқиш учун (2.36) га асосан $\frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{V}_{\text{нис}} + \left[\ddot{\omega}, \vec{r}'\right]$ ифодаси ўрнига қўйилса, қуйидагига эга бўламиз;

$$\left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}'}{dt}\right] = \left[\vec{\omega}, \left(\vec{V}_{\text{нис}} + \left[\vec{\omega}, \vec{r}'\right]\right)\right] = \left[\vec{\omega}, \vec{V}_{\text{нис}}\right] + \left[\vec{\omega}\left[\vec{\omega}, \vec{r}'\right]\right]. \qquad (2.39)$$

(2.38) ва (2.39) лар (2.37) га қўйилса, $\vec{a}_{\text{абс}}$ абсолют тезланиш учун қуйидаги ифода келиб чиқади;

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{нис}} + 2\left[\vec{\omega}, \vec{V}_{\text{нис}}\right] + \vec{a}_0 + \left[\vec{\omega}, \left[\vec{\omega}, \vec{r}'\right]\right] + \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt'} \vec{r}'\right]. \qquad (2.40)$$

Бу тезланишлар тавсифига қараб, уч гуруҳга ажратилиб, қуйидаги кўринишда ёзилади;

$$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{нис}} + \vec{a}_{\text{кор}} + \vec{a}_{\text{кўч}}, \qquad (2.41)$$

Бу ерда

$$\bar{a}_{кор} = 2\left[\vec{\omega}, \vec{V}_{нис}\right], \qquad (2.42)$$

$$\bar{a}_{кўч} = \vec{a}_0 + \left[\vec{\omega}, \left[\vec{\omega}, \vec{r}'\right]\right] + \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{r}'\right]. \qquad (2.43)$$

(2.43) да ифодаланган $\bar{a}_{кўч}$ — тезланиш вектори фақатгина K' ноинерциал саноқ системанинг K инерциал саноқ системага нисбатан ҳаракатига боғлиқдир. Агар кузатувчи K' системада тинч турса, у шу системанинг кўчирма ҳаракат тезланишини ҳис қилади. Шунинг учун ҳам $\bar{a}_{кўч}$ га кўчирма тезланиш дейилади.

Ниҳоят, $\bar{a}_{кор} = 2\left[\vec{\omega}, \vec{V}_{нис}\right]$ — тезланиш вектори ҳам, кўчирма ҳаракатга ҳам боғлиқдир. Бу тезланиш тушунчасини биринчи бўлиб, француз олими Кориолис (1792—1843) киритгани учун $\bar{a}_{кор}$ га кориолис тезланиши дейилади.

Юқорида чиқарилган (2.43) формула Кориолис теоремасининг математик ифодаси бўлиб, у бундай таърифланади: *моддий нуқтанинг абсолют тезланиши нисбий, кориолис ва кўчирма тезланишларнинг геометрик (вектор) йиғиндисига тенгдир.*

Кўчирма тезланиш $\bar{a}_{кўч}$ ни таҳлил қилиб чиқайлик. (2.43) формулада $\vec{a}_0$ — ноинерциал система координат боши $0'$ нинг илгариланма ҳаракат тезланиши. Қолган иккитаси K' системанинг айланишидан вужудга келади. Улардан $\left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{r}'\right] = \left[\vec{\beta}, \vec{r}'\right] = \bar{a}_r$. тангенциал тезланиш бўлиб, у текис тезланувчан айланишдан келиб чиқади. Айланиш текис $(\bar{\omega} = const)$ бўлганда бу тезланиш бўлмайди. Ниҳоят $\left[\vec{\omega}\left[\vec{\omega}', \vec{r}'\right]\right]$ тезланиш марказга қараб йўналгани учун уни $\bar{a}_{мм}$ билан белгилаб, марказга интилма тезланиш дейилади.

Бунинг учун $\bar{r}$ радиус-векторини унга параллел $\vec{r}_{\parallel}$ ва перпендикуляр $\vec{r}_{\perp}$ ташкил этувчиларга ажратамиз, яъни $\vec{r} = \vec{r}_{\parallel} + \vec{r}_{\perp}$ ҳамда $\left[\vec{\omega}, \vec{r}'_{\parallel}\right] = 0$ ва $\left[\vec{\omega}, \vec{r}'_{\perp}\right] \neq 0$ бўлиши назарга олинса, қуйидаги келиб чиқади.

$$\vec{a}_{м.и}=\left[\vec{\omega},\left[\vec{\omega},\vec{r}'\right]\right]=\left[\vec{\omega}\left[\vec{\omega}\left(\vec{r}'_{\parallel}+\vec{r}'_{\perp}\right)\right]\right]=\left[\vec{\omega},\left[\vec{\omega},\vec{r}'_{\parallel}\right]\right]+\left[\vec{\omega},\left[\vec{\omega},\vec{r}'_{\perp}\right]\right]=$$
$$=\left[\vec{\omega},\left[\vec{\omega},\vec{r}'_{\perp}\right]\right]=-\left[\left(\vec{\omega},\vec{\omega}\right)\vec{r}'_{\perp}\right]=-\omega^2\,\vec{r}'_{\perp}. \qquad (244)$$

Айланма ҳаракат кинематикадан маълумки, бу формула марказга интилма тезланиш формуласидир. Бундаги минус ишора $\vec{a}_{м.и}$ марказга интилма тезланиш вектори $\vec{r}'_{\perp}$ — радиус-векторга тескари йўналганлигини ифодалайди.

Нисбий ҳаракат тенгламаси (2.41) ни (2.25) га қўйилса, нисбий ҳаракат тенгламаси келиб чиқади:

$$m\vec{a}_{\text{нис}}=\vec{F}-m\vec{a}_{\text{кор}}-m\vec{a}_{\text{кўч}} \qquad (2.45)$$

(2.42), (2.43) лардан $\vec{a}_{кор}$ ва $\vec{a}_{кўч.}$ тезланишларнинг ифодаларини (2.45) га қўйилса, нисбий ҳаракат тенгламаси мукаммал кўринишга келади:

$$m\vec{a}_{\text{нис}}=\vec{F}-2m\left[\vec{\omega},\vec{V}_{\text{нис}}\right]-m\vec{a}_0-m\left[\vec{\omega}\left[\vec{\omega},r'\right]\right]-m\left[\frac{d\vec{\omega}}{dt},\vec{r}'\right]. \qquad (2.45а)$$

Бунда қўшилувчи кучларни $2m\left[\vec{\omega},\vec{V}_{\text{нис}}\right]=-2m\left[\vec{V}_{\text{нис}},\vec{\omega}\right]$: $:\left[\vec{\omega}.\left[\vec{\omega},\vec{r}'_{\perp}\right]\right]=-\omega^2\vec{r}'_{\perp}$ ва $m\left[\frac{d\vec{\omega}}{dt},\vec{r}'\right]=m\left[\vec{\beta},\vec{r}'\right]\approx m\vec{a}_{\tau}$ қулай кўринишга ўзгартириб ўрнига қўйилса, (2.45а) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$m\vec{a}_{\text{нис}}=\vec{F}+2m\left[\vec{V}_{\text{нис}},\vec{\omega}\right]-m\vec{a}_0+m\omega^2\vec{r}'_{\perp}-m\vec{a}_{\tau}. \qquad 2.46)$$

Шундай қилиб, ноинерциал саноқ системада ҳаракат тенгламасини ёзиш учун «ҳақиқий» $\vec{F}$ кучга иккита инерция кучи қўшилар экан, яъни Кориолис кучи:

$$\vec{F}_{\text{кор}}=-m\vec{a}_{\text{кор}}=2m\left[\vec{V}_{\text{нис}},\vec{\omega}\right]. \qquad (2.47)$$

ва кўчирма инерция кучи:

$$\vec{F}_{\text{кўч}}=-m\vec{a}_{\text{кўч}}=-m\vec{a}_0+m\omega^2\vec{r}'_{\perp}-m\vec{a}_{\tau} \qquad (2.48)$$

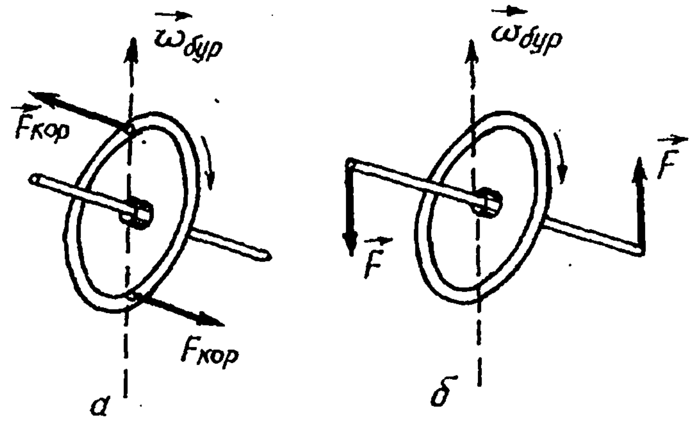
Инерция кучларининг физик маъноси шундаки, улар ноинерциал системага нисбатан текис ёки тўғри чизиқли ҳаракатланаётган жисмнинг олган тезланиши — саноқ системанинг тезланишли ҳаракати сабабли намоён бўлган тезланиш ҳисобига олади. Шу инерция кучларидан ҳар бирининг табиатини қараб чиқайлик.

Кўчирма инерция кучи. Кўчирма инерция кучи умумий ҳолда учта: $\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_0$ — илгариланма ҳаракат инерция кучи; $\vec{F}_{\text{м.қ}} = m\omega^2\vec{r}'_{\perp}$ — марказдан қочирма куч ва $\vec{F}_\tau = -m\ddot{a}_\tau$ — тезланишли айланма ҳаракатдаги тангенциал инерция кучидан ташкил топган. Ноинерциал системанинг илгариланма ҳаракатида $\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_0$ — инерция кучлари бу саноқ системанинг барча нуқталарида бир хил бўлиб, жисмнинг унга нисбатан ҳаракат тезлигига боғлиқ эмас.

Кўчирма инерция кучининг иккинчи қўшилувчи $\vec{F}_{м.қ} = m\omega^2\vec{r}'_{\perp}$ кучга *марказдан қочма инерция кучи* ёки қисқача *марказдан қочма куч* деб аталади. Масалан, ҳаракатдаги автобус ичида турган йўловчига автобус бурилган жойдан марказдан қочма куч таъсир қилади. Марказдан $F_{мк} = -\frac{mV^2}{R}$ қочма кучнинг таъсирига асосланиб, марказдан қочма сув насослари, ювилган кирларни қуритувчи марказдан қочма машиналар, сутнинг қаймоғини ажратувчи қурилма — сепараторлар ясалган.

Кўчирма инерция кучининг учинчи қўшилувчи $\vec{F}_t = -m\vec{a}_r$ ноинерциал саноқ системасининг текис тезланувчан ҳаракатидан келиб чиқади.

Энди (2.47) кориолис инерция кучини қараб чиқайлик. Кориолис кучи, айланма ҳаракат қилаётган $(\vec{\omega} \neq 0)$ K^1 саноқ системасида $\vec{V}_{\text{нис}}$ нисбий тезлик билан ҳаракатланаётган моддий нуқтага таъсир қилувчи кучдир. Бинобарин, системанинг айланма ҳаракатининг бурчакли тезлиги $\vec{\omega}$ ёки моддий нуқтанинг нисбий тезлиги $\vec{V}_{\text{нис}}$ нолга тенг бўлса, кориолис кучи ҳам нолга тенг бўлади. Кориолис кучи намоён бўладиган айрим мисолларни қараб чиқайлик. Автобус бурилаётган вақтда йўловчи автобус бўйлаб $\vec{V}_{\text{нис}}$ тезлик билан ҳаракатланаётганда, унга $\vec{F}_{м.қ} = m\omega^2\vec{r}'_{\perp}$ кучдан ташқари, $\vec{F}_{\text{кор}} = 2m\left[\vec{V}_{\text{нис}}, \bar{\omega}\right]$ кориолис инерция кучи ҳам таъсир қила бошлайди. Шунинг учун ҳам автобус

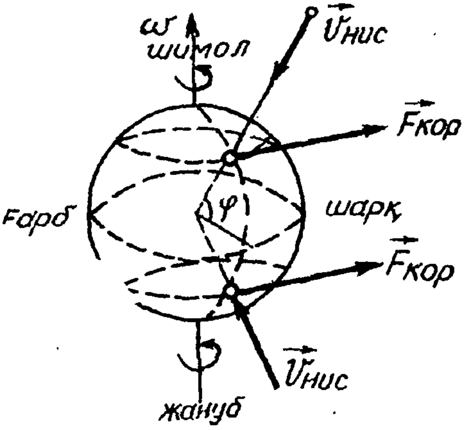


2.7-расм

бурилаётганда ичида юриб бораётган одамга нисбатан тинч турган одамнинг ўзини ушлаб туриши осонроқ бўлади.

Гироскопик эффект, яъни айланиш ўқини бурганимизда гироскопнинг кўрсатадиган қаршилиги, гироскоп томонидан юзага чиқарилаётган кориолис инерция кучининг намоён бўлишидир. Агар гироскопнинг симметриклиги назарга олинса, гироскопнинг элементар массалари юзага келтирган кориолис кучларининг йиғиндиси, айланиш ўқидаги элементар массаларнинг инерция кучларига ўхшаш, ориентацияланган жуфт кучни беради (2.7-расм). Бу жуфт куч гироскопнинг ўқини бурмоқчи бўлган кузатувчининг қўлига гироскоп ўқи кўрсатаётган $\ddot{R}$ реакция кучидан иборат. Бу реакция кучи гироскоп айланиш ўқини бурилиш ўқи билан устма-уст тушишга интилтиради.

Ернинг ўз ўқи атрофида суткалик айланишидаги кориолис кучлари Ер устида ҳаракат қилгандагина намоён бўлади. Масалан, жисмлар эркин тушаётганда уларга кориолис кучи таъсир қилади, уларни вертикал чизиқдан шарққа қараб оғдиради (2.8-расм). Бу куч экваторда энг катта қийматга эга бўлиб, қутбларда нолга айланади. Худди шунингдек, меридиан бўйлаб учиб бораётган снарядга ёки ҳаракатланаётган жисмга ҳам кориолис кучи таъсир қилади, жумладан у шимолий ярим шарда ҳаракат йўналишига нисбатан ўнгга, жанубий ярим шарда эса чапга томон таъсир қилади. Бу ҳолда доим шимолий ярим шарда дарёларнинг ўнг қирғоғи, жанубий ярим шарда эса чап қирғоғи ювилади.



2.8-расм

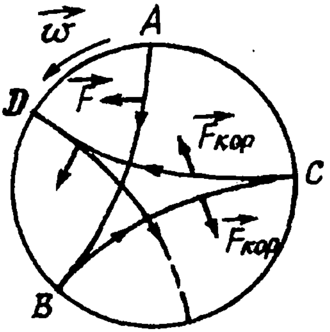
Кориолис инерция кучлари техникада тез айланувчи дискларда, ғилдиракларда, маховикларда ва бошқа қурилмаларда маълум роль ўйнайди. Темир йўлларда кориолис кучлари йўлнинг эгри қисмларида намоён бўлиб, ташқи изда вертикал босим кучини орттиради ва ички изда эса камайтиради. Натижада ташқи из ичкисига нисбатан кўпроқ емирилади.

Фуко маятниги. Маятникнинг тебраниш вақтида намоён бўладиган кориолис кучини Фуко маятниги мисолида қараб чиқамиз. Фуко маятниги узунлиги $l = 67$ м бўлган ипга осилган массаси $m = 28$ кг ли шардан иборатдир. Француз олими Фуко бундай маятник билан 1850 йилда Париж обсерваториясида тажриба ўтказиб, Ернинг ўз ўқи атрофида айланишини биринчи бўлиб исботлади. Агар маятник қутбда тебранаётган бўлса, унинг тебраниш текислиги аста-секин Ернинг айланишига қарама-қарши йўналишда бурила бошлайди. Тажрибанинг кўрсатишича, қутбда маятник тебраниш текисликларининг буралиш бурчакли тезлиги миқдор жиҳатдан Ернинг ўз ўқи атрофидаги айланиш бурчакли тезлиги $\omega = \frac{2\pi}{T} = 15\frac{\text{град}}{\text{соат}}$ га тенг чиққан, яъни:

$$\omega_{қ} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 15\frac{\text{град}}{\text{соат}}. \qquad (2.49)$$

Агар маятник Ернинг φ географик кенглигида тебранаётган бўлса, унинг бурчакли тезлиги

$$\omega_\varphi = \omega_к \sin\varphi = 15\frac{град}{соат}\sin\varphi \qquad (2.49а)$$



2.9-расм

бўлади. Агар маятник тебранишини Ер билан боғланган саноқ системасига кўчирилса, тебраниш текислигининг айланиши кориолис кучининг намоён бўлиш натижасидир. Шундай қилиб, Ернинг ўз ўқи атрофида айланиши сабабли намоён бўладиган кориолис кучи маятник ҳаракат траекториясини 2.9-расмда тасвирлангандек буради. Натижада А нуқтадан бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган маятник *В, С, Д*, ... бурилиш нуқталаридан бурилиб, 2.9-расмда тасвирланган ўхшаш кўп бурчакли мураккаб эгри чизиқ ҳосил қилади. Расмдан кўриниб турибдики, маятникнинг тебраниш текислиги Ерга нисбатан соат стрелкаси бўйлаб бурилади, бунда у бир суткада бир марта айланади. Гелиоцентрик инерциал саноқ системага нисбатан аҳвол бошқача, маятникнинг тебраниш текислиги ўзгармайди, Ер эса унга нисбатан бурилиб, бир суткада бир марта айланади.

Шундай қилиб, маятник тебраниш текислигининг буралиши Ернинг ўз ўқи атрофида айланишининг исботи экан.

Ернинг ўз ўқи атрофида айланишини исботлашга мўлжалланган маятникларга Фуко маятниги дейилади. Жумладан, С.-Петербургдаги Исакиевский соборининг гумбазига осилган узунлиги $l = 98$ м бўлган Фуко маятнигининг тебраниш текислиги ҳам ҳар бир суткада бир марта тўлиқ айланиб турибди.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. **Динамика деб нимага айтилади?**
2. **Ньютоннинг биринчи қонунини таърифланг.**

3. Ньютоннинг биринчи қонуни ифодасини қандай кўринишда ёзиш мумкин?

4. Жисмнинг инерцияси деб нимага айтилади?

5. Нима учун Ньютоннинг биринчи қонуни инерция қонуни деб аталади?

6. Қандай системага инерциал саноқ системаси дейилади?

7. Куч ва масса деб нимага айтилади?

8. Ньютоннинг иккинчи қонунини таърифланг ва унинг формуласини ёзинг.

9. Ньютоннинг учинчи қонунини таърифланг ва формуласини ёзинг. Таъсир ва акс таъсир нима?

10. Импульс ва импульснинг ўзгариш қонунини таърифланг. Куч импульси нима?

11. Импульс сақланиш қонунини таърифланг ва формуласини ёзинг.

12. Қандай системага ноинерциал саноқ системалари дейилади?

13. Инерция кучлари деб қандай кучларга айтилади?

14. Инерция кучлари қандай хоссаларга эга?

15. Кўчирма, марказдан қочма ва кориолис инерция кучларининг табиати қандай?

3-БОБ

ИШ ВА ЭНЕРГИЯ

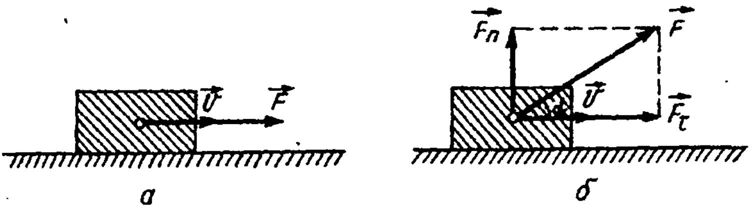
3.1. ИШ, ҚУВВАТ ВА ЭНЕРГИЯ

Ўзгармас кучнинг бажарган иши. Атрофимиздаги барча жисмлар маълум кучлар воситасида ўзаро таъсирлашади. Уларнинг таъсирлашуви натижасида жисмлар кўчиши мумкин. Кучнинг кўчиш билан боғланишини ифодалаш учун механикада иш деб аталувчи физик катталик тушунчаси киритилади. Куч таъсирида жисмнинг кўчишида механик иш бажарилади. Турли ҳолларда кучнинг бажарган иши турлича бўлади.

Энг содда ҳолда, ўзгармас куч $(\vec{F} = \mathrm{const})$ таъсирида жисм мазкур куч йўналишида кўчишидаги бажарилган ишнинг катталиги $\vec{F}$ кучни кўчиш масофаси s га кўпайтмасига тенг (3.1а-расм):

$$A = Fs \tag{3.1}$$

Агар $\vec{F}$ куч кўчиш вектори $\vec{r}$ га нисбатан α бурчак остида йўналган бўлса (3.1б-расм), у ҳолда уни икки ташкил этувчига кўчиш йўналиши бўйича $F_s = F\cos\alpha$ тангенциал ташкил этувчига ва кўчиш йўналишига перпендикуляр



3.1-расм

бўйича $F_n = F\sin\alpha$ нормал ташкил этувчига ажратамиз. Бу ҳолда $\vec{F}$ кучнинг бажарган иши тангенциал ташкил этувчиси F_s нинг ўтилган йўл s га кўпайтмасига тенг.

$$A = F_s \cos\alpha \qquad (3.2)$$

Бу ҳолда жисм бир тўғри чизиқ бўйлаб силжигани учун кўчиш вектори $\vec{r}$ нинг модули йўлга тенг: $|\vec{r}| = s$. У вақтда (3.2) формулани яна кўчиш вектори $\vec{r}$ орқали қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$A = F_s r = Fr\cos\alpha. \qquad (3.3)$$

Бу ифодадаги $Fr\cos\alpha$ катталик $\vec{F}$ ва $\vec{r}$ векторларнинг скаляр кўпайтмаси $(\vec{F}\cdot\vec{r})$ дан иборат бўлгани учун (3.3) одатда қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$A = (\vec{F}\cdot\vec{r}) = Fr\cos\alpha. \qquad (3.4)$$

Шундай қилиб, ўзгармас куч $\vec{F}$ нинг жисмни $|\vec{r}| = s$ масофага кўчишда бажарган иши A миқдоран ўша икки векторнинг скаляр кўпайтмасига тенг бўлган скаляр катталикдир. (3.4) дан бажарилган ишнинг α бурчакка боғлиқлиги кўринади.

1. Агар $\alpha = 0$ бўлса, $\cos\alpha = 1$ бўлиб, куч ва кўчиш йўналишлари устма-уст тушиб, максимал иш бажарилади:

$$A = F|\vec{r}| = Fs \Rightarrow \max.$$

2. Агар $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ бўлса, $\cos\alpha > 0$ бўлади. Бу ҳолда мусбат иш бажарилади, яъни $A \geqslant 0$ бўлади;

3. Агар $90° < \alpha < 180°$ бўлса, $\cos\alpha < 0$ бўлиб, манфий иш бажарилади, яъни $A<0$ бўлади. Бу ҳолда A нинг йўналиши кўчиш йўналишига қарама-қарши бўлади. Жумладан, ишқаланиш кучи кўчиш йўналишига қарама-қарши бўлгани учун, у манфий иш бажаради.

4. Агар $\alpha = 90°$ бўлса, $\cos\alpha = 0$ бўлади. Бунда $\vec{F}$ нинг йўналиши кўчиш йўналишига перпендикуляр бўлиб, бажарилган иш нолга тенг, яъни $A = 0$.

Агар жисм бир нечта ўзгармас кучлар таъсирида кўчаётган бўлса, у ҳолда бажарилган иш ҳар бир кучнинг алоҳида бажарган ишларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади:

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i = \sum_{i=1}^{n}\left(\vec{F}_i\vec{r}_i\right) = \sum_{i=1}^{n} F_i r_i \cos\alpha_i \tag{3.5}$$

Халқаро ўлчов бирликлар системасида иш бирлиги қилиб Жоуль (Ж) қабул қилинган: *1 Жоуль деб, 1 Ньютон куч таъсирида жисмни 1 метр масофага кўчиришда бажарилган ишга айтилади,* яъни:

$$|A| = |Fs| = 1Н.1м = 1ж.$$

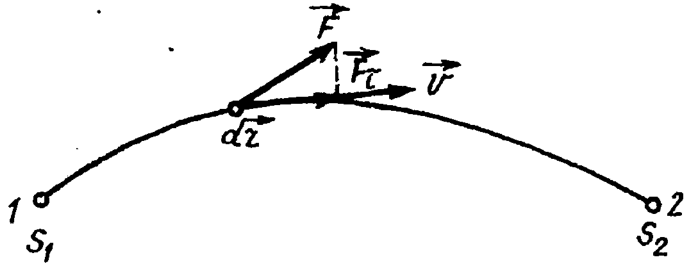
Ишнинг ўлчамлиги эса:

$$\dim|A| = \dim|Fs| = L^2MT^{-2}.$$

Ўзгарувчан куч бажарган иш. Энди ўзгарувчан куч таъсирида жисм эгри чизиқли траектория бўйича ҳаракатланаётган умумий ҳолни қараб чиқамиз. Бу ҳолда жисмга таъсир қилувчи куч ҳам, куч билан кўчиш орасидаги бурчак ҳам ўзгара боради (3.2-расм).

Ўзгарувчан кучнинг бажарган ишини аниқлаш учун ўтилган йўлни хаёлан чексиз кичик (элементар) ds бўлакчаларга ажратамиз. Элементар йўл элементар кўчишнинг модулига тенг бўлади: $|dr| = ds$. Ҳар бир элементар кўчиш давомида жисмга таъсир кучини ўзгармас ҳисоблаш мумкин. Бинобарин, элементар кўчишда бажарилган иш кучининг кўчиш йўналишига проекцияси F_s нинг шу кўчиш катталиги $|d\vec{r}| = ds$ га кўпайтмасига тенг, яъни:

$$\delta A = F_s|d\vec{r}| = F_s ds = F ds \cos\alpha. \tag{3.6}$$



3.2-расм

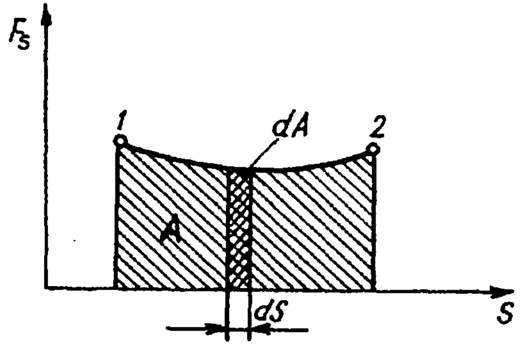
Бу ерда α катталик $\vec F$ ва $d\vec r$ векторлар орасидаги бурчак кўчиш чексиз кичик бўлгани учун δA — элементар иш деб аталади. Агар векторларнинг скаляр кўпайтма тушунчасидан фойдаланилса, δA элементар иш куч $\vec F$ нинг кўчиши $d\vec r$ скаляр кўпайтмасига тенг:

$$\delta A = \left(\vec F, d\vec r\right) = F_s ds. \qquad (3.7)$$

Шуни қайд этиш керакки, жисмга таъсир қилувчи $\ddot{\mathrm{F}}$ куч учта координаталар *X, У, Z* нинг функцияси бўлиб, унинг йўл *S* га бўлган проекцияси F_s элементар силжиш $d\vec r$ нинг йўналишига боғлиқ бўлади. Бу ҳолда F кучнинг элементар ишининг (3.7) ифодаси тўлиқмас дифференциалдан иборат бўлгани учун у δA символи билан белгиланади ва унга тўлиқмас, яъни хусусий дифференциал дейилади.

Жисмни эгри чизиқли траектория бўйича 1 нуқтадан 2 нуқтага кўчиришда $\vec{\mathrm{F}}$ кучнинг бажарган ишини топиш учун ҳамма элементар ишларни қўшиб, барча элементар кўчиш узунлигини нолга, уларнинг сонини эса чексизликка интилтириб лимитга ўтилса, қуйидаги кўринишдаги интегралга айланади:

$$A = \lim_{\Delta\vec r\to 0}\sum_{i=1}^{n}\left(\vec F_i, \Delta\vec r\right) = \int_{r_1}^{r_2}\left(\vec F, d\vec r\right), \qquad (3.8)$$



3.3-расм

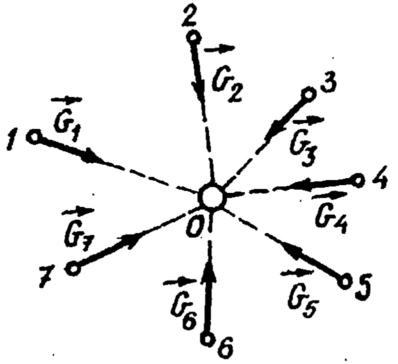
ёки

$$A = \lim_{\Delta s \to 0} \sum_{i=1}^{\infty} F_s \Delta S = \int_{s_1}^{s_2} F_s dS. \qquad (3.8а)$$

Бу интеграл ҳисобланиши учун F_s нинг s га боғлиқлиги маълум бўлиши керак. 3.3-расмда ордината ўқига F_s, абсцисса ўқига эса s йўл қўйилган бўлиб, $F_S = f(s)$ функциянинг графиги тасвирланган. Элементар ΔS йўлда бажарилган $\Delta A = F_S \Delta S$ элементар иш штрихланган вертикал тасманинг юзасига миқдор жиҳатдан тенгдир. Жисмни S_1 масофадан S_2 масофагача кўчиришда бажарилган иш эса шу оралиқдаги $F_s = f(v)$ график чизиқнинг абсцисса ўқи билан ҳосил қилган юзига тенг.

3.2. КУЧНИНГ ПОТЕНЦИАЛ МАЙДОНИ КОНСЕРВАТИВ ВА НОКОНСЕРВАТИВ КУЧЛАР

Фазонинг бирор нуқтасидаги жисм бошқа жисмлар томонидан маълум қонуният билан ўзгариб турувчи кучлар таъсирида бўлса, жисм кучлар майдонида турибди дейилади. Бинобарин, майдон кучларни узатувчи моддий муҳитдан иборатдир. Масалан, Ер сиртига яқин жойдаги жисмга оғирлик кучи, яъни $\vec{P} = m\vec{g}$ таъсир қилади. Фазонинг ҳар бир нуқтасидаги жисмга бирор O марказ томон йўналган



3.4-расм

кучлар таъсир қилса (3.4-расм), бундай кучларга марказий кучлар ва уларни ҳосил қилган майдонни эса марказий майдон дейилади. Марказий кучнинг катталиги фақат радиус-вектор $\vec{r}$ га боғлиқ бўлади, яъни $\vec{F} = f(\vec{r})$.

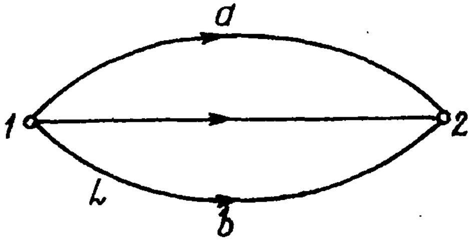
Оғирлик кучининг майдони ҳам кучларнинг марказий майдонига мисол бўлади.

Жисмга таъсир қилувчи марказий кучлар унинг бошқа жисмларга нисбатан фазодаги вазиятига боғлиқ бўлиб, жисмнинг тезлигига боғлиқ эмасдир.

Шуни қайд этиш керакки, фақат жисмнинг вазиятига боғлиқ бўлган марказий кучларнинг бажарган иши, жумладан, оғирлик кучининг бажарган иши йўлнинг кўринишига боғлиқ бўлмасдан, бошланғич ва охирги ҳолатига боғлиқдир. Бу ҳолда кучлар майдонига потенциал майдон, кучларнинг ўзини эса консерватив кучлар дейилади.

Консерватив кучнинг жисмни *1* нуқтадан *2* нуқтагача кўчиришда бажарган иши A_{1-2} ҳар қандай, жумладан, *1—а—2* ва *1—в—2* траектория бўйлаб ҳаракатлангандаги бажарилган A_{1-a-2} ва $A_{1-в-2}$ ишлар ўзаро тенгдир (3.5-расм). Консерватив кучнинг *1—а—2* траектория бўйича бажарган иши A_{1-a-2} ни мусбат деб олинса, тескари *1—в—2* траектория бўйича бажарган иши $A_{2-в-1}$ эса манфий деб олинади. Шунинг учун ҳам консерватив кучни жисмнинг ёпиқ L контур бўйича, масалан, *1—а—2—в—1* траектория бўйлаб кўчиришдаги бажарган иши нолга тенг бўлади:

$$\oint\left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = A_{1-a-2} + A_{2-в-1} = 0. \qquad (3.9)$$



3.5-расм

Жисмларнинг оғирлик кучи, эластик кучи, зарядларнинг ўзаро таъсир кучлари консерватив кучларга мисол бўла олади.

Жисмни кўчиришда бажарилган иш йўлнинг шаклига боғлиқ бўлган кучларга ноконсерватив кучлар дейилади.

Суюқлик ёки газда ҳаракатланаётган жисмга кўрсатиладиган қаршилик кучи, бирор жисмнинг бошқа жисм сирти бўйлаб сирпанишида юзага келадиган ишқаланиш кучлари ноконсерватив кучларга мисол бўла олади.

3.3. ҚУВВАТ

Бирор ишни бажариш учун яратилган механизмлар, кўпинча, ўз хоссалари жиҳатидан бир-биридан сезиларли фарқ қилади. Механизмларнинг иш бажариш тезлигини ифодалаш учун қувват тушунчаси киритилади. Механизмнинг қуввати деб вақт бирлигида бажарилган ишга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади. Шундай қилиб, ΔA ишнинг шу иш бажарилган Δt вақтга бўлган нисбатига механизмнинг N қуввати дейилади:

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \tag{3.10}$$

Агар бу катталик вақт ўтиши билан ўзгара борса, у ҳолда оний қувват қуйидагига тенг бўлади.

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\delta A}{dt}. \tag{3.11}$$

Бу ифодада δA элементар иш, шу ишни бажарувчи F кучнинг шу куч қўйилган нуқтанинг dt вақт ичидаги $d\vec{r}$

элементар силжишига скаляр кўпайтмаси билан аниқланади: $\delta A = (\vec{F}, d\vec{r})$. Бу ифодадан фойдаланиб, қувват учун қуйидагини топамиз:

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \frac{(\vec{F}, d\vec{r})}{dt} = (\vec{F}, \vec{V}). \qquad (3.12)$$

бунда $\vec{V}$ — куч қўйилган нуқтанинг оний тезлиги.

Агар $F_s = F\cos\alpha$ қўйилган кучнинг кўчиш векторига проекцияси бўлса, (3.12) ни яна қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$N = (\vec{F}, \vec{V}) = FV\cos\alpha = F_s V. \qquad (3.13)$$

Шундай қилиб, механизмнинг қувватини аниқлаш учун ҳаракатланувчи қисмларнинг бир-бирига таъсир кучи — механизмнинг тортиш кучини ва уларнинг кўчиш тезлигини билиш керак.

СИ да қувват бирлиги сифатида ватт (Вт) қабул қилинган, 1 ватт 1 секунд давомида 1 Жоуль иш бажарадиган механизмнинг қувватидир, яъни:

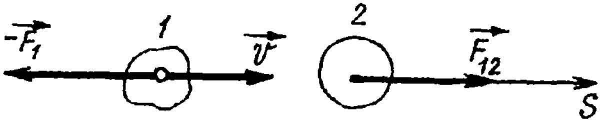
$$|N| = \left|\frac{A}{t}\right| = \frac{1ж}{1с} - 1\,Вт\,.$$

Қувватнинг ўлчамлиги:

$$\dim|N| = \dim\left|\frac{A}{t}\right| = L^2MT^{-3}.$$

Кўпинча механизмнинг тортиш кучи ва ҳаракат тезлиги иш бажариш жараёнида ўзгаришларини назарга олмай — ўртача қувват билан тавсифланади.

Энди Ердан маълум бир баландликда муаллақ турган m массали ракетанинг двигатели қувватини ҳисоблаб кўрайлик. Маълумки, муаллақ турган ракетанинг тезлиги нолга тенг бўлса ҳам, унинг двигатели қуввати нолга тенг эмаслигини аниқлаш қийин эмас. Бу ҳолда двигатель қуввати ракета соплосидан газларни чиқариб ташлашга сарфланади: бунда вужудга келган $\vec{F}_p$ реактив куч айнан ракетани муаллақ ҳолатда тутиб туради. Ракета муаллақ тургани сабабли $\vec{F}_p = -m\vec{g}$ бўлади. Ракета соплосидан V



3.6-расм

тезлик билан отилиб чиққан газларга таъсир қилувчи куч эса $\vec F = -\vec F_p = m\vec g$ га тенг бўлади. У вақтда (3.12) формулага биноан муаллақ турган ракетанинг қуввати:

$$N = (m\vec g\,\vec v) = mgv, \qquad (3.14)$$

бунда m — ракетанинг массаси, g — эркин тушиш тезланиши ва v — соплодан отилиб чиққан газнинг тезлиги.

3.4. ЭНЕРГИЯ ВА ЭНЕРГИЯНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Жисм ёки жисмлар системасининг иш бажариш қобилиятини характерловчи физик катталикка энергия дейилади. Жисмларнинг ҳолатига қараб энергия икки турга: кинетик ва потенциал энергияга бўлинади.

Қисқа қилиб айтганда, *кинетик энергия — ҳаракат энергияси, потенциал энергия эса — ўзаро таъсир, ҳолат энергиясидир.*

Кинетик энергия. Бирор V тезлик билан ҳаракатланаётган m массали жисмнинг кинетик энергияси W_k миқдор жиҳатдан уни тамоман тўхтатиши учун зарур бўлган A ишга тенг бўлади.

Фараз қилайлик, V тезлик билан ҳаракатланаётган 1-жисм урилган 2-жисмга $\vec F_{21}$ куч билан таъсир қилсин (3.6-расм) ва унинг ds элементар масофада бажарган элементар иши $\delta A = F_s ds$ бўлсин, бунда F_s — иккинчи жисмга таъсир қилувчи $\vec F_{21}$ кучнинг s йўл йўналишига бўлган проекцияси. Ньютоннинг учинчи қонунига биноан 1-жисмга — F_{12} куч таъсир қилиб, унинг s йўл йўналишига проекцияси — F_s эса 1-жисмнинг тезлигини ўзгартиради. У вақтда Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан: $-F_s = m\frac{dv}{dt}$. Буни юқорида ўрнига қўйилса, қуйидагига эга бўламиз:

$$\delta A = -m\frac{dv}{dt}ds = -m\frac{ds}{dt}dv = -mvdv. \qquad (3.15)$$

У вақтда, v тезлик билан ҳаркатланаётган m массали жисмнинг кинетик энергияси W_k ҳисобига бажарган A иши (3.15) ифодадан v дан 0 гача оралиқда олинган интегралга тенгдир:

$$W_k = A = -\int_v^0 mvdv = \frac{mv^2}{2}. \qquad (3.16)$$

Демак, жисмнинг кинетик энергияси жисм массаси билан тезлиги квадрати кўпайтмасининг ярмига тенг экан.

(3.16) дан кўринадики, ҳар қандай жисмнинг кинетик энергияси манфий (W_k <0) бўла олмайди.

(3.16) формула, хусусий ҳолда моддий нуқтанинг кинетик энергияси учун ҳам ўринлидир. У вақтда ихтиёрий механик системани моддий нуқталар системаси деб қараш мумкин. Шунинг учун механик системанинг кинетик энергияси уни ташкил қилган n та моддий нуқталар кинетик энергиясининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни:

$$W_k = \sum_{i=1}^{n}, W_{ki} = \sum_{i=1}^{n}\frac{m_i v_i^2}{2}, \qquad (3.17)$$

бунда m_i ва v_i катталиклар i-моддий нуқтанинг массаси ва тезлигидир. Шундай қилиб, системанинг кинетик энергияси ундаги моддий нуқталарнинг фақат масса ва тезликлари орқали аниқланганини учун система ҳаракатининг ҳолат функциясидан иборатдир.

(3.16) ва (3.17) формулалардан кўринадики, жисм ёки механик системанинг кинетик энергияси унинг ҳаракати текширилаётган саноқ системасига боғлиқдир. Шунинг учун ҳам системанинг кинетик энергияси ҳар хил саноқ системада турлича қийматга эга бўлади. Бинобарин, системанинг кинетик энергияси нисбий катталикдир.

Шундай қилиб, жисмнинг кинетик энергияси у ҳаракатланаётган саноқ системасига боғлиқдир, чунки жисмнинг ҳаракат тезлиги турли саноқ системаларида ҳар хил бўлади.

Фараз қилайлик, К абсолют (тинч) ва K' нисбий саноқ системасидаги тезлик мос равишда $\vec{v}$ ва $\vec{v}'$ га ҳамда кинетик энергияси эса W_K ва W_K' га тенг бўлсин. У вақтда классик механикадаги тезликларни қўшиш қонунига биноан:

$$\vec V = \vec V' + \vec U .$$

Шунинг учун, K системага нисбатан жисмнинг кинетик энергияси:

$$\frac{1}{2}m(\vec v)^2 = \frac{1}{2}m(\vec v + \vec u)^2 = \frac{1}{2}m\vec v^2 + mu^2 + \frac{1}{2}m(\vec v\,' \cdot \vec u)^2 .$$

ёки

$$W_к = W'_к + mu^2 + \frac{1}{2}(\vec p\,' \cdot \vec u), \qquad (3.18)$$

бунда $\vec p\,' = m\vec v\,'$ — моддий нуқтанинг K' системадаги импульси (3.18) формула моддий нуқта (жисм)лардан ташкил топган ихтиёрий механик система учун ҳам ўринлидир. Бунга ишонч ҳосил қилиш учун (3.18) муносабатни системанинг ҳар бир нуқтаси учун ёзиб, сўнгра барча нуқталар бўйича йиғиндиси олинади:

$$\sum_{i=1}^{n} W_{к_i} = \sum_{i=1}^{n} W'_{к_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_c u^2 + \sum_{i=1}^{n} (\vec p\,'_i \cdot \vec u).$$

ёки

$$W_{к_c} = W'_{к_c} + \frac{1}{2} m_c u^2 + \frac{1}{2}(\bar p\,'_c \, \bar u). \qquad (3.19)$$

бунда $W_{к_c}$ ва $W'_к$. — механик системанинг K ва K' саноқ системага нисбатан кинетик энергияси, $m_c = \sum_{i=1}^{n} m_i$ — эса системадаги моддий нуқта (жисм) ларнинг массаси, $\bar p\,'_c = \sum_{i=1}^{n} \bar p\,'_i$ — системадаги моддий нуқта (жисм) ларнинг натижаловчи импульси.

Агар K' системада инерция маркази тинч турса, яъни $(p'_c = 0)$ бўлса, (3.19) муносабат қуйидаги кўринишга келади:

$$W_{к_c} = W'_{к_c} + \frac{1}{2} mu^2 \qquad (3.20)$$

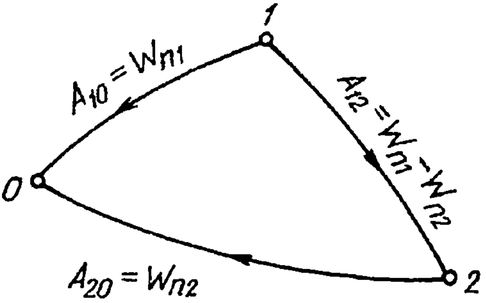
Бу тенглик Кёнич теоремасининг математик ифодаси бўлиб, қуйидагича таърифланади:

К абсолют саноқ системасига нисбатан моддий нуқталар механик системасининг кинетик энергияси $W_к$ *механик системанинг инерция марказига мужассамланган массанинг кинетик энергияси* $W'_{к_c}$ *ҳамда* K^1 *нисбий саноқ системанинг й тезлиги билан ҳаракатланаётган инерция маркази жойлашган массанинг кинетик энергияси* $\frac{1}{2}m_c u^2$ *нинг йиғиндисига тенгдир.*

Потенциал энергия. Консерватив куч таъсирида бўлган системадаги моддий нуқталар ёки жисмларнинг иш бажара олиш қобилияти потенциал энергия билан характерланади.

Потенциал энергия деб, ўзаро таъсирланувчи жисмлар ёки жисм қисмларининг бир-бирига нисбатан боғлиқ бўлган ҳолат энергиясига айтилади.

Шундай қилиб, моддий нуқта (жисм)нинг потенциал энергиясини фақат шартли равишда танлаб олинган бирор нолинчи ҳолатга нисбатан аниқлаш мумкин. Берилган ҳолатдаги жисм ёки системани нолинчи ҳолатга ўтказишда бажарилган иш жисм ёки системанинг биринчи ҳолатдаги потенциал энергиясига тенг бўлади. Агар системанинг нолинчи ҳолати учун *о* нуқта қабул қилинса (3.7-расм), у вақтда система 1-ҳолатдан 0-ҳолатга ўтганда бажарилган иш A_{10} системанинг 1-ҳолатдаги потенциал энергияси $W_{п_1}$ га тенг, яъни $A_{10} = W_{п_1}$ бўлади. Система 2-ҳолатдан 0-ҳолатга ўтганда эса $A_{20} = W_{п_2}$ бўлади. Агар системанинг нолинчи ҳолатдаги потенциал энергияси нолга тенг бўлмасдан бирор



3.7-расм

$W_{п_0}$ га тенг бўлса, у вақтда потенциал энергия энергия ўрнига унинг иккала ҳолатдаги қийматининг айирмаси бажарилган ишга тенг, яъни $A_{10}=W_{п_1}-W_{п_0}$ ва $A_{20}=W_{п_2}-W_{п_0}$ бўлади.

Шундай қилиб, *қаралаётган ва нолинчи ҳолатдаги потенциал энергияларнинг айирмаси системанинг қаралаётган ҳолатдан нолинчи ҳолатга ўтишдаги консерватив кучларининг бажарган ишига тенгдир.*

Система *1*-ҳолатдан *2*-ҳолатга ихтиёрий йўналиш билан ўтганда консерватив кучларнинг бажарган A_{12} иши *1*- ва *2*-ҳолатдаги $W_{п_1}$ ва $W_{п_2}$ потенциал энергия айирмасига тенг бўлади:

$$A_{12}=W_{п_1}-W_{п_2} \qquad 3.21)$$

яъни *консерватив кучларнинг бажарган иши система потенциал энергиясининг камайишига тенгдир.*

Иккинчи томондан, консерватив кучнинг бажарган иши A_{12} система кинетик энергия орттирмаси $W_{к_2}-W_{к_1}$ га тенг бўлгани учун (3.21) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$W_{к_2}-W_{к_1}=W_{п_1}-W_{п_2} \qquad (3.22)$$

Система кинетик ва потенциал энергияларининг йиғиндиси $W_т$ тўла энергия дейилади. Шундай қилиб, (3.22) дан консерватив система тўла энергиясининг ўзгармас қолиши келиб чиқади:

$$W_т=W_{к_1}+W_{п_1}=W_{к_2}+W_{п_2}=\text{const}. \qquad (3.23)$$

Бу (3.23) тенглик механикада энергия сақланиш қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади:

Берк, яъни консерватив системанинг тўла механик энергияси ўзгармас қолиб, система потенциал энергияси кинетик энергияга ва аксинча айланиб туради.

Механик энергиянинг бошқа турдаги энергияларга айланиши бу ҳолда кузатилмайди. Амалда эса ҳар қандай системада ҳам, оз бўлса-да, энергия диссипацияси намоён бўлади. Жумладан, ёпиқ (консерватив) системадаги жисмлар орасида ишқаланиш кучларнинг мавжудлиги механик энергиянинг бир қисми иссиқлик ҳаракат энергиясига айланиши сабабли система ички энергиясининг ортишига сабаб бўлади.

Шундай қилиб, ёпиқ система механик энергиясининг қисман камайиши система ички энергиясининг ортишига мос келади, лекин системанинг умумий кўринишдаги энергияси доимий қолади. Бинобарин, энергиянинг умумий сақланиш қонунини қуйидагича таърифлаш мумкин:

Ёпиқ системанинг умумий кўринишдаги энергияси ўзгармас бўлиб, фақат бир кўринишдаги энергиядан бошқа кўринишдаги энергияга айлана боради.

Ёки материя ва ҳаракатнинг сақланиш қонуни кўринишида уни яна қуйидагича таърифлаш мумкин:

Ёпиқ материя ҳаракатининг барча шаклий ўзгаришларида энергия ўзгармасдан қолади.

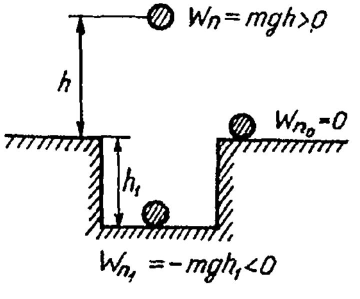
БАЪЗИ ОДДИЙ ҲОЛЛАР УЧУН ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯНИ ҲИСОБЛАШ

1. Оғирлик майдонидаги потенциал энергия. Агар h баландликдаги жисм (моддий нуқта) нолинчи, яъни $h=0$ сатҳга эркин тушиб кетса, оғирлик кучи $A = mgh$ ишни бажаради. Бинобарин, h баландликдаги жисмнинг потенциал энергияси:

$$W_n = mgh. \tag{3.24}$$

бунда m — жисмнинг массаси, g — эркин тушиш тезланиши, h — катталик, $h = 0$ сатҳдан ўлчанган баландлик.

Потенциал энергия W_n нинг ҳисоб бошини ихтиёрий танлаб олиш мумкин бўлганидан жисмнинг потенциал энергияси манфий қийматларга ҳам эга бўлиши мумкин. Масалан, агар Ер сиртидаги жисмнинг потенциал энергияси нолга тенг деб қабул қилинса, h баландликдаги жисмнинг потенциал энергияси $W_n = mgh > 0$ мусбат, h_1 чуқурликдаги потенциал энергияси $W_{n_1} = -mgh_1 < 0$ эса манфий бўлади (3.8-расм). Бу ерда шуни айтиб ўтиш ўринлики, кинетик энергия манфий қийматли бўла олмайди.



3.8-расм

Умумий ҳолда жисм h баландликда v тезлик билан ҳаракатланаётганда у ҳам кинетик, ҳам потенциал энергиядан ташкил топган тўла механик энергияга эга бўлади:

$$W_т = W_к + W_п = \frac{mv_2}{2} + mgh. \qquad (3.25)$$

Аниқроқ айтганда, бу ифода Ер—жисм системасининг тўла механик энергиясини ифодалайди: $W_п$ — системанинг ўзаро потенциал энергияси, $W_к$ — жисмнинг кинетик энергияси.

Агар система *n* та жисмдан ташкил топган бўлса, унинг тўла механик энергияси бутун системанинг потенциал энергияси билан система кинетик энергиясидан ташкил топади; бу кинетик энергия эса ўз навбатида системани ташкил этувчи жисмлар кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг:

$$W_т = W_п + W_к = W_п + \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2}. \qquad (3.26)$$

Агар система ёпиқ (консерватив) бўлса, системанинг тўла механик энергияси ўзгармас қолади:

$$W_т = W_п + W_к = W_п + \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2}. \qquad (3.27)$$

Шундай қилиб, ёпиқ (консерватив) системадаги жисмларнинг тўла механик энергияси ўзгармас қолади.

2. Деформацияланган жисмнинг потенциал энергияси. Қаттиқ жисмларнинг деформациясида юзага келадиган эластик кучлар марказий кучлардан иборат бўлади. Бинобарин, бундай кучлар консерватив кучлар бўлади. Мисол тариқасида чўзилган, яъни деформацияланган пружинанинг потенциал энергияси ҳақида гапириш мумкин.

Пружинанинг деформацияланишида эластик куч $F = kx$ (Гук қонуни) га қарши бажарилган А иш қуйидагига тенг бўлади:

$$A = \int_0^x F dx = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2}. \qquad (3.28)$$

Бу бажарилган иш деформацияланган пружинанинг потенциал энергиясига айланади:

$$W_п = \frac{kx^2}{2}. \qquad (3.29)$$

3. Икки моддий нуқтанинг ўзаро тортишиш кучи потенциал энергияси. Жисмларнинг ўзаро тортишиш кучи уларнинг тузилишига ва кимёвий таркибига боғлиқ эмас. Ньютоннинг бутун олам тортишиш қонунига биноан тортишиш кучи икки моддий нуқта массаларининг кўпайтмасига тўғри пропорционал ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал:

$$F = \gamma \frac{M \cdot m}{r^2}. \qquad (3.30)$$

бунда γ — гравитацион доимий, M ва m — мос равишда биринчи ва иккинчи моддий нуқталарнинг массалари, r — моддий нуқталар орасидаги масофа.

Гравитацион доимий деб, бир-биридан 1 м масофада турган массаси 1 кг бўлган икки моддий нуқта орасидаги ўзаро тортишиш кучига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади. Гравитацион доимийнинг ҳозирги вақтда ўлчашлар асосида топилган қиймати қуйидагига тенгдир:

$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot М^2}{кг^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{М^3}{кг \cdot с^2}.$$

Тортишиш кучи ҳам марказий кучдан иборат бўлгани учун консерватив кучдир. Бинобарин, бу ерда потенциал энергия ҳақида гапириш ўринлидир. Бу энергияни ҳисоблашда массалардан бири M ни қўзғалмас деб, иккинчиси m ни эса гравитацион майдонда кўчади деб ҳисоблаш мумкин. У вақтда m массали моддий нуқтани масофадан чексизликка $(r \to \infty)$ кўчиришда бажарилган иш

$$A = \int_r^{\infty} \gamma \frac{Mm}{r^2} dr = \gamma \frac{Mm}{r}. \qquad (3.31)$$

бўлади. Консерватив системада потенциал энергиянинг камайиши $W_{п\infty} - W_п$ ҳисобига А бажарилади, яъни:

$$A = W_{п\infty} - W_п. \qquad (3.32)$$

Одатда чексизлик $(r = \infty)$ да потенциал энергия нолга тенг $W_{п\infty} = 0$ деб олинади. У вақтда (3.31) ва (3.32) га асосан потенциал энергия

$$W_п = -\gamma \frac{Mm}{r} \qquad (3.33)$$

Бу манфий ишорани осонгина тушунтириш мумкин. Ўзаро таъсирланувчи M ва m массали жисмлар орасидаги масофа чексиз $(r = \infty)$ бўлганда жисмларнинг ўзаро потенциал энергияси нолга тенг бўлган максимум қийматга эришади ва ҳар қандай бошқа ҳолларда у нолдан кичик, яъни манфий бўлади.

САҚЛАНИШ ҚОНУНЛАРИ ВА ФАЗО-ВАҚТНИНГ СИММЕТРИЯЛИГИ

Физикада симметрия сўзи аниқ алмаштиришларга нисбатан физик ҳодисаларнинг ўзгармасдан сақланиш (инвариантлик) хусусиятини ифодаловчи тушунчадир.

Қор учқуни ёки музлаган ойна, барг ёки гул, капалак ёки асалари уяси, кристаллар ва бошқа табиий омиллар борки, уларнинг тузилишида қандайдир мутаносиблик, тартиб, қонуний таққослик рўй беради. Мана шундай омилларнинг кузатила бориши симметрия тушунчасининг яратилиши ва ривожланишида муҳим аҳамиятга эга.

Кўчирилиш ёки бурилиш муҳим фазовий алмаштиришлардандир. *Фазо симметрияси шундан иборатки, турли нуқталарда ва турли йўналишларда фазо хусусиятлари ўзгармасдан сақланади. Турли нуқталарда фазо хусусиятларининг бир хиллигига фазонинг бир жинслилиги, турли йўналишда фазо хусусиятларининг бир хиллигига эса фазонинг изотроплиги дейилади.*

Фазодаги кўчирилиш ёки бурилишга нисбатан объектнинг симметрияси шундан иборатки, у қандай нуқтага кўчирилмасин ва қандай йўналишда бурилмасин, объект ўзгармасдан сақланади. Масалан, аниқ шароитдаги объект устида ўтказилаётган тажриба фазонинг қайси жойида ва қайси йўналишида қайтарилмасин, натижа ҳамиша бир хил бўлиб чиқади.

Вақт симметрияси шундан иборатки, турли моментда вақт хусусиятлари ўзгармасдан сақланади. Турли моментларда вақт хусусиятларининг бир хиллигига вақтнинг бир жинслилиги дейилади.

Вақт кўчирилишига нисбатан объектнинг симметрияси шундан иборатки, аниқ шароитдаги объект устида бажарилаётган тажриба қайси вақтда қайтарилмасин, натижа ҳамиша бир хил бўлиб қолади.

Энергия, импульс ва импульс моментининг сақланиш қонунлари фазо ва вақт симметрияси билан боғлиқдир.

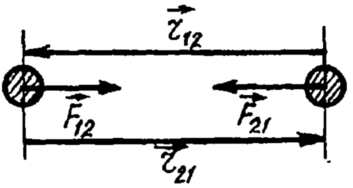
Энергиянинг сақланиш қонуни вақтнинг бир жинслилиги билан, импульс (ҳаракат миқдори) нинг сақланиш қонуни фазонинг бир жинслилиги билан, импульс моментининг сақланиш қонуни эса фазонинг изотроплиги билан бевосита боғлиқдир.

3.5. ГРАВИТАЦИОН МАЙДОН

Табиатдаги барча жисмлар орасида, уларнинг тузилишига, кимёвий таркибига боғлиқ бўлмаган, ўзаро тортишиш (гравитацион) кучи қуйидаги бутун олам тортишиш қонунидан аниқланади: *икки моддий нуқтанинг ўзаро тортишиш кучи массаларининг кўпайтмасига тўғри пропорционал бўлиб, улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционалдир:*

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (3.34)$$

бунда γ — гравитацион доимий, m_1 ва m_2 — мос равишда биринчи ва иккинчи моддий нуқталарнинг массалари, r — моддий нуқталар орасидаги масофа.

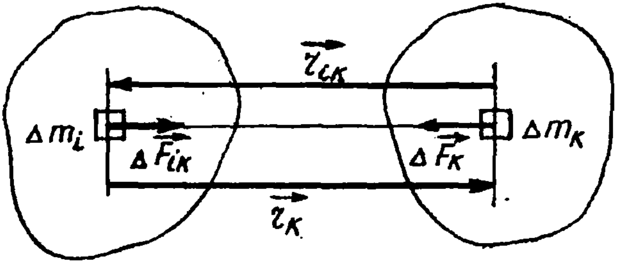


3.9-расм

Биринчи ва иккинчи моддий нуқтага қўйилган ўзаро тортишиш кучлари $\vec{F}_{12}$ ва $\vec{F}_{21}$ улар орқали ўтувчи тўғри чизиқ бўйлаб йўналгандир (3.9-расм). Бу кучларнинг математик ифодасини (3.34) га асосан қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{12} &= -F_{12}\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^{\ 3}}\vec{r}_{12}. \\ \vec{F}_{21} &= -\vec{F}_{21}\frac{\vec{r}_{21}}{\vec{r}_{21}} = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{21}^{\ 3}}\vec{r}_{21}; \end{aligned}\right\} \qquad (3.35)$$

бу ерда $\vec{F}_{12}$ — биринчи моддий нуқтанинг иккинчисига тортишиш кучи, $\vec{r}_{12}$ эса биринчи моддий нуқтанинг иккинчисига нисбатан радиус-вектори; $\vec{F}_{21}$ — иккинчи моддий нуқтанинг биринчисига тортишиш кучи, $\vec{r}_{21}$ эса иккинчи моддий нуқтанинг биринчисига нисбатан радиус-вектори.



3.10-расм

Шундай қилиб, (3.35) формуладан кўринадики, ўзаро тортишиш кучи ҳар доим манфийдир.

3.9-расмдан кўринадики, $\vec{r}_{12}$ ва $\vec{r}_{21}$ векторлар ўзаро қарама-қарши йўналгани учун $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ бўлади, яъни Ньютоннинг учинчи қонунининг математик ифодаси келиб чиқади.

Агар ўзаро тортишувчи жисмларни моддий нуқта деб ҳисоблаш мумкин бўлмаса, бу жисмларни хаёлан Δm массали элементар бўлакчаларга ажратилади (3.10-расм). У вақтда биринчи ва иккинчи жисмдаги Δm_i ва Δm_K массали моддий нуқталарнинг ўзаро тортишиш кучи $\vec{F}_{ik}$ қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{F}_{ik} = -\gamma \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}, \qquad (3.36)$$

бунда $\vec{r}_{ik}$—элементар Δm_i ва Δm_k массалар орасидаги масофа, (3.36) да $k = 1$ дан $k = N$ гача йиғинди олинса, биринчи жисмдаги Δm_i элементар массасининг иккинчи жисмга тортишиш кучи келиб чиқади:

$$\vec{F}_{i2} = -\sum_{k=1}^{N} \gamma \frac{\Delta m_i \cdot \Delta m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}. \qquad (3.37)$$

Ва ниҳоят (3.37) ни $i = 1$ дан $i = N$ гача яна бир бор йиғиндиси олинса, иккала жисмнинг ўзаро тортишиш кучини оламиз:

$$\vec{F}_{12} = -\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \gamma \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}. \qquad (3.38)$$

Амалда (3.38) йиғиндини топиш интеграллашга келтирилади, умуман айтганда уни аниқлаш жуда мураккаб математик масаладир. Агар ўзаро таъсирлашувчи жисмлар бир жинсли шарлардан иборат бўлса, унинг массаси марказига мужассамлашган деб, улар орасидаги ўзаро тортишиш кучи

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12}, \tag{3.39}$$

бўлади, бунда m_1 ва m_2 шарларнинг массалари, r_{12} уларнинг марказлари орасидаги масофа.

Шундай қилиб, бир жинсли шарлар гўё массалари марказига мужассамлашган моддий нуқталардек ўзаро таъсирлашар экан.

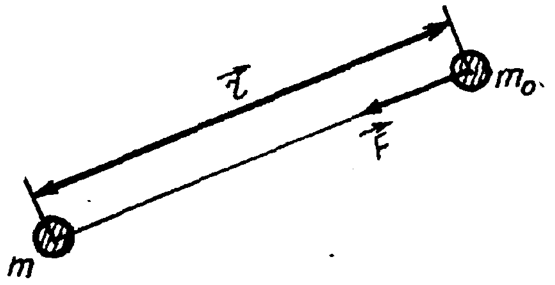
Гравитацион (тортишиш) ўзаро таъсирнинг характерли хусусиятларидан бири, у жисмлар вакуумда жойлашган ҳолда ҳам содир бўлаверади. Бунга сабаб, ўзаро таъсирни узатувчи жисмлар атрофида гравитацион майдоннинг ҳосил бўлишидир. *Майдон деб, ҳар қандай таъсирни узатувчи моддий муҳитга айтилади. Гравитацион кучлар таъсири сезиладиган фазо соҳасига гравитацион майдон ёки тортишиш майдони дейилади.*

Гравитацион майдоннинг ихтиёрий нуқтасига киритилган жисмларга майдонни ҳосил қилган жисм томонига йўналган куч таъсир қилади. Бинобарин, гравитацион майдоннинг хусусиятини унга киритилган «синов жисм» ёрдамида текшириш мумкин.

«Синов жисм» деб, ўлчами ва массаси ниҳоятда кичик бўлган, киритилган майдон хусусиятини деярли ўзгартирмайдиган жисмга айтилади. Қулайлик учун майдонни ҳосил қилган жисмнинг массасини m билан, «синов жисм» нинг массасини эса m_0 билан белгилаймиз. Энди гравитацион майдонни ифодаловчи асосий катталиклар билан танишиб чиқайлик.

Гравитацион майдоннинг кучланганлиги. Массаси m бўлган жисм ҳосил қилган майдоннинг бирор нуқтасига m_0 массали «синов жисми» киритилган бўлсин (3.11-расм). Агар m массали жисм жойлашган нуқтани координат боши сифатида қабул қилинса, «синов жисм» жойлашган нуқтанинг радиус-вектори $\vec{r}$ бўлади.

Гравитацион майдоннинг бирор нуқтасидаги кучланганлик деб, майдоннинг шу нуқтасига киритилган массаси бир



3.11-расм

бирликка тенг «синов жисм» га таъсир қилаётган кучга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади:

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m_0}, \qquad (3.40)$$

бунда $\vec{F}$ — майдоннинг m_0 массали «синов жисм» га таъсир қилувчи куч бўлиб, (3.39)га асосан қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{F} = -\gamma \frac{m \cdot m_0}{r^3} \vec{r}. \qquad (3.41)$$

Бу ифодани юқорида ўрнига қўйилса, майдоннинг кучланганлиги $\vec{G}$ майдонни ҳосил қилган m масса орқали ифодаланади, яъни:

$$\vec{G} = -\gamma \frac{m}{r^3} \vec{r}, \qquad (3.42)$$

ёки скаляр кўринишда ёзилса

$$G = -\gamma \frac{m}{r^2}.. \qquad (3.4\text{ a})$$

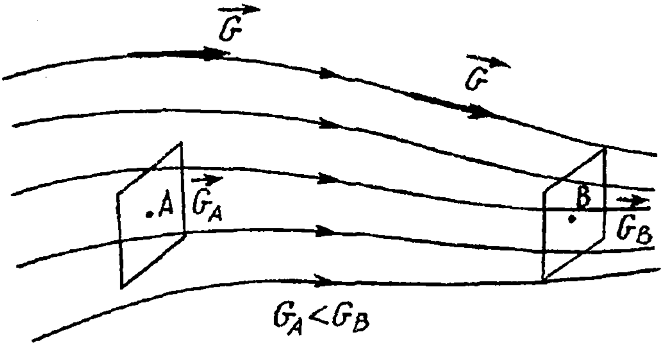
Шундай қилиб, *моддий нуқта ҳосил қилган гравитацион майдоннинг бирор нуқтасидаги кучланганлик унинг массасига тўғри пропорционал бўлиб, ундан майдон нуқтасигача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционалдир.* Гравитацион майдон кучланганлиги $\vec{G}$ нинг масса m га боғлиқлиги жисм массаси ҳам майдонни характерловчи параметрлардан бири эканлигини кўрсатади.

Ньютоннинг иккинчи қонунидан келтириб чиқарилган масса жисмнинг инертлик хоссаларини белгилагани учун уни **инерт масса** дейилган эди. Бундан ташқари гравитацион ўзаро таъсирнинг ўлчовини белгиловчи физик катталик — гравитацион (оғирлик) масса тушунчаси киритилади. У ҳолда, инерт масса ва гравитацион масса бир-биридан фарқ қиладими, деган савол туғилади. Тажрибаларнинг кўрсатишича бу икки тушунча орасида миқдорий фарқ йўқдир. Ҳақиқатдан ҳам рус физиклари В. Б. Брагинский ва В. И. Попов тажрибаларида гравитацион ва инерт массаларнинг эквивалентлиги 10^{-12} гача аниқликда, яъни Ньютон тавсифлаган тажрибанинг аниқлигидан миллиард марта катта аниқликда исботланган. Шундай қилиб, ҳар қандай масса инертлик ва тортишиш ҳосил қилиш хусусиятига эга.

Майдон куч чизиқлари. Гравитацион майдонни график равишда тасвирлаш учун кучланганлик чизиқлари ёки қисқача куч чизиқларидан фойдаланилади.

Куч чизиқлари деб, шундай эгри чизиққа айтиладики, унинг ҳар бир нуқтасида майдоннинг кучланганлик вектори уринма равишда йўналган бўлади.

Иккинчидан, *майдоннинг бирлик юзасидан тик равишда ўтаётган куч чизиқлар сони, яъни куч чизиқларининг сирт зичлиги майдоннинг шу нуқтасидаги кучланганлигига пропорционалдир.* 3.12-расмда куч чизиқлар ва ҳар хил соҳадаги уларнинг сирт зичликлари тасвирланган. Унда A нуқта атрофидаги $\vec{G}_A$ кучланганлик В нуқта атрофидаги $\vec{G}_B$ кучланганликдан кичикроқдир. Моддий нуқта ҳосил қилган гравитацион майдон куч чизиқлари ёки кучланганлик



3.12-расм

векторлари моддий нуқта томон йўналган радиал тўғри чизиқлардан иборат бўлади (3.4-расм).

Ҳар бир нуқтаси кучланганлиги вектори радиус бўйлаб марказ томон йўналган майдонга марказий майдон дейилади.

Агар саноқ системасининг координата боши 0 моддий нуқта билан мос тушса (3.4-расм), у вақтда марказий тортишиш майдонининг бирор нуқтасидаги кучланганлик $\vec r$ радиус-вектор орқали қуйидагича аниқланади:

$$\vec G = G_r \frac{\vec r}{r}, \tag{3.43}$$

бу ерда $G_r = G_r(x, y, z)$ — вектор $\vec G$ нинг $\vec r$ — радиус-вектор йўналишига бўлган проекцияси бўлиб, $G = -\gamma \frac{m}{r^2}$.

Агар кучланганлик векторининг сон қиймати, фақат нуқтанинг радиус-векторига боғлиқ бўлса, бундай марказий майдонга кўпинча сферик майдон ҳам дейилади. Сферик майдон бирор нуқтасидаги кучланганлиги — $\vec G$ ва G_r лар қуйидагига тенг:

$$G_r = -\gamma \frac{m}{r^3} \cdot \text{ва } G_r = -\gamma \frac{m}{r^2}. \tag{3.44}$$

Майдоннинг суперпозия принципи. Фараз қилайлик, тортилиш (гравитацион) майдоннинг массалари $m_1, m_2, m_3, \cdots, m_n$ бўлган n та моддий нуқталар ҳосил қилган бўлсин. У вақтда майдонга жойлаштирилган m_0 массали моддий нуқтага системанинг i- моддий нуқтасининг таъсир кучи $\vec F_i$ қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec F_i = -\gamma \frac{m_0 m_i}{r^3} \vec r_i = m_0 \vec G_i, \tag{3.45}$$

бунда $\vec r_i$ — радиус-вектор бўлиб, системанинг i- моддий нуқтасидан m_0 массали моддий нуқтагача бўлган масофа. $\vec G_i$ — текширилаётган нуқтадаги m_i массали моддий нуқта ҳосил қилган майдоннинг кучланганлиги.

Кучлар таъсирининг мустақиллик принципига биноан, майдон текширилаётган нуқтасига жойлаштирилган m_0 массали моддий нуқтага системадаги моддий нуқталар томонидан таъсир қилувчи натижавий куч $\vec F$ юқоридаги $\vec F_i$ кучларнинг вектор йиғиндисига тенг:

$$\vec F = \sum_{i=1}^{n} \vec F_i = m_0 \sum_{i=1}^{n} \vec G_i . \qquad (3.46)$$

Иккинчи томондан

$$\vec F = m_0 \vec G , \qquad (3.46а)$$

бунда $\vec G$ — моддий нуқталар ҳосил қилган майдоннинг кучланганлиги.

Охирги (3.46) ва (3.46 а) формулалардан қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\vec G = \sum_{i=1}^{n} \vec G_i . \qquad (3.47)$$

Бу формула майдон суперпозия (қўшиш) принципининг математик ифодаси бўлиб, у қуйидагича таърифланади:

Бир неча гравитацион (тортилиш) майдонининг қўшилишидан ҳосил бўлган натижавий майдон кучланганлиги қўшилувчи майдонлар кучланганликларининг вектор йиғиндисига тенг. Шуни айтиш керакки, майдоннинг суперпозия принципига биноан бир жинсли ёки зичлиги радиал бўйича $\rho = \rho(r)$ қонуният бўйича ўзгарувчи, M массали ва R радиусли шарсимон жисмлар учун (3.44) формулалар ўринли бўлади, яъни:

$$\vec G = -\gamma \frac{M}{r^3}\vec r \text{ ва } G_r = -\gamma \frac{M}{r^2}, \qquad (3.48)$$

бунда r — шарсимон жисм марказидан текширилаётган нуқтагача бўлган масофа бўлиб, $r > R$.

Ернинг гравитацион майдони. Ер шар шаклида эмас, балки эллипсоид шаклида бўлиб, унинг экваториал радиуси қутб радиусидан 21,4 км ортиқдир. Лекин унчалик катта аниқлик талаб қилмайдиган ҳисоблашларда бу фарқни эътиборга олмаса ҳам бўлади. Шунинг учун Ерни ўртача радиуси $M = 6371$ км ва массаси $M = 5{,}978 \cdot 10^{24}$ кг бўлган шарсимон жисм деб қабул қилинади.

Ернинг атрофидаги гравитацион майдонидан ташқари Қуёш, Қуёш системасидаги сайёралар ва Ернинг табиий йўлдоши — Ойнинг ҳам гравитацион майдонлари мавжуд бўлиб, улар анчагина заифдир. Шунинг учун Ер сирти яқинидаги натижавий гравитацион майдон Ернинг хусусий тортишиш майдони ҳисобланади. Бинобарин, Ер сиртида ёки унга жуда яқин нуқталарда гравитацион майдон кучланганлиги (3.48) формула асосида аниқланади. Унинг миқдори эса қуйидагига тенг бўлади:

$$\left|\vec{G}_0\right| = \gamma \cdot \frac{M}{R^2}. \qquad (3.49)$$

бунда R — Ернинг радиуси. (3.49) дан кўринадики, Ер сиртидан узоқлашган сари $\vec{G}$ нинг қиймати камайиб боради. Ер сиртидан h баландликда унинг қиймати

$$\left|\vec{G}_h\right| = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}. \qquad (3.50)$$

ифода орқали аниқланади:

Ер сиртидаги G_0 кучланганлик маълум бўлса, унга нисбатан h баландликдаги G_h кучланганликнинг қиймати (3.49) ва (3.50) ларнинг нисбатидан қуйидагига тенг бўлади:

$$G_h = G_0\left(\frac{R+h}{R}\right)^{-2} = G_0\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}. \qquad (3.51)$$

Агар текширилаётган нуқта Ер сиртига яқин ($h<<R$) жойлашган бўлса, (3.51) ифодани қаторларга ёйиб, икки ҳад аниқлигида олинса, у қуйидаги кўринишга келади:

$$G = G_0\left(1-2\frac{h}{R}\right). \qquad (3.52)$$

Ернинг тортишиш майдонидаги жисм ўз ҳолига қўйиб юборилса, Ернинг $\vec{F}$ тортиш кучи таъсирида Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан эркин тушиш тезланиши деб аталувчи $\vec{g}$ тезланиш билан текис тезланувчан ҳаракат қилиб, Ерга томон эркин туша бошлайди. У вақтда (3.40) га асосан қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\vec{F} = m_0\vec{g} = m_0\vec{G}. \qquad (3.53)$$

Бундан

$$\vec{g} = \vec{G}. \qquad (3.54)$$

Шундай қилиб, *Ер гравитацион майдонининг бирор нуқтадаги кучланганлиги шу нуқтадаги эркин тушиш тезланишига тенгдир.*

Шуни таъкидлаш керакки, Ер сиртининг барча нуқталарида g нинг қиймати бир хил эмас. Унинг денгиз сатҳида (h=0)ги қиймати $g_{экв}$=9,7805 м/с² дан (экваторда) $g_{қутб}$=9,8322 м/с² гача (қутбларда) оралиқда ўзгаради. Эркин тушиш тезланиши g нинг қийматларидаги бу фарқ қуйидаги икки сабаб туфайли вужудга келади:

1. Ер сиртида тинч ётган ҳар бир жисм унинг суткалик ҳаракатида иштирок этиб, экваторга параллел текисликда ётган жисмлар $\bar{a}_{м.и}$ – марказга интилма тезланишга эга бўлади. Экваторда бу тезланиш энг катта қийматга эга, қутбларда у нолга тенг. Шу сабабли бирор жисмни қутбдан экваторга кўчирсак, у бир оз «ўз оғирлигини йўқотади».

2. Суткалик айланиш натижасида Ер шар шаклида эмас, балки уч ўқли эллипсоиддан иборатдир. Профессор Ф. Н. Красовский раҳбарлигида ҳисоблаб чиқилган Ер эллипсоидининг энг аниқ ўлчамлари қуйидагичадир:

Ернинг ўртача радиуси (ҳажми Ер эллипсоидининг ҳажмига тенг бўлган шар радиуси)	6371,118 км.
Ернинг қутбдаги сиқилиши	1:298,3
Ернинг экватордаги сиқилиши	1:300

Эркин тушиш тезланиш g нинг Ердаги жойнинг ҳар хил географик кенгликлар учун топилган қийматлари қуйидаги 3.1-жадвалда келтирилган:

3.1-жадвал

φ	g, м/с²	φ	g, м/с²
0	9,7805	50°	9,8108
10°	9,7820	60°	9,7192
20°	9,7865	70°	9,8261
30°	9,7934	80°	9,8361
40°	9,8018	90°	9,8322

Ернинг $\varphi = 45^{\circ}$ географик кенглиги эркин тушиш тезланишга «нормал тезланиш» дейилиб, унинг сон қиймати: $g = 9{,}80665$ м/с².

Жисмнинг оғирлик кучи ва оғирлиги. Ернинг тортишиш майдонидаги жисмнинг оғирлик кучи P жисмнинг массаси m ни маълум нуқтадаги эркин тушиш тезланиши g га кўпайтмасига тенгдир:

$$\vec{P} = m\vec{g}. \qquad (3.55)$$

Жисм Ернинг тортишиш майдонининг маълум нуқтасидаги бирор таянч сиртда тинч турганда ҳам, бирор ипга осилганда ҳам ёки ихтиёрий йўналиш бўйлаб тўғри чизиқли текис $\left(\vec{V}=\text{const}\right)$ҳаракатланганда ҳам унинг оғирлик кучи ўзгармас қолади.

Жисмнинг оғирлик кучи унинг вазни (оғирлиги) деб аталувчи характеристикасидан фарқ қилади.

Жисмнинг вазни (оғирлиги) деб, осмага ёки таянч сиртга бўлган босим кучига айтилади.

Оғирлик кучи ва вазни турли жисмларга қўйилгандир. Жумладан, столда турган жисмнинг оғирлик кучи P жисмга қўйилган бўлиб, Ернинг маркази томон йўналгандир. Жисмнинг вазни (оғирлиги) эса жисм томонидан столга таъсир қилувчи куч бўлиб, у столга қўйилгандир. Бу ҳолда жисмнинг вазни ва оғирлиги ўзаро тенгдир:

$$Q=P=mg \tag{3.56}$$

3.6. ЕРНИНГ ТОРТИШИШ МАЙДОНИДАГИ МОДДИЙ НУҚТАНИ КЎЧИРИШДА БАЖАРИЛГАН ИШ

Ернинг гравитацион майдон кучининг m массали моддий нуқтани кўчиришдаги бажарган элементар иши dA:

$$dA=\left(\vec{F},d\vec{r}\right)=m\left(\vec{G},d\vec{r}\right) \tag{3.57}$$

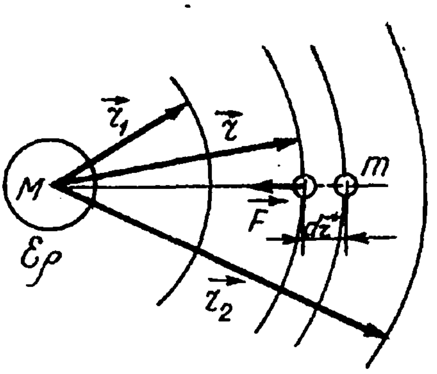
бўлади, бунда $\vec{G}$ — майдон кучланганлиги, $\left|d\vec{r}=ds\right|$ — элементар йўл, $d\vec{r}$ — элементар силжиш вектори.

Мазкур масалада саноқ системасининг координата боши Ернинг маркази билан устма-уст тушсин деб фараз қилайлик (3.13-расм).

Бу ҳолда Ер марказидан $r \geqslant R$ (бунда R — Ернинг радиуси), масофадаги кучланганлик вектори $\vec{G}$ қуйидагига тенг:

$$\vec{G}=-\gamma\frac{M}{r^3}\vec{r}. \tag{3.58}$$

Бунда минус ишора $\vec{F}$ куч ва $\vec{r}$ — радиус-векторлар ўзаро қарама-қарши йўналганлигини ифодалайди.



3.13-расм

(3.58) ни (3.57) даги ўринга қўйилса, $dA=-\gamma\frac{mM}{r^3}(\vec r,d\vec r)$ ҳосил бўлади, бунда $(\vec r,d\vec r)=\frac{1}{2}d(\vec r,\vec r)=\frac{1}{2}d(r^2)=rdr$, бўлгани учун элементар бажарилган иш

$$dA=-\gamma\, mM\frac{dr}{r} \qquad (3.59)$$

кўринишга келади.

Ер тортишиш майдонидаги m массали моддий нуқтани r_1 масофадан r_2 масофагача силжитишда бажарилган иш A_{12} (3.59) ифодани интеграллаб топилади, яъни:

$$A_{12}=\int_1^2 dA=-\int_{r_1}^{r_2}\gamma\, mM\frac{dr}{r}=\gamma\, mM\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right). \qquad (3.60)$$

Шундай қилиб, Ернинг тортишиш майдонида моддий нуқтани кўчиришда бажарилган иш йўлнинг шаклига боғлиқ бўлмасдан, кўчишнинг бошланғич ва охирги ҳолатига боғлиқдир. Умуман, бажарган иши йўлининг шаклига боғлиқ бўлмаган кучларга консерватив ёки потенциал кучлар дейилади. Ернинг тортишиш кучи ҳам консерватив (потенциал) кучдир.

Консерватив кучларнинг m массали моддий нуқтанинг ёпиқ контур $(r_2=r_1)$ бўйича бажарган иши A_0 нолга тенг бўлади, яъни:

$$A_0=\oint_l(\vec F,d\vec r)=-\int_{r_1}^{r_1}\gamma\, mM\frac{dr}{r^2}=\gamma\, mM\left(\frac{1}{r_1}-\frac{r}{r_1}\right)=0. \qquad (3.61)$$

ёки $\vec{F} = m\vec{G}$ ни назарга олиб:

$$\frac{A_0}{m} = \oint_l \left(\vec{G}, d\vec{r}\right) = 0 \qquad (3.62)$$

Ёпиқ l контур бўйича олинган интеграллар $\oint_l \left(\vec{F}, d\vec{r}\right)$ ва $\oint_l \left(\vec{G}, d\vec{r}\right)$га куч вектори $\vec{F}$ нинг ва кучланганлик вектори $\vec{G}$ нинг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси дейилади.

Шуни айтиш кераки, кучланганлик векторининг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси нолга тенг бўлган ҳар бир майдонга потенциал майдон дейилади.

Шундай қилиб, (3.62) дан гравитацион (тортишиш) майдон ҳам потенциал майдондан иборатлиги кўринади.

3.7. ТОРТИШИШ МАЙДОНИДАГИ МОДДИЙ НУҚТАНИНГ ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯСИ. МАЙДОН ПОТЕНЦИАЛИ

Потенциал майдонда моддий нуқтани кўчиришда бажариладиган иш унинг потенциал энергиясининг камайишига тенг:

$$dA = -dW_{xn}. \qquad (3.63)$$

У вақтда моддий нуқтанинг 1-нуқтадан 2-нуқтага кўчиришда бажарилган A_{12} иш:

$$A_{12} = -\Delta W = W_{n1} - W_{n2} \qquad (3.64)$$

бўлади. (3.60) ва (3.64)ни ўзаро тенглаштириб, қуйидагига эга бўламиз:

$$W_{n_1} - W_{n_2} = -\gamma\, mM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Агар m массали моддий нуқта майдонини ҳосил қилган M масса марказдан чексиз узоқ $(r = \infty)$да бўлса, унинг потенциал энергияси нолга интилади: $\lim\limits_{r_2 \to \infty} W_{n_2} = 0$. У вақтда майдоннинг 1-нуқтасидаги моддий нуқтанинг потенциал

---

* Консерватив кучнинг бажарган элементар иши тўлиқ дифференциалдан иборат. Шунинг учун бундан кейин уни dA билан белгилаймиз.

энергияси $W_n = -\gamma \frac{mM}{r}$ бўлади. Бунга асосан майдоннинг ихтиёрий нуқтасидаги m массали моддий нуқтанинг потенциал энергиясини умумий ҳолда

$$W_n = -\gamma \frac{mM}{r}. \qquad (3.65)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу формуладан кўринадики, майдондаги моддий нуқтанинг потенциал энергияси массаси m га ва майдонни ҳосил қилган масса M га боғлиқ бўлгани учун унга икки жисмнинг ўзаро потенциал энергияси дейилади.

Икки жисмнинг ўзаро потенциал энергияси массаларининг кўпайтмаларига тўғри пропорционал бўлиб, улар орасидаги масофага тескари пропорционалдир.

Ҳар қандай потенциал майдонни характерлаш учун потенциал деб аталувчи скаляр катталикдан фойдаланилади.

Майдоннинг ихтиёрий нуқтасининг потенциали деб, майдоннинг шу нуқтасига киритилган бир бирлик массали «синов жисм»нинг потенциал энергиясига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади, яъни:

$$\varphi = \frac{W_n}{m}. \qquad (3.66)$$

Бунга W_n потенциал энергиянинг ифодасини (3.65) дан қўйилса, майдоннинг бирор нуқтасидаги потенциали φ ни майдонни ҳосил қилган масса M орқали аниқлашга имкон берадиган

$$\varphi = -\gamma \frac{M}{r}. \qquad (3.67)$$

формула келиб чиқади.

Шундай қилиб, *моддий нуқта ҳосил қилган майдоннинг бирор нуқтасидаги потенциали унинг массаси М га тўғри пропорционал бўлиб, ундан нуқтагача бўлган масофага тескари пропорционалдир.*

Потенциал майдоннинг куч характеристикаси — кучланганлик вектори $\vec{G}$ ва энергетик характеристикаси — потенциал φ скаляр катталиклар ўзаро боғланишга эга.

Маълумки, потенциал майдонда бажарилган элементар иш $dA=Fdr=mGdr$ майдондаги моддий нуқта потенциал энергиясининг камайиши — dW_n га тенг бўлар эди, яъни:

$mGdr = -dW_n$, бунда $G = -\frac{d\left(\frac{W_n}{m}\right)}{dr}$. Бу тенгламанинг ўнг томонидаги $\frac{W_n}{m}$ ифода (3.66) га асосан шу нуқтанинг потенциали φ дан иборат. Шунинг учун, юқоридаги ифодани

$$G = -\frac{d\varphi}{dr}. \qquad (3.68)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бундаги $\frac{d\varphi}{dr}$ — гравитацион майдон потенциалининг радиус-вектори $(\vec{r})$ йўналишидаги ўзгариш тезлигини ифодалайди. (3.68) нинг чап томонидаги $\vec{G}$ вектор катталик бўлиб, ўнг томонидаги φ эса скаляр катталикдан иборатдир. Вектор анализда вектор катталикни скаляр катталик билан боғловчи амалга градиент (grad) дейилади. У вақтда (3.68) ни яна қуйидагича таърифлаш мумкин.

Гравитацион майдоннинг берилган нуқтасидаги кучланганлик вектори $\vec{G}$ потенциал градиенти (grad φ) нинг тескари ишорали ифодасига тенгдир:

$$\vec{G} = -grad\,\varphi. \qquad (3.69)$$

Бунда минус ишора кучланганлик вектори $\vec{G}$ майдон потенциалининг камайиш томонига йўналганлигини ифодалайди.

Шуни айтиш керакки, ҳар қандай скаляр функциянинг градиенти вектор катталик бўлиб, унинг йўналиши мазкур функция қийматининг камайиш йўналиши билан мос тушади. Бинобарин, потенциал градиенти (grad φ)нинг йўналиши кучланганлик вектори $\vec{G}$ нинг йўналишига тескаридир.

3.8. КОСМИК ТЕЗЛИКЛАР

Космик тезлик деб, жисмнинг сайёра атрофидаги орбита бўйлаб ёки сайёра тортишиш кучи доирасидан чиқиб кетиши учун зарур бўлган тезликка айтилади.

Биринчи космик тезлик. *Жисмнинг Ер атрофида радиуси Ер радиуси R дан кам фарқ қиладиган айлана орбита бўйлаб ҳаракатланиши учун зарур бўлган тезлик* V_I *га биринчи* *космик тезлик дейилади.* Агар ҳавонинг қаршилиги ва бошқа қаршиликлар ҳисобга олинмаса, Ер сиртидан h баландликда биринчи космик тезлик (V_1) билан ҳаракатланаётган жисмга таъсир қилувчи марказга интилма куч $F_{\text{м.и.}} = \frac{mv_1^2}{R+h}$ жисмнинг Ерга тортилиш кучи (оғирлиги)

$F = mg_{hr} = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2}$ га тенг бўлади:

$$\frac{mv_1^2}{(R+h)} = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2},$$

ёки

$$v_1^2 = \gamma \frac{M}{(R+h)}. \qquad (3.70)$$

Бу ифодани қулай кўринишга келтириш учун унинг сурат ва махражини R^2 га кўпайтирилади:

$$v_1^2 = \gamma \frac{M}{R^2} \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}. \qquad (3.70а)$$

Бунда $\gamma \frac{M}{R^2} = g$ назарга олинса, биринчи космик тезликнинг ифодаси қуйидаги кўринишга келади:

$$v_1 = \sqrt{g \frac{R^2}{(R+h)}} \qquad (3.71)$$

Агар жисмнинг Ер сиртидан баландлиги h Ернинг R радиусига нисбатан кичик, яъни $h << R$ бўлса, $h+R=R$ дейиш мумкин. Бу ҳолда (3.71) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$v_1 = \sqrt{gR}. \qquad (3.72)$$

Бу ифодага $R = 6{,}37 \cdot 10^6$ м ва $g = 9{,}8$ м/с^2 ни қўйиб, биринчи космик тезлик v_1 нинг қийматини ҳисоблаб чиқамиз:

$$v_1 = \sqrt{gR} = \sqrt{9{,}8\,м/с^2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\,м} = 7{,}912 \cdot 10^3\,м/с = 7{,}9\,км/с.$$

Ердан биринчи космик тезлик билан учирилган ҳар қандай массали жисмлар Ернинг сунъий йўлдоши (ЕСЙ)га айланиб қолади.

Иккинчи космик тезлик. *Жисмнинг Ер тортишиш кучи майдони доирасидан чиқиб кетиши ва Қуёшнинг сунъий* *йўлдоши (ҚСЙ) сингари ҳаракатланиши учун v бўлган тезлик* v_{II} *иккинчи космик тезлик дейилади.*

Жисмнинг олган иккинчи космик тезлиги v_{II}ни, жисмга Ер сирти $(r_1 = R)$да берилган кинетик энергияси $w_t = \frac{m\cdot v_{II}^2}{2}$ уни чексизликка $(r_2 = \infty)$ кўчиришда бажарилган иш $A_1 \infty \doteq \gamma \frac{mM}{R}$ га сарфланганлигидан аниқланади, яъни: $\frac{mv_{II}^2}{2} = \gamma \frac{mM}{R}$. бундан

$$v_{II}^2 = 2 \cdot \gamma \frac{M}{R}. \qquad (3.73)$$

келиб чиқади. Мазкур тенглама ўнг томонининг сурат-маҳражини R га кўпайтирилса,

$$v_{II}^2 = 2 \cdot \gamma \frac{M}{R^2} \cdot R. \qquad (3.73а)$$

ҳосил бўлади. Бунда $\gamma \frac{M}{R^2} = g$ эркин тушиш тезланишидан иборат бўлгани учун (3.73а) ифодадан иккинчи космик тезлик

$$v_{II} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2}v_I \approx 11{,}2 \cdot 10^3 м/с = 11{,}2 км/с. \qquad (3.74)$$

бўлади. Иккинчи космик тезлик билан ҳаракатланаётган жисмнинг ҳаракат траекторияси параболадан иборат бўлгани учун иккинчи космик тезликка параболик тезлик ҳам дейилади.

Учинчи космик тезлик. *Жисмнинг Қуёшнинг таъсир доирасидан абадий чиқиб кетиши учун унга Ерга нисбатан берилиши лозим бўлган тезлик* v_{III} учинчи космик тезлик *дейилади.* Учинчи космик тезликнинг катталиги унинг йўналиши Ернинг орбитал ҳаракати йўналишига мос келса, максимал $\left(v_{III}^{\max}\right)$, қарама-қарши бўлганда минимал $\left(v_{III}^{\min}\right)$ бўлади. Учинчи космик тезлик v_{III} ни ҳисоблаш анча мураккаб бўлгани учун унинг фақат сон қийматини келтирамиз:

$$v_{III}^{\min} = 16{,}7 \text{ км/с}; \qquad (3.74а)$$

$$v_{III}^{\max} = 72{,}7 \text{ км/с}; \qquad (3.74б)$$

Тўртинчи космик тезлик. *Ракетанинг Қуёшнинг берилган нуқтасига тушиши учун унга Ерга нисбатан берилиши зарур бўлган тезлик* v_{IV} га тўртинчи космик тезлик *дейилади,* унинг катталиги Қуёш сиртидаги тушиш нуқтасининг ҳолатига боғлиқдир. Бу тезликни ҳисоблаш учинчи космик тезликни ҳисоблашга нисбатан мураккаброқ. Шунинг учун ҳам қуйида тўртинчи космик тезликнинг сон қийматини келтирамиз. Қуёшнинг марказига қараб радиал ҳаракатланаётган ракетанинг тўртинчи космик тезлиги максимал (v_{IV}^{max}) қиймати қуйидагига тенг бўлади:

$$v_{IV}^{max} \approx 31{,}8 км/с. \qquad (3.75)$$

Ракета Қуёш сиртига уринма равишда ҳаракатланиб, унинг энг орқа нуқтасига тушиши учун зарур бўлган тўртинчи космик тезлиги минимал (v_{IV}^{min}) қийматга эга бўлади:

$$v_{IV}^{min} \approx 29{,}2 км/с. \qquad (3.75a)$$

3.9. САҚЛАНИШ ҚОНУНЛАРИНИНГ ШАРЛАР УРИЛИШИГА ТАТБИҚИ

Икки жисмнинг тўқнашиши натижасида ҳаракат ҳолатининг бир онда ўзгаришига урилиш дейилади. Урилиш вақтида иккала жисмнинг шакли ўзгаради, яъни деформацияланади. Урилувчи жисмларнинг нисбий ҳаракат кинетик энергиялари урилиш вақтида деформациянинг потенциал энергиясига ва молекулалар иссиқлик ҳаракат энергиясига айлана боради. Урилиш урилаётган жисмлар орасида энергиянинг тақсимланишига олиб келади.

Умумий ҳолда урилишни икки босқичга ажратиш мумкин. Биринчи босқич давомида жисмлар ўзаро яқинлаша бориб, реакция кучларига қарши иш бажариши сабабли уларнинг кинетик энергиялари нисбий тезликлари нолга тенг бўлгунча камая боради. Шундан сўнг иккинчи босқичда жисмлар ўз шаклларини тиклай боради ва ўзаро узоқлаша бошлайди. Бунда реакция кучларининг бажарган фойдали иши ҳисобига жисмларнинг кинетик энергияси орта боради, ниҳоят жисмлар бир биридан ажралади ва урилиш жараёни тугайди.

Жисмларнинг урилишдан кейинги (v_1—v_2) нисбий тезлиги, урилишгача бўлган (v_1—v_2) нисбий тезлигидан ҳар доим кичик бўлиши текширишлардан маълум бўлди. Бунга сабаб, амалда ҳеч қачон идеал эластик жисмларнинг мавжуд эмаслигидир. Жисмларнинг эластиклик ёки ноэластиклик даражаси *K*—тезликнинг тикланиш коэффициенти билан тавсифланади.

Тезликнинг тикланиш коэффициенти деб, жисмларнинг урилишдан кейинги (v_1-v_2) нисбий тезлигининг урилишгача бўлган (v_1-v_2) нисбий тезлигига нисбатига айтилади:

$$K = \frac{v_1-v_2}{v_1-v_2}. \tag{3.76}$$

Тезликнинг тикланиш коэффициентининг катталигини шарлар марказий урилишидан аниқлаш қулайдир.

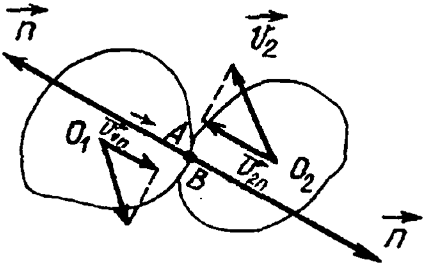
Қуйидаги жадвалда баъзи жисм материаллари учун аниқ ўлчашлар натижасида топилган *K* га тезлигининг тикланиш коэффициентининг қийматлари келтирилган.

3.2-жадвал.

Урилувчи жисмлар моддаси	K
Алюминий алюминийга	0,23
Бронза бронзага	0.40
Чўян чўянга	0,60
Пўлат пўлатга	0,70
Полистрол пластмасса пўлатга	0.95

Тезлигининг тикланиш коэффициенти $K=0$ бўлган жисмларга абсолют ноэластик (мутлақ ноэластик) жисмлар дейилиб, $K=1$ бўлган жисмларга эса абсолют эластик жисмлар дейилади. Аслида барча жисмлар учун *K* коэффициентнинг қиймати 0 ва 1 оралиғида ётади.

Икки жисмнинг тўқнашиш нуқтасидан ўтган ва тўқнашиш сиртларига ўтказилган *n* нормал бўйлаб йўналган чизиққа (3.14-расм) урилиш чизиғи дейилади. Урилиш чизиғи икки жисмнинг инерция марказидан ўтган ҳолга марказий урилиш дейилади. Шуни айтиш керакки, бир жинсли шарлар орасидаги урилиш ҳар доим марказий бўлади. Амалдаги урилишни қараб чиқишда урилишнинг икки чегаравий кўриниши абсолют (мутлақ) эластик ва абсолют (мутлақ) ноэластик деб аталувчи идеаллаштирилган урилишдан юқори аниқлик билан фойдаланиш мумкин.

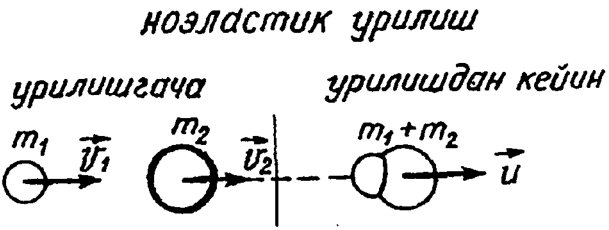


3.14-расм

Абсолют ноэластик урилиш (К = 0). Абсолют (мутлақ) ноэластик урилишда иккита жисм бирлашиб, битта жисмдек ҳаракатини давом эттиради. Масалан, мўм, пластилин, қўрғошиндан ясалган шарларнинг урилишини абсолют ноэластик урилишга анчагина яқин деб қараш мумкин.

Жисмлар тўқнашганда анча мураккаб ҳодисалар содир бўлади, яъни жисмлар деформацияланади, эластик ва ишқаланиш кучлари пайдо бўлади, жисмларда механик тебранишлар, тўлқинлар уйғонади. Лекин, ноэластик урилишда бу жараёнлар бориб-бориб тўхтайди ва иккала жисм қўшилиб, бир бутун жисмдек ҳаракатланади. Абсолют ноэластик урилишда бундай ўзига хос хусусият содир бўлади: урилишдан кейин деформация сақланади; деформация потенциал энергияси вужудга келмайди; жисмларнинг кинетик энергияси батамом ёки қисман ички энергияга айланади; урилишдан кейин жисмлар умумий тезлик билан ҳаракатланади ёки нисбий тезлиги нолга тенг бўлади. Абсолют ноэластик урилишда фақат импульснинг сақланиш қонуни бажарилиб, механик энергиянинг сақланиш қонуни бажарилмайди. Лекин энергиянинг умумий сақланиш қонуни, яъни механик ва ички энергиялар йиғиндисининг сақланиш қонуни ўринли бўлади.

Биз горизонтал текисликдаги иккита ноэластик шарларнинг марказий урилиши мисолини қараб чиқайлик. Фараз қилайлик, массалари m_1 ва m_2 бўлган ноэластик шарлар марказларини бирлаштирувчи горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб мос равишда $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ тезликлар билан ҳаракатланаётган бўлсин (3.15-расм). Шарларнинг тўқнашишидан кейинги умумий тезлигини $\vec{V}$ билан белгилаймиз. Импульс-



3.15-расм

нинг сақланиш қонунига биноан шарларни урилишгача бўлган импульсларнинг геометрик йиғиндиси урилишдан кейинги импульсига тенгдир, яъни: $m_1\vec{v}_2 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}$. бунда

$$\vec{V} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (3.77)$$

Бунда $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ векторлар бир тўғри чизиқ бўйлаб йўналгани учун $\vec{U}$ векторнинг йўналиши ҳам шу тўғри чизиқнинг йўналиши билан устма-уст тушади. Мазкур тўқнашишдан, қуйидаги хулосалар келиб чиқади:

1. Шарлар қарама-қарши томонга $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ тезлик билан ҳаракатланса, урилишдан кейин ҳам $\vec{U}$ билан ҳаракатланади. Лекин $|m_1\vec{v}_1| = |m_2\vec{v}_2|$ бўлса, урилишдан кейин шарлар ҳаракатини давом эттирмайди, яъни $\vec{U}=0$ бўлади;

2. Шарлар бир-бирига қарама-қарши ҳаракатланса, у вақтда $\vec{U}$ вектор $m_1\vec{v}_1$ ва $m_2\vec{v}_2$ импульснинг сон қиймати катталик катта бўлган вектор бўйлаб йўналади.

$\vec{U}$ векторнинг модули қуйидаги формула ёрдамида ҳисобланади:

$$U = \left|\frac{m_1\vec{v}_1 \pm m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}\right|, \qquad (3.78)$$

бунда v_1 ва v_2 тезликлар $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ тезлик векторларининг модулидир «+» ишора $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ тезликлар бир томонга йўналганига мос келиб, «—» ишора эса қарама-қарши томонга йўналган ҳол учун мос келади.

Энергиянинг умумий сақланиш қонунига биноан, шарларнинг урилишигача бўлган кинетик энергияси $\frac{m_1 v_1^2}{2}+\frac{m_2 v_2^2}{2}$ урилишдан кейинги кинетик энергияси $\frac{(m_1+m_2)U^2}{2}$ билан деформация иши A нинг йиғиндисига тенгдир, яъни:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2}+\frac{m_2 v_2^2}{2}=\frac{(m_1+m_2)U^2}{2}+A_{\text{деф}}.$$

Бунда деформация иши $A_{\text{деф}}$ ни аниқласак;

$$A_{\text{деф}}=\frac{m_1 v_1^2}{2}+\frac{m_2 v_2^2}{2}-\frac{(m_1+m_2)U^2}{2} \tag{3.79}$$

Бундан U нинг ўрнига (3.78) дан қиймати қўйилиб, бир қатор математик амаллар бажарилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$A_{\text{деф}}=\frac{m_1 v_1^2}{2}+\frac{m_2 v_2^2}{2}-\frac{(m_1+m_2)}{2}\,\frac{(m_1 v_1+m_2 v_2)^2}{(m_1+m_2)^2}=\frac{m_1 m_2}{2(m_1+m_2)}(v_1-v_2)^2 \tag{3.80}$$

Бу ифодани яна бундай куринишда ёзиш мумкин:

$$A_{\text{деф}}=\frac{m_1 m_2}{2(m_1+m_2)}(v_1-v_2)^2=\frac{M(v_1-v_2)^2}{2}. \tag{3.80a}$$

бунда $M=\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$ – шарларнинг келтирилган массаси, (v_1+v_2) эса нисбий тезликлар. Шундай қилиб, кучга қарши бажарилган деформация иши келтирилган массанинг нисбий тезлик квадратига кўпайтмасининг ярмига тенг.

Агар тўқнашаётган жисмлардан бири қўзғалмас $(\vec{v}_2=0)$ бўлса, (3.80) ифода яна ҳам соддароқ кўринишга келади.

$$A_{\text{деф}}=\frac{m_1\cdot m_2}{2(m_1+m_2)}v_1^2=\frac{m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{m_1\cdot v_1}{2}=\frac{m_2}{m_1+m_2}W_{k1} \tag{3.81}$$

Бунда $W_{k1}=\frac{mv_1^2}{2}$—биринчи жисмнинг урилишгача бўлган кинетик энергияси.

Амалда ноэластик урилиш қуйидаги мақсадда қўлланилади. Биринчидан, жисм шаклини ўзгартириш (деформациялаш) мақсадида, масалан, металларни тоблаш, штамповка қилиш, жисмларни майдалаш ва ҳоказоларда қўлланилади. Юқоридаги (3.81) формуладан кўриниб турибдики, қўзғалмас $(\vec{v}_2 = 0)$ жисмнинг массаси m_2 урилувчи $(\vec{v}_1 = 0)$жисмнинг массаси m_1 дан анча катта, $(m_2 >> m_1)$ бўлиши керак. Шунинг учун ҳам сандон жуда вазмин қилиб ясалади.

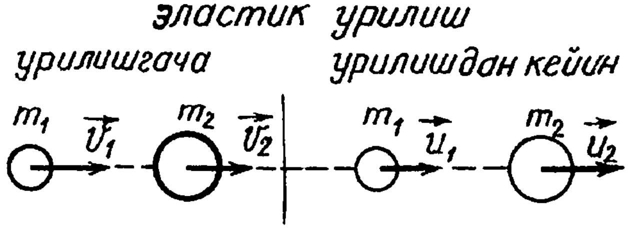
Иккинчидан, ноэластик урилишдан кейин жисмларнинг силжитиш қаршилик кучини енгишда энергия сарф бўлади. Масалан, қозиқни ерга қоқиб киритиш, михни қоқиш, понани қоқиш ва ҳоказоларда. Бу ҳолда:

$$W_{k1} - A_{деф} = W_{k1} - W_{k1}\frac{m_2}{m_1+m_2} = W_{k1}\frac{m_1}{m_1+m_2}. \qquad (3.82)$$

энергиядан фойдаланилади ва шунинг учун ҳам бу ҳолда ҳаракатсиз $(\vec{v}_2 = 0)$жисмнинг m_2массаси урилувчи $(\vec{v}_1 \neq 0)$ жисмнинг массаси m_1 дан кичик $(m_2 << m_1)$ бўлиши шарт.

Абсолют эластик урилиш (K=1). Абсолют эластик урилишда иккита жисм яна якка-якка бошқа тезликлар билан ҳаракатлана бошлайди. Масалан, пўлат, полистрол пластмасса, фил суяги каби моддалардан ясалган шарларнинг урилиши абсолют эластик урилишга жуда яқин бўлади. Абсолют эластик урилишда иккала сақланиш қонуни: импульснинг сақланиш ва механик энергиянинг сақланиш қонуни бажарилади.

Фараз қилайлик, массалари m_1 ва m_2 бўлган шарлар $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ тезлик билан ҳаракатланиб, марказий урилишдан кейин мос равишда U_1 ва U_2 тезликлар билан ҳаракатлансин (3.16-расм). Импульс ва механик энергиянинг сақланиш қонунларига биноан қуйидаги ифодаларни ёзамиз:



3.16-расм

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{U}_1 + m_2\vec{U}_2, \qquad (3.83)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}. \qquad (3.83а)$$

Бу икки тенгламадан шарларнинг урилишдан кейинги тезликлари U_1 ва U_2 ни топиш мумкин. Бунинг учун (3.83а) тенгламани скаляр кўринишда ёзиш керак. Шарлар горизонтал текисликда ҳаракатланаётгани учун тезлик векторларининг модули $|\vec{v}_1| = v_1$ ва $|\vec{v}_2| = v_2$ тенг бўлади, бинобарин:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2. \qquad (3.83б)$$

Шундай қилиб, қуйидаги тенгламалар системасига эга бўламиз

$$\left.\begin{aligned} &m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2; \\ &m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 U_1^2 + m_2 U_2^2. \end{aligned}\right\} \qquad (3.84)$$

Бу тенгламаларни қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$m_1\left(v_1^2 - U_1^2\right) = m_2\left(U_2^2 - v_2^2\right)$$

Иккинчи тенгламани биринчисига ҳадма-ҳад бўлинса, $v_1 + U_1 = U_2 + v_2$ ҳосил бўлади. Натижада масала қуйидаги иккита чизиқли тенгламалар системасини ечишга келтирилади:

$$\left.\begin{aligned} &m_1 U_1 + m_2 v_2 = m_1 U_1 + m_2 v_2; \\ &v_1 + U_1 = U_2 + v_2. \end{aligned}\right\} \qquad (3.85)$$

Бу тенгламалар системасини ечиб, шарларнинг марказий эластик урилишдан кейинги тезликлари U_1 ва U_2 қуйидагига тенглигини осонгина аниқлаш мумкин:

$$U_1 = -v_1 + 2\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2};$$

$$U_2 = -v_2 + 2\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}. \qquad (3.86)$$

Баъзи хусусий ҳолларни қараб чиқамиз:

1. Агар шарларнинг массалари тенг ($m_1 = m_2$) бўлса, (3.86) формуладан $U_1 = v_1$ ва $U_2 = v_2$ келиб чиқади. Шундай қилиб, бир хил массали шарлар марказий эластик

тўқнашганда тезликларини алмашадилар. Бу ҳолда шарлардан бири, масалан, иккинчи шар тинч $\left(\vec{v}_2=0\right)$ турган бўлса, у ҳолда $U_1=0$ ва $U_2=v_1$ бўлади. Демак, биринчи шар иккинчи тинч $\left(\vec{v}_2=0\right)$ шарга тўқнашиб, ўз тезлигини унга узатади ва ўзи тўхтаб қолади. Масалан, бундай урилишни биллиард шарларининг урилишида кўриш мумкин.

2. Агар шарлардан бири тинч $\left(\vec{v}_2=0\right)$ турган бўлса, (3.86) ифодадан қуйидаги келиб чиқади:

$$U_1=v_1\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2};\quad U_2=v_1\frac{2m_1}{m_1+m_2}. \qquad (3.86)$$

Демак, иккинчи шарнинг урилишдан кейинги ҳаракат тезлиги биринчи шар урилишга ҳаракатланган томонга йўналгандир. Агар бу ҳолда, шарлардан бирининг массаси иккинчисига нисбатан ниҳоятда катта, яъни $m_2>>m_1$ бўлса.

$$U_1=-v_1;\quad U_2=0 \qquad (3.86)$$

бўлади. Бундай ҳол эластик шар деворга, яъни радиуси чексиз $(R=\infty)$ бўлган шарга урилганда содир бўлади. Шунинг учун ҳам деворга абсолют эластик урилган шар тезлигини миқдор жиҳатдан сақлаб, йўналишини эса тескари томонга ўзгартиради.

Шарларнинг абсолют эластик урилиши фан, техника соҳасида катта қўлланишга эга. Бунга ядро зарраларининг ўзаро тўқнашишларини мисол қилиб кўрсатиш мумкин. Жумладан, ядро реакторлари (қозонлари)дан катта энергияли нейтрон $({}_0n^1)$ ларнинг углерод $({}_6C^{12})$ ядролари билан абсолют эластик тўқнашишлари асосида тезликларини камайтириб, иссиқлик нейтронларига айлантирилади.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Энергия ва иш тушунчаси нима билан фарқ қилади?
2. Ўзгармас ва ўзгарувчан кучнинг бажарган иши қандай аниқланади?
3. Иш қандай ўлчов бирликларида ўлчанади? Унинг ўлчамлиги қандай?
4. Қувват деб нимага айтилади. Унинг формуласи чиқарилсин ва ўлчов бирликлари, ўлчамлиги ёзилсин.
5. Қувватни тавсифловчи куч ва тезлик орқали ифодаси қандай?
6. Энергия деб нимага айтилади?
7. Механик энергия нима ва унинг қандай турлари мавжуд? Уларни таърифлаб беринг.
8. Жисмга қўйилган кучнинг бажарган иши билан кинетик энергия орасида қандай боғланиш бор?
9. Куч ва потенциал энергия орасида қандай боғланиш мавжуд?

10. Куч бажарган иш йўл шаклига қандай боғлиқ? Консерватив ва ноконсерватив кучлар деб нимага айтилади?

11. Энергиянинг сақланиш ва бир турдан иккинчи турга айланиш қонунини таърифланг.

12. Механик энергия сақланиш қонунининг бажарилиши учун зарур бўлган шартлар қандай?

13. Эластик кучнинг бажарган иши нимага тенг?

14. Эластик деформацияланган жисмнинг потенциал энергияси нимага тенг?

15. Икки моддий нуқтанинг ўзаро тортишиш потенциал энергияси нимага тенг?

16. Қандай майдонга гравитацион майдон дейилади?

17. Гравитацион майдоннинг кучланганлиги потенциали деб нимага айтилади ва уларнинг формулалари ёзилсин.

18. Гравитацион майдонда бажарилган иш келтириб чиқарилсин.

19. Гравитацион майдон кучланганлиги векторининг циркуляцияси деб нимага айтилади ва у нимага тенг?

20. Қандай майдонга потенциал майдон дейилади?

21. Гравитацион майдон кучланганлиги ва потенциали ўзаро қандай боғланишга эга?

22. Биринчи, иккинчи, учинчи ва тўртинчи космик тезликлар деб қандай тезликка айтилади?

23. Жисмларнинг эластик ва ноэластик урилишини тушунтиринг.

24. Урилишдаги тезликнинг тикланиш коэффициентининг формуласи қандай ва у нимани ифодалайди?

25. Марказий урилиш деб қандай урилишга айтилади?

26. Жисмларнинг ноэластик ва эластик урилишидан кейинги тезликларини ҳисоблаш формулаларини келтириб чиқаринг.

4-БОБ

ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ АЙЛАНМА ҲАРАКАТИ МЕХАНИКАСИ

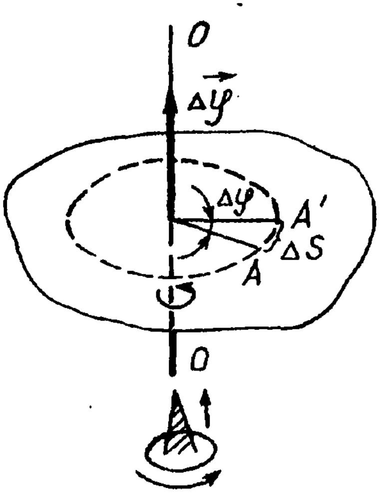
Абсолют қаттиқ жисм деб куч таъсирида деформацияланмайдиган ёки заррачаларининг жойлашиши ўзгармай қоладиган жисмга айтилади. Бундан кейинги матнларда соддалик учун абсолют қаттиқ жисмни қисқача *қаттиқ жисм* деб юритамиз.

Қаттиқ жисмнинг ҳар қандай мураккаб ҳаракатини оддий: илгарилама ва айланма ҳаракатларга ажратиб текшириш мумкин. Мазкур бобда жисмнинг айланма ҳаракатини қараб чиқамиз.

4.1. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ АЙЛАНМА ҲАРАКАТИ КИНЕМАТИКАСИ

Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракати деб, барча нуқталарининг траекториялари, маркази айланиш ўқида ётган концентрик айланалардан иборат бўлган ҳаракатга айтилади.

Фараз қилайлик, қаттиқ жисм бирор 0 ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган бўлсин (4.1-расм). Қаттиқ жисмнинг ҳар бир нуқтасининг радиус-вектори $\vec{r}$ айланиш ўқидан берилган нуқтага ўтказилган вектор Δt вақт ичида бирдан-бир бурилиш бурчагига—қаттиқ жисмнинг бурилиш бурчаги $\Delta\varphi$ га бурилади.



4.1-расм

Қаттиқ жисмнинг бурчак масофаси скаляр катталик бўлиб, бурчакнинг кўчиши эса ўқ бўйлаб йўналган $\Delta\vec{\varphi}$ вектордан иборат деб қараш мумкин. Бурчак кўчиш вектори ҳақиқий вектор бўлмаганлиги учун, уни псевдовектор (сохта—вектор) деб атаймиз. Бу векторнинг йўналиши парма қоидаси асосида аниқланади: *парма дастасининг айланма ҳаракатининг йўналиши қаттиқ жисмнинг айланиш йўналиши билан мос тушса, парманинг илгарилама ҳаракат йўналиши бурчак кўчиш вектори* $\Delta\vec{\varphi}$ *нинг йўналишини кўрсатади.* Бундай вектор жисмнинг айланиш ўқи бўйлаб йўналгани учун уни баъзан аксиал вектор (ўқ вектори) деб ҳам аталади.

Агар Δt вақт оралиғида қаттиқ жисмнинг бурчак кўчиш бурчаги $\Delta\vec{\varphi}$ га тенг бўлса (4.1-расм), у вақтда Δt нолга интилгандаги $\Delta\varphi$ дан олинган лимит катталикка $\vec{\omega}$ оний бурчакли тезлик вектор ёки соддагина қилиб бурчак тезлик вектори деб аталади, яъни:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{\Delta t}, \tag{4.1}$$

бунда $\vec{\omega}$ вектор ҳам $\Delta\vec{\varphi}$ каби аксиал вектордир.

Агар бурчакли тезлик векторининг модули $\omega = \left|\frac{d\vec{\varphi}}{dt}\right|$ ўзгармас $(\vec{\omega} = \mathrm{const})$ бўлса, жисмнинг ҳаракатига текис айланма ҳаракат дейилади. Бу ҳолда бурчакли тезлик қуйидагига тенг бўлади:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \tag{4.2}$$

Шундай қилиб, (4.1)га асосан бурчак тезликни қуйидагича таърифлаш мумкин. *Текис айланма ҳаракатнинг бурчак тезлиги деб, вақт бирлиги ичидаги буралиш бурчагига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

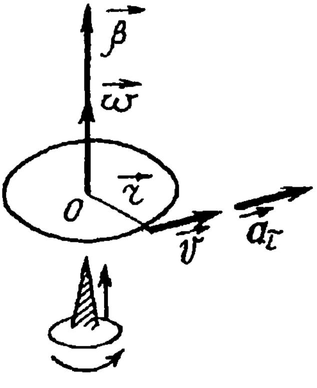
Текис айланма ҳаракат айланиш даври T ва айланиш частотаси ν билан ҳам тавсифланади. Айланиш даври T деб, жисмнинг бир марта тўлиқ айланиши учун кетган вақтга айтилади, яъни $T = \frac{t}{N}$, бунда t—жисмнинг N марта тўла айланиши учун кетган вақт. *Айланиш частотаси* ν *деб, вақт бирлиги ичидаги тўла айланишлар сонига айтилади, яъни:* $\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{t}$. У вақтда (4.2) да $t=T$ бўлганда $\varphi = 2\pi$ бўлгани учун бурчак тезлик:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \qquad (4.3)$$

Агар қаттиқ жисм ўзгарувчан айланма ҳаракат қилаётган $(\vec\omega \neq \text{const})$ бўлса, ҳаракат бурчак тезлик векторининг вақт бўйича ўзгариши оний бурчак тезланиш вектори деб аталувчи қуйидаги $\vec\beta$ катталик билан тавсифланади:

$$\vec\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec\omega}{\Delta t} = \frac{d\vec\omega}{dt}. \qquad (4.4)$$

Бунда $\vec\beta$ —бурчак тезланиш вектори бурчак тезлик вектори $\vec\omega$ нинг йўналиши билан мос тушади, яъни $\vec\beta$ ҳам аксиал вектордир.



4.2-расм

Шуни айтиш керакки, бурчак тезлик ва бурчак тезланиш вектори ўқ бўйлаб йўналган бўлиб, уларнинг йўналиши ҳам парма қоидаси асосида аниқланади (4.2-расм). (4.4) ифодани (4.1) га асосан қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\vec\beta = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\vec\varphi}{dt^2}. \qquad (4.5)$$

Шундай қилиб, *қаттиқ жисм айланма ҳаракатланса, оний бурчак тезланиши бурчак тезлик* $\vec\omega$ *дан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага* *ёки бурилиш бурчаги φ дан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг.*

СИ ўлчов бирликлар системасида φ бурчак радианда ўлчангани учун, ω бурчак тезлик рад/с да, β бурчак тезланиш эса рад/с^2 ларда ўлчанади.

Айланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисмнинг бурчак характеристикалари: бурчак, бурчак тезлик ва бурчак тезланиши мазкур жисм айрим нуқталарининг чизиқли характеристикалари: ёй узунлиги, чизиқли тезлик, нормал ва тангенциал (уринма) тезланишлар орасида боғланишлар мавжуддир. Бу боғланишларни аниқлаш учун, фараз қилайлик, қаттиқ жисмнинг мазкур нуқтаси Δt вақт ичида Δs узунликка тенг ёйни ўтсин (4.1-расм). Шу вақт ичида нуқта радиус вектори $\vec{r}$ нинг буралиш бурчаги $\Delta\varphi$ бўлсин. У вақтда $\Delta\varphi$ радианда ифодаланса, ёйнинг узунлиги Δs

$$\Delta s = r\Delta\varphi \qquad (4.6)$$

муносабатдан аниқланади. Бу ифоданинг иккала томонини Δt га бўлиб, ҳосил бўлган нисбатларнинг Δt нолга интилганидан лимит оламиз:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = r\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Бу тенгламада $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = v$ ва $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega$ бўлгани учун уни қуйидагича ёзамиз:

$$v = r\omega. \qquad (4.7)$$

Шундай қилиб, қўзғалмас ўқ атрофида қаттиқ жисм нуқталарининг чизиқли тезликлари бурчак тезликнинг шу нуқталар радиус-векторларининг модули кўпайтмасига тенгдир.

(4.7) дан фойдаланиб, (4.4) ва (4.7) формулалар асосида a_n нормал ва a_τ тангенциал тезланиш учун қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз:

$$a_n = \frac{v2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r = \omega v. \qquad (4.8)$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\beta. \qquad (4.9)$$

Қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисм ихтиёрий нуқтасининг ҳаракат ҳолати $\vec{r}$ радиус-вектори, $\vec{\omega}$ бурчак тезлик вектори, $\vec{a}_n$ —нормал ва $\vec{a}_\tau$ —тангенциал тезланиш векторлари билан тавсифланганн учун юқорида келтирилган скаляр кўринишдаги (4.7), (4.8) ва (4.9) тенгламаларнинг қуйидаги вектор кўринишдаги ифодаларини келтирамиз (4.2-расм):

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}], \qquad (4.7а)$$

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}, \vec{v}] = [\vec{\omega}, [\vec{\omega}, \vec{r}]], \qquad (4.8а)$$

$$\vec{a}_r = [\vec{\beta}, \vec{r}]. \qquad (4.9а)$$

Ва ниҳоят, қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги ҳаракатига тегишли содда-хусусий ҳолларни қараб чиқамиз:

а) ҳаракат текис айланма $(\vec{\beta} = 0,\ \vec{\omega} = \text{const})$ бўлса, унинг ҳаракат тенгламалари $\omega = \varphi/t$, $\varphi = \omega t$ кўринишда бўлади;

б) ҳаракат текис ўзгарувчан айланма $(\vec{\beta} = \text{const})$ бўлса, қуйидаги тенгламалар билан тавсифланади:

ҳаракатнинг бурчак тезланиши: $\beta = \frac{\omega_t - \omega_0}{t}$;

ҳаракатнинг оний бурчакли тезлиги: $\omega_t = \omega_0 + \beta t$;

ҳаракатнинг ўртача бурчак тезлиги: $<\omega> = \frac{\omega_0 + \omega_t}{2}$;

ҳаракатнинг бурчакли масофаси: $\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}$;

$$\varphi = <\omega> t = \frac{\omega_0 + \omega_t}{2} t; \quad \varphi = \frac{\omega_t^2 - \omega_0^2}{2\beta}.$$

Бу ерда, ω_0, ω_t —бошланғич ва охирги бурчак тезлиги, β —бурчак тезланиш, φ —бурчак масофа.

Юқорида баён қилинган қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракат тенгламалари математик нуқтаи назардан илгарилама ҳаракат тенгламалари билан бир хил кўринишга эга бўлгани учун, уларнинг ўзаро таққосланиш натижаларини қуйидаги 4.1-жадвалда келтирамиз:

4.1-жадвал

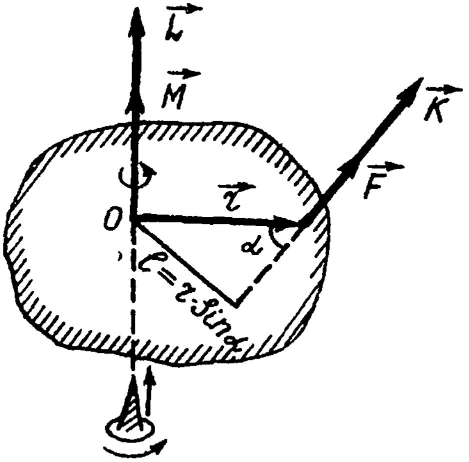
Илгариланма ҳаракат	Айланма ҳаракат
s —чизиқли масофа	φ —бурчакли масофа
v —чизиқли тезлик	ω —бурчак тезлик
a —чизиқли тезланиш	β —бурчак тезланиш
$< v >$—ўртача чизиқли тезлик	$< \omega >$—ўртача бурчак тезлик
Текис ҳаракат	
$v = \frac{s}{t};$	$\omega = \frac{\varphi}{t}.$
$s = vt.$	$\varphi = \omega t$
Текис ўзгарувчан ҳаракат	
$a = \frac{v_t - v_0}{t};$	$\beta = \frac{\omega_t - \omega_0}{t};$
$v_t = v_0 + a_t;$	$\omega_t = \omega_0 + \beta t;$
$< v >= \frac{v_0 + v_t}{2}.$	$< \omega >= \frac{\omega_0 + \omega_t}{2}.$
$s = v_0 t + \frac{at^2}{2};$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2};$
$s =< v > t = \frac{v_0 + v_t}{2} t$	$\varphi =< \omega > t = \frac{\omega_0 + \omega_t}{2} t;$
$s = \frac{v_t^2 - \omega_0^2}{2\beta}.$	$\varphi = \frac{\omega_t^2 - \omega_0^2}{2\beta}.$

4.2. ҚЎЗҒАЛМАС БОШ НУҚТАГА НИСБАТАН КУЧ МОМЕНТИ

Қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонунлари импульс моменти ва куч моменти тушунчалари билан чамбарчас боғлиқдир. Импульс ва куч векторларининг нуқтага ва ўққа нисбатан моментларини фарқлаш зарур. Уларни бир-бири билан алмаштирмаслик керак. Ҳар қандай векторнинг бирор нуқтага нисбатан моменти ҳам вектор катталикдир.

Айни шу векторнинг ўққа нисбатан моменти унинг шу ўқда ётувчи нуқтага нисбатан моментининг ўққа нисбатан проекциясидан иборат бўлгани учун ўққа нисбатан вектор моменти вектор катталик эмасдир.

Энди қаттиқ жисм бирор o нуқтасига нисбатан куч вектори $\vec{F}$ нинг ёки импульс вектори $\vec{P}$ нинг моментини қараб чиқайлик (4.3-расм). Бу нуқта бош нуқта ёки қутб



4.3-расм

деб аталади. Куч вектори билан устма-уст тушган чизиққа кучнинг таъсир чизиғи дейилади. 4.3-расмда кучнинг таъсир чизиғи пунктир чизиқ билан тасвирланган. Бу *0* нуқтадан $\vec F$ кучнинг қўйилиш нуқтасига йўналган $\vec r$ га радиус-вектор дейилади. Радиус-вектор $\vec r$ нинг $\vec F$ кучга вектор кўпайтмасига куч $\vec F$ нинг ихтиёрий қўзғалмас *0* нуқтага нисбатан моменти $\vec M$ деб айтилади

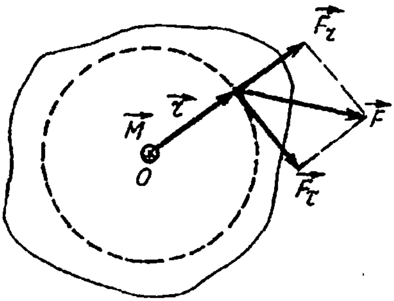
$$\vec M = \left[\vec r, \vec F\right]. \qquad (4.10)$$

Агар $\vec F$ кучнинг қўйилиш нуқтаси кучнинг таъсир чизиғи бўйича кўчирилса, $\vec M$ момент ўзгармас қолади. $\vec M$ моментнинг ўзгармаслиги унинг модулидан бевосита келиб чиқади. Ҳақиқатан ҳам, (4.10) дан $\vec M$ нинг модули:

$$M = \left|\left[\vec r, \vec F\right]\right| = Fr\sin\alpha = Fl = \text{const}. \qquad (4.11)$$

Бунда α катталик $\vec r$ ва $\vec F$ векторлар орасидаги бурчак. У вақтда куч таъсир чизиғида *0* нуқтагача бўлган $l = r\sin\alpha$ масофага $\vec F$ кучнинг *0* нуқтага нисбатан елкаси деб аталади.

Ҳақиқатан ҳам, (4.11) ифода куч таъсир чизиғида ётган $\vec F$ кучнинг 0 нуқтага нисбатан моменти ўзгармас қолади.



4.4-расм

Куч моменти билан унинг модулини ифодаловчи (4.10) ва (4.11) формулаларга бошқача кўриниш бериш мумкин. Бунинг учун $\vec F$ куч векторини иккита $\vec r$ радиус-вектор билан коллиеар $\vec F_r$ ва $\vec r$ га перпендикуляр йўналган $\vec F_\tau$ ташкил этувчиларга ажратамиз. 4.4-расмдаги чизмадан кўринадики, $\vec F$ кучнинг $\vec F_r$ ташкил этувчиси $\vec r$ радиус-вектор бўйлаб, $\vec F_\tau$ ташкил этувчиси эса ҳаракат траекториясига ўтказилган уринма бўйлаб йўналган. Шундай қилиб, $\vec F=\vec F_r+\vec F_r$ бўлгани учун (4.10)ни бундай кўринишда ёзамиз:

$$M[\vec r,\vec F]=[\vec r[\vec F_r+\vec F_\tau]]=[\vec r,\vec F_r]+[\vec r,\vec F_\tau].$$

Бунда биринчи қўшилувчи $[\vec r,\vec F_r]=0$ бўлади, чунки $\vec r$ ва $\vec F_r$ векторлари ўзаро параллел векторлардир. Демак, 0 нуқтага нисбатан куч моменти $\vec M$ ни

$$\vec M=[\vec r,\vec F_\tau]. \qquad (4.12)$$

кўринишда ёзиш мумкин: Бунда $\vec r$ ва $\vec F_\tau$ векторлар ўзаро перпендикуляр ($\alpha = 90°$) бўлгани учун $\vec M$ векторнинг модули

$$M=\left|[\vec r,\vec F_\tau]\right|=F_\tau r\sin\alpha=F_\tau r \qquad (4.12a)$$

бўлади. Агар (4.10) да $\vec F=\vec F_1+\vec F_2\cdots\vec F_n$ бўлса, вектор кўпайтманинг хоссасига биноан:

$$\begin{aligned}\vec M&=[\vec r,\vec F]=[\vec r(\vec F_1+\vec F_2+\cdots+\vec F_n)]=\\&=[\vec r,\vec F_1]+[\vec r,\vec F_2]+\cdots+[\vec r,\vec F_n],\end{aligned} \qquad (4.13)$$

ёки

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cdots + \vec{M}_n. \qquad (4.13а)$$

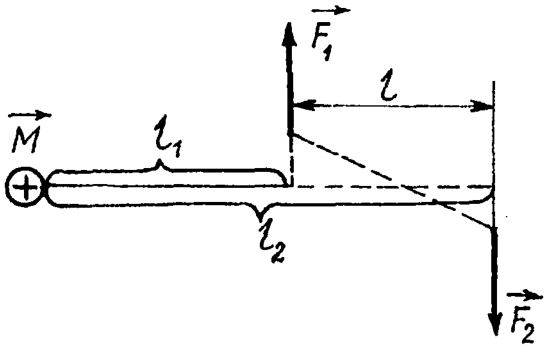
Шундай қилиб, бир нечта кучлар тенг таъсир этувчисининг қаттиқ жисмнинг бош нуқтасига нисбатан моменти кучларнинг шу нуқтага нисбатан ҳар бир куч моментларининг геометрик (вектор) йиғиндисига тенг.

Жуфт куч моменти. *Жуфт куч деб, бир тўғри чизиқда ётмаган, миқдор жиҳатдан тенг бўлган, қарама-қарши йўналган икки кучга айтилади.* Энг содда ҳолда O бош нуқта ва жуфт кучлар битта текисликда ётган бўлсин (4.5-расм). $\vec{F}_1$ ва $\vec{F}_2$ кучларнинг модули бир хил бўлиб, уни F билан белгилаймиз, яъни $\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = F$ бўлади. Жуфт кучнинг натижавий моменти М ва унинг модули қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \left[\vec{r}_1, \vec{F}_1\right] + \left[\vec{r}_2, \vec{F}_2\right]; \left|\vec{r}_1\right| = l_1, \left|\vec{r}_2\right| = l_2, \qquad (4.14)$$

ёки

$$M = M_2 - M_1 = \left|\vec{F}_2\right| l_2 - \left|\vec{F}_1\right| l_1 = Fl_2 - Fl_1 = F\left(l_2 - l_1\right) = Fl. \qquad (4.14а)$$



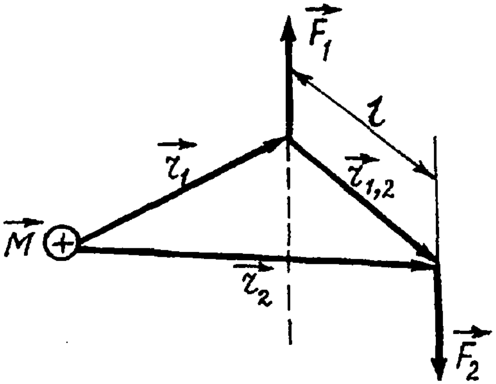
4.5-расм

Бу ерда l—кучлар таъсир чизиқлари орасидаги масофа бўлиб, у жуфт кучнинг елкаси дейилади.

Шундай қилиб, жуфт кучнинг исталган нуқтага нисбатан моменти $M = F \cdot l$ бўлиб, ўзгармасдир. Бу куч моменти 4.5-расмнинг орқа томонига қараб йўналган.

Энди *0* нуқта, $\vec{F}_1$ ва $\vec{F}_2$ жуфт кучларнинг қўйилиш нуқталари ихтиёрий равишда жойлашган бўлсин. Бу нуқтадан $\vec{F}_1$ ва $\vec{F}_2$ кучлар қўйилиш нуқталарининг радиус-векторлари $\vec{r}_1$ ва $\vec{r}_2$ бўлсин (4.6-расм). Жуфт куч $\vec{F}_1$ нинг йўналиш нуқтасидан $\vec{F}_2$ га $\vec{r}_{12}$ вектор ўтказамиз. Чизмадан кўринадики:

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_{12}. \qquad (4.15)$$



4.6-расм

Жуфт кучнинг моменти:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \left[\vec{r}_1, \vec{F}_1\right] + \left[\vec{r}_2, \vec{F}_2\right].$$

Бундаги $\vec{r}_2$ нинг ифодасини (4.15)га қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}_1, \vec{F}_1\right] + \left[(\vec{r}_1 + \vec{r}_{12})\vec{F}_2\right] = \left[\vec{r}_1, \vec{F}_1\right] + \left[\vec{r}_1, \vec{F}_2\right] + \left[\vec{r}_{12}, \vec{F}_2\right].$$

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ бўлгани ва биринчи иккита қўйилувчи $\left[\vec{r}_1, \vec{F}_1\right] + \left[\vec{r}_1, \vec{F}_2\right] = \left[\vec{r}_1 \vec{F}_1\right] - \left[\vec{r}_1, \vec{F}_1\right] = 0$ бўлгани учун

$$\vec{M} = \left[\vec{r}_{12}, \vec{F}_2\right]. \qquad (4.16)$$

ифода келиб чиқади. Шундай қилиб, жуфт кучлар моменти кучлар ётган текисликка перпендикуляр йўналган бўлиб, унинг сон қиймати кучлардан исталган биттаси модулининг елкасига кўпайтмасига тенг.

4.3. ҚЎЗҒАЛМАС ЎҚҚА НИСБАТАН КУЧ МОМЕНТИ

Агар жисм бирор бош O нуқтага нисбатан айланма ҳаракат қилаётган бўлса, жисм $\vec{F}$ куч ва O нуқта ётган текисликка перпендикуляр йўналган z ўқ атрофида, яъни берилган нуқтага нисбатан куч моментининг йўналиши билан устма-уст тушувчи ўқ атрофида айланма ҳаракат қилади. Куч моментининг катталиги кучнинг жисмни шу ўқ атрофида айлантириш қобилиятини тавсифлайди. Шундай қилиб, кучнинг ўқ атрофида айлантира олиш қобилияти кучнинг ўққа нисбатан моменти деб аталувчи физик катталик билан ифодаланади.

$\vec{F}$ кучнинг z ўққа нисбатан моменти $\vec{M}_z$ ни аниқлаш учун O нуқтага нисбатан куч моменти $\vec{M}$ вектори O нуқтага қўйилган бўлсин (4.7-расм). Расмдаги чизмала $\vec{F},\vec{r}$ ва $\vec{M}$ векторлар битта текисликда ётмайли, деб фараз қилайлик. O нуқта орқали ўтган z ўққа нисбатан $\vec{M}$ векторни иккита: $\vec{M}_z$ —ўққа параллел ва $M_\perp$ — ўққа перпендикуляр ташкил этувчиларга ажратамиз:

$\vec{M}_z$ моментнинг геометрик маъносини аниқлаш учун $\vec{r}$ ва $\vec{F}$ векторларни z ўққа перпендикуляр ва параллел ташкил этувчиларга ажратамиз: $\vec{r} = \vec{r}_\perp + \vec{r}_\parallel$; $\vec{F} = \vec{F}_\perp + \vec{F}_\parallel$. У вақтда M векторни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\vec{M} = \left[\vec{r},\vec{F}\right] = \left[\left(\vec{r}_\perp + \vec{r}_\parallel\right)\left(\vec{F}_\perp + \vec{F}_\parallel\right)\right] = \left[\vec{r}_\perp,\vec{F}_\perp\right] +$$
$$+ \left\{\left[\vec{r}_\perp,\vec{F}_\parallel\right] + \left[\vec{r}_\parallel,\vec{F}_\perp\right]\right\} + \left[\vec{r}_\parallel,\vec{F}_\parallel\right]$$

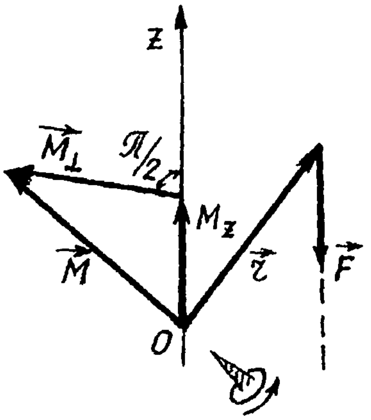
Бу ифола охирги ҳал $\left[\vec{r}_\parallel,\vec{F}_\parallel\right]$ —ўзаро параллел векторларнинг вектор кўпайтмасидан иборат бўлгани учун нолга тенг. Катта қавс ичидаги куч моментлар z ўққа тик бўлиб, унинг ўққа проекцияси ҳам нолга тенг. Бинобарин, M векторнинг z ўқига параллел бўлган ташкил этувчиси

$$M_z = \left[\vec{r}_\perp, \vec{F}_\perp\right]. \tag{4.17}$$

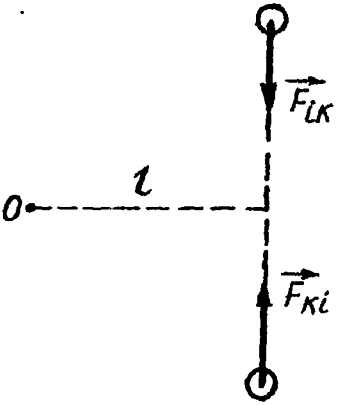
бўлади. (4.17) ифодадаги M_z куч моменти $\vec{F}$ кучнинг қаттиқ жисмнинг ўқи атрофида буралиш қобилиятини тавсифлайди.

Ўққа нисбатан куч моменти учун ҳам (4.13а) муносабат ўринли, яъни тенг тасир этувчи кучнинг момент $\vec{M}_z$ қўшилувчи кучларнинг ўша ўққа нисбатан моментлари $\vec{M}_{1z}, \vec{M}_{2z}, \cdots \vec{M}_{nz}$ нинг геометрик (вектор) йиғиндисига тенг:

$$\vec{M}_z = \vec{M}_{1_z} + M_{2_z} + \cdots \vec{M}_{nz} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{iz}. \tag{4.18}$$



4.7-расм



4.8-расм

Ички кучлар моментининг йиғиндиси. Соддалик учун массалари Δm_i ва Δm_k бўлган икки элементар жисмнинг ўзаро таъсир кучлари $\vec{F}_{ik}$ ва $\bar{F}_{xl}$ бўлсин (4.8-расм). Бу кучлар Ньютоннинг III қонунига биноан миқдор жиҳатдан тенг ва қарама-қарши йўналган. Уларнинг исталган O нуқтага нисбатан моментлари: $\vec{M}_{ik}$ ва $\vec{M}_{ki}$ миқдор жиҳатдан ўзаро тенг ва қарама-қарши йўналган. Шунинг учун ҳам ички кучларнинг моментлари жуфт-жуфт бўлиб, бир-бирини мувозанатлайди, яъни:

$$\vec{M} = \vec{M}_{ik} + \vec{M}_{ki} = 0. \qquad (4.19)$$

Шундай қилиб, қаттиқ жисмларнинг исталган системаси учун барча ички кучлар моментларининг йиғиндиси доим нолга тенг бўлади, яъни:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \vec{M}_{ik} = 0 \qquad (4.19а)$$

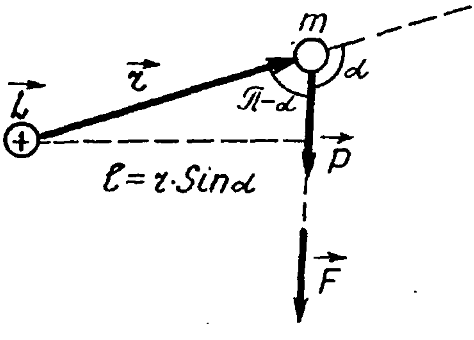
Бу ифода барча ички кучларнинг исталган нуқтага ва ўққа нисбатан моментларининг йиғиндиси учун ўринлидир. Куч моменти M нинг ўлчов бирлиги ва ўлчовлиги (dim) қуйидагига тенгдир.

$$|M| = |F \cdot l| = 1\text{Н}\cdot\text{м};$$

$$\dim M = \dim|F \cdot l| = MLT^{-2} \cdot L = L^2M \cdot T^{-2}.$$

4.4. МОДДИЙ НУҚТАНИНГ ИМПУЛЬС МОМЕНТИ ВА УНИНГ ЎЗГАРИШ ҚОНУНИ. ИМПУЛЬС МОМЕНТИНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Массаси m га тенг бўлган моддий нуқта $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётганда $\vec{P}$ импульсга эга бўлади. *Мазкур моддий нуқта импульси $\vec{P}$ нинг ихтиёрий қўзғалмас 0 нуқтага нисбатан импульс моменти деб, $\vec{r}$ радиус $\vec{P}$ импульс векторларининг кўпайтмасига тенг бўлган физик катталикка айтилади* (4.9-расм), яъни:



4.9-расм

$$\vec{L} = [\vec{r}.\vec{P}] = [\vec{r}\cdot(m\vec{v}1)] = m[\vec{r}.\vec{v}]. \qquad (4.20)$$

Импульс моменти вектори $\vec{L}$ нинг йўналиши парма қоидаси асосида аниқланади: $\vec{r}$ *радиус* $\vec{P}$ *импульс векторлари ётган текисликка перпендикуляр равишда 0 нуқтага жойлаштирилган парма дастасининг айланма йўналиши импульс* $\vec{P}$ *нинг йўналиши билан мос тушганда унинг илгариланма ҳаракат йўналиши импульс моменти* $\vec{L}$ *нинг йўналишини кўрсатади* (4.9-расм).

(4.20) дан импульс моменти $\vec{L}$ нинг модули қуйидагига тенг бўлади:

$$|\vec{L}| = |[\vec{r}.\vec{P}]| = rP\,\mathrm{sm}\,\alpha = lP = lmv. \qquad (4.21)$$

Импульс моменти $\vec{L}$ нинг ўлчов бирлиги ва ўлчамлиги қуйидагига тенг:

$$|L| = |lmv| = м\cdot кг\,{}^{м}/_{c} = кг\,{}^{м^2}/_{c};$$

$$\dim L = \dim|lmv| = LMLT^{-1} = L^2MT^{-1};$$

Энди моддий нуқта импульс моментининг ўзгариш қонунининг метематик ифодасини топиш учун (4.20) ифодадан вақт бўйича ҳосила олайлик:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}[\vec{r},\vec{P}] = \left[\frac{d\vec{r}}{dt},\vec{P}\right] + \left[\vec{r},\frac{d\vec{P}}{dt}\right]. \qquad (4.22)$$

Бунда $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ ва $\frac{dp}{dt} = \vec{F}$ бўлгани учун (4.22)ни бундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{v},\vec{P}] + [\vec{r},\vec{F}]. \qquad (4.23)$$

Бу ифоданинг ўнг томонидаги биринчи ҳад $[\vec{v},\vec{P}]$ параллел векторларнинг вектор кўпайтмаси сифатида нолга тенгдир. Шунинг учун (4.23 а) ифода

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{r},\vec{F}] = \vec{M} \qquad (4.24)$$

кўринишга келади. Бундан

$$d\vec{L} = \vec{M}dt. \qquad (4.24а)$$

Бу ифода моддий нуқта импульс моментининг ўзгариш қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади: *моддий нуқта импульсининг бирор нуқтага нисбатан моментининг ўзгариши шу моддий нуқтага таъсир қилувчи кучнинг о нуқтага нисбатан моментининг импульсига тенг.*

Агар (4.24а) да $\vec{M} = 0$ бўлса, импульс моменти сақланиш қонунининг математик ифодаси келиб чиқади:

$$d\vec{L} = 0;\ \vec{L} = \left[\vec{r},\vec{P}\right] = \left[\vec{r},m\vec{v}\right] = \text{const}. \qquad (4.25)$$

Бу қонунни қуйидагича таърифлаш мумкин: *ихтиёрий нуқта атрофида айланма ҳаракат қилаётган моддий нуқтага ташқи куч моменти таъсир этмаса, у ўзининг импульс моментини миқдор ва йўналиш жиҳатдан ўзгармас сақлайди.*

4.5. МОДДИЙ НУҚТАЛАР СИСТЕМАСИНИНГ ИМПУЛЬС МОМЕНТИ ВА УНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Фараз қилайлик, *n* та моддий нуқтадан ташкил топган система *о* нуқта атрофида айланма ҳаракат қилаётган бўлсин. 2.7-темада қараб чиқилганидек, нуқталарга таъсир этувчи кучларни ички ва ташқи кучларга ажратамиз. У вақтда *i*—моддий нуқтага таъсир этувчи ташқи ва ички кучнинг моментларини мос равишда $\vec{M}_1$ ва $\vec{M}_i^{\text{ички}}$ билан ифодалаймиз. У вақтда (4.21) тенгламани, ички кучларни назарга олган ҳолда

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_1 + \vec{M}_i^{\text{ички}},\ (i = 1,2,3,\ldots,n).$$

кўринишда ёзиш мумкин: Бу ифода бир-биридан *i* индекс билан фарқ қилувчи *n* та тенглама тўпламидан иборат бўлиб, улар бир-бирига қўшилса,

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n}\vec{M}_i + \sum_{i=1}^{n}\vec{M}_i^{\text{ички}}. \qquad (4.26)$$

бўлади. Бу тенгламанинг чап томонидаги йиғинди ифода:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i,\vec{P}_i\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i,(m_i\vec{v}_i)\right]. \qquad (4.27)$$

моддий нуқталар системасининг бирор *о* нуқтага нисбатан импульс моментидир.

(4.26) формуланинг ўнг томонидаги иккинчи йиғинди ички (қарама-қарши) кучлар моментларининг йиғиндисидан иборат бўлгани учун нолга тенг: $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i^{\text{ички}} = 0.$ У ҳолда, тенгламани

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \vec{M}. \qquad (4.28)$$

кўринишда ёзиш мумкин: Агар моддий нуқталар системасига ташқи куч моменти таъсир этмаса, яъни $\vec{M} = 0$ бўлса, ундай системага изоляцияланган ёки ёпиқ система дейилади. Шундай қилиб, ёпиқ система учун (4.25) тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$d\vec{L} = 0 \text{ ёки } \vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \left[\vec{r}_1, \vec{P}_1\right] = \sum_{i=1}^{n} \left[\vec{r}_1, \left(m_1 \vec{v}_1\right)\right] = \text{const} \qquad (4.29)$$

Бу формула моддий нуқталар системаси учун импульс моменти сақланиш қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади: *ёпиқ системадаги моддий нуқталар импульс моментлари геометрик (вектор) йиғиндиси ҳар доим ўзгармас қолади.*

Энди жисмнинг ўққа нисбатан импульс моментини қараб чиқамиз.

Импульс $\vec{P}$ *нинг* z *ўққа нисбатан моменти деб, 0 нуқтага нисбатан* $\vec{L}$ *импульс моментининг шу ўқдаги ташкил этувчиси* $\vec{L}_z$ *га айтилади* (4.9-расм):

$$\vec{L}_z = \left[\vec{r}_1 \vec{P}\right]_z. \qquad (4.30)$$

Куч $\vec{F}$ нинг z ўққа нисбатан моментини ифодаловчи (4.17) формулани чиқаришдаги мулоҳазаларни такрорлаб қуйидагига эга бўламиз:

$$\vec{L}_z = \left[\vec{r}_\perp, \vec{P}\right] = \left[\vec{r}_\perp, \left(m\vec{v}_z\right)\right] = m\left[\vec{r}_\perp, \vec{v}_\perp\right]. \qquad (4.31)$$

Бунда $\vec{r}_\perp$—радиус-вектор $\vec{r}$ нинг z ўққа перпендикуляр ташкил этувчиси, $\vec{P}_\perp$ эса $\vec{P}$ векторнинг z ўқ ва m моддий нуқта орқали ўтувчи текисликка перпендикуляр ташкил этувчиси, $\bar{v}_r$ —моддий нуқтанинг чизиқли ҳаракат тезлиги.

Қўзғалмас z ўққа нисбатан импульс моменти $\bar{L}_z$ нинг вақтга қараб ўзгаришини аниқлаш учун (4.30) ифодани вақт бўйича дифференциаллаб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{d\bar{L}_z}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\vec{r}_1\vec{P}\right]_z=\left[\frac{d\vec{r}_1}{dt},\vec{P}_z\right]+\left[\vec{r}_1\frac{d\vec{P}}{dt}\right]=\left[\vec{v}_1\vec{P}_z\right]+\left[\vec{r}_1\vec{F}_z\right]_z.$$

Бу ифодада биринчи қўшилувчиси $\left[\vec{v}_1\vec{P}_z\right]=0$, чунки у бир хил йўналган икки векторнинг вектор кўпайтмасидан иборат, $\frac{d\vec{p}}{dt}$ катталик Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан $\frac{d\vec{p}}{dt}$ жисмга таъсир этувчи $\vec{F}$ кучга тенг бўлиб, $\left[\vec{r}_1\vec{F}\right]$ эса куч моменти $\vec{M}$ га тенг. Шундай қилиб, юқоридаги ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{d\vec{L}_z}{dt}=\left[\vec{r},\vec{F}_1\right]_z=\vec{M} \tag{4.32}$$

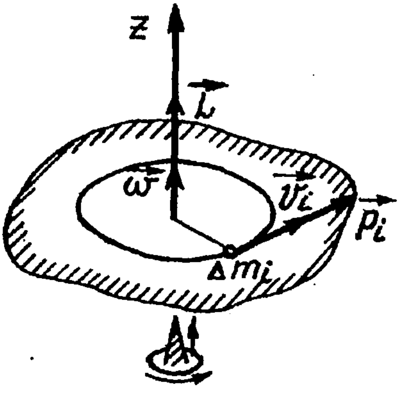
Энди n та моддий нуқталардан ташкил топган система берилган бўлсин, у вақтда бундай система учун ёзилган момент тенгламаси (4.28) нинг чап ва ўнг томонларидаги векторларнинг z ўқи бўйича ташкил этувчиларини олиб, қуйидаги муносабатни ёзамиз:

$$\frac{d\vec{L}_z}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_{zi}=\vec{M}_z. \tag{4.33}$$

Шуни қайд этиш керакки, моддий нуқталарга таъсир қилувчи ташқи кучларнинг o бош нуқтага нисбатан натижавий моменти нолдан фарқли $\left(\vec{M}\neq 0\right)$ бўлиб, унинг бирор z ўқлаги ташкил этувчиси $\vec{M}_z$ нолга тенг бўлиб қолиши мумкин. У вақтда (4.33) ифодага биноан, импульс моментининг z ўқи бўйича йўналган ташкил этувчиси $\vec{L}_z$ ўзгармас $\left(\vec{L}=\text{const}\right)$ қолади.

4.6. ҚАТТИҚ ЖИСМ АЙЛАНМА ҲАРАКАТ ДИНАМИКАСИНИНГ АСОСИЙ ТЕНГЛАМАСИ

Ўққа нисбатан моментлар тенгламалари (4.30) ва (4.32) ни айланма ҳаракатга қўллаймиз. Фараз қилайлик, қаттиқ жисм z айланма ўқ атрофида $\vec{\omega}$ бурчакли тезлик билан айланма ҳаракат қилаётган бўлсин (4.10-расм). Шу қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракатини фикран n та элементар бўлаклардан иборат моддий нуқталарга ажратиб қараб чиқамиз (4.10-расм). Қаттиқ жисмнинг Δm_i массали элементар бўлакчаси z айланиш ўқидан r_i масофада бўлсин. $\vec{\omega}$ бурчакли тезлик билан айланаётган қаттиқ жисмнинг Δm_i массали бўлакчасининг $\vec{v}_i$ чизиқли тезлиги ва $\dot{p}_i$ импульсини



4.9-расм

$$v_i = \omega r_i \text{ ва } P_i = \Delta m_i v_i = \Delta m_i r_i \omega .$$

кўринишда ёзамиз. У вақтда жисмнинг i—элементар бўлакчаси Pi импульсининг ўққа нисбатан импульс моменти:

$$L_{zi} = P_i r_i = \Delta m_i r_i \omega \cdot r_i = \Delta m_i r_i^2 \omega . \qquad (4.34)$$

Бу ифодани барча элементар бўлакчалар бўйича қўшиб, ω умумий кўпайтувчини йиғинди остидан чиқариб юборилса, қаттиқ жисмнинг z ўққа нисбатан импульс моменти ҳосил бўлади:

$$L_z = \Delta m_1 r_1^2 \omega + \Delta m_2 r_2^2 \omega + \cdots + \Delta m_n r_n^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 . \qquad (4.35)$$

Бу ерда йиғинди қаттиқ жисмнинг барча элементар бўлакчалар бўйича олинган бурчакли тезлик ω қаттиқ жисмнинг барча бўлакчалари учун бир хил бўлгани учун йиғинди ишорасидан ташқарига чиқарилган. Бу йиғинди остидаги $\Delta m_i r_i^2$ ифода мазкур Δm_i элементар бўлакча учун ўзгармас катталик бўлиб, унга элементар бўлакчанинг z айланиш ўқига нисбатан инерция моменти дейилиб, I_{zi} ҳарфи билан белгиланади:

$$I_{zi}=\Delta m_i r_i^2. \qquad (4.36)$$

Шундай қилиб, *элементар бўлакчанинг z айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I_{zi} деб, унинг массаси Δm_i нинг айланиш радиуси r_i квадрати кўпайтмасига тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

Қаттиқ жисмнинг z ўққа нисбатан инерция моменти I_z эса, ундаги барча элементар бўлакчалари инерция моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$I_z=\sum_{i=1}^{n} I_{zi}=\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i r_i^2. \qquad (4.37)$$

Қаттиқ жисмнинг z ўққа нисбатан инерция моменти (4.37) ҳисобга олинса, (4.35) қуйидаги кўринишга келади:

$$L_z=I_z\omega \text{ ёки } \vec{L}_z=I_z\vec{\omega}. \qquad (4.38)$$

Шундай қилиб, *қаттиқ жисмнинг z айланиш ўқига нисбатан импульс моменти $\vec{L}_z$ шу ўққа нисбатан инерция моменти I_z нинг бурчак тезлик $\vec{\omega}$ га кўпайтмасига тенгдир.*

$\vec{L}_z$ нинг (4.38) ифодаси (4.35) га қўйилса,

$$\frac{dL_z}{dt}=\frac{d\left(I_z\vec{\omega}\right)}{dt}=M_z. \qquad (4.39)$$

бўлади. Қаттиқ жисмнинг z ўққа нисбатан инерция моменти I_z ўзгармас катталик бўлганидан, уни ҳосила белгисидан ташқарига чиқариш мумкин:

$$I_z\cdot\frac{d\vec{\omega}}{dt}=M_z \qquad (4.39а)$$

Шундай қилиб, *қаттиқ жисмнинг z айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I_z нинг $\frac{d\vec{\omega}}{dt}=\vec{\beta}$ бурчак тезланишига* *кўпайтмаси ташқи кучнинг шу ўққа нисбатан натижавий куч моменти* $\vec{M}_z$ *га тенг:*

$$I_z\vec{\beta} = \vec{M}_z \qquad (4.40)$$

Бу формула *қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси ёки* $m\vec{a} = \vec{F}$ *тенгламага ўхшаш бўлганидан, баъзан, қаттиқ жисм айланма ҳаракати учун Ньютон иккинчи қонунининг математик ифодаси ҳам дейилади.*

4.7. ИМПУЛЬС МОМЕНТИНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Юқоридаги қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси (4.39)

$$\frac{d\vec{L}_z}{dt} = \frac{d(I_z\vec{\omega})}{dt} = \vec{M}_z.$$

га мурожаат қилайлик. Бунда қаттиқ жисмнинг айланиш ўқига нисбатан импульс моментининг ўзгариши $d(I_z\vec{\omega})$ куч моменти импульси $\vec{M}_z dt$ га тенг:

$$d\vec{L}_z = d(I_z\vec{\omega}) = \vec{M}_z dt \qquad (4.41)$$

Агар айланиш ўқига эга бўлган жисмга ташқи кучлар бутунлай таъсир қилмаса, ёки уларнинг тенг таъсир этувчисининг айланиш ўқига нисбатан куч моменти $\vec{M}_z = 0$ бўлса:

$$d\vec{I}_z = d(\vec{I}_z\omega) = \vec{M}_z dt = 0.$$

Математикадан маълумки, бирор катталикнинг ўзгариши $d\vec{I}_z$ нолга тенг бўлса, у катталик $\vec{I}_z$ ўзгармас қолади. Шундай қилиб,

$$\vec{L}_z = I_z\omega = \text{const}- \qquad (4.42)$$

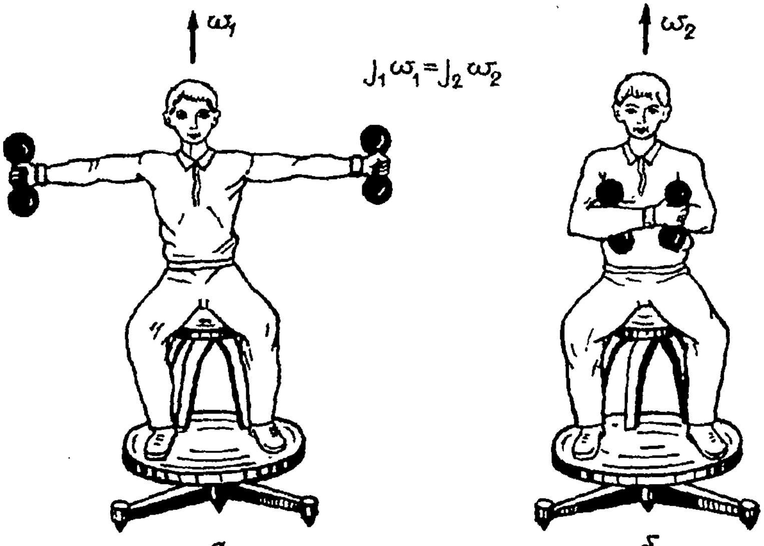
Бу ифода импульс моменти сақланиш қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади: *айланиш ўқига эга бўлган қаттиқ жисмга кучлар таъсир этмаса ёки уларнинг айланиш ўқига нисбатан куч моментларининг* *йиғиндиси нолга тенг бўлса, қаттиқ жисмнинг айланиш ўқига нисбатан импульс моменти миқдор ва йўналиш жиҳатдан ўзгармас қолади.*

Импульс моментининг сақланиш қонунини ифодаловчи баъзи мисолларни келтирамиз.

Жисмнинг z ўққа нисбатан инерция моменти ўзгармас қолганда, $I_z = \text{const}$, мазкур жисм ўзгармас бурчак тезлик $(\bar{\omega} = \text{const})$ билан ҳаракатланади.

Жисмнинг инерция моменти I_z нинг ўзгариши унинг бурчак тезлиги $\bar{\omega}$ нинг ўзгаришига сабаб бўлади. Хусусан, жисмнинг инерция моменти I_z ортса, бурчак тезлиги $\bar{\omega}$ эса камаяди ва аксинча. Бунга шарикоподшипникда эркин айлана оладиган курси (Жуковский скамьяси)да турган гантель ушлаган одам қулочини ёзганда секинроқ айлана бошлайди, қўлларини кўкрагига босганда эса тезроқ айлана бошлайди (4.11-расм), чунки одам қўлларини йиғса, унинг инерция моменти камаяди, яъни $I_{z2} < I_{z1}$. Натижада бурчак тезлиги ортади $(\omega_2 > \omega_1)$. У вақтда (4.42) га асосан,

$$I_{z1}\bar{\omega}_1 = I_{z2}\bar{\omega}_2 = \text{const}. \qquad (4.42\ \text{а})$$



а

б

4.11-расм

муносабатни ёзиш мумкин. Яна бир мисол келтирамиз: конькида учувчи ўз танига тезланиш бериш учун бошланғич туртки пайтида қўл ва оёқларини ташқарига узатади, сўнгра тўғриланиб, қўлларини танасига ёпиштириш ва оёқларини бирлаштириш билан вертикал ўққа нисбатан инерция моментини кескин камайтириши натижасида худди «пилдироқ»дек айлана бошлайди.

4.8. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ. ГЮЙГЕНС – ШТЕЙНЕР ТЕОРЕМАСИ

Жисмнинг инерция моментини ҳисоблаш учун уни жуда кичик dm массали чексиз кўп бўлакчаларга ажратиб қараб чиқамиз. У вақтда қаттиқ жисмнинг z айланиш ўқига нисбатан инерция моментини ифодаловчи (4.37) формула интеграл кўринишга келади:

$$I_z = \lim_{\Delta m \to 0} \sum_{i=1}^{n} r_i^2 \Delta m = \int r^2 dm. \qquad (4.43)$$

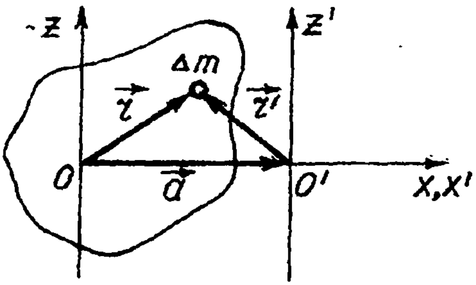
Қаттиқ жисмнинг инерция моменти унинг ҳажми бўйича массанинг тақсимланишига боғлиқ бўлгани учун, dm массани модданинг оний зичлиги ρ орқали ифодалаймиз: $dm = \rho dv$.

Бу элементар масса dm нинг ифодасини (4.43)га қўйилса, симметрик геометрик шаклга эга бўлган қаттиқ жисмларнинг марказий айланиш ўқи z га нисбатан инерция моменти I_0 ни осонгина ҳисоблашга имкон берадиган

$$I_0 = \int \rho r^2 dv \qquad (4.44)$$

формула келиб чиқади: бунда r—қаттиқ жисмнинг z марказий айланиш ўқидан элементар масса dm гача бўлган масофаси.

Қаттиқ жисмнинг массалар марказидан ўтмайдиган ўққа нисбатан инерция моменти. Агар (4.44) формула асосида массалар марказидан ўтувчи z ўққа нисбатан инерция моменти I_0 маълум бўлса, у ҳолда унга параллел бўлган исталган z' ўққа нисбатан инерция моменти I ни Гюйгенс —Штейнер теоремаси асосида осонгина аниқлаш мумкин. Бу z ва z' ўқлар o ва o' нуқталардан ўтиб, ўзаро



4.12-расм

параллел бўлсин (4.12-расм). Бу ўқларнинг координат бошларига нисбатан dm элементар массанинг радиус-векторлари мос равишда r ва $\vec r'$ бўлсин. У ҳолда чизмадан $\vec r' = \vec r - \vec a$ бўлади, бу ерда $\vec a$ — вектор $0\vec{0}'$ радиус-векторни билдиради. У вақтда $(\vec r')^2 = (\vec r - \vec a)^2 = r^2 - 2(\vec r \cdot \vec a) + a^2$ вектор амалини бажариш мумкин: У ҳолда z' ўққа нисбатан қаттиқ жисмнинг инерция моменти

$$I = \int r'^2 dm = \int \left[r^2 - 2(\vec a . \vec r) + a^2\right] dm = \int r^2 dm +$$
$$+ a^2 \int dm - 2\left(\vec a \int \vec r dm\right)$$

бўлади. Бу ифоданинг ўнг томонидаги биринчи интеграл қаттиқ жисмнинг массалар маркази 0дан z ўққа нисбатан инерция моменти $\int r^2 dm = I_0$ ни беради. Охирги интегрални $\int \vec r dm = mR_c$ кўринишда ёзиш мумкин. Бунда R_c—жисмлар массалар марказининг радиус-вектори. Шундай қилиб, қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$I = I_0 + ma^2 - 2m\left(\vec a_1 \cdot \vec R_c\right). \tag{4.45}$$

Қаттиқ жисмнинг массалар маркази 0 нуқта 0' билан устма-уст тушганлиги учун $\vec R_c = 0$ бўлади ва (4.43) формула бундай кўринишга келади:

$$I = I_0 + ma^2. \tag{4.46}$$

Бу формула Гюйгенс-Штейнер (1796—1863) теоремасининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади: *қаттиқ жисмнинг бирор ўққа нисбатан инерция моменти I унинг массалар марказидан ўтувчи парраллел ўққа нисбатан инерция моменти билан* ma^2 *катталикнинг қўшилишига тенгдир, бунда* $\vec{a}$ *—ўқлар орасидаги масофа.*

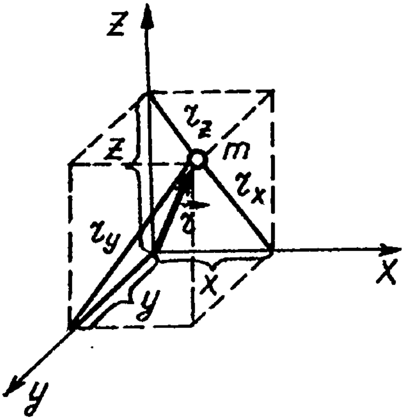
Қаттиқ жисмнинг координат боши 0 га X,У,Z ўқларига нисбатан инерция моментининг ўзаро боғланиши. Жисмнинг ўққа нисбатан инерция моментини кўпинча унинг нуқтага нисбатан инерция моменти орқали осонгина ҳисоблаш мумкин. *Жисмнинг 0 нуқтага нисбатан инерция моменти I деб, жисмни ташкил қилган элементар массалар* Δm_i *нинг улардан о нуқтагача бўлган* $\vec{r}_i$ *масофа квадрати кўпайтмаларининг йиғиндисига айтилади.*

$$I_o = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 . \qquad (4.47)$$

Масса узлуксиз тақсимланган бўлса, (4.47) ифода интеграл кўринишга келади:

$$I_o = \int r^2 dm. \qquad (4.47a)$$

Аввало соддалик учун, координаталари X,У,Z ва массаси m бўлган моддий нуқтанинг координат боши ва ўқларига нисбатан инерция моментларини қараб чиқамиз (4.13-расм). Моддий нуқтанинг координат бошигача ва X,У,Z ўқларигача бўлган масофалар: r, r_x, r_y, r_z нинг квадратлари мос равишда:



4.13-расм

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2;$$

$$r_x^2 = y^2 + z^2; \quad r_y^2 = x^2 + z^2; \quad r_z^2 = x^2 + y^2 :$$

Кординат боши ва ўқларига нисбатан моментлари эса:

$$I_o = mr^2 = m\left(x^2 + y^2 + z^2\right); \qquad (4.48)$$

$$I_x = mr_x^2 = m\left(y^2 + z^2\right);\ I_y = mr_y^2 = m\left(x^2 + z^2\right); \qquad (4.48а)$$
$$I_z = mr_z^2 = m\left(x^2 + y^2\right);$$

Координат ўқларига нисбатан инерция моментлар I_x, I_y, I_z ни қўшиб юборилса

$$I_x + I_y + I_z = m\left(y^2 + z^2\right) + m\left(x^2 + z^2\right) + m\left(x^2 + y^2\right) = \qquad (4.49)$$
$$= 2m\left(x^2 + y^2 + z^2\right).$$

бўлади. Лекин бу ифоданинг ўнг томони (4.46) га биноан $2m\left(x^2 + y^2 + z^2\right) = 2\,I_0$ бўлгани учун:

$$I_x + I_y + I_z = 2I_o. \qquad (4.50)$$

Бу муносабат фақат битта моддий нуқта учун эмас, балки ихтиёрий қаттиқ жисм учун ҳам ўринлидир, чунки қаттиқ жисмни моддий нуқталар тўплами деб қараш мумкин. Шундай қилиб, *қаттиқ жисмнинг битта нуқтада кесишувчи учта ўзаро перпендикуляр ўқларга нисбатан инерция моментларининг йиғиндиси мазкур қаттиқ жисмнинг шу нуқтага нисбатан иккиланган инерция моментига тенгдир.*

4.9. ГЕОМЕТРИК ШАКЛЛИ БАЪЗИ ЖИСМЛАРНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ

Ҳар қандай қаттиқ жисмнинг марказий ўқига нисбатан инерция моментини юқорида чиқарилган

$$I = \int \rho r^2 dv. \qquad (4.51)$$

формула асосида осонгина ҳисоблаш мумкин. ρ —марказий ўқдан r масофадаги жисмнинг зичлиги, dv — жисмнинг элементар ҳажми.

1. Ингичка бир жинсли стерженнинг марказий ўқига нисбатан инерция моменти (4.14-расм). Стерженнинг ўқидан r масофада узунлиги dr, ҳажми $dv = sdr$ (бунда s—стерженнинг кўндаланг кесим юзи) бўлган элементар бўлакча ажратиб оламиз. Стержен бир жинсли $(\rho = \mathrm{const})$ қаттиқ жисм бўлгани учун унинг марказий ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблаш амали (4.47) интегрални ҳал қилишга олиб келади:

$$I_o = \int_{-l/2}^{+l/2} \rho r^2 s dr = \rho s \int_{-l/2}^{+l/2} r^2 dr = \frac{\rho s}{3} r^3 \Big|_{-l/2}^{+l/2} =$$

$$= \frac{\rho s}{3}\left[\left(\frac{l}{2}\right)^3 + \left(\frac{l}{2}\right)^3\right] = \frac{\rho s}{3}\cdot\frac{l^3}{4} = \frac{1}{12}\rho\cdot(sl)\cdot l^2$$

Ниҳоят, зичлик ρ нинг стержен ҳажми $v = sl$ га кўпайтмаси унинг массаси m га тенг, яъни $m = \rho sl$ бўлгани учун:

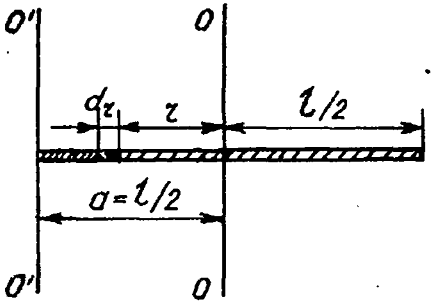
$$I' = \frac{1}{12} ml^2 . \qquad (4.52)$$

Стерженнинг бир учидан ўтган $O'O'$ ўққа нисбатан инерция моменти I ни Гюйгенс-Штейнер теоремаси (4.44) дан фойдаланиб осонгина аниқлаш мумкин (4.14-расм). OO ва $O'O'$ ўқлар орасидаги масофа $a = l/2$ га тенг бўлгани учун (4.50) дан қуйидагини топамиз:

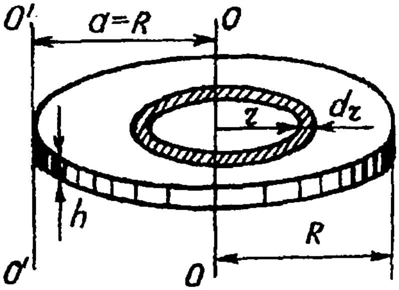
$$I = I_o + ma^2 = \frac{1}{12} ml^2 + \frac{1}{4} ml^2 = \frac{1}{3} ml^2 . \qquad (4.52a)$$

Бу ифода (4.42) формула асосида осонгина чиқарилади.

2. Юпқа бир жинсли дискнинг марказий ўқига нисбатан инерция моменти. Бир жинсли $(\rho = \mathrm{const})$ дискнинг текислигига перпендикуляр ва марказидан ўтувчи OO ўққа



4.14-расм



4.15-расм

нисбатан инерция моменти I_o ни топайлик (4.15-расм). Бунинг учун дискни dr қалинликдаги ҳалқасимон қатламга бўлиб чиқамиз. Бу қатламнинг ҳажми dv га $dv = h2\pi rdr$, тенг бўлади, бунда h—дискнинг қалинлиги. У вақтда (4.42) га асосан дискнинг OO ўққа нисбатан инерция моменти I_o учун қуйидаги ифода келиб чиқади.

$$I_o = \int_o^R \varrho\, r^2 h 2\pi\, rdr = 2\pi\, h\varrho \int_o^R r^3 rd = 2\pi\, h\varrho \frac{r^4}{4}\Bigg|_o^R = 2\pi\, h\varrho \frac{r^4}{4}.$$

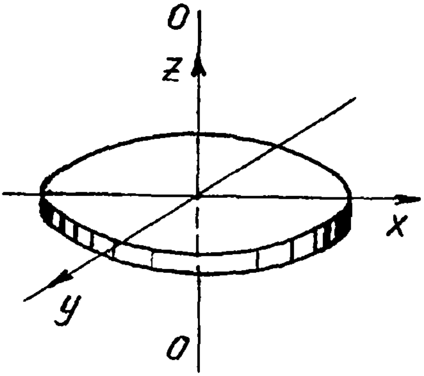
Бунда зичлик ρ нинг диск ҳажми $v = h\pi R^2$ га кўпайтмаси дискнинг массаси m га тенг, яъни $m = \rho v = \rho h\pi R^2$ бўлгани учун

$$I_o = \frac{mR^2}{2}. \qquad (4.53)$$

Дискнинг қиррасидан ўтган $o'o'$ ўққа нисбатан инерция моменти I ни Гюйгенс-Штейнер теоремасига биноан осонгина аниқлаш мумкин. 4.15-расмдан кўринадики, OO ва $O'O'$ ўқлар орасидаги масофа $a = R$ бўлгани учун(4.46) га асосан дискнинг $O'O'$ ўққа нисбатан инерция моменти

$$I = I_o + ma^2 = \frac{mr^2}{2} + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2 \qquad (4.53а)$$

бўлади: Ва ниҳоят, дискнинг диаметри билан устма-уст тушувчи X ўққа нисбатан инерция моменти I_x ни (4.48)



4.16-расм

формула асосида осонгина аниқлаш мумкин (4.16-расм). Дискнинг *OO* нуқталардан ўтувчи z ўққа нисбатан инерция моменти

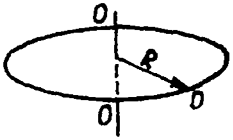
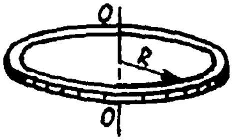
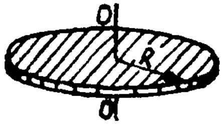
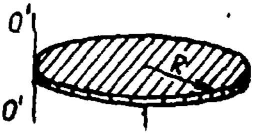
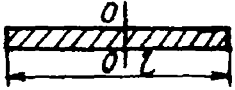
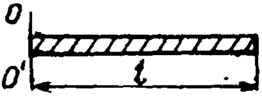
$$I_o = I_z = \frac{mR^2}{2} \text{ га тенг.}$$

Иккинчи томондан, дискнинг симметриялиги сабабли $I_x = I_y$ бўлгани учун (4.50)га асосан $I_x + I_y + I_z = 2I_o$ ифодани $2I_x + I_z = 2I_z$ ёки $2I_x = I_z$ кўринишда ёзиш мумкин. Бундан I_x ни аниқлаб, I_z нинг ифодаси ўрнига қўйилса, дискнинг диаметри бўйлаб йўналган *X* ўққа нисбатан инерция моменти:

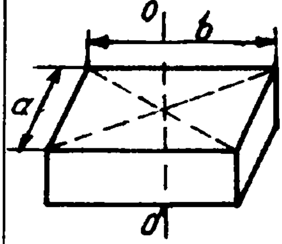
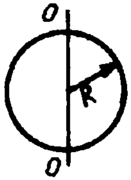
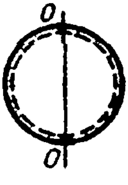
$$I_x = \frac{I_z}{2} = \frac{mR^2}{4}. \qquad (4.53б)$$

4.2-жадвалда (4.44), (4.46) ва (4.50) формулалар асосида чиқарилган геометрик шаклли баъзи қаттиқ жисмларнинг инерция моментларини ҳисоблаш формулалари келтирилган.

4.2-жадвал

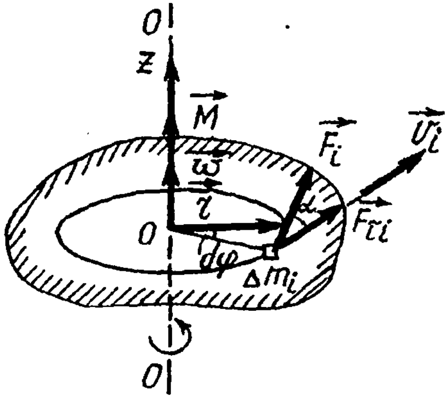
Тар. №	Жисмнинг номи ва шакли	Ўқнинг ҳолати	Инерция моменти
1	Моддий нуқта 	Симметрия ўқи	$I_0 = mR^2$
2	Гардиш 	Симметрия ўқи	$I_0 = mR^2$
3	Цилиндр 	Симметрия ўқи	$I_0 = \frac{mR^2}{2}$
		Диск қиррасидан ўтган ўқ	$I = \frac{3}{2} mR^2$
		Дискнинг диаметри бўйича йўналган ўқ	$I_x = \frac{1}{4} mR^2$
4	Ингичка стержень 	Симметрия ўқи	$I_0 = \frac{1}{4} mR^2$
		Стерженнинг бир учидан ўтган ўқ	$I = \frac{3}{2} mR^2$

4.2-жадвал (давоми)

Тар. №	Жисмнинг номи ва шакли	Ўқнинг ҳолати	Инерция моменти
5	Параллелепипед 	Симметрия ўқи	$I_0=\frac{1}{12}m\left(a^2+в^2\right)$
6	Шар 	Симметрия ўқи	$I_0=\frac{2}{5}mR^2$
7	Сфера 	Симметрия ўқи	$I_0=\frac{3}{2}mR^2$

4.10. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ АЙЛАНМА ҲАРАКАТИДА ТАШҚИ КУЧНИНГ БАЖАРГАН ИШИ

Қаттиқ жисм қўзғалмас z ўқ атрофида айланаётган бўлсин (4.17-расм). Унинг dm_i массали i элементар бўлакчасига $\vec{F}_i$ куч таъсир қилаётганда, dt вақт ичида i— элементар бўлакча $ds_i = r_i d\varphi$ масофани ўтсин, бунда ri— элементар бўлакчанинг айланиш радиуси, $d\varphi$ —эса унинг вақт ичида ўтган бурчак масофаси. Бу масофада dm_i элементар массани кўчиришда $\vec{F}_i$ кучнинг бажарган иши dA_i кучнинг $\vec{F}_{\tau i}$ тангенциал ташкил этувчининг ds_i масофага кўпайтмасига тенг:



4.14-расм

$$dA_i = F_{\tau i} ds_i = F_{\tau i} r_i d\varphi .$$

Бунда $(F_{\tau i} r_i .)$ катталик $\vec{F_i}$ кучнинг z ўққа нисбатан куч моментининг модули $|\vec{M}_{zi}|$ га тенгдир, Демак:

$$dA_i = \pm|\vec{M}_{zi}| d\varphi . \qquad (4.53)$$

Элементар бурилиш бурчаги $d\varphi$ ни аксиал вектор $d\vec{\varphi}$, яъни ўқ бўйлаб йўналган вектор деб қараш мумкин: $d\vec{\varphi} = \vec{\omega} dt$. Агар $\vec{M}_{zi}$ ва $d\vec{\varphi}$ вектор бир хил йўналса, dA_i мусбат $(dA_i > 0)$, қарама-қарши йўналганда эса dA_i манфий $(dA_i < 0)$ бўлади. Шунинг учун (4.53) формулани $\vec{M}_{zi}$ ва $d\vec{\varphi}$ векторларнинг ўзаро скаляр кўпайтмаси кўринишида ёзиш мумкин:

$$dA_i = \left(\vec{M}_{zi} \cdot d\vec{\varphi}\right). \qquad (4.53a)$$

У ҳолда жисмнинг барча элементар массаларига қўйилган кучларнинг бажарган элементар иши dA, айрим кучлар бажарган ишлар dA_i нинг алгебраик йиғиндисига тенгдир:

$$dA=\sum_{i=1}^{n}dA_i=\sum_{i=1}^{n}\left(\vec{M}_{zi},d\vec{\varphi}\right)=\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_{zi}\right)d\varphi.$$

Ўнг томондаги $\sum\limits_{i=1}^{n}\vec{M}_{zi}$ йиғинди жисмга қўйилган барча ташқи кучларнинг z айланиш ўқига нисбатан натижавий $\vec{M}_z$ куч моментини беради. Шунинг учун ҳам:

$$dA=\left(\vec{M}_z\cdot d\vec{\varphi}\right). \qquad (4.54)$$

Агар қаттиқ жисмнинг айланиш ўқи қўзғалмас бўлса, $\vec{M}_z$ ва $d\vec{\varphi}$ векторлар устма-уст тушади ва (4.54) формула ҳисоблаш учун қулай кўринишга келади:

$$dA=M_z d\varphi=M_z\omega dt. \qquad (4.55)$$

Чекли вақт оралиғида бажарилган А иш, (4.55) ифодани интеграллаш орқали топилади:

$$A=\int_{0}^{t}M_z\omega\,dt. \qquad (4.56)$$

Агар жисмга таъсир қилувчи кучларнинг натижавий моменти $\vec{M}_z$ моменти ўзгармас ($\vec{M}_z=\text{const}$) қолса, (4.56) формула қуйидаги кўринишга келади:

$$A=M_z\int_{0}^{t}dt=M_z\varphi. \qquad (4.57)$$

Бу ифода илгариланма ҳаракат вақтидаги ўзгармас куч $\left(\vec{F}=\text{const}\right)$ нинг бажарган иши $A=Fs$ ифодасига ўхшашдир. Таққослашлар шуни кўрсатадики, айланма ҳаракат учун $\vec{F}$ куч вазифасини $\vec{M}$ куч моменти, чизиқли $ds=\upsilon\,dt$ масофа вазифасини эса $d\vec{\varphi}=\vec{\omega}dt$ бурчакли масофа бажарар экан.

4.11. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ АЙЛАНМА ҲАРАКАТ КИНЕТИК ЭНЕРГИЯСИ

Қўзғалмас z ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисмнинг (4.17-расмга қ.) бирор i—элементар массаси m_i нинг кинетик энергияси: $W_к = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2}$, бунда Δm_i ва v_i—мос равишда i—элементар бўлакчасининг массаси ва чизиқли тезлиги. Чизиқли тезлик v_i нинг ўрнига бурчак тезлик ω орқали ифодаланган $v_i = \omega r_i$ қиймати қўйилса, $W_к = \frac{\omega^2}{2} \Delta m_i r_i^2$ ни ҳосил қиламиз.

Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас z ўққа нисбатан айланма ҳаракат кинетик энергияси шу жисмнинг барча элементар массалар кинетик энергиялари $W_{кi}$ нинг йиғиндисига тенг:

$$W_к = \sum_{i=1}^{n} W_{кi} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}, \tag{4.58}$$

бунда I_z—қаттиқ жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти.

Шундай қилиб, қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисм кинетик энергияси жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I_z нинг бурчак тезлик кўпайтмасининг ярмига тенг.

Умумий ҳолда қаттиқ жисмнинг ҳаракатини иккита-инерция маркази v тезликли илгариланма ҳаракатдан ва инерция марказидан ўтган z ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланма ҳаракатдан ташкил топган деб қараш мумкин. Бундай ҳолда қаттиқ жисмнинг тўлиқ кинетик энергияси илгариланма $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ ва айланма $\left(\frac{I_z \cdot \omega^2}{2}\right)$ кинетик энергияларнинг йиғиндисига тенг бўлади:

$$W_к = W_{килг} + W_{кайл} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I_z \omega^2}{2}. \tag{4.59}$$

Агар илгариланма ва айланма ҳаракат тенгламаларига назар ташланса, улар математик нуқтаи назардан бир хил кўринишга эга бўлиб, айланма ҳаракат қилаётган жисмнинг массаси вазифасини инерция моменти, импульсини-импульс моменти, кучини—куч моменти бажаради ва шунга ўхшаш. 4.3-жадвалда илгариланма ва айланма ҳаракатларга тегишли асосий катталик ва тенгламалар таққосланган.

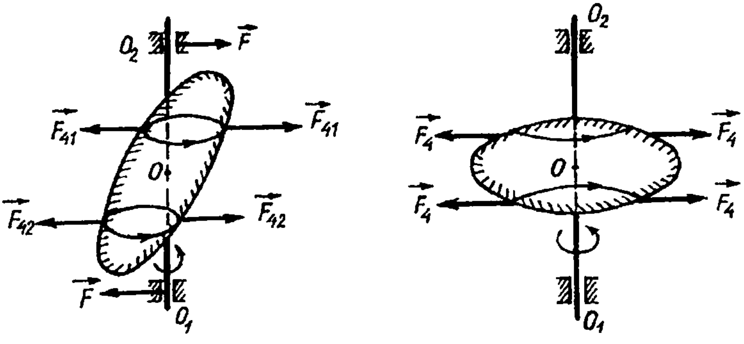
4.3-жадвал.

№	Илгариланма ҳаракат	Айланма ҳаракат
1	Масса: . . . . m	I . . . . . . инерция моменти
2	Куч: . . . . $\vec{F}$	$\vec{M}$ . . . . . куч моменти
3	Импульс: . . . . . . $\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$ . . импульс моменти
4	Асосий тенгламаси $\vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$	$\vec{M} = I\vec{\beta}$ . . асосий тенгламаси $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}$
5	Импульс ўзгариш қонуни: $d\vec{p} = \vec{F}dt$	Импульс моменти ўзгариш қонуни: $d\vec{L} = \vec{M}dt$
6	Импульснинг сақлаш қонуни $\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{m}_i \vec{v}_i = \text{const}$	Импульс моменти сақланиш қонуни: $\sum_{i=1}^{n} \vec{L} = \sum_{i=1}^{n} I_i \vec{\omega}_i = \text{const}$
7	Бажарилган иш: $A = F \cdot \vec{S}$.	$A = M\varphi$ бажарилган иш.
8	Кинетик энергия: $W_к = \frac{m\vec{v}^2}{2}$	$W_к = \frac{I\omega^2}{2}$ кинетик энергия

Ва ниҳоят шуни таъкидлаш керакки, *қўзғалмас z ўқ атрофидаги айланма ҳаракатни тавсифловчи барча бурчак вектор катталиклар: $d\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\beta}$, $\vec{M}_z$, $\vec{L}_z$ ҳар доим ўқ бўйлаб йўналган бўлиб, уларнинг йўналиши юқорида баён қилинган парма қоидаси асосида аниқланади (4.1-4.3-расмларга қ.).*

4.11.* ЭРКИН ЎҚЛАР. БОШ ИНЕРЦИЯ ЎҚЛАРИ

Айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси қаттиқ жисмда мавжуд бўлган ҳар қандай ўқ атрофидаги айланиш учун ўринлидир. Бошқача қилиб айтганда, айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни асосида айланиш ўқларининг қайси бири афзаллигини аниқлаб бўлмайди. Бироқ айланувчи жисмнинг айланиш ўқи таянчларига бўлган таъсирининг тавсифига қараб барча айланиш ўқлари ўзаро тенг кучли эмаслигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Бунда икки ҳол бўлиши мумкин: эллипсоид шаклидаги жисмнинг айланиш ўқи массалар маркази O дан ўтган ҳолда симметрия ўқида ётмаса (4.18а-расм) O айланаётган жисмга O_1 ва O_2 таянчларнинг ён томонига йўналган жуфт кучлар таъсир этади. Агар жисмнинг айланиш ўқи симметрия



a б

4.18-расм

ўқидан ўтса (4.18б-расм), эллипсоиднинг бир томонига таъсир қилувчи марказдан қочма инерция кучлар иккинчи томонга таъсир этувчи марказдан қочма инерция кучлари билан ўзаро мувозанатлашади. Бу ҳолда жисмнинг айланиш ўқлари O_1 ва O_2 таянчларига куч таъсир қилмайди.

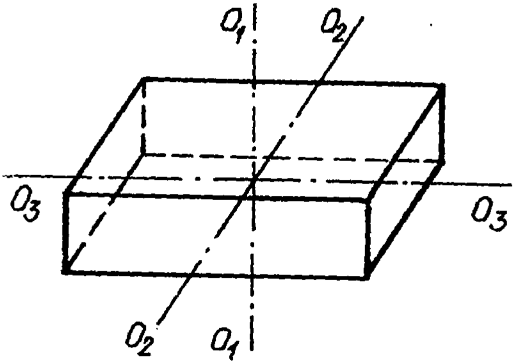
Демак, айланиш ўқи массалар марказидан ўтиб, инерция кучларининг ўққа нисбатан натижавий моменти нолга тенг бўлса, айланаётган жисмнинг ўққа таъсири ҳам нолга тенг бўлади.

Айланма ҳаракатда жисм айланиш ўқларининг таянчларига хеч қандай тасир кўрсатмаса, ундай ўқларга эркин ўқлар ёки эркин айланиш ўқлари дейилади.

Агар жисм тўла симметрия ўқига эга бўлса, бу симметрия ўқи эркин ўқ ҳам бўла олади.

Ҳар қандай жисмда, унинг инерция маркази орқали ўтувчи учта перпендикуляр йўналган эркин ўқлар мавжулдир. Жисмнинг инерция маркази орқали ўтувчи эркин ўқларига бош инерция ўқлари деб аталади. Масалан: бир жинсли (ρ = const) параллелепипед учун (4.19-расм қ.) қарама-қарши ётган ёқларини кесиб ўтувчи O_1O_1', O_2O_2 ва O_3O_3 эркин ўқлар бош инерция ўқлари бўлади.

Умумий ҳолда жисмнинг бош инерция ўқларига нисбатан инерция моментлари турлича, яъни $I_1 \neq I_2 \neq I_3$ бўлади. Бунга мисол қилиб 4.19-расмда тасвирланган параллелепипедни кўрсатиш мумкин. Симметрия ўқига эга бўлган жисм (4.20- расм) учун иккита инерция моменти бир хил катталикка эга, учинчиси эса фарқ қилади, яъни $I_1 \neq I_2 \neq I_3$. Ва ниҳоят, марказий симметрияли жисм (масалан, шар) учун учала бош инерция ўқларига нисбатан

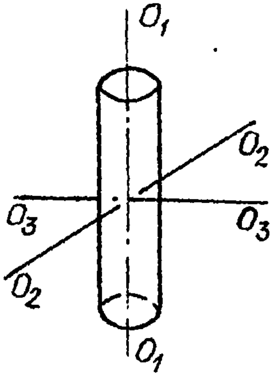


4.19-расм

инерция моментлари ўзаро бир хил, яъни $I_1 = I_2 = I_3$ бўлади.

Жисмнинг айланиш турғунлиги бош инерция ўқларининг қайси бири турғун айланиш ўқи бўлишига боғлиқдир.

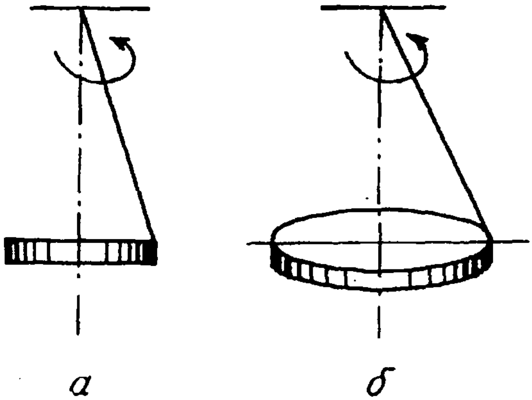
Назария ва тажрибаларнинг кўрсатишича жисмнинг энг катта ва энг кичик инерция моментли ўқлар атрофида айланиши турғун бўлиб, ўртача инерция момент ўқ атрофида айланиши эса турғунмас бўлар экан. Масалан, агар таёқчани ипнинг бир учига боғлаб, уни марказдан қочма машина ёрдамида жуда тез айлантирилса (4.21-а расм), таёқча ўзига кўндаланг тик йўналган ва уни қоқ ўртасидан ўтган ўқ атрофида горизонтал текислик бўйлаб айлана бошлайди. Бу айланиш ўқига нисбатан таёқчанинг инерция моменти максимал бўлади.



4.20-расм

Оғир гардиш ёки диск ҳам худди ўша таёқча каби горизонтал текисликда айланма ҳаракат қилади (4.21-б расм).

Турғун айланиш ўқи ҳақидаги тушунча техникада катта амалий аҳамиятга эга. Жумладан, турғун ўқ атрофида айланаётган машина қисмларини яхшилаб мувозанатлаб олиш зарур, акс ҳолда ўққа бўлган босим кучи, айниқса катта тезликларда зарарли натижаларга, ҳатто машинанинг емирилишигача олиб келиши мумкин.



4.21-расм

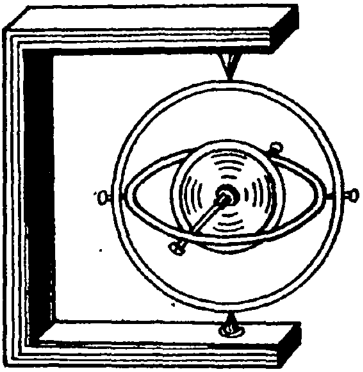
4.12. ГИРОСКОПЛАР ВА УЛАРНИНГ ҚЎЛЛАНИШИ

Гироскоп деб, ўзининг турғун бош инерция ўқи атрофида катта бурчак тезлик билан айланувчи симметрик, массив қаттиқ жисмга айтилади.

Импульс моменти сақланиш қонуни $\bar{L} = I\bar{\omega}$ = const га биноан гироскоп ўз ўқининг йўналишини фазода ўзгартирмай сақлашга интилади ва унинг инерция моменти I билан айланиш бурчак тезлиги $\bar{\omega}$ қанча катта бўлса, у шунча турғунроқ бўлади, яъни айланиш ўқининг ўзгаришига шунча каттароқ қаршилик кўрсатади.

Барчага маълум бўлган болалар ўйинчоғи—пилдироқ энг содда гироскопга мисол бўлади. Айланиш ўқи атрофида тез айлантирилган пилдироқ ўз ўқининг ўткир учида турган ҳолда турғун айланади. Пилдироқни картон варақ устида айлантириб юбориб, уни юқорига отиб юборилганда пилдироқ фазода айланиш ўқининг йўналишини сақлайди ва учи билан картонга тушади.

Гироскоп ўқини фазода ихтиёрий йўналишда ориентациялаш учун уч ўқли гироскоп—кардан осмадан фойдаланилади (4.22-расм). Бундай гироскоп бир вақтнинг ўзида ўзаро перпендикуляр жойлашган учта ўқлар атрофида эркин айлана олади. Кардан осмаси (4.22-расмга қ.) икки ҳалқадан иборат бўлиб, ички ҳалқа BB' учлар орқали ўтувчи «горизонтал» ўқ атрофида, ташқи ҳалқа эса BB' ўққа перпендикуляр йўналган *DD'* учлар орқали ўтувчи «вертикал» ўқ атрофида эркин айлана олади. Гироскопнинг *AA* айланиш ўқи кардан османинг ички ҳалқасига таянади, бу унинг фазода исталган йўналишда эркин бурила олиш имконини таъминлайди. Гироскопнинг *AA'*, *BB'* ва *DD'* ўқлари кесишиш нуқтаси гироскопнинг инерция маркази *O* нуқтага мос тушади.



4.22-расм

Бундай гироскоп ёрдамида қуйидаги қонуниятлар аниқланган:

1. Айланаётган гироскопнинг осмаси ихтиёрий томонга бурилганда ҳам унинг *AA'* ўқи фазода ўз йўналишини сақлайди.

2. Гироскоп *AA'* ўқи атрофида айланаётган вақтда ички ҳалқасига таъсир қилинса, гироскоп *BB'* ва *DD'* ўқ атрофида айлана бошлайди.

3. Гироскоп *AA'* ўқ атрофида катта бурчак тезлик билан айланаётганда, ички ёки ташқи ҳалқага қисқа вақт ичида катта куч таъсир этилганда ҳалқаларга бўладиган импульс моментининг таъсири куч моменти $\bar{M}dt$ ни жуда кичик миқдорга ўзгартиради. Шунинг учун ҳам гироскопнинг $\bar{L} = I\bar{\omega}$ импульс моменти деярли ўзгармайди. Натижада айланаётган гироскоп айланиш ўқи *AA'* фазода ўз йўналишини сақлайди.

4. Айланаётган гироскопнинг *AA'* ўқи бошида йўналиши жиҳатдан импульс моментига мос келади ва кейин ҳам у билан мос келади ҳамда фазода доимий йўналишини сақлайди.

Гироскопнинг юқорида таърифлаган айланма қонуниятлари техникада катта амалий қўлланишга эга. Снаряд ва ўқ худди гироскоп сингари ҳаракат йўналишини ўзгармас сақлаши учун, улар ствол ичидаги винт чизиғи бўйлаб айланма ҳаракатга келтирилади.

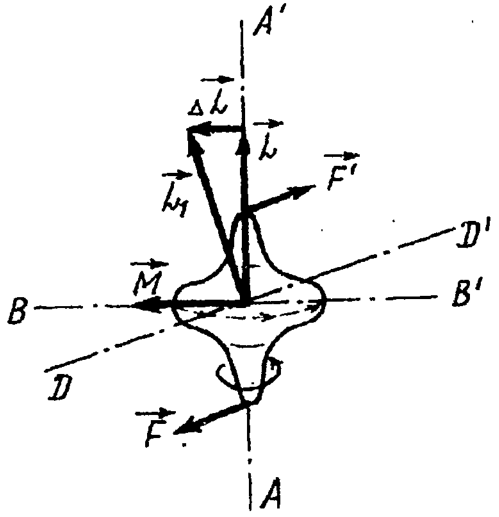
Ракеталар ҳаракатини бошқаришда ҳам ракета корпуси ичига гироскоплар жойлаштирилади.

4.13. ГИРОСКОПИК ЭФФЕКТ ВА ГИРОСКОПИК КУЧЛАР

Гироскопнинг айланиш ўқининг фазодаги йўналишини ўзгартириш учун импульс моментининг ўзгариш қонуни $\Delta\vec{L} = \vec{M}\Delta t$ га мос равишда унга ташқи кучлар моменти билан таъсир қилиш керак. Жумладан, 4.23- расмда тасвирланган энг содда гироскопнинг AA' ўқига тик BB' ўқ атрофида бурилиш учун ўққа қўйилган $\vec{F}$ ва $\vec{F}\,'$ жуфт кучларнинг моменти $\vec{M}$ билан таъсир қилинса, гироскопнинг $\vec{L}$ импульс моменти $\vec{M}$ билан бир томонга йўналган $\Delta\vec{L} = \vec{M}\Delta t$ орттирма олади. Гироскопнинг импульс моменти Δt вақтдан кейин $\vec{L}' = \vec{L} + \Delta\vec{L}$ га тенг бўлади (4.23-расмга қ.). $\vec{L}_1$ векторнинг йўналиши гироскоп айланиш ўқининг янги йўналиши билан устма уст-тушади.

Гироскоп ўқи AA' нинг жуфт кучлар моменти таъсирида (4.24- расмга қ.) *BB' ўқи атрофида айланиш ўрнига DD' ўққа томон бурилиш ҳодисасига* ***гироскопик эффект*** *дейилади.*

Агар гироскоп ўқига таъсир қилувчи жуфт кучларнинг моменти $\vec{M}$ узоқ вақт давом этса, гироскоп ўқи ташқи кучлар таъсирида содир бўлган айланиш ўқи BB' билан, яъни $\vec{L}_1$ векторнинг йўналиши $\vec{M}$ вектор йўналиши билан устма-уст тушишга интилади ва ниҳоят устма-уст тушади.

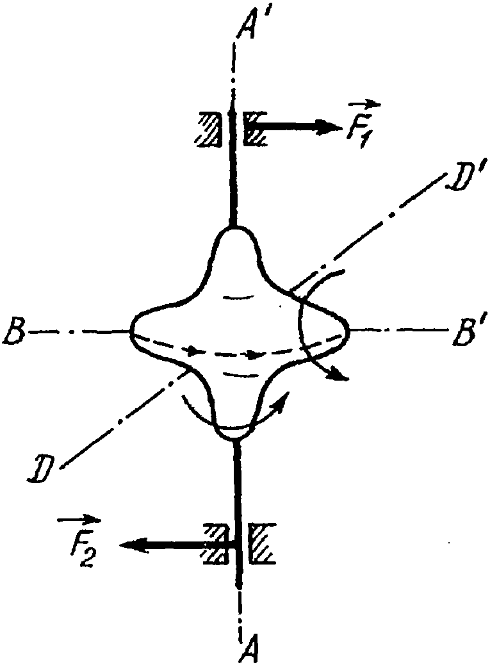


4.23-расм

Гироскопнинг ўқини буриш вақтида гироскопик эффект сабабли гироскоп ўқи ўрнашган таянчларга таъсир этувчи «гироскопик кучлар» деб аталувчи кучлар юзага келади. Масалан, гироскопнинг *АА'* ўқи *ВВ'* ўқ атрофида мажбуран бурилганда (4.24-расм) *АА'* ўқ *DD'* ўқ атрофида бурилишга интилиши сабабли гироскопнинг *АА'* айланиш ўқи таянчларга $\bar{F}$ ва $\bar{F}'$ кучлар билан таъсир қилади. Айланаётган гироскопни бирор ўқ атрофида мажбуран айлантиришда гироскоп айланиш ўқининг таянчларга таъсир қилган кучларига гироскопик кучлар дейилади. (4.24-расм қ.).

Гироскопик кучларни ўққа ўрнатилган велосипед ғилдирагининг айланиш мисолида яққол сезиш мумкин. Жумладан, горизонтал ўқ атрофида катта тезлик билан айланаётган ғилдиракни юқорига бурганда, унинг ён томонга интилиши ва қўлга кучли зўриқиш беришини пайқаш мумкин.

Гироскопик эффект флотда ва авиацияда кенг қўлланиладиган гироскопик компас (гирокомпас) деб аталувчи



4.24-расм

қурилмага асос қилиб олинган. Гирокомпас тез айланадиган пилдироқдан иборат (минутига 25000 марта айланадиган ток мотори) бўлиб, унинг айланиш ўқи ҳар қандай ҳолатда Ернинг ўқига параллел жойлашишга интилади. Ернинг айланиши гирокомпасга узлуксиз таъсир кўрсатиб турганлиги сабабли, унинг ўқи меридиан бўйлаб жойлашади ва оддий магнит стрелкаси каби шу вазиятда қолади.

Гироскоплардан кўпинча стабилизатор сифатида фойдаланилади. Улар океан пароходларида чайқалишни пасайтириш учун ўрнатилади. Шунингдек, бир изли йўл вагонининг ичига ўрнатилади, тез айланувчи массив гироскоп вагонни вертикал ҳолатда ушлаб, ағдарилиб кетишига тўсқинлик қилади. Гироскопик стабилизаторларнинг роторлари 1 дан 100 тоннагача ва ундан ҳам ортиқ бўлиши мумкин.

Самолёт, торпедаларда гироскопик асбоблар рулни бошқарувчи қурилмаларга автомат равишда таъсир этиб, самолёт ва торпедани зарур бўлган йўналиш бўйлаб тўғри чизиқли ҳаракатланишини таъминлайди.

4.14. ГИРОСКОП ПРЕЦЕССИЯСИ

Гироскоп ўқига перпендикуляр равишда таъсир қилувчи кучнинг моменти вақт бўйича миқдор жиҳатдан ўзгармас ва гироскоп ўқи билан биргаликда бурила борса, гироскопнинг алоҳида турдаги ҳаракати—прецессия юзага келади.

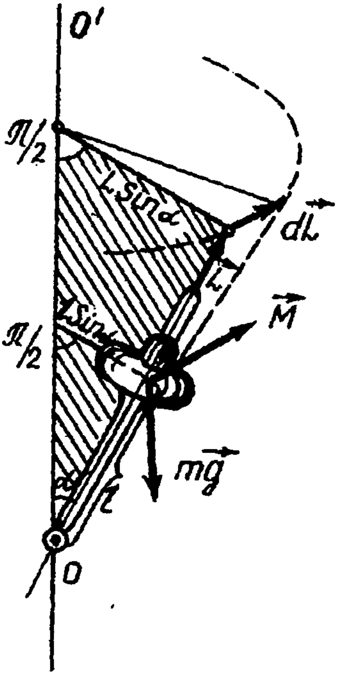
Жумладан, ўқи OO' вертикалдан бирор бурчакка оғган ҳолда, оғирлик кучи $m\vec{g}$ таъсирида шарнир таянчида гироскопнинг айланма ҳаракати—прецессиядан иборатдир (4.25-расм). Гироскопга қўйилган ташқи кучларнинг моменти миқдор жиҳатдан қуйидагига тенг бўлади:

$$M = mgl \sin\alpha, \qquad (4.60)$$

бунда m—гироскопнинг массаси, l—шарнирдан гироскоп инерция марказигача бўлган масофа, α—гироскоп ўқининг вертикал билан ҳосил қилган бурчак $\vec{M}$ куч моменти гироскопнинг таянч нуқтасидан ўтувчи вертикал текисликка перпендикуляр йўналгандир.

$\vec{M}$ куч моменти таъсирида гироскопнинг $\vec{L}$ импульс моменти dt вақт ичида $\vec{M}$ билан бир хил йўналган қуйидагича орттирма олади:

$$d\vec{L} = \vec{M}dt. \qquad (4.61)$$



4.25-расм

Бундан кейинги dt вақт ичида $\vec{L}$ вектор ўзининг янги вазиятида яна $d\vec{L}$ орттирма олади ва ҳоказо. Натижада гироскопнинг ўқи o шарнир орқали ўтувчи вертикал ўқ атрофида текис айланиб, учидаги бурчаги 2α га тенг конус чизади. Конуснинг ўқи орқали ўтувчи текисликнинг айланиш бурчак тезлиги:

$$\omega' = \frac{d\varphi}{dt}, \qquad (4.62)$$

бунда $d\varphi$—вертикал текисликнинг dt вақт ичидаги буралиш бурчаги, 4.25-расмдаги чизмадан $d\varphi$ бурчак, $d\vec{L}$ орттирманинг модули $|d\vec{L}|$ қуйидагига тенг:

$$d\varphi = \frac{|d\vec{L}|}{L\sin\alpha} = \frac{|d\vec{L}|}{I\omega\sin\alpha}; \quad |d\vec{L}| = Mdt = mgl\sin\alpha . dt,$$

бу ерда ω—гироскоп айланма ҳаракатининг бурчак тезлиги.

Бу икки ифодадан $d\varphi$ бурчак: $d\varphi = \frac{mgl\sin\alpha dt}{I\omega\sin\alpha} = \frac{mgl}{I\omega}dt$ бўлади. Бундан гироскоп прецессиясининг бурчак тезлиги ω' ни аниқлаймиз:

$$\omega' = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{mgl}{I\omega}. \qquad (4.63)$$

(4.63) дан прецессиянинг бурчак тезлиги ω' гироскоп ўқининг горизонтал оғиш бурчаги α га боғлиқ бўлмасдан, гироскопнинг импульс моменти $I\omega$ га тескари пропорционаллиги кўринади.

Гироскоп прецессиясини Ернинг ўз ўқи атрофидаги суткалик айланиши мисолида қараб чиқамиз. Маълумки, Ер шар шаклида бўлмай эллипсоидга яқин бўлгани учун Қуёшнинг тортишиши Ернинг инерция марказидан ўтмайдиган тенг таъсир этувчи кучни вужудга келтиради. Бунинг натижасида пайдо бўлган айлантирувчи куч моменти Ернинг айланиш ўқини унинг орбита текислигига тик вазиятга келтиришга интилади. Шу сабабли Ернинг айланиш ўқи прецессион ҳаракат қилиб, тахминан 25800 йилда тўла айланиб чиқади.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Абсолют қаттиқ жисмлар деб қандай жисмларга айтилади?

2. Текис ва текис ўзгарувчан айланма ҳаракат деб қандай ҳаракатга айтилади?

3. Бурчак тезлик ва бурчак тезланишни таърифланг. Уларнинг ўлчов бирликлари қандай?

4. Бурчак тезлик вектори ва бурчак тезланиш векторининг йўналиши қандай аниқланади?

5. Чизиқли ва бурчакли катталикларнинг ўзаро боғланиш формулалари ёзилсин.

6. Илгариланма ва айланма ҳаракат кинематика тенгламалари таққослаб ёзилсин.

7. Қўзғалмас нуқта ва қўзғалмас ўққа нисбатан куч моменти деб нимага айтилади?

8. Жуфт куч ва унинг моменти деб нимага айтилади?

9. Куч моментининг «СИ» даги ўлчов бирлиги ва ўлчамлиги қандай?

10. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас нуқта ва қўзғалмас ўққа нисбатан импульс моменти, импульс моментининг ўзгариш ва сақланиш қонунларини таърифланг.

11. Импульс моментининг «СИ» даги ўлчов бирлиги ва унинг ўлчамлиги ёзилсин.

12. Қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси ёзилсин ва таърифлансин.

13. Қаттиқ жисмнинг бирор ўққа нисбатан инерция моменти деб нимага айтилади?

14. Гюйгенс-Штейнер теоремаси таърифлансин.

15. Қаттиқ жисмнинг координат боши ва ўқларига нисбатан инерция моментлари ўзаро қандай боғланишга эга?

16. Геометрик шаклли жисмларнинг инерция марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моментлари ёзилсин.

17. Айланма ҳаракатда ташқи кучнинг бажарган иши қандай формула билан аниқланади?

18. Айланма ҳаракатланаётган жисмнинг кинетик энергияси формуласи ёзилсин.

19. Илгариланма ва айланма ҳаракатнинг динамика қонуният формулалари таққослаб ёзилсин.

20. Гироскоплар деб нимага айтилади?

21. Гироскопик эффект ва гироскопик кучлар қандай номоён бўлади?

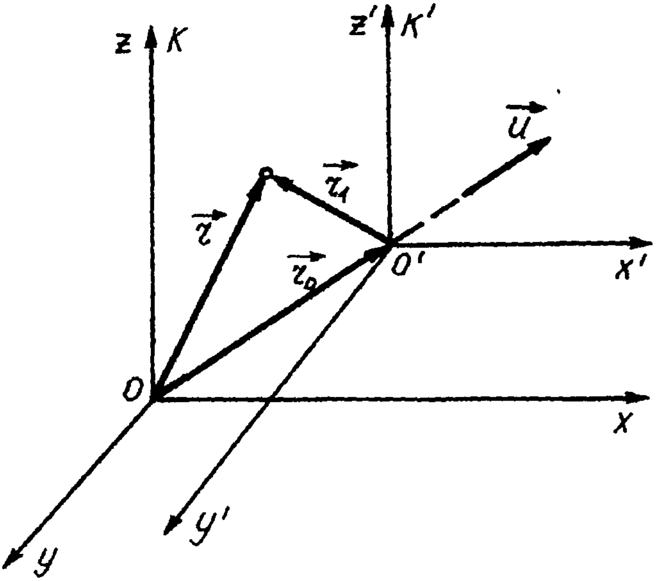
5-БОБ

НИСБИЙЛИК НАЗАРИЯСИНИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

5.1. ГАЛИЛЕЙ АЛМАШТИРИШЛАРИ ВА НИСБИЙЛИК ПРИНЦИПИ

Ҳар қандай ҳаракатни танлаб олинган бирор саноқ системага нисбатан текшириш мумкин. Бир хил кўринишдаги ҳаракатни ҳар хил саноқ системаларида текшириш натижалари асосида бу саноқ системаларидан имтиёзлилигини аниқлаш мумкин-ми, деган масалани хал қилишга тўғри келади. Бунинг учун, қўзғалмас К инерциал саноқ системасига нисбатан $\vec{v}$ тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракатланаётган K' инерциал саноқ системани қараб чиқамиз. Қўзғалмас K инерциал саноқ системасига абсолют саноқ системаси дейилиб, K' саноқ ситемасига эса нисбий саноқ системаси дейилади.

Фараз қилайлик, бошланғич $(t = o)$ иккала K ва K' саноқ системаларининг координат бошлари o ва o' нуқталар устма-уст тушсин ва t вақтдан кейин K' система K системага нисбатан $\vec{r}_0 = \vec{u}t$ масофада кўчган бўлсин (5.1- расм). Текши-



5.1-расм

рилаётган М моддий нуқтанинг К системадаги $\vec{r}(x,y,z)$ — радиус-вектори абсолют радиус-вектор дейилиб, K' системадаги $\vec{r}(x,y,z)$ радиус-вектор нисбий радиус-вектор ва o координат бошининг кўчишини ифодаловчи $\vec{r}_0=\vec{u}t$ эса кўчирма радиус-вектор деб аталади. У ҳолда, М моддий нуқтанинг ихтиёрий вақтдаги радиус-векторини ва координаталарини бир саноқ системасидан иккинчисига ўтиш, қуйидаги Галилей алмаштиришлари асосида амалга оширилади.

5.1-жадвал

К' саноқ системасидан К системага ўтиш	К саноқ системасидан К' системага ўтиш
$\vec{r}=\vec{r}\,'+\vec{u}t;$	$\vec{r}\,'=\vec{r}-\vec{u}t;$
$x=x'=u_xt;$	$x'=x-u_xt;$
$y=y'+u_yt;$	$y'=y-u_yt;$
$z=z'+u_zt;$	$z'=z+u_zt;$
$t=t';$	$t'=t;$
$m=m'$	$m'=m.$

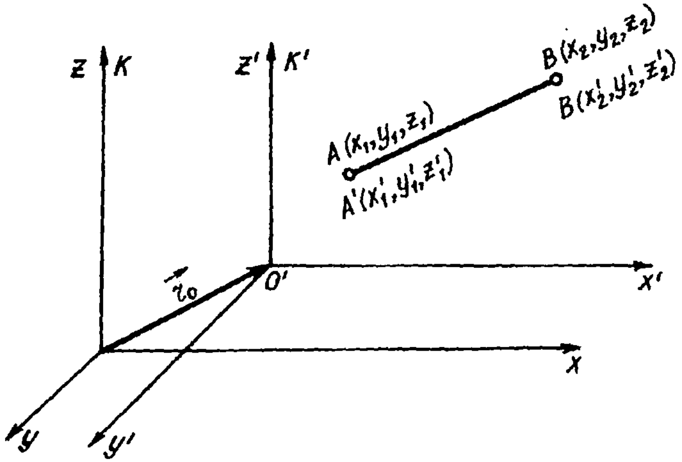
Галилей алмаштиришларида нисбий саноқ системасининг тезлигига боғлиқ ҳолда ўзгарган катталиклар нисбий катталиклар дейилиб, ўзгармас қолган катталикларга эса абсолют катталиклар дейилади. Жумладан, радиус-векторлар, координатлар нисбий катталиклар бўлиб, вақтнинг ўтиши ва масса абсолют катталикдир.

5.1-жадвалда келтирилган Галилей алмаштиришларининг амалдаги татбиқи муҳим хулосалар чиқаришга имкон беради.

1. Узунлик. Бирор стерженнинг узунлигини иккала К-абсолют ва K'-нисбий саноқ системасида аниқлайлик. Стерженнинг К системадаги учлари (5.2- расм) $A'(x_1,y_1,z_1)$ ва $B(x_2,y_2,z_2)$ бўлиб, K'системадаги учлари эса $A'(x_1',y_1',z_1')$ ва $B'(x_2',y_2',z_2')$ бўлсин деб фараз қилайлик. Стерженнинг К системадаги узунлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$l=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}. \qquad (5.1)$$

K' саноқ системаси эса K га нисбатан $\ddot{U}$ тезлик билан ҳаракатланаётгани учун стержень учлари A' ва B' нинг



5.2-расм

координатлари мос равишда 5.1-жадвалдан: $x_1' = x_1 - U_x t$; $y_1' = y_1 - U_y t$; $z_1' = z_1 - U_z t$; $x_2' = x_2 - U_x t$; $y_2' = y_2 - U_y t$; $z_2' = z_2 - U_z t$; бўлади. Натижада стерженнинг K' саноқ системасидаги узунлиги l' учун қуйидагига эга бўламиз:

$$l' = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} =$$

$$= \sqrt{\left[(x_2 - U_x t) + (x_1 - U_x t)\right]^2 + \left[(y_2 - U_y t) + (y_2 - U_y t)\right]^2 + \left[(z_2 - U_y t) + (z_2 - U_y t)\right]^2} =$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \qquad (5.2)$$

(5.1) ва (5.2) лар таққосланса, қуйидаги келиб чиқади:

$$l = l'. \qquad (5.3)$$

Галилей алмаштиришларида ўзгармай қолган катталикларга инвариант (фр. invariant—ўзгармас) дейилиб, ўзгарганига эса вариант (фр. variant—ўзгарувчи) дейилади. (5.3) дан узунлик, яъни нуқталар орасидаги масофа Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариант эканлигини кўринади.

2. Тезлик. Ҳаракатланаётган *М* моддий нуқтанинг *К* ва *К'* саноқ системаларидаги тезликлари орасидаги боғланишни топиш учун 5.1-жадвалдаги радиус-векторнинг ўзаро боғланган ифодасидан вақт бўйича ҳосила оламиз:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\left(\vec{r}'+\vec{U}t\right)}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{U}. \tag{5.4}$$

бунда $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$, $\frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{v}'$, бўлганидан, (5.4) ифода

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{U}. \tag{5.5}$$

кўринишга келади. Бу ифода тезликларнинг қўшилиш қонуни бўлиб, бундай таърифланади: *моддий нуқтанинг К саноқ системасидаги тезлиги* $\vec{V}$, *шу нуқтанинг К' системадаги тезлиги* $\vec{V}$ *ва К' системанинг К системага нисбатан тезлиги* $\vec{U}$ *нинг геометрик (вектор) йиғиндисига тенг.*

Шундай қилиб, радиус-вектор, координатлар, тезликлар ва шу каби катталиклар вариант катталиклардир.

3. Тезланиш. Агар (5.5) ифодадан вақт бўйича яна бир бор ҳосила олинса, *К* ва *К'* саноқ системаларидаги тезланишларнинг ўзаро боғланиши келиб чиқади: $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{U}}{dt}$.

бунда $\vec{U}$ = const бўлгани учун $\frac{d\vec{U}}{dt} = o$ бўлиб, бундан:

$$\vec{a} = \vec{a}'. \tag{5.6}$$

4. Кучлар. Ньютоннинг иккинчи қонунига биноан, К ва К' саноқ системаларидаги m массали моддий нуқтага таъсир қилувчи куч $\vec{F} = m\vec{a}$ ва $\vec{F}' = m\vec{a}'$ бўлиб, (5.6) га асосан:

$$\vec{F} = \vec{F}'. \tag{5.7}$$

Шундай қилиб, (5.6) ва (5.7) дан тезланиш ва кучлар Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариант экани кўринади.

Бу инвариантлик муносабатлари (5.6) ва (5.7) га биноан Галилей ўзининг нисбийлик принципини бундай таърифлайди: *барча механик ҳодисалар турли инерциал саноқ системаларида бир хил содир бўлиб, ҳеч қандай механик тажрибалар ёрдамида берилган инерциал саноқ системанинг тинч турганлигини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётганлигини аниқлаб бўлмайди.*

Бу принципдан қуйидаги муҳим хулоса келиб чиқади. Бир инерциал саноқ системасига нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракатланувчи жуда кўп инерциал саноқ системалари мавжуддир. Галилейнинг нисбийлик принципига биноан инерциал саноқ системаларининг барчасида классик механика қонунлари бир хил намоён бўлади. Бинобарин, барча инерциал саноқ системалари тенг ҳуқуқли бўлиб, улардан имтиёзлисини ажратиш мумкин эмас.

6. Импульс. Соддалик учун m массали моддий нуқтанинг К системага нисбатан импульсини

$$\vec{p} = m\vec{v} = m\left(\vec{v} + \vec{U}\right) = m\vec{v}' + m\vec{U} = \vec{p}' + m\vec{U}, \qquad (5.8)$$

кўринишда ёзамиз, бу ерда $\vec{p}' = m\vec{v}'$ —моддий нуқтанинг K' системага нисбатан импульси. Агар К системадаги импульс вақт ўтиши билан ўзгармаса (яъни куч таъсир қилмаса), импульс K' системада ҳам ўзгармай қолади. Бинобарин, инерция қонуни барча инерциал саноқ системаларида ҳам ўринлидир.

7. Кинетик энергия. Моддий нуқтанинг К инерциал саноқ системасидаги кинетик энергиясини бундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$W_к = \frac{m\left(\vec{v}'\right)^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\vec{v}' + \vec{u}\right)^2 = \frac{m\vec{v}'^2}{2} + \left(m\vec{v}' + \vec{u}\right) + \frac{mu^2}{2} = W_к' + \left(\vec{p}'u\right) + \frac{mu^2}{2}. \qquad (5.9)$$

Бунда $W_к' = \frac{mv'^2}{2}$ —моддий нуқтанинг К' системадаги кинетик энергияси. (5.9) тенглама бир инерциал системадан бошқасига ўтганда кинетик энергиянинг қандай ўзгаришини ифодалайди.

Агар моддий нуқта изоляцияланган бўлса, унинг К' системадаги $\vec{p}' = m\vec{v}'$ импульси ўзгармайди. Бу ҳолда моддий нуқтанинг нисбий кинетик энергияси $W_к' = \frac{mv'^2}{2}$ ҳам, абсолют кинетик энергияси $W_к = \frac{mv^2}{2}$ ҳам доимий қолади. Шундай қилиб, кинетик энергиянинг сақланиш қонуни бир инерциал саноқ системасида ўринли бўлса, у барча инерциал саноқ системаларда ҳам ўринли бўлади.

8. Тўлиқ механик энергия. Умумий ҳолда моддий нуқталар тўплами берилган бўлсин. Улар орасида ўзаро таъсир кучлари мавжудлигидан моддий нуқталар $W_{\text{п}}$ потенциал энергияга эга бўлади. Моддий нуқталар бир инерциал саноқ системасидан бошқасига ўтганда $W_{\text{п}}$ потенциал энергия ўзгармайди. У вақтда (5.9) тенгликка $W_{\text{п}}$ потенциал энергия қўшилса, тўлиқ энергия келиб чиқади:

$$W_{\text{т}} = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = W'_{\text{к}} + \left(\bar{p}, \bar{U}\right) + \frac{mU^2}{2} + W_{\text{п}}. \qquad (5.10)$$

Бундан кўринадики, кинетик ва потенциал энергиялар йиғиндиси ўзгармаса, тўлиқ энергия барча инерциал саноқ системаларида ҳам ўзгармас бўлади. Шундай қилиб, энергиянинг сақланиш қонуни ҳамма инерциал саноқ системаларида ҳам ўринлидир.

Бу айтилганлардан шундай хулоса келиб чиқади. Бир инерциал саноқ системасидан бошқасига ўтилганда, импульс, кинетик ва тўлиқ энергия ўзгаради, шунинг учун улар вариант катталиклардир, бироқ потенциал энергия, масса, вақт, тезланиш ва кучлар—инвариантдир. Шунингдек, кинетик, тўлиқ энергиянинг вақт ўтиши билан ўзгариши ҳам инвариантдир.

Шундай қилиб, динамиканинг учала қонуни ҳам барча инерциал саноқ системаларида ўринлидир.

5.2. ЭЙНШТЕЙН ПОСТУЛАТЛАРИ, ЛОРЕНТЦ АЛМАШТИРИШЛАРИ

«Ёруғликни элтувчи» муҳит, яъни, «Эфир» ни Қуёшга боғланган инерциал саноқ система деб фараз қилинганда, ёруғликнинг Ердаги тезлиги Галилей алмаштиришларига биноан Ернинг эфирга нисбатан тезлигига боғлиқ бўлиши керак.

Агар ёруғликнинг муҳитга нисбатан тезлиги c га, Ерники эса v га тенг бўлса, у вақтда тезликларни қўшиш қонунига биноан ёруғликнинг Ер ҳаракат йўналишидаги тезлиги (c-v) га, тескари йўналишдаги тезлиги ($c + v$) га тенг бўлиши керак. Маълумки, Ернинг орбитал ҳаракат тезлиги $v = 30$ км/с ёруғликнинг $c \neq 3 \cdot 10^5$ км/с тезлигидан жуда кичикдир. Шунинг учун ҳам Ер ҳаракат тезлигининг ёруғлик тезлигига кўрсатадиган таъсирини кузатиш ва ўлчаш энг қийин муаммолардан бири бўлиб келган. Бундай муаммони ҳал қилиш, яъни тезликларни қўшиш қонунини текшириш учун мўлжалланган жуда нозик ва сезгир оптик тажрибаларни Физо ва Майкельсон-Морли ўтказди. Физо тажрибасида ёруғлик тинч ёки ҳаракатдаги сув орқали ўтганда унинг тезлиги ўзгармаслиги (c = const) жуда катта аниқлик билан исботланган. Майкельсон-Морли тажрибаларида эса ёруғлик тезлиги Ернинг Қуёш атрофидаги орбитал ҳаракатига нисбатан турли йўналишда ўлчанган ва тезликнинг ўзгармай қолганлиги исботланган.

Шундай қилиб, тажриба ва кузатишларнинг ҳамма натижаларини узоқ ва синчиклаб муҳокама қилиш оқибатида олимлар, ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлиги ўзгармас қолиб, ёруғлик манбаининг ва ёруғлик қабул қилувчининг ҳаракат тезлигига боғлиқ эмас, деган хулосага келдилар.

Ньютон механикасида фазо ва вақт абсолют деб қаралгани сабабли ёруғлик тезлигининг ўзгармас қолишини ва жисмлар нисбий тезлигининг ёруғлик тезлиги c дан катта бўлолмаслигини тушунтириш мумкин эмас. Шунинг учун ҳам Физо ва Майкельсон-Морли тажриба натижаларини тушунтириш учун, Ньютоннинг фазо ва вақтнинг абсолют деган тушунчаларидан воз кечишга тўғри келди.

Ёруғлик тезлигининг ўзгармас тажриба натижаларига асосланган А. Эйнштейн 1905 йилда фазо ва вақт тўғрисидаги тасаввурларни қайта кўриб чиқди. Фазо ва вақт тўғрисидаги янги таълимотга Эйнштейн махсус нисбийлик релятивистик назарияси деб ном берди. Махсус нисбийлик релятивистик назарияси асосида Эйнштейннинг қуйидаги иккита принципи ётади.

1. **Нисбийлик принципи:** *барча инерциал саноқ системалари тенг ҳуқуқлидир, бу системаларда табиат ҳодисалари бир хилда ўтади ва қонунлар бир хил ифодаланади. Бошқача қилиб айтганда, барча физик ҳодисалар турли инерциал саноқ системаларида бир хил содир бўлиб, механик, электромагнит, оптик ва шу каби тажрибалар ёрдамида берилган инерциал саноқ системасининг тинч турганлигини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётганлигини аниқлаб бўлмайди.*

2. **Ёруғлик тезлигининг инвариантлик принципи:** *ёруғликнинг бўшлиқ (вакуум) даги тезлиги барча инерциал саноқ системаларида бир хил бўлиб, манба ва кузатувчининг нисбий ҳаракат тезлигига боғлиқ эмас.*

Махсус нисбийлик назариясининг биринчи постулати Галилей нисбийлик принципига мувофиқ келади ва уни ёруғликнинг тарқалиш қонунларига, жорий этиб, умумлаштиради. Аммо иккала постулатни бир вақтдаги татбиқи Галилей алмаштиришларига зиддир.

Аммо бу иккала постулат барча экспериментал фактлар билан тасдиқлангани учун, бу зиддият постулатлар орасида эмас, балки постулатлар билан Галилей алмаштиришлари орасидадир, чунки Галилей алмаштиришларини ёруғликнинг тарқалишига ва ёруғлик тезлигига яқин тезликдаги ҳаракатларга татбиқ этиб бўлмайди.

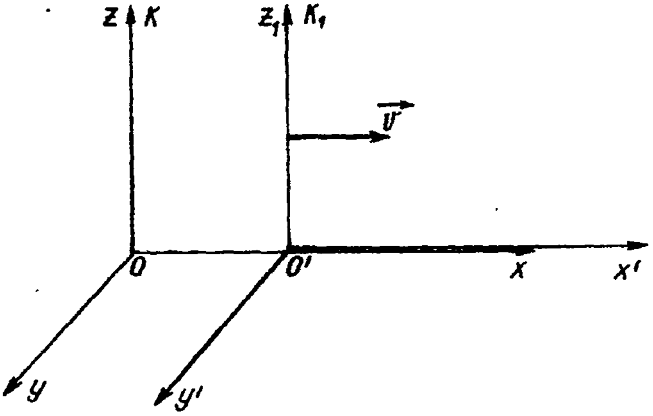
Эйнштейн фазо ва вақтнинг хоссалари тўғрисида умумий мулоҳазаларига асосланиб шундай алмаштиришларни топдики, бу алмаштиришлар махсус нисбийлик назариясининг иккала постулатига ҳам, буларнинг хусусий ҳоли бўлган ($v<<c$) Галилей алмаштиришларига ҳам мувофиқ келади. Бу алмаштиришларни олдинроқ Лорентц юзаки топган эди, шунинг учун бу алмаштиришлар Лорентц алмаштиришлари деб аталди.

Шундай қилиб, махсус нисбийлик назариясининг иккита постулатлари қаноатлантирадиган, бир инерциал саноқ системасидан бошқа инерциал саноқ системасига ўтилганда координата ва вақтни алмаштиришга имкон берадиган Лорентц алмаштиришларини қараб чиқайлик. Фараз қилайлик, соддалик учун K—абсолют ва K'— нисбий инерциал саноқ системалари X ўқи бўйлаб бир-бирига нисбатан v тезлик билан ҳаракатланаётган ва бошланғич вақт $(t=0)$ да координат бошлари O ва O' устма-уст $x=x'=0$ тушсин (5.3-расм). У вақтда, махсус нисбийлик назариясининг заминида ётувчи Лорентц алмаштиришлари қуйидаги кўринишда ёзилади (2-жадвал):

5.2-жадвал.

$K' \to K$	$K \to K'$
$x = \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}.$ $y = y';$ $z = z';$ $t = \frac{t'+v/c^2\, x'}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}.$	$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}.$ $y' = y;$ $z' = z;$ $t' = \frac{t+v/c^2\, x}{\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}}.$

Лорентц алмаштиришлари универсал бўлиб, хусусий ҳолда: нисбий тезлик v ёруғлик тезлиги c дан жуда кичик, яъни $v << c$ бўлганда Галилей алмаштиришларига айланиб қолади.

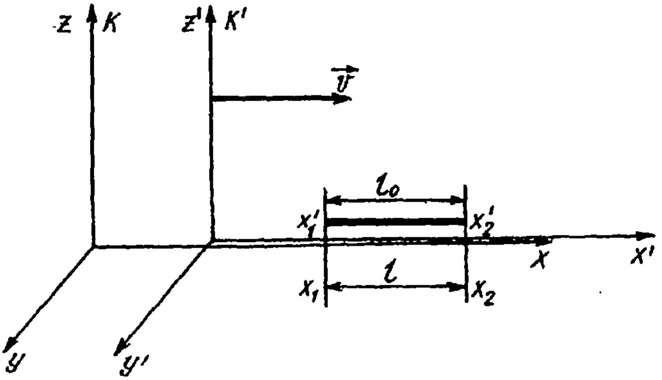


5.3-расм

5.3. ЛОРЕНТЦ АЛМАШТИРИШЛАРИДАН КЕЛИБ ЧИҚАДИГАН ХУЛОСАЛАР

Махсус нисбийлик назариясининг асоси бўлган Лоренти алмаштиришларининг татбиқидан ўзига хос қатор натижалар келиб чиқади.

1. Стержень узунлигининг нисбийлиги. Фараз қилайлик, ҳаракатланаётган K' нисбий инерциал саноқ системасида X ўқига параллел жойлашган узунлиги $l_o = x_2' - x_1'$ бўлган стержень берилган бўлсин (5.4-расм). У вақтда K абсолют инерциал саноқ системасидаги кузатувчи учун шу стерженнинг узунлиги $l = x_2 - x_1$ қандай бўлишини Лоренти



5.4-расм

алмаштиришларига асосан осонгина аниқлаш мумкин. K системадаги кузатувчи стержень учлари координатлари X_1 ва X_2 ни бир вақт t нинг ўзида аниқлайди.

Лоренц алмаштиришларидан фойдаланиб (5.2-жадвалга қ.) қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$l_o = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{x_2 - x}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{l}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Бундан

$$l = l_o\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}. \qquad (5.11)$$

Шундай қилиб, (5.11) дан кўринадики, K системадаги кузатувчига стерженнинг узунлиги K' системадагига нисбатан қисқароқ бўлади.Бунга узунликнинг Лоренц қисқариши деб аталади. Шуни айтиш керакки, жисм узунлиги ҳеч қачон қисқармайди, чунки ҳар бир инерциал саноқ системасида жисмнинг ўз узунлиги бўлади.

Шундай қилиб, турли инерциал саноқ системаларида стерженнинг узунлиги ўзгарар экан, стерженнинг узунлиги нисбийдир.

2. **Вақт ўтишининг нисбийлиги.** K' нисбий инерциал саноқ системасидаги тинч турган нуқтада юз бераётган бирор жараённинг давом этиш вақтини қараб чиқайлик. Бунда вақт ўтишини аниқлаш учун жараён бошланиши ва охиридаги соат кўрсатишларининг фарқини топиш керак. K' нисбий инерциал саноқ системаси учун масалани ҳал қилиш анча қулай, чунки жараён бошланишида ҳам, охирида ҳам соат айни бир X нуқтада бўлади ва айни бир соат бўйича белгиланади. Шунинг учун ҳам K' системада вақтнинг ўтиши $\Delta t_0 = t_2' - t_1'$, бунда t_1', t_2', — вақтлар K' системадаги соатнинг жараённи боши ва охирида кўрсатиши.

К-абсолют инерциал саноқ системаси учун, жараённинг бошланиши X_1 нуқтада, охири эса X_2 нуқтада юз беради. У вақтда К системада жараён давом этиши $\Delta t = t_2 - t_1$, бўлиб, кузатиш нуқтаси эса $x_2 - x_1 = v\Delta t$ масофага силжийди, бунда K системанинг K системага нисбатан ҳаракат тезлиги.

5.2-жадвалда келтирилган вақтга тегишли Лоренц алмаштиришларига асосан қуйидаги муносабатни ёзамиз:

$$\Delta t_o = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Бунда $t_2 - t_1 = v\Delta t$ ва $(x_2 - x_1) = v\Delta t$ бўлгани учун

$$\Delta t_o = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}v\Delta t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{\Delta t\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} = \Delta t\left(1-\frac{v}{c}\right)^{1/2} = \Delta t\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

Ва ниҳоят, бундан К системадаги жараённинг давом этиш вақти Δt қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \qquad (5.12)$$

Бу муносабатдан махсус нисбийлик назариясида айнан бир вақтда турли инерциал саноқ системаларида вақтнинг ўтиши турли вақтда давом этиши кўринади. Бошқача қилиб айтганда, ҳаракатланаётган К инерциал саноқ системасидаги соат қўзғалмас К инерциал саноқ системадаги соатга нисбатан секинроқ юра бошлайди Бу ҳодисага ҳаракатланаётган саноқ системаларида вақт ўтишининг секинлашиши дейилади. Бинобарин, махсус нисбийлик назариясида вақтнинг ўтиши ҳам нисбийдир.

Шуни айтиш керакки, барча инерциал саноқ системаларида соатлар аниқ юради, лекин уларнинг кўрсатиши солиштирилганда ҳаракатланаётган К' инерциал саноқ системасидаги соат бўйича вақтнинг ўтиши К системага нисбатан секинроқ содир бўлади. Махсус нисбийлик назариясининг бу хулосаси тажрибаларда бевосита тасдиқланган.

5. 4. ТЎРТ ЎЛЧОВЛИ ФАЗО-ВАҚТ ТУШУНЧАСИ. ИНТЕРВАЛ

Ҳар қандай физик воқеа уч ўлчовли фазо ва бир ўлчовли вақт билан тавсифланади. Классик механикада уч ўлчовли фазо координатлари x, y, z ва бир ўлчовли вақт координати t бир-биридан мустақил равишда мавжуддир. Шунинг учун Ньютон механикасида физик воқеани вақтнинг иштирокисиз, фақат уч ўлчовли фазода алоҳида қараб чиқиш мумкин.

Релятивистик механикада эса фазо (x, y, z) ва вақт (t) бир-бири билан чамбарчас боғланишга эга. Ҳақиқатан ҳам, 5.2-жадвалда келтирилган Лоренц алмаштириш тенгламаларида вақт (t) тўртинчи тенг ҳуқуқли координат сифатида иштирок этади. Шундай қилиб, релятивистик механиканинг махсус нисбийлик назариясида фазо (x, y, z) ва вақт (t)ни бир-биридан мутлақо ажратиш мумкин эмас. Шунинг учун тўрт ўлчовли фазо-вақт тушунчаси асосида фикр юритамиз.

Геометрик ўхшатишдан фойдаланиб, тўрт ўлчовли фазонинг физик маъносини осонгина тушуниб олиш мумкин. Геометрияда нуқта учта x, y, z координаталар орқали аниқланиб, иккита нуқта орасидаги масофа эса координаталар системасининг турига боғлиқ эмас. Шундай қилиб, тўрт ўлчовли фазода содир бўлаётган воқеа x, y, z координаталар билан характерланувчи, дунё нуқтаси деб аталувчи нуқта кўринишида ифодаланади. Воқеанинг содир бўлиш жараёни эса тўрт ўлчовли фазода дунё чизиғи деб аталувчи тўғри чизиқ шаклида тасвирланади. Икки воқеа орасидаги интервал тушунчаси билан танишиб чиқайлик.

Фараз қилайлик, қўзғалмас К инерциал саноқ системасида бир воқеанинг дунё нуқтаси координатлари x_1, y_1, z_1, t_1 ва иккинчи воқеанинг дунё нуқтаси координатлари эса x_2, y_2, z_2, t_2 бўлсин. У вақтда бу икки воқеалар орасидаги Δs интервал:

$$\Delta s=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2'-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-c^2(t_2'-t_1')^2}=$$
$$=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2-c^2\Delta t}\,. \tag{5.13}$$

Энди ҳаракатланувчи К' инерциал саноқ системасида юқоридаги икки воқеа орасидаги $\Delta s'$. интервал (5.13) га ўхшаш равишда қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\Delta s'=\sqrt{\Delta x_1'^2+\Delta y'^2+\Delta z'^2-c^2\Delta t'} \tag{5.14}$$

5.2-жадвалда келтирилган Лоренц алмаштиришларига биноан

$$\Delta x'=\frac{\Delta x-v\Delta t_o}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}};\ \Delta y'=\Delta y;\ \Delta z'=\Delta z;\ \Delta t'=\frac{\Delta t-\frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}};$$

ларни ёзиш мумкин: Бу ифодаларни (5.14) га қўйиб, унча мураккаб бўлмаган математик ўзгартиришдан сўнг

$$\Delta s'=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2-c^2\Delta t'}$$

ни ҳосил қиламиз. Бу ифоданинг ўнг томони (5.13) га асосан Δs интервалга тенг:

$$\Delta s' = \Delta s, \tag{5.14}$$

Шундай қилиб, иккита физик воқеанинг интервали барча инерциал саноқ системаларида бир хилдир. Бошқача қилиб айтганда, икки воқса орасидаги интервал бир инерциал саноқ системасидан унга нисбий тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган иккинчи инерциал саноқ системасига нисбат инвариантдир. Бу эса ўз навбатида, махсус нисбийлик назариясида тўрт ўлчовли фазо-вақт тушунчаси объектив эканлигидан далолат беради.

5.5. РЕЛЯТИВИСТИК МЕХАНИКАДА ТЕЗЛИКЛАРНИ ҚЎШИШ

Лоренти алмаштиришларга асосланган, тезлиги ёруғлик тезлигига яқин бўлган ҳаракатларни ўрганадиган механика релятивистик механика дейилади.

Қўзғалмас K инерциал саноқ системасидаги моддий нуқта тезлик векторининг x, y, z ўқларига проекциялари:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}. \tag{5.15}$$

Ҳаракатланувчи К' инерциал саноқ системасидаги моддий нуқта тезлик векторининг x', y', z' ўқларига проекцияларини бундай белгилаймиз:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}, v'_y = \frac{dy'}{dt'}, v'_z = \frac{dz'}{dt'}, \tag{5.15a}$$

5.2-жадвал биринчи устунидаги алмаштиришларни дифференциялаб чиқамиз:

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = dt' \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} : \; dy = dy'; \; dz = dz'.$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = dt' \frac{1 + \frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt'}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Олдинги учта тенгликни тўртинчи тенгликка мос равишда бўлиб ташланса, тезликлар учун К' системадан К системага ўтишдаги алмаштириш формулалари келиб чиқади:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\frac{dx'}{dt'}+v}{1+\frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt'}};\quad \frac{dy}{dt}=\frac{\frac{dy'}{dt'}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1+\frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt'}};\quad \frac{dz}{dt}=\frac{\frac{dz'}{dt'}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1+\frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt'}}.$$

Ва ниҳоят (5.15) ва (5.15а) ларни назарда тутиб ифодаларни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$v_x=\frac{v'_x+v}{1+\frac{v}{c^2}v'_x};\quad v_y=\frac{v'_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1+\frac{v}{c^2}v'_x};\quad v_z=\frac{v'_z\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1+\frac{v}{c^2}v'_x}. \qquad (5.16)$$

Бу формулалар тезликларни қўшиш (алмаштириш)нинг релятивистик қонунини ифодалайди.

Агар моддий нуқтанинг тезлиги ва саноқ системаларнинг нисбий тезлиги ёруғлик тезлигидан кичик, яъни $v << c$ бўлса, Ньютон механикасидаги тезликларни қўшиш қонуни келиб чиқади:

$$v_x = v'_x + v;\quad v_y = 0;\quad v_z = 0. \qquad (5.17)$$

Шу билан барча тезликларни қўшишнинг релятивистик қонуни (5.16) нисбийлик назариясининг иккинчи постулатига мувофиқ келадиган натижаларни ҳам беради. Ҳақиқатан ҳам $v'_x = c$ га тенг бўлсин деб фараз қилинса, v_x учун (5.16) нинг биринчи формуласидан қуйидаги тенглик келиб чиқади:

$$v'_x=\frac{v'_x+v}{1+\frac{v}{c^2}v'_x}=\frac{c+v}{1+\frac{v}{c^2}c}=\frac{c+v}{1+\frac{v}{c}}=c.$$

Бу натижа ёруғлик тезлиги барча инерциал саноқ системаси бир хил деб таърифланувчи Эйнштейн иккинчи постулатининг тасдиқланишидир.

5.2-жадвалнинг иккинчи устунида келтирилган Лоренц алмаштиришларидан фойдаланиб, K системадаги тезлик орқали K' системадаги тезликлар учун ҳам қуйидаги ифодаларни осонгина келтириб чиқариш қийин эмас:

$$v'_x=\frac{v_x-v}{1-\frac{v}{c^2}v'_x};\quad v'_y=\frac{v_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1-\frac{v}{c^2}v_x};\quad v'_z=\frac{v_z\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1-\frac{v}{c^2}v_x}. \qquad (5.18)$$

Бу формулаларнинг (5.16) даги барча v тезликнинг олдидаги минус ишора билан фарқ қилади, чунки К система К' системага нисбатан «$-v$» тезлик билан ҳаракатланишидир.

5.6. РЕЛЯТИВИСТИК ЭНЕРГИЯ ВА МАССАНИНГ ЎЗАРО БОҒЛАНИШИ

Классик механикада жисмнинг массаси ўзгармас (m = const) бўлганлигидан жисмнинг кинетик энергияси фақат тезлигининг ўзгариши билан ўзгаради. Релятивистик механикада эса жисмнинг массаси унинг тезлигига боғлиқ [(5.24) га қ.] бўлгани учун релятивистик кинетик энергиянинг ўзгаришида масса ўзгаришини ҳам назарга олиш керак. Бинобарин, ҳаракатланаётган жисм массасининг ортишини таҳлил қилиб, ундан жисм кинетик энергиясини массаси ўзгариши орқали ифодалаш мумкин. Жисм ёруғлик тезлигидан жуда кичик (v<<c) тезлик билан ҳаракатланаётганда (5.24) формула Ньютон биномига ёйиб чиқилади:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}+\frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}+\cdots\right) \tag{5.28}$$

Бу ерда, $\frac{v^4}{c^4}$, $\frac{v^8}{c^8}$ ва ҳоказо ҳадлар жуда кичик қийматга эга бўлганидан, уларни назарга олмаслик мумкин. У вақтда (5.28) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$m = m_0 + \frac{m_0 v^2}{2c^2} = m_0 + \frac{1}{c^2}W_k \tag{5.28a}$$

Бу ифодадан кинетик энергия:

$$W_k = mc^2 - m_0c^2\ . \tag{5.29}$$

Бунда mc^2 ни W билан белгилаб, (5.29) ни

$$W = mc^2 = m_0c^2 + W_k\,. \tag{5.30}$$

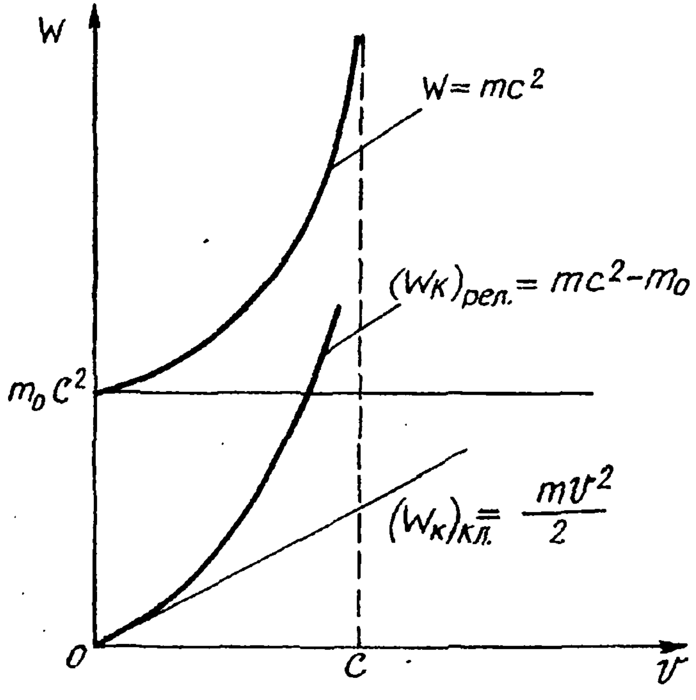
кўринишда ёзамиз. Бу муносабат махсус нисбийлик назариясининг асосий натижаларидан бири ҳисобланади. У Эйнштейн кашф этган энергия ва массанинг ўзаро боғланиш қонунининг математик ифодасидир.

(5.30) даги W жисмнинг ихтиёрий ҳолатидаги тўлиқ релятивистик энергиясидир. Агар жисм тинч (v = 0) ҳолатда бўлса, унинг кинетик энергияси $W_к$ нолга тенг бўлганидан тинч ҳолатдаги жисмнинг энергияси

$$W_0 = m_0c^2 . \qquad (5.31)$$

бўлади. Жисмнинг тинч ҳолатдаги энергияси (5.31) мавжудлигига жисмни маълум бир потенциал энергия резервуари деб қараш мумкин.

Жисмнинг тўлиқ релятивистик энергияси, $(W_к)_{рел}$ релятивистик ва $(W_к)_{кл}$ классик кинетик энергияларининг тезлигига боғланиши графиклари 5.5-расмда тасвирланган.



5.5-расм

Шундай қилиб, муҳим хулоса келиб чиқади: классик механикада энергия—жисмнинг иш бажара олиш қобилияти, массаси—инерция ўлчови бир-бири билан мутлақо боғланмаган катталиклар бўлиб, релятивистик механикада эса улар ўзаро боғланган катталиклардир.

5.7. РЕЛЯТИВИСТИК ЭНЕРГИЯ ВА ИМПУЛЬС ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ

Релятивистик энергия $W = mc^2$ ва импульс $P = mv$ орасидаги боғланишни топиш учун импульсни c га кўпайтирайлик, сўнг иккала ифодани квадратга кўтарайлик: $W^2 = m^2c^4$; $p^2c^2 = m^2c^2v^2$. Биринчи ифодадан иккинчисини айириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$W^2 - p^2c^2 = m^2c^4 - m^2c^2v^2 = m^2c^4\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right).$$

Бундаги m ўрнига (5.24) ифодаси қўйилса,

$$W^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0c^4$$

ҳосил бўлади. Бундан релятивистик энергия ва импульс P нинг ўзаро боғланишини ифодаловчи қуйидаги муносабат келиб чиқади:

$$W = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2}. \qquad (5.32)$$

Бу боғланишдан тинч ҳолатдаги массага эга бўлмаган заррачалар ҳам (жумладан, нейтрон ва фотон) релятивистик энергияга эга бўлиши кўринади. Бундай заррачаларнинг тинч ҳолатдаги массаси $m_0 = 0$ бўлгани учун, релятивистик энергияси (5.32) га асосан импульси билан қуйидаги боғланишга эга:

$$W = pc \qquad (5.33)$$

Бу бобни якунлаб шундай мулоҳазаларни айтиш мумкин: махсус нисбийлик назарияси Галилей, Ньютон ва бошқа олимлар томонидан асосланган классик механиканинг қонун ва қоидаларини инкор қилмай, аксинча уларни ривожлантиради ва умумлаштиради ҳамда классик механиканинг қўлланиш чегараларини белгилаб беради.

Бутун релятивистик механика амалий қўллаш жиҳатдан муҳандислик механикаси ҳам бўлиб қолди. Унинг ёрдами билан элементар зарралар тўқнашишлари, релятивистик заррачаларнинг модда билан ўзаро таъсири ва умуман ёруғлик тезлигига яқин тезликдаги барча жараёнлар таҳлил қилинади. Зарядли элементар заррачаларнинг барча замонавий тезлаткичлари релятивистик механика асосида режалаштирилади ва ҳисоблаб чиқилади.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Галилей алмаштиришларини ёзинг ва механик нисбийлик принципини таърифланг.
2. Галилей алмаштиришларидан қандай муҳим хулосалар келиб чиқади?
3. Классик механикадаги инерциал саноқ системаларида импульс, кинетик ва тўлиқ энергиялар ўзаро қандай боғланишга эга?
4. Физо, Майкельсон-Морли тажриба натижалари ва унинг моҳияти қандай?
5. Қандай механика релятивистик механика дейилади?
6. Махсус нисбийлик назарияси деб қандай назарияга айтилади?
7. Махсус нисбийлик назариясининг асосий принципи: Эйнштейннинг биринчи ва иккинчи постулатлари таърифлансин.
8. Релятивистик механикадаги Лоренц алмаштиришлари ёзилсин.
9. Қандай шароитда Лоренц алмаштиришлари Галилей алмаштиришларига айланади?
10. Релятивистик механикада узунлик, вақт ўтишининг нисбийлиги, уларнинг тезлик боғланиши ёзилсин.
11. Релятивистик механикада тезликларни қўшиш қонунининг ифодаси ёзилсин.
12. Релятивистик динамиканинг асосий қонуни қандай кўринишга эга? Энергия ва импульс-чи?
13. Масса ва энергия ўзаро қандай боғланишга эга ва унинг физик маъноси қандай?
14. Релятивистик энергия ва импульс ўзаро қандай боғланишга эга?

6-БОБ

СУЮҚЛИКЛАР МЕХАНИКАСИ

6.1. СУЮҚЛИКЛАРНИНГ УМУМИЙ ХОССАЛАРИ

Суюқлик—модданинг қаттиқ ва газсимон ҳолатлари ўртасидаги агрегат ҳолат. Суюқликнинг баъзи хоссалари газникига, баъзи хоссалари қаттиқ жисмникига ўхшаб кетади. Шунинг учун у ўзига хос оқувчанлик хоссаси билан бир қаторда ҳажмий эластиклик хоссасига эга. У қаттиқ жисмга ўхшаб маълум ҳажмни эгаллайди, идишга қуйилганда эса, газ сингари идиш шаклини олади.

Суюқликларда босим таъсирида намоён бўладиган ҳажмий эластиклик хусусияти сиқилувчанлик коэффициенти β билан ифодаланади:

$$\beta = -\frac{1}{v}\frac{dv}{dp}. \qquad (6.1)$$

Суюқликнинг сиқилувчанлик коэффициенти деб, босим бир бирликка ўзгарганда суюқлик ҳажмининг нисбий ўзгаришига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Одатда сиқилувчанлик коэффициентининг тескари ифодаси К га тенг бўлган физик катталикка суюқликнинг ҳажмий эластиклик модули дейилади:

$$K=\frac{1}{\beta}=-v\frac{dp}{dv}. \qquad (6.2)$$

Суюқликнинг ҳажмий эластиклик модули деб, унинг нисбий ҳажмини бир бирликка ўзгартириш учун зарур бўлган босимга миқдор жиҳатидан тенг бўлан физик катталикка айтилади.

Суюқликлар жуда кичик сиқилувчанликка эга бўлгани учун айрим ҳолларда улар ҳажмининг ўзгаришларини мутлақо ҳисобга олмаслик имкониятини беради ва бу ҳолда идеал суюқлик деб аталувчи абсолют суюқлик тушунчаси киритилади.

6.2. СУЮҚЛИКНИНГ МУВОЗАНАТ ВА ҲАРАКАТ ҲОЛАТ ТЕНГЛАМАСИ

Ҳар қандай суюқликларда таъсир қилувчи кучлар одатда масса (ҳажмий) кучларга ва сирт кучларга бўлинади. Масса кучи ўзи таъсир қилаёттган суюқликнинг элементар массаси dm га, бинобарин элементар ҳажми dv га пропорционалдир:

$$d\vec{F}=\vec{a}dm=\vec{a}\rho dv=\vec{f}dv, \qquad (6.3)$$

бунда $\vec{f}$—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унга масса кучининг ҳажмий зичлиги деб аталади ва у қуйидагига тенгдир:

$$\vec{f}=\frac{d\vec{F}}{dv}=\vec{a}\rho=\frac{d\vec{v}}{dt}P \qquad (6.4)$$

бу ерда: $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$ тезланиш, $dm=\rho dv$ суюқликнинг dv ҳажмига мос келган массаси, ρ —эса унинг зичлиги.

Масса кучининг ҳажмий зичлиги $\vec{f}$ суюқликдаги босим (кучланиш) билан қуйидагича боғланишга эга:

$$\vec{f}=\frac{dp}{dx}\vec{i}+\frac{dp}{dy}\vec{j}+\frac{dp}{dz}\vec{k}. \qquad (6.5)$$

Вектор анализдан маълумки, (6.5)нинг ўнг томонидаги вектор ифодаси скаляр Pнинг градиенти деб аталади ва grad p орқали белгиланади:

$$\operatorname{grad}P=\frac{dp}{dx}\vec{i}+\frac{dp}{dy}\vec{j}+\frac{dp}{dz}\vec{k}. \qquad (6.6)$$

Шундай қилиб, (6.5) ва (6.6)га биноан, қуйидаги тенглама келиб чиқади:

$$\mathrm{grad}\, p = \vec{f}\,. \qquad (6.7)$$

Бу формула суюқлик мувозанат ҳолатининг, яъни гидростатиканинг асосий тенгламаси бўлиб, бундай таърифланади:

Суюқлик мувозанат ҳолатда бўлганда масса кучининг ҳажмий зичлиги босимининг градиентига тенг бўлади.

Шуни айтиш керакки, (6.7) шарт бажарилганда суюқликка таъсир қилувчи куч консерватив кучдан, унинг майдони эса консерватив майдондан иборат бўлади. Бинобарин, ноконсерватив куч майдонидаги суюқликлар мувозанат ҳолатда бўлиши мумкин эмас.

(6.7) формула асосида, суюқлик ҳаракати ҳолатининг, яъни гидродинамиканинг асосий тенгламасини осонгина чиқариш мумкин. Мувозанат $\left(\vec{f} - \mathrm{gpad}\, p = 0\right)$даги суюқликка $\rho\vec{a} = \beta\frac{d\vec{v}}{dt}$ ҳажмий зичлигига тенг куч таъсир қилганда, у ҳаракатга келади ва қуйидаги тенглама ўринли бўлади:

$$\rho\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - \mathrm{grad}\, p. \qquad (6.8)$$

Бу формула суюқликнинг ҳаракат ҳолат тенгламаси ёки Эйлер тенгламаси ҳам деб аталади.

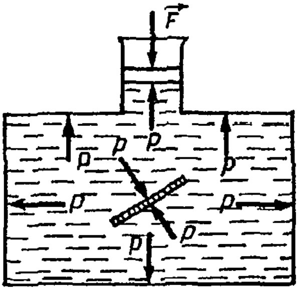
6.3. ИДЕАЛ СУЮҚЛИК ГИДРОСТАТИКАСИ

Гидростатиканинг умумий вазифаси мувозанатдаги суюқликнинг идиш деворига ёки суюқликка туширилган жисмларга таъсирини, суюқлик эгаллаган.ҳажмда гидростатик босимнинг тарқалиш қонунларини ҳамда ҳар хил қурилма элементларига тинч турган суюқликнинг таъсир кучларини аниқлашдан иборатдир.

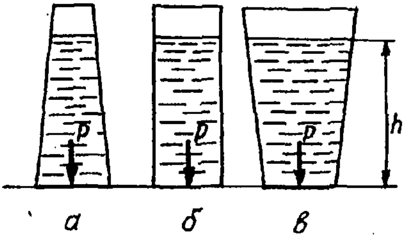
1. **Паскаль (1623—1662) қонуни.** Агар суюқлик (ёки газ)нинг оғирлиги назарга олинмаса, масса кучининг ҳажмий зичлиги мавжуд бўлмайди, яъни $\vec{f} = o$ бўлади. У вақтда (6.5)дан:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = o;\\ &p = \mathrm{const}.\end{aligned}\right\} \qquad (6.9)$$

Бу формула суюқлик ва газлар учун Паскаль қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади: *тинч турган суюқликнинг (газнинг) исталган жойида босим ҳамма йўналишда бир хил* бўлиб, шу билан бирга суюқлик (газ)нинг бутун ҳажми бўйлаб бир хил узатилади (6.1-расм).



6.1-расм



6.2-расм

2. **Суюқлик устунининг босими.** Агар суюқлик оғирлик майдонида бўлса, масса кучининг ҳажмий зичлиги $f = \rho g$ бўлади. Z ўқни вертикал юқорига йўналтирамиз. У ҳолда суюқлик мувозанат ҳолатининг (6.6) тенгламаси

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \text{ ва } \frac{\partial p}{\partial z} = \rho g$$

кўринишга келади.

Суюқлик устунининг баландлиги h га қараб босимнинг ўзгаришини охирги тенгламани интеграллаб осонгина аниқлаш мумкин:

$$\int_{p_0}^{p} dp = \int_{o}^{h} \varrho g dz: \ p_0 - p = \rho g h.$$

Бунда

$$p = p_0 + \rho g h. \qquad (6.10)$$

Бу ерда p_0 суюқликнинг $z = h$ баландлигидаги босими, яъни координаталар боши суюқликнинг эркин сиртида олинган бўлса, у атмосфера босими бўлади. Фақат суюқлик устуни ҳосил қилган $p_{гид.}$ босимга гидростатик босим дейилади:

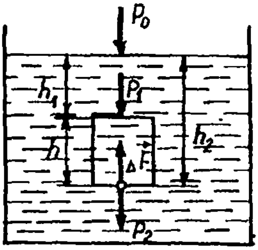
$$p_{гид} = \rho g h. \qquad (6.11)$$

Шундай қилиб, фақат суюқлик устуни ҳосил қилган босим суюқлик солиштирма оғирлиги (ρg)нинг баландлик h га кўпайтмасига тенг экан.

Идиш тубига бўлган босим кучига оид «гидростатик парадоксни» (6.2-расм) суюқликдаги босим тақсимоти изоҳлаб беради. Идиш тубига бўлган босим кучи P идишдаги суюқлик оғирлигига нисбатан ҳар хил бўлади. Босим кучи идиш ичидаги суюқлик оғирлигидан ортиқ бўлиши ҳам, (6.2,а- расм), тенг (6.2,б- расм) ва кичик (6.2,в-расм) бўлиши ҳам мумкин, чунки идиш тубига бўлган босим кучи P гидростатик босим $P_{гид}$ билан идиш тубининг юзаси s га кўпайтмасига тенг:

$$P = p_{гид} \cdot S = \rho g h \cdot S. \qquad (6.12)$$

3. **Архимед қонуни.** Агар суюқликка ташқи куч таъсир этмаса, суюқликка ботирилган жисмларга фақат гидростатик босим таъсир қилади. Соддалик учун идишдаги суюқликка тўғри бурчакли параллелепипед шаклидаги жисм туширилган бўлсин (6.3- расм). Бу жисмнинг ён сиртига, шунингдек остки асосларига гидростатик босим таъсир қилади. Жисмнинг ён ёқларига таъсир қилувчи суюқлик босимлари тенг ва қарама-қарши йўналганлиги учун улар ўзаро мувозанатланади. Жисмнинг устки ва остки асосларига таъсир қилувчи гидростатик $p_1 = \rho_o g h_1$ ва $p_2 = \rho_o g h_2$ босимлар фарқи $p = p_2 - p_1 = \rho_o g(h_2 - h_1)$ жисмнинг остки асосидан юқорига йўналган босимдан иборат бўлади. У вақтда суюқликдаги асосининг юзи S бўлган жисмни юқорига кўтарувчи Архимед кучи қуйидагига тенг бўлади:



6.3-расм

$$F_A = ps = \rho_o g(h_2 - h_1)s = \rho_o ghS = \rho_o gV. \qquad (6.13)$$

бунда ρ_o — суюқликнинг зичлиги, g — эркин тушиш тезланиши, h_1 ва h_2 жисмнинг устки ва остки асосларига бўлган суюқлик устунларининг баландликлари, h эса жисмнинг баландлиги.

(6.4) формула Архимед (эрамиздан олдинги 287-212 йиллар) қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай

...рифланади: *суюқлик ёки газга ботирилган ҳар қандай жисмга шу жисм сиқиб чиқарган суюқлик ёки газларнинг оғирлигига тенг ва юқорига йўналган куч таъсир қилади.*

Суюқликка ботирилган жисмга иккита куч: вертикал пастга йўналган P оғирлик кучи ва вертикал юқорига йўналган $F_А$ Архимед кучи таъсир қилади. У вақтда бу кучларнинг таъсирида жисм катта куч томонга ҳаракат қилади. Бунда қуйидаги уч ҳол бўлиши мумкин:

1) Агар жисмнинг оғирлиги P Архимед кучи $F_А$ дан катта ($P > F_А$) бўлса жисм $F = P—F_А$ пастга йўналган натижаловчи куч таъсирида суюқликда чўка бошлайди.

2) Агар жисмнинг оғирлиги Р Архимед кучи $F_А$ га тенг ($P = F_А$) бўлса, жисмга таъсир қилувчи натижаловчи куч нолга тенг $F = 0$ бўлгани учун жисм суюқликнинг ихтиёрий жойида мувозанатда, яъни муаллақ ҳолатда бўлади.

3) Агар жисмнинг оғирлиги Р Архимед кучи $F_А$ дан кичик ($P < F_А$) бўлса, жисм $F = P — F_А$ натижаловчи юқорига йўналган куч таъсирида суюқликдан қалқиб чиқади ва сузиб юради. Суюқлик юзида сузиб юрувчи жисмнинг оғирлиги бу жисм сиқиб чиқарган суюқлик ҳажмининг оғирлигига тенг бўлади.

6.4. ИДЕАЛ СУЮҚЛИКНИНГ ҲАРАКАТИ ВА УЗЛУКСИЗЛИК ШАРТИ

Идеал суюқлик ҳаракатини икки хил усул билан текшириш асосида ҳаракат қонуниятларини аниқлаш мумкин.

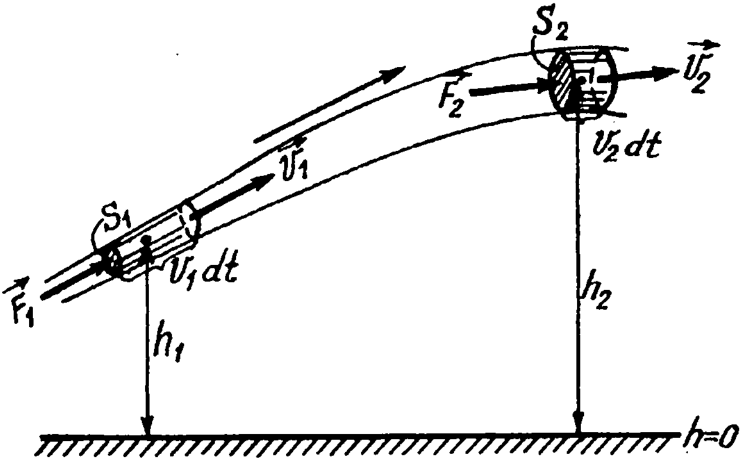
Биринчи усул: *суюқликнинг алоҳида заррача ҳаракатини кузатиш асосида вақтнинг ҳар бир моментида бу заррачанинг ўрнини ва тезлигини, шу билан суюқлик барча заррачаларининг траекторияларини ҳам аниқлаш мумкин.*

Лекин жуда қулай бўлган иккинчи усулда, *суюқлик заррачаларини кузатмасдан фазонинг алоҳида нуқталарини кузатиб, шу нуқталардан суюқлик заррачалари қандай тезлик билан ўтаётганини қайд қилиб бориш йўли билан суюқлик ҳаракатининг қонуниятларини тушунтириш мумкин. Бу усулга Эйлер усули дейилади.* Агар фазонинг битта нуқтаси эмас, балки ҳар хил нуқталари кузатилиб, вақт қайд қилинса, суюқлик тезликлари тақсимотининг оний манзараси—тезликлари майдони ҳосил бўлади. Суюқликнинг тезлик майдони оқим чизиқлари деб аталувчи чизиқлар билан тасвирланади (6.4-расм). *Оқим чизиқлари деб, шундай эгри чизиқларга айтиладики, унинг ҳар бир*

6.5. БЕРНУЛЛИ ТЕНГЛАМАСИ ВА УНИНГ ТАТБИҚИ

Реал суюқлик ва газлар ҳаракатини текшириш жуда мураккаб масаладир. Бу масалани соддалаштириш учун ички ишқаланиш кучлари ҳисобга олинмайдиган идеал суюқликнинг ҳаракати мисолида қараб чиқамиз. Идеал суюқликда таъсир қилиши мумкин бўлган бирдан-бир сирт кучлари ҳосил қилган p босимдир.

Идеал суюқликнинг бирор консерватив куч майдонидаги, жумладан оғирлик майдонидаги барқарор оқимини қараб чиқамиз. Бу оқимга энергиянинг сақланиш қонунини татбиқ қилиб, идеал суюқликнинг оқим тезлиги ва босими орасидаги боғланишни аниқлаймиз. Бунинг учун идеал суюқликнинг барқарор оқими ичида кўндаланг кесим юзлари s_1 ва s_2 бўлган оқим найини ажратиб оламиз (6.6-расм).



6.6-расм

S_1 ва S_2 кесимлар орқали dt вақт давомида най бўйлаб ўтган суюқлик элементар массалари маркази бирор горизонтал сатҳдан баландликлари мос равишда h_1 ва h_2 бўлсин.

Соддалик учун фараз қилайлик, сув оқимида иссиқлик алмашуви мавжуд бўлмасин, яъни $dq = 0$ бўлсин. У вақтда $T = \mathrm{const}$ бўлиб, суюқлик ички энергиясининг ўзгариши $du = 0$ бўлади. Бу ҳолда энергиянинг сақланиш қонунига биноан dt вақт оралиғида оқиб ўтган суюқлик тўлиқ энергиясининг ўзгариши $dw_T = dw_к + dw_п$ташқи кучнинг бажарган иши δ А га тенг бўлади:

$$dw_к + dw_п = \delta A \tag{6.17}$$

Бу ерда суюқликнинг dm массасига мос келган кинетик, потенциал энергияси ва ташқи кучнинг бажарган иши қуйидаги кўринишга эга:

$$\left.\begin{aligned} dw_к &= dw_{к_2} + dw_{к_1} = \frac{dm\cdot v_2^2}{2} - \frac{dm\cdot v_1^2}{2} = \frac{dm}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) \\ dw_п &= dw_{п2} + dw_{п1} = dm\cdot gh_2 - dm\cdot gh_1 = dm\cdot g\left(h_2 - h_1\right) \end{aligned}\right\} \tag{6.18}$$

$$dA = dA_2 - dA_1 = F_2dl_2 = F_1dl_1 = p_2s_2v_2dt - p_1s_1v_1dt. \tag{6.19}$$

Суюқликнинг узлуксиз шартига биноан $v_1s_1 = v_2s_2$ бўлгани учун охирги ифодадаги $vsdt$ кўпайтмани

$$s_1v_1dt = s_2v_2dt = dv = \frac{dm}{\beta}. \tag{6.20}$$

кўринишда ёзиш мумкин. (6.19) ни (6.20) га биноан бундай кўринишда ёзамиз:

$$dA = p_2\frac{dm}{\beta} - p_1\frac{dm}{\beta} = \frac{dm}{\beta}\left(p_2 - p_1\right). \tag{6.21}$$

Шундай қилиб, (6.18) ва (6.20) ифодаларни (6.17) га қўйилса

$$\frac{dm}{\beta}\left(v_2^2 - v_1^2\right) + dm\cdot g\left(h_2 - h_1\right) = \left(p_2 - p_1\right)\frac{dm}{\beta}$$

ифода келиб чиқади. Бу ифодани $\frac{dm}{\beta}$ га бўлиб, мос равишда бир хил индексли катталикларни бир томонга ўтказилса,

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2 \tag{6.22}$$

муносабат ҳосил бўлади. Бу муносабат оқим найининг ихтиёрий кесимлари учун ҳам ўринлидир. У вақтда (6.22) формулани умумий кўринишда ёзиш мумкин:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}. \tag{6.23}$$

Бу муносабатга Даниэл Бернулли (1700—1782) тенгламаси деб аталади. Бунга ρ —суюқлик зичлиги; v — оқим тезлиги; h— оқим чизиғининг бирор сатҳдан баландлиги.

Бернулли тенгламасидаги қўшилувчи ҳадларнинг физик маъносини аниқлайлик:

1. Учинчи қўшилувчи p катталик суюқлик ичидаги босимни англатади. Унга статик босим дейилади.

2. Иккинчи қўшилувчи $\rho dh = p_{гид}$ гидростатик босим дейилади.

3. Биринчи қўшилувчи $\frac{\rho v^2}{2} = p_{дин}$ эса динамик босим дейилади.

У вақтда Бернулли тенгламасини бундай таърифлаш мумкин:

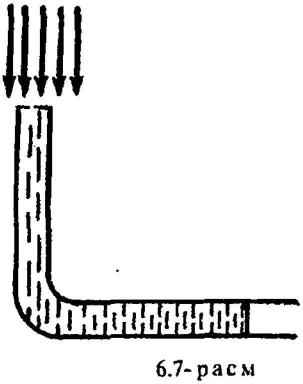
Идеал суюқлик барқарор оқимидаги тўла босим динамик, гидростатик ва статик босимларининг йиғиндисига тенг.

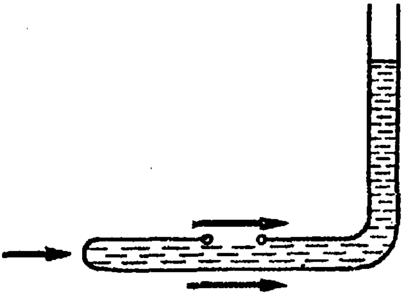
Кўплаб мураккаб масалалар Бернулли тенгламаси (6.23) нинг татбиқи асосида осонгина ҳал қилинади, жумладан:

1. Агар оқим чизиғи горизонтал бўлса, (6.23) тенгламага биноан суюқликнинг тўла босими p_0 динамик ва статик босимларнинг йиғиндисига тенг бўлади:

$$p_0 = \frac{\rho v^2}{2} + p. \qquad (6.24)$$

Фазонинг маълум нуқтасида суюқликнинг тўла босими p_0 ни ва статик босим p ни ўлчаб, суюқликнинг шу нуқтадаги тезлигини ҳисоблаб топиш мумкин. Тўла босимни ўлчаш учун Пито (1695—1771) найи ишлатилади. Пито найи—ингичка букилган манометрик най бўлиб, очиқ учи билан суюқлик оқимига қарши ўрнатилади (6.7- расм). Пито


6.7-расм


6.8-расм

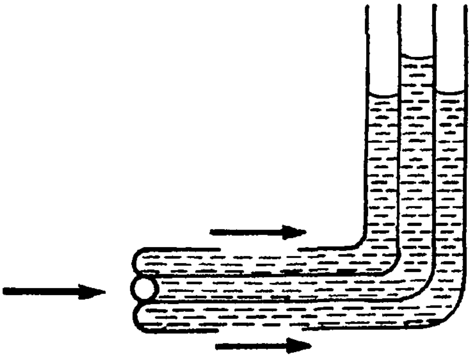
найига йўналган оқим чизиқлари суюқлик тинч бўлган жойида тугалланади. Шунинг учун ҳам Пито найида ҳосил бўлган суюқлик устунининг баландлиги тўла босим p_0 ни кўрсатади.

Туташ муҳтидан иборат бўлган қувурдаги сув оқимининг, самолёт атрофидаги ҳаво оқимининг тўла босими p_0 Пито найи билан ўлчанса, статик босим p эса зонд найи деб аталувчи иккинчи хил манометрик най билан ўлчанади. Зонд найи (6.8- расм) ҳам Пито найига ўхшаш бўлиб, олд қисми кавшарланган ва ён деворида кичик дарчаси бор. Амалда тўла босим p_0 ни ва статик босим p ни бир вақтда ўлчаш учун Пито ва зонд найини бирга қўшиб, 6.9- расмда тасвирлангандек қўш най кўринишида ясалади. Бундай қўш найча Прандтель (1875—1953) найи деб аталади. Бу най кўрсатган босимлар фарқи $p_0 - p = \frac{\rho v^2}{2}$ дан туташ муҳитнинг оқим тезлиги v ни осонгина аниқлаш мумкин.

Шуни айтиш керакки, эркин сирт суюқликка, жумладан дарёга туширилган Пито найи динамик босим $p_{дин} = \frac{\rho v^2}{2}$ кўрсатади, ундан тўғридан-тўғри оқим тезлиги v ни осонгина аниқлаш мумкин.

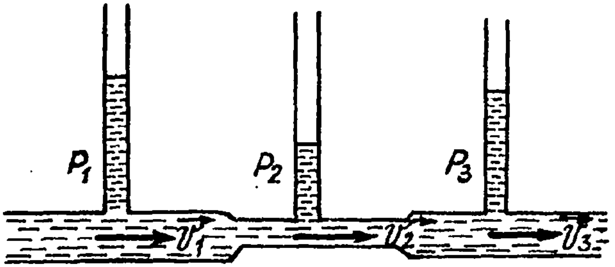
2. Агар кўндаланг кесим юзи ҳар хил най горизонтал, яъни $h_1 = h_2$ бўлса, Бернулли тенгламаси (6.22) қуйидаги кўринишни олади:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} = \text{const}. \qquad (6.25)$$



6.9-расм

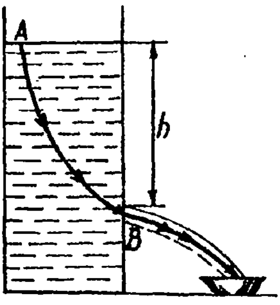
Шундай қилиб, (6.25) дан кўринадики, сувнинг оқим тезлиги қанча катта бўлса, суюқликнинг статик босими шунча кичик бўлади ва аксинча. Суюқликнинг узлуксизлик шарти (6.10) га асосан $s_1 > s_2$ бўлса, $v_1 < v_2$ бўлиб, $p_1 > p_2$ бўлади. Бошқача қилиб айтганда найнинг тор жойида тезлик ортса, босими камаяди. 6.10-расмда кесим юзи ўзгарувчан горизонтал шиша найга вертикал найчалар кавшарланган. Бу найчалар манометр вазифасини ўтайди. Найдан сув юборилса, тор жойда босим энг кичик, оқим тезлиги энг катта ва аксинча, кенг жойда босим энг катта, оқим тезлиги эса энг кичик бўлади (6.10- расмга қ.).



6.10-расм

Суюқлик босими p нинг оқим тезлиги v га боғланиши техникада кенг қўлланилади. Жумладан, пульверизатор, карбюратор, сув ўлчов асбоби («водомер») ва шунга ўхшаш асбоблар ясалган.

3. Торичелли формуласи. Идеал сиқилган суюқликнинг кенг идиш деворидаги ёки тубидаги кичик тешикчадан оқиб чиқишини қараб чиқамиз. Суюқлик заррачалари кўндаланг йўналишларда тезликларга эга бўлган ҳолда тешикка яқинлашиб келади (6.11-расм). Суюқлик кичик тешикдан оқиб чиқишида оқим чизиқлари эркин сиртга яқин жой ($v = 0$) дан бошланиб, тешикча орқали ўтади. Маълумки, Бернулли тенгламаси ҳар қандай оқим чизиқлари учун ўринлидир. У вақтда Бернулли тенгламасини бирор оқим чизиғи A ва B нуқталарга татбиқ қиламиз (6.11-расм). A нуқтада



6.11-расм

заррача тезлиги нолга тенг бўлиб, В нуқтадагиси v бўлсин. У вақтда Бернулли тенгламасидан: $p_0 + \rho g h = p_0 + \frac{\rho v^2}{2}$, бунда p_0—атмосфера босими; h—сув оқаётган тешикдан эркин сиртгача бўлган баландлик. Бундан қуйидаги натижа келиб чиқади:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

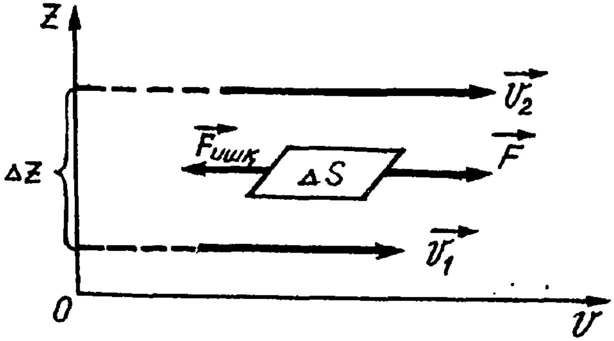
(6.26) формуладан кўринадики, идиш тубидаги тешикдан оқиб чиқаётган сувнинг тезлиги v (6.11-расмга қ.), h—баландликдан эркин тушаётган жисмнинг $v = \sqrt{2gh}$. тезлигига тенг.

6.6. ҚОВУШОҚ СУЮҚЛИКЛАР ГИДРОДИНАМИКАСИ

Гидродинамика сиқилмайдиган суюқликлар ҳаракатини ва уларнинг қаттиқ жисмлар билан ўзаро таъсирини ўрганадиган гидромеханиканинг бир бўлими. Гидродинамика масалаларини ҳал қилишда механиканинг асосий қонунлари ва усулларидан фойдаланилади.

Реал суюқликларда нормал босим кучларидан ташқари ҳаракатланувчи суюқлик элементлари чегараларида ички ишқаланишнинг ёки қовушоқликнинг тангенциал (уринма) кучлари ҳам таъсир қилади. Шунинг учун ҳам суюқлик қатламларининг бир-бирига нисбатан ҳаракатланиши жараёнида улар орасида ички ишқаланиш, яъни қовушоқлик ҳосил бўлади.

Ички ишқаланиш, кўчирилиш ҳодисалардан бири бўлиб, ихтиёрий туташ муҳитда кузатилади. Суюқликларда ички ишқаланишнинг ҳосил бўлиш сабабларини гидродинамика ва молекуляр кинетик назария асосида қараб чиқиш мумкин. Суюқликнинг қовушоқлиги суюқлик молекулаларининг бир қатламдан иккинчи қатламга импульсни кўчириб ўтиши асосида ҳосил бўлади. Суюқлик молекулалари газ молекулалари каби эркин ҳаракат қила олмайди, улар тебранма ҳаракат қилиб, вақти-вақти билан кўчади, бунда силжиш масофаси уларнинг ўлчамлари тартибида бўлади. Суюқлик зичлиги катта бўлгалиги сабабли молекулаларнинг илгариланма ҳаракати чеклангандир. Паст температурада суюқлик молекулаларининг сакраб кўчиши жуда сийрак бўлганлиги сабабли, суюқликнинг қовушоқлиги газларникига нисбатан жуда катта бўлади. Суюқликнинг



6.12-расм

қовушоқлиги температурага кучли боғлиқ бўлиб, температаура ортиши билан тез камая боради.

Суюқлик ҳаракатланганда унинг қатламлари орасида юзага келган ички ишқаланиш кучлари қатламлар тезликларини тенглаштиришга интилади. Бу кучларнинг юзага келишини қуйидагича тушунтириш мумкин: ҳар хил тезликлар билан ҳаракатланувчи қатлам молекулаларининг тартибсиз ҳаракати натижасида секинроқ ҳаракатланувчи қатламга импульс кўчади. Бу эса импульснинг ўзгаришига сабаб бўлади. Ўз ўрнида импульснинг $d\vec{p}$ ўзгариши куч импульси $\vec{F}dt$ га тенг, яъни $d\vec{p}=\vec{F}dt$ бўлгани учун, қатламлараро параллел жойлаштирилган текисликка уринма равишда йўналган ички ишқаланиш кучи $\vec{F}_{ишқ}$ ни ҳосил қилади. Тажрибадан аниқланган Ньютон қонунига биноан икки қатлам орасидаги ички ишқаланиш кучи (6.12-расм):

$$\vec{F}_{ишк} = -\eta\frac{dv}{dz}\Delta s_1 \qquad (6.27)$$

бунда Δs—суюқлик қатламларига параллел жойланган юзача, $\frac{dv}{dz}$—тезлик градиенти, η—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, у суюқлик табиатига, ҳолатига ва ҳароратига боғлиқ бўлиб, у *ички ишқаланиш коэффициенти ёки қовушоқлик коэффициенти, ёки қисқача қилиб суюқликнинг қовушоқлиги* ҳам дейилади, «—» минус ишора $\vec{F}_{ишқ}$ ички ишқаланиш кучи суюқлик қатламининг ҳаракатига тескари йўналганлигини ифодалайди.

(6.27) дан суюқликнинг қовушоқлиги миқдор жиҳатдан қуйидагига тенг бўлади:

$$|\eta| = \frac{\vec{F}_{ишқ}}{{}^{dv}\!/_{dz}\cdot\Delta s}. \qquad (6.28)$$

Агар (6.28) да $\frac{dv}{dz}=1$ ва $\Delta s=1$ бўлса, $|\eta| = F_{ишқ}$ бўлганлигидан суюқликнинг қовушоқлиги қуйидагича таърифланади:

Суюқликнинг қовушоқлиги деб, қатламлар тезлик градиенти бир бирликка тенг бўлганда, қатламлараро жойлашган юза бирлигига уринма равишда таъсир қилувчи ички ишқаланиш кучига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Қовушоқликнинг СИ даги ўлчов бирлиги:

$$|\eta|_{си} = \left|\frac{F_{ишқ}}{{}^{dv}\!/_{dz}\cdot\Delta s}\right|_{си} = \frac{H}{м^2\cdot с1^{-1}} = \frac{H}{м^2}c = Па\cdot c$$

Қовушоқликнинг ўлчамлиги:

$$\dim|\eta| = \dim\left|\frac{F_{ишқ}}{{}^{dv}\!/_{dz}\cdot\Delta s}\right| = \frac{LMT^{-2}}{LT^{-1}\cdot L^{-1}\cdot L^2} = L^{-1}MT^{-1}.$$

Туташ муҳит (суюқлик)нинг ҳаракатланаётган жисмга таъсир қонуниятини билган ҳолда, унинг қовушоқлик коэффициенти η ни аниқлаш мумкин. Агар r радиусли шарча қовушоқ суюқликда ўзгармас тезлик билан тушаётганда унга таъсир қилувчи ички ишқаланиш кучи:

$$F_{ишқ} = 6\pi\eta rv. \qquad (6.29)$$

Суюқликда текис $(\vec{v} = \text{const})$ ҳаракатланиб тушаётган шарчага пастга томон йўналган $\vec{P}$—оғирлик кучи, юқори томон йўналган $\vec{F}_A$—Архимед кучи ва шар ҳаракатига қарама-қарши йўналган $\vec{F}_{ишқ}$—ички ишқаланиш кучи таъсир қилади (6.13-расм), яъни шарнинг оғирлик кучи Архимед ва ички ишқаланиш кучлари билан ўзаро мувозанатлашади:

$$P = F_A + F_{ишқ}. \qquad (6.30)$$

Бунда шарнинг оғирлиги $\vec{p}$ ва унга таъсир қилувчи Архимед кучи $\vec{F}_A$ қуйидагига тенгдир:

$$P = mg = \rho Vg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g\,;\; F_A = \rho_0 gV = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g\,. \quad (6.31)$$

Бу ерда ρ — шар моддасининг зичлиги, ρ_0—суюқлик зичлиги, r—шарнинг радиуси, g—эркин тушиш тезланиши.

(6.29), (6.31) дан $F_{\text{ишқ}}, P_1$ F_A кучларнинг ифодаларини (6.30) га қўйилса, $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g + 6\pi\eta\ rv$ ёки $6\pi\eta\ rv = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho - \rho_0)$ бўлади. Ва ниҳоят, бундан суюқликнинг қовушоқлик коэффициентини аниқласак:

$$\eta = \frac{2}{9}\cdot\frac{\rho-\rho_0}{v}r^2 g\,. \quad (6.32)$$

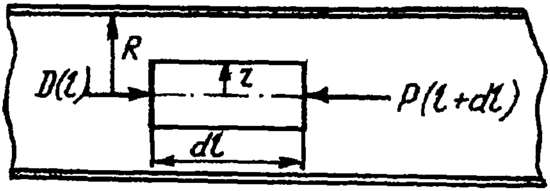
Бу формула шарча ҳаракатига идиш деворининг таъсири бўлмаган, яъни шарча ўлчамига нисбатан идиш деворини чексиз узоқлашган деб қараш мумкин бўлган ҳол учун ўринлидир.

Иккинчи томондан, Стокс формуласидаги ички ишқаланиш кучлари, фақат, суюқликнинг ламинар оқими учунгина тўғридир. *Ламинар (лат. lamino—қатлам) оқим деб, суюқлик ёки газ қатламларининг бир-бирига нисбатан сирпанма, бошқача қилиб айтганда, қатламли оқимига айтилади.* Ламинар оқимда суюқлик (ёки газ) қатламлари ўзаро параллел силжийди. Ламинар оқимда вақт бўйича оқим чизиғи ўзгармаганлигидан у стационар—барқарор ҳаракатдан иборат бўлади. Шундай қилиб,(6.32) формула суюқликнинг барқарор ҳаракатига тегишлидир.

6.7. ҚОВУШОҚ СУЮҚЛИКНИНГ НАЙДАН ОҚИШИ. ПУАЗЕЙЛЬ ФОРМУЛАСИ

Қовушоқ суюқлик горизонтал цилиндрик труба бўйлаб оққанда, суюқлик заррачалар тезликлари труба ўқига параллел йўналганлиги сабабли қовушоқлик кучлари най ўқи йўналишида таъсир қилади.

Қовушоқ суюқлик ўзгармас кесимли горизонтал тўғри найдан барқарор оқиши сабабли, унинг ҳар бир кўндаланг кесимдаги босим бир хил, бинобарин оқим чизиқлари найча ўқига параллел йўналган бўлади. Агар бундай



6.13-расм

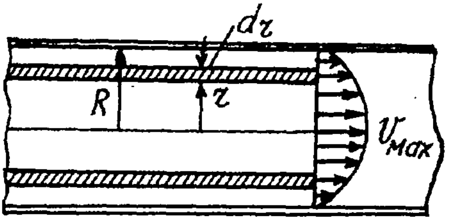
бўлмаганда эди, унда оқим чизиқлари эгилган бўлар ёки найчага кўндаланг йўналган оқим юзага келган бўлар эди. Суюқликнинг доиравий найча деворларига яқин турган ҳамма заррачалари найчага ёпишиб, уларнинг тезлиги нолга тенг; уларга яқин турган ҳалқасимон қатлам симметрия шартлари туфайли бутун айланиш бўйлаб бир хил тезликка эга бўлиши керак. Аммо қатлам тезлиги труба ўқи томон оша боради. Шунинг учун ҳам, оқим тезлиги v найча ўқигача бўлган r радиуснинг функцияси, яъни $v = f(r)$ дейиш мумкин.

Найчадан оқаётган суюқлик ҳажмида радиуси r, узунлиги dl га тенг цилиндр (6.13- расм) ажратиб оламиз ва ҳаракатланиш қонуниятини қараб чиқамиз.

Биринчидан, суюқлик оқими барқарор бўлгани учун ажратиб олинган цилиндр асосига таъсир қилувчи босим кучи df(6.13- расмга қ.) $dF = [p(l) - p(l + dl)]ds$ бўлади: бунда $p(l + dl) - p(l) = \frac{dp}{dl}dl$ ва цилиндр асосининг юзи $s = \pi r^2$ бўлгани учун босим кучи қуйидаги кўринишга келади:

$$dF = -\frac{dp}{dl}dl \cdot \pi r^2 = -\pi r^2 \frac{dp}{dl}dl. \qquad (6.33)$$

Иккинчидан, элементар цилиндрнинг ён сиртига уринма равишда таъсир қилувчи ички ишқаланиш кучи $clF_{\text{ишқ}}$ (6.27)га асосан қуйидагига тенг бўлади (6.14- расм):



6.14-расм

$$dF_{\text{ишқ}} = -\eta \frac{dv}{dr} ds_{\text{ён}},$$

бунда $ds_{\text{ён}}$—элементар цилиндрнинг ён сирти бўлиб, $ds_{\text{ён}} = -2\pi r dl$ бўлгани учун:

$$dF_{\text{ишқ}} = -2\pi\, r\eta \frac{dv}{dr} dl \qquad (6.34)$$

Бу ерда η—суюқликнинг қовушоқлик коэффициенти, радиус ортган сари тезлик камая борганлиги учун минус ишора қўйилган.

Суюқлик барқарор оқишида бу икки: босим кучи dF ва ички ишқаланиш кучи $dF_{\text{ишқ}}$ ўзаро мувозанатда, яъни уларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак:

$$-\pi r^2 \frac{dp}{dl} dl - 2\pi r \eta \frac{dv}{dr} dl = 0,$$

бунда

$$2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{dp}{dl}. \qquad (6.35)$$

Бунда $v\ (r)$—тезлик, $\frac{dv}{dr}$ — тезли градиенти l—нинг ўзгаришига боғлиқ эмас, бинобарин $\frac{dp}{dl}$ ҳосила ҳам ўзгармас, яъни $\frac{dp}{dl} = \frac{p_2 - p_1}{l} = \text{const}$ бўлиши керак (бунда p_1—суюқликнинг трубага киришдаги босими, p_2—эса чиқишдаги босими), l—трубанинг узунлиги. Натижада (6.35) ифодани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r, \qquad (6.36)$$

яъни

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr. \qquad (6.36а)$$

Маълумки, цилиндр девори яқинида оқим тезлиги $v(R) = 0$ ва $v(r) = v$ эканини ҳисобга олиб, (6.36а)ни r дан R гача интеграллаймиз:

$$\int_v^0 dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \int_r^R r dr$$

Бу интегрални ҳисоблаб топамиз:

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}\left(R^2 - r^2\right). \qquad (6.37)$$

Трубанинг ўқи ($r = 0$) да оқим тезлиги максимал бўлиб, тезликнинг қиймати трубанинг диаметри бўйича параболик қонун асосида тақсимланади (6.14-расм). Максимал тезлик қуйидагича бўлади:

$$V_{\max} = \frac{P_1 - P_2}{4\eta\, l} R^2. \qquad (6.38)$$

Агар труба диаметри бўйлаб суюқлик қатлам тезлигининг тақсимоти маълум бўлса, суюқлик сарфини, яъни трубанинг кўндаланг кесими орқали вақт бирлиги ичида ўтган суюқлик ҳажми Q ни топиш мумкин. Бунинг учун радиуси r ва юзи $ds = 2\pi r dr$ бўлган (6.14-расмга қ.) ҳалқасимон қатлам орқали вақт бирлиги ичида оқиб ўтган суюқликнинг ҳажми:

$$dQ = {}^{dV}\!/_{t} = \frac{l}{t} ds = v \cdot 2\pi r dr = 2\pi v r dr, \qquad (6.39)$$

бўлади, бунда $v = {}^{l}\!/_{t}$ — оқим тезлиги, унинг ифодасини (6.37)дан (6.39)га қўйилса:

$$dQ = 2\pi \frac{p_1 - p_2}{4\eta\, l}\left(R^2 - r^2\right) r dr = \pi \frac{p_1 - p_2}{2\eta\, l}\left(R^2 - r^2\right) r dv. \qquad (6.39\text{а})$$

Бу ифодани 0 дан R гача оралиқда интеграллаб, ҳисоблаш амали бажарилса, трубанинг бутун кесими орқали суюқлик сарфи Q ни топамиз:

$$Q = \int_0^R \pi \frac{P_1 - P_2}{2\eta\, l}\left(R^2 - r^2\right) r dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{2\eta\, l}\int_0^R \left(R^2 - r^2\right) r dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{8\eta\, l} R^4.$$

$$(6.40)$$

Шундай қилиб, *суюқлик сарфи труба учларидаги босимлар фарқига, труба радиусининг тўртинчи даражасига тўғри пропорционал бўлиб трубанинг узунлигига ва суюқликнинг қовушоқлик коэффициентига тескари пропорционалдир.*

Бу қонуният 1839 йилда Гаген томонидан ва 1840 йилда француз олими Пуазейль томонидан экспериментал асосда бир-биридан мустақил равишда аниқланган. Гаген фақат сувнинг трубадаги ҳаракатини текширган, Пуазейль умумий ҳолда суюқликларнинг капиллярдан оқишини текширганлиги учун (6.40)га Пуазейль формуласи дейилади. Суюқликнинг қовушоқлик коэффициентини аниқлашнинг экспериментал усулларидан бири Пуазейль формуласи (6.40) га асосланган.

Пуазейль формуласи (6.40) суюқликнинг фақат ламинар оқимлари учун ўринлидир. Оқим тезлиги унча катта бўлмаганда қовушоқ суюқлик оқими ламинар бўлиб қолади. Оқим тезлиги ортиши билан, най учларидаги босимлар фарқининг ортиши билан оқим хусусияти ўзгаради ва барқарор ламинар оқим турбулент (уюрмали) оқимга айланади. Турбулент оқимларга Пуазейль формуласини қўллаб бўлмайди.

6.8. ГИДРОДИНАМИКАНИНГ ЎХШАШЛИК ҚОНУНИ

Икки оқимнинг механик ўхшашлигидан оқим параметрлари ва суюқликларни тавсифловчи зичлик, қовушоқлик ва бошқа доимийларини таққослаш мумкин. Агар ўхшашлик мавжуд бўлса, биринчи жисм учун оқим манзарасини билган ҳолда унга геометрик ўхшаш бўлган бошқа жисмлар учун суюқлик (газлар) оқимининг бир қийматли параметрларини олдиндан айтиб бериш мумкин. Ўхшашлик қонуни кема ва самолётсозликда катта аҳамиятга эга. Жумладан, кема ва самолётлар ўрнига уларнинг кичрайтирилган геометрик ўхшаш моделлари синовдан ўтказилади ва қайта ҳисоблаш йўли билан реал системаларга оид хулосалар чиқарилади.

Бу масалани умумий кўринишда қараб чиқамиз. Суюқликдаги ўхшаш жойлашган нуқталар қуйидаги катталиклар: $\vec{r}$ — нуқтанинг радиус-вектори, $\vec{v}$ — оқим тезлиги, ρ — зичлиги, η — қовушоқлик коэффициенти, v_0 — оқимнинг чексизликдан нуқтага етиб келган характерли тезликлари билан ифодаланади. Суюқликнинг сиқилувчанлиги β нинг ўрнига товушнинг берилган суюқликдаги тарқалиш тезлиги c дан фойдаланиш мумкин, чунки $c = \frac{1}{\sqrt{\rho\beta}}$. Суюқлик оғирлик кучи майдонида оқаётган бўлса, эркин тушиш тезланиши $\vec{g}$ ҳам оқимнинг асосий катталикларидан бирига айланади. Агар оқим ностационар (беқарор) бўлса, оқимнинг l масофадаги тезлигини ифодаловчи характерли τ вақт тушунчаси киритилади. Шундай қилиб, умумий ҳолда суюқлик оқимининг тенгламаси ва $\vec{v}$, v_0, $\vec{r}$, l, ρ, η, c, τ катталиклар ўзаро функционал боғланишга эга бўлади. Бу катталиклардан олтита эркли ўлчамсиз нисбатлар ҳосил қилинган бўлиб, улардан тўрттаси тавсия қилган олимлар номи билан белгиланган. Бу сонлар қуйилаги 6.1-жадвалда келтирилган.

6.1-жадвал

Тезлик сони	$T = \dot{v}/v_0;$	(6.41)
Узунлик сони	$У = \vec{r}/l,$	(6.41, а)
Рейнольдс сони	$Re = \rho l\, v/\eta,$	(6.41, б)
Фруд сони	$F = v_0^2/gl,$	(6.41, в)
Мах сони	$M = v_0/l.$	(6.41, г)
Струхаль сони	$S = v_0\, \tau/l$	(6.41, д)

Ўлчамлик қоидасига биноан жадвалдаги сонлардан бири қолганларининг функцияси бўлади, жумладан тезлик сони:

$$T = \ddot{v}/v_0 = -f(Y, \mathrm{Re}, F, M, S), \tag{6.42}$$

ёки

$$\vec{v} = v_0 f(Y, \mathrm{Re}, F, M, S). \tag{6.42a}$$

Бу ифода оқимлар ўхшашлиги умумий қонунининг математик ифодаси бўлиб, у қуйидагича таърифланади.

Агар олтита ўлчамсиз характерли сонлардан бештаси иккита оқим учун бир хил бўлса, олтинчиси ҳам бир хил бўлади.

Ўхшашлик умумий қонунига бўйсунувчи оқимларга механик ёки гидродинамик ўхшашлик дейилади.

6.1-жадвалда келтирилган ўлчамсиз сонлардан: тезлик, узунлик, мах ва струхаль сонлари бир хил катталиклар нисбатидан иборат бўлгани учун уларга изоҳнинг ҳожати йўқ. Лекин Рейнольдс ва Фруд сонлари мураккаброқ кўринишга эга бўлгани учун уларнинг физик маъноларига тўхталиб ўтамиз.

Рейнольдс сони, Re суюқлик кинетик энергияси $W_k = \frac{1}{2}\rho l^3 v_0^2 \sim \rho l^3 v_0^2$ нинг характерли узунлик l да ички ишқаланиш кучининг бажарган иши $A \sim \eta\, v_0 l^2$ га бўлган нисбатига пропорционалдир.

$$\frac{W_k}{A} \sim \frac{\rho l^3 v_0^2}{\eta\, v_0 l^2} = \frac{\rho l v_0}{\eta} = \mathrm{Re} \tag{6.43}$$

Шундай қилиб, рейнольдс сони суюқлик инерцияси билан оқимдаги қовушоқлигининг нисбий ролини аниқлайди. Рейнольдс сони катта бўлганда инерция асосий роль ўйнайди, кичик бўлганда эса қовушоқлик муҳит аҳамиятли бўлади. Шуни айтиш керакки, Рейнольдс сони *Re* нинг тахминий қиймати топилади, чунки характерли l узунлиги ва характерли v_0 тезликни аниқ ўлчаб бўлмайди.

Фруд сони F ҳам Рейнольдс сонига ўхшаш маънога эга. Фруд сони F суюқлик кинетик энергияси W_k нинг характерли l узунликка тенг масофада оғирлик кучининг бажарган ишига бўлган нисбатни ифодалайди. Фруд сони қанча катта бўлса, инерциянинг оғирликка нисбатан аҳамияти шунча катта бўлади ва аксинча.

Стационар (барқарор) оқимлар характерли τ вақт, у билан бирга Струхаль сони ҳам чексизликка айланади, яъни $\tau = \infty$ ва $s = \infty$ бўлади. У вақтда (6.42а) ифодадан Струхаль сони s тушиб қолади. Иккинчидан сиқилмас суюқлик учун Мах сони нолга айланади. Шундай қилиб, сиқилмас суюқликнинг барқарор оқими учун (6.42а) қуйидаги кўринишга келади:

$$\bar{v} = v_0 f(Y, \mathrm{Re}, F). \tag{6.44}$$

Рейнольдс ва Фруд сонлари бир хил бўлганда оқимлар ўхшашдир. Бу ҳолда самолёт моделини ўхшашлик қонуни асосида текшириш мумкин.

6.9. ГИДРОДИНАМИК БЕҚАРОРЛИК ВА ТУРБУЛЕНТЛИК

Ламинар оқимнинг муҳим хусусиятларидан бири унинг беқарорлигидир. Ламинар оқимда суюқлик ёки газ заррачалари бир-бирига аралашмайдиган қатламлар тарзида битта йўналишда кўчади. Ламинар оқаётган суюқлик ёки газга фақат таъсир қилувчи кучларнинг ёки ташқи шароитларни ўзгартириш натижасидагина вақт ўтиши билан оқимнинг барқарорлигини ўзгартириш мумкин. Жумладан, суюқлик ёки газ оқимининг тезлигини ошира бориб, критик тезлик деб аталувчи v_{kp} тезликдан бошлаб ламинар оқимнинг беқарор оқимга айланиши сабабли оқимнинг қатлам ҳолати бузилади ва суюқлик (ёки газ) ларнинг аралашмаси, яъни турбулентлик ҳодисаси содир бўлади.

Турбулентлик — суюқлик ёки газларнинг кўпчилик оқимларида кузатиладиган ҳамда бу оқимларда турли ўлчамли жуда кўплаб уюрмалар ҳосил бўладиган ҳодиса. Бу ҳодиса туфайли гидродинамик ва термодинамик характеристикалар: тезлик, босим, ҳарорат, зичликдан иборат катталиклар вақт ўтиши билан тез ва тартибсиз ўзгариб туради, яъни флуктуацияланади.

Турбулентлик кузатиладиган суюқлик оқимига турбулент оқим дейилади. Бундай оқимда суюқлик ва газнинг заррачалари тартибсиз, нотурғун ҳаракат қилади ҳамда уларнинг жадал аралашувига олиб келади.

Жўшқин тоғ оқимларидаги, шаршаралардаги ёки тез сузаётган кеманинг қуйруғидаги ҳаракати, заводлар трубаларидан чиқаётган тутуннинг айланувчи ҳалқалар кўринишидаги ҳаракати ва шу кабилар турбулент оқимга мисол бўла олади.

Шундай қилиб, турбулентлик маълум шароитларда ламинар оқимларнинг гидродинамик беқарорлиги оқибатида юзага келади. Турбулентликнинг ҳосил бўлишида қовушоқликнинг ҳиссаси ҳам каттадир. Қовушоқлик кучлари суюқлик кинетик энергияси, яъни оқим тезлигини камайтириб, беқарорликнинг ривожланишига қаршилик қилиб, ламинар оқимнинг беқарорлик соҳасини торайтириб боради.

Оқим тезлиги ортиши билан ламинар ҳаракат турбулент ҳаракатга айлана боради. Суюқликнинг ламинар оқими турбулент оқимга ўтишидаги оқим тезлигига критик тезлик дейилади. Бундай тезлик ўрнига юқорида баён қилинган ўлчамсиз катталик — Рейнольдс сони Re дан фойдаланиш қулайдир. Ҳақиқатан ҳам маълум шароитга мос Рейнольдс сонининг $Re_{кр}$ критик қийматида ламинар оқим турбулент оқимга айланади. Гидродинамик ўхшашлик қонунида баён қилинган мулоҳазалар турбулент оқимга ҳам, шунингдек ламинар оқимдан турбулент оқимга ўтиш режимига ҳам тегишлидир. Бунга асосан Рейнольдс қуйидаги қонунни таърифлади; *геометрик системаларда ламинар оқимнинг турбулент оқимга ўтиши Рейнольдс сонининг бир хил Re_{kp} қийматларида содир бўлади.* $Re_{кр}$ нинг қиймати суюқлик айланиб ўтаётган жисмнинг шаклига ва ламинар оқимнинг ғалаёнланиш даражасига боғлиқ. Жумладан, водопроводга уланган оддий цилиндрик трубадаги сув оқими учун критик Рейнольдс сони $Re_{kp} = \frac{\rho l\bar{v}}{\eta} = 1000$. Деворлари силлиқланган, иккинчи учи думалоқ қайтарилган найни катта идишдаги сувга улаб, ундаги сув мувозанати сақлаб турилса, $Re_{kp} = 25\,000$ гача ламинар оқимни сақлаб туриш мумкин.

Оқим қатлам-қатлам (ламинар) бўлганда, ишқаланиш кучи Стекс формуласи (6.29) га асосан, тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлади:

$$F_{ишк} = 6\pi\eta\ rv \qquad (6.29)$$

бунда η — суюқликнинг қовушоқлик коэффициенти, r — суюқликда тушаётган шарчанинг радиуси, v — шарчанинг суюқликдаги тушиш тезлиги пропорционал бўлади. Агар оқим уюрмали (турбулент) бўлса, ишқаланиш кучи тезликнинг квадратига тўғри пропорционал бўлади:

$$F_{ишк} = \frac{C\rho S v^2}{2}, \qquad (6.45)$$

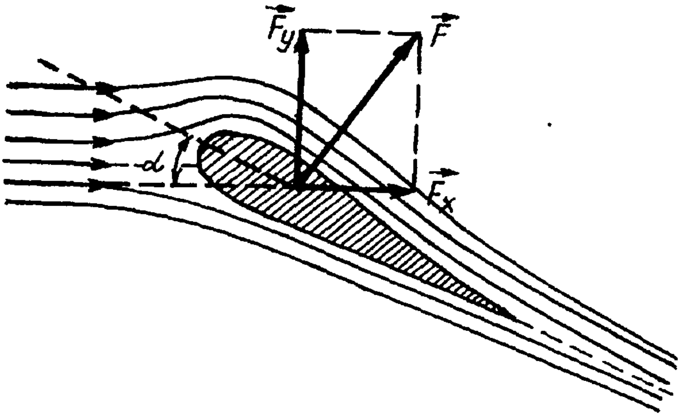
бунда C — пропорционаллик коэффициенти бўлиб, суюқликда ҳаракатланаётган жисм шаклига боғлиқ.

6.10. ЖИСМЛАРНИНГ СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАРДАГИ ҲАРАКАТИ. ЧЕГАРАВИЙ ҚАТЛАМ

Қаттиқ жисм суюқлик ёки газларда ҳаракатланганда улар орасида таъсир кучлари мавжуд бўлади. Шунинг учун ҳам қаттиқ жисм суюқликда ҳаракатланиш жараёнида қаршиликка учрайди.

Суюқлик оқими томонидан жисмга таъсир қилувчи куч $\vec{F}$ ни оқим йўналишидаги $\vec{F}_x$ ва оқимга перпендикуляр $\vec{F}_y$ ташкил этувчиларга ажратиш мумкин (6.15-расм). $\vec{F}_x$ кучга — пешона қаршилик кучи, $\vec{F}_y$ кучга эса кўтариш кучи деб аталади.

Пешона қаршилик кучи $\vec{F}_x$ икки хил кучдан: жисмнинг олдинги ва орқадаги сиртларига таъсир қилаётган босимлар фарқидан ва қовушоқлик ишқаланиш кучларидан иборат. Тезлик катта бўлганда, яъни Рейнольдс сони Re катта



6.15-расм

бўлганда босим фарқи устунлик қилса, кичик тезликларда қовушоқлик кучлари устунлик қилади.

Дастлаб идеал суюқликнинг ламинар оқимини қараб чиқамиз.

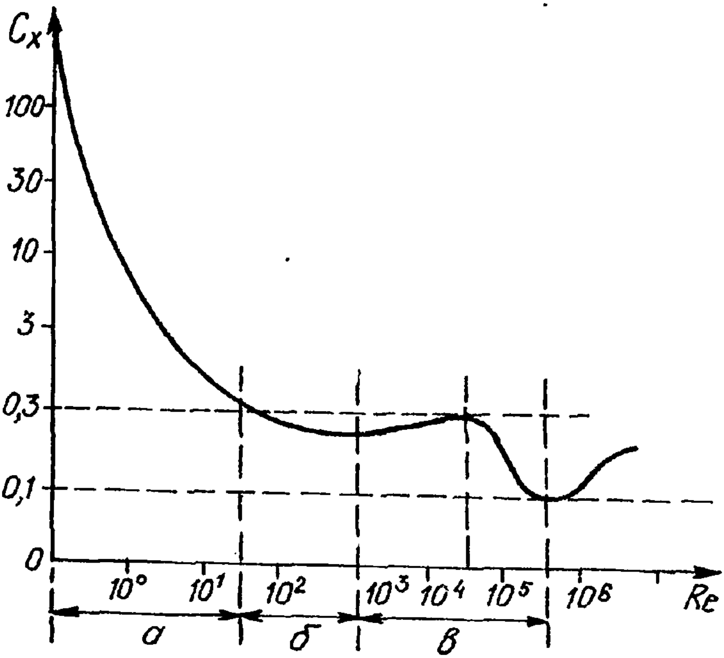
Оқимнинг симметрия ўқи бўйлаб жойлашган симметрик жисмларга оқимнинг кўрсатадиган таъсир кучи фақат пешона қаршилик кучи $\vec{F}_x$ дан иборат бўлиб, бу ҳолда кўтарувчи $\vec{F}_y$ куч эса нолга тенг бўлади.

Пешона қаршилик кучи жисмнинг шакли ва ўлчамлигига, оқим тезлигига ва суюқликнинг физик хоссасига боғлиқдир. Тажрибанинг кўрсатишича, пешона қаршилик кучи $\vec{F}_x$ суюқлик оқимининг гидродинамик босими $p_{gun} = \frac{\rho v^2}{2}$ ни жисмнинг оқимга перпендикуляр бўлган йўналишига проекциясининг юзи S га кўпайтмасига пропорционалдир:

$$F_x = p_{gun} S = C_x \frac{\rho v^2}{2} \cdot S. \qquad (6.46)$$

Бунда C_x — жисмнинг шакли, ўлчамлигига боғлиқ бўлган пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унга пешона қаршилик коэффициенти дейилади.

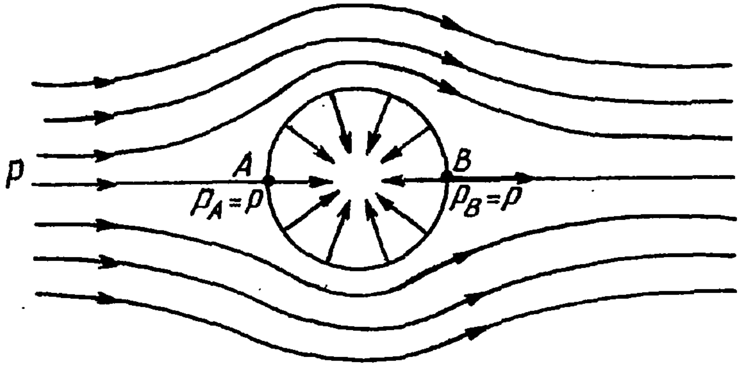
Умуман айтганда, жисмнинг пешона қаршилик коэффициенти C_x Рейнольдс сони Re га боғлиқ бўлган ўзгармас



6.16-расм

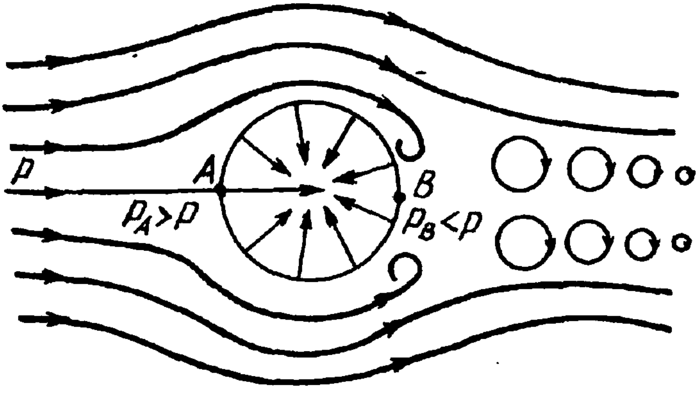
катталикдир. 6.16-расмда шар пешона қаршилик коэффициенти C_x нинг Рейнольдс сони *Re* га боғланиш графиги $C_x = f(Re)$ тасвирланган. Графикдан кўринадики, Рейнольдс сони $\left(Re = \frac{vl_e}{\eta}\right)$ оқим тезлигига пропорционал бўлганлигидан *Re* нинг 0 дан 100 га бўлган қиймати оралигида пешона қаршилик кучи $\vec{F}_x$ оқим тезлигига пропорционал равишда ўзгариб, кейинги *Re* нинг 100 дан $\sim 1{,}5 \cdot 10^5$ қийматлари оралиғида пешона қаршилиги кучи $\vec{F}_x$ оқим тезлигининг квадратига пропорционал бўлади. $Re \approx 1{,}5 \cdot 10^5$ қийматга эришганда C_x коэффициент кескин камайиб, кейин деярли ўзгармай қолади. Шундай қилиб, $C_x = f(Re)$ графикда *а* соҳа — чизиқли боғланиш соҳаси; *б* — соҳа — биринчи квадратик боғланиш соҳаси (C_x=0,4) *в*—соҳа—иккинчи квадрик боғланиш соҳаси (C_x=01-0,4).

Пешона қаршилик кучи $\vec{F}_x$ нинг қандай шароитда ҳосил бўлишини қараб чиқайлик. Агар жисм қовушоқлиги



6.17-расм

бўлмаган суюқликда ҳаракатланса, оқим силлиқ жисм (шар)ни айланиб ва оқим найлари шарга нисбатан мутлақо симметрик жойлашади. Қовушоқлик кучлари бўлмагани учун шарнинг сиртига фақат статик босим кучи таъсир қилади. Оқим шар олдида ва орқасида симметрик бўлгани учун бу нуқталарда тезлик ҳам бир хил, босим ҳам бир хил бўлади (6.17-расм). Бинобарин, идеал суюқлик оқимида турган шарга таъсир қилувчи натижаловчи куч нолга тенг бўлади. Шундай қилиб, идеал сиқилмас суюқлик ламинар оқимида ёки бундай суюқлик ичида текис ҳаракат қилаётганда пешона қаршилик кучи нолга тенг бўлади. Бу хулоса ўз даврида Даламбер (1717—1783) парадокси номини олган.



6.18-расм

Оқим тезлиги катта бўлганда манзара тубдан ўзгаради (6.18-расм). Жисмнинг орқа томонида уюрмалар ҳосил бўлади, улар вақти-вақти билан узилиб туради. Оқим бу уюрмаларни олиб кетиши сабабли уюрмалардан иборат йўл ҳосил бўлади. Жисмдан анча узоқда уюрмалар йўқолиб, оқим яна ламинар бўлиб қолади. Бунинг натижасида жисм орқа томонидаги уюрмали соҳа босими $р_в$ олдиндаги $р_а$ дан кичик бўлади. Шунинг учун бу ҳолда, идеал суюқлик томонидан жисмга пешона қаршилик кучи таъсир қилади: бу қаршилик уюрмали қаршилик ҳам деб аталади.

Жисм қовушоқ суюқликларда ҳаракатланганда эса бошқачароқ ҳодиса кузатилади. Бу ҳолда жуда юпқа суюқлик қатлами жисмнинг сиртига ёпишиб олади ва у билан бирга ҳаракатланиб, ёнидаги қатламларга ишқаланиши сабабли эргашиб кетади. Жимснинг сиртидан узоқлаша борган сари суюқлик тезлиги жуда тез ўса боради. Бу тез ўсиш сирт яқинидаги суюқликнинг юпқагина қатламида содир бўлиб, бу қатламга чегаравий қатлам дейилади.

Чегаравий қатлам деб, суюқлик заррачаларининг тезлиги нолга тенг қаттиқ жисм сиртидан суюқликнинг оқим тезлигига тенг бўлган қатламгача, яъни тезлик градиенти мавжуд бўлган қатламга айтилади.

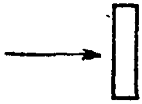
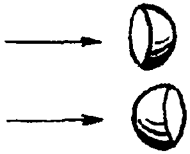
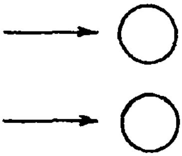
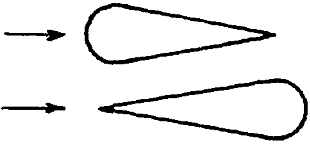
Чегаравий қатламнинг қалинлиги δ ни тўла ва қатъий аниқлаб бўлмайди, чунки қатламнинг суюқлик томонидаги чегараси кескин ажралмагандир. Чегаравий қатламда қовушоқлик кучлари билан босим фарқидан келиб чиқадиган кучлар бир хил тартибда бўлишини эътиборга олинса, чегаравий қатламнинг қалинлиги δ қуйидаги формула асосида аниқланиши мумкин:

$$\delta = \frac{l}{\sqrt{Re}}. \qquad (6.47)$$

бунда l — жисмнинг характерли ўлчами, R_e — Рейнольдс сони. Чегаравий қатламда ишқаланиш кучлари мавжуд бўлиб, натижада улар пешона қаршилигини юзага келтиради. Шундай қилиб, қовушоқ суюқликдаги жисмнинг пешона қаршилиги уч сабабга кўра пайдо бўлади: а) қовушоқликнинг уринма кучлари, б) оқимнинг жисмдан ажралиши туфайли босимнинг қайта тақсимланиши, в) жисмнинг орқасида уюрмаларнинг ҳосил бўлишидан босимнинг тебранишлари.

Қуйидаги 6.2-жадвалда турли шаклли жисмлар учун Рейнольдс сонига мос келган пешона қаршилик коэффициентларининг ўртача қийматлари келтирилган.

6.2-жадвал

Жисм-нинг номи	Жисмнинг шакли ва оқим йўналиши	Рейнольдс сони	Пешона қаршилик коэффициенти, C_x
Диск		$0 \div 5\cdot 10^6$	1,11
Ярим сфера		$0 \div 5\cdot 10^6$	1,35÷1,40 0,30÷0,35
Шар		$2\cdot 10^3 \div 2,5\cdot 10^5$ $3\cdot 10^5 \div 7\cdot 10^6$	0,40 0,10÷0,20
Суйри шаклли жисм		$1,5\cdot 10^5 \div 6\cdot 10^6$	0,045 0,100

6.2-жадвалдан кўринадики, пешона қаршилиги жисм орқа қисми шаклига кучли боғлиқликдир. Жумладан, тумшуғи тўмтоқ ва орқа томони бир хил текисланган суйри шаклидаги жисмнинг пешона қаршилиги энг кичик бўлиб, аксинча, учли томони оқимга қаратиб қўйилганда бу жисмнинг пешона қаршилиги катта бўлади. Шунинг учун ҳам самолётнинг қаноти, тирговичи, шунингдек оқим таъсир қиладиган қисмлари суйри шаклида ясалади.

6.11. САМОЛЁТ ҚАНОТИНИНГ КЎТАРИШ КУЧИ

Ҳаво оқимининг жисмларга таъсири муҳим амалий аҳамиятга эга бўлиб, уни самолёт қанотининг кўтариш кучи мисолида қараб чиқамиз.

Ҳавода ҳаракатланаётган жисмларга таъсир этувчи кучларга *аэродинамик кучлар* дейилади. Агар аэродинамик куч $\vec{F}$ ҳаракатга нисбатан бирор бурчак остида (бу бурчакка ҳужум бурчаги дейилади) йўналган бўлса, уни $\vec{F}y$ нормал ва пешона қаршилик $\vec{F}x$ куч — тангенциал ташкил этувчиларга ажратиш мумкин (6.17-расм). Самолёт қаноти ҳаракатланган вақтда юзага келадиган нормал ташкил этувчи $\vec{F}y$ кучи самолётни ҳавода ушлаб турадиган кўтарувчи кучдан иборат бўлади.

Самолёт қаноти Жуковский профили деб аталувчи, олд томони юмалоқ ва орқа томони ингичкалашиб кетган ўзига хос суйри шаклга эга бўлади. Қанотнинг кўтарувчи $\vec{F}y$ кучи билан пешона қаршилик $\vec{F}x$ кучи, унинг ҳаракатланиши натижасида юзага келган уюрмалар системаларининг қанот билан ўзаро таъсирлашган вақтда ҳосил бўлади.

Назарий ва амалий текширишдан маълум бўлдики, кўтарувчи $\vec{F}y$ куч ҳаракат тезлиги $\vec{v}$ нинг квадратига, самолёт кўтарувчи сиртининг юзаси S га ва ҳавонинг зичлиги ρ га пропорционалдир, у (6.45) га ўхшаш формула билан аниқланади:

$$Fy = Cy\frac{\rho v^2}{2}S \qquad (6.46а)$$

бундаги C_y — пропорционаллик коэффициетига кўтарувчи куч коэффициенти дейилади.

Самолёт қанотининг пешона қаршилиги эса (6.46) формуладан топилади, яъни:

$$F_x = C_x\frac{\rho v^2}{2}S. \qquad (6.46)$$

Назарий йўл билан C_x ва C_y коэффициентлар турли шаклдаги қанотлар учун Жуковский ва Чаплигин тавсия қилган формулалар ёрдамида етарли аниқлик билан ҳисоблаб чиқарилиши мумкин.

Шундай қилиб, самолётнинг кўтарувчи кучи ва паррак (винт)нинг тортиш кучи назарияларининг асосчиси Николай Егорович Жуковскийдир. У самолётни кўтарувчи куч қанот профилининг геометрик шаклига боғлиқлигини аниқлаган.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Қандай моддаларга суюқлик ва газлар деб айтилади?

2. Суюқлик ва газларнинг қаттиқ жисмлардан фарқи нимада?

3. Механик кучланиш деб, нимага айтилади? Тангенциал ва нормал кучланиш деб-чи? Унинг «СИ» даги ўлчов бирлиги ва ўлчамлигини ёзинг.

4. Босим деб нимага айтилади? Босим кучи деб-чи? Босимнинг ўлчов бирликлари ва ўлчамлигини ёзинг.

5. Суюқликнинг сиқилувчанлиги деб нимага айтилади? Ҳажмий эластиклик модули деб-чи?

6. Суюқликнинг мувозанат ҳолат тенгламаси ва ҳаракат ҳолат тенгламаларини ёзинг.

7. Паскаль қонунини таърифланг. Суюқлик ва газ устунининг босимини ифодаловчи формулани ёзинг.

8. Атмосфера босими деб нимага айтилади? Атмосфера босимининг қандай ўлчов бирликларини биласиз?

9. Суюқлик ва газлар учун Архимед қонунини таърифланг.

10. Архимед қонунининг татбиқига фан ва техникадан мисоллар келтиринг.

11. Суюқликдаги жисмнинг муаллақ сузиб юриши ва чўкиш шартлари қандай?

12. Суюқлик ёки газ босими оқим тезлигига қандай боғлиқ?

13. Бернулли формуласини ёзинг ва унинг ҳадлари қандай физик маънога эга?

14. Суюқликдаги ички ишқаланиш ҳодисаси қандай шароитда содир бўлади? Стокс формуласини ёзинг.

15. Суюқликнинг қовушоқлик (ички ишқаланиш) коэффициенти деб нимага айтилади? Унинг ўлчов бирлиги ва ўлчамлиги қандай?

16. Қовушоқ суюқликнинг трубадаги оқимини ифодаловчи Пуазейль формуласини ёзинг.

17. Гидродинамик ўхшашлик қонунини тушунтиринг ва унинг математик ифодасини ёзинг.

18. Ламинар ва турбулент оқим деб қандай оқимга айтилади? Оқим характерини ифодаловчи Рейнольдс сонининг физик маъноси қандай?

19. Ҳаво оқими таъсирида пешона қаршилик кучи ва кўтариш кучи қандай ҳосил бўлади? Улар нимага боғлиқ?

ИККИНЧИ ҚИСМ

ЭЛЕКТР ВА МАГНЕТИЗМ

7-БОБ

ЭЛЕКТРНИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

Ҳозирги вақтда электр ҳодисаси ва қонунларининг замон фан техникасини ўрганишда катта аҳамиятга эга эканлигини инкор қилиб бўлмайди. Шунинг учун ҳам турли хил электр машина ва асбобларининг ишлашини тушуниб олиш, электрнинг хусусияти ва қонунларини оз бўлса ҳам билиб олиш шарт.

Электр юнонча «электрон» сўзидан олинган бўлиб, қаҳрабо демакдир. Жумладан, мўйнага ишқаланган қаҳрабо таёқчанинг пат, қоғоз, сомон бўлакчаси, соч ва шунга ўхшаш енгил жисмларни ўзига тортишини эрамиздан олдинги 640—550 йилларда яшаган грек файласуфлари кузатган эдилар. Бу ҳодиса 2000 йил давомида ўрганилмади. Ва ниҳоят инглиз врачи Жилберт 1600 йили чармга ишқаланган шиша ва бир қатор бошқа моддалар ҳам шундай ҳоссага эга бўлиб қолишини топиб, бу кашфиётни янада кенгайтирди. Бундай ҳолатга келтирилган жисмларни электрланган ёки «қаҳрабоexternal» жисмлар деб аталди, чунки электрон сўзи қаҳрабо демакдир. Жисмларнинг ўзаро тортишига жисмларнинг электромагнит таъсири дейилди. Жисмларнинг электромагнит таъсирини аниқловчи физик катталикка электр заряди дейилади. Электр заряди q ҳарфи билан белгиланади.

Электр зарядларининг ўзаро таъсирига қараб улар турли хил фаразлар билан тушунтирилади. Электр зарядининг бир тури—мусбат, иккинчиси—манфий дейилди.

Зарядлар ишорасини аниқлаш учун шартли равишда чармга ишқаланган шиша таёқчада ҳосил бўлган заряд мусбат дейилиб, мўйнага ишқаланган эбонит таёқчада ҳосил бўлган зарядни эса манфий деб қабул қилинди.

Табиатда мавжуд бўлган жисмларда ҳар доим ўзаро тенг миқдорда мусбат ва манфий зарядлар бўлиб, улар нейтрал ҳолатда бўлади. Бизга маълумки, ҳамма жисмлар атом ёки молекулалардан ташкил топган. Атомнинг ўзи ядродан ва унинг атрофида ҳаракатланаётган электронлардан иборат. Электрон—энг кичик манфий зарядли заррача бўлиб, унинг заряди $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, массаси $= 9{,}1 \cdot 10^{31}$ кг.

Ишқаланиш натижасида бирилан иккинчисига электронлар ўтиши хисобига биринчи жисм мусбат, иккинчи жисм эса манфий зарядланади. Натижада иккала жисм икки хил ишорали заряд билан зарядланади ва ҳар бирининг заряди $q = ne$ бўлади.

Табиатнинг асосий қонунларидан бири бўлган заряднинг сақланиш қонунини 1843 йилда тажриба асосида М. Фарадей кашф қилган бўлиб, у бундай таърифланади:

Ёпиқ (электр изоляцияланган) системадаги зарядларнинг алгебраик йиғиндиси ҳар доим ўзгармас қолади.

Агар ёпиқ системадаги заррачаларнинг зарядлари q_1, $q_2, \ldots q_n$ бўлса, заряднинг сақланиш қонунига биноан қуйидаги ифодани ёзиш мумкин:

$$q_1 + q_2 + \cdots + qn = \text{const ёки } \sum_{i=1}^{n} q_i = \text{const} \qquad (7.1)$$

Шуни қайд қилиш керакки, ёпиқ системадаги элементар заррачалар бир-бирига айланиши, янгидан пайдо бўлиши ва фақат, зарядлар жуфт-жуфти билан йўналиши (аннигиляцияланиши) мумкин бўлган ҳолларда ҳам зарядларнинг сақланиш қонуни (7.1) бажарилади. Бу қонун электр зарядларининг хоссаларидан биридир.

Элементар заряд ва заряднинг дискретлиги.

Элементар заррача материя тузилишининг бошланғич бўлинмас энг кичик заррачасидир. Манфий зарядли элементар заррача электрон (e^-) деб аталади, уни 1897 йили инглиз олими Ж. Томсон кашф қилган. 1919 йилда Э. Резерфорд атом ядросидан уриб чиқарилаётган заррачаларни ўрганишда мусбат заряд (e^+) ли ва массаси электрон массасидан 1836 марта катта бўлган протон p ни кашф қилди. Электрон ва протоннинг зарядлари катталик жиҳатидан тенг, ишоралари эса қарама-қаршидир. Шунинг учун ҳам электрон (ёки протон)нинг электр зарядини элементар заряд деб аталади, унинг сон қиймати $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, га тенг. Текширишлардан ҳар қандай заррачанинг заряди дискрет (лат. discretes—бўлинган, узлукли),яъни узлукли қийматларга эга бўлганлигидан, ҳар қандай заряд квантланганлиги маълум бўлди. Шундай қилиб, мусбат ёки манфий зарядланган жисмнинг заряди квантланган бўлиб, протон (ёки электрон) заряди e нинг каррали қийматига тенг бўлади, яъни:

$$q = \pm e, \pm 2e, \cdots, \pm Ne.$$

Манфий элементар заррача—электрон барча кимёвий элементларнинг таркибига кириши ва эркин яшай олиши, металларда ва вакуумда ҳаракатланиши билан электр токини юзага келтириши маълумдир.

1932 йилда зарядининг катталиги электрон зарядига тенг, бироқ ишораси мусбат ва массаси электроннинг массасига тенг бўлган позитрон деб аталувчи элементар заррача кашф қилинди. Маълум бўлишича, позитронлар электронлардан фарқли ўлароқ узоқ яшай олмас экан: позитрон электрон билан бирлашиб, нейтраллашар, яъни аннигиляцияланар экан; бунда жуда қисқа тўлқин узунликдаги электромагнит нурланиш ҳосил бўлади.

Атом ядроларининг мусбат зарядлари элементар заряд (е) га нисбатан каррали бўлиб, элементнинг даврий жадвалдаги тартиб номери ядродаги мусбат элементар зарядлар-протонлар сонини ифодалайди.

Классик электродинамика—электр зарядларининг ҳаракати ва уларнинг ўзаро таъсирини электромагнит майдон воситасида ўрганувчи физиканинг бир бўлими. Классик электродинамика икки қисмга бўлинади. **1. Классик макроэлектродинамика**—макроскопик электромагнит ҳодисаларнинг классик назариясини ва унинг қонуниятларини Максвеллнинг дифференциал тенгламалари орқали ифодалайди; 2. Классик микроэлектродинамика—микроскопик электромагнит ҳодисаларнинг классик назарияси ва унинг қонуниятларини Максвелл—Лоренц дифференциал тенгламалари орқали ифодалайди.

Электродинамика электротехника, радиотехника ва электротехникага оид бошқа фанларнинг назарий асоси ҳисобланади. Классик электродинамика билан бир қаторда нисбийлик назариясига асосланган ҳаракатланувчи муҳитлар электродинамикаси ҳаракатланувчи системаларда рўй берадиган электромагнит ҳодисаларни ўрганади.

Фазода пайдо бўлган юқори частотали, яъни жуда қисқа тўлқин узунликли ўзгарувчан электромагнит майдонлар узлуксизлик хусусиятини йуқотади, чунки бу ерда узлуклилик хусусияти асосий ўринни эгаллайди. Узлуксизлик хусусиятларига эга бўлган электромагнит майдонларни квант электродинамика ўрганади.

Электродинамика қўзғалмас зарядлар ўзаро таъсирининг хусусий ва энг содда ҳоли сифатида электростатикани ўз ичига олади.

7.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКАНИНГ АСОСИЙ ҚОНУНИ – КУЛОН ҚОНУНИ

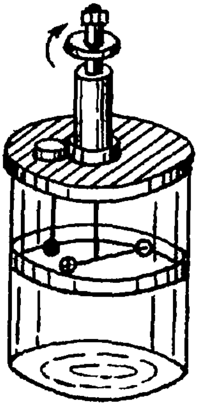
Энди зарядларнинг электромагнит ўзаро таъсирларини миқдорий томондан тавсифлапиш қонунларини қараб чиқайлик. Зарядланган жисмларнинг ўзаро таъсирларини кузатишдан бир хил ишорали зарядланган жисмлар ўзаро итаришиб, қарама-қарши ишорали зарядланган жисмлар эса ўзаро бир-бири билан тортишиши маълум бўлди. Зарядланган тинч турган жисмларнинг ўзаро таъсири жисмларнинг шаклига ва ўлчамларига боғлиқ бўлганилигидан ўзаро таъсир қонунини аниқлашда нуқтавий зарядлар деб аталувчи зарядлардан фойдаланилади. *Нуқтавий заряд деб, ўлчамлари улар орасидаги масофаға нисбат кичик бўлган зарядланган жисмларга айтилади.*

Икки нуқтавий заряднинг ўзаро таъсир қонунини 1785 йилда француз физиги Ш. Кулон (1736—1806) тажриба йўли билан аниқлаган.

Кулон буралма тарози (7.1-расм) ёрдамида зарядларнинг ўзаро таъсирини текшириб, қуйидаги натижаларни аниқлади:

1. Зарядлар орасидаги ўзаро таъсир кучлари марказий кучлар, яъни зарядларни туташтирувчи тўғри чизиқ бўйлаб йўналгандир.

2. Зарядлар орасидаги масофа ўзгармас (r = const) бўлганда уларнинг ўзаро таъсир кучи F зарядлар кўпайтмаси $q_1 \cdot q_2$ га тўғри пропорционалдир.



7.1-расм

3. Зарядлар миқдори ўзгармас $(q_1 = \text{const},\ q_2 = \text{const})$ бўлганда уларнинг ўзаро таъсир кучи F улар орасидаги масофа r нинг квадратига тескари пропорционалдир.

Шундай қилиб, Кулон қонуни бундай таърифланади: *вакуумдаги икки нуқтавий заряднинг ўзаро таъсир кучи заряд катталикларининг кўпайтмасига тўғри, улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлиб, зарядларни туташтирувчи тўғри чизиқ бўйлаб йўналгандир.*

$$F = K_1 \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}, \tag{7.2}$$

бунда: q_1, q_2— нуқтавий зарядлар, r—зарядлар орасидаги масофа, K_1—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, бирликлар системасига ва муҳитнинг хусусиятига боғлиқ. Бир хил ишорали зарядлар $(q_1 > 0$ ва $q_2 > 0$ ёки $q_1 < 0$ ва $q_2 < 0)$ учун $q_1 \cdot q_2 > 0$ ва $F>0$ бўлиб, зарядлар ўзаро итаришади. Аксинча, ҳар хил ишорали зарядлар $(q_1 > 0$ ва $q_2 < 0$ ёки $q_1 < 0$ ва $q_2 > 0)$ учун $q_1 \cdot q_2 < 0$ ва $F<0$ бўлиб, зарядлар ўзаро тортишади.

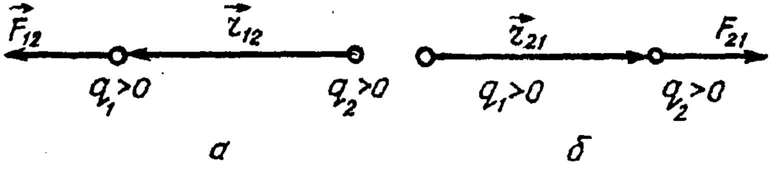
Кулон қонунининг (7.1) математик ифодасини вектор кўринишда ёзиш мумкин. У вақтда q_1 зарядга таъсир қилувчи $\vec{F}_{12}$ куч

$$\vec{F}_{12} = F \frac{\vec{r}_{12}}{r} = K_1 \frac{q_1 \cdot q_2}{r_2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}. \tag{7.2.a}$$

бўлади, бунда: $\vec{r}_{12}$ —биринчи q_1 заряддан иккинчи q_2 зарядга йўналган радиус-вектор (7.2.а-расм) бўлиб, $|\vec{r}_{12}| = r, |\vec{F}_{12}| = F$.

Худди шунингдек, q_2 зарядга таъсир қилувчи $\vec{F}_{21}$ куч эса

$$\vec{F}_{21} = F \frac{\vec{r}_{21}}{r} = K_1 \frac{q_1 \cdot q_2}{r_2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r}. \tag{7.3}$$



7.2-расм

кўринишда бўлади, бунда $\bar{r}_{21} = -\bar{r}_{12}$ бўлиб, q_2 заряддан q_1 зарядга йўналган радиус-вектордир (7.2-б расм).

Шуни яна бир бор қайд қилиш керакки, (7.2) ёки (7.2а) ва (7.3) формулалар, фақат вакуумдаги нуқтавий зарядлар учунгина ўринлидир.

Текшириш ва кузатишлар турли муҳитдаги зарядларнинг ўзаро таъсир кучи муҳитнинг диэлектрик хусусиятига боғлиқ эканини кўрсатди. Шу билан бирга муҳитнинг диэлектрик хусусиятининг мавжудлиги зарядларнинг ўзаро таъсир кучини камайтирар экан. Жумладан, зарядларнинг ўзаро таъсир кучи вакуумдагига нисбатан керосинда 2 марта, сувда 81 марта кичикдир. Шунинг учун Кулон қонунини ифодаловчи формулага муҳитнинг таъсирини ҳисобга олувчи коэффициент киритилиши лозим. Муҳитнинг электр хоссасини тавсифловчи бу коэффициентга муҳитнинг нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги деб аталади ва ε —эпсилон ҳарфи билан белгиланади. У вақтда Кулон қонунининг (7.2) формуласидаги K_1 ни муҳитга боғлиқ бўлмаган К пропорционаллик коэффициенти орқали бундай ифодалаш мумкин:

$$K_1 = \frac{K}{\varepsilon}, \tag{7.4}$$

бунда: К—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, у фақат қўлланилаётган ўлчов бирликлар системасига боғлиқдир. Шундай қилиб, (7.4) га асосан Кулон қонуни (7.2) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$F = K\frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon\, r^2} \tag{7.5}$$

Вакуум $(\varepsilon = 1)$ да бир-биридан r масофада турган q_1 ва q_2 зарядларни ўзаро таъсир кучи (7.5)га асосан

$$F_0 = K\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}. \tag{7.5а}$$

бўлади: (7.5) ва (7.5,а) формулалардан:

$$\varepsilon = \frac{F_0}{F}. \tag{7.6}$$

Шундай қилиб, *муҳитнинг нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги зарядларнинг берилган муҳитдаги таъсир кучи вакуумдагига нисбатан неча марта кичик эканлигини ифодаловчи физик катталикдир.*

7.2. ЭЛЕКТР КАТТАЛИКЛАРНИНГ БИРЛИКЛАРИ СИСТЕМАСИ

Кулон қонунидаги пропорционаллик коэффициенти К ни аниқлаш учун аниқ бир бирликлар системасини топиш керак.

СИ системасида электр заряд бирлиги кулон (Кл) ҳосиловий бирлик бўлиб, у ток кучининг бирлиги ампер (А) орқали қуйидагича аниқланади:

$$I = qt, \tag{7.7}$$

бунда I—ток кучи, t—токнинг ўтиш вақти. У вақтда заряднинг СИ системадаги бирлигини аниқласак:

$$[I]_{си} = [I \cdot t]_{си} = A \cdot c = Кл.$$

Кулон (Кл) деб, 1А ток ўтиб турган ўтказгичнинг кўндаланг кесимидан 1с ичида ўтган заряд миқдорига айтилади.

СИ системаси СГСЭ дан унда электр қонунларининг формулалари соддалаштирилган шаклда ёзилиши билан фарқ қилади. Формулаларни рационаллаштириш Кулон қонунидан бошланади.

Кулон қонуни рационаллашган шаклга эга бўлиши учун, унинг (7.5) формуладаги К пропорционаллик коэффициенти СИ да қуйидагига тенг бўлиши керак:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}, \tag{7.8}$$

бунда: ε_0—электр доимийси деб аталувчи, маълум ўлчов бирликка эга бўлган катталикдир. У вақтда Кулон қонунининг СИ даги математик ифодаси:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r^2}. \tag{7.9}$$

(7.9) ни вектор кўринишида ёзилса (7.2-расмга қ):

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r} \text{ ёки } \vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}_{21}}{r} \tag{7.9a}$$

Электр доимийсининг қиймати. СИ да ε_0 нинг қийматини топиш қийин эмас. Фараз қилайлик, бир-биридан r масофадаги икки нуқтавий $q_1 = q_2 = 1Кл = 3 \cdot 10^9\,СГСЭ_q$ $\left(см^{3/2}\,г^{1/2}с^{-1}\right)$ зарядлар вакуум ($\varepsilon = 1$) да таъсирлашсин.

Бу зарядлар тасир кучи Fнинг қийматини (7.9) формула асосида ҳисоблаб чиқамиз:

$$F=\frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon\ r^2}=\frac{\left(3 \cdot 10^9 \text{см}^{3/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1}\right)^2}{1 \cdot \left(10^2 \text{см}\right)^2}=9 \cdot 10^{14} \frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{с}^2} (\text{дн})=9 \cdot 10^9\ \Lambda$$

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon\ r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1\text{Кл}^2}{1 \cdot 1\text{м}^2}.$$

Бу кучлар ўзаро тенгдир, яъни:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2}=9 \cdot 10^9\ \text{Н}.$$

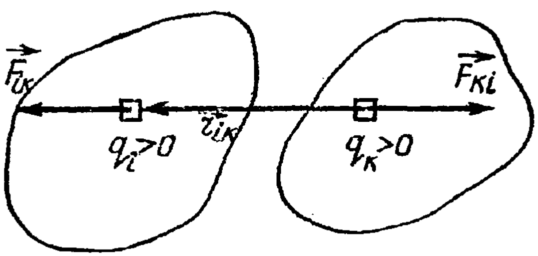
Бундан электр доимийси ε_0 нинг сон қиймати қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon_0=\frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}\left(\frac{\text{ф}}{\text{м}}\right)=8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}\left(\frac{\text{Ф}}{\text{м}}\right). \qquad (7.10)$$

Шуни қайд қилиб ўтамизки, фан ва техникада 1960 йилдан бошлаб, фақат СИ системасидан фойдаланиш тавсия қилинган. Шунинг учун бундан кейин электр ва электромагнитизм қонуниятларининг формулалари СИ да рационаллаштирилган шаклда бериб борилади.

Зарядланган жисмларнинг таъсири. Зарядланган макроскопик жисмларнинг ўзаро таъсир кучи $\vec{F}_{12}$ ни аниқлаш учун жисмларни Δq зарядли n элементар бўлакчаларга ажратиб (7.3-расм), уларга Кулон қонуни (7.9а) татбиқ этилади:

$$\vec{F}_{ik}=\frac{1}{4\pi{}_0} \cdot \frac{\Delta q_i \cdot \Delta q_k}{\varepsilon\ r_{ik}^{\ 2}} \cdot \frac{\vec{r}_{ik}}{r_{ik}}. \qquad (7.11)$$



7.3-расм

Бундан, Δq_i —биринчи жисмдаги i—элементар бўлакчанинг заряди, $\Delta q_к$ —иккинчи жисмдаги $к$—элементар бўлакчанинг заряди, $\vec{r}_{ik}$ —икки бўлакчалар орасидаги радиус-вектор.

(7.11) га асосан биринчи зарядланган жисмнинг иккинчи жисмдаги $\Delta q_к$ элементар зарядга таъсир кучи $\vec{F}_{iк}$ қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{F}_{iк} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iк} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\Delta q_i \cdot \Delta q_к}{\varepsilon\, r_{i_к}} \cdot \frac{\vec{r}_{i_к}}{r_{i_к}}. \qquad (7.11а)$$

У вақтда зарядланган биринчи ва иккинчи жисмлар орасидаги ўзаро таъсир кучи $\vec{F}_{12}$, ниҳоят қуйидагича бўлади:

$$\vec{F}_{i_к} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{к=1}^{n} \vec{F}_{i_к} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{к=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\Delta q_i \cdot \Delta q_к}{\varepsilon\, r_{i_к}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{i_к}}{r_{i_к}} \qquad (7.12)$$

Шундай қилиб, *зарядланган икки жисмнинг ўзаро таъсир кучи, улардаги элементар зарядлар таъсир кучларининг геометрик (вектор) йиғиндисига тенг.*

7.3. ЭЛЕКТР МАЙДОН

Электр зарядларининг ўзаро таъсири қандай бўлиши ва қандай узатилиши ҳамда бу таъсир, фақат иккита заряд мавжуд бўлгандагина ҳосил бўладими деган муаммо бирбирига қарама-қарши бўлган қуйидаги иккита таъсир назарияси асосида тушунтириб келинди:

1. Олисдан таъсир қилиш назариясига биноан жисмлар бошқа жисмларга ҳар қандай масофадаги таъсир кучлари муҳитнинг иштирокисиз бир онда узатилади. Бу назарияга биноан битта заряд мавжуд бўлса, унинг атрофидаги фазода ҳеч қандай ўзгариш содир бўлмас экан.

2. Яқиндан таъсир қилиш назариясига биноан, жисмларнинг ўзаро таъсир кучлари бу жисмларни ўраб олган бирор муҳит орқали чекланган тезлик билан узатилар экан. Бу назарияга асосан ягона заряд бўлганда ҳам, уни ўраб олган фазода маълум ўзгаришлар содир бўлар экан.

Ҳозирги замон физикасининг ривожланиши олисдан таъсир қилиш назариясини инкор этиб, яқиндан таъсир қилиш назариясининг тўғри эканлигини тасдиқлади. Машҳур инглиз олими Ж. Максвелл (1831—1879) яқиндан таъсир қилиш назариясини математик нуқтаи назардан асослаб берди.

Шундай қилиб, *табиатда бир онда тарқалувчи таъсир бўлмаганлигидан, бундан кейин ҳар қандай таъсир яқиндан таъсир қилиш назарияси асосида қараб чиқилади.*

Баъзи ҳолларда таъсирларни узатиш учун моддий муҳит бўлиши шарт. Масалан, товуш таъсири моддий муҳит (ҳаво, суюқлик, қаттиқ жисмлар)да узатилиб, ҳавосиз бўшлиқ (вакуум)да эса узатилмайди. Бошқа ҳолларда модда таъсирни узатишда бевосита қатнашмайди. Масалан, Қуёшдан ёруғлик Ерга ҳавосиз фазо орқали етиб келади. Демак, материя фақат модда кўринишида эмас, яна таъсирни узатувчи майдон кўринишида ҳам мавжуддир.

Майдон деб, жисмлар таъсирини ҳатто ҳавосиз фазода ҳам узатувчи моддий муҳитга айтилади. Шундай қилиб, материя модда ва майдон кўринишида мавжуддир. Таъсир кучларининг табиатига қараб, майдонлар ҳар хил кўринишда бўлиши мумкин. Бутун олам тортишиш кучини узатувчи майдонга тортишиш (гравитацион) майдон, зарядлар таъсирини узатувчи майдонга эса электростатик ёки электр майдон дейилади.

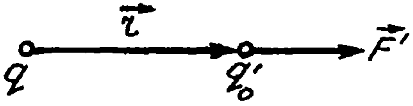
Тажриба натижаларидан маълум бўлдики, майдон орқали ҳар қандай таъсир фазода ёруғликнинг чекли С=3000 000 км/с га тенг тарқалиш тезлиги билан узатилади.

Электр майдон фақат электр зарядларига таъсир қилади. Шунинг учун ҳам q қўзғалмас электр заряди атрофида ҳосил бўлган электр майдони «синов заряди» деб аталувчи q_0 заряд ёрдамида текширилади.

«Синов заряди» (q_0) деб, текширилаётган электр майдоннинг хусусиятини сезиларли даражада ўзгартирмайдиган жуда кичик мусбат нуқтавий зарядга айтилади.

7.4. ЭЛЕКТР МАЙДОН КУЧЛАНГАНЛИГИ

Электр майдон куч нуқтаи назаридан кучланганлик вектори деб аталувчи физик катталик билан тавсифланади. Бунинг учун q заряд ҳосил қилган электр майдонининг ихтиёрий бирор нуқтасига q_0' синов зарядини киритайлик (7.4-расм). Бу синов зарядига майдон томонидан таъсир



7.4-расм

этувчи электр куч Кулон қонуни (7.9а) га асосан q ва q_0' зарядлар орасидаги ўзаро таъсир кучидан иборат, яъни:

$$\vec{F}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0'}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \qquad (7.13)$$

бунда: $\vec{r}$ – майдонни ҳосил қилган q заряддан q_0 синов заряди киритилган нуқтага йўналган радиус-вектордир.

Агар майдоннинг текширилаётган нуқтасига $q_0', q_0''', \cdots, q_0^{(n)}$, бўлган синов зарядлари навбатма-навбат киритилса, уларнинг ҳар бирига майдоннинг кўрсатган таъсир кучлари (7.13) асосан қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{F}'' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0''}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}; \quad \vec{F}''' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0'''}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \ldots,$$

$$\vec{F}^{(n)} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q^{(n)}}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}_{(n)}}{r}. \qquad (7.13а)$$

Бу (7.13), (7.13 а) формулалардан кўринадики, электр майдон бирор нуқтасига киритилган синов зарядларига таъсир қилувчи электр майдон кучларининг мос равишда синов зарядларига бўлган нисбати электр майдонининг берилган нуқтасини куч нуқтаи назаридан тавсифловчи ўзгармас физик катталикдир:

$$\frac{\vec{F}'}{q_0'} = \frac{\vec{F}''}{q_0''} = \cdots = \frac{\vec{F}^{(n)}}{q_0^{(n)}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{4}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \qquad (7.14)$$

Бу катталик электр майдон берилган нуқтасининг кучланганлиги деб аталади ва у $\vec{E}$ ҳарфи билан белгиланади. У вақтда (7.14) га асосан, электр майдоннинг бирор нуқтасидаги кучланганлиги $\vec{E}$ умумий кўринишда қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \qquad (7.15)$$

Бу (7.15) ифодага асосан электр майдонининг бирор нуқтасидаги кучланганлигини қуйидагича таърифлаш мумкин:

Электр майдоннинг бирор нуқтасидаги кучланганлиги деб, шу нуқтага киритилган бир бирлик мусбат синов зарядига таъсир қилган кучга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Агар электр майдонни q нуқтавий заряд ҳосил қилган бўлса, ундан $\vec{r}$ масофадаги электр майдоннинг кучланганлиги (7.14) га асосан қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0}{\varepsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \qquad (7.15а)$$

Бу (7.15а) қонуниятни таърифлаш учун, уни скаляр кўринишда ифодалаш керак, яъни:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}.$$

Шундай қилиб, *нуқтавий заряд ҳосил қилган электр майдоннинг бирор нуқтасидаги кучланганлиги зарядга тўғри ва заряддан шу нуқтагача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлиб, муҳитнинг диэлектрик хусусиятига боғлиқдир.*

7.5. ЭЛЕКТР МАЙДОННИНГ СУПЕРПОЗИЦИЯ (ҚЎШИШ) ПРИНЦИПИ

Энди электр майдонини битта эмас, бир нечта $q_1, q_2, \cdots, q_n$ заряд ҳосил қилган бўлсин. Бу ҳолда электр майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}$ ни аниқлаш учун берилган нуқтасига q_0 синов зарядига таъсир қилувчи куч ҳар бир заряд мустақил ҳосил қилган майдоннинг синов зарядига таъсир қилган $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2, \cdots, \vec{F}_n$ кучларнинг геометрик йиғиндисига тенг:

$$F = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n. \qquad (7.16)$$

Бу ифоданинг чап ва ўнг томонини q_0 синов зарядига бўлиб ташланса, электр майдоннинг берилган нуқтасидаги кучланганлиги $\vec{E}$ келиб чиқади:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_n}{q_0}. \qquad (7.16а)$$

Бу тенгламанинг ўнг томонидаги ҳадлар $q_1, q_2, \cdots, q_n$ зарядлар мустақил ҳосил қилган майдонларнинг $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2, \cdots, \vec{E}_n$ кучланганликларидир;

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n. \qquad (7.17)$$

Бу формула электр майдонлари суперпозиция (қўшиш) принципининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади:

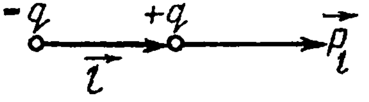
Бир нечта заряд ҳосил қилган электр майдоннинг кучланганлиги алоҳида зарядлар ҳосил қилган майдонлар кучланганликларининг геометрик (вектор) йиғиндисига тенгдир.

Электр майдонларнинг суперпозиция принципини билган ҳолда ҳар қандай электр зарядлари системаси ҳосил қилган майдон кучланганлигини ҳисоблаш мумкин.

Электр майдоннинг суперпозиция (қўшиш) принципига мисол тариқасида электр диполи майдонини қараб чиқамиз:

Электр диполи деб, миқдор жиҳатдан тенг, қарама-қарши ишорали $+q$ ва $-q$ $(q>0)$ зарядли, жуда кичик l $(l<<r)$ масофада жойлашган иккита зарядлар системасига айтилади (7.5- расм). Маълум бўлишича, радио ва телеантенналари ҳамда диэлектрик молекулалари ҳосил қилган электр майдонларининг хусусиятлари электр диполи майдонининг хоссалари билан айнан бир хил бўлгани учун дипол майдони кучланганлигини аниқлаш катта амалий аҳамиятга эга.

Электр диполи қуйидаги тушунча ва катталиклар билан тавсифланади: электр диполининг $+q$ ва $-q$ зарядлари орқали ўтувчи ўққа диполнинг ўқи дейилади. Диполнинг зарядлари жойлашган нуқталарга диполнинг қутблари дейилади. Диполнинг ўқи бўйлаб манфий қутбдан мусбат қутбга йўналган $\vec{l}$ векторга диполнинг елкаси дейилади. Диполнинг мусбат қутби заряди q нинг елкаси $\vec{l}$ га кўпайтмаси $\vec{P}_e$ га диполнинг электр моменти дейилади.



7.5-расм

$$\vec{P}_e = q\vec{l}. \qquad (7.18)$$

Диполь электр моменти вектори $\vec{P}_e$ нинг йўналиши елкаси $\vec{l}$ нинг йўналиши билан мос тушади.

Электр майдонининг суперпозиция принципига биноан электр диполининг ихтиёрий нуқтадаги кучланганлиги $\vec{E}$ ҳар бир қутб зарядлари ($+q$ ва—q) нинг мустақил ҳосил қилган майдон кучланганликлари $\vec{E}_+$ ва $\vec{E}$ нинг геометрик йиғиндисига тенг:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E} \qquad (7.19)$$

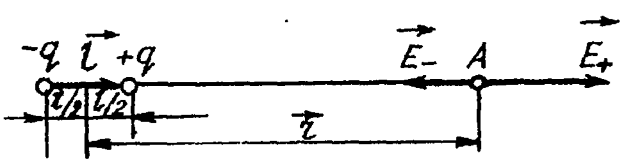
Қуйидаги ҳолларни қараб чиқамиз.

1. Текширилаётган A нуқта диполь ўқида ётсин (7.6-расм). Бу ҳолда диполнинг $+q$ ва—q қутб зарядлари ҳосил қилган электр майдоннинг A нуқтасидаги $\vec{E}_+$ ва $\vec{E}$ кучланганликлари ўқ бўйлаб қарама-қарши йўналган бўлиб, улар қуйидагига тенг:

$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r_+^3}\vec{r}_+ \text{ ва } \vec{E}_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r_+^3}\vec{r}_-, \qquad (7.20)$$

бунда: $\vec{r}_+$ ва $\vec{r}_-$ —диполнинг мусбат ва манфий қутбларидан A нуқтагача бўлган радиус-векторлар бўлиб, улар $r_+ = \left(r - \frac{l}{2}\right)$ ва $r_- = \left(r + \frac{l}{2}\right)$ га тенг (7.6-расмга қ). $\vec{r}_+$ ва $\vec{r}_-$ радиус-векторларнинг йўналиши $\vec{l}$ векторнинг йўналиши билан мос тушгани учун $\vec{r}_+$ ва $\vec{r}_-$ векторларни $\vec{r}_+ = r_+\frac{\vec{l}}{l} = \left(r - \frac{l}{2}\right)\frac{\vec{l}}{l}$ ва $\vec{r}_- = r_-\frac{\vec{l}}{l} = \left(r + \frac{l}{2}\right)\frac{\vec{l}}{l}$ кўринишда ёзиш мумкин. У вақтда (7.20) ифода

$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon\left(r - l/2\right)^2}\frac{\vec{l}}{l};\ \vec{E}_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon\left(r + l/2\right)^2}\frac{\vec{l}}{l}\cdot \qquad (7.20a)$$



7.6-расм

кўринишга келади. Ёки (7.20а) ни (7.19) га қўйилса, диполь ўқидаги A нуқтадаги электр майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}_{\parallel}$ қуйидагига тенг бўлади.

$$\vec{E}_{\parallel}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\vec{l}}{\varepsilon l}\left[\frac{1}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right]=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q\vec{l}\cdot r}{\varepsilon\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}. \quad (7.20б)$$

Бу ифодада $q\vec{l}=\vec{p}_e$ электр диполнинг электр моментидан иборат бўлгани учун

$$\vec{E}_{\parallel}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2\vec{p}_e r}{\varepsilon\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}. \quad (7.21)$$

Агар $r>>l$ бўлса, $\frac{l^2}{4}$ ни r^2 га нисбатан назарга олмаса ҳам бўлади:

$$\vec{E}_{\parallel}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2\vec{p}_e}{\varepsilon r^3}. \quad (7.22)$$

ёки бу ифода скаляр кўринишда ёзилса

$$E_{\parallel}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2\vec{p}_e}{\varepsilon r^3}. \quad (7.22а)$$

Шундай қилиб, *электр диполининг ўқида ётган нуқталардаги майдон кучланганлиги $\vec{E}_{\parallel}$ диполнинг электр моменти $\vec{p}_e$ га тўғри ва диполь марказидан нуқтагача бўлган масофа r нинг кубига тескари пропорционалдир.*

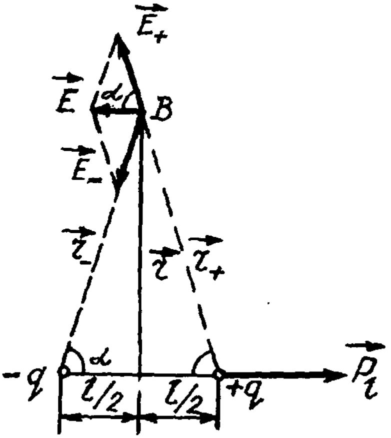
2. Энди текширилаётган B нуқта диполь маркази орқали ўқига перпендикуляр ўтган йўналишда ётган бўлсин (7.7-расм). Бу ҳолда ҳам B нуқтадаги диполнинг $+q$ ва $-q$ зарядлари мустақил ҳосил қилган электр майдон кучланганлиги $\vec{E}_{\perp}$ ҳам (7.19) формула асосида аниқланади. B нуқта диполнинг қутбларидан бир хил: $r_+^2=r_-^2=\left(r+\frac{l}{2}\right)^2$ масофада бўлгани учун:

$$\left|\vec{E}_+\right|=\left|\vec{E}_-\right|=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)} \quad (7.23)$$

7.7-расмдан майдоннинг берилган B нуқтасидаги кучланганлик вектори $\vec{E}_{\perp}$ диполь электр моменти вектори $\vec{p}_e$ га қарама-қарши йўналгани учун, уни бундай ёзиш мумкин:

$$\vec{E}_{\perp} = -E_{\perp} \cdot \frac{\vec{p}_e}{p_e} = -E_{\perp} \frac{\vec{p}_e}{ql} \cdot (7.24)$$

Диполь электр майдонининг В нуқтадан натижавий кучланганлик вектори $\vec{E}_{1} = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-}$ бўлиб, унинг катталиги (7.6-расмга қ.):



7.7-расм

$$E_{\perp} = \vec{E}_{+} \cos\alpha + E_{-} \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2q}{\varepsilon\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)} \cos\alpha. \qquad (7.25)$$

7.6-расмда $\cos\alpha = \frac{l/2}{\left(r^2 + l^2/4\right)^{1/2}}$ бўлгани учун:

$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2q}{\varepsilon\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)} \cdot \frac{l/2}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{1/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p_e}{\varepsilon\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}} \qquad (7.26)$$

Агар $r >> l$ бўлса, яъни $l^2/4$ ни r^2 га нисбатан назарга олмаса ҳам бўлади. У вақтда (7.30) бундай кўринишга келади:

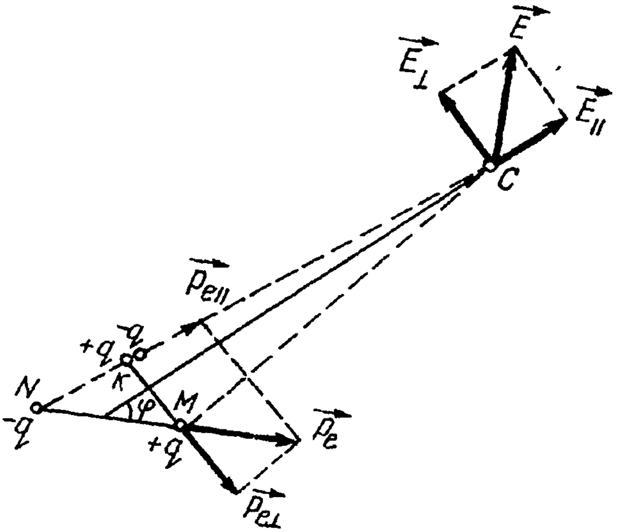
$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p_e}{\varepsilon r^3} \qquad (7.26а)$$

7.7- расмдан кўринадики, $\vec{E}_{\perp}$ ва $\vec{p}_e$ векторлар ўзаро қарама-қарши йўналгани учун (7.26а) ифода вектор кўринишда қуйидагича бўлади:

$$\vec{E}_{\perp} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{p}_e}{\varepsilon r^3} \qquad (7.26\ б)$$

Бу ҳолда диполь электр майдон кучланганлиги $E_\perp$ биринчи ҳолдаги $E_\parallel$ дан икки марта кичикдир.

3. Ва ниҳоят, умумий ҳолни қараб чиқамиз. Бу ҳолда текширилаётган *С* нуқта диполь маркази *О* нуқтадан унинг ўқига нисбатан φ бурчак остида йўналган кесимида ётсин (7.8-расм).



7.8-расм

Диполнинг қутбларини *С* нуқта билан *NC* ва *MC* пунктир чизиқ орқали туташтирамиз ва *M* нуқтадан *NC* чизиқнинг *K* нуқтасига перпендикуляр туширамиз. *K* нуқта диполь майдонини ўзгартирмайдиган диполнинг қутб зарядларига тенг $+q$ ва $-q$ зарядлар жойлаштирамиз. У вақтда *M*, *N* ва *K* нуқталардаги зарядларни иккита *MN* ва *MK* диполлар деб қараш мумкин. Диполнинг *l* елкаси *r* га нисбатан жуда кичик $(l<<r)$ бўлгани учун $<CNM \approx \varphi$ дейиш мумкин. Шунинг учун биринчи ва иккинчи диполнинг электр моменти:

$$P_{e\parallel} = P_e \cos\varphi; \quad P_{e\perp} = P_e \sin\varphi \qquad (7.27)$$

Бу $\vec{P}_{e\|}$ ва $\vec{P}_{e\perp}$ векторлар ўзаро перпендикуляр йўналгани учун унга мос келган электр майдонининг C нуқтадаги $E_{\|}$ ва $E_{\perp}$ кучланганликлари (7.22) ва (7.26 б) га асосан қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{E}_{\|} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2\vec{p}_e}{\varepsilon r^3}; \quad \vec{E}_{\perp} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{\vec{p}_e}{\varepsilon r^3} \qquad (7.28)$$

Диполь электр майдонининг C нуқтасидаги $\vec{E}_{\|}$ ва $\vec{E}_{\perp}$ кучланганлик векторлари ҳам ўзаро перпендикуляр йўналгани учун натижавий кучланганликнинг сон қиймати

$$E = \sqrt{E^2{\|} + E^2{\perp}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{1}{\varepsilon r^3}\sqrt{\left(2P_{e_{\|}}\right)^2 + \left(2P_{\perp}\right)^2} \qquad (7.29)$$

бўлади. Бу формулалаги $P_{e\|}$ ва $P_{e\perp}$ нинг ифодаларини (7.27)

қўйилса, MN диполнинг C нуқтадаги кучланганлиги E келиб чиқади:

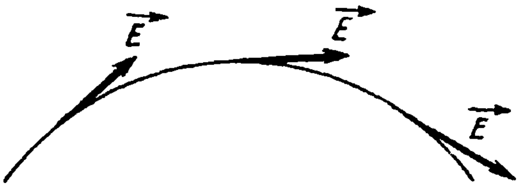
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{1}{\varepsilon r^3}\sqrt{3\cos^2\varphi + 1}. \qquad (7.30)$$

Умумий ҳолни ифодаловчи бу формуладан хусусий ҳолларда юқоридаги формулалар келиб чиқади. Ҳақиқатдан ҳам, $\varphi = 0$ бўлса, (7.21) формула $\varphi = \frac{\pi}{2}$ бўлганда эса (7.26б) формула келиб чиқади.

7.6. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОННИНГ ГРАФИК ТАСВИРИ

Электр майдонни кучланганлик вектори $\vec{E}$ орқали график равишда ифодалаш ноқулай, чунки майдоннинг ҳар хил нуқталаридаги $\vec{E}$ векторлар бир-бири билан кесишиб, тушунарсиз чалкаш манзара ҳосил бўлади. Шу сабабли электр майдонни М. Фарадий тавсия қилган куч чизиқлари (кучланганлик чизиқлари) билан кўргазмали тасвирлаш мумкин.

Куч чизиқлар деб, ҳар бир нуқтасида кучланганлик вектори уринма равишда йўналган эгри чизиққа айтилади (7.9-расм). Куч чизиғининг йўналиши унинг ҳар бир нуқтасидаги кучланганлик вектори $\vec{E}$ нинг йўналиши билан бир хил бўлади. Ҳар қандай тўғри чизиқ каби уринма ҳам



7.9- расм

икки ўзаро қарама-қарши йўналишни ифодалайди, шунинг учун ҳам кучланганлик чизиғига маълум йўналиш берилади, уни чизмада стрелка билан белгиланади.

Куч чизиқлар ёрдамида фақат йўналиш эмас, балки майдон кучланганлигининг катталигини ҳам тасвирлаш мумкин, чунки куч чизиқлар тушунчасига асосан электр майдоннинг берилган кучланганлиги қуйидагича таърифланади:

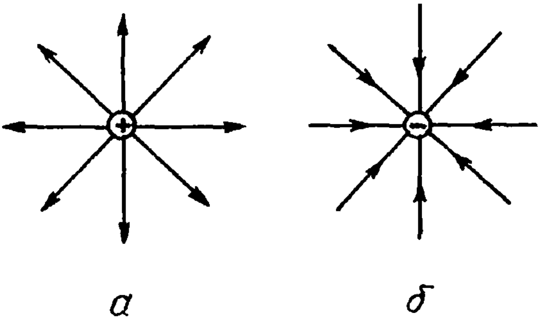
Электр майдоннинг бирор нуқтасидаги кучланганлиги миқдор жиҳатдан майдоннинг шу нуқтасидаги бир бирлик юзидан тик равишда ўтаётган куч чизиқларнинг сонига, яъни куч чизиқларнинг сирт зичлигига тенгдир.

Электр майдонини куч чизиқлар орқали ифодалаб, унинг турли қисмларидаги кучланганлиги катталигини ва фазода қандай ўзгаришини кўргазмали ифодаловчи электр майдоннинг график тасвири ҳосил бўлади.

Айтилганлардан майдоннинг ҳар қандай нуқтаси орқали фақат битта куч чизиги ўтказиш мумкинлиги келиб чиқади. Майдоннинг ҳар қайси нуқтасида кучланганлик вектори маълум йўналишга эга бўлгани учун куч чизиқлари ҳеч қаерда ўзаро кесишмайди.

Қуйида мисол сифатида бўшлиқдаги якка ва қўш зарядлар системаси ҳосил қилган электр майдоннинг куч чизиқларини қараб чиқамиз.

1. Нуқтавий заряднинг куч чизиқлари. Нуқтавий заряднинг куч чизиқлари заряд мусбат бўлса, заряддан чиқувчи (7.10 б- расм) ва заряд манфий бўлганда эса зарядга кирувчи (7.10 б- расм) радиал тўғри чизиқлардан иборат бўлади. Бинобарин, мусбат зарядни куч чизиқнинг бошланиш жойи, манфий зарядни эса тугаш жойи деб қараш мумкин. Нуқтавий заряддан бирор r масофада куч чизиқларнинг зичлиги заряддан чиқувчи куч чизиқлар сони N нинг r радиусли сфера сирти $S=4\pi r^2$ га нисбатига, яъни $N/4\pi r^2$ тенгдир. У ҳам майдон кучланганлиги $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r^2}$ каби



7.10- расм

заряд узоқлашган сари масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда камайиб боради.

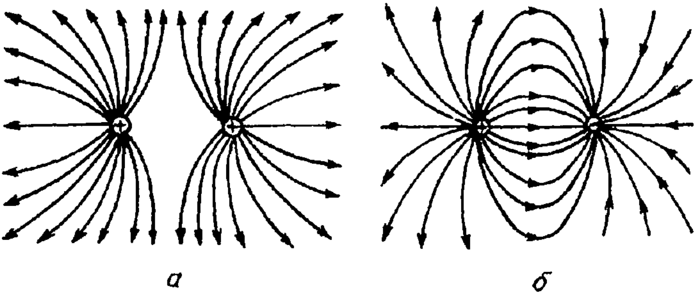
2. Икки нуқтавий заряднинг куч чизиқлари. 7.11,а-расмда тенг ва бир хил ишорали иккита нуқтавий заряднинг, 7.11,б-расмда эса сон жиҳатдан бир-бирига тенг турли ишорали иккита нуқтавий заряднинг, яъни бошқача айтганда, диполнинг куч чизиқлари тасвирланган.

Майдонни график усул билан тасвирлашда қуйидаги шартларга риоя қилиш керак:

1) куч чизиқлари бир-бири билан ҳеч қаерда кесишмайди:

2) куч чизиқлар мусбат заряддан (ёки чексизликдан) бошланади ва манфий зарядда (ёки чексизликда) тугайди.

3) куч чизиқлар зарядлар оралиғида ҳеч қаерда узилмайди.



7.11- расм

3. Бир жинсли майдон куч чизиқлари. Электр майдонининг барча нуқталарида кучланганлиги миқдор ва йўналиш жиҳатдан ўзгармас, яъни куч чизиқларининг сирт зичлиги ўзгармас қолган майдонга бир жинсли майдон дейилади. Агар электр майдонининг кучланганлиги нуқтадан нуқтага ўзгариб борадиган, яъни ҳар хил жойларда куч чизиқларнинг сирт зичлиги ҳар хил бўлган майдонга эса бир жинсли бўлмаган майдон дейилади.

Шундай қилиб, электр майдонининг график тасвиридан куч чизиқларнинг жойлашиши ва шаклига қараб электр майдонининг хусусиятини аниқлаш мумкин. Майдонларни бу усулда тасвирлаш анча кўргазмали бўлганлигидан электротехникада катта амалий қўлланишга эга.

7.7. ЭЛЕКТР ИНДУКЦИЯ (СИЛЖИШ) ВЕКТОРИ ВА ОҚИМИ

Бўшлиқдаги зарядларнинг, яъни эркин зарядларнинг майдонини ифодаловчи кучланганлик чизиқлари узлуксиз хусусиятга эга бўлиб, диэлектрикларда эса бундай бўлмайди. Масалан, диэлектрикларнинг бўлиниш чегарасида боғланган сирт зарядлари вужудга келади ва кучланганлик чизиқларининг бир қисми шу зарядларда тугайди ёки улардан бошланади. Шундай қилиб, бир жинсли бўлмаган диэлектрикларда кучланганлик чизиқларининг узлуксизлик шарти бажарилмайди. Шунинг учун ҳам, ихтиёрий кўринишдаги диэлектриклар ичидаги майдонни тавсифлаш учун, унинг бўлиниш чегарасида узлуксиз ўталиган янги $\vec{D}$ вектор катталик киритилади. Бу вектор катталикка электр индукция (силжиш) вектори дейилади. Электр индукция вектори $\vec{D}$ муҳитнинг диэлектрик хусусиятига боғлиқ бўлмаслиги, яъни индукция чизиқлари ихтиёрий муҳитда узлуксиз бўлиши учун, $\vec{E}$ кучланганлик вектори билан қуйидаги муносабатда боғланган бўлиши шарт:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}. \qquad (7.31)$$

Нуқтавий заряд ҳосил қилган майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}$ нинг ифодаси (7.15а) ни (7.31) га қўйилса,

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^3} \vec{r}. \qquad (7.32)$$

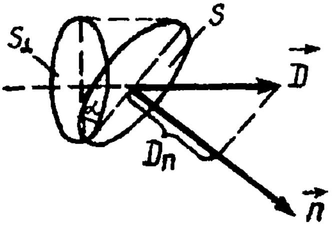
бўлади. Индукция вектори $\vec{D}$ нинг $\vec{r}$ радиус-вектор йўналишига проекцияси, яъни (7.32) нинг скаляр кўринишидаги ифодаси:

$$D = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{q}{r^2}. \qquad (7.32а)$$

Шундай қилиб, *ихтиёрий муҳитда нуқтавий заряд ҳосил қилган майдоннинг бирор нуқтасидаги индукция шу зарядга тўғри ва заряд нуқтасига бўлган масофа квадратига тескари пропорционалдир.*

Шуни яна бир бор, таъкидлаш керакки, бир жинсли бўлмаган диэлектрикларда кучланганлик чизиқлари узлукли бўлиб, индукция чизиқлари эса узлуксиз чизиқлардан иборат бўлади.

Электр индукция вектори $\vec{D}$ миқдор жиҳатдан бир бирлик юзадан тик равишда ўтаётган индукция чизиқларини. яъни индукция чизиқларининг сирт зичлигини ифодалайди. У вақтда бир жинсли электр майдони ($\vec{D}$ = const) даги ихтиёрий S юза орқали тик равишда ўтаётган индукция чизиқларига индукция оқимлари дейилади ва N ҳарфи билан белгиланади (7. 12-расм):



7.12-расм

$$N = D_nS = DS_\perp = DS\cos\alpha, \qquad (7.33)$$

бунда: $D_n = D\cos\alpha$, –индукция вектори $\vec{D}$ нинг S юзага ўтказилган $\vec{n}$ га бўлган проекцияси, $S_\perp = \sin\alpha$ эса $S_\perp$ юза S нинг $\vec{D}$ векторга тик йўналишдаги проекцияси.

Агар электр майдон бир жинсли бўлмаса ($\vec{D} \neq$ const), у ҳолда ds элементар юза соҳасидаги майдонни бир жинсли ҳисоблаш мумкин. У вақтда (7.33) кўринишдаги ифода

$$dN = D_ndS = DdS_\perp = DdS\cdot\cos\alpha \qquad (7.33а)$$

дифференциал кўринишга келади.

Ихтиёрий S сиртдан ўтувчи электр индукция оқими N чексиз кўп шундай элементлар электр индукция оқимлари dN нинг йиғиндиси билан, яъни

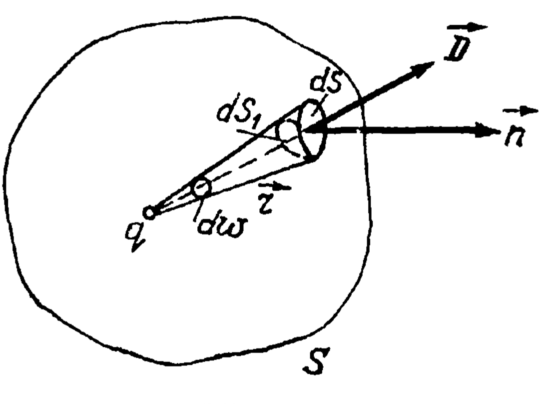
$$N = \int\limits_S D_n ds = \int\limits_S D ds_\perp \qquad (7.34)$$

интеграл билан ифодаланади: бунда S белги интегралнинг S сирт бўйича олинишини кўрсатади.

7.8. ОСТРОГРАДСКИЙ - ГАУСС ТЕОРЕМАСИ

Нуқтавий зарядлар системаси ва зарядланган жисмлар ҳосил қилган электр майдонни суперпозиция принципи асосида ҳисоблаш математик нуқтаи назардан жуда мураккаб бўлиб, айрим ҳолларда ҳатто ҳисоблаб бўлмайди. Бундай муаммони Остроградский-Гаусс теоремаси осонгина ҳал қилишга имкон беради.

Остроградский-Гаусс теоремаси берк сиртдан чиқаётган электр индукция оқимини ҳисоблашдан иборатдир. Бу теореманинг математик ифодасини чиқариш учун, фараз қилайлик q заряд ихтиёрий ёпиқ S сирт ичида жойлашган бўлсин (7.13-расм). Электр индукция векторининг (7.32) формуласига кўра, $\vec{D}$ вектор заряд жойлашган нуқтадан чиқувчи $\vec{r}$ радиус-вектор бўйлаб йўналган. Шунинг учун, $\vec{n}$ нормал билан $\vec{D}$ вектор орасидаги $d\omega$ фазовий бурчак ds ва $ds_\perp$ сиртлар орасидаги бурчакка тенгдир. У вақтда



7.13-расм

(7.33а) ва (7.32) формулаларга биноан элементар ds сиртдан чиқаётган электр индукция оқими:

$$dN = Dds_{\perp} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^2} ds_{\perp} . \qquad (7.34)$$

Бу ерда $ds_{\perp} / r^2 = d\omega$ — элементар фазовий бурчакка тенг бўлгани учун:

$$dN = \frac{q}{4\pi} d\omega \qquad (7.35)$$

Шундай қилиб, элементар ds сиртдан чиқаётган электр индукция оқими dN элементар ds сиртнинг заряд жойлашган нуқтадан кўринадиган фазовий бурчаги dw га пропорционалдир. Фазовий бурчак ω нинг қиймати 0 дан 4π гача ўзгаради. У вақтда ёпиқ s сиртдан чиқувчи тўла электр индукция оқими N чексиз кўп элементар электр индукция оқимлари dN нинг йиғиндисига тенг бўлиб, уни интеграллаш билан алмаштириш зарур, яъни:

$$dN = \oint_{s} Dds_{\perp} = \int_{0}^{4\pi} \frac{q}{4\pi} d\omega = q . \qquad (7.36)$$

Бу ифода хусусий ҳоллаги (битта заряд учун) Остроградский-Гаусс теоремасининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади:

Ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими шу сирт ичидаги зарядга тенг.

Энди (4.36) формулани ёпиқ сирт ичида $q_1, q_2, \ldots q_m$ зарядлар системаси бўлган ҳолга умумлаштириш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, суперпозиция принципига биноан q_1, $q_2, \ldots, q_m$ зарядлар ҳосил қилган майдоннинг натижавий индукция вектори $\vec{D}$ ҳар бир заряднинг мустақил ҳосил қилган майдони индукция векторларининг йиғиндисига тенг:

$$\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \cdots + \vec{D}_m = \sum_{i=1}^{m} \vec{D}_i . \qquad (7.37)$$

У вақтда $\vec{D}$ векторнинг сирт нормали $\vec{n}$ га бўлган проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$D_n = D_{in} + D_{2n} + \cdots + D_{mn} = \sum_{i=1}^{m} D_{in} . \qquad (7.37a)$$

У вақтда ичида $q_1, q_2, \ldots q_m$ заряди бўлган ихтиёрий ёпиқ сирт S орқали чиқаётган электр индукция оқими қуйидагига тенг:

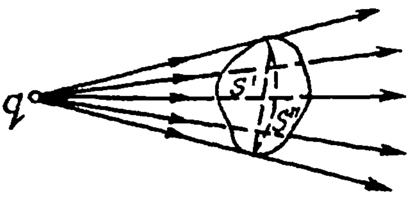
$$N = \oint_s D_n ds = \oint_s \sum_{i=1}^{m} D_{in} ds = \sum_{i=1}^{m} \oint_s D_{in} ds = \sum_{i=1}^{n} q_i \cdot \qquad (7.38)$$

Бу формула Остроградский-Гаусс теоремасининг умумий кўринишдаги математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади:

Ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими шу ёпиқ сирт ичидаги зарядларнинг алгебраик йиғиндисига тенг.

Хусусий ҳоллар:

1. Заряд ёпиқ сиртдан ташқарида бўлсин (7.13,а-расм). Бу ҳолда s' сиртга йўналган электр индукция оқимини «$-N'$» манфий ҳисоблаб, s'' сиртдан чиқаётган «$+N''$» ни эса мусбат ҳисобланади. Электр индукция чизиқларининг узлуксизлиги хусусиятига биноан сиртга кирувчи N' ва сиртдан чиқувчи N'' электр индукция оқимлари миқдор жиҳатдан тенгдир, яъни $N' = N''$ бўлади. Шунинг учун ҳам, $S = S' + S''$ ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими қуйидагига тенг бўлади:



7.13а- расм

$$N = \oint_s D_n ds = \oint_{s'} D_n ds + \oint_{s''} D_n ds = -N' + N'' = 0. \qquad (7.38а)$$

Демак, заряд ёпиқ сиртдан ташқарида бўлганда, шу сиртдан чиқаётган электр индукция оқими нолга тенг бўлар экан.

2. Ёпиқ сирт ичида миқдор жиҳатдан тенг ва қарама-қарши ишорали $q_1 = +q$; $q_2 = -q$ зарядлар жойлашган бўлсин. У вақтда (7.38) га асосан ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими N қуйидагига тенг бўлади:

$$N = \oint_s D_n ds = q_1 + q_2 = +q - q = 0 \qquad (7.38б)$$

Бу ҳолда ҳам, ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими нолга тенг бўлар экан.

7.9. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОНДА ЗАРЯДНИ КЎЧИРИШДА БАЖАРИЛГАН ИШ

Ҳар қандай майдон ва шу майдонда кучининг табиати бажарилган ишнинг кўриниши билан аниқланади. Жумладан, бажарилган иш йўлнинг шаклига боғлиқ бўлиши ёки бўлмаслиги, куч ва майдон табиатининг мезони бўлиб хизмат қилади. Шунинг учун ҳам, электростатик майдонда зарядни кўчиришда бажарилган ишни аниқлаш катта амалий аҳамиятга эга.

Агар q заряд ҳосил қилган майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}$ бўлган нуқтасига q_0 заряд киритилса, унга $\vec{F} = q_0\vec{E}$ куч таъсир қилади (7.14-расм). Бу $\vec{F}$ кучнинг q_0 зарядни dl масофага кўчиришда бажарган элементар иши dA қуйидагига тенг бўлади:

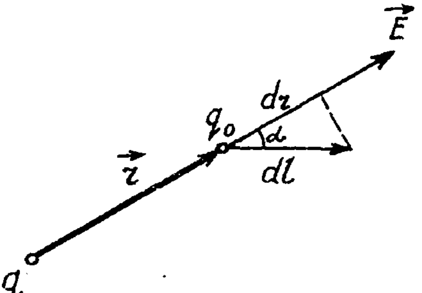
$$dA = \left(\vec{F}.d\vec{l}\right) = q_0\left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = q_0 E dl \cos\alpha. \qquad (7.39)$$

(7.39) да α —бурчак $\vec{E}$ ва $d\vec{l}$ векторлар орасидаги бурчак.

7.14-расмдаги чизмада $dl \cos\alpha = dr$ бўлиб, $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{q}{r^2}$ бўлгани учун (7.39) ни

$$dA = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{dr}{r^2} \qquad (7.39a)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бунда; r — майдонни ҳосил қилган q заряддан q_0 зарядгача бўлган масофа.



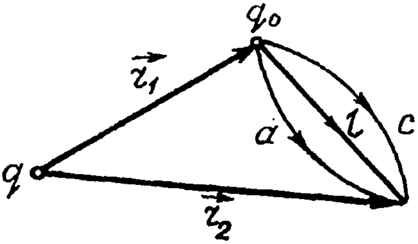
7.14-расм

Заряд q_0 ни майдоннинг *1* нуқтасидан *2* нуқтасига кўчиришда бажарилган A_{12} ишни (7.39) ифодани интеграллаб аниқланади:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q\cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{dr}{r2} = \frac{-q\cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{1}{r}\Bigg|_{r_1}^{r_2} = \frac{q\cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right). \quad (7.40)$$

Бунда r_1ва r_2—майдонни ҳосил қилган q заряддан майдоннинг *1* ва *2* нуқтасигача бўлган масофалари.

(7.40) ифодадан кўринадики, бир хил ишорали q ва q_0 зарядларнинг ўзаро итариш кучи таъсирида зарядлар узоқлашиб, мусбат иш бажарилади, яқинлашганда эса манфий иш бажарилади. Аксинча, ҳар хил ишорали зарядларнинг тортишиш кучи таъсирида q ва q_0 зарядларнинг яқинлашишида мусбат иш бажарилиб, узоқлашишида эса манфий иш бажарилади.



7.15-расм

Электростатик майдонда заряднинг кўчиришда бажарилган A_{12} ишнинг (7.40) ифодасидан бу иш йўлнинг шаклига боғлиқ эмаслиги кўринади. Бинобарин, q_0 зарядни *a* ва *c* йўналишда 1 нуқтадан 2 нуқтага кўчиришда бир хил иш бажарилади (7.15-расм):

$$A_{12} = A_{1a2} = A_{1c2} = A_l. \quad (7.41)$$

Шундай қилиб, *электростатик майдон кучининг бажарган иши йўлнинг шаклига боғлиқ бўлмагани учун электростатик майдон кучи консерватив кучдир.*

Агар майдонни битта эмас бир қанча $q_1, q_2, \dots q_n$ заряд ҳосил қилган бўлса, майдондаги q_0 зарядга $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \dots + \vec{F_n}$ куч таъсир қилади. Бу натижаловчи $\vec{F}$ кучнинг бажарган *A* иши ҳар бир кучлар мустақил бажарган ишларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади:

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^{n} Ai = \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i\cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_{i1}}-\frac{1}{r_{i2}}\right), \quad (7.42)$$

бунда: r_{i1} ва r_{i2} — майдонни ҳосил қилган $\sum_{i=1}^{n} q_i$ —заряддан майдоннинг 1 ва 2 нуқтасигача бўлган масофалар. Бу ҳолда ҳам тўлиқ бажарилган иш йўлнинг шаклига боғлиқ бўлмаслиги яна бир бор электростатик майдон кучининг консерватив куч эканлигини тасдиқлайди.

Электростатик майдоннинг табиатини ифодалаш учун, бир бирлик зарядни ёпиқ контур бўйича кўчиришда бажарилган ишни (7.39) ифода асосида ҳисоблаб чиқилса,

$$\frac{A_\cap}{q_0} = \oint_L \left(\vec{E}, d\vec{l}\right). \tag{7.43}$$

бўлади: Бу формуланинг ўнг томонидаги ёпиқ L контур бўйича олинган интеграл ифода $\oint_L \left(\vec{E}, d\vec{l}\right)$га электростатик майдон кучланганлиги векторининг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси дейилади. (7.43) формуладаги интеграл белгиси зарядни ёпиқ L контур бўйича кўчиришдаги бажарилган иш бўлиб, (7.40) формулага асосан нолга тенг бўлади. Ҳақиқатдан ҳам, ёпиқ контурда майдоннинг бошланғич ва охирги нуқталари устма-уст тушади, яъни $r_2 = r_1$ бўлади. У вақтда (7.40) га биноан:

$$A_\cap = \oint_L dA = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)_{r_2 - r_1} = 0. \tag{7.44}$$

Бундан фойдаланиб, (7.39) ни ушбу кўринишда ёзиш мумкин:

$$\oint_L \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = 0 \tag{7.45}$$

Майдон кучланганлиги векторининг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси нолга тенг бўлган майдонларга потенциал майдонлар дейилиб, нолга тенг бўлмаган майдонларга эса нопотенциал майдонлар дейилади.

Шундай қилиб, (7.45) дан кўриниадики, электростатик майдон потенциал майдондир.

7. 10. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОНДАГИ ЗАРЯДНИНГ ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯСИ. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОННИНГ ПОТЕНЦИАЛИ

Агар майдон потенциал майдондан иборат бўлса, потенциал энергия W нинг камайиши ҳисобига иш бажарилади, яъни:

$$dA = -dW. \qquad (7.46)$$

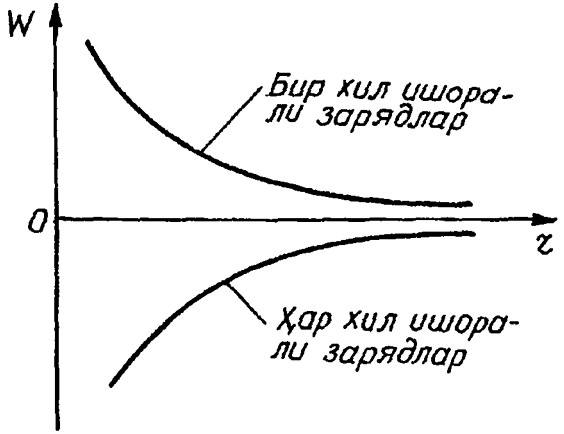
Бундан: q_0 зарядни электростатик майдоннинг 1 нуқтасидан 2 нуқтасига кўчиришда бажарилган A_{12} иш заряднинг шу нуқталарда потенциал энергиялари фарқига тенг:

$$A_{12} = -\Delta W = -(W_2 - W_1) = W_1 - W_2. \qquad (7.47)$$

Бу ифодани (7.40) билан таққослаб, q заряд майдонининг 1 ва 2 нуқталаридаги q_0 заряднинг потенциал энергиялари W_1 ва W_2 мос равишда $W_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q \cdot q_0}{\varepsilon r_1}$; $W_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q \cdot q_0}{\varepsilon r_2}$. бўлади. Бундан, электростатик майдоннинг бирор нуқтасидаги заряднинг потенциал энергиясини ифодаловчи формулани, умумий ҳолда қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q \cdot q_0}{\varepsilon r}. \qquad (7.48)$$

Бу ифодадан электростатик майдондаги q_0 заряднинг потенциал энергияси W майдонни ҳосил қилган q зарядга



7.16-расм

ҳам боғлиқ бўлгани учун унга зарядларнинг ўзаро потенциал энергияси ҳам дейилади.

Шундай қилиб, *икки заряднинг ўзаро потенциал энергияси зарядлар кўпайтмасига тўғри ва оралиғидаги масофага эса тескари пропорционалдир.*

Агар q ва q_0 бир хил ишорали бўлса, уларнинг ўзаро итариш потенциал энергияси W мусбат ($W > 0$) бўлиб, яқинлашган сари ошa боради. Аксинча, ҳар хил ишорали зарядларнинг ўзаро тортиш потенциал энергияси манфий ($W < 0$) бўлиб, улар бир биридан чексизликкача узоқлашганда нолгача ошиб боради. Икки нуқтавий зарядлар ўзаро потенциал энергияси Wнинг улар орасидаги r масофага боғланиши 7.16- расмда тасвирланган.

Агар электростатик майдонни битта эмас, бир қанча q_1, q_2, . . . q_n зарядлар ҳосил қилган бўлса, майдондаги q_0 заряднинг потенциал энергияси Wҳар бир заряднинг мустақил ҳосил қилган майдондаги потенциал энергиялари $W_i(i=1,2,\cdots,n)$нинг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади:

$$W = W_1 + W_2 + \cdots + W_n = \sum_{i=1}^{n} W_i = q_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_i}, \qquad (7.49)$$

бунда: r_i —майдонни ҳосил қилган q_i заряд билан майдонга киритилган q_0зарядлар орасидаги масофа.

Шундай қилиб, q электр заряднинг W потенциал энергияси электростатик майдондаги ҳолатига боғлиқ бўлгани учун электростатик майдоннинг нуқталари энергетик нуқтаи назардан потенциал деб аталувчи скаляр катталик билан ифодаланади.

Электростатик майдон бирор нуқтасининг потенциали деб, майдоннинг шу нуқтасига киритилган бир бирлик мусбат синов зарядига мос келган потенциал энергияга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади, яъни:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}. \qquad (7.50)$$

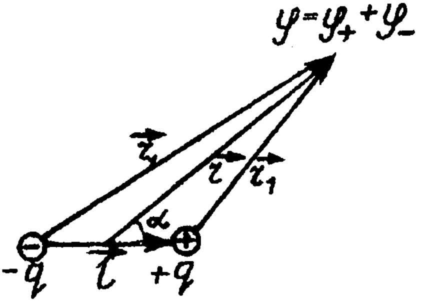
Бу (7.50) ифодага заряднинг потенциал энергияси Wнинг қиймати (7.48) дан олиб қўйилса, заряднинг ҳосил қилган электростатик майдон нуқтасининг потенциали φ келиб чиқади:

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}. \qquad (7.51)$$

Шундай қилиб, *нуқтавий заряд ҳосил қилган электростатик майдоннинг бирор нуқтасидаги потенциали зарядга тўғри ва заряддан нуқтагача масофага тескари пропорционалдир.*

Агар электростатик майдонни битта эмас, бир нечта $q_1, q_2, \ldots q_n$ зарядлар ҳосил қилган бўлса, майдоннинг бирор нуқтасининг потенциали φ ҳар бир заряд мустақил ҳосил қилган майдон потенциаллари $\varphi(i=1,2,\cdots,)$нинг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2+\cdots+\varphi_n=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q_i}{\varepsilon r_i}. \qquad (7.52)$$



7.17-расм

Бу (7.52) ифода турли шакллаги ва ҳар хил ўлчамли зарядланган жисмлар электростатик майдонларининг потенциалларини ҳисоблашга имкон беради. Жумладан, электр диполи қутблари ҳосил қилган электростатик майдон потенциаллари φ_+ ва φ_- нинг йиғиндисига тенгдир (7.17-расм):

$$\varphi=\varphi_+ +\varphi_- =\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{\varepsilon r_1}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{\varepsilon r_2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{r_2-r_1}{r_1\cdot r_2}. \qquad (7.53)$$

Агар $l<<r$ бўлса, $r_2-r_1\approx l\cos\alpha$ ва $r_1\cdot r_2\approx r^2$ бўлади. У вақтда (7.53) ифодани

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\cdot\frac{l\cos\alpha}{r^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p_e}{\varepsilon r^2}\cos\alpha. \qquad (7.54)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу ерда $p_e=q_l l$—дипол электр моментининг абсолют қиймати, α—дипол электр моменти $\vec{p}_e$ йўналиши билан текширилаётган майдон нуқтаси радиус-вектори $\vec{r}$ — орасидаги бурчак.

Электростатик майдоннинг потенциали энергетик характеристикаси бўлгани учун зарядни кўчиришда электростатик майдон кучининг бажарган иши ҳам майдон потенциаллари билан ўзаро боғланишга эга бўлиши керак.

Ҳақиқатан ҳам, биринчидан (7.47) га биноан $A_{12}=W_1-W_2$ бўлиб, иккинчидан (7.50) ифода асосида $W_1-W_2=q_0(\varphi_1-\varphi_2)$ бўлгани учун, электростатик майдон кучининг q_0 зарядни 1 нуқтасидан 2 нуқтага кўчиришдаги бажарган иши A_{12} майдондаги потенциаллар фарқи ($\varphi_1-\varphi_2$) билан қуйидагича ифодаланади:

$$A_{12}=q_0(\varphi_1-\varphi_2). \qquad (7.55)$$

Шундай қилиб, *электростатик майдон кучларининг зарядни кўчиришда бажарган иши миқдор жиҳатдан заряд катталигини йўлнинг бошланғич ва охирги нуқталаридаги потенциаллар айирмасига кўпайтмасига тенг бўлиб, йўлнинг шаклига боғлиқ бўлмай, унинг бошланғич ва охирги нуқталарининг вазиятига боғлиқдир.*

Агар зарядннинг кўчиш йўли берк бўлганда унинг бошланғич ва охирги нуқталари устма-уст тушганда $\varphi_1-\varphi_2$ ҳамда (7.55) га кўра $A_{12}=0$ бўлади, яъни зарядни берк йўл бўйлаб кўчиришда электростатик майдон кучлари бажарган ишининг нолга тенглиги яна бир бор келиб чиқади.

(7.55) формуладан электростатик майдоннинг икки нуқта орасидаги потенциаллар айирмаси:

$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{A}{q_0}. \qquad (7.56)$$

(7.56) га асосан потенциаллар айирмасини қуйидагича таърифлаш мумкин: *электростатик майдоннинг икки нуқтасидаги потенциаллар айирмаси деб, бир бирлик мусбат зарядни биринчи нуқтадан иккинчи нуқтага кўчиришда бажарилган ишга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

Нуқтавий зарядни электростатик майдон кучининг берилган нуқтадан чексизликка $(r_2 - \infty)$, яъни потенциали ноль $\left(\varphi_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r_2}=0\right)$ бўлган нуқтага кўчиришда бажарган иши $A_{1\infty}=q_0\varphi_1$, бўлади,

бундан
$$\varphi_1=\frac{A_{1\infty}}{q_0}. \qquad (7.57)$$

Шундай қилиб, электростатик майдон потенциалини яна бундай таърифлаш мумкин:

Электростатик майдоннинг бирор нуқтасидаги потенциали деб, электростатик майдон кучининг бир бирлик мусбат зарядни шу нуқтадан потенциали нолга тенг бўлган чексизликдаги нуқтага кўчиришда бажарган ишига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

7.11. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОН КУЧЛАНГАНЛИГИ ВА ПОТЕНЦИАЛИ ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШИ. ЭКВИПОТЕНЦИАЛ СИРТЛАР

Электростатик майдон кучларининг зарядни кўчиришдаги бажарган иши кучланганлик орқали ҳам, майдон нуқталарининг потенциаллар айирмаси орқали ҳам ифодаланиши кучланганлик ва потенциалларни ўзаро боғланишини аниқлашга имкон беради.

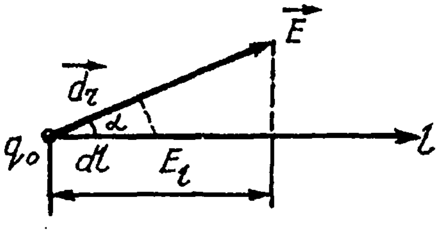
Юқоридаги (7.39) ва (7.46) формулалардан кўринадики, электростатик майдонда q_0 зарядни кўчиришда потенциал энергиясининг камайиши dW ҳисобига dA элементар иш бажарилади, яъни:

$$dA = q_0 F dl \cos\left(\dot{E}\,\hat{,}\,d\dot{l}\right) = -dW.$$

Иккинчи томондан (7.51)га асосан: $dW = q_0 d\varphi$. Бундан: $q_0 E dl\cos\left(\vec{E}\,\hat{,}\,d\vec{l}\right) = -q_0 d\varphi$ ёки $E dl\cos\left(\vec{E}\,\hat{,}\,d\vec{l}\right) = -q\varphi$ тенгликни ёзиш мумкин.

Охирги тенгликдан электростатик майдон кучланганлиги:

$$E = -\frac{d\varphi}{dl\cdot\cos\left(\dot{E}\,\hat{,}\,d\vec{l}\right)}. \tag{7.58}$$



7.18-расм

7.18-расмдан кўринадики,

$$dl\cdot\cos\left(\dot{E}\,\hat{,}\,d\vec{l}\right) = dr$$

куч чизиғининг элементар узлуклигидан иборат бўлгани учун:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \qquad (7.59)$$

Бу ифода электростатик майдон куч чизиғи йўналишида потенциалнинг ўзгариш тезлигини ифодалайди.

Шундай қилиб, *электростатик майдоннинг кучланганлиги деб, куч чизиғининг узунлик бирлигига мос келган потенциаллар айирмасига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

(7.59) тенгликнинг чап томони вектор, ўнг томони эса скаляр катталикдан иборат. Вектор анализда, вектор катталикни скаляр катталикнинг ўзгариши орқали ифодаловчи символга градиент (grad) деб ном берилган.

Ихтиёрий скаляр катталик а нинг градиенти деб, йўналиши а катталикнинг ортиш йўналиши билан мос тушадиган $\vec{A}$ *векторга айтилади:*

$$\vec{A} = \mathrm{grad}\ a. \qquad (7.60)$$

Бу векторнинг модули A эса a—скалярнинг ортиш йўналишида бир бирлик узунликдаги ўзгаришига тенгдир, яъни:

$$A = \left|\mathrm{grad}\ \vec{A}\right| = \frac{da}{dl}. \qquad (7.60а)$$

Айтилганлардан, электростатик майдоннинг кучланганлик вектори $\vec{E}$ потенциал градиенти $(\mathrm{grad}\,\varphi)$ нинг тескари ишорали ифодасига тенг:

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi. \qquad (7.61)$$

Бунда «минус» ишора кучланганлик вектори $\vec{E}$ потенциал φ нинг камайиш томонига йўналганини ифодалайди.

Умумий ҳолда, электростатик майдоннинг бирор нуқтасидаги потенциали φ шу нуқта координатларининг функциясидан иборат бўлгани учун:

$$\mathrm{grad}\,\varphi = \frac{d\varphi}{dx}\vec{i} + \frac{d\varphi}{dy}\vec{j} + \frac{d\varphi}{dz}\vec{k}. \qquad (7.61а)$$

Шунинг учун ҳам электростатик майдон кучланганлиги вектори $\vec{E}$ нинг координат ўқларига бўлган проекциялари майдон потенциали билан қуйидаги боғланишга эга:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx};\ E_y = -\frac{d\varphi}{dy};\ E_z = -\frac{d\varphi}{dz}; \qquad (7.61б)$$

Электростатик майдоннинг икки нуқтаси орасидаги потенциаллар фарқи $(\varphi_1 - \varphi_2)$ ни (7.59) ни интеграллаб аниқланади:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr \qquad (7.62)$$

Шундай қилиб, электростатик майдоннинг потенциали нуқтадан нуқтага ўзгариб турувчи функциядир. Бироқ ихтиёрий кўринишдаги электростатик майдонда потенциаллари бир хил бўлган нуқталар мавжуддир.

Потенциаллари бир хил бўлган нуқталарнинг геометрик ўрнига эквипотенциал сиртлар дейилади Демак, эквипотенциал сирт учун қуйидаги тенглама ўринлидир:

$$\varphi = \mathrm{const}. \qquad (7.63)$$

Эквипотенциал сиртларнинг электростатик майдон куч чизиқларига нисбатан жойланишини (7.58) ифодадан осонгина аниқлаш мумкин. Эквипотенциал сирт учун (7.58) ифода

$$d\varphi = Edl \cdot \cos\left(\overset{\wedge}{\vec{E},\vec{dl}}\right) = 0. \qquad (7.64)$$

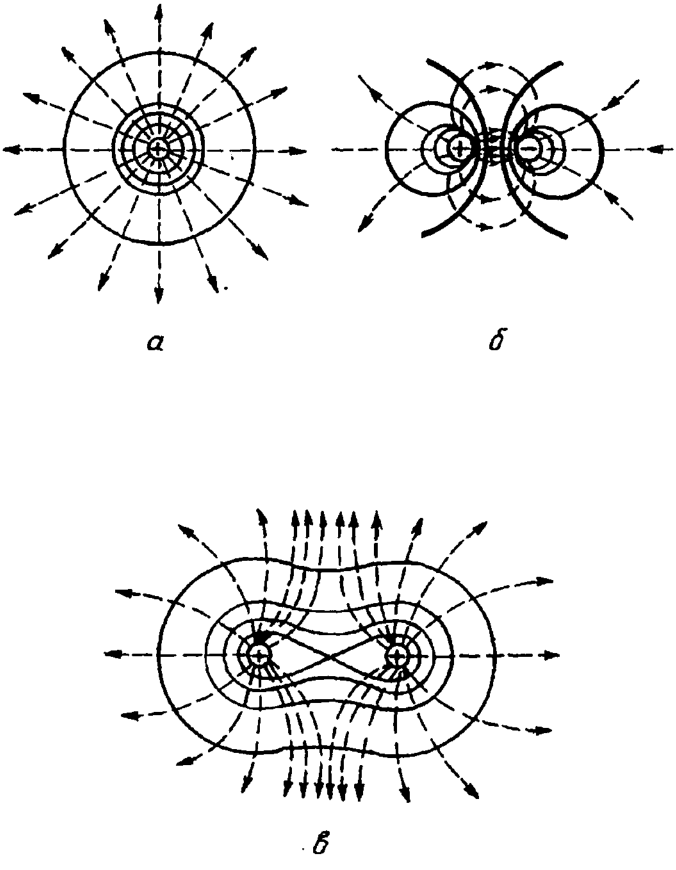
кўринишда бўлади: Бунда, $E \neq 0$ ва $dl \neq 0$ бўлгани учун:

$$\cos\left(\overset{\wedge}{\vec{E},\vec{dl}}\right) = 0 \text{ ёки } \left(\overset{\wedge}{\vec{E},\vec{dl}}\right) = 90^\circ. \qquad (7.64a)$$

Демак, электростатик майдоннинг кучланганлик вектори Е эквипотенциал сиртга перпендикуляр йўналгандир.

Шундай қилиб, *кучланганлик чизиқлари эквипотенциал сиртлар оиласига нормал (ортагонол) йўналган бўлади.* Ҳар қандай майдонда чексиз кўп эквипотенциал сиртлар чизиш мумкин.

Эквипотенциал сиртларни билган ҳолда ҳар доим мазкур майдоннинг куч чизиқларини ясаш мумкин ва аксинча.



7.19-расм

Шундай қилиб, электростатик майдонни куч чизиқлари ёрдамида кўргазмали тасвирлаш каби, эквипотенциал сиртлари ёрдамида ҳам график кўринишда тасвирлаш мумкин.

Бир хил Δφ орттирмали эквипотенциал чизиқ (сирт)ларнинг зичлиги майдон кучланганлигига пропорционал бўлади, яъни майдоннинг кучланганлиги қаерда катта бўлса, ўша ерда эквипотенциал чизиқлар бир-бирига яқин жойлашади. 7.19-расмда мусбат нуқтавий заряд (а)нинг, дипол (б) нинг ва бир хил ишорали иккита нуқтавий заряд (в) нинг, 7.20-расмда эса учлиги ва ботиқлиги бўлган зарядланган металл цилиндрнинг ҳосил қилган электростатик майдонининг эквипотенциал сиртлари (туташ чизиқлар) ва куч чизиқлари (пунктир чизиқлар) орқали график тасвири келтирилган. Ундан кўринадики, эквипотенциал чизиқлар майдон кучлироқ жойларда зичроқ ва майдон кучсизроқ жойларда эса сийракроқ жойлашган. 7.20-расмда тасвирланган зарядланган металл цилиндр эквипотенциал сиртлари (чизиқлари) жойлашишидан учли жой яқинида майдон кучли, ботиқли жойда кучсиз ва ниҳоят кавакли жойларда нол бўлишини аниқлаш мумкин.

7.12. ОСТРОГРАДСКИЙ-ГАУСС ТЕОРЕМАСИНИНГ ТАТБИҚИ. ОДДИЙ ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОНЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Остроградский - Гаусс теоремасининг татбиқини қараб чиқишдан олдин, зарядларнинг ҳажм, сирт ва чизиқли зичлик тушунчаларини киритамиз. Соддалик учун қуйидаги зарядлар бир текис тақсимланган ҳолларни қараб чиқамиз:

Зарядларнинг ҳажмий зичлиги ρ *деб, жисминг бир бирлик ҳажмга мос келган зарядга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади,* яъни:

$$\rho = \frac{q}{V}, \qquad (7.65)$$

бунда, q—жисмнинг V ҳажмига мос келган заряди.

Заряднинг сирт зичлиги δ *деб, жисмнинг бир бирлик сиртга мос келган зарядга миқдор жиҳатдан тенг физик катталикка айтилади,* яъни:

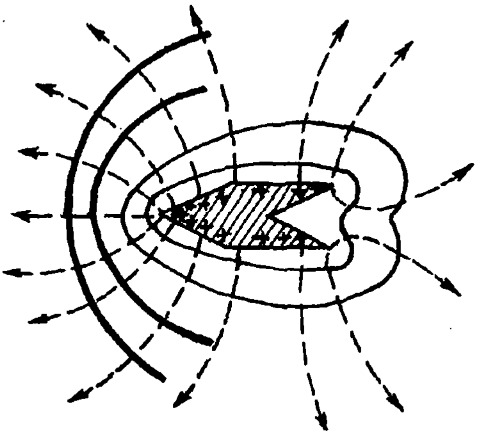
$$\delta = \frac{q}{S}, \qquad (7.65а)$$

бунда, q—жисмнинг S юзасига мос келган заряди.

Зарядларнинг чизиқли зичлиги τ *деб, жисмнинг узунлик бирлигига мос келган зарядга миқдор жиҳатдан тенг физик катталикка айтилади,* яъни:

$$\tau = \frac{q}{l}, \qquad (7.65б)$$

бунда: q—жисмнинг l узунлигига мос келган заряди.

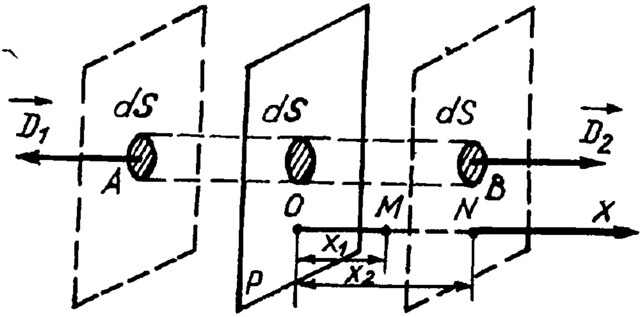


7.20- расм

Остроградский-Гаусс теоремаси (7.38) ва потенциаллар айирмаси $(\varphi_1 - \varphi_2)$ ни ифодаловчи (7.62) формулалар асосида (7.65) — (7.65б) ларни назарда тутиб, қуйидаги оддий электростатик майдонларнинг индукцияси $\vec{D}$ ни, кучланганлиги $\vec{E}$ ни ва потенциаллар айирмаси $(\varphi_1 - \varphi_2)$ ни ҳисоблаб чиқиш мумкин:

1. **Бир текис зарядланган чексиз текислик майдони.** Фараз қилайлик, чексиз текислик заряднинг сирт зичлиги $+\delta$ билан бир текис зарядланган бўлсин (7.21-расм). Бу майдонга Остроградский-Гаусс теоремасини татбиқ қилиш учун майдон график равишда тасвирланса, электр индукция чизиқлари текисликка перпендикуляр ва ташқарига йўналган бўлади. Бу чизиқлар текисликдан бошланиб иккала томонга чексиз давом этади.

Остроградский-Гаусс теоремасидаги берк (ёпиқ) сирт сифатида зарядланган текисликнинг ҳар иккала томонидан асослари билан чегараланган тўғри цилиндр ажратиб олиш қулайдир. Бунда цилиндрнинг иккала асоси S_1 ва S_2 текширилаётган A ва B нуқталардан ўтиб, зарядланган текисликка параллел жойлашган. Цилиндр ичидаги заряд $q = \delta S$ бўлади. Цилиндр ясовчилари индукция чизиқларига параллел бўлгани учун, цилиндрнинг ён сиртидан чиқувчи электр индукция оқими нолга тенг. Зарядланган те-



7.21- расм

кислик майдонининг А ва В нуқталаридаги индукция векторлари $\bar{D}_1$ ва $\bar{D}_2$ миқдор жиҳатдан ўзаро тенг ва қарама-қарши йўналган: $\bar{D}_1 = -\bar{D}_2$; $D_1 = D_2 = D$. У вақтда ёпиқ цилиндрнинг ён сиртидан чиқаётган тўла индукция оқими N унинг асосларидан чиқаётган $N_1 = D_1S_1$ ва $N_2 = D_2S_2$ индукция оқимларининг йиғиндисига тенг бўлади:

$$N = D_1S_1 + D_2S_2 = DS + DS = 2DS. \qquad \text{(а)}$$

Иккинчи томондан ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими N, шу ёпиқ сирт (цилиндр) ичидаги заряд $q = \delta S$ га тенг, яъни:

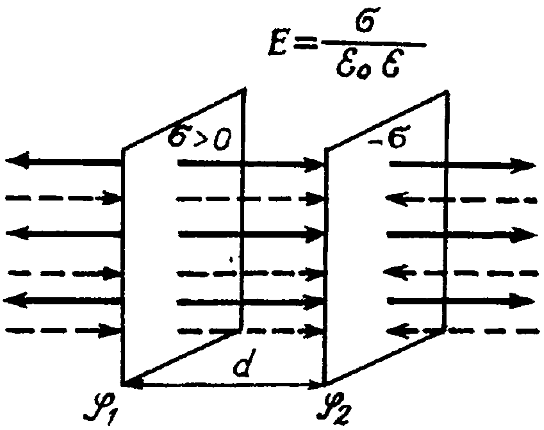
$$N = \oint_S DdS = q = \delta S. \qquad \text{(б)}$$

Шундай қилиб, (а) ва (б) ни тенглаштириб

$$2DS = \delta S \qquad \text{(в)}$$

ни оламиз. Бундан бир текис зарядланган текислик электростатик майдоннинг индукцияси D ва кучланганлиги E қуйидагига тенг бўлади:

$$D = \frac{\delta}{2}, \qquad (7.66)$$



7.22- расм

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\delta}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (7.66а)$$

Ва ниҳоят, зарядланган текислик майдонининг 1 ва 2 нуқталари орасидаги $(\varphi_1-\varphi_2)$ потенциаллар айирмаси (7.63) формуладан қуйидагига тенг бўлади:

$$\varphi_1-\varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} Edr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\delta}{2\varepsilon_0\varepsilon}dr = \frac{\delta}{2\varepsilon_0\varepsilon}(r_2-r_1). \qquad (7.66\ б)$$

2. Ҳар хил ишорали зарядларнинг +δ ва —δ сирт зичлиги билан зарядланган иккита параллел текислик майдони. Бу ҳолда ҳар хил ишорали зарядлар билан зарядланган иккита текислик майдонини геометрик қўшиш йўли билан ечимни ҳосил қилиш мумкин.

7.22-расмдаги чизмада мусбат зарядлардан чиқаётган куч чизиқлари туташ, манфий зарядланган текисликка кираётган куч чизиқлари эса пунктир чизиқлар билан тасвирланган бўлиб, ҳар иккала текислик орасидаги майдон кучланганликлари E_+ ва E бир томонга йўналгандир. Демак, бу кучланганликларнинг геометрик йиғиндиси арифметик йиғиндисига тенг бўлади, яъни:

$$E = E_+ + E_- = \frac{\delta}{2\varepsilon_0\varepsilon} + \frac{\delta}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (7.67)$$

Бундан электр индукция $\vec{D}$ нинг сон қиймати:

$$D = \varepsilon_0\varepsilon E = \delta. \qquad (7.67\ а)$$

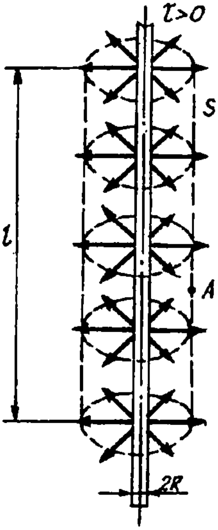
Ва ниҳоят бир-биридан l масофада жойлашган текисликлар орасидаги $(\varphi_1 - \varphi_2)$ потенциаллар айирмаси:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon} dr = \frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon}(r_2 - r_1) = \frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon} l. \qquad (7.67\ б)$$

Бундан заряднинг сирт зичлиги $\delta = \frac{q}{S}$ бўлгани учун:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon} l = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon s} l. \qquad (7.67\ в)$$

3. **Бир текис зарядланган чексиз узун цилиндр майдони.** Радиуси R бўлган чексиз узун цилиндр заряднинг чизиқли зичлиги $+\tau$ билан бир текис зарядланган бўлсин (7.23-расм). Бу ҳолда ёпиқ сирт сифатида зарядланган цилиндр атрофида ён томони A нуқтадан ўтадиган узунлиги l бўлган $r>R$ радиусли цилиндр ажратиб оламиз. Симметрия тушунчасига биноан, индукция чизиқлари цилиндр ўқидан тик радиал равишда йўналган бўлиб, цилиндр ўқидан бир хил масофаларда электр индукция $\vec{D}$ ва кучланганлик $\vec{E}$ векторларининг сон қийматлари бир хил бўлади. У вақтда цилиндрнинг ёпиқ сиртидан чиқаётган электр индукция оқими N, унинг ён сирти ($\cos\alpha=1$) дан чиқаётган $N_{ён}=DS_{ён}\cos\alpha=DS_{ён}$ электр индукция оқимига тенг бўлади. Индукция чизиқлари цилиндр асосига параллел йўналгани ($\cos\alpha=0$) учун асосларидан чиқаётган электр индукция оқими $N_{ж} = DS = 0$ бўлади.



7.23- расм

Шундай қилиб, r радиусли цилиндрнинг ёпиқ сиртидан чиқаётган электр индукция оқими:

$$S = \oint_s DdS = N = D \cdot S_{ён} = D2\pi rl. \qquad (а)$$

бунда: $S_{ён} = 2\pi rl$ —цилиндрнинг ён сирти юзаси.

Иккинчи томондан Остроградский-Гаусс теоремасига биноан ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими N, шу сирт ичидаги цилиндрнинг l узунлигига мос келган $q = \tau l$ зарядга тенг:

$$N = \oint_s DdS = q = \tau l \qquad (б)$$

Шундай қилиб, (а) ва (б) тенглаштирилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$D2\pi rl = \tau l \qquad (в)$$

Бундан бир текис зарядланган цилиндр дан r масофадаги электростатик майдоннинг индукцияси D ва кучланганлиги E қуйидагига тенг бўлади:

$$D = \frac{\tau}{2\pi r}, \qquad (7.68)$$

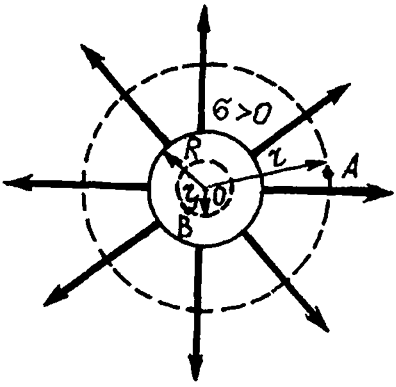
$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}. \qquad (7.68а)$$

Ва ниҳоят, бир текис зарядланган чексиз узун цилиндр ҳосил қилган майдоннинг икки нуқтаси орасидаги $(\varphi_1 - \varphi_2)$ потенциаллар айирмаси (7.62) формуладан) қуйидагига тенг бўлади:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} Edr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon} ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (7.68\ б)$$

Бундаги заряднинг чизиқли зичлиги $\tau = \frac{q}{l}$ бўлганидан:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l} ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (7.68\ в)$$



7.24- расм

4. **Бир текис зарядланган сфера майдони.** Радиуси R бўлган сфера сирт зичлиги $+\tau$ заряд билан бир текис зарядланган бўлсин. Сфера сиртининг умумий заряди $q=\delta S=\delta\cdot 4\pi R^2$. Симметрия мулоҳазаларига кўра зарядланган сферанинг электростатик майдон индукция чизиқлари радиал равишда йўналгандир. Шунинг учун ҳам майдоннинг индукция вектори $\vec{D}$ ва кучланганлик вектори $\vec{E}$ нинг сон қиймати сфера марказидан баробар масофаларда бир хил бўлади (7.24- расм).

Зарядланган сферанинг ташқи ($r > R$) ва ички ($r' < R$) электростатик майдонини қараб чиқамиз.

Зарядланган сфера марказидан $r > R$ масофадаги A нуқтани текширамиз. Бу нуқтадан фикран маркази сфера марказида ётган r радиусли сферик сирт ўтказамиз. Бу $S=4\pi r^2$ ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими:

$$N=\oint_s Dds=D\int_0^{s=4\pi r^2}ds=D\cdot 4\pi r^2. \qquad (\text{а})$$

Иккинчи томондан Остроградский—Гаусс теоремасига кўра, ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими N, шу ёпиқ сирт ичидаги заряд $q=\delta 4\pi R^2$ га тенг:

$$N=\oint_s Dds=q=4\pi R^2\delta. \qquad (\text{б})$$

(а) ва (б) ларни ўзаро тенглаштириб, қуйидагини оламиз:

$$4\pi r^2 D=q=4\pi R^2\delta \qquad (\text{в})$$

Бундан зарядли сфера электростатик майдонининг индукцияси D ва кучланганлиги E нинг қиймати q ва δ орқали ифодаларини аниқлаймиз:

$$D=\frac{q}{4\pi r^2}, \tag{7.69}$$

$$E=\frac{D}{\varepsilon_o\varepsilon}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{\varepsilon r^2}. \tag{7.69 a}$$

Шундай қилиб, (7.69) ва (7.69 а) формулалардан кўринадики, *текис зарядланган сфера ташқарисидаги электростатик майдоннинг индукцияси D ва кучланганлиги E худди унинг барча заряд марказида мужассамлашгандек, нуқтавий заряд майдони сингари ҳисобланар экан.*

Энди зарядланган сферанинг ичида $r' < R$ масофада ётган B нуқтани текширамиз. Бу ҳолда ҳам B нуқта орқали маркази зарядланган сфера марказида ётган $s'=4\pi r'^2$ сферик сирт ўтказамиз (7.24-расм). Бу ёпиқ s' сирт ичида заряд бўлмагани учун $q=0$. У вақтда Остроградский-Гаусс теоремасига биноан ёпиқ s' сиртдан чиқаётган электр индукция оқими $N=D's'$ ҳам нолга тенг бўлади:

$$S=\oint_s D'ds=\int_o^{s'=4\pi r'^2} D'ds=D'4\pi r'^2=0.$$

Бундан, зарядланган сферик сирт ичидаги майдон индукцияси D' ва кучланганлиги E' қуйидагига тенг бўлади:

$$D'=0 \text{ ёки } E'=\frac{D'}{\varepsilon_o\varepsilon}=0. \tag{7.70}$$

Шундай қилиб, *текис зарядланган сферик сирт ичидаги барча нуқталарда электростатик майдоннинг индукцияси D', бинобарин кучланганлиги E' ҳам нолга тенгдир.*

Бу қонуният зарядланган ихтиёрий кўринишдаги ёпиқ сирт учун, ҳатто зарядланган ўтказгичлар учун ҳам ўринлидир.

Ва ниҳоят зарядланган сфера марказидан $r_1 > R$ ва $r_2 > R$ нуқталаридаги потенциаллар айирмаси $(\varphi_1-\varphi_2)$ ни (7.62) формула асосида аниқланса,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}. \qquad (7.71)$$

бўлади. Агар текширилаётган нуқта сфера сиртида, яъни $r_1 = R$ ва $r_2 = \infty$ бўлса, сфера сиртининг потенциали:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}. \qquad (7.71а)$$

Бундан кўринадики, зарядланган сферанинг сирти бир хил потенциалли нуқталарнинг геометрик ўрни бўлгани учун, у эквипотенциал сиртдан иборат бўлади.

Шуни таъкидлаш керакки, фақат зарядланган сферик сирт эквипотенциал сирт бўлмасдан, зарядланган ўтказгичларнинг ҳар қандай сиртлари ҳам эквипотенциал сиртлардан иборат бўлади.

5. Бир текис ҳажмий зарядланган шарнинг майдони. Радиуси R бўлган, ҳажм бўйича зарядлана оладиган шар зарядининг ҳажм зичлиги $\rho > 0$ билан бир текис зарядланган бўлсин (7.25-расм). Бу ҳолда зарядланган ташқи $(r > R)$ва ички $(r' < R)$ қисмлардаги майдонни ҳисоблаб чиқамиз:

а) бир текис ҳажмий зарядланган шарнинг ташқи $(r > R)$ майдонидаги A нуқтани қараб чиқамиз.

Шардаги умумий заряд q заряднинг ҳажмий зичлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$q = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3. \qquad (7.72)$$

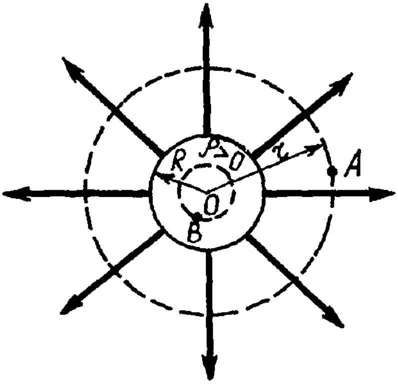
Бу ҳолда ҳам, ҳажмий зарядланган шарнинг ташқи $(r > R)$ майдони ҳам, худди сферадагидек, барча зарядлар марказга мужассамлашган нуқтавий заряд майдонидек, (7.69), (7.69,а) ва (7.71) формулалар асосида ҳисобланади:

$$D = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^2}; \text{ ёки } D = \frac{\rho}{3} \cdot \frac{R^3}{r^2}; \qquad (7.73)$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}; \text{ ёки } E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{R^3}{r^2}; \qquad (7.73а)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}; \text{ ёки } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon} \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}. \qquad (7.73б)$$

б) энди бир текис ҳажмий зарядланган шарнинг ички $(r' < R)$ майдонидаги B нуқтани қараб чиқамиз (7.25-расм). Бу ҳолни қараб чиқиш учун, шар марказидан фикран $(r' < R)$ радиусли сфера чизамиз. Бу сферанинг барча нуқталаридаги электростатик майдоннинг индукцияси $\vec{D}$ ва кучланганлиги $\vec{E}$ нинг сон қийматлари бир хил ва радиал бўлиб, ички сферадаги q' зарядга боғлиқ. Ички r' радиусли сферадаги q' заряд зарядниң ҳажм зичлиги ρ орқали қуйидагича ифодаланади:



7.25- расм

$$q' = \rho v' = \rho\frac{4}{3}\pi r'^3, \qquad (7.74)$$

бундаги ρ, (7.72) да $\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ бўлгани учун

$$q' = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\cdot\frac{4}{3}\pi r'^3 = q\left(\frac{r'}{R}\right)^3. \qquad (7.74а)$$

Шундай қилиб, q' зарядни бундай аниқлаш мумкин:

$$q' = \rho\frac{4}{3}\pi r'^3 = q\left(\frac{r'}{R}\right)^3. \qquad (7.74б)$$

Зарядланган шарнинг $s' = 4\pi r'$ ички ёпиқ сиртидан чиқаётган электр индукция оқими N', биринчидан:

$$N' = \oint_{s'} D ds = \int_{o}^{4\pi r'^2} D' ds = D' 4\pi r'^2. \qquad (а)$$

Иккинчидан, Остроградский-Гаусс теоремасига биноан ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими N', шу ёпиқ сирт ичидаги заряд q' га тенг:

$$N' = \oint_{S'} D'ds = q' = \rho\frac{4}{3}\pi r'^3 = q\left(\frac{r'}{R}\right)^3. \qquad (б)$$

Шундай қилиб, (а) ва (б) ни тенглаштириб ҳосил қиламиз:

$$D'4\pi r'^2 = \rho\frac{4}{3}\pi r'^3 = q\left(\frac{r'}{r}\right)^3. \qquad (в)$$

Бундан, ҳажмий зарядланган шарнинг ички $(r' < R)$ қисмидаги электростатик майдоннинг электр индукцияси $\vec{D}'$ ва кучланганлиги $\vec{E}'$ нинг сон қиймати:

$$D' = \frac{1}{3}\rho r' \text{ ёки } D' = \frac{q}{4\pi r'^2}\left(\frac{r'}{r}\right)^3, \qquad (7.75)$$

$$E' = \frac{D'}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{1}{3\varepsilon_0\varepsilon}\rho r' \text{ ёки } E' = \frac{D'}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r'^2}\left(\frac{r'}{r}\right)^3 \qquad (7.75а)$$

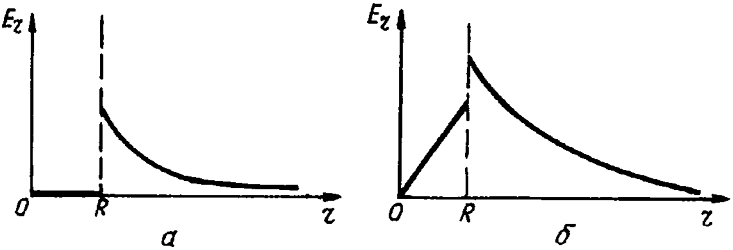
Ҳажмий зарядланган шарнинг ичидаги икки нуқтасининг потенциаллар айирмаси $(\varphi_1 - \varphi_2)$ ни (7.58) формула асосида аниқланади;

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1'}^{\vec{r}_2} E'dr = \int_{r_1'}^{r_2} \frac{\rho}{3\pi\varepsilon_0\varepsilon} rdr = \frac{\rho}{6\varepsilon_0\varepsilon}\left(r_2'^2 - r_1^2\right) \qquad (7.76)$$

ёки

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1'}^{\vec{r}_2} E'dr = \int_{r_1'}^{r_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3} rdr = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\left(r_2'^2 - r_1^2\right). \qquad (7.77)$$

7.26а, б -расмларда сиртқи зарядланган сфера ва ҳажмий зарядланган шар ҳосил қилган электростатик майдон кучланганликлари Е нинг масофа r га боғланиш $E = f(r)$



7.26- расм

графиги келтирилган. 7. 26, б-расмдаги графикдан кўринадики, шарнинг сирти ($r = R$.)да майдон кучланганлиги узилишга эга. Бунга сабаб шар (ε') ва унинг атрофидаги муҳит (ε) нинг ε' ва ε нисбий диэлектрик сингдирувчанлигининг ҳар хил бўлишидир (7.26,б-расм $\varepsilon<\varepsilon'$ ҳол учун ўринлидир).

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1.Электр заряди деб нимага айтилади? Электр зарядининг икки тури қандай қабул қилинади?

2. Зарядларнинг сақланиш қонунини таърифланг ва унга мисол келтиринг.

3. Заряднинг дискретлиги нимани ифодалайди? Элементар заряд нима?

4. Электростатиканинг асосий қонуни—Кулон қонунини таърифланг ва математик ифодасини ёзинг. Заряднинг СИ даги ўлчов бирлиги қандай?

5. Муҳитнинг нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги деб нимага айтилади?

6. Зарядланган икки макроспик жисмнинг ўзаро таъсирини ифодаловчи формулани ёзинг ва тушунтириб беринг.

7. Олисдан ва яқиндан таъсир қилиш назарияларини фарқи қандай?

8. Майдон деб нимага айтилади? Электростатик майдон деб-чи?

9. «Синов заряди» деб қандай зарядга айтилади?

10. Электростатик майдоннинг кучланганлиги деб нимага айтилади? Нуқтавий заряд ҳосил қилган майдоннинг кучланганлиги нимага боғлиқ?

11. Электр майдонининг суперпозиция (қўшиш) принципини таърифланг ва математик ифодасини ёзинг.

12. Электр диполи нима? Диполнинг электр моментини ва электр майдонининг кучланганлигини ифодаловчи формулаларни ёзинг ва тушунтириб беринг.

13. Электр куч чизиқлари деб нимага айтилади?

14. Электр индукция (силжиш) вектори ва оқими деб нимага айтилади?

15. Остроградский-Гаусс теоремасини таърифланг ва формуласини ёзинг.

16. Электростатик майдонда зарядининг кўчишида бажарилган иш нимага боғлиқ? Электростатик майдон кучи қандай куч?

17. Электростатик майдон кучланганлиги векторининг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси деб нимага айтилади? У нимага тенг? Электростатик майдон қандай майдон?

18. Майдондаги заряднинг потенциал энергияси деб нимага айтилади? Майдоннинг потенциали деб-чи?

19. Майдон кучланганлиги ва потенциали ўзаро қандай боғланишга эга? Потенциал градиенти нимани ифодалайди?

20. Бир текис зарядланган текислик, параллел текислик, цилиндр ва шар майдонларининг кучланганликлари ва майдон потенциаллар айирмаларини ифодаловчи формулалар ёзилсин.

8-БОБ

ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОНДАГИ ЎТКАЗГИЧ ВА ДИЭЛЕКТРИКЛАР

Моддалар электр хусусиятларига қараб ўтказгич, изолятор ва ярим ўтказгичларга бўлинади.

Зарядларни эркин узата оладиган жисмларга *ўтказгичлар* дейилади, зарядларни ўтказа олмайдиган жисмларга эса *изоляторлар* ёки *диэлектриклар* дейилади. Ўтказгичлар биринчи ва иккинчи тур ўтказгичларга бўлинади. Биринчи тур ўтказгичлар ёки соддагина ўтказгичлар деб зарядларнинг кўчишида массаси ва кимёвий таркиби ўзгармас қоладиган жисмларга айтилади. Барча металлар биринчи тур ўтказгичларга мисол бўлади. Металларнинг электр ўтказувчан бўлишига сабаб, ундаги бир қисм электронларнинг эркин ҳаракатда бўлишидир. Бундай электронларга эркин ёки ўтказувчанлик электронлари дейилади.

Иккинчи тур ўтказгичлар деб, зарядларининг кўчишида бу ўтказгичларнинг бошқа ўтказгич билан тегиб турган жойларида моддаларининг ташкил этувчиларига ажраладиган, яъни кимёвий ўзгарадиган моддаларга айтилади. Қиздириб эритилган тузлар, ҳамда туз, кислота ва ишқор эритмалари—электролитлар иккинчи тур ўтказгичларга мисол бўлади.

Электр зарядини ўтказмайдиган моддаларга диэлектриклар ёки изоляторлар дейилади.

Диэлектрикларга мисол қилиб, туз кристаллари, ёғлар, ҳаво, шиша, чинни, эбонит, каучук, қаҳрабо ва шунга ўхшаш моддаларни кўрсатиш мумкин.

Ҳозирги вақтда ярим ўтказгичлар деб аталувчи алоҳида моддалар ҳам мавжуддир. Ярим ўтказгичлар—металлар билан диэлектрик (изолятор)лар оралиғидаги моддалардир. Ярим ўтказгичларнинг муҳим хоссалари шундан иборатки, уларда электр токини ўтказишдан манфий зарядлар — электронлар билан барча қиймати электрон зарядига тенг мусбат зарядлар — коваклар ҳам қатнашади.

Ўтказгич, ярим ўтказгич ва диэлектрикларнинг электр ўтказувчанлигини 8.1-жадвалда келтирилган солиштирма қаршиликларнинг қийматлари кўргазмали ифодалаб беради.

8.1-жадвал.

Моддалар	Ўтказгичлар	Ярим ўтказгичлар	Диэлектриклар
ρ, *Ом.м*	$10^{-8} - 10^{-4}$	$10^{-4} - 10^{6}$	$10^{6} - 10^{15}$

8.1. ЎТКАЗГИЧЛАРДА ЗАРЯДЛАРНИНГ ТАҚСИМОТИ

Қаттиқ металл ўтказгичлар атомлардан тузилган бўлиб, атомнинг таркибий қисми эса мусбат зарядли ядродан ва манфий зарядли электронлардан тузилгандир. Ҳар қандай модданинг атоми нейтралдир. Чунки атомдаги электронлар сони ядродаги протонлар сонига тенг. Ўтказгичнинг таркибидаги мусбат ва манфий зарядли зарралари тенг бўлса, бундай ўтказгич зарядланмаган дейилади.

Ўтказгичда бир хил ишорали зарядга эга бўлган элементар заррачалар ортиқ бўлса, ўтказгич зарядланган бўлади. Ўтказгичда электронлар протонлардан кўп бўлса, у манфий зарядланади. электронлар етишмаганда эса мусбат зарядланади. Зарядланган ўтказгичда эса, зарядлаш усулидан қатъи назар, мусбат ва манфий зарядларнинг тенглиги бузилган бўлади. Ўтказгичдаги зарядли заррачалар жуда кичик куч таъсири остида ҳаракатланиши натижасида зарядлар қайта тақсимланади. Агар бирор ўтказгичда зарядлар мувозанатда бўлса, ўтказгич ичидаги исталган нуқтада майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}$ ички нолга тенг бўлади:

$$\vec{E}_{\text{ички}} = 0 \qquad (8.1)$$

Шундай қилиб зарядланган ўтказгичлар ҳақида бундай хулосалар келиб чиқади:

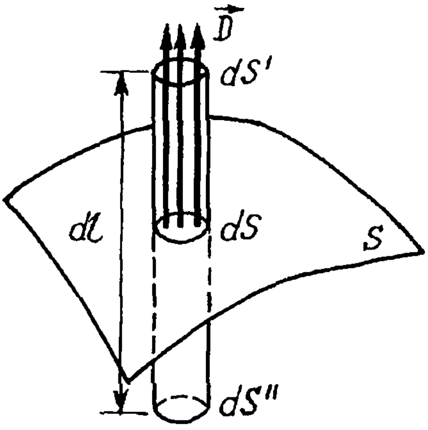
а) зарядланган ўтказгич ичидаги майдон кучланганлиги $\vec{E} = \vec{E}_{\text{ички}} = 0$ бўлиб, ташқи сиртининг ихтиёрий нуқтасида кучланганлик вектори нормал йўналган, яъни $\vec{E} = \vec{E}_n$ бўлади.

б) зарядланган ўтказгичнинг бутун ҳажми эквипотенциал ($\varphi = \mathrm{const}$) бўлади. Ҳақиқатан ҳам, зарядланган ўтказгич ҳажмининг ихтиёрий нуқтасида $\vec{E}_{\text{ички}} = 0$ бўлгани учун $\frac{d\varphi}{dl} = -E_{\text{ич}} \cos\left(\vec{E}_{\text{ич.}} \hat{\ } d\vec{l}\right) = 0$ ёки $\varphi = \mathrm{const}$ бўлади.

в) зарядланган ўтказгич сиртида уринма бўйлаб йўналган кучланганлиги $\vec{E}\tau = 0$ бўлиши шарт, акс ҳолда $\vec{E}\tau$ таъсирида заряднинг мувозанатли тақсимоти бузилган бўлар эди.

г) ўтказгичдаги ўзаро компенсацияланмаган зарядлар фақат унинг ташқи сиртида мувозанатли тақсимланади. У вақтда Остроградский-Гаусс теоремасига биноан ўтказгич ички қисмини ўровчи S сиртдан чиқувчи электр индукция оқими $N = \oint\limits_S D_{\text{ич}} \cdot ds = q_{\text{ич}} = 0$ бўлади. Шундай қилиб, зарядланган ўтказгичнинг ички қисми майдони нолга тенг.

д) зарядланган ўтказгич сирти яқинидаги электростатик майдон кучланганлигини Остроградский-Гаусс теоремаси асосида аниқлаймиз. Бунинг учун зарядланган ўтказгич сиртида зарядли ds элементар юзани ажратиб оламиз (8.1-расм). Бу юзадаги заряднинг сирт зичлиги δ бўлса,



8.1- расм

ундаги заряд $dq = \delta\, ds$ бўлади. Фикран. ds юзадан баландлиги dl, асосларининг юзаси ds' ва ds'' бўлган цилиндрни тик равишда ўтказамиз. Бу ҳолда $ds = ds'$ ва $ds = ds''$ бўлади. Ўтказгич сирти яқинидаги элекростатик майдоннинг индукцияси $\vec{D}_n$ ва кучланганлиги $\vec{E}_n$ векторлари ўтказгич сиртига перпендикуляр йўналган бўлади. Шунинг учун, цилиндрнинг ён сиртидан чиқадиган электр индукция оқими нолга тенг бўлади. Цилиндрнинг ички асосининг ds'' юзасидан чиқаётган электр индукция оқими dN'' ҳам нолга тенг бўлади, чунки ўтказгичнинг ичидаги майдон нолга тенгдир. Бинобарин, цилиндрнинг ёпиқ сиртидан чиқаётган электр индукция оқими цилиндрнинг юқори сирти ds' юзасидан чиқадиган оқим dN' га тенгдир:

$$dN = dN' = D_n ds' = D_n ds. \qquad \text{(а)}$$

Бунда D_n—ўтказгич сиртига нормал йўналган электр индукцияси.

Иккинчи томондан Остроградский-Гаусс теоремасига биноан, электр индукция оқими ёпиқ цилиндрик сирт ичидаги заряд dq га тенг:

$$dN = dq = \delta ds. \qquad \text{(б)}$$

(а) ва (б) нинг чап томонлари тенг бўлгани учун уларнинг ўнг томонлари ҳам ўзаро тенгдир.

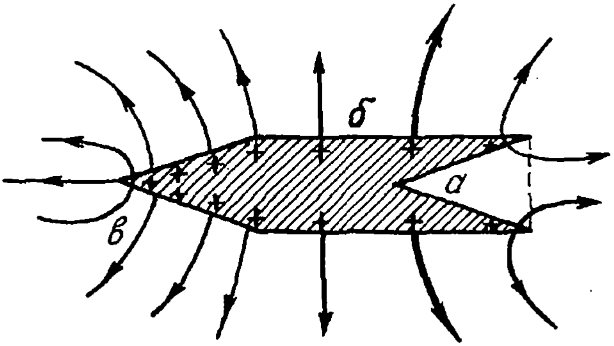
$$D_n ds = \delta ds. \qquad \text{(в)}$$

Бунда зарядланган сирт яқинидаги электростатик майдоннинг электр индукцияси $\vec{D}_n$ ва кучланганлиги $\vec{E}_n$ миқдор жиҳатдан қуйидагига тенг бўлади:

$$D_n = \delta; \; E_n = \frac{D_n}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (8.2)$$

Шундай қилиб, *зарядланган ўтказгич сирти яқинидаги электростатик майдоннинг кучланганлиги заряднинг сирт зичлигига пропорционалдир.*

Мураккаб шаклдаги ўтказгичда (8.2-расм) заряд тақсимоти татбиқ қилинганда заряднинг сирт зичлиги турли нуқталарида турлича эканлиги маълум бўлди: чуқурлик

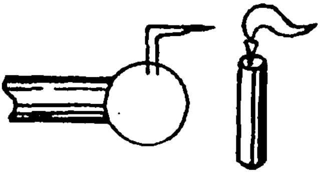


8.2- расм

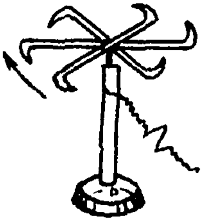
ичида у нолга яқин (а нуқта), ўткир учли дўнг учида энг катта қийматга эга (в нуқта) ва ён сиртидаги нуқталарда (б сиртда) оралиқ қийматларга эга бўлади.

(8.2) га биноан электростатик майдон кучланганлиги *E* заряднинг сирт зичлигига пропорционалдир. Шунинг учун ҳам мураккаб шаклли ўтказгич сиртида майдон кучланганлиги ҳам турлича бўлади. У эгрилик радиуси жуда кичик бўлган участкалар яқинида, яъни учли жойларда жуда катта бўлади.

Бу металл учликда зарядларнинг ўзига хос оқиб чиқиши ҳодисасига олиб келади. Бунинг сабаби шундаки, учлик атрофида майдон кучланганлиги жуда катта бўлади. Ўтказгичнинг ўткир учидаги кучли электр майдони, унинг ёнидаги ҳаво молекулалари жуда катта электр кучлари таъсирида мусбат ва манфий ионларга парчаланади. Ўтказгичга нисбатан қарама-қарши зарядланган ионлар ўтказгичга тегиб нейтраллашади ва аста-секин ўтказгични зарядсизлайди. Ўтказгич билан бир хил ишорали ионлар эса ўткир учдан узоқлашар экан «электр шамолини» юзага келтиради. Бу шамол, масалан, ўткир учга яқинлаштирилган шамнинг алангасини оғдиришни (8.3-расм), ёки енгил



8.3- расм

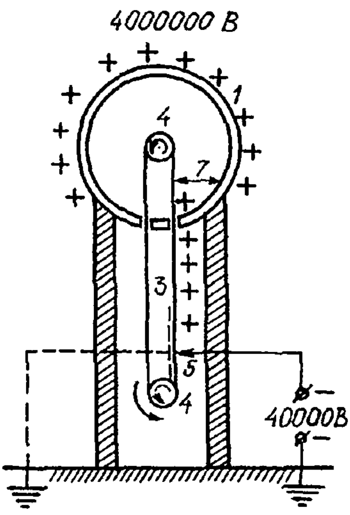


8.4- расм

металл пирпирак (Франклин пирпираги)ни реактив куч айлантириши мумкин (8.4-расм).

Учли ўтказгичларнинг қараб чиқилган хоссалари амалда турли қурилмалардан зарядларни чиқариб юборишда фойдаланилади. Юқори кучланиш остида ишлайдиган барча асбоб ва машиналардан зарядларнинг оқиб кетишининг олдини олиш учун металл сиртлари силлиқланади, металл стерженнинг учларига шарчалар жойлаштирилади.

Электростатик генератор. Зарядларнинг фақат ўтказгичнинг ташқи сиртидагина тақсимланиши ҳодисасидан жуда юқори кучланишга мўлжалланган электростатик генераторларда фойдаланилган. Зарядларнинг ҳар доим ўтказгичнинг фақат ташқи сиртидагина тақсимланиш ҳодисасидан юқори кучланиш олишга имкон берадиган *Ван-дер-Графнинг* электростатик генератори қурилишида моҳирлик билан фойдаланилган. Унинг ишлаш принципи қуйидагича: ичи бўш шарсимон ўтказгичнинг ичига берилган ҳар қанча заряд ўша зоҳотиёқ ташқи сиртига ўтади. Электростатик генераторда худди шундай ҳодиса амалга оширилган бўлиб, у қуйидагича тузилган: у ичи кавак катта шарсимон ўтказгич *1* дан иборат бўлиб (8.5-расм), изоляцияловчи цилиндр *2* га ўрнатилган. Цилиндр ичида резиналанган материалдан қилинган чексиз тасма *3* иккита шкив *4* билан айланма ҳаракатда бўлади. Тасма учлик системаси *5* ёрдамида зарядланади. Резина тасма шар *1* билан уланган учликлар системаси *7* ёнидан ўтиб, келтирилган зарядларни унга беради ва бу зарядлар шарнинг ташқи сиртига тўла ўтади.



8.5- расм

Амалда шарда ҳосил қилиш мумкин бўлган максимал потенциал зарядларнинг шардан сирқиши (ҳавонинг ионлашиши туфайли) билан аниқланади. Вақт бирлиги ичида тасма келтираётган зарядлар—тасма токи сирқиш туфайли йўқолган заряд —сирқиш токига тенг бўлиб қолганда шар потенциалининг ортиши тўхтайди. Шунинг учун ҳам, амалда имкон борича тасма токини оширишга ҳаракат қилинади.

Ҳозирги вақтда электросатик генераторлар ёрдамида 3-4 миллион вольтгача кучланиш олиш мумкин. Бундай генераторларнинг баландлиги 10-15 м. Шарларнинг диаметри 4,5 м гача етади. Баъзан электростатик генераторлар сиқилган газли камераларга жойлаштирилади, чунки газ босими ортганда катта потенциалда сирқиш токи ҳосил бўлади.

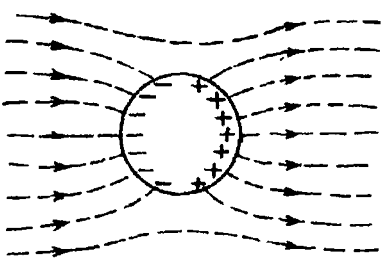
4 млн. В потенциаллар фарқини олишга имкон берадиган Ван-дер-Грааф генератори 1936 йилда Харьков шаҳрида Украина физика-техника институтида қурилган.

8.2. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОНДАГИ ЎТКАЗГИЧЛАР. ЭЛЕКТРОСТАТИК ИНДУКЦИЯ ВА МАЙДОННИНГ ДЕФОРМАЦИЯЛАНИШИ

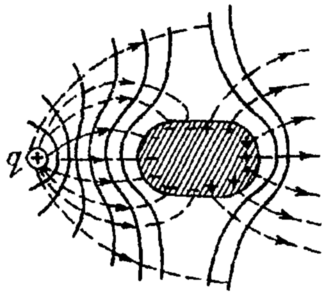
Ҳар қандай ўтказгични ишқаланишсиз ва уни зарядли бошқа жисмга теккизмасдан, ёнида турган зарядланган жисмнинг кўрсатган таъсири билан ҳам зарядлаш мумкин.

Агар зарядланган ўтказгич ташқи электростатик майдонга жойлаштирилса, электростатик куч таъсирида ўтказгичдаги эркин электронлар майдон кучланганлигининг вектори $\bar{E}$ га қарама-қарши томонга силжийди. Натижада, ўтказгичнинг икки томонида ҳар хил ишорали зарядлар ҳосил бўлади: электронлари ортиқча учи манфий зарядланади, электронлар етишмайдиган учи эса мусбат зарядланади.

Шундай қилиб, ташқи электростатик майдон таъсирида ўтказгичда ва мавжуд бўлган, миқдор жиҳатдан тенг бўлган мусбат ва манфий зарядларга ажратиш ҳодисасига *электростатик индукция* ёки *таъсир орқали зарядлаш* дейилади.



8.6- расм



8.7- расм

Электростатик майдонга киритилган ўтказгичдаги индукцияланган зарядлар майдоннинг манзарасини ўзгартиради.

8.6-расмда бир жинсли ($\vec{E}$ = const) электростатик майдонга киритилган зарядсиз металл шарнинг бу майдонни деформациялаши тасвирланган. 8.7- расмда эса нуқтавий заряд ҳосил қилган электростатик майдонга киритилган ўтказгичнинг бу майдонни деформациялаши кўрсатилган.

Электростатик майдонга киритилган ўтказгичнинг кичикроқ потенциалли нуқталаридан каттароқ потенциалли нуқталарига эркин электронлар дарҳол оқа бошлайди. Натижада ўтказгичнинг сирти эквипотенциал сиртга айланади ва куч чизиқлари ўтказгич сиртига йўналган вазиятни олади. Ўтказгичга кирувчи куч чизиқлар сони ундан чиқаётган куч чизиқлар сонига тенг бўлгани учун, ўтказгич ичидаги зарядларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг, бинобарин майдон ҳам нолга тенгдир.

Ташқи электростатик майдонга киритилган ўтказгичдан индукцияланган заряд қисқа вақт ичида шундай тақсимланадики, ўтказгич ичидаги натижавий майдоннинг кучланганлиги нолга тенг бўлгандагина, зарядларнинг ўтказгич бўйлаб ҳаракати тўхтайди.

Шундай қилиб, зарядланган ўтказгич ёки электростатик майдондаги ўтказгич ичида майдоннинг бўлмаслигига асосан электростатик муҳофаза яратилган. Агар ҳар қандай ўлчов асбоби металл ғилоф ичига жойлаштирилса, ташқи электр майдонлари ғилофнинг ичига ўтмайди, яъни ўлчов асбобининг ишлаши ва кўрсатиши ташқи электр майдоннинг мавжудлигига ва унинг ўзгаришига боғлиқ бўлмайди.

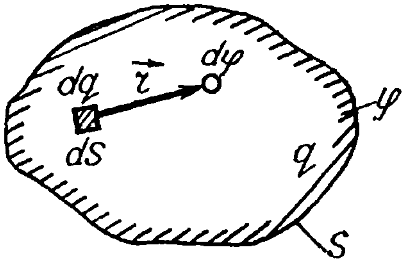
Электростатик муҳофаза ҳодисасини биринчи бўлиб, 1836 йили Фарадей тажрибада намойиш қилган. У жуда юқори учқунли кучланишгача зарядланган металл катак (Фарадей қафаси) ичида турганда ҳеч қандай майдон таъсирини сезмаган.

8.3. ЭЛЕКТР СИҒИМ. ЯККАЛАНГАН ЎТКАЗГИЧНИНГ ЭЛЕКТР СИҒИМИ

Маълумки, зарядланган жисм ва ўтказгичларнинг таъсиридан ҳоли бўлган, яъни яккаланган ўтказгич зарядланса, сирт шаклига қараб заряд ҳар хил сирт зичлиги δ билан тақсимланади. Шунинг учун ҳам ўтказгич ҳар бир нуқтасидаги заряднинг сирт зичлиги шу нуқталаги заряд q га пропорционаллир, яъни:

$$\delta = kq. \qquad (8.3)$$

бунда: k—ўтказгич сиртидаги қараб чиқилаётган нуқта координатасининг бирор функциясидир.



8.8- расм

Зарядланган ўтказгич эквипотенциал сиртининг φ потенциалини аниқлаш учун, унинг S ёпиқ сиртини заряди $dq=\delta ds$ га тенг бўлган ds элементар юзачаларга ажратиб қараб чиқамиз (8.8-расм). Ҳар бир бундай зарядни нуқтавий заряд деб қараш мумкин. У вақтда dq заряддан r масофадаги майдоннинг потенциали

$$d\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\delta ds'}{\varepsilon r}. \qquad (8.4)$$

бўлади. (8.4) даги δ нинг ифодасини (8.3) га қўйилса:

$$d\varphi = \frac{kqd_{s'}}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}. \qquad (8.4а)$$

Бу ифода ёпиқ S сирт бўйича интегралланса, зарядланган ўтказгич сирт потенциали φ келиб чиқади:

$$d = \oint\limits_{s} \frac{kqds}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \oint\limits_{s} \frac{kds}{r} \qquad (8.5)$$

Бунда; $\oint\limits_{s} \frac{kds}{r}$ — интеграл ифода, берилган ўтказгичнинг шакли ва геометрик ўлчамига боғлиқ бўлган ўзгармас катталикдир.

(8.5) формуладан кўринадики, якkаланган ўтказгич потенциали φ унинг заряди q га пропорционалдир. Ўтказгичнинг заряди q ни сирт потенциали φ га бўлган нисбати ўзгармас катталик бўлиб, у берилган ўтказгичнинг заряд тўплаш хусусиятини ифодалаб, унга яккаланган ўтказгичнинг электр сиғими дейилади ва C ҳарфи билан белгиланади:

$$C=\frac{q}{\varphi}\ \text{(а)}\quad \text{ёки}\quad C=\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}{\oint{kds}/_r}.\ \text{(б)} \qquad (8.6)$$

Шундай қилиб, *яккаланган ўтказгичнинг электр сиғими деб, унинг потенциалини бир бирликка ўзгартириш учун зарур бўлган зарядга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

(8.6б) дан кўринадики, ҳар қандай яккаланган ўтказгичнинг электр сиғими, фақат, унинг шакли, геометрик ўлчами ва у турган муҳитнинг диэлектрик хусусиятига боғлиқдир.

Яккаланган ўтказгич электр сиғими мисолида шарнинг электр сиғимини қараб чиқамиз. Фараз қилайлик, R радиусли яккаланган шар q заряд билан зарядланган бўлсин. Унинг сиртидаги потенциали φ худди нуқтавий заряд ҳосил қилган майдон потенциалини ҳисоблаш формуласи $\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$ (7.55) асосида аниқланади. Потенциалнинг бу ифодасини (8.6 а) га қўйилса, яккаланган шарнинг электр сиғими келиб чиқади:

$$C=\frac{q}{\varphi}=\frac{q\cdot 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}{q}=4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \qquad (8.7)$$

Шундай қилиб, яккаланган шарнинг электр сиғими C шарнинг радиусига ва турган муҳитнинг диэлектрик сингдирувчанлиги ε га пропорционалдир.

(8.7) дан электр доимийси ε қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon_0=\frac{c}{4\pi\varepsilon R} \qquad (8.7а)$$

Электр сиғимнинг Фарадей (Ф) бирлиги жуда катта ўлчов бирлик бўлиб, уни кўз олдига келтириш учун, сиғими C=1Ф бўлган вакуум (ε=1)даги шарнинг радиусига $R_{1ф}$ ни (8.7) га биноан ҳисоблаб чиқамиз:

$$R_{1ф}=\frac{c}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}=\frac{1ф}{4\pi\cdot 1}\left(\frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\frac{ф}{м}\right)^{-1}=4\pi\cdot 9\cdot 10^9\,м=9\cdot 10^6\,км.$$

Шундай қилиб, 1 Ф сиғимли шарнинг радиуси $R_{(\phi)}=9\cdot10^6$ км бўлиб, у Ой билан Ер орасидаги $s=3{,}8\cdot10^5$ км масофадан 23 марта каттадир. Бинобарин, фарада жуда катта ўлчов бирлиги бўлганидан амалда фараданинг қуйидаги улуш бирликлари ишлатилади:

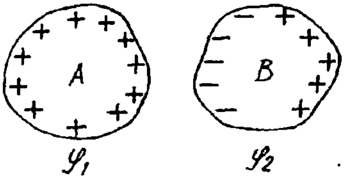
1 микрофарада (мкФ) = 10^{-6} Ф;

1 нанофарада (нФ) = 10^{-9} Ф;

1 пикофарада (пФ) = 10^{-12} Ф;

8.4. ЎЗАРО ЭЛЕКТР СИҒИМ. КОНДЕНСАТОРЛАР

Жуда катта ўлчамга эга бўлган якkaланган ўтказгичларни амалда электр сиғими сифатида ишлатиб бўлмаслиги. сиғими катта, кичик ўлчамли электр сиғимларининг яратилишига олиб келди. Агар q зарядли A ўтказгич атрофига B ўтказгич жойлашган бўлса (8.9-расм), унинг A ўтказгичга яқин сиртида q зарядга қарама-қарши ишорали индукцияланган заряд ҳосил бўлиб, у ҳам ўз ўрнида майдони билан A ўтказгичнинг φ потенциалини камайтириш натижасида ўтказгичлар системасининг электр сиғими C кескин ошиб кетади. Амалда бир-биридан диэлектрик билан ажратилган, миқдор жиҳатдан тенг, қарама-қарши ишорали зарядлар билан зарядланган иккита ўтказгичлар системаси ҳосил қилган сиғимга ўзаро электр сиғим дейилади. Агар бу икки ўтказгичлар орасидаги потенциаллар айирмаси $(\varphi_1-\varphi_2)$ ва улардаги зарядларнинг абсолют қиймати q бўлса, (8.6а) формулага биноан икки ўтказгичнинг ўзаро электр сиғими C қуйидагига тенг бўлади:



8.9- расм

$$C=\frac{q}{\varphi_1-\varphi_2} \qquad (8.8)$$

Бу ифодага биноан ўзаро электр сиғимни бундай таърифлаш мумкин:

Икки ўтказгичнинг ўзаро электр сиғими деб, улар орасидаги потенциаллар айирмасини бир бирлик ўзгартириш учун бир ўтказгичдан иккинчисига олиб ўтилган зарядга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Икки ўтказгичнинг ўзаро электр сиғими асосида электротехника ва радиотехникада кенг қўлланиладиган конденсаторлар деб аталувчи қурилмалар ясалган.

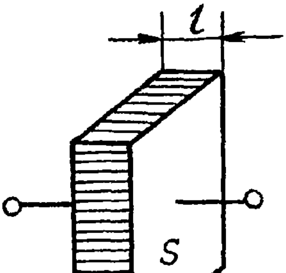
Конденсатор лотинча condinco сўзидан олинган бўлиб, тўпловчи, қуюқловчи маъносини англатади.

Конденсатор ўзига берилган зарядни тўпловчи ва узоқ вақт сақловчи қурилмадир.

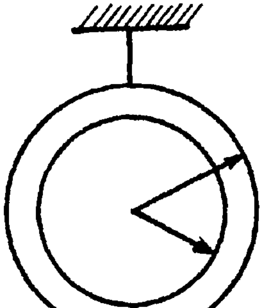
Конденсаторларга мисол қилиб, симёғочларда тортилган икки параллел симларни, қўрғошин билан қопланган телефон кабелларни, ўзаро параллел жойлашган икки пластинкани ва шу кабиларни кўрсатиш мумкин. Конденсаторларни ҳосил қилган ўтказгичларга конденсаторнинг қопламалари дейилади. Қопламаларнинг шаклига қараб конденсаторлар ясси, сферик ва цилиндрик конденсаторларга бўлинади.

1. Ясси конденсатор деб, қопламалари бир-биридан диэлектриклар билан ажратилган иккита параллел пластинкалардан иборат бўлган конденсаторга айтилади (8.10-расм).

Остроградский-Гаусс теоремасининг татбиқидан, $+q$ ва $-q$ зарядлар билан зарядланган, ўзаро параллел икки пластинкадан потенциал фарқи (7.67в) формулага биноан



8.10- расм



8.11- расм

$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon s} \cdot d$ бўлиб, уни (8.8) га қўйилса, ясси конденсатор электр сиғимининг формуласи келиб чиқади:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon s}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon s}{d}, \qquad (8.9)$$

бунда S—конденсатор қопламасининг юзи, d—қопламалар орасидаги масофа, ε —конденсатор қопламалари оралиғидаги муҳитнинг нисбий диэлектр сингдирувчанлиги.

2. Сферик конденсатор деб, қопламалари бир-биридан диэлектрик билан ажратилган иккита концентрик сфералардан иборат бўлган конденсаторга айтилади (8.11-расм).

Остроградский-Гаусс теоремасининг татбиқидан, $+q$ ва $-q$ зарядлар билан зарядланган, радиуслари r_1 ва r_2 бўлган ўзаро концентрик жойлашган иккита сфералардаги потенциаллар фарқи (7.71)га биноан қуйидагича бўлади:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon s} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2},$$

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{(r_2 \cdot r_1)}{r_1 \cdot r_2}} = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}. \qquad (8.10)$$

Хусусий ҳолларда кўриб чиқамиз:

Агар $r_2 \to \infty$ бўлса, сферик конденсаторнинг ички қопламаси яккаланган шарга айланиб қолади, ҳақиқатан ҳам бу ҳолда (8.10) дан яккаланган шарнинг электр сиғим формуласи келиб чиқади:

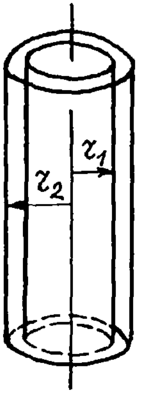
$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \frac{1}{1/r_1 - 1/r_2} \Big|_{r_2 \to \infty} = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \cdot r_1. \qquad (8.10а)$$

Агар $r_2 - r_1 = l << r_1$ бўлса, $r_2 \approx r_1$ ёки $r_2 \cdot r_1 = r_1^2$ дейиш мумкин. У вақтда (8.10) дан ясси конденсаторнинг электр сиғим формуласи келиб чиқади:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r_1^2}{l} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot 4\pi r_1^2}{l} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{l}. \qquad (8.10\,б)$$

Сферик конденсатор қопламалари оралиғидаги электростатик майдон марказий симметрияга эга бўлганлигидан, улар жуда аниқ илмий тадқиқот ишларида қўлланилади.

3. Цилиндрик конденсатор деб, қопламлари бир-биридан диэлектрик билан ажратилган иккита концентрик цилиндриклардан иборат бўлган конденсаторга айтилади (8.12-расм).



8.12-расм

Остроградский-Гаусс теоремасининг татбиқидан $+q$ ва $-q$ заряд билан зарядланган, радиуслари r_1 ва r_2, узунлиги l бўлган иккита концентрик цилиндрдаги потенциаллар фарқи (7.68 в) формула асосида аниқланади:

$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

Бу ифодани (8.8) га қўйилса, цилиндрик конденсаторнинг электрик сиғими формуласи келиб чиқади:

$$C=\frac{q}{\varphi_1-\varphi_2}=\frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\ln r_2/r_1}=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln r_2/r_1}. \qquad (8.11)$$

Хусусий ҳолда, $d=(r_2-r_1)<<r_1$ бўлганда $\ln\frac{r_2}{r_1}\approx\frac{r_2-r_1}{r_1}$ бўлиб, (8.11) дан ясси конденсаторнинг электр сиғими формуласини оламиз:

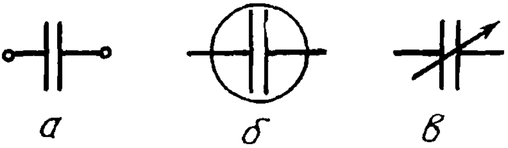
$$C\approx\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l\cdot r_1}{r_2-r_1}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon\cdot 2\pi r_1\cdot l}{d}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}, \qquad (8.11а)$$

бунда: $S=2\pi r_1\cdot l$ —конденсатор қопламасининг юзи, $d=(r_2-r_1)$ –диэлектрик қатламининг қалинлиги.

Нисбий диэлектрик сингдирувчанликни ўлчаш. Бунинг учун ясси конденсаторнинг қопламалари орасига диэлектрик (ε) пластикка қўйилгандаги электр сиғими C ни ва қопламалар орасига диэлектрик қўйилмагандаги электр сиғими C_0 ни ўлчаб, унинг нисбатидан (8.9) формула асосида модданинг нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги ε аниқланади:

$$\varepsilon=\frac{c}{c_0}. \qquad (8.12)$$

Конденсаторнинг амалда қўлланиладиган турлари. Вазифасига қараб конденсаторларнинг тузилиши ҳар хил бўла-



8.13- расм

ди. Қоғозли конденсатор — бир-биридан парафин шимдирилган қоғоз билан ажратилган иккита алюминий (зар) лентадан иборат бўлиб, пакет шаклида зич қилиб ўралган бўлади ва унинг схемадаги кўриниши 8.13,а-расмда тасвирланган.

Электролит конденсатор—қовушоқ электролитик эритма билан контактда алюминий оксиди қатлами диэлектрик бўлиб хизмат қиладиган конденсаторнинг кўриниши 8.13-б расмда тасвирланган. Битта қатлами металл, иккинчиси электролитдан иборат электролит конденсатор қўйилган кучланиш маълум қутбли бўлганда катта солиштирма сиғимга эга бўлади. Электролит конденсаторнинг электр сиғими 0,1—1000 мкФ га тенг бўлади. Паст частотали (ПЧ) электр фильтрларда доимий ёки пульсацияланувчи 600 В гача бўлган кучланишларда қўлланилади.

Ўзгарувчан конденсатор—икки металл пластинкалар системасидан тузилган бўлиб (8.13в расм), унинг дастаси бурилганда пластинкалардан бири иккинчисига кириб, электр сиғимини ўзгарадиган конденсатордир. Бундай конденсаторларда диэлектрик ўрнида ҳаво бўлади. Ўзгарувчан конденсаторлар радио-электротехникада кенг қўлланишга эга.

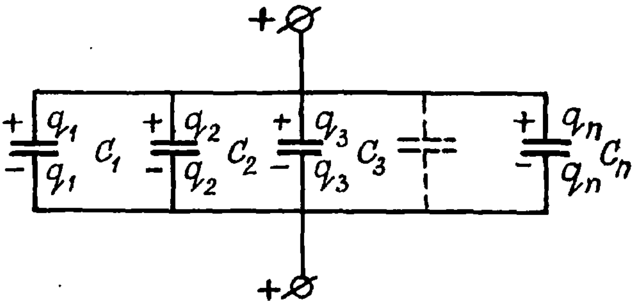
Конденсаторлар схематик равишда, 8.13-расмда тасвирлангандек иккита параллел чизиқлар кўринишида белгиланади.

8.5. КОНДЕНСАТОРЛАРНИ УЛАШ

Баъзан керакли электр сиғимларини ҳосил қилиш мақсадида бир нечта конденсатор ўзаро параллел ва кетма-кет уланиб, конденсаторлар батареяси ҳосил қилинади.

1. Конденсаторларни параллел улаш схемаси 8.14-расмда тасвирланган. Параллел уланган конденсаторлар батареясида ҳар бир конденсаторнинг мусбат ва манфий зарядланган қопламалари мос равишда ўзаро уланган бўлади.

Конденсаторлар параллел уланганда (8.14-расм) барча конденсаторлар қопламаларидаги потенциаллар айирмаси



8.14- расм

$(\varphi_1-\varphi_2)$бир хил бўлиб, батареянинг умумий заряди q айрим конденсаторлар зарядлари q_1, q_2, q_3, . . . , q_n нинг йиғиндисига тенг бўлади: $q=q_1+q_2+q_3+\ldots+q_n$. Бу ерда $q=C_{\text{пар}}(\varphi_1-\varphi_2)$, $q_1=C_1(\varphi_1-\varphi_2)$, $q_2=C_2(\varphi_1-\varphi_2)$, ва ҳоказо бўлади (бунда: $C_{\text{пар}}$—параллел уланган конденсаторлар батареясининг электр сиғими; C_1, C_2.....—айрим конденсаторларнинг электр сиғимлари. Демак:

$$C_{\text{пар}}(\varphi_1-\varphi_2)=C_1(\varphi_1-\varphi_2)+C_2(\varphi_1-\varphi_2)+\cdots+C_n(\varphi_1-\varphi_2).$$

Бу ифоданинг чап ва ўнг томонини $(\varphi_1-\varphi_2)$ га қисқартириб параллел уланган конденсаторлар батареясининг умумий сиғими $C_{\text{пар}}$ни топамиз:

$$C_{\text{пар}}=C_1+C_2+\cdots+C_n=\sum_{i=1}^{n}Ci. \qquad (8.13)$$

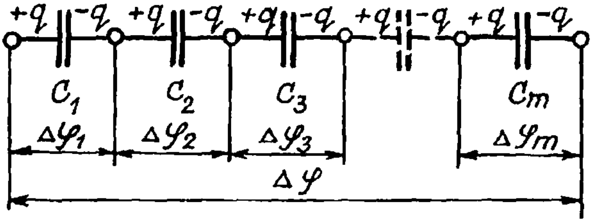
Шундай қилиб, *параллел уланган конденсаторлар батареясининг электр сиғими ҳар бир конденсатор электр сиғимларининг алгебраик йиғиндисига тенг.*

Агар параллел уланган n та конденсаторнинг электр сиғимлари бир хил ва C_0 га тенг бўлса, (8.13) га биноан

$$C_{\text{пар}}=nC_0, \qquad (8.13а)$$

яъни параллел уланган n та бир хил конденсаторлар батареясининг электр сиғими битта конденсаторнинг электр сиғимидан n марта катта бўлар экан.

2. Конденсаторларни кетма-кет улашда олдинги конденсаторнинг зарядланган қопламаси кейингисининг мусбат



8.15- расм

зарядланган қопламаси билан уланган конденсаторлар батареяси ҳосил бўлади (8.15-расм). Кетма-кет уланган конденсаторлар қопламаларидаги зарядлар миқдори жиҳатдан q га тенг ва бир хил бўлиб, конденсаторлар батареясининг учларидаги потенциаллар айирмаси $\Delta\varphi$ ҳар бир конденсатор учларидаги потенциаллар айирмалари $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, ..., $\Delta\varphi_m$ нинг йиғиндисига тенг: $\Delta\varphi=\Delta\varphi_1+\Delta\varphi_2+...+\Delta\varphi_m$, бунда $\Delta\varphi = q/C_{k\cdot k}$, $\Delta\varphi_1 = q/C_1$, $\Delta\varphi_2 = q/C_2$, ..., $\Delta\varphi_m = q/C_m$, бўлгани учун: $q/C_{k\cdot k} + q/C_1 + q/C_2 + ... + q/C_m$. Бунда:

$$\frac{1}{C_{k\cdot k}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_m} = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{C_i}. \qquad (8.14)$$

Шундай қилиб, *кетма-кет уланган конденсаторлар батареяси электр сиғимининг тескари ифодаси алоҳида конденсатор электр сиғимлари тескари ифодаларининг йиғиндисига тенг.* (8.14) дан кўринадики, *кетма-кет уланган конденсаторлар батареясининг электр сиғими уланган электр сиғимларнинг энг кичигидан ҳам кичик бўлар экан.*

Агар кетма-кет уланган m та конденсаторларни электр сиғимлари бир хил ва C_0 га тенг бўлса, (8.14) га биноан:

$$C_{k\cdot k} = \frac{C_0}{m}, \qquad (8.14\ а)$$

яъни кетма-кет уланган m та бир хил конденсаторлар батареясининг электр сиғими битта конденсаторнинг электр сиғимидан m марта кичик бўлади.

8.6. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОН ЭНЕРГИЯСИ

Жисмлар системасини бир хил ишорали зарядлар билан зарядлашда, зарядларнинг ўзаро итариш Кулон кучини енгишда ташқи куч иш бажаради. Энергиянинг сақланиш қонунига биноан, системага таъсир этувчи ташқи кучларнинг бажарган иши система энергиясининг ўзгаришига сарф бўлади. Шундай қилиб, зарядланган жисмлар системаси маълум энергияга эга бўлади.

Мисол тариқасида зарядли яккаланган ўтказгич ва зарядли конденсатор энергияларини қараб чиқамиз.

1. Зарядли яккаланган ўтказгич энергияси. Фараз қилайлик, q заряд билан φ потенциалгача зарядланган ўтказгичга чексизликдан dq элементар зарядни келтириш учун зарур бўлган dA ишни ҳисоблаймиз. Бу dq заряд жуда кичик бўлгани учун, ўтказгичнинг потенциалини деярли ўзгартирмайди.

Шунинг учун ҳам dq зарядни потенциали нолга тенг бўлган чексизликдан φ потенциалли ўтказгич сиртига кўчиришда бажарилган dA иш заряднинг потенциаллар айирмаси кўпайтмасига тенг, яъни:

$$dA = (\varphi - 0)dq = \varphi dq \qquad (8.15)$$

У вақтда яккаланган ўтказгични 0 дан φ потенциалгача зарядлашда бажарилган A иш, элементар dA ишларнинг йиғиндисига, яъни (8.15) ифодадан 0 дан φ гача олинган интегралга тенг:

$$A = \int_0^{\varphi} dA = \int_0^{\varphi} \varphi dq, \qquad (8.15a)$$

бунда: $q = c\varphi$ бўлгани учун, A ишнинг ифодаси қуйидаги кўринишга келади:

$$A = \int_0^{\varphi} \varphi d(c\varphi) = \int_0^{\varphi} c\varphi d\varphi. \qquad (8.15б)$$

Яккаланган ўтказгичнинг электр сиғими C доимий катталик бўлгани учун, уни интегралдан ташқарига чиқариб, интеграллаш амали бажарилса,

$$A = c\int_0^{\varphi} \varphi d\varphi = \frac{c\varphi^2}{2}. \qquad (8.16)$$

бўлади. Бу бажарилган иш зарядли яккаланган ўтказгичнинг $A = W_e$ энергиясини билдиради. У вақтда (8.6 а) ни назарга олган ҳолда, зарядли яккаланган ўтказгич We энергияси қуйидагига тенг:

$$W_e = \frac{c\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2c}. \tag{8.17}$$

Жадвалдан кўринадики, энергиянинг ўлчов бирлиги— Жоул (Ж) қуйидаги муносабатларга тенг:

$$1ж = 1ф \cdot 1В^2 = 1кл \cdot 1В = \frac{1кл^2}{1ф}$$

Шуни айтиб ўтиш керакки, зарядли яккаланган ўтказгичнинг энергияси (8.17) унинг ҳосил қилган электростатик майдони энергиясидан иборат.

2. Зарядланган конденсатор энергияси. Ҳосил қилинган (8.17) формулани q заряд билан $(\varphi_1 - \varphi_2)$ потенциалгача зарядланган конденсаторга умумлаштириш мумкин. Бинобарин, (8.17) формуладаги φ нинг ўрнига $(\varphi_1 - \varphi_2)$ потенциаллар айирмаси олинса, зарядланган конденсаторнинг энергияси *We* ни ифодаловчи формула келиб чиқади:

$$W_e = \frac{C(\varphi_1-\varphi_2)^2}{2} = \frac{q(\varphi_1-\varphi_2)}{2} = \frac{q^2}{2c}. \tag{8.18}$$

Зарядланган конденсаторнинг энергияси *We* унинг қопламалари оралиғида мужассамлашган электростатик майдоннинг энергиясидан иборат. Шунинг учун ҳам (8.18) формула ясси конденсатор энергияси *We* ни конденсатор қопламалари орасидаги электростатик майдонни тавсифловчи катталиклар орқали ифодалашга имкон беради. Бунинг учун ясси конденсатор қопламаларидаги q заряд билан қопламалар орасидаги электростатик майдон кучланганлиги (7.72) асосан қуйидагига тенг:

$$E = \frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon S}. \tag{a}$$

бунда $\delta = \frac{q}{s}$ конденсатор қопламаларидаги зарядларнинг сирт зичлиги, S эса қопламанинг юзи. Иккинчи томондан,

E кучланганлик қопламлардаги потенциаллар айирмаси $(\varphi_1 - \varphi_2)$ ва қопламалар орасидаги d масофа билан қуйидаги боғланишга эга:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \qquad (б)$$

(а) дан $q = \varepsilon_o \varepsilon ES$ ни, (б) дан $(\varphi_1 - \varphi_2) = E \cdot d$ ни (8.18) нинг иккинчи ифодасига қўйилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$W_e = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} = \frac{\varepsilon_o \varepsilon ES \cdot Ed}{2} = \frac{\varepsilon_o \varepsilon E^2}{2} Sd. \qquad (8.19)$$

(8.19) формула зарядланган конденсатор энергияси We нинг қопламалари орасидаги электростатик майдон кучланганлиги Е орқали ифодаланиши, бу энергия электростатик майдон энергиясидан иборат эканлигини яна бир бор тасдиқлайди.

- Шундай қилиб, электростатик майдоннинг энергияси We, у эгаллаган фазонинг ҳажми $V = s \cdot d$ га пропорционалдир, яъни

$$W_e = \frac{\varepsilon_o \varepsilon \cdot E^2}{2} s \cdot d = \frac{\varepsilon_o \varepsilon E^2}{2} V. \qquad (8.19а)$$

Ясси конденсатор қопламалари орасида ҳосил бўлган бир жинсли $(\vec{E} = \text{const})$ электростатик майдон яна бир бирлик ҳажмга мос келган энергия—энергиянинг ҳажм зичлиги We билан ҳам тавсифланади:

$$w_e = \frac{We}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot E^2}{2}. \qquad (8.20)$$

Бу формула ихтиёрий кўринишдаги электростатик майдон учун ҳам ўринлидир. Ҳақиқатан ҳам, бир жинсли бўлмаган $(\vec{E} = \text{const})$ майдонни dV элементар ҳажм соҳасидаги майдон бир жинсли деб ҳисоблаш мумкин. У вақтда dV элементар ҳажм учун (8.19а) формула қуйидаги кўринишга келади:

$$dW_e = \frac{\varepsilon_o \varepsilon \cdot E^2}{2} dV. \qquad (8.21)$$

Бундан бир жинсли бўлмаган электростатик майдоннинг бирор нуқтасидаги энергиянинг зичлиги:

$$w=\frac{dWe}{dV}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon\cdot E^2}{2}, \qquad (8.21,\ а)$$

бунда E—майдоннинг энергия зичлиги ҳисобланаётган нуқтадаги майдон кучланганлиги.

Бир жинсли бўлмаган электростатик майдоннинг чекли ҳажмдаги энергияси We, (8.21) дан бутун ҳажм V бўйича олинган интегралга тенг:

$$W_e=\int_0^V\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}dV. \qquad (8.22)$$

Бу формуладан фойдаланиб, зарядланган ҳар қандай ўтказгичнинг электростатик майдонини ҳисоблаш мумкин.

Электростатик майдоннинг энергия зичлигини (8.20) ифодаси кучланганлик E ва индукция D орқали қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$w_e=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}=\frac{ED}{2}=\frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (8.23)$$

Шундай қилиб, ихтиёрий электростатик майдоннинг берилган нуқтасидаги майдон энергиясининг зичлиги шу нуқтадаги майдон кучланганлигининг ёки индукциясининг квадратига тўғри пропорционалдир.

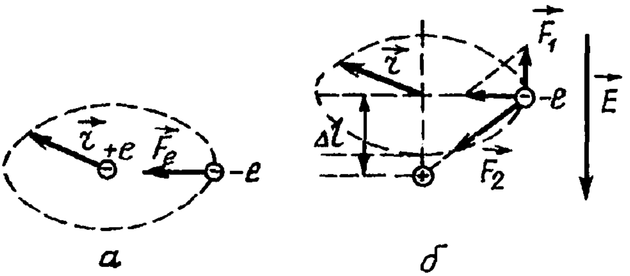
8.7. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОНДАГИ ДИЭЛЕКТРИКЛАР

Диэлектриклар бутунича олиб қаралганда нейтрал молекула (ёки атом)лардан тузилган. Молекула (ёки атомлар) мусбат зарядли ядродан ва манфий зарядли электронлардан ташкил топган. Атомнинг мусбат заряди ядросида тўпланган бўлиб, электронлар эса унинг атрофида жуда катта тезлик билан ҳаракатланади. Электроннинг ядро атрофидаги айланиш даври $T=10^{-15}$ с бўлиб, $t=10^{-9}$ с вақт ичида миллион марта айланиб чиқади. Бу ҳол манфий зарядларнинг тақсимот маркази мусбат зарядли ядро билан уст-ма-уст тушади, деб ҳисоблашга имкон беради. Лекин аҳвол ҳамма вақт ҳам шундай бўлавермайди. Диэлектрик молекулаларидаги мусбат ва манфий зарядлар маркази мос келган $+q$ ва $-q$ зарядлар бир-биридан l масофада жойлашган бўлиши мумкин. Зарядларни бутунича олиб қаралган, нейтрал бўлган бундай система электр диполидан иборат бўлади (7.4- расмга қ.). 7.5- банддан маълумки, $\vec{P} = q\vec{l}$ электр моментли диполь электростатик майдонни ҳосил қилганидан, диэлектрикнинг бундай молекулалари ҳам атрофидаги фазода электростатик майдонни ҳосил қилади.

Айрим диэлектриклар (инерт газлар, H_2, N_2, O_2, CCl_4 ва бошқалар) молекулаларидаги электронлар ядро атрофида симметрик жойлашган бўлади ва ташқи электростатик майдон бўлмаганда мусбат ва манфий зарядлар тақсимотининг маркази устма-уст тушган молекулаларга қутбсиз молекулалар дейилиб, диэлектрикларга эса молекуласи қутбсиз диэлектриклар дейилади.

Кўпчилик диэлектриклар (H_2O, CN_3, HCl, CH_3 Cl, спиртлар ва бошқалар) молекулаларидаги электронлар ядро атрофида симметрик жойлашган бўлади ва ташқи электростатик майдон бўлмаганда ҳам мусбат ва манфий зарядлар тақсимотининг маркази устма-уст тушмайдиган молекулаларга қутбли молекулалар дейилиб, диэлектрикларга эса молекулалари қутбли диэлектриклар дейилади. Диэлектрикларнинг қутбли молекулаларини электр диполи деб қараш мумкин.

Одатда электр диполлари «қаттиқ» ва «юмшоқ» бўлади. Агар электростатик майдон кучи таъсири остида молекуляр диполлар фақат маълум тартибда жойлашиб, уларнинг электр моменти ўзгармаса, бундай диполларга қаттиқ диполлар дейилади. Агар электростатик майдон кучи таъсирида диполларнинг электр моменти ўзгарса, бундай диполларга юмшоқ ёки квазиэластик диполлар дейилади.



а б

8.16-расм

Энди ташқи электростатик майдоннинг диэлектриклар молекуласига таъсирини қараб чиқайлик.

1. Агар диэлектрикнинг қутбсиз молекуласи ташқи электростатик майдонга киритилса, майдон таъсирида молекула $\vec{P}_e$ электр моментли диполь индукцияланади. Молекулалари қутбсиз диэлектриклардан энг содда тузилишга эга бўлган водород молекуласининг атомини қараб чиқамиз. Ташқи электростатик майдон бўлмаганда $\left(\vec{E}=0\right)$ водород атомидаги битта электрон ядро атрофида r радиусли орбита бўйлаб ҳаракатланаётган бўлсин (8.16 а- расм). Бунда электроннинг ядрога тортилиш Кулон кучи $F_k=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ марказга интилма куч $F_{м.и}=m\omega^2 r$ дан иборат бўлади, яъни:

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=m\omega^2 r, \qquad (8.24)$$

бунда: m—электроннинг массаси, ω—унинг орбита бўйлаб бурчак тезлиги.

Агар бу атом кучланганлиги $\vec{E}$ бўлган электростатик майдонга киритилса, 8.16 б- расмда тасвирлангандек электрон орбитаси деформацияланиб, $\vec{E}$—векторнинг йўналишига қарама-қарши томонга Δl масофага силжийди. Бунда, $F_{м.и}=m\omega^2 r$ марказга интилма куч тенг таъсир куч Fдан иборат бўлиб, электростатик майдоннинг электронга таъсир кучи $F_1=eE$ ва электроннинг ядрога тортилиш кучи F_2 дан иборат бўлади. 8.16 б- расмдаги учбурчакларнинг ўхшашлигидан $\frac{\Delta l}{r}=\frac{F_1}{F}$ ёки $\frac{\Delta l}{r}=\frac{eE}{m\omega^2 r}$ муносабатни ёзамиз. Бунда молекулада индукцияланган диполнинг елкаси Δl қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta l=\frac{e}{m\omega^2}E \qquad (8.25)$$

Бу Δl—силжиш эластик деформацияга ўхшаш бўлгани учун, атомда индукцияланган диполга эластик дипол дейилади.

У вақтда (8.25) га биноан эластик диполнинг электр моменти P_e қуйидагига тенг бўлади:

$$P_e=e\Delta l=\frac{e^2}{m\omega^2}E. \qquad (8.25а)$$

Агар (8.24)дан $m\omega^2 = \frac{l^2}{4\pi\varepsilon_o r^3}$ ни (8.25а) га қўйилса, диполнинг электр моменти $\vec{P}_e$ қуйидаги кўринишни олади:

$$P_e = 4\pi\varepsilon_o r^3 E = \varepsilon_o \alpha\, E \qquad (8.25б)$$

Ёки вектор кўринишда :

$$\vec{P}_e = \varepsilon_o \alpha\, \vec{E}. \qquad (8.26)$$

Шундай қилиб, қутбсиз молекулада индукцияланган эластик диполь электр моментининг $\vec{P}_e$ вектори ташқи электростатик майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га пропорционал бўлиб, унинг йўналиши билан мос тушади.

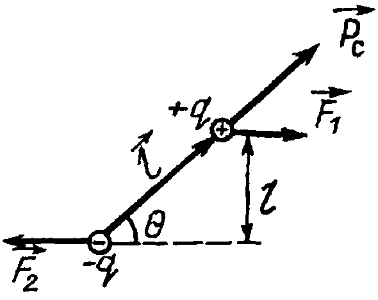
(8.26) да α—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унга атомнинг қутбланувчанлиги дейилади ва у қуйидагига тенгдир:

$$\alpha = 4\pi\varepsilon_o r^3 = 3\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = 3V. \qquad (8.26а)$$

бунда, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$—атомнинг ҳажми.

Демак, *атомнинг қутбланувчанлиги атомнинг учланган ҳажмига тенг бўлган физик катталикдир.*

2. Фараз қилайлик, бир жинсли $(\vec{E} = \mathrm{const})$ ташқи электростатик майдонга жойлаштирилган диэлектрикнинг қутбли молекуласи, яъни диполнинг электр моменти вектори $\vec{P}_e$ майдон кучланганлиги вектори $\vec{E}$ билан θ бурчак ҳосил қилсин (8.17-расм). Расмдаги чизмадан кўринадики, диполга $\vec{F}_1 = q\vec{E}$ ва $\vec{F}_2 = -q\vec{E}$ жуфт куч таъсир қилади.



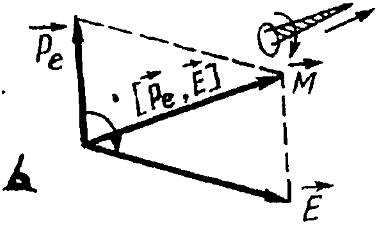
8.17-расм

Бу жуфт кучларнинг моменти $\vec{M}$ нинг сон қиймати:

$$M = F\cdot l_{\text{олк}} = qEl\sin\theta = P_e E\sin\theta. \qquad (8.27)$$

(8.27) тенгламанинг чап томонидаги ифода $\vec{P}_e$ ва $\vec{E}$ векторлар векториал кўпайтмаси $\left[\vec{P}_e \cdot \vec{E}\right]$ нинг модулига тенг бўлгани учун у вектор кўринишда қуйидагича бўлади:

$$\vec{M} = \left[\vec{P}_e \cdot \vec{E}\right] \qquad (8.28)$$



8.18-расм

$\vec{M}$ вектор $\vec{P}_e$ ва *$\vec{E}$ векторлар ётган текисликка перпендикуляр бўлиб, унинг йўналиш $\dot{P}_e$ дан E га томон энг қисқа йўл билан парма қоидасини қаноатлантиради ёки $\vec{M}$ вектор бўйлаб қаралганда $\bar{P}_e$ дан E га энг қисқа йўл билан соат милининг йўналиши билан мос тушади* (8.18- расм).

Жуфт кучлар моменти $\vec{M}$ диполнинг электр моменти вектори $\vec{P}_e$ ташқи электростатик кучланганлиги вектори $\vec{E}$ билан мос тушгунча таъсир қилади. Натижада қутбли молекулалар (диполлар) ташқи электростатик майдон бўйлаб йўналади. Шунинг учун диполнинг электросатик майдон бўйлаб йўналишига диполнинг қутбланиши ёки ориентацион қутбланиши дейилади.

Агар дипол бир жинсли бўлмаган $\left(\vec{E} \neq \mathrm{const}\right)$ электростатик майдонга киритилса, диполга айлантирувчи куч моментдан ташқари $\vec{F}_1$ ва $\vec{F}_2$ кучларнинг вектор йиғиндисига тенг бўлган $\vec{F}$ куч таъсир қилади:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = q\left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) \qquad (8.29)$$

бунда, $\vec{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ диполнинг мусбат ва манфий қутбларидаги электростатик майдоннинг кучланганлиги.

Ўртача қиймат ҳақидаги теоремага биноан: $\vec{E}_1 - \vec{E}_2 = = l\left(\frac{d\vec{E}}{dl}\right)$, бунда l—диполнинг узунлиги, $d\vec{E}/_{dl}$—дипол ўқи бўйлаб кучланганлик векторининг узунлик бирлигига мос келган ўзгаришини ифодалайди. У вақтда (8.29) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{F} = ql\left(\frac{d\vec{E}}{dl}\right) = P_e\left(\frac{d\vec{E}}{dl}\right) \tag{8.29a}$$

Бу ифодани яна скаляр кўринишда ёзамиз:

$$F = \frac{d}{dl}\left(\vec{P}_e \cdot \vec{E}\right) \tag{8.30}$$

бунда, $\left(\dot{P}_e \cdot \dot{E}\right)$ ифода $\vec{P}_e$ ва $\dot{E}$ векторларнинг скаляр кўпайтмасидан иборат бўлгани учун скаляр катталик, $\vec{F}$ куч эса вектор катталикдир.

Вектор анализда вектор ва скаляр катталикларнинг ўзаро боғланиши градиент (grad) деб аталувчи ифода орқали белгиланади, яъни:

$$\vec{F} = grad\left(\vec{P}_e, \dot{E}\right) \tag{8.30a}$$

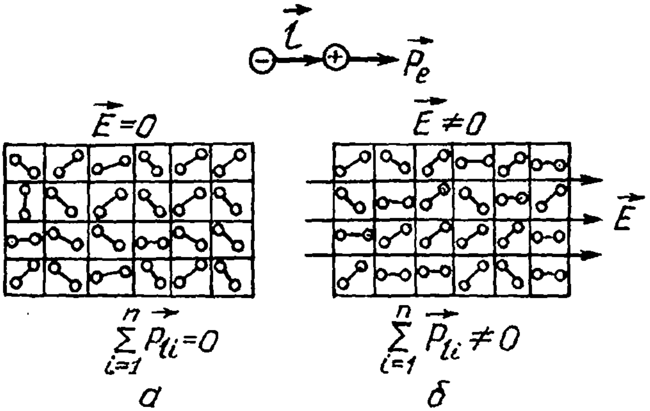
Шундай қилиб, *бир жинсли бўлмаган электростатик майдондаги диполга таъсир қилувчи электростатик майдоннинг $\vec{F}$ куч вектори $\left(\vec{P}_e \cdot \vec{E}\right)$ нинг градиентига тенгдир.*

Бу куч таъсирида эркин дипол бир жинсли бўлмаган электростатик майдоннинг кучланганлиги энг катта қийматли соҳасига силжийди. Бунга мисол қилиб, зарядланган жисмга электростатик майдондаги индукцияланган зарядли енгил қоғоз, чанг, тутун ва шу каби заррачалар диполларининг тортишини кўрсатиш мумкин.

8.8. ДИЭЛЕКТРИКЛАРНИНГ ҚУТБЛАНИШИ. ҚУТБЛАНИШ ВЕКТОРИ

Электростатик майдонга диэлектрик киритилса, диэлектрик қутбланиш деб аталувчи ҳодиса содир бўлади.

Молекулалари қутбли диэлектрикларнинг қутбланиши. Қутбли молекулалардан иборат бўлган қаттиқ диполли диэлектриклар электростатик майдон таъсирига учрамагунча диполларининг электр моменти векторлари тартибсиз жойлашган бўлади. 8.19а- расмда диэлектрикдаги электр диполининг майдон бўлмагандаги (Е = 0) жойлашиши тасвирланган, бунда диполнинг мусбат ва манфий зарядлари мос равишда қора ва оқ доирачалар билан белгиланган.

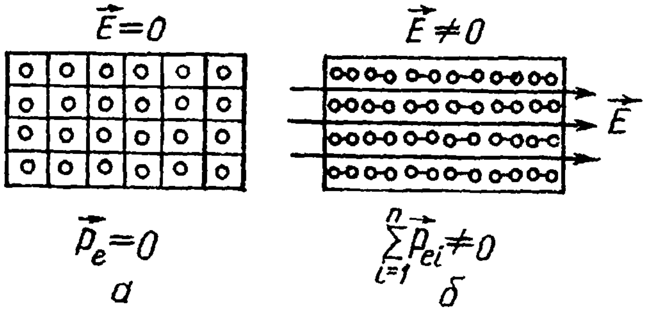


8.19- расм

Шундай қилиб, ташқи электр майдон бўлмаганда диэлектрикдаги молекуляр диполлар электр моментларининг вектор йиғиндиси нолга тенг, яъни $\sum \vec{P}_{ei} = 0$. Шунинг учун ҳам, ташқи электростатик майдон таъсир қилгандагина диэлектрик ичидаги молекуляр диполлар майдон бўйлаб тартибли жойлаша боради (8.19 б- расм).

Диэлектриклар молекуляр диполларининг электростатик майдондаги бундай тартибли жойлашишига ориентацион қутбланиш ёки диполли қутбланиш дейилади.

Молекулалари қутбсиз диэлектрикларнинг қутбланиши. Диэлектрикнинг қутбсиз молекуласи электростатик майдон таъсир этмагунча қутбланмаган, яъни электр момент-



8.20- расм

га эга бўлмайди. Шунинг учун ҳам ташқи электростатик майдон бўлмаганда $(\vec{E}=0)$, диэлектрикнинг қутбсиз молекулалари худди нейтрал молекула сингари жойлашган бўлади (8.20 а- расм).

Агар бундай диэлектрик ташқи электростатик майдонга киритилса, унинг қутбсиз молекулалари майдон таъсирида мусбат зарядларининг маркази (8.20 б- расмда қора доиралар) майдон йўналишида, манфий зарядлар маркази (оқ доиралар) эса майдонга қарама-қарши йўналишда силжийди.

Диэлектрик молекулаларидаги боғланган мусбат, манфий зарядлар марказларининг қарама-қарши томонга силжишига диэлектрикнинг қутбланиши дейилади.

Шундай қилиб, ташқи электростатик майдон таъсирида қутбсиз молекула қутбланади ва унинг электр моменти $\vec{P}_e$ (8.25 а) га биноан қутбловчи электростатик майдоннинг кучланганлиги Е га пропорционал бўлади. Диэлектрикдаги барча қутбланган молекулаларнинг электр моментлари $\vec{P}_e$ нинг йўналиши бир хил бўлиб, $\vec{E}$ га параллел бўлади. Бу қутбланиш электрон орбиталарини ядрога нисбатан силжиши (яъни деформация) сабабли содир бўлганлигидан бундай қутбланишга деформацияли қутбланиш ёки электронли қутбланиш дейилади.

Қутбланиш вектори. Диэлектрикнинг қутбланганлик даражасини тавсифлаш учун қутбланиш вектори деб аталувчи физик катталик тушунчаси киритилади.

Қутбланиш вектори $(\vec{P}_e)$ *деб, диэлектрикнинг бирлик ҳажмдаги барча диполлар электр моментларининг вектор йиғиндисига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

Таърифга биноан, қутбланган диэлектрикнинг элементар ҳажми (ΔV)даги n та диполнинг электр моментлари йиғиндиси $\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_{ei}$ ни ΔV ҳажмига бўлган нисбатига тенг, яъни:

$$\vec{P}_e=\frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_{ei}. \qquad (8.31)$$

бунда: $\vec{P}_{ei}$—қутбланган i молекуланинг электр моменти. Агар қутбсиз молекулали изотроп диэлектриклар бир жинсли электростатик майдонда бўлса, диполнинг электр моменти $\vec{P}_{ei}$ барча молекулалар учун бир хил бўлганлигидан (8.31)ни бундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{P}_e = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_{ei} = \frac{n}{\Delta V}\vec{P}_e = n.\vec{P}_e. \qquad (8.32)$$

бунда, n_0—диэлектрикнинг бир бирлик ҳажмдаги молекулалари сони, яъни молекулаларнинг концентрацияси.

Қутбсиз молекулада индукцияланган диполнинг электр моменти $\vec{P}_e$ нинг ифодасини (8.25 а)дан (8.32) даги ўрнига қўйилса,

$$\vec{P}_e = n_o\varepsilon_o\alpha\vec{E} = \varepsilon_o\aleph_e'\vec{E},. \qquad (8.33)$$

ҳосил бўлади, бунда $\aleph_e'$ коэффициентга диэлектрик қабул қилувчанлик дейилиб, уни (8.26) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин.

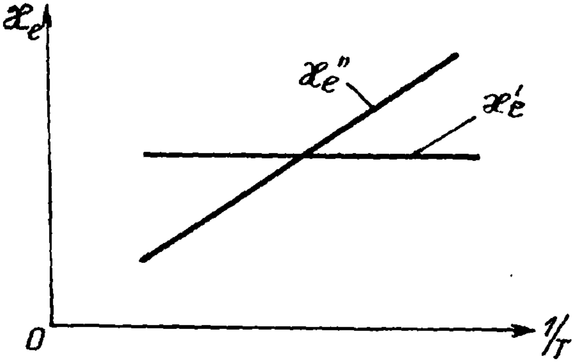
$$\aleph_e' = n_o\alpha = 4\pi r^3 n_o. \qquad (8.34)$$

Шундай қилиб, *диэлектрик қабул қилувчанлик деб, бир бирлик ҳажмдаги диэлектрик молекула (ёки атом)ларнинг қутбланувчанлигига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

(8.34) дан кўринадики, қутбсиз молекулали диэлектрикнинг диэлектрик қабул қилувчанлиги $\aleph_e'$ электростатик майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}$ га ва ҳарорати T га боғлиқ эмас (8.21 - расм).

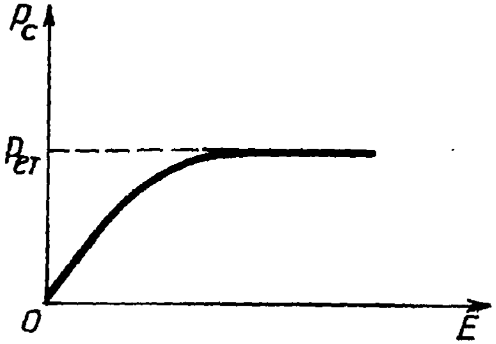
Молекулалари қутбли диэлектриклар учун (8.33) формула, П. Дебайнинг кўрсатишича, фақат кучсиз электростатик майдон учунгина ўринли бўлиб, диэлектриклар учун диэлектрик қабул қилувчанлиги $\aleph_e''$ ҳарорат T га тескари пропорционалдир. Дебайнинг аниқлашича, молекуласи қутбли диэлектрикларнинг диэлектрик қабул қилувчанлиги қуйидаги кўринишга эгадир:

$$\aleph_e'' = \frac{n_o \cdot P_e^3}{3\varepsilon_o kT}. \qquad (8.35)$$



8.21- расм

бунда: P_c—қаттиқ диполнинг электр моменти, к $=1{,}38\cdot10^{23}$ Ж/к —Больцман доимийси, T—абсолют ҳарорат, n_0—молекуланинг концентрацияси.



8.22- расм

Молекуласи қутбли диэлектрик учун электростатик майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}$ юқори ва ҳарорати Т паст бўлганда қутбланиш вектори $\vec{P}_c$ нинг $\vec{E}$ га боғланиш қонунияти (8.33) бажарилмайди.

Молекуласи қутбли диэлектрик киритилган электростатик майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}$ оширила борса, қаттиқ диполлар майдон бўйлаб ориентациялана боради ва ниҳоят, «тўйиниш» $\left(\vec{P}_{eт}\right)$ ҳолати юз беради. Диэлектрик $\vec{P}_c = \vec{P}_{eт}$ га эришади (8.22-расм). 8.22-расмдаги $P_e = f(E)$ графикнинг горизонтал қисми тўйинишнинг қутбланиш вектори P_{et} га мос келади.

8.21-расмдаги $\aleph_e'' = f\left(\frac{1}{T}\right)$ графикнинг координат бошидан ўтмаслиги, реал молекуляр диполли диэлектрикларда ҳам электронли, ҳам диполли қутбланиш содир бўлади. Шунинг учун реал молекуляр диполли диэлектрик учун диэлектрик қабул қилувчанлиги

$$\aleph_e = \aleph_e' + \aleph_e'' . \qquad (8.36)$$

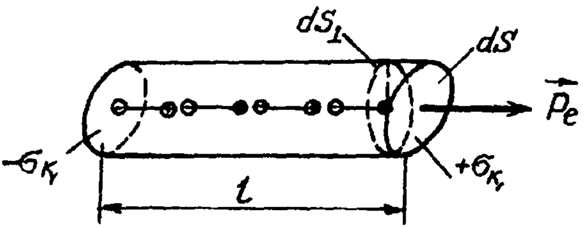
бўлади, ёки (8.34) ва (8.35) га асосан:

$$\aleph_e = n_0\alpha + \frac{n_0 P_e^3}{3\varepsilon_0 kT} . \qquad (8.36\text{ a})$$

Қутбланган заряднинг сирт зичлиги. Агар изотроп диэлектрик бир жинсли $\left(\vec{E} = \text{const}\right)$ электростатик майдонга жойлашган бўлса, у ҳам бир жинсли қутбланади, яъни унинг ихтиёрий нуқтасида қутбланиш вектори $\vec{P}_e$ бир хил бўлади.

Диэлектрикнинг қутбланишида вужудга келган сирт ёки ҳажмий зарядларга қутбланган (ёки боғланган) зарядлар дейилади. Барча қутбланиш ҳодисасига боғлиқ бўлмаган зарядларга эркин зарядлар дейилади.

Қутбланиш вектори $\vec{P}_e$ билан диэлектрик чегарасида вужудга келадиган, қутбланган $q_{\text{қ}}$ зарядларнинг сирт зичлиги $\delta_{\text{қ}}$ орасида оддий боғланиш мавжуддир.



8.23- расм

Бу боғланишни электростатик майдондаги бир жинсли қутбланган параллелепипед мисолида қараб чиқамиз. Фикран шу параллелепипеддан ясовчилари $\vec{E}$ га параллел, асосининг юзи ds ва узунлиги l га тенг бўлган цилиндр ажратиб оламиз (8.23-расм). Цилиндрнинг ўнг томонидаги асосининг ds юзасига ўтказилган $\vec{n}$ нормал $\vec{P}_e$ вектор билан α бурчак ташкил қилсин. Диэлектрик қутбланиш натижасида цилиндрнинг ички қатламидаги майдон йўналишидаги қўшни диполларнинг қарама-қарши зарядлари бирбирини нейтраллайди. Лекин цилиндрнинг чап томонидаги сиртида жойлашган диполларнинг манфий заряди ва ўнг томонидаги сиртида жойлашган диполнинг мусбат заряди компенсацияланмайди. Натижада, цилиндрнинг ҳар бир асосида миқдор жиҳатдан $dq_i = \delta_i ds$ га тенг боғланган зарядлар ҳосил бўлади. Бу цилиндрни елкасининг узунлиги l, заряди $dq_к$ га тенг бўлган катта диполь деб қараш мумкин. Унинг диполнинг электр моменти $dP_e = dq_к \cdot l = \delta_к l ds$ бўлади. Бундан диэлектрикнинг қутбланиш векторининг сон қиймати $\vec{P}_e$ аниқланади:

$$P_e = \frac{dP_e}{dV} = \frac{\delta_к l ds}{dV}, \qquad (8.37)$$

бунда: $dV = lds$—цилиндрнинг ҳажми бўлиб, $\dot{d}s_{\cdot} = ds\cos\alpha$ —цилиндр асоси юзаси ds нинг $\vec{P}_e$ нинг тик йўналишига проекцияси. У вақтда цилиндрнинг ҳажми $dV = lds\cos\alpha$ бўлиб, уни (8.39)га қўйилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$P_e = \frac{\delta_к l ds}{lds\cos\alpha} = \frac{\delta_к}{\cos\alpha},$$

бунда:

$$P_e\cos\alpha = \delta_к. \qquad (8.38)$$

Бу ерда $P_e\cos\alpha$ —қутбланиш вектори $\vec{P}_e$ нинг нормал ташкил этувчисидан иборат бўлгани учун қутбланган заряднинг сирт зичлиги:

$$\delta_к = P_{en}. \qquad (8.38\ а)$$

Шундай қилиб, *қутбланган (боғланган) зарядларнинг сирт зичлиги* $\delta_к$ *сон жиҳатдан қутбланиш векторининг нормал ташкил этувчисига тенгдир.*

Бу хулосадан муҳим натижа келиб чиқади: (8.33) формулага биноан $\bar{P}_e$ қутбланиш вектори электростатик майдон кучланганлиги вектори $\vec{E}$ га пропорционалдир, бинобарин, (8.38) формулага асосан қутбланган заряднинг сирт зичлиги δ_k электростатик майдон кучланганлиги векторининг нормал ташкил этувчиси E_n га пропорционал эканлиги келиб чиқади:

$$\delta_i = \varepsilon_o \aleph_e En. \tag{8.39}$$

Изотроп диэлектриклар бир жинсли қутбланганда боғланган (қутбланган) зарядларнинг ҳажм зичлиги ρ_k қутбланиш вектори $\bar{P}_e$ дан олинган тескари ишорали дивергенция (div) га тенгдир:

$$\varrho_i = -di\,\mathrm{v}\,\vec{P}_e. \tag{8.40}$$

бундаги $di\,\mathrm{v}\,\bar{P}e = \frac{dP_{ex}}{dx} + \frac{dP_{ey}}{dy} + \frac{dP_{ez}}{dz}$ —қутбланиш векторининг дивергенцияси ёки тарқалиши дейилади.

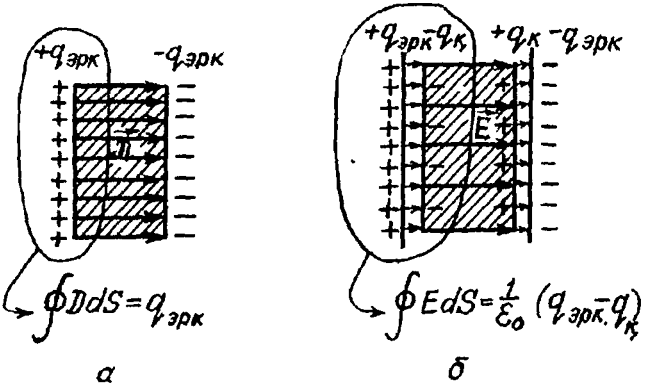
Шундай қилиб, (8.39) ва (8.40) формулалар диэлектрик қутбланганда индукцияланган боғланган зарядларнинг сирт ва ҳажм зичликларини топишга имкон беради.

8.9. ДИЭЛЕКТРИКДАГИ ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОН УЧУН ОСТРОГРАДСКИЙ–ГАУСС ТЕОРЕМАСИ. ЭЛЕКТР ИНДУКЦИЯ, КУЧЛАНГАНЛИК ВА ҚУТБЛАНИШ ВЕКТОРЛАРИНИНГ ЎЗАРО БОҒЛАНИШИ

Диэлектрикда ҳосил бўлган электростатик майдонни қараб чиқишда боғланган ($q_қ$) ва эркин ($q_{эрк}$) зарядларни фарқ қилиб олиш керак.

Диэлектрикдаги электростатик майдоннинг индукция вектори $\bar{D}$, фақат эркин заряд ($q_{эрк}$)га боғлиқ бўлиб, кучланганлик вектори эса эркин ($q_{эрк}$) ва боғланган ($q_қ$) зарядларга боғлиқдир.

Фараз қилайлик, изотроп диэлектрик эркин заряд билан зарядланган параллел пластинкалар орасидаги бир жинсли $\left(\bar{E}_o = \mathrm{const}\right)$ электростатик майдонга киритилган бўлсин (8.24-расм). Диэлектрикда ҳосил бўлган электростатик майдонни ҳам индукция вектори $\vec{D}$ орқали, ҳам кучланганлиги $\bar{E}$ орқали қараб чиқамиз.



8.24-расмда диэлектрикдаги майдон индукция чизиқлари орқали тасвирланган бўлиб, у фақат $q_{\text{эрк}}$—зарядга боғлиқдир. Бинобарин, Остроградский-Гаусс теоремасига кўра S ёпиқ сиртдан чиқаётган электр индукция оқими шу сирт ичидаги эркин зарядлар $q_{\text{эрк}}$ га тенг (8.24-а расмга қ):

$$\oint_S D_n ds = q_{\text{эрк}} \qquad (8.41)$$

Иккинчи томондан Остроградский-Гаусс теоремасига биноан ёпиқ сиртдан чиқаётган кучланганлик оқими шу ёпиқ сирт ичидаги $q_{\text{эрк}}$—эркин ва $q_{\text{қ}}$—боғланган зарядларнинг йиғиндисига пропорционалдир (8.24 б- расмга қ):

$$\oint_S E_n ds = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(q_{\text{эрк}} - q_{\text{қ}}\right),$$

бундан

$$\oint_S \varepsilon_0 E_n ds = q_{\text{эрк}} - q_{\text{қ}}, \qquad (8.42)$$

Бунда боғланган заряд $q_{\text{қ}}$ ни заряднинг сирти зичлиги $\delta_{\text{қ}}$ орқали қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$q_{\text{қ}} = \oint_S \delta_{\text{қ}} ds.$$

Ва ниҳоят, (8.38а)га биноан $\delta_к = P_{en}$ бўлгани учун:

$$q_к = \oint_S P_{en} ds. \qquad (8.43)$$

$q_{эрк}$— эркин ва $q_к$—боғланган зарядларнинг ифодаларини (8.41)га қўйилса қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\oint_S \varepsilon_0 E_n ds = \oint_S D_n ds - \oint_S P_{en} ds \qquad (8.44)$$

Бунда интеграл остидаги ифодалар ўзаро тенг бўлганлигидан:

$$D_n = \varepsilon_0 E_n + P_{en}, \qquad (8.45)$$

бунда: D_n, E_n ва P_{en} катталиклар индукция $\vec{D}$, кучланганлик $\vec{E}$ ва қутбланиш $\vec{P}_e$ векторларнинг нормал ташкил этувчилари бўлгани учун, (8.45) ифода вектор кўринишда қуйидагича бўлади:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e. \qquad (8.45а)$$

Шундай қилиб, (8.45а) муносабат диэлектрикдаги электростатик майдоннинг индукцияси $\vec{D}$, кучланганлиги $\vec{E}$ ва қутбланиш $\vec{P}_e$ векторларининг ўзаро боғланишини ифодалайди. Агар диэлектрик изотроп бўлса, қутбланиш вектори $\vec{P}_e$ ва индукция вектори $\vec{D}$ диэлектрикдаги майдон кучланганлиги вектори $\vec{E}$ га пропорционал, яъни $\vec{P}_e = \varepsilon_0 \aleph_r \vec{E}$ ва $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$ бўлади. Бу ифодаларни (8.45)га қўйилса, $\varepsilon_o \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_o \varepsilon \vec{E} + \varepsilon_o \aleph_e \vec{E}$ ҳосил бўлади, бундан

$$\varepsilon = 1 + \aleph_e. \qquad (8.46)$$

Шундай қилиб, *изотроп диэлектрикнинг нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги* ε *диэлектрик қабул қилувчанлиги* $\aleph_e$ *дан бир бирликка каттадир.*

Барча моддаларнинг диэлектрик қабул қилувчанлиги мусбат катталикдир, ҳамма моддаларнинг нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги бирдан каттадир. Фақат вакуум учун $\varepsilon = 1$ ва $\aleph_e = 0$ бўлганидан вакуумда қутбланиш содир бўлмайди.

Электретлар. *Электретлар деб, зарядланган ҳолатини узоқ вақт (бир неча кундан млн йил)гача сақлайдиган ва атроф фазода магнит майдони ҳосил қиладиган доимий магнитга ўхшаб электростатик майдонни юзага келтирувчи диэлектрик жисмга айтилади.*

Қиздириб эритилган айрим диэлектрик кучли электростатик майдонда аста-секин совитилганда диэлектрикнинг сиртида индукцияланган боғланган зарядлар узоқ вақтгача сақланиш хусусиятига эга бўлган электретларга айланади.

Биринчи электрет 1922 йилда япон физиги Ёгучи томонидан тайёрланган.

Хозирги кунда электретлар мўм, смола, полимерлар, органик, анорганик, ярим кристалл диэлектрик, шиша ва шу каби моддалардан тайёрланади.

Кучли электростатик майдондаги моддаларни совитиш йўли билан—термоэлектретлар, ёруғлик билан нурлатиб—фотоэлектретлар, радиоактив нур билан нурлатиб—радиоэлектретлар, магнит таъсир билан—магнитоэлектретлар, қаттиқ диэлектрикларни кучли электростатик майдон таъсирида қутблаб—электроэлектретлар, полимерларни механик деформациялаб—механоэлектретлар, ишқалаш йўли билан—трибоэлектретлар ва тожли разряд таъсирида—короноэлектретлар ҳосил қилинади. Электретлар ўзгармас ток манбаи сифатида катта амалий қўлланишга эга.

Электретлар алоқа соҳасида—микрофон, телефон, телеграфда, электротехника соҳасида—генератор, электрометрлар, статик вольтметрлар, жуда сезгир дозиметр, пьезодатчиклар ва газ фильтларида қўлланилади. Фотоэлектронлар эса олинган расмни ўша заҳотиёқ тайёрлаб бера оладиган электрофотографияда ҳам қўлланилган.

Сегнетоэлектриклар. *Сегнетоэлектриклар деб, бир қатор ажойиб диэлектрик хоссаларга эга бўлган, ташқи майдонсиз ўз-ўзидан электр қутбланиш хусусиятли кристалл моддаларга айтилади.* Биринчи марта бу хоссаларни физик олимлар И. В. Курчатов ва П. П. Кобеко сегнет туз $NaKC_4H_4O_6{\cdot}4H_2O$

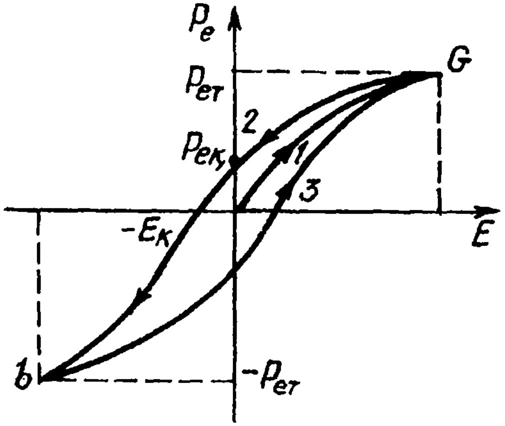
— вино кислотасининг иккиланган натрий — калийли тузи кристалларини текширишда аниқлаган эдилар. Ана шундай хоссаларга эга бўлган диэлектрикларга сегнетоэлектриклар номи берилди.

Сегнет тузининг қуйидаги асосий хоссалари аниқланган:

1-хоссаси — сегнет тузи кескин, анизотроплик хусусиятига эга.

2-хоссаси — аниқ бир ҳарорат оралиғида унинг нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги жуда катта бўлиб, қиймати 10.000 га яқин бўлади.

3-хоссаси — электр индукция вектори $\bar{D}$, яъни диэлектрикнинг нисбий сингдирувчанлиги ташқи майдон кучланганлиги $\bar{E}$ га пропорционал бўлмайди. Бу боғланиш турли сегнетоэлектриклар учун турличадир.



8.25-расм

4-хоссаси — сегнет тузининг қутбланиш вектори $\bar{P}_e$ нинг қиймати майдон кучланганлиги $\bar{E}$ нинг қийматига эмас, балки электр қутбланишнинг олдинги ҳолат қийматига боғлиқ бўлишидир. Бу ҳодисага диэлектрик гистерезис (юнон. hysteresis—кечикиш) дейилади. Қутбланиш вектори $\bar{P}_e$ нинг майдон кучланганлиги $\bar{E}$ га боғланиши 8.25-расмда тасвирланган кўринишга эга бўлади. Майдонни дастлабки орттиришда P_e нинг ўсиши эгри чизиқ тармоғи

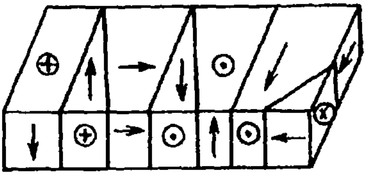
1 билан тасвирланади ва тўйиниш ($\vec{P}_{eт}$)га эришади. Кейин электр майдон камайтирилса, $\vec{P}_e$ нинг камайиши эгри чизиқ тармоғи 2 бўйича давом этади. Майдон нолга тенг ($\vec{E}=0$) бўлганда, қутбланиш вектори $\vec{P}_{eқ}$ га тенг—қолдиқ қутбланиш бўлади. Қолдиқ қутбланиш $(\vec{P}_{ei})$ни йўқотиш учун коэрцатив куч деб аталувчи, тескари йўналишдаги $\vec{E}_к$ электр майдон кучланганлиги қўйилиши керак. Электр майдоннинг бундан кейинги циклик ўзгаришидаги P_e нинг ўзгариши ҳалқасимон эгри чизиқ—гистерезис ҳалқаси орқали тасвирланади.

Бу хоссалар фақат сегнет тузи учун эмас, балки ҳамма сегнетоэлектриклар учун ҳам тааллуқлидир.

Сегнетоэлектрикларнинг хоссалари ҳароратга кучли боғлиқ. Сегнетоэлектрик хоссаси йўқолиб, оддий диэлектрикка айланадиган $T_к$ ҳароратга Кюри шарафига Кюри ҳарорати ёки Кюри нуқтаси дейилади. Кюри нуқтаси $T_к$дан юқорироқ ҳароратларда моддаларнинг сегнетоэлектрик хоссалари йўқолади. Баъзи сегнетоэлектрикларда уларнинг ажойиб хоссалари ҳарорат бўйича ҳам юқори, ҳам пастдан чегараланган иккита Кюри нуқтаси мавжуд. Масалан, сегнет тузи

$$t_{K_1} = 22{,}5^\circ C \text{ ва } t_{K_2} = 1.5^\circ C$$

иккита Кюри нуқталари оралиғида сегнетоэлектрик хоссаларига эга бўлади.



8.26-расм

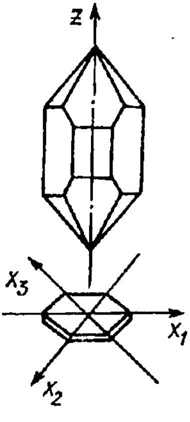
Сегнет тузидан ташқари, KH_2PO_4 (калий фосфат) $KH_4A_5O_4$ (калий миньяги), $BaTiO_3$ (барий метатинати)—диэлектрик моддалар ҳам сегнетоэлектрик хоссаларига эга.

Амалда катта амалий аҳамиятга эга бўлган $BaTiO_3$ Кюри нуқтаси $t_к = 80°K$ га яқин бўлиб, нисбий диэлектрик сингдирувчанлигининг максимум қиймати 6000-7000 га етади.

Сегнетоэлектрик хоссаларининг вужудга келишига сабаб, кристаллда бир хил йўналишли диполь моментларга эга бўлган кичик соҳалар ўз-ўзидан вужудга келади. Уларга доменлар дейилади. Айрим доменларнинг диполь моментлари тасодифий равишда шундай ориентацияланадики, бутун кристалнинг натижавий электр моменти нолга тенг бўлади (8.26-расм). Фақат ташқи $\vec{E}$ электр майдон таъсирида доменнинг электр диполлари вектор бўйлаб тўлиқ ориентацияланиб қолади. Ўз-ўзидан қутбланиш соҳалари-доменларнинг бўлиши сегнетоэлектрикларнинг энг умумий ва аниқ белгиларидир.

Сегнетоэлектриклар муҳим амалий аҳамиятга эга. Сегнетоэлектриклар асосида мураккаб таркибли диэлектриклар тайёрланиб ва уларга турли аралашмалар қўшиб, сиғими катта, ўлчамлари кичик бўлган юқори сифатли конденсаторлар ясалади.

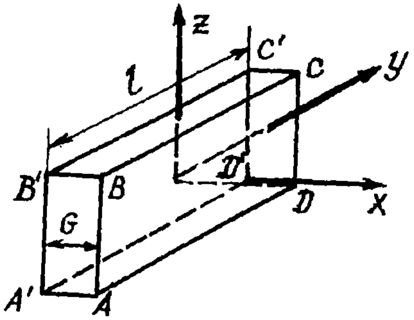
Пьезоэлектрик эффект. *Пьезоэлектрик эффект деб, симметрия ўқига эга бўлган кристаллари механик деформацияланганда,* яъни чўзилганда ёки сиқилганда сиртида қутбланган зарядларнинг ҳосил бўлиш ҳодисасига айтилади. Пьезоэлектрик эффект 1880 йилда ака-ука Пьер ва Жан Кюрилар томонидан кашф қилинган. Бундай кристалларга кварц, турмалин, сегнет тузи, қанд. Cds.ZnS кристаллари ва шу кабилар мисол бўла олади. Сегнет тузи кристалида энг катта эффект кузатилади, амалда эса анчагина мустаҳкамроқ бўлган кварц кристаллари ишлатилади.



8.27-расм

Шунинг учун ҳам пьезоэлектрик эффектнинг хоссаларини кварц (SiO_2) кристалл мисолида қараб чиқамиз (8.27-расм). — Кварц кристаллари турли кристаллографик модификацияларда учрайди. Амалда қўлланишига эга бўлган кварцнинг триганал кристаллографик системаси (α – кварц) 8.27-расмда тасвирланган шаклга эга. У иккита пирамида билан чегараланган бўлиб. олти ёқли призмани эслатади. Аммо яна қатор қўшимча ёқларга эга. Бундай кристалл ўқи билан тавсифланиб, улар кристалл ичидаги муҳим йўналишларни ифодалайди. Бу ўқлардан бири кристаллик пирамиданинг учларини бирлаштирувчи z ўққа кристаллнинг оптик ўқи дейилиб, олти ёқли призманинг қарама-қарши қирраларини бирлаштирувчи y_1, y_2, y_3, x_1, x_2, x_3 ўқларга эса электр ўқлари дейилади.

X электрик ўқлардан бирига перпендикуляр қилиб қирқилган кварц пластинкани қараб чиқамиз ва X ўқларга



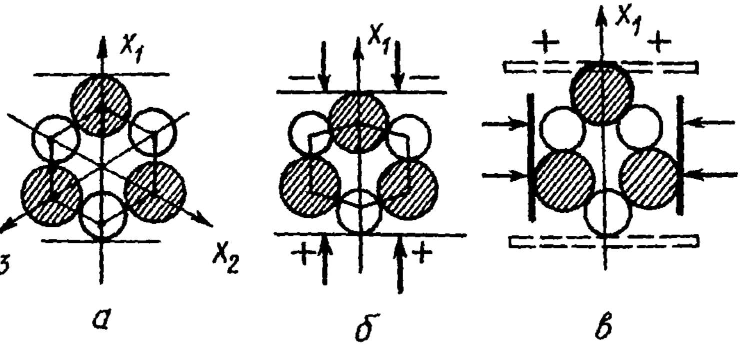
8.28-расм

перпендикуляр бўлган ўқни y орқали белгилаймиз (8.28-расм). Агар бу пластинка x, y ва z ўқлар бўйича чўзиб ёки сиқиб деформацияланганда қуйидаги хулоса келиб чиқади:

1. Пластинка x ўқи бўйича чўзилганда перпендикуляр бўлган *АВСД* ва $A^1B^1C^1Д^1$ ёқларида турли ишорали зарядларнинг ҳосил бўлиши ҳодисасига бўйланма тўғри пьезоэлектрик эффект дейилади.

2. Пластинка y ўқи бўйлаб сиқилганда ҳам *АВСД* ва $A^1B^1C^1Д^1$ ёқларида яна турли ишорали зарядларнинг ҳосил бўлиши ҳодисасига кўндаланг тўғри пьезоэлектрик эффект дейилади.

3. Агар пластинка x ўқи z ўқи бўйича деформацияланганда пьезоэлектрик эффект содир бўлмайди.



8.29-расм

4. Пластинка z ўқи бўйича деформацияланганда пьезоэлектрик эффект содир бўлмайди.

Кварцда пьезоэлектрик эффектнинг пайдо бўлиши 8.29-расмда сифат жиҳатдан тушунтирилган. Унда z оптик ўққа тик бўлган текисликда si мусбат ионлар (штрихланган доирачалар) ва o манфий ионлар (штрихланмаган доирачалар)нинг проекциялари схематик тасвирланган. Бу расм кварцнинг элементар ячейкадаги ионларнинг ҳақиқий конфигурациясига мос келади 8.29а-расмда деформацияланмаган ячейка тасвирланган. X_1 ўқи бўйича сиқилганда (8.29б-расм) элементар ячейка деформацияланиб, мусбат ион *1* ва манфий ион *2* ячейка ичига ботади, натижала *А* пластинка манфий ва *В* пластинка эса мусбат зарядланади. X_1 ўқи бўйлаб чўзилганда бунинг тескариси бўлади (8.29в-расм). Бунда *1* ва *2* ячейкадан «итарилади» ва *А* ёқда қўшимча мусбат заряд, *В* ёқда эса манфий заряд ҳосил бўлади.

Пьезоэлектрик эффект фақат бир томонлама чўзилишдагина содир бўлмай, балки силжиш деформацияларида ҳам содир бўлади.

Пьезоэлектрик эффект кварцдан ташқари, даврий системанинг 2- ва 6-гуруҳларидаги элементларнинг бирикмалари (CdS; ZnS), шунингдек бошқа кимёвий бирикмаларда ҳам кузатилган.

Тескари пьезоэлектрик эффект деб, кристалл диэлектриклар, жумладан кварц пластинкаси (пьезокварц) электр майдонга киритилганда унинг ёқларида қутбланган зарядларнинг индукцияланиши сабабли ўлчамлигининг ўзгариш ҳодисасига айтилади. Пьезоэлектрикда ҳам бўйлама ва кўндаланг тескари пьезоэлектрик эффект кузатилади. Агар пьезокварц *X* ўқи бўйлаб йўналган электр майдон йўналтирилса, пластинканинг *X* ўқи бўйлаб содир бўлган деформацияга бўйлама тескари пьезоэлектрик эффект дейилиб, У ўқи бўйлаб ҳосил бўлган деформацияга эса кўндаланг тескари пьезоэлектирик эффект дейилади.

Тескари пьезоэлектрик эффект майдоннинг йўналишига боғлиқ бўлиб, майдоннинг йўналиши ўзгарганда деформациянинг йўналиши ҳам қарама-қарши томонга ўзгаради. Тескари пьезоэлектрик эффект чизиқли, яъни майдон кучланганлигининг биринчи даражасига пропорционал бўлиб, фақат баъзи диэлектриклар (пьезоэлектриклар)да кузатилади.

Пьезоэлектрик эффектнинг қўлланиши. Тўғри пьезоэлектрик эффект электромеханик ўзгартгичларда ва ўлчаш аппаратураларида кенг қўлланишга эга. Масалан, пьезоэлектрик микрофон ва телефон пьезоэлектрик адаптер (кварц пластинкаси-пьезокварц) микрометрлар, шу каби ўлчагичлар ва бошқалар шулар жумласидандир.

Тескари пьезоэлектрик эффектга асосланган пьезокварц пластинкалар техникада, биологияда ва медицинада, шунингдек кўпгина физик ва физик-кимёвий тадқиқот қўлланиладиган кучли ультратовуш тўлқин нурлатгичи—кварц нурлатгичи ва шу кабиларда қўлланилган. Радио ва электротехникадаги генераторларнинг частоталарини барқарорлашда пьезокварц пластинкаларининг тебранишларидан фойдаланилган.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Ўтказгич ва диэлектриклар деб нимага айтилади?

2. Ярим ўтказгичлар деб нимага айтилади?

3.Электр зарядлари ўтказгичда қандай тақсимланади?

4. Зарядланган ўтказгич сирти яқинидаги майдоннинг индукцияси ва кучланганлиги нимага тенг?

5.·Электростатик генераторнинг тузилиши, фан ва техникадаги аҳамияти қандай?

6. Электростатик майдонни қандай деформациялаш мумкин?

7. Электр сиғим деб нимага айтилади? Шар электр сиғимининг формуласини ёзинг.

8. Ўзаро электр сиғим деб нимага айтилади? Конденсаторлар деб-чи? Ясси, цилиндрик ва сферик конденсаторларнинг электр сиғимларини ифодаловчи формулаларини ёзинг.

9. Конденсаторларни улаш турлари ва унинг формулаларини ёзинг.

10. Электростатик майдон энергиясини ифодаловчи формула қандай кўринишга эга? Бир жинсли элктростатик майдон энергиясининг зичлиги формуласини ёзинг.

11. Диэлектрикларнинг турлари қандай? Қутбсиз молекулали диэлектрик атомининг қутбланиши, диполь моменти ва атомнинг қутбланувчанлиги нимага боғлиқ?

12. Қутбли молекулали диэлектрик атомининг ташқи майдонида қандай ориентацияланади? Уни айлантирувчи куч моменти нимага тенг?

13. Диэлектрикларнинг қутбланиш вектори деб нимага айтилади? Диэлектрик қабул қилувчанлиги деб-чи? У нимага боғлиқ?

14. Диэлектрикдаги электр индукция, кучланганлик ва қутбланиш векторлари ўзаро қандай боғланишга эга? Диэлектрикнинг қабул қилувчанлиги нисбий диэлектрик сингдирувчанлиги билан қандай боғланган?

15. Электретлар ва сегнетоэлектриклар деб нимага айтилади?

16. Тўғри ва тескари пьезоэффект деб қандай ҳодисага айтилади?

9- БОБ

ЎЗГАРМАС ЭЛЕКТР ТОКИ

9.1. ЭЛЕКТР ТОКИ ВА УНИНГ ТАВСИФИ

Электростатик майдонга жойлаштирилган ўтказгичда майдон таъсирида ҳаракатланган зарядлар унинг сирти эквипотенциал бўлгунча тақсимланади. Бундай ўтказгичнинг ички майдони нолга тенг бўлади.

Агар ўтказгичнинг икки нуқтасидаги потенциаллар айирмаси доимий $(\varphi_1-\varphi_2=\text{const})$ сақланса, ўтказгич ичида нолдан фарқли $\left(\vec{E}_{\text{ички}}\neq 0\right)$ майдон ҳосил бўлади. Бу ички майдон ўтказгичдаги зарядларнинг узлуксиз тартибли ҳаракатини юзага келтиради. Бу ҳолда мусбат зарядлар ўтказгичнинг катта потенциалли нуқтасидан кичик потенциалли нуқтасига ҳаракатланиб, манфий зарядлар эса аксинча ҳаракатланади.

Электр зарядларининг тартибли ҳаракатига ёки зарядларнинг кўчиши билан боғлиқ бўлган электр майдонининг тарқалишига электр токи деб айтилади.

Электр токи металларда эркин электронларнинг ҳаракати, электролитларда мусбат ва манфий ионларнинг, газларда эса мусбат, манфий ионлар ва электронларнинг ҳаракатини ҳосил қилади. Бироқ қарама-қарши ишорали зарядга эга бўлган жуда кўп электрон ва атом ядроларидан ташкил топган жисмлар тартибли ҳаракатланганда ҳеч вақт электр токи ҳосил бўлмайди, чунки мусбат ва манфий зарядлар ўзаро компенсацияланиши натижасида ҳар қандай юза орқали ўтаётган тўлиқ заряд нолга тенг бўлади. Шунинг учун ҳам электр токи умумий кўринишда бундай таърифланади.

Электр токи деб, компенсацияланмаган ортиқча мусбат ёки манфий зарядларнинг тартибли ҳаракатига айтилади.

Ўтказгичлардаги эркин электронларнинг ички электр майдон таъсиридаги тартибли ҳаракатига ўтказувчанлик токи ёки электр токи дейилади.

Зарядланган жисмлар (ёмғир томчиси ва шу кабилар) нинг фазодаги тартибли ҳаракатидан ҳам электр токи ҳосил бўлади. Бундай ток бошқа токлардан фарқли равишда конвекцион ток деб аталади.

Токнинг йўналиши учун шартли равишда мусбат заряднинг ҳаракат йўналиши қабул қилинган. Токнинг бундай йўналишига техник йўналиш дейилади. Шунинг учун ҳам манфий зарядлар ёки электронлар ҳосил қилган токнинг йўналишига ҳаракат йўналиши қарама-қарши йўналган бўлади.

Бу бобда биз ўтказувчанлик токини қараб чиқамиз. Ўтказувчанлик токини ҳосил қилган эркин электронларнинг ҳаракатини бевосита кузатиб бўлмайди. Лекин ўтказгичдаги токнинг мавжудлигини унинг таъсири ёки ҳосил қилган ҳодисаларга қараб қуйидагича аниқлаш мумкин:

1. Ток ўтаётганда ўтказгич қизийди (иситгич асбоблар, чўғланма лампалар, сақлагичлар).

2. Токнинг атрофида магнит майдони ҳосил бўлади (токли ўтказгич атрофидаги магнит милининг оғиши, электромагнитли телеграф-телефон).

3. Электр токи ўтганда кимёвий таркиби ўзгаради (кислота, ишқор ва тузлар эритмаси—электролит моддаларнинг ажралиши).

Икки асосий катталик: токнинг кучи ва токнинг зичлиги электр токининг миқдорий тавсифи бўлиб хизмат қилади.

Ток кучи. *Ток кучи деб, ўтказгичнинг кўндаланг кесими юзидан вақт бирлиги ичида ўтган электр зарядига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади, яъни:*

$$I = \frac{dq}{dt}. \qquad (9.1)$$

бунда: dq—заряд, dt—вақт скаляр бўлгани учун, I—ток кучи ҳам скаляр катталикдир. *Токнинг кучи ва йўналиши вақт ўтиши билан доимий қоладиган токка ўзгармас ток дейилади.* У вақтда дифференциал кўринишдаги (9.1) ифода интеграл кўринишга келади:

$$I = \frac{q}{t}. \qquad (9.2)$$

бунда: q—ўтказгичнинг кесим юзи Sдан t вақтга ўтган заряд.

СИ системасида ток кучининг бирлиги асосий бирлик бўлиб, ампер (А) билан ўлчанади.

Ток кучи амперметр билан ўлчанади. Амперметр занжирнинг кўндаланг кесимидан вақт бирлигида ўтган зарядни ўлчайди, шунинг учун занжирга кетма-кет уланади.

Ток кучининг зичлиги, ток кучи зичлигининг ўтказгич кўндаланг кесимининг ҳар хил нуқталарида тақсимланишини ифодалаш учун ток кучи зичлигининг вектори деб аталувчи физик катталик тушунчаси киритилади ва j («йот») ҳарфи билан белгиланади.

Ток кучи зичлиги векторининг йўналиши мусбат зарядли заррачанинг ҳаракат йўналиши билан мос тушиб, у йўналишга перпендикуляр элементар юзадан ўтаётган dI элементар токнинг шу юзага $ds_\perp$ га нисбатига тенг:

$$j = \frac{dI}{ds} = \frac{dI}{ds\cos\alpha}, \qquad (9.3)$$

бунда α бурчак ds юза билан унга ўтказилган $\vec{n}$ нормал орасидаги бурчак.

Бу (9.3) ифодадан ўтказгичнинг ихтиёрий s юзидан ўтаётган ток кучи:

$$I = \int_s j ds_\perp = \int_s j\cos\alpha\, ds. \qquad (9.4)$$

Энди ўтказгичнинг кўндаланг кесим юзини қараб чиқамиз, бу ҳолда $ds_\perp = ds$ бўлиб қолади. У ҳолда

$$I = \int_s j ds \qquad (9.4\text{ а})$$

Агар ўтказгичдан ўзгармас ток ўтаётган бўлса, ток кучи I ўтказгичнинг кўндаланг кесим юзи бўйича бир хил тақсимланади, яъни $j = \text{const}$ бўлади. У вақтда (9.4 а)ни бундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$I = jS. \qquad (9.5)$$

Бундан ток кучининг зичлиги:

$$j = \frac{I}{s}. \qquad (9.5\text{ а})$$

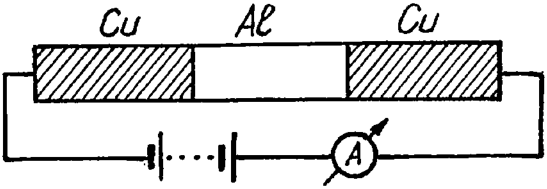
Шундай қилиб, *ток кучининг зичлиги деб, ўтказгичнинг бир бирлик кўндаланг кесим юзидан ўтган ток кучига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

Ток кучи I нинг ифодасини (9.2) дан (9.5а)га қўйилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{q}{S\cdot t}. \qquad (9.6)$$

9.2. МЕТАЛЛАРНИНГ ЭЛЕКТРОН ЎТКАЗУВЧАНЛИГИНИ ТАСДИҚЛОВЧИ ТАЖРИБАЛАР

1. XX асрнинг бошларида токни ҳосил қилувчи заррачаларнинг табиатини аниқлаш мақсадида олимлар ўзаро кетма-кет уланган, бир хил радиусли мис, алюминий ва



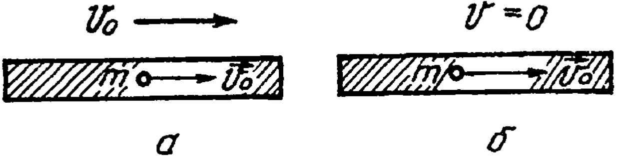
9.1- расм

яна мисдан иборат учта цилиндирик металл системадан $t \approx 1$ йил давомида $q_t = 3{,}5$млн Кл заряд ўтказдилар (9.1- расм). Бу учта металларнинг массалари катта аниқлик билан ўлчанди, уларнинг массаси ва кимёвий таркиби ўзгармаганлиги маълум бўлди. Бундан, металларнинг электр ўтказувчанлигини барча металлар учун бир хил бўлган «зарядларни ташувчи» эркин ҳаракатлана оладиган зарядлар ҳосил қилади, деган хулоса келиб чиқди. Бинобарин, металларнинг электр ўтказувчанлиги металл атомларининг кўчишига боғлиқ бўлмай фақат эркин электронларнинг ҳаракатига боғлиқдир.

2. Металлардаги ток эркин электронларнинг ҳаракатидан вужудга келиши тажрибаларда тасдиқланган.

Бу тажрибалар қуйидаги ғояга асосланган: бирор v_0 тезлик билан ҳаракатланаётган металл стержень (9.2-расм) бир онда тўхтатилса, ўтказгич ичидаги эркин электронлар инерцияси бўйича тартибли ҳаракатланиб, ўтказгичда I токни ҳосил қилади. Бу токни ҳосил қилган q зарядни стерженнинг икки учига уланган (9.2-расмга қ.) G гальванометр орқали аниқланади. Бунда ўтказгичдаги эркин электронлар v_0 бошланғич тезлик билан ўтказгичга нисбатан a тезланиш олади. Электронларнинг ўтказгичга нисбатан ҳаракатида электронга таъсир қилувчи $F = eE$ куч унга a тезланишни беради.

Шундай қилиб, иккинчи томондан электронга $F = eE$ куч таъсир қилади. Бинобарин:



а б

9.2- расм

$$F = eE = ma,$$

бундан, ўтказгичдаги электр майдон кучланганлиги:

$$E = \frac{m}{e}a, \tag{9.7}$$

бўлади: бунда: m—электроннинг массаси, e эса заряд.

Агар ўтказгичнинг узунлиги l бўлса, ўтказгич ичида электр майдоннинг мавжуд бўлиши учун унинг учларида $\varphi_1 - \varphi_2 = El$ га тенг потенциаллар айирмаси ҳосил бўлади. У вақтда E нинг (9.7) формуладаги қийматини қўйиб. ўтказгич учларидаги потенциаллар айирмаси $(\varphi_1 - \varphi_2)$ ни топамз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = El = \frac{m}{e}al. \tag{9.8}$$

Шундай қилиб, электронларнинг ўтказгич кристалл панжараси тугунига нисбатан кўчишидан ҳосил бўлган ток кучи I. Ом қонунига биноан ўтказгич учларидаги $(\varphi_1 - \varphi_2)$ потенциаллар айирмасига тўғри, ўтказгичнинг қаршилиги R га тескари пропорционалдир, яъни:

$$I = \frac{\varphi_1 \ \varphi_2}{R} = \frac{m}{e} \cdot \frac{a}{R} l. \tag{9.8a}$$

Бу ерда $a = \frac{dv}{dt}$, бўлгани учун (9.8а) ни яна $I = \frac{m}{e} \cdot \frac{l}{R} \cdot \frac{dv}{dt}$ ёки $Idt = \frac{m}{e} \cdot \frac{l}{R} dv$, кўринишда ёзамиз. Бунда $Idt = dq$ бўлгани учун:

$$dq = \frac{m}{e} \cdot \frac{l}{R} dv. \tag{9.9}$$

Бу тенгламани v_0 дан 0 гача интеграллаб, тормозланганда гальвонометрдан ўтган q зарядни аниқлаймиз:

$$q = \int_{v_o}^{o} \frac{m}{R} \cdot \frac{l}{R} dv = -\frac{m}{c} \frac{l}{R} v_o. \tag{9.10}$$

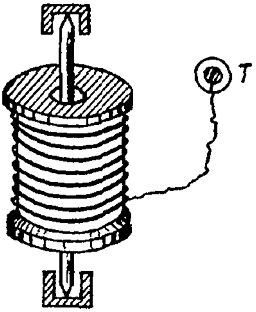
Электрон заряди e нинг массаси m га нисбати $\frac{e}{m}$ га электроннинг солиштирма заряди дейилади.

(9.10) формуладан кўринадики, оқиб ўтган заряд миқдори q ўтказгичнинг узунлиги l га ва ўтказгичнинг бошланғич тезлиги v_0 га пропорционалдир. Бинобарин, ўлчаб бўладиган q зарядни ҳосил қилиш учун v_0 тезлик мумкин қадар катта ва ўтказгич мумкин қадар узун бўлиши керак:

$$\frac{e}{m}=-\frac{lv_0}{qR}. \qquad (9.11)$$

3. Тезлаштирилган ўтказгичда электр токининг ҳосил бўлишини биринчи марта рус физиклари **Л. И. Мандельштам ва Н. Д. Папалекси** 1913—1914 йилларда кузатишган. Улар узун сим ўралган ғалтак олиб, унинг учига телефон улашган (9.3-расм). Ғалтак 00 ўқи атрофида кучли бурама тебранма ҳаракатлантирилганда ўтказгичда ўзгарувчан ток ҳосил бўлганлигини телефондан чиққан ўзгарувчан товуш тасдиқлар эди.

Шундай қилиб, бу тажриба ўтказгичлардаги эркин электроннинг инерциал ҳаракатидан ҳосил бўлган токни сифат нуқтаи назаридан ифодалаб, токнинг телефонда ҳосил қилган товуши эшитилиб токнинг йўналишини ва миқдорини аниқлашга имкон беради.



9.3- расм

4. 1917 йили Т. Стюарт ва Р. Толмен Мандельштам-Папалекси тажрибасини такомиллаштириб, ундаги телефонни сезгир гальвонометр билан алмаштиришди. Сим ўралган ғалтак катта тезлик билан айлантирилиб, тормозланганда ўтказгичда I токни ҳосил қилган q заряднинг миқдори гальвонометр ёрдамида аниқланган. Бу тажриба ўтказгичдаги токни манфий зарядлар вужудга келтиришини кўрсатади ва e/m нисбат учун $1{,}6\cdot10^{11}\frac{Кл}{кг}$ қиймат келиб чиқди. Бу қиймат электронлар учун бошқа усул билан олинган қийматга яқиндир.

Солиштирма заряди e/m нинг ҳозир аниқланган қиймати: $\frac{e}{m}=1{,}758\cdot10^{11}\frac{Кл}{кг}$

Шундай қилиб, Мандельштам-Папалекси ва Стюарт-Толмен тажриба натижалари металларнинг электрон ўтказувчанлигини буткул тасдиқлаб, металларнинг классик электрон назариясининг яратилишига асос бўлди.

9.3. МЕТАЛЛАР ЭЛЕКТР ЎТКАЗУВЧАНЛИГИНИНГ КЛАССИК ЭЛЕКТРОН НАЗАРИЯСИ

Металларнинг электрон ўтказувчанлик назариясини биринчи бўлиб 1900 йили немис физиги П. Друде яратган бўлиб, уни кейинчалик Г. Лоренц ривожлантирган эди. Бу назарияга биноан металлардаги эркин электронлар метал парчаси сирти билан чегараланган ҳажмда эркин ҳаракатланади. Уларнинг бу тартибсиз ҳаракати идеал газ молекулаларининг ҳаракати билан бир хил бўлгани учун эркин электронларга «электронлар гази» деб ном берилган. Шу сабабли ҳам, эркин электронларга, электронлар газига бир атомли идеал газ молекулалари учун ўринли бўлган тушунчалар ва қонуниятларни қўллаш мумкин.

Шунинг учун ҳам, электронлар тартибсиз ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси $w_к = \frac{mv^2}{2}$ газ молекуласининг илгариланма ҳаракатининг иссиқлик ўртача кинетик энергияси $w_к = \frac{3}{2}kT$ га тенг, яъни:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT \qquad (9.12)$$

бунда m—электроннинг массаси, $\bar{v}^2$—ўртача квадратик тезлиги $R = 1{,}38 \cdot 10^{23} \frac{Ж}{К}$ — Больцман доимийси. Т—абсолют ҳарорат.

Бундан эркин электроннинг тартибсиз ҳаракати ўртача квадратик тезлиги $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\bar{v}^2}$ қуйидагига тенг бўлади:

$$\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \qquad (9.13)$$

Уй ҳарорати (Т =300° К)да эркин электрон: (m =9,1·10^{31}кг) нинг тартибсиз ҳаракати ўртача квадратик тезлиги $\bar{v}_{кв}$ ни ҳисоблаб чиқилса:

$$\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \, Ж/К \cdot 300К}{9{,}1 \cdot 10^{-31} кг}} = 1{,}18 \cdot 10^5 \, м/с$$

Демак, металлардаги эркин электронлар иссиқлик ҳаракатининг ўртача квадратик тезлиги, шу шароитда газ молекулалари ҳаракатининг ўртача тезлиги $\bar{v} \sim 10^5 \frac{м}{с}$ тартибидаги катталикдан иборат бўлар экан.

Электронларнинг тартибсиз иссиқлик ҳаракати электр токини ҳосил қилмайди. Агар ташқи манба ёрдамида металл ичида кучланганлиги Е бўлган электр майдон ҳосил қилинса, бу майдон таъсирида электронлар майдон йўналишига қарама-қарши йўналган $\overline{v}_{кв}$ ҳаракат тезлигига эга бўлади.

Электронлар йўналган ҳаракатининг ўртача тезлигини $\overline{v}$ билан белгилаймиз. У вақтда тезлик йўналишига тик бўлган бирлик юзадан вақт бирлиги ичида ўтган электронлар сони $n_0\overline{v}$ бўлади. Бу сонни электроннинг заряди е га кўпайтирилса, электр токи кучининг зичлиги j келиб чиқади:

$$j = en_0\overline{v}\ . \tag{9.14}$$

Энди металл ўтказгичларда электр токи ҳосил қилган эркин электронлар тартибли ҳаракати ўртача тезлиги $\overline{v}$ нинг қийматини мис ўтказгичдан ўтаётган ток мисолида қараб чиқамиз. Текширишлардан маълум бўлдики, мис ўтказгич учун ток кучи зичлигининг қўйилиши максимал қиймати $j = 11\,\frac{А}{мм^2} = 11 \cdot 10^6\,\frac{А}{м^2}$. га тенг экан. Мисдаги эркин электронлар концентрацияси $n_0 = 8{,}5 \cdot 10^{28}\,\frac{1}{м^3}$ га, электрон зарядининг қиймати эса $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл га тенг. У вақтда бу шароитда электронларнинг мисдаги тартибли ҳаракатининг ўртача тезлиги $\overline{v}$ ни (9.14) формуладан ҳисоблаб чиқилса,

$$v = \frac{j}{n_0 e} = \frac{11 \cdot 10^6\, А/м^2}{8{.}5 \cdot 10^{28}\, 1/м^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, Кл} = 8 \cdot 10^4\, мм/с = 0{,}8\, мм/с \cdot \text{ бўлади.}$$

Шундай қилиб, металларда токни ҳосил қилган эркин электронларнинг тартибли ўртача тезлиги $\overline{v}$ гоят кичик бўлиб, уй ҳароратидаги электронларнинг тартибсиз иссиқлик ҳаракати ўртача квадратик тезлиги $v_{кв}$ дан жуда кичик ($\overline{v} << \overline{v}_{кв}$) экан. Лекин ўтказгич бўйлаб электр токи бир лаҳзада тарқалади. Бунга сабаб металлар ичидаги электр майдонининг, яъни токнинг тарқалиш тезлигини $c = 3 \cdot 10^8\,\frac{м}{с}$ — ёруғлик тезлигига тенглигидир.

9.4. ОМ ВА ЖОУЛЬ-ЛЕНЦ ҚОНУНЛАРИНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ИФОДАЛАРИ

1. Энди металларнинг классик электронлар назариясидан фойдаланиб, тажриба асосида кашф қилинган Ом ва Жоуль-Ленц қонунининг дифференциал кўринишдаги ифодасини келтириб чиқарайлик. Ток ҳосил қилувчи эркин электронларнинг кристалл панжара тугунлари (ионлар) билан икки кетма-кет тўқнашиши орасидаги λ масофани, яъни ўртача эркин йўлни ўртача ўтиш вақти τ бўлсин. У ҳолда $\bar{\tau}$ вақт $\bar{\lambda}$ нинг электрон тартибсиз иссиқлик ҳаракатининг ўртача тезлиги $\bar{u}$ га нисбатига тенг:

$$\tau = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u}}. \qquad (9.15)$$

Электрон кристалл панжара тугунига урилгандан кейин тезлиги нолга тенг бўлиб қолади ва металл ичидаги электр майдон таъсирида a тезланиш билан текис тезланувчи ҳаракатланиб, яна кристалл панжара тугунига $v_{\max}$ максимал тезлик билан урилади. Бу $v_{\max}$ тезлик:

$$v_{\max} = a \cdot \bar{\tau}. \qquad (9.16)$$

Бу ифодага a нинг қиймати (9.7) дан ва $\bar{\tau}$ нинг қиймати эса (9.15)дан қўйилса:

$$v_{\max} = a \cdot \bar{\tau} = \frac{eE}{m} \cdot \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u}}. \qquad (9.16a)$$

Электроннинг ўтказгич ичидаги тартибли текис ўзгарувчан ҳаракатининг ўртача тезлиги $\bar{v}$ бошланғич ($v_0 = 0$) ва охирги $(v_\tau = v_{\max})$ тезликларининг ўртача арифметик ифодасига тенг:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_\tau}{2} = \frac{0 + v_{\max}}{2} = \frac{v_{\max}}{2}.$$

Бундаги $v_{\max}$ нинг ифодаси (9.16 а) дан ўрнига қўйилса:

$$\bar{v} = \frac{e\bar{\lambda}}{2m\bar{u}} E. \qquad (9.17)$$

Электрон тартибли ҳаракатининг ўртача тезлиги $\bar{v}$ нинг ифодаси (9.14) га қўйилса, ўтказгичдан ўтаётган ток кучининг зичлиги

$$j = en_o\bar{v} = \frac{e^2 n_o \bar{\lambda}}{2m\bar{u}} E. \qquad (9.18)$$

кўринишга келади. Бу формулада $\frac{e^2 n_o \bar{\lambda}}{2m\bar{u}}$ кўпайтувчи ҳар бир ўтказгич учун доимий бўлиб, у γ ҳарфи билан белгиланади:

$$\gamma = \frac{e^2 n_o \bar{\lambda}}{2m\bar{u}} \qquad (9.19)$$

Бу γ катталикка металл ўтказгичнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги дейилади.

Шундай қилиб, *металлнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги эркин электроннинг концентрацияси n_o га, ўртача эркин йўлининг узунлиги $\bar{\lambda}$ га тўғри пропорционал бўлиб, тартибсиз иссиқлик ҳаракатининг ўртача тезлиги $\bar{u}$ га тескари пропорционалдир.*

Металл солиштирма электр ўтказувчанлигининг тескари ифодаси $\rho = \frac{1}{\gamma}$ ўтказгичларнинг солиштирма қаршилиги дейилади. У вақтда (9.18) ни (9.19) назарга олган ҳолда ушбу кўринишда ёзиш мумкин:

$$j = \gamma E = \frac{1}{\rho} E. \qquad (9.20)$$

Бу формула Ом қонунининг дифференциал кўринишдаги математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади: *ўтказгичдан ўтаётган ток кучининг зичлиги ўтказгич солиштирма электр ўтказувчанлигининг ўтказгичдаги электр майдон кучланганлиги кўпайтмасига тенгдир.*

Ўтказгичдаги электр майдоннинг кучланганлик вектори $\bar{E}$ ва ток кучининг зичлиги вектори $\bar{j}$ бир хил йўналгани учун (9.20) ни вектор кўринишда ёзиш мумкин:

$$\bar{j} = \gamma\bar{E} = \frac{1}{\rho}\bar{E}. \qquad (9.20\text{ a})$$

Шундай қилиб, Ом қонуни яна қуйидагича таърифланади: *ўтказгичдан ўтаётган ток кучи зичлигининг вектори* $\vec{j}$ *электр майдон кучланганлиги* $\vec{E}$ *га пропорционал бўлиб, унинг йўналиши кучланганлик вектори* $\vec{E}$ *нинг йўналиши билан мос тушади.*

2. Металларнинг классик электрон назарияси асосида Жоуль-Ленц қонунининг дифференциал кўринишдаги математик ифодаси ҳам осонгина чиқарилади. Ҳақиқатан ҳам, электроннинг кристалл панжара тугунига тўқнашишидан олдин эришган қўшимча кинетик энергияси:

$$\Delta W_к = \frac{mv^2_{\max}}{2} \qquad (9.21)$$

Урилиш вақтида кристалл тугунча берилган бу энергия металл парчасининг ички энергиясини орттиради, натижада металл парчаси исийди. Демак, (9.21) ифода ҳар бир дона электроннинг металл кристалл панжара тугунига узатилган энергиясидир. Берилган металлда бундай электронлардан чексиз кўп ва узоқ вақт тўқнашиши мумкин, яъни бунда узатилган энергияни умуман ҳисоблаб бўлмайди. Шунинг учун ҳам, вақт бирлиги ичида ўтказгичнинг ҳажм бирлигига узатилган энергия w ни ҳисоблаб чиқамиз.

Бу энергияни топиш учун битта электроннинг металл кристалл панжара тугунига узатган кинетик энергияси $\Delta W_к$ ни электроннинг концентрацияси $n_о$ га ва вақт бирлиги ичидаги ўртача тўқнашишлар сони $\bar{z} = \frac{u}{\bar{\lambda}}$ га кўпайтириш керак:

$$w = n_o z \ \ \Delta W_к = n_o \frac{u}{\lambda} \frac{mv^2_{\max}}{2}. \qquad (9.22)$$

Бу ердаги $v_{\max}$ нинг ифодасини (9.15, а) қўйилса:

$$w = n_o \frac{\bar{u}}{\lambda} \frac{m}{2} \frac{e^2 E^2}{m^2} \frac{\bar{\lambda}^2}{\bar{u}^2} = \frac{e^2 n_o \bar{\lambda}}{2m\bar{u}} E^2 \qquad (9.23)$$

(9.23) да $\frac{e^2 n_o \bar{\lambda}}{2mu}$ кўпайтувчи (9.19) формулага мувофиқ металлнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги γ дан иборат бўлгани учун:

$$w = \gamma E^2. \qquad (9.24)$$

Бу формулага Жоуль-Ленц қонунининг дифференциал кўринишдаги тенгламаси дейилади.

Вақт бирлиги ичидаги ўтказгичнинг бир бирлик ҳажмида ажратилган иссиқлик миқдори w га яна ток иссиқлик қувватининг ҳажм зичлиги дейилади.

Шундай қилиб, Жоуль-Ленц қонуни қуйидагича таърифланади: *вақт бирлиги ичида ўтказгичнинг ҳажм бирлигида ажралган иссиқлик миқдори ўтказгичдаги электр майдон кучланганлигининг квадратига пропорционалдир.*

(9.20) га асосан $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ бўлгани учун (9.24) ни яна бундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$w = \vec{j} \cdot \vec{E}. \qquad (9.24a)$$

Шундай қилиб, металларнинг классик электронлар назарияси Ом ва Жоуль-Ленц қонунларини назарий изоҳлаб бера олди.

3. Металларнинг классик электрон назарияси яна бир экспериментал қонун Видеман-Франц қонунини назарий изоҳлаб берди. Бу қонун 1853 йилда кашф қилинган бўлиб, у бундай таърифланади: *ўзгармас ҳароратда барча металлар иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти* $\aleph$ *нинг мос равишда солиштирма электр ўтказувчанлик коэффициенти* γ *га нисбати ўзгармас катталикдир, яъни:*

$$\frac{\aleph}{\gamma} = c. \qquad (9.25)$$

Кейинчалик текшириш натижасида Л. Лоренц Видеман-Франц қонунини умумлаштириб, $\frac{\aleph}{\gamma}$ нисбат мутлақ ҳароратга тўғри пропорционаллигини кўрсатди, яъни:

$$\frac{\aleph}{\gamma} = C_1 T. \qquad (9.26)$$

Металлар классик электрон назарияси (9.26) қонуниятнинг математик ифодасини ва C доимийлик қийматини топишга имкон берди.

Друденинг назариясига биноан «электрон гази» бир атомли идеал газга ўхшаш бўлганлиги учун, электроннинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти ҳам бир атомли газники сингари

$$\aleph = \frac{1}{2} k n_0 \bar{\lambda} \bar{u} \qquad (9.27)$$

формула билан бир хилдир, бунда: k—Больцман доимийси, n_o—металлардаги эркин электронлар концентрацияси, $\overline{\lambda}$ —электроннинг ўртача эркин йўли узунлиги, $\overline{u}$ — эркин электроннинг тартибсиз иссиқлиги ҳаракатининг ўртача тезлиги.

$\aleph$ ва γ коэффициентларнинг (9.27) ва (9.14) формулаларидаги ифодаларидан фойдаланиб, $\frac{\aleph}{\gamma}$ нисбатини топамиз:

$$\frac{\aleph}{\gamma} = \frac{1}{2}kn_o\overline{\lambda}\overline{u}\cdot\frac{2m\overline{u}}{l2n_o\overline{\lambda}} = \frac{k}{e^2}m\overline{u}^2 \qquad (9.28)$$

Друде назариясига биноан эркин электроннинг тартибсиз иссиқлик ҳаракатининг ўртача тезлиги $\overline{u}$ ўртача квадратик тезлиги $\overline{v}_{кв}$ га тенг, яъни $\overline{u} = \overline{v}_{кв}$ бўлгани учун, эркин электрон кинетик энергияси $W_к$ мутлақ ҳарорат T га пропорционал бўлади:

$$W_к = \frac{m\overline{u}^2}{2} = \frac{m\overline{v}^2_{кв}}{2} = \frac{3}{2}kT.$$

Бунда: $m\overline{u}^2 = 3kT$ эканлигини ҳисобга олиб, (9.28) ни

$$\frac{\aleph}{\gamma} = 3\left(\frac{k}{e}\right)^2\cdot T. \qquad (9.29)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу формула Видеман-Франц экспериментал қонунининг назарий исботи бўлиб, уни (9.26) билан таққосланса, C_1 доимийнинг ифодаси

$$C_1 = 3\left(\frac{k}{e}\right)^2. \qquad (9.30)$$

бўлади. Бу ифодадаги $k = 1{,}38\cdot10^{-23}\,\frac{Ж}{К}$ – Больцман доимийси ва $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$Кл —электроннинг заряди ўзгармас бўлгани учун ҳам ўзгармас қийматга эга:

$$C_1 = 3\left(\frac{k}{e}\right)^2 = 3\left(\frac{1{,}38\cdot10^{-23}\frac{Ж}{К}}{1{,}6\cdot10^{-19}Кл}\right)^2 = 2{,}23\cdot10^{-8}\,\frac{Ж^2}{Кл^2\cdot К} \qquad (9.30а)$$

C_1 нинг топилган бу назарий қиймати экспериментал қийматидан бир мунча фарқ қилади.

4. Металларнинг классик электрон назарияси билан экспериментал орасида номувофиқлик мавжуд. Бунга сабаб, металлар классик электрон назарияси камчиликдан холи эмаслигидир.

Друденинг металлар классик электрон назариясида эркин электронларнинг иссиқлик ҳаракати тезлиги бир хил деб қабул қилинган. Аслида эса электронлар гази Максвеллнинг тезликлар бўйича тақсимотига бўйсуниб, тезликлари ҳар хил бўлади. Бу қонун асосида Лоренц металларнинг солиштирма электр ўтказувчанлик коэффициенти учун

$$\gamma = \frac{2}{3}\cdot\frac{e^2 n_o}{m}\cdot\frac{\bar{\lambda}}{\bar{u}}. \qquad (9.31)$$

ифодани келтириб чиқаради, бунда: $\bar{u}$ —эркин электронларнинг тартибсиз иссиқлик ҳаракат тезликларининг ўртача қиймати. У вақтда Лоренц такомиллаштирилган металларнинг классик электрон назарияси асосида Видеман-Франц қонуни

$$\frac{\kappa}{\gamma} = 2\left(\frac{k}{e}\right)^2 \cdot T = 1{,}47 \cdot 10^{-8} \cdot T. \qquad (9.32)$$

кўринишга келади. Бундан ташқари Друде-Лоренц назарияси тажрибада кузатиладиган қатор ҳодисалар натижаларини тушунтириб бера олади:

5. Тажриба кенг ҳарорат оралиғида ўтказгичларнинг солиштирма электр ўтказувчанлик коэффициенти $\gamma_{экс}$ мутлақ ҳарорат Т га тескари пропорционаллиги, яъни $\gamma_{экс} \sim \frac{1}{T}$ эканлиги аниқланган. Бу боғланиш Друде-Лоренц назариясининг (9.19) формуласидаги тартибсиз иссиқлик ҳаракатининг ўртача тезлиги $\bar{u} \sim \sqrt{T}$ бўлгани учун $\gamma_{наз} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$ бўлади. Тажриба билан назария орасидаги бу зиддиятни бартараф қилиш учун, (9.19) даги $e^2 n_o$ кўпайтмани мутлақ ҳароратнинг квадрат илдизига тескари пропорционал деб фараз қилишга тўғри келди, лекин бу фаразни асослаш мумкин эмас.

Шундай қилиб, металларнинг классик электрон назарияси металларнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги коэффициентининг ҳароратга боғланиш қонуниятини аниқлаб бера олмади.

6. Металларнинг иссиқлик сиғимини Друде-Лоренц назарияси асосида ҳисоблаш яна ҳам қийинчиликка дуч келди.

Друде-Лоренц назариясига мувофиқ металларнинг моляр иссиқлик сиғими C кристалл панжаранинг моляр иссиқлик сиғими $C_1 = 3R$ билан электрон газининг моляр иссиқлик сиғими $C_2 = \frac{3}{2}R$ нинг йиғиндиси $C = C_1 + C_2 = 3R + \frac{3}{2}R = \frac{9}{2}R$ га тенг бўлар экан. Бироқ тажриба асосида чиқарилган Дюлонг-Пти қонунига биноан металларнинг моляр иссиқлик сиғими $C_{экс} = 3R$.

Бу номувофиқликни фақат кейинчалик қараб чиқиладиган квант механика асосида тушунтириш мумкин.

9.5. ЎЗГАРМАС ТОК ҚОНУНЛАРИ

Ўрта мактабда батафсил қараб чиқилган ўзгармас ток қонунлари электродинамикани ўрганишда муҳим бўлганлигидан уларни яна бир бор эслаб ўтамиз.

Занжирнинг бир қисми учун Ом қонуни. Ўтказгич бўйлаб зарядларнинг ҳаракатланиши учун ўтказгич учларида потенциаллар айирмасининг бўлиши, бошқача қилиб айтганда, ўтказгич ичида майдон бўлиши шарт. Ўтказгич учларидаги потенциаллар айирмаси $(\varphi_1 - \varphi_2)$ни электростатикадан фарқли равишда кучланиш дейилади ва U ҳарфи билан белгиланади.

Ўтказгич учларидаги кучланиш деб, бир бирлик мусбат зарядни ўтказгич бўйлаб кўчиришда ўтказгич ичидаги электр майдон кучининг бажарган ишига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади:

$$U = \frac{A}{q_0}. \tag{9.33}$$

Бундан берилган ўтказгич учларидаги кучланиш билан ўтказгичдан ўтаётган ток кучи I орасида боғланиш мавжуд бўлиши кераклиги кўринади.

Агар қаттиқ, суюқ ва газсимон ўтказгичнинг ҳолати ўзгаришсиз қолса (унинг ҳарорати ва ҳ. к. лар ўзгармаса), ҳар бир ўтказгич учун учларига қўйилган U кучланиш ва ундаги I ток кучи орасида бир қийматли $I = f(u)$ боғланиш мавжудлир, бундай $I = f(U)$ боғланишга берилган ўтказгичнинг вольт-ампер характеристикаси дейилади.

Ўтказгичдан ўтаётган ток қонуниятларини ўрганишда вольт—ампер характеристикасини билиш катта амалий аҳамиятга эга. Бу боғланиш барча метал ўтказгичлар учун 9.4-расмда тасвирлангандек энг содда кўринишга эга бўлиб, уни биринчи марта тажриба йўли билан 1826 йили немис физиги Георг Ом (1784—1854) аниқлаган. Ўтказгичнинг волть—ампер характеристикаси 9.4-расмдан кўринадики, *ўтказгичдан ўтаётган ток кучи I кучланиш U га пропорционалдир*, яъни:

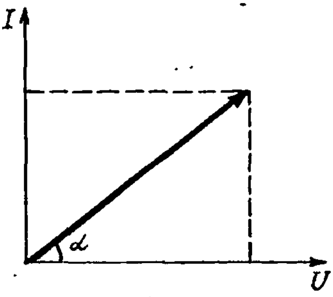
$$I = GU, \qquad (9.34)$$

бунда, G—ўтказгичнинг моддасига ва геометрик ўлчамларига боғлиқ бўлган физик катталик бўлиб, *унга ўтказгичнинг электр ўтказувчанлиги* дейилади.

Берилган ўтказгичнинг электр ўтказувчанлиги ўзгармас катталик бўлиб, ўтказгичдан ўтаётган ток кучи I га тўғри, кучланиш U га эса, тескари пропорционалдир, яъни:

$$G = \frac{I}{U}. \qquad (9.35)$$

Ўтказгичнинг электр ўтказувчанлиги юқори бўлса, берилган кучланишда ўтказгичдан шунча катта ток ўтади.



9.4-расм

СИ электр ўтказувчанлигининг бирлиги учун сименс (См) қабул қилинган.

1 сименс (См) деб, учларида 1 В кучланиш бўлганда 1 А ток ўтадиган ўтказгичнинг электр ўтказувчанлигига айтилади.

Одатда, амалий ҳисоблашларда электр ўтказувчанликнинг тескари ифодаси бўлган катталикдан фойдаланилади ва унга **ўтказгичнинг электр қаршилиги** дейилади:

$$R = \frac{1}{G}. \qquad (9.36)$$

Механикада ишқаланиш жисмнинг ҳаракатига қаршилик кўрсатгандек, ўтказгичнинг электр қаршилиги ҳам зарядларнинг тартибли ҳаракатига қаршилик кўрсатади ва электр энергиянинг ўтказгич ички энергиясига айланишини белгилайди. (9.36) га асосан (9.35) ни яна қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$I = \frac{U}{R}. \tag{9.37}$$

Бу формула занжирнинг бир қисми учун Ом қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади:

Занжирнинг бир қисмидан ўтаётган токнинг кучи ўтказгич учларидаги кучланишга тўғри, ўтказгичнинг электр қаршилигига эса тескари пропорционалдир.

Ўтказгичнинг электр қаршилиги деб, ўтказгичнинг ички тузилишига ва ундаги кристаллик тугунларининг тебранма ҳаракати сабабли юзага келадиган электр токига қарши таъсирини ифодаловчи катталикка айтилади.

(9.37) дан ўтказгичнинг қаршилиги R кучланиш U га тўғри, токнинг кучи I га эса тескари пропорционал экани кўринади:

$$R = \frac{U}{I} \tag{9.38}$$

СИ системаси электр қаршилиги Ом (Ом) ҳисобида ўлчанади.

1 Ом деб, учларида кучланиш 1 В бўлганда, 1 А ток кучи ўта оладиган ўтказгичнинг электр қаршилигига айтилади.

Геометрик шаклдаги ўтказгичнинг электр қаршилиги R ни осонгина ҳисоблаш мумкин. Жумладан, кўндаланг кесим юзаси S ўзгармас ва узунлиги l бўлган ўтказгичнинг электр қаршилиги

$$R = \rho\frac{l}{S}, \tag{9.39}$$

бўлади, бунда ρ —ўтказгич моддасининг тури ва ҳолатига (аввали ҳароратига) боғлиқ бўлган катталик бўлиб, унга ўтказгичнинг солиштирма электр қаршилиги дейилади. (9.39) дан ўтказгичнинг солиштирма электр қаршилиги қуйидагига тенг бўлади:

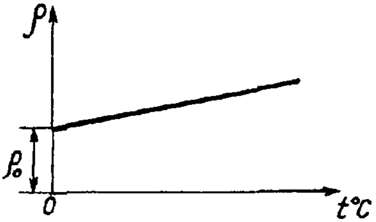
$$\rho = \frac{R \cdot S}{l}. \tag{9.39 а}$$

Шундай қилиб, ўтказгичнинг солиштирма электр қаршилиги деб, узунлиги ва кўндаланг кесим юзи бир бирликка тенг бўлган ўтказгичнинг қаршилигига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

СИ системасида солиштирма электр қаршилиги $\rho = Ом \cdot м$ ҳисобида ўлчанади.

Электр қаршиликнинг ҳароратга боғланиши. Ўтказгичнинг солиштирма электр қаршилиги моддасининг турига ва ҳолатига, жумладан ҳароратига ҳам боғлиқ бўлади. Солиштирма электр қаршиликнинг ҳароратга боғлиқлиги модда қаршилигининг температура (ҳарорат) коэффициенти деб аталувчи α физик катталик билан тавсифланади.

Берилган модда учун қаршилик термик коэффициенти α турли ҳароратлар учун турлича, яъни солиштирма электр қаршилик ҳарорат ўзгариши билан чизиқли қонун бўйича ўзгармайди, балки унга янада мураккаб боғлиқ бўлади. Бироқ кўпгина металл ўтказгичлар учун ҳарорат ўзгарганда α коэффициент жуда оз ўзгариб, солиштирма электр қаршилик ρ ни ҳарорат t га чизиқли боғлиқ (9.5-расм), деб ҳисоблаш мумкин. Агар $t_o = 0°C$ ҳароратдаги солиштирма қаршилик ρ_o бўлса, $t°C$ даги унинг қиймати



9.5- расм

$$\rho_t = \rho_o(1 + \alpha t) \qquad (9.40)$$

формуладан аниқланади. Қаршиликнинг ҳарорат коэффициенти α мусбат ҳам ($\alpha > 0$), манфий ҳам ($\alpha < 0$) бўлиши мумкин. Барча металларда ҳарорат ортиши билан қаршилик орта боради. Лекин биринчи тур ўтказгичдан баъзилари (масалан, кўмир) учун тескариси кузатилади, яъни ҳарорат ортиши билан уларнинг қаршилиги камая боради. Ниҳоят, металлардан фарқли ўлароқ, ҳамма электролитлар қиздирилганда қаршилиги камаяди, улар учун $\alpha < 0$.

Барча соф металлар учун қаршиликларнинг ҳарорат коэффициенти $\alpha = \frac{1}{273}\ K^{-1} = 36,7 \cdot 10^{-4}\ K^{-1}$ га, яъни газнинг кенгайиш коэффициентига яқин бўлади. Қуйидаги жадвалда баъзи моддалар учун α нинг қийматлари келтирилган:

9.1- жадвал

Модда	t°, C	α, $к^{-1}$
Кумуш	0—100	$40\cdot10^{-4}$
Мис	18	$43\cdot10^{-4}$
Платина	0—100	$38\cdot10^{-4}$
Константан	18	$-4\cdot10^{-4}\div0{,}1\cdot10^{-4}$
Кўмир	18	$5\cdot10^{-4}$
Шиша	100	$-0{,}1\div-0{,}2$
10% намакоб	18	$-0{,}021$

Баъзи қотишмалар, масалан, константаннинг солиштирма қаршилиги ρ жуда кичик бўлади. Шунинг учун ҳам қотишмалар қаршиликларнинг аниқ намуналари (эталонлар)ни тайёрлашда ишлатилади.

Металл қаршиликнинг ҳароратга боғланишидан ўлчов асбобларида, автоматик қурилмаларда фойдаланилади. Улардан энг муҳими қаршилик термометридир. У платина симдан иборат бўлади, чунки платина учун қаршиликнинг термик коэффициенти кенг ҳарорат оралиғида ҳам доимий қолади. Шунинг учун симнинг қаршилигини жуда аниқ ўлчаш мумкин. Қаршиликли термометрлар ёрдамида жуда паст, шунингдек жуда юқори ҳароратларни ўлчаш мумкин.

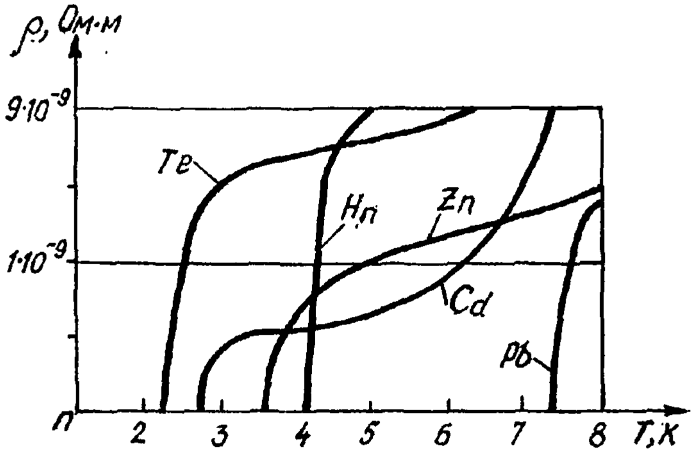
1911 йилда голланд олими X. Камерлинг—Оннес жуда паст ҳароратда симобнинг ўтказувчанлигини ўрганаётиб ажойиб ҳодиса—ўта ўтказувчанликни кашф қилди. У симобни суюқ гелийда совитганда унинг электр қаршилиги аста-секин камайиб, сўнгра ҳарорат аниқ бир критик нуқта $T_к = 4{,}22$ К га етганда бирданига нолга тенг бўлиб қолганлигини аниқлади. Худди шунингдек, галлий, қалай, қўрғошин ва баъзи бошқа металлар ҳам жуда паст ҳароратгача совитилганда, 2-8 К ҳароратда тўсатдан электр қаршилиги нолга айланиб, ўта ўтказувчанлик хусусиятига эга бўлиши аниқланган. Ўта ўтказувчанлик ҳодисаси 23 металлда ва кўпчилик қотишмаларда юз бериши аниқланган. Металл совита борилганда металл тўсатдан ўта ўтказувчан бўлиб қоладиган ҳарорат $T_к$ га ўта ўтказгичга айланиш нуқтаси дейилади. 9.2-жадвалда баъзи металлар учун ўта ўтказгичга айланиш нуқталари келтирилган:

9.2-*жадвал*

Модда	Тк,К	Модда	Тк,К
Технеций	11,7	Рух	0,88
Ниобий	9,22	Гафний	0.35
Кўрғошин	7,26	Вальфрам	0.01
Тантал	4.50	Қотишма (N_i-T_i-Z_r)	9,70
Ванадий	4,30	Қотишма (N_i-T_i)	9.80
Симоб	4,22	V_3G_a	14.50
Калий	3,69	$N_{в3}S_n$	18.00
Уран	1,30	$N_{в3}G_e$	22.40
Алюминий	1,14		

Баъзи металлар ўта ўтказгичга айланиш нуқтасигача совитилганда солиштирма қаршилигининг ўзгариши 9.6-расмда тасвирланган.

Ўта ўтказгичга айланадиган металлар уй ҳароратида у қадар яхши ўтказгич бўла олмайди. Аксинча, энг яхши ўтказгич бўлган кумуш, мис, олтин абсолют нолга жуда яқин ҳароратгача совитилганига қарамай, уларда ўта ўтказувчанлик ҳолати аниқланмаган. Ўта ўтказувчанлик ҳодисаси кўпчилик қотишмалар (9.2-жадвалга қ.)да ҳам аниқланган.



9.6-расм

Ўта ўтказувчанлик ҳодисаси деярли ярим аср давомида тушунарсиз бўлиб келди. Фақат 1957 йилдагина Америка физиклари Ж. Бардин, Л. Купер, Ж. Шрифер ва рус олими Н. Н. Боголюбов ўта ўтказувчанлик назариясини яратишга муваффақ бўлишди.

Агар ўта ўтказгичга доимий магнит яқинлаштирилса, унинг сирти бўйлаб сўнмас Фуко токи оқа бошлайди ва ўтказгичдаги магнит майдонни экранлайди. Ленц қоидасига биноан Фуко токининг магнит майдони доимий магнитнинг ўтказгичга яқинлашишига қаршилик кўрсатади. Шунинг учун ҳам доимий магнит токли ўта ўтказгичнинг устида муаллиқ туриб қолади. Бу ўта ўтказувчан магнит осма принципи экспериментал темир йўлларда фойдаланилади, жумладан бу принципда Японияда қурилган темир йўл поездининг тезлиги $v = 516$ км/соат га тенг бўлган.

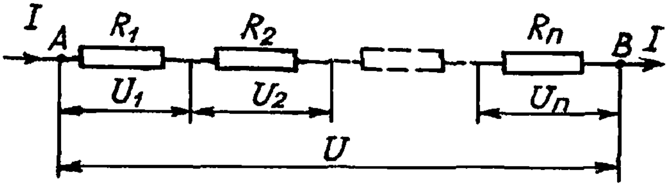
Ўта ўтказгичлар асосида яратилган ЎКИД—ўта ўтказувчан квант интенференцион детекторлар индукцияси $\sim 10^{-18}$ Тл магнит майдон ва 10^{-8} В гача кучланиш ўлчашга имкон беради. Кейинги вақтларда ЎКИД тиббий—биологик тадқиқотларда кенг қўлланилмоқда. Улар ёрдамида биотокларни, юрак ва мия фаолиятида пайдо бўладиган магнит майдонларни ўлчашга имкон туғилди.

Чулғами ўта ўтказгичдан ясалган электромагнитлар узоқ муддат давомида энергия сарфланмасдан магнит майдони ҳосил қила олади. Чунки ўта ўтказгич чулғамда Жоуль-Ленц иссиқлиги ажралмайди.

Ҳозирги вақтда паст ҳароратли ўта ўтказувчан ўтказгичлар солиноидларда ва ҳисоблаш машиналарининг хотира қурилмаларида кучли магнит майдон ҳосил қилиш учун қўлланилмоқда.

Ўта ўтказувчан электромагнитлар элементар заррачаларни тезлаштирувчи қурилмаларда, магнитогидродинамик (МГД) генераторларда ишлатилади. МГД—генераторлар магнит майдонидаги юқори ҳароратли ионлашган газ оқимининг механик энергиясини электр энергияга айлантирадиган қурилмадир.

Юқори ҳароратли ўта ўтказувчан ўтказгичлар яратилганда эди, электр энергиясини симлар орқали исрофсиз узатишдек жуда муҳим техник муаммо ҳал этилган бўлар эди. Лекин бу гапларнинг ҳаммаси ҳозирча орзу. Юқори ҳароратли ўта ўтказувчан ўтказгичларни излаш давом этмоқда.



9.7-расм

Уларнинг топилиши жуда улкан техник инқилобга олиб келиши мумкин.

Ўтказгичларни улаш. Эквивалент қаршилик. Электр занжирининг икки нуқтаси орасига қаршиликлари R_1, R_2 R_3. . . R_n бўлган бир нечта ўтказгичлар ҳар хил уланган бўлиши мумкин. *Занжирнинг икки нуқтаси орасидаги барча ўтказгичлар ўрнига уланган ток кучи ва кучланишни ўзгартирмайдиган қаршилик R га ўтказгичларнинг эквивалент қаршилиги дейилади.*

Ўтказгичларни кетма-кет улаш. *Кетма-кет улаш деб, олдинги ўтказгичнинг охирига кейинги ўтказгичнинг бошини улаш усулига айтилади.* Фараз қилайлик, қаршиликлари мос равишда R_1, R_2, . . . , R_n бўлган n та ўтказгичлар ўзаро кетма-кет уланган бўлсин (9.7-расм). Бундай улашда ток, кучланиш, қаршилик ва ўтказувчанликларни ҳисоблаш қуйидаги қоидалар асосида амалга оширилади.

1-қоида. *Кетма-кет улашда занжирнинг барча қисмларидан ўтаётган ток кучи бир хил бўлади, яъни:*

$$I_1 = I_2 = \cdots = I_n = I. \qquad (9.41)$$

Бу ҳолда ток кучининг ўзгармаслиги занжирда зарядларнинг ҳосил бўлмаслиги ва йўқолмаслиги билан тушунтирилади.

2-қоида. *Кетма-кет улашда занжирнинг учларидаги кучланиш айрим ўтказгичлардаги кучланишларнинг йиғиндисига тенг, яъни:*

$$U_{к\text{-}к} = U_1 = U_2 + \cdots + U_n. \qquad (9.41а)$$

Кетма-кет уланган ўтказгичларнинг эквивалент қаршилигини $R_к$ билан белгилаб, Ом қонунига асосан қуйидагиларни ёзамиз:

$$U_{к\text{-}к} = IR_{к\text{-}к};\ U_1 = IR_1;\ U_2 = IR_2;\ U_n = IR_n.$$

Бу ифодалар (41а)га қўйилса, $IR_{к\cdot к} = IR_1 + IR_2 + \cdots + IR_n$ ифода ҳосил бўлади, бундан:

$$R_{к\cdot к} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i . \qquad (9.41\ б)$$

Бу 3-қоиданинг математик ифодасидир.

3-қоида. *Кетма-кет уланган ўтказгичларнинг эквивалент қаршилиги алоҳида ўтказгичлар қаршиликларининг алгебраик йиғиндисига тенг.*

Агар ҳар бирининг қаршилиги R_0 бўлган n та ўтказгич ўзаро кетма-кет уланган бўлса, занжирнинг эквивалент қаршилиги (9.41 б)га асосан $R_{к\cdot к} = R_1 + R_2 + \cdots + R_0 + R_0 + \cdots + R_0 = nR_0$ бўлади.

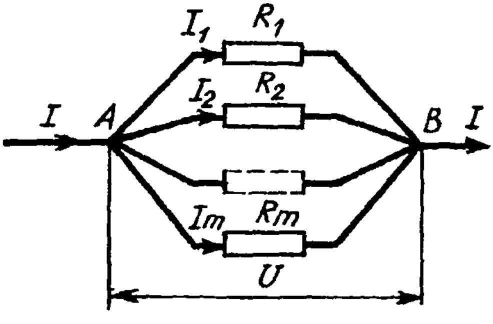
Бундан

$$R_{к\cdot к} = nR_0 \qquad (9.41в)$$

Шундай қилиб, кетма-кет уланган R_0 қаршилик n та ўтказгичдан тузилган занжирнинг эквивалент қаршилиги ҳар бир ўтказгичнинг қаршилигидан n марта катта бўлади.

Ўтказгичларни параллел улаш. *Параллел улаш деб, ўтказгичларнинг бир учи тугунга, иккинчи учи эса бошқа тугунга уланган ўтказгичлар системасига айтилади.*

Фараз қилайлик, қаршиликлари $R_1, R_2, \ldots, R_m$ бўлган m та ўтказгичлар ўзаро параллел уланган бўлсин (9.8-расм). Барча параллел уланган ўтказгичлар биргаликда тармоқланишни ҳосил қилади, уларнинг ҳар бири эса тармоқ деб аталади. Ўтказгичлар параллел уланганда ток кучи, кучла-



9.8-расм

ниш ва қаршиликларни ҳисоблашда яна қуйидаги қоидалардан фойдаланилади:

1-қоида. *Параллел улашда ҳар бир тармоқдаги ва бутун тармоқланишдаги кучланиш бир хил бўлади:*

$$U_1 = U_2 = \dots = U_m = U. \qquad (9.42)$$

Бу ҳолда кучланишнинг доимий қолиши энергиянинг сақланиш қонуни асосида тушунтирилади.

2-қоида. *Занжирда тармоқланишгача бўлган токнинг кучи I тармоқлардаги* R_1, R_2, . . . , R_m *қаршиликлардан ўтаётган ток кучлари* I_1, I_2, . . . , I_m *нинг алгебраик йиғиндисига тенг:*

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_m. \qquad (9.42\ а)$$

Ом қонунига асосан, бутун тармоқланишдан ва ҳар бир тармоқдан ўтаётган ток кучлари $I = \frac{U}{R_{пар}}$; $I_1 = \frac{U}{R_1}$; $I_2 = \frac{U}{R_2} \cdots I_m = \frac{U}{R_m}$ бўлади. Бу ифодаларни (9.42а) га қўйилса, $\frac{U}{R_{пар}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_m}$ ҳосил бўлади.

Бу ифоданинг иккала томони U га қисқартирилса:

$$\frac{1}{R_{пар}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad (9.42\ б)$$

Бунга асосан 3-қоидани бундай таърифлаш мумкин.

3-қоида. *Ўзаро параллел уланган ўтказгичлардан тузилган занжирнинг эквивалент қаршилигининг тескари ифодаси ҳар бир ўтказгич қаршиликлари тескари ифодаларининг алгебраик йиғиндисига тенг.*

Иккинчи томондан, ўтказгич қаршилигининг тескари ифодаси $G = \frac{1}{R}$ унинг ўтказувчанлигидан иборат бўлгани учун (9.42б) ни яна қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

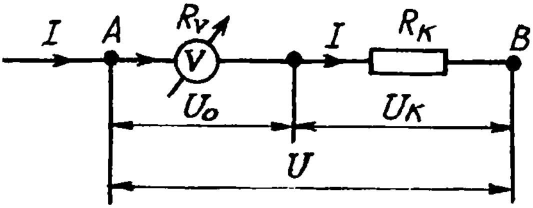
$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_m = \sum_{i=1}^{n} G_i. \qquad (9.42\ в)$$

4-қоида. *Ўзаро параллел уланган ўтказгичларнинг умумий ўтказувчанлиги ҳар бир ўтказгич ўтказувчанликларининг алгебраик йиғиндисига тенгдир.*

Агар занжирга m та бир хил R_0 қаршиликли ўтказгичлар ўзаро параллел уланган бўлса, (9.42б) га асосан $\frac{1}{R_{пар}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_0} + \cdots + \frac{1}{R_0} = m\frac{1}{R_0}$ ҳосил бўлади, бундан

$$R_{пар} = \frac{R_0}{m}. \qquad (9.42 \text{ г})$$

Шундай қилиб, ўзаро параллел уланган R_0 қаршиликли m та ўтказгичдан тузилган занжирнинг эквивалент қаршилиги ҳар бир ўтказгич қаршилигидан m марта кичик бўлади. Ўтказгичларни кетма-кет ва параллел улаш ҳатто ўлчаш соҳасида ҳам катта амалий аҳамиятга эга. Жумладан, катта кучланишни ўлчашда резистор (лат. resisto—қаршилик) вольтметрга кетма-кет уланиб, унга қўшимча резистор дейилади; катта ток кучини ўлчаш учун резистор амперметрга параллел уланади ва унга шунт дейилади.



9.9- расм

Резистор деб, ток кучи ва кучланишни чеклаш ва уларни ростлаш учун электр занжирга, ўлчов асбобларига уланадиган қурилмаларга айтилади. Резисторлар саноатда кенг қўлланилади, жумладан, улар радиоэлектрон қурилмалари барча деталларининг ярмидан кўпроғини (~80%) ташкил этади. Саноатда ишлаб чиқариладиган резисторларнинг электр қаршилик қиймати 1 Ом дан 10 М Ом гача бўлади; қаршиликнинг рухсат этилган номинал қийматдан оғиши 0,25% — 20% оралиқда ётади.

Қўшимча резистор. Қаршилиги R_0 бўлган вольтметрларнинг кўрсатиш кучланиши U_0 ни n марта ($U = nU_0$) кўпайтириш учун унга кетма-кет уланадиган резисторнинг $R_к$ қаршилигини ҳисоблаб чиқайлик (9.9-расм). Ўлчаниши керак бўлган A ва B нуқталардаги U кучланиш R_0 резистордаги ва $R_к$ қўшимча резистордаги кучланишларнинг тушуви U_0 ва $U_к$ ларнинг йиғиндисига тенг $U= U_0+ U_к$ Ом қонунига биноан $I = \frac{U_0}{R_0}$ ва $U_к = IR_к = \frac{U_0}{R_0} R_к$ бўлгани учун:

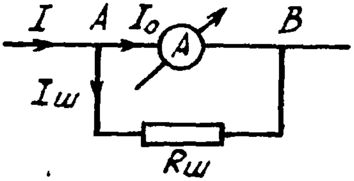
$$U = U_0 + U_К = U_0 + U_0\left(1 + \frac{R_К}{R_0}\right). \qquad (9.43)$$

Бундан қўшимча резисторли вольтметрнинг неча марта кўп кўрсатиши (n) қуйидагига тенг бўлади:

$$n = \frac{U}{U_0} = 1 + \frac{R_к}{R_0}. \qquad (9.43а)$$

Ва ниҳоят, волтьметрга уланиши керак бўлган қўшимча резисторнинг қаршилиги:

$$R_к = R_0(n - 1) \qquad (9.43б)$$



9.10- расм

Шунт (инг. shunt—тармоқ), ўлчаш техникасида—электр ўлчаш асбобига уланадиган резистор қаршилик; ток кучи, қувват, энергияларнинг ўлчаш чегарасини кенгайтиради. Жумладан, ўлчанадиган ток кучининг ҳаммасини ўлчаш асбоби орқали ўтказиш қийин бўлганда ёки мақсадга мувофиқ бўлмаганда ишлатилади.

Қаршилиги R_0 бўлган амперметрнинг кўрсатиши I_0 ни n марта ($I= nI_0$) кўпайтириш учун унга параллел қилиб $R_ш$ қаршиликли резистор-шунт уланган бўлсин (9.10-расм). Амперметр ва шунт ўзаро параллел улангани сабабли ток тармоқланади, яъни: $I= I_0+ I_ш$. Занжир тармоқлари учларидаги кучланишлар бир хил бўлади: $U = I_0 R_0 = I_ш \cdot R_ш$ ёки $I_ш = I_0 \frac{R_0}{R_ш}$. Буни юқоридаги ифодага қўйилса:

$$I = I_0 + I_ш = I_0 + I_0 \frac{R_0}{R_ш} = I_0\left(1 + \frac{R_0}{R_ш}\right). \qquad (9.44)$$

Бунда амперметрнинг неча марта кўп кўрсатиши:

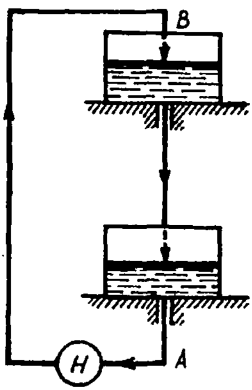
$$n = \frac{I}{I_a} = 1 + \frac{R_{\upsilon}}{R_{ш}}. \qquad (9.44а)$$

Ва ниҳоят амперметрга уланган шунтнинг қаршилиги:

$$R_{ш} = \frac{R_{\upsilon}}{n-1} \qquad (9.44б)$$

6. ЭЛЕКТРГА ЁТ КУЧЛАР ВА ЭЛЕКТР ЮРИТУВЧИ КУЧ

Зарядларининг ишоралари қарама-қарши бўлган иккита металл жисм сим билан уланса, унда жуда қисқа муддатли электр токи пайдо бўлади. Жисмдаги зарядлар компенсацияланиб ўтказгичнинг барча нуқталарида потенциаллар тенглашади ва электр майдон кучланганлиги нолга тенг бўлиб қолади.



9.11- расм

Ўтказгичда электр токи қандай пайдо бўлиши ҳақида мулоҳаза юритайлик. Ом қонунининг дифференциал ифодасидан кўринадики, ўтказгичнинг ичида Кулон кучи ҳосил қилган майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}_{кул}$ ўтказгичнинг икки учидаги потенциаллар фарқи йўқолгунча электр токи ҳосил бўлади. Демак, занжирда узлуксиз ўзгармас ток ўтиб туриши учун эркин зарядларга Кулон кучидан ташқари ноэлектрик кучлар ҳам таъсир қилиши шарт. Бундай кучларни **электрга ёт кучлар** деб атаймиз. Электрга ёт кучлар узлуксиз токни таъминлаб туриши учун, ҳар хил ишорали зарядларни ажратиб туриши сабабли ўтказгич учларида потенциаллар фарқини доимий сақлаб туради. Электрга ёт кучларнинг занжирдаги қўшимча майдонини махсус қурилма электр энергия манбалари (гальваник элементлар, аккумляторлар, электр генераторлари) ҳосил қилади. Электрга ёт кучлар майдонининг таъсирида манбанинг ичида зарядлар электр майдонига қарама-қарши томонга ҳаракатланади (9.11-расм).

Электрга ёт кучлар пайдо бўладиган ҳар қандай қурилмаларга **ток манбалари** дейилади. Манба ичида ёт кучларнинг иш бажариши натижасида у ёки бу энергия тури электр энергияга айланади. Шундай қилиб, ташқи занжирда Кулон кучининг бажарган иши манба ичидаги ёт кучлар воситасида бажарилар экан. Манбадаги ёт кучнинг таъсири электр юритувчи куч (ЭЮК) деб аталувчи ε катталик билан тавсифланади.

Манбанинг электр юритувчи кучи (ЭЮК) деб, бир бирлик мусбат синов зарядини ёпиқ занжир бўйлаб кўчиришида ёт куч бажарган ишига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади:

$$\varepsilon = \frac{A}{q}. \qquad (9.45)$$

Манбанинг ЭЮК (ε) занжир очиқ бўлганда, унинг қутбларидаги потенциаллар айирмасига тенг бўлади. Шунинг учун ҳам ЭЮК потенциаллар айирмаси каби вольт (В) ҳисобида ўлчанади. ЭЮК бир бирлик мусбат зарядни кўчириш иши, солиштирма ишдан иборат бўлгани учун у скаляр катталик бўлиб, ишораси мусбат ёки манфий бўлиши мумкин.

Занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун Ом қонуни. Ом қонунининг дифференциал кўринишдаги (9.20а) ифодаси занжирнинг бир жинсли, яъни ЭЮК таъсир қилмайдиган қисми учун ўринлидир.

Фараз қилайлик, ЭЮК мавжуд бўлган занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми берилган бўлсин (9.12-расм). Занжирнинг бундай қисмида Кулон ва ёт кучлар таъсир қилади. Бу ҳолда Кулон кучи майдонининг кучланганлигини $\vec{E}_{кул}$, ёт куч майдони кучланганлигини эса $\vec{E}_{ёт}$ билан белгилаймиз. У вақтда ўтказгич ичидаги ихтиёрий нуқтада майдоннинг натижаловчи кучланганлик вектори $\vec{E}$ Кулон ва ёт куч майдон кучланганлик векторларнинг геометрик йиғиндисига тенг бўлади:

$$\vec{E} = \vec{E}_{кул} + \vec{E}_{ет}. \qquad (9.46)$$

Бу ифода (9.20а) га қўйилса:

$$\vec{j} = \left(1/\rho\right)\left(\vec{E}_{кул} + \vec{E}_{ёт}\right) \qquad (9.47)$$

Бу ифоданинг иккала томонини dl га кўпайтириб ва $j = \frac{I}{S}$ эканлигини назарга олиб, уни $I\rho\frac{dl}{S} = \vec{E}_{кул}d\vec{l} + \vec{E}_{ёт}d\vec{l}$ кўринишда ёзамиз. Охирги тенгликни, ток кучи I ни ўзгармас ўтказгичнинг узунлигини l деб ҳисоблаб, 1 ва 2 нуқта оралигида интеграллаб чиқамиз:

$$I\int_1^2 \rho\frac{dl}{S} = \int_1^2 \vec{E}_{кул}d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{ёт}d\vec{l}. \qquad (9.48)$$

Бу ифодадаги барча ҳадларнинг физик маъносини қараб чиқамиз:

Биринчи интеграл ўтказгичнинг 1 ва 2 нуқталар оралиғидаги электр қаршилик R дан иборат:

$$R = \int_1^2 \rho\frac{dl}{S}. \qquad (9.48а)$$

Иккинчи интеграл эса 1 ва 2 нуқталар орасида потенциаллар фарқи $(\varphi_1 - \varphi_2)$га тенг:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}_{кул}\cdot d\vec{l}. \qquad (9.48б)$$

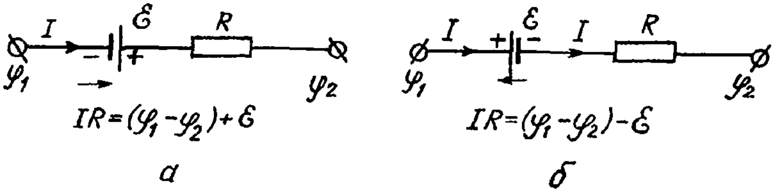
Ва ниҳоят, учинчи интеграл ўтказгичнинг 1 ва 2 нуқталар орасига уланган манбанинг ЭЮК ε дан иборат:

$$\varepsilon = \int_1^2 \vec{E}_{ёт}d\vec{l} \qquad (9.48в)$$

(9.48а) (9.48б) ва (9.48в)ларни (9.48) га қўйилса,

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon \qquad (9.49)$$

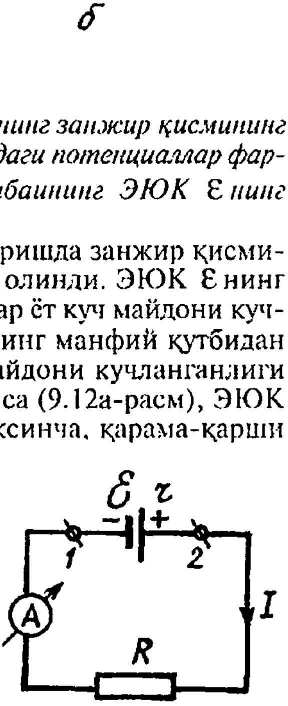
келиб чиқади. Бу тенглама занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун Ом қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади:



9.12-расм

Занжирдан ўтаётган ток кучи I нинг занжир қисмининг қаршилиги R га кўпайтмаси, шу қисмдаги потенциаллар фарқи $(\varphi_1 - \varphi_2)$ *билан ундаги ток манбаининг ЭЮК* $\mathcal{E}$ *нинг йиғиндисига тенг.*

(4.49) формулани келтириб чиқаришда занжир қисмидаги ЭЮК $\mathcal{E}$ нинг мусбат ишораси олинди. ЭЮК $\mathcal{E}$ нинг ишораси қуйидагича аниқланади: агар ёт куч майдони кучланганлиги $\vec{E}_{ёт}$ нинг, яъни манбанинг манфий қутбидан мусбатига йўналиши кулон кучи майдони кучланганлиги $E_{кул}$ нинг йўналиши билан мос тушса (9.12а-расм), ЭЮК $\mathcal{E}$ нинг ишораси мусбат олинади, аксинча, қарама-қарши йўналганда эса (9.12б-расм) ЭЮК $\mathcal{E}$ нинг ишораси манфий олинади.



9.13 расм

Берк занжир учун Ом қонуни: Тармоқланмаган ёпиқ занжирнинг ихтиёрий кесим юзасидан ўтаётган ток кучи I ўзгармас бўлади. Бунда ёпиқ занжир 1 ва 2 учлари туташтирилган бир жинсли бўлган занжир қисмидан иборатдир. Бу ҳолда $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ бўлгани учун (9.49) қуйидаги кўринишга келади:

$$IR = \mathcal{E}, \qquad (9.50)$$

бунда, $\mathcal{E}$ —ёпиқ занжирдаги ЭЮК ларнинг алгебраик йиғиндисига тенг бўлиб, R—занжирнинг умумий қаршилиги.

Фараз қилайлик, ёпиқ занжир ЭЮК $\mathcal{E}$ ва ички қаршилиги r бўлган ток манбаидан, шунингдек, R ташқи қаршиликдан ташкил топган бўлса (9.13-расм), занжирнинг умумий қаршилиги $(R + r)$ бўлгани учун (9.50) дан токнинг кучи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}\,. \qquad (9.50а)$$

Бу формула ёпиқ занжир учун Ом қонунининг математик ифодаси бўлиб, бундай таърифланади:

Ёпиқ занжирдан ўтаётган токнинг кучи манбанинг ЭЮК га тўғри, занжирнинг тўла қаршилигига тескари пропорционалдир.

Манба қисқичларидаги потенциаллар фарқи занжирнинг ташқи қисмидаги кучланишга тенг, яъни:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR = \varepsilon - Ir, \qquad (9.50б)$$

бундан

$$\varepsilon = IR + Ir = U_R + U_r \qquad (9.50в)$$

Шундай қилиб, манбанинг ЭЮК ташқи ва ички қаршиликдаги кучланишларнинг йиғиндисига тенгдир.

Кирхгоф қоидалари. Занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун чиқарилган (9.49) Ом қонуни ҳар қандай мураккаб занжирни ҳисоблашга имкон беради. Бироқ тармоқланган занжирларни бевосита ҳисоблаш мураккаб ишдир. Бу қийинчиликни 1847 йилда немис физиги Г. Кирхгоф (1824—1887) томонидан яратилган иккита қоидадан фойдаланиб, осонгина ҳал қилиш мумкин. Ҳар қандай тармоқланган мураккаб занжир қисмларидан ўтаётган ток кучлари, қисмларининг қаршиликлари ва бу қисмдаги ЭЮК билан тавсифланади. Бу катталиклар бир-бири билан ўзаро боғланган ва улардан бирига кўра бошқаларини аниқлаш мумкин.

Кирхгоф қоидаларини алоҳида қараб чиқамиз:

Кирхгофнинг биринчи қоидаси: Кирхгофнинг биринчи қоидаси электр занжирининг энг камида учта ўтказгичи туташган нуқтаси-тугунига тааллуқли бўлиб, у бундай таърифланади:

Электр занжирининг тугунида учрашган токларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг, яъни:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0\,, \qquad (9.51)$$

бунда n—тугунда учрашган токларнинг сони бўлиб, $n \geq 3$. Одатда тугунга келаётган токлар мусбат ишора билан, кетаётганлари эса манфий ишора билан олинади. Жумладан, 9.4-расмдаги электр занжирининг A нуқтада учрашган токлар учун Кирхгоф биринчи қоидаси (9.51)

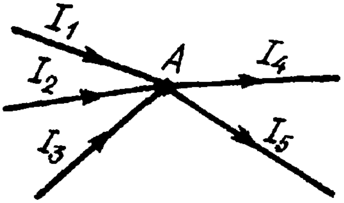
$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

ёки

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5 \qquad (9.51а)$$

кўринишда ёзилади: Бу ифодага биноан Кирхгофнинг биринчи қоидасини яна бундай таърифлаш мумкин:

Электр занжирининг тугунга келувчи токларнинг алгебраик йиғиндиси тугундан кетувчи токларнинг алгебраик йиғиндисига тенг



9.14- расм

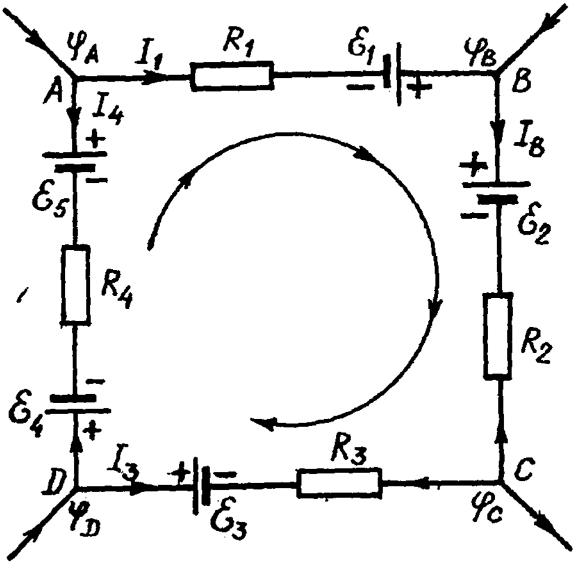
Кирхгофнинг иккинчи қоидаси: Кирхгофнинг иккинчи қоидаси тармоқланган занжирнинг ихтиёрий ёпиқ контури учун тааллуқли бўлиб, унинг математик ифодасини занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун Ом қонунининг (9.49) ифодасидан фойдаланиб осонгина исботлаш мумкин. Фараз қилайлик, тармоқланган мураккаб занжирнинг бирор $ABCDA$ ёпиқ контури берилган бўлсин (9.15-расм). Бу ёпиқ контурга Ом қонуни (9.49) ни қўллашда қуйидаги шартларга риоя қилиш керак.

1. Ёпиқ занжир қисмининг тўлиқ қаршилиги R ни ташқи ва ички қаршиликларнинг йиғиндисига тенг деб ҳисобланади.

2. Ёпиқ занжир қисмларидаги токнинг йўналиши контурнинг айланиш йўналиши билан мос тушса, токни мусбат, тескари йўналганлари эса манфий ҳисобланади.

3. Электр занжиридаги ток манбаларининг манфий қутбидан мусбат қутбига томон йўналиши контурнинг айланиши билан мос тушса, манбанинг ЭЮК мусбат ишора билан, акс ҳолда эса манфий ишора билан олинади.

Шундай қилиб, Ом қонуни (9.49) ни ёпиқ занжирнинг қуйидаги қисмлари учун ёзамиз:



9.15-расм

AB қисми учун: $I_1R_1 = \varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_1$;

BC қисми учун: $I_2R_2 = \varphi_B - \varphi_C + \mathcal{E}_2$;

CD қисми учун: $I_3R_3 = \varphi_C - \varphi_D + \mathcal{E}_3$;

DA қисми учун: $I_4R_4 = \varphi_D - \varphi_A + \mathcal{E}_4 + \mathcal{E}_5$.

Бу тенгламаларнинг чап ва ўнг томонлари мос равишда қўшиб юборилса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$I_1R_1 + I_2R_2 - I_3R_3 - I_4R_4 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_4 + \mathcal{E}_5. \quad (9.52)$$

Бу ифода Кирхгоф иккинчи қоидасининг хусусий ҳолдаги математик ифодаси бўлиб, уни умумий кўринишда бундай ёзиш мумкин

$$\sum_{i=1}^{n} I_iR_i = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{E}_i \quad (9.52a)$$

Шундай қилиб, Кирхгофнинг иккинчи қоидасини бундай таърифлаш мумкин:

Тармоқланган электр занжирининг ихтиёрий ёпиқ контури қисмларидаги ток кучларини мос равишда қаршиликларига кўпайтмаларининг алгебраик йиғиндиси шу контурдаги ЭЮК ларнинг алгебраик йиғиндисига тенг.

Кирхгофнинг иккала қоидасини тармоқланган мураккаб занжир учун татбиқ қилиб, номаълум токларни аниқлашга имкон берадиган тенгламалар системаси тузилади. Бунда тузиладиган тенгламалар сони номаълум токлар сонига тенг бўлиши керак. Шунинг учун ҳам Кирхгофнинг иккала қоидаси тармоқланган мураккаб занжирга тегишли масалаларни умумий ечиш усулини беради.

9.7. ЭЛЕКТР ТОКИНИНГ ИШИ, ҚУВВАТИ ВА ИССИҚЛИК ТАЪСИРИ

1. **Электр токининг иши ва қуввати.** Ўтказгичдан электр токи ўтаётган зарядлар потенциали катта бўлган нуқтадан кичик потенциалли нуқтага кўча боради. Ўтказгич учларидаги потенциаллар айирмаси-кучланиш U ўзгармас қолганда q зарядининг ўтказгич бўйлаб кўчишида бажарилган иш A ни q $(\varphi_1 - \varphi_2)$ формуладан топиш мумкин:

$$A = qU. \tag{9.53}$$

Бироқ ўтказгичнинг кўндаланг кесимидан t вақт ичида олиб ўтилган заряд $q = It$ ни (9.53) га қўйилса:

$$A = IUt. \tag{9.53а}$$

Бу формулани Ом қонуни $I = \frac{U}{R}$ дан фойдаланиб, токнинг ўтказгичдаги бажарган иши А учун

$$A = qU = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t. \tag{9.53б}$$

кўринишидаги формулаларни олиш мумкин.

Шундай қилиб, заряд Кулон (Кл) да, кучланиш Вольт (В) да, токнинг кучи Ампер (А) да, қаршилик Ом (Ом) да ва вақт секунд (с) да ўлчанса, бажарилган иш Жоуль (Ж) да ўлчанади ва (9.53б) га асосан:

$$1\text{Ж} = 1\text{Кл}\cdot 1\text{В} = 1\text{А}\cdot 1\text{В}\cdot 1\text{с} = 1\text{А}^2 1\text{Ом}\cdot 1\text{с} = \frac{1\text{В}^2}{1\text{Ом}}1\text{с}.$$

Амалиётда иш учун бу бирликлардан ташқари бошқа бирликлар ҳам қўлланилади. Ишнинг бу бирликлари системага кирмаган бирликлар бўлиб, улар қуйидагилардир:

$$1\,ватт\cdot соат = 1\,Вт\cdot соат = 3{,}6\cdot 10^3\,Вт\cdot с = 3{,}6\cdot 10^3\,Ж;$$

$$1\,гектоватт\cdot соат = 1\,гВт\cdot соат = 3{,}6\cdot 10^5\,Вт\cdot с = \\ = 3{,}6\cdot 10^5\,Ж;$$

$$1\,киловатт\cdot соат = 1\,кВт\cdot соат = 3{,}6\cdot 10^6\,Вт\cdot с = \\ = 3{,}6\cdot 10^6\,Ж;$$

$$1\,меговатт\cdot соат = 1\,МВт\cdot соат = 3{,}6\cdot 10^9\,Вт\cdot с = \\ = 3{,}6\cdot 10^9\,Ж;$$

Ишнинг бажарилиш тезлиги қувват деб аталувчи физик катталик билан тавсифланади. Электр токининг қуввати N токнинг бажарган иши A ни токнинг ўтиш вақти t га нисбатига тенг:

$$N = \frac{A}{t}. \tag{9.54}$$

Бу ифодага асосан қувватни қуйидагича таърифлаш мумкин:

Электр токининг қуввати деб, вақт бирлиги ичида токнинг бажарган ишига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Токнинг бажарган иши A нинг ифодасини (9.53) дан (9.54) га қўйилса, электр токи қуввати N учун ушбу формулаларни ёзиш мумкин:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{qU}{t} = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}. \tag{9.54а}$$

Шундай қилиб, электр токининг қуввати СИ ватт (Вт) ларда ўлчаниб, уни (9.55а) биноан бошқа бирликлар орқали қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$1\,Вт = \frac{1\,Ж}{1\,с} = \frac{1\,Кл\cdot 1\,В}{1\,с} = 1\,А\cdot 1\,В = 1\,А^2\,1\,Ом = \frac{1\,В^2}{1\,Ом}.$$

2. Ток манбаининг бажарган иши ва қуввати. Ташқи тур энергия ҳисобига олинган электр энергия катталигини ифодаловчи ёт кучларнинг бажарган тўлиқ иши A_T ни (9.53б) муносабатдаги кучланиш U ни ЭЮК $\mathcal{E}$ билан, қаршилик R ни умумий қаршилик $(R+r)$ билан алмаштириб аниқлаш мумкин, яъни:

$$A_T = q\mathcal{E} = I\mathcal{E}t = I^2(R+r)t = \frac{\mathcal{E}}{R+r}t, \qquad (9.55)$$

бунда: $\mathcal{E}$ —манбанинг ЭЮК, r эса унинг ички қаршилиги.

Ток манбаининг қуввати N ҳам вақт бирлиги ичида бажарилган ишга миқдор жиҳатдан тенг бўлгани учун (9.54а) га монанд равишда қуйидагига тенг бўлади:

$$N_T = \frac{A_T}{t} = \frac{q\varepsilon}{t} = I\varepsilon = I^2(R+r) = \frac{\varepsilon^2}{R+r}. \qquad (9.55а)$$

3. Ташқи занжирдаги қувват ва ток манбаининг ФИК.

ЭЮК $\mathcal{E}$ ва ички қаршилиги r бўлган ток манбаи R қаршиликли ташқи занжирга улангаи бўлсин (9.13-расм). У вақтда ташқи занжирда ажралган қувват:

$$N = I^2R = \mathcal{E}^2\frac{R}{(R+r)^2}. \qquad (9.56)$$

Бундан ташқи занжирда олиш мумкин бўлган максимал қувватни топиш учун (9.55а) дан қаршилик R бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилани нолга тенглаштириб, максимал қувватга мос келган $R = R_{\text{мах}}$ ни аниқлаш мумкин, яъни:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dR}\left[\mathcal{E}^2\frac{R}{(R+r)^2}\right] = \mathcal{E}^2\frac{r^2 - R^2_{max}}{(R_{мах}+r)^4} = 0.$$

Бундан қуйидаги шарт келиб чиқади:

$$R_{\text{мах}} = r. \qquad (9.57)$$

Шундай қилиб, *ташқи занжирнинг қаршилиги манбанинг ички қаршилигига тенг бўлганда, ташқи занжирда максимал қувват ажралади.*

(9.57)га асосан ташқи занжирда ажралган максимал қувват:

$$N_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}. \qquad (9.57а)$$

Бироқ ток манбаларидан амалий фойдаланишда фақат қувватгина муқим бўлмай, уларнинг фойдали иш коэффициенти (ФИК) ҳам муҳим аҳамиятга эгадир.

Ток манбаининг фойдали иш коэффициенти деб, бажарилган фойдали ишнинг манбанинг тўлиқ бажарилган ишига нисбатига айтилади:

$$\eta = \frac{A}{A_T} = \frac{I^2Rt}{I^2(R+r)t} = \frac{R}{R+r}. \qquad (9.58)$$

Ток манбаининг ФИК η нинг занжирдаги токнинг кучи I га боғланиши $\eta = f(I)$ қуйидаги кўринишга эга:

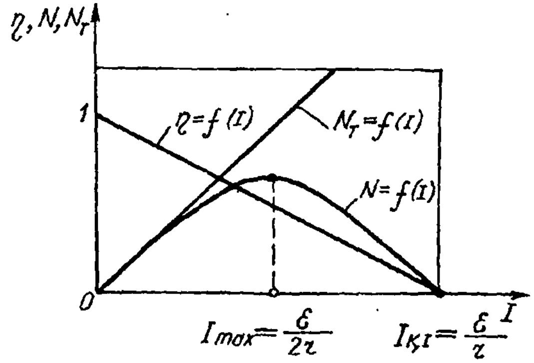
$$\eta = \frac{A}{A_T} = \frac{IUt}{I\varepsilon t} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon} = 1 - \frac{r}{\varepsilon} I. \qquad (9.58)$$

Занжир очиқ бўлганда ($I = 0$) манбанинг ФИК энг катта қийматига эришади, яъни $\eta = 1$ бўлади, сўнгра токка нисбатан чизиқли қонун бўйича камайиб бориб, қисқа туташув $\left(I_{қ.т} = \frac{\varepsilon}{r}\right)$ да нолга айланади (9.16-расмга қ.).

Худди шунинглек, фойдали қувват $N_ф$ нинг ток кучи I га боғланиши $N_ф = f(I)$ қуйидаги кўринишга эгадир:

$$N_ф = N_T - N_r = I\mathcal{E} - rI^2; \qquad (9.59)$$

бунда $N_r = rI^2$—манба ичида сарф бўлган қувват.



9.16-расм

Фойдали қувват $N_ф$, тўлиқ қувват $N_т$ ва ФИК η нинг ток кучи I га боғланиш $N_ф=f(I)$, $N_т=f(I)$ ва $\eta=f(I)$ графиклари (9.59), (9.55а) ва (9.58) формулалар асосида 9.16-расмда тасвирланган. Графикдан кўринадики, фойдали қувват $N_ф$ максимал қиймат $N_ф=N_{мах}$ га эришган ток кучи $I_{мах}=\frac{\varepsilon}{2r}$ га ва ФИК эса $\eta=\frac{1}{2}$ (ёки 50%) га тенг бўлар экан. Манбанинг ФИК η бирга яқин бўлганда фойдали қувват $N_ф$ манба эриша оладиган максимал қувват $N_{мах}$ га қараганда кичик бўлади.

Қисқа туташув ҳолида, юқорида қараб чиқилгандаги каби, фойдали қувват $N_ф=0$ ва манба қувватининг ҳаммаси манба ичида ажралади. Бу эса манбанинг ички қисмларини қиздириши ва уни ишдан чиқариши мумкин. Шунинг учун қисқа туташувга йўл қўймаслик керак.

4. Токнинг ва ток манбаининг энергияси. Энергиянинг сақланиш қонунига биноан токнинг бажарган иши текширилаётган электр занжири қисмларидаги энергиянинг ўзгаришига тенг бўлиши керак. Шунинг учун ток манбаи (ток генератори, гальваник элемент, аккумулятор ва шу каби)дан истеъмолчига ток узатаётган ўтказгичда ва занжирнинг аниқ бир қисмида ажралган энергия токнинг бажарган ишига айланади. Бинобарин, электр токининг бажарган иши (9.53б) миқдор жиҳатдан занжирда ажралган фойдали энергия $N_ф$ га тенг бўлади:

$$W_ф = qU = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t. \qquad (9.60)$$

ЭЮК η ва ички қаршилиги r бўлган ток манбининг тўла энергияси $W_т$ ҳам миқдор жиҳатдан манбанинг тўла бажарган иши (9.55) га тенг бўлади:

$$W_ф = q\mathcal{E} = I\mathcal{E}t = I^2Rt = \frac{\varepsilon^2}{R+r}t. \qquad (9.60а)$$

Токнинг энергияси W ҳам худди иш сингари СИ да Жоуль (Ж) ларда ўлчанади.

5. Жоуль-Ленц қонуни. Энергиянинг сақланиш қонунига биноан, электр энергияси бошқа турдаги, масалан, механик, иссиқлик, кимёвий, магнит майдон, ёруғлик ва шу каби энергияларга айланади. Ўтказгичдан ток ўтаётганда эркин электронлар кристалл панжара тугунларидаги ионлар билан тўқнашганда уларга кўпроқ энергия узатиб, камроқ энергия олади. Эркин электронлар энергиясининг камайиши электр майдон энергияси ҳисобига тиклана боради. Натижада эркин электронлар билан кристалл панжара тугунларидаги ионлар ўртасидаги иссиқлик мувозанати бузилади ва ўтказгичнинг ҳарорати орта боради. Бинобарин, токли ўтказгич қизийди.

Рус олими Э. Х. Ленц (1804—1865) ва инглиз олими Ж. Н. Жоуль (1818—1889) бир-биридан хабарсиз ҳолда токнинг иссиқлик таъсирини ифодаловчи қонунни биринчи марта 1843 йилда экспериментал текшириш натижалари асосида кашф қилишди. Бу қонун Жоуль-Ленц қонуни дейилиб, бундай таърифланади:

Ўтказгичдан ток ўтганда ажралиб чиққан иссиқлик миқдори ток кучининг квадрати билан ўтказгич қаршилиги ва ўтиш вақтининг кўпайтмасига тенг:

$$Q = I^2Rt. \qquad (9.61)$$

Бундан кўринадики, ўтказгичда ажралган иссиқлик миқдори токнинг занжир бир қисмида бажарган иши *A* га тенг экан.

Токнинг бажарган иши (9.53б) формулага биноан турли кўринишга эга эканлигини назарга олиб, Жоуль-Ленц қонунининг математик ифодасини яна қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$Q = I^2Rt = qU = IUt = \frac{U^2}{R}t. \qquad (9.61а)$$

Исиқлик миқдори СИ да иш, энергия сингари Жоуль (Ж) лaрда ифодаланади.

Токнинг иссиқлик таъсиридан электр иситгич асбоблари, чўғланма лампалар, эритувчи сақлагичлар, электр ўлчов асбоблари ва шу кабиларни ясашда фойдаланилган.

Замонавий чўғланма лампалар қатор олимларнинг қунт билан олиб борган узоқ муддатли ишларининг натижасидир. Чўғланма лампанинг тараққиётида А. Н. Лодигин (1847—1923)нинг ишлари катта аҳамиятга эга. У 1972 йилда биринчи кўмир толали чўғланма ёритиш лампани кашф қилиб, 1873 йилдаёқ Петербургда турли хилдаги лампаларни очиқ намойиш қилди. 1890 йилга келиб, Лодигин қийин эрийдиган металлар: вольфрам, молибден ва бошқалардан ясалган толали чўғланма лампаларни яратди.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Электр токи деб нимага айтилади? Ўтказувчанлик ва конвекцион ток нима?

2. Токнинг мавжудлигини ифодаловчи қандай ҳодисаларни биласиз?

3. Токнинг кучи ва ток кучининг зичлиги деб нимага айтилади? Уларнинг СИ даги ўлчов бирликлари қандай?

4. Металларнинг электрон ўтказувчанлиги Мандельштам-Папалекси ва Стюарт-Толмен тажрибаларида қандай тасдиқланган? 5. Электроннинг солиштирма заряди деб нимага айтилади, унинг сон қиймати нимага тенг?

6. Металларнинг Друде-Лоренц классик электрон назарияси нимага асосланган?

7. Токни ҳосил қилган эркин электронларнинг тартибли ҳаракат тезлигини қандай ҳисоблаш мумкин? Металларда ток қандай тезлик билан ҳаракатланади?

8. Металларнинг классик электрон назарияси асосида Ом ва Жоуль-Ленц қонунларининг дифференциал тенгламаларининг ифодаси чиқарилсин.

9. Металларнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги нимага боғлиқ?

10. Металл иссиқлик ва электр ўтказувчанлигининг ўзаро боғланишини ифодаловчи Видоман-Франц қонунини таърифланг ва унинг математик ифодасини исботланг?

11. Ўзгармас ток деб қандай токка айтилади? Занжирнинг бир қисми учун Ом қонуни таърифлансин ва унинг математик ифодаси ёзилсин.

12. Ўтказгичнинг электр қаршилиги деб нимага айтилади ва у нимага боғлиқ. Ўтказгичнинг солиштима қаршилиги деб нимага айтилади?

13. Ўтказгичнинг қаршилиги ҳароратга қандай боғланган? Ўтказувчанлик ҳодисаси деб нимага айтилади? Қандай ўтказгичлар ўта ўтказгичлар деб аталади?

14. Ўзаро кетма-кет ва параллел уланган ўтказгичларнинг қаршилиги қандай ҳисобланади?

15. Электр юритувчи куч нима? Бир жинсли бўлмаган занжирнинг бир қисми учун Ом қонунининг математик ифодасини ёзинг. Ёпиқ занжир учун Ом қонунини таърифланг ва формуласини ёзинг.

16. Тармоқланган занжир учун Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қоидасини таърифланг ҳамда формулаларини ёзинг.

17. Токнинг иши ва қувватининг формулалари ёзилиб, таърифлансин. Уларнинг СИ даги ўлчов бирликлари қандай?

18. Токнинг энергияси ва Жоуль-Ленц қонунининг формулаларини ёзинг.

10-БОБ

СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАРДА ЭЛЕКТР ТОКИ

10.1. ЭЛЕКТР ЎТКАЗУВЧАНЛИК

Тоза суюқликларнинг кўпчилиги, жумладан, мутлақо тоза сув, керосин, минерал ёғлар ва шу кабилар электр токини ёмон ўтказувчилардир. Бироқ тузлар, кислоталар ҳамда ишқорларнинг сувдаги ва баъзи бошқа суюқликлар-даги эритмалари—электролитлар электр токини яхши ўтказади. Масалан, дистилланган сувга озгина ош тузи (NaCl) ташланса ёки бир неча томчи сульфат кислота томизилса, сув яхши ўтказгич бўлиб қолади, чунки купчилик кислота, ишқор ва тузлар эриганда уларнинг нейтрал молекулалари мусбат ва манфий зарядли ионларга ажралади.

Нейтрал молекулаларнинг ионларга ажралиш ҳодисасига электролитик диссоциация дейилади. Ўрта мактабдан маълумки, электролитлардан ток ўтганда электродларда шу моддалар таркибий қисмларга ажралади. Шундай қилиб, ток ўтганда қисмларга ажраладиган ўтказгичларга юқорида айтилгандек, иккинчи тур ўтказгичлар ёки электролитлар дейилиб, уларнинг ўтказувчанлигига эса электролит ўтказувчанлик дейилади.

Агар электролитдаги бир хил ишорали зарядга эга бўлган ионларнинг концентрацияси $n = n_+ = n_-$ бўлса, электролитдан ўтаётган ток кучининг зичлиги $\vec{j}$ мусбат ва манфий ионлар ҳосил қилган ток кучлари зичликлари $\vec{j}_+$ ва $\vec{j}_-$ нинг йиғиндисига тенг:

$$\vec{j} = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = en\vec{v}_+ + en\vec{v}_- = en(\vec{v}_+ + \vec{v}_-) \qquad (10.1)$$

бунда: $\vec{v}_+$ ва $\vec{v}_-$ – мусбат ва манфий зарядли ионларнинг тартиблашган ҳаракат (дрейф) тезлиги. Электролитдаги ионларнинг дрейф тезлиги $\vec{v}$ майдоннинг кучланганлиги $\vec{E}$ га пропорционалдир:

$$\vec{v} = u\vec{E}, \qquad (10.2)$$

бунда u—ионнинг ҳаракатчанлиги.

Ионларнинг ҳаракатчанлиги деб, электр майдон кучланганлиги бир бирликка тенг бўлганда, ионларнинг олган дрейф тезлигига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

У вақтда (10.2) га биноан (10.1) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{j} = en(u_+ + u_-)\vec{E} = \gamma\,\vec{E} \qquad (10.3)$$

Бу формула электролитлар учун Ом қонунининг математик ифодаси бўлиб, *электролитдан ўтаётган ток кучининг зичлиги $\vec{j}$ электр майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га пропорционалдир.* Электролитнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги γ ионларнинг концентрацияси n га мусбат ва манфий ионларнинг ҳаракатчанлиги u_+, u_- га боғлиқдир, яъни:

$$\gamma = en\left(u_+ + u_-\right). \tag{10.3a}$$

Ионларнинг концентрацияси n эрувчи модда молекулаларининг тўлиқ концентрацияси n_0 га пропорционалдир:

$$n = \alpha n_0, \tag{10.4}$$

бунда: α—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унга диссоциация коэффициенти дейилади. (10.4) ни (10.3) га қўйилса,

$$\gamma = en_0\alpha\left(u_+ + u_-\right)\vec{E} = \gamma\ \vec{E} \tag{10.5}$$

бўлади. Бунда электролитнинг солиштирма ўтказувчанлиги:

$$\gamma = en_0\alpha\left(u_+ + u_-\right). \tag{10.5a}$$

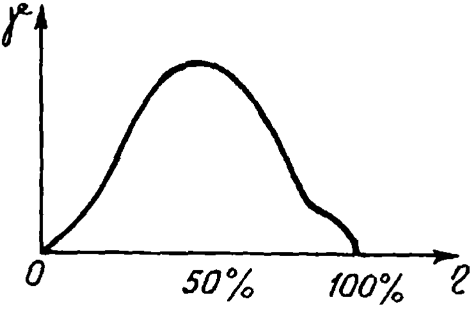
Электролитдаги эриган модда эквивалент концентрация деб аталувчи η катталик билан ҳам тавсифланади.

Эритманинг эквивалент концентрацияси η эриган модда молекуласи концентрацияси n_0 нинг Авогадро сони N_A га нисбатига, яъни $\eta = \frac{n_0}{N_A}$ га тенг. Ионнинг элементар заряди e нинг Авогадро сони N_A га кўпайтмаси эса Фарадей сони $F = eN_A$ га тенг бўлади. Булардан, $n = \eta N_A$ ва $e = \frac{F}{N_A}$ ларни (10.5а) га қўйилса:

$$\vec{j} = F\eta\ \alpha\left(u_+ + u_-\right)\vec{E} = \gamma\ \vec{E}. \tag{10.6}$$

бўлади, бунда:

$$\gamma = F\eta\ \alpha\left(u_+ + u_-\right). \tag{10.6a}$$



10.1-расм

(10.6а) муносабатдан кўринадики, *электролитнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги* γ *диссоциация коэффициенти* α *га ионлар ҳаракатчанликларининг йиғиндиси* $(u_+ + u_-)$ *га пропорционалдир.*

Диссоциация коэффициенти α эритманинг эквивалент концентрацияси η га боғланиши мураккаб характерга эга. Тоза эритувчи суюқлик учун солиштирма электр ўтказувчанлик $\gamma = 0$, чунки эквивалент концентрация η ҳам нолга тенг бўлади. Сўнгра, η ортга борган сари γ ҳам орта бориб, бирор максимумга эришади ва ундан кейин яна камая боради. 10.1-расмда сульфат кислотаси (H_2SO_4) нинг сувдаги эритмаси учун γ нинг η га боғланиш графиги келтирилган.

Электролитлар эквивалент солиштирма ўтказувчанлик деб аталувчи $\gamma/\eta = \lambda$ катталик билан ҳам тавсифланади. У ҳолда (10.6а) тенгликни яна қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\lambda = F\alpha(u_+ + u_-). \qquad (10.7)$$

Фарадей сони F ва берилган электролитлар учун ионларнинг ҳаракатчанлиги u_+, u_- лар доимий катталик бўлгани учун, (10.7) га биноан:

$$\lambda = C\alpha, \qquad (10.7а)$$

бунда С—берилган электролит учун ўзгармас катталикдир.

Шундай қилиб, *электролитнинг эквивалент солиштирма электр ўтказувчанлиги* λ *диссоциация коэффициенти* α *га пропорционалдир.*

Агар электролит жуда кучсиз эритмадан иборат бўлса, $\alpha = 1$ бўлиб, $\lambda = C$ бўлади, яъни жуда кучсиз эритма учун эквивалент концентрация λ га боғлиқ бўлмай қолади в эквивалент солиштирма электр ўтказувчанликнинг бу ўзгармас қийматини λ_∞ билан белгилаб (10.7а) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\lambda_\infty}. \tag{10.7б}$$

(10.7) ва (10.7б) га биноан λ_∞ нинг қиймати ионларнинг u_+, u_- ҳаракатчанликлари билан қуйидаги боғланишга эга:

$$\lambda_\infty = F(u_+ + u_-) \tag{10.8}$$

Шундай қилиб, жуда кучсиз концентрацияли электролитнинг солиштирма эквивалент электр ўтказувчанлигини ўлчаб, (10.8) формуладан ионлар ҳаракатчанликларининг йиғиндиси $(u_+ + u_-)$ ни топиш мумкин.

Тажрибанинг кўрсатишича, электролитдан электр токи ўтганда электродларда модда ажралар экан. Бундай ҳодисага электролиз деб ном берилган. Электролиз учун тажрибалар асосида аниқланган қонунлар элементар физика курсидан маълум бўлса ҳам яна бир бор эслатиб ўтамиз.

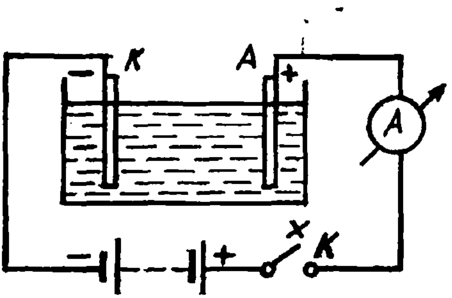
10.2. ФАРАДЕЙНИНГ ЭЛЕКТРОЛИЗ ҚОНУНЛАРИ

Юқорида қараб чиқилган диссоциацияланишнинг тескари жараёнига рекомбинация ёки молизация дейилади. Кучсиз эритмаларда диссоциация ҳодисаси молизация ҳодисасидан кучлироқ бўлади, шунинг учун ҳам бундай эритмаларда ҳар доим ионлар мавжуддир.

Электролитда ташқи электр майдон бўлмаганда диссоциацияланиш натижасида ҳосил бўлган ионлар хаотик (тартибсиз) ҳаракатда бўлади. Агар электролитга туширилган К — катод ва А — анод доимий ток манбаига уланса (10.2-расм), майдон таъсирида ионлар тартибли ҳаракатлана бошлайди ва электролитда электр токи ҳосил бўлади.

Мусбат зарядли ионлар манфий электрод — катод (К) га томон ҳаракатланганлари учун улар катионлар деб аталиб, манфий зарядли ионлар эса мусбат электрод — анод (А) га томон ҳаракатланганлари учун улар анионлар дейилади.

Ионлар тегишли электродга бориб етгандан кейин унга ортиқча электронини беради ёки ундан етмаганини олиб нейтрал атом ёки молекулага айланади.



10.2- расм

Электролитдаги моддаларнинг электр токи таъсирида ажралиб чиқиш жараёнига электролиз деб аталади. Мисол тариқасида, мис хлорид ($CuCl_2$) тузининг эритмаси орқали электр токи ўтганда рўй берадиган жараённи қараб чиқамиз. Эритмада мис хлорид молекуласи икки карра мусбат зарядланган мис атомининг иони Cu^{++} га ва бир карра манфий зарядланган иккита хлор иони $2Cl^-$ га диссоциацияланади:

$$CuCl \leftrightarrows Cu^{++} + 2Cl^-.$$

У вақтда эркин электронни е орқали белгилаб, катод ва анодда учрашган ионлар учун қуйидаги кўринишдаги реакцияларни ёзиш мумкин:

$$Cu^{++} + 2e = Cu,$$

$$2Cl^- - 2e = 2Cl.$$

Демак, мис иони Cu^{++} катоддан иккита электронни олиб, нейтрал мис атоми Cu га айланади, хлор иони Cl^- эса анодга битта электронни бериб, нейтрал хлор атоми Cl га айланади.

Шундай қилиб, *электролиз жараёнининг бевосита натижаси электродларда электролитнинг кимёвий парчаланиш маҳсулотларини тўпланишидир.*

1833 йилда инглиз олими М. Фарадей (1791—1897) тажрибалар асосида электролизнинг иккита қонунини кашф қилган бўлиб, улар Фарадей қонунлари деб аталади.

Фарадейнинг биринчи электролиз қонуни қуйидагича таърифланади:

Электролиз вақтида электродларда ажралган модданинг массаси электролит орқали ўтаётган заряд миқдорига тўғри пропорционал:

$$m = kq. \qquad (10.9)$$

бунда m—электродда ажралиб чиққан модданинг массаси, q—электролитдан ўтган заряд миқдори, k—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, у электродларнинг шаклига ҳам, токнинг кучига ҳам, ҳароратга ҳам, босимга ҳам боғлиқ бўлмасдан, турли моддалар учун ҳар хил бўлиб, унга модданинг электрокимёвий эквиваленти дейилади.

(10.9) формуладан модданинг электрокимёвий эквиваленти қуйидагига тенг бўлади:

$$к = \frac{m}{q}. \qquad (10.10)$$

Бу ифодага асосан модданинг электрокимёвий эквивалентини қуйидагича таърифлаш мумкин:

Модданинг электрокимёвий эквиваленти деб, электролитдан бир бирлик электр заряди ўтганда электродда ажралган модданинг массасига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Токнинг кучи $I = \frac{q}{t}$ дан $q = It$ нинг ифодасини (10.10) формулага қўйилса, Фарадей биринчи қонунининг математик ифодаси ушбу кўринишга келади:

$$m = kIt \qquad (10.11)$$

У ҳол Фарадейнинг биринчи электролиз қонунини яна қуйидагича таърифлаш мумкин:

Электролиз вақтида электродларда ажралган модданинг массаси токнинг кучига ва унинг электродда ўтиш вақтига тўғри пропорционалдир.

Фарадейнинг иккинчи электролиз қонуни модданинг электрокимёвий эквиваленти k билан диссоциацияланувчи молекула таркибидаги атомнинг килограмм—атом A нинг валентлик z га нисбати $\frac{A}{z}$ модданинг кимёвий эквиваленти орасидаги ўзаро боғланишни ифодалайди.

Фарадейнинг иккинчи электролиз қонуни бундай таърифланади:

Моддаларнинг электрокимёвий эквиваленти уларнинг кимёвий эквивалентига пропорционал, яъни:

$$k = C\frac{A}{z}, \tag{10.12}$$

бунда, C—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, барча модда учун бир хил қийматга эга. Агар C пропорционаллик коэффициентини $\frac{1}{F}$ билан белгиланса, Фарадейнинг иккинчи электролиз қонунини яна бундай ёзиш мумкин:

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{z} \tag{10.12 а}$$

Бундаги F катталикка Фарадей сони дейилади.

Фарадей сони деб, электродларда бир килограмм эквивалент модда ажратиш учун электролитдан ўтган зарядга миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Жаҳондаги энг яхши лабораторияларда ўтказилган кўпгина ўлчашлар натижасида Фарадей сонининг қуйидаги қиймати топилган:

$$F = 9648309\,\frac{\text{кл}}{\text{кл-экв}} \approx 9{,}65 \cdot 10^7\,\frac{\text{кл}}{\text{кмоль}}.$$

Фарадейнинг иккала (10.11) ва (10.12а) қонунларини бирлаштирсак, электролиз вақтида электродларда ажралиб чиқувчи модданинг массасини қуйидаги тенгламадан топиш мумкин:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{z} It. \tag{1013}$$

Бу формула Фарадей бирлашган қонунининг математик ифодаси бўлиб, у қуйидагича таърифланади:

Электролиз вақтида электродларда ажралган модданинг массаси кимёвий эквивалентига, токнинг кучига ва унинг ўтиш вақтига пропорционалдир.

Фарадей сони F элементар заряд—электрон заряди e нинг Авогадро сони N_A га кўпайтмасига тенг:

$$F = eN. \tag{10.14}$$

Бундан электроннинг заряди қуйидагига тенг эканлиги келиб чиқади:

$$e = \frac{F}{N_A} = \frac{96485309\,\text{Кл}\cdot\text{кмоль}^{-1}}{6{,}0221367\cdot 10^{26}\,\text{кмоль}^{-1}} = 1{,}60217733\cdot 10^{-19}\,\text{Кл}$$

Элетрон зарядининг шу усул билан топилган қиймати замонавий топилган қийматига тўғри келади.

10.3. ЭЛЕКТОРЛИЗНИНГ ТЕХНИКАДА ҚЎЛЛАНИЛИШИ

1. Гальваностегия. Электролиз ёрдамида металл буюмларни бошқа металларнинг юпқа қатлами билан қоплашга гальваностегия деб аталади. Жумладан, буюмларни занглашдан сақлаш ё уларнинг мустаҳкамлигини ошириш ва баъзан уларга сайқал бериш мақсадида уларни никеллаш, олтин ёки кумуш сувини юритиш, хромлаш ва шунга ўхшашлар гальваностегия йўли билан амалга оширилади.

2. Гальванопластика. Буюмларнинг шаклини қайталан тиклаш учун бир неча миллиметр қалинликдаги металл қатламларни ҳосил қилишга гальванопластика дейилади.

1838 йилда рус академиги Б. С. Якоби (1801—1874) рельефли буюмлар (медаль, танга ва шу кабилар нусхаларининг аниқ тасвирини гальванопластика усули билан олишни таклиф қилган. Бу усул билан буюмнинг фазовий тасвирини ёки нусхасини олиш учун мум ёки гипсдан унинг аниқ нусхаси ясалади. Нусха сирти электр ўтказувчан бўлиши учун унга графит кукунлари сепилади. Шундан кейин буюмнинг нусхаси катод сифатида тегишли металл тузининг эритмаси солинган электролитик ваннага туширилади. Электролизда электролитдан металл буюмнинг нусхаси сиртида ажралади ва буюмнинг металл нусхаси ҳосил қилинади.

3. Металларни рафинлаш. Электролиз йўли билан кимёвий жиҳатдан тоза металларни олишга металларни рафинлаш деб аталади.

Электротехникада кўп ҳолларда соф мис ишлатишга тўғри келади. Бунинг учун тозаланмаган мис қуйидагича рафинланади: массаси 150 дан 200 кг гача бўлган тозаланмаган мис анод сифатида олинади, электролит сифатида эса мис купароси ($CuSO_4$) нинг сульфат кислота (H_2SO_4) даги эритмаси олинади. Сирти бир озгина мойланган ёки мумланган юпқа мис пластинкалари катод сифатида олинади. Сўнгра электролитдан $J = 250\frac{A}{м^2}$ дан ошмайдиган ўзгармас ток ўтказилади. Соф мис катодда тўпланиб, анодда эса эрийди, бошқа модда аралашмалари эса ғовак тўқима ҳосил қилиб, аста-секин ванна тубига чўкади. Бундай чўкмада баъзан нодир металлар, масалан, 3% олтин, 30% гача кумуш ва бошқа металлар бўлади. Бу усул билан олтин, кумуш, қалай, рух ва бошқа металлар ҳам рафинланади.

4. Электролитик силлиқлаш. Электролизда анод бўлиб хизмат қилувчи металл ток зичлиги энг кўп бўлган жойларда кўп эрийди, ток зичлиги эса электр майдон кучланганлиги энг катта бўлган жойларда катта бўлади. Ўтказгич сиртининг дўнг жойлари энг катта кучланганликка, ботиқ жойлари эса энг кичик кучланганликка эга бўлади. Шунинг учун ҳам анод сиртининг дўнг жойларидаги металл тез емирилиб, ботиқ жойларидагиси эса деярли емирилмайди, натижада анод бўлиб хизмат қилаётган металлнинг сирти силлиқланиб қолади.

5. Оғир сув олиш. Водород атомлари ўрнида атом массаси 2 га тенг бўлган водород изотопи Д, яъни дейтерий атомлари бўлган сув—D_2O га оғир сув дейилади. Оддий сувда ҳам бирор миқдорда оғир сув бўлади. Дейтерий ионлари $Д^+$ водород ионлари H^+ га нисбатан 2 баробар ортиқ массага эга бўлгани учун ҳаракатчанлиги кичик бўлади. Шунинг учун электролизда ажралган газда енгил водород бўлиб, электролитда эса оғир сувнинг концентрацияси ортиб боради. Бинобарин, электролиз йўли билан $Д_2O$ молекулалари кўп бўлган сув ҳосил бўлади.

6. Электрометаллургия. Тузларнинг сувдаги эритмаларининг электролизи билан бир қаторда суюлтирилган тузлар электролизи катта саноат аҳамиятига эга. Суюлтирилган ўювчи натрий (NaOH) дан тахминан 330°С ҳароратда электролиз билан натрий (Na) олинади. Худди шунингдек, суюлтирилган $MgCl_2$ ва $CaCl_2$ лардан магний ҳамда кальций олинади.

Гилтупроқ (Al_2O_3) нинг криолит (Na_3AlF_3) даги эритмасидан электролиз йўли билан алюминий (Al) олиш айниқса муҳимдир.

7. Алюминий оксидлаш. Агар бирор модда кислотаси билан аммиак аралашмасидан иборат эритмага туширилган алюминий анод билан электролиз қилинса, у ҳолда анодда ажралиб чиқувчи кислород алюминийни оксидлаб, унинг сиртида механик ва диэлектрик мустаҳкамлиги юқори бўлган Al_2O_3 нинг юпқа шишасимон пардасини ҳосил қилади.

Шундай қилиб, алюминийни электролиз йўли билан оксидлаш кичик ўлчамли, бироқ катта сиғимли конденсаторлар ясаш имконини берди.

10.4. ГАЛВАНИК ЭЛЕМЕНТЛАР ВА АККУММУЛЯТОРЛАР

1. Электрод потенциали. Агар қандайдир 1-тур ўтказгич, масалан, металл электролитга туширилса, ме-

таллда ва электролитда қарама-қарши ишорали зарядлар пайдо бўлади. Бунда металл электролитга нисбатан маълум электр потенциалига эга бўлади, ана шу электр потенциали электрод потенциали деб аталади.

Электроднинг эритмага нисбатан бирор потенциалида ионларнинг ҳар иккала оқими бир-бирига тенг бўлиб қолади ва электрод билан эритма орасида электрокимёвий мувозанат ўрнатилади. Ана шу мувозанат потенциали металлнинг мазкур эритмага нисбатан электрод потенциалидир. Электрод потенциали эритманинг концентрациясига боғлиқ. Бунинг учун нормал концентрацияли эритмага нисбатан электрод потенциали олинади. *Нормал концентрацияли эритма деб, 1м³ эритмада 1 кмоль ион бўлган 1 л да 1 моль ион бўлган эритмага айтилади. Бундай эритмадаги мувозанат потенциалига* абсолют нормал электрод потенциали дейилади. Баъзи моддалар учун нормал электрод потенциали 10.1-жадвалда келтирилган. Шунингдек, жадвалда электрод ва эритма орасидаги алмашувда иштирок этадиган ионлар ҳам келтирилган.

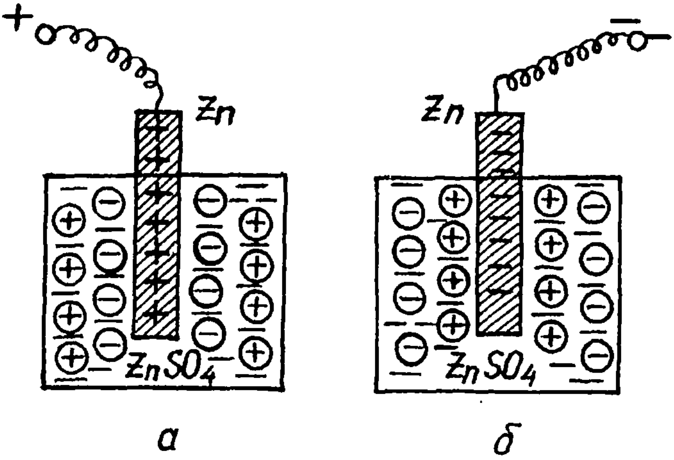
10.1-жадвал

Электрод		φ, В	Электрод		φ, В	Электрод		φ, В
Li	Li^+	-3,0	Cd	Cd^{++}	-0,4	Hg	Hg^{++}	+0,85
Na	Na^+	-2,7	Pb	Pb^{++}	0,13	Br^2	Br^-	+1,0
Mg	Mg^{++}	-2,4	H_2		0	Cl^2	Cl^-	+1,3
Al	Al^{+++}	-1,7	Cu	Cu^{++}	+0,34	F2	F^-	+2,6
Zn	Zn^{++}	-0,76	Ag	Ag^+	0.80			

Бирор электроднинг нормал потенциалини билган ҳолда унинг ихтиёрий концентрацияли эритмага нисбатан потенциалини ҳисоблаш мумкин.

Электрод атом потенциалининг ҳосил бўлишини тушунтириш учун электрод атом тузининг сувдаги эритмасига туширилган металлдан иборат бўлган энг содда ҳолни қараб чиқамиз. Жумладан, рух сульфат тузи $ZnSO_4$ нинг сувдаги эритмасига рух (Zn) пластинкаси туширилган бўлсин (10.9 а-расм). Бунда эритма—рух чегарасида Zn^{++} ва SO_4^{--} ионларнинг молизация ва аксинча, диссоциация реакцияси содир бўлади, яъни

$$Zn^{++} + SO_4^{--} \rightleftarrows ZnSO_4$$



10.3 - расм

Бу жараён натижасида Zn^{++} ионлари узлуксиз равишда электроддан эритмага ўтади. Рухнинг эриши сабабли Zn^{++} иони эритмага $+2e$ мусбат заряд олиб ўтади ва металлда $-2e$ зарядни ҳосил қилади.

Аксинча, электролитда бўлган Zn^{++} ионлар иссиқлик ҳаракатида рух (Zn) электродга дуч келади ва унда ўтириб қолади. Бунда электрод мусбат зарядланади, эритмада эса компенсацияланмаган SO_4^{--} ионлари қолади.

Агар Zn^{++} ионларининг электроддан эритмага ўтиш оқими ионларнинг тескари оқимидан кичик бўлса, электрод мусбат зарядланиб, эритма манфий зарядланади ва 10.3 а- расмда кўрсатилгандек қўш ионлар қатлами ҳосил бўлади. Қўш қатлам электр майдони ҳар иккала оқимни тенглаштиришга интилади.

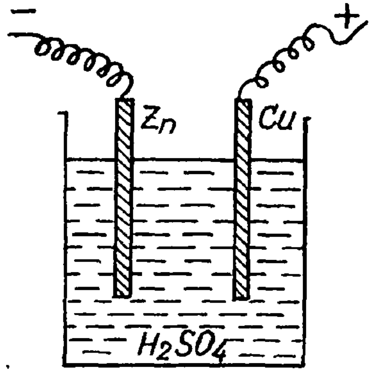
Агар Zn^{++} ионларининг электроддан эритмага ўтиш оқими ионларнинг эритмадан электродга ўтиш оқимидан катта бўлса, металл манфий зарядланиб, эритма эса мусбат зарядланади (10.3 б- расм). Бу ҳолда ҳам қўш ионлар қатлами ҳосил бўлади.

Қўш ионлар электр майдонининг ҳосил бўлишида кимёвий энергия электр энергияга айлана боради. Агар айни бир турдаги эритмага икки хил металл пластинкалар туширилса, электр майдонини ҳосил қиладиган потенциаллар фарқи ҳосил бўлади. Бинобарин, бу усул билан катта миқдорда электр энергиясини олишга имкон берадиган ток манбалари, яъни гальваник элементлар ва аккумуляторларни ҳосил қилиш мумкин.

2. Гальваник элементлар. Кимёвий энергияни электр энергияга айлантириб берадиган ток манбаларига гальваник элементлар дейилади.

1799 йилда италия олими А. Вольта (1745—1827) томонидан биринчи гальваник элементнинг кашф қилиниши ўтказгичларда ўзгармас токни ҳосил қилиш ва ўзгармас ток қонунларини ўрганишга имкон яратди.

Вольта элементи (10.4-расм) сульфат кислота (H_2SO_4) нинг кучсиз эритмасига туширилган мусбат зарядланадиган мис (Cu) ва манфий зарядланадиган рух (Zn) пластинкаларидан тузилган қурилмадир. Бу пластинкалар орасидаги потенциаллар айирмаси, яъни Вольта элементининг ЭЮК тахминан 1,1 В га тенг. Ҳақиқатан ҳам. Вольта элементида эритманинг концентрацияси меъёрида бўлса, у ҳолда 10.1-жадвалга мувофиқ, элементнинг ЭЮК қуйидагига тенг бўлади:



10.4- расм

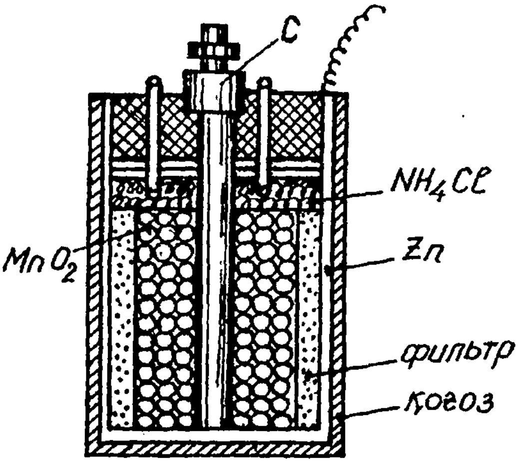
$$\varepsilon = \varphi_{cu} - \varphi_{zn} = 0.34\,В - (-0{,}76\,В) = 1{,}1\,В$$

Шуни қайт қилиш керакки, гальваник элементнинг ЭЮК пластинканинг катталигига ва эритманинг миқдорига боғлиқ эмас. Элементнинг ЭЮК, фақат ток манбаи ишлаётганда содир бўладиган кимёвий жараёнга боғлиқ.

Электроднинг қутбланиши. Агар Вольта элементи туташтирилса, занжирдаги токнинг кучи вақт ўтиши билан камая боради. Бу ҳодисанинг сабаби шундаки, элемент ишлаган вақтда водороднинг H^- мусбат ионлари рухдан мисга қараб ҳаракатланади ва мис электродда тўпланади. Электрод сиртида тўпланган водород металларга ўхшаб, ўз ионларини эритмага бериши сабабли элементнинг ЭЮК ε га қарама-қарши йўналган қутбланиш ЭЮК деб аталувчи $\varepsilon_п$ ҳосил бўлади. Шунинг учун ҳам Вольта элементи узоқ вақт ишлаганда, унинг мис электроди водород электродига айланиб қолади.

Шундай қилиб, *эритмадан ток ўтганда электрод сиртининг водород билан қопланиши сабабли электрод потенциалининг ўзгаришига электроднинг қутбланиши дейилади.*

Элемент электродлари ва эритмалари таркибини кераклигича ўзгартириб, қутбланишнинг зарарли таъсирини олди олиниши мумкин. Жумладан, гальваник элементларда қутбланишни йўқолиши учун ундан ажралаётган газ билан бирлашадиган моддани киритиш керак. Бундай модда қутбсизлагич (деполяризатор) деб аталади, қутбсизлантирилган элементлар эса қутбланмайдиган элементлар дейилади. Бундай элементлар етарлича турғун ишлайди. Шунинг учун ҳам бундай элементлар амалий қўлланишга эга.



10.5- расм

Қутбланмайдиган элементнинг ишлаш принципини Лекланше элементи мисолида қараб чиқамиз.

3. Лекланше элементи (10.5-расм). Лекланше элементининг манфий қутби рух пластинкадан, мусбат, қутби эса графит стерженлан иборат. Новшадил (NH_4Cl) нинг сувдаги эритмаси электролит хизматини ўтайди. Графит кукуни билан аралаштирилган ва графит стержень атрофига катта босим остида зичланган марганец (IV)=оксид (MnO_2) эса қутбсизлагич вазифасини бажаради. Марганец (IV)=оксиди кучли оксидловчи бўлгани учун аж-

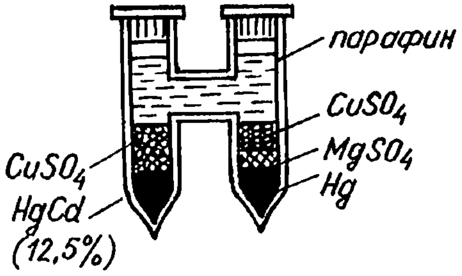
ралаётган водород билан реакцияга киришади ва бунинг натижасида сув молекулалари ҳосил бўлади:

$$2H + MnO_2 \rightarrow H_2O + MnO.$$

Шундай қилиб, графит стерженда газ ажралмайди. Манфий қутбда хлор ажралиши керак эди, лекин хлор ионлари рух ионлари билан қуйидаги реакцияга киришади:

$$2Cl + Zn^{++} \rightarrow ZnCl_2,$$

яъни манфий қутбда рух хлорид ҳосил бўлади. Лекланше элементининг ЭЮК 1,5В га тенг. Қуруқ Лекланше элементига сув қуйишга эҳтиёж йўқ, чунки унда крахмал билан қуюлтирилган новшадил эримасидан иборат тайёр электролитдан фойдаланилган.



10.6-расм

Қуруқ Лекланше батареялари радиоаппаратларнинг анод занжирини ток билан таъминлашда кенг қўлланилади.

Лаборатория амалиётида ўлчов қурилмалари учун кўпинча 10.6-расмда тасвирланган Вестоннинг кадмийли нормал элементлари ишлатилади.

4. **Аккумуляторлар**. Улар электролитик қутбланиш аккумуляторларида ёки бошқача айтганда, иккиламчи элементларда муҳим техникавий қўлланишга эга. Аккумуляторлар шундай гальваник элементларки, улардан ток олинганда сарф бўладиган модда дастлаб электролиз натижасида электродларда тўпланади.

Шундай қилиб, *ток ўтказилганда электр энергия манбаига айланадиган қурилмага аккумуляторлар ёки иккиламчи элементлар деб аталади. Аккумуляторлар орқали ток ўтказишга зарядлаш дейилади, ундан энергия манбаи сифатида фойдаланишга аккумуляторни зарядсизлаш дейилади.*

Аккумуляторлар ФИК, сиғими ва ЭЮК билан тавсифланади.

Аккумуляторнинг фойдали иш коэффициенти деб, аккумулятор зарядсизланишида уни зарядлашда сарфланган энергиянинг қанча қисмини беришни ифодаловчи сонга айтилади:

$$\eta = \frac{W_ф}{W_о}, \qquad (10.15)$$

бунда: $W_ф$—бериши мумкин бўлган фойдали энергия $W_о$—аккумуляторни зарядлаш энергияси.

Аккумуляторнинг сиғими деб, зарядсизланаётган вақтда занжир орқали ўта олиши мумкин бўлган энг кўп электр заряд миқдорига айтилади:

$$q = I \cdot t. \qquad (10.16)$$

Аккумуляторнинг сиғими амалда ампер-соатларда ўлчанади:

$$|q| = 1\ \text{А}\cdot\text{соат} = 3600\ \text{Кл}.$$

Амалда қўрғошинли аккумалятор (уларни кислотали аккумуляторлар деб ҳам юритилади) ва темир-никелли ёки ишқорли аккумуляторлар кенг қўлланилади. Биринчи қўрғошинли аккумуляторни 1860 йилда француз физиги Плантэ (1834—1889) ихтиро қилган. Ишқорли аккумуляторнинг биринчи нусхасини 1903 йилда америкалик кашфиётчи Т. Эдисон (1847—1931) яратган эди.

Қўрғошин (ёки кислотали) аккумулятор сульфат кислота (H_2SO_4) нинг сувдаги эритмасига ботирилган иккита қўрғошин (Pb) электроддан иборат. Электродлар эритмага ботирилганда уларда $PbSO_4$ қўрғошин сульфат тузи ҳосил бўлади ва эритма ана шу туз билан бойийди. Аккумуляторни зарядлашда манбанинг мусбат қутби билан уланган электродда қўрғошин оксидланиб, қўрғошин (IV)=оксиди PbO_2 га айланади. Аккумуляторнинг бу ҳолатини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\underbrace{Pb(-)}_{\text{электрод}} \left| \underbrace{\begin{matrix}\text{эритма}\ldots H_2SO_4 \\ \left.\begin{matrix}\text{тўйинган}\\ \text{эритма}\end{matrix}\right\} PbSO_4\end{matrix}}_{\text{электролит}} \right| \underbrace{PbO_2(+)}_{\text{электрод}}$$

Аккумуляторни зарядсизлантириш (разрядлаш)да унинг мусбат қутби аста-секин оксидсизланади ва унда қайтадан $PbSO_4$ ҳосил бўла бошлайди, бу манфий электродда ҳам пайдо бўла бошлайди.

Аккумуляторни зарядлаш ва зарядсизлантиришда қуйидаги реакция боради:

$$2PbSO_4 + 2H_2O \underset{\text{разрядлаш}}{\overset{\text{зарядлаш}}{\rightleftarrows}} PbO_2 + Pb + 2H_2SO_4$$

Аккумуляторни зарядлашда кислотанинг қўшимча молекулалари пайдо бўлади, бинобарин кислотанинг концентрацияси ортади. Разрядланишда эса кислотанинг концентрацияси камаяди. Қўрғошинли аккумуляторнинг зарядланишида энг катта ЭЮК $\varepsilon_{max} = 2{,}7$ В га эришади. Разр-ядланишда эса ЭЮК, дастлаб $\varepsilon = 2{,}2$ В га ва сўнгра жуда секинлик билан энг кичик қиймат $\varepsilon_{min} = 1{,}85$ В гача пасаяди.

Шуни айтиб ўтиш керакки, аккумуляторни бундан кейин разрядлаш мумкин эмас, чунки бунда унинг электродлари қийин эрийдиган $PbSO_4$ тузининг қалин қатлами билан қопланади ва аккумулятор ишдан чиқади.

Қўрғошинли аккумуляторнинг сиғимини орттириш учун унинг электродларини асаларилар уячалари сингари кўп сонли уячали пластинкалар шаклида ишланади ва уячаларга қўрғошин оксидлари зичланади.

Янги аккумулятор электродларининг сиртларида ғоваклар ҳосил қилиш учун, у бир неча марта зарядланади ва разрядланади. Зарядлашдан кейин аккумуляторнинг манфий электроди тоза қўрғошин (Pb) ҳолига қайтади, мусбат электроди эса PbO_2 билан оксидланади.

Эдисоннинг ишқорли аккумуляторида бир электроди темир (Fe)дан, иккинчиси эса никел (Ni) дан ясалган бўлиб, электролит сифатида ўювчи калий (KOH) нинг 21% ли эритмасидан фойдаланилади. Зарядланган ҳолатда ишқорли аккумуляторнинг мусбат электроди сифатида $Ni(OH)_3$ никель оксиди гидрати, манфий электроди сифатида эса темир (Fe) хизмат қилади. Ишқорли аккумуляторни зарядлаш ва разрядланиш жараёнларида қуйидаги реакция ўринли бўлади:

$$Fe(OH) + 2Ni(OH)_2 \underset{\text{разрядлаш}}{\overset{\text{зарядлаш}}{\rightleftarrows}} Fe + 2Ni(OH)_3.$$

Разрядланиш вақтида темир оксидланади, никель пероксиди эса қисман тикланади: аккумуляторни зарядлаш вақтида темирдаги оксидлар қайта тикланиб, янгидан никель пероксиди ҳосил бўлади, электролит ўзгармайди. Ишқорли аккумуляторнинг зарядланишидаги максимал ЭЮК $\mathcal{E}_{max} = 1{,}8$ В бўлиб, ишчи ЭЮК $\mathcal{E} = 1{,}2$ В га тенг, разрядланишнинг минимал ЭЮК $\mathcal{E}_{min} = 1{,}1$ В га тенг.

Ҳозирги вақтда ишқорли аккумуляторларда манфий электрод ўрнида темир оксиди аралашмаси бўлган кадмий ишлатилади; мусбат электрод ўрнида графит аралаштирилган никель гидроксиди ишлатилади; электролит сифатида эса ўювчи натрий ёки ўювчи калийнинг эритмаси ишлатилади. Ишқорли аккумуляторларнинг электродлари электролит ўтиб туриши учун тешикчалари бўлган тасма халтача кўринишида ясалади. Электродлар бир-биридан эбонит стержень билан изоляцияланиб йиғилади.

Ишқорли аккумуляторларнинг афзаллиги: улар енгил, қисқа туташишли кислотали аккумулятордагига нисбатан катта зарар етказмаслиги ва ўз-ўзидан нормал разрядланиши ойига 15% дан ортмайди. Аккумуляторларнинг бошқа турлари ҳам мавжуд.

10.5. ГАЗЛАРДА ЭЛЕКТР ТОКИ

1. Газларнинг ионлашиши ва электр ўтказувчанлиги. Газларда ҳам электр токи, электролитлардаги каби ионларнинг майдон бўйлаб кўчишидан ҳосил бўлади. Газлардаги электр токининг электролитлардаги токдан кескин фарқи шундан иборатки, газларда ток ҳосил бўлишида электролиз содир бўлмайди. Бинобарин, газларнинг ионлашишида идишдаги молекулалар кимёвий ионларга ажралмайди.

Газнинг ионлашиши—нейтрал молекуладан электроннинг ажралишидан ёки эркин электронларнинг нейтрал молекулалар ва атомларга бирикишидан иборат.

Электрони ажралиб чиққан молекула мусбат ионга айланиб, электронни бириктириб олган молекула эса манфий ионга айланади.

Текширишлардан маълум бўлдики, инерт газлар ва азот гази молекулаларидан манфий ионларни ҳосил қилиб бўлмас экан. Нейтрал молекула ёки атомни ионлаштириш учун ионлаштириш энергияси деб аталувчи энергияни сарф қилиш керак:

$$W = eU, \qquad (10.17)$$

бу ерда: U заряди $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл* электрон зарядига тенг ионга ионлашиш энергиясини берувчи потенциаллар айирмаси деб, унга **ионлашиш потенциали** лейилади.

10.2-жадвалда баъзи молекула ва атомлар учун мусбат ва манфий ионлашиш потенциаллари келтирилган.

Газлар турли ҳодисалар натижасида ионлашади, бу ҳодисаларда газ молекулалари ёки атомларига ионлашиш учун керакли энергия берилиши шарт.

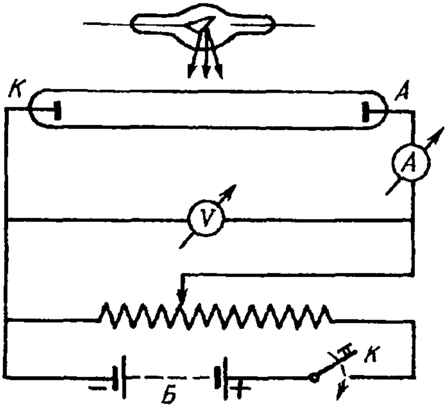
10.2-жадвал

Молекула ва атомнинг ионлашиш потенциали

Ионнинг ҳосил бўлиши	U ион , В	Ионнинг ҳосил бўлиши	U ион , В	Ионнинг ҳосил бўлиши	U ион , В
$H \to H^+$	13,5	$Na \to Na^+$	5,1	$H \to H^-$	0,76
$H_2 \to H_2^+$	15,4	$K \to K^+$	4,3	$O \to O^-$	3,8
$O \to O^+$	13,5	$Hg \to Hg^+$	10,4	$F \to F^-$	4,03
$O_2 \to O_2^+$	12,5	$Co \to Co^+$	14,1	$Cl \to Cl^-$	3,74
$N \to N^+$	14,5	$CO_2 \to CO_2^+$	14,1	$I \to I$	3,30
$N_2 \to N_2^+$	15,8	$H_2O \to H_2O^+$	13,2	$S \to S^-$	2,06
$He \to He^+$	24,5	$NO \to NO^+$	9,5	$C \to C^-$	1,37
$Ne \to Ne^+$	21,5	$NH_3 \to NH_2^+$	11,5	$Hg \to Hg^-$	1,79

Рентген ва γ нурлари энг яхши ионизаторлардир. Газ молекулалари жуда тез ҳаракатланувчан заррачалар — **корпускулалар** билан «бомбардимон» қилинганда, газ интенсив ионлашади. Худди шунингдек, ультрабинафша нурлар $\left(\lambda_{у.б} = 10^{-7}\ м + 1 \cdot 10^{-8}\ м\right)$, баъзи кимёвий реакциялар ва интенсив қиздириш $\left(T=10^4\,\text{K}\right)$ ҳам газларни ионлаштиради.

Газни ионлаштиришнинг яна бир муҳим тури бор. Электр майдонида тезлатилган электрон ёки ион молекула билан тўқнашиб, молекулани ионлаштирмасдан уни «уйғонган ҳолат»га келтириши, яъни молекула билан боғланган электронлар ҳаракатини бироз ўзгартириши, атом ядроларини вибрациялаши ва умуман, «молекулани юқорироқ энергетик даражага» кўтариши мумкин. Нурланишнинг жуда катта тезликда тарқалиши натижасида газнинг бундай ички фотоионлашиши разрядланиш оралиғидаги газнинг электр ўтказувчанлигини юқори бўлишига олиб келади.



10.7- расм

2. **Газлардаги разряднинг турлари ва бориши.** Барча газлар нормал шароитда яхши изолятордир. Бунинг сабаби, уларда эркин ҳаракатланувчи электр зарядларнинг йўқлигидир. Агар изонизаторлар ёрдамида газда ионлар ҳосил қилинса, у ўтказгичга айланади. Газ орқали электр токи ўтиш ҳодисасига газ разряди дейилади.

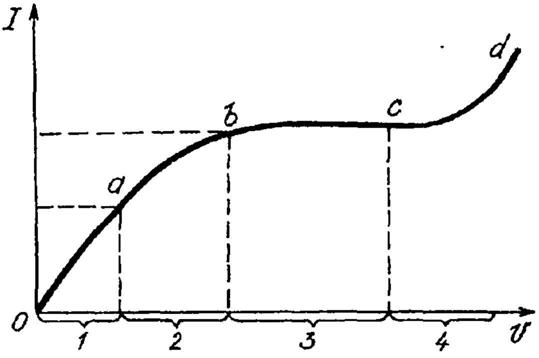
Юқорида айтиб ўтганимиздек, ташқи электр майдон бўлганида ионлашган газда мусбат ҳамда манфий ионлар ва электронларнинг тартибли ҳаракати электр токини ҳосил қилади.

Ташқи омиллар (қиздириш ёки α, β, γ, рентген, ультрабинафша нурлари) таъсирида вужудга келиши натижасида газда кузатиладиган электр токини номустақил газ разряди дейилади.

Кучли электр майдон таъсирида газда ўз-ўзидан ионлашиш бошланади, бунинг натижасида ионизатор бўлмаганда ҳам газлардан электр токи ўтиши мумкин.

Электродлар орасидаги электр майдони таъсирида вужудга келадиган заряд ташувчилар туфайли кузатиладиган газлардаги электр токига **мустақил газ разряди** дейилади. Шундай қилиб, номустақил ва мустақил газ разрядларнинг кузатилиши катод ва анод орасидаги кучланишга боғлиқдир.

Газ разрядидаги ток кучи *I* нинг электродлар орасидаги кучланиш *V* га боғланишини текшириш учун 10.7-расмда схематик тасвирланган қурилмадан фойдаланамиз. Манфий *К* ва мусбат *А* электродлар орасидаги газ *И* ионизаторнинг рентген нури таъсирида бўлсин. *К* ва *А* электродлар орасидаги кучланиш *П* потенциометр ёрдамида бошқарилиб, *V* вольтметр билан ўлчанади. Газ разряд токи жуда кичик бўлгани учун сезгир *Г* гальванометр билан ўлчанади.



10.8- расм

10.8-расмда газдаги ток кучи *I* нинг электродлар орасидаги кучланиш *V* га боғланиш графиги берилган. Графикдан кўринадики, кучланиш унча катта бўлмаганда (кучланишнинг 1-соҳаси) номустақил газ разряди ҳосил бўлиб, газдаги токнинг кучи худди электролитлардагидек кучланишга пропорционалдир.

10.6. НОМУСТАҚИЛ ГАЗ РАЗРЯДИ ВА УНИНГ ЎТКАЗУВЧАНЛИК НАЗАРИЯСИ

Номустақил газ разрядининг ўтказувчанлик назариясини электролитларникига ўхшашлигидан фойдаланиб қараб чиқамиз. Фараз қилайлик, ионизатор таъсирида газнинг ҳажм бирлигида вақт бирлиги ичида ҳар бир ишорали ионлардан Δn_o дона ҳосил бўлсин. Тескари жараён — ионларнинг молизацияси (ёки баъзида айтилишича ионлар рекомбинацияси) ҳажм бирлигидаги мусбат ионлар сони n_+ га ҳам, манфий ионлар сони n_- га ҳам пропорционал бўлади.

Маълумки, газларда миқдор жиҳатдан тенг мусбат ионлар ҳосил бўлгани учун $n_+ = n_- = n_o$ бўлсин. Бу ҳолда вақт бирлиги ичида бирлик ҳажмда молизацияланувчи ионлар сони:

$$\Delta n_o' = \beta n_+ n_- = \beta n_o^2 . \qquad (10.18)$$

бўлади. Бунда: β — молизация коэффициенти. (10.18)дан газнинг ҳажм бирлигидаги бир хил ишорали ионлар сони n_o қуйидагига тенг бўлади:

$$n_o = \sqrt{\frac{\Delta n_o'}{\beta}} . \qquad (10.19)$$

Газ разрядида электродларга етиб келган ионлар уларга ўз зарядини беради ва нейтралланади. Шундай қилиб, ионлар сони нейтралланиши ҳисобига ҳам йўқола бошлайди. У вақтда, ток ўтиши натижасида вақт ва ҳажм бирлигида нейтраллашган ионлар сони $\Delta n_o''$ қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta n_o'' = \frac{I}{esl} = \frac{j}{el} , \qquad (10.20)$$

бунда: I — ток кучи, j — ток кучининг зичлиги, e — ион заряди, s — электрод пластинкасининг юзи, l — электродлар оралиғи.

Агар газдаги токнинг кучи доимий қолса (I=cost),

$$\Delta n_o = \Delta n_o' + \Delta n_o'' . \qquad (10.21)$$

мувозанат шарти бажарилади. (10.18) ва (10.20) ни (10.21) қўйилса:

$$\Delta n_o = \beta n_o^2 + \frac{j}{el} . \qquad (10.22)$$

Бу тенглама $I=f(U)$ график кучланишининг 1, 2, 3 — соҳаларига тегишлидир. Бунда иккита чегаравий ҳолни қараб чиқамиз.

Биринчи чегаравий ҳол. Газ разряд ток кучининг зичлиги j жуда кичик бўлсин. Бунда

$$\frac{j}{el} \ll \beta n_o^2. \qquad (10.23)$$

шарт бажарилади. Бу ҳолда газ разряди токининг ҳосил бўлишида электродларда нейтраллашган ионлар сонини молизация натижасида йўқолаётган ионлар сонига нисбатан назарга олинмайди. У ҳолда биз яна (10.18) ва (10.19) тенгликка эга бўламиз ва n_0=const бўлади. Агар мусбат ва манфий ионларнинг тезликлари v_+ ва v бўлса, вақт бирлигида электронларга келган ионлар сони мос равишда $n_o v_+ s$ ва $n_o v_- s$ га тенг бўлади. У вақтда газ разряди ток кучининг зичлиги:

$$j = j_+ + j_-, \qquad (10.24)$$

Газ разрядидаги ионларнинг мувозанатланган ҳаракат тезликлари v_+ ва v_- майдоннинг кучланганлиги E га пропорционалдир:

$$v_+ = U_+ E, \quad v_- = U_- E, \qquad (10.25)$$

бунда U_+, U_- — мусбат ва манфий ионларнинг **ҳаракатчанлиги** дейилади.

Ионларнинг ҳаракатчанлиги деб, майдон кучланганлиги бир бирликка тенг бўлгандаги ионларнинг олган тезлигига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

(10.25) ни (10.24) га қўйилса,

$$j = en_o(U_+ + U_-)E \qquad (10.26)$$

ҳосил бўлади: Бунда U_+ ва U_- катталиклар доимий бўлиб, n_0 ни эса кичик ток зичлиги учун ўзгармас ҳисоблаймиз. У вақтда(10.26) тенглик Ом қонунининг дифференциал ифодасидан иборат бўлади:

$$j = \gamma E, \qquad (10.26\text{ а})$$

бунда: γ —газнинг солиштирма ўтказувчанлиги бўлиб, у қуйидагига тенг:

$$\gamma = en_o(U_+ + U_-). \qquad (10.27)$$

Шундай қилиб, газ разряд ток кучи зичлиги жуда кичик бўлгандагина Ом қонуни ўринли бўлар экан.

Иккинчи чегаравий ҳол. Бу ҳолда газ разряд ток кучининг зичлиги j жуда катта бўлганда, ионларнинг йўқ бўлиши амалда уларнинг электродлар билан белгиланиб, ионизация натижасида йўқолишини ҳисобга олмаса ҳам бўлади, яъни:

$$\beta n_o^2 << \frac{j}{el}, \tag{10.28}$$

у вақтда (10.22) тенглик

$$\Delta n_o << \frac{j}{el}, \tag{10.29}$$

кўринишга келади: Бу тенглик графикда газ разряд кучланишининг 3-соҳасига мос келиб, ток кучининг зичлиги $j_{\text{түйин}}$ билан белгиланади:

$$j_{\text{түйин}} = \Delta n_o el. \tag{10.30}$$

Токнинг зичлиги $j_{\text{түйин}}$ майдон кучланганлиги E га, бинобарин V кучланишга боғлиқ бўлмасдан, шу шароит (берилган Δn_o, e ва l лар) да мумкин бўлган максимал қийматдан иборат бўлгани учун унга тўйиниш токининг зичлиги дейилади. (10.30) дан кўринадики, электродлар оралиғи l катта бўлганда, ионларнинг умумий сони кўпаяди ва натижада $I_{\text{түйин}}$ тўйиниш токи ҳам ўсади.

Кўриб чиққан чегаравий ҳолларга нисбатан оралиқ ҳоллар (кучланишнинг 2-соҳаси) да I ток кучи U кучланиш ортиши билан Ом қонунига нисбатан секинроқ ўсади. Бу соҳада газ разряд токи I тўйиниш токи $I_{\text{түйин}}$ нинг қийматига эришади. Тўйиниш токи зичлиги $j_{\text{түйин}}$ ни ўлчаб, ионизаторнинг активлиги Δn_o ни аниқлаш мумкин.

10.7. МУСТАҚИЛ ГАЗ РАЗРЯДИ

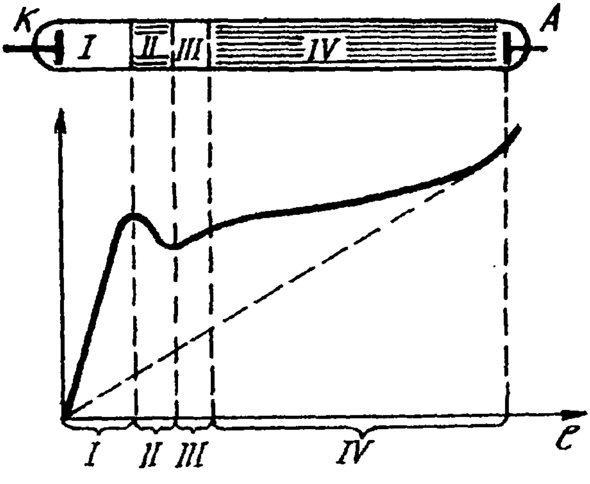
10.8-расмдаги графикдан кўринишича, электродлар орасидаги кучланиш жуда катта (кучланишнинг 4-соҳаси) бўлганда, «пробой» — тешилиш рўй бериб, газ разряд ток кучи кескин ортиб кетади (график чизиқнинг cd қисми). Бинобарин, электр майдон кучли бўлгани учун газда ионизатор ҳосил қилган ионлардан ташқари яна ўз-

ўзидан ионлашиш бошланади ва номустақил газ разряди мустақил газ разрядига айланади.

Шундай қилиб, *ионизатор таъсири тўхтатилганда ҳам давом этадиган газ разрядига мустақил газ разряди дейилади.*

Разряд трубкасидаги газлар тури ва ҳолатларига, электродларининг материали, шакли, ўлчамлари ва ўзаро жойлашиши, шунингдек электродларга берилган кучланиш катталигига қараб газларда мустақил разряднинг ҳар хил турларини кузатиш мумкин. Масалан, ёлқин (тлеющий) разряд, электр ёйи, учқунли разрядлар шулар жумласидандир.

1. **Ёлқин разряд.** Ёлқин разряд сийраклашган газларда юз беради. Бу разрядни кузатиш учун икки учига кичик металл пластинкалар кўринишида электродлар пайвандланган узун шиша най олиниб, электродлар юксак кучланишли (бир неча юз вольт) манбага уланади (10.9-расм).



10.9- расм

Найдаги ҳаво босими атмосфера босимига тенг бўлганда қўйилган кучланишга мос майдонда эркин электронлар ва зарб билан ионлашиш туфайли ҳосил бўлган ионлар сони оз бўлганлигидан ёлқин, учқунли разряд кузатилмайди. Бироқ кучланишни ўзгартирмасдан насос ёрдамида ҳавонинг бир қисми чиқариб юборилса, ташқи ионизатор мутлақо бўлмаганда ҳам ёлқин разряд бошланади.

Ёлқин разряд вақтида атомларнинг электронлар ва ионлар билан тўқнашиши газ атомларини уйғотади ва у газнинг табиатига қараб маълум рангда ёруғлик чиқара бошлайди.

Агар газ разряд трубкаси ҳаводан бошқа газ билан тўлдирилса, газнинг кимёвий таркибига боғлиқ ҳолда шуъла ранги ҳар хил бўлади.

Ёлқин разряднинг кўриниши газ босимига қараб ўзгара боради. Газ разряд трубкасидаги ҳавонинг босимини ўзгартириш учун насос ёрдамида ундан ҳавони сўриб ола бошлаймиз.

а) Ҳаво босими $P=100$ мм. сим. уст.га яқинлашганда электродлар орасида пушти-бинафша рангда нурланувчи ингичка тасма кўринишида газ разряди ҳосил бўлади.

б) Ҳаво сўриб олинган сари нурланувчи тасма йўғонлаша боради ва найнинг кўндаланг кесимини тўлдиради. Босим 10 мм. сим. уст.га етганда найдаги нурланувчи устуннинг учи катоддан ажралади.

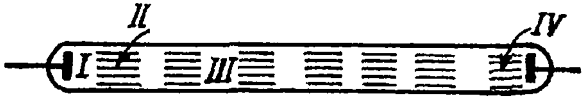
в) Босим $P\approx(1+2)$ мм.сим.уст.га яқинлашганда ёлқин разряд 10.9-расмда кўрсатилган кўринишни олади. 10.9-расмда най ўқи бўйлаб φ потенциалнинг тақсимоти келтирилган.

Ёлқин разряд 10.9-расмда тасвирлангандек, қуйидаги соҳалардан ташкил топган: I катод қоронғулик фазоси, II ёлқин нурланиш соҳаси, III фарадей қоронғулик соҳаси ва IV соҳаси ёруғлик сочувчи анод устуни—мусбат нурланиш деб аталади.

Ёлқин разряднинг мусбат нурланишидан ёруғлик манбаи сифатида (инерт газлар тўлдирилган газ — ёруғлик трубкалари) фойдаланилади.

г) Босим $p=0,1$ мм.сим.уст.га тенг бўлганда, анод устуни кўпинча бир-бирини алмашувчи алоҳида-алоҳида ёруғ ва қоронғу полосаларга — стартларга бўлинади. Бу ҳолда ёлқин разряд қатламли разряд деб юритилади (10.10-расм).

е) Босим $p<0,01$ мм.сим.уст. бўлганда, катод қоронғулик фазоси, яъни Крукс қоронғулик фазоси найнинг бутун қисмига тарқалади ва газдан ток ўтиб туришига қарамай,



10.10- расм

нурланиш бутунлай тўхтайди. Текширишдан маълум бўлдики, қоронғу фонда катод сиртидан нормал бўйича чиқаётган ва атрофдаги газга нисбатан бинафша тус бераётган нурлар дастаси мавжуд экан. Бу нурларга катод нурлари деб ном берилган.

Кейинчалик кўпчилик олимлар, айниқса инглиз физиги Крукс томонидан катод нурлари жуда катта тезликлар билан ҳаракатланаётган электронлар оқимидан иборат эканлиги исботланди.

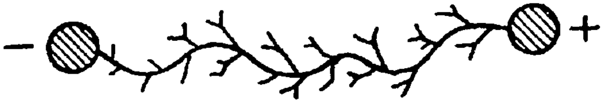
2. **Ёй разряди.** Газ разрядининг турлари ичида амалий жиҳатдан жуда муҳим бўлгани ёй разрядидир. Атмосфера босимига яқин ёки ундан катта босимларда, катта разряд токи зичлигида, кичик кучланишда бор-йўғи йигирма-ўттиз вольт бўлганда ёй разряди ҳосил бўлади. Бу хил разрядни биринчи марта 1803 йили Петербургдаги Медицина-хирургия академиясининг профессори В. В. Петров томонидан кашф қилинган бўлиб, уни электр ёки Петров ёйи дейилади.

Ёй разряди — Петров ёйи иккита кўмир электродларни бир-бирига тегизиб, сўнгра узоқлаштирилганда ҳосил бўлади. Бунда иккала кўмир электродлар учлари орасида бирданига кўзни қамаштирарли даражада нур сочувчи ёй ҳосил бўлади. Ёй ҳосил бўлганда манфий электрод ўткирлашади, мусбат эса чуқурлашади (кратер ҳосил бўлади). Мусбат кўмир электроднинг ҳарорати 3900°С гача, манфий кўмир электродники эса 2500°С гача етади.

Петров ёйи биринчи марта П. Н. Яблочков томонидан кўчаларни ёритишда фойдаланилган; ҳозирги кунда Петров ёйи кучли ёруғлик манбаи сифатида прожекторларда, кинопроекцион аппаратларда, маякларда ва электр пайвандида қўлланилади.

3. **Учқун разряди.** Учқун разряди атмосфера босимида электродлар орасидаги электр майдон кучланганлиги жуда катта ($E = 3 \cdot 10^8$ В/м чамасида) бўлган паст ҳароратли ҳавода ҳосил бўлади. Учқун разряди — электр учқуни равшан ёруғ берувчи ингичка зигзагсимон жуда кўп тармоқланган нурлар кўринишида бўлади (10.11- расм).

Учқун нурлари разряд оралиғини ёриб ўтишда ўчади ва яна пайдо бўлади.



10.11- расм

Учқун разряди ҳосил бўлишида газнинг электронлар зарбидан ионлашиши билан бир қаторда, газнинг учқун нури таъсиридан ҳосил бўладиган ионлашиши ҳам катта роль ўйнайди.

Учқун разряддан қаттиқ қотишмаларга ишлов беришда, учқундан кескич ва парма сифатида фойдаланилади. Учқун разрядининг бошланиши газнинг «пробойи» сифатида, газда ионлар сонининг қуюнсимон ўсиши натижасида газнинг электр ўтказувчан бўлиб қолишидир.

Муайян кучланишда пробой рўй бергандаги электродлар орасидаги масофага учқун оралиғи дейилади.

4. Яшин разряди. Яшин разряди ниҳоятда катта учқунли разрядга мисол бўлиб, у мусбат ва манфий зарядланган булутлар оралиғида ҳосил бўлади. Мусбат зарядли булутлардан кучли ёмғир ёғиб, манфий зарядли булутлардан эса ёмғир секин ёғади. Бундай зарядли булутлардан яшин ҳосил бўлмайди. Яшин ҳосил қиладиган булутларга момақалдироқли булутлар дейилади.

Момақалдироқли булутлар остида кўпинча майдон кучланганлиги йўналиши тескари — ердан манфий зарядли булутнинг пастки чеккасига йўналган бўлади. Яшин разряди олдидан ер яқинида майдон кучланганлиги $E = (2 \cdot 105 \div 7 \cdot 105)$В/м бўлиб, момақалдироқли булутлар орасидаги кучланиш $V = 10^8$ В га, баъзан $V = 10^9$ В (миллиард вольт)га етади. Кўпинча яшин манфий зарядли булутдан чақнайди. Яшиннинг узунлиги бир неча километрга тенг бўлади. Атмосферада 1 суткада ўртача 44 мингта, ҳар бир минутда бир нечта яшин чақнайди.

10.8. ПЛАЗМА ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Абсолют нолга яқин ҳароратда ҳамма моддалар қаттиқ ҳолатда бўлади. Исталган модда қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга, ундан кейин эса газ ҳолатига ўта олади.

Етарлича юқори ҳароратда жуда катта тезлик билан ҳаракатланаётган атом ёки молекулаларнинг тўқнашуви ҳисобига газ тўлиқ ионлашиши мумкин.

Плазма деб, электр жиҳатдан бутунлай нейтрал, бироқ тенг миқдорда эркин мусбат ва манфий зарядлари бўлган модданинг тўртинчи ҳолатига айтилади.

Агар модданинг барча молекулалари ёки атомлари ионлашган бўлса, уни тўла ионлашган плазма дейилади.

Ҳарорати тахминан (20000—30000) К бўлган модда тўла ионлашган плазма ҳолатида бўлади. Табиатда учрайдиган барча моддаларни ўзида мужассамлаштирган Қуёш ва бошқа юлдузлар юқори ҳароратли плазманинг улкан тўпламидан иборатдир.

Атмосферанинг юқори қатлами (ионосфера) қисман ионлашган плазмадан ташкил топган. Шунинг учун ҳам электр токини ўтказувчи газ ҳам қисман ионлашган плазмага мисол бўла олади.

Металлардаги эркин электронлар ва кристалл панжара тугунига жойлашган ионлар ҳолатига қаттиқ жисмлар плазмаси дейилади.

Одатдаги плазмадан фарқли ўлароқ қаттиқ жисмлар плазмасидаги ионлар бутун жисм бўйлаб тарқала олмайди.

1. Плазманинг хоссалари. Плазманинг ўзига хос қатор хоссалари уни модданинг махсус тўртинчи ҳолати деб ҳисоблашга имкон беради.

Плазманинг ионлари — зарядли заррачалари электр ва магнит майдонида осонгина кўча олади.

Плазма ионлари ўзаро Кулон кучлари таъсирида бўлади, натижада ҳар бир заррача ўзи атрофидаги жуда кўп заррачалар билан таъсирлашади.

Плазмада турли хил тебраниш ва тўлқинлар осонгина ҳосил қилинади.

Юқори ҳароратли плазманинг электр ўтказувчанлиги ўта ўтказувчанликка яқин бўлади.

2. Плазманинг амалда қўлланилиши. Газларда кузатилган разряднинг ҳамма турлари ёлқин разряд, ёй разряди, учқун разряди ва ҳоказоларда қисман газ плазмаси пайдо бўлади. Бундай плазмага газ разряд плазмаси дейилади.

Газ разряд плазмаси кўп асбобларда, масалан, ёруғликнинг квант манбаи бўлган газ лазерларида ишлатилади.

Яқинда плазма оқимини ҳосил қилувчи плазматрон деб аталувчи асбоб яратилди. Плазматрон ҳосил қилган плазма оқими техниканинг турли соҳаларида, металл қирқиш ва пайвандлашда, қаттиқ тоғ жинслари ва қудуқ қазишда ва шу каби ишларда фойдаланилади.

Бошқариладиган термоядро реакцияларини ҳосил қилишда ҳарорати ўн миллион градусли плазмадан фойдаланишнинг истиқболлари катта бўлиб, бу соҳада жадал тадқиқот ишлари олиб борилмоқда.

Бу масаланинг ҳал қилиниши инсон қўлига битмас-туганмас энергия манбаини беради.

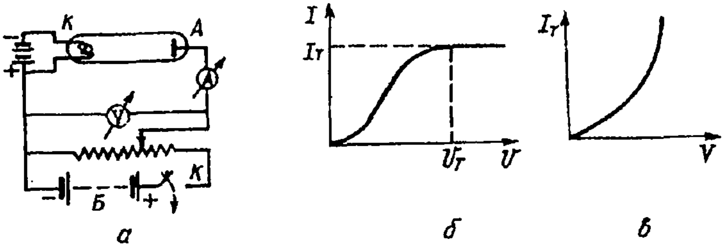
10.9. ТЕРМОЭЛЕКТРОН ЭМИССИЯ

Электронлар металлдан ташқарига чиқиши учун $A=eV$ чиқиш ишини бажариши шарт. Уй ҳароратида металлардаги электронларнинг кинетик энергияси уни металлдан учиб чиқиши учун A чиқиш ишини бажаришга етарли эмасдир. Ҳарорат кўтарилган сари тез электронлар, бинобарин, металлдан чиқувчи электронлар сони ҳам оша боради.

Юқори ҳароратда металлдан электронларнинг ажралиб чиқиш ҳодисаси термоэлектрон эмиссия дейилади.

Металларнинг кинетик-электрон назариясига асосан электронлар металлардан учиб чиқиши учун металл атомларнинг иссиқ тартибсиз ҳаракат энергиясига мос келадиган ҳарорат жуда катта (T=15000 K) бўлиши керак.

Ҳақиқатда эса электронлар T=(1000+3000) K тартибидаги ҳароратларда сезиларли миқдорда металлдан учиб чиқа бошлайди. Бунга сабаб, металлдаги электронларнинг бир қисми ўртача энергиядан анча катта энергияга эга бўлишидир. Шу электронлар ҳисобига эмиссия бошланади.



10 12- расм

Термоэлектрон эмиссия ҳодисасини катод лампа ёрдамида ўрганиш қулайдир. Катод лампа иккита электродсим кўринишидаги *К* катод ва дисксимон *А* аноддан ва ичидан ҳавоси сўриб олинган найдан иборат (10.11-расм). Бу лампанинг вольт-ампер характеристикаси (10.12-расм) Ом қонунига бўйсунмайдиган графикдан иборатдир. Назарий ҳисоблашларнинг кўрсатишича I_A ток кучи кучланишнинг 3/2 даражасига пропорционалдир:

$$I_A = \alpha U^{3/2} . \qquad (10.31)$$

(10.31) формулага Богуславский-Ленгмюр формуласи дейилади. Бунда α — электродларнинг шаклига ва уларнинг ўзаро жойлашишига боғлиқ бўлган коэффициент.

U кучланиш $U_т$ қийматга эришганда, токнинг кейинги ўсиши тамомила тўхтайди. Бунда ток тўйиниш токи қийматига эришади, бу қийматга 10.12б- расмдаги графикнинг горизонтал қисми мос келади.

Тажриба натижаларининг кўрсатишича, тўйиниш токи кучи катод ҳароратининг ортиши билан ғоят тез ўса боради. Тўйиниш токи кучи $I_т$ нинг электрон чиқарувчи металл ҳароратига боғланиши 10.12в- расмда график равишда келтирилган.

Квант назариясига асосан тўйиниш токи $I_т$ га мос келган j_T ток кучининг зичлиги:

$$j_T = BT^2 \cdot e^{-\frac{A}{кT}}, \qquad (10.32)$$

бунда T—металл катоднинг абсолют ҳарорати, A—чиқиш иши, $к$—Больцман доимийси, B—турли металлар учун турлича бўлган доимий.

Абслоют тоза металлар учун B нинг назарий қиймати $B = 120 \frac{А}{см^2 К^2}$ га тенг.

Ҳақиқатда эса B нинг қиймати турли металлар учун турлича бўлиб, металларнинг тозалигига боғлиқ. 10.3-жадвалда турли тоза металлар бошқа бирор модданинг юпқа пардаси билан қопланган вольфрам учун B доимий ва A чиқиш ишининг қийматлари келтирилган.

10.3-жадвал

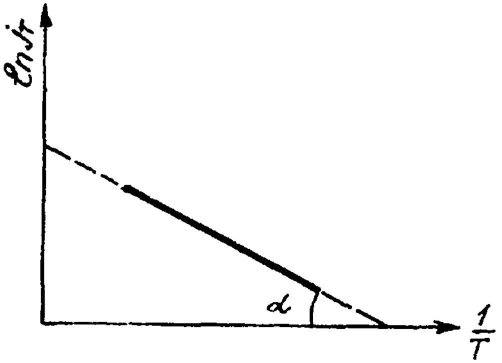
Эмиссияловчи сирт	$B \frac{А}{см^2 К^2}$	A, эв	Эмиссияловчи сирт	$B \frac{А}{см^2 К^2}$	A, эв
Pt (платина)	32	5,3	W(Cs)	3,2	1,36
W (вольфрам)	60	4,5	W(Ba)	1,5	1,56
Mo (молибден)	55	4,2	W(Th)	3,0	2,63
Th (торий)	70	3,4	BaO	1,18	1,84

Амалда тўйиниш токининг зичлигини ўлчаб, A чиқиш иши топилади. Бунинг учун (10.32) ифодани логарифмлаб, ҳосил қиламиз:

$$\ln j_T = \ln B + 2 \ln T - \frac{A}{kT}. \qquad (10.33)$$

ёки

$$\ln j_T = const - \frac{A}{k} \cdot \frac{1}{T}. \qquad (10.33а)$$



10.13- расм

Агар ординаталар ўқи бўйича $\ln j_T$, абсциссалар ўқи бўйича $\frac{1}{T}$ қўйилса (10.13-расм), бу боғланиш тўғри чизиқдан иборат бўлади. Тўғри чизиқнинг абсцисса ўқига бўлган оғиш бурчаги α нинг тангенси (10.33а) га биноан $\frac{1}{T}$ олдидаги коэффициентга тенгдир, яъни:

$$tg\alpha = \frac{A}{k}. \qquad (10.34)$$

Бундан катод материалининг А чиқиш иши қуйидагига тенг бўлади:

$$A = ktg\alpha. \qquad (10.34а)$$

Термоэлектрон эмиссия ҳодисаси ҳозирги замон электротехникаси ва радиотехникасида ғоят катта роль ўйнайди. Кенотронлар, кучайтиргич лампалар ва шу кабиларнинг ишлаши термоэлектрон эмиссия ҳодисасига асосланганди.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Эритма билан электролит орасида қандай фарқ бор? Электролитик диссоциания нима?
2. Ионларнинг ҳаракатчанлиги деб нимага айтилади?
3. Ионларнинг концентрацияси деб нимага айтилади? Диссоциация коэффициенти деб-чи?
4. Эритманинг моляр, эквивалент концентрацияси деб нимага айтилади?
5. Электролитларнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги қандай катталикларга боғлиқ? Электролитнинг эквивалент солиштирма электр ўтказувчанлиги-чи?

6. Электролиз деб қандай ҳодисага айтилади? Катион ва анионлар деб нимага айтилади? Фарадейнинг электролиз қонунларини таърифланг ва формулаларини ёзинг.

7. Фарадей сони деб нимага айтилади?

8. Электролиз ҳодисасининг техникадаги қандай қўлланишларини биласиз?

9. Гальваник элементлар ва аккумуляторларнинг тузилиши ва ишлаш принципини тушунтириб беринг. Нормал элементнинг тузилиши қандай?

10. Аккумуляторнинг сиғими нимани ифодалайди ва у қандай бирликда ўлчанади?

11. Газлар электр ўтказувчанлиги электролитникидан қандай фарқланади?

12. Молекулаларнинг ионлашиш энергияси ва потенциали нимани ифодалайди?

13. Қандай ҳодисага газ разряди дейилади? Номустақил ва мустақил газ разряди деб қандай ҳодисаларга айтилади? Уларнинг турларига мисоллар келтиринг.

14. Газ разрядининг ўтказувчанлик назариясининг тенгламасини ёзиб, таҳлил қилинг.

15. Модданинг қандай ҳолатига плазма деб айтилади? Унинг асосий хоссаларини тушунтириб беринг. Плазма амалда қандай қўлланишга эга?

16. Термоэлектрон эмиссия деб қандай ҳодисага айтилади? Богуславский-Ленгмюр формуласини ёзиб, изоҳланг.

17. Термоэлектрон эмиссия тўйиниш токининг зичлиги қандай формула билан аниқланади?

УЧИНЧИ ҚИСМ

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

11-БОБ

МАГНИТ МАЙДОННИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

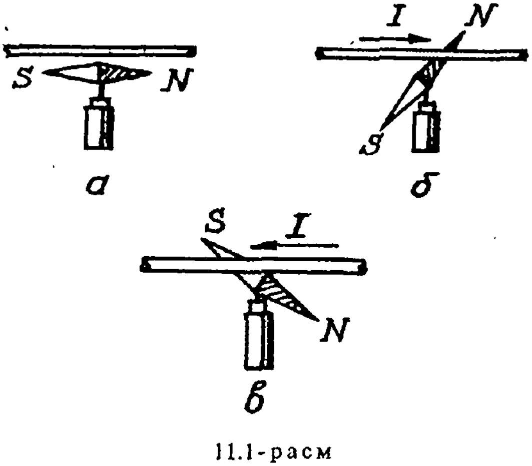
11.1 МАГНИТ МАЙДОНИ ВА УНИНГ ТАВСИФИ

Электронлар ва ионларнинг ҳаракати бевосита кўринмайди. Бироқ бу ҳаракат унга чамбарчас боғланган турли ҳодисаларни юзага келтиради, уларни текшириб токнинг мавжудлиги ва унинг таъсири тўғрисида фикр юритилади.

Токнинг магнит таъсири. 1820 йилда Дания физиги Ганс Христиан Эрстед (1777—1851) тажриба асосида магнит стрелкасининг устига параллел жойлаштирилган ўтказгичдан (11.1а-расм) ток ўтганда, магнит стрелкасининг дастлабки вазиятидан оғгани ва ўтказгичга перпендикуляр жойлашганлиги аниқланди (11.1б-расм). Агар ўтказгичдан токнинг ўтиши тўхтатилса, магнит стрелкаси яна дастлабки вазиятига қайтали.

Эрстед тажрибаси олимларни электр токи ўтиб турган ўтказгич атрофида магнит майдон ҳосил бўлади, деган хулосага олиб келди. Худди шу майдон магнит стрелкасига таъсир этиб, уни оғдиради.

Шундай қилиб, қўзғалмас электр зарядлари атрофидаги фазода электр майдони, ҳаракатланувчи зарядлар, яъни



11.1-расм

электр токи атрофида фақат магнит майдони ҳосил бўлар экан.

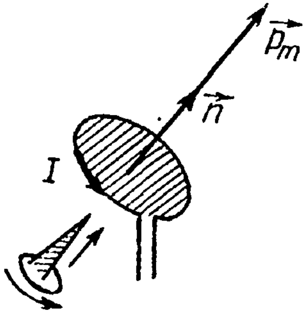
Ўтказгич атрофида фақат ундан ток ўтган пайтдагина магнит майдоннинг ҳосил бўлиши магнит майдоннинг манбаи токдан иборат эканлигини тасдиқлайди.

Шундай қилиб, Эрстед кашфиёти физика фанининг ривожланишида катта турткилардан бири бўлиб, у электромагнетизм соҳасидаги муҳим кашфиётларнинг очилишига сабаб бўлди.

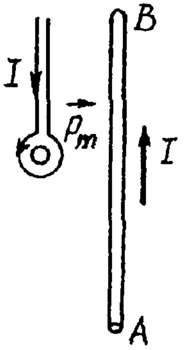
«Синов контури» ва майдоннинг индукция вектори. Электрдан маълумки, электростатик майдонни ифодаловчи катталиклар: кучланганлик, потенциал энергия, потенциал ва шу каби катталикларни аниқлашда нуқтавий «синов заряди» тушунчасидан фойдаланилган эди. Худди шунга ўхшаш магнит майдонни текширишда «синов заряди» вазифасини **«синов контури»** деб аталувчи токли ёпиқ контур бажаради. Албатта, бу «синов контури» текширилаётган майдоннинг хусусиятига таъсир қилмаслиги учун унинг ўлчамлари мумкин қадар кичик бўлиши шарт. «Синов контури»нинг фазодаги вазияти унинг сиртига ўтказилган мусбат нормал $(\vec{n})$ нинг йўналиши билан аниқланади. $\vec{n}$ мусбат нормалнинг йўналиши контурдаги токнинг йўналишига боғланган ҳолда парма қоидаси асосида аниқланади:

Парма дастасининг айланма ҳаракати йўналиши контурдаги токнинг йўналиши билан мос тушса, унинг илгарилама ҳаракати йўналиши эса контур юзига туширилган мусбат нормалнинг йўналишини кўрсатади (11.2-расм).

«Синов контури» **контурнинг магнит моменти** деб аталувчи $\vec{P}_m$ вектор катталик билан тавсифланади.



11.2-расм



11.3-расм

Контурнинг магнит моменти ($\vec{P}_m$) деб, контурдан ўтаётган ток кучи I нинг контур юзи S га кўпайтмасига тенг бўлган физик катталикка айтилади, яъни:

$$P_m = IS. \tag{11.3}$$

Контурнинг магнит моменти $\vec{P}_m$ вектор катталик бўлиб, унинг йўналиши контур сиртига ўтказилган мусбат нормал $\vec{n}$ нинг йўналишига мос тушганлиги учун:

$$\vec{P}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}. \tag{11.3а}$$

бунда $\vec{n}$ —мусбат нормал йўналишидаги бирлик вектор.

Эслатма. «Синов контури» симдан ихтиёрий тўртбурчак ёки айлана шаклда ясалган кичик ясси контурдан иборат бўлиб, унинг ўрамлар сони ҳар қанча бўлиши мумкин.

Агар магнит майдонга «синов контури» киритилса, унга майдоннинг айлантирувчи кучи таъсир қилиб, контурнинг мусбат нормали $\vec{n}$ маълум йўналишда ориентацияланади. Бу йўналиш магнит майдоннинг текширилаётган нуқтасидаги йўналиши деб қабул қилинади. Масалан, атрофида «синов контури» жойлаштирилган ўтказгичдан ток ўтказилса, контур текислигида ўтказгич жойлашгунча «синов контури» бурила боради (11.3-расм). Агар ўтказгичдан ўтаётган токнинг йўналиши ўзгартирилса, «синов контури» 180° бурчакка бурилади.

Шундай қилиб, магнит майдони токли «синов контури»га маълум йўналишда жойлашадиган тарзда таъсир кўрсатади.

Ҳар бир «синов контури»га таъсир қилувчи максимал айлантирувчи куч моменти $M_{\max}$ нинг контур магнит моменти P_m га нисбати магнит майдоннинг текширилаётган нуқтаси учун ўзгармас катталикдир, яъни:

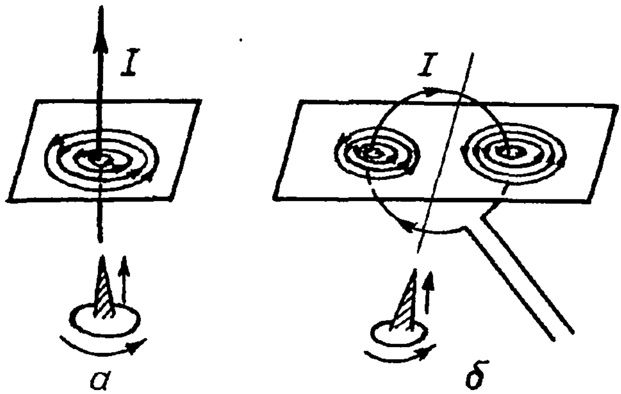
$$\frac{M_{\max}}{P_m} = \text{const}. \tag{11.4}$$

Бу катталик магнит майдоннинг миқдорий характеристикаси бўлиб, унга **магнит майдоннинг индукция вектори** дейилади ва *B* ҳарфи билан белгиланади, яъни:

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}, \tag{11.4а}$$

ёки

$$\vec{M} = \left[\vec{P}_m . \vec{B}\right]. \tag{11.4б}$$



11.4-расм

Шундай қилиб, магнит майдоннинг индукцияси B СИда Тл (тесла) билан ўлчанар экан.

(11.4а) ифодага биноан магнит майдоннинг индукция векторини қуйидагича таърифлаш мумкин:

Магнит майдоннинг бирор нуқтасидаги индукция вектори деб, майдоннинг шу нуқтасига киритилган магнит моменти бир бирликка тенг бўлганда «синов контури» га таъсир қилувчи максимал айлантирувчи куч моментига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Магнит майдоннинг кучланганлиги. Магнит майдонни тавсифлашда магнит майдон индукцияси B билан биргаликда магнит майдоннинг кучланганлиги деб аталувчи H физик катталикдан ҳам фойдаланилади. Агар берилган муҳитда магнит майдоннинг бирор нуқтасидаги индукцияси $\vec{B}$ бўлса, у ҳолда шу нуқтада магнит майдоннинг кучланганлиги $\vec{H}$

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}. \text{ ёки } \vec{B}=\mu_0\mu\vec{H} \qquad (11.5)$$

бўлади, бунда μ —муҳитнинг нисбий магнит сингдирувчанлиги; μ_0 эса магнит доимий бўлиб, унинг СИ даги қиймати:

$$\mu_o=4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{Н}{A^2}\left(\text{ёки }\frac{Гн}{м}\right)=12{,}56\cdot10^{-7}\,\frac{Гн}{м}.$$

Магнит майдоннинг график тасвири. Магнит майдонни график кўринишда тасвирлаш учун магнит индукция чизиқларидан фойдаланилади.

Магнит индукция чизиқлари деб, шундай эгри чизиқларга айтиладики, унинг ҳар бир нуқтасида магнит индукция вектори уринма равишда йўналгандир.

Магнит индукция чизиқларининг зичлиги, яъни магнит индукция векторига перпендикуляр жойлашган бир бирлик юза орқали ўтувчи магнит индукция чизиқларининг сони майдоннинг ушбу соҳасидаги магнит индукция векторини миқдор жиҳатдан тавсифлайди. Бинобарин, магнит майдоннинг график тасвиридаги магнит индукция куч чизиқларининг зичлигига қараб, майдоннинг индукцияси ҳақида фикр юритиш мумкин.

Токли ўтказгич атрофида ҳосил бўлган магнит майдоннинг график тасвирини қуйидаги тажриба асосида кузатиш мумкин. Агар токли ўтказгич атрофидаги магнит майдонга темир кукунлари сепилса, темир кукунлари магнитланиб, кичкина магнит стрелкасига айланиб қолади. Бу магнит стрелкаси, яъни магнит диполининг елкаси шу нуқтадаги магнит майдон индукция чизиқларининг йўналиши билан мос тушади. Шунинг учун ҳам магнит майдонидаги темир кукунларининг жойлашиши майдоннинг график тасвирини ифодалайди. Бу усулдан фойдаланиб, тўғри ва айлана ток ҳосил қилган магнит майдоннинг график тасвирини ҳосил қилиш мумкин.

Агар темир кукунлари сепилган картоннинг ўртасидан тўғри токли ўтказгич ўтказилиб, темир кукунлари аста-секин силкитилса, темир кукунлари токли ўтказгич атрофида тартибсиз эмас, балки концентрик айланалар бўйлаб жойлашади (11.4 а-расм). Худди шунингдек, айлана шаклидаги токли ўтказгич атрофидаги темир кукунлари концентрик айлана бўйлаб жойлашмасдан, берк ёпиқ чизиқлар бўйлаб жойлашади (11.4 б-расм).

Шундай қилиб, темир кукунларининг магнит майдонида ҳосил қилган занжирлари магнит майдон индукция чизиқларининг график тасвирини ифодалайди. Ток ҳосил қилган магнит майдон индукция чизиқлари шу ток ўтаётган ўтказгични ўраб олган ёпиқ эгри чизиқдан иборат. Магнит майдон индукция чизиқларининг йўналишини инглиз олими Жеймс Клерк Максвелл (1831—1879) тавсия қилган парма қоидаси ёрдамида аниқлаш мумкин.

Агар парманинг илгарилама ҳаракати ўтказгичдаги токнинг йўналиши билан мос тушса, парма дастасининг айланиши токли ўтказгич атрофидаги магнит майдон индукция чизиқларининг йўналишини кўрсатади (11.4 а-расм).

Айлана токнинг магнит майдон индукция чизиқларининг йўналишини ҳам парма қоидаси асосида аниқлаш мумкин.

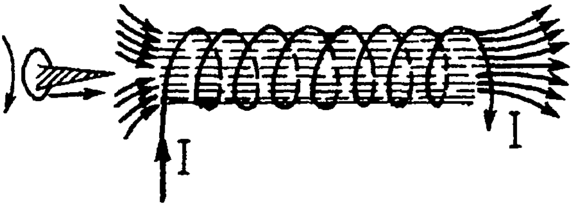
Агар парма дастасининг айланиш йўналиши айлана токнинг йўналиши билан мос тушса, парманинг илгарилама ҳаракати айлана ўтказгич ичидаги магнит майдон индукция чизиқларининг йўналишини кўрсатади (11.4 б-расм).

Шундай қилиб, ҳар қандай шаклли токли ўтказгичлар атрофида ҳосил бўлган магнит майдон индукция чизиқлари ёпиқ чизиқлардан иборат бўлади.

Энди, цилиндрик сиртга бир-биридан изоляцияланган ҳолда ўралган симлардан иборат бўлган токли ғалтак-соленоидни қараб чиқайлик. Соленоиддан ўтаётган токлар умумий ўққа эга бўлган айлана токлар системасидан иборат бўлиб, унинг магнит майдони, 11.5-расмда индукция чизиқлари билан тасвирланган манзарадан иборат бўлади. Соленоиднинг ички қисмида магнит майдон индукция чизиқлари соленоид ўқига параллел чизиқлардан иборат бўлиб, унинг йўналиши айлана токдаги каби парма қоидаси асосида аниқланади. Соленоид ички қисмидаги магнит майдон индукция чизиқларининг зичлиги, яъни магнит майдон индукцияси $\vec{B}$ ўзгармас бўлганлиги учун соленоиднинг ички магнит майдони бир жинсли майдондан иборат бўлади.

Соленоид учларига яқинлашган сари магнит майдон индукция чизиқлари эгри чизиқларга айлана боради ва соленоиднинг ташқарисида ўзаро туташиб ёпиқ чизиқларга айланади.

Шундай қилиб, магнит майдоннинг асосий хоссаларидан бири индукция чизиқларининг ёпиқ бўлиши магнит майдоннинг уюрмали майдондан иборатлигини ва унинг «магнит заряди» мавжуд эмаслигини ифодалайди.

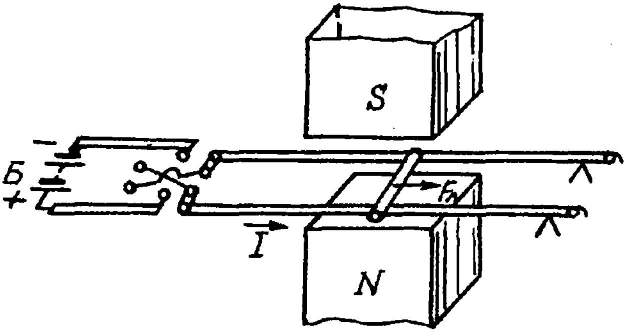


11.5-расм

11.2. МАГНИТ МАЙДОННИНГ ТОКЛИ ЎТКАЗГИЧ ВА ҲАРАКАТЛАНАЁТГАН ЗАРЯДЛИ ЗАРРАЧАЛАРГА ТАЪСИРИ

Магнит майдоннинг токли ўтказгичга таъсир кучи—Ампер кучи. Электрдан амалда фойдаланишда магнит майдонининг токка таъсир кучларидан фойдаланиш катта роль ўйнайди. Баъзи ҳолларда у кучлар ток ўтаётган ва магнит майдонига жойлаштирилган ўтказгичларга таъсир этувчи кучлар кўринишида намоён бўлади: бошқа ҳолларда магнит майдони томонидан вакуумдаги зарядли заррачалар (электрон, протонлар ва шу кабилар) оқимига бевосита таъсир қиладиган кучлардан фойдаланилади.

Магнит майдонида жойлашган токли ўтказгичга майдон томонидан таъсир этувчи куч шу майдоннинг магнит индукцияси B га, ўтказгичнинг геометрик ўлчами l га ва ундан ўтаётган ток кучи I га боғлиқлигини 11.6-расмда



11.6-расм

тасвирланган қурилма ёрдамида кузатиш мумкин. Унда бир-бирига параллел жойлашган иккита металл ўтказгичлар устида узунлиги l га тенг бўлган цилиндрсимон ўтказгич думаланиб юра олади.

Расмда тавирланган ўтказгич орқали стрелка билан кўрсатилган йўналишда I ток ўтаётган бўлсин. Агар ўзаро параллел ўтказгичлар ётган текисликка перпендикуляр йўналишда индукцияси $\vec{B}$ бўлган бир жинсли ($\vec{B} = \text{const}$) магнит майдони таъсир қилсин. У ҳолда ab ўтказгичга $\vec{F}_A$ куч таъсир қила бошлаб, бу куч таъсирида ab ўтказгич ҳаракатга келади. Бу $\vec{F}_A$ кучни сезгир динамометр ёрдамида ўлчаш мумкин. Тажрибадан $\vec{F}_A$ кучнинг $\vec{B}$ ва l ётган текисликка перпендикуляр йўналганлигини кўрамиз. Магнит майдонининг токли ўтказгичга таъсир этувчи куч $\vec{F}_A$ ни аниқлайдиган қонунни 1820 йилда француз физиги Ампер аниқлаган бўлиб, у қуйидагича таърифланади:

Бир жинсли магнит майдонидаги токли ўтказгичга таъсир қилувчи $\vec{F}_A$ куч ўтказгичдан ўтаётган ток кучи I га, ўтказгичнинг узунлиги l га, магнит майдоннинг индукия вектори $\vec{B}$ га ва $\vec{B}$ вектор билан ўтказгич орасидаги бурчак синусига тўғри пропорционалдир, яъни:

$$F_A = IlB\sin\alpha. \qquad (11.6)$$

Бу формула Ампер қонунининг математик ифодасидир.

Умумий ҳолда, яъни ихтиёрий шаклдаги токли ўтказгич бир жинсли бўлмаган ($\vec{B} \neq \mathrm{const}$) магнит майдонда жойлашган бўлса, ўтказгичнинг кичик элементи dl жойлашган соҳадаги магнит майдоннинг индукцияси $\vec{B}$ ни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. Бу ҳолда ўтказгичнинг dl элементига таъсир этувчи dF_A куч (11.6) га асосан

$$dF_A = IBdl\cdot\sin\left(d\vec{l},{}^{\wedge}\,\vec{B}\right). \qquad (11.7)$$

кўринишда бўлади. Бунда α бурчак—$d\vec{l}$ ва $\vec{B}$ векторлар орасидаги бурчакдир.

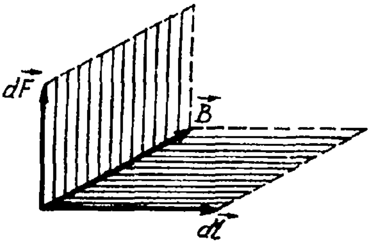
(11.7) да $Bdl\sin\alpha = Bdl\sin\left(d\vec{l},{}^{\wedge}\,\vec{B}\right)$. ифода иккита $d\vec{l}$ ва $\vec{B}$ векторлар векториал кўпайтмасининг модулига тенг.

$$\left|\left[d\vec{l}.\vec{B}s\right|=Bdl\sin\left(d\vec{l},{}^{\wedge}\,\vec{B}\right)\right.$$

Бунга асосан (11.7) ни вектор кўринишида ёзилса,

$$d\vec{F}_A = I\left[d\vec{l},\vec{B}\right]. \qquad (11.8)$$

кўринишга келади: Магнит майдоннинг элементар токли ўтказгичга таъсир қилувчи бу $d\vec{F}_A$ кучга Ампер кучи деб ҳам аталади. (11.8) даги $d\vec{F}_A$, $d\vec{l}$ ва $\vec{B}$ вектор 11.7-расмда

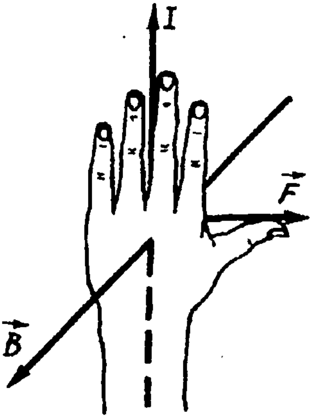


11.7-расм

тасвирлангандек йўналган бўлиб, $d\vec{F}_A$ кучнинг йўналиши қуйидаги чап қўл қоидасидан аниқланади:

Очиқ чап қўл кафтига индукция куч чизиқлари тушаётганда, кўрсаткич бармоқлар токнинг йўналиши билан мос тушса, бош бармоқ эса токли ўтказгичга таъсир қилувчи Ампер кучининг йўналишини кўрсатади (11.8-расм).

Ҳозирги замон электр двигателларининг ишлаши Ампер кучига асосланган. Двигателнинг айланувчи қисми (якори)нинг чулғамидан электр токи ўтганда, ҳосил бўлган кучли электромагнит майдон токли ўтказгичга таъсир қилиб, уларни ҳаракатлантиради. Махсус қурилмалар (коллекторлар) токни чулғамлардан шундай йўналишга ўтказишга имкон берадики, бунда магнит майдоннинг таъсири якорни муттасил айлантириб турадиган кучлар моментини ҳосил қилади.



11.8-расм

Магнит майдоннинг ҳаракатланувчи зарядга таъсир кучи—Лоренц кучи. Маълумки зарядларнинг тартибли ҳаракати токдан иборат бўлганидан, магнит майдоннинг токли ўтказгичга кўрсатган таъсирини, унинг ҳаракатланувчи зарядлар тўпламига кўрсатадиган таъсири натижаси деб ҳисоблаш табиийдир. Шунинг учун ҳам Ампер қонунини ифодаловчи (11.8) дан фойдаланиб, зарядга таъсир этувчи $\vec{F}_Л$ Лоренц кучини топиш мумкин. Бинобарин, ток кучининг

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{qdN}{dt}$$

ифодасини (11.8) га қўйилса,

$$d\vec{F}_л = \frac{qdN}{dt}\left[d\vec{l}, \vec{B}\right] = qdN\left[\frac{d\vec{l}}{dt}.\vec{B}\right], \qquad (11.8a)$$

келиб чиқади, бунда q—заррачанинг заряди; dN—токни ҳосил қилган зарядлар сони; $\frac{dl}{dt} = \vec{v}$ бўлиб, заррачанинг ҳаракат тезлигидир. У вақтда dN—заррачаларга таъсир қилувчи Ампер кучи (11.8а) га асосан

$$d\vec{F}_A = qdN\left[\vec{v}.\vec{B}\right]. \qquad (11.9)$$

бўлади. Бундан битта заррачага таъсир қилувчи Лоренц кучининг қуйидаги вектор кўринишидаги ифодаси келиб чиқади:

$$\vec{F}_л = \frac{d\vec{F}_A}{dN} = q\left[\vec{v}.\vec{B}\right]. \qquad (11.10)$$

(11.10)дан Лоренц кучининг скаляр кўпайтмасидаги ифодаси

$$F_л = qvB\sin\alpha \qquad (11.10а)$$

кўринишда бўлади, бунда α $\vec{v}$ тезлик вектори билан $\vec{B}$ магнит индукция вектори орасидаги бурчак.

Бу Лоренц кучи $\vec{F}_л$ ҳам $\vec{v}$ ва $\vec{B}$ векторлар ётган текисликка перпендикуляр йўналган бўлиб (11.9-расм) унинг йўналиши ўша чап қўл қоидаси билан аниқланади.

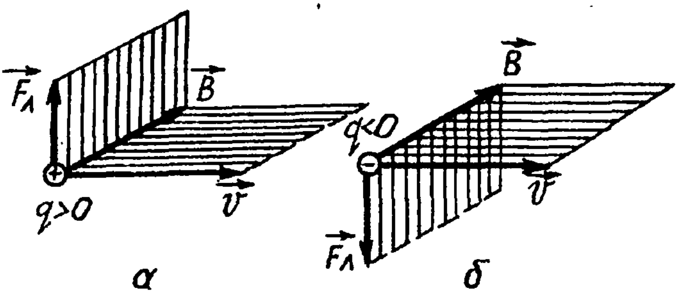
Агар чап қўл кафтига магнит индукция чизиқлари тушаётган бўлса, кўрсаткич бармоқлар мусбат заряднинг йўналиши билан мос тушса, бош бармоқ зарядга таъсир қилувчи Лоренц кучининг йўналишини кўрсатади.

11.9-расмда мусбат ($q > 0$) ва манфий ($q < 0$) зарядга таъсир қилувчи Лоренц кучининг йўналиши тасвирланган.

Бир жинсли магнит майдонидаги зарядли заррачанинг ҳаракати. Лоренц кучи $\vec{F}_л$ нинг ифодаси (11.10а) дан, зарядли заррачанинг бир жинсли ($\vec{B}$ = const) магнит майдонидаги ҳаракатланиш қонуниятларини аниқлаш мумкин.

1. Зарядли заррача магнит майдон индукция чизиқлари бўйлаб ҳаракат қилмасин. У ҳолда $\vec{v}$ ва $\vec{B}$ векторлар орасидаги α бурчак 0 ёки π га тенг бўлиб, $\sin\alpha = 0$ бўлгани учун, (11.10а) формуладаги Лоренц кучи $F_{\text{л}} = 0$, яъни заррачага магнит майдони таъсир қилмайди. Бинобарин, заррача инерцияси бўйича тўғри чизиқли текис ҳаракатланади.

2. Заряди q га тенг бўлган заррача магнит майдон индукция чизиқларига перпендикуляр равишда $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$ ҳаракатланиб кирсин. Бу ҳолда $\vec{F}_{\text{л}}$ Лоренц кучи $\vec{v}$ ва $\vec{B}$ векторга перпендикуляр йўналган (11.9-расм) ва (11.11а) дан у қуйидагига тенг бўлади:



11.9-расм

$$F_{\text{л}} = |q|vB. \qquad (11.12)$$

Механикадан маълумки, фақат, марказга интилма куч таъсирида жисмнинг ҳаракат траекторияси кучга перпендикуляр йўналган бўлади. Шунинг учун ҳам бу ҳолда $F_{\text{л}}$ Лоренц кучи $F_{\text{м.ч}} = \frac{mv^2}{R}$ дан иборат марказга интилма кучдан иборатдир:

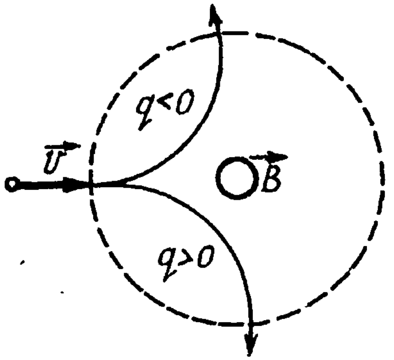
$$|q|vB = \frac{mv^2}{R}.$$

Бунда m — заррачанинг массаси, R — заррача ҳаракат траекториясининг эгрилик радиуси ва бундан:

$$R = \left|\frac{m}{q}\right|\frac{v}{B}. \qquad (11.13)$$

(11.13) да $\vec{B}=\text{const}$ бўлиб, $\vec{v}$ — тезликнинг сон қиймати ўзгармас бўлгани учун ҳаракат траекториясининг эгрилик радиуси ҳам ўзгармас қолади. Шунинг учун зарядли заррача $\vec{B}$ векторга перпендикуляр жойлашган текисликда радиуси R га тенг бўлган айлана бўйлаб ҳаракатланар экан.

Лоренц кучи $F_л$ ни ифодаловчи (11.10) ва (11.10а) формулалардан зарядли заррачанинг бир жинсли ($\vec{B}=\text{const}$) магнит майдонида ҳаракатланиш қонуниятларини аниқлаш мумкин. $F_л$ —Лоренц кучи таъсирида заррачанинг ҳаракат йўналиши зарядининг ишорасига боғлиқдир. 11.10-расмда мусбат ($q>0$) ва манфий ($q<0$) зарядли заррачанинг бир жинсли ($B=\text{const}$) магнит майдондаги ҳаракат траекторияси тасвирланган.



11.10-расм

Бир жинсли магнит майдондаги зарядли заррачанинг текис айланма ҳаракатининг T даври (11.13) формуладан қуйидагига тенг бўлади:

$$T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi}{B}\left|\frac{m}{q}\right|. \quad (11.14)$$

(11.14) дан кўринадики, заррачанинг айланиш даври магнит майдоннинг индукцияси B га, заррачанинг солиштирма заряди $\left|\frac{q}{m}\right|$ га тескари пропорционал бўлиб, заряднинг ҳаракат тезлиги v га боғлиқ эмас.

3. Умумий ҳолда зарядли заррачанинг $\vec{v}$ тезлиги магнит майдон индукцияси $\vec{B}$ га нисбатан α бурчак остида йўналган бўлсин (11.12-расм). Бу ҳолда $\vec{v}$ тезликни $\vec{B}$ бўйича йўналган $v_{\text{п}}$ ва унга перпендикуляр йўналган $v_{\perp}$ ташкил этувчиларга ажратамиз:

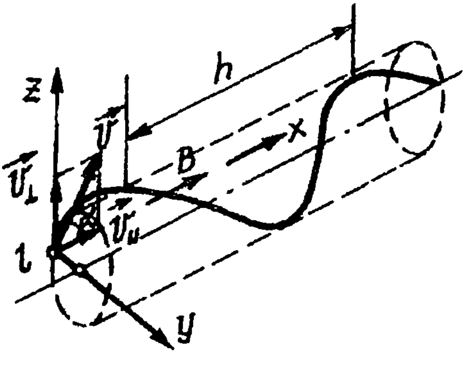
$$\left.\begin{aligned} v_{\|} &= v\cos\alpha. \\ v_{\perp} &= v\sin\alpha. \end{aligned}\right\} \quad (11.15)$$

Бунда $\vec{v}_{\parallel}$ миқдор ва йўналиши жиҳатдан ўзгармай қолиб, $\vec{v}_{\perp}$ ташкил этувчи эса миқдор жиҳатдан ўзгармас бўлиб, йўналиши эса айлана бўйлаб ўзгариб боради.

Заррача бир вақтнинг ўзида иккита ҳаракатда иштирок қилади: заррача тезлигининг $v_{\perp}$ ташкил этувчиси Лоренц кучига тегишли бўлгани учун у айлана бўйлаб ҳаракатланиб, унинг радиуси (11.13)га асосан

$$R = \left|\frac{m}{q}\right|\frac{v_{\perp}}{B} = \left|\frac{m}{q}\right|\frac{v\sin\alpha}{B}. \qquad (11.14)$$

ва заррача майдон йўналишида $v_{\parallel} = v\cos\alpha$ тезлик билан инерцияси бўйича текис ҳаракат қилади. Бу икки ҳаракатнинг қўшилиши натижасида заррача 11.11-расмда тасвирланганидек спираль винт бўйича ҳаракатланиб, спираль винтининг қадами $h = v_{\parallel}T = Tv\cos\alpha$ бўлади. Бунда T нинг ўрнига унинг (11.14) ифодаси қўйилса, қуйидаги ҳосил бўлади:



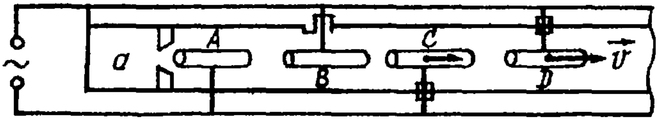
11.11-расм

$$h = \frac{2\pi}{B}\left|\frac{m}{q}\right|v\cos\alpha. \qquad (11.15)$$

Тезлатгичлар. Электр ва магнит майдонлари таъсирида зарядланган заррачаларга тезлик бера оладиган ва уларни бошқара оладиган қурилмаларга тезлатгичлар дейилади.

Зарядли заррачалар тезлатгичларидан чизиқли тезлатгич, циклотрон, фазотрон, синхротрон, синхрофазотрон ва бетатронларнинг тузилиши ва ишлаш принципларини қараб чиқамиз.

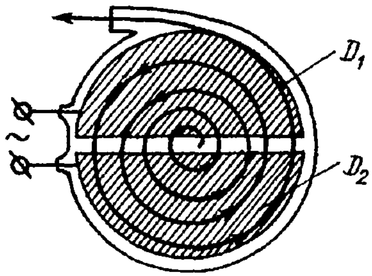
1) **чизиқли тезлатгич.** Чизиқли тезлатгичнинг схемаси 11.12-расмда тасвирланган. Схемадаги *a* камерада ион ҳосил қилинади, мисол учун электрон *a* камерадан *A* цилиндрнинг ичига кириб *AB* электродлар орасидан ўтганда тезланиш олади, унинг тезлиги ортади. $t = \frac{T}{2}$ вақтдан сўнг электрон BC элекродлар орасидан ўтиши учун B электродларнинг



11.12-расм

узунлиги А га нисбатан узунроқ бўлади. Электродлар ўзгарувчан ток манбаига уланган, унинг частотаси ν бўлса, $t=\frac{T}{2}=\frac{1}{2\nu}$ бўлади, электроннинг олган тезлиги ҳам шунчалик катта бўлади. Бундай тезлатгичлар заррачаларга ~10 МэВ энергия бера олади.

2) **циклотрон.** Зарядли зарралчаларнинг бир жинсли ($\vec{B}$ = const) магнит майдонидаги айланиш даври Т унинг тезлигига боғлиқ эмаслиги (11.14-формулага қаралсин) циклотрон деб аталувчи зарядланган зарралчаларнинг резонансли циклик тезлатгичга асос қилиб олинган. Циклотрон дуант деб аталувчи иккита ясси ярим доира кўринишдаги D_1 ва D_2 электродлардан ташкил топган (11.13-расм). Дуантлар кучли электромагнит қутблари орасига жойлашган, ҳавоси сўриб олинган камера ичига ўрнатилади. Дуантларга генератордан юқори частотали ўзгарувчан кучланиш берилади. Бунда дуантлар навбатма-навбат гоҳ мусбат, гоҳ манфий зарядланиб туради. Электр майдони фақат дуантлар оралиғида ҳосил бўлади. Тезлатиши лозим бўлган зарядли зарралчалар дуантлар орасидаги C нуқтага махсус қурилма ёрдамида киритилади. Заррача дарҳол манфий зарядланган дуант томон ҳаракатланади. Дуантлар ичидаги фазо эквипотенциал бўлганлиги учун заррача у ерда фақат магнит майдони таъсирида тезлигига пропорционал бўлган радиус [(11.13) га қ.] бўйича айлана бўйлаб ҳаракатланади. Дуантлар орасидаги кучланишнинг ўзгариш частотаси шундай танланадики, заррача айлананинг ярмисини ўтиб, дуантлар орасидаги бўшлиққа келганда улар орасидаги потенциаллар фарқи



11.13-расм

ишорасини ўзгартириб, амплитуда қийматига эришган бўлиши шарт. У вақтда заррача янгидан тезлатилган бўлади ва бунда биринчи ҳолдагига нисбатан икки марта катта энергия билан иккинчи дуантга кириб келади, натижада катта радиусли $(R \sim v)$ айлана бўйлаб ҳаракатланади.

Шундай қилиб, дуантларга бериладиган кучланишнинг частотаси (11.14) формула билан аниқланадиган даврга мос равишда ўзгартирилса, заррача ҳар гал дуантлар орасидан ўтганда qU га тенг бўлган энергия порциясини олиб, спиралсимон траектория бўйича ҳаракатланади ва ниҳоят заррача камера девори яқинидан махсус қурилма орқали ташқарига чиқариб юборилади.

Кучланишнинг амплитуда қиймати $U_0 = 100$ кВ ли генераторга эга бўлган циклотрон ёрдамида протонни $W = 21{,}9$ МэВ энергиягача, электронни эса $W = 0{,}51$ МэВ энергиягача тезлантириш мумкин экан. Циклотронда жуда катта энергияли зарядли заррачаларни олиш мумкин эмас, чунки массанинг тезликка боғланиши: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-{c^2}/{c^2}}}$ намоён бўлиб, заррачалар ҳаракати билан тезлаштирувчи майдоннинг ўзгаришидаги синхронлик бузилади.

Юқори энергияли заррачаларни олиш учун синхронликнинг бузилишидан сақлаш керак. Бунинг учун дуантларни таъминловчи кучланишнинг частотасини ёки магнит майдоннинг индукциясини ўзгарувчан қилинади.

3. Синхронликни таъминловчи генератор кучланишнинг частотасини даврий равишда ўзгартирувчи қурилма билан таъминланган циклотронга синхроциклотрон ёки фазотрон дейилади. Фазотронда протон, ионлар ва α заррачалар то 1ГэВ энергиягача тезлаштирилиши мумкин.

4. Берилган частотали кучланиш билан ишловчи циклотронда синхронликни таъминлашда m/B нисбат ўзгармас қолиши керак. Бунинг учун магнит майдон индукцияси B ни даврий равишда ўзгартириб турувчи қурилма билан таъминланган циклотронга синхротрон дейилади. Бу турдаги тезлатгичлар асосан электронларни 5-10 ГэВ энергиягача тезлатади.

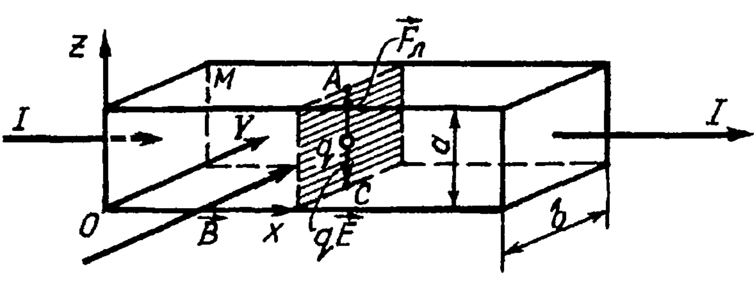
5. Синхрофазотрон деб аталадиган тезлатгичда ҳам тезлатувчи кучланиш частотаси, ҳам магнит майдонининг индукцияси даврий равишда ўзгартирилади. Бундай тезлатгичда тезланувчи заррачалар спирал бўйича эмас, ўзгармас радиусли айлана траекторияси бўйлаб ҳаракатланади.

Заррачанинг тезлиги v ва массаси m орта борган сари магнит майдоннинг индукцияси B ни шундай орттириб бориладики, (11.14) формула билан аниқланадиган R радиус ҳар доим ўзгармай қолади. Бунда заррачанинг айланиш даври T нинг ўзгариши масса m ва индукция B нинг ортиши ҳисобига бўлади. Синхрофазотронда дуант бўлмасдан, заррачаларни тезлатиш ўзгарувчан частотали генератор ҳосил қилган электр майдони билан траекториянинг айрим қисмларида содир бўлади. Синхрофазотронда асосан протонлар 500 ГэВ энергиягача тезлатилади.

6. Бетатрон—циклик индукцион тезлатгич бўлиб, унда ўзгарувчан магнит майдони ҳосил қилган уюрмали электр майдони ёрдамида электронлар ўзгармас радиусли айлана бўйлаб синхронизациясиз тезлаштирилади. Бетатронда фақат электронлар 100 МэВ энергиягача тезлаштирилади.

Холл эффекти. 1880 йилда америкалик олим Э. Холл (1855—1938) ўз номи билан аталувчи ҳодисани, қуйидаги тажриба асосида аниқлади. У олтиндан ясалган параллелепипед шаклидаги ўтказгичдан I ток ўтказиб, ўтказгичнинг битта кўндаланг кесимида ётган A ва C нуқталаридаги потенциаллар фарқи $\Delta\varphi$ ни ўлчади (11.14-расм), бунда $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_K = 0$ бўлган. Агар пластинканинг ён томонидан йўналган кучли магнит майдони таъсир қилинса, A ва C нуқталардаги потенциаллар ҳар хил бўлган. Бу ҳодисага Холл эффекти дейилади. Ўлчашдан маълум бўлдики, *A ва C нуқталардаги потенциаллар фарқи $\Delta\varphi$, ўтказгичдан ўтаётган токнинг кучи I га, магнит майдоннинг индукцияси B га тўғри ва пластинканинг қалинлиги $в$ га тескари пропорционалдир,* яъни:

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_c = R\frac{I \cdot B}{в}, \qquad (11.16)$$



11.14-расм

бунда, R—турли металлар учун турлича бўлган пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унга Холл доимийси дейилади.

Кейинчалик текширишлардан маълум бўлдики, Холл эффекти барча металларда ва ярим ўтказгичларда кузатилар экан.

Холл эффектини электрон назарияси асосида жуда оддийгина тушунтирилади. Фараз қилайлик, пластинкадаги токни ҳосил қилувчи q заряднинг концентрацияси n_0 ва ўрта тартибли ҳаракат тезлиги v бўлса, ўтказгичдан ўтаётган ток кучининг зичлиги j қуйидагига тенгдир:

$$j = qn_0v, \tag{11.17}$$

бунда $q > 0$ бўлса, заряднинг ҳаракат тезлиги $\vec{v}$ йўналиши $\vec{j}$ нинг йўналиши билан мос тушади, $q < 0$ бўлганда эса $\vec{v}$ нинг йўналиши $\vec{j}$ нинг йўналишига қарама-қарши бўлади.

(11.17) дан, кўндаланг кесим юзаси $s = a \cdot в$ бўлган пластинкадан ўтаётган токнинг кучи:

$$I = js = qn_0vaв. \tag{11.17a}$$

Пластинкадаги магнит майдонида v тезлик билан ҳаракатланаётган q зарядга $F_л = qvB$ Лоренц кучи таъсир қилади. Бу куч таъсирида пластинканинг юқори қиррасига $q > 0$ заряд тўпланиб, пастки қиррасида эса q заряд етишмайди. Натижада мусбат зарядланган пластинканинг юқори қиррасидан манфий зарядли пастки қиррасига йўналган, кучланганлиги E бўлган қўшимча электр майдони ҳосил бўлади ва бу майдон q зарядга Кулон кучи $F_л = qE$ таъсир қилади. Пластинкадан ўтаётган ток кучи I турғунлашганда қарама-қарши йўналган Лоренц ва Кулон кучлари миқдор жиҳатдан ўзаро тенг бўлиб қолади: $qE = qvB$, бунда пластинкада қўшимча ҳосил бўлган электр майдонининг кучланганлиги $E = vB$.

Қўшимча потенциаллар фарқи $\Delta\varphi$ вужудга келган пластинка қирралари орасидаги масофа a га тенг бўлса, потенциал градиентига асосан $\Delta\varphi$ қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_c = Ea = vBa. \tag{11.18}$$

Бунга (11.17,а)дан $v=\frac{I}{qn_0 ав}$ ни қўйиб, ҳосил қиламиз:

$$\Delta\varphi = B\cdot a.\frac{I}{qn_0 ав}=\frac{I}{qn_0}\cdot\frac{I\cdot B}{в}. \qquad (11.19)$$

Агар бунда

$$R=\frac{I}{qn_0}, \qquad (11.20)$$

деб фараз қилинса, (11.14) ифода (11.16) билан мос тушади.

Шундай қилиб, Холл доимийси R ни ўлчаб, ток ташувчиларнинг концентрацияси n_0 ни аниқлаш мумкин:

$$n_0=\frac{I}{qR}. \qquad (11.20а)$$

Металларнинг муҳим характеристикаларидан бири ток ташувчиларнинг ҳаракатчанлиги $u = {}^{v}\!/_{E}$ бўлиб, у металлнинг солиштирма электр ўтказувчанлиги γ билан қуйидагича боғланишга эга:

$$\gamma = qn_0 u \qquad (11.21)$$

Холл доимийси R ни ва солиштирма электр ўтказувчанлик γ ни аниқлаб, (11.20) ва (11.21) формулалар бўйича пластинкадаги ток ташувчиларнинг концентрацияси n_0 ни ва ҳаракатчанлиги u ни топиш мумкин.

Холл эффектини ярим ўтказгичларда текшириб, бунда эффект ишорасига қараб, ярим ўтказгичнинг n- ёки p-турга тегишли эканлигини аниқлаш мумкин.

11.3. БИО-САВАР-ЛАПЛАС ҚОНУНИ

1820 йили француз олимлари Ж. Био (1774—1862) ва Ф. Савар (1791—1841) ўзгармас ток ҳосил қилган магнит майдонни ҳисоблашга имкон берадиган формулани аниқлаш мақсадида қуйидаги тажрибани ўтказишади. Улар узун тўғри токли ўтказгич ҳосил қилган магнит майдонни «синов контур» ёрдамида текширишди (11.3-расм). Тажрибада магнит майдон индукцияси $\vec{B}$ нинг йўналиши ва катталиги магнит моменти $\vec{P}_m$ маълум бўлган «синов контури»га таъсир этаётган кучлар моменти орқали аниқланган, чунки (11.4б) га асосан токли контурни айлантирувчи момент $\vec{M}$ магнит майдон индукцияси $\vec{B}$ га пропорционалдир. «Синов контури»нинг магнит моменти $P_m = \text{const}$ бўлганда, унга таъсир қилувчи куч моменти M нинг қиймати ўтказгичдан ўтаётган токнинг кучи I га пропорционаллиги маълум бўлди. Бинобарин, *магнит майдоннинг индукцияси $\vec{B}$ шу майдонни ҳосил қилаётган ток кучи I га пропорционалдир,* яъни:

$$B \sim I. \qquad \text{(а)}$$

Иккинчидан, «синов контури»ни токли AB ўтказгичдан (11.3-расмга қ) турли r масофаларга жойлаштирилганда контурга таъсир қилувчи куч моменти $\vec{M}$ нинг, яъни магнит майдонининг шу нуқтадаги индукцияси $\vec{B}$ нинг қийматини r масофага тескари пропорционаллиги аниқланди, яъни:

$$B \sim \frac{1}{r}. \qquad \text{(б)}$$

Био ва Савар бу тажриба натижалари — (а) ва (б) асосида токли ўтказгич магнит майдонини ҳисоблашга имкон берадиган формулани чиқара олишмади, чунки улар олган тажриба натижалари фақат тўғри токли ўтказгич учунгина ўринли эди.

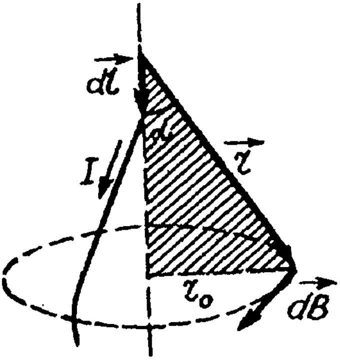
Кейинчалик, Био ва Саварнинг таклифига биноан, уларнинг тажриба натижаларига асосланган ҳолда француз физиги ва математиги П. Лаплас (1749—1827) ихтиёрий шаклдаги токли ўтказгич атрофидаги магнит майдонининг индукцияси B ни аниқлаш имконини берадиган формулани келтириб чиқаради. Бунда Лаплас майдоннинг суперпозицияси (қўшиш) принципидан фойдаланди. Бу принципга асосан, ихтиёрий шаклдаги токли ўтказгич ҳосил қилган магнит майдонининг бирор нуқтасидаги индукцияси $\vec{B}$, унинг элементар токлари—$\left(Id\vec{l}\right)$ ҳосил қилган магнит майдонларининг элементар индукцияси dB_iларининг геометрик (вектор) йиғиндисига тенгдир:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \cdots + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i. \qquad (11.22)$$

Лаплас ҳар бир элементар ток $\left(I d\vec{l}\right)$ ҳосил қилган магнит майдони учун (11.15-расм)

$$d\vec{B}=k'\frac{I\left[d\vec{l}\cdot\vec{r}\right]}{r^3}, \tag{11.23}$$

формулани тавсия қилди, бунда k' — муҳитга боғлиқ бўлган пропорционаллик коэффициенти, I—ток кучи, $d\vec{l}$ —ток ўтаётган томонга йўналган элементар ўтказгич узунлиги бўлиб, $I d\vec{l}$ га элементар ток дейилади, $\vec{r}$ —элементар токдан магнит индукцияси аниқлайдиган нуқтагача йўналган радиус-вектор. k' пропорционаллик коэффициенти фақат ўлчов бирликлар системасига боғлиқ бўлган k пропорционаллик коэффициенти орқали



11.15-расм

$$k'=k\mu. \tag{11.24}$$

боғланишга эга, бунда μ—муҳитнинг нисбий магнит сингдирувчанлиги. У вақтда (11.23) ифодани

$$d\vec{B}=k\mu\frac{I\left[d\vec{l}.\vec{r}\right]}{r^3} \tag{11.23a}$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бундаги k пропорционаллик коэффициентининг СИ даги ифодаси:

$$k=\frac{\mu_0}{4\pi}. \tag{11.24a}$$

Бунда, μ_0 —янги ўлчов бирликли физик катталик бўлиб, унга **магнит доимийси** дейилади.

Ва ниҳоят, (11.24а) га асосан элементар ток $\left(Id\vec{l}\right)$ ҳосил қилган магнит майдон индукцияси $d\vec{B}$ ва кучланганлиги $d\vec{H}$ қуйидагига тенг бўлади:

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l}\cdot\vec{r}\right]}{r^3}, \qquad (11.25)$$

$$d\vec{H}=\frac{d\vec{B}}{\mu_0\mu}\frac{1}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l}\cdot\vec{r}\right]}{r^3}, \qquad (11.25а)$$

Бу муносабатлар Био-Савар-Лаплас қонунининг математик ифодаси бўлиб, уни таърифлаш учун скаляр кўринишда ёзамиз:

$$dB=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha, \qquad (11.26)$$

$$dH=\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha. \qquad (11.26,а)$$

Шундай қилиб, Био-Савар-Лаплас қонунини қуйидагича таърифлаш мумкин.

Элементар токлар ҳосил қилган магнит майдонининг бирор нуқтасидаги индукцияси ёки кучланганлиги элементар токка, ўтказгич билан радиус-вектор орасидаги бурчакнинг синусига тўғри ва ўтказгичдан майдон нуқтасигача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционалдир.

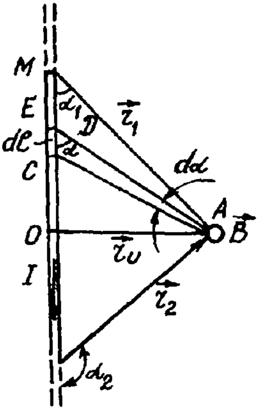
11.4. ТОКЛАР ҲОСИЛ ҚИЛГАН МАГНИТ МАЙДОННИ ҲИСОБЛАШ

Био-Савар-Лаплас қонуни (11.26)дан фойдаланиб, турли шаклдаги токли ўтказгич ҳосил қилган магнит майдонининг бирор нуқтасидаги индукцияси ёки кучланганлигини ҳисоблаш мумкин.

Токлар ҳосил қилган магнит майдонининг бирор нуқтасидаги натижавий индукцияси $\vec{B}$ нинг қиймати элементар ток $\left(Id\vec{l}\right)$ нинг ҳосил қилган магнит майдонининг шу нуқтадаги индукциялари dB нинг йиғиндиси сифатида аниқланади:

$$B=\int dB=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}I\int\frac{dl}{r^2}\sin\alpha. \qquad (11.27)$$

Узунлиги чекланган тўғри ток магнит майдонини ҳисоблаш.



11.16-расм

Фараз қилайлик, узунлиги чекланган ва учлари α_1 ва α_2 бурчак остида кўринадиган I ток ўтаётган тўғри ўтказгич берилган бўлсин (11.17-расм). Бу токли ўтказгич ҳосил қилган магнит майдонининг бирор нуқтасидаги индукцияси B ни (11.27) формула асосида ҳисоблаш учун ундаги r ва dl ларни мустақил α бурчак орқали ифодалаш керак. 11.16-расмдаги чизмадан фойдаланиб, аниқлаймиз:

ΔAOC дан $\sin\alpha = \frac{r_0}{r}$, бундан $r = \frac{r_0}{\sin\alpha}$;

$OCDE$ дан $\sin\alpha = \frac{rd\alpha}{dl}$, бунда

$$dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin\alpha}$$

Шундай қилиб, r ва dl нинг бу ифодаларини (11.27)га қўйиб, α_1 бурчакдан α_2 гача оралиқда интеграллаш амалини бажарамиз:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} I \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin^2\alpha}{r_0^2} \cdot \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2\alpha} \sin\alpha = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \cdot d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I}{r_0} \left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$$

Шундай қилиб, узунлиги чегараланган токли ўтказгич магнит майдонининг бирор нуқтасидаги индукцияси B ва кучланганлиги H қуйидаги формуладан аниқланар экан:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I}{r_0} \left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right), \qquad (11.28)$$

$$H = \frac{B}{\mu_0\mu} = \frac{1}{4\pi} \frac{I}{r_0} \left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \qquad (11.28,\ \text{a})$$

Бу ерда I—ўтказгичдан ўтаётган токнинг кучи; r_0—ўтказгичдан текширилаётган нуқтагача бўлган масофа; α_1 ва α_2 — ўтказгич учларидан нуқтагача бўлган $\vec r_1$ ва $\vec r_2$ радиус-векторлар билан ўтказгич орасидаги бурчак.

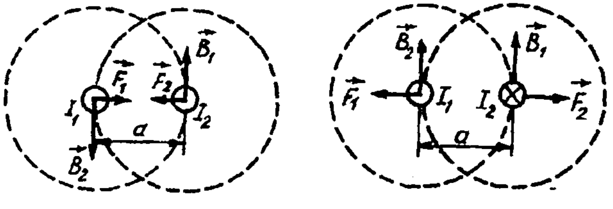
Хусусий ҳолда MN ўтказгич чексиз узун бўлса, $\alpha_1 = 0°$ $(\cos 0° = 1)$ ва $\alpha_2 = \pi$ $(\cos\pi = -1)$ тенг бўлиб, (11.28) ва (11.28а) лардан қуйидаги ифодалар келиб чиқади:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2I}{r_0}, \qquad (11.29)$$

$$H = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2I}{r_0}, \qquad (11.29а)$$

Бу (11.29) ва (11.29а) ифодалар Био-Савар тажрибаси натижаларини тасдиқлайди, яъни тўғри токли ўтказгич ҳосил қилган магнит майдонининг индукцияси ёки кучланганлиги ўтказгичдан ўтаётган токнинг кучи I га тўғри ва ўтказгичдан нуқтагача бўлган масофа r га тескари пропорционалдир.

Параллел токларнинг ўзаро таъсири. Бир-биридан r_0 масофада жойлашган иккита узун параллел токли ўтказгичларни қараб чиқамиз (11.17-расм). Тажрибада текширишлардан маълум бўлдики, иккита параллел ўтказгичлардан ўтаётган I_1 ва I_2 токлар бир томонга йўналганда улар ўзаро тортишади (11.17-а расм), қарама-қарши йўналганда ўзаро итаришади (11.17-б расм). Параллел токларнинг ўзаро таъсир кучини биринчи марта француз олими Ампер аниқлаган бўлиб, уни (11.17)га асосан келтириб чиқариш мумкин. У вақтда I_2 ток ўтаётган иккинчи ўтказгичнинг dl элементига биринчи I_1 токли ўтказгич магнит майдонининг таъсир кучи dF_2 (11.17)га асосан қуйидагига тенгдир:



а б

11.17-расм

$$dF_2 = I_2B_1\,dl\cdot\sin\left(d\vec{l}\,\widehat{,}\,\vec{B}_1\right) \qquad (11.30)$$

бунда B_1—биринчи чексиз узун I_1 токли ўтказгичнинг r_0 масофада ҳосил қилган магнит майдонининг индукцияси бўлиб, (11.29) га биноан:

$$B_1 = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2I}{r_0}, \qquad (11.31)$$

Биринчи токли ўтказгич магнит майдонининг индукция чизиқлари иккинчи ўтказгич dl узунлигига перпендикуляр $\left[\left(d\bar{l},\hat{\ }\bar{B}_1\right)=90^\circ\right]$ йўналганлиги учун $\sin\left(d\bar{l},\hat{\ }\bar{B}_1\right)=1$бўлиб, (11.31) ни (11.30) га қўйилса, қуйидаги келиб чиқади:

$$dF_2 = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2I_1\cdot I_2}{r_0}dl. \qquad (11.32)$$

Худди шундай мулоҳаза асосида биринчи I_1 токли ўтказгичнинг dl элементига иккинчи I_2 токли ўтказгич магнит майдонининг таъсир кучи dF_1 ҳам қуйидаги кўринишда келиб чиқади:

$$dF_1 = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2I_1\cdot I_2}{r_0}dl. \qquad (11.32а)$$

Охирги (11.32) ва (11.32а) муносабатлардан кўринадики, параллел токли ўтказгичларнинг элементар dl узунлигига таъсир қилувчи кучлар ўзаро тенг бўлганлиги учун уни умумий кўринишда ёзиш мумкин:

$$dF = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2I_1\cdot I_2}{r_0}dl \qquad (11.33)$$

Параллел токли ўтказгичларнинг l узунлигига таъсир қилувчи куч F ни топиш учун (11.33) ни 0 дан l гача интеграллаnса, қуйидаги келиб чиқади:

$$F = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2I_1\cdot I_2}{r_0}l. \qquad (11.33,\ а)$$

Бунда μ – муҳитнинг нисбий магнит сингдирувчанлиги, μ_0 – бирликлар системасининг танланишига боғлиқ бўлган магнит доимийси бўлиб, унинг СИ даги қиймати:

$$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{Н}{А^2}\left(\text{ёки}\,\frac{Гн}{М}\right) = 12{,}56\cdot10^{-7}\,\frac{Н}{А^2}\left(\text{ёки}\,\frac{Гн}{М}\right).$$

Шундай қилиб, параллел токларнинг ўзаро таъсир кучини ифодаловчи (11.33а) қонуниятни қуйидагича таърифлаш мумкин:

Параллел токларнинг ўзаро таъсир кучи ўтказгичдан ўтаётган токлар кучининг кўпайтмасига, ўтказгичнинг узунлигига тўғри ва улар орасидаги масофага тескари пропорционалдир.

Ток кучининг СИдаги ўлчов бирлиги ампер (А)ни параллел токларнинг ўзаро таъсир кучи асосида таърифлаш мумкин. Агар (11.33, а) да $r_0 = 1$ м, $l = 1$ м ва $I_1 = I_2 = 1$А бўлса, $F = 2 \cdot 10^{-7}$ Н бўлади.

Шундай қилиб, *бўшлиқда бир-биридан 1 м масофада жойлашган чексиз узун ва ўта ингичка иккита параллел токли ўтказгичнинг ҳар бир метри узунлиги ўзаро $2 \cdot 10^{-7}$ Н куч билан таъсирлашадиган ўтказгичдаги токнинг кучига 1 ампер (А) деб айтилади.*

Умумий ҳолда битта текисликда ётмаган, яъни ўзаро параллел бўлмаган (11.19-расм) иккита: $I_1 d\vec{l}_1$ ва $I_2 d\vec{l}_2$ элементар токларнинг ўзаро таъсир кучи $d\vec{F}_{12}$ нинг ифодасини келтириб чиқарамиз.

Биринчи элементар ток $I_1 d\vec{l}_1$ нинг ҳосил қилган магнит майдонидаги иккиламчи элементар ток $I_2 d\vec{l}_2$ га таъсир қилувчи Ампер кучи $d\vec{F}_{12}$ (11.33) га биноан

$$d\vec{F}_{12} = I_2 \left[d\vec{l}_2 . d\vec{B}_1 \right]. \qquad (11.34)$$

кўринишда ёки скаляр кўринишда:

$$d\vec{F}_{12} = I_2 dl_2 d\vec{B}_1 \sin\left(d\vec{l}_2, \wedge\, d\vec{B}_1 \right) = I_2 dl_2 d\vec{B}_1 \sin\theta_1 . \qquad (11.34а)$$

бунда θ_1—икки $d\vec{l}_2$ ва $d\vec{B}_1$ векторлар орасидаги бурчак, $d\vec{B}_1$—биринчи элементар ток $I_1 d\vec{l}_1$ нинг $\vec{r}_{12}$ масофада ҳосил қилган магнит майдонининг индукция вектори бўлиб, Био-Савар-Лаплас қонуни (11.25) га асосан:

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I_1 \left[d\vec{l}_1, \vec{r}_{12} \right]}{r_{12}^3} \qquad (11.35)$$

ёки бу ифодани скаляр кўринишда ёзамиз:

$$dB_1 = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I_1 dl_1}{r_{12}^2}\sin\left(d\vec{l}_1, \hat{\ } \vec{r}_{12}\right) = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I_1 dl_1 \sin\theta_2}{r_{12}}. \qquad (11.35а)$$

Бунда θ_1 — $d\vec{l}_1$ ва $\vec{r}_{12}$ векторлар орасидаги бурчак.

(11.35) ва (11.35а) ифодаларни (11.34) ва (11.34а)да ўринларига қўйилса, иккита элементар токнинг ўзаро таъсир кучи $d\vec{F}_{12}$ ни ифодаловчи Ампер қонунининг вектор ва скаляр кўринишдаги математик ифодалари келиб чиқади:

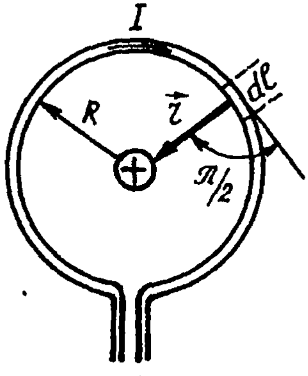
$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I_1 I_2 \left[d\vec{l}_2 \cdot \left[d\vec{l}_1, \vec{r}_{12}\right]\right]}{r_{12}^3} \qquad (11.36)$$

ва

$$dF_{12} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{I_1 dl_1 \cdot I_2 dl_2 \sin\theta_1 \cdot \sin\theta_2}{r_{12}^2}. \qquad (11.36а)$$

Бу ифодалар электростатикадаги Кулон қонуни сингари электромагнетизмнинг асосий тенгламаларидан бири ҳисобланади.

Айланма токли ўтказгич марказидаги магнит майдони (11.18-расм). Бу ҳолда ўтказгичнинг барча элементлари $d\vec{l}$ радиус-вектор $\vec{r}$ га перпендикуляр $\alpha = 90°$, яъни $\sin\alpha = 1$ бўлиб, $r = R$ бўлсин. Шунинг учун ҳам, (11.27) ни қуйидаги кўринишда ёзиб, 0 дан $2\pi R$ оралиқда интеграллаб, айланма ток марказидаги магнит майдони индукцияси B ни аниқлаймиз:



11.18-расм

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} I \int_0^{2\pi R} \frac{dl}{R^2} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{R^2}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I}{R^2}2\pi R = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2\pi I}{R}.$$

Шундай қилиб, айланма токли ўтказгич марказидаги магнит майдонининг индукцияси B ва кучланганлиги H қуйидагига тенг экан:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{2\pi I}{R}, \qquad (11.34)$$

$$H = \frac{B}{\mu_0\mu} = \frac{1}{4\pi}\frac{2\pi I}{R}. \qquad (11.34a)$$

Демак, *айланма токли ўтказгич марказидаги магнит майдоннинг индукцияси B ёки кучланганлиги H ўтказгичдан ўтаётган токнинг кучи I га тўғри ва айлананинг радиуси R га тескари пропорционалдир.*

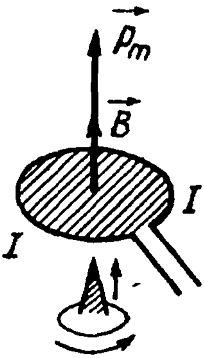
Айлана шаклидаги токли контурнинг магнит моменти

$$P_m = IS = I\pi R^2 = \pi R^2 I \qquad (11.35)$$

бўлгани учун (11.34) ва (11.34a) ларни магнит момент орқали ёзиш мумкин:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2\pi R^2 I}{R^3} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2P_m}{R^3}, \qquad (11.36)$$

$$H = \frac{B}{\mu_0\mu} = \frac{1}{4\pi}\frac{2P_m}{R^3}. \qquad (11.36a)$$



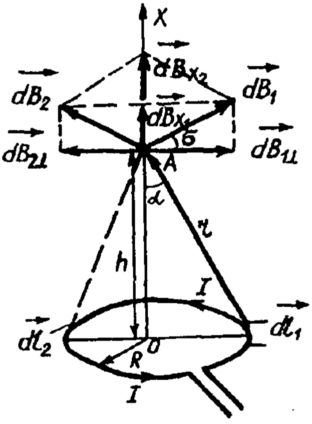
11.19-расм

Айланма токли ўтказгич марказидаги магнит майдоннинг индуцияси $\vec{B}$, кучланганлиги $\vec{H}$ ва магнит моменти $\vec{P}_m$ векторлар ўқи бўйлаб йўналган бўлиб, уларнинг йўналиши юқорида баён қилинган «парма қоидаси» (11.19-расм) асосида аниқланади. Шунинг учун ҳам (11.36) ва (11.36a) ифодаларни вектор кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2\vec{P}_m}{R^3}, \qquad (11.37)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2\vec{P}_m}{R^3}. \qquad (11.37a)$$

Айланма токнинг ўқидаги магнит майдон. Энди R радиусли I ток ўтаётган айлана ўтказгич ўқида ётган, айлана текислигидан h масофада жойлашган A нуқтадаги магнит майдоннинг индукцияси B ни ҳисоблаб чиқайлик (11.20-расм). Айлана ўтказгичнинг $I\vec{dl}$ – элементар токларининг A нуқтада ҳосил қилган магнит майдонининг индукцияси $d\vec{B}$ миқдор жиҳатдан бир хил, йўналишлари эса ҳар хил бўлади. 11.20-расмда айланма токнинг диаметрал қарама-қарши жойлашган элементар токнинг ҳосил қилган майдонининг $d\vec{B}_1$ ва $d\vec{B}_2$ индукциялари тасвирланган. Элементар токлар ($I\vec{dl}$) нинг A нуқтадаги индукцияси $d\vec{B}$ нинг қиймати бир хил бўлади, яъни:



11.20-расм

$$dB = dB_1 = dB_2 = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha. \quad (11.34)$$

Расмда ўтказгичнинг элементар узунлиги $d\vec{l}$ билан $\vec{r}$ радиус-вектор орасидаги бурчак $\left(d\vec{l},\hat{\ }\vec{r}\right) = 90°$ бўлгани учун $\sin\left(d\vec{l},\hat{\ }\vec{r}\right) = 1$ бўлади. У вақтда (11.34) ни

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}. \quad (11.34а)$$

кўринишда ёзиш мумкин. $d\vec{B}_1$ ва $d\vec{B}_2$ векторларни иккита ташкил этувчиларга ажратамиз: OX ўқига перпендикуляр бўлган $d\vec{B}_{1\perp}$ ва $d\vec{B}_{2\perp}$ ҳамда OX ўқи бўйлаб йўналган $d\vec{B}_{1x}$ ва $d\vec{B}_{2x}$ ташкил этувчиларга ажратамиз. Бу векторларнинг модуллари тенг бўлгани учун $d\vec{B}_{1\perp} = -d\vec{B}_{2\perp}$ ёки $dB_{1\perp} + dB_{2\perp} = 0$ бўлиб, $d\vec{B}_{1x} = d\vec{B}_{2x}$ ёки $dB_{1x} = dB_{2x} = dB\sin\alpha$. Бинобарин, OX ўқига перпендикуляр бўлган $d\vec{B}_{\perp}$ ташкил этувчиларнинг йиғиндиси нолга тенг, яъни $\int d\vec{B}_{\perp} = 0$ бўлгани учун А нуқтадаги магнит майдоннинг натижаловчи индукция вектори $\vec{B}$ нинг модули $0X$ ўқи бўйлаб йўналган dB_x ташкил этувчиларнинг йиғиндисига тенг бўлади, яъни:

$$B = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2\pi RI}{r^2}\sin\alpha \qquad (11.35)$$

Бунда $r = \sqrt{R^2 + h^2}$ ва $\sin\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+h^2}}$. У вақтда (11.35) ифода қуйидаги кўринишни олади:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2\pi R^2 I}{r^3} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2+h^2\right)^{3/2}} \qquad (11.36)$$

Бу муносабатнинг суратидаги $\pi R^2 I$ ифода контурнинг магнит моменти P_m дан, яъни $P_m = \pi R^2 I$ бўлгани учун (11.36) формула электр диполи ўқидаги электр майдон кучланганлиги учун ёзилган (11.37) ифодага ўхшаш кўринишга эга бўлади.

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2P_m}{r^3} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2P_m}{\left(R^2+h^2\right)^{3/2}}. \qquad (11.37)$$

Айланма токнинг ўқидаги $\vec{B}$ ва $\vec{P}_m$ векторларнинг йўналиши мос тушганлиги учун (11.37) ни вектор кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

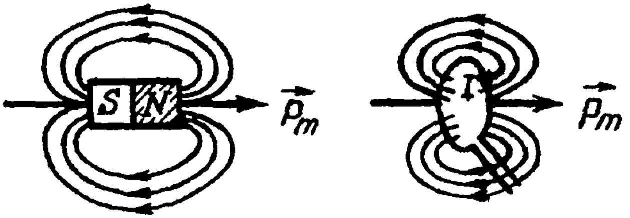
$$\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{2\vec{P}_m}{r^3} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2\vec{P}_m}{\left(R^2+h^2\right)^{3/2}}. \qquad (11.37а)$$

Шундай қилиб, (11.36) ва (11.37а) га асосан айланма токнинг ўқида ётган A нуқтадаги кучланганлик H қуйидагига тенг бўлади:

$$H = \frac{B}{\mu_0\mu} = \frac{1}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{r^3} = \frac{1}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2+h^2\right)^{3/2}}. \qquad (11.38)$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu} = \frac{1}{4\pi}\frac{2\vec{P}_m}{r^3} = \frac{1}{4\pi}\frac{2\vec{P}_m}{\left(R^2+h^2\right)^{3/2}}. \qquad (11.38,а)$$

Диполь электр майдоннинг ўқида ётган нуқтасидаги электр индукция вектори $\vec{D} = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2\vec{P}_e}{r^3}$ га ўхшаш бўлганлиги учун айланма токни шартли равишда «магнит диполи» деб қабул қилинади. Ҳақиқатан ҳам «магнит диполи» ва доимий магнит майдонларининг индукция чизиқлари 11.21-расмда тасвирлангандек, бир хил кўринишга эга. Бунда «магнит диполи»нинг шимолий қутби сифатида куч чизиқлари чиқаётган томон олиниб, жанубий қутбига эса куч чизиқлар кираётган томони олинади.



11.21-расм

Узунлиги чегараланган соленоид ўқидаги магнит майдони. *Соленоид деб, марказлари умумий ўқда ётувчи, бир-бири билан кетма-кет уланган N та айланма токлардан иборат бўлган спиралсимон ўтказгичга айтилади.*

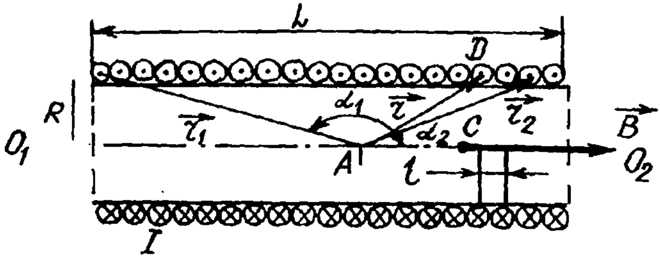
Фараз қилайлик, узунлиги L, ўрамлар сони N, ўрамлар радиуси R бўлган I токли соленоид ўқида ётган A нуқтасидаги индукцияси B ни (11.36) формула асосида ҳисоблаб чиқамиз (11.22-расм). Соленоид dl узунлигига мос келган $dN = \frac{N}{L}dl = ndl$ (бунда n—соленоиднинг узунлик бирлигига тўғри келган ўрамлар сони) ўрамларидан ўтаётган I ток ҳосил қилган магнит майдоннинг A нуқтадаги индукцияси dB (11.37) формулага биноан қуйидагича ифодаланади:

$$dB = BdN = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2+h^2\right)^{3/2}} ndl . \qquad (11.39)$$

11.22-расмдаги $\Delta АДС$ дан $l = Rctg\alpha$ бўлиб, $dl = -\frac{Rd\alpha}{\sin^2\alpha}$ ва $r = \sqrt{R^2 + h^2} = \frac{R}{\sin\alpha}$ эканлигини назарга олиб, (11.39) ни

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{R^3/_{\sin^3\alpha}} n\left(- R\frac{d\alpha}{\sin^2\alpha}\right) = -\frac{1}{2}\mu_0\mu\, nI \sin\alpha d\alpha \qquad (11.39\ а)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу ифодадаги ўзгарувчан α соленоиднинг $O_1 O_2$ ўқи ва $\vec{r}$ радиус-вектор орасидаги бурчак. У соленоиднинг бошланғич ва охирги ўрамлари учун мос равишда α_1 ва α_2 қийматларига эга бўлади. Шунинг учун (11.39,а) ни α_1 дан α_2 гача бўлган интервалда интеграллаб, токли соленоиднинг A нуқтасидаги магнит майдон индукцияси B ни топамиз:



11.22-расм

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = -\frac{1}{2}\mu_0\mu In\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{1}{2}\mu_0\mu\, In\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right).$$

Шундай қилиб, токли соленоид ўқининг ихтиёрий A нуқтасидаги магнит майдонининг индукцияси B ва кучланганлиги H қуйидагига тенг бўлади:

$$B = \frac{1}{2}\mu\mu_0 In\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right), \text{ бунда } \alpha_2 < \alpha_1 . \qquad (11.40)$$

$$H = \frac{B}{\mu_0\mu} = \frac{In}{2}\cdot\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right), \qquad (11.40\ а)$$

11.22-расмдан кўринадики, бурчак косинуслари қуйидагига тенгдир:

$$\cos\alpha_1 = \frac{l}{\sqrt{R^2+l^2}};\ \cos\alpha_2 = \frac{L-l}{\sqrt{R^2+(L-l)^2}}. \qquad (11.41)$$

(11.40), (11.40 а) ва (11.41) тенгламалардан кўринадики, токли соленоид ўқининг ихтиёрий нуқтасидаги магнит майдонининг индукцияси B ёки кучланганлиги H соленоиднинг узунлик бирлигига мос келган ўрамлар сони n га, токнинг кучи I га, соленоид ўрамларининг радиуси R га, узунлиги L га ва A нуқтанинг ҳолатига боғлиқдир.

Агар текширилаётган A нуқта соленоид ўқининг ўртаси $\left(l = L/2\right)$ да жойлашган бўлса, бурчак косинуслари

$$\cos\alpha_1 = \frac{L/2}{\sqrt{R^2+\left(4/2\right)^2}} = -\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}};\ \cos\alpha_2 = \frac{L/2}{\sqrt{R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}} = \frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}.$$

бўлади. Бу ҳолда, соленоид ўқининг ўртасидаги A нуқтада магнит майдоннинг индукцияси B ва кучланганлиги H максимал қийматга эришади:

$$B_{\max} = \mu_0\mu\frac{In}{2}\left(\frac{L}{\sqrt{4R^2+L^2}} + \frac{L}{\sqrt{4R^2+L^2}}\right) = \mu_0\mu\, In\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}, \quad (11.42)$$

$$H_{\max} = \frac{B_{\max}}{\mu_0\mu} = In\frac{L}{\sqrt{4R^2+L^2}}. \qquad (11.42a)$$

Агар соленоиднинг узунлиги ўрамлар радиусидан жуда катта $(L >> R)$ бўлса, соленоидни чексиз узун деб ҳисоблаш мумкин. Бу ҳолда соленоид ўқидаги ихтиёрий нуқталар учун $\alpha_1 = \pi$ ва $\alpha_2 = 0$ бўлади. Натижада, (11.40) ва (11.40а) формулага биноан, чексиз узун соленоид ўқидаги магнит майдоннинг индукцияси B ва кучланганлиги H қуйидагига тенг бўлади:

$$B = \mu_0\mu\frac{In}{2}\left(\cos 0^\circ - \cos\pi\right) = \mu_0\mu\, In; \qquad (11.43)$$

$$H = \frac{B}{\mu_0\mu} = In. \qquad (11.43a)$$

Бундан чексиз узун соленоиднинг магнит майдони бир жинсли $\left(\vec{B} = \text{const}\right)$ бўлади. Шунинг учун ҳам, (11.43) ва (11.43а) формулалар соленоид ичидаги ихтиёрий нуқта учун ўринлидир.

Агар А нуқта соленоиднинг учларидан бирида жойлашган бўлса, 11.22-расмдан кўринадики, $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ ва $\alpha_2 = 0$ (чап учи) ёки $\alpha_2 = \pi$ ва $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$ (ўнг учи) бўлади. Бу хусусий ҳолда (11.40) ва (11.40а) формулалардан токли узун соленоиднинг бир учидаги магнит майдоннинг индукцияси B ва кучланганлиги H қуйидагича бўлади:

$$B = \mu_0\mu \frac{In}{2} \text{ ва } H = \frac{In}{2}. \qquad (11.44)$$

Токли соленоиднинг магнит моменти. Токли соленоиднинг магнит моменти $\vec{P}_m$ ҳар бир ўрамли магнит моментларининг геометрик йиғиндисига тенгдир. Барча ўрамларидаги токларнинг кучи бир хил, ўрамлар кесим юзлари ўзаро тенг ва ўрамларнинг ўқлари соленоид ўқи билан мос тушади. Шунинг учун ҳам токли соленоиднинг магнит моменти векторининг сон қиймати

$$\vec{P}_m = NIS = nL \cdot IS, \qquad (11.45)$$

бўлади, бунда S—ўрамларининг кесим юзи, $N = nL$—соленоиддаги умумий ўрамлар сони.

Ҳаракатдаги заряднинг магнит моменти. Юқоридаги А. Ф. Иоффе тажрибасидан маълум бўлдики, ҳаракатланаётган заряд атрофида ўзгармас токнинг магнит майдони сингари майдон ҳосил бўлар экан. Бу майдоннинг индукцияси B_q ва кучланганлиги H_q ни Био-Савар-Лаплас қонунининг:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3} \qquad (11.46)$$

математик ифодасидан осонгина аниқланган. Бунинг учун ток кучи I нинг заррачанинг элементар заряди q орқали (11.9) ифодасини (11.36) га қўйилса:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot dN}{dt} \cdot \frac{I\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot dN}{r^3}\left[\frac{d\vec{l}}{dt},\vec{r}\right],$$ бунда $\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{v}$

бўлгани учун $d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} q dN \frac{\left[\vec{v},\vec{r}\right]}{r^3}$. Бундан $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган q элементар заряднинг ҳосил қилган магнит майдон индукцияси $\vec{B}_q$ ва кучланганлиги H_q қуйидагича кўринишда бўлади:

$$\vec{B}_q = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{q\left[\vec{v},\vec{r}\right]}{r^3}. \qquad (11.47)$$

$$H_q = \frac{B_q}{\mu_0\mu} = \frac{1}{4\pi}\frac{q[\vec{v},\vec{r}]}{r^3}. \qquad (11.47a)$$

Бу муносабатлар скаляр кўринишда ёзилса:

$$B_q = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{qv}{r^2}\sin\left(\vec{v},{}^{\wedge}\,\vec{r}\right), \qquad (11.48)$$

$$H_q = \frac{1}{4\pi}\frac{qv}{r^2}\sin\left(\vec{v},{}^{\wedge}\,\vec{r}\right). \qquad (11.48a)$$

Шундай қилиб, ҳаракатланаётган заряд ҳосил қилган магнит майдонининг бирор нуқтасидаги индукцияси B_q ёки кучланганлиги H_q, заряднинг катталиги q га, унинг ҳаракат тезлиги v га, тезлик билан радиус-вектор орасидаги бурчакнинг синусига тўғри ва заряддан нуқтагача бўлган масофа r нинг квадратига тескари пропорционалдир.

Магнит майдоннинг индукцияси B_q ва кучланганлиги H_q тезлик $\vec{v}$ ва радиус-вектор $\vec{r}$ орасидаги бурчакка боғлиқ:

$\left(\vec{v},{}^{\wedge}\,\vec{r}\right) = 90°$ бўлса, B_q ва H_q максимал қийматга;

$\left(\vec{v},{}^{\wedge}\,\vec{r}\right) = 0°$ бўлса, $B_q = 0$, $H_q = 0$ бўлади.

Шуни қайд қилиш керакки, ҳаракатланаётган заряднинг магнит майдони носимметрик майдон бўлиб, тинч турган заряднинг электростатик майдони эса симметрик майдондир.

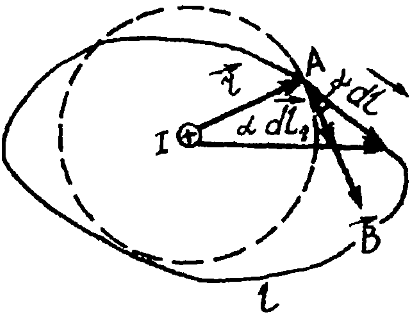
11.5. МАГНИТ МАЙДОН КУЧЛАНГАНЛИК ВЕКТОРИНИНГ ЁПИҚ КОНТУР БЎЙИЧА ЦИРКУЛЯЦИЯСИ (ТЎЛИҚ ТОК ҚОНУНИ)

Электростатикадан маълумки, электростатик майдон кучланганлик вектори $\vec{E}$ нинг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси нолга тенг:

$$\oint_{e}\left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = 0 \qquad (11.49)$$

Бу муносабат электростатик майдон потенциал майдон эканлигини ифодалайди.

Магнит майдон қандай хусусиятга эга эканлигини аниқлаш учун ток ҳосил қилган магнит майдон кучланганлик векторининг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси $\oint\limits_{l}\left(\vec{E},d\vec{l}\right)$ ни ҳисоблаб чиқамиз. Хусусий ҳолда I ток ўтаётган чексиз учун тўғри ўтказгич атрофидаги магнит майдонни қараб чиқамиз (11.23-расм). Бунинг учун, тўғри токнинг атрофида ихтиёрий кўринишдаги l ёпиқ контурнинг айланиш йўналиши парма қоидаси билан аниқланган ток магнит майдон куч чизиқларининг йўналиши билан мос тушади. Контур элементи dl жойлашган нуқтадаги H магнит майдоннинг кучланганлиги $\vec{H}$ бўлсин. У вақтда 11.23-расмдан қуйидагини ёзиш мумкин:



11.23-расм

$$\left(\vec{H},d\vec{l}\right)= Hdl\cos\left(\vec{H},\widehat{\ }\,d\vec{l}\right)= Hdl_1. \qquad (11.50)$$

бунда $dl_1 = dl\cos\left(\vec{H},\widehat{\ }\,d\vec{l}\right)$ – контурнинг элементар узунлиги $d\vec{l}$ нинг H йўналишига проекцияси бўлиб, уни айлананинг элементар ёйи билан алмаштириш мумкин, яъни: $dl_1 = rd\alpha$, бунда $d\alpha$ —контур элементи dl_1 нинг марказий бурчаги. Бу dl_1 қийматини ва (11.34а) дан $H = \frac{I}{2\pi r}$ ни (11.50)га қўйиб,

$$\left(\vec{H}\cdot d\vec{l}\right)= Hdl\cos\left(\vec{H},\widehat{\ }\,d\vec{l}\right)=\frac{I}{2\pi r}rd\alpha=\frac{I}{2\pi}d\alpha$$ ни оламиз.

Бунда α бурчак 0 дан 2π гача ўзгаришини назарга олиб, уни интеграллаб қуйидагини оламиз:

$$\oint_e \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = \int_0^{2\pi} \frac{I}{2\pi} d\alpha = \frac{I}{2\pi} 2\pi = I.$$

Демак,

$$\oint_e \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = I. \qquad (11.51)$$

Шундай қилиб, қуйидаги натижа келиб чиқади: *ток ҳосил қилган магнит майдон кучланганлиги векторининг ихтиёрий контур бўйича циркуляцияси контур ичидан ўтаётган токка тенгдир.*

Умумий ҳолда $I_1, I_2, \ldots I_n$ токлар ҳосил қилган магнит майдонининг натижавий кучланганлик вектори H суперпозиция принципига биноан ҳар бир токлар мустақил ҳосил қилган магнит майдон кучланганликлари $\vec{H}_1, \vec{H}_2, \ldots \vec{H}_n$ нинг геометрик йиғиндисига тенг:

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \ldots + \vec{H}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{H}_i. \qquad (11.52)$$

У вақтда H векторнинг ихтиёрий L ёпиқ контур бўйича циркуляцияси:

$$\oint_e \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = \oint \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{H}_i d\vec{l} \right) = \oint \sum_{i=1}^{n} \left(\vec{H}_i d\vec{l}\right) = \sum_{i=1}^{n} \oint \left(\vec{H}_i d\vec{l}\right)$$

Бу тенгликнинг ўнг томонидаги $\oint_e \left(\vec{H}, d\vec{l}\right)$ ни (11.51) га биноан I_i билан алмаштириш мумкин, яъни:

$$\oint_e \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = \sum_{i=1}^{n} I_i \qquad (11.53)$$

Бунда i индекс контур ичидан ўтувчи токларга тегишлидир. (11.53) формулага тўлиқ ток қонунининг математик ифодаси дейилиб, у бундай таърифланади:

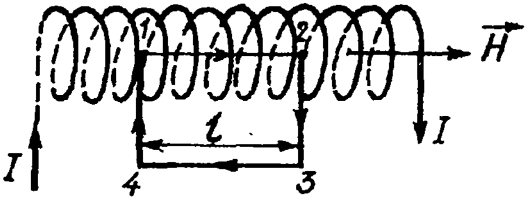
Токлар ҳосил қилган магнит майдони кучланганлик векторининг ихтиёрий ёпиқ контур бўйича циркулцияси шу контур ичидан ўтаётган токларнинг алгебраик йиғиндисига, яъни тўлиқ токка тенгдир.

Бу қонун (11.53) да токнинг ишорасини аниқлашда парма қоидасидан фойдаланилади, яъни парманинг дастаси контурнинг айланиш йўналишида буралганда парманинг илгариланма ҳаракати мусбат токнинг йўналишини кўрсатади. Тескари йўналишдаги ток эса манфий ишора билан олинади.

Электрдан маълумки, электростатик майдон кучланганлик векторининг контур бўйича циркуляцияси нолга тенг бўлганлиги учун у потенциал майдон бўлиб, уни φ потенциал билан тавсифлаш мумкин эди. Магнит майдон кучланганлиги векторининг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси нолга тенг бўлганлиги учун бундай майдон нопотенциал, яъни уюрмали майдондан иборат.

Электростатик майдоннинг кучланганлик чизиқлари зарядлан бошланиб, зарядда тугайди, магнит майдон куч чизиқлари эса ҳар доим ёпиқ чизиқдан иборат бўлади. Бу эса табиатда магнит зарядларининг мавжуд эмаслигини кўрсатади.

1°. **Тўлиқ ток қонунининг татбиқи.** Тўлиқ ток қонуни, кўпчилик хусусий ҳолларда магнит майдонининг кучланганлигини осонгина топишга имкон беради.



11.24-расм

1. **Чексиз учун токли соленоид магнит майдонининг кучланганлиги.** Фараз қилайлик, соленоид цилиндрик каркасга ўралган симлардан ташкил топган бўлсин (11.24-расм). Токли соленоид ўзи ҳосил қилган магнит майдони жиҳатидан умумий ўққа эга бўлган айланма токлар системасига эквивалентдир. Унинг магнит майдон кучланганлигини ҳисоблаш учун, тўғри бурчакли 1-2-3-4 контурни ажратиб оламиз, шу контур бўйича магнит майдон кучланганлик векторининг циркуляциясини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\oint_c \left(\vec H\cdot d\vec l\right)=\int_1^2\left(\vec H\cdot d\vec l\right)+\int_2^3\left(\vec H\cdot d\vec l\right)+\int_3^4\left(\vec H\cdot d\vec l\right)+\int_4^1\left(\vec H\cdot d\vec l\right) \qquad (11.54)$$

ёки

$$\oint\limits_{e}\left(\vec{H}\cdot d\vec{l}\right)=\int\limits_{1}^{2}Hdl\cos\alpha_1+\int\limits_{2}^{3}Hdl\cos\alpha_2+$$
$$+\int\limits_{3}^{4}Hdl\cos\alpha_3+\int\limits_{4}^{1}Hdl\cos\alpha_4 \qquad (11.54а)$$

Бу ифоданинг тўртта интегралидан иккинчи $\left(\alpha_2=\frac{\pi}{2}\right)$ ва тўртинчи $\left(\alpha_4=\frac{3}{4}\pi\right)$ си нолга тенг, чунки $\cos\alpha_2=0$, $\cos\alpha_4=0$ бўлади. Учинчи интеграл эса соленоиддан ташқи қисмга (бу ерда майдон кучланганлиги $H=0$) тегишли бўлгани учун у ҳам нолга тенгдир. Шунинг учун ҳам (11.54а) ифодадан:

$$\oint\limits_{e}\left(\vec{H}\cdot d\vec{l}\right)=\int\limits_{1}^{2}Hdl=Hl, \qquad (11.55)$$

бу ерда H—соленоид ўқининг 1-2 қисмидаги магнит майдоннинг кучланганлиги, l—шу қисмининг узунлиги.

Иккинчи томондан тўлиқ ток қонунига биноан магнит майдон кучланганлик векторининг ёпиқ (1-2-3-4) контур бўйича циркуляцияси шу контур ичидан ўтувчи тўлиқ токка, яъни токларнинг йиғиндиси NI га тенгдир (бунда, N—контур ичидаги токлар сони) яъни:

$$\oint\limits_{e}\left(\vec{H}\cdot d\vec{l}\right)=NI. \qquad (11.55\ а)$$

Шундай қилиб, (11.55) ва (11.55а) асосида қуйидаги келиб чиқади:

$$Hl=NI. \qquad (11.56)$$

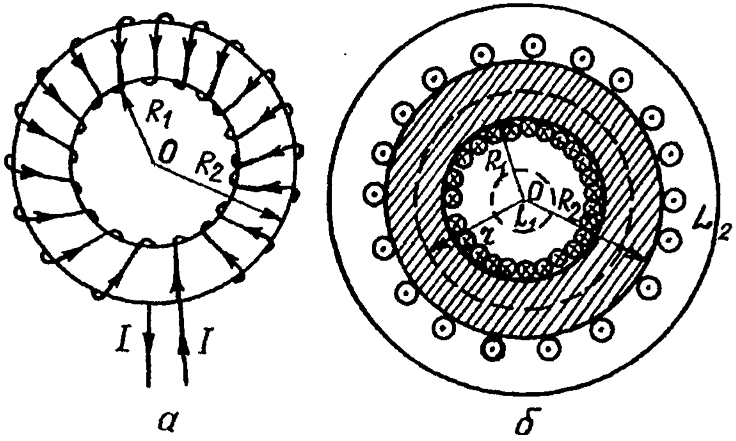
Бундан:

$$H=I\frac{N}{l}=In. \qquad (11.56)$$

бу ерда, $n=\frac{N}{l}$ –соленоиднинг бирлик узунлигига мос келган ўрамлар сони, I—соленоиддаги токнинг кучи. Бундан кўринадики, юқорида Био-Савар-Лаплас қонуни асосида анча қийинчилик билан чиқарилган (11.56) ифодани тўлиқ ток қонуни асосида осонгина олинади.

2. Тороид ўқидаги магнит майдон кучланганлиги. *Тороид деб, марказлари айлана бўйлаб жойлашган бир хилдаги айланма токлар системасига айтилади (11.26а-расм).* Токли тороиднинг магнит майдони фақат унинг ўзагида мужассамланган бўлиб, ташқи қисмида мавжуд бўлмайди.

Токли тороиднинг магнит майдонини ҳисоблаш формуласини келтириб чиқариш учун, фараз қилайлик, ўрамлардаги токнинг кучи I, ўрамлар сони N ва тороид ўзак кесимининг ички ва ташқи радиусларини R_1 ва R_2 билан белгилаймиз (11.25-расм). Симметрия мулоҳазаларига биноан магнит майдоннинг куч чизиқлари симметрик айланма ёпиқ чизиқлардан иборат бўлиб, уларнинг марказлари тороид маркази 0 нуқтадан тороид текислигига тик равишда ўтган ўқда ётади. Бинобарин, битта куч чизиқларидаги магнит майдоннинг кучланганлиги H ҳам бир хил бўлиши керак. Шунинг учун, бирор r радиусли айлана бўйлаб магнит майдон кучланганлиги вектори $\vec{H}$ нинг циркуляцияси қуйидагига тенг:



а б

11.25-расм

$$\oint_L \left(\vec{H} . d\vec{l}\right) = \int_0^{2\pi r} H dl = H \int_0^{2\pi r} dl = 2\pi H r. \qquad (11.57)$$

Тўлиқ ток қонунига биноан, айлананинг ҳолати, яъни r радиусига қараб магнит майдон кучланганлигининг циркуляцияси қуйидагига тенг бўлиши мумкин:

Агар $r < R_1$ бўлса, r радиусли l_1 айлана ичидан ток ўтмайди (11.25б-расм), бинобарин $\sum_{i=1}^{N} I_i = 0$ бўлиб, (11.57) бу ҳолда нолга тенг бўлади:

$$\oint_e \left(\vec{H}.d\vec{l}\right) = 2\pi Hr = 0 \text{ яъни: } H = 0. \qquad (11.57а)$$

Агар $r > R_2$ бўлганда ҳам r радиусли l_2 айлана ичидан I токли $2N$ ўрам ўтади. 11.7-расмдан кўринадики, N та ўрамда ток бир томонга йўналган бўлиб, қолган N ўрамда эса қарама-қарши томонга йўналгани учун айлана ичидан ўтаётган тўлиқ ток яна нолга тенг бўлади, яъни:

$$\sum_{i=1}^{2N} I_i = \sum_{i=1}^{IN} \left(+I_i\right) + \sum_{i=1}^{N} \left(-I_i\right) = 0.$$

Бу ҳолда (11.57) қуйидагига тенг бўлади:

$$\oint_e \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = 2\pi Hr = 0, \text{яъни } H = 0 \qquad (11.57б)$$

Шундай қилиб, токли тороид ўзагидан ташқарисида магнит майдони мавжуд бўлмаслиги келиб чиқади.

Токли тороиднинг магнит майдони унинг ўзагида $\left(R_1 \le r \le R_2\right)$ мужассамлашганлиги учун тороид ичидаги l айлана ичидан I токли N ўрам ўтади. Шунинг учун бу ҳолда (11.57) қуйидагига тенг бўлади:

$$\oint_e \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = 2\pi Hr = NI. \qquad (11.58)$$

Бундан:

$$H = \frac{IN}{2\pi r}. \qquad (11.59)$$

Шундай қилиб, тороид ичидаги магнит майдон кучланганлиги 0 марказдан узоқлашган сари максимал қийматдан минимал қийматгача ўзгаради, яъни:

$$H_{\max} = \frac{IN}{2\pi R_1} \text{ ва } H_{\min} = \frac{IN}{2\pi R_2} = \frac{IN}{2\pi(R_1+d)}, \qquad (11.59а)$$

бунда, d—тороиддаги ўрамнинг диаметри тороиднинг магнит майдони ўқидаги $\left(r = R_{ўрм} = \frac{R_1+R_2}{2}\right)$ магнит майдон кучланганлиги билан тавсифланади:

$$H_{ўрм} = I\frac{N}{2\pi R_{ўрм}} = In, \qquad (11.59б)$$

бунда: n—тороид ўзак ўқининг узунлигига мос келган ўрамлар сони.

Агар $l \gg d$ бўлса, тороид чексиз соленоидга айланиб, ўзагидаги магнит майдони бир жинсли майдонга айланиб қолади.

11.6. МАГНИТ ИНДУКЦИЯ ОҚИМИ. МАГНИТ ЗАНЖИРИ

Магнит индукция оқими. Маълумки, магнит куч чизиқлари ёрдами билан майдоннинг йўналишини тасвирлашгина эмас, балки майдон индукцияси B нинг катталигини ҳам ифодалаш мумкин. Магнит майдоннинг берилган нуқтасидаги вектори $\vec{B}$ миқдор жиҳатдан бир бирлик юзадан тик равишда ўтаётган куч чизиқларининг сонига, яъни куч чизиқларининг сирт зичлигига тенг бўлган физик катталикдир. Шунинг учун, магнит майдоннинг индукцияси катта бўлган жойда куч чизиқлари зич жойлашган бўлади, аксинча, майдоннинг индукцияси кичик бўлган жойда эса куч чизиқлари сийрак жойлашади.

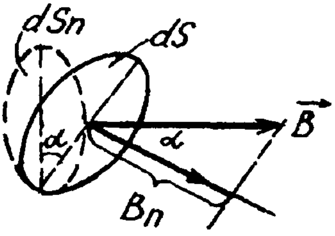
Шундай қилиб, куч чизиқларининг қалин-сийраклиги магнит майдон индукцияси векторининг катталигини ифодаласа, куч чизиқларининг йўналиши эса индукция векторининг йўналишини кўрсатади.

Индукцияси турли нуқталарда ҳар хил бўлган магнит майдонига бир жинсли бўлмаган майдон дейилади. Жумладан, тўғри ва айланма ток ҳосил қилган магнит майдони, токли қисқа узунликдаги соленоиднинг ташқарисидаги майдон, доимий магнитнинг майдони ва шу кабилар бир жинсли бўлмаган майдондир.

Индукцияси ҳамма нуқталарда бир хил бўлган магнит майдонга бир жинсли майдон деб аталади. Бундай майдонга чексиз узун токли соленоид ҳосил қилган магнит майдони мисол бўла олади.

Берилган юзадан ўтаётган магнит куч чизиқлари сони магнит индукция оқими ёки қисқача магнит оқими деб аталувчи скаляр физик катталик билан тавсифланади.

Берилган элементар ds юза орқали ўтаётган магнит индукция векторининг оқими (магнит оқими) деб, элементар юзача нормал $\vec{n}$ нинг йўналишидаги $\vec{B}$ нинг проекцияси B_n ни ds юзачага кўпайтмасига тенг физик катталикка айтилади (11.26-расм), яъни:



11.26-расм

$$d\Phi = B_n dS = BdS\cos\left(\widehat{\vec{B},\ \vec{n}}\right) = BdS_n = \left(\vec{B}.d\vec{S}\right), \qquad (11.60)$$

бунда ds_n—элементар ds юзанинг $\vec{B}$ нинг йўналишига тик йўналиш бўйича проекцияси, $d\vec{s} = nd\vec{s}$ – элементар юза ds нинг вектори. Бу ифода S бўйича интегралланса, S—юза орқали ўтувчи магнит оқими φ келиб чиқади:

$$\Phi = \int_s B_n dS - \int_s BdS_n = \int_s \left(\vec{B}.d\vec{S}\right). \qquad (11.61)$$

Агар майдон бир жинсли $\left(\vec{B} = \text{const}\right)$ бўлиб, S юза ясси ва куч чизиқларига тик жойлашган бўлса, (11.61) қуйидаги кўринишга келади:

$$\Phi = BS. \qquad (11.61a)$$

Магнит оқими СИда вебер (Вб) ларда ўлчанади.

Магнит майдони учун Остроградский-Гаусс теоремаси. Ихтиёрий ёпиқ сирт орқали ўтувчи магнит оқими нолга тенг, яъни:

$$\int_s \left(\vec{B}.d\vec{S}\right) = \int_s B_n dS = \int_s BdS_n = 0. \qquad (11.62)$$

Бу теорема, табиатда магнит «зарядларининг» мавжуд эмаслигини тасдиқловчи математик ифодадир.

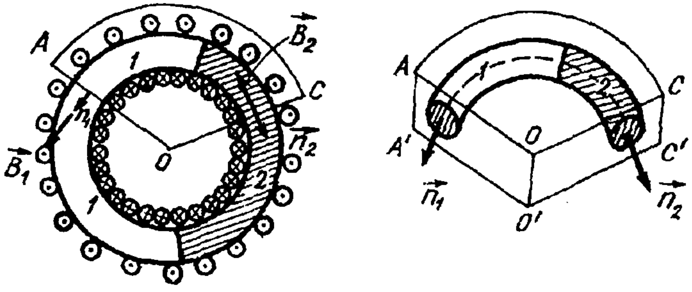
Маълумки магнит майдон индукция чизиқлари ҳамма вақт ёпиқ бўлгани учун ихтиёрий ёпиқ сиртга кирувчи индукция чизиқлари (Φ_1), ундан чиқаётган индукция чизиқлари (Φ_2) га тенг бўлиб, ёпиқ сиртдан чиқаётган тўлиқ индукция чизиқлари, яъни магнит оқими нолга тенг бўлади. Бу хулоса (11.62) ифоданинг мантиқий исботидан иборатдир.

Магнит занжири қонунлари. *Магнит занжири деб, магнит майдонлари мужассамлашган фазо қисмларига айтилади.* Жумладан, токли тороид ва чексиз узун токли соленоид ҳосил бўлган магнит майдони энг содда магнит занжири бўлади. Қўлланишига қараб, магнит занжири нисбий магнит сингдирувчанлиги μ ҳар хил моддалардан ясалади. Кўпинча бу мақсадда ўзак сифатида темир ишлатилади.

Электрдан фарқли равишда ўрамлардаги токларга, яъни IN—ампер ўрамлар магнит занжирининг манбаи ҳисобланади. Магнит занжирининг асосий қисмлари ҳисобланадиган электр машиналар ва кўпчилик электр қурилмалар (трансформаторлар, электромагнитлар ва шу кабилар)ни ҳисоблаш катта амалий аҳамиятга эгадир.

Ҳар қандай магнит занжирини тўлиқ ток қонуни (11.53) ва Остроградский—Гаусс теоремаси (11.60) асосида осонгина ҳисобланади.

Мисол тариқасида 11.27а-расмда тасвирланган тороид магнит майдонини ҳисоблаб чиқамиз. Фараз қилайлик, тороиднинг ўзаги нисбий магнит сингдирувчанлиги μ_1 ва μ_2, узунлиги l_1 ва l_2 бўлган 1 ва 2 қисмдан иборат бўлсин.



а б

11.27-расм

Остроградский—Гаусс теоремаси асосида токли тороиднинг ҳар хил моддалардан ясалган ўзагида магнит майдон индукцияси B нинг қиймати бир хил бўлишини осонгина исботлаш мумкин. Бунинг учун, 11.27б-расмда кўрсатилгандек, икки хил моддали тороид ўзагининг қисмини ёпиқ, $AOCC'O'C'$ цилиндрик сектор билан ўраб оламиз. У вақтда бу ёпиқ сиртдан чиқаётган магнит индукция оқими (11.62) га асосан нолга тенгдир, яъни:

$$\oint_S B_n dS = 0 \qquad (11.63)$$

У вақтда, ёпиқ цилиндрик секторнинг фақат $AOO'A'$ ва $COC'C'$ радиал S_1 ва S_2 сиртлар орқали ўтаётган магнит оқимлари Φ_1 ва Φ_2 қуйидагига тенг бўлади:

$$\begin{cases} \Phi_1 = \int\limits_{S_1} B_n dS = \int\limits_{S_1} B_1 dS \cos\left(\vec{B}_1, {}^{\wedge}\, \vec{n}_1\right) = B_1 S_1 \\ \Phi_2 = \int\limits_{S_2} B_n dS = \int\limits_{S_2} B_2 dS \cos\left(\vec{B}_2, {}^{\wedge}\, \vec{n}_2\right) = B_2 S_2. \end{cases} \qquad (11.64)$$

бунда $\left(\vec{B}_1, {}^{\wedge}\, \vec{n}_1\right) = 0°$ ва $\left(\vec{B}_2, {}^{\wedge}\, \vec{n}_2\right) = \pi$. Бу ифодани (11.63) га асосан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\Phi_1 + \Phi_2 = 0 \text{ ёки } \Phi_1 = -\Phi_2. \qquad (11.65)$$

(11.64) дан Φ_1 ва Φ_2 ларнинг ифодаларини (11.65) га қўйиб, $S_1 = S_2 = S$ эканлиги назарга олинса, $B_1 = B_2$ келиб чиқади. *Бинобарин, бир жинсли бўлмаган тороид ўзагининг ихтиёрий кесим юзасида магнит индукцияси B бир хил бўлади.* Шунинг учун ҳам бундан кейин ўзак орқали ўтаётган магнит оқими умумий кўринишда қуйидагича бўлади:

$$\Phi = B \cdot S. \qquad (11.66)$$

Токли тороид ўқидаги магнит майдонининг индукцияси B ни тўлиқ ток қонуни (11.53) дан фойдаланиб топамиз. Бунда ёпиқ контур сифатида тороиднинг ёпиқ ўзак ўқи l ни оламиз (11.27-расм), яъни:

$$\oint_l \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = \int\limits_{l_1} H_1 dl + \int\limits_{l_2} H_2 dl = H_1 l_1 + H_2 l_2, \qquad (11.67)$$

бунда l_1 ва l_2—магнит занжири биринчи ва иккинчи қисмларининг узунликлари. Иккинчидан, тўлиқ ток қонуни (11.53) га асосан (11.67) нинг чап томони l ёпиқ контур ичидан ўтаётган тўлиқ ток NI га тенгдир, яъни:

$$H_1l_1 + H_2l_2 = NI. \qquad (11.67,а)$$

Бу ерда: I—ток кучи, N—тороид чулғамидаги сони, H_1 ва H_2 ни B орқали ифодалаймиз:

$$H_1 = \frac{B}{\mu_0\mu_1}; \quad H_2 \frac{B}{\mu_0\mu_2},$$

Бу H_1 ва H_2 нинг ифодаларини (11.67а) га қўйиб, ундан B ни топамиз:

$$\frac{Bl_1}{\mu_0\mu_1} + B\frac{Bl_2}{\mu_0\mu_2} = IN,$$

ёки (11.68)

$$B = \frac{IN}{\frac{l_1}{\mu_0\mu} + \frac{l_2}{\mu_0\mu_2}}.$$

Буни (11.66) га қўйилса, тороид ўзаги орқали ўтувчи магнит индукция оқими φ нинг қуйидаги ифодаси келиб чиқади:

$$\Phi = BS = \frac{IN}{\frac{1}{\mu_0\mu_1}\frac{l_1}{S} + \frac{1}{\mu_0\mu_2}\frac{l_2}{S}}. \qquad (11.69)$$

Магнит занжири учун ёзилган бу муносабат ўзининг кўриниши билан электр занжири учун Ом қонунининг математик ифодаси $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ га ўхшаш бўлганлигидан, уни яна қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\Phi = \frac{IN}{\frac{1}{\mu_0\mu_1}\frac{l_1}{S} + \frac{1}{\mu_0\mu_2}\frac{l_2}{S}} = \frac{\mathcal{E}_m}{R_m} \qquad (11.70)$$

бунда $\mathcal{E}_m$—магнит юритувчи куч, R_m—занжирнинг тўлиқ магнит қаршилиги дейилиб, улар қуйидаги кўринишга эга:

$$\mathcal{E}_m = IN; \; R_m = \frac{1}{\mu_0\mu}\cdot\frac{l_1}{S} + \frac{1}{\mu_0\mu_2}\frac{l_2}{S} \qquad (11.70,\ а)$$

Шундай қилиб, магнит занжири учун ёзилган (11.70) муносабатга **Гопкинсон формуласи** дейилади ва у бундай таърифланади.

Ёпиқ магнит занжиридан ўтаётган магнит оқими Φ занжирдаги магнит электр юритувчи куч $\mathcal{E}_m$ га тўғри ва занжирнинг тўлиқ магнит қаршилиги R_m га тескари пропорционалдир.

Агар магнит занжири бир қисмининг узунлиги l ва кўндаланг кесими S, нисбий магнит сингдирувчанлиги μ бўлса, унинг магнит қаршилиги R_m қуйидаги кўринишга келади:

$$R_m = \frac{1}{\mu_0\mu} \cdot \frac{l}{S}. \qquad (11.71)$$

Агар магнит занжирининг узунлиги ўзгарувчан бўлса, унинг магнит қаршилиги R_m ни интеграллаб ҳисобланади:

$$R_m = \int\limits_0^l \frac{1}{\mu_0\mu} \cdot \frac{l}{S} dl \qquad (11.71\ а)$$

Ўзаро кетма-кет ва параллел уланган магнит занжирининг умумий қаршилиги худди электрдагидек ҳисобланади.

Кетма-кет уланганда:

$$R_{mкк} = R_{m1} + R_{m2} + \cdots + R_{mn} = \sum_{i=1}^{n} R_{mi}. \qquad (11.72)$$

Параллел уланганда:

$$\frac{1}{R_{mпар}} = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}} + \cdots + \frac{1}{R_{mn}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{mi}}. \qquad (11.72\ а)$$

Кирхгоф қоидалари. Тармоқланган магнит занжирлари учун ҳам Кирхгофнинг қуйидаги икки қоидаси ўринлидир:

Кирхгофнинг биринчи қоидаси: *магнит занжирининг тугунида учрашган магнит оқимларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг;*

$$\sum_{i=1}^{n} \Phi_i = 0. \qquad (11.73)$$

Бунда оқим тугунга келаётган бўлса мусбат ишора билан, тугундан кетаётгани эса манфий ишора билан олинади.

Кирхгофнинг иккинчи қоидаси: *тармоқланган магнит занжирнинг ихтиёрий ёпиқ контури қисмларидан ўтаётган магнит оқимининг мос равишда магнит қаршиликларига кўпайтмаларининг алгебраик йиғиндиси шу контурдаги магнит юритувчи кучларнинг алгебраик йиғиндисига тенг:*

$$\sum_{i=1}^{n} \Phi_i R_{mi} = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{mi}, \qquad (11.74)$$

бунда n—ёпиқ контур қисмлар сони. Агар магнит оқими Ф нинг ва магнит юритувчи куч $\mathcal{E}_m$ нинг йўналиши контурнинг айланишига мос тушса, улар мусбат ишора билан, қарама-қарши бўлганда эса манфий ишора билан олинади.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1.Эрстед тажрибасини тушунтириб беринг.

2. «Синов контури» деб нимага айтилади?

3. Контурнинг магнит моменти деб нимага айтилади?

4. Магнит майдоннинг бирор нуқтасидаги индукция вектори деб нимага айтилади ва СИ ўлчов бирлиги қандай?

5. Магнит майдон индукцияси ва кучланганлиги ўзаро қандай боғланган?

6. Магнит майдон куч чизиқлари деб нимага айтилади ва у қандай йўналган? Куч чизиқларининг йўналишини ифодаловчи «парма қоидаси» таърифлансин.

7. Магнит майдонининг токли ўтказгичга таъсир кучи—Ампер кучини таърифланг.

8. Магнит майдоннинг ҳаракатдаги зарядга таъсир қилувчи куч—Лоренц кучини таърифланг.

9. Зарядли заррачалар тезлатгичлари: циклотрон, фазатрон, синхротрон, синхрофазотрон ва бетатронларнинг тузилиши ва ишлаш принципини тушунтириб беринг.

10. Холл эффекти деб қандай ҳодисага айтилади ва унинг математик ифодаси қандай?

11. Био-Савар-Лаплас қонунини таърифланг ва формуласини ёзинг.

12. Узунлиги чегараланган ва чексиз узун токли ўтказгич ҳамда айлана ток маркази ва ўқидаги магнит майдонининг индукцияси ва кучланганлигини ҳисоблаш формулалари ёзилсин.

13. Параллел токларнинг ва икки элементар токли ўтказгичларнинг ўзаро таъсир кучи ифодаси ёзилсин.

14. Ток кучининг ўлчов бирлиги—ампер (А) таърифлансин.

15. Ҳаракатдаги заряднинг ҳосил қилган магнит майдонининг индукцияси ва кучланганлигини ифодаловчи формулалар ёзилсин.

16. Тўлиқ ток қонуни таърифлансин ва формуласи ёзилсин.

17. Магнит майдони учун Остроградский-Гаусс теоремаси таърифлансин.

18. Магнит занжири деб нимага айтилади?

19. Магнит юритувчи куч ва занжирнинг магнит қаршилигини ифодаловчи формулалар ёзилсин.

20. Ёпиқ магнит занжири учун Гопкинсон формуласи ёзилсин ва таърифлансин.

21. Магнит қаршиликларни улаш турлари қандай?

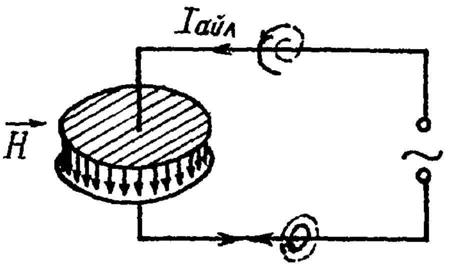
22. Тармоқланган магнит занжири учун Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қоидалари таърифлансин.

12-БОБ

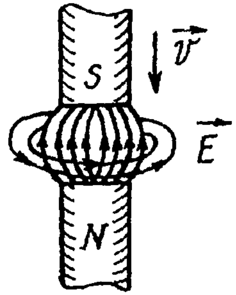
ЭЛЕКТРОМАГНИТ ИНДУКЦИЯ

12.1. ФАРАДЕЙНИНГ ЭЛЕКТРОМАГНИТ ИНДУКЦИЯ ҚОНУНИ

Электромагнит майдон ҳақида тушунча. Магнит майдон ва унга нисбатан қўзғалмай турган электр заряд ўзаро бир-бири билан таъсирлашмайди. Бироқ электр заряди магнит майдонига нисбатан ҳаракатланган заҳотиёқ улар орасида ўзаро таъсир пайдо бўлади. Магнит майдоннинг ҳаракатланаётган зарядга таъсир кучи Лоренц формуласи билан, токка таъсир кучи эса Ампер формуласи билан аниқланади. Бундай таъсир магнит майдон билан ҳаракатланаётган заряднинг ёки токнинг атрофида ҳосил бўлган магнит майдонларнинг ўзаро таъсиридир. Электромагнит майдоннинг куч чизиқлари заряд ёки токнинг ҳаракат йўналишини концентрик айланалар кўринишида ўраб олган бўлади. Қаерда электр майдон кучланганлигининг ўзгариши рўй берса, ўша ерда шу заҳотиёқ магнит майдон пайдо бўлади. Масалан, ҳаво конденсаторидан ўзгарувчан ток ўтаётганда, ток ўтаётган ўтказгич атрофида ҳам, конденсатор қопламалари орасида ҳам магнит майдон ҳосил бўлади (12.1-расм). Электр майдоннинг ўзгариши тўхтаганда, яъни у электростатик майдонга айланганида бу магнит майдон йўқолади.



12.1-расм



12.2-расм

Баён қилинган бу далиллар электр майдон магнит майдонни вужудга келтирар экан, электр майдон ҳам ўз навбатида бевосита зарядлар туфайли эмас, балки магнит майдоннинг ўзгаришидан вужудга келишини ифодалайди. Магнит майдон ўзгариши туфайли индукцияланган электр куч чизиқларининг боши ва охири бўлмайди, яъни улар зарядларга боғлиқ эмас, индукцияланган электр куч чизиқлари ўзгарувчан магнит куч чизиқларини уюрма кўринишида ўраб олади. Жумладан, 12.2-расмда тасвирлангандек, доимий магнит қутблари яқинлаштирилганда, улар орасидаги фазода уюрма кўринишида электр куч чизиқлари индукцияланади.

Магнит майдонининг ўзгаришидан ҳосил бўладиган электр майдонга **электромагнит майдон** дейилади. Электромагнит майдонда электр кучлар магнит кучлар билан узвий боғланган ва улар фазонинг ихтиёрий нуқтасида магнит кучларининг ўзгаришида вужудга келади.

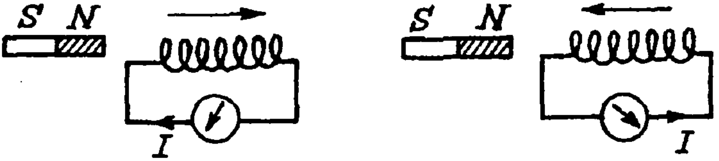
Электромагнит майдон моҳияти жиҳатидан материянинг электр ва магнит майдон асосида ётган шаклининг бир кўринишидир.

Фарадейнинг электромагнит индукция қонуни. Электромагнит майдоннинг мавжудлигини инглиз физиги М. Фарадей 1921 йилдан 1931 йиллар давомида ўтказган тажрибалари асосида ўзининг электромагнит индукция қонунини кашф қилди. Электромагнит индукция ҳодисасининг кашф қилинганлигига юз эллик йилдан ортиқ вақт ўтишига қарамай, электротехниканинг беқиёс ривожланиши сабабли бу ҳодиса ҳозирги кунда янада муҳим аҳамиятга эгадир. Ҳозирги замон энг қувватли электр энергия генераторлари худди шу ҳодисага асосланганлиги электротехника учун электромагнит индукция ҳодисаси муҳим эканлигининг далилидир.

Электромагнит майдондаги ўтказгичда ҳосил бўлган токка **индукцион ток** деб аталади.

Фарадейнинг индукцион ток ҳосил бўлиш шартларини аниқлаган тажрибаларни қараб чиқайлик.

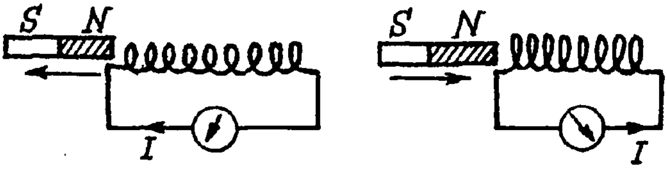
1. Агар доимий магнит таёқча гальванометрга уланган ғалтак ичига киритилишида ёки ундан чиқарилаётганда (12.3-расм) контурда индукцион ток ҳосил бўлади: бундай ҳолда гальванометрнинг мили бир томонга оғади, бинобарин индукцион токнинг йўналиши ўзгаради.



12.3-расм

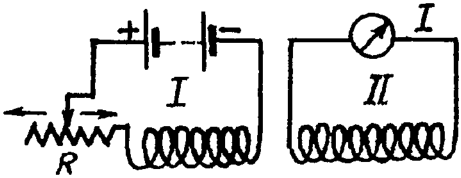
Хулоса: доимий магнит қанчалик кучли, унинг ҳаракати қанча тез ва ғалтак ўрамлари қанча кўп бўлса, индукцион токнинг кучи шунча катта бўлади. Агар ғалтак ва доимий магнитга нисбатан тинч бўлса, индукцион ток ҳосил бўлмайди.

2. Тинч турган доимий магнитга учларига гальванометр уланган ғалтак яқинлаштирилганда ёки узоқлаштирилганда ҳам ғалтакда индукцион ток ҳосил бўлади (12.4-расм). Бу ҳолда ҳам худди биринчи ҳолдагидек, ғалтак ўрамларини кесиб ўтган индукцион токнинг ҳосил бўлишига сабаб бўлади.



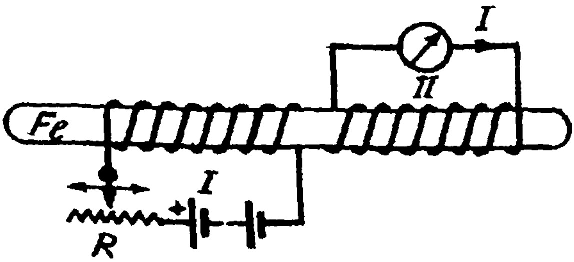
12.4-расм

3. Ёнма-ён қўйилган икки ғалтакнинг биринчиси реостат орқали батареяга уланиб, иккинчиси эса гальванометрга уланган бўлсин (12.5-расм). Биринчи ғалтакдаги токнинг кучи реостат ёрдамида ўзгартирилган. Биринчи ғалтакдаги токнинг кучи ортишида ҳам, камайишида ҳам индукцион ток ҳосил бўлади, бироқ унинг йўналиши ўзгаради.



12.5-расм

4. Агар ғалтаклар ичига темир ўзак ўрнатилса, индукцион токнинг ҳосил бўлиш эффекти кучаяди. Натижада иккинчи ғалтакда кучлироқ ток индукцияланади (12.6-расм). Бу тажрибадан, индукцион токни магнит кучланганлиги H эмас, балки магнит майдон индукцияси B нинг ўзгариши ҳосил қилиши келиб чиқади. Ҳақиқатан ҳам, магнит майдон индукцияси B модданинг нисбий магнит сингдирувчанлиги μ га боғлиқдир, яъни

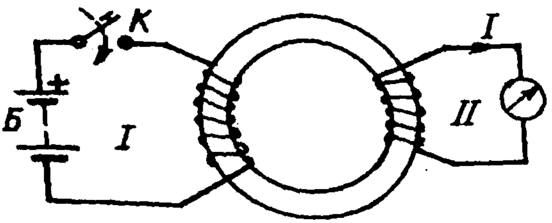


12.6-расм

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}. \qquad (12.1)$$

5. Бир-биридан изоляцияланган тороид ўзакка ўрнатилган икки ўрам сим олинган (12.7-расм). Биринчи ўрам К калит орқали Б батареяга уланган бўлиб, иккинчи ўрамнинг учлари эса G гальвонометрга уланган. Биринчи ўрамдан ўтаётган ток ўзгармас қолганида иккинчи ўрамда ҳеч қандай ток вужудга келмайди. Лекин биринчи ўрамни ток манбаига улаш ва узиш вақтида иккинчи ўрамда индукцион ток ҳосил бўлган. Қалитни улашда биринчи ўрамдаги магнит оқими нолдан бирор қийматгача ўзгаради. Аксинча, калит узилганда эса магнит оқими нолгача камаяди. Бу ўзгарувчан магнит оқими иккинчи ўрамда индукцион токни ҳосил қилади.

Шундай қилиб, юқорида баён қилинган тажриба натижаларидан қуйидаги келиб чиқади: бирор контур атрофида магнит майдон ўзгарганда (бу ўзгариш қандай усул билан амалга оширилишидан қатъи назар), бу контурда электр юритувчи куч $(\mathcal{E}_i)$ индукцияланади; агар контур берк бўлса, унда индукцион ток ҳосил бўлади. Бу хулоса асосида Фарадей электромагнит индукция қонунини кашф қилди. Бу қонун қуйидагича таърифланади:



12.7-расм

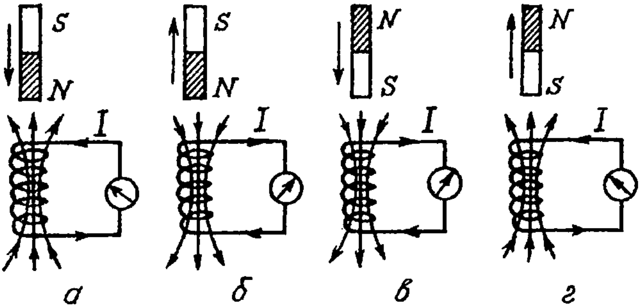
Контурда ҳосил бўлган индукцион ЭЮК шу контур билан чегараланган юза орқали ўтаётган магнит индукция оқимининг ўзгариш тезлигига пропорционал, яъни:

$$\mathcal{E}_i = K\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (12.2)$$

бунда К—пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унинг сон қиймати бу формулага кирувчи катталикларнинг ўлчов бирликларига боғлиқдир.

Индукцион токнинг йўналиши. Ленц қоидаси. Ғалтак ўрамларида ҳосил бўлган индукцион токнинг йўналишини гальванометр милининг оғишига қараб аниқлаш мумкин. Бунинг учун ғалтакка ўралган симларнинг учларига ўзаро кетма-кет уланган гальванометр, қўшимча қаршиликли гальваник элемент уланиб, токнинг йўналишига мос келган гальванометр милининг оғиш йўналиши элемент қутбларига қараб аниқланади.

Элементни олиб қўйиб, Фарадейнинг биринчи тажрибаси такрорланади ва ҳар гал занжирдаги токнинг йўналишини аниқлаб, ғалтакда ҳосил бўлган магнит майдон куч чизиқлари йўналиши (қутблари) парма қоидаси асосида аниқланади. 12.8-расмда тажрибанинг турли вариантлари тасвирланган. Доимий магнит қутбини ғалтакка яқинлаштиришда ғалтакнинг магнитга яқин учида шу қутб билан бир хил қутб ҳосил бўлади (12.9 а, в-расмлар); доимий магнит қутби ғалтакдан узоқлаштирилганда эса ғалтакнинг қутбга яқин учида қарама-қарши ишорали қутб ҳосил бўлади (12.8б, г-расмлар). Ғалтакда бундай магнит қутбнинг ҳосил бўлиши индукцион токнинг магнит майдони доимий магнитнинг ҳаракатига қаршилик кўрсатишини ифодалайди.

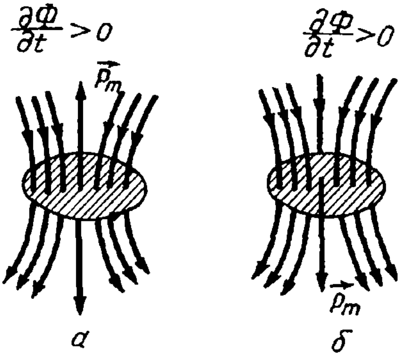


12.8-расм

Бу тажрибаларни 1834 йилда Петербург академиги Эмиль Христианович Ленц (1804—1865) ўтказди. Тажриба натижаларини умумлаштириб, у индукцион токнинг йўналишини аниқлаш қоидасини яратди. Бу қоида унинг шарафига **Ленц қоидаси** деб аталиб, у қуйидагича таърифланади:

Ёпиқ контурда индукцион ток шундай йўналишда ҳосил бўладики, у ўзининг магнит майдони билан уни ҳосил қилувчи магнит майдонининг ўзгаришига қаршилик кўрсатади.

Ленц қоидасига биноан, контурдаги индукцион ток магнит майдони уни юзага келтирувчи магнит оқимининг ўзгаришига қаршилик кўрсатади. Бунда контурдаги индукцион токнинг магнит моменти $\bar{P}_m$, уни ҳосил қилувчи магнит майдон куч чизиқлари билан ўткир бурчак ҳосил қилса (12.9а-расм) $\varepsilon_i > 0$ бўлиб, ўтмас бурчак ҳосил қилганда эса $\varepsilon_i < 0$ ҳисобланади (12.9б-расм).



12.9-расм

Шундай қилиб, индукцион ЭЮК нинг математик ифодаси (12.2) ни бу шартга мувофиқлаштириш учун унинг ўнг томонидаги ифодани тескари ишора билан олиш керак. У вақтда битта ўлчов бирликлар системасида Ленц қоидаси назарга олинса, (12.2)-формуладаги пропорционаллик коэффициенти K = -1 га тенг бўлади, яъни:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (12.3)$$

Бу (12.3) формулага Фарадей-Ленц қонунининг математик ифодаси дейилиб, у қуйидагича таърифланади:

Ёпиқ контурда ҳосил бўлган индукцион ЭЮК контур чегараланган юза орқали ўтаётган магнит индукция оқими ўзгариш тезлигининг тескари ишорасига тенг.

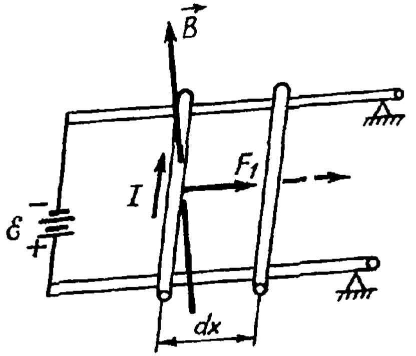
Агар ёпиқ контур битта эмас, кетма-кет уланган n та бир хил чулғамлардан ташкил топган бўлса, унда ҳосил бўлган умумий индукцион ЭЮК кетма-кет уланган ток манбалари сингари, битта чулғамдаги ЭЮК дан шунча марта катта бўлади:

$$\varepsilon_i = -n\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (12.4)$$

Электромагнит индукция қонунининг исботи. Ёпиқ контурда индукцион токнинг вужудга келишига шу контурда ўзгарувчан магнит оқимининг таъсирида индукцион ЭЮК ҳосил бўлиши сабаб бўлади. Фарадей томонидан тажриба асосида кашф қилинган (12.3) муносабатни назарий жиҳатдан осонгина исботлаш мумкин.

1. 1847 йили немис физиги Г. Гельмгольц (1821—1894) энергиянинг сақланиш қонуни асосида индукцион ЭЮК нинг математик ифодаси (12.3) ни қуйидагича исботлади.

Магнит майдонига жойлаштирилган *AC* қисми қўзғалувчи контур ЭЮК ε бўлган ток манбаига уланган бўлсин (12.10-расм). Бу манбанинг *dt* вақт ичида бажарган тўлиқ иши



12.10-расм

$dA=I\varepsilon\,dt$ нинг бир қисми контурнинг қаршилиги *R* бўлган *AC* қисмида Жоуль-Ленц иссиқлиги $dQ = I_2 Rdt$ га ва F_A ампер кучи таъсирида токли ўтказгичнинг магнит майдонида *dt* вақт ичида бажарган иши $dA_1 = Id\Phi$ га сарф бўлади, яъни:

$$I\varepsilon dt = I^2 Rdt + Id\Phi. \qquad (12.5)$$

Бу тенглама *Idt* га бўлинса, қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\varepsilon = IR + \frac{d\Phi}{dt}. \qquad (12.5,\ а)$$

Бундан магнит майдонидаги контурдан ўтаётган токнинг кучи:

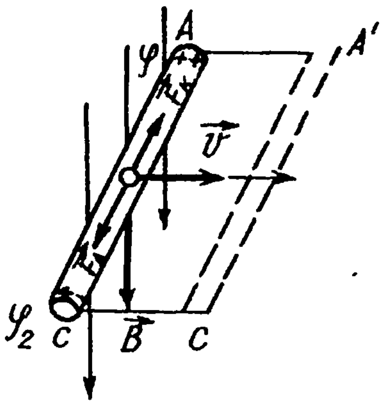
$$I = \frac{\varepsilon - \frac{d\Phi}{dt}}{R}. \qquad (12.6)$$

Бу тенгламани ёпиқ занжирга тегишли Ом қонуни $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ билан таққосланса, умумий ЭЮК вазифасини икки ҳад: гальваник элементнинг ЭЮК $\mathcal{E}$ ва "$-\frac{d\varphi}{dt}$" катталик ифодалайди.

Шундай қилиб, $-\frac{d\Phi}{dt}$ ҳад контур билан чегараланган юза орқали ўтувчи магнит индукция оқимининг ўзгариши натижасида пайдо бўлган қўшимча индукцион ЭЮК $\mathcal{E}_i$ дан иборат:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (12.7)$$

Бу муносабат Фарадей қонунининг математик ифодасидир.



12.11-расм

2. Электромагнит индукция қонунининг математик ифодаси (12.3) ни металларнинг классик электрон назарияси асосида ҳам осонгина исботлаш мумкин. Фараз қилайлик, узунлиги l га тенг бўлган AC ўтказгич бир жинсли $(\vec{B} = \mathrm{const})$ магнит майдонида куч чизиқларига тик равишда v тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин (12.11-расм). Ўтказгич билан биргаликда ундаги эркин электронлар ҳам v тезлик билан тартибли ҳаракатланади. Шунинг учун бу электронларга қуйидаги лоренц кучи $F_{\text{л}}$ таъсир этади:

$$F_{\text{л}} = eBv, \qquad (12.8)$$

бунда е—электроннинг заряди.

Лоренц кучи таъсирида эркин электронлар ўтказгичнинг A учидан C учига томон силжийди. Натижада электронлар етишмаган A учи мусбат зарядланиб, электронлар тўпланган C учи эса манфий зарядланади ва ўтказгичда кучланганлиги E бўлган электр майдон ҳосил бўлади. Бу электр майдон томонидан Лоренц кучи $F_{\text{л}}$ га эквивалент бўлган электр кучи $F_{\text{к}}$ таъсир қилади. Электр $F_{\text{к}}$ ва Лоренц $F_{\text{л}}$ кучлари қарама-қарши йўналган, миқдор жиҳатдан ўзаро тенглир; $F_{\text{к}} = - F_{\text{л}}$

ёки $eE = -eBv$. Бундан ўтказгичда индукцияланган электр майдонининг кучланганлиги

$$E = -Bv. \qquad (12.9)$$

бўлади. Бу майдон кучланганлиги E нинг ўтказгич бўйича циркуляцияси индукцион ЭЮК ε_i га тенг бўлади:

$$\varepsilon_i = \oint_l E dl = \int_o^l E dl = El = -Bvl.$$

Бу ифодани dt га кўпайтириб, бўлиб юборилса,

$$\varepsilon_i = -B\frac{lvdt}{dt} = -B\frac{ldx}{dt} = -\frac{Bds}{dt}, \qquad (12.10)$$

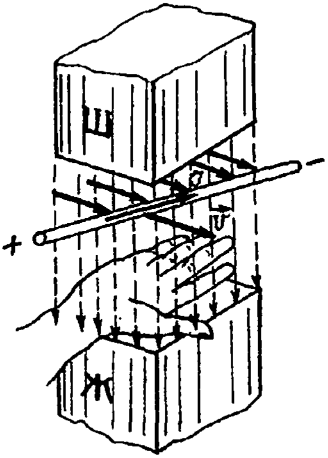
бу ерда $ds = ldx = lvdt$ ўтказгичнинг dt вақтда магнит индукция чизиқларини кесиб ўтган юзаси.

(12.10) формуладаги Bds кўпайтма ўтказгич кесиб ўтган магнит индукция оқими $d\Phi$ га тенг бўлгани учун:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (12.11)$$

Бу ҳолда ҳам, индукцион ЭЮК ўтказгичнинг магнит оқимини кесиб ўтиш тезлигига тенг экан.

Тўғри ўтказгичда ҳосил бўлган индукцион токнинг йўналиши ўнг қўл қоидаси асосида аниқланади:



12.12-расм

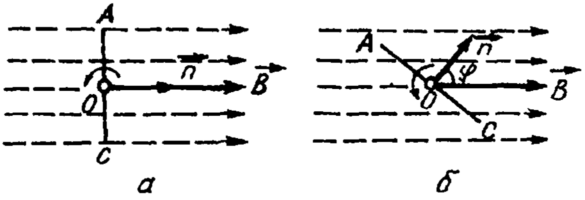
Очиқ ўнг қўлнинг кафтига B индукция вектори тушаётганда, керилган бош бармоқ ўтказгичнинг ҳаракат йўналиши билан мос тушса, тўрт бармоқ эса ўтказгичдаги индукцион ток йўналишини кўрсатади (12.12-расм).

Хусусий ҳолларда индукцион ЭЮКнинг ҳосил бўлиши. Фарадейнинг электромагнит идукция қонуни (12.3) дан фойдаланиб, қуйидаги хусусий ҳолларни кўриб чиқамиз.

1. Бир жинсли $(\vec{B} = \text{const})$ магнит майдонда ω бурчак

тезлик билан текис айланаётган рамкада индукцияланган ЭЮК $\mathcal{E}_i$ ни ҳисоблаб чиқамиз.

Фараз қилайлик, бошланғич $(t=0)$ моментда рамка магнит индукция чизиқларига перпендикуляр жойлашган, яъни рамка текислигига ўтказилган $\bar{n}$ нормал индукция чизиқларига параллел йўналган бўлсин (12.13а-расм). Бошланғич вазиятда рамка чегаралаган S юза орқали ўтаётган магнит индукция оқими Φ_0 қуйидагига тенг бўлади:



12.13-расм

$$\Phi_0 = B\cdot S. \qquad (12.12)$$

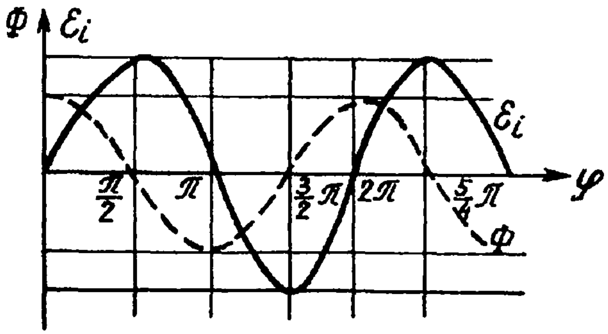
У вақтда рамканинг n нормали t вақтдан кейин ўзининг бошланғич йўналиши билан $\varphi = \omega t$ бурчак (12.13б-расм) ташкил қилган вазиятда S юза орқали ўтувчи магнит индукция оқими ф қуйидагига тенг бўлади:

$$\Phi = BS\cos\varphi = \cos\omega t \qquad (12.12\ \text{а})$$

Бу ифода (12.11)га қўйилса, индукцион ЭЮК $\mathcal{E}_i$ учун қуйидаги муносабат келиб чиқади:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega\Phi_0 \sin\omega t. \qquad (12.13)$$

(12.12а) ва (12.13) муносабатлардан кўринадики, юза орқали ўтувчи магнит индукция оқими Ф нолга тенг бўлганда [$\varphi = \omega t = (2\kappa+1)\frac{\pi}{2}$, бунда к=0, 1, 2, 3, . . . бутун сонлар] индукцион ЭЮК $\mathcal{E}_i$ максимал қийматга эришиб, оқим Ф энг катта қийматга эришганда [$\varphi = \omega t = 2\kappa\frac{\pi}{2}$] эса индукцион ЭЮК $\mathcal{E}_i$ нолга тенг бўлади. 12.14-расмда магнит индукция оқими Ф (пунктир чизиқ) билан индукцион ЭЮК $\mathcal{E}_i$ (узлуксиз чизиқ)нинг рамка айланиш бурчаги φ га қараб ўзгариш графиклари тасвирланган.



12.14-расм

Магнит майдонда айланувчи рамка ўрамида индукцион ЭЮК ҳосил бўлиш ҳодисаси динамомашина тузилишига асос қилиб олинган.

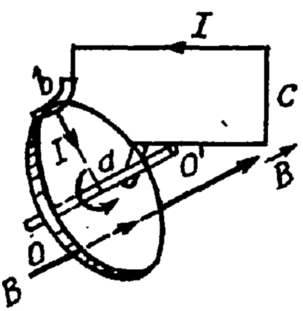
2. Бир жинсли $\left(\vec{B} = \text{const}\right)$ магнит майдонида айланаётган металл дискда ҳосил бўлган ЭЮК $\mathcal{E}_i$ ни ҳисоблаб чиқамиз. Фараз қилайлик, магнит майдоннинг индукция чизиқларига перпендикуляр қилиб ўрнатилган метал диск марказидан ўтувчи oo' ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан текис айланаётган *а* ва *в* сирпанувчи контакт воситасида *авса* берк занжир ҳосил қилинган бўлсин (12.15-расм) Ҳосил бўлган индукцион ток ўнг қўл қоидасига биноан диск бўйлаб *в* контактдан *а* контактга йўналган бўлади.

Диск чексиз кичик $d\varphi$ бурчакка, радиус ҳам $d\varphi$ бурчакка буралиб, $ds = \frac{1}{2}R^2 d\varphi$ юзани чизади, бунда R—дискнинг радиуси. Шу юзадан ўтувчи магнит индукция оқими $d\Phi = Bds$ унинг ўзгариш тезлиги $\frac{d\Phi}{dt} = B\frac{ds}{dt} = B\frac{1}{2}R^2\frac{d\varphi}{dt}$ га тенг бўлади.

Бунда $\frac{d\Phi}{dt} = \omega$ дискнинг бурчакли тезлигини эътиборга олинса:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2}R^2 B\omega.$$

Бу ифоданинг қийматини (12.11) га қўйилса, индукцион ЭЮК нинг сон қиймати қуйидагига тенг бўлади:



12.15-расм

$$|\mathcal{E}_i| = \frac{1}{2}R^2B\omega. \qquad (12.14)$$

Қараб чиқилган бу қурилма оддий динамомашинанинг модулидир.

Фарадей электромагнит индукция қонунининг амалий татбиқи. Электромагнит индукция қонунига биноан контурда индукцияланган заряд q ни ўлчаб, магнит оқими Ф ни аниқлашга имкон берадиган қурилма—флюксметр ясалган. Флюксметрнинг асосий қисми гальванометрга уланган синов контуридир. Агар гальванометр занжирининг қаршилиги R бўлса, у вақтда унда индукцияланган токнинг кучи $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$ га тенг бўлиб, $\mathcal{E}_i = I_iR$ бўлганлиги учун (12.11) га биноан:

$$I_iR = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ бундан } d\Phi = -I_iRdt$$

Охирги ифодани интеграллаб, қуйидагига эга бўламиз:

$$\Phi = \int_0^t I_iRdt = R\int_0^t I_idt = R\int_0^t dq = Rq. \qquad (12.15)$$

(12.15) дан кўринадики, магнит майдонидаги синов контурида индукцияланган q зарядни гальванометр ёрдамида ўлчаб, майдоннинг магнит оқими Ф ни аниқлаш мумкин экан. Амалда бундай флюксметр гальванометрининг кўрсатиши кулон (Кл)ни Ом ларда ифодаланган қаршилигига кўпайтмаси (Кл·Ом) га тенг бўлган Вебер (Вб) лар билан даражаланган бўлади.

12.2. ЎЗИНДУКЦИЯ ҲОДИСАСИ

Электромагнит индукция ҳодисаси ўтказгич чегараланган юза орқали ўтувчи магнит индукция оқими ўзгарган барча ҳолларда содир бўлади. Бу магнит индукция оқимининг қандай йўл билан ўзгаришига боғлиқ эмас. Агар бирор контурдан ўтаётган токнинг кучи ўзгарса, ток ҳосил қилган магнит майдоннинг оқими ҳам ўгарувчан бўлади. Магнит индукция оқимининг ўзгариши эса ўз ўрнида худди шу контурнинг ўзида индукцион ЭЮК ни ҳосил қилади. Шундай қилиб, контурдаги токнинг ўзгариши натижасида контурнинг ўзида индукцион ЭЮК нинг ҳосил бўлиш ҳодисасига ўзиндукция ҳодисаси дейилиб, индукцион ЭЮК га эса ўзиндукцион электр юритувчи куч дейилади.

Ўзиндукцион ЭЮК нимага боғлиқлигини кўриб чиқайлик. Магнит майдоннинг исталган нуқтасидаги магнит индукцияси B нинг катталиги, яъни магнит оқим зичлиги контурдан ўтаётган токнинг кучи I га пропорционалдир. Бинобарин, шу контурни кесиб ўтаётган ўз магнит оқими Φ ҳам ток кучи I га пропорцинал бўлади, яъни:

$$\Phi = LI \tag{12.16}$$

бунда, L—контурнинг шакли ва ўлчамлиги ҳам муҳитнинг нисбий магнит сингдирувчанлигига боғлиқ бўлган пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унга контурнинг статик индуктивлиги дейилади. У қуйидагига тенгдир:

$$L = \frac{\Phi}{I} \tag{12.16 а}$$

Индуктивлик «СИ» Гн (генри) билан ўлчанади.

(12.16а) муносабатга асосан статик индуктивликни қуйидагича таърифлаш мумкин:

Контурнинг статик индуктивлиги деб, контурдан бир бирлик ток ўтаётганда контурнинг юзаси орқали ўтаётган магнит индукция оқимига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Ўзиндукция ҳодисасига Фарадейнинг электромагнит индукция қонуни (12.11)ни татбиқ қилиб, ўзиндукция ЭЮК $\varepsilon_{ўз}$ (контурнинг индуктивлиги ўзгармас бўлган ҳол) учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\varepsilon_{ўз} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}. \tag{12.17}$$

Бунда минус ишора ток ортаётган $\left(\frac{dI}{dt} > 0\right)$ да ўзиндукция ЭЮК токнинг йўналиши қарама-қарши, ток камаяётганда $\left(\frac{dI}{dt} < 0\right)$ эса ток йўналиши билан бир томонга йўналганлигини кўрсатади.

Шундай қилиб, ўтказгичда ҳосил бўлган ўзиндукция ЭЮК ўтказгичдан ўтаётган ток кучининг ўзгариш тезлигига пропорционалдир.

(12.17) даги L— ўзиндукция коэффициентига динамик индуктивлик дейилади. У қуйидагига тенг бўлади:

$$L = -\frac{\varepsilon_{ўз}}{dI/dt}. \tag{12.17а}$$

(12.17а) га асосан динамик индуктивликни қуйидагича таърифлаш мумкин:

Контурнинг динамик индуктивлиги деб, контурдан ўтаётган токнинг кучи вақт бирлигида бир бирликка ўзгарганда шу контурда ҳосил бўлган индукция ЭЮК га миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

Соленоиднинг индуктивлиги. Ўзиндукция ҳодисасидан фойдаланиб, соленоиднинг индуктивлиги L ни ҳисоблаб чиқайлик. Фараз қилайлик, ўрамлар сони N, ўрамларнинг кўндаланг кесим юзи S, узунлиги l ва ички муҳитининг нисбий магнит сингдирувчанлиги μ бўлган соленоид берилган бўлсин. Агар соленоид етарлича узун бўлса, унинг ичидаги майдон бир жинсли бўлиб, индукциясига асосан $B = \mu_0\mu I \frac{N}{l}$ га тенг бўлади. Соленоиднинг ҳар бир ўрамидан ўтаётган магнит оқими $\Phi = BS$ га, соленоиднинг N ўрам билан туташган, яъни тўла магнит оқими Φ_T эса қуйидагига тенг бўлади:

$$\Phi_T = N\Phi = NBS = N\mu_0\mu I \frac{N}{l} S = \mu_0\mu I \frac{N^2}{l} S. \qquad (12.18)$$

Агар (12.18) ифодани (12.16) билан солиштирилса, соленоиднинг индуктивлиги L қуйидагига тенг бўлади:

$$L = \mu_0\mu l \frac{N^2}{l} S = \mu_0\mu n^2 V, \qquad (12.19)$$

бунда $n = \frac{N}{l}$ – соленоиднинг узунлик бирлигига мос келган ўрамлар сони, $V = Sl$ эса соленоид ҳажми.

Шундай қилиб, *соленоиднинг индуктивлиги узунлик бирлигидаги ўрамлар сонининг квадратига ва соленоид ҳажмига пропорционал экан.* Индуктивлик, унинг таърифига биноан, чулғамдаги ток кучига боғлиқ эмас; бироқ соленоиднинг ўзаги ферромагнит моддадан ясалган бўлса, унинг нисбий магнит сингдирувчанлиги μ магнит майдоннинг кучланганлиги H га ва демак, ток кучи I га боғлиқ бўлади. Бундай ҳолларда L билан I орасидаги боғланиш анча мураккаб бўлади. Шунинг учун ҳам ўзакли соленоидларнинг индуктивлигини ҳисоблашда $\mu = f(I)$ боғланишни эътиборга олиш керак.

Уланиш ва узилиш экстратоклари. Занжирни ток манбаига улаш ёки узишда занжирда ҳосил бўладиган қўшимча ўзиндукцион токка *уланиш* ёки *узилиш экстратоклари* дейилади. Фараз қилайлик, занжирдаги L индуктивликнинг қаршилиги R бўлсин. Индуктивликка эга бўлган занжир ток манбаига уланаётган ёки узилаётганда занжирдаги токнинг кучи I (12.6а) формуладан аниқланади:

$$I = \frac{\mathcal{E} - {}^{d\Phi}/_{dt}}{R} = \frac{\mathcal{E} - L^{dI}/_{dt}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{L}{R}\frac{dI}{dt}. \qquad (12.20)$$

Занжирдаги токнинг вақтга қараб ўзгаришини аниқлаш учун охирги ифодани интеграллаб қулай кўринишда ёзамиз:

$$\frac{dI}{I - {}^{\mathcal{E}}/_{R}} = -\frac{R}{L}dt. \qquad (12.20\ а)$$

Фараз қилайлик, занжирни аккумуляторлар батареяси $Б$ га улаш ёки узиш жараёнида занжирдаги ток I_0 дан I гача ўзгарсин. У вақтда (12.20 а) ни интеграллаб, қуйидагига эга бўламиз:

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I - {}^{\mathcal{E}}/_{R}} = -\int_{0}^{t} \frac{R}{L}dt \quad \text{ёки} \quad ln\frac{I - {}^{\mathcal{E}}/_{R}}{I_0 - {}^{\mathcal{E}}/_{R}} = -\frac{R}{L}t.$$

Охирги ифодани логарифм асосидан қутқарилса:

$$\frac{I - {}^{\mathcal{E}}/_{R}}{I_0 - {}^{\mathcal{E}}/_{R}} = l^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{ёки} \quad I - \frac{\mathcal{E}}{R} = \left(I_0 - \frac{\mathcal{E}}{R}\right)l^{-\frac{R}{L}t}$$

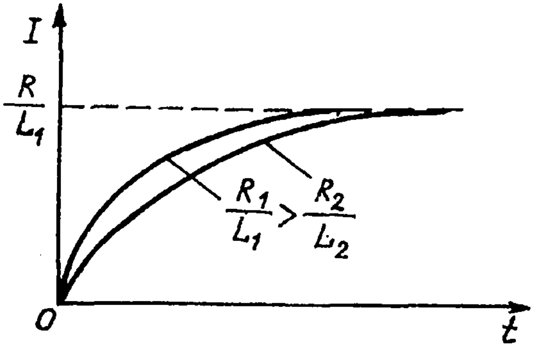
Бундан экстратокнинг вақтга боғланиши қуйидаги кўринишда бўлади:

$$I = I_0 l^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - l^{-\frac{R}{L}t}\right). \qquad (12.21)$$

Бу формула R қаршилик ва L индуктивликка эга бўлган занжирни ЭЮК $\mathcal{E}$ бўлган ток манбаига улашда ва ундан узишда занжирдаги экстратокнинг вақтга боғланиш қонуниятини аниқлашга имкон беради.

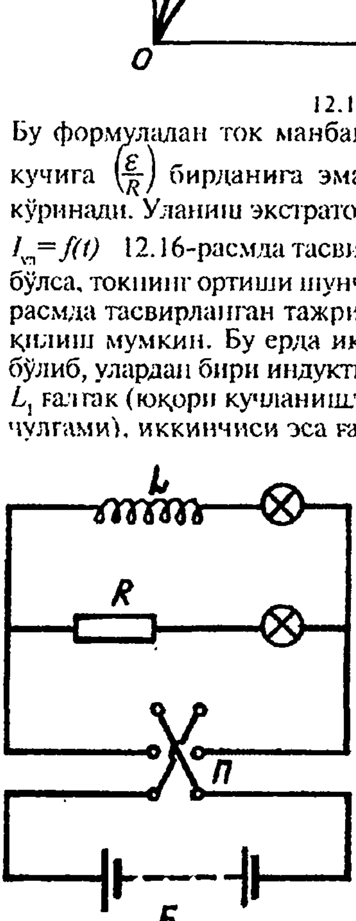
1. Занжирни ток манбаига улашда бошланғич ток кучи $I_0 = 0$ бўлади. У вақтда (12.21) дан уланиш экстратоки $I_{ул}$ вақт t га қараб қуйидагича ўзгара боради:

$$I_{ул} = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \qquad (12.22)$$



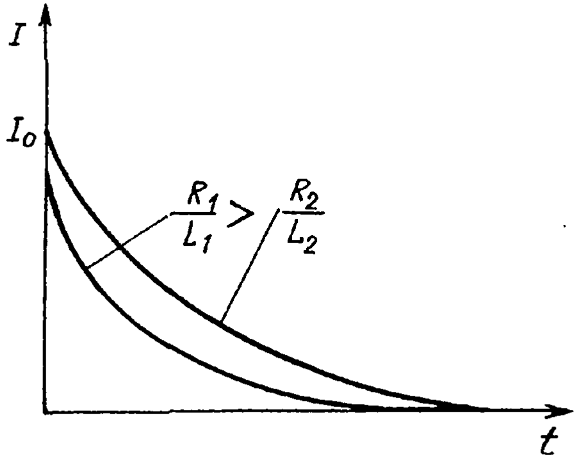
12.16-расм

Бу формуладан ток манбаини улашда занжирдаги $I_{ул}$ ток кучига $\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)$ бирданига эмас, балки аста-секин эришиш кўринади. Уланиш экстратокнинг вақтга боғланиш графиги $I_{ул}=f(t)$ 12.16-расмда тасвирланган: $\frac{R}{L}$ нисбат қанча катта бўлса, токнинг ортиши шунча тез бўлади. Бу ҳодисани 12.17-расмда тасвирланган тажриба схемаси ёрдамида намойиш қилиш мумкин. Бу ерда иккита параллел уланган тармоқ бўлиб, улардан бири индуктивлиги бир неча ўн генри бўлган L_1 ғалтак (юқори кучланишли трансформаторнинг иккинчи чулғами), иккинчиси эса ғалтакнинг қаршилиги R_1 га тенг бўлган R_2 қаршиликдан иборатдир. $Л_1$ ва $Л_2$—бир хил чўғланма лампалар эса демонстрацион амперметр ролини ўйнайди; *П*—переключатель бўлиб, ток йўналишини ўзгартиришга имкон беради, *Б*—аккумуляторлар батареяси. Занжир батареяга уланганда $Л_2$ лампа бир онда ёнади, $Л_1$ лампа эса улаш экстратоки таъсирида аста-секин, маълум вақт (теск. тартибда) дан кейин биринчи лампадек равшан ёнишини кузатиш мумкин.



12.17-расм

Батарея тез-тез улаб-узиб турилганда $Л_1$ лампа шу



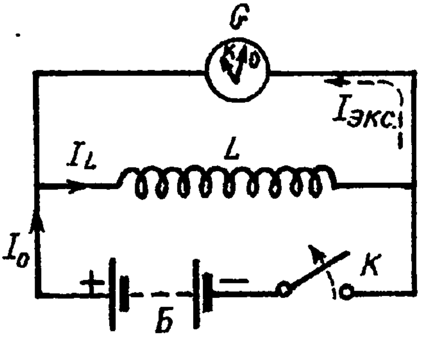
12.18-расм

вақтлар ичида ёниб улгура олмайди ва ўчиғлигича қолади.

2. Занжирни ток манбаи $Б$ дан узишда $\mathcal{E}=0$ бўлади. У вақтда (12.21) дан узилиш экстратоки $I_{уз}$ нинг вақт t га қараб ўзгариши

$$I_{уз}=I_oe^{-\frac{R}{L}t}. \qquad (12.23)$$

қонуният асосида бажарилади: Бу тенглама ЭЮК узиб қўйилгандан кейин ток кучи экспоненциал қонуният билан камайишини кўрсатади. Бунда $\frac{R}{L}$ қанча катта бўлса, ток кучи шунча тез камаяди. Узилиш экстратоки кучи $I_{уз}$ нинг вақт t га боғланиш графиги $I_{уз}=f(t)$ 12.18-расмда тасвирланган. Узилиш экстратокни 12.19-расмда кўрсатилган тажриба схемаси ёрдамида намойиш қилиш мумкин. Бу ерда магнитоэлектрик системасидаги G гальванометр ва катта индуктивликка эга бўлган L ғалтак аккумуляторлар батареясига ўзаро параллел уланган. К калит



12.19-расм

уланган ҳолда, гальванометр ва ғалтакда ток ўнгдан чапга томон йўналган бўлади. Агар К калит узилса, L ғалтакда асосий ток билан бир хил йўналган узилиш экстратоки гальванометр милини чапга силжитади. Схемада узилиш экстратокининг йўналиши пунктир мили билан тасвирланган.

3. Энди занжирда экстратокни ҳосил қилган ўзиндукция ЭЮК $\mathcal{E}_{\text{ўз}}$ ни ток манбаининг ЭЮК $\mathcal{E}$ билан таққослаймиз. Фараз қилайлик, экстраток ҳосил бўлишида занжирнинг қаршилиги R_0 дан R гача ўзгарсин. У вақтда $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0}$ эканлигини назарга олиб, (12.21) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_0} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - l^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

Бундан ўзиндукция ЭЮК $\mathcal{E}_{\text{ўз}}$ ни ҳисоблаб чиқамиз:

$$\mathcal{E}_{\text{ўз}} = -L\frac{dI}{dt} = \mathcal{E}\frac{R}{R_0} l^{-\frac{R}{L}t} - \mathcal{E} l^{-\frac{R}{L}t} = \mathcal{E}\left(\frac{R}{R_0} - 1\right) l^{-\frac{R}{L}t}.$$

Ва ниҳоят бундан:

$$\frac{\mathcal{E}_{\text{ўз}}}{\mathcal{E}} = \frac{\left(R/R_0 - 1\right)}{l^{-\frac{R}{L}t}}. \qquad (12.24)$$

Бу формуладан кўринадики, катта L индуктивликка эга бўлган занжирни ток манбаидан узишда унинг қаршилиги жуда катта $\left(R/R_0 >> 1\right)$ бўлиб қолиши натижасида занжирда манбанинг ЭЮК $\mathcal{E}$ га нисбатан жуда катта ўзиндукция ЭЮК $\mathcal{E}_{\text{ўз}}$ ҳосил бўлади. Шунинг учун ҳам индуктивликка эга бўлган айрим қурилмалар (приёмник, телевизор ва шу кабилар) бир онда ток манбаидан узилганда занжирда ҳосил бўлган жуда катта қийматли ўзиндукция ЭЮК $\mathcal{E}_{\text{ўз}}$ қурилмани ишдан чиқариши мумкин. Занжирда ҳосил бўлган жуда катта қийматли ўзиндукция ЭЮК узгич калит контактлари орасида учқунни ёки ёй разрядини ҳосил қилиб, калитни эритиб юбориши мумкин. Ўзиндукция ЭЮК таъсиридан муҳофаза қилиш учун узгич калитга конденсатор параллел уланади. Занжир калит орқали узилганда занжирда ҳосил бўлган катта қийматли ўзиндукция ЭЮК конденсатор орқали разрядланиб, учқун ҳосил бўлмайди.

Кўпгина мақсадларда, қаршиликлар ясашда, жумладан, ўзгарувчан ток ўлчанадиган ғалтакни ясашда индуктивлик иложи борича кичик бўлиши керак ($L \to min$ бўлиши керак). Бунинг учун, индуктивсиз ғалтак ясаш учун икки букилган сим олинади ва ҳосил бўлган қўш симдан чулғам тайёрланади. Бундай қўш толали (бифиляр) ғалтакларни қарама-қарши токли иккита ғалтак деб қараш мумкин. Бундай ғалтакларнинг магнит майдони деярли нолга тенг бўлганлигидан уларнинг индуктивлиги жуда кичик бўлади.

12.3. ЎЗИНДУКЦИЯ ҲОДИСАСИ. ТРАНСФОРМАТОР

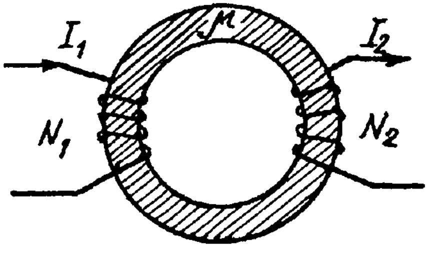
1. **Ўзиндукция ҳодисаси.** *Ўзиндукция ҳодисаси деб, ўзгарувчан токли контур яқинидаги контурларда индукция ЭЮК нинг ҳосил бўлиши ҳодисасига айтилади.*

Фараз қилайлик, 12.21-расмда тасвирланганидек, I_1 ва I_2 токлар ўтаётган 1- ва 2-контур берилган бўлсин. Био-Савар-Лаплас қонунига биноан 1-контур ҳосил қилган магнит майдон индукцияси B_1 ундан ўтаётган токнинг кучи I_1 га пропорционалдир. Бинобарин, 1-контур магнит майдонининг 2-контурни кесиб ўтган Φ_{21} магнит индукция оқими I_1 токка пропорционал бўлади, яъни:

$$\Phi_{21} = M_{21}I_1. \qquad (12.25)$$

бунда, M_{21}—биринчи ва иккинчи контурнинг геометрик шакли, ўлчамлиги ва уларнинг ўзаро жойлашишига, шунингдек, улар жойлашган муҳитнинг нисбий магнит сингдирувчанлигига боғлиқ бўлган пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унга **иккинчи ва биринчи контурнинг ўзиндуктивлиги** дейилади.

Худди шунингдек мулоҳазалар юритиб, 2-контур магнит майдонининг 1-контурни кесиб ўтган Φ_{12} магнит индукция оқими ҳам I_2 токка пропорционалдир:



12.20-расм

$$\Phi_{12} = M_{12} I_2 , \qquad (12.25\ а)$$

бу ерда, M_{12}—биринчи ва иккинчи контурнинг ўзаро индуктивлиги.

(12.25) ва (12.25 а) формулалардаги M_{21} ва M_{12} пропорционаллик коэффициентлари бир хил, яъни контурларнинг ўзиндуктивлиги тенгдир: $M_{21} = M_{12}$. Бунга ишонч ҳосил қилиш учун ҳар бир контурни берилган нуқтадан чексизликкача, яъни майдон нолга тенг нуқтага кўчиришда бажарилган ишлар $A_{1,\infty}$ ва $A_{2,\infty}$ ни ҳисоблаб чиқамиз:

$$\left.\begin{aligned} A_{1,\infty} &= I_1 (\Phi_{12} - 0) = I_1 M_{12} I_2 ; \\ A_{2,\infty} &= I_2 (\Phi_{21} - 0) = I_2 M_{21} I_1 . \end{aligned}\right\} \qquad (12.26)$$

Ҳар бир токли контурни иккинчисига нисбатан чексизликкача кўчиришда бажарилган $A_{1,\infty}$ ва $A_{2,\infty}$ ишлар ўзаро тенг, яъни $A_{1,\infty} = A_{2,\infty}$ бўлади. У вақтда (12.26) дан $I_1 M_{12} I_2 = I_2 M_{21} I_1$ тенглик келиб чиқади. Бундан

$$M_{12} = M_{21} = M . \qquad (12.26,\ а)$$

(12.26 а) дан кўринадики, контурларнинг ўзаро индуктивлиги бир хил бўлгани учун M_{12} ва M_{21}га контурларнинг ўзаро индуктивлиги дейилади ва индекссиз M билан белгиланади. Шунинг учун (12.25) ва (12.25а) ни қуйидаги кўринишда ёзилади:

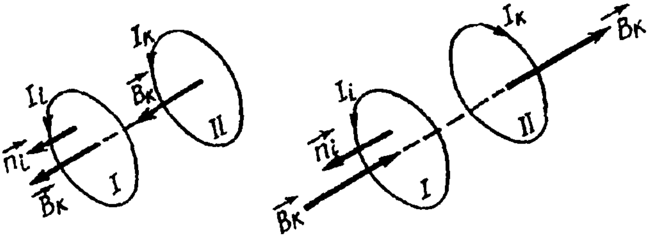
$$\left.\begin{aligned} \Phi_{21} &= M I_1 ; \\ \Phi_{12} &= M I_2 . \end{aligned}\right\} \qquad (12.27)$$

(12.27) дан икки контурнинг ўзаро индуктивлиги қуйидагига тенгдир:

$$M = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{\Phi_{12}}{I_2} \qquad (12.27,а)$$

Шундай қилиб, *икки контурнинг ўзаро индуктивлиги деб, биридаги токнинг кучи бир бирликка тенг бўлганда, иккинчисининг кесим юзидан ўтган магнит индукция оқимига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.*

Энди, умумий тороидал темир ўзакка ўралган иккита ғалтакнинг ўзаро индуктивлигини ҳисоблаб чиқайлик (12.21-расм). Магнит индукция чизиқлари ўзак ичида жойлаш-



$\Phi_{ik}>0$; $M_{ik}>0$ $\Phi_{ik}<0$; $M_{ik}<0$

а б

12.21-расм

ганлиги учун магнит индукцияси ўзакнинг барча нуқталарида бир хил бўлади. Ҳар бир ғалтак чулғамларига туташган тўлиқ магнит оқими Φ бошқа ғалтакдаги ток I га пропорционалдир. У биринчи ва иккинчи ғалтаклар учун мос равишда қуйидагига тенг бўлади:

$$\Phi_{12} = M_{12} I_2 \text{ ва } \Phi_{21} = M_{21} I_1. \qquad (12.28)$$

Иккинчи томондан иккинчи ғалтак чулғамларига туташган тўлиқ магнит оқими:

$$\Phi_{21} = N_2 \Phi_{21} = N_2 B_1 S = N_2\, \mu_0 \mu H_1 S.$$

Бунда N_2—иккинчи чулғам ўрамлар сони, Φ_{21}—иккинчи чулғам ўрамидан ўтаётган магнит индукция оқими, H_1 эса биринчи ғалтак ҳосил қилган магнит майдон кучланганлиги бўлиб, тўлиқ ток қонунига биноан $H_1 = I_1 n = I_1 \frac{N_2}{l}$ (бунда, l = ўзакнинг узунлиги) бўлгани учун:

$$\Phi_{21} = N_2\, \mu_0 \mu I_1 \frac{N_1}{l} S = \mu_0 \mu\, N_1 N_2 \frac{S}{l} I_1. \qquad (12.28а)$$

Бу ифодани (12.28) билан солиштириб, қуйидагини оламиз:

$$M_{21} = \mu_0 \mu\, N_1 N_2 \frac{S}{l}. \qquad (12.28\text{ б})$$

2. Биринчи чулғам билан туташган магнит индукция оқими Φ_{12} ни ҳисоблаб, иккинчи чулғамдан ўтаётган токни I_2 деб фараз қилинса, M_{12} ўзаро индуктивлик учун ҳам (12.28б) ифодани оламиз, яъни

$$M_{12} = \mu_0 \mu\, N_1 N_2 \frac{S}{l}. \qquad (12.28\text{ в})$$

Шундай қилиб, M_{21} ва M_{12} ўзаро индуктивлик бир хил бўлгани учун ўзаро индуктивлик индекссиз ёзилади, яъни:

$$M = \mu_0\mu\, N_1 N_2 \frac{S}{l}. \qquad (12.28г)$$

Шундай қилиб, икки ғалтакнинг ўзаро индуктивлиги ўрамлар сони N_1, N_2 га, ўзак кесим юзаси S га тўғри пропорционалдир.

3. Контурлардан бирида ток ўзгарса, Фарадейнинг электромагнит индукция қонунига биноан иккинчи контурда ўзиндукция ЭЮК ҳосил бўлади. Агар *1*-контурдаги I_1 ток вақт бўйича ўзгарса, *2*-контурда ҳосил бўлган ўзиндукция ЭЮК ε_2 қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{d}{dt}(MI_1) = -M\frac{dI_1}{dt}. \qquad (12.29)$$

Шунга ўхшаш 2-контурдаги I_1 ток ўзгарганда 1-контурда индукцияланган ўзиндукция ЭЮК ε_1 ҳам қуйидагича бўлади:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\frac{d}{dt}(MI_2) = -M\frac{dI_2}{dt}. \qquad (12.29а)$$

(12.28) ва (12.28 а) формулалардан икки контурнинг ўзаро индуктивлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$M = -\frac{\varepsilon_2}{{dI_1}/{dt}} = -\frac{\varepsilon_2}{{dI_2}/{dt}}. \qquad (12.29б)$$

(12.29)га биноан ўзаро индуктивликни яна қуйидагича таърифлаш мумкин:

Икки контурнинг ўзаро индуктивлиги деб, контурларнинг биридаги токнинг кучи вақт бирлиги ичида бир бирликка ўзгарганда иккинчи контурда индукцияланган ЭЮК га миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади.

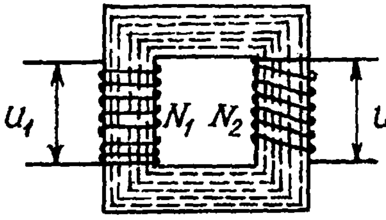
Трансформатор. *Трансформатор деб, ўзиндукцияга асосланган, ўзгарувчан ток кучланиши ва кучини ўзгартириб бера оладиган қурилмага айтилади.* Трансформаторни биринчи бўлиб рус электротехниклари П. Н. Яблочков (1876 й.) ва И. Ф. Усагин (1882 й.) яратган ва амалда ишлатган. Энг содда трансформаторнинг қатъий схемаси 12.22-расмда тасвирланган. Бирламчи чулғамнинг учлари (кучланиш кириши) таъминловчи ўзгарувчи тармоққа, иккиламчи чулғам учлари (чиқиши) электр энергия истеъмолчиларига уланади. Иккиламчи чулғамда пайдо бўладиган ўзиндукция ЭЮК ундаги ўрамлар сонига пропорционал бўлгани учун ўрамлар сонини ўзгартириб, трансформаторнинг чиқишидаги кучланиш U_2 ни чегарада ўзгартириш мумкин.

Энди кириш кучланиши U_1 ва чиқиш кучланиши U_2 ўзаро қандай боғланганини қараб чиқайлик. Трансформаторларнинг ФИК юқори бўлиб, 99% гача етади, чунки трансформатор ўзак ичидаги магнит индукция оқими Φ иккала ўзакни кесиб ўтади. Бирламчи чулғамда пайдо бўладиган ўзиндукция ЭЮК $\mathcal{E}_1$ қуйидагига тенг:

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \tag{12.30}$$

иккиламчи чулғамдаги ўзак ЭЮК эса:

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}, \tag{12.30а}$$



12.22-расм

бунда, N_1 ва N_2—бирламчи ва иккиламчи чулғамлардаги ўрамлар сони. Трансформатор чулғамларига ЭЮК бўлган занжир бир қисми учун Ом қонуни татбиқ қилинса, киришдаги U_1 кучланиш

$$U_1 = I_1R_1 - \mathcal{E}_1 = I_1R_1 + N_1 \frac{d\Phi}{dt}, \tag{12.31}$$

чиқишдаги U_2 кучланиш эса:

$$U_2 = I_2R_2 - \mathcal{E}_2 = I_2R_2 + N_2 \frac{d\Phi}{dt}, \tag{12.31 а}$$

Бу ерда, R_1 ва R_2—бирламчи ва иккиламчи чулғамларнинг қаршилиги, I_1 ва I_2—улардаги ток кучи.

Биз фақат иккиламчи очиқ бўлган ҳол билан чегараланамиз ва шунинг учун $I_2 = 0$ бўлади. Иккинчидан барча техник трансформаторлар учун $I_1R_1 << \mathcal{E}_1$ шарт бажарилади. Шунинг учун (12.31) да I_1R_1 *ни* назарга олмасдан, охирги икки тенгламани ҳадма-ҳад бўлиб, қуйидаги нисбатни ҳосил қиламиз:

$$K = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}. \tag{12.32}$$

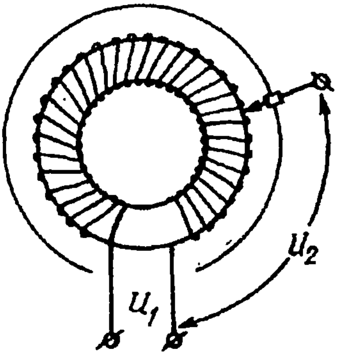
Бундаги $K = \frac{N_2}{N_1}$ нисбатга трансформация коэффициенти дейилади.

Трансформация коэффициенти деб, трансформаторнинг иккинчи чулғами очиқ бўлганда, яъни салт ишлаш режимида иккиламчи чулғамдаги кучланиш бирламчи чулғамдаги кучланишдан неча марта ўзгаришини ифодаловчи катталикка айтилади.

Ҳозирги замон трансформаторларида исроф 2% дан ошмаганлиги учун бирламчи ва иккиламчи чулғамларида ажраладиган қувватларни бир-бирига тенг деб ҳисоблаш мумкин: $I_1U_1 = I_2U_2$ ёки $\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}$. У вақтда (12.32) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$K = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}. \qquad (12.33)$$

Агар $K = \frac{N_2}{N_1} > 1$ бўлса, $\frac{U_2}{U_1} > 1$ бўлиб, ундай трансформаторларга кучайтирувчи дейилиб, $K = \frac{N_2}{N_1} < 1$ бўлганда, $\frac{U_2}{U_1} < 1$ ёки $\frac{I_2}{I_1} > 1$ бўлиб, бундай трансформаторларга пасайтирувчи ёки ток трансформатори дейилади.



12.23-расм

Баъзи трансформатор бирламчи чулғамининг бир қисми иккиламчи чулғам бўлиб, ёки аксинча, иккиламчи чулғамнинг бир қисми бирламчи бўлиб хизмат қилади. Бундай кўринишдаги трансформаторларга автотрансформаторлар дейилади (12.23-расм). Автотрансформаторлар контактларининг бирини кўпинча силжийдиган қилинади, бу эса чиқиш кучланишини текис ўзгартириш имконини беради.

12.4. МАГНИТ МАЙДОН ЭНЕРГИЯСИ

Токнинг магнит майдон энергияси. Занжирдан ўзгармас ток оқаётганда манбанинг электр энергияси Жоуль-Ленц иссиқлигига сарф бўлади. Занжирдан ўзгарувчан, ўсиб борувчи ва камайиб борувчи токлар ўтаётганда аҳвол бутунлай бошқача бўлади. Агар занжирдаги ток орта борган $\left(\frac{dI}{dt} > 0\right)$ да бирламчи токка қарама-қарши йўналган ўзиндукцион ток ҳосил бўлади. Бунда ток манбаи ЭЮК бажарган ишнинг бир қисмигина Жоуль-Ленц иссиқлигига сарф бўлади, холос. Аксинча, занжирдаги ток камая борган $\left(\frac{dI}{dt} < 0\right)$ да, бирламчи ток билан бир хил йўналган ўзиндукцион ток ҳосил бўлиб, бирламчи ток кучаяди ва Жоуль-Ленц иссиқлигига қараганда кўпроқ иссиқлик ажралиб чиқади.

Шундай қилиб, ток ортаётганда занжирда бажарадиган ортиқча иш бирор турдаги энергияга айланади, камаётганда эса бу энергия қайтиб занжирга узатилади. Ток кучи ортиши билан унинг магнит майдони ҳам кучаяди, бинобарин бу ҳосил бўлган энергия магнит майдон энергиясидир.

Магнит майдон энергиясини ҳисоблаш учун индуктивлиги L, қаршилиги R бўлган контур ноферромагнит изотроп муҳитда жойлашган бўлсин.

Контурда ток кучи нолдан бирор чекли I қийматга орта борганда унда ўзиндукция ЭЮК и $\mathcal{E}_{ўз} = -L\frac{dI}{dt}$ пайдо бўлади. Бу ҳолда занжирдан ўтаётган ток кучи I Ом қонунига биноан

$$I = \frac{\mathcal{E}_{ум}}{R} = \frac{\mathcal{E}+\mathcal{E}_{ўз}}{R} = \frac{\mathcal{E}-L\frac{dI}{dt}}{R}. \qquad (12.34)$$

бўлади. $\mathcal{E}_{ум}$ —умумий ЭЮК, $\mathcal{E}$ —ток манбаининг ЭЮК, $\mathcal{E}_{ўз}$—ўзиндукция ЭЮК, R—занжирнинг қаршилиги (12.34) дан $\mathcal{E}$ аниқланса:

$$\mathcal{E} = IR + L\frac{dI}{dt}.$$

Бундан ток манбаининг умумий бажарган элементар иши $dA_{ул} = I\mathcal{E}dt$ қуйидагига тенг бўлади:

$$dA_{ул} = I\mathcal{E}dt = I^2Rdt + LIdI. \qquad (12.35)$$

Шундай қилиб, ток ортаётганда ток манбаи бажараётган ишнинг бир қисми $dQ = I^2Rdt$ —Жоуль-Ленц иссиқлигига ва қолган қисми эса

$$dA = LIdI. \qquad (12.35а)$$

ишга сарф бўлади: Ток магнит майдонининг энергия захираси W_m контурдаги ток нолдан бирор I қийматгача ортганда ҳосил бўлган ўзиндукция токини енгишдаги бажарилган иши A га, яъни (12.35а) дан нолдан I гача олинган интегралга тенгдир:

$$W_m = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}. \qquad (12.36)$$

Токли контур юзаси орқали ўтаётган магнит индукция оқими $\Phi = LI$ эканлигини назарга олинса, (11.36) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}. \qquad (12.36,\ а)$$

Шундай қилиб, ток магнит майдонининг энергияси W_m СИ Жоуль (Ж) ларда ўлчанади; (12.36 а) га биноан:

$$1Ж = 1Гн \cdot А^2 = 1А \cdot Вб = \frac{Вб^2}{Гн}.$$

(12.36 а) ифода токли контур ўзида тўплайдиган магнит майдон энергиясидан иборат бўлганлиги учун унга токнинг хусусий энергияси ҳам дейилади.

Занжирни ток манбаидан узиш вақтида йўқотган магнит майдон энергияси (12.36) ҳисобига узилиш электронлари иш бажаради.

Соленоид магнит майдон энергияси ва энергия зичлиги. Соленоиддан ток ўтаётганда унинг ўзагида мужассамлашиб ҳосил бўлган магнит майдон энергияси ҳам (12.36) формула асосида аниқланади, яъни:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}, \qquad (12.37)$$

бунда L—соленоиднинг индуктивлиги, I—ундан ўтаётган ток кучи.

Соленоид ўзагида ҳосил бўлган бир жинсли $(\vec{B} = \mathrm{const})$ магнит майдон энергияси W_m ни майдон кучланганлиги H ва индукцияси B орқали ифодалаш мумкин. Бунинг учун, (12.19) га биноан соленоиднинг индуктивлиги:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V.$$

бунда V—соленоиднинг ҳажми, n—соленоид узунлик бирлигига мос келган ўрамлар сони, μ_0—магнит доимийси, μ—соленоид ўзагидаги модданинг нисбий магнит сингдирувчанлиги.

Бундан ташқари тўлиқ ток қонунига биноан соленоид ўзагидаги майдон кучланганлиги $H = In$, бунда $I = \frac{H}{n}$ индуктивлилик L ва ток кучи Iларнинг ифодаларини (12.36) га қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}V; \qquad (12.37)$$

ёки $\mu_0\mu H = B$ эканлигини назарга олиб, (12.37) ни яна бундай кўринишларда ёзиш мумкин:

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}V = \frac{H\cdot B}{2}V = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}V \qquad (12.37\text{ а})$$

Магнит майдон энергияси ҳам барча турдаги энергиялар сингари СИ Жоуллар (Ж) билан ўлчанади, яъни:

$$1Ж = 1Гн\cdot А^2 = 1\frac{Гн}{м}\cdot\left(\frac{А}{м}\right)^2 м^3 = 1\frac{А}{м}\cdot Тл\cdot м^3 = 1\frac{Тл^2}{Гн/м}м^3$$

Чексиз узун соленоиднинг магнит майдони бир жинсли $\left(\vec{B} = \text{const}\right)$ бўлганлиги учун у фақат соленоид ичида тўпланган бўлади. Демак, (12.37) дан кўринадики, магнит майдоннинг энергияси соленоид ҳажми Vбўйича энергиянинг ҳажм зичлиги W_m билан бир текис тақсимланади. Шундай қилиб, ҳажм бирлигига мос келган магнит майдон энергияси, яъни энергиянинг ҳажм зичлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{H\cdot B}{2} = \frac{B2}{2\mu_0\mu}. \qquad (12.38)$$

Шундай қилиб, магнит майдон энергиясининг зичлиги шу нуқтадаги магнит майдон кучланганлиги H ва индукцияси B нинг кўпайтмасининг ярмига тенгдир.

Агар магнит майдон бир жинсли бўлмаса, майдоннинг кичик элементар dVҳажмида B ни ёки H ни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин бўлади. У вақтда (12.38) формула элементар ҳажмдаги магнит майдон энергиясининг зичлигини ифодалайди, яъни:

$$w_m = \frac{dW_m}{dV} = \frac{H\cdot B}{2}. \qquad (12.39)$$

Бу ҳолда чекли V ҳажм ичидаги энергия

$$W'_m = \int_V W_m dV = \int_V \frac{H\cdot B}{2} dV \qquad (12.40)$$

бўлади. Бу ерда интеграл V ҳажм бўйича олинган.

Токлар магнит майдони энергияси ва токларнинг ўзаро энергияси. Умумий ҳолда $I_1, I_2, \ldots, I_N$ токлар ўтаётган N та контурлар ҳосил қилган магнит майдонини қараб чиқамиз. Токли контурлар системаси магнит майдон энергияси W_m ҳар бир контур энергиялари (12.37а) нинг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$W_m = W_{m1} + W_{m2} + \cdots + W_{mN} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} I_i \Phi_{mi} \qquad (12.41)$$

Бу ерда Φ_{mi} —контурларнинг i сига туташган тўлиқ магнит оқими бўлиб, у ўзиндукция магнит оқими $(\Phi_{mi})_{ўз}$ ва унинг қолган токли контурлар билан туташган ўзиндукция магнит оқими $(\Phi_{mi})_{ўзаро}$ нинг йиғиндисига тенг бўлади:

$$\Phi_{mi} = (\Phi_{mi})_{ўз} + (\Phi_{mi})_{ўзаро}$$

Бу қўшилувчи магнит оқимлари мос равишда $(\Phi_{mi})_{ўз} = L_i I_i$ ва $(\Phi_{mi})_{ўзаро} = \sum M_{ik} I_k$ бўлади, бунда Li катталик i—контурнинг индуктивлиги, M_{ik} эса i—контурни $K = 1,2,\ldots N_i$ контурлар билан ўзаро индуктивлиги. Охирги ифодани (12.41) га қўйилса, токларнинг магнит майдон энергияси келиб чиқади:

$$W_m = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} L_i I_i^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{k=1}^{N} M_{ik} I_i I_k. \qquad (12.42)$$

Бу тенгламанинг ўнг томонидаги биринчи қўшилувчи ифода токли барча контурларнинг ўзиндукция магнит майдони энергиясидир:

$$W_{ўз} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} L_i I_i^2 \qquad (12.43)$$

Контурдаги токларнинг ўзи ҳосил қилган бу энергияга токларнинг хусусий энергияси дейилади.

Ва ниҳоят, иккинчи қўшилувчи энергияга эса токларнинг ўзаро энергияси дейилади, яъни:

$$W_{ўзар} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{i=1}^{N} M_{ik} I_i I_k \qquad (12.44)$$

Шуни қайд қилиш керакки, икки контурнинг ўзаро индуктивлиги M_{ik} мусбат ҳам, манфий ҳам бўлиши мумкин. Агар i —контур юзасига ўтказилса, нормал $\vec{n}_i$ нинг йўналиши K_i контурнинг магнит майдони индукцияси $\vec{B}_k$ нинг йўналиши билан мос тушса, ўзаро индуктивлик мусбат $M_{ik} > 0$ бўлади (12.21а-расм), аксинча қарама-қарши бўлса, манфий $M_{ik} < 0$ бўлади (12.21 б-расм).

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Электростатик, магнит ва электромагнит майдонлар деб қандай майдонларга айтилади? Улар қандай шароитда ҳосил бўлади?

2. Қандай токка индукцион ток дейилади? Индукцион токнинг ҳосил бўлиш шартларини қандай тажрибалар асосида ифодалаш мумкин?

3. Фарадейнинг электромагнит индукция қонунини таърифланг ва математик ифодасини ёзинг.

4. Индукцион токнинг йўналишини ифодаловчи Ленц қоидасини таърифланг.

5. Фарадей-Ленц қонунини таърифланг ва математик ифодасини ёзинг.

6.Фарадей электромагнит индукция қонунининг энергиянинг сақланиш ва металларнинг классик электрон назарияси асосида исботини тушунтириб беринг.

7. Тўғри ўтказгичда ҳосил бўлган индукцион токнинг йўналишини ифодаловчи ўнг қўл қоидасини таърифланг.

8. Магнит майдонда айланаётган рамка ва дискда ҳосил бўлган индукцион ЭЮК қандай формуладан аниқланади?

9. Фарадей электромагнит индукция қонунининг қандай амалий татбиқи мавжуд? Флюксметрнинг тузилиши ва ишлаш принципи қандай?

10. Ўзиндукция ҳодисаси деб нимага айтилади? Ўзиндукцион электр юритувчи куч деб-чи?

11. Контурнинг статик ва динамик индуктивлиги деб нимага айтилади? Индуктивлик қандай бирликда ўлчанади?

12. Соленоиднинг индуктивлиги нимага боғлиқ, қандай формула билан аниқланади?

13.Экстратоклар деб қандай токларга айтилади? Уланиш ва узилиш экстратоклари вақтга қараб қандай ўзгаради?

14. Катта индуктивликли занжирни ток манбаидан узишда ҳосил бўлган ўзиндукцион электр юритувчи кучнинг катталиги нимага боғлиқ?

15. Ўзиндукция ҳодисаси деб нимага айтилади? Ўзаро индуктивлик деб қандай катталикка айтилади? У қандай формула билан аниқланади ва қандай бирликда ўлчанади?

16. Қандай қурилмага трансформатор дейилади? Трансформаторларнинг қандай турлари мавжуд?

17. Трансформация коэффициентлари деб нимага айтилади?

18. Ток магнит майдонининг энергия запасини ифодаловчи формулани ёзинг ва уни изоҳлаб беринг.

19. Ток магнит майдонининг энергия зичлиги қандай формуладан аниқланади?

20. Токларнинг ўзаро энергияси нимага боғлиқ ва қандай формуладан аниқланади?

21. Токларнинг хусусий ва ўзаро энергияси нималарга боғлиқ? Уларнинг математик ифодаларини ёзинг.

13-БОБ

МОДДАЛАРНИНГ МАГНИТ ХОССАЛАРИ

13.1.МОЛЕКУЛЯР ТОКЛАРНИНГ МАГНИТ МОМЕНТЛАРИ

Олдинги бобларда муҳитдаги магнит майдонининг токли ўтказгичга ва ҳаракатланаётган зарядли зарраларига таъсир кучини ифодаловчи Ампер ва Лоренц кучларини қараб чиққан эдик. Бу кучларнинг муҳит магнит хусусиятига боғлиқлиги муҳитнинг нисбий магнит сингдирувчанлиги μ билан ифодаланган эди.

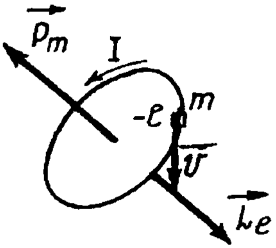
Моддаларнинг магнит хоссалари атом ва молекулалари ичида ёпиқ электр токлари—молекуляр токларининг мавжудлигидир. Бу токларнинг физик табиати қандай эканлигини қараб чиқамиз.

Барча атомлар мусбат зарядланган ядродан ва унинг атрофидаги орбиталарда ва ҳаракатланувчи электронлардан тузилган. Атомдаги ядронинг мусбат заряди электронларнинг манфий зарядига тенг, шунинг учун нормал ҳолатда атом электр жиҳатдан нейтрал бўлади.

Ядро заряди, бинобарин, атомдаги электронлар сони элементнинг даврий системадаги тартиб номери z га тенгдир. Агар элементнинг тартиб рақами z, электроннинг заряди e бўлса, ядро заряди $+ze$ га тенг бўлиб, атомда z та электрон бўлади. Масалан, водород (H) атоми ($z = 1$) атиги битта электронга эга, натрий ($_{11}Na$) атоми ($z = 11$) 11 та электронга, уран ($_{92}U$) атоми ($z = 92$)эса 92 та электронга эга.

Магнит ҳодисаларини тушунтиришда электронлар қуёш системаси планетарлари каби (атомнинг планетар модели) ядро атрофида доиравий ёки эллиптик орбиталар бўйича айланади деб ҳисоблаш мумкин. Атом электронларининг ҳар бири ўз хусусий орбитаси бўйича ҳаракатланади, турли электрон орбиталари турли текисликда ётади.

1. Электроннинг орбитал магнит моменти. Орбита бўйича айланаётган электронлар ёпиқ электр токларидан иборат ва айнан мана шуларнинг ўзи молекуляр токлардан иборатдир (Ампер ҳам молекуляр токларнинг мавжудлигини фараз қилган эди). Бу молекуляр токлар моддаларнинг магнит хоссаларини белгилайди. Бундай молекуляр-орбитал токлар магнит моменти деб аталувчи $\vec{P}_m$ катталик билан тавсифланади. Фараз қилайлик, ташқи магнит майдони таъсирида бўлмаган, изоляцияланган атомдаги электрон r радиусли доиравий орбита бўйлаб v тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин (13.1-расм). Айланма токнинг магнит моменти таърифига биноан электроннинг орбитал магнит моменти P_m миқдоран қуйидагига тенг бўлади:



13.1-расм

$$P_m = I_{орб} \cdot S = I_{орб} \cdot \pi r^2, \qquad (13.1)$$

бунда $S = \pi r^2$ —электрон орбитасининг юзи, $I_{орб}$—электрон орбитал токининг кучи. Агар электроннинг орбита бўйлаб айланиш частотаси ν бўлса, орбитал токнинг кучи $I_{орб}$ қуйидагига тенг бўлади:

$$I_{орб} = e\nu = e\frac{v}{2\pi r}, \qquad (13.2)$$

бу ерда e—электроннинг заряди. Бу ифодани юқоридаги тенгламада ўрнига қўйилса:

$$P_m = I_{орб} \cdot \pi r^2 = e\frac{v}{2\pi m}\pi r^2 = \frac{evr}{2}. \qquad (13.3)$$

Иккинчи томондан, m массали электроннинг r радиусли орбита бўйлаб v тезликли ҳаракати L_e импульс моменти L_e билан ифодаланади:

$$L_e = mvr. \qquad (13.4)$$

Бу ифода атомдаги ихтиёрий кўринишдаги орбитада ҳаракатланаётган электронлар учун ҳам ўринлидир.

(13.3) нинг (13.4) га нисбати ўзгармас бўлиб, электрон нинг орбитал тезлиги v га ҳам, орбитанинг радиуси r га ҳам боғлиқ бўлмасдан, унга электроннинг гидромагнит нисбати дейилади ва g ҳарфи билан белгиланади, яъни:

$$g = \frac{P_m}{L_e} = \frac{e}{2m}. \qquad (13.5)$$

13.1-расмдан кўринадики, электроннинг орбитал магнит моменти вектори $\bar{P}_m$ ва орбитал импульс моменти вектори $\bar{L}_e$ айланиш ўқи бўйлаб қарама-қарши йўналганлиги учун:

$$\bar{P}_m = -\left(\frac{e}{2m}\right)\bar{L}_e = -g\,\bar{L}_e \qquad (13.6)$$

3. Атомнинг орбитал магнит моменти. Атомнинг орбитал магнит моменти $\bar{P}_m$ деб, атомлардаги электронларнинг орбитал магнит моментлари $\dot{p}_{ml}$ нинг геометрик йиғиндисига айтилади:

$$\bar{P}_m = \bar{P}_{m1} + \bar{P}_{m2} + \cdots + \bar{P}_{mz} = \sum_{i=1}^{z} \bar{P}_{mi} \qquad (13.7)$$

бунда z—атомдаги электронлар сони бўлиб, у Менделеев даврий системасидаги элементнинг тартиб номерига тенг. Худди шунингдек, атомнинг орбитал импульс моменти ҳам, атомдаги барча электронлар орбитал импульс моментлари $\bar{L}_{ei}$ нинг вектор йиғиндисига тенг:

$$\bar{L} = \bar{L}_{ei} + \bar{L}_{e1} + \cdots + \bar{L}_{e2} = \sum_{i=1}^{z} \bar{L}_{iz}. \qquad (13.8)$$

(13.6) (13.7) ва (13.8) дан фойдаланиб, атомларнинг магнит ва импульс моментлари $\bar{P}_m$ ва $\ddot{L}$ учун қуйидаги муносабатни ёзамиз:

$$\bar{P}_m = -\left(\frac{e}{2n}\right) L = -g\bar{L} \qquad (13.9)$$

Шундай қилиб, (13.6) ва (13.9) дан кўринадики, электрон ва атомнинг орбитал гидромагнит нисбати ўзаро тенгдир. Орбитал гидромагнит нисбатнинг математик ифодаси (13.5) доиравий орбита мисолида қараб чиқилди. Орбитал гидромагнит нисбат $g = \frac{e}{2m}$ орбита радиуси r га боғлиқ бўлмаганлиги учун у эллиптик орбиталар учун ҳам ўринлидир.

13.2. МАГНИТ МАЙДОНИДАГИ АТОМ

Энди ташқи магнит майдоннинг атомдаги электроннинг орбитал ҳаракатига қандай таъсир қилишини қараб чиқайлик.

Юқоридан маълумки, индукцияси $\vec{B}$ бўлган магнит майдон доиравий токка, жумладан электроннинг орбитал токига айлантирувчи куч моменти $\vec{M}$ билан таъсир қилади, яъни:

$$\vec{M} = \left[\vec{P}_m \cdot \vec{B}\right] \text{ ёки } M = P_m B \sin\alpha \qquad (13.10)$$

бунда $\vec{P}_m$—электроннинг орбитал магнит моменти, α эса $\vec{P}_m$ ва $\vec{B}$ векторлар орасидаги бурчак.

Электроннинг орбитал ҳаракати пилдироқнинг ўқи атрофидаги айланма ҳаракатига ўхшаш бўлганлиги учун айлантирувчи куч моменти $\vec{M}$ таъсири остида электрон ҳам, худди пилдироқ сингари, прецессион ҳаракат қилади, яъни импульс моменти $\vec{L}_e$ ва орбитал магнит моменти $\vec{P}_m$ векторлар $\vec{B}$ вектор атрофида ω_L бурчак тезлик билан ҳаракат қилади (13.2-расм).

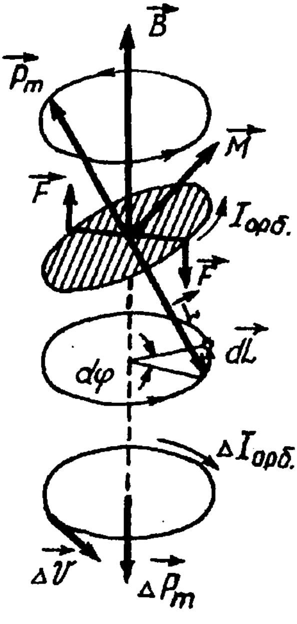
Прецессияли ҳаракат бурчак тезлиги ω_L ни осонгина ҳисоблаш мумкин:

Электрон орбитал ҳаракатда импульс моментнинг ўзгариши $d\vec{L}_e$ куч моменти импульси $\vec{M}dt$ га тенг:

$$d\vec{L}_e = \vec{M}dt \text{ ёки } dL_e = Mdt \qquad (13.11)$$

$d\vec{L}_e$ вектор худди $\vec{M}$ вектор сингари $\vec{L}_e$ вектор ётган текисликка перпендикуляр йўналган бўлиб, унинг модули dL_e ни (13.10) ни назарга олган ҳолда қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$dL_e = Mdt = P_m B \sin\alpha dt. \qquad (13.11a)$$



13.2-расм

Иккинчи томондан (13.2-расмга қ.), импульс моментини ўзгариши dL_2 қуйидагига тенг:

$$dL_e = L_e \sin\alpha \cdot d\varphi = L_e \sin\alpha \cdot \omega_L \cdot dt, \qquad (13.11б)$$

бунда $d\varphi = \omega_L dt$ —импульс моменти $\vec{L}_e$ ётган текисликнинг $\vec{B}$ вектор атрофидаги буралиш бурчаги; ω_L —прецесссион ҳаракатнинг бурчак тезлиги.

(13.11а) ва (13.11б) ифодаларни ўзаро тенглаштирамиз:

$$P_m B \sin\alpha dt = L_e \sin\alpha \omega_L dt.$$

Бундан прецессияли ҳаракатнинг бурчак тезлиги ω_L ни топамиз: $\omega_L = \frac{P_m}{L_e} B$.

Бу ифодага (13.5) дан электроннинг орбитал магнит моменти ва орбитал импульс моментлари нисбатининг қиймати қўйилса,

$$\omega_L = \frac{P_m}{L_e} B = \frac{e}{2m}. \qquad (13.12)$$

Бундан кўринадики, прецессиянинг бурчак тезлиги ω_L орбитанинг ориентациясига, яъни $\vec{P}_m$ ва $\vec{B}$ векторлар орасидаги бурчак α га боғлиқ эмас. (13.12) формула Лармор теоремасининг хусусий ҳолдаги математик ифодаси бўлиб, у бундай таърифланади: *магнит майдоннинг атомдаги электрон орбитасига бирдан-бир таъсири электрон-орбитал магнит моменти $\vec{P}_m$ нинг атом ядросидан ўтган $\vec{B}$ вектор атрофидаги қўшимча ω_L бурчак тезликли прециссион ҳаракатдир.*

Магнит майдондаги электроннинг ω_L бурчак тезликли прецессияси орбитал токни ўзгартириб, қўшимча орбитал ток $\Delta I_{орб}$ ни ҳосил қилади, яъни:

$$\Delta I_{орб} = e\gamma_L = e\frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{e^2}{4\pi m} B \qquad (13.13)$$

Бу токнинг йўналиши 13.2-расмда тасвирланган. Бу ток ўз ўрнида электронда қўшимча орбитал магнит момент $\Delta\vec{P}_m$ ни ҳосил қилади:

$$\Delta P_m = \Delta I_{орб} S_\perp = \frac{e^2 S_\perp}{4\pi m} B. \qquad (13.14)$$

бунда $S_\perp$—электрон орбитал юзаси S нинг $\vec{B}$ векторга перпендикуляр йўналишдаги проекцияси. Индукцияланган орбитал магнит моменти вектори $\Delta\vec{P}_m$ нинг йўналиши магнит индукция вектори $\vec{B}$ га қарама-қарши бўлгани учун (13.2-расм):

$$\Delta\vec{P}_m = -\frac{e^2 S_\perp}{4\pi m}\vec{B}. \qquad (13.14а)$$

Магнит майдонидаги атомда z та электрон бўлгани учун атомда индукцияланган орбитал магнит моменти $\Delta\vec{P}_m$ ҳар бир электронда ҳосил бўлган қўшимча орбитал магнит моментлари $\Delta\vec{P}_{mi}$ нинг геометрик йиғиндисига тенг, яъни:

$$\Delta\vec{P}_m = \sum_{i=1}^{z}\Delta\vec{P}_{mi} = -\frac{e^2\vec{B}}{4\pi m}\sum_{i=1}^{z} S_{\perp i} \qquad (13.15)$$

Атомдаги электронлар орбитаси проекциялари $S_{\perp i}$ нинг ўртача қиймати $< S_\perp >$ тушунчасини киритамиз:

$$< S_\perp > = \frac{1}{z}\sum_{i=1}^{z} S_{\perp i}$$

У вақтда

$$\Delta\vec{P}_m = -\frac{ze^2 < S_\perp >}{4\pi m}\vec{B}. \qquad (13.16)$$

Бунда z —атомдаги электронлар сони бўлиб, у Менделеев даврий системасидаги элемент атомининг тартиб рақамига тенг.

Шундай қилиб, ташқи магнит майдон таъсирида атомдаги барча электронлар маълум бир бурчак тезликда электрон орбиталларининг прецессияси ҳосил бўлар экан. Бу прецессия ўз ўрнида атомда индукцияланган қўшимча магнит моменти (13.16)ни юзага келтиради.

13.3. МОДДАЛАРНИНГ МАГНИТЛАНИШИ

Магнетиклар. Олдинги параграфда қараб чиқилган атомда индукцияланган қўшимча орбитал магнит моменти (13.16) ихтиёрий модда атоми учун ўринлидир. Шунинг учун ҳам, барча моддалар ташқи магнит майдон таъсирида озроқ ёки кўпроқ магнитланади.

Ташқи магнит майдонида магнитланадиган моддаларга **магнетиклар** дейилади.

Магнитланиш вектори. Моддаларнинг магнитланиш даражасини ҳаракатлаш учун **магнитланиш вектори** деб аталувчи физик катталик тушунчаси киритилади.

Модданинг магнитланиш вектори $\vec{j}$ *деб, бир бирлик ҳажмидаги атомларида индукцияланган қўшимча орбитал магнит моментлари* $\Delta\vec{P}_{mi}$ *нинг геометрик йиғиндисига миқдор жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка айтилади,* яъни:

$$\vec{j} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{P}_{mi}. \qquad (13.17)$$

Агар магнит майдонидаги изотроп модда атомларида индукцияланган орбитал магнит моментлари миқдор ва йўналиш жиҳатдан бир хил $\left(\Delta\vec{P}_m = \text{const}\right)$ бўлса, (13.17)ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{j} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{P}_{mi} = \frac{n}{\Delta V}\Delta\vec{P}_m = n_0\Delta\vec{P}_m, \qquad (13.17a)$$

бунда $n_0 = \frac{n}{\Delta V}$ —модда атомларининг концентрацияси, яъни бир бирлик ҳажмдаги атомлар сони.

Диамагнетиклар. Атоми таркибидаги электронлар орбитал магнит моментларининг геометрик йиғиндиси нолга тенг бўлган атомларга хусусий орбитал магнит моментга эга бўлмаган атомлар деб ном берамиз.

Хусусий магнит моментига эга бўлмаган атомли моддалар ташқи магнит майдонида майдонга тескари йўналишда магнитланиш ҳодисасига диамагнит эффект дейилиб, моддаларга эса диамагнетиклар дейилади.

Агар $\Delta\vec{P}_m$ нинг ифодаси (13.16) ни (13.17) га қўйилса, диамагнетикларнинг магнитланиш вектори қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{j} = n_0\Delta\vec{P}_m = -\frac{n_0 e^2 z<S_\perp>\vec{B}}{4\pi m} \qquad (13.18)$$

Бунда «—» ишора $\vec{j}$ ва $\vec{B}$ векторларнинг қарама-қарши йўналганлигини ифодалайди.

Диамагнетикларнинг нисбий магнит сингдирувчанлиги 1 га яқин бўлганлиги учун амалда $\mu = 1$ бўлади. Бинобарин, диамагнетиклар учун $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ эканлигини назарга олиб, (13.18) ни майдон кучланганлиги $\vec{H}$ орқали қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{j} = -\frac{n_0 e^2 z <S_\perp>}{4\pi m}\mu_0 \vec{H} = \chi'_m \vec{H}. \qquad (13.19)$$

Бу ерда χ'_m —диамагнит модданинг магнитланиш хусусиятини ифодаловчи ўлчамсиз катталик бўлиб, унга магнит қабул қилувчанлик дейилади ва у қуйидаги кўринишга эга:

$$\chi'_m = -\frac{n_0 e^2 z <S_\perp> \mu_0}{4\pi m}. \qquad (13.20)$$

Диамагнетиклар учун $\chi'_m < 0$ эканлиги, ташқи магнит майдонида диамагнит моддалар майдонга қарама-қарши йўналишда магнитланишини ифодалайди.

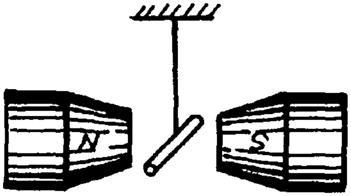
(13.20) формула фақат диамагнетиклар учунгина ўринли эканини таъкидлаш керак.

Диамагнетикларга инерт газлар, айрим органик бирикмалар, металлардан: висмут, цинк, олтин, мис, кумуш, симоб ва бошқалар, қатрон (смола), сув, шиша, мармар тошлар мисол бўла олади.

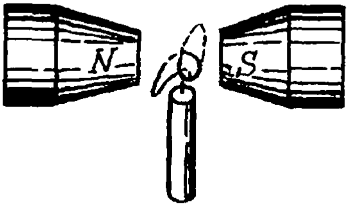
Доимий магнит қутблари орасига жойлаштирилган диамагнетиклар магнитнинг бир хил исмли қутби яқинида диамагнетикнинг ҳам бир хил исмли қутблари ҳосил бўлганлигидан, улар кучсиз магнит майдон соҳасига итарилади.

Доимий магнит қутблари орасига жойлаштирилган диамагнетиклар магнитнинг қутблари яқинида диамагнитнинг бир хил исмли қутби ҳосил бўлади. Шунинг учун ҳам магнит майдонидаги диамагнетиклар кучсиз магнит майдон соҳасига итарилади.

Масалан, диамагнит модда—висмутдан тайёрланган стержень магнит қутблари орасига осилганда (13.3-расм),



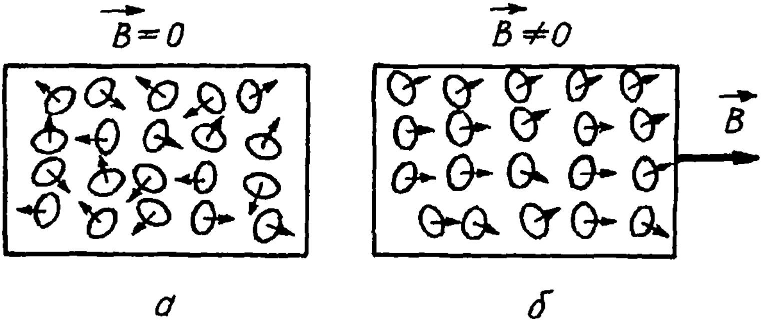
13.3-расм



13.4-расм

магнит майдонининг индукция вектори B га перпендикуляр жойлашиб қолади. Худди шунга ўхшаш доимий магнит қутблари орасидаги фазода аланга ён томонга итарилади (13.4-расм), чунки алангани ташкил қилган газлар диамагнетикдир.

4. **Парамагнетиклар.** Хусусий магнит моменти нолдан фарқли бўлган атомли моддалар ташқи магнит майдони бўйлаб магнитланиши ҳодисасига парамагнит эффект дейилиб, моддаларга эса парамагнетиклар дейилади.



13.5-расм

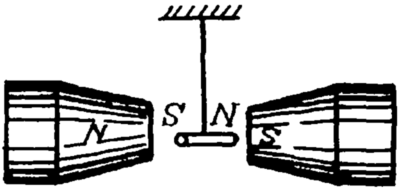
Моддаларнинг парамагнит хоссалари атомларида нолдан фарқли бўлган хусусий орбитал магнит моментга эга бўлиши билан тушунтирилади. Ташқи магнит майдон бўлмаганда, парамагнетикдаги атомларнинг хусусий орбитал моментлари $\Delta\bar{P}_m$ иссиқлик ҳаракати сабабли тартибсиз жойлашган бўлади (13.5а-расм). Шунинг учун ҳам, ташқи майдон бўлмаган $(\vec{B}=0)$ да алоҳида атомлар хусусий орбитал магнит моментларининг геометрик йиғиндиси нолга тенг $\left(\sum_{i=1}^{n}\Delta\vec{P}_m=0\right)$, бинобарин, парамагнит модда магнитланмаган бўлади.

Агар парамагнит модда ташқи магнит майдонига киритилса, унинг ҳар қайси атомига жуфт куч таъсир қилиб, атомларнинг хусусий орбитал магнит моментлари майдон йўналишига параллел жойлашишга интилади (13.5-б расм). Натижада, бу парамагнетик ичида нолдан фарқли бўлган, ташқи магнит майдонга параллел йўналган қўшимча магнит майдони ҳосил бўлади.

Парамагнетик атомлари ўзининг тузилиши ва ташқи магнит майдонида ориентацияланишига кўра диэлектрикнинг қутбли молекулаларига ўхшашдир. Бунда диэлектрикларнинг қутбланиши учун атомларнинг электр моментлари $\bar{P}_e$ муҳим бўлса, парамагнетикларнинг магнитланиши учун эса атомларнинг хусусий орбитал магнит моментлари $\bar{P}_m$ муҳимдир.

1905 йилда француз физиги Поль Ланжевен (1872-1946) томонидан яратилган парамагнетизмнинг классик назариясига биноан ташқи магнит майдон кучли ва ҳарорат жуда паст бўлмаганда, парамагнитлар учун магнитланиш вектори $\bar{j}$ ҳам ташқи магнит майдон кучланганлиги $\bar{H}$ га пропорционалдир:

$$\bar{j} = \chi''_m \bar{H}, \tag{13.21}$$



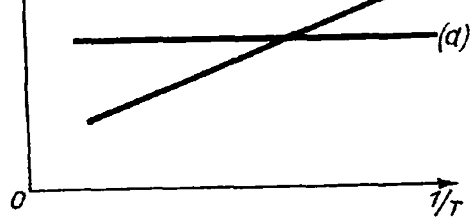
13.6-расм

бунда χ''_m — парамагнетикларнинг магнит қабул қилувчанлиги бўлиб, Ланжевен назариясига биноан:

$$\chi''_m = \frac{n_0 P_m^2 \mu_0}{3kT}. \tag{13.22}$$

Парамагнетиклар учун χ''_m қиймати мусбат ($\chi''_m > 0$) бўлиб, у 10^{-5} — 10^{-3} оралиқда ётади.

Жуда кучли магнит майдон ва паст ҳароратларда парамагнетикларнинг магнитланиш вектори $\bar{j}$ нинг майдон кучланганлиги $\bar{H}$ га пропорционаллиги бузилади. Жумладан, $\bar{H}$ орта бориши билан $\bar{j}$ векторнинг қиймати секин орта боради, ва ниҳоят, тўйиниш ҳолати юз бериб, $\bar{j}$ =const бўлиб қолади.



13.7-расм

Кислород, азот, азот оксиди, ҳаво, эбонит, алюминий, платина, суюқ кислота, ишқорий ер металлари ва шу кабилар парамагнетикларга мисол бўла олади.

Доимий магнит қутблари орасига жойлаштирилган парамагнит моддалар шундай магнитланадики, мусбат магнит қутби яқинида унинг манфий қутби бўлади. Натижада, пайдо бўлган ҳар хил исмли қутблар ўзаро тортишади.

Ташқи магнит майдонидаги парамагнетикларнинг майдон бўйлаб магнитланишини тажрибада осонгина кўриш мумкин. Масалан, доимий магнит қутблари орасида ипга осилган парамагнетик стержень магнит майдон индукция чизиғи бўйлаб жойлашади (13.6-расм), парамагнит суюқлик эса кучли майдон томонга, яъни магнит қутблари орасидаги фазога тортилади.

Шундай қилиб, юқорида айтилганларни умумлаштириб, бир хил моддалар диамагнитлар, бошқалари парамагнитлар бўлишини тушуниб олишимиз мумкин. Магнит майдонидаги ҳар қандай атомнинг барча электронлари Лармор прецессиясига дуч келгани сабабли атомнинг диамагнит хоссаси мавжуд бўлади.

13.7-расмда, диамагнит (а) ва парамагнит (б) модданинг магнит қабул қилувчанлиги χ_m нинг ҳароратнинг тескари ифодаси 1/Т га боғланиш графиги келтирилган.

Шуни қайд қилиш керакки, магнетиклар бир вақтнинг ўзида ҳам диамагнит, ҳам парамагнит хоссага эга бўлганлиги учун умумий ҳолда модданинг магнит қабул қилувчанлиги χ_m икки қисмдан ташкил топган бўлади:

$$\chi_m = \chi'_m + \chi''_m, \qquad (13.23)$$

бунда χ'_m ва χ''_m, —диамагнит ва парамагнит моддаларнинг магнит қабул қилувчанлиги бўлиб, улар мос равишда (13.20) ва (13.22) формулалардан аниқланади.

Агар модда атомининг хусусий орбитал магнит моменти кичик бўлса, унинг диамагнит хоссалари кучли бўлади ва модда диамагнетик бўлади. Аксинча, модда атомининг хусусий орбитал магнит моменти катта бўлса, унинг парамагнит хоссалари диамагнит хоссаларидан кучли бўлади ва модда парамагнетик бўлади. Жумладан, барча инерт газ атомларининг хусусий орбитал магнит моментлари нолга тенг бўлганлиги учун улар фақат диамагнетиклардир.

Магнитомеханик эффект. Парамагнетикнинг атом (ёки молекула)ларнинг ташқи магнит майдонда майдон бўйлаб ориентацияланиши сабабли магнитланиш содир бўлади. Бунда парамагнетикнинг хусусий орбитал импульс моменти вектори $\vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i$ асосий ролни ўйнаб, у орбитал магнит моменти вектори $\vec{P}_m = \sum_{i=1}^{N} \vec{P}_{mi}$ билан $\sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = -\frac{1}{g}\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_{mi}$ боғланишга эга; бунда N—парамагнетикнинг ΔV ҳажмидаги атомлар сони, g—гиромагнит нисбат.

Элементар ΔV ҳажм чегарасида ташқи магнит майдонни бир жинсли ҳисоблаб, (13.17) ва (13.21) формулалар асосида парамагнит ҳажмнинг импульс моменти $I_0\omega$ (бунда I_0—жисмнинг инерция моменти, ω—унинг бурчак тезлиги) ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

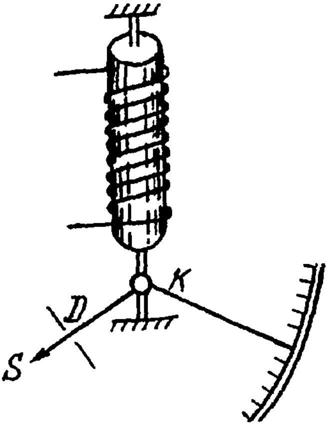
$$I_0\vec{\omega} = -\sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = -\frac{1}{g}\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_{mi} = \frac{\Delta V}{g}\vec{j} = \frac{\Delta V}{g}\chi''_m \vec{H} \qquad (13.24)$$

Парамагнетик атомининг ташқи магнит майдонда ориентацияланиш жараёнида импульс моментнинг сақланиш қонуни бажарилади. Шунинг учун, парамагнит жисм ташқи магнит майдонда магнитланганда унинг импульс моменти доимий қолиши керак. Натижада, парамагнит жисм $I_0\vec{\omega}$ —импульс моментга эга бўлиши учун магнит майдонда $\vec{\omega}$ бурчак тезлик билан айланма ҳаракат қилади.

Парамагнит жисмнинг ташқи магнит майдонда айланма ҳаракатда бўлиши ҳодисасига магнитомеханик эффект дейилади.

Тажрибада, I_0, ΔV ва χ''_m доимийларни билган ҳолда H ва ω ни ўлчаб, (13.24) формуладан гиромагнит нисбат g ни аниқлаш мумкин.

Магнитомеханик эффектни 1915 йилда биринчи бўлиб Эйнштейн ва Де Хаас тажрибада кузатишган. Бу тажрибада унча катта бўлмаган темир цилиндрчани ингичка кварц толага осиб, соленоид ичида жойлаштирилган эди (13.8-расм). Соленоиддан ўзгармас ток ўтказиб, цилиндр магнитланганда у бури-



13.8-расм

ла бошлайди, магнит майдоннинг йўналиши ўзгартирилганда айланиш йўналиши ҳам ўзгаради. Цилиндрнинг бурилиши толага маҳкамлаб қўйилган К кўзгучадан қайтган нур шуъласи ёрдамида шкаладан аниқланади. Бунда юзага келадиган $\bar{\omega}$ бурчак тезлик жуда кичик бўлган. Масалан, диаметри бир неча миллиметр бўлган темир цилиндр $H = 10^4$ А/м кучланишли майдонда $\omega = 10^{-3}$ рад/с бурчак тезликка эга бўлган, холос. Шунинг учун кузатиладиган магнитомеханик эффектни кучайтириш учун Эйнштейн ва Де Хаас механик резонанс ҳодисасидан фойдаланишди, улар соленоидни частотаси цилиндрнинг резонанс тебраниш частотасига тенг бўлган ўзгарувчан токка улашди.

Шундай қилиб, тажрибадан олинган маълумотларга биноан гиромагнит нисбат g ни аниқлаб, унинг назарий чиқарилган қийматини (13.5) билан таққослаш мумкин. Тажриба натижаларидан маълум бўлдики, g_s нинг экспериментал қиймати назарий (13.5) қийматидан икки марта катта экан, яъни:

$$g_s = 2g = \frac{e}{m}. \qquad (13.25)$$

Бундан темирнинг магнит хоссалари электроннинг орбитал магнит моменти $\bar{P}_m$ га эмас, балки хусусий магнит моменти $\bar{P}_{ms}$ га боғлиқ, деган хулоса келиб чиқади.

Шундай қилиб, электроннинг хусусий магнит моменти $\bar{P}_{ms}$ хусусий импульс моменти $\bar{L}_{es}$ га пропорционалдир:

$$\bar{P}_{ms} = -g_s \bar{L}_{es} = -\frac{e}{m}\bar{L}_{es}. \qquad (13.25,а)$$

Даставвал электрон хусусий магнит моменти $\bar{P}_{ms}$ нинг мавжудлигини, унинг ўз ўқи атрофидаги айланишининг импульс моменти—спини (spin—инглизча айланмоқ демакдир) билан тушунтирмоқчи бўлганлар. Кейинчалик спиннинг бундай модели бир қатор қарама-қаршиликка олиб келди, натижада ўз ўқи атрофида «айланаётган электрон» ҳақидаги тасаввурдан воз кечишга тўғри келди.

Ҳозирги вақтда текширишлардан маълум бўлдики, электроннинг хусусий импульс моменти-спини ва у билан боғлиқ бўлган спин магнит моменти ҳам, унинг массаси ва заряди сингари ажралмас характеристикаларидан бири эканлиги жуда катта ишонч билан исботланди.

Электроннинг спини, яъни унинг хусусий импульс моменти $\bar{L}_i$ ва хусусий магнит моменти $\bar{P}_{ms}$ моддаларнинг магнит хоссаларидагина намоён бўлибгина қолмай, бошқа кўп ҳодисаларда, жумладан, оптик спектрларнинг хоссаларида ва орбитада электроннинг жойлашишида намоён бўлади. Электрон спин унинг квант табиатига эга бўлган элементар заррача эканлигининг мезонидир.

Шундай қилиб, спин-квант табиатига эга бўлган барча элементар зарралар (электрон, протон, нейтрон ва мьюонлар)нинг хусусий импульс моментидир.

Замонавий физикада электрон спин $\vec{L}_{es}$ нинг абсолют қиймати қуйидаги формула билан аниқланиши исботланган:

$$L_{es} = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{h}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar, \tag{13.26}$$

бунда $h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ Ж·с Планк доимийси бўлиб, $\hbar = \frac{h}{2\pi} =$ $= 1{,}05\cdot10^{-34}$ Ж·с. У вақтда электроннинг спин (хусусий) магнит моменти $\vec{P}_{ms}$ нинг абсолют қиймати:

$$\vec{P}_{ms} = \frac{e}{m}\vec{L}_{es} = \sqrt{3}\frac{e}{2m}h = \sqrt{3}\mu_Б. \tag{13.27}$$

формуладан аниқланади: Бунда $\mu_Б$ катталикка Бор магнетони дейилиб, унинг сон қиймати:

$$\mu_Б = \frac{e}{2m}h = 0{,}927\cdot10^{-23} \quad А\cdot м^2$$

Шуни қайд қилиш керакки, электрон спин магнит моменти $\vec{P}_{ms}$ нинг ташқи магнит майдон индукция вектори B нинг ташқи йўналиши бўйича проекцияси $(\vec{P}_{ms})_B$ бир Бор магнетони $\mu_Б$ га тенг бўлади.

Электрон спин $\vec{L}_{es}$ ва спин моменти $\vec{P}_{ms}$ нинг муҳим хусусияти шундан иборатки, уларнинг магнит майдонидаги проекцияси магнит индукция B векторига нисбатан икки хил бўлади:

1. Магнит индукция вектори $\vec{B}$ га параллел бўлган ҳолдаги спин ва спин магнит моментларнинг проекциялари қуйидагига тенг бўлади:

$$\left(\vec{L}_{es}\right)_B = +\frac{1}{2}\hbar, \tag{13.28}$$

$$\left(\vec{P}_{ms}\right)_B = -\mu_Б. \tag{13.28a}$$

2. Магнит индукция вектори $\vec{B}$ га қарама-қарши, яъни антипараллел проекциялари эса:

$$\left(\vec{L}_{es}\right)_B = -\frac{1}{2}h, \qquad (13.29)$$

$$\left(\vec{P}_{ms}\right)_B = +\mu_Б. \qquad (13.29a)$$

Электрон спинининг ташқи магнит майдонидаги икки хил проекцияланиши Штерн ва Герлах томонидан тажрибада аниқланган.

13.4. МОДДАЛАРДАГИ МАГНИТ МАЙДОН

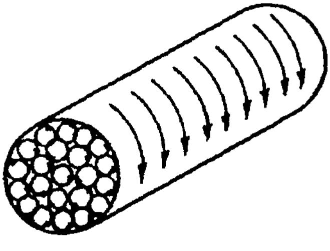
1. Магнит қабул қилувчанлик ва нисбий магнит сингдирувчанлик. Магнетиклардаги натижавий магнит майдон индукцияси $\vec{B}$, ўтказувчанлик—макроток I нинг вакуумда ҳосил қилган ташқи магнит майдон индукцияси $\vec{B}_0$ билан молекуляр-микроток $I_м$ нинг ҳосил қилган ички магнит майдон индукцияси $\vec{B}_{ичк}$ нинг геометрик йиғиндисига тенг:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{ичк}. \qquad (13.30)$$

Бу ерда $\vec{B}_0$—вакуум ($\mu = 1$) даги магнит майдон индукцияси бўлиб, майдон кучланганлиги H билан қуйидагича боғланган:

$$\vec{B}_0 = \mu_0\vec{H}. \qquad (13.30a)$$

Магнит майдон магнитланиш вектори $\vec{j}$ нинг микроток $I_м$ га боғланишини ўзаги магнетикдан ясалган чексиз узун соленоид мисолидан фойдаланиб осонгина аниқлаш мумкин. Соленоиддан ток ўтганда магнетик бир жинсли магнитланади. Соленоид ўзагидан иборат бўлган магнетикдаги магнит моментлари бир хил йўналган молекуляр-микротоклар уни магнитлайди. Бу молекуляр-токларнинг текисликлари цилиндрсимон ўзак ўз ўқига параллел магнитланиш вектори $\vec{j}$ га перпендикуляр вазиятда бўлади (13.9-расм). Ўзакнинг кўндаланг кесимидаги



13.9-расм

молекуляр токлар ички қисмда қарама-қарши йўналган бўлиб, бир-бирини компенсациялайди. Фақат цилиндрсимон ўзакнинг ён сирти бўйлаб оқадиган токлар ҳосил қилган майдонларгина компенсацияланмай қолади, холос. Бу сирт токлар соленоиддан оқаётган токка ўхшайди. Шунинг учун соленоид цилиндрик ўзагининг ўқида микротоклар ҳосил қилган магнит майдоннинг индукцияси $\vec{B}_{ичк}$ (13.30) формулага биноан қуйидагига тенг бўлади:

$$B_{ичк} = \mu_0 H = \mu_0 \frac{I_{ичк}}{l} = \mu_0 I_0. \qquad (13.31)$$

бунда $I_0 = \frac{I_{ичк}}{l}$ бўлиб, унга ўзакнинг узунлик бирлигига мос келган микротокнинг кучи ёки токнинг чизиқли зичлиги.

Бундан молекуляр ток аниқланса:

$$I_м = B_{ичк}\frac{l}{\mu_0} \qquad (13.31а)$$

У вақтда $I_м$ молекуляр токларнинг магнит моменти

$$\vec{P}_m = I_m \cdot S = B_{ичк}\frac{S \cdot l}{\mu_0} = B_{ичк}\frac{V}{\mu_0}, \qquad (13.32)$$

бўлади, бунда $V = Sl$ —магнетик ўзакнинг ҳажми. Агар ҳажми V бўлган магнетикнинг магнит моменти $\vec{P}_m$ бўлса, унинг магнитланиш вектори $\vec{j}$ ни осонгина аниқлаш мумкин:

$$\vec{j} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{B_{ичк}}{\mu_0}.$$

Бундан ички магнит майдоннинг индукцияси:

$$\vec{B}_{ичк} = \mu_0 \vec{j} \text{ ёки } \vec{H}_{ичк} = \vec{j}. \qquad (13.33)$$

Юқоридаги (13.19) формулада $\vec{j} = \chi_m \vec{H}$ бўлгани учун:

$$\vec{B}_{ичк} = \mu_0 \chi_m \vec{H}. \qquad (13.34)$$

$\vec{B}_0$ ва $\vec{B}_{ичк}$ нинг ифодаларини (13.30) га қўямиз:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H}. \qquad (13.35)$$

Магнетикдаги натижавий магнит майдонининг индукцияси $\vec{B}$ майдон кучланганлиги $\vec{H}$ билан $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$ боғланишга эга.

Буни юқоридаги тенгламада ўрнига қўйилса; $\mu_0\mu\vec{H} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\chi_m\vec{H}$ бўлади.

Ва ниҳоят, бундан, магнетиклар учун нисбий магнит сингдирувчанлиги μ нинг магнит қабул қилувчанлиги χ_m билан ўзаро боғланиши келиб чиқади:

$$\mu = 1 + \chi_m. \qquad (13.36)$$

Магнетикнинг нисбий магнит сингдирувчанлиги μ ўлчамсиз катталик бўлиб, у магнетикдаги магнит майдон вакуумдагидан неча марта кучланганлигини ифодалайди.

(13.35) дан магнетикларнинг магнит қабул қилувчанлиги:

$$\chi_m = \mu - 1. \qquad (13.36а)$$

бўлади. Барча магнетиклар ўзларининг магнит қабул қилувчанликларининг ишораси ва қийматларига қараб ҳар хил магнит хоссаларига эга бўлади:

Диамагнит моддалар учун $\chi_m < 0$ ва $\mu < 1$;

Парамагнит моддалар учун $\chi_m > 0$ ва $\mu > 1$;

Вакуум (бўшлиқ) учун $\chi_m = 0$ ва $\mu = 1$;

Шуни қайд қилиш керакки, бу моддаларнинг нисбий магнит сингдирувчанлиги μ ташқи магнит майдоннинг кучланганлиги H га боғлиқ эмас.

Баъзи магнетиклар учун магнит қабул қилувчанликнинг катталиги қуйидаги жадвалда келтирилган:

13.1-жадвал

Диамагнетик	$\chi_m = -(\mu - 1$	Парамагнетик	$\chi_m = \mu = 1$
Водород	$0{,}063 \cdot 10^{-6}$	Азот	$0{,}013 \cdot 10^{-6}$
Бензол	$7{,}500 \cdot 10^{-6}$	Ҳаво	$0{,}380 \cdot 10^{-6}$
Сув	$9{,}000 \cdot 10^{-6}$	Кислород	$1{,}900 \cdot 10^{-6}$
Мис	$10{,}300 \cdot 10^{-6}$	Эбонит	$14{,}000 \cdot 10^{-6}$
Шиша	$12{,}600 \cdot 10^{-6}$	Алюминий	$23{,}000 \cdot 10^{-6}$
Кварц	$15{.}100 \cdot 10^{-6}$	Вольфрам	$176{,}000 \cdot 10^{-6}$
Ош тузи	$12{,}600 \cdot 10^{-6}$	Платина	$360{,}000 \cdot 10^{-6}$
Висмут	$176{.}000 \cdot 10^{-6}$	Суюқ кислород	$3400{.}000 \cdot 10^{-6}$

Учинчи тур моддалар учун $\chi_m >> 0$ ва $\mu >> 1$ бўлиб, энг кўп тарқалган вакили темир (Fe-феррум) бўлганлигидан уларга ферромагнетиклар дейилади.

Ферромагнетиклар—кучли магнит моддалардир, уларнинг магнитланиши кучсиз ҳисобланган диа- ва парамагнетиклардикидан 10^{10} мартагача каттадир.

2. Магнетостатиканинг асосий тенгламалари. *Магнетостатика деб, вақтга боғлиқ* бўлмаган магнит майдонни ўргатадиган магнетизмнинг бир бўлимига айтилади. Магнетостатик майдон доимий (стационар) токлар томонидан ҳосил қилингани учун уларга яна стационар магнит майдон деб ном берилган.

Магнитостатиканинг асосий тенгламаларини ноферромагнит моддалардаги магнит майдон мисолида қараб чиқамиз. Магнетик моддаларда магнит майдонни ҳам ўтказувчанли-макротоклар, ҳам молекуляр-микротоклар ҳосил қилади. Шунинг учун, тўлиқ ток қонунига биноан, магнетик моддадаги магнитостатик майдон индукцияси $\vec{B}$ нинг ёпиқ $\vec{L}$ контур бўйича циркуляцияси шу контур ичидан ўтаётган макро- ва микротокларнинг алгебраик йиғиндисининг μ_o га кўпайтмасига тенг:

$$\oint_L \left(\vec{B}\cdot d\vec{l}\right)=\mu_o\left(I+I_м\right), \tag{13.37}$$

бунда I ва $I_м$ —ихтиёрий L контур ичидан ўтаётган микро ва макротокларнинг алгебраик йиғиндиси.

Магнетикдан ички магнит майдони кучланганлиги $\vec{H}_{ичк}$ нинг ёпиқ контур бўйича циркуляцияси микротокларнинг алгебраик йиғиндиси $I_м$ га тенгдир, яъни:

$$\oint_L \left(\vec{H}\cdot d\vec{l}\right)=I_м. \tag{13.38}$$

Бу ифодадаги ички магнит майдон кучланганлиги $\vec{H}_{ичк}$ (13.33) га асосан магнитланиш вектори $\vec{j}$ га тенг бўлганлиги учун уни

$$\oint_L \left(\vec{j}\cdot d\vec{l}\right)=I_м. \tag{13.38a}$$

кўринишда ёзиш мумкин: у вақтда ноферромагнит моддадаги магнитостатик майдон учун ёзилган тўлиқ ток қонуни (13.37) қуйидаги кўринишга келади:

$$\oint_L \left(\frac{\vec B}{\mu_0} - \vec j\right) d\vec l = I \tag{13.39}$$

Бу тенгламанинг интеграл остидаги $\left(\frac{\vec B}{\mu_0} - \vec j\right)$ ифодаси магнитостатик майдоннинг кучланганлиги $\vec H$ дан иборатдир, яъни:

$$\vec H = \frac{\vec B}{\mu_0} - \vec j. \tag{13.40}$$

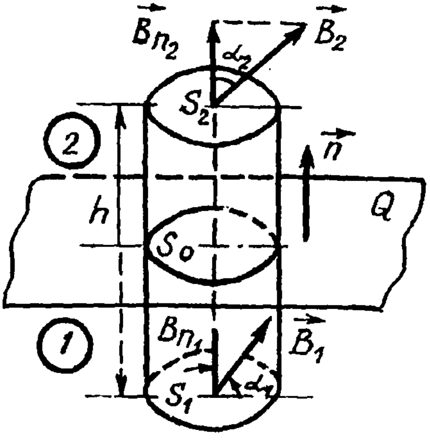
У вақтда (13.39) дан юқорида қараб чиқилган тўлиқ ток қонунининг ифодаси келиб чиқади:

$$\oint_L \left(\vec H \cdot d\vec l\right) = I, \tag{13.41}$$

бунда I—ўтказувчанлик макротокларнинг алгебраик йиғиндисидан иборат эканлигини яна бир бор таъкидлаб ўтамиз.

Шундай қилиб, юқорида келтирилган (13.37) дан (13.41) гача бўлган формулалар вақтга боғлиқ бўлмаганлиги учун уларга магнитостатиканинг асосий тенгламалари дейилади.

3. Чегаравий шартлар. Майдон векторларининг икки муҳит чегарасидаги ўзгаришини тавсифлайдиган муносабатларга чегаравий шартлар деб юритилади. Чегаравий шартлар магнит майдон, яъни узлуксиз функция учун ёзилган Остроградский-Гаусс теоремаси асосида осонгина



13.10-расм

топилади. Аммо икки муҳит чегарасида функция узилишга учрайди ва кўрилаётган масалада шу узилишларни назарга олишга тўғри келади. Буни амалга ошириш мақсадида нисбий магнит сингдирувчанлик μ сакраб ўзгарадиган икки муҳит чегарасида юпқа ўтиш қатламда мавжуд ва бу қатлам кўрилаётган $\bar{B}, \bar{H}$ катталиклар жуда тез, аммо узлуксиз равишда ўзгаради деб ҳисобланади.

Керакли алмаштиришлар бажарилгандан сўнг ўтиш қалинлигини нолга интилтириб $(h \to 0)$, исталган чегаравий шартлар топилади. Бундай шартни ҳар доим бажариш керак. Аммо материал баёнини қисқартириш мақсадида биз ҳар сафар буни такрорлаб ўтирмаймиз.

13.10-расмда тасвирланган 1- ва 2-муҳитни ажратувчи Q сиртнинг нормали $\vec{n}$ иккинчи муҳит томонга йўналган бўлсин. Икки муҳит чегарасида асослари S_1 ва S_2, баландлиги h га тенг бўлган етарлича кичик цилиндрни фикран ажратамиз. Цилиндрнинг ажратувчи текислик билан кесишишидан ҳосил бўлган юзи S_0, ён сирти эса $S_{сн}$ ва цилиндр ўқининг асослари билан кесишган нуқталарида магнит индукция векторлари $\bar{B}_1$ ва $\bar{B}_2$ бўлсин. Асосий мақсад $\bar{B}_1$ ва $\bar{B}_2$ векторларнинг Q текислик нормали йўналишидаги ташкил этувчилари орасидаги боғланишни топишдан иборат. Остроградский-Гаусс теоремасидан фойдаланиб, қуйидагини топамиз:

$$\oint_S \bar{B}d\bar{S} = \int_{S_1} \bar{B}_1 d\bar{S}_1 + \int_{S_2} \bar{B}_2 d\bar{S}_2 + \int_{S_{\text{ён}}} \bar{B}d\bar{S} = 0. \tag{13.43}$$

Цилиндр асосларига мос келувчи вектор юза элементларининг $d\bar{S}_1 = -\vec{n}dS_1$, $d\bar{S}_2 = -\vec{n}dS_2$ эканлигини, $\bar{B}_1\vec{n} = Bn$, $\bar{B}_2\vec{n} = Bn_2$ бўлишини эътиборга олиб, (13.43) интегрални ҳисоблаб чиқамиз:

$$\oint_S \bar{B}d\bar{S} = Bn_1 S_1 + Bn_2 S_2 + < B_{\text{ён}} > S_{\text{ён}} = 0. \tag{13.43а}$$

Цилиндрнинг баландлиги h нолга интилганда (h = 0 да) $S_1 \to S_0$; $S_2 \to S_0$; $S_{\text{ён}} \to S_0$ муносабатлар ўринли бўлади. У вақтда (13.43а) дан, $S_0 \neq 0$ бўлганлиги учун $(Bn_2 = Bn_1)S_0 = 0$. Бундан

$$B_{n1} = B_{n2}. \tag{13.44}$$

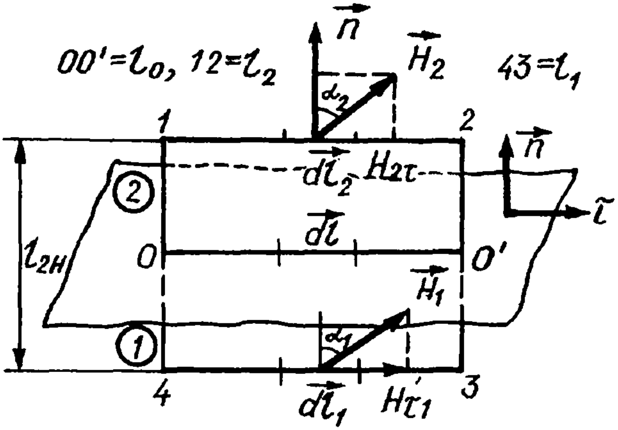
Бу чегаравий шартнинг математик ифодаси, (13.44) га биноан $B_{n1} = \mu_0\mu_1 H_{n1}$ ва $B_{n2} = \mu_0\mu_2 H_{n2}$ бўлгани учун:

$$\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}\ . \qquad (13.44a)$$

(13.44) ва (13.44а) ифодалар чегаравий шартларнинг ифодаси бўлиб, уни бундай таърифлаш мумкин:

Икки муҳит чегарасида магнит индукция векторининг нормал ташкил этувчиси узлуксиз бўлиб, магнит кучланганлик вектори H нинг нормал ташкил этувчиси эса узилишга учрайди. Магнит майдон кучланганлик векторининг тангенциал ташкил этувчиси чегаравий шартини топиш учун қуйидаги тўлиқ ток қонунидан фойдаланамиз:

$$\oint_L \left(\vec{H}\cdot d\vec{l}\right) = I. \qquad (13.45)$$



13.11-расм

13.11-расмда тасвирланган 1- ва 2-муҳитни ажратувчи Q сиртни L контур билан чегараланган S юзли етарлича кичик тўртбурчак билан l_0 чизиқ бўйлаб кесамиз. Тўртбурчакнинг 1- ва 2-муҳитдаги томонлари мос равишда l_1 ва l_2, ён томони эса $l_{ён}$ бўлсин.

Асосий мақсад муҳитдаги $\bar{H}_1$ ва $\bar{H}_2$ векторларнинг ажратувчи сиртга уринма бўлган $\bar{\tau}$ йўналиш бўйича ташкил этувчилари $H_{\tau 1}$ ва $H_{\tau 2}$ орасидаги боғланишни топиш.

Тўлиқ ток қонуни (13.45) га биноан 12341 ёпиқ контур учун қуйидаги муносабатни ёзамиз:

$$\oint_L \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = \int_1^2 H_{\tau_2} dl - \int_2^3 H_{n_2} dl - \int_3^4 H_{\tau_1} dl + \int_4^1 H_{n_1} dl = I_c, \quad (13.43)$$

бунда I_c—икки муҳитнинг ажратувчи сирт бўйлаб оқувчи ток кучи бўлиб, у мавжуд эмасдир, яъни $I_c = 0$. У вақтда (13.45) дан қуйидаги муносабат келиб чиқади:

$$\oint_L \left(\vec{H} \cdot d\vec{l}\right) = H_{\tau_2} l - H_{n_2} l_{ён} - H_{\tau_1} l + H_{n_2} l_{ён} = 0. \quad (13.45а)$$

Тўртбурчак контурнинг ён томони нолга интилганда $l_{ён} \to 0$ бўлса, $l_1 \to l_0$, $l_2 \to l_0$ бўлади. У вақтда (13.45а) дан $(H\tau_2 - H\tau_1)l_0 = 0$ муносабат келиб чиқади.

Бундан чегаравий шартни оламиз:

$$H_{\tau_1} = H_{\tau_2}. \quad (13.46)$$

У вақтда $\vec{B}$ векторнинг тангенциал ташкил этувчиси учун чегаравий шарт

$$\frac{B_{\tau_1}}{\mu_1} = \frac{B_{\tau_2}}{\mu_2}. \quad (13.46а)$$

бўлади.

(13.46) ва (13.46а) формулалар ҳам чегаравий шартларнинг математик ифодаси бўлиб, уни ҳам қуйидагича таърифлаш мумкин:

Икки муҳим чегарасида магнит кучланганлиги векторининг тангенциал ташкил этувчиси узлуксиз бўлиб, магнит индукция векторининг тангенциал ташкил этувчиси эса узилишга учрайди.

Юқорида чиқарилган чегаравий шартлар электромагнетизмнинг айрим масалаларини ечишда ишлатилади.

4. Магнитланган муҳитнинг энергия зичлиги. Ноферромагнит муҳитдаги натижавий магнит майдоннинг энергия зичлиги $w_m = \frac{(\mu_0 \mu H^2)}{2}$ га биноан қуйидагига тенг:

$$w_m = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{H \cdot B}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \quad (13.47)$$

Ноферромагнит муҳитдаги натижавий магнит майдоннинг энергияси w_m вакуум $(\mu = 1)$ даги энергиясидан ва магнитланган муҳит (магнетик)нинг энергиясидан ташкил топган:

$$w_m = w_{m(вак)} + w_{m(магн)}. \qquad (13.48)$$

Бунда $w_{m(вак)}$ —вакуумдаги магнит майдонининг энергия зичлиги бўлиб, у

$$w_{m(вак)} = \frac{\mu_0 H^2}{2}. \qquad (13.48а)$$

кўринишга эга. У вақтда (13.47), (13.48) ва (13.48а) асосида магнитланган муҳит-магнетикнинг энергия зичлиги $w_{m(магн)}$ қуйидаги формуладан аниқланади:

$$w_{m(магн)} = w_m - w_{m(вак)} = \frac{\mu_0 H^2}{2} - \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{(\mu-1)\mu_0 H^2}{2} \qquad (13.49)$$

Бу формула математик нуқтаи назардан қутбланган диэлектрик электростатик майдон энергиясининг зичлигини ифодаловчи

$$w_{m(диэл)} = \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 E^2}{2}. \qquad (13.49а)$$

формула билан бир хилдир.

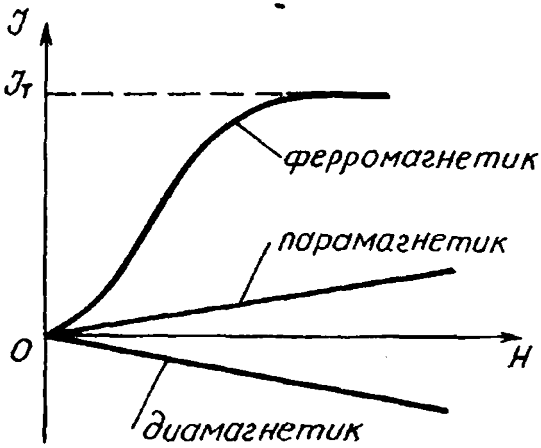
13.5. ФЕРРОМАГНЕТИКЛАР ВА УЛАРНИНГ МАГНИТ ХОССАЛАРИ

1. Ферромагнетиклар. Ташқи магнит майдон бўлмаганда ҳам магнитланиш хусусиятига эга бўлган моддаларга ферромагнетиклар дейилади. Бу моддаларнинг биринчи вакили—темир (Fe—Ferrum) бўлганлиги учун уларга ферромагнетиклар деб ном берилган.

Ферромагнетикларга темир, никель, кобальт, гадолиний ва уларнинг қотишмалари, марганец ва хромнинг ферромагнит бўлмаган элементлар билан бирлашмалари: MnFICu, GeTe ва бошқалар мисол бўла олади.

2. Ферромагнетикларнинг магнит хоссалари. Ферромагнетикларнинг магнит хоссаларини 1872 йилда биринчи марта буюк рус физиги А. Г. Столетов (1836—1896) экспериментда текшириб аниқлаган. Ферромагнетикларнинг асосий магнит хоссалари қуйидагилардан иборат.

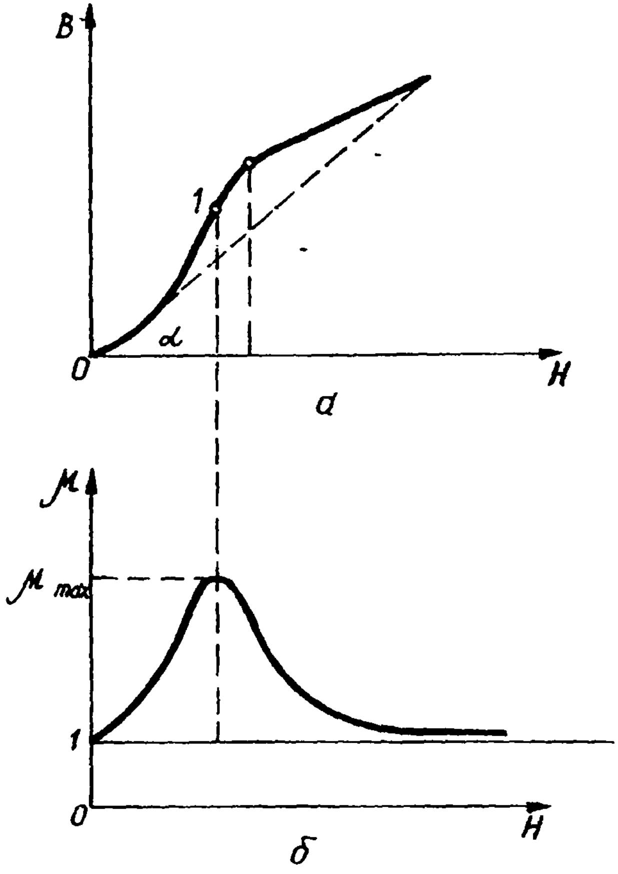
1) Ферромагнетикларнинг магнитланиш вектори $\vec{j}$ майдон кучланганлиги H га боғланиш графиги $j = f(H)$ 13.12-расмда тасвирланган. Бу графикдан кўринадики, майдон кучланганлиги H ортиши билан магнитланиш вектори $\vec{j}$ дастлаб тез ўса боради, сўнгра бу ўсиш сусаяди ва ниҳоят,



13.12-расм

H нинг бирор қиймати $\bar{H}_T$ дан у қанча ортмасин $\bar{j}_T$ нинг қиймати ўзгармай қолади. Бу ҳодисага **магнитланишнинг тўйиниши** дейилиб, $\bar{j}_T$ га эса **тўйиниш магнитланиш вектори** дейилади. Бу $\bar{j} = f(\bar{H})$ боғланишнинг характерини қуйидагича изоҳлаш мумкин: дастлаб $\bar{H}$ нинг орта бориши билан молекуляр магнит момент P_m нинг майдон бўйлаб ориентацияланиш даражаси ўса боради, аммо ориентацияланмай қолган молекулалар сони тобора камая боради; ниҳоят барча молекулалар магнит моментлари майдон бўйлаб ориентациялашиб бўлгандан кейин $\bar{j}$ нинг ўсиши тўхтайди, тўйиниш ҳодисаси содир бўлади.

2) Магнит индукцияси $\bar{B}$ билан магнитловчи майдон кучланганлиги $\bar{H}$ орасидаги боғланишни ҳам $B = f(H)$ график билан ифодалаш мумкин (13.13а-расм). График координат бошидан ихтиёрий нуқтасига ўтказилган тўғри чизиқнинг оғиш бурчагининг тангенси $(tg\alpha)\frac{B}{H}$ нисбатга пропорционал бўлиб, кучланганлик $\bar{H}$ нинг шу қийматига мос келувчи нисбий сингдирувчанлиги μ ни ифодалайди. Магнитловчи кучланиш $\bar{H}$ ни нолдан орттира борилса, оғиш бурчаги α аввал ортади (μ) ҳамда 2-нуқтада максимумга эришиб, сўнг камаяди. 13.13б расмда μ нинг Н га боғланиш графиги $\mu = f(H)$ берилган ва ундан кўринадики, μ максимал қийматига тўйиниш H_T дан бир мунча аввалроқ эришар экан. $\mu = 1 + \chi_m = 1 + j/_H$ ифодадаги j нинг j_T дан

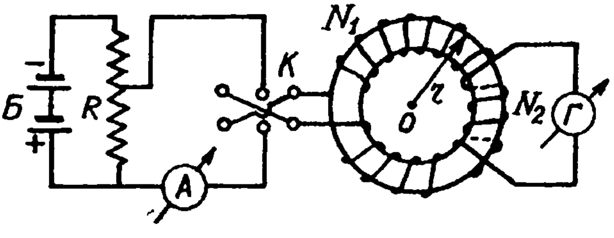


13.13-расм

орта олмаганлиги учун $\lim\limits_{H\to\infty}\mu = \lim\limits_{H\to\infty}\left(1+\frac{J}{H}\right)=1$ бўлади, яъни H нинг чексиз ортиши билан μ нинг қиймати 1 асимптотик яқинлашади.

Столетов ферромагнетиклар учун B ва μ лар фақат H нинг функцияси: $B=f(H)$ ва $\mu=f(H)$ бўлиб қолмасдан, ферромагнитнинг бошланғич магнит ҳолатларига ҳам боғлиқдир.

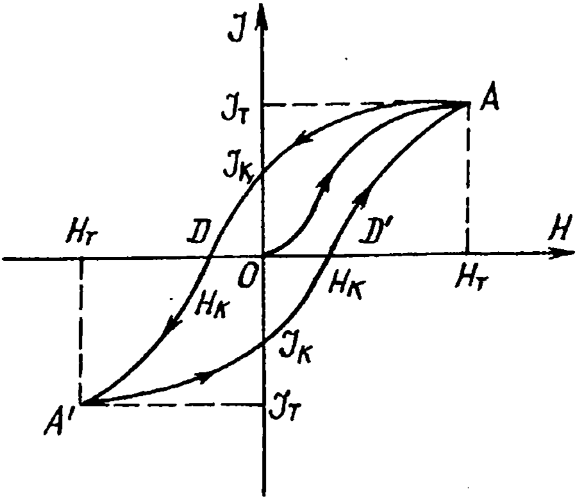
3) Гистерезис ходисаси ферромагнетикларнинг жуда муҳим хусусиятларидан биридир. Ферромагнетикларда гистерезис



13.14-расм

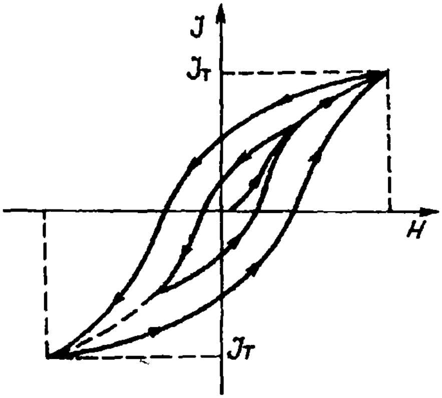
ҳодисаси деб, магнитловчи майдон кучланганлиги камайганда ўзида қолдиқ магнитланишни сақлаш хоссасига айтилади.

Гистерезис ҳодисасини ифодаловчи $j = f(H)$ графикни тажрибада олиш учун N_1 ўрамли тороид ичига ферромагнит жойлаштирилади, бирламчи N_1 чулғам амперметр орқали аккумуляторлар батареясига уланади. Бу занжирдаги токнинг кучи R потенциометр орқали ўзгартирилади. Токнинг йўналиши П—алмашлаб улагич (переключатель) ёрдамида ўзгартирилади. Тороиднинг иккиламчи N_2 ўрамли чулғами баллистик гальванометрга уланган (13.14-расм). Амперметрнинг кўрсатишидан ферромагнетик ўзакдаги магнитловчи майдоннинг кучланганлиги H ва гальванометрнинг кўрсатишидан магнитланиш вектори $\vec{j}$ нинг қиймати аниқланади.



13.15-расм

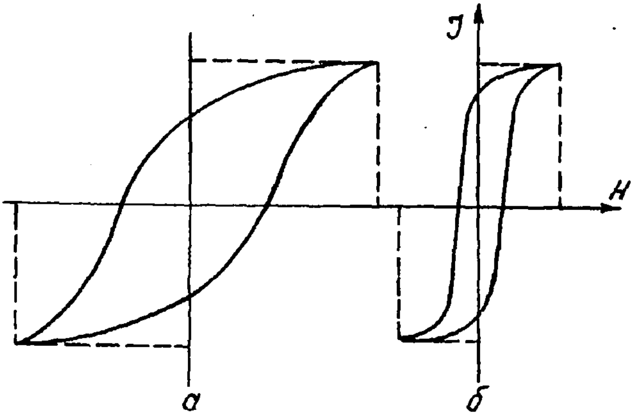
13.12-расмда тасвирланган $\vec{H}$ ва $\vec{J}$ орасидаги чизиқли бўлмаган боғланишдан ташқари ферромагнитлар учун гистерезис ҳодисаси ҳам характерлидир. Гистерезис ҳодисасининг моҳияти шундан иборатки, магнитланиш вектори $\vec{J}$ нинг қиймати магнитловчи майдоннинг айни пайтдаги кучланганлиги $\vec{H}$ гагина боғлиқ бўлиб қолмасдан, кучланганликнинг бошланғич қийматига ҳам боғлиқдир. 13.15-расмда $\vec{J}$ билан $\vec{H}$ орасидаги боғланиш графиги келтирилган. Агар магнитлаш тўйиниш ($J_г$) га етказилса (13.15-расмдаги A нуқта) ва магнит майдон кучланганлиги камайтира борилса, J нинг камайиши дастлабки OA бўйича, бормай, AC чизиғи бўйича камая боради. Натижада ташқи майдон кучланганлиги $H = 0$ бўлганда магнит йўқолмайди. OC кесма билан ифодаланувчи $\vec{J}_к$ қолдиқ магнитланиш сақланиб қолади. Ферромагнетикдаги бу қолдиқ $J_к$ ни яна камайтириш учун магнитловчи майдон кучланганлиги H нинг йўналишини тескари томонга ўзгартириш керак. Кучланганликнинг маълум бир $H=H_к$ қийматида магнитланиш йўқолади, яъни $J_к = 0$ бўлиб қолади. Кучланганликнинг $H_к$ қийматига коэрцитив куч деб аталади, бу қиймат 13.15-расмда OC кесма билан ифодаланган. Тескари йўналган магнитловчи кучланганлик H орта борганда тескари ишорали магнитланиш ҳосил бўлади. Бунда ҳам ферромагнетик маълум бир A^1 нуқтада тўйинади. Бу тўйиниш A^1 ҳолатдан магнитловчи майдон кучланганлиги H яна орттирила борилса, J нинг H га боғланиши $A^1C^1Д^1A$ симметрик эгри чизиқ билан тасвирланади. Шундай қилиб, магнитловчи майдон кучлан-



13.16-расм

ганлиги H нинг ортиши билан $J = f(H)$ эгри $Д$ нуқтадан юқоридаги A нуқта билан туташади. Бунда ҳосил бўлган $АСДА'С'Д'А$ – берк эгри чизиқдан иборат. J нинг H га боғланиш диаграммасига *гистерезис сиртмоғи* дейилади (13.15-расм). Агар магнитловчи майдон кучланганлигининг энг катта қиймати $H_{\text{т}}$ га тўйинишнинг магнитланиш вектори мос келса, ундай циклга максимал гистерезис сиртмоғи дейилади (13.16-расмда яхлит эгри чизиқли сиртмоқ). Агар тўйинишга етмасдан ёпиқ цикл бошланса, ундай сиртмоққа хусусий циклли сиртмоқ деб аталади (13.16-расмда пунктир эгри чизиқли сиртмоқ). Хусусий циклли сиртмоқ чексиз кўп бўлиб, улар максимал гистерезис сиртмоқ ичига жойлашган бўлади.

Турли ферромагнит моддаларнинг гистерезис эгри чизиқлари турлича бўлади. Техникада ишлатиладиган ферромагнетиклар учун турли хилдаги гистерезислар керак бўлади. Одатда магнит материаллар «юмшоқ»—коэрцитив кучи кичик бўлган ва «қаттиқ»—коэрцитив кучи катта бўлган ферромагнетикларга ажратилади. Гистерезис сиртмоғининг юзи ферромагнетикни қайта магнитлаш жараёнида сарфланган энергияга пропорционал бўлар экан. Бу энергия ферромагнетикнинг ички энергиясига айланади. Шунинг учун ҳам даврий қайта магнитлашда ферромагнетиклар қизийди. Бинобарин, *қаттиқ ферромагнетиклар гистерезис сиртмоғининг юзаси катта (13.17а-расм), юмшоқ ферромагнетикларники эса кичик бўлади* (13.17б-расм).



13.17-расм

Юмшоқ ферромагнетиклар қаторига: юмшоқ темир, кремнийли пўлат, темирнинг никель қотишмалари, «пермаллой», «гиперник» ва шу каби қотишмалар киради. Юмшоқ ферромагнетиклар трансформатор ўзакларини ясашда ишлатилади. Айрим юмшоқ магнетиклар учун максимал нисбий сингдирувчанлик $\mu_{\text{мах}}$, тўйиниш магнитланиш вектори $J_Т$, коэрцитив куч $H_к$ ва қолдиқ магнитланиш вектори $J_к$ ларнинг қийматлари 13.2-жадвалда келтирилган.

13.2-жадвал

Юмшоқ ферромагнетиклар	$\mu_{\max}$	$J_\tau, T_л$	$Нк, \frac{A}{H}$	$J_қ, T_л$
Водородла куйдирилган соф темир	28.000	$17{,}28 \cdot 10^{-2}$	2,0	$1{,}6 \cdot 10^{-2}$
Юмшюқ темир	8.000	$17{,}2 \cdot 10^{-2}$	40,0	$6{,}72 \cdot 10^{-2}$
Кремнийли темир	10.000	$20{,}0 \cdot 10^{-2}$	56,0	$12{,}0 \cdot 10^{-2}$
	15,000	$16{,}0 \cdot 10^{-2}$	28,0	$4{,}0 \cdot 10^{-2}$
			240,0	$8{,}0 \cdot 10^{-2}$
Углеродли темир	3.000	$14{,}4 \cdot 10^{-2}$	368,0	$3{,}2 \cdot 10^{-2}$
Куйдирилган чўян	2.000	$12{,}8 \cdot 10^{-2}$	4,8	$4{,}0 \cdot 10^{-2}$
Пермаллой	80,000	$8{,}0 \cdot 10^{-2}$	4,0	$4{,}8 \cdot 10^{-2}$
Гиперник	70,000	$8{,}8 \cdot 10^{-2}$		
Перминвар	2.000	$12{,}8 \cdot 10^{-2}$	80	$3{,}2 \cdot 10^{-2}$

Коэрцитив куч $H_к$ нинг ва қолдиқ магнитланиш векторининг қийматлари катта бўлган ферромагнетикларга қаттиқ ферромагнетиклар дейилади. Қаттиқ ферромагнетикларга углеродли ва хромли пўлат ва, айниқса, таркибида вольфрам ва кобальт бўлган пўлат ва махсус пўлатлар (масалан, таркибида Fe, Al, Cu, Ni, Co бўлган «магнито» қотишмалар) ва шу кабилар мисол бўла олади. Қаттиқ ферромагнетиклар доимий магнетиклар ясашда ишлатилади. Айрим қаттиқ ферромагнетикларнинг муҳим характеристикаси коэрцитив куч $H_к$ нинг ва қолдиқ магнитланиш вектори $J_к$ нинг қийматлари 13.3-жадвалда келтирилган.

13.3-жадвал

Қаттиқ ферромагнетиклар	H_K, А/м	J_K, Тл
Магнетик ($FeO \cdot Fe_2O_4$)	4000	4,8
Углеродли пўлат (1% С)	3 200-4 800	7,2-5,6
Хромли пўлат (3% Gч, 1% С)	4 800-6 400	8,4-6,8
Вольфрамли пўлат (6% W, 1%С)	4 800-6 400	9,2-7,6
Кобальтли пўлат (15:30% Со, 5% W, 5% Xr, 1%Mo)	16 000-24 000	7,2-6.4
Никель-алюминийли пўлат (25% Ni, 12% Al)	56 000	4,0
Титан-кобальтли пўлат (10% Ti, Co)	72 000	5,6

4) Ферромагнетиклар қиздирилганда тўйиниш магнитланиши камаяди: $J_T = f(H)$ графикда эгри чизиғининг (13.12) баландлиги, яъни тўйиниш магнитланиш вектори J_T нинг қиймати камаяди. Кюри нуқтаси деб аталадиган T_K ҳароратга яқинлашганда тўйиниш магнитланиши кескин пасаяди. Бу ҳарорат 0 дан юқори ҳароратда ферромагнетиклар оддий парамагнит моддага айланиб қолади ва унинг магнит қабул қилувчанлиги χ_m қуйидаги Кюри-Вейс қонунидан аниқланади:

$$\chi_m = \frac{C}{T-T_K}. \qquad (13.50)$$

бу С—Кюри доимийси, θ —Кюри нуқтаси. Жумладан, темир учун 769° С $\left|T_K = (769+273)\text{K} \fallingdotseq 1042\,\text{K}\right|$ ҳарорат Кюри нуқтасидир. Бу ҳароратда темирнинг кристалл тузилиши ўзгаради: α—темир β—темирга айланади.

Кюри нуқтасида модда ферромагнит ҳолатдан перромагнит ҳолатга ўтишда иссиқликнинг чиқиши ва ютилиши ҳам кузатилмайди. Бинобарин, Кюри нуқтасида иккинчи фазовий ўтиш содир бўлади. Қуйида баъзи металларнинг Кюри нуқтаси келтирилган.

13.4-жадвал

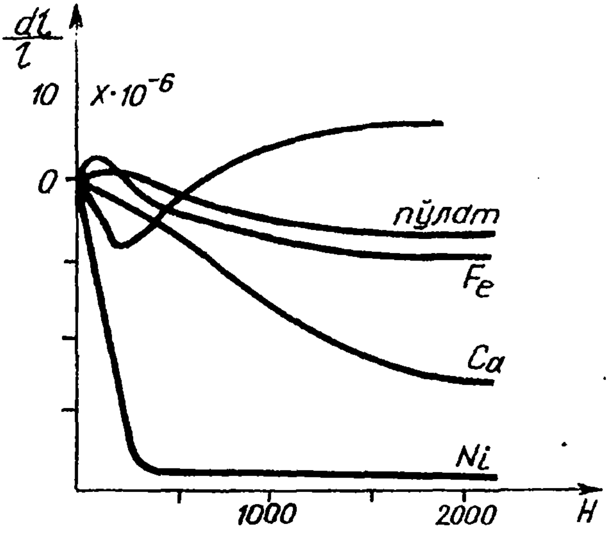
Ферромагнетиклар	0°С	Ферромагнетиклар	0°С
Электролитик темир	769	Магнетик	585
Водородда қайта эритилган соф темир	774	Темир қотишмаси	200
Кобальт	1140	*Гадолиний*	20
Никель	358		

5). Ферромагнетикларнинг магнитланиш жараёнида чизиқли ўлчамлари ва ҳажмининг ўзгаришига **магнитострикция** ҳодисаси дейилади. Бу ҳодисани ўтган аср ўрталарида инглиз олими Ж. П. Жоуль (1818—1889) кашф қилган. 13.18-расмда магнитловчи кучланганлик 0 дан 160000 А·м гача ўзгарганда пўлат, темир, никель ва кобальтдан тайёрланган стержень узунлигининг нисбий узайиши келтирилган. Бу расмдан кўринадики, никелда энг кучли магнитострикция ҳодисаси содир бўлар экан. Амалда никель пластинкалари тахламаси магнитострикцион ультратовуш нурлатгичлар яратилган.

Ферромагнетикларнинг табиати. Ҳозирги замон ферромагнитлар назарияси қуйидаги тажриба далиллари асосида яратилди.

Биринчидан, ферромагнетиклар кучсиз магнитловчи майдон таъсирида ҳам деярли тўла тўйинишгача магнитланишидир. Бу билан ферромагнетиклар парамагнетиклардан кескин фарқ қилади.

Иккинчидан, ферромагнетиклар атомларининг орбитал магнит моментлари ҳам парамагнетикларники каби тартибда бўлиши ва унча катта бўлмаган магнетонлар билан ўлчанишидир. Шунинг учун ҳам ферромагнетикларни парамагнетиклар назарияси асосида тушунтириб бўлмайди.

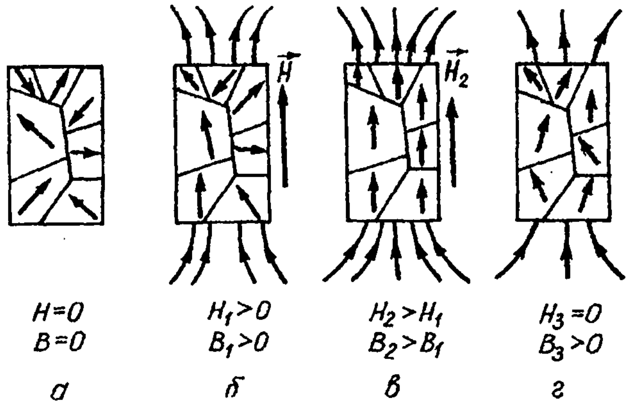


13.18-расм

Учинчидан, ферромагнетикларда электрон орбиталари учун гиромагнит нисбатнинг қиймати кутиладиган назарий қийматга қараганда икки марта катта бўлиб, у электроннинг хусусий магнит ва импульс моментларига мос келишидир. Бу ҳол ферромагнетикларнинг магнитланишига сабаб электронларнинг хусусий магнит моментлари (электрон спинлари)нинг жуда тез ориентацияланишидир.

Шундай қилиб, ферромагнетикларда иссиқлик ҳаракати таъсирини енгиб, электронларнинг хусусий магнит моментларини тартибли ориентациялайдиган кучларнинг ички майдони мавжудлиги ҳақидаги фаразни 1892 йилда рус олими Б. Л. Розин (1869—1933) айтган эди, бу фараз 1907 йилда француз физиги П. Вейс (1865—1940) томонидан тасдиқланди. Вейс ғоясини ривожлантириб, кристалл панжара тугунларига жойлашган спинлар бир-бири билан ўзаро таъсир қилиб ички майдонни ҳосил қилади. Бу майдон ферромагнетик кристаллининг айрим доментлар деб аталувчи кичик қисмларида барча спинларни бир томонга буради, натижада ҳар бир домен тўйинишгача ўз-ўзидан—спонтан (бир онда) магнитланиб қолади деб фараз қилинади. Бироқ ташқи майдон бўлмаганида кристаллдаги ёнма-ён турган доменларнинг магнитланиш йўналиши бир хил бўлмайди (13.19а-расм). Улар шундай йўналганки, ферромагнетикнинг тўлиқ магнит моменти нолга тенг бўлади.

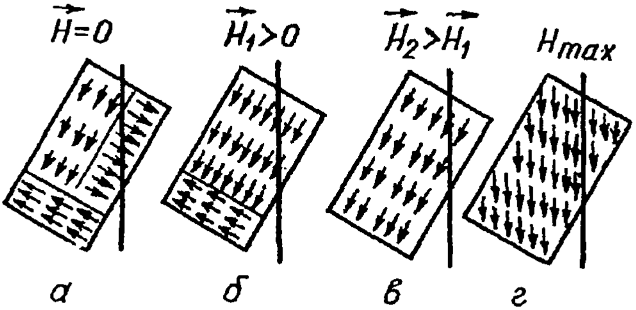
1928 йилда рус физиги Я. И. Френкель (1894—1952) ва немис физик-назариётчиси В. Н. Гейзенберг ўз-ўзидан магнитланишнинг физик сабабини тушунтириб беришди. Улар электрон спинларининг кучли ориентацияланиши—алмашинишни ўзаро таъсир кучлари сабабли пайдо бўлишини



13.19-расм

кўрсатилди. Алмашиниш ўзаро таъсир кучлари ферромагнетиклардаги электрон спинларини параллел жойлаштиради. Алмашиниш кучлари жисмнинг структурасига боғлиқ бўлиб, уларнинг юзага келтирадиган спинлар ориентацияси ҳар хил характерда бўлади.

Табиатда антиферромагнетик деб аталувчи моддалар мавжуд бўлиб, уларда электрон спинлар жуфт-жуфт равишда антипараллел ориентацияланган бўлади. Бу модданинг кристалл панжараси бир-бири билан туташиб кетган иккита панжарадан тузилган. Шунинг учун ҳам биринчи ва иккинчи панжара спинлари қарама-қарши йўналган бўлади (13.20а-расм). Антиферромагнетикларнинг мавжудлиги 1933 йилда Л. Д. Ландау томонидан назарий кўрсатиб ўтилган. Марганец; хром, ваннадий ва баъзи бирикмалар (MnO+MnS),



13.20-расм

$(NiGr+Gr_2O_3)$, (V0) ва шу кабилар ферромагнетикларга мисол бўла олади. Паст ҳароратларда бундай моддаларнинг магнит қабул қилувчанлиги χ_m жуда кичик бўлади. Ҳарорат кўтарилганда электрон спинларининг қатъий жуфт-жуфт антипараллеллиги бузилади, натижада магнит қабул қилувчанлиги ортади. Антиферромагнетиклар Кюри температурасида электрон спинларининг ўз-ўзидан (спонтан) ориентацияланиш соҳаси бузилиб, максимал магнит қабул қилувчанликка эга бўлади ва антиферромагнетиклар парамагнетикларга айланади. Агар антиферромагнетикнинг иккала панжарасининг магнитланиши катталик жиҳатдан бирдай бўлмаса (13.20б-расм), антиферромагнетикнинг умумий магнит моменти нолдан фарқли бўлиб, унинг қиймати ферромагнетик магнит моментига яқинлашиб қолади. Бундай моддаларга ферромагнетиклар ёки ферритлар дейилади.

Ферритлар M_2O Fe_2O_3 типидаги ферромагнит кимёвий бирикмаларидан иборат бўлади, бунда Ме (металл) қуйидаги Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn, Cd, Fe ларнинг икки валентли катионларининг бири ёки бирикмасидир. Темир ва бошқа ферромагнит металлардан фарқли ўлароқ, ферритлар Ме магнит ярим ўтказгичлар бўлиб, унинг солиштирма қаршилиги ρ $=(1+10^4)$ Ом·м оралиқда ётади. Ферритларнинг бу хусусиятлари қатор радиотехника масалаларини янгича ҳал қилишга имкон беради.

Ферромагнетикларнинг магнитланиш жараёни. Кўпгина тадқиқотлар натижасида ферромагнетикларнинг магнитланиш жараёнининг қуйидаги умумий қонунияти аниқланган.

Ташқи майдон бўлмаганда ферромагнетикларда доменлари (ўлчамлари $(10^{-3}+10^{-4})$ см чамаси бўлади) шундай жойлашган бўладики, натижавий магнит моменти нолга яқин бўлади. 13.20а-расмда схематик равишда бир хил ҳажмдаги учта домент тасвирланган. Бу доменлар тўйингунга қадар ҳар бир домен ферромагнетикнинг учдан бирига тенг бўлган магнит моменти 1/3 х P_m га тенг бўлади. Ташқи майдон бўлмаганда бир хил юзали доменларнинг энергияси бир хил бўлиб, ташқи майдон қўйилганда эса доменларнинг энергияси бир хил бўлмай қолади. Агар магнитланиш вектори майдон йўналиши билан ўткир бурчак ҳосил қилган доменларнинг энергияси кичик бўлиб, бурчак ўтмас бўлса, энергияси катта бўлади. Шунинг учун ҳам майдон кучсиз бўлган (H_1) да магнитловчи майдон йўналиши билан энг кичик бурчак ҳосил қилган, яъни кичик энергияли домендардаги электрон спинлари бурила бошлайди (13.20б-расм). Янада кучлироқ майдон (H_2) спинлари магнитловчи майдон йўналишига яқинроқ бўлган янги йўналишга буради. Ва ниҳоят, жуда кучли майдон (H_{max}) таъсирида ўз-ўзидан (спонтан) равишда магнитланган барча доменларнинг магнит моментлари майдон йўналишида ориентацияланганда магнит тўйиниш вужудга келади (13.20-расм). Магнитланишда доменлар бурилмайди, балки ундаги барча спинлар бурилади, бирор домендаги барча спинлар бир вақтда бурилади, спинларнинг бундай бурилиши дастлаб битта доменда, кейин бошқаларида содир бўлади. Шундай қилиб, ферромагнетикларнинг магнитланиш жараёни босқичли бўлади (13.20-расм).

Магнитостатика қонунларининг татбиқи.

1. Ҳозирги замон электротехникасида магнит оқимидан кенг фойдаланилади. Электромагнитлар, кучли электр

генераторлари, электродвигателлар, трансформаторлар ва кўпгина ўлчов асбобларининг ишлаши уларда магнит оқим мавжуд бўлишига асосланган.

2. Агар магнитланадиган жисм ичида ножинс аралашма, ёриқлар, коваклар бўлса, магнитловчи ташқи майдон деформацияси (магнитострикцияси) га таъсир кўрсатади. Бундай жисмга темир кукунини сепиб силжитилса, кукун ёриқ, ковак ёки бир жинсли бўлмаган модда бўлган жойда тўпланади. Олимлар магнитлашнинг бу хусусиятига асосланиб магнит дефектоскопиянинг кукун усулини ихтиро қилишди.

Магнит дефектоскопиянинг бошқа усуллари ҳам мавжуддир. Жумладан, темир йўл излари ҳолатини текшириб, улардаги дефектлар аниқланади. Темир йўл изини магнитловчи электромагнит жойлашган арава из бўйлаб ғилдираб боради. Агар изда дефект ёриғлар мавжуд бўлганда, майдоннинг ўзгариши ҳақида автомат сигнал беради.

Магнитострикция ҳодисаси асосида никелдан ультратовуш нурлатгичлар ҳам ясалгандир.

3. Баъзи ферромагнетикларнинг кучли магнит хоссасидан иккинчи жаҳон урушида қўлланилган магнит миналарда фойдаланилган эди. Анча чуқурликка жойлаштирилган магнит миналар устидан кема бевосита тегмай ўтганда ҳам портлаган. Кема мина устидан 10-15 м масофа ўтганда минанинг магнит релеси Ер магнит майдонининг кема ҳосил қилган майдон таъсирида ўзгариши сабабли гальваник элементга ток занжирини улайди, натижада запал портлайди, детонация туфайли мина ҳам портлайди. Шахсий кемани магнит миналардан сақлаш учун кема парусига ётқизилган кабель орқали ўзгармас ток ўтказиб кемани магнитлантирилади.

4. Яратилган олий нав ферромагнетикларнинг қўлланилиши сабабли электр машиналар, автоматик сигнализация асбобларининг ишлаши яхшиланди, телеграф ва телефон алоқаси узайтирилди, кўпчилик ўлчов асбоблари, жумладан, рудаларни магнит усулда қидириш асбобларининг сезгирлиги оширилди, товушли киноаппаратлар такомиллашди, товушни магнит усулда ёзиш мумкин бўлди.

5. Парамагнит моддалар хоссасидан ўта паст ҳароратда жисмнинг магнит усули билан ўта совутишда фойдаланилди.

Агар парамагнетиклар жуда тез, яъни адиабатик магнитсизланса бир оз совийди, чунки магнитсизланишда энергия сарф бўлади. Шу сабабли 1933 йилда жисмларни ўта совутишнинг магнит усули ишлаб чиқилди. Бу усулда абсолют ноль температурадан градуснинг мингдан бир улушигача фарқ қилинадиган температура олинган.

ТАКРОРЛАШ САВОЛЛАРИ

1. Молекуляр токлар деб қандай токларга айтилади ва уларда магнит хоссалари қандай намоён бўлади?

2. Электроннинг орбитал магнит моменти деб нимага айтилади ва қандай аниқланади?

3. Электроннинг орбитал магнит ва импульс моменти ўзаро қандай боғланишга эга? Гиромагнит нисбат деб нимага айтилади ва унинг ифодаси қандай?

4. Атом орбитал магнит моменти деб нимага айтилади?

5. Атомнинг гиромагнит нисбати орбита шаклига боғлиқми?

6. Магнит майдонига киритилган атомнинг прецессияли ҳаракати қандай ҳаракатдан иборат ва унинг бурчак тезлиги нимага тенг?

7. Прецессияли ҳаракатда қўшимча орбитал токнинг ифодаси қандай ва унинг орбитал магнит моменти қандай аниқланади?

8. Моддаларнинг магнитланиш вектори деб нимага айтилади ва у қандай формула билан аниқланади?

9. Қандай моддаларга диамагнетиклар, парамагнетиклар ва ферромагнетиклар дейилади?

10. Моддаларнинг магнит қабул қилувчанлиги нимани ифодалайди ва унинг математик ифодаси қандай?

11. Моддаларнинг магнит қабул қилувчанлиги ва нисбий магнит сингдирувчанлиги қандай боғланишга эга?

12. Диамагнит, парамагнит ва ферромагнит моддалар деб қандай моддаларга айтилади?

13. Магнетостатика деб нимага айтилади? Магнетостатиканинг асосий тенгламалари ёзилсин ва изоҳлаб берилсин.

14. Икки муҳит чегарасида магнит майдон индукция вектори ва кучланганлигининг тангенциал ва норма ташкил этувчиларининг ўзгариш табиати қандай?

15. Ферромагнетикларнинг хоссаларини аниқловчи А. Г. Столетов ишларининг аҳамияти қандай? Ферромагнит моддалар учун магнитланиш вектори, магнит индукция вектори ва нисбий магнит сингдирувчанликларининг ташқи магнит майдон кучланганлигига боғланиш графиклари чизилсин ва изоҳлаб берилсин.

16. Гистерезис ҳалқасининг ҳосил қилиниши ва унинг физик маъноси. Гистерезис ҳалқасида тўйиниш ва қолдиқ магнитланиш вектори нимани ифодалайди? Коэрцитив кучи?

17. Қолдиқ магнитланиш векторининг ҳароратга боғланиши қандай? Кюри нуқтаси нима? Ферромагнетиклар магнит қабул қилувчанлигининг ҳароратга боғланишини ифодаловчи Кюри-Вейс қонунининг математик ифодаси ёзилсин.

18. Ферромагнетиклар табиатининг парамагнит ва диамагнетиклардан фарқи қандай?

30—265

МУНДАРИЖА

Биринчи қисм

МЕХАНИКА

Иккинчи қисм

ЭЛЕКТР

Учинчи қисм

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Мансур Исмоилов, Пўлат Ҳабибуллаев, Маҳмуд Халиулин

ФИЗИКА КУРСИ

Олий ўқув юртлари талабалари учун ўқув қўлланма

«Ўзбекистон» нашриёти —2000 й.

Бадиий муҳаррир *Т. Қаноатов*
Техник муҳаррир *Т. Харитонова*
Мусаҳҳиҳлар: *М. Раҳимбекова, Ш. Мақсудова*

Теришга берилди 20.06.99. Босишга рухсат этилди 22.08.2000. Қоғоз бичими $84\times108^1/_{32}$. Шартли б.т. 24,78. Нашр т. 23,9. Нусхаси 2000. Буюртма №265. Баҳоси шартнома асосида.

«ЎЗБЕКИСТОН» нашрёти, 700129, Тошкент, Навоий 30.
Нашр № 51—99.

Ўзбекистон Республикаси Давлат матбуот қўмитасининг Тошкент китоб-журнал фабрикасида босилди.
700194, Тошкент, Юнусобод даҳаси, Муродов кўчаси, 1-уй.

Исмоилов М., ва бошқ.
И 81 Физика курси: Механика, электр, электромагнетизм: Олий ўқув юртлари талабалари учун ўқув қўлл./ М. Исмоилов, П. Ҳабибуллаев, М. Халиулин. — Т Ўзбекистон, 2000. — 470 б.
ISBN — 5-640-01230-0

I.Ғ, 2Автордош.

Мазкур қўлланма техника ва педагогика олий ўқув юртлари талабалари учун мўлжалланган бўлиб, унда физиканинг механика, электр ва электромагнетизм қисмлари янги ўқув дастури асосида атрофлича ёритилган. Ундан, шунингдек, нисбийлик назариясининг физик асослари ҳам ўрин олган.
Қўлланмадан барча олий ўқув юртлари талабалари, ўқитувчилар, юқори синф ўқувчилари ва физика фанига қизиқувчи барча китобхонлар фойдаланишлари мумкин.

22.3я73

265—99
Алишер Навоий номидаги
Ўзбекистон Республикасининг давлат
кутубхонаси.

$\text{И}\,\dfrac{1604000000-146}{\text{М}\,351\,(04)\,99}\,2000$