МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ

А. Ф. Смирновнинг умумий таҳрири остида

**ҚАЙТА ИШЛАНГАН ВА ТЎЛДИРИЛГАН
РУСЧА 3- НАШРИДАН ТАРЖИМА**

*СССР Олий ва махсус ўрта таълим министрлиги
қурилиш ва транспорт олий ўқув юртлари
учун дарслик сифатида тасдиқлаган*

ТОШКЕНТ «ЎҚИТУВЧИ» 1988

ва синов машиналари шкалаларида бу система сақланганлигини ҳисобга олиб, авторлар Халқаро ўлчов бирликлари системаси (СИ) га тўла ўтишни лозим топмадилар. Шунга қарамасдан курснинг баъзи ерларида эски ўлчов бирликларидан фойдаланиш билан бирга СИ бирликларида ҳам турли қийматлар келтирилади. Бу, студентнинг янги ўлчов системасига аста-секин кўникишига ёрдам беради.

Ушбу дарсликнинг I, VIII, IX, XI, XIV, XV (119-§ дан ташқари) ва XVII бобларини техника фанлари доктори, проф. А. Ф. Смирнов;

III, IV, V, XX боблари ва 119-§ ни техника фанлари доктори А. В. Александров;

VII, XIX бобларини техника фанлари кандидати, доц. Н. И. Монахов;

VI бобни доцент Д. Ф. Парфенов билан проф. А. Ф. Смирнов биргаликда;

XVI бобни техника фанлари кандидати, доцент В. Д. Потапов;

II бобни техника фанлари кандидати, доцент А. И. Скрябин;

X, XVIII бобларни техника фанлари кандидати, доцент Г. В. Федорков;

XII, XIII бобларни техника фанлари кандидати, доцент В. В. Холчев ёзишган.

I БОБ
УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР

1-§. МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ ҲАҚИДАГИ ФАН ВА УНИНГ ИНЖЕНЕРЛИК БИЛИМЛАРИ УЧУН АҲАМИЯТИ

Турли инженерлик иншоотларини лойиҳалашда конструкциялар айрим элементларининг ўлчамларини аниқлашга тўғри келади. Бу масала мустаҳкам, устивор, узоқ муддатга чидамли ҳамда иқтисодий жиҳатдан тежамли иншоот яратиш каби мақсадга қаратилган ҳисоблашлар асосида хал қилинади. Бундай масалалар машина, самолёт, кема ва ҳоказоларни лойиҳалашда ҳам пайдо бўлади.

Бу масалаларнинг барчаси *„Материаллар қаршилиги"* асосий ўринни эгаллаган фанлар комплексида кўриб чиқилади.

Материаллар қаршилиги ҳақидаги фан инженерлик практикасида кенг қўлланилади. Бу фан барча олий ва ўрта техника ўқув юртларида ўрганилади, у, айниқса, қурилиш ва машинасозлик олий ўқув юртлари учун катта аҳамиятга эга.

Материаллар қаршилиги курсида иншоот ёки машинанинг асосий элементи сифатида қараладиган айрим стерженнинг мустаҳкамлиги ва бикирлиги масаласига асосий эътибор берилади.

Материаллар қаршилигида аналитик ҳисоблаш усуллари билан бирга лаборатория ва табиий шароитларда олинган тажриба натижалари ҳам ўрганилади.

Материаллар қаршилигини яхши ўзлаштириш учун назарий механика, математика ва физикадан билимларга эга бўлиш керак. Қаттиқ жисмларнинг мувозанати ва ҳаракатини ўрганадиган назарий механика асосий база ҳисобланади. Материаллар қаршилигида ўз ўлчами ва шаклини ташқи куч таъсирида ўзгартириши мумкин бўлган жисмлар ўрганилади. Шунинг учун материаллар қаршилигида назарий механикадан фарқли равишда жисмнинг мувозанати ҳақидаги масаладан ташқари унинг айрим нуқталарининг кўчишларига доир масалалар ҳам ечилади.

Материаллар қаршилиги фани ўз тарихига эга. Бу соҳадаги дастлабки тадқиқотларни Галилей (1564 — 1642) ўтказган. У биринчи бўлиб ташқи кучлар таъсирига стерженларнинг қаршилик кўрсата олишини баҳолаш учун аналитик ҳисоблашларни бажариш зарурлиги ҳақидаги масалани қўйди. Галилейнинг баъзи назарий фикрлари хато бўлиб чиқди. Масалан, у кўндаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчакдан иборат бруснинг эгилишга қаршилиги кесим юзасининг баландлиги квадратига пропорционал эканлигини тўғри аниқлаган бўлса ҳам, пропорционаллик коэффициентини нотўғри ҳисоблаган.

1676 йили Р. Гук (1635 — 1703) чўзилишда куч билан узайиш орасидаги пропорционал боғланишни аниқлади. Бу боғланиш Гук қонуни номи билан машҳур бўлиб, материаллар қаршилигида жуда муҳим аҳамиятга эга.

Дарсликда СССР Олий ва махсус ўрта таълим министрлиги қурилиш олий ўқув юртлари ҳамда бошқа олий ўқув юртларининг қурилиш факультетлари учун тасдиқлаган программага мувофиқ «Материаллар қаршилиги» курси баён қилинган.

Дарслик шундай тузилганки, турли факультет программалари бўйича курсни ўтишда айрим боб ва параграфлар маънога путур етказмаган ҳолда тушириб қолдирилиши мумкин, лекин бунда қурувчи-инженер фаолиятида дуч келадиган мустаҳкамлик, устиворликка ҳисоблаш ва тебранишнинг ўзига хос томонлари эътиборга олинган.

Дарсликнинг бу нашрига ўзгариш ва қўшимчалар киритилган. Муар полосалари усули ёритилган, Мор формуласининг исботи берилган, материалларнинг ёйилувчанлиги ҳақида янги боб киритилган. Мустаҳкамлик ва устиворликка ҳисоблаш чегара ҳолат усулига мувофиқ баён этилган.

Дарслик олий ўқув юртларининг қурилиш ва транспорт ихтисосликлари студентлари учун мўлжалланган.

Дарслик ва унинг таржимаси ҳақидаги фикр-мулоҳазаларингизни қуйидаги адресга юборишингизни сўраймиз: *Тошкент, Навоий кўчаси, 30-уй, «Ўқитувчи» нашриётининг имимтехника адабиёти редакцияси.*

Техника фанлари кандидати Эркин Эргашев таржимаси

На узбекском языке

Анатолий Филиппович Смирнов, Анатолий Васильевич Александров, Николай Иванович Монахов, Дионисий Федорович Парфенов, Вадим Дмитриевич Потапов, Александр Иванович Скрябин, Георгий Васильевич Федорков, Василий Васильевич Холчев

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Перевод с издания «Высшая школа» 1975

Ташкент «Ўқитувчи» — 1988

Таржимон *Э. Эргашев*
Муҳаррир *Н. Йўлдошева*
Бадиий муҳаррир *Ф. Неъқадамбоев*
Техник муҳаррир *Е. Қартаева*
Корректор *З. Содиқова*

ИБ 4397

Теришга берилди 27.03.87. Босишга рухсат этилди 09.03.88. Формати 60×90¹/₁₆. Тип. қоғози № 2. Литературная гарнитураси. Кегли 10 шпонсиз. Юқори босма усулида босилди. Шартли б. л. 29,0. Шартли кр.-отт. 29,19. Нашр. л. 27,41. Тиражи 4000. Зак № 2040. Баҳоси 1 с. 10 т.

«Ўқитувчи» нашриёти. 700129. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома № 11-207-87.

Ўзбекистон ССР нашриётлар, полиграфия ва китоб савдоси ишлари Давлат комитети Тошкент «Матбуот» полиграфия ишлаб чиқариш бирлашмасининг Бош корхонаси. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. 1988.

Головное предприятие ТППО «Матбуот» Государственного комитета УзССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Ташкент, ул. Навои, 30.

$C\frac{2105000000-129}{353(04)-88}66-88$

ISBN 5—645—00153—2

РУСЧА НАШРИГА СЎЗ БОШИ

Материаллар қаршилигининг ушбу курси қурилиш ихтисослиғи бўйича олий ўқув юртлари учун мўлжалланган. У қурилиш институтлари ва бошқа олий ўқув юртларининг қурилиш факультетларида мутахассислар тайёрлаш программасига мувофиқ ёзилган.

Китобни ёзиш жараёнида авторлар материални шундай жойлаштиришга ҳаракат қилганларки, курсни турли факультетларнинг программаси бўйича ўқишда бирор боб ва параграфни ташлаб кетиш мумкин. Бундан ташқари, программада кўзда тутилган жуда кенг материални авторлар маънога путур етказмаган ҳолда қисқа йўсинда баён этганлар. Бунда қурувчи-инженер ўз амалий фаолиятида учратадиган мустаҳкамлик ва устиворликка ҳамда тебранишларни ҳисоблашнинг ўзига хос томонлари эътиборга олинган.

Курснинг учинчи нашрига қуйидаги ўзгариш ва қўшимчалар киритилган.

Чегара ҳолат усулининг асосий қоидалари инженерлик иншоотларини ҳисоблашда келтирилган. Барча асосий ҳисоблашлар чегара ҳолат усулида бажарилган.

Деформация ва кучланишларни тажриба усуллари билан текшириш бобига Муар полосалари усулига доир параграф киритилган.

Стерженли системаларда кўчишларни аниқлаш учун авторлар Мор формуласи исботини келтиришни маъқул топишди. Статик ноаниқ системаларни куч усули билан ҳисоблашга доир маълумотлар кейинги бобларда Мор формуласи асосида келтирилади.

Материалларнинг ёйилувчанлиги ҳақидаги янги бобда вақт ўтиши билан материалларнинг деформацияланиш хусусияти ҳақида, шунингдек, вақт факторининг нагрузка остидаги қурилиш конструкциялари ҳолатига таъсири ҳақида баъзи маълумотлар келтирилган.

Нуқтанинг кучланиш ҳолати бўлимида дарслик материалини эластиклик назариясига доир махсус справочник адабиётлар билан яхши боғлаш мақсадида авторлар текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатларида уринма кучланишларни белгилашда индекслар тартибини ўзгартиришни лозим топишди. Бунда айни бир вақтда эластиклик назариясида қабул қилинган ишоралар қоидасига мос келувчи қоида қабул қилинди.

Дарсликдаги кўпгина бобларнинг тексти қайта ишлаб чиқилди; студентларга назарий материални ўзлаштиришда айниқса, курсни мустақил ўрганишда фойдали бўлган минимал зарур мисол ва масалалар қолдирилди.

Ҳозирги замон норматив ҳужжатларда метрик ўлчов системасидан фойдаланишни, шунингдек, олий ўқув юртларидаги ўлчов аппаратларида ва синов машиналари шкалаларида бу система сақланганлигини ҳисобга олиб, авторлар Халқаро ўлчов бирликлари системаси (СИ) га тўла ўтишни лозим топмадилар. Шунга қарамасдан курснинг баъзи ерларида эски ўлчов бирликларидан фойдаланиш билан бирга СИ бирликларида ҳам турли қийматлар келтирилади. Бу, студентнинг янги ўлчов системасига аста-секин кўникишига ёрдам беради.

Ушбу дарсликнинг I, VIII, IX, XI, XIV, XV (119-§ дан ташқари) ва XVII бобларини техника фанлари доктори, проф. А. Ф. Смирнов;

III, IV, V, XX боблари ва 119-§ ни техника фанлари доктори А. В. Александров;

VII, XIX бобларини техника фанлари кандидати, доц. Н. И. Монахов;

VI бобни доцент Д. Ф. Парфенов билан проф. А. Ф. Смирнов биргаликда;

XVI бобни техника фанлари кандидати, доцент В. Д. Потапов;

II бобни техника фанлари кандидати, доцент А. И. Скрябин;

X, XVIII бобларни техника фанлари кандидати, доцент Г. В. Федорков;

XII, XIII бобларни техника фанлари кандидати, доцент В. В. Холчев ёзишган.

I БОБ
УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР

1-§. МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ ҲАҚИДАГИ ФАН ВА УНИНГ ИНЖЕНЕРЛИК БИЛИМЛАРИ УЧУН АҲАМИЯТИ

Турли инженерлик иншоотларини лойиҳалашда конструкциялар айрим элементларининг ўлчамларини аниқлашга тўғри келади. Бу масала мустаҳкам, устивор, узоқ муддатга чидамли ҳамда иқтисодий жиҳатдан тежамли иншоот яратиш каби мақсадга қаратилган ҳисоблашлар асосида хал қилинади. Бундай масалалар машина, самолёт, кема ва ҳоказоларни лойиҳалашда ҳам пайдо бўлади.

Бу масалаларнинг барчаси *„Материаллар қаршилиги"* асосий ўринни эгаллаган фанлар комплексида кўриб чиқилади.

Материаллар қаршилиги ҳақидаги фан инженерлик практикасида кенг қўлланилади. Бу фан барча олий ва ўрта техника ўқув юртларида ўрганилади, у, айниқса, қурилиш ва машинасозлик олий ўқув юртлари учун катта аҳамиятга эга.

Материаллар қаршилиги курсида иншоот ёки машинанинг асосий элементи сифатида қараладиган айрим стерженнинг мустаҳкамлиги ва бикирлиги масаласига асосий эътибор берилади.

Материаллар қаршилигида аналитик ҳисоблаш усуллари билан бирга лаборатория ва табиий шароитларда олинган тажриба натижалари ҳам ўрганилади.

Материаллар қаршилигини яхши ўзлаштириш учун назарий механика, математика ва физикадан билимларга эга бўлиш керак. Қаттиқ жисмларнинг мувозанати ва ҳаракатини ўрганадиган назарий механика асосий база ҳисобланади. Материаллар қаршилигида ўз ўлчами ва шаклини ташқи куч таъсирида ўзгартириши мумкин бўлган жисмлар ўрганилади. Шунинг учун материаллар қаршилигида назарий механикадан фарқли равишда жисмнинг мувозанати ҳақидаги масаладан ташқари унинг айрим нуқталарининг кўчишларига доир масалалар ҳам ечилади.

Материаллар қаршилиги фани ўз тарихига эга. Бу соҳадаги дастлабки тадқиқотларни Галилей (1564 — 1642) ўтказган. У биринчи бўлиб ташқи кучлар таъсирига стерженларнинг қаршилик кўрсата олишини баҳолаш учун аналитик ҳисоблашларни бажариш зарурлиги ҳақидаги масалани қўйди. Галилейнинг баъзи назарий фикрлари хато бўлиб чиқди. Масалан, у кўндаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчакдан иборат бруснинг эгилишга қаршилиги кесим юзасининг баландлиги квадратига пропорционал эканлигини тўғри аниқлаган бўлса ҳам, пропорционаллик коэффициентини нотўғри ҳисоблаган.

1676 йили Р. Гук (1635 — 1703) чўзилишда куч билан узайиш орасидаги пропорционал боғланишни аниқлади. Бу боғланиш Гук қонуни номи билан машҳур бўлиб, материаллар қаршилигида жуда муҳим аҳамиятга эга.

Материаллар қаршилиги масалаларини аналитик усуллар билан текширишни ривожлантиришда Д. Бернулли (1700 — 1782) ва Л. Эйлер (1707 — 1783) катта ҳисса қўшганлар. Эйлер тадқиқотлари ҳақидаги батафсил маълумот XV бобда келтирилган.

А. В. Гадолин (1828 — 1892). Д. И. Журавский (1821 — 1891), Х.С. Головин (1844—1904). Ф. Ясинский (1856 — 1899), И. Г. Бубнов (1872 — 1919), Л. Д. Проскуряков (1858 — 1926) ва бошқаларнинг ишлари ҳам катта аҳамиятга эгадир.

Бир қанча таниқли олимларнинг тадқиқотлари туфайли *„Материаллар қаршилиги''* фани юзага келди. У Россиядаги техника олий ўқув юртларида ўтган асрнинг иккинчи ярмидан бошлаб ўқитила бошланди.

Ҳисоблаш усулларининг янада такомиллашуви натижасида «Материаллар қаршилиги», «Иншоотлар назарияси», «Эластиклик ва ёйилучанлик назарияси» каби фанларнинг бутун бир комплекси юзага келди.

Ҳозирги вақтда қурилиш институтларида юқорида айтиб ўтилган барча фанлар ўрганилади. Уларни ўрганиш «Материаллар қаршилиги» курсидан бошланиб, унда қурилиш конструкцияларининг оддий элементларини ҳисоблаш асослари баён этилади. Айни вақтда қурилишда ишлатиладиган асосий материалларнинг хоссалари лабораторияларда тажриба йўли билан ўрганилади.

Қаттиқ жисм механикасининг ривожланиши қурилишга доир бошқа фанларнинг ривожланишида катта роль ўйнади. Яқин йиллар ичида СССР да қурилиш санъатини янги, янада юқори босқичга кўтариш имконини берадиган янги натижалар олинишига шубҳа йўқ.

2-§. АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР ВА ФАРАЗЛАР

Ҳар бир жисмда унга қўйилган кучлар таъсиридан унинг зарраларининг ўзаро жойлашуви ўзгаради, одатда, унинг ўлчамлари, ҳажми ва шакли ўзгаради, лекин бунда унинг таркибидаги моддаларнинг умумий миқдори ўзгармаганлиги туфайли, унинг массаси ўзгармасдан қолади. Бундай ҳолда жисм деформацияланди дейилади. Масалан, брус чўзилганида унинг узунлиги, эгилишда эса шакли; кўндаланг кесим юзаси доиравий бўлган валнинг буралишида — ҳажм ўлчамлари ва шакли ўзгармаса ҳам элементар зарраларнинг ўзаро жойлашиши ўзгаради.

Шундай қилиб, *деформация деганда, одатда, жисм ўлчамлари ва шаклининг ўзгаришига олиб келувчи жисм зарралари ўзаро жойлашиш ҳолатининг ўзгариши тушунилади.*

Материаллар қаршилигида «деформация» сўзи икки хил маънода қўлланади: жисмнинг умумий деформацияси ҳақида гап кетганида бу термин бутун жисм ёки бир қисмининг шакли ўзгаришини билдиради. Бу ҳолда «деформация» сўзи жисмда юз берадиган ўзгаришларни тушунтириш учун ишлатилади. Шу билан бирга элементар заррача ўрганилаётганида бу сўз бошқа маънода ишлатилади, нагрузка остида жисм зарраларининг бир-бирига нисбатан ўзаро жойлашишида миқдорий ўзгаришни билдиради (бу ҳақда 5-§ да батафсил ёзилган).

Деформацияни ҳосил қилувчи кучларни аста-секин камайтириб, кейинчалик бутунлай йўқотилса, жисм ўзининг дастлабки шаклини олишга интилади. Деформация бутунлай ёки қисман йўқолади.

Жисмларнинг нагрузка остида деформацияланиб, куч таъсири йўқотилгач, ўзининг дастлабки ҳолатига қайтиш хоссаси *эластиклик* дейилади. Нагрузка олиниши билан деформациянинг йўқоладиган қисми *эластик деформация* деб, *қоладиган қисми* эса *қолдиқ деформация* деб аталади.

Қолдиқ деформацияларнинг пайдо бўлиши *жисмнинг пластиклиги* билан боғлиқдир. Агар нагрузка таъсири олингач, деформация тамомила йўқолса (қолдиқ деформация нолга тенг бўлса), жисм *абсолют эластик* деб аталади.

Материалларнинг ёйилувчанлиги муҳим хоссалардан ҳисобланади. Бу масала XVI бобда батафсил ёритилган.

Баъзи материалларнинг эластиклик хоссалари барча йўналишларда бир хил бўлади. Бундай жисмлар *изотроп жисмлар* деб аталади. Шу билан бирга турли йўналишларда хоссалари турлича бўлган *анизотроп жисмлар* ҳам учрайди. Бундай жисмларга, масалан, ёғоч мисол бўла олади. Ёғочнинг толалари бўйлаб сиқилишдаги деформацияси толаларига кўндаланг сиқилишдагига нисбатан бир неча марта кичик бўлади.

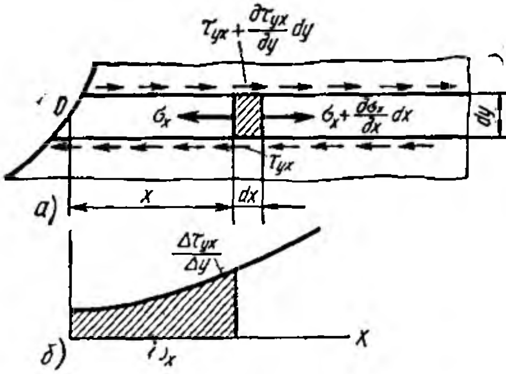
Ҳар қандай реал жисм бир жинслимасдир. Масалан, пўлат одатдаги температурада айрим қўшилмалар кўринишидаги феррит ва цементит зарраларидан ёки перлит деб аталадиган нозик механик аралашмалардан ташкил топади. Ферритнинг мустаҳкамлиги нисбатан кичик, лекин пластиклиги каттадир. Цементитнинг эса мустаҳкамлиги юқори бўлиб, пластиклиги кичикдир. Перлит мустаҳкамлик ва пластиклик қўшилиб келадиган муҳим хоссали аралашмадир.

Бошқа қурилиш материалларининг структураси янада мураккаброқ. Ҳисоблаш назариясини яратишда реал материалларнинг барча хоссаларини ҳисобга олиб бўлмайди, шунинг учун қатор фаразларга йўл қўйилади. Ҳар гал ҳисоблаш формулаларини келтириб чиқаришда қабул қилинган фаразлар тушунтирилиб, асослаб берилади. Лекин уларнинг баъзилари бутун курсга тегишли бўлганлигидан уларни курс бошланишида таърифлаб ўтиш мақсадга мувофиқдир. Бу фаразларни кўриб ўтамиз.

«Материаллар қаршилиги» курсида қуйидаги хоссаларга эга бўлган идеал жисм ўрганилади, чунончи бу жисм *яхлит* (ғоваксиз) ва *бир жинсли* деб қаралади. Бу чексиз кичик ҳажмда исталган нуқта атрофида олинган материал хоссалари нуқтанинг ўрнига боғлиқ эмаслигини билдиради; жисм *абсолют эластик* ҳисобланади.

Баъзи масалаларда бу фаразлардан четга чиқиш мумкин, бундай ҳолларда махсус тушунтириш берилади. Шунингдек, материал *эластик изотропияга* эга деб ҳисобланади, бошқача қилиб айтганда материалнинг *эластик хоссалари барча йўналишларда бир хил* бўлади.

Кўпгина ҳолларда конструкция элементларининг деформациялари катта бўлмайди. Шу сабабли айрим нуқталарнинг кўчиш миқдори система асосий ўлчамларига нисбатан жуда кичик бўлади. Бу ҳол ҳисоблашларни бирмунча соддалаштириш имконини беради.



129- расм

ифодада боғланган [бу ифодада (3.44) формуладаги $\varepsilon_x, \sigma_y, \sigma_z$ лар ўрнига $\varepsilon_3, \sigma_1, \sigma_2$ қийматларни қўйиб чиқарилган]. Ундан

$$\sigma_1+\sigma_2=-\frac{\Delta hE}{h\mu}. \quad (5.12)$$

Усул шундан иборатки, махсус асбоб билан керакли нуқталарда Δh лчанади. Сўнгра (5.12) га мувофиқ кучланишлар йиғиндиси топилади ҳамда уларнинг айирмаси $\sigma_1-\sigma_2$ маълум бўлса, ҳар бир кучланишни алоҳида топиш унча қийин эмас.

Бош кучланишларни ажратишнинг ҳисоблаш усулларидан бирини кўриб чиқамиз. Бу усул координата ўқларига параллел ўтказилган тўғри чизиқлар бўйлаб тақрибий интеграллашдан иборатдир. Штрихланган элементга таъсир этувчи кучларни x ўқига проекциялаб (129-расм, *а*) қуйидаги формулани оламиз:

$$\left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}dx\right)dy+\left(\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}dy\right)dx=0$$

ёки

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}=-\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}.$$

бу тенгликни x ўқи бўйлаб интеграллаб топамиз:

$$\sigma_x=\sigma_{x,0}-\int_0^x\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}dx. \quad (5.13)$$

x ўқига параллел бўлиб, бир-биридан Δy масофада жойлашган иккита чизиқ бўйлаб (5.11) формула бўйича τ_{yx} кучланиш топилади ва бу кучланишлар фарқи $\Delta\tau_{yx}$ нинг Δy га бўлинган қиймати графиги қурилади (129-расм, *б*). $\Delta\tau_{yx}/\Delta y$ қийматлар тахминан (5.13) интеграл остидаги $\partial\tau_{yx}/\partial y$ ҳосила билан алмаштирилади.

σ_x кучланишни тахминан

$$\sigma_x=\sigma_{x,0}-\omega_x$$

формула бўйича топамиз. Бу ерда $\sigma_{x,0}$ — интеграллаш бошланадиган нуқтадаги кучланиш (одатда контурдаги нуқта); ω_x — $\Delta\tau_{zx}/\Delta y$ графигининг юзи.

Худди шунга ўхшаш y ўқига параллел чизиқ бўйлаб интеграллаб σ_y кучланиш топилади.

Бош кучланишларни ажратишнинг бошқа усуллари ҳақида тўхталиб ўтирмаймиз.

Энди моделдан деталга ўтиш ҳақидаги масалага тўхталиб ўтамиз. Эластиклик назариясида текис масала шароитида бўлган жисмда кучланишларнинг тақсимланиши материалнинг эластиклик доимийларига (эластиклик модули E га, Пуассон коэффициенти μ га) боғлиқмаслиги исботланади. Демак, турли материаллардан ясалган деталь ва унинг моделида улар геометрик ўхшаш ва уларга таъсир қиладиган нагрузкалар ўхшаш бўлса, деформация ва кучланишларнинг тақсимланиш қонуни бир хил бўлади. Бу моделдаги кучланиш $\sigma_{\text{мод}}$ дан деталдаги уларга мос келувчи кучланиш σ га

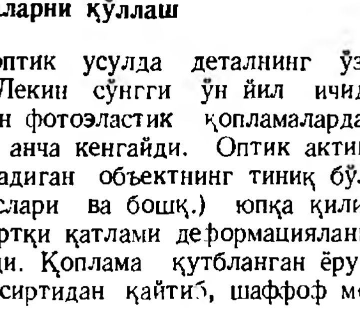
$$\sigma = \frac{h_{\text{м}}}{h}\cdot\frac{s_{\text{м}}}{s}\cdot\frac{P}{P_{\text{м}}}\cdot\sigma_{\text{мод}} \qquad (5.14)$$

формула бўйича ўтиш имконини беради. Бу ерда $h_{\text{м}}/h$ — модель ва деталь қалинликларининг нисбати; $s_{\text{м}}/s$ — модель ва деталь контурининг бир-бирига мос келувчи чизиқли ўлчамларининг нисбати; $P/P_{\text{м}}$ — деталь ва моделга тушадиган нагрузкаларнинг нисбати.

(5.14) формуласидан фойдаланиш мумкин бўлмайдиган ҳоллар (моделнинг кўп боғланишли контури, яъни тешиклари бўлган пластинканинг контури) ҳам бор, бундай ҳолларда юқоридаги формуладан тахминий формула (лекин бирмунча аниқроқ) сифатида фойдаланилади.

4. Фотоэластик қопламаларни қўллаш

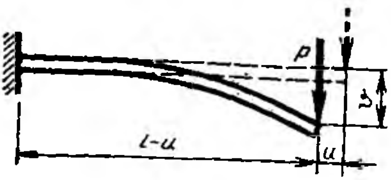
Юқорида қайд қилиб ўтилганидек, оптик усулда деталнинг ўзи эмас, унинг шаффоф модели синалади. Лекин сўнгги ўн йил ичида эпоксид смолалар асосида тайёрланадиган фотоэластик қопламалардан фойдаланиш туфайли бу усулни қўллаш анча кенгайди. Оптик активликка эга бўлган бундай қоплама синаладиган объектнинг тиниқ бўлмаган сиртига (металл, бетон, тоғ жинслари ва бошқ.) юпқа қилиб ёпиштирилади. Қоплама объектининг сиртқи қатлами деформацияланиши билан қоплама ҳам деформацияланади. Қоплама қутбланган ёруғлик билан нурлантирилади, нур деталь сиртидан қайтиб, шаффоф моделлар учун юқорида ёзилганидек, полосалар картинасини олиш имконини беради. 130-расмда, қопламани V шаклида нурлантириш деб аталадиган усул схемаси кўрсатилган (бу расмда *1* — ёруғлик манбаи, *2* — поляризатор, *3* — чорак тўлқинга тенг пластинка, *4* — фотоэластик қоплама, *5* — синаладиган объект, *6* — анализатор, *7* — кузатувчи).



130- расм

Фотоэластик қопламалардан фойдаланиш машина деталлари, қурилиш конструкциялари каби объектлардаги кучланишларни ҳам лаборатория, ҳам табиий шароитларда текшириш имконини беради.

Металл, бетон ва бошқа донадор структурали материалларда айрим дон атрофида деформацияларнинг тақсимланишини олиш имконини беради. Фотоэластик қопламалар усулининг ўзига хос томонларидан бири шундан



1- расм

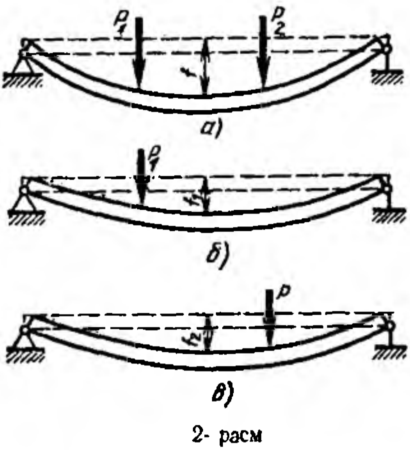
Масалан, бир учи қистириб қўйилган, иккинчи эркин учига тўпланган куч қўйилган балкани кўриб чиқамиз (1-расм). Куч таъсирида балка эгилади, куч қўйилган нуқта ҳам вертикал, ҳам горизонтал бўйича кўчади. Қистириб қўйилган таянчдаги момент қуйидагига тенг бўлади:

$$M = P(l - u).$$

Кўчиш u балка узунлиги (пролёт) l га нисбатан кичик бўлганлигидан уни назарга олмасдан, моментни қуйидаги формула бўйича ҳисобласа ҳам бўлади:

$$M = P \cdot l.$$

Навбатдаги фараз қуйидагидан иборат: таъсир қилаётган куч маълум миқдордан ошмаса, жисм *чизиқли деформацияланади* дейилади. Бу деформация таъсир қилаётган кучга пропорционал эканлигини билдиради. Агар жисмга бир неча куч таъсир этаётган бўлса ва бу кучлар бараварига бир неча марта орттирилса, деформация ҳам шунча марта ошади.



2- расм

Иншоот элементларини ҳисоблашда, кўпинча, кучлар таъсирининг мустақиллик принципидан фойдаланилади. Бу принцип юқорида қабул қилинган фараздан келиб чиқади. Бу принципнинг моҳияти қуйидагича: солқилик ёки реакция кучининг *бир неча куч таъсиридан ҳосил бўладиган қиймати ҳар қайси куч таъсиридан ҳосил бўладиган қийматлар йиғиндисига тенгдир.* Масалан, 2- расм, *а* да кўрсатилган балка учун P_1 ва P_2 кучлар таъсиридан K нуқтанинг солқилиги

$$f = f_1 + f_2$$

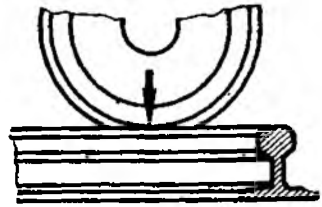
тенглик билан аниқланади. Бу ерда f_1 ва f_2 — ҳар қайси кучдан алоҳида ҳосил бўлган солқиликлар, улар 2- расм, *б*, *в* да кўрсатилган.

Жуда кам ҳолларда кучлар таъсирининг мустақиллик принципидан фойдаланиш мумкин бўлмайдиган масалалар учрайди. Бундай ҳолларда текстда махсус тушунтиришлар берилади.

3-§. НАГРУЗКА ТУРЛАРИ ВА ИНШООТ ЭЛЕМЕНТЛАРИНИНГ СХЕМАДА КЎРСАТИЛИШИ

Материаллар қаршилигида иншоотларга таъсир қиладиган нагрузкалар бир неча хилларга бўлинади.

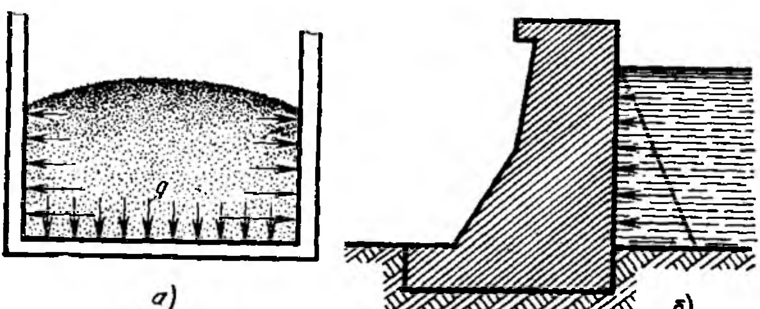
Тўпланган кучлар. Бу кучлар иншоотга кичик юзада, амалда шартли равишда нуқтада таъсир этади деб ҳисобланади. Бундай кучларга, масалан, рельс узун балка деб қаралса, ғилдирак тўғинининг рельсга босими (3- расм) киради. Шу билан бирга материалдаги маҳаллий деформациялар ўрганилаётганда куч таъсири аслида маълум контакт юзачаси орқали берилади деб қараш лозим.



3-расм

Келтирилган мисолдан кўриниб турибдики, тўпланган куч тушунчаси шартли тушунчадир. Қўйилган масалага қараб, бир нагрузканинг ўзи турлича тасвирланиши мумкин.

Тақсимланган нагрузка иншоотга маълум юза орқали берилади ва у юза бирлигига тўғри келадиган куч бирлиги билан, яъни тк/м², кгк / см², кгк/мм² ва ҳоказоларда ўлчанади. Халқаро ўлчов бирликлар системаси (СИ) да тақсимланган нагрузка юза бирлигига тўғри келадиган ньютонларда ўлчанади; Н/м². Бундай нагрузкаларга қорнинг том ёпмасига босими, доннинг идиш тубига ва силос минорасининг



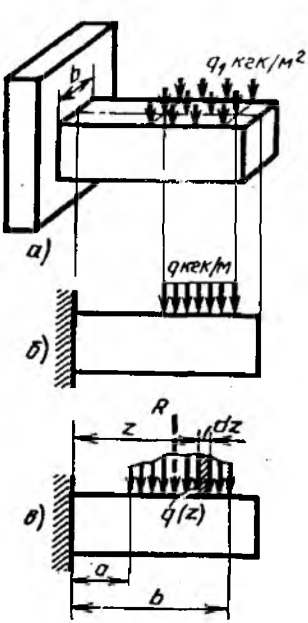
4- расм

деворларига босими (4 - расм, *а*), сувнинг тўғонга босими (4 - расм, *б*) каби нагрузкалар киради. Конструкциянинг кўпгина элементларини ҳисоблашда 5 - расм, *а* да кўрсатилгандек, юза бўйича тақсимланган нагрузка балканинг узунлик бирлигига тўғри келадиган нагрузка билан алмаштирилади. Узунлик бирлигига тўғри келадиган нагрузканинг интенсивлиги юза бўйича тақсимланган нагрузка интенсивлиги q_1 ни балка эни b_1 га кўпайтириб топилади:

$$q = q_1 b_1$$

ва шунинг учун бундай тақсимланган нагрузка интенсивлиги узунлик бирлигига тўғри келадиган куч бирлигида, яъни тк/м ёки кгк/м ларда ўлчанади. 5 - расм, *б* да текис тақсимланган нагрузка q, 5 - расм, *в* да эса нотекис тақсимланган нагрузка $q\ (z)$ кўрсатилган. Бирор қонун бўйича тақсимланган нагрузка dz оралиқда таъсир этаётган элементар кучлар йиғиндиси $q\,(z)\ dz$ сифатида топилади:

$$R=\int_a^b q(z)dz.$$



5- расм

Бу ифода тақсимланган нагрузканинг тенг таъсир этувчиси $q(z)$ нагрузкани ифодаловчи эгри чизиқ ҳамда бу куч қўйилган балка билан чекланган юзага тенг. Тақсимланган нагрузканинг бирор нуқтага нисбатан моменти ҳам элементар кучлар моментларининг йиғиндиси сифатида топилади. Масалан, 5 - расм, *в* да кўрсатилган ҳол учун қистириб маҳкамланган таянчга нисбатан куч моменти

$$M=\int_a q(z)\,qzdz$$

интеграл ёрдамида аниқланади.

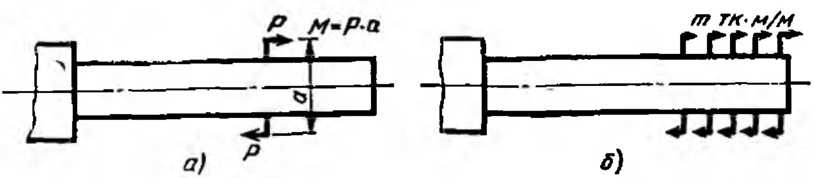
Бундан ташқари, тўпланган жуфт куч (6 - расм, *а*) ёки узунлик бўйича тақсимланган жуфт кучлар (6 - расм, *б*) кўринишидаги нагрузкалар ҳам учрайди. Кейинги ҳолда нагрузка интенсивлиги узунлик бирлигига тўғри келадиган момент қиймати билан аниқланади. Моментларнинг тенг таъсир этувчиси қуйидаги интеграл ёрдамида топилади:

$$M=\int m(z)\,dz.$$

Нагрузканинг вақт бўйича ўзгаришига қараб, статик ва динамик нагрузка хиллари бўлади. *Статик нагрузка* вақт бўйича шунчалик секин қўйиладики, конструкция нуқталари кўчишида уларнинг тезланишини, бинобарин, ҳаракат вақтида пайдо бўладиган инерция кучларини ҳисобга олмаса ҳам бўлади.

Статик нагрузкадан фарқли равишда *динамик нагрузка* жуда қисқа вақт ичида ўз қиймати ёки ҳолатини (ҳаракатланувчи нагрузка) ўзгартиради.

Иншоотга таъсир қилиш муддатига кўра доимий ва муваққат нагрузкалар ҳам бўлади. *Доимий* нагрузка деб, иншоотнинг бутун хизмат муддати давомида узлуксиз таъсир қиладиган нагрузкага айтилади. Унга конструкция оғирлиги мисол бўла олади. Муваққат нагрузка чекланган



6- расм

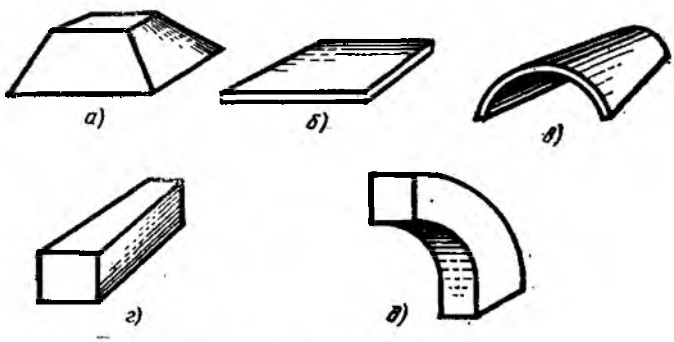
вақт оралиғида таъсир қилади. Унга поезднинг кўприкка босими, қор оғирлиги ва ҳоказолар мисол бўла олади.

Юқорида кўриб ўтилган кучлар жисм сиртига қўйилганлигидан улар сиртқи кучлар дейилади. Шунингдек жисмнинг бутун ҳажми бўйича тақсимланган ҳажмий кучлар ҳам учрайди. Уларга жисмнинг ўз оғирлиги, магнит тортиш кучи, инерция кучлари ва ҳоказолар киради.

Реал объектларни ҳисоблашда қор, шамол ва ҳоказолар таъсирида вужудга келадиган нагрузкаларни аниқлашга тўғри келади. Бундай нагрузкалар тасодифий табиатга эга. Улар иншоотнинг жойланиш ўрнига, жойнинг рельефига, иншоотнинг конструкцияси ва тузилишига боғлиқ бўлади.

Нагрузкаларнинг ҳисобий қийматларини аниқлаш учун қурилган объектларни текшириш жараёнида, табиий шароитларда ўлчанган қийматлар асосида йиғилган статистика маълумотларига асосланган махсус усуллар ишлаб чиқилган. Бу масалалар қурилиш институтларининг юқори курсларида ўқиладиган конструкциялар курсида ўрганилади.

Қурилиш конструкцияларида объектлар геометрик нуқтаи назардан бир неча хилларга бўлинади. 7-расм, *а* да барча ўлчамлари бир хил



7- расм

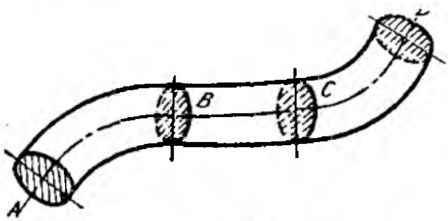
тартибга эга бўлган вазмин жисмлар тасвирланган. Бундай жисмлар қаторига бино устунлари ёки контакт тармоқлари таянчи остига қўйиладиган вазмин пойдеворлар мисол бўла олади.

7-расм, *б* да қалинлиги қолган икки ўлчамидан кичик бўлган пластина тасвирланган.

Пластиналар билан бир қаторда қобиқлар (7-расм, *в*) ҳам учрайди, уларнинг ташқи контурлари текисликлар билан эмас, эгри чизиқли сиртлар билан чегараланган бўлади. Қобиқнинг қалинлиги унинг қолган ўлчамларига нисбатан жуда кичик бўлади.

Қурилишда тўғри чизиқли (7-расм, *г*) ва эгри чизиқли (7-расм, *д*) стерженлар (бруслар) кўп учрайди. Стерженлар ўз навбатида балка, колонна, стойка каби хилларга бўлинади. Бу бўлиниш уларнинг конструкцияларда бажарадиган вазифаси билан боғлиқдир. Масалан, «балка» тушунчаси эгилишга ишлайдиган стерженлар учун, «колонна ва стойка» тушунчаси эса асосан сиқилишга ишлайдиган вертикал стерженлар учун ишлатилади.

Материаллар қаршилигида асосий эътибор курилишда кўп ишлатиладиган стерженлар ҳисобига қаратилган. Стерженнинг ўқи ва кўндаланг кесим юзаси унинг асосий геометрик элементлари ҳисобланади. Бу элементлар бир-бири билан ўзаро боғланган. Стержень ўқи бир томондан кўндаланг кесим юзаларининг оғирлик марказлари орқали ўтувчи чизиқ бўлса, иккинчи томондан кўндаланг кесим юзалари стержень ўқига перпендикуляр равишда ўтказилган текисликлар билан ҳосил қилинган кесимлардир.

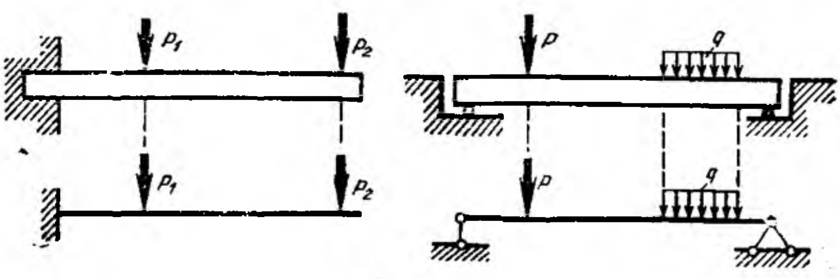


8- расм

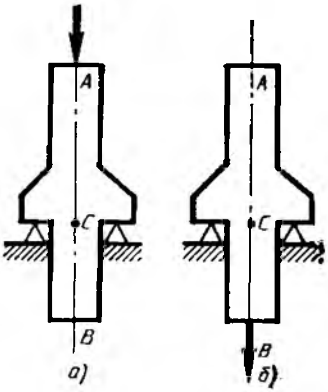
Стержень деганда текис шакл бирон эгри чизиқ бўйича ҳаракатланганда пайдо бўладиган, текис шаклнинг оғирлик маркази эгри чизиқ устида ётиб, шакл текислиги эса мазкур эгри чизиққа ушбу нуқтада ўтказилган уринмага доим перпендикуляр бўлган жисм тушунилади. Бунда эгри чизиқ стерженнинг ўқи, текис шакл эса унинг кўндаланг кесим юзаси ҳисобланади. 8-расмда *ABCD* ўқли эгри стержень кўрсатилган, унинг *A, B, C* ва *D* нуқталардаги кўндаланг кесимлари штрихланган текис шакллардир.

Стерженларнинг кўндаланг кесим юзалари узунлиги бўйлаб ўзгармас ёки ўзгарувчан бўлиши мумкин.

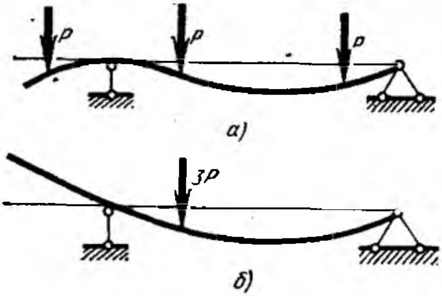
У ёки бу иншоотни ҳисоблаш учун аввало ҳисоб схемаси тузилади, сўнгра барча зарур ҳисоблашлар бажарилади. Масалан, 9-расмда иккита реал балка ва уларга мос келувчи ҳисоб схемалари кўрсатилган. Ҳар бир балка схематик равишда идеаллаштирилган таянчлар билан бирга битта ўқ чизиқ кўринишида тасвирланади. Ҳисоб схемаларини тузишда конструкциянинг ҳақиқий иш шароитидан баъзи чекинишларга рухсат этилади. Масалан, эркин ётувчи балка учлари маҳкамланган шарнирли таянчларда ишқаланиш бўлмайди. Балкага таъсир этувчи нагрузка, одатда, унинг ўқига таъсир этади, шунинг учун ҳисоблаш схемада нагрузканинг қўйилиш нуқтаси 9-расмда кўрсатилгандек аниқланади.



9- расм



10- расм



11- расм

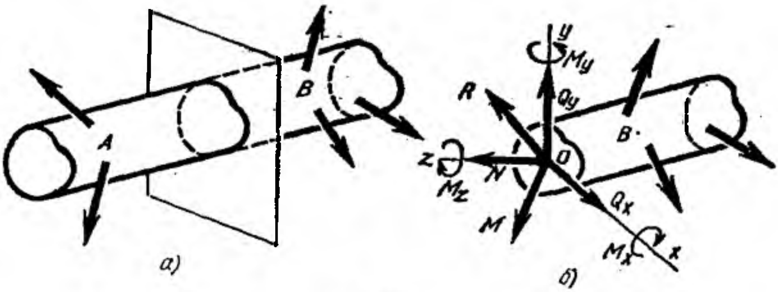
Ҳисоблаш схемаларини тузишда назарий механиканинг баъзи қоидаларидан фойдаланиб бўлмаслигини назарда тутиш лозим. Масалан, кучларни уларнинг таъсир чизиғи бўйлаб кўчириб бўлмайди, кучлар системасини тенг таъсир этувчиси билан алмаштириш мумкин эмас. Буни қуйидаги мисолларда тушунтириб ўтамиз. 10 - расм, *а* да стержень ва унинг *А* нуқтасига юқоридан қўйилган куч тасвирланган. Агар бу кучни тўғри чизиқ бўйлаб *В* нуқтага кўчирсак (10 - расм,*б*), стерженнинг мувозанати бузилмайди, *таянч нуқталардаги реакциялар ўзгармайди,* лекин стерженнинг иш характери кескин ўзгаради. Биринчи ҳолда стерженнинг *АС* участкаси сиқилади, пастки қисми эса юкланмайди. Иккинчи ҳолда эса стерженнинг юқори қисми юкланмасдан, пастки қисми чўзилади. Кучни таъсир чизиғи бўйича кўчириш стержень ишининг характерини кескин ўзгартиради, шунинг учун бунга йўл қўйиб бўлмайди.

Иккинчи мисол. Жисмнинг мувозанатини ўрганишда қўйилган куч группасини унинг тенг таъсир этувчиси билан ва аксинча, тенг таъсир этувчини ташкил этувчилар билан алмаштириш мумкин. Агар гап кўчишни аниқлаш ҳақида кетаётган бўлса, бундай қилиш мумкин эмас. Масалан, 11 - расм, *а* да учта бир хил куч қўйилган балка кўрсатилган. Бу кучларни, 11 - расм, *б* да кўрсатилгандек, тенг таъсир этувчи билан алмаштирсак, балканинг эгилиш шакли кескин ўзгаради; лекин таянч реакцияларини топишда бундай алмаштириш хатоликка олиб келмайди.

Мураккаб инженерлик иншоотларини ҳисоблашда ҳисоблаш схемасини тузиш лойиҳачидан катта санъат талаб қилади.

4 - §. СТЕРЖЕНДАГИ ИЧКИ КУЧЛАР ВА УЛАРНИ АНИҚЛАШ

Нагрузка таъсиридан стержень деформацияланганда жисмнинг элементар зарраларининг ўзаро жойлашиши ўзгаради, натижада ундаги ички кучлар ҳам ўзгаради. Ички кучлар ўз табиатига кўра жисм зарраларининг ўзаро таъсирини билдиради, улар жисмнинг бир бутунлигини ҳамда деформацияларининг биргаликда содир бўлишини таъминлайди. Бу кучларни топиш учун кесиш усулидан фойдаланилади; мувозанатдаги стержень бўйлама ўқига перпендикуляр бўлган текислик билан қирқилиб икки қисмга ажратилади ҳамда бир бўлагининг, масалан, *B* қисмининг мувозанати текширилади (12-расм, *a*).



12- расм

B қисмга ташлаб юборилган бўлак томонидан бутун кесим бўйича тақсимланган ички кучлар системаси таъсир қилади. Бу системани умумий ҳолда битта бош векторга тенг *R* кучга ва битта бош моментга тенг *M* жуфтга келтириш мумкин.

Стерженлардаги ички кучларни ўрганишда стерженни бўйлама ўқига перпендикуляр равишда қирқиш тавсия этилади. Координаталар бошини кесимнинг оғирлик марказида жойлаштириб, *x*, *y* ва *z* ўқлар системасини танлаймиз, бунда *Oy* ва *Ox* ўқлари кесим текислигида ётади. Бош векторни координата ўқлари бўйича учта ташкил этувчи N, Q_x, Q_y га, бош момент *M* ни эса учта M_x, M_y, M_z га ажратамиз (12-расм, *б*).

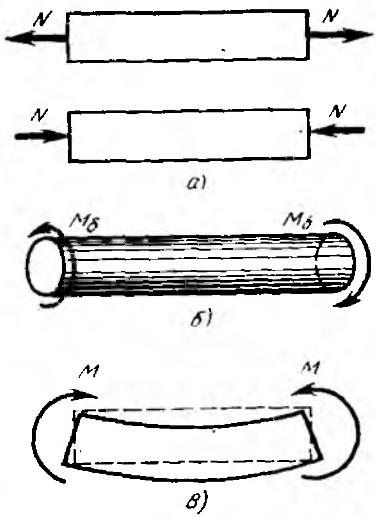
Шундай қилиб ҳосил қилинган қийматлар ички кучларнинг компонентларини билдиради, улар ***ички куч факторлари*** ёки оддийгина қилиб ***ички кучлар*** деб аталади. Бу кучларнинг ҳар бирининг ўз номи бор: кесимга перпендикуляр равишда қўйилган *N* кучи ***бўйлама куч*** деб, стержень ўқига перпендикуляр қўйилган Q_x ва Q_y кучлар ***кўндаланг кучлар*** деб аталади. M_x ва M_y моментлар ***эгувчи моментлар*** деб, M_z эса ***буровчи момент*** деб аталади.

Жисмнинг деформацияси жуда кичик бўлганлигидан унинг қирқиб олинган бўлагини абсолют қаттиқ деб ҳисоблаш мумкин. Бу эса назарий механика курсидаги абсолют қаттиқ жисмлар учун чиқарилган мувозанат тенгламаларидан фойдаланиш имконини беради.

Юқорида қайд қилинган куч факторларини ҳисоблашда қирқим текислигига нисбатан бир томонда ётган бўлак учун олтита мувозанат тенгламаларини ёзиш етарлидир:

$$\sum X = 0; \qquad \sum m_x = 0;$$
$$\sum Y = 0; \qquad \sum m_y = 0;$$
$$\sum Z = 0; \qquad \sum m_z = 0.$$

Дастлабки учта тенгламадан N, Q_x, Q_y кучларни хисоблаш мумкин. Охирги учта тенгламадан эса эгувчи ва буровчи моментлар топилади.



13- расм

Стерженга мураккаб нагрузкалар таъсир этганда, унинг кўндаланг кесим юзаларида ички кучларнинг бир йўла барча олтита компонентлари пайдо бўлади. Материаллар қаршилигида нагрузка остидаги стержень ишини ўрганиш оддий кучлар таъсирини ўрганишдан бошланади (13- расм).

Агар стерженнинг қирқиб олинган бўлагига таъсир этувчи ташқи кучлар стержень ўқи бўйлаб йўналган тенг таъсир этувчига келтирилса, стержень кўндаланг кесим юзасида фақат бўйлама куч N пайдо бўлади, қолган ички кучлар эса нолга тенг бўлади. Бундай ҳол да ч ў з и л и ш ёки с и қ и л и ш рўй беради (13-расм, *а*), бунда стержень ч ў з и л а д и ёки қ и с қ а р а д и, унинг ўқи эса тўғри чизиқлигича қолади.

13- расм, *б* да бруснинг б у р а л и ш ҳолати кўрсатилган, бунда унинг кўндаланг кесим юзаларида фақат б у р о в ч и м о м е н т л а р пайдо бўлади. Буралишда ҳам стержень ўқи тўғри чизиқлигича қолади, кўндаланг кесим юзалари бир-бирига нисбатан ўқ атрофида маълум бурчакка б у р и л а д и.

13-расм, *в* да с о ф э г и л и ш кўрсатилган бўлиб, бунда стерженнинг барча кесим юзаларида фақат э г у в ч и м о м е н т г и н а пайдо бўлади, стержень ў қ и э г р и л а н а д и.

Кейинчалик соф силжиш тушунчасига ҳам дуч келамиз, у IV бобда батафсил ўрганилади.

Чўзилиш, буралиш ва эгилиш II, VII ва VIII бобларда ўрганилади. Қайд қилинган оддий ҳоллар асосида кейинги бобларда стержень кесим юзаларида битта эмас, бир йўла бир неча куч факторлари пайдо бўладиган ҳоллар ўрганилади.

5-§. НУҚТА КУЧЛАНИШИ ВА ДЕФОРМАЦИЯЛАРИ ҲАҚИДА ТУШУНЧАЛАР

Жисмнинг яхлитлиги ҳақида аввал қабул қилинган чекланиш асосида ички кучлар бутун кесим юзаси бўйича узлуксиз тақсимланган деб ҳисоблаш мумкин. Ихтиёрий K нуқта атрофида ΔF кичик юзача ажратиб, бу юзачага таъсир этаётган ички кучлар тенг таъсир этувчисини ΔR билан белгилаймиз (14-расм, *а*).

$$\frac{\Delta R}{\Delta F} = p_{ўр}$$

нисбат ушбу майдончадаги ўртача кучланишни билдиради. Агар ΔF юзачани камайтира борсак, лимитда нуқтадаги кучланишни оламиз:

$$\lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta R}{\Delta F} = p.$$

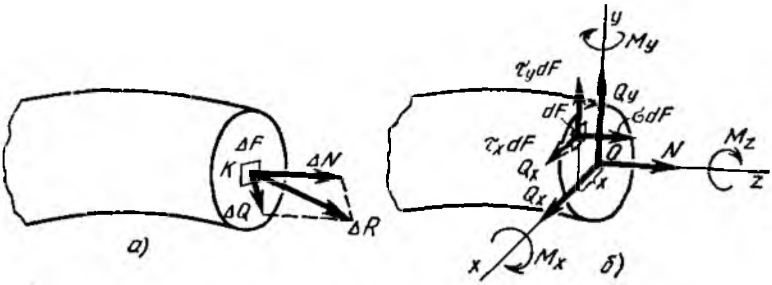
Агар ΔR кучни иккита, яъни бўйлама ΔN ва уринма ΔQ ташкил этувчиларга ажратсак, нормал ва уринма кучланишларни топиш мумкин:

$$\lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} = \sigma; \qquad \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta F} = \tau.$$

Кучланиш юза бирлигига тўғри келадиган куч бирликларида ўлчанадиган ички кучлар интенсивлигини билдиради (кгк/см², кгк/мм², тк/м²).

Уринма кучланишнинг йўналишлари турлича бўлганлигидан битта уринма кучланиш ўрнига Ox ва Oy ўқлари бўйлаб йўналган иккита τ_x ва τ_y уринма кучланишларни топиш қулайдир.

Стержень кўндаланг кесимида пайдо бўладиган кучланишлар билан ички кучлар орасидаги боғланишни аниқлаймиз. Бунинг учун



14- расм

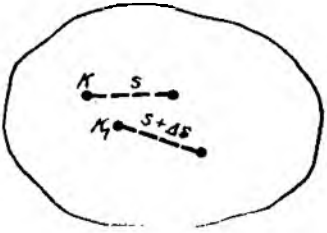
кесим юзасида чексиз кичик юзача dF ажратамиз ва унга σdF, $\tau_y dF$, $\tau_x dF$ элементар кучларни қўямиз (14-расм, *б*).

Бу элементар кучларнинг проекцияларини ҳамда уларнинг Ox, Oy, Oz ўқларга нисбатан моментларини жамлаб, қуйидагиларни топамиз:

$$N = \int_F \sigma dF; \qquad M_x = \int_F y \sigma dF;$$
$$Q_y = \int_F \tau_y dF; \qquad M_y = \int_F x \sigma dF;$$
$$Q_x = \int_F \tau_x dF; \qquad M_z = \int_F (\tau_y x - \tau_x y) dF.$$

Интеграл остидаги «F» белгиси интеграллаш кўндаланг кесимнинг бутун юзаси бўйича бажарилишини билдиради. Келтирилган формулалар кесим юзаси бўйича кучланишнинг тақсимланиш қоидаси маълум бўлса, ички кучларни топиш имконини беради. Фақат мана шу тенгламалар ёрдамида тескари масалани ечиб бўлмайди, масалан, маълум N га нормал кучланишларнинг кесим бўйича турлича тақсимланиш қонунлари мос келиши мумкин. Материаллар қаршилигининг асосий масалаларидан бири кучланишни ички кучлар тенг таъсир этувчиси орқали топишдир. Бу масалани мувозанат шартлари биланруснинг деформацияланиш шартлари биргаликда кўрилганда ечиш мумкин.

K нуқтадаги деформацияни топиш учун ушбу нуқтадан ихтиёрий йўналишдаги кичик кесма s ни кўриб чиқамиз (15-расм). Деформация натижасида K нуқта K_1 нуқтага сурилади, s кесма эса Δs қийматга чўзилади ва ўз йўналишини ўзгартиради.



15- расм

$\lim \frac{\Delta s}{s} = \varepsilon$ лимит s йўналиш бўйича K нуқтадаги *нисбий чизиқли деформация* дейилади. Агар K нуқтадан O_x, O_y, O_z координата ўқларига параллел учта ўқлар ўтказилса, бу ўқлар бўйича йўналган чизиқли деформациялар мос равишда ε_x, ε_y, ε_z ларга тенг бўлади. Деформацияланиш натижасида K нуқтадан чиқувчи dx, dy, dz кичик кесмалар орасидаги тўғри бурчаклар γ_{xy}, γ_{xz}, γ_{yz} кичик бурчакларга ўзгаради. Тўғри бурчакларнинг бундай ўзгариши K нуқтадаги *бурчак деформациялари* дейилади.

Шундай қилиб, исталган нуқтада учтадан чизиқли ва учта бурчак деформацияларининг компонентлари бўлади.

II БОБ

ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

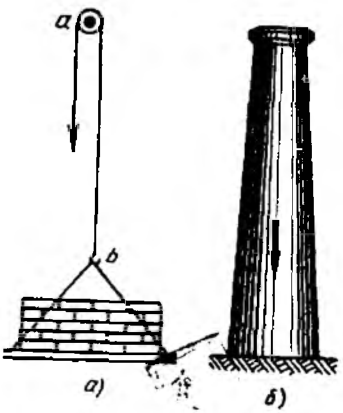
6-§. БЎЙЛАМА КУЧЛАР ВА УЛАРНИНГ ЭПЮРАЛАРИ

Чўзилиш ва сиқилиш қурилиш конструкциялари ва машина элементларида тез-тез учраб туради. Масалан, кўтаргичнинг ab тросида (16-расм, a), автомобилни шатакка олишда ишлатиладиган тросда чўзилиш, фабрика трубасида ўз оғирлигидан (16-расм, $б$), бино томини ушлаб турувчи колонналарда сиқилиш пайдо бўлади.

Стерженларнинг маҳкамланиш турига ва нагрузкаларнинг таъсир этиш характерига қараб турли хил чўзилиш ёки сиқилишлар пайдо бўлиши мумкин.

Агар стержень кўндаланг кесим юзасидаги ички кучлар бўйлама куч N дан иборат битта ички кучга келтирилса ҳамда бошқа барча ички кучлар нолга тенг бўлса, соф (марказий) чўзилиш ёки сиқилиш рўй беради.

Ушбу бобда марказий қўйилган бўйлама кучларгина ўрганилади. Чўзилиш ёки сиқилишнинг бошқа анча мураккаб хиллари XI бобда кўриб ўтилади.



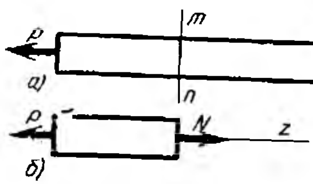
16- расм

Стерженнинг четка учларига ёки оралиқ кесимларига қўйилган чўзилиш ёки сиқилишни пайдо қилувчи ташқи кучлар стержень ўқи бўйлаб йўналган бўлиши ёки бу ўқ бўйлаб йўналган тенг таъсир этувчига келтирилиши лозим.

Бўйлама кучни топиш учун кесиш усулидан фойдаланилади. Бунда стержень унинг ўқига перпендекуляр бўлган текислик билан қирқилиб, икки қисмга ажратилади деб фараз қиламиз. Бир қисмнинг иккинчисига таъсири бўйлама куч N билан алмаштирилади ва у иккала қисмдан биронтасининг мувозанат шартидан топилади.

N кучи чўзувчи характерга эга бўлса (кесимдан йўналган бўлса), шартли равишда мусбат ишорали, сиқувчи характерга эга бўлса (кесимга қараб йўналган бўлса), манфий ишорали олинади.

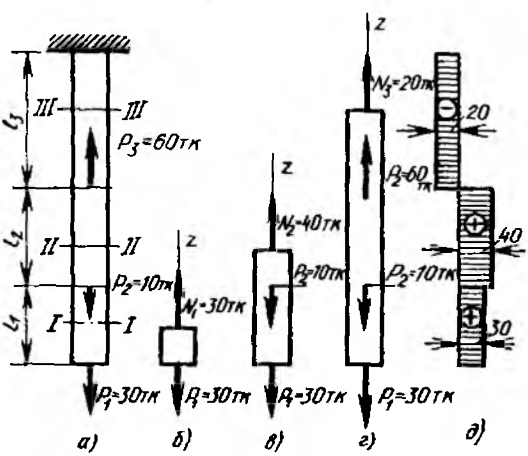
N кучининг йўналиши номаълум бўлса, уни мусбат ишорали қилиб олиш мақсадга мувофиқдир. Мувозанат тенгламаларини ечганда N кучи «+» ишорали чиқса, стерженнинг ушбу кесими чўзилади, агар «—» ишорали чиқса, сиқилади. Масалан, 17-расм, *а* да тасвирланган стерженнинг $m-n$ кесимидаги бўйлама кучни топиш учун қирқиш текислигининг чап томонидаги бўлагининг мувозатини (17-расм, *б*) текширамиз. Бунинг учун $\sum Z = 0$ тенгламасини тузамиз: $N - P = 0$; $N = + P$. «+» ишораси стержень чўзилишга ишлаётганлигини билдиради.



17- расм

Мураккаб ҳолларда ички кучлар эпюрасини қуриш мақсадга мувофиқдир. Ҳар бир ординатаси ушбу кесимдаги бўйлама куч қийматига тенг бўлган график *бўйлама куч N эпюраси* деб аталади. Эпюра одатда стержень ўқига параллел бўлган базис чизиқ атрофида қурилади.

N эпюрасини қуриш учун стержень узунлиги бўйича бўйлама кучнинг ўзгариш қонунини аниқлаш ва бир неча юзаларида N қийматини топиш керак бўлади. Масалан, 18-расм, *а* да тасвирланган стержень учун l_1, l_2 ва l_3 участкалардаги нормал кучлар турличадир, улар 18-расм, *б*, *в*, *г* да кўрсатилган қирқиб олинган бўлакларнинг мувозанатидан топилади. Ҳар бир қисм учун статиканинг $\sum Z = 0$ тенгламасини тузиб, $N_1 = 30$ тк, $N_2 = 40$ тк, $N_3 = -20$



18- расм

тк топилади. Ҳар бир участка узунлиги бўйлаб бўйлама куч ўзгармайди, шунинг учун ҳам ажратиб олинган бўлакнинг мувозанат шарти, демак, бўйлама куч N_1 миқдори, масалан, I — I кесими l_1 участка чегарасида сурилганда ўзгармайди. Қўрилаётган мисол учун бўйлама куч эпюраси 18-расм, *д* да кўрсатилган.

Агар интенсивлиги p бўлган ташқи нагрузка стержень ўқи бўйлаб қандайдир қонун бўйича тақсимланган бўлса, N эпюрасини қуриш бирмунча қийинроқ бўлади (19- расм, *а*, *б*). Бу масалани ечиш учун бир-биридан dz масофада жойлашган иккита текислик билан қирқиб олинган чексиз кичик элементнинг мувозанатини кўриб чиқамиз (19- расм, *в*). Ажратиб олинган элементнинг пастки кесимига N ички кучини, юқори кесимига эса $N + dN$ кучини қўямиз. Стержень ажратиб олинган элементининг $\sum Z = 0$ мувозанат шартидан топамиз:

$$N + dN - N - pdz = 0$$

ва

$$\frac{dN}{dz} = p. \tag{2.1}$$

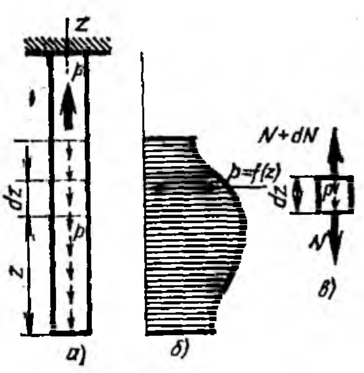
Бундан

$$N_z = \int_0^z pdz, \tag{2.2}$$

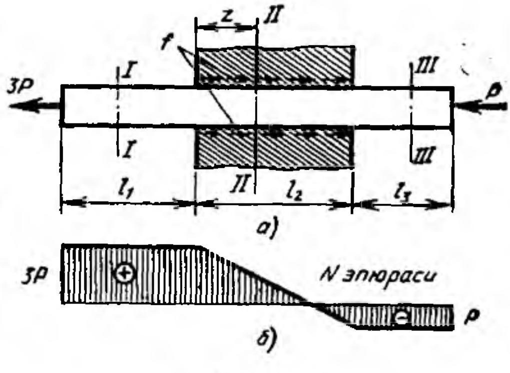
(2.2) ифодадан кўриниб турибдики, исталган кесимдаги бўйлама кучнинг миқдори ажратиб олинган қисмга таъсир этувчи барча ташқи кучларнинг стержень ўқига проекцияларининг йиғиндисига (интегралига) тенг бўлади.

Бу қоида стерженга тўпланган кучлар таъсир этганда ҳам ўз кучида қолади. Шунинг учун бундан буён N эпюрасини қуришда стерженнинг қирқиб олинган бўлагини тасвирлаб ўтирмаймиз, балки юқорида қайд қилинган қоида асосида бўйлама куч қийматини бир йўла ёзиб кетаверамиз.

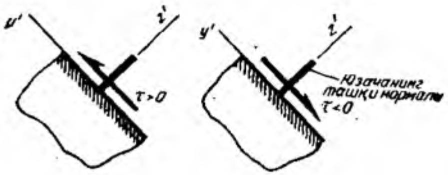
(2.1) дифференциал боғланиш N эпюра тўғри қурилганлигини текшириш имконини беради. Масалан, стерженнинг ташқи нагрузка



19- расм



20- расм



71- расм

ланишлар мусбат ишорали. Қия юзачалар учун ҳам ушбу ишоралар қондасига амал қиламиз, лекин уринма кучланишларнинг ишоралари қия z', y' ўқларга нисбатан олинади (71- расм). Шуни қайд қилиш керакки, координата ўқлари 90° га бурилганида уринма кучланишларнинг ишораси тескарисига ўзгаради, келгусида бунга, албатта эътибор бериш керак.

Нуқтанинг текис кучланиш ҳолати анализ қилинганида σ_z, σ_y ва τ_{zy}, τ_{yz} кучланишлар қиймати бўлиб, *берилган кучланишлар* деб аталади.

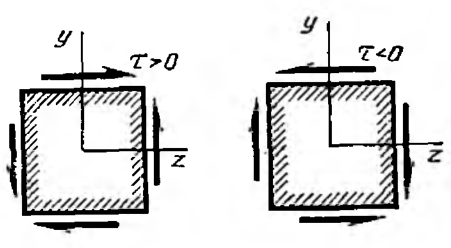
22- §. УРИНМА КУЧЛАНИШЛАРНИНГ ЖУФТЛИК ҚОНУНИ

Жисмдан ажратиб олинган параллелепипед (70- расм) унинг ёқларига таъсир қилувчи кучлар таъсиридан мувозанатда бўлиши керак. Параллелепипед қирраларининг узунлигини dz, dy га zy текисликка перпендикуляр йўналишдаги элемент қалинлигини бирга тенг деб ҳисоблаймиз. Параллелепипеднинг бирор ёғига таъсир этувчи куч тегишли кучланишнинг ёқ юзасига кўпайтирилганига тенг, масалан, τ_{zy} $d_y \cdot 1$. Шуниси маълумки, параллелепипеднинг ёқларига таъсир этувчи нормал зўриқиш кучлари ўзаро мувозанатда бўлади. Мазкур ёқлардаги уринма зўриқиш кучлари иккита жуфт кучни ҳосил қилади; τ_{zy} dy кучнинг елкаси dz, τ_{yz} dz кучнинг елкаси эса dy га тенг, уларнинг моментлари йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак:

$$(\tau_{zy}\, dy)\, dz - (\tau_{yz}\, dz)\, dy = 0,$$

бундан

$$\tau_{zy} = \tau_{yz}. \tag{3.1}$$



72- расм

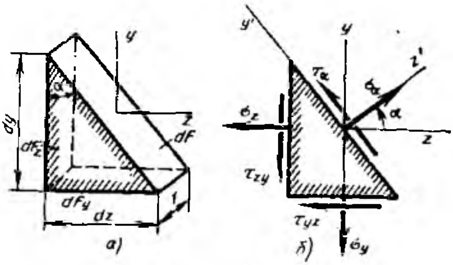
Элементар параллелепипед ихтиёрий жойлашган бўлиши мумкин, шунинг учун (3.1) ифода *уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни* деб аталадиган умумий қоидани ифодалайди. Исталган иккита ўзаро перпендикуляр юзачалардаги уринма кучланишлар миқдор жиҳатдан ўзаро тенг бўлиб, элементни қарама-қарши томонга айлантиришга интилади.

Демак, текис кучланиш ҳолатида уринма кучланишлар икки хил вариантда таъсир қилиши мумкин (72- расм).

23-§. ТЕКИС КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИДА ҚИЯ ЮЗАЧАЛАРДАГИ КУЧЛАНИШЛАР

Бунда параллелепипеднинг юкланмаган ёгига перпендикуляр бўлган қия юзачалардаги кучланишларни текширамиз.

70- расмда кўрсатилган элементар параллелепипедни zy текислигига перпендикуляр бўлган қия текислик билан қирқиб, элементар учбурчак призма ажратиб оламиз (73- расм, a). Қия юзачанинг ва у билан боғлиқ бўлган z', y' ўқларнинг ҳолатини α бурчак билан белгилаймиз. Агар бурилиш бурчаги z ўқидан y ўкига энг қисқа бурчак йўли орқали ўтишда ҳосил бўлса, мусбат $(\alpha > 0)$ ҳисобланади. Қабул қилинган z, y ўқлар учун бурилиш соат стрелкаси ҳаракатига қарши йўналишда ҳосил қилинса, $\alpha > 0$.



73- расм

73- расм, a дан

$$\left.\begin{aligned} dF_z &= 1\cdot dy = dF\cos\alpha, \\ dF_y &= 1\cdot dz = dF\sin\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (3.2)$$

тенгликлар ҳосил бўлади. Қия юзачадаги σ_α ва τ_α кучланишларни учбурчак призма мувозанатидан топамиз. 73- расм, $б$ да z', y' ўқларда τ_α нинг мусбат йўналиши кўрсатилган. Призмага таъсир қилаётган барча кучларни навбати билан z' ва y' ўқларга проекциялаб қуйидагиларни оламиз;

$$\sigma_\alpha\cdot dF - \sigma_z dF_z\cos\alpha - \sigma_y dF_y\sin\alpha - \tau_{zy} dF_z\sin\alpha - \tau_{yz} dF_y\cos\alpha = 0;$$

$$\tau_\alpha\cdot dF + \sigma_z dF_z\sin\alpha - \sigma_y dF_y\cos\alpha - \tau_{zy} dF_y\cos\alpha + \tau_{yz} dF_z\sin\alpha = 0.$$

Бу ердаги dF_z ва dF_y лар ўрнига (3.2) дан уларнинг қийматларини қўйиб dF га қисқартирамиз. Сўнгра (3.1) га мувофиқ $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ $2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = \sin 2\alpha$, $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$ эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини топамиз;

$$\sigma_\alpha = \sigma_z\cos^2\alpha + \sigma_y\sin^2\alpha + \tau_{zy}\sin 2\alpha; \qquad (3.3)$$

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{zy}\cos 2\alpha. \qquad (3.4)$$

Баъзан (3.3) формуласи бирмунча бошқача кўринишда ишлатилади; бунинг учун қуйидаги тригонометрик тенгликлардан фойдаланилади:

$$\left.\begin{aligned} \cos^2\alpha &= \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha); \\ \sin^2\alpha &= \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha). \end{aligned}\right\} \qquad (3.5)$$

қўйилмаган участкаларида ($p = 0$) эпюра ўқ чизиққа параллел чизиқ билан ифодаланади. Текис тақсимланган нагрузка қўйилган стержень участкаларида эпюра чизиқли қонун бўйича ўзгаради. Агар ўқ бўйича йўналган ташқи нагрузка чизиқли қонун бўйича ўзгарса, N эпюраси квадрат парабола кўринишига эга бўлади.

Мисол. l_2 участкаси деворга қисиб қўйилган стержень учун N эпюраси қурилсин (20-расм, a), бунда қисиб қўйилган участкада стерженга девор томондан текис тақсимланган ишқаланиш кучи таъсир қилади деб, тахмин қилинади.

Ечим. Ишқаланиш кучининг интенсивлигини f билан белгилаймиз. Брус учун тузилган $\sum Z = 0$ мувозанат тенгламасидан қуйидагиларни топамиз:

$$-3P - P + fl_2 = 0; \; f = \frac{P}{l_2}$$

I — I кесим учун N_1 ички кучи қирқимга нисбатан чап томонда ётган кучнинг «+» ишорали (куч I — I кесимдан йўналганлиги учун) қийматига тенг бўлади.

II-II кесим учун стерженнинг $3P$ ва ишқаланиш кучининг fz тенг таъсир этувчиси таъсир этаётган чап бўлагининг мувозанат шартидан $N_2 = 3P - fz = 3P - \frac{4P}{l_2}z$ ни топамиз. Иккинчи участкадаги N_2 кучи чизиқли қонун бўйича ўзгаради: $z = 0$ бўлганда $N_2 = 3P$; $z = l_2$ бўлганда $N_2 = 3P - 4P = -P$ бўлади.

Олинган иккита ордината бўйича l_2 участка учун қурилган N эпюра 20-расм, $б$ да кўрсатилган.

III-III кесим учун стерженнинг ўнг томони мувозанатини текшириш қулайдир. Унинг мувозанат тенгламасидан $N_3 = -P$ топилади.

7-§. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДА КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ. ГУК ҚОНУНИ

Аввал учларига текис тақсимланган, стержень ўқига параллел йўналган ташқи нагрузка қўйилган призматик стерженнинг оддий чўзилиш ҳолини текширамиз (21-расм a). Стержень кўндаланг кесимининг юзи F. Стержень ҳар бир учидаги ташқи нагрузканинг тенг таъсир этувчиси P га тенг ва у торец кесимининг оғирлик марказига қўйилган. Ихтиёрий $m - n$ кесимнинг оғирлик марказига қўйилган нормал куч (21-расм, $б$) қуйидагига тенг:

$$N = P.$$

N куч стержень кўндаланг кесимининг чексиз кичик юзачасига таъсир этувчи σdF ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси ҳисобланади:

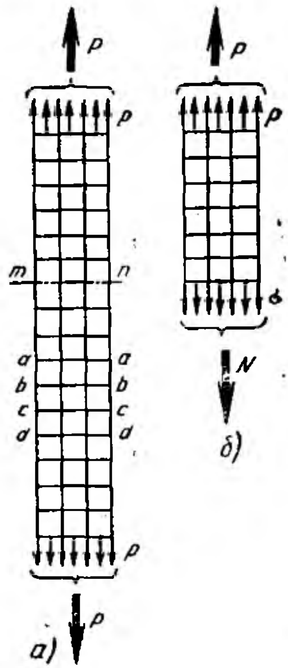
$$N = \int_F \sigma \, dF. \tag{2.3}$$

Лекин (2.3) формуладан нормал кучланиш σ нинг кўндаланг кесим юзаси бўйича тақсимланиш қонунини топиб бўлмайди, яъни σ ни топиш учун битта мувозанат тенгламасининг ўзи етарли эмас.

Тажриба шуни кўрсатадики, брус сиртига ўзаро перпендикуляр бўлган чизиқлар ўтказилса (21-расм, a), стержень юклангач, $a - a$, $b - b$, $c - c$, $d - d$ кўндаланг чизиқлар ўз-ўзига параллел равишда сурилади. Агар стержень, юпқа бўйлама призматик элементлар йиғиндисидан ташкил топган деб фараз қилинса, сиртқи бўйлама элементлар бир хил ўлчамга чўзилар экан. Ички бўйлама элементлар ҳам бир хил чўзилади, яъни кўндаланг кесимлар бошланғич ҳолатига нисбатан параллел кўчади, деб фараз қилиш ҳам табиийдир. Бу голланд олими Д. Бернулли томонидан биринчи марта айтилган текис кесимлар гипотезасига мос келади. Бу гипотезага кўра *деформациягача текис бўлган кесимлар деформациядан кейин ҳам текислигича қолади.* Бернулли гипотезаси материаллар қаршилиги масалаларида кенг қўлланилади.

Стерженни ташкил этувчи барча бўйлама элементлар бир хил шароитда бўлганлигидан кўндаланг кесим юзасининг барча нуқталаридаги нормал кучланишлар бир хил бўлади, яъни $\sigma = \text{const}$ шунинг учун (2.3) формуладан қуйидагилар олинади:

$$N = \sigma F, \qquad \sigma = \frac{N}{F}. \tag{2.4}$$



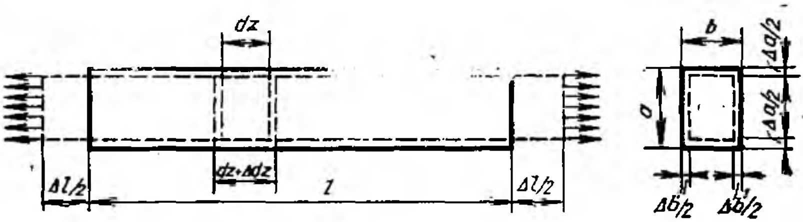
21- расм

Баён этилган барча фикрлар ва (2.4) формуласи сиқилган қисқа стерженлар учун ҳам қўлланилиши мумкин*, улар чўзилган стерженлардан бўйлама кучнинг ишораси билан фарқ қилади.

Призматик стерженларнинг чўзилиши ва сиқилишида пайдо бўладиган деформацияларни кўриб чиқамиз. Стержень чўзилганида унинг узунлиги ортади, кўндаланг ўлчамлари эса қисқаради. Сиқилишда эса аксинча, стержень узунлиги қисқариб, кўндаланг кесим ўлчамлари ортади. 22-расмда чўзилган стерженнинг деформацияланган кўриниши пунктир билан кўрсатилган.

Стержень дастлабки узунлигининг ўзгариши Δl абсолют чўзилиш дейилади, у узунлик бирликларида ўлчанади.

Стерженден хаёлан узунлиги dz бўлган чексиз кичик элемент қирқиб оламиз. Нагрузка таъсиридан у Δdz га чўзилади. Бу элементнинг бўйлама чизиқли деформацияси қуйидагига тенг бўлади (5- § га қаранг):



22- расм

* Узун стерженлар сиқилганида улар бир томонга қавариб чиқади. Бу ҳодиса XV бобда ўрганилади.

Бош юзачада уринма кучланишлар бўлмайди. Бу ерда таъсир этувчи бош кучланишни σ орқали белгилаймиз. Кучларнинг x ўқига проекцияларининг йиғиндиси

$$\sigma l - \sigma_x l - \tau_{yx} m - \tau_{zx} n = 0$$

га тенг бўлади.

Барча кучларни y ва z ўқларига ҳам проекциялаб, яна шунга ўхшаш иккита тенглама оламиз. Шундай қилиб, тетраэдрнинг учта мувозанат тенгламасига эга бўламиз:

$$\left.\begin{aligned} &(\sigma_x - \sigma)' + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n = 0, \\ &\tau_{xy} l + (\sigma_y - \sigma) m + \tau_{zy} n = 0, \\ &\tau_{xz} l + \tau_{yz} m + (\sigma_z - \sigma) n = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (a)$$

(а) тенгламаларни l, m ва n номаълумларга нисбатан бир жинсли тенгламалар системаси деб қараш мумкин. ν нормалнинг йўналтирувчи косинуслари ўртасида қуйидаги боғланиш мавжуд:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1, \qquad (б)$$

Шунинг учун улар, бир йўла нолга тенг бўлиши мумкин эмас. Олий алгебрадан маълумки, бунда (а) системанинг детерминанти нолга тенг бўлиши керак, яъни

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0.$$

Детерминантни очиб, куб тенгламага эга бўламиз:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0. \qquad (3.22)$$

Бу тенгламанинг учта илдизи учта бош кучланиш σ_1, σ_2 ва σ_3 ни билдиради (детерминант Δ нинг симметрияга эга эканлигига асосланиб, уларнинг учаласи ҳам берилган кучланиш σ_x, σ_y ва ҳоказоларнинг исталган қийматларида ҳақиқий бўлишини исботлаш мумкин).

(3.22) тенгламанинг коэффициентлари

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \\ I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{yx}^2 - \tau_{zx}^2 - \tau_{zy}^2, \\ I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z - \sigma_x \tau_{zy}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{yx}^2 + 2\tau_{yx} \tau_{zx} \tau_{zy}. \end{aligned}$$

Ушбу кучланиш ҳолатига тегишли σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишлар x, y, z ўқларининг танланишига боғлиқ бўлмаслиги керак. Демак, (3.22) тенгламанинг илдизлари, шунингдек унинг коэффициентлари I_1, I_2 ва I_3 координата ўқларининг бурилиши билан ўзгармаслиги керак. Шунинг учун I_1, I_2 ва I_3 лар кучланиш ҳолатининг *биринчи, иккинчи ва учинчи инвариантлари* (кучланиш тензорлари) деб аталади.

Хусусий ҳолда, яъни текис кучланиш ҳолатида куб тенглама (3.22) квадрат тенгламага келтирилади, унинг иккита илдизи аввал олинган (3.13) га ўхшаш σ_1 ва σ_2 қийматларни беради. Бунда берилган параллелепипеднинг yOz томони кучланишдан холи бўлганлигидан $\sigma_x = 0$, $\tau_{xy} = 0$, $\tau_{xz} = 0$ деб олиш керак. σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишлардан биронтасига мос келувчи l, m ва n ларни топиш учун ушбу бош кучланишнинг қийматини (a) даги σ ўрнига қўйиш керак. (a) ва ($б$)ларни биргаликда ечиб, қидирилаётган l, m ва n лар топилади.

Берилган нуқтадаги учта бош кучланишлардан биттаси алгебраик жиҳатдан энг катта бўлади, уни σ_1 орқали, энг кичик кучланишни σ_3, оралиқ кучланишни σ_2 орқали белгилаймиз, яъни

$$\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \sigma_3. \tag{3.23}$$

Келгусида σ_1, σ_2, σ_3 кучланишлар топилган ва кучланишлар тензори бош ўқларда берилган деб қабул қиламиз:

$$T_к = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \tag{3.21'}$$

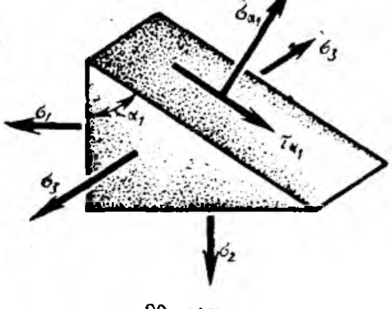
Чўзувчи кучланишни, аввалгидек мусбат, сиқувчи кучланишни манфий ишорали деб ҳисоблаймиз. Бош юзалар билан ҳосил қилинган параллелепипеднинг қия кесимида кучланишлар тақсимланишининг асосий қонунларини аниқлаймиз (88- расм).

2. Экстремал уринма кучланишлар

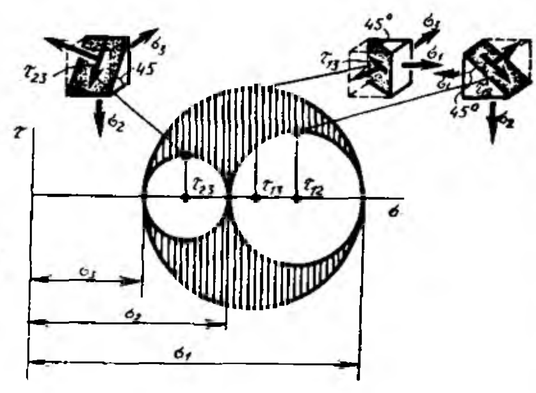
Аввало текис кучланиш ҳолати учун чиқарилган (3.14) ва (3.15) формулалардан учта бош кучланишлардан биронтасига параллел бўлган қия юзачалар учун фойдаланиш мумкинлигини қайд қилиб ўтамиз.

Ҳақиқатан ҳам, 90- расмдан кўриниб турибдики, σ_3 кучланиш унга параллел бўлган юзага таъсир этувчи σ_{α_1} ва τ_{α_1} кучланишларнинг қийматига таъсир қилмайди, чунки σ_3 қайд қилинган кучланишларнинг йўналишларига проекцияланмайди.

Шундай қилиб, текис кучланиш ҳолатининг (3.14) ва (3.15) формулалари ўз кучида қолади. 26- § да кўрсатилганидек, бу формулалар Мор доираси ёрдамида ҳам тушунтирилган эди. Бундан ҳажмий куч-



90- расм



91- расм

$$\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz}; \quad \Delta dz = \varepsilon\, dz.$$

Кичик элементларнинг чўзилишини стерженнинг бутун узунлиги бўйича жамлаб ҳамда оддий чўзилишда барча кесимлар учун $\sigma = \text{const}$ ва $\varepsilon = \text{const}$ эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Delta l = \int_0^l \varepsilon\, dz = \varepsilon \int_0^l dz = \varepsilon l.$$

Шундай қилиб, оддий чўзилишда бўйлама деформация қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \tag{2.5}$$

Кўндаланг деформациялар ҳам шунга ўхшаш топилади (22-расм); a ўлчам йўналишда

$$\varepsilon'_a = -\frac{\Delta a}{a}; \tag{2.6}$$

b ўлчам йўналишда

$$\varepsilon'_b = -\frac{\Delta b}{b}.$$

Бу ерда «—» ишораси чўзилишда кўндаланг ўлчамлар қисқариши учун қўйилган. Изотроп материаллар учун кўндаланг деформациялар бир хил бўлади:

$$\varepsilon'_a = \varepsilon'_b = \varepsilon'$$

ε ва ε' деформациялар — ўлчовсиз катталиклардир.

Оддий чўзилиш ёки сиқилишда кўндаланг деформация абсолют қийматининг бўйлама деформация абсолют қийматига нисбати *Пуассон коэффициенти* дейилади:

$$\mu = \frac{|\varepsilon'|}{|\varepsilon|}. \tag{2.7}$$

Пуассон коэффициенти ўлчовсиз катталик бўлиб, француз олими номи билан юритилади, чунки у биринчи бўлиб, XIX аср бошида бу нисбатнинг ўзгармаслигига эътиборни жалб қилган. Пуассон бу коэффициентни 0,25 га тенг қилиб олган ва барча материаллар учун бир хил деб ҳисоблаган. Кейинги тажрибалар шуни кўрсатдики, Пуассон коэффициенти айни материал учун эластик деформациялар чегарасида ўзгармас экан. Турли материаллар учун Пуассон коэффициенти $0 \leqslant \mu \leqslant 0{,}5$ атрофида бўлади.

Кучланишлар билан деформациялар ўртасида *Гук қонуни* билан юритиладиган боғланиш мавжуд. У марказий чўзилиш (сиқилиш) учун қуйидаги кўринишга эга:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \tag{2.8}$$

Кучланишлар билан деформациялар ўртасидаги пропорционаллик коэффициенти E чўзилишда стержень материалининг *эластиклик модули* дейилади (бошқача айтганда у *I-тур эластиклик модулидир*). E нинг ўлчами кучланишнинг ўлчамига ўхшаш. 1-жадвалда турли материаллар учун эластиклик модули ва Пуассон коэффициенти қийматлари келтирилган.

1-жадвал

Материалларнинг номи	Эластиклик модули E		Пуассон коэффициенти μ
	кгк/см² да	Мн/м² да	
Углеродли пўлат	$2,1\cdot10^6$	$2,1\cdot10^5$	0,24—0,30
Алюминий қотишмалари	$0,72\cdot10^6$	$0,72\cdot10^5$	0,26—0,36
Титан қотишмалари	$1,12\cdot10^6$	$1,12\cdot10^5$	—
Мис	$(1,0-1,3)\cdot10^6$	$(1,0-1,3)\cdot10^5$	0,31—0,34
Платина	$1,7\cdot10^6$	$1,7\cdot10^5$	0,39
Чўян	$(1,15-1,6)\cdot10^6$	$(1,15-1,6)\cdot10^5$	0,23—0,27
Қарағай	$(0,1-0,12)\cdot10^6$	$(0,1-0,12)\cdot10^5$	—
Текстолит	$(0,07-0,13)\cdot10^6$	$(0,07-0,13)\cdot10^5$	—
Бетон	$(0,15-0,23)\cdot10^6$	$(0,15-0,23)\cdot10^5$	0,16—0,18
Резина	$0,00008\cdot10^6$	$0,00008\cdot10^5$	0,5
Пробка (тиқин)	—	—	0
СВАМ 1:1	$0,35\cdot10^6$	$0,35\cdot10^5$	0,13

(2.5) формуласига Гук қонунидан ε ва (2.4) формуладан σ қийматларини қўйиб қуйидаги қийматга эга бўламиз:

$$\Delta l = \frac{N\cdot l}{EF}. \tag{2.9}$$

EF қиймати чўзилиш ва сиқилишда *стерженнинг бикирлиги* дейилади.

8-§. ТАШҚИ НАГРУЗКАНИ ҚЎЙИШ УСУЛИ ВА СТЕРЖЕНЛАР ШАКЛИНИНГ КУЧЛАНИШ ҲАМДА ДЕФОРМАЦИЯГА ТАЪСИРИ

(2.4) ва (2.9) формулалар стержень торецларига қўйилган текис тақсимланган нагрузка таъсиридан чўзилган деган тахмин асосида чиқарилган.

Ташқи куч бошқача қўйилганида кучланиш ва деформацияларнинг тақсимланишини текшириб чиқамиз.

Кўндаланг кесим юзаси квадрат кўринишида бўлган резинадан ясалган брус оламиз ва унинг сиртига ўзаро перпендикуляр чизиқлар билан тўр чизамиз. Брусга чўзувчи P кучи турли усулда қўйилганда бруснинг деформациясини кўриб чиқамиз: 1) куч интенсивлиги $p = P/F$ га тенг текис тақсимланган нагрузка кўринишида қўйилган (23-расм, *а*); 2) кесим оғирлик марказига тўпланган куч P кўринишида қўйилган (23-расм, *б*); 3) кесим юзасининг бурчакларига $\frac{P}{4}$ га тенг тўртта тўпланган куч қўйилган (23-расм, *в*).

Юқоридаги расмлардан кўриниб турибдики, стерженга текис тақсимланган нагрузка (23-расм, *а* га қаранг) қўйилган ҳолда барча кўндаланг чизиқлар тўғрилигича қолади ва текис кучланиш гипотезаси стерженнинг исталган кесими учун тўғри бўлади. Шунинг учун стер-

Бурчак деформацияси ёки силжиш деформацияси уринма кучланишлар билан боғланган. У дастлабки тўғри бурчакнинг **силжиш бурчаги** деб аталадиган γ_{zy} бурчакка ўзгаришидан иборат; бурчак деформацияси 95- расм, *б* да кўрсатилган.

Фараз қилайлик, текширилаётган нуқта орқали z ва y ўқлари йўналишида узунлиги dz ва dy бўлган ўзаро перпедикуляр иккита кесма ўтади. Деформация натижасида бу кесмалар (3.34) формулалар билан аниқланадиган нисбий деформацияларга учрайди, шунингдек, тўғри бурчак силжиш бурчаги γ_{zy} га ўзгаради.

Агар z ва y ўқларни хаёлан улар кесишган нуқта атрофида айлантирсак, z', y' ўқларнинг ҳар бир ҳолатига ўзининг $\varepsilon_{z'}$, $\varepsilon_{y'}$ нисбий чўзилишлари ва $\gamma_{z'y'}$ бурчак силжиши тўғри келади. z' ва y' ўқларнинг турли ҳолатлари учун нисбий чўзилишлар ва бурчак силжишларининг йиғиндиси нуктанинг деформацияланган ҳолатини характерлайди.

Олдин айтиб ўтилганидек, ҳар қандай текис кучланиш ҳолати ўзаро перпендикуляр иккита йўналишда σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар билан оддий чўзилиш (сиқилиш) га келтирилади (95- расм, *а* даги пунктирга қаранг). Бош юзачаларда уринма кучланишлар нолга тенг бўлганидан σ_1 ва σ_2 йўналишидаги тўғри бурчакли элемент фақат чўзилади, силжиш бурчаги эса нолга тенг бўлади (95- расм, *в*).

Бунда мазкур нуқта орқали ўтадиган ўзаро перпендикуляр иккита йўналиш танланади, кесмалар фақат ε_1 ва ε_2 га чўзилади, улар орасидаги тўғри бурчак эса ўзгармайди. Бу ε_1 ва ε_2 нисбий чўзилишлар *мазкур нуқтанинг бош деформациялари* деб аталади. Эластик ва изотроп жисмнинг нуқталаридаги бош кучланишлар ва бош деформациялар ҳамма вақт устма-уст тушади.

«Бош деформациялар» тушунчаси (бош кучланишларга ўхшаш) ε_1 ва ε_2 чўзилишлар ушбу нуқтадан чиқувчи бошқа йўналишлардаги чўзилишларга нисбатан экстремал қийматларга эга эканлигини билдиради.

ε_1 йўналишига нисбатан ихтиёрий α бурчак остида ўтадиган кесманинг ε_α нисбий чўзилишини топамиз (96- расм). ε_1 ва ε_2 бош деформациялар берилган деб ҳисоблаймиз. Узунлиги ds бўлган қия кесмани жисмдан ажратиб олинган ва бош деформациялар йўналишида томонлари ds_1 ва ds_2 узунликларга эга бўлган тўғри бурчакли элементнинг диагонали деб қараймиз. Чизмадан қия кесимнинг абсолют чўзилишини топамиз, бунда α бурчак кичик бўлганлигидан $\gamma' \approx \alpha$ деб қабул қиламиз:

$$\Delta ds = \Delta ds_1 \cos\alpha + \Delta ds_2 \sin\alpha.$$

Қидирилаётган нисбий чўзилиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta ds_1}{ds}\cos\alpha + \frac{\Delta ds_2}{ds}\sin\alpha = \frac{\Delta ds_1}{ds_1}\cos^2\alpha + \frac{\Delta ds_2}{ds_2}\sin^2\alpha.$$

$\frac{\Delta ds_1}{ds_1} = \varepsilon_1$, $\frac{\Delta ds_2}{ds_2} = \varepsilon_2$ эканлигини ҳисобга олиб, узил- кесил қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1\cos^2\alpha + \varepsilon_2\sin^2\alpha. \qquad (3.35)$$

(3.5) тригонометрик ифодадан фойдаланиб, (3.35) қуйидагича ёзилади:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha. \tag{3.36}$$

Фараз қилайлик, $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. (3.36) формуладан куриниб турибдики, $\cos 2\alpha = 1$, яъни $\alpha = 0$ бўлганида ε_α энг катта қийматга эришади. Бунда

$$\varepsilon_{\alpha\,\max} = \varepsilon_1.$$

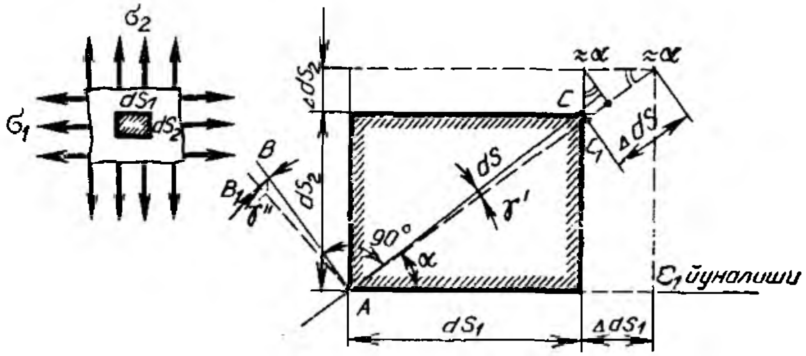
Аксинча, $2\alpha = 180°$ да $\cos 2\alpha = -1$ бўлади ва ε_α минимал қийматга эришади:

$$\varepsilon_{\alpha\,\min} = \varepsilon_2.$$

Агар нуқта бош деформацияларининг қиймати ва йўналишлари маълум бўлса, исталган йўналишдаги нисбий чўзилиш (3.35) ёки (3.36) формулалардан топилади.

2. Нуқтанинг кучланган ва деформацияланган ҳолатлари ифодаларининг ўхшашлиги

Бош деформациялар йўналишига нисбатан α бурчак остида жойлашган ўзаро перпендикуляр бўлган AC ва AB кесмалар орасидаги силжиш бурчагини топамиз (96- расм).



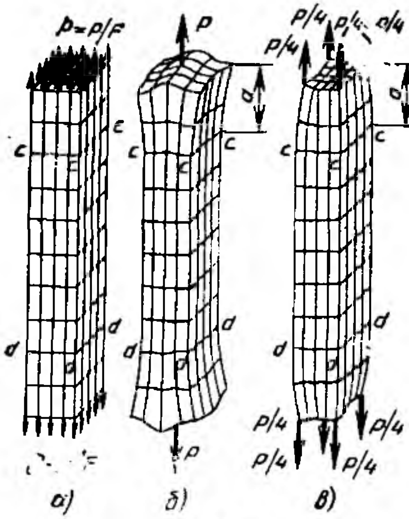
96- расм

AC кесма деформацияланиш натижасида γ' бурчакка бурилади, бу бурчак кичик бўлганлигидан уни CC_1 ёйнинг $AC = ds$ радиусига нисбатан топиш мумкин:

$$\gamma' = \frac{CC_1}{ds} = \frac{\Delta ds_1 \sin\alpha}{ds} - \frac{\Delta ds_2 \cos\alpha}{ds}$$

ёки

$$\gamma' = \frac{\Delta ds_1}{ds_1} \sin\alpha\cos\alpha - \frac{\Delta ds_2}{ds_2} \cos\alpha\sin\alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha,$$



23- расм

жении ташкил этувчи бўйлама элементлар бир хил деформацияланади ҳамда барча кўндаланг кесим юзаларида нормал кучланишлар текис тақсимланади ва у (2.4) формулага биноан топилиши мумкин.

Текис кучланиш гипотезаси бошқа ҳолларда *ташқи кучлар қўйилган жойга яқин кесимлар* учун тўғри эмас. Кесим деформациядан сўнг эгриланади; бунда катта маҳаллий деформация ва кучланишлар пайдо бўлади.

Куч қўйилган ердан кўндаланг кесим юзалари узоқлашган сари деформациялар ва нормал кучланиш эпюралари текисланиб боради. Куч қўйилган ердан тахминан кўндаланг кесимнинг катта ўлчамига тенг масофада ётувчи *c-c* кесимдаги нормал кучланишни (2.4) формулага биноан топиш мумкин.

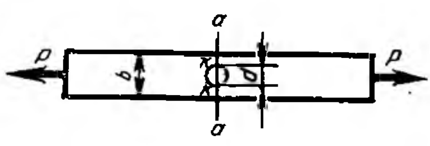
Ташқи кучлар қўйилган ердан узоқлашган сари маҳаллий деформация ва кучланишларнинг тез сўниши Сен — Венан принципига мос келади (бу принцип француз олими номи билан аталган.) Бу принципга кўра ташқи нагрузка қўйилган ердан маълум масофада ётувчи кесимлардаги кучланишларнинг тақсимланиши бу нагрузкаларнинг қўйилиш усулига боғлиқ эмас, балки уларнинг тенг таъсир этувчисига боғлиқдир. Кўндаланг кесим ўлчамлари кескин ўзгарадиган ерларда, масалан, поғонали брусда ёки тешиги бўлган брусда маҳаллий кучланишлар (24-расм) пайдо бўлади.

Бу ҳодиса XVII бобда ёритилган. Оддий амалий ҳисобларда маҳаллий кучланишлар эътиборга олинмайди, ҳисоблаш эса $\sigma = \frac{N}{F_{\text{нетто}}}$ формулага биноан топиладиган ўртача кучланиш бўйича бажарилади. Бу ерда $F_{\text{нетто}}$ — чўзилишга ишлайдиган кўндаланг кесимнинг юзаси ($F_{\text{нетто}} = F_{\text{брутто}} - F_{\text{к}}$).

Масалан, 24-расмда тасвирланган бруснинг *a-a* кесими учун $F_{\text{нетто}} = (b - d)\,\delta$ бўлади, бу ерда δ — бруснинг чизма текислигига перпендикуляр йўналишдаги ўлчами.

Поғонали ва бир нечта кучлар остидаги стержень учун чўзилиш N ва F ўзгармас бўлган участкаларда ҳисобланади ва натижалари алгебраик қўшилади:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i l_i}{EF_i} \qquad (2.10)$$



24- расм

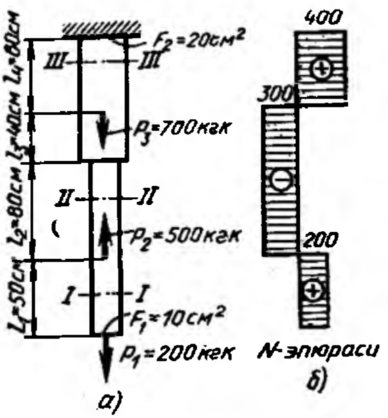
Агар бу қийматлар қандайдир узлуксиз қонун бўйича ўзгарса, қуйидаги формула бўйича ҳисобланади:

$$\Delta l = \int_0^{l} \frac{N_z dz}{EF_z}. \qquad (2.11)$$

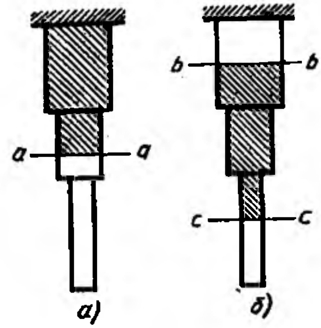
Бу ерда N_z ва F_z ихтиёрий кесимдаги нормал куч ва кесим юзаси.

Мисол. 25-расм, *а* да кўрсатилган поғонали пўлат стержень узунлигининг ўзгариши аниқлансин. Бунда $E = 2 \cdot 10^6$ кгк/см², $F_1 = 10$ см², $F_2 = 20$ см².

Ечим. Пастки қирқиб олинган қисмининг мувозанат шартидан *I - I*, *II - II* ва *III - III* кесимлардаги ички зўриқиш кучлари топилади: $N_1 = P_1 = 200$ кгк; $N_2 = P_1 - P_2 = 200 - 500 = -300$ кгк; $N_3 = P_1 - P_2 + P_3 = 200 - 500 + 700 = 400$ кгк



25- расм



26- расм

25-расм, *б* да бўйлама куч *N* ларнинг эпюраси кўрсатилган. Стерженнинг тўла чўзилишини айрим участкалар чўзилишларининг йиғиндиси сифатида топамиз:

$$\Delta l = \frac{N_1 l_1}{EF_1} + \frac{N_2 l_2}{EF_1} + \frac{N_2 l_3}{EF_2} + \frac{N_3 l_4}{EF_2} =$$

$$= \frac{200 \cdot 50}{2 \cdot 10^6 \cdot 10} - \frac{300 \cdot 80}{2 \cdot 10^6 \cdot 10} - \frac{300 \cdot 40}{2 \cdot 10^6 \cdot 20} + \frac{400 \cdot 60}{2 \cdot 10^6 \cdot 20} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ см.}$$

Баъзан стерженнинг қандайдир кўндаланг кесимининг кўчишини топишга тўғри келади.

Кесимнинг кўчиши бутун бруснинг деформациясига боғлиқ бўлмасдан, балки унинг мазкур кесим билан маҳкамлаб қўйилган кесими орасидаги бўлагининг деформациясига боғлиқ бўлади. Масалан, 26-расм, *а* да тасвирланган стержень *а - а* кесимининг кўчиши стерженнинг штрихлаб қўйилган бўлагининг чўзилишига тенг бўлади.

Агар *b - b* ва *c - c* қўшни кесимлар орасидаги масофанинг ўзгаришини топиш талаб этилса (26-расм, *б*), кўрсатилган кесимлар орасидаги штрихлаб қўйилган участкалар чўзилишини топиш керак бўлади.

AB чизиқнинг айланиш бурчаги γ'' ни топиш учун (а) формулада α бурчак ўрнига $(\alpha + 90°)$ қўйиш керак. Унда

$$\gamma'' = -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\sin 2\alpha \tag{б}$$

ҳосил бўлади.

(а) ва (б) формулалардаги турли ишоралар AC ва AB кесмалар деформацияланмаган ҳолатдан, 96- расмда кўрсатилганидек, турли томонларга бурилишини билдиради. Агар BAC тўғри бурчак кичрайса, $\gamma_\alpha > 0$ деб қабул қиламиз. Лекин (а) ва (б) ифодалар бу бурчакнинг $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\sin 2\alpha$ қийматга ортишини кўрсатади, шунинг учун γ_α ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\gamma_\alpha = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\sin 2\alpha. \tag{3.37}$$

(3.36) ва (3.37) формулаларни биргаликда қуйидагича ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\cos 2\alpha, \\ \frac{\gamma_\alpha}{2} &= -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\sin 2\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{3.38}$$

Нуқтанинг текис кучланиш ҳолатини билдирувчи (3.14) ва (3.15) ифодаларни ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\cos 2\alpha, \\ \tau_\alpha &= -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\sin 2\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{в}$$

(3.38) ва (в) ифодалар σ_α, τ_α кучланишлар ҳамда ε_α ва $\frac{1}{2}\gamma_\alpha$ деформацияларнинг тақсимланиш қонунларини математик жиҳатдан ўхшашлигини кўрсатади. Бу ўхшашлик тасодиф эмас ва нуқтанинг деформацияланган ҳолати деформациянинг матрицаси $T_д$ билан тўла аниқланишига боғлиқдир. Бу матрицанинг компонентлари zy текисликдаги деформация учун

$$T_д = \begin{bmatrix} \varepsilon_z & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_y \end{bmatrix}$$

бўлади. Ўқлар бурилганида $T_д$ нинг компонентлари кучланишлар матрицаси $T_к$ (3.8) компонентларига айланади.

Юқорида қайд қилинган ўхшашлик асосида исботсиз қуйидаги формулани ёзиш мумкин:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_z + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_y)^2 + 4\left(\frac{1}{2}\gamma_{zy}\right)^2}. \tag{3.39}$$

Бу формула (3.13) формулага ўхшатиб ёзилган, бу ерда σ_z, σ_y ва τ_{zy} кучланишлар уларга мос келувчи ε_z, ε_y ва $\frac{1}{2}\gamma_{zy}$ деформациялар билан алмаштирилган.

(3.39) формула ε_1 ва ε_2 бош деформацияларни нуқтанинг ихтиёрий иккита ўзаро перпендикуляр йўналишлардаги ε_z, ε_y деформациялари ва уларга мос келувчи силжиш бурчаги γ_{zy} орқали топиш имконини беради.

(3.39) дан

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_z + \varepsilon_y = \text{const}$$

эканлиги келиб чиқади, яъни *мазкур нуқтадаги исталган иккита ўзаро перпендикуляр йўналишларда олинган нисбий чўзилишлар йиғиндиси ўзгармасдир.* (3.9) формула ҳам кучланиш ҳолати учун шунга ўхшаш вазиятни ифодалайди.

Яна шуни қайд қиламизки, бу ўхшашлик нуқтанинг деформациясини график усулда тасвирлаш учун Мор доирасидан фойдаланиш имконини беради, лекин биз бунга тўхтаб ўтирмаймиз.

Хулоса қилиб шуни айтиш мумкинки, бу ерда иккита бош кучланишлар текислигида пайдо бўладиган деформацияларгина кўриб чиқилди. Умумий ҳолда нуқтадаги материалнинг деформацияси ҳажмий характерга эга. Бунда текис кучланиш ҳолати учун деформация ва кучланишлар тақсимланишининг математик ўхшашлиги ҳажмий масала учун ҳам кучга эга.

Шунинг учун жисмнинг ҳар бир нуқтасида учта бош деформацияларни, яъни ε_1, ε_2 ва ε_3 — учта ўзаро перпендикуляр йўналишлар бўйича олинган кичик кесмаларнинг (улар орасида силжиш бурчаги йўқ) нисбий чўзилишларини кўрсатиш мумкин.

Кучланишлар тензорига ўхшаш деформациялар тензори тушунчаси ҳам киритилади. Унинг матрицаси нуқтанинг деформацияланган ҳолатини тўла характерлайди. ε_1, ε_2, ε_3 ларнинг йўналишига мос келувчи ўқлар учун деформациялар тензори қуйидаги кўринишга эга:

$$T_Д = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}.$$

Эластик изотроп жисм нуқталаридаги бош деформациялар йўналиши ҳамма вақт учта σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишлар йўналишига мос келади.

31-§. Текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатларида Гук қонуни

Нуқта кучланиш ва деформацияланган ҳолатининг аввал баён этилган барча формулалари ва асосий қоидалари жисмнинг эластик хоссаларига боғлиқ эмас эди, шунинг учун улардан эластик деформацияларда ҳам, эластик-пластик деформацияларда ҳам фойдаланса бўлади. Эндиликда кучланишлар билан деформациялар орасидаги миқдорий боғ-

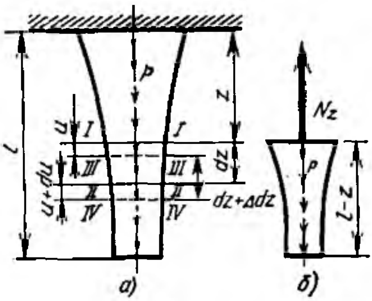
9-§. ЎЗГАРУВЧАН КЕСИМЛИ ТЎҒРИ СТЕРЖЕНЛАРНИНГ ЎҚ БЎЙИЧА ҚЎЙИЛГАН ЎЗГАРУВЧАН НАГРУЗКАДАН КУЧЛАНИШИ ВА ДЕФОРМАЦИЯСИ

Юқори учи қистириб маҳкамланган, кўндаланг кесими ўзгарувчан стерженнинг бирор қонун бўйича тақсимланган, ўқ бўйича қўйилган p нагрузка таъсиридан чўзилишини кўриб чиқамиз (27-расм, *а*). Маҳкамлаб қўйилган учидан z масофада $I-I$ кесимни оламиз.

Бу кесимдаги ички бўйлама куч (27- расм, *б*) (2.2) формулага биноан қуйидагига тенг: $N_z = \int_z^l p \cdot dz$.

Агар стерженнинг кесим юзаси аста-секин кам миқдорда ўзгара борса, кесимдаги кучланиш (2.4) формулага биноан топилиши мумкин:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F_z}$$



27- расм

I-I кесимдан dz масофада $II-II$ кесимни оламиз. Кесимнинг z йўналиш бўйича кўчишини u орқали белгилаймиз. Бунда нагрузка қўйилгач, $I-I$ кесим u қийматга, II — II кесим эса $u+du$ қийматга кўчади. I — I ва II — II кесимлар мос равишда III — III ва IV — IV ҳолатларни эгаллайди, dz кесма узунлиги эса деформациядан сўнг $dz+\Delta dz$ га тенг бўлади.

I- I ва IV- IV кесимлар орасидаги масофани иккита усул билан ёзамиз:

$$u + dz + \Delta dz = dz + u + du.$$

Бу ерда

$$\Delta dz = du.$$

dz элементнинг бўйлама деформацияси қуйидагига тенг:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{du}{dz} \qquad (2.12)$$

(2.8) Гук қонунига кўра $\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$ бўлиб, ундан

$$\sigma_z = \frac{du}{dz} E. \qquad (2.13)$$

Ифодани интеграллаб кесим кўчишини топамиз:

$$u = \int_0^z \frac{\sigma_z dz}{E} \qquad (2.14)$$

Бир неча мисолда стерженлардаги энг катта кучланишларни ва тўла чўзилишларни топишни кўриб чиқамиз.

1. Кўндаланг кесим юзаси $F_z = F_0 \cdot \frac{l-z}{l}$ чизиқли қонун бўйича

ўзгарадиган ҳамда $p_z = p_0 \frac{l-z}{l}$ чизиқли қонун бўйича ўзгарадиган тақсимланган нагрузка таъсир этадиган стерженлаги энг катта кучланиш ва тўла чўзилиш аниқлансин (28- расм, б).

Истаган кесимда пайдо бўладиган бўйлама куч (2.2) формулага биноан қуйидагига тенг бўлади:

$$N_z = \int_z p \cdot dz = \int_z^l p_0 \frac{l-z}{l} dz = \frac{p_0 (l-z)^2}{2l}.$$

Исталган кесимдаги кучланиш (2.4) формула бўйича топилади:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F_z} = \frac{p_0 (l-z)^2 l}{2 l F_0 (l-z)} = \frac{p_0}{2F_0}(l-z).$$

$z = 0$ бўлганда қисиб қўйилган таянчдаги энг катта кучланиш $\sigma_{max} = \frac{p_0 l}{2F_0}$ бўлади.

(2.14) формула бўйича топиладиган исталган кесимнинг кўчиши қуйидагига тенг бўлади:

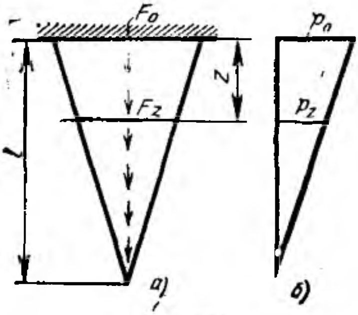
$$u = \int_0^z \frac{\sigma_z \cdot dz}{E} = \int_0^z \frac{p_0 (l-z)}{2F_0 E} dz = \frac{p_0 z}{2EF_0}(2l-z).$$

$z = l$ бўлганда стерженнинг тўла узайиши $\Delta l = \frac{p_0 l^2}{4EF_0}$ бўлади.

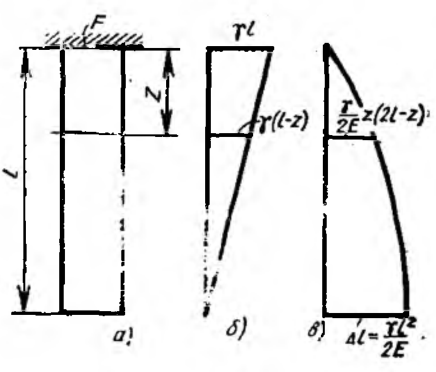
Ҳосил бўлган формулаларни призматик стерженнинг ўз оғирлиги таъсиридан чўзилиш ҳодисасига татбиқ қиламиз (29-расм, *а*).

Бунда кесим юзаси ўзгармас бўлиб, $F_z = F$ га тенг. Тақсимланган нагрузканинг интенсивлиги $p = F \cdot 1\ \gamma$ бўйича топилади, бу ерда γ — стержень материалининг ҳажмий оғирлиги.

(2.2) формула бўйича топиладиган қисиб маҳкамланган таянчдан z масофада ётувчи кесимдаги бўйлама куч тенг бўлади:



28- расм



29- расм

AB чизиқнинг айланиш бурчаги γ'' ни топиш учун (а) формулада α бурчак ўрнига $(\alpha + 90°)$ қўйиш керак. Унда

$$\gamma'' = -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\sin 2\alpha \qquad (б)$$

ҳосил бўлади.

(а) ва (б) формулалардаги турли ишоралар AC ва AB кесмалар деформацияланмаган ҳолатдан, 96- расмда кўрсатилганидек, турли томонларга бурилишини билдиради. Агар BAC тўғри бурчак кичрайса, $\gamma_\alpha > 0$ деб қабул қиламиз. Лекин (а) ва (б) ифодалар бу бурчакнинг $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\sin 2\alpha$ қийматга ортишини кўрсатади, шунинг учун γ_α ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\gamma_\alpha = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\sin 2\alpha. \qquad (3.37)$$

(3.36) ва (3.37) формулаларни биргаликда қуйидагича ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\cos 2\alpha, \\ \frac{\gamma_\alpha}{2} &= -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\sin 2\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (3.38)$$

Нуқтанинг текис кучланиш ҳолатини билдирувчи (3.14) ва (3.15) ифодаларни ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\cos 2\alpha, \\ \tau_\alpha &= -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\sin 2\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (в)$$

(3.38) ва (в) ифодалар σ_α, τ_α кучланишлар ҳамда ε_α ва $\frac{1}{2}\gamma_\alpha$ деформацияларнинг тақсимланиш қонунларини математик жиҳатдан ўхшашлигини кўрсатади. Бу ўхшашлик тасодиф эмас ва нуқтанинг деформацияланган ҳолати деформациянинг матрицаси $T_Д$ билан тўла аниқланишига боғлиқдир. Бу матрицанинг компонентлари zy текисликдаги деформация учун

$$T_Д = \begin{bmatrix} \varepsilon_z & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_y \end{bmatrix}$$

бўлади. Ўқлар бурилганида $T_Д$ нинг компонентлари кучланишлар матрицаси $T_к$ (3.8) компонентларига айланади.

Юқорида қайд қилинган ўхшашлик асосида исботсиз қуйидаги формулани ёзиш мумкин:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_z + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_y)^2 + 4\left(\frac{1}{2}\gamma_{zy}\right)^2}. \qquad (3.39)$$

Бу формула (3.13) формулага ўхшатиб ёзилган, бу ерда σ_z, σ_y ва τ_{zy} кучланишлар уларга мос келувчи ε_z, ε_y ва $\frac{1}{2}\gamma_{zy}$ деформациялар билан алмаштирилган.

(3.39) формула ε_1 ва ε_2 бош деформацияларни нуқтанинг ихтиёрий иккита ўзаро перпендикуляр йўналишлардаги ε_z, ε_y деформациялари ва уларга мос келувчи силжиш бурчаги γ_{zy} орқали топиш имконини беради.

(3.39) дан

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_z + \varepsilon_y = \text{const}$$

эканлиги келиб чиқади, яъни *мазкур нуқтадаги исталган иккита ўзаро перпендикуляр йўналишларда олинган нисбий чўзилишлар йиғиндиси ўзгармасдир.* (3.9) формула ҳам кучланиш ҳолати учун шунга ўхшаш вазиятни ифодалайди.

Яна шуни қайд қиламизки, бу ўхшашлик нуқтанинг деформациясини график усулда тасвирлаш учун Мор доирасидан фойдаланиш имконини беради, лекин биз бунга тўхтаб ўтирмаймиз.

Хулоса қилиб шуни айтиш мумкинки, бу ерда иккита бош кучланишлар текислигида пайдо бўладиган деформацияларгина кўриб чиқилди. Умумий ҳолда нуқтадаги материалнинг деформацияси ҳажмий характерга эга. Бунда текис кучланиш ҳолати учун деформация ва кучланишлар тақсимланишининг математик ўхшашлиги ҳажмий масала учун ҳам кучга эга.

Шунинг учун жисмнинг ҳар бир нуқтасида учта бош деформацияларни, яъни ε_1, ε_2 ва ε_3 — учта ўзаро перпендикуляр йўналишлар бўйича олинган кичик кесмаларнинг (улар орасида силжиш бурчаги йўқ) нисбий чўзилишларини кўрсатиш мумкин.

Кучланишлар тензорига ўхшаш деформациялар тензори тушунчаси ҳам киритилади. Унинг матрицаси нуқтанинг деформацияланган ҳолатини тўла характерлайди. ε_1, ε_2, ε_3 ларнинг йўналишига мос келувчи ўқлар учун деформациялар тензори қуйидаги кўринишга эга:

$$T_Д = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}.$$

Эластик изотроп жисм нуқталаридаги бош деформациялар йўналиши ҳамма вақт учта σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишлар йўналишига мос келади.

31-§. Текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатларида Гук қонуни

Нуқта кучланиш ва деформацияланган ҳолатининг аввал баён этилган барча формулалари ва асосий қоидалари жисмнинг эластик хоссаларига боғлиқ эмас эди, шунинг учун улардан эластик деформацияларда ҳам, эластик-пластик деформацияларда ҳам фойдаланса бўлади. Эндиликда кучланишлар билан деформациялар орасидаги миқдорий боғ-

$$N_z = \int_z^l p dz = \int_z^l F \cdot \gamma dz = F \cdot \gamma(l - z).$$

Бу кесимдаги кучланишни (2.4) формула бўйича топамиз:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F_z} = \frac{F\ (l-z)}{F}; \quad \sigma_z = \gamma(l - z) \qquad (2.15)$$

Кучланиш чизиқли қонун бўйича ўзгаради: $z = l$ бўлганда, стерженнинг пастки учидаги $\sigma = 0$ қийматдан $z = 0$ бўлганда юқори учидаги $\sigma = \gamma l$ қийматгача ўзгаради. σ эпюраси 29-расм, *б* да кўрсатилган. Кесимларнинг кўчишларини (2.14) формуладан топамиз:

$$u = \int_0^z \frac{\sigma_z \cdot dz}{E} = \int_0^z \frac{\gamma(l-z)dz}{E}$$

$$u = \frac{\gamma}{2E} z(2l - z) \qquad (2.16)$$

$z = 0$ бўлганда, яъни таянч кесимнинг кўчиши 0 га тенг, $z = l$ бўлганда, яъни стерженнинг озод учида кўчиш энг катта бўлиб, стерженнинг тўла чўзилишига тенг бўлади:

$$\Delta l = \frac{\gamma l^2}{2E}. \qquad (2.17)$$

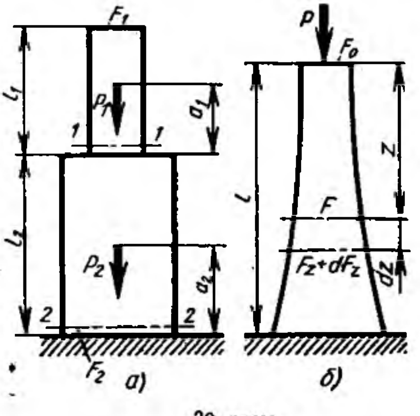
u қиймат квадрат қонун бўйича ўзгаради. Кўчишлар эпюраси 29-расм, *в* да келтирилган.

(2.17) формуланинг сурат ва махражини F га кўпайтириб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Delta l = \frac{\gamma F l^2}{2EF}.$$

$\gamma F l$ ифода стерженнинг ўз оғирлиги G га тенг. Шунинг учун

$$\Delta l = \frac{G \cdot l}{2EF}. \qquad (2.18)$$



30- расм

Олинган формулалар призматик стерженлар учунгина ярайди. Бошқа шаклли стерженлар учун ҳам юқоридаги усул билан кучланиш ва кўчишни топиш формулаларини чиқариш мумкин.

Агар стерженлар ўз оғирлигидан ташқари яна тўпланган бўйлама кучлар билан юкланган бўлса, кучлар таъсирининг мустақиллик принципи асосида кучланиш ва деформациялар тўпланган кучлар ва ўз оғирлиги таъсиридан алоҳида-алоҳида топилади, сўнгра натижалар қўшилади.

2. Поғонали стерженнинг энг катта кучланиши ва тўла чўзилиши аниқлансин (30-расм, *а*).

Стержень юқори қисмининг оғирлигини G_1 билан, пастки қисмининг оғирлигини G_2 билан белгилаймиз. Стерженнинг қайси кесимида кучланиш энг катта бўлишини олдиндан айтиб бўлмайди, шунинг учун *1-1* ва *2-2* кесимлардаги кучланишларни топиш зарур:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{G_1 + P_1}{F_1};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{G_1 + G_2 + P_1 + P_2}{F_2}.$$

Стерженнинг тўла чўзилиши қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta l = \frac{G_1 l_1}{2EF_1} + \frac{G_2 l_2}{2EF_2} + \frac{P_1 a_1}{EF_1} + \frac{P_1 l_2}{EF_2} + \frac{P_2 a_2}{EF_2} + \frac{G_1 l_2}{EF_2}.$$

Бу формуланинг сўнгги ҳади стержень пастки қисмининг юқори қисм оғирлиги таъсиридан деформацияланганини билдиради. Юқори қисм оғирлиги пастки қисм учун ташқи куч ҳисобланади, шунинг учун бу ҳаднинг махражида икки рақами йўқ.

Стерженнинг ўз оғирлиги унга қўйилган бошқа нагрузка қийматлари тартибида бўлгандагина ҳисобга олиниши зарур. Масалан, кўприкларнинг тошдан ясалган таянчларида, оғирликларни кўтариш учун мўлжалланган (шахтали подъёмникларнинг трослари) узунлиги катта бўлган пўлат тросларда ва ҳоказоларда ҳисобга олинади.

Призматик стерженларда ўз оғирлигидан бўладиган кучланиш стержень узунлиги бўйича ўзгаради. Стержень узунлиги бўйлаб кўндаланг кесим юзасини ўзгартириб, барча кесим юзларида нормал кучланиш бир хил бўлишига эришиш мумкин. Бундай стерженлар чўзилиш ёки сиқилишда *тенг қаршиликли стерженлар* деб аталади. 30-расм, *б* да тасвирланган тенг қаршиликли стержень кўндаланг кесим юзасининг ўзгариш қонунини шундай белгилаш мумкинки, исталган кесимдаги кучланиш унинг белгиланган қиймати σ га тенг бўлади. Стержень юқори кесимининг юзаси F_0 (2.4) формула бўйича топилади: $\sigma = \frac{P}{F_0}$; $F_0 = \frac{P}{\sigma}$.

Стержень юқори учидан z масофада бир-бирига чексиз яқин бўлган иккита текислик билан dz узунликдаги элементни ажратиб оламиз. Ажратилган элементнинг юқори томондаги юзаси F_z, пасткиси эса $F_z + dF_z$. Ажратилган элементнинг оғирлиги $F_z \cdot dz\,\gamma$ га тенг бўлади. dF юзанинг катталашиши шундай бўлиши керакки, қирқиб олинган элемент оғирлигидан бўладиган кучланиш σ га тенг бўлиши керак, яъни

$$\frac{F z dz\,\gamma}{dF_z} = \sigma,$$

ёки

$$\frac{dF}{F_z} = \frac{\gamma}{\sigma} dz.$$

рий ажратилган элемент фақат шаклини (кичик деформацияларда) ўзгартиради. Бу натижа (3.48) формуладан келиб чиқади, унда $\sigma_y = -\sigma_z$ ва $\sigma_x = 0$ бўлганида тенгликнинг ўнг томони нолга айланади.

36-§. СОФ СИЛЖИШДА ГУК ҚОНУНИ

Соф силжиш юзачалари билан чекланган элементнинг деформациясини кўриб чиқамиз (104-расм).

δ қиймат *абсолют силжиш*, $\frac{\delta}{a} \approx \gamma$ нисбат эса *нисбий силжиш* ёки *силжиш бурчаги* деб аталади. Силжиш бурчаги тушунчаси III бобнинг 30-§ ида учраган эди. Маълум чегараларда силжиш деформацияси эластик бўлиши ва у уринма кучланишларга пропорционаллиги тажриба йўли билан исботланган:

$$\gamma = \tau/G,$$

ёки

$$\tau = G \cdot \gamma. \tag{4.3}$$

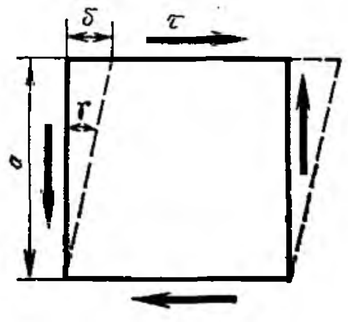
Бу нисбатга *силжишдаги Гук қонуни* дейилади.

Уринма кучланиш билан силжиш бурчаги орасидаги пропорционаллик коэффициенти G *силжишдаги эластиклик модули* ёки чўзилиш-сиқилишдаги *биринчи тур эластиклик модули* E дан фарқли равишда *иккинчи тур эластиклик модули* ҳам дейилади.

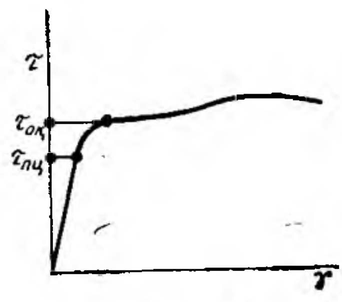
(4.3) ифодадан G модуль кучланиш ўлчови (кгк/см²) га эга эканлиги кўриниб турибди, чунки γ ўлчовсиз катталикдир. Ҳар бир материал учун силжиш модули G ўз қийматига эга. Масалан, пўлат учун $G \approx 8 \cdot 10^5$ кгк/см², алюминий учун $G \approx 2{,}7 \cdot 10^5$ кгк/см² га тенг. G модул қиймати тажриба йўли билан, масалан, трубасимон намуналарни буралишга синаш йўли билан аниқланади.

Пластик пўлат учун силжиш деформациясининг $\tau - \gamma$ типик диаграммаси 105-расмда кўрсатилган. Буралишга ўтказиладиган тажрибалардан олинадиган бу диаграмма чўзилишда олинган диаграммага (11-§ га қаранг) ўхшаш.

$\tau_{пц}$ кучланиш силжишда пропорционаллик чегараси бўлиб, бу чегарада Гук қонуни (4.3) кучга эгадир. $\tau = \tau_{оқ}$ нуқта силжишда оқув-



104- расм



105- расм

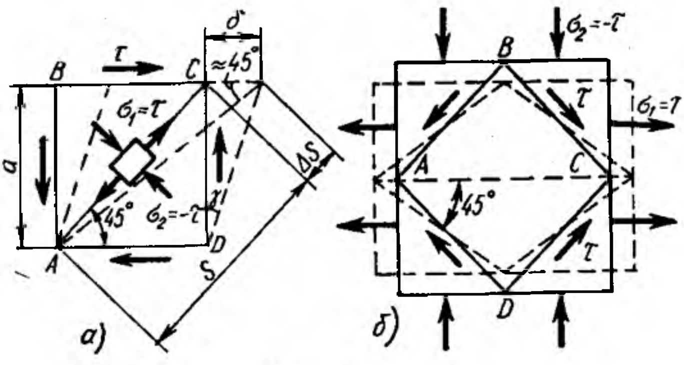
чанлик чегарасини белгилайди. Чўзилишдаги каби $\tau = \tau_{оқ}$ ўзгармас кучланишда силжишнинг ортиши (силжишда оқувчанлик) кузатилади, кейинчалик у пухталаниш босқичга (силжиш ортиши билан кучланиш ҳам ортади) ўтади. Шуниси характерлики, кўпгина материаллар учун $\tau_{оқ}$ қиймати чўзилишдаги оқувчанлик билан қуйидагича боғланишда бўлади:

$$\tau_{оқ} \approx \frac{\sigma_{оқ}}{\sqrt{3}}. \tag{4.4}$$

Бу фактга XIII бобда тушунтириш берилган.

37-§. ЧЎЗИЛИШ ВА СИЛЖИШДА ЭЛАСТИКЛИК МОДУЛЛАРИ ЎРТАСИДАГИ БОҒЛАНИШ

106-расм, *а* да кўрсатилган элемент диагонали AC нинг чўзилиши Δs ни икки хил тушунтириш мумкин. Бир томондан у силжиш деформациясининг натижасидир, демак берилган кучланишларда τ модуль G га боғлиқдир. Иккинчи томондан AC диагонални σ_1 кучланиш билан чўзиладиган, σ_2 кучланиш билан кўндаланг йўналишда сиқиладиган тола деб тасаввур қилиш мумкин. Бунда унинг чўзилиши E модуль билан аниқланади. Бундан G ва E модуллар бир-бирига боғлиқдир



106- расм

деган хулоса чиқариш мумкин. 106-расм, *б* ни кўриб ҳам шу хулосага келиш мумкин. У ерда ABC элементнинг силжиш деформацияси (106-расм, *а* да кўрсатилгаи деформацияга ўхшаш) параллелепипедни $\sigma_1 = -\sigma_2$ бош кучланишлар билан чўзиш ва сиқиш орқали олинган.

Силжиш деформацияси туфайли AC диагоналнинг чўзилиши (106-расм, *а*)

$$\Delta s = \delta \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} a \gamma$$

га тенг.

$$a = s \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} s \text{ ва } \gamma = \frac{\tau}{G}$$

Бу дифференциал тенгламани интеграллаб қуйидагини оламиз:

$$\ln F_z + C = \frac{\gamma}{\sigma} z.$$

Интеграллашдан ҳосил бўлган ўзгармас сон C $z = 0$ бўлганда $F_z = F_0$ чегаравий шартдан топилади. Бундан $\ln F_0 + C = 0$; $C = -\ln F_0$. Логарифм қийматини қўйиб ҳосил қиламиз: $\ln \frac{F_z}{F_0} = \frac{\gamma}{\sigma} z$, ёки потенцирлашдан сўнг

$$\frac{F_z}{F_0} = e^{\frac{\gamma}{\sigma} \cdot z}$$

ундан

$$F_z = F_0 e^{\frac{\gamma}{\sigma} \cdot z} \qquad (2.19)$$

ҳосил бўлади.

Агар стерженнинг ўз оғирлиги катта бўлса, уни ўзгарувчан кесимли қилиб тайёрлаш мақсадга мувофиқдир. Стержень шаклининг рационал ўзгариш қонуни унга қўйиладиган нагрузкага боғлиқ, масалан, юқорида кўриб ўтилган ҳол учун агар стерженнинг кўндаланг кесим юзаси (2.19) тенглама бўйича ўзгарса, стерженнинг оғирлиги кичик бўлади.

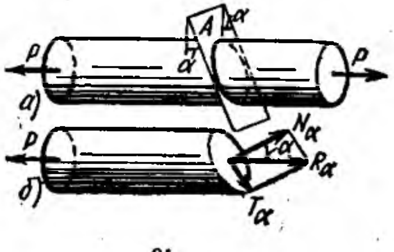
Мураккаб шаклли стерженларни тайёрлаш қийин бўлганлигидан, амалда ён ёқлари маълум бурчак остида оғган (кўприк таянчлари) ёки поғонали (масалан, 30-расм, *а* да кўрсатилгандек) кўринишда тайёрланади.

10-§. ЧЎЗИЛИШ ЁКИ СИҚИЛИШДА СТЕРЖЕНЬ ЎҚИГА НИСБАТАН ҚИЯ ЖОЙЛАШГАН КЕСИМЛАРДАГИ КУЧЛАНИШЛАР

Чўзилган стерженни кўндаланг кесим юзасини α бурчак остида йўналган A текислик билан қирқамиз (31-расм, *а*), стерженнинг қирқилган бўлагининг мувозанатини текширамиз. Стержень қия кесимининг юзасини кўндаланг кесим юзаси орқали белгилаш мумкин:

$$F_\alpha = \frac{F}{\cos\alpha}$$

Қирқиб олинган бўлакнинг (31-расм, *б*) мувозанат шартидан қия кесимдаги ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси $R_\alpha = P$ эканлигини билиб олиш осон.



31- расм

Бу кучни иккита ташкил этувчига ажратамиз:

Нормал

$$N_\alpha = P\cos\alpha$$

ва уринма

$$T_\alpha = P\sin\alpha.$$

Нормал ва уринма кучланишлар қия кесим бўйича ҳам худди кўндаланг кесим юзасидаги каби текис тақсимланган деб тахмин қилиб, қуйидагиларни топамиз:

$$\sigma_\alpha = \frac{N_\alpha}{F_\alpha} = \frac{P\cdot\cos\alpha}{F/\cos\alpha} = \sigma\cos^2\alpha \qquad (2.20)$$

$$\tau_\alpha = \frac{T_\alpha}{F_\alpha} = \frac{P\sin\alpha}{F/\cos\alpha} = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha \qquad (2.21)$$

Бу формулалардан кўриниб турибдики, нормал кучланишлар кўндаланг кесим юзаларида энг катта қийматга эришади ($\alpha = 0$; $\cos\alpha = 1$):

$$\sigma_{max} = \sigma,$$

уринма кучланиш эса нолга тенг бўлади.

Энг катта уринма кучланиш брус ўқига нисбатан 45° бурчак остида жойлашган юзачаларда бўлади ($\alpha = \pm 45°$; $\sin 2\alpha = \pm 1$):

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sigma,$$

бу юзачалардаги нормал кучланишлар эса уринма кучланишларга тенг бўлади:

$$\sigma_{45°} = \frac{1}{2}\sigma = \tau_{max}.$$

Брус ўқига параллел бўлган ($\alpha = 90°$) юзачаларда нормал ва уринма кучланишлар нолга тенг бўлади: $\sigma_{90°} = 0$; $\tau_{90°} = 0$.

11-§ ЧЎЗИЛИШ ДИАГРАММАСИ

Турли материалларнинг нагрузка остида «ўзини қандай тутиши» ни батафсил ўрганиш мақсадида ушбу материаллардан ясалган намуналар махсус машиналарда лаборатория синовидан ўтказилади. Бу синовлар материалнинг мустаҳкамлиги ва пластиклигини баҳолашга имкон берувчи характеристикаларининг сон қийматларини топиш учун ўтказилади. Бундай характеристикалар, одатда, *механик характеристикалар* дейилади.

Синов машиналари намунага бериладиган нагрузка қийматини кўрсатувчи қурилма билан жиҳозланган. Намунанинг чўзилиши махсус ўлчов асбоблари ёрдамида аниқланади. Чўзилишларни ўлчаш усуллари V бобда баён этилган. Намунанинг нагрузка таъсирида чўзилишини тасвирловчи графикларни автоматик чизадиган машиналар мавжуд. Бундай машиналарга масалан, ИМ-4Р машинаси киради.

Синов машиналарида намунани чўзувчи куч механик мослама ёки гидравлик қурилма ёрдамида ҳосил қилинади.

32-расмда гидравлик қурилмали машинанинг принципиал схемаси кўрсатилган. *А* цилиндрга мой ҳайдалади, у поршенни кўтариб, намунани чўзади. Чўзувчи куч қийматини манометр билан ўлчанадиган босим бўйича аниқлаш мумкин.

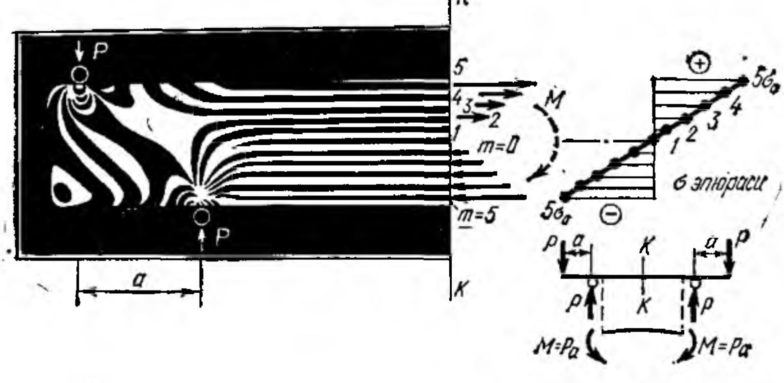
иборатки, унинг ёрдамида синалаётган деталь материалининг эластик босқичдагина эмас, балки эластик- пластик босқичда ҳам деформация ва кучланишлар тақсимланишини ўрганиш мумкин.

Фотоэластик қопламалар тензодатчик кўринишида ҳам ишлатилиши мумкин. Улар конструкция сиртида узоқ муддат қолиши мумкин, бу эса эксплуатация процессида конструкцияда бўладиган ўзгаришларни (чўкиш, ёйилувчанлик ҳодисаларини, дарзлар пайдо бўлишини, кучларнинг қайта тақсимланишини ва бошқаларни) ўрганиш имконини беради. Фотоэластик қопламалар қўлланиш соҳалари ҳозирги вақтда актив текширилмоқда ва тез кенгаймоқда.

5. Бруслар деформациясининг баъзи характерли кўринишлари учун полосалар картинаси

Курснинг кейинги бобларида бруслар турлича деформацияланган ҳолларда кучланишларнинг тақсимланишини назарий жиҳатдан ўрганишга тўғри келади. Шунинг учун оптик усулнинг қулайлигидан фойдаланиб, полосалар картинаси (изохромлар) бўйича бу деформацияларнинг баъзилари билан танишиб чиқиш мақсадга мувофиқдир.

131-расмда бакелитдан ясалган балканинг иккита бир хил кучлар билан эгилишдаги полосалар фотографияси келтирилган. Балканинг ўрта қисмига фақат эгувчи момент M таъсир қилса, четка участкаларига ички кўндаланг куч ҳам таъсир қилади, бу полосалар картинасида ўз аксини топади. Ўрта участканинг ҳар бир нуқтасида балка ўқига параллел бўлган σ кучланиш остида чизиқли кучланиш ҳолати — чўзилиш ёки сиқилиш содир бўлади. Полосалар картинасида ташқи кучлар қўйилган нуқта атрофида полосалар характерининг кескин ўзгариши, у ерда балка ўқига перпендикуляр йўналган анчагина кучланишлар тўпланганлигидан далолат беради. Лекин бу соҳа ўрта участка чегарасига кам кириб боради, шунинг учун ташқи кучлар қўйилган нуқтадан узоқда бундай кучланишлар бўлмайди. Демак, ўрта участкада кучланишлар орасидаги $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқ кучланиш σ нинг ўзига тенг, (5.10) формула бўйича аниқланади:

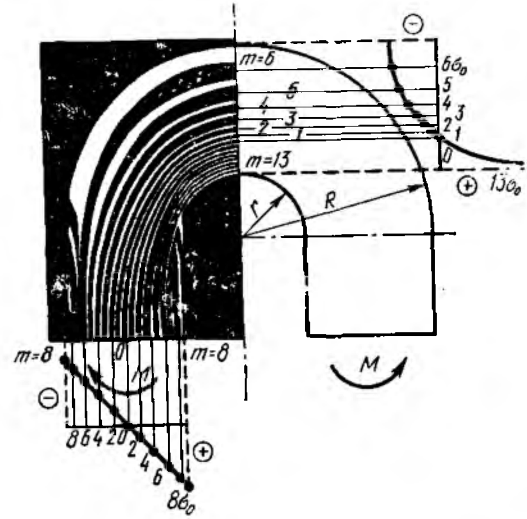


131- расм

$$\sigma = m\sigma_0 \tag{5.15}$$

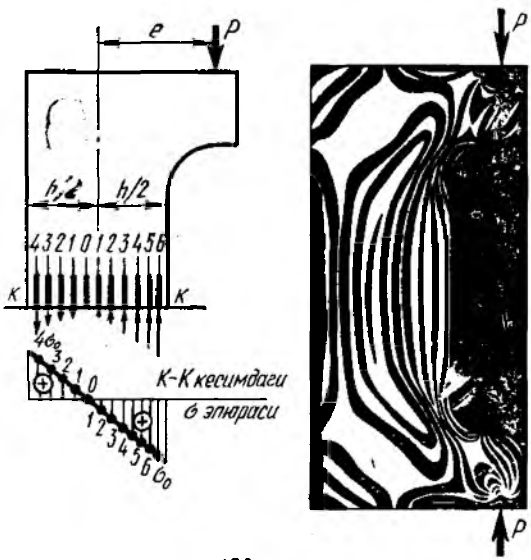
Полосалар тартиби m фотосуратда кўрсатилган. 131-расмда балка баландлиги бўйича σ кучланишлар тақсимланишининг (5.15) формула бўйича қурилган графиги (σ эпюраси) кўрсатилган. Кўриниб турибдики, оптик усул эгилишда нормал кучланишлар σ нинг балка баландлиги бўйича ўзгариши чизиқли қонун бўйича содир бўлишидан далолат беради. Бу хулосага VIII бобда назарий жиҳатдан эга бўламиз.

132-расмда эгри бруснинг эгилишидаги полосалар фотосурати кўрсатилган. Бунда ҳам кучланишлар эпюраси (5.15) формула бўйича қурилган. Ушбу расмдан кўриниб турибдики, бруснинг тўғри чизиқли участкаси 131-расмда кўрсатилган балканинг ўрта участкасига ўхшаш бўлса, бруснинг эгри чизиқли участкаси ундан кескин фарқ қилади: полосалар қалинлигининг нотекислиги кесим баландлиги бўйича нормал кучланишларнинг эгри чизиқли эпюрасига олиб келади. Тажрибадан олинган бу натижа қийшиқ брусларнинг эгилишини назарий жиҳатдан махсус ўрганилишини тақозо қилади; бу XIV бобда бажарилади.

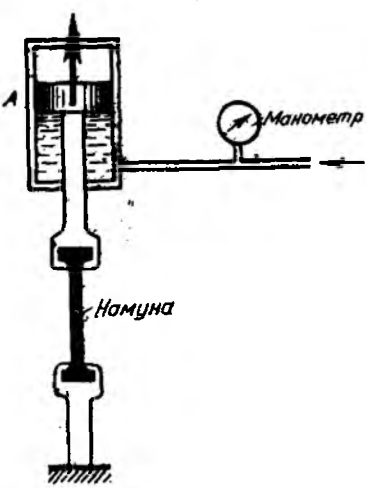


132- расм

133-расмда тўғри бруснинг унинг ўқига нисбатан e эксцентриситетга эга бўлган куч билан сиқилишида ҳосил бўлган полосалар фотосурати кўрсатилган. Ўрта участкада модель эни бўйича полосалар қалинлиги бир текис бўлади, шунинг учун бу участка кесимларидаги (5.15) формула бўйича қурилган кучланишлар эпюраси чизиқли кўринишга эгадир. Унинг ўзига хос томони шундан иборатки, *эпюранинг ноль нуқтаси* ($m = 0$, $\sigma = 0$)



133-расм



32- расм

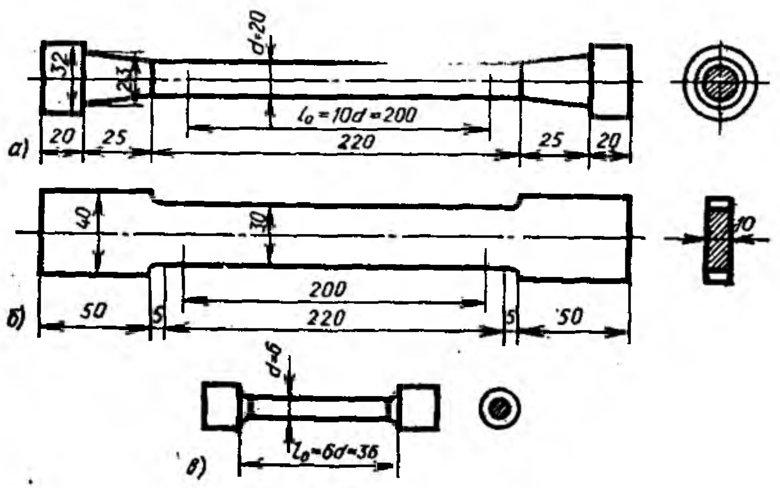
Турли лабораторияларда олинган синов натижаларини ўзаро солиштириш учун намуналарнинг хиллари ва ўлчамлари белгиланган.

33-расм, *а*, *б* да металларни чўзилишга синашда СССР да ишлатиладиган доиравий кесимли (нормал) ва ясси намуналар тасвирланган. Нормал намунанинг ҳисоб узунлиги унинг цилиндрик қисмига туширилган чизиқлар орасидаги масофага тенг: $l_0 = 10\,d = 200$ мм* Намунанинг учларида конуссимон қисмлари бўлиб, улар синов машинаси қамраб олиши учун йўғон каллак билан тугайди.

Баъзи ҳолларда кичик намуналар деб аталадиган намуналардан (33-расм, в) фойдаланилади. Улар ИМ-4Р типидаги кичик машиналарда синалади.

Материалларни чўзилишга синаш муҳим аҳамиятга эга, чунки бунда материалнинг хоссалари ва унинг характеристикалари тўла намоён бўлади.

Чўзувчи куч P билан намунанинг чўзилиши Δl орасидаги график боғланиш *чўзилиш диаграммаси* дейилади. Чўзилиш диаграммаси ўзи ёзар машина билан (ИМ-4Р типидаги машина) автоматик равишда ёки



33- расм

* Агар баъзи сабаблар билан нормал намуналар тайёрлаш мумкин бўлмаса, 15 ёки 10 мм диаметрли намуналардан фойдаланилади; бунда намуна узунлиги билан диаметрининг нисбати аввалгича қолиши керак.

намуна чўзилишини ўлчаш йўли ва чўзувчи кучларга мос келувчи нуқталар бўйича чизилади. Материал хоссаларини ўрганиш учун нормал кучланиш σ ва деформация ε ўртасидаги боғланишни билдирувчи диаграммадан фойдаланиш қулай.

Одатда, намунадаги шартли нормал кучланишлар ҳисоблаб топилади, бунинг учун P нагрузкани намунанинг дастлабки кўндаланг кесим юзаси F_0 га бўлинади:

$$\sigma = \frac{P}{F_0},$$

ε деформация эса Δl абсолют чўзилишни намунанинг дастлабки узунлиги l_0 га бўлиш билан ҳисобланади:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Шунинг учун юқорида кўрсатилган иккала чўзилиш диаграммаси бирбиридан фақат масштаби билан фарқ қилади.

Қурилишда кўп ишлатиладиган кам углеродли (пластик) пўлат Ст.3 нинг чўзилиш диаграммасини батафсил кўриб чиқамиз (34-расм, *а*). Бу диаграммада A, B, C, D ва M характерли нуқталарни белгилаш лозим.

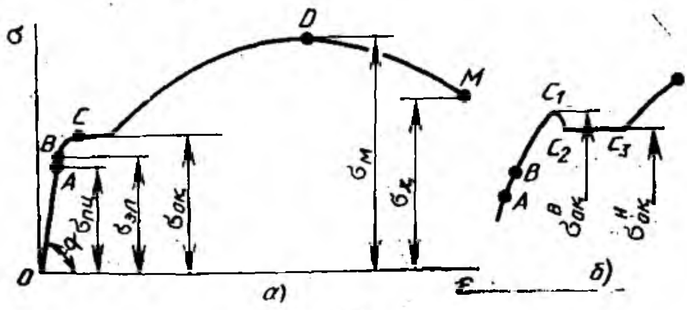
Дастлаб OA участкада диаграмма қия тўғри чизиқдан иборатдир. Бу чегарада кучланиш σ деформация ε га пропорционал равишда ўсиб боради, яъни Гук қонуни сақланади, бу қонун пропорционаллик чегараси $\sigma_{пц}$ гача кучга эгадир.

Пропорционаллик чегараси $\sigma_{пц}$ деб, Гук қонуни тўғри келадиган энг катта кучланишга айтилади (Ст. 3 пўлат учун $\sigma_{пц} \approx 2100$ кгк/см^2 ≈ 210 Мн/м^2).

OA тўғри участканинг абсцисса ўқига оғиш бурчаги α нинг тангенси эластиклик модулига тенг бўлади:

$$\operatorname{tg}\alpha = \sigma/\varepsilon = E. \tag{2.22}$$

A нуқтадан юқорида диаграмма эгриланади, Гук қонуни бузилади, кучланишга нисбатан деформация тезроқ оша боради, A нуқтага жуда яқин ерда диаграмманинг эгри чизиқли участкасида B нуқта ётади, у эластиклик чегараси $\sigma_{эл}$ га мос келади.



34- расм

*Эластиклик чегараси $\sigma_{эл}$ деб, материал юксизлантирилганда қолдиқ деформация ҳосил қилмасдан, материал чидаш берадиган максимал кучланишга айтилади**.

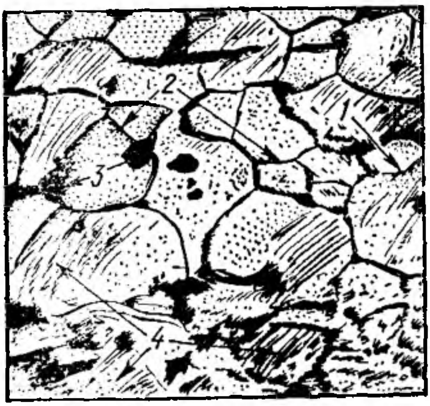
B нуқта *A* нуқтага жуда яқин турганлигидан кўпинча улар бирбирининг устига тушади деб ҳисобланади. Агар *B* нуқта орқали вертикал чизиқ ўтказилса, бу чизиқдан чап томонда диаграммада эластик зона, ўнг томонда эса эластик - пластик деформациялар зонаси ётади. Чунки бу зонада ҳам эластик, ҳам пластик деформациялар учрайди.

C нуқтадан бошлаб диаграмма горизонтал (ёки деярли горизонтал) участкага эга бўлади, бу участкага оқувчанлик чегараси $\sigma_{ок}$ мос келади. Бу участкада нагрузка ортмаса ҳам деформация орта боради, гўё материал «оқади».

Оқувчанлик чегараси $\sigma_{ок}$ деб, нагрузка ортмагани ҳолда деформация орта борадиган кучланиш ҳолатига айтилади (Ст. 3 пўлат учун $\sigma_{ок} \approx 2400$ кгк/см^2 $= 240$ Мн/м^2).

Диаграмманинг горизонтал участкаси *оқувчанлик майдончаси* деб аталади**.

Феррит кристаллари орасида силжишлар содир бўлиши туфайли кам углеродли пўлатлардагина оқувчанлик ҳодисаси кузатилади.



35- расм

Бундай пўлатнинг 35-расмда кўрсатилган микрофотографиясида оқувчанликда феррит кристаллари *1*, унинг атрофидаги учламчи цементит *2* тўри ва перлит аралашмалари *3* кўриниб турибди.

Оқувчанлик чегарасида мўрт цементитли тўр парчалана бошлайди, у қабул қиладиган кучлар феррит кристалларига берилади. Натижада феррит кристаллари деформацияланади ва уларда стержень ўқига тахминан 45° бурчак остида (кўп кристаллар) қияланган текисликлар бўйича *силжиш 4* пайдо бўлади; бу текисликларда энг катта уринма кучланишлар пайдо бўлади.

Жило берилган намунани оқувчанлик чегарасигача чўзганда полоса кўринишида пайдо бўладиган силжишларни оддий кўз билан ҳам кўриш мумкин. Бу чизиқлар *Людерс — Чернов чизиқлари**** дейилади.

---

* ГОСТ га биноан шартли эластиклик чегараси $\sigma_{0,05}$ деб, қолдиқ деформация 0,05 % га етадиган кучланишга айтилади. Техник шартларда алоҳида кўрсатмалар бўлса, қолдиқ деформациянинг кичкина қиймати қабул қилинади.

** Баъзи металларда оқувчанлик майдончаси аниқ кўринмайди. Улар учун қолдиқ деформация 0,2 % га тенг бўлгандаги кучланиш шартли оқувчанлик чегараси деб қабул қилинади; мазкур кучланиш $\sigma_{0,2}$ орқали белгиланади.

*** Бу ҳодиса биринчи марта 1859 й. да немис металлурги Людерс ва ундан хабарсиз ҳолда 1884 йили рус металлурги Чернов томонидан ёзилган бўлиб, улардан мураккаб деталларда пайдо бўладиган кучланишларни тажриба йўли билан ўрганишда фойдаланишни тавсия этдилар.

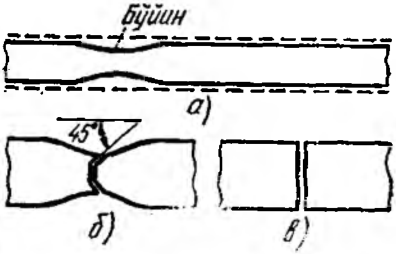
Баъзан оқувчанлик майдончасининг бошланишида «тиш» ҳосил бўлади (34-расм, *б* га қаранг) шунинг учун ҳам оқувчанликнинг юқори ва пастки чегаралари бир-биридан фарқланади.

Маълум пайтдан бошлаб (34-расм) деформация орта бориши билан нагрузка яна орта боради. Пўлатнинг «ўз-ўзидан мустаҳкамланиши» рўй беради, бу ҳодисанинг сабаблари ҳозиргача етарлича аниқ эмас. Ферритнинг қаттиқ эритмасидан силжиш текисликлари бўйлаб силжишнинг давом этишига тўсқинлик қиладиган янги микрозарралар ажралиб чиқади, деб тахмин қилинади.

Диаграмма аста-секин эгри чизиқ бўйлаб энг юқори D нуқтагача кўтарила боради, бу нуқтада шартли кучланиш ($\sigma = P/F_0$) энг катта қийматга эга бўлиб, мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м$ га эришади.

Намуна чидаш бера оладиган энг катта нагрузканинг унинг дастлабки кесим юзасига бўлган нисбати мустаҳкамлик чегараси (ёки вақтли қаршилик) $\sigma_м$ *деб аталади.* Мустаҳкамлик чегараси шартли характеристикалардан бўлиб, материал емириладиган кучланиш ҳисобланмайди, чунки намунанинг емирилишдаги кўндаланг кесим юзаси дастлабки юзадан анча кичик бўлади (Ст. 3 пўлат учун $\sigma_м \approx 4000$ кгк/см$^2 \approx 400$ Мн/м^2).

Мустаҳкамлик чегарасига етгунча намунанинг бўйлама ва кўндаланг деформациялари унинг ҳисобий узунлиги бўйича текис тақсимланади.



36- расм

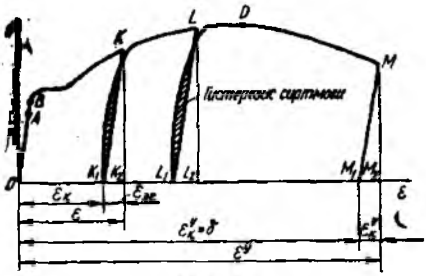
Диаграмманинг D нуқтасига эришилгач, деформациялар намунанинг энг кучсиз (бўш) жойида концентрацияланади, у ерда намуна ингичкалашиб *бўйин* ҳосил бўлади (36-расм, *а*), ингичкаланиш эса тезлашади.

Шу фурсатдан бошлаб бўйлама деформация намуна узунлигидан кўра кўпроқ унинг диаметрига боғлиқ бўлади. Шунинг учун ҳам турли лабораторияларда олинган синов натижаларини солиштириш учун нормал намуналар узунлиги билан диаметри ўртасида маълум нисбат бўлиши зарур.

D нуқтадан ўтгач, диаграмма ординаталари кичрая боради, нагрузка ҳам камаяди, бу бўйининг кўндаланг кесим юзаси янада кичрайиб боришидан сезилади. Ниҳоят намуна узилади. Бунга диаграммадаги M нуқта ва шартли кучланиш σ_u мос келади.

Намуна узилганида бўйин ўртасида кўндаланг кесимининг марказида кўндаланг дарз пайдо бўлади, кесимнинг қолган қисми эса стержень ўқига тахминан 45° бурчак остида синади, узилган намунанинг бир бўлагида чиқиқ ҳосил бўлса, қолган бўлагида чуқурча ҳосил бўлади (36-расм, *б*). Кам углеродли пластик пўлат намунанинг бундай шаклда узилишига сабаб, стержень ўқига 45° бурчак остида жойлашган майдончаларида уринма кучланишлар энг катта бўлиши туфайли силжиш содир бўлади.

Агар қандайдир K нуқтадан бошлаб (37-расм) намунага қўйилган куч ундан олинса, диаграмма тахминан OA чизиққа параллел бўлган



37- расм

KK_1 чизиқ бўйлаб ўтади. OK_1 кесма K нуқтага мос келувчи қолдиқ деформация $\varepsilon_к$ га, K_1K_2 кесма эса шу нуқтага тегишли эластик деформация $\varepsilon_{эл}$ га тенгдир. Тўла деформация ε кўрсатилган иккита деформацияларнинг йиғиндисига тенг бўлади:

$$\varepsilon = \varepsilon_к + \varepsilon_{эл}.$$

Агар намунага яна юк қўйилса, диаграмма тахминан K_1K чизиқ бўйлаб боради, бунда кичкина сиртмоқ ҳосил бўлади. 37-расмда штрихлаб қўйилган бу сиртмоқ деформация энергиясининг йўқолиши туфайли содир бўлади. У *гистерезис сиртмоғи* деб аталади. Диаграмма K нуқтадан бошлаб гўё намунага қўйилган куч ундан олинмаган ва у қайта юкланмагандек давом этади. Қайта юкланганида кучланишлар диаграммаси $OACDM$ эгри чизиқ (34-расмга қаранг) ўрнига K_1KDM эгри чизиқ бўйича ўзгаради. $OACDM$ эгри чизиқ дастлабки юкланмаган намуна учун характерлидир. Бу, намуна оқувчанлик чегарасидан юқоригача юкланганда ва қайта юксизлантирилганда металл намуна ўз хоссаларини ўзгартиришини кўрсатади: оқувчанлик майдончаси йўқолади, пропорционаллик чегараси ортади, намуна узилганида тўла деформация қисқаради ($K_1M_2<OM_2$), гўё металл мўрт бўлиб қолади. Металл хоссаларининг бундай ўзгариши *наклёп* дейилади.

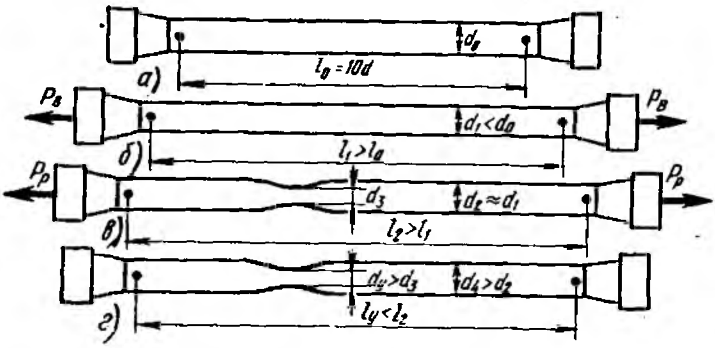
Наклёп фақат чўзилишдагина эмас, балки бошқа хил деформацияларда ҳам ҳосил бўлиши мумкин. Оқувчанлик чегарасидан юқоридаги кучланишни ҳосил қилиб, металларга совуқлайин ишлов беришда наклёп ривожланади. Масалан, болт ёки парчин михлар ўтказиш учун пўлат листларда ўйиб тешиклар очиш, уларни пармалаб очишга нисбатан анча арзон тушади. Лекин ўйиб тешик очишда унинг қирралари наклёпга учрайди ва мўрт бўлиб қолади (бунда дарзлар пайдо бўлиши мумкин). Бу камчиликни йўқотиш учун кўпинча кичик диаметрли тешик очилади, сўнгра керакли диаметргача пармалаб, наклёп олган металл кетказилади.

Баъзан, аксинча, техникада наклёпдан фойдаланилади. Масалан, юк кўтариш машиналарининг занжирларида наклёп ҳосил қилиш учун улар олдин чўзилади, бу уларнинг деформациясини камайтиради, пропорционаллик чегарасини оширади.

Наклёпни юмшатиш йўли билан ҳам йўқотиш мумкин.

Намуна L нуқтадан бошлаб қайта юксизлантирилганда, диаграмма яна $L\ L_1$ тўғри чизиқ бўйича дастлабки OA кесмага параллел равишда ўтади (37-расмга қаранг), сўнгра юқорида қайд қилинган ҳодиса тўла қайтарилади. 37-расмдан кўриниб турибдики, OM_1 кесма қолдиқ деформация $\varepsilon_к^у = \delta$ га, M_1M_2 кесма эса намуна узилганда унинг эластик деформацияси $\varepsilon_{эл}^у$ га тенг бўлади.

Диаграмма тўғри участкаларининг параллеллиги ($OA \parallel KK_1 \parallel LL_1 \parallel \parallel MM_1$) намуна юксизлантирилганда эластиклик модули ўзгармаслигини билдиради.



38- расм

38-расмда чўзилишга синалаётган нормал намунанинг турли вақтлардаги кўринишлари кўрсатилган.

38-расм, *а* да синовгача бўлган намуна, 38-расм, *б* да мустаҳкамлик чегарасигача юкланган намуна, 38-расм, *в* да узилиш олдидаги намуна, 38-расм, *г* да узилгандан кейинги намуна кўрсатилган. Узилган намунанинг ҳар бир бўлагида деформациянинг эластик қисми йўқолган бўлиб, қолдиқ қисми сақланади. Шунинг учун узилгандан кейин икки бўлакдан иборат намунанинг узунлиги l_y, узилиш олдидаги намуна узунлиги l_2 дан кичик бўлади. Чўзилиш жараёнида намуна қизийди ва магнитланади. Бу ҳодиса, айниқса, узилиш жойи атрофида яққол сезилади.

Синовдан сўнг узилган намунанинг нисбий қолдиқ чўзилиши

$$\delta = \frac{l_y - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l_y}{l_0} \tag{2.23}$$

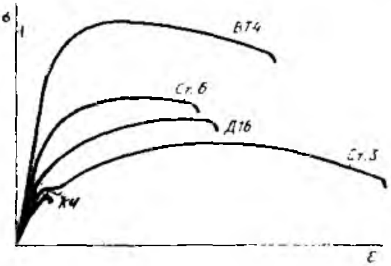
(Ст.3 пўлат учун 21—23 %) ва бўйин кўндаланг кесим юзининг нисбий қолдиқ ингичкаланиши қуйидагича топилади:

$$\psi = \frac{F_0 - F_y}{F_0} = \frac{\Delta F_y}{F_0}, \tag{2.24}$$

бу ерда F_0 — намунанинг деформациягача бўлган кўндаланг кесим юзи: F_y — бўйиннинг кўндаланг кесим юзи (Ст.3 пўлат учун $\psi \approx 60$ — 70 %). δ ва ψ ларни топиш учун намунанинг диаметри ва узунлиги (туширилган чизиқлар орасидаги масофа) нинг синовдан олдинги ва кейинги қийматлари ўлчанади. Юқорида кўриб ўтилган кучланишлар, яъни пропорционаллик чегараси $\sigma_{пц}$, эластиклик чегараси $\sigma_{эл}$, оқувчанлик $\sigma_{оқ}$ ва мустаҳкамлик $\sigma_м$ чегаралари *материалнинг мустаҳкамлик характеристикалари* деб аталади. Тўла қолдиқ нисбий чўзилиш δ ва намуна узилишида унинг кўндаланг кесим юзасининг қолдиқ нисбий ингичкаланиши ψ *материалнинг пластик характеристикалари* дейилади, чунки улар узилгунга қадар синалган намунанинг деформацияланиш лаёқатини характерлайди.

12-§. ТУРЛИ МАТЕРИАЛЛАРНИНГ ЧЎЗИЛИШ ДИАГРАММАЛАРИНИ ТАҚҚОСЛАШ

Бошқа баъзи материалларнинг чўзилиш диаграммаларини кўриб чиқамиз. 39-расмда таққослаш учун Ст. 3, Ст. 6 пўлатлар, кул ранг чўян [КЧ], алюминий [Д16] ва титан [ВТ4] қотишмаларининг диаграммалари келтирилган. Ст. 6 пўлат Ст. 3 пўлатга нисбатан анча юқори мустаҳкамлик характеристикасига эга. Мустаҳкамлиги юқори бўлган пўлатларда оқувчанлик майдончаси, одатда, ё бўлмайди, ё узунлиги жуда қисқа бўлади. Ст. 6 пўлатдан ясалган намуна узилишида бўйин Ст. 3 пўлатдагига ўхшаш яққол кўринмайди. Ст. 6 пўлатнинг узилишида қолдиқ деформация ($\delta \approx$ 13 — 15 %) Ст. 3 пўлатникига нисбатан анча кичик бўлади.



39- расм

Чўяннинг чўзилиш диаграммасида тўғри участка умуман бўлмайди, у бошланишиданоқ эгри бўлиб қолади. Аслида олганда чўян умуман Гук қонунига бўйсинмайди. Чўяннинг шартли эластиклик модулини аниқлаш учун участкадаги эгри чизиқни кучланиш ватари билан алмаштириб диаграмма тўғриланади. Чўяннинг чўзилиш диаграммаси мустаҳкамлик чегарасига етиши билан узилади. Турли нав чўянлар учун чўзилишда мустаҳкамлик чегараси 1200 дан 3800 кгк/см^2 (120 — 380 Мн/м^2) гача ўзгаради. Чўян намуна бўйин ҳосил бўлмасдан кичик қолдиқ деформация ($\delta \approx 0{,}5$ %) ларда узилади. Чўяннинг узилиши 36-расм. *в* да кўрсатилган.

Барча материаллар мустаҳкамлик ва пластиклик характеристикаларига, шунингдек, емирилиш характерига кўра икки группага: пластик ва мўрт материалларга бўлинади.

Пластик материаллар (баъзи пўлатлар, мис, алюминий ва титан қотишмалари) юмшоқ пўлатникига ўхшаш чўзилиш диаграммасига (лекин оқувчанлик чегараси йўқ) ва намуналарнинг шу каби емирилиш шаклларига эга бўлади.

Мўрт материаллар (бетон, ғишт) чўяннинг чўзилиш диаграммасига ўхшаш диаграммага ва шунга мос емирилиш шаклига эга бўлади.

Материалларни пластик ва мўрт хилларга бўлиш шартли характерга эга бўлиб, маълум шароитларда мўрт материаллар пластик хоссаларга (масалан, ойна ҳар томонлама катта куч билан сиқилганда пластик хоссаларга эга бўлиб, пластик материал каби емирилади), ва аксинча, пластик материаллар мўрт хоссаларга (масалан, пластик материалдан ясалган намуна паст температурада мўрт материал каби бўйин ҳосил қилмасдан узилади) эга бўлади.

Шунинг учун пластик ва мўрт материаллар ҳақида эмас, балки материалнинг пластик ва мўрт емирилиши ҳақида гапирилса тўғри бўлади.

Углеродли пўлатларда углероднинг процент миқдори ортиши билан унинг мустаҳкамлик характеристикалари ($\sigma_{оқ}$, $\sigma_м$) ортади ва пластиклик характеристикалари (δ ва ψ) камаяди, пўлат мўрт бўлиб қолади. Мўрт материалларнинг динамик нагрузка таъсирига қаршилиги ёмон. Шунинг учун ҳам пластик характеристикалари етарли даражада катта бўлган мустаҳкамлик характеристикалари юқори пўлатлар ятатиш металлурглар олдидаги муҳим вазифалардандир. Бунда таркибига маълум миқдорда мис, никель, хром, кобальт каби аралашмалар қўшиб мустаҳкам пўлат яратишга эришилади. Бундай пўлатлар *легирланган пўлатлар* дейилади. 2- жадвалда баъзи материалларнинг механик характеристикалари келтирилган *.

2- жадвал

Материалнинг номи	Маркаси	$\sigma_{ок}$, кгк/мм²	$\sigma_{ок}$, МН/м²	$\sigma_{м}$, кгк/мм²	$\sigma_{м}$, МН/м²	δ, %
Углеродли пўлат	Ст.3	24	240	38—47	380—470	23—21
Худди юқоридагидек	Ст.6	31	310	60—72	600—720	15—13
Хромли пўлат	20Х	65	650	80	800	12
Хром-кремний-марганецли пўлат	35ХГСА	140	1400	165	1650	10
Кул ранг чўян	СЧ	—	—	12—38	120—380	—
Дюралюминий	Д16	33	330	45—50	450—500	12
Титан котишмаси	ВТ4	70—80	700—800	80—90	800—900	22—15
Қарағай толалари бўйлаб	—	—	—	8	80	—
Текстолит	ПТК	—	—	10	100	0,8—1,2
Шиша толали пластик	СВАМ	—	—	26—48	260—480	1,4—2

13-§. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДА ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ

Жисмга қўйилган ташқи кучлар ўзлари ҳосил қилган кўчишларда иш бажарадилар, бу иш жисмда деформациянинг *потенциал энергияси* кўринишида тўпланади. Куч таъсири олингач, тўпланган энергия ҳисобига жисм ўзининг дастлабки ўлчамларини тиклайди.

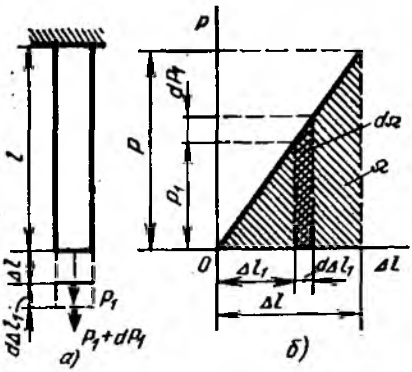
P куч билан Δl миқдорга чўзилган призматик стерженни кўриб чиқамиз. Куч брусга аста-секин 0 дан бошлаб P миқдоргача қўйилган, бунда P куч A иш бажаради. Бу иш эластик деформациялар чегарасида деформациянинг потенциал энергиясига тенг бўлади:

$$A = U.$$

Чўзувчи куч 0 дан P гача ўзгариши жараёнида унинг қандайдир P_1 қийматида бруснинг чўзилиши Δl_1 га тенг бўлсин (40- расм, *а*). P_1 кучга dP_1 орттирма берамиз, унда чўзилиш $d\Delta l_1$ қийматга ортади. Бу кўчишда P_1 куч бажарган элементар иш қуйидагига тенг бўлади:

* Ҳозирги вақтда саноатимизда мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м = 250 - 300$ кгк/мм² га тенг пўлатлар ишлаб чиқариш ўзлаштирилмоқда. Лаборатория шароитларида мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м = 1000$ кгк/мм² бўлган темирнинг нуқсонсиз ипсимон монокристаллари олинган.

$$dA = P_1 d\Delta l_1.$$



40- расм

40- расм, *б* да эластик деформациялар чегарасида юкланган стерженнинг чўзилиш диаграммаси кўрсатилган. Расмдан кўриниб турибдики, $P_1 d\Delta l_1$ қиймат диаграмманинг кўш штрихлаб қўйилган энсиз полосаси юзига тенг, яъни

$$dA = d\Omega,$$

$$A = \int_0^{\Omega} d\Omega = \Omega.$$

Шундай қилиб, иш (демак, потенциал энергия ҳам) эластик деформациялар чегарасида учбурчак кўринишидаги чўзилиш диаграммаси юзига тенг бўлади:

$$U = A = \frac{1}{2} P \cdot \Delta l. \qquad (2.25)$$

Бу формуладаги ташқи P кучи ўрнига унга тенг ички куч N қийматини ва (2.9) формуладан чўзилиш қийматини қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$U = \frac{N^2 l}{2EF}. \qquad (2.26)$$

Потенциал энергия ички бўйлама кучнинг квадратига пропорционал бўлганлигидан у доим мусбат ишорали бўлади. Уни ҳисоблашда (2.26) функция чизиқсиз бўлганлигидан кучлар таъсирининг мустақиллик принципидан фойдаланиб бўлмайди. (2.26) формула ёрдамида кўндаланг кесим юзаси ўзгармас бўлган брусларда унинг узунлиги бўйича бўйлама куч N қиймати ўзгармаса, потенциал энергияни ҳисобласа бўлади. Агар брус узунлиги бўйлаб кесим юзаси ёки бўйлама куч ўзгарса, N ва F ўзгармайдиган ҳар бир кесим учун потенциал энергия қиймати ҳисобланиб, натижалар қўшилади:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i^2 l_i}{EF_i}. \qquad (2.27)$$

Агар кесим юзаси ёки бўйлама куч брус узунлиги бўйлаб аста-секин қандайдир қонун бўйича ўзгарса, стерженнинг кўндаланг кесим юзаси ва ички куч ўзгармас ҳисобланадиган чексиз кичик dz узунликдаги бўлаги учун потенциал энергия қийматини қуйидагича ёзиш керак:

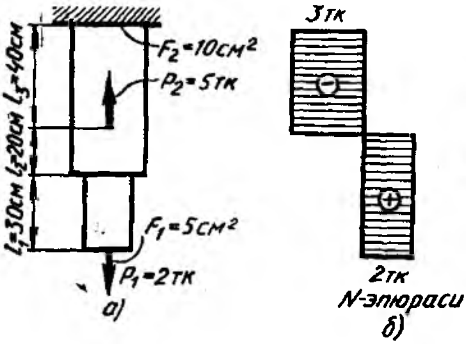
$$dU = \frac{N_z^2 dz}{2EF_z},$$

шундан сўнг уни брус узунлиги бўйича интеграллаш лозим:

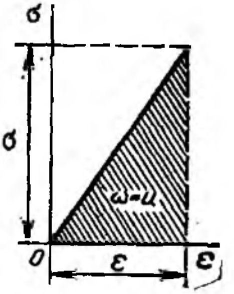
$$U = \frac{1}{2}\int_0^l \frac{N_z^2\,dz}{EF_z}. \tag{2.28}$$

Мисол. 41-расм, *а* да тасвирланган, $P_1 = 2$ тк, $P_2 = 5$ тк тўпланган кучлар билан юкланган поғонали мис бруснинг потенциал энергияси топилсин. Брус материалининг эластиклик модули $E = 10^6$ *кгк/см*^{2}.

Ечим. Бўйлама кучлар эпюраси 41-расм, *б* да кўрсатилган.



41- расм



42- расм

(2.27) формулани ҳар бир участка учун қўллаб, қуйидагини топамиз:

$$U = \frac{N_1^2 l_1}{2EF_1} + \frac{N_1^2 l_2}{2EF_2} + \frac{N_2^2 l_3}{2EF_2} = \frac{2000^2\cdot 30}{2\cdot 10^6\cdot 5} + \frac{2000^2\cdot 20}{2\cdot 10^6\cdot 10} + \frac{(-3000)^2\cdot 40}{2\cdot 10^6\cdot 10} =$$
$$= 34 \text{ кгк}\cdot\text{см}.$$

Баъзи масалаларда *солиштирма потенциал энергия* ва тушунчасидан фойдаланилади. Бунда брус бошланғич ҳажмининг ўлчов бирлигига тўғри келадиган потенциал энергия тушунилади. У бруснинг ўлчамларига боғлиқ бўлмайди:

$$u = \frac{U}{V_0} = \frac{\frac{1}{2}P\cdot\Delta l}{F_0\cdot l_0}.$$

$$\frac{P}{F_0} = \sigma, \quad \frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon \quad \text{бўлғанлигидан}$$

$$u = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon. \tag{2.29}$$

Гук қонунига биноан нисбий деформация $\varepsilon = \sigma/E$ га тенг бўлганлигидан солиштирма потенциал энергия учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E}. \tag{2.30}$$

Солиштирма потенциал энергиянинг ўлчов бирлиги:

$$\frac{\text{кгк}\cdot\text{см}}{\text{см}^3}=\frac{\text{кгк}}{\text{см}^2}\left(\frac{\text{МН}\cdot\text{м}}{\text{м}^3}=\frac{\text{МН}}{\text{м}^2}\right).$$

(2.29) ифодадан кўриниб турибдики, солиштирма потенциал энергия σ, ε ўқларда чўзилиш диаграммаси юзига тенг (42-расм).

14-§. НАМУНАНИ УЗИШ УЧУН САРФЛАНГАН ТЎЛА ИШ

Юқорида эластик деформациялар чегарасида ташқи куч P нинг бажарган иши мазкур чегарадаги чўзилиш диаграммасининг юзига тенглиги исбот қилинган эди. Ташқи куч P нинг брусни узишда бажарган тўла иши чўзилиш диаграммасининг тўла юзига тенглиги 43-расмдан кўриниб турибди.

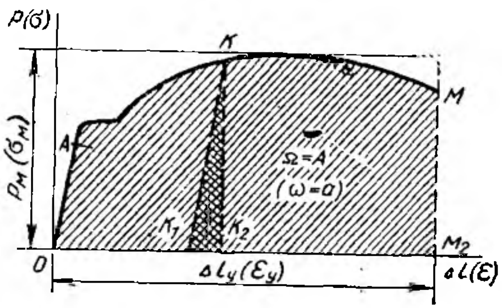
Чўзилиш диаграммасининг юзи, одатда, қуйидаги формуладан топилади:

$$A=\eta P_{м}\Delta l_y. \tag{2.31}$$

бу ерда $P_{м}\Delta l_y$ — тўғри тўртбурчак юзи (43-расм);

η — тўлдириш коэффициенти.

Намунани деформациялаш учун сарфланадиган ишни иккига, яъни эластик деформациялар учун ҳамда пластик деформациялар учун сарфланган ишларга бўлиш мумкин. Улардан биринчиси қайтар процесс ҳисобланиб, унинг ҳисобига намунада потенциал энергия тўпланади. Пластик деформацияга сарфланган иш қайтмас процесс ҳисобланади.



43-расм

Чўзилишнинг бирор босқичида намунанинг потенциал энергиясини топиш учун керакли K нуқтадан OA чизиққа параллел бўлган KK_1 ва вертикал KK_2 чизиқларни ўтказиш лозим. KK_1K_2 учбурчакнинг юзи миқдор жиҳатдан потенциал энергияга тенг бўлиб, диаграмманинг координата бошидан KK_1 чизиққача бўлган қолган юзи эса ишнинг қайтмас қисмига тенг.

Солиштирма потенциал энергия тушунчасига ўхшаш узилиш учун сарфланган *солиштирма иш* a (бруснинг дастлабки ҳажмига шартли тўғри келадиган иш) тушунчасини киритиш мумкин. Намунани узиш учун сарфланган солиштирма иш миқдор жиҳатдан σ, ε ўқлардаги чўзилиш диаграммаси юзига тенг:

$$a=\eta\sigma_{м}\varepsilon_y. \tag{2.32}$$

Узилиш учун сарфланган солиштирма иш a мустаҳкамлик чегарасига, энг катта чўзилиш миқдорига ҳамда чўзилиш диаграммасининг шаклига боғлиқ.

Пластик пўлатни узиш учун сарфланган иш мустаҳкамлик чегараси катта бўлган мўрт пўлатни узишга сарфланган ишдан катта бўлади. Бунга сабаб шуки, мўрт пўлатнинг узилишдаги чўзилиши анча кичик бўлади.

15-§. ҲАҚИҚИЙ ЧЎЗИЛИШ ДИАГРАММАСИ

Юқорида кўриб ўтилган барча чўзилиш диаграммалари шартли диаграммалар ҳисобланади, чунки координата ўқлари бўйлаб шартли нормал кучланишлар $\sigma = P/F_0$ ва шартли деформацияллар $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ қўйилади; бу ерда F_0 ва l_0 — намунанинг дастлабки кўндаланг кесим юзи ва ҳисобий узунлиги.

Аслида кўндаланг кесим юзи деформацияланиш жараёнида ўзгаради. Айниқса, бўйин ҳосил қилишда бу ўзгариш катта бўлади.

Ҳақиқий кучланиш нагрузка билан кўндаланг кесимнинг ҳақиқий юзи нисбатига тенг бўлиб, қуйидагича ифодаланади:

$$\sigma_x = \frac{P}{F_x}. \tag{2.33}$$

Бўйин ҳосил бўлиш жараёнида намуна узунлиги бўйлаб ҳақиқий кучланишнинг ҳар хил бўлиши табиийдир, чунки бўйиннинг кўндаланг кесим юзаси бошқа жойлардаги кесим юзаларидан фарқ қилади.

Худди шунингдек, бўйин ҳосил қилиш процесси бошлангандан сўнг, намунанинг деформацияси ε унинг ҳисобий узунлиги бўйлаб текис тақсимланмасдан бўйин атрофида тўпланади.

Бўйиннинг энг ингичка қисмида чексиз кичик узунлик dl да ўлчанган ҳақиқий деформация қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dl}{dl}. \tag{2.34}$$

Чексиз кичик кесманинг чўзилиши Δdl ни бевосита ўлчаш имкони йўқ. Ҳақиқий нисбий деформацияни топиш учун кўндаланг кесим юзининг нисбий ингичкаланишини топишни қуйидаги формулада кўрамиз:

$$\psi = \frac{F_0 - F_x}{F_0} = 1 - \frac{F_x}{F_0},$$

ундан

$$F_x = F_0(1 - \psi). \tag{2.35}$$

Бу ердаги намуна чексиз кичик бўлагининг ҳажми деформациягача $dV_0 = F_0\, dl$ га, деформациядан кейин эса $dV_1 = F_x(dl + \Delta dl)$ га тенг бўлади.

F_x ва Δdl қийматларини (2.35) ва (2.34) лардан олиб қўйсак, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$dV_1 = F_0(1 - \psi)\, dl\, (1 + \varepsilon_x). \tag{2.36}$$

Пластик деформацияларда (оқувчанлик майдончаси чегарасида) намунанинг ҳажми ўзгармаслиги ҳам тажриба, ҳам назарий йўл билан исботланган. Шунинг учун бўйиндаги эластик деформацияларни ҳисобга олмасдан деформациядан олдин ва кейинги ҳажмларнинг бирбирига тенглик шартидан ε_x ни топиш мумкин. Демак,

$$dV_0 = dV_1.$$

$dV_0 = dV_1$ шартига уларнинг қийматларини қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$F_0\,dl = F_0(1-\psi)\,dl\,(1+\varepsilon_x),$$

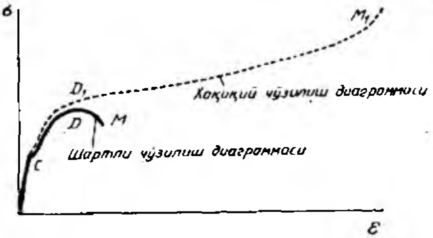
ёки

$$1 = 1 + \varepsilon_x - \psi - \psi\,\varepsilon_x,$$

ундан

$$\varepsilon_x = \frac{\psi}{1-\psi}. \qquad (2.37)$$

Узилишдаги ҳақиқий нисбий деформация шартли деформациядан анча катта бўлади. Масалан, кам углеродли пўлат учун шартли деформация 21 — 23 % бўлса, ҳақиқийси 100 — 200 % га тенг бўлади (ψ = 50 — 65 %). Таққослаш учун 44-расмда кам углеродли пўлатнинг ҳақиқий ва шартли чўзилиш диаграммалари кўрсатилган.*



44- расм

Ҳақиқий диаграмма бутун узунлиги бўйлаб шартли диаграммага нисбатан юқоридан ўтади.

Бошланғич даврда ҳақиқий ва шартли диаграммалар устма-уст ётади. Мустаҳкамлик чегарасидан сўнг диаграммалар бир-биридан кескин фарқ қилади.

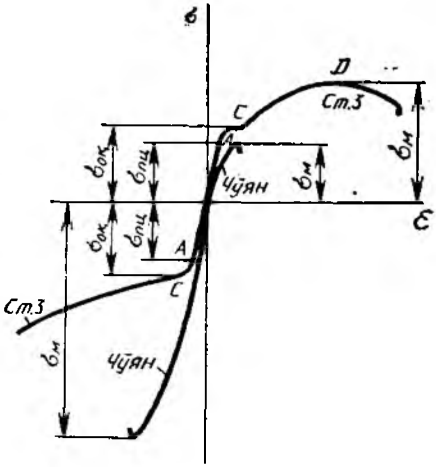
Амалий масалаларни ечишда, одатда, оқувчанлик чегарасидан катта бўлмаган кучланишлар билан иш кўришга тўғри келади. Шунинг учун ҳақиқий диаграмма назарий қизиқиш уйғотса ҳам ундан қурилишдаги инженерлик практикасида, одатда, фойдаланилмайди.

16-§. СИҚИЛИШ ДИАГРАММАСИ. СИҚИЛИШДА ЕМИРИЛИШНИНГ ЎЗИГА ХОС ХУСУСИЯТЛАРИ

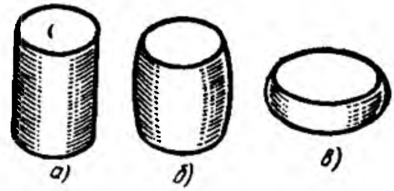
Сиқилишда материаллар «ҳолатини» ўрганиш учун сиқилиш диаграммалари қурилади.

Металларни сиқилишга синаш баландлиги диаметрига тенг бўлган цилиндрик намуналарда бажарилади (одатда, $d = h = 20$ мм, автоматик синов машиналари учун $d = h = 6$ мм). Бошқа материаллар учун куб кўринишидаги намуналардан фойдаланилади (кубнинг томонлари ёғоч

* Ҳақиқий деформацияларни янада аниқроқ топиш усули В. А. Гастевнинг «Сопротивление материалов» китобида (Физматгиз, 1959) баён этилган.



45- расм



46- расм

намуна учун $a = 50$ мм, цемент намуна учун 70 мм, бетон намуна учун 200 ёки 300 мм қабул қилинади).

Пўлат ва чўяннинг сиқилиш диаграммаларини кўриб чиқамиз. Кўргазмали бўлиши учун уларни чўзилиш диаграммалари билан бирга тасвирлаймиз (45- расм). Биринчи чоракда чўзилиш, учинчи чоракда эса сиқилиш диаграммаси тасвирланган.

Юкланишнинг бошланғич даврида кам углеродли пластик пўлат Ст. 3 ни сиқишда кучланиш диаграммаси чўзилишдаги диаграммага ўхшаш бўлиб, горизонталга қия тўғри чизиқдан иборат. Сўнгра диаграмма эгриланиб, горизонталга жуда кичик бурчак остида йўналган оқувчанлик участкасига ўтади. Сиқилишда оқувчанлик майдончаси чўзилишдаги каби аниқ билинмайди.

Сиқилишда пропорционаллик, эластиклик ва оқувчанлик чегаралари тахминан чўзилишдагига ўхшаш. Чўзилиш ва сиқилишда диаграмма тўғри чизиқли участкаларнинг оғиш бурчаклари бир хил, демак, эластиклик модуллари ҳам бир-бирига тенг.

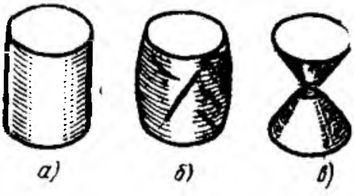
Сиқилишда пўлат намунанинг узунлиги қисқаради (46- расм, *а*), кўндаланг ўлчамлари эса, айниқса ўрта қисмида катталашади.

Намуна четки учлари синов машинаси текислигига тегиб турганидан бу кесимларнинг кўндаланг деформацияланиши қийин, шунинг учун цилиндр сиқилганида бочкасимон кўринишни олади (46- расм, *б*). Намуна янада юклантирилса, у аста-секин яссиланади (46 расм, *в*), лекин уни парчалаш мумкин бўлмайди, шунинг учун ҳам мустаҳкамлик чегарасини аниқлаб бўлмайди.

Сиқилишдаги мустаҳкамлик чегараси шартли равишда чўзилишдаги мустаҳкамлик чегарасига тенг деб олинади.

Бошқа пластик металлар (мис, алюминий) дан ясалган намуналар сиқилишда пўлат намуна каби деформацияланади, шунинг учун уларнинг сиқилишдаги кучланиш диаграммаси ҳам пўлатникига ўхшаш бўлади.

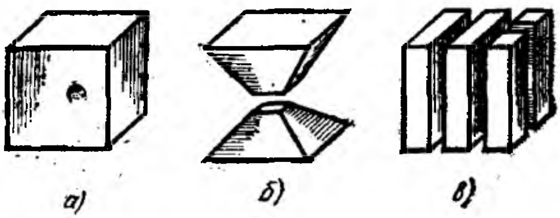
Чўяннинг сиқилиш диаграммаси шакл жиҳатдан унинг чўзилиш диаграммасига ўхшаш. Бу диаграммалар бошланишиданоқ эгриланиб боради, нагрузка энг катта қийматга етиши билан диаграмма кескин узилади (45- расм). Лекин сиқилишда кучланиш диаграммасининг ординаталари чўзилишдагига нисбатан би р неча марта катта. Чўяннинг сиқилишдаги мустаҳкамлик чегараси $\sigma_м = 5000 - 15000$ кгк/см^2 $\approx 500 - 1500$ МН/м^2 га тенг, яъни чўзилишдагига нисбатан 4 — 5 марта каттадир. Шундай қилиб, чўян чўзилишга нисбатан сиқилишга анча яхши ишлайди. Чўян намуна сиқилганда (47- расм, *а*) унинг бўйлама деформациялари кичик бўлади. Намунанинг ўрта қисми бироз қаваради, озгина бўлса ҳам бочка шаклини олади. Шундан сўнг намуна ўқига 45° бурчак остида энг катта уринма кучланиш пайдо бўладиган юзалар бўйлаб дарзлар пайдо бўлади (47- расм, *б*). Бу вақтда нагрузка кескин камаяди ва диаграмма узилади. Емирилиш пайтида намунанинг ён қисмлари ажралиб чиқади ва у иккита кесик конус шаклини олади (47- расм, *в*).



47- расм

Кўпгина мўрт материаллар (бетон, ғишт) сиқилишда худди чўян каби емирилади ва чўянникига ўхшаш сиқилиш диаграммасига эга бўлади. Сиқилишда бу материалларнинг мустаҳкамлик чегараси чўзилишдагига қараганда анча катта бўлади (бетонники тахминан 20 марта катта). Барча мўрт материаллар чўзилишга ёмон ишлайди.*

Бетон ёки цементдан ясалган кубиклар босиб пачақланса, иккита кесик пирамида кўринишини олади; бетон кубикнинг емирилишдан олдинги ва кейинги кўринишлари 48- расм, *а*, *б*, да кўрсатилган. Агар сиқиладиган бетон кубик томони билан машина текислиги орасини парафин билан мойлаб, ишқаланиш йўқотилса, кубик таъсир этувчи кучларга параллел текисликлар бўйлаб емирилади (48- расм, *в*). Горизонтал йўналишда кучланиш бўлмаганлигидан, бундай емирилиш характерини XII бобда. бу масалани махсус ўрганиб чиққандан сўнггина тушунтириб бериш мумкин.



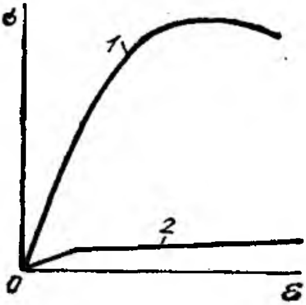
48- расм

Ёғочни сиқилишга синаганда у анизотроп материал эканлигини, толалари бўйлаб ва толаларига кўндаланг равишда куч қўйилганида турлича ишлашини ҳисобга олишга тўғри келади. Ёғоч толалари бўйлаб ва

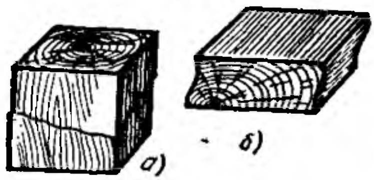
* Шунинг учун бетон конструкцияларнинг чўзилувчи зоналарига чўзувчи кучларни қабул қилувчи пўлат чивиқлар (арматуралар) қўйилади. Бундай конструкция темирбетон конструкция деб аталади.

толаларига кўндаланг сиқилганида олинган кучланиш диаграммалари 49-расмда мос равишда *1* ва *2* эгри чизиқлар билан кўрсатилган.

Толалари бўйлаб сиқилишда кўпгина ёғоч жинслари каттагина кучланишларга чидаш бера олади, масалан, қарағайнинг мустаҳкамлик че-



49- расм



50- расм

гараси 400 — 800 кгк/см² $\approx$ 40 —80 МН/м² га етади. Бунда кубик бир қисмининг иккинчи қисмига нисбатан силжиши туфайли емирилиш рўй беради (50-расм, *а*.)

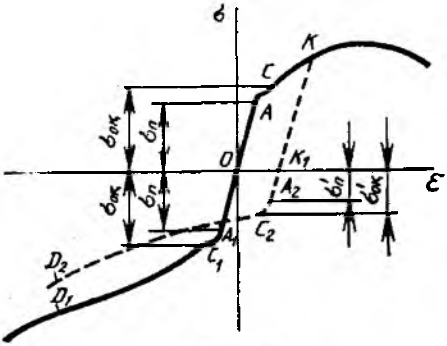
Ёғочни толаларига кўндаланг сиққанда у емирилмайди, балки анча прессланади (50-расм, *б*).

Таққослаш учун баъзи материалларнинг чўзилиш ва сиқилишдаги мустаҳкамлик чегаралари 3-жадвалда берилган.

3-жадвал

Материалнинг номи	Мустаҳкамлик чегараси, $\sigma_м$			
	чўзилишда	сиқилишда	чўзилишда	сиқилишда
	кгк/мм²		МН/м²	
Ст. 3	38—47	—	380—470	—
Хромли пўлат 20Х . . .	80	—	800	—
Дюралюминий Д16 . . .	45—50	—	450—500	—
Титанли қотишма ВТ4 . .	80—90	—	800—900	—
Кул ранг чўян СЧ . . .	12—38	50—150	120—380	500—1500
Қарағай, толалари бўйлаб	8	4	80	40
Гранит	0,3	12—26	3	120—260
Кум тош	0,2	4—15	2	40—150
Ғишт	0,07—0,3	0,7—3	0,7—3	7—30
Бетон	0,025—0,175	0,5—3,5	0,25—1,75	5—35
Бакелит	2—3	8—10	20—30	80—100
Текстолит ПТК	10	25	100	250
Ёғоч қатламли пластик .	21	36	210	360
СВАМ 1:1	48	42	480	420

Чўзилишда пластик деформациягача чўзилган материални юксизлантириб, сўнгра сиқилганда (ёки аксинча) намунанинг қай ҳолатга келиши эътиборга моликдир. Пўлатнинг чўзилиш ва сиқилишдаги кучланиш диаграммасини кўриб чиқамиз (51-расм). Агар чўзилиш диаграммасининг бирор *К* нуқтасидан бошлаб намунани юксизлантирсак, диаграмма KK_1 чизиқ бўйлаб боради ва намуна материалида наклёп ҳосил бўлади. На-



51- расм

мунани яна сиққанда диаграмма $K_1A_2C_3D_2$ эгри чизиқ бўйлаб давом этади ва у наклёп ҳосил қилинмаган намунани сиққанда ҳосил бўлган диаграмма $OA_1\ C_1\ D_1$ дан юқори жойлашади ва тахминан унга параллел бўлади.

Чўзилиш ва сиқилишда наклёпгача бўлган пропорционаллик ва оқувчанлик чегаралари деярли бир хил бўлган бўлса, чўзиб наклёп ҳосил қилингач, сиқилишда пропорционаллик ва оқувчанлик чегаралари камайди, яъни агар наклёпдан сўнг материал тескари ишорали деформацияга дучор қилинса, пропорционаллик ва оқувчанлик чегаралари камаяр экан. Бу ҳодиса уни биринчи марта таърифлаб берган олим номи билан *Баушингер эффекти* деб аталади.

17- §. ЯНГИ МАТЕРИАЛЛАРНИНГ МЕХАНИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

Кейинги ўн йиллар ичида пластмассалар, резиналар, елимлар, локлар ва бошқа синтетик материаллар техникада кенг қўлланадиган бўлди.

Барча бу материалларнинг асосини полимерлар] ташкил этади. Полимерлар — бу улкан молекулалари узун чизиқли ёки тармоқланган занжирларга химиявий бириккан мономер молекулаларидан — кўп сонли звенолардан ташкил топган моддадир (полимерларнинг молекуляр оғирлиги 10000 дан 1 000 000 гача ва ундан ҳам юқори бўлади).

Ҳозирги вақтда қурилишда кенг миқёсда қўлланилаётган турли пластмассалар кўплаб ишлаб чиқарилмоқда.

Пластмассаларни қолиплаш температураси 20° дан (эпоксидопластлар, эфириопластлар учун) 250 — 350° С гача (полипропилен, фторопластлар учун) етади.

Реактопластлар деб, қотиш жараёнида ўзгармайдиган (қайтмайдиган) хоссалар оладиган пластмассаларга айтилади. Одатда, бу пластмассаларнинг эластиклик модули катта бўлиб, чўзилувчанлиги кичикдир [масалан, фенопластларда $E = (30 — 250) \cdot 10^3$ кгк/см$^2 \approx (3 — 25) \cdot 10^3$ МН/м^2, $\delta = 0{,}1 — 1{,}5\ \%$; эпоксидопластларда $E = (30 — 40) \cdot 10^3$кгк/см$^2 \approx (3 — 4) \cdot 10^3$ Мн/м^2, $\delta = 2{,}5 — 8\ \%$ га тенг].

Термопластлар деб, қотиш жараёнида ўзгарувчан хоссалар олувчи пластмассаларга айтилади. Уларни қайта қиздириб, яна суюқлантириш ва қолипга солиш мумкин. Одатда, бундай пластмассаларнинг эластиклик модули кичик, чўзилувчанлиги эса катта [масалан, полиэтиленда $E = (1{,}5 — 2{,}5) \cdot 10^3$ кгк/см$^2 \approx (1{,}5 — 2{,}5) \cdot 10^2$Мн/м^2, $\delta = 150 — 600\ \%$; полипропиленда $E = (9 — 12) \cdot 10^3$ кгк/см$^2 \approx (9 — 12) \cdot 10^2$ Мн/м^2, $\delta =$ $= 500 — 700\ \%$ га тенг].

Одатда, пластмассалар айрим компонентларнинг мураккаб аралашмасидан иборат бўлиб, унда бирор полимер кўпроқ бўлади. Баъзи пластмассалар битта полимердан ташкил топади (масалан, полиэтилен, полистирол). Кўпгина ҳолларда пластмассалар таркибида полимерлардан ташқари тўлдиргичлар, пластификаторлар, бўёқлар ҳам бўлади.

Тўлдиргичлар, одатда, инерт материаллар бўлиб, полимер сарфини камайтиради, пластмассанинг мустаҳкамлигини оширади.

Тўлдиргичлар кукунсимон (ёғоч, асбест, кварц унлари), толасимон (пахта чиқиндилари, асбест толаси, шиша тола) ва қатламсимон (қоғоз, ип-газлама, ёғоч пайраха, шиша газлама) кўринишда бўлади. Пластмассаларнинг хоссалари тўлдиргичларга боғлиқ бўлади. 4-жадвалда тўлдиргичлари турлича бўлган фенопластларнинг чўзилишдаги мустаҳкамлик чегаралари келтирилган.

4-жадвал

Тўлдиргич	$\sigma_м^г$, кгк/см^2	Тўлдиргич	$\sigma_м^г$, кгк/см^2
Тўлдиргичсиз	350	Газлама тасмаси	1000
Ёғоч уни	400	Шиша тўқима	2800
Асботола	350	Шиша тола	3000
Қоғоз тасма	750		

5-жадвалда баъзи пластмассаларнинг механик характеристикалари келтирилган.

Жадвалдан кўриниб турибдики, СВАМ 10 : 1 энг катта мустаҳкамликка эга бўлган материалдир. У бўйлама ва кўндаланг толалари 10:1 нисбатда бўлган ингичка шиша толаларни қайноқ ҳолда эпоксид смола шимдириб, пресслаб олинади. У шиша тўқима ва эпоксид смоладан тайёрланган шишатекстолитдан ҳам мустаҳкамроқдир, чунки тўқимани тайёрлашда шиша толаларнинг мустаҳкамлиги анча камайиб кетади. Толали ва қатламли пластмассалар мустаҳкамлигининг юқорилиги шу билан тушунтириладики, уларни тайёрлашга ишлатилган ингичка иплар худди шундай пластмассалардан тайёрланган массив намуналарга қараганда анча мустаҳкам бўлади. Бу 6-жадвалдан ҳам кўриниб турибди, бу жадвалда баъзи материалларнинг чўзилишдаги мустаҳкамлик чегаралари келтирилган. Буни қуйидагича тушунтириш мумкин: ипнинг қалинлиги (йўғонлиги) кичрайиши билан унинг мустаҳкамлигига салбий таъсир этувчи нуқсонлар камаяди.

Пластмассалар кўпинча чўзилишга синалади. Синов намуналари йўниб тайёрланмайди, балки пластмасса буюмлар каби штамплаб тайёрланади (52-расм, *а*). Фақат толали ёки қатламли пластмассалардан намуналар йўниб тайёрланади (52-расм, *б*).

Баъзи пластмассаларнинг мустаҳкамлик чегаралари Ст. 3 пўлатникига қараганда юқори, лекин пластиклик характеристикалари унча катта эмас (узилишдаги қолдиқ деформация $\sigma = 1 - 2\%$ га тенг). Пластмассаларнинг солиштирма оғирлиги ($\gamma = 1{,}3 - 1{,}9$ *кг/см*^{3}) пўлатникига нисбатан 3 — 4 марта, дюралюминийникига қараганда тахминан 1,5 марта кичик бўлганлигидан кўпгина ҳолларда (конструкция оғирлигини камайтириш катта аҳамиятга эга бўлганда) бу материалдан фойдаланиш жуда самарали ҳисобланади.

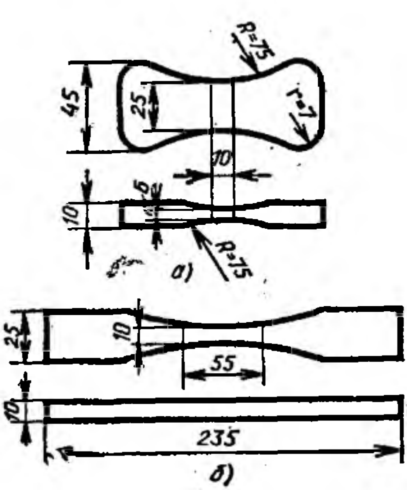
5- жадвал

Материалларнинг номи	Тўлдирғичлар	γ, гк/см^3	$\sigma_м^r$, кгк/см^2	$\sigma_м^c$, кгк/см^2	E, кгк/см^2	σ,%	Пуассон коэффициенти μ
Юқори босимли полиэтилен	—	0,92—0,93	120—180	120—130	$(1,5-2,5)\cdot10^3$	150—600	—
Эпоксидопласт.	—	1,15—1,25	400—800	700—1600	$(30-40)\cdot10^3$	2,5—8	—
Фенопласт	—	1,25—1,30	250—500	700—1500	$(30-50)\cdot10^3$	0,8—1,5	—
Органик шиша СТ — 1	—	—	780	1200	$29\cdot10^3$	3	—
Винипласт А ва Б	—	1,38	400	800	$30\cdot10^3$	20	—
Асбоволокнит	Асботола	1,95	230	1325	—	—	—
АГ- 4в	Шиша тола	1,7—1,8	800	1300	$(120-150)\cdot10^3$	—	—
СВАМ 1:1	Ориентирланган шиша тола	1,9	4800—5000	4200	$350\cdot10^3$	1,4—2	0,13
СВАМ 10:1	Юқорилагидек	1,9	9000—9500	—	$580\cdot10^3$	—	—
Гетинакс	Сульфид, қоғоз	1,3—1,4	700—1600	1300—2500	$(80-180)\cdot10^3$	1,5—2	—
Текстолит ПТК	Ип- газлама	1,3—1,4	1000	2500	$100\cdot10^3$	0,8—1,2	—
Дельта- ёғоч	Ёғоч пайраха	1,25	2100	3600	$200\cdot10^3$	1,5—2,3	0,13

6- жадвал

Материалларнинг номи	$\sigma_м$, кгк/мм²		Ипнинг йўғонлиги, мкм
	катта ҳажмда	ингичка ипларда	
Кварцли шиша	6—8	1000—2500	3—6
Силикатли шиша	4—6	200—600	2—6
Карбинол	2—2,8	50—80	3—6
Ацетатцеллюлоза	5,3—8,7	15—20	15—20

Шуни қайд қилиб ўтиш керакки, баъзи пластмассалар энг кўп деформацияланадиган жойларида ўз рангларини ўзгартирадилар, бу эса мураккаб шаклли намуналарни синашда энг кучланган участкалар ҳақида ҳамда эластик ва пластик деформацияларнинг ривожланиши ҳақида фикр юритиш имконини беради.

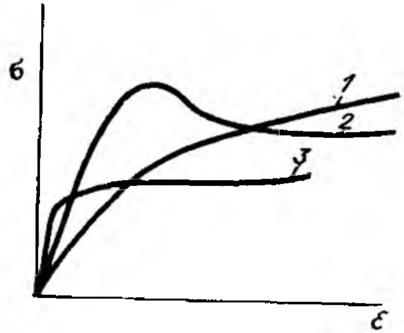


52- расм

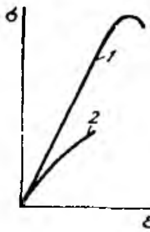
Пластмассалардан фойдаланиш мақсадга мувофиқ эканлигини характерлаш мақсадида яна битта характеристика — солиштирма мустаҳкамлик характеристикасини киритамиз. Солиштирма мустаҳкамлик чўзилишдаги мустаҳкамлик чегарасининг (кгк/мм²) солиштирма оғирликка (гк/см³) бўлган нисбатига тенг (бундай кўрсаткичдан ўз оғирлигини камайтириш биринчи даражали аҳамиятга эга бўлган ҳолда, масалан, авиасозликда, қўлланилади). Таққослаш учун 7- жадвалда баъзи материалларнинг чўзилишдаги мустаҳкамликлари, солиштирма оғирликлари ва солиштирма мустаҳкамликлари келтирилган.

7- жадвал

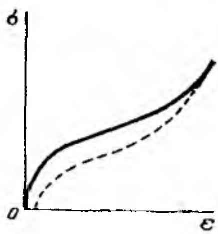
Материалнинг номи	Чўзилишда мустаҳкамлик чегараси $\sigma^r_м$, кгк/мм²	Солиштирма оғирлиги γ, гк/см³	Солиштирма мустаҳкамлиги $\frac{кгк/мм^2}{гк/см^3}$
СТ.3	40	7,85	5,1
Пўлат 35ХГСА	165	7,85	21,0
Дюралюминий Д16	49	2,8	17,5
Титанли қотишма ВТ4	85	4,5	18,9
Қарағай толалари бўйлаб	8	0,55	14,6
Дельта- ёғоч	21	1,25	16,8
Текстолит ПТК	10	1,35	7,4
СВАМ 1:1	50	1,9	26,3
СВАМ 10:1	90	1,9	47,4



53- расм



54- расм



55- расм

Жадвалдан кўриниб турибдики, баъзи пластмассаларнинг солиштирма мустаҳкамлиги углеродли пўлатларникига, баъзан юқори легирланган пўлатларникига нисбатан ҳам юқоридир.

53-расмда баъзи термопластларнинг чўзилиш диаграммалари (*1* — полиэтилен, *2* — полипропилен, *3* — поливинилхлорид), 54-расмда эса СВАМ (1 — эгри чизиқ) ва реактопластлар (2 — эгри чизиқ) нинг чўзилиш диаграммалари кўрсатилган.

Техникада резина катта аҳамиятга эга. Резинанинг юмшоқ, ўртача қаттиқ, қаттиқ, иссиққа чидамли, ёғ таъсирига чидамли, протектор каби турли сортлари ишлатилади. 55-расмда юмшоқ резинанинг чўзилиш диаграммаси кўрсатилган. Пунктир билан юксизлантиришда олинган диаграмма кўрсатилган (юқори эластикли материал—нейлоннинг ҳам чўзилиш диаграммаси худди шундай кўринишга эга). Бундай резина учун мустаҳкамлик чегараси $\sigma_M = 45$ кгк/см^2 $\approx 4{,}5$ Мн/м^2, узилишдаги деформацияси $\varepsilon_y = 400\%$, узилишдаги қолдиқ деформацияси $\delta = 20\%$ га тенг. Протектор резина учун бу қийматлар мос равишда $\sigma_M = 85 - 140$ кгк/см^2 $\approx 8{,}5 - 14$ Мн/м^2, $\varepsilon_y = 450 - 500\%$, $\delta = 40 - 45\%$; эбонит учун эса $\sigma_M = 400 - 700$ кгк/см^2 $\approx 40 - 70$ Мн/м^2, $\varepsilon_y = 2 - 6\%$, $\delta = 0{,}8 - 1{,}2\%$ га тенг.

Диаграммадан кўриниб турибдики, резинанинг эластиклик модули (диаграммага ўтказилган уринма оғиш бурчагининг тангенси) ўзгарувчан қийматдир. $\varepsilon = 200\%$ бўлганда эластиклик модули энг кичик қиймат $E = 4$ кгк/см^2 $\approx 0{,}4$ Мн/м^2 га тенг бўлади, энг катта қиймат $E = 80$ кгк/см^2 ≈ 8 Мн/м^2 га узилиш вақтида эришади. Резина учун Пуассон коэффициенти ҳам ўзгарувчандир. $\varepsilon = 10\%$ бўлганда энг катта қийматга $\mu = 0{,}45$, узилишда эса энг кичик қийматга $\mu = 0{,}11$ га эришади. Соф каучук учун $\mu = 0{,}5$ га тенг.

Резина саноати илмий-текшириш институти (НИИРП) σ ва ε учун қуйидаги боғланишни таклиф этади:

$$\sigma = A\varepsilon - B\varepsilon^2 + C\varepsilon^3, \qquad (2.38)$$

бу ерда *A*, *B* ва *C* — резина сортига боғлиқ бўлган, тажриба йўли билан топиладиган коэффициентлар.

18-§. МАТЕРИАЛЛАРНИНГ МЕХАНИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИГА ТЕМПЕРАТУРА, РАДИОАКТИВ НУРЛАНИШ, ТЕРМИК ИШЛОВ БЕРИШ ВА БОШҚА ОМИЛЛАРНИНГ ТАЪСИРИ

Юқорида баён этилган тажриба натижалари 20° С ли хона температурасида ўтказилган намуна синовига тегишлидир. Лекин кўп машина деталлари жуда юқори температураларда (газ турбиналари, буғ қозонлари, ички ёнув двигателлари, реактив двигателлар), баъзи қурилиш конструкциялари эса паст температураларда ишлайди.

Кўпгина материаллар учун мустаҳкамлик характеристикалари (мустаҳкамлик чегараси $\sigma_М$, оқувчанлик чегараси $\sigma_{оқ}$ ва пропорционаллик чегараси $\sigma_{пц}$) температура кўтарилиши билан камаяди, температура пасайиши билан ортади. Пластиклик характеристикалари эса (қолдиқ деформация δ, узилишда кўндаланг кесим юзасининг нисбий ингичкаланиши ψ), аксинча, температура кўтарилиши билан ортади, пасайиши билан камаяди. Температура ортиши билан эластиклик модули E камаяди, Пуассон коэффициенти μ ортади, температура пасайганда эса тескари ҳодисани кузатиш мумкин.

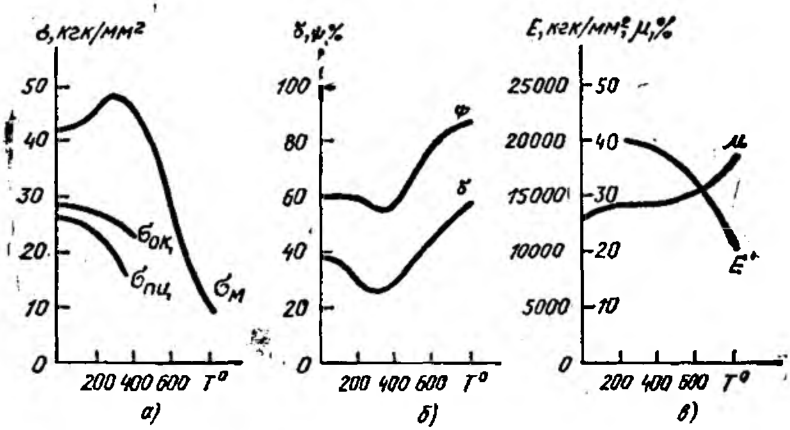
Баъзи материаллар бу қоидадан истиснодир, баъзилари эса ўзига хос хусусиятларга эга. Масалан, углеродли пўлатни қиздирганда, аввалига унинг мустаҳкамлик чегараси ортади ва 300° С температурада энг катта қийматга эришади ($\sigma_{М300^\circ} = 1,2\ \sigma_{М20^\circ}$) кейин эса интенсив равишда камаяди ($\sigma_{М400^\circ} = \sigma_{М20^\circ}$; $\sigma_{М600^\circ} = 0,4\ \sigma_{М20^\circ}$). Оқувчанлик чегараси температура кўтарилиши билан камаяди, оқувчанлик майдончаси кичраяди ва 300° температурада бутунлай йўқолади. Пўлатлар совитилса, мустаҳкамлик характеристикалари ортади.

Пўлатлар қиздирилганда пластиклик характеристикалари аввалига камайиб, $\sim 300^\circ$ да температурада минимумга тушади, кейинчалик температура кўтарилиши билан ортади. Пўлатлар қиздирилганда эластиклик модули аввалига секин, сўнгра интенсив камаяди ($E_{600^\circ} = 0,7\ E_{20^\circ}$; $E_{800^\circ} = 0,5\ E_{20^\circ}$), совитганда эса ортади ($E_{-200^\circ} = 1,1\ E_{20^\circ}$). Пўлатларни қиздирганда Пуассон коэффициенти ортади, совитилганда эса камаяди. 56-расмда углеродли пластик пўлатнинг мустаҳкамлик характеристикалари $\sigma_М$, $\sigma_{оқ}$ ва $\sigma_{пц}$ (56-расм, *а*), пластиклик характеристикалари δ, ψ (56-расм, *б*) ва физик константалар E ва μ ларнинг (56-расм, *в*) температурага боғлиқлик графиклари келтирилган.

Рангли металларни қиздира бошлаганда уларнинг мустаҳкамлик чегараси камая боради ва $\sim 600^\circ$С температурада хона температурасидаги мустаҳкамлик чегарасининг бир неча процентигагина тенг бўлади. Алюмотермик хром бундан мустасно бўлиб, мустаҳкамлик чегараси ортади, 1100°С температурада максимумга эришади ($\sigma_{М1100^\circ} = 2\sigma_{М20^\circ}$).

Баъзи рангли металларни (мис, жез, никель) қиздирганда пластиклик характеристикалари камайса, бошқалариники (алюминий, магний) ортади. Совитилганда эса тескари ҳодисани кўриш мумкин.

Резина ва пластмассаларни қиздирганда, уларнинг мустаҳкамлик чегаралари тез камайиб кетади (масалан, шиша текстолитда $\sigma_{М\,200^\circ} = 0,75\ \sigma_{М20^\circ}$, фторопласт-4 да $\sigma_{М\,100^\circ} = 0,75\ \sigma_{М20^\circ}$, винипласт ва орг



56- расм

шишада $\sigma_{M100^\circ} = 0$). Бу материаллар совитилганида жуда мўрт бўлиб қолади,пластик характеристикалари камайиб кетади.

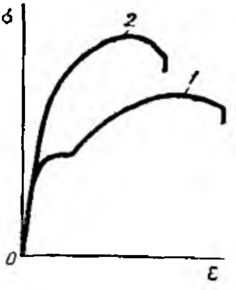
Атом реакторлари, атом электр станциялари, синхрофазотронларда пайдо бўладиган радиоактив нурланиш таъсирини кўриб чиқамиз. Нурланиш металларнинг мустаҳкамлик характеристикаларини (мустаҳкамлик чегараси $\sigma_М$ ни ва айниқса оқувчанлик чегараси $\sigma_{ок}$ ни) оширади ва пластик характеристикаларини пасайтиради, яъни нурланиш ўз таъсирига кўра мустаҳкамлик ва пластиклик характеристикаларига температура пасайиши каби таъсир қилади. Нурланиш натижасида пластмассаларнинг пластиклик характеристикалари камаяди. Нурланиш пластмассаларнинг мустаҳкамлик чегараларига турлича таъсир этади: баъзи пластмассаларга нурланиш деярли таъсир этмайди (масалан, полиэтиленга), бошқаларида эса (масалан, каталинда) мустаҳкамлик чегарасини кескин камайтириб юборади, учинчи хилида (масалан, селектронда) мустаҳкамлик чегарасини кескин ошириб юборади. Нурланишнинг қай даражада таъсир этиши унинг дозасига боғлиқ бўлади, албатта.

Металларнинг мустаҳкамлик ва пластиклик характеристикаларини ўзгартириш учун уларга термик ишлов берилади. У маълум қиздириш ва совитиш режимларидан иборат бўлиб, бунда металл структураси ўзгаради. Бу структуравий ўзгаришлар бирданига эмас, балки маълум вақт оралиғида содир бўлади.

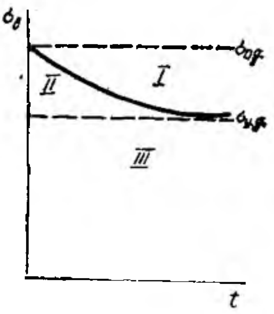
Пўлатга термик ишлов беришнинг асосий хилларини кўриб чиқамиз.

Юмшатиш пўлатга совуқлайин ишлов беришда пайдо бўладиган бошланғич ички кучланишларни йўқотиш учун бажарилади. Бунинг учун пўлат маълум температурагача қиздирилади, узоқ муддат бу температурада ушлаб турилади, сўнгра аста-секин совитилади. Юмшатиш натижасида пўлатнинг мустаҳкамлик характеристикалари пасаяди, пластиклик характеристикалари эса ортади, натижада уни қирқиб ишлаш ва босим остида ишлов бериш яхшиланади.

Пўлатнинг қаттиқлигини ошириш учун у **т о б л а н а д и.** Тоблаш учун пўлат маълум температурагача қиздирилади, сўнгра сув ёки мойда совитилади. Тоблангандан сўнг пўлатнинг мустаҳкамлик характеристикалари ортади, пластиклиги эса камаяди.



57- расм



58- расм

Тобланган пўлатнинг пластиклигини ошириш учун у **б ў ш а т и л а д и.** Бунинг учун тобланган пўлат маълум тезликда қиздирилади ва маълум температурада тутиб турилади. Натижада пўлатнинг пластиклик характеристикалари ортиб, мустаҳкамлиги бироз камаяди.

Олдинги параграфларда намунани статик равишда юклантириш кўриб ўтилган бўлиб, бунда чўзувчи куч миқдори жуда секин орттириб борилган эди. Агар чўзиш жуда қисқа муддат ичида амалга оширилса, пластик деформациялар тўла рўёбга чиқмай қолади.

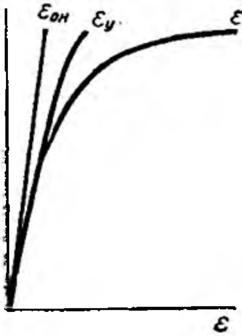
57- расмда Ст. 3 пластик пўлатининг унга куч статик *1* ва жуда тез *2* қўйилганда иккита чўзилиш диаграммаси кўрсатилган. Бу диаграммалардан кўриниб турибдики, айнан бир пўлатнинг мустаҳкамлик ва пластиклик характеристикалари нагрузканинг таъсир этиш тезлигига боғлиқдир. Юкланиш тезлиги ортиши билан пластик материал ўз хоссалари билан мўрт материалга яқинлашиб қолади.

Қурилиш конструкцияларида нагрузка одатда жуда секин ўзгаради, шунинг учун ҳисоблашларда материал хоссаларининг юкланиш тезлигига боғлиқ ҳолда ўзгариши эътиборга олинмайди.

Пластмассага нагрузка узоқ муддат таъсир этса, унинг мустаҳкамлик чегараси анча камаяди. Бу ҳол мустаҳкамлик чегарасининг вақтга боғлиқ равишда ўзгаришини тасвирловчи эгри чизиқ—узоқ муддатли қаршилик эгри чизиғи билан характерланади (58- расм). Бу ерда $\sigma_{о.д.}$ оний деформацияларга қаршилиги чегараси, $\sigma_{у.д.}$ —узоқ муддатли қаршилик чегараси. Бу графикда учта соҳани кўрсатиш мумкин: I соҳада ётувчи нуқталарга стерженга қўйиш мумкин бўлмаган кучланишлар мос келади, чунки $\sigma > \sigma_м$; II соҳада ётувчи нуқталарга стержень маълум вақт оралиғида қабул қилиши мумкин бўлган кучланишлар мос келади, белгиланган вақт ўтиши билан стержень емирилади; III соҳада ётувчи нуқталарга $\sigma < \sigma_м$ тенгсизлик мос келади, шунинг учун бу соҳада емирилиш бўлмайди.

Оний нагрузка таъсирида пайдо бўладиган оний деформация $\varepsilon_{он}$ ни узоқ муддат таъсир қиладиган нагрузкадан пайдо бўладиган эластик-қовушқоқ деформация $\varepsilon_{э.қ}$ дан фарқлаш лозим. Бу деформацияларнинг йиғиндиси узоқ муддатли деформацияга тенг бўлади:

$$\varepsilon_у = \varepsilon_{он} + \varepsilon_{э.қ}.$$



59- расм

Агар бунда кучланишлар узоқ муддатли қаршиликдан катта бўлса, яна пластик деформациялар $\varepsilon_{пл}$ ҳам пайдо бўлади, улар $\varepsilon_у$ билан қўшилиб, тўлиқ деформация $\varepsilon_т$ ни ҳосил қилади:

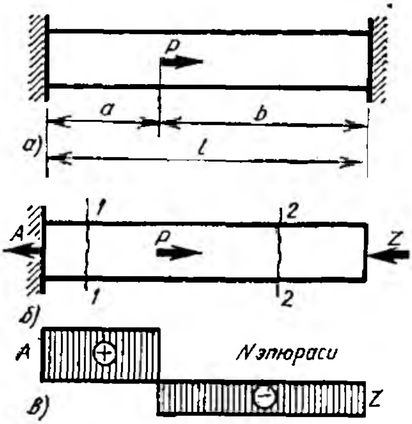
$$\varepsilon_т = \varepsilon_у + \varepsilon_{пл}.$$

59-расмда ёғоч қатламли пластик ДСП-Г нинг турли деформацияларда толалари бўйлаб сиқилиш диаграммаси кўрсатилган.

Нагрузканинг узоқ муддатли таъсирига боғлиқ масалалар алоҳида бобда батафсил баён этилган.

19-§. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДА СТАТИК НОАНИҚ МАСАЛАЛАР

Статиканинг мувозанат тенгламалари билангина ечиб бўлмайдиган масалалар статик ноаниқ масалалар дейилади. Етишмайдиган тенгламалар деформацияланиш шартидан фойдаланиб тузилади. Бундай масалаларнинг ечиш тартибини мисолларда кўриб чиқамиз.



60- расм

1. Иккала учи қистириб маҳкамланган призматик стерженда унинг ўқи бўйлаб қўйилган битта ташқи куч P дан ҳосил бўладиган кучланишлар топилсин (60-расм, *а*).

Таянчлардан бирини ташлаб юборамиз ва унинг таъсирини номаълум реактив куч Z билан алмаштирамиз (60-расм, *б*). Мазкур ҳолда фақат битта мувозанат тенгламасини тузиш мумкин:

$$\sum Z = 0;\ A - P + Z = 0:\ A + Z = P. \qquad (а)$$

Бу тенгламада иккита номаълум A ва Z кучлар бўлиб, уларни битта тенгламадан топиб бўлмайди. Шунинг учун масала статик ноаниқдир.

Уни ечиш учун деформациянинг қўшимча тенгламасини тузиш лозим.

Стерженнинг умумий узунлиги ўзгармасдир, демак,

$$\Delta l = 0. \qquad (б)$$

Умумий чўзилиш Δl ни иккита усул билан, яъни P ва Z кучлари таъсиридан ҳосил бўладиган чўзилишлар йиғиндиси сифатида

$$\Delta l = \frac{P \cdot a}{EF} - \frac{Z\,l}{EF} = 0, \qquad (в)$$

ёки a ва b участкаларнинг чўзилишлари йиғиндиси сифатида:

$$\Delta l = \Delta l_a + \Delta l_b = \frac{(P - Z)a}{EF} - \frac{Zb}{EF} = 0 \qquad (г)$$

ёзиш мумкин. Иккала усул ҳам бир хил натижа беради:

$$Z = P \cdot \frac{a}{l}.$$

Статиканинг мувозанат тенгламаси (a) дан чап томондаги таянч реакциясини топамиз:

$$A = P \cdot \frac{b}{l}.$$

Ички кучларнинг эпюраси 60-расм, *в* да кўрсатилган. Энг катта кучланиш

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{F} = \frac{A}{F} = \frac{P}{F} \cdot \frac{b}{l}$$

га тенг. Масалан, агар $a = l/3$ ва $b = 2l/3$ деб қабул қилинса, чап ва ўнг томондаги кучланишлар қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_A = 0{,}67\,\frac{P}{F}, \quad \sigma_Z = 0{,}33\,\frac{P}{F}.$$

Агар чап томондаги участканинг кесим юзасини 2 марта оширсак, деформация тенгламаси қуйидаги кўринишни олади.

$$\frac{(P - Z)a}{E\,2F} - \frac{Zb}{EF} = 0.$$

У ҳолда қуйидагини ҳосил қиламиз,

$$A = 0{,}8\,P \text{ ва } Z = 0{,}2\,P,$$

кучланишлар эса қуйидагига тенг бўлади:

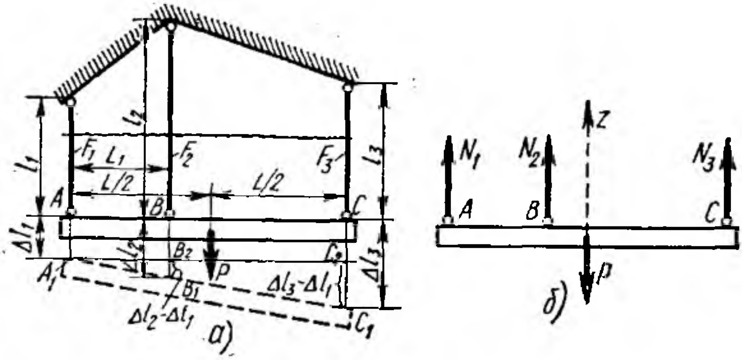
$$\sigma_A = 0{,}4\,\frac{P}{F}, \quad \sigma_Z = 0{,}2\,\frac{P}{F}.$$

Бундан кўриниб турибдики, статик ноаниқ система элементларидан биронтасининг кўндаланг кесим юзасини бир неча марта ошириш мазкур элементда кучланишларнинг шунча марта камайишига олиб келмайди, балки системанинг барча элементларида кучланишларнинг қайта тақсимланишига сабаб бўлади.

2. Абсолют бикир брус учта пўлат стерженга осиб қўйилган. Бруснинг ўртасига қўйилган P куч таъсиридан стерженларда пайдо бўладиган зўриқиш кучларини топиш керак (61-расм, a).

Битта текислик билан учала стерженни бир йўла қирқамиз ва пастки қирқиб олинган қисмининг мувозанатини текширамиз (61-расм, *б*). Ташлаб юборилган қисмнинг қолдирилган қисмга таъсирини N_1, N_2 ва N_3 кучлар билан алмаштирамиз: Бу масала учун иккита мувозанат тенгламасини тузиш мумкин:

$$\sum Z = 0; \; N_1 + N_2 + N_3 - P = 0; \; N_1 + N_2 + N_3 = P; \qquad (д)$$



61- расм

$$\sum M_A = 0;\ P\cdot\frac{L}{2} - N_2L_1 - N_3L = 0:\quad N_2L_1 + N_3L = P\frac{L}{2}\cdot \qquad (е)$$

Олинган иккита тенгламадан учта номаълум N_1, N_2 ва N_3 ни топиб бўлмайди, шунинг учун масала статик ноаниқ ҳисобланади. Деформация тенгламасини тузамиз. 61-расм, *а* да пунктир чизиқлар билан бруснинг стерженлар деформациясидан кейинги вазияти кўрсатилган. $A_1B_1B_2$ ва $A_1C_1C_2$ учбурчакларнинг ўхшашлигидан

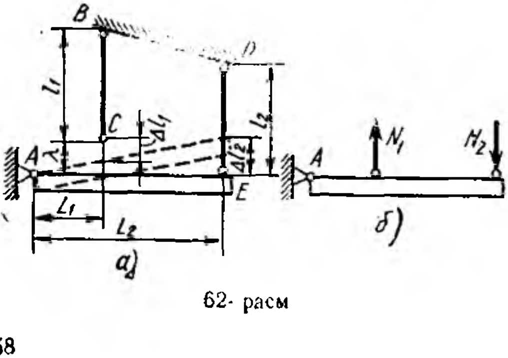
$$\frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{L_1} = \frac{\Delta l_3 - \Delta l_1}{L}$$

тенгликни оламиз. Унга деформация қийматларини қўйсак, қуйидаги тенглама ҳосил бўлади:

$$\frac{1}{L_1}\left(\frac{N_2 l_2}{EF_2} - \frac{N_1 l_1}{EF_1}\right) = \frac{1}{L}\left(\frac{N_3 l_3}{EF_3} - \frac{N_1 l_1}{EF_1}\right). \qquad (ж)$$

(д), (е) ва (ж) тенгламаларни биргаликда ечиб, барча стерженлардаги номаълум зўриқиш кучларини топамиз.

3. Чексиз бикир брусни унинг бир учини шарнирли таянчга маҳкамлаб, иккита стержень воситасида шинга осиб қўйиш керак (62-расм *а*). *BC* стерженни тайёрлашда технологик хатоликка йўл қўйилган, яъни унинг узунлиги лойиҳадагидан λ миқдорга кичик бўлиб қолган. Системани йиғишда *BC* стерженни чўзиш керак бўлади, бу эса *DE* стерженнинг сиқилишига сабаб бўлади. *BC* ва *DE* стерженлардаги зўриқиш кучларини топиш керак. Мазкур система статик ноаниқдир, чунки унда пайдо бўладиган тўртта реакция кучини топиш учун фақат учта мувозанат тенгламасини тузиш мумкин.



62- расм

Системанинг деформацияланган кўриниши 62-

расм, *а* да, пунктир билан кўрсатилган. Стерженларнинг брусга таъсирини уларда пайдо бўладиган зўриқиш кучлари билан алмаштирамиз (62-расм, *б*). Статиканинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum M_A = 0;\ N_1 L_1 - N_2 L_2 = 0. \qquad (з)$$

Яна иккита $\sum Z = 0$ ва $\sum Y = 0$ мувозанат тенгламаларини тузишга ҳожат йўқ, чунки уларга бизларни қизиқтирмайдиган A шарнирдаги иккита таянч реакциялари киради.

Деформацияланиш шартидан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\Delta l_2}{L_2} = \frac{\lambda - \Delta l_1}{L_1}.$$

Деформация қийматларини қўйиб қуйидагини топамиз:

$$\frac{N_2 \cdot l_2}{EF_2} L_1 = \left(\lambda - \frac{N_1 l_1}{E F_1}\right) L_2. \qquad (и)$$

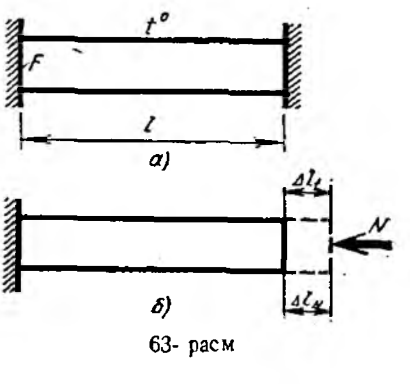
Статиканинг мувозанат тенгламалари (*з*) билан деформация тенгламаларини биргаликда ечиб, стерженлардаги зўриқиш кучларини осонгина топиш мумкин:

$$N_1 = \lambda \frac{L_2^2 F_1 F_2 E}{l_2 F_1 L_1^2 + l_1 F_2 L_2^2};$$

$$N_2 = \lambda \frac{L_1 L_2 F_1 F_2 E}{l_2 F_1 L_1^2 + l_1 F_2 L_2^2}.$$

Бу мисолдан кўриниб турибдики, статик ноаниқ системанинг битта элементини тайёрлашда қўйилган ноаниқлик шу системанинг барча элементларида зўриқиш кучларини ҳосил қилади.

4. Иккала учи қистириб маҳкамланган призматик брусда уни $t°$ температурагача текис қиздиришдан ҳосил бўладиган кучланиш топилсин (63-расм, *а*).



63- расм

Температура ортиши билан стержень чўзилишга интилади ва таянчларда босим ҳосил қилганда уларда реакция кучлари пайдо бўлади.

Таянчлардан бирини ташлаб юборамиз (63-расм, *б*). Бунда стержень

$$\Delta l_t = l \alpha t$$

қийматга эркин равишда чўзилади.

Таянч реакцияларига тенг бўлган ички куч N таъсиридан стержень худди юқоридаги қийматга қисқариши керак, чунки таянчлар орасидаги масофа ўзгармайди. У ҳолда

$$\Delta l_N = \Delta l_t,$$

ёки

$$\frac{Nl}{EF} = l\alpha t,$$

бундан

$$N = EF\alpha t.$$

Температура нормал кучланишлари қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_t = E\alpha t. \qquad (2.39)$$

Брус қиздирилганида сиқувчи, совитилганида чўзувчи кучланишлар пайдо бўлади. Бу мисолдан статикноаниқ системаларда температуранинг ўзгариши қўшимча кучланишлар ҳосил қилади, деган хулоса келиб чиқади.

20-§. ЧЎЗИЛИШ (СИҚИЛИШ) ДА БРУС МУСТАҲКАМЛИГИНИ ТЕКШИРИШ ВА УНИНГ ЗАРУР ЎЛЧАМЛАРИНИ АНИҚЛАШ

Олдинги параграфларда бўйлама куч таъсирида брусда кучланиш ва деформацияларнинг тақсимланиш масаласи кўриб чиқилди. Лекин берилган нагрузка остида стержень узоқ муддат ишончли ишлаши учун кўндаланг кесим ўлчамлари қандай бўлиши кераклиги масаласи ҳал қилинмайди. Бу эса материаллар қаршилигининг бош масалаларидан биридир. Оммавий қурилиш кетаётган бир шароитда конструкция пухталигини тўла таъминлаш билан бирга қурилиш материалларини тежамли сарфлаш проблемаси кўтарилади.

Стержень ўлчамлари берилган ҳолларда стерженнинг юк кўтариш лаёқатини, яъни стержень ҳеч қандай ўзгаришларга учрамасдан узоқ муддат ишлаши учун хавфли бўлмаган кучни топиш масаласи пайдо бўлади. Бу масалани ечиш учун махсус ҳисоблашларни бажариш зарур. Бундай масалаларни ечишнинг уч хил усули бор:

1) хавфли нагрузкалар бўйича ҳисоблаш;
2) рухсат этилган кучланишлар бўйича ҳисоблаш;
3) чегаравий ҳолат бўйича ҳисоблаш.

Учала усулда битта мақсад, яъни иншоотнинг мустаҳкамлиги ва узоқ муддат ишлашини таъминлаш кўзда тутилади. Биринчи усулда иншоот учун хавфли бўлган минимал нагрузкани топиш ва уни қурилаётган иншоотга тушадиган нагрузка билан солиштириш назарда тутилади. Иккинча усул сўнги даврларгача қурилишда кенг миқёсда қўлланиларди, машинасозликда ҳозирда ҳам қўлланилади. Бу усулга кўра иншоот элементининг ўлчамлари шундай танланиши лозимки, барча кесимларда нагрузка таъсиридан пайдо бўладиган кучланишлар рухсат этилган қийматдан ошиб кетмасин. Учинчи «энг ёш» усул сўнги даврлардагина қўлланила бошлади. Ҳозирги вақтда у СССРда иншоотларни лойиҳалашда ишлатиладиган бирдан-бир усул бўлиб қолди. У қуйида батафсил тушунтирилади. Учала усулни қисқача кўриб чиқамиз.

1. Хавфли нагрузкалар усули

Бу усулда мустаҳкамлик шарти сифатида иншоотга таъсир қиладиган энг катта нагрузка рухсат этилган қиймат $|P|$ дан ошиб кетмаслик талаби қўйилади. Рухсат этилган нагрузка хавфли нагрузканинг *мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти* деб аталадиган бирор коэффициент ($n > 1$) га бўлинган қийматига тенг:

$$P_{max} \leqslant [P] = \frac{P_x}{n} \tag{2.40}$$

Эҳтиёт коэффициенти n рухсат этилган кучланишлар усули билан ҳисоблашдагига ўхшаш қатор мулоҳазалар асосида қабул қилинади.

Пластиклиги катта ва нисбатан озроқ пухталанган материаллардан ясалган конструкцияларда хавфли нагрузкани топиш учун 64- расмда кўрсатилган соддалаштирилган чўзилиш (сиқилиш) диаграммасидан фойдаланилади; бу диаграммада оқувчанлик чегараси чексизликкача боради.

Бунда марказий чўзилиш ёки сиқилишда хавфли куч қуйидаги тенгликдан топилади:

$$P_x = \int \sigma_{ок}\, dF = \sigma_{ок} \cdot F. \tag{2.41}$$

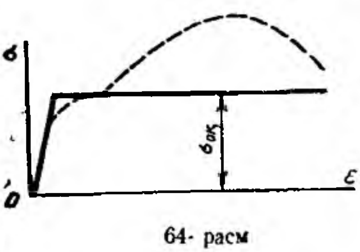
Мўрт материаллар учун оқувчанлик чегараси ўрнига мустаҳкамлик чегарасини олиш керак:

$$P_x = \sigma_M \cdot F. \tag{2.42}$$

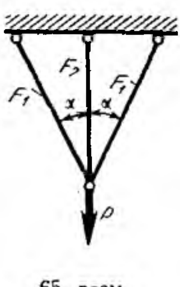
Пластик материаллардан ясалган статик ноаниқ системаларда энг кўп юкланган биронта элементда оқувчанликнинг пайдо бўлиши системани емирилишга олиб келмайди.

Масалан, 65- расмда тасвирланган статик ноаниқ системада P кучи ортиши билан оқувчанлик чегарасига тенг кучланиш аввал ўрта ёки четки стерженларда пайдо бўлади, лекин бу конструкцияни ишдан чиқармайди, чунки бошқа стерженлардаги кучланишлар ҳали оқувчанлик чегарасидан кичик бўлади. Конструкция тўла емирилиши учун оқувчанлик барча стерженларда пайдо бўлиши керак. Бунда хавфли куч мувозанат шартидан топилади

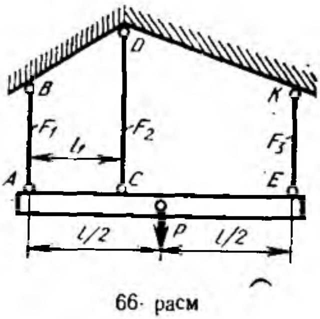
$$P_x = 2N_1 \cos\alpha + N_2 = 2F_1 \sigma_{ок} \cos\alpha + F_2 \sigma_{ок}.$$



64- расм



65- расм



66- расм

Бикирлиги чексиз бўлган брус ғучта стержень билан тутиб турилган 66- расмда кўрсатилган масалада хавфли нагрузкани топиш анча мураккаб. Бу ерда P_x кучи камида иккита стерженнинг мустаҳкамлик шартидан топилади. Агар AB стержень кам кучланган бўлиб, қолган иккита CD ва EK стерженларда оқувчанлик пайдо бўлган бўлса, P кучи A нуқтага нисбатан моментлар йиғиндиси нолга тенг бўлган мувозанат шартидан топилади

$$\sum M_A = P_x \cdot \frac{l}{2} - F_2 \sigma_{оқ} l_1 - F_3 \sigma_{оқ} l = 0.$$

Агар иккита AB ва EK ёки AB ва CD стерженларда оқувчанлик юзага келади деб тахмин қилинса, яна иккита шунга ўхшаш тенглама тузиш мумкин.

Кучнинг топилган учта қийматидан энг кичкинаси хавфли деб олиниб ҳисоблашга киритилади.

2. Рухсат этилган кучланишлар усули

Рухсат этилган кучланишлар усулида стерженда пайдо бўладиган энг катта кучланиш рухсат этилган қийматдан ортиб кетмаслиги талаб этилади. Рухсат этилган нормал кучланиш $[\sigma]$ билан белгиланади. Масалан, чўзилишда мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишга эга:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F_{нетто}} \leqslant [\sigma]. \qquad (2.43)$$

Ҳақиқий кучланиш рухсат этилган қийматга тенг деб тахмин қилсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{N}{F_{нетто}} = [\sigma].$$

Бу тенгламадан куч маълум бўлса, керакли юзани ёки, аксинча, кесим юзасининг ўлчамлари маълум бўлса, рухсат этилган кучни аниқлаш мумкин.

Рухсат этилган кучланиш хавфли кучланиш $\sigma_х$ нинг мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти n га бўлинган қийматига тенг:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_х}{n}. \qquad (2.44)$$

Мўрт материаллар учун хавфли кучланиш мустаҳкамлик чегарасига тенг қилиб олинади ($\sigma_х = \sigma_М$), шунинг учун

$$[\sigma] = \frac{\sigma_М}{n_1},$$

пластик материаллар учун оқувчанлик чегараси хавфли ҳисобланади ($\sigma_х = \sigma_{оқ}$) демак,

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{оқ}}{n_2}.$$

n_1 эҳтиёт коэффициенти n_2 дан катта бўлиши тушунарли, чунки пластик деформациялар пайдо бўлгандан кейин ҳам стержень емирилмайди.

Эҳтиёт коэффициенти киритиш зарурлигини қуйидаги ҳоллар тақозо қилади:

а) мазкур материал учун $\sigma_{оқ}$ ёки $\sigma_м$ ларнинг тажрибадан топиладиган қийматларининг ҳар хиллиги;

б) таъсир этувчи нагрузкани аниқ белгилаш мумкин эмаслиги;

в) қабул қилинган ҳисоб усулларининг ноаниқлиги (масалан, маҳаллий кучланишларнинг ҳисобга олинмаслиги);

г) детални тайёрлашда йўл қўйилган хатоликлар.

Рухсат этилган кучланишлар раҳбар ташкилотлар томонидан белгиланади ҳамда лойиҳалашнинг техник шартлари ва нормаларида нашр қилинади, улар қонун кучига эга бўлиб, барча инженер-техник ходимлар учун мажбурийдир.

Эҳтиёт коэффициентини, демак, рухсат этилган кучланишни белгилашда юқорида санаб ўтилган мулоҳазалардан ташқари қуйидаги факторларни ҳам ҳисобга олиш зарур:

1) материалнинг сифати ва бир жинслилиги. Масалан, эҳтиёт коэффициенти пўлат учун ~ 1,5, бетон учун ~ 3, бир жинсли бўлмаган материал — тош учун ~ 10 қабул қилинади;

2) иншоот ёки машинанинг узоқ муддат ишлаши ва унинг аҳамияти. Агар, масалан, бир хил пўлатдан хизмат муддати 50 — 70 йилга ёки 3 — 5 йилга мўлжаллаб икки хил кўприк, қурилса, иккинчи хил кўприк учун эҳтиёт коэффициенти кичик олиниши табиийдир;

3) техника ривожининг даражаси. Техника ривожланиши билан материални тайёрлаш сифати, деталларга ишлов бериш аниқлиги ҳамда ҳисоб аниқлиги ортади. Шунинг учун вақт ўтиши билан эҳтиёт коэффициентлари камаяди, рухсат этилган кучланишлар қиймати ортади. Масалан, бизнинг мамлакатимизда кам углеродли пўлат учун рухсат этилган кучланишлар қиймати тўхтовсиз ортиб бормоқда.

3. Чегаравий ҳолатлар усули

Фақат эҳтиёт коэффициенти билан турли иншоотлар учун турлича кўринишда намоён бўладиган қатор факторларни ҳисобга олиш қийин. Турли омилларнинг таьсирини тўла ҳисобга олиш учун қурилиш конструкциялари анча илғор бўлган чегаравий ҳолатлар усули билан ҳисобланмоқда.

Конструкциянинг белгиланган эксплуатацион талабларга жавоб бера олмайдиган ҳолати чегаравий ҳолат деб аталади.

Чегаравий ҳолат бўйича ҳисоблаш усулида конструкцияни қуриш ва эксплуатация қилиш жараёнида чегаравий ҳолат пайдо бўлишига йўл қўймаслик назарда тутилади.

Қурилиш нормалари ва қоидалари (СНиП) да чегаравий ҳолатлар икки группага бўлинади.

Биринчи группага юк кўтариш қобилиятининг йўқолиши (емирилиши туфайли) ёки фойдаланишга яроқсизлиги (материалнинг оқувчанлиги, бирикмаларнинг силжиши ва бошқалар туфайли) киради.

Иккинчи группага **нормал фойдаланишга** (чексиз муддатда) **яроқсизлиги** (йўл қўйиб бўлмайдиган кўчишлар, тебранишлар ва дарзлар туфайли) киради.

Чегаравий ҳолатлар классификацияси эксплуатацион лаёқати йўқолиши даражаси бўйича уларнинг масъулиятлик белгисига қараб қабул қилинган.

Чўзилишда юк кўтариш қобилиятининг йўқолиши туфайли чегаравий ҳолатларнинг биринчи группасига кирувчи конструкцияни ҳисоблашни кўриб чиқамиз.

Мустаҳкамликни текшириш ҳисобий кучланиш формуласи бўйича бажарилади

$$\sigma_{\text{хис}} = \frac{N}{F} \leqslant R. \qquad (2.45)$$

Бу ердаги R — материалнинг ҳисобий қаршилиги, яъни мазкур конструкцияни ҳисоблашда қабул қилинадиган қаршиликдир. У қуйидагига тенг:

$$R = \frac{R^{\text{н}}}{k}. \qquad (2.46)$$

Бу ерда $R^{\text{н}}$ материалнинг норматив қаршилиги, у текшириш шартлари ва статистик ўзгарувчанлик шартларини ҳисобга олиб, лойиҳалаш нормалари билан белгиланади. Норматив қаршилик қиймати билан давлат стандартлари томонидан белгиланадиган материалнинг контрол ёки яроқсизга чиқарадиган характеристикаларига (оқувчанлик ёки мустаҳкамлик чегарасига) тенг бўлиши мумкин;

k — материалнинг норматив қаршилигидан четга огишларни ҳисобга олувчи хавфсизлик коэффициенти (камида 1,1 га тенг қилиб олинади.) Хавфсизлик коэффициентларининг қийматлари материалнинг хоссалари, уларнинг статистик ўзгарувчанлиги ва ностатистик омиллар (масалан, конструкция материали билан намуна материали қаршиликлари орасидаги фарқ, профиль ўлчамларидаги қўйимлар ва бошқалар) га боғлиқ ҳолда лойиҳалаш нормалари билан белгиланади;

N — конструкция элементларини ҳисоблашда қабул қилинадиган ҳисобий куч

$$N = N_1^{\text{н}}\ n_1 + N_1^{\text{н}}\ n_2 + \ldots, \qquad (2.47)$$

бу ерда $N_1^{\text{н}}$, $N_2^{\text{н}}$ ... — конструкция элементларида лойиҳалаш нормалари томонидан белгиланган норматив нагрузкаларнинг турли хиллари таъсиридан пайдо бўладиган кучлар;

n_1, n_2, ... — ортиқча юкланиш коэффициентлари, улар нагрузкаларнинг ўзгарувчанлиги ёки нормал эксплуатация шароитларидан четга чиқишлар туфайли тасодифий ўзгаришларни ҳисобга олади. Ортиқча юкланиш коэффициентининг қийматлари иншоотнинг аҳамияти ва ундан фойдаланиш шароитларини ҳисобга олган ҳолда ҳар бир чегаравий ҳолат учун лойиҳалаш нормалари билан белгиланади:

F — кесимнинг геометрик характеристикаси (чўзилиш ва сиқилишда бўлган кесим юзаси).

Зарур бўлса, ҳисобий қаршилик иш шароитини ҳисобга олувчи коэффициент m лар ҳамда ишончлилик коэффициент $\kappa_{\text{н}}$ ларни киритиб янада камайтирилади. Иш шароити коэффициентлари материал ва конструкцияни ҳисоблашда бевосита инобатга олинмаган иш хусусиятларини (масалан, ҳисоблаш схемасининг тақрибийлиги ва ҳисоблашнинг тахминларга асосланганлиги, температура, намлик ва муҳитнинг агрессивлиги ва б. ни) ҳисобга олади. Ишончлилик коэффициентлари k_r эса конструкциянинг муҳимлиги ва қанча муддатга қурилганлиги ҳамда мазкур чегаравий ҳолат пайдо бўлишининг моҳиятини ҳисобга олади.

III БОБ
НУҚТАНИНГ КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯЛАНИШ ҲОЛАТЛАРИ

21-§. НУҚТАНИНГ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ ҲАҚИДА ТУШУНЧА ВА УНИНГ ТУРЛАРИ.

II бобнинг 10-§ да чўзилиш ёки сиқилишга ишлаётган стерженнинг ўқига қия жойлашган кесимларидаги кучланишларни топиш учун

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha,$$

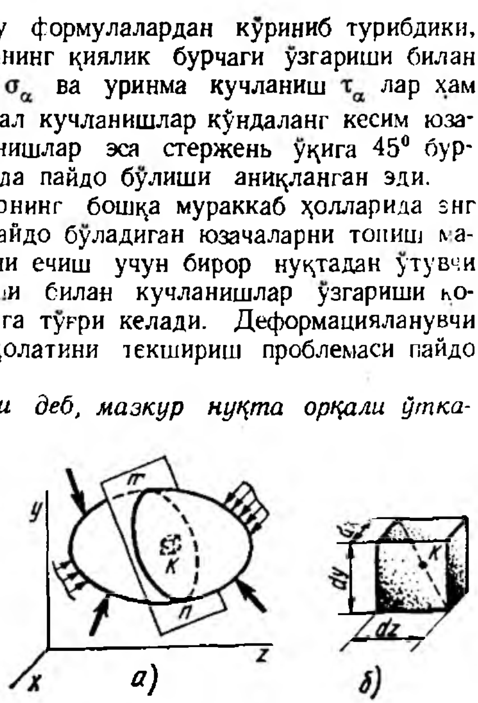
$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha$$

формулалари чиқарилган эди. Бу формулалардан кўриниб турибдики, бирон нуқта орқали ўтувчи юзанинг қиялик бурчаги ўзгариши билан унда пайдо бўладиган нормал σ_α ва уринма кучланиш τ_α лар ҳам ўзгаради. Бунда энг катта нормал кучланишлар кўндаланг кесим юзаларида, энг катта уринма кучланишлар эса стержень ўқига 45^0 бурчак остида жойлашган кесимларда пайдо бўлиши аниқланган эди.

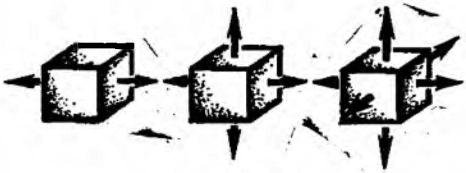
Брусга таъсир этувчи кучларнинг бошқа мураккаб ҳолларида энг катта кучланишларни ва улар пайдо бўладиган юзачаларни топиш масаласи қийинлашади. Бу масалани ечиш учун бирор нуқтадан ўтувчи юзанинг қиялик бурчаги ўзгариши билан кучланишлар ўзгариши қонунларини махсус тадқиқ қилишга тўғри келади. Деформацияланувчи жисм нуқтасидаги кучланиш ҳолатини текшириш проблемаси пайдо бўлади.

Нуқтадаги кучланиш ҳолати деб, мазкур нуқта орқали ўтказиладиган барча юзачаларда пайдо бўладиган кучланишлар тўпламига айтилади.

Бруснинг марказий чўзилиши ёки сиқилиши жисм барча нуқталарининг кучланиш ҳолати бир хил бўлган ҳол (бир жинсли кучланиш ҳолати) оддий деформацияланишига мисол бўла олади. Умумий ҳолда (67-расм, *а*) жисмнинг кучланиш ҳолати бир хил



67- расм



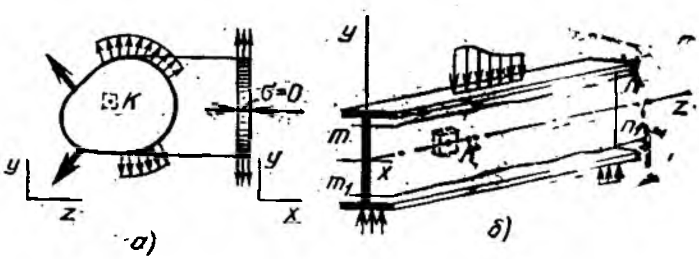
68- расм

бўлмайди, у нуқтадан нуқтага ўтган сари ўзгаради, шунинг учун мазкур жисмнинг исталган $m-n$ кесимидаги кучланиш бир текис тақсимланмайди. Бундай ҳолда жисмнинг исталган K нуқтасининг кучланиш ҳолатини ўрганишда бу нуқта атрофида томонлари dx, dy ва dz бўлган параллелепипед хаёлан қирқиб олинади (67- расм, *б*). Параллелепипед кичик бўлганлигидан унинг барча нуқталаридаги кучланишлар бир хил бўлиб, текширилаётган K нуқтадаги кучланишга тенг деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун унинг томонлари ва исталган кесимидаги кучланишлар текис тақсимланган деб ҳисобланади. Бу тахминлар элементар параллелепипеднинг қия кесимидаги кучланишларнинг ўзгариш қонуни 10- § да кўриб ўтилган оддий чўзилишдаги каби кечади дейишга имкон беради. Бунда параллелепипед томонларига таъсир қиладиган кучланишлар маълум ҳисобланиб, унинг қия юзачаларидаги кучланишлар кесиш усули билан топилади, яъни параллелепипед қирқиб олинган бўлагининг мувозанат шартидан топилади.

Юкланган жисмнинг исталган нуқтаси атрофида томонлари уринма кучланишлардан ҳоли бўлган элементар параллелепипед ажратиш мумкинлигига кейинчалик ишонч ҳосил қиламиз. Бунда параллелепипед битта, иккита ёки учта ўзаро перпедикуляр ўқлар бўйича чўзилиши (ёки сиқилиши) га қараб **чизиқли, текис ва ҳажмий** кучланиш ҳолатлари бир-биридан фарқланади[1] (68- расм).

Масалан, марказий чўзилиш ёки сиқилишда бруснинг нуқталари чизиқли кучланиш ҳолатида бўлади. Материаллар қаршилиги масалаларида текис кучланиш ҳолати кўпроқ учрайди. Унинг характерли белгиларидан бири ўзаро параллел бўлган иккита томонларида кучланишлар йўқлигидир.

Юпқа пластинканинг қирраларига унинг текислигида ётувчи ихтиёрий кучлар системаси қўйилган ҳолни кўриб чиқамиз (69- расм, *а*). Пластинканинг zy текислигига параллел бўлган сиртида кучланиш йўқ

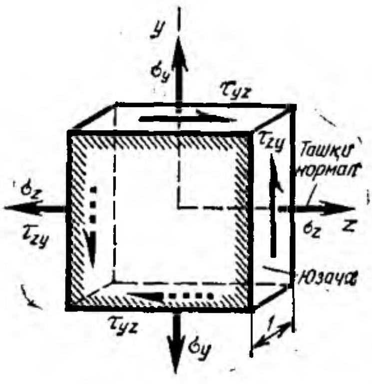


69- расм

[1] Бу кучланиш ҳолатлари баъзан мос равишда **бир ўқли, икки ўқли, ёки уч ўқли** кучланиш ҳолатлари ҳам дейилади.

($\sigma = 0$). Пластинка юпқа бўлганлигидан пластинка ичида бу сиртга параллел бўлган юзачаларда ҳам кучланишлар йўқ деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун умумий ҳолда пластинка нуқталари текис кучланиш ҳолатида бўлади. Масалан, нисбатан юпқа пластинкалардан ясалган стержень ва балкаларнинг элементлари шундай шароитда бўлади. Иккита бўйлама кесимлар $m - n$ ва $m_1 - n_1$ билан ажратилган қўштавр балканинг вертикал девори (69- расм, б) контури бўйлаб нормал ва уринма кучлар билан юкланган. Унинг нуқталари текис кучланиш ҳолатида бўлади. Материаллар қаршилигида кучланиш ҳолатининг бу тури муҳим бўлганлигидан қуйида унга асосий эътибор берилади.

Пластинкадан 69- расмда кўрсатилганидек, ихтиёрий K нуқта атрофида пластинка текислигига перпендикуляр бўлган текисликлар билан элементар параллелепипед ажратиб оламиз. Ажратиб олинган параллелепипедга ташқи томондан умумий ҳолда нормал ҳамда уринма кучлар таъсир қилади. 70- расмда бу кучларга мос келувчи нормал ва уринма кучланишларнинг векторлари кўрсатилган. Координата ўқларининг бошини элемент маркази билан устма-уст жойлаштирамиз.



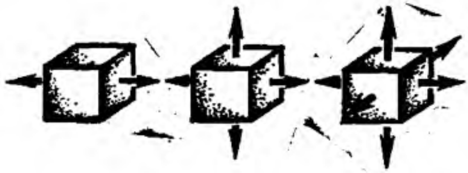
70- расм

Юқорида кўрсатиб ўтилганидек, чексиз кичик параллелепипеднинг барча нуқталари бир хил кучланиш ҳолатида бўлади. Шунинг учун параллелепипеднинг параллел ёқларига таъсир этувчи бир хил кучланишлар миқдори бир-бирига тенг қилиб кўрсатилган (70- расм). Кучланишларни белгилашда уларнинг индексларига эътибор бериш керак. Уринма кучланишлар қўш индексга эга, масалан, τ_{zy}. Бу ерда биринчи индекс, мазкур уринма кучланиш нормали z ўқига параллел бўлган юзага таъсир этишини, иккинчи индекс уринма кучланиш вектори y ўқига параллел эканлигини билдиради*. Нормал кучланишда иккала индекс ҳам бир хил бўлганлигидан улардан биттаси ёзилади.

Кучланишлар учун қуйидаги ишоралар қоидасини қабул қиламиз. Чўзувчи нормал кучланишни мусбат, сиқувчисини манфий ишорали деб оламиз. Уринма кучланиш τ лар ишораси координата ўқлари йўналиши билан боғлиқдир: агар мазкур юзачанинг ташқи нормали ва юзачадаги уринма кучланиш йўналиши ўзларига мос келувчи координата ўқлари йўналиши билан устма-уст тушса, τ мусбат ҳисобланади. Агар ташқи нормал ҳам, уринма кучланиш вектори ҳам ўз ўқларига нисбатан тескари йўналган бўлса, τ мусбат ишорали ҳисобланади. (70- расмдаги параллелепипеднинг кўзга кўринмас ёқларига ўтказилган ташқи нормаллар.) Бу қоида қисқа қилиб, *ташқи нормаллар қоидаси* деб аталади. 70- расмда z, y ўқларда кўрсатилган барча куч-

---

[1] Шуни ҳам айтиб ўтиш керакки, адабиётда баъзан айтиб ўтилганга тескари индекслар тартиби ҳам қўлланади.



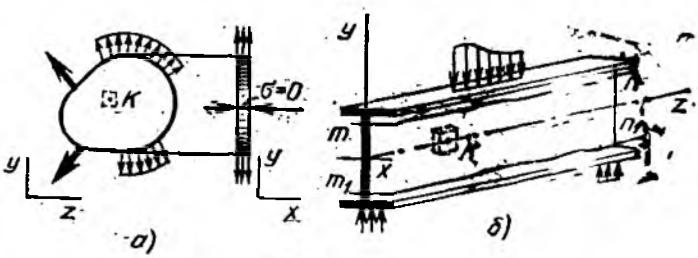
68- расм

бўлмайди, у нуқтадан нуқтага ўтган сари ўзгаради, шунинг учун мазкур жисмнинг исталган $m - n$ кесимидаги кучланиш бир текис тақсимланмайди. Бундай ҳолда жисмнинг исталган K нуқтасининг кучланиш ҳолатини ўрганишда бу нуқта атрофида томонлари dx, dy ва dz бўлган параллелепипед хаёлан қирқиб олинади (67- расм, *б*). Параллелепипед кичик бўлганлигидан унинг барча нуқталаридаги кучланишлар бир хил бўлиб, текширилаётган K нуқтадаги кучланишга тенг деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун унинг томонлари ва исталган кесимидаги кучланишлар текис тақсимланган деб ҳисобланади. Бу тахминлар элементар параллелепипеднинг қия кесимидаги кучланишларнинг ўзгариш қонуни 10- § да кўриб ўтилган оддий чўзилишдаги каби кечади дейишга имкон беради. Бунда параллелепипед томонларига таъсир қиладиган кучланишлар маълум ҳисобланиб, унинг қия юзачаларидаги кучланишлар кесиш усули билан топилади, яъни параллелепипед қирқиб олинган бўлагининг мувозанат шартидан топилади.

Юкланган жисмнинг исталган нуқтаси атрофида томонлари уринма кучланишлардан ҳоли бўлган элементар параллелепипед ажратиш мумкинлигига кейинчалик ишонч ҳосил қиламиз. Бунда параллелепипед битта, иккита ёки учта ўзаро перпедикуляр ўқлар бўйича чўзилиши (ёки сиқилиши) га қараб чизиқли, текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатлари бир-биридан фарқланади[1] (68- расм).

Масалан, марказий чўзилиш ёки сиқилишда бруснинг нуқталари чизиқли кучланиш ҳолатида бўлади. Материаллар қаршилиги масалаларида текис кучланиш ҳолати кўпроқ учрайди. Унинг характерли белгиларидан бири ўзаро параллел бўлган иккита томонларида кучланишлар йўқлигидир.

Юпқа пластинканинг қирраларига унинг текислигида ётувчи ихтиёрий кучлар системаси қўйилган ҳолни кўриб чиқамиз (69- расм, *а*). Пластинканинг zy текислигига параллел бўлган сиртида кучланиш йўқ

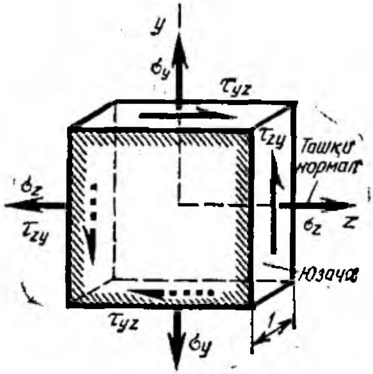


69- расм

[1] Бу кучланиш ҳолатлари баъзан мос равишда бир ўқли, икки ўқли, ёки уч ўқли кучланиш ҳолатлари ҳам дейилади.

($\sigma = 0$). Пластинка юпқа бўлганлигидан пластинка ичида бу сиртга параллел бўлган юзачаларда ҳам кучланишлар йўқ деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун умумий ҳолда пластинка нуқталари текис кучланиш ҳолатида бўлади. Масалан, нисбатан юпқа пластинкалардан ясалган стержень ва балкаларнинг элементлари шундай шароитда бўлади. Иккита бўйлама кесимлар $m - n$ ва $m_1 - n_1$ билан ажратилган қўштавр балканинг вертикал девори (69- расм, *б*) контури бўйлаб нормал ва уринма кучлар билан юкланган. Унинг нуқталари текис кучланиш ҳолатида бўлади. Материаллар қаршилигида кучланиш ҳолатининг бу тури муҳим бўлганлигидан қуйида унга асосий эътибор берилади.

Пластинкадан 69- расмда кўрсатилганидек, ихтиёрий *K* нуқта атрофида пластинка текислигига перпендикуляр бўлган текисликлар билан элементар параллелепипед ажратиб оламиз. Ажратиб олинган параллелепипедга ташқи томондан умумий ҳолда нормал ҳамда уринма кучлар таъсир қилади. 70- расмда бу кучларга мос келувчи нормал ва уринма кучланишларнинг векторлари кўрсатилган. Координата ўқларининг бошини элемент маркази билан устма-уст жойлаштирамиз.

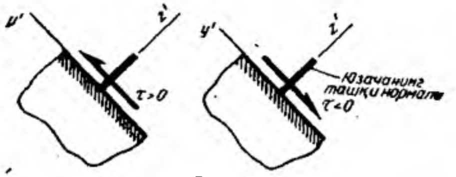


70- расм

Юқорида кўрсатиб ўтилганидек, чексиз кичик параллелепипеднинг барча нуқталари бир хил кучланиш ҳолатида бўлади. Шунинг учун параллелепипеднинг параллел ёқларига таъсир этувчи бир хил кучланишлар миқдори бир-бирига тенг қилиб кўрсатилган (70- расм). Кучланишларни белгилашда уларнинг индексларига эътибор бериш керак. Уринма кучланишлар қўш индексга эга, масалан, τ_{zy}. Бу ерда биринчи индекс, мазкур уринма кучланиш нормали *z* ўқига параллел бўлган юзага таъсир этишини, иккинчи индекс уринма кучланиш вектори *y* ўқига параллел эканлигини билдиради*. Нормал кучланишда иккала индекс ҳам бир хил бўлганлигидан улардан биттаси ёзилади.

Кучланишлар учун қуйидаги ишоралар қоидасини қабул қиламиз. Чўзувчи нормал кучланишни мусбат, сиқувчисини манфий ишорали деб оламиз. Уринма кучланиш τ лар ишораси координата ўқлари йўналиши билан боғлиқдир: агар мазкур юзачанинг ташқи нормали ва юзачадаги уринма кучланиш йўналиши ўзларига мос келувчи координата ўқлари йўналиши билан устма-уст тушса, τ мусбат ҳисобланади. Агар ташқи нормал ҳам, уринма кучланиш вектори ҳам ўз ўқларига нисбатан тескари йўналган бўлса, τ мусбат ишорали ҳисобланади. (70- расмдаги параллелепипеднинг кўзга кўринмас ёқларига ўтказилган ташқи нормаллар.) Бу қоида қисқа қилиб, *ташқи нормаллар қоидаси* деб аталади. 70- расмда *z*, *y* ўқларда кўрсатилган барча куч-

[1] Шуни ҳам айтиб ўтиш керакки, адабиётда баъзан айтиб ўтилганга тескари индекслар тартиби ҳам қўлланади.



71- расм

ланишлар мусбат ишорали. Қия юзачалар учун ҳам ушбу ишоралар қоидасига амал қиламиз, лекин уринма кучланишларнинг ишоралари қия z', y' ўқларга нисбатан олинади (71- расм). Шуни қайд қилиш керакки, координата ўқлари 90^0 га бурилганида уринма кучланишларнинг ишораси тескарисига ўзгаради, келгусида бунга, албатта эътибор бериш керак.

Нуқтанинг текис кучланиш ҳолати анализ қилинганида σ_z, σ_y ва τ_{zy}, τ_{yz} кучланишлар қиймати бўлиб, *берилган кучланишлар* деб аталади.

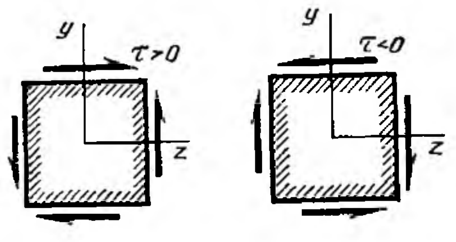
22- §. УРИНМА КУЧЛАНИШЛАРНИНГ ЖУФТЛИК ҚОНУНИ

Жисмдан ажратиб олинган параллелепипед (70- расм) унинг ёқларига таъсир қилувчи кучлар таъсиридан мувозанатда бўлиши керак. Параллелепипед қирраларининг узунлигини dz, dy га zy текисликка перпендикуляр йўналишдаги элемент қалинлигини бирга тенг деб ҳисоблаймиз. Параллелепипеднинг бирор ёғига таъсир этувчи куч тегишли кучланишнинг ёқ юзасига кўпайтирилганига тенг, масалан, $\tau_{zy}\ d_y \cdot 1$. Шуниси маълумки, параллелепипеднинг ёқларига таъсир этувчи нормал зўриқиш кучлари ўзаро мувозанатда бўлади. Мазкур ёқлардаги уринма зўриқиш кучлари иккита жуфт кучни ҳосил қилади; $\tau_{zy}\ dy$ кучнинг елкаси dz, $\tau_{yz}\ dz$ кучнинг елкаси эса dy га тенг, уларнинг моментлари йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак:

$$(\tau_{zy}\, dy)\, dz - (\tau_{yz}\, dz)\, dy = 0,$$

бундан

$$\tau_{zy} = \tau_{yz}. \qquad (3.1)$$



72- расм

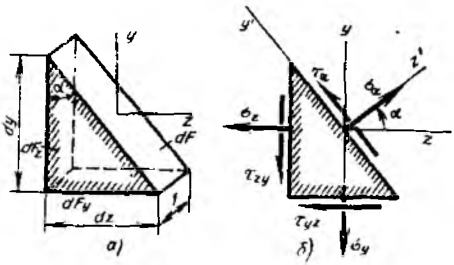
Элементар параллелепипед ихтиёрий жойлашган бўлиши мумкин, шунинг учун (3.1) ифода *уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни* деб аталадиган умумий қоидани ифодалайди. Исталган иккита ўзаро перпендикуляр юзачалардаги уринма кучланишлар миқдор жиҳатдан ўзаро тенг бўлиб, элементни қарама-қарши томонга айлантиришга интилади.

Демак, текис кучланиш ҳолатида уринма кучланишлар икки хил вариантда таъсир қилиши мумкин (72- расм).

23-§. ТЕКИС КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИДА ҚИЯ ЮЗАЧАЛАРДАГИ КУЧЛАНИШЛАР

Бунда параллелепипеднинг юкланмаган ёғига перпендикуляр бўлган қия юзачалардаги кучланишларни текширамиз.

70-расмда кўрсатилган элементар параллелепипедни zy текислигига перпендикуляр бўлган қия текислик билан қирқиб, элементар учбурчак призма ажратиб оламиз (73-расм, *а*). Қия юзачанинг ва у билан боғлиқ бўлган z', y' ўқларнинг ҳолатини α бурчак билан белгилаймиз. Агар бурилиш бурчаги z ўқидан y ўқига энг қисқа бурчак йўли орқали ўтишда ҳосил бўлса, мусбат ($\alpha > 0$) ҳисобланади. Қабул қилинган z, y ўқлар учун бурилиш соат стрелкаси ҳаракатига қарши йўналишда ҳосил қилинса, $\alpha > 0$.



73- расм

73-расм, *а* дан

$$\left.\begin{aligned} dF_z &= 1\cdot dy = dF\cos\alpha,\\ dF_y &= 1\cdot dz = dF\sin\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (3.2)$$

тенгликлар ҳосил бўлади. Қия юзачадаги σ_α ва τ_α кучланишларни учбурчак призма мувозанатидан топамиз. 73-расм, *б* да z', y' ўқларда τ_α нинг мусбат йўналиши кўрсатилган. Призмага таъсир қилаётган барча кучларни навбати билан z' ва y' ўқларга проекциялаб қуйидагиларни оламиз;

$$\sigma_\alpha\cdot dF - \sigma_z dF_z\cos\alpha - \sigma_y dF_y\sin\alpha - \tau_{zy}dF_z\sin\alpha - \tau_{yz}dF_y\cos\alpha = 0;$$

$$\tau_\alpha\cdot dF + \sigma_z dF_z\sin\alpha - \sigma_y dF_y\cos\alpha - \tau_{zy}dF_y\cos\alpha + \tau_{yz}dF_z\sin\alpha = 0.$$

Бу ердаги dF_z ва dF_y лар ўрнига (3.2) дан уларнинг қийматларини қўйиб dF га қисқартирамиз. Сўнгра (3.1) га мувофиқ $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ $2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = \sin 2\alpha$, $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$ эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини топамиз;

$$\sigma_\alpha = \sigma_z\cos^2\alpha + \sigma_y\sin^2\alpha + \tau_{zy}\sin 2\alpha; \qquad (3.3)$$

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{zy}\cos 2\alpha. \qquad (3.4)$$

Баъзан (3.3) формуласи бирмунча бошқача кўринишда ишлатилади; бунинг учун қуйидаги тригонометрик тенгликлардан фойдаланилади:

$$\left.\begin{aligned} \cos^2\alpha &= \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha);\\ \sin^2\alpha &= \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha). \end{aligned}\right| \qquad (3.5)$$

(3.5) ни (3.3) га қўйиб қуйидаги ҳосил қилинади:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{zy} \sin 2\alpha. \qquad (3.6)$$

(3.3) ва (3.4) формулалар нормал ва уринма кучланишларнинг юзачанинг қиялик бурчагига боғлиқ ҳолда ўзгаришини ифодалайди. Бунда (3.4) формуладан олинган τ_α нинг ишораси z' ўқини қўрилаётган юзача ташқи нормали билан устма-уст тушгунча бурилган z', y' ўқларга мос келади.

74-расмда берилган элемент билан бирга z', y' ўқлар бўйича ориентирланган чексиз кичик элемент ҳам кўрсатилган. Бу элемент ёқларидаги кучланишларни топамиз.

$\sigma_{z'} = \sigma_\alpha$ кучланиш (3.6) ифодадан топилади. $\sigma_{y'} = \sigma_{\alpha+90^\circ}$ ни топиш учун (3.6) ифодадаги α ўрнига $(\alpha + 90^\circ)$ ни қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{y'} = \sigma_{(\alpha+90^\circ)} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{zy} \sin 2\alpha. \qquad (3.7)$$

α ва $\alpha + 90^\circ$ юзачалардаги уринма кучланишлар жуфтлик қонуни билан боғланган, z', y' ўқлардаги кучланишлар $\tau_\alpha = \tau_{y'z'} = \tau_{z'y'}$ бўлади. z, y ва z', y' ўқларга мос келувчи кучланишларни жадвал (матрица) кўринишида ёзамиз:

$$T_\text{к} = \begin{bmatrix} \sigma_z & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_y \end{bmatrix}; \quad T'_\text{к} = \begin{bmatrix} \sigma_{z'} & \tau_{y'z'} \\ \tau_{z'y'} & \sigma_{y'} \end{bmatrix} \qquad (3.8)$$

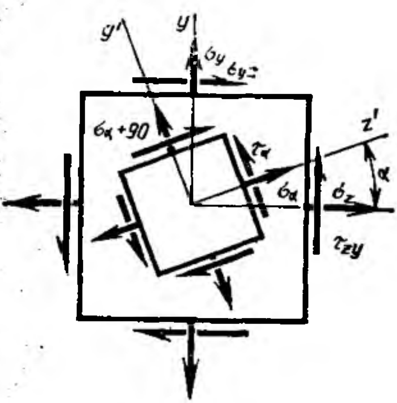
Нуқта орқали истаганча ўқлар ўтказиш мумкин бўлганлигидан ўзаро перпендикуляр юзачаларга мос келувчи кучланишларнинг исталган группаси (3.8) мазкур текис кучланиш ҳолатини унинг компонентлари сифатида тўла белгилайди. Координата ўқлари бурилганида кучланиш ҳолати компонентларининг ўзгариши (3.4), (3.6) ва (3.7) ифодалар бўйича бўлади. Шуни қайд қилиш лозимки, бу айтилганлар нуқтанинг кучланиш ҳолатини сон, вектор тушунчаларига нисбатан анча мураккаб тушунча деб қараш имконини беради (29-§ га қаранг).

(3.6) ва (3.7) ифодаларни ҳадлаб қўшамиз. Кўриниб турибдики, σ_α ва $\sigma_{(\alpha+90^\circ)}$ ларнинг йиғиндиси α бурчакка боғлиқ эмас (координата ўқлари йўналишига нисбатан инвариантдир) ва демак, мазкур нуқта учун бу йиғинди ўзгармас қийматдир:

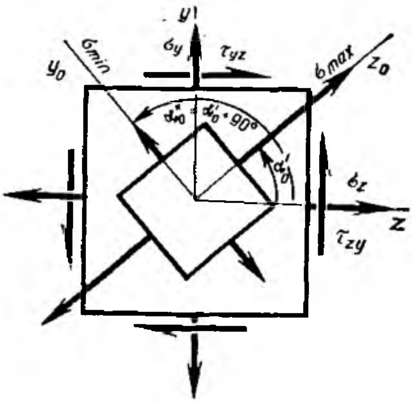
$$\sigma_\alpha + \sigma_{\alpha+90^\circ} = \sigma_z + \sigma_y = \text{const} \qquad (3.9)$$

24-§. БОШ КУЧЛАНИШЛАР

α бурчакни ўзгартириб, z', y' ўқларни ва тўғри бурчакли элементни хаёлан айлантирамиз (74-расм). Бурчакнинг бирор α_0 қийматида σ_{α_0} кучланиш мазкур нуқта учун энг катта қийматга эришади. (3.9) ифода асосида перпендикуляр юзачада кучланиш энг кичкина бўлади деган хулоса чиқариш мумкин. Бу юзачаларни ва мазкур нуқта учун



74- расм



75- расм

нормал кучланишларнинг экстремал қийматларини топамиз. Бунинг учун кучланишдан олинган ҳосилани нолга тенглаймиз.

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 0.$$

(3.6) ифодани α аргумент бўйича дифференциаллаб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 2\left(-\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{zy}\cos 2\alpha\right). \qquad (3.10)$$

Қавс ичидаги ифодани (3.4) формула билан солиштириб, қуйидаги тенгликни оламиз:

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 2\tau_\alpha. \qquad (3.11)$$

Бу ифодани нолга тенглаб ва қидирилаётган юзачалар нормалларининг оғиш бурчакларини α_0 орқали белгилаб, $\tau_{\alpha_0} = 0$ эканлигини оламиз. Бу қуйидаги муҳим хулосани чиқариш имконини беради: нуқтанинг экстремал нормал кучланишлари таъсир этадиган юзачаларда уринма кучланишлар нолга тенг бўлади. Бундай юзачалар *бош юзачалар* деб, уларга мос келувчи нормал кучланишлар нуқтанинг *бош кучланишлари* деб аталади.

(3.10) формуладаги қавс ичидаги ифодани нолга тенглаб, бош юзалар нормалларининг иккиланган оғиш бурчакларининг тангенсини топамиз:

$$\operatorname{tg}2\alpha_0 = \frac{2\tau_{zy}}{\sigma_z - \sigma_y} \qquad (3.12)$$

(3.12) ифода бош кучланишлар таъсир этувчи иккита ўзаро перпендикуляр α_0' ва $\alpha_0'' = \alpha_0' + 90^\circ$ оғиш бурчакларини беради (75- расм) Бош кучланишларнинг таъсир чизиқларига устма-уст тушувчи z_0, y_0 ўқлар нуқтадаги бош ўқлар дейилади. Бош кучланишлар қийматларини топиш учун (3.6) формуласига $\alpha = \alpha_0$ қийматни қўямиз. $\cos 2\alpha_0$ ни қавсдан ташқарига чиқариб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{\alpha_0} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} + \left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} + \tau_{zy} \operatorname{tg} 2\alpha_0 \right) \cos 2\alpha_0. \qquad (a)$$

Тригонометриядаги маълум формула бўйича (3.12) ифодадан фойдаланиб топамиз:

$$\cos 2\alpha_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}} = \pm \frac{\sigma_z - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}}. \qquad (б)$$

$2\alpha_0'$ ва $2\alpha_0'' = + (2\alpha_0' + 180°)$ бурчакларнинг косинуслари қарама-қарши ишорали бўлганлигидан (б) ифода олдига «$\pm$» ишора қўйилган. (3.12) ва (б) ифодаларни (а) формулага қўйиб, қавс ичидаги ифодаларни умумий махражга келтириб ва баъзи қисқартиришларни бажариб, σ_{α_0} нинг $\sigma_1 = \sigma_{max}$ ва $\sigma_2 = \sigma_{min}$ белгиланадиган иккита қийматини топамиз:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}. \qquad (3.13)$$

Бу формуладаги мусбат ишора максимал бош кучланиш $\sigma_1 = \sigma_{max}$ ни, манфий ишора эса минимал бош кучланиш $\sigma_2 = \sigma_{min}$ ни билдиради.

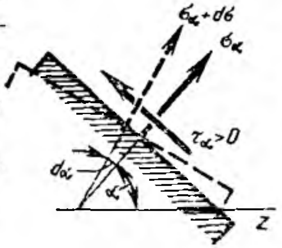
Келтирилган хулосадан ушбу нуқтадаги исталган дастлабки кучланиш σ_z, σ_y, τ_{zy} ларда ёқларига фақат нормал кучланишларгина таъсир қилувчи параллелепипед мавжуд бўлади деб айтиш мумкин. Бошқача айтганда нуқтанинг текис кучланиш ҳолатини ўқларни буриш билан иккита ўзаро перпендикуляр йўналишларда σ_1 ва σ_2 кучланишлар таъсиридаги оддий чўзилиш-сиқилиш каби тасаввур қилиш мумкин. Текис кучланиш ҳолатида (3.8) матрица қуйидагича ёзилади:

$$T_к = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix}$$

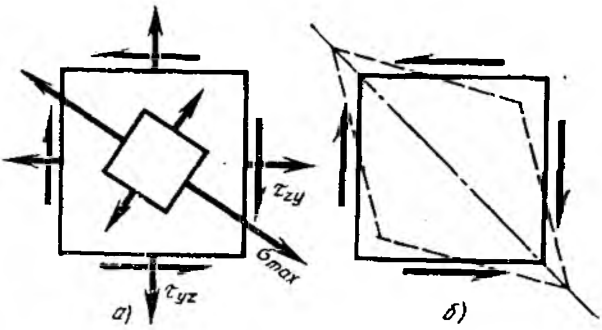
(3.12) формулага қайтамиз. У бош кучланиш йўналишини берса ҳам, қайси юзага σ_{max}, қайсисига σ_{min} таъсир этишини кўрсатмайди. Бу саволга жавоб топиш учун математика нуқтаи назаридан $\alpha = \alpha_0'$ ва $\alpha = \alpha_0' + 90°$ қийматларда иккинчи ҳосила $\frac{d^2\sigma_\alpha}{d\alpha^2}$ нинг ишорасини текшириш лозим. Лекин бошқача йўл билан ҳам иккита йўналишдан қай бирига σ_{max} таъсир этишини кўрсатиш мумкин.

(3.11) формуладан $\tau_\alpha > 0$ бўлганида $\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} > 0$ эканлиги келиб чиқади. Демак, α ортиши билан σ_α ҳам орта боради. Бу 76-расмда кўрсатилган.

Шунга ўхшаш $\tau_\alpha < 0$ ҳолни текширсак ҳам қуйидаги умумий хулосага келамиз: уринма кучланиш вектори йўналишида юзача бурилганида ундаги нормал кучланишлар алгебраик орта боради. Масалан, τ_{zy} йўналишида вертикал юзача бурилганида ундаги нормал кучланишлар орта боради, демак, бу йўналишда энг яқин бош юза билан уст-



76- расм



77- расм

ма-уст тушганида σ_{max} га эришади, бу 75- ва 77- расм, *а* да кўрсатилган. Бу расмлар асосида қуйидаги қоидани айтиш мумкин:

σ_{max} нинг йўналиши ҳамма вақт τ_{zy} ва τ_{yz} уринма кучланишларнинг стрелкалари учрашадиган координата ўқларининг иккита чораги орқали ўтади.

Агар уринма кучланишлар диагоналлардан бирини чўзишга интилишига эътибор берилса (77- расм, *б*) юқоридаги қоиданинг физик маъноси тушунарли бўлади. σ_{max} нинг йўналиши худди шу диагоналга мос келади.

Шуни айтиш керакки, бош юза нормали σ_1 ёки σ_2 нинг бевосита оғиш бурчагининг тангенсини топиш формуласини келтириб чиқариш мумкин. Бунинг учун 73- расм, *б* да тасвирланган элементар призманинг қия юзачасини бош юза деб тахмин қиламиз. Унда $\alpha = \alpha_0 = \alpha_{1,2}$, $\tau_{\alpha 0} = 0$ ва $\sigma_{\alpha 0} = \sigma_{1,2}$ призмага таъсир қилувчи барча кучларни вертикалга проекциялаб қуйидагини оламиз:

$$\sigma_{1,2} dF \sin\alpha_{1,2} - \sigma_y dF_y - \tau_{zy} dF_z = 0.$$

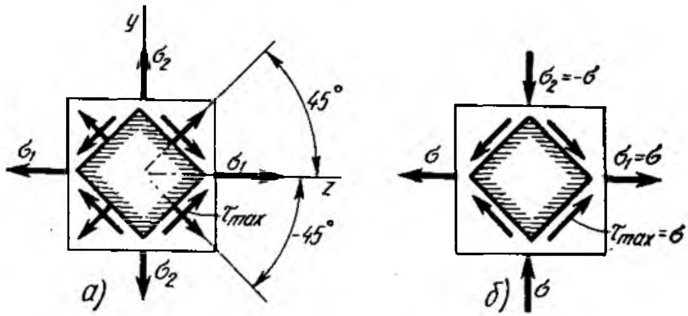
Бундан (3.2) тенгликни ҳисобга олган ҳолда қуйидагини топамиз

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{1,2} = \frac{\tau_{zy}}{\sigma_{1,2} - \sigma_y}.$$

Формулага бош кучланишлардан қай бирининг, σ_1 ёки σ_2 нинг қийматини қўйилишига қараб ўша бош кучланишга тегишли юзанинг оғиш бурчаги тангенси олинади. Бу билан иккита бош йўналишдан σ_{max} нинг йўналишини танлаш масаласи автоматик тарзда ҳал қилинади.

25- §. ЭКСТРЕМАЛ УРИНМА КУЧЛАНИШЛАР

Нуқтадаги айни бир текис кучланиш ҳолати турлича берилган юзача ва кучланишлар билан белгиланиши мумкин. Бош юзаларда уринма кучланишлар бўлмаганлигидан нуқтанинг кучланиш ҳолати бош юза ва кучланишлар билан оддийгина аниқланади. Шунинг учун уларни берилган деб ҳисоблаш мумкин (78- расм, *а*). Қисқача аввалгидек $\sigma_{max} = \sigma_1$ ва $\sigma_{min} = \sigma_2$ деб белгилаймиз. α бурчак σ_1 йўналишидан



78- расм

бошлаб қўйилади, σ_α ва τ_α ларнинг қийматлари (3.4) ва (3.6) формулалардан топилади, бунинг учун $\sigma_z = \sigma_1$, $\sigma_y = \sigma_2$, $\tau_{zy} = 0$ деб олинади:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha \tag{3.14}$$

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \tag{3.15}$$

(3.15) формуладан $\alpha = -45^\circ$ ($\sin 2\alpha = -1$) бўлганида уринма кучланишлар экстремал қийматларга эришади

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \tag{3.16}$$

Нуқтанинг экстремал уринма кучланишлари бош кучланишлар айирмасининг ярмига тенг бўлиб, бош юзачаларга 45° бурчак остида жойлашган юзачаларда пайдо бўлади (78- расм, *а*).

(3.13) ифодани (3.16) формулага қўйиб σ_z, σ_y ва τ_{zy} ларнинг берилган қийматлари орқали τ_{max} ни топамиз:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}. \tag{3.17}$$

Умумий ҳолда τ_{max} ни юзачаларда нормал кучланишлар нолга тенг эмас. Ҳақиқатан ҳам, (3.14) формулада $\alpha = \pm 45^\circ$ десак ва (3.13) ни ҳисобга олсак, қуйидаги формула ҳосил бўлади

$$\sigma_{\pm 45^\circ} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2}. \tag{3.18}$$

Призманинг ёқларига иккита бош кучланишлар $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$ таъсир қиладиган хусусий ҳолда (78- расм, *б*) экстремал уринма кучланишларнинг (3.16 га қаранг) миқдори бош кучланишларга сон жиҳатдан тенг бўлади: $\tau_{max} = \sigma$, лекин бунда экстремал уринма кучланишли юзачаларда нормал кучланишлари нолга тенг бўлади. Бундай кучланиш ҳолати *соф силжиш*, фақат уринма кучланишларгина пайдо бўладиган юзалар *соф силжиш юзалари* дейилади. Кучланиш ҳолатининг бу тури IV бобда батафсил ёритилган.

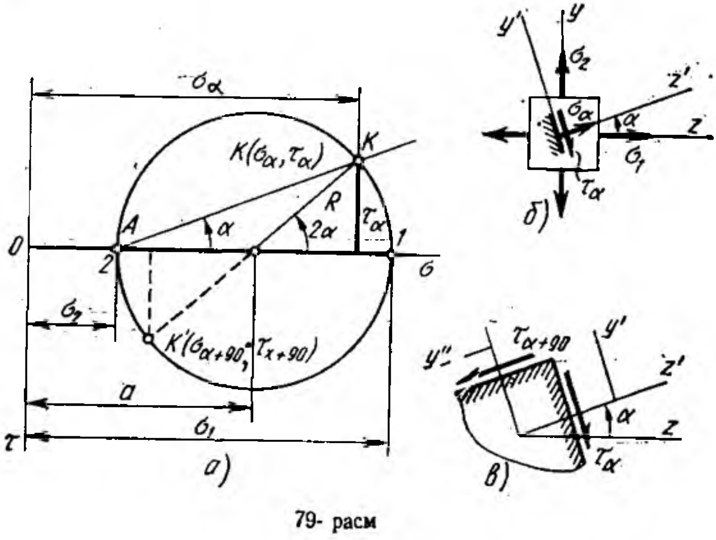
σ_α ва τ_α кучланишларнинг юзачанинг оғиш бурчагига боғлиқлиги доиравий диаграмма кўринишида оддий геометрик интерпретацияга эга. Буни немис олими Отто Мор таклиф қилган.

(3.14) ва (3.15) формулалардаги ўзгармас қийматлар ўрнига $a = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}$ ва $R = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}$ белгилашларни киритамиз ва бу формулаларни қуйидаги кўринишларда ёзамиз:

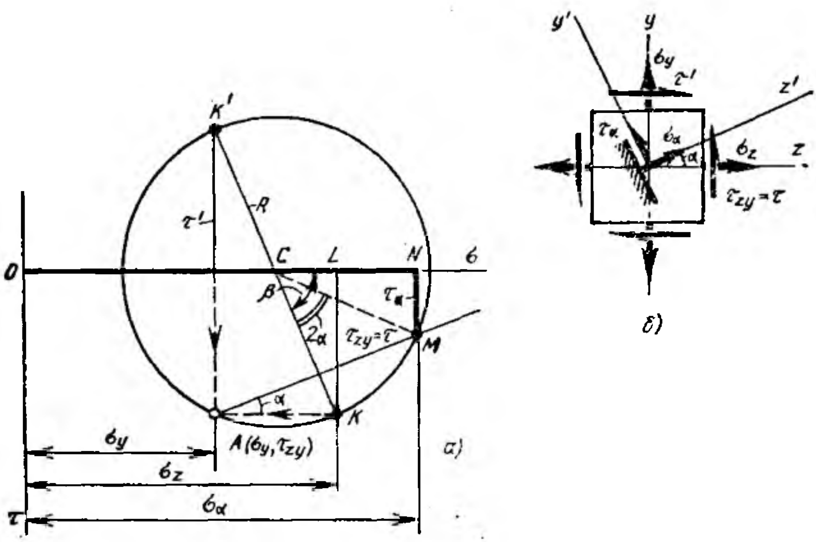
$$\left.\begin{aligned}\sigma_\alpha &= a + R\cos 2\alpha,\\ \tau_\alpha &= -R\sin 2\alpha.\end{aligned}\right\} \qquad (3.19)$$

$\sigma-\tau$ координаталарида (3.19) тенглик параметрик шаклда R радиусли айлананинг тенгламасини билдиради (79-расм, *а*). Унга *Мор доираси* ёки *кучланишлар доираси* дейилади. α бурчак билан аниқланадиган ҳар бир қия юзачага (79-расм, *б*) айланада *тасвирловчи нуқта* деб аталадиган маълум K нуқта тўғри келади, бу нуқта σ_α ва τ_α координаталар билан белгиланади. α бурчакни ҳисоблашнинг мусбат йўналиши сақланганида τ ўқи доиравий диаграммада y ўқига қарама-қарши томонга йўналиши керак (мазкур ҳолда τ ўқи пастга йўналган), чунки (3.19) формуладан $\alpha > 0$ ва $\sin 2\alpha > 0$ бўлганида ордината $\tau_\alpha < 0$ бўлиши келиб чиқади.

Ўқларнинг α ва $\alpha + 90°$ бурчакларга бурилишига жавоб берувчи ўзаро перпендикуляр юзачаларга айлананинг диаметри учларида ётувчи K ва K' нуқталар мос келади. Бунда кучланишлар доирасида $\tau_{\alpha+90°} = -\tau_\alpha$, чунки аввал айтиб ўтилганидек, τ_α формуласи бурилган z', y' ва z'', y'' ўқларда бу кучланишнинг ишорасини беради (79-расм, *в*).



79- расм



80 расм

Агар бош юзалар ҳамда улардаги σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар маълум бўлса, кучланишлар доираси *1* ва *2* нуқталар бўйича қурилади.

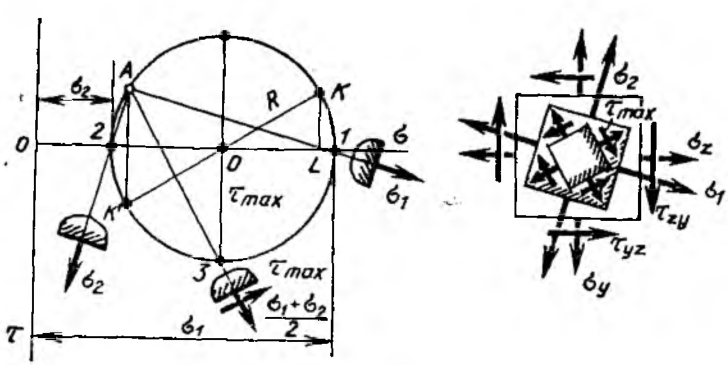
Юзача билан айланадаги тасвирловчи нуқта орасидаги мосликни аниқлаш учун *A* нуқтадан (доира қутби) фойдаланиш қулай. мазкур ҳолда бу нуқта *2* нуқта билан устма-уст ётади. Чизмадан кўриниб турибдики, қия юзачанинг нормалига параллел бўлган *AK* нур айлана билан кесишиб, тасвирловчи нуқта K $(\sigma_\alpha,\ \tau_\alpha)$ ни беради.

80-расм, *а* да берилган ихтиёрий юза ва кучланишлар бўйича қурилган Мор доираси тасвирланган. Диаграммада τ_{zy} ва τ_{yz} кучланишлар турли ишоралар билан қўйилганлигидан, уларни τ ва τ' орқали белгилаймиз (80-расм, *б*). Вертикал ва горизонтал юзачаларнинг тасвирловчи нуқталари K $(\sigma_z,\ \tau)$ ва K' $(\sigma_y,\ \tau')$ ни диаграммада топиб, сўнгра уларни ўзаро туташтириб, айлана марказини топамиз ва доиравий диаграммани қурамиз.

Дастлабки ихтиёрий юзачалар учун ҳам *A* қутбдан фойдаланиш қулай. Умумий ҳолда у A $(\sigma_y,\ \tau_{zy})$ координаталарга эга бўлиб, айланада турли ҳолатларни эгаллаши мумкин. Амалда *A* қутбни мос юзачаларнинг нормалларига параллел равишда ўтказилган *KA* ва *K'A* нурларнинг кесишган нуқтаси сифатида топиш қулай (80- расмда улар стрелкалар билан белгиланган).

Қия юзачанинг нормалига параллел равишда *A* қутбдан ўтказилган *AM* нур айлана билан кесишиб, тасвирловчи *M* нуқтани ҳосил қилади.

Исбот учун шуни қайд қиламизки, ички α бурчакнинг *MK* ёйига тираладиган *MCK* марказий бурчак 2α га тенг. Чизмадан қуйидагини топамиз.



81- расм

$$ON = OC + CN = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} + R\cos(\beta - 2\alpha) = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} + R\cos\beta\cos2\alpha +$$

$$+ R\sin\beta\sin2\alpha = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\cos2\alpha + \tau_{zy}\sin2\alpha.$$

Олинган формулани (3.6) ифода билан солиштириб, $ON = \sigma_\alpha$ эканлигини топамиз. $MN = R\sin(\beta - 2\alpha) = \tau_\alpha$ ҳам шунга ўхшаш исбот қилинади. Исбот қилинган бу ҳолат кучланишлар доирасида қия юзача билан тасвирловчи нуқта ўзаро мослигини жуда содда йўл билан аниқлаш имконини беради. 81-расмда Мор доирасидан бош юзачаларнинг оғиш бурчаги қандай топилиши кўрсатилган. Абсциссалари экстремал кучланишлар $\sigma_1 = \sigma_{max}$ ва $\sigma_2 = \sigma_{min}$ ни билдирувчи *1* ва *2* нуқталар уларнинг тасвирловчи нуқталари ҳисобланади. Юзачаларнинг ўзлари *A — 1* ва *A — 2* нурларга перпендикулярдир. *R* радиусга тенг экстремал ординатага эга бўлган *3* нуқта экстремал уринма кучланишлар $\tau_{max} = R$ пайдо бўладиган юзачага мос келади.

Кучланиш доирасидан аввал аналитик йўл билан топилган кўпгина боғланишларни аниқлаш мумкин. Масалан, 81-расмдан топиладиган қуйидаги

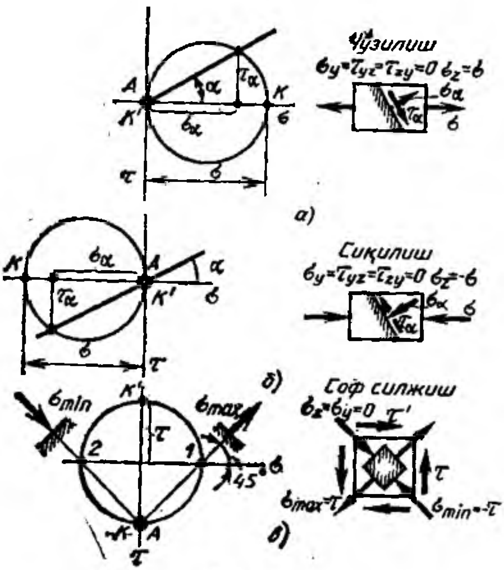
$$\sigma_{1,2} = OC \pm R = OC \pm \sqrt{CL^2 + KL^2} =$$

$$= \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}$$

боғланиш (3.13) га мос келади.

27-§. ТЕКИС КУЧЛАНИШ ХОЛАТИГА ОИД МИСОЛЛАР

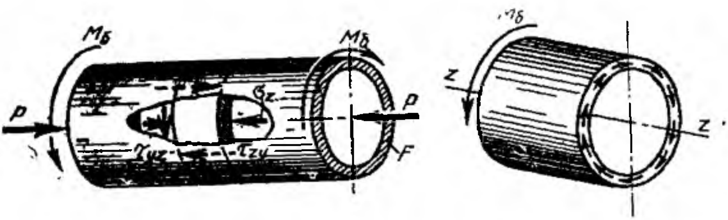
1-мисол. $\sigma_y = \tau_{zy} = 0$, $\sigma_z = \pm\sigma$ бўлган хусусий ҳолда кучланиш бир ўқли чўзилиш ёки сиқилишдан иборат бўлади. Дастлабки юзаларда уринма кучланишлар бўлмаганлигидан улар бош юза ҳисобланади. Битта бош кучланиш σ_z га, иккинчиси эса 0 га тенг. 82-расм, *а*, *б* да $K(\sigma_z;\ 0)$ ва $K'(0;\ 0)$ нуқталар бўйича қурилган кучланиш доиралари кўрсатилган. Доира қутби $A(0;\ 0)$ координаталар бошида ётади. Мазкур расмларда σ_α ва τ_α ларнинг график топилиши ҳам кўрсатилган.



82- расм

2- мисол. Ўзаро перпендикуляр бўлган иккита юзачаларга фақат уринма кучланишларгина $\tau_{zy} = \tau_{yz} = \tau$ таъсир қилади (соф силжиш бўлган ҳол). Бу ҳол учун кучланишлар доираси 82- расм, *в* да кўрсатилган, берилган юзаларнинг тасвирловчи нуқталари K (0; τ) ва K' (0; $-\tau$) τ ўқида, доира маркази координаталар бошида ётади. Қутб A (0, τ) K нуқта билан устма-уст ётади. Кучланишлар доирасидан кўриниб турибдики, соф силжишда сиқувчи ва чўзувчи бош кучланишлар ўзаро тенг бўлиб, миқдори соф силжиш юзасига таъсир қилувчи уринма кучланишга баробар, яъни $\sigma_{max} = \tau$, $\sigma_{min} = -\tau$. Бу 25- § да аналитик йўл билан аввал ҳам исбот қилинган эди.

3- мисол. Бир ўқли силжиш билан соф силжиш бир йўла мавжуд бўлган кучланиш ҳолатини текширамиз. Бир йўла сиқилиш ва буралишга ишлайдиган юпқа деворли труба шундай кучланиш ҳолатида бўлади (83- расм, *а*). Буралишга ишлайдиган бруснинг кўндаланг кесим юзаларида пайдо бўладиган уринма кучланишларни топишнинг умумий усули VII бобда кўриб чиқилади (83- расм, *б*). Дейлик, $\sigma_z = -600$ кгк/см^2, $\sigma_y = 0$; $\tau_{zy} = 400$ кгк/см^2.



83- расм

Ишоралар қоидасига амал қилган ҳолда 84- расм, *а* да кўрсатилган дастлабки кучланишларга эга бўламиз. Аналитик усулни қўллаймиз. (3.12) формула бўйича топамиз:

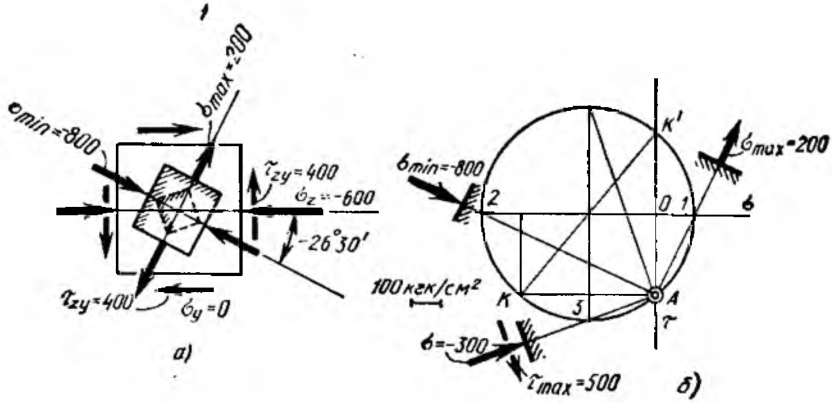
$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{zy}}{\sigma_z - \sigma_y} = \frac{2\cdot 400}{-600 - 0} = -1{,}33.$$

Тангенснинг бу қийматига $2\alpha_0' = -53^0$ бурчак тўғри келади, бундан $\alpha_0' = -26^030'$ га эга бўламиз. Бу бурчакни соат стрелкаси ҳаракати бўйича қўйиб, битта бош йўналишни топамиз, иккинчи бош йўналиш биринчисига перпендикуляр йўналган бўлади. Иккинчи бош йўналиш уринма кучланишлар стрелкаси учрашадиган чоракдан ўтади, шунинг учун σ_{max} нинг йўналишини билдиради (24- § га қаранг).

Сўнгра (3.13) формуладан

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2} =$$

$$-300 \pm \frac{1}{2}\sqrt{600^2 + 4\cdot 400^2} = -300 \pm 500 \text{ кгк/см}^2$$



84- расм

га эга бўлами. Шундай қилиб $\sigma_1 = 200$ кгк/см², $\sigma_2 = -800$ кгк/см². Экстремал уринма кучланишлар

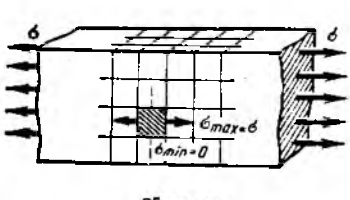
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 500 \text{ кгк/см}^2.$$

Уларга мос келувчи юзачалар 84- расм, *а* да пунктир билан кўрсатилган. 84- расм, *б* да масала график усулда ечилган. Мор доираси координаталари $\sigma_z = -600$, $\tau_{zy} = \tau = 400$ бўлган K ҳамда $\sigma_y = 0$, $\tau' = -400$ бўлган K' нуқталар бўйича қурилади. Қутб A берилган юзаларга K ва K' нуқталар орқали ўтказилган нормалларнинг кесишган нуқтасида олинади.

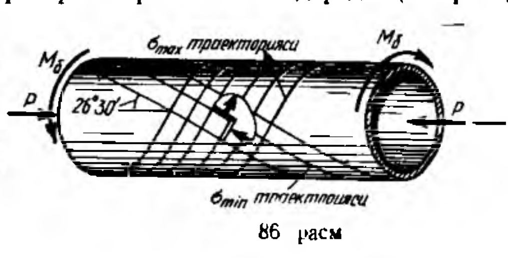
28- §. БОШ КУЧЛАНИШЛАР ТРАЕКТОРИЯСИ ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Бош кучланишлар траекторияси юкланган жисмдаги ички зўриқиш кучлари ҳақида яққол тасаввур беради. Эгри чизиқнинг ҳар бир нуқтасидан ўтказилган уринма шу нуқтадаги бош кучланишлар йўналишига мос келса, бу эгри чизиққа бош кучланишлар траекторияси дейилади.

Бруснинг оддий чўзилишида (85- расм) унинг ўқига параллел ва перпендикуляр равишда ўтказилган чизиқлар бош кучланишлар траекторияси бўлади. Агар олдинги параграфнинг сўнгида кўриб чиқилган трубанинг барча нуқталарида бош кучланишларни белгилаб чиқсак, ўзаро ортогонал бўлган эгри чизиқлар тўрини ҳосил қиламиз, бу сиқувчи ва чўзувчи бош кучланишлар траекториясини билдиради (86- расм).



85- расм



86 расм

Траекториялар билан ажратилган тўғри бурчакли элемент перпендикуляр йўналишларда чўзилишга (ёки сиқилишга) ишлайди, унинг ёқларидаги уринма кучланишлар нолга тенг бўлади.

Кўриб ўтилган мисолларда жисмнинг барча нуқталаридаги бош кучланишлар қиймати бир хилдир. Умуман олганда бош кучланишлар қиймати траектория бўйлаб ўзгаради.

Бош кучланишлар траекториясини билиш кўп ҳолларда лойиҳаланаётган деталь ёки конструкция қисмига рационал шакл бериш имконини беради.

29- §. ҲАЖМИЙ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ

1. Бош кучланишлар

Ҳажмий кучланиш ҳолатида ихтиёрий нуқта атрофида, ихтиёрий йўналишда ажратиб олинган элементар параллелепипед томонларига, умумий ҳолда 87- расмда кўрсатилганидек, кучланишлар таъсир қилади. Расмда кўрсатилган кучланишлар аввал қабул қилинган ишоралар қоидасига биноан мусбат ишоралидир. Барча кучларнинг x, y ва z ўқларига нисбатан моментларининг йиғиндисини нолга тенглаб (22- § га қаранг), қуйидаги тенгликларни оламиз:

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}; \quad \tau_{yx} = \tau_{xy}. \qquad (3.20)$$

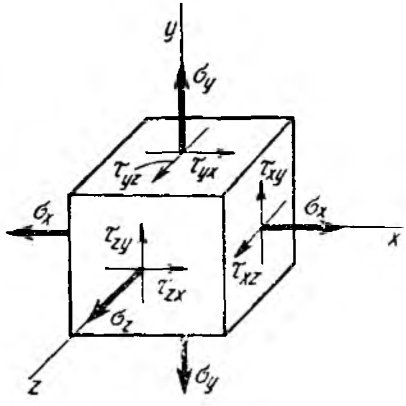
Натижада уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунини умумий ҳолда қуйидагича таърифлаш мумкин: ўзаро перпендикуляр иккита юзадаги уринма кучланишларнинг ташкил этувчилари ёқларнинг кесишган чизиқларига нормал бўлиб, миқдор жиҳатдан бир-бирига тенг, йўналишлари эса шундайки, улар элементни қарама-қарши томонга буришга интилади.

Умумий ҳолда нуқтанинг ҳажмий кучланишида (3.8) матрица ўрнига учинчи тартибли матрица оламиз:

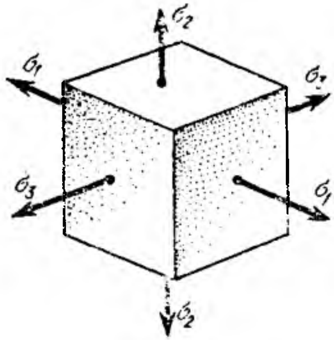
$$T_\kappa = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \qquad (3.21)$$

Бу матрица кучланишлар тензори, унинг элементлари (кучланишлар) эса кучланишлар тензорининг компонентлари деб аталади. Тензор тушунчаси масалан, вектор тушунчасига нисбатан умумийроқдир: у математика, физика, механикада кўп учрайди. Шундай қилиб, умумий ҳолда нуқтанинг кучланиш ҳолати кучланишлар тензори (3.21) сифатида берилади. Унинг тўққизта компонентидан кўпи билан олтитаси турлича бўлиши мумкин. Координата ўқлари бурилганида тензор компонентларининг ўзгариши унинг учун характерли қонун ҳисобланади. Хусусан текис кучланиш ҳолатида бу қонун (3.4), (3.6) ва (3.7) боғланишлар билан ифодаланади. Ҳажмий кучланиш ҳолати учун бундай боғланишларни келтириб чиқармаймиз, чунки улар одатда эластиклик назарияси курсида ўрганилади.

Олдин кўриб ўтганимиздек, исталган текис кучланиш ҳолати ўқларни буриш йўли билан иккита ўзаро перпендикуляр йўналишларда



87- расм

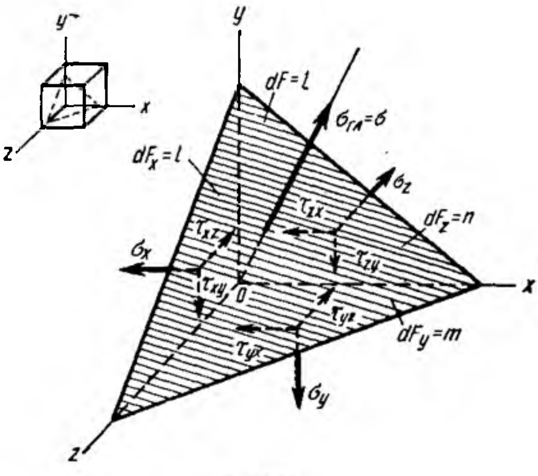


88- расм

σ_{max} ва σ_{min} бош кучланишлар билан чўзилиш (сиқилиш)га келтирилиши мумкин. Шунга ўхшаш ҳажмий кучланиш ҳолатида ҳам ўқлар йўналишини ва параллелепипед ҳолатини ўзгартириб, параллелепипеднинг ёқларида уринма кучланишлар нолга тенг бўладиган ҳолатини топиш мумкин. Шу йўл билан олинган параллелепипеднинг ёқларига параллел бўлган юзачаларга *бош юзачалар* дейилади (88- расм). Уларга таъсир этувчи σ_1, σ_2 ва σ_3 кучланишларга *бош кучланишлар*, уларга мос келувчи ўқларга *бош ўқлар* дейилади.

87- расмда кўрсатилган ихтиёрий юзачаларга таъсир этувчи кучланишлар орқали σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишларни топиш усулини кўриб чиқамиз. Бунинг учун ν нормал билан белгиланадиган қандайдир бош юзанинг оғиши маълум деб ҳисоблаймиз. Берилган параллелепипеддан бу юзачага параллел бўлган кесимлар билан 89- расмда тасвирланган тетраэдр ажратиб оламиз ва унга таъсир қилувчи барча кучларнинг координата ўқларига проекцияларининг йиғиндисини нолга тенглаб мувозанат тенгламасини тузамиз.

ν нормалнинг x, y, z ўқлар билан ҳосил қилган бурчакларининг косинусларини l, m ва n орқали белгилаймиз. Қия томоннинг юзини $dF = 1$ деб оламиз, унда координата текислигида ётувчи бошқа ёқларнинг юзалари $dF_x = l$, $dF_y = m$, $dF_z = n$ га тенг бўлади.



89- расм

Траекториялар билан ажратилган тўғри бурчакли элемент перпендикуляр йўналишларда чўзилишга (ёки сиқилишга) ишлайди, унинг ёқларидаги уринма кучланишлар нолга тенг бўлади.

Кўриб ўтилган мисолларда жисмнинг барча нуқталаридаги бош кучланишлар қиймати бир хилдир. Умуман олганда бош кучланишлар қиймати траектория бўйлаб ўзгаради.

Бош кучланишлар траекториясини билиш кўп ҳолларда лойиҳаланаётган деталь ёки конструкция қисмига рационал шакл бериш имконини беради.

29- §. ҲАЖМИЙ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ

1. Бош кучланишлар

Ҳажмий кучланиш ҳолатида ихтиёрий нуқта атрофида, ихтиёрий йўналишда ажратиб олинган элементар параллелепипед томонларига, умумий ҳолда 87- расмда кўрсатилганидек, кучланишлар таъсир қилади. Расмда кўрсатилган кучланишлар аввал қабул қилинган ишоралар қоидасига биноан мусбат ишоралидир. Барча кучларнинг x, y ва z ўқларига нисбатан моментларининг йиғиндисини нолга тенглаб (22- § га қаранг), қуйидаги тенгликларни оламиз:

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}; \quad \tau_{yx} = \tau_{xy}. \qquad (3.20)$$

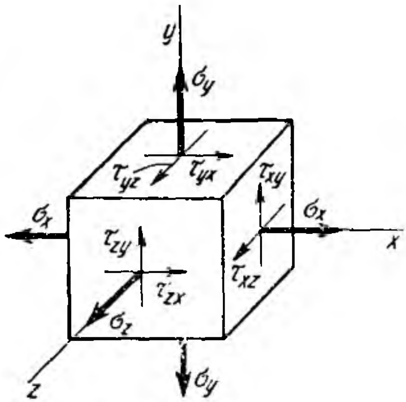
Натижада уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунини умумий ҳолда қуйидагича таърифлаш мумкин: ўзаро перпендикуляр иккита юзадаги уринма кучланишларнинг ташкил этувчилари ёқларнинг кесишган чизиқларига нормал бўлиб, миқдор жиҳатдан бир- бирига тенг, йўналишлари эса шундайки, улар элементни қарама- қарши томонга буришга интилади.

Умумий ҳолда нуқтанинг ҳажмий кучланишида (3.8) матрица ўрнига учинчи тартибли матрица оламиз:

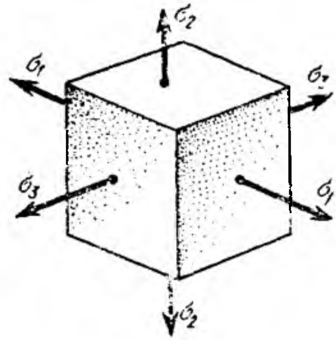
$$T_\kappa = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \qquad (3.21)$$

Бу матрица кучланишлар тензори, унинг элементлари (кучланишлар) эса кучланишлар тензорининг компонентлари деб аталади. Тензор тушунчаси масалан, вектор тушунчасига нисбатан умумийроқдир: у математика, физика, механикада кўп учрайди. Шундай қилиб, умумий ҳолда нуқтанинг кучланиш ҳолати кучланишлар тензори (3.21) сифатида берилади. Унинг тўққизта компонентидан кўпи билан олтитаси турлича бўлиши мумкин. Координата ўқлари бурилганида тензор компонентларининг ўзгариши унинг учун характерли қонун ҳисобланади. Хусусан текис кучланиш ҳолатида бу қонун (3.4), (3.6) ва (3.7) боғланишлар билан ифодаланади. Ҳажмий кучланиш ҳолати учун бундай боғланишларни келтириб чиқармаймиз, чунки улар одатда эластиклик назарияси курсида ўрганилади.

Олдин кўриб ўтганимиздек, исталган текис кучланиш ҳолати ўқларни буриш йўли билан иккита ўзаро перпендикуляр йўналишларда



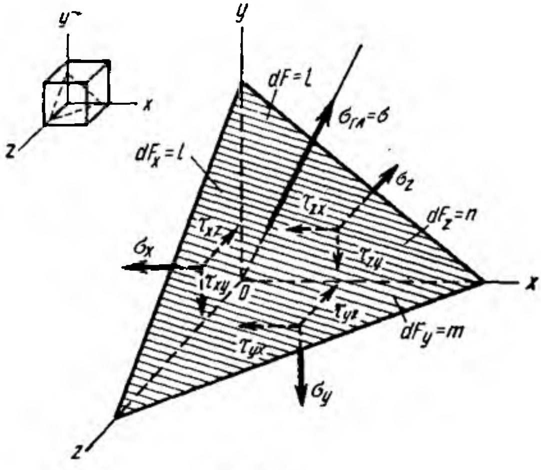
87- расм



88- расм

σ_{max} ва σ_{min} бош кучланишлар билан чўзилиш (сиқилиш)га келтирилиши мумкин. Шунга ўхшаш ҳажмий кучланиш ҳолатида ҳам ўқлар йўналишини ва параллелепипед ҳолатини ўзгартириб, параллелепипеднинг ёқларида уринма кучланишлар нолга тенг бўладиган ҳолатини топиш мумкин. Шу йўл билан олинган параллелепипеднинг ёқларига параллел бўлган юзачаларга *бош юзачалар* дейилади (88- расм). Уларга таъсир этувчи σ_1, σ_2 ва σ_3 кучланишларга *бош кучланишлар*, уларга мос келувчи ўқларга *бош ўқлар* дейилади.

87- расмда кўрсатилган ихтиёрий юзачаларга таъсир этувчи кучланишлар орқали σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишларни топиш усулини кўриб чиқамиз. Бунинг учун ν нормал билан белгиланадиган қандайдир бош юзанинг оғиши маълум деб ҳисоблаймиз. Берилган параллелепипеддан бу юзачага параллел бўлган кесимлар билан 89- расмда тасвирланган тетраэдр ажратиб оламиз ва унга таъсир қилувчи барча кучларнинг координата ўқларига проекцияларининг йиғиндисини нолга тенглаб мувозанат тенгламасини тузамиз.



89- расм

ν нормалнинг x, y, z ўқлар билан ҳосил қилган бурчакларининг косинусларини l, m ва n орқали белгилаймиз. Қия томоннинг юзини $dF = 1$ деб оламиз, унда координата текислигида ётувчи бошқа ёқларнинг юзалари $dF_x = l$, $dF_y = m$, $dF_z = n$ га тенг бўлади.

ланиш масаласида бош кучланишларга параллел бўлган юзачалардаги кучланишлар учта юзачалар оиласига мос келувчи учта Мор доирасининг нуқталари билан топилади деган хулоса чиқади (91- расм).

Бу ерда τ ишорасининг аҳамияти йўқ бўлганлигидан, 26- § дан фарқли равишда 91- расмда (ундан кейин ҳам) τ ўқи юқорига йўналтирилган.

Доираларнинг чўққиси бўлган нуқталарга эътибор берамиз. Улар тегишли бош кучланишларга нисбатан 45° бурчак остида қия жойлашган диагонал юзачаларга мос келади. Бу юзачалардаги уринма кучланишлар Мор доираси радиусига тенг бўлиб, қуйидаги формулалардан топилади:

$$\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad \tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \quad \tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}. \tag{3.24}$$

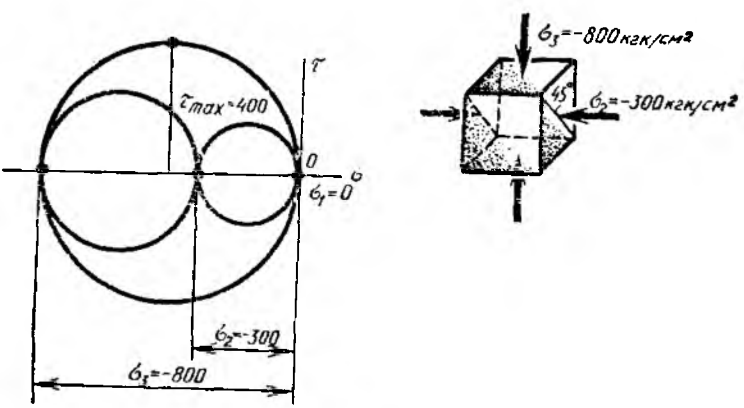
Эластиклик назариясида исталган фазовий қия жойлашган юзача учун (бош кучланишлардан биронтасига ҳам параллел бўлмаган) нормал ва уринма кучланишлар 91- расмдаги штрихланган соҳадаги нуқта координаталари билан топилиши исботланган. Демак, бу соҳанинг энг катта ординатаси τ_{13} нуқтанинг максимал уринма кучланишини билдиради:

$$\tau_{max} = \tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \tag{3.25}$$

Шундай қилиб, нуқтанинг максимал уринма кучланиши учта бош кучланишдан максимум ва минимумига нисбатан 45° бурчак остида жойлашган юзачада пайдо бўлади ва улар айирмасининг ярмига тенг.

Баъзан, материалнинг мустаҳкамлиги ёки нагрузка остида пластик ҳолатга ўтиши τ_{max} қиймати билан боғланади, шунинг учун ҳам у бош кучланишлар билан бирга кучланиш ҳолатининг муҳим характеристикаларидандир.

Текис кучланиш ҳолати учта бош кучланишлардан бири нолга тенг бўлган ҳажмий кучланиш ҳолатининг хусусий ҳолидир. У ҳам учта



92- расм

Мор доираси билан берилиши мумкин. Бу мисол 92-расмда кўрсатилган бўлиб, бунда $\sigma_3 = -800$ кгк/см^2, $\sigma_2 = -300$ кгк/см^2, $\sigma_1 = 0$. Кучланишларнинг номерлари (3.23) тенгсизликка мувофиқ қўйилган. τ_{max} кучланиш

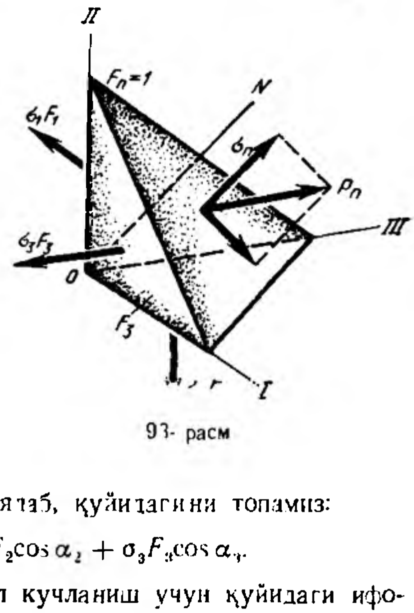
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{0 - (-800)}{2} = 400 \text{ кгк/см}^2$$

га тенг. У 92- расмда кўрсатилган диагонал юзачага таъсир қилади.

Шундай қилиб, умумий ҳолда исталган кучланиш ҳолати учта Мор доираси билан тасвирланиши керак, фақат иккита бош кучланишлар бир-бирига мос келса, бу учта доира биттага айланади. $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$ бўлган хусусий ҳолда учала доира ҳам битта нуқтага айланади. Бунда барча юзачаларда уринма кучланишлар бўлмайди, нормал кучланишлар σ га тенг бўлади. Исталган юза бош юза ҳисобланади. Ҳар томонлама гидростатик босим остида бўладиган жисм шундай кучланиш ҳолатида бўлади.

3. Ихтиёрий қия жойлашган юзачалардаги кучланишлар

Ихтиёрий жойлашган қия кесимларда пайдо бўлувчи σ_n ва τ_n кучланишлар учун формулалар чиқарамиз. Бу кесимнинг ҳолатини унга ўтказилган ON нормал ҳамда I, II ва III ўқлар орасидаги α_1, α_2 ва α_3 бурчаклар билан белгилаймиз, бу ўқлар σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишларга параллел ўтказилган. σ_n ва τ_n кучланишлар учун формулаларни бош параллелепипеддан ажратиб олинган элементар тетраэдрнинг мувозанат шартидан келтириб чиқарамиз (93- расмга қаранг). Юзани $F_n = 1$ деб қабул қиламиз, унда тетраэдр бошқа томонларини F_n нинг координата текисликларига проекциялари сифатида қуйидаги формулалардан топамиз:



93- расм

$$F_1 = 1 \cdot \cos\alpha_1; \; F_2 = 1 \cdot \cos\alpha_2;$$
$$F_3 = 1 \cdot \cos\alpha_3. \qquad (3.26)$$

Барча кучларни ON нормалга проекциялаб, қуйидагини топамиз:

$$\sigma_n F_n = \sigma_1 F_1 \cos\alpha_1 + \sigma_2 F_2 \cos\alpha_2 + \sigma_3 F_3 \cos\alpha_3.$$

Ундан (3.26) ни ҳисобга олиб, нормал кучланиш учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2\alpha_1 + \sigma_2 \cos^2\alpha_2 + \sigma_3 \cos^2\alpha_3. \qquad (3.27)$$

Уринма кучланиш τ_n нинг йўналиши бизга номаълум бўлганлигидан, аввал тўла кучланиш p_n ни топамиз.

Агар фазода тетраэдрга таъсир этувчи кучлар кўпбурчагини қурсак, $p_n F_n$ вектори қирралари $\sigma_1 F_1$, $\sigma_2 F_2$ ва $\sigma_3 F_3$ га тенг бўлган параллелепипеднинг диагонали бўлади, шунинг учун

$$(p_n F_n)^2 = (\sigma_1 F_1)^2 + (\sigma_2 F_2)^2 + (\sigma_3 F_3)^2.$$

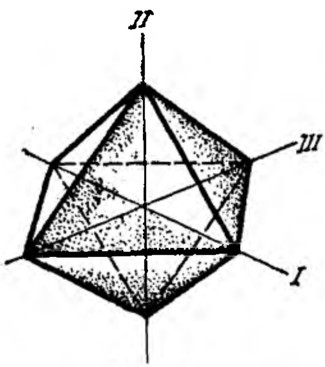
Бундан (3.26) формуласидан фойдаланган ҳолда тўла кучланиш формуласини чиқарамиз:

$$p_n = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3}. \qquad (3.28)$$

Энди уринма кучланиш осонгина топилади:

$$\tau_n = \sqrt{p_n^2 - \sigma_n^2}. \qquad (3.29)$$

4. Октаэдрик кучланишлар



94- расм

Учта бош кучланишларга бир хил қияланган юзачага *октаэдрик* юзача деб, унга таъсир этувчи кучланишларга эса *октаэдрик кучланишлар* дейилади. Бу юзача *I*, *II* ва *III* ўқларда бир хил кесмалар кесади ва фазода октаэдр ҳосил қилади (94- расм).

α_1, α_2, α_3 бурчакларнинг косинуслари ON нормал учун йўналтирувчи косинуслар бўлиб хизмат қилади ва улар ўзаро қуйидагича боғланган

$$\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 = 1.$$

Октаэдрик юзачалар учун $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_{\text{окт}}$ демак,

$$\cos \alpha_{\text{окт}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Косинусларнинг бу қийматларини (3.27) ва (3.28) ифодаларга қўйиб қуйидаги формулаларни топамиз:

$$\sigma_{\text{окт}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \qquad (3.30)$$

$$p_{\text{окт}} = \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}. \qquad (3.31)$$

(3.29) формуладан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\tau_{\text{окт}}^2 = p_{\text{окт}}^2 - \sigma_{\text{окт}}^2 = \frac{1}{9}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2\right].$$

Бундан узил-кесил қуйидагини топамиз:

$$\tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}. \qquad (3.32)$$

Бу формулани (3.24) ни ҳисобга олган ҳолда қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$\tau_{\text{окт}} = \frac{2}{3}\sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2}. \tag{3.33}$$

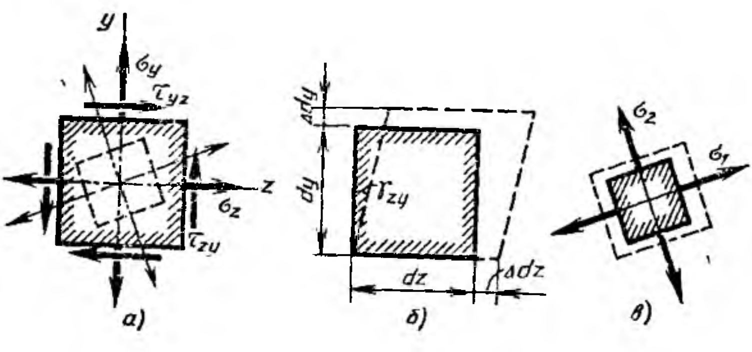
Жисмнинг мустаҳкамлиги ва пластиклиги масаласини ўрганишда нуқта атрофидаги материалнинг умумий деформацияси ҳажм ва шакл ўзгариши билан боғлиқ бўлган деформацияларга бўлинади. Октаэдрик кучланишларнинг муҳим томони шундаки, ҳажм деформацияси $\sigma_{\text{окт}}$ кучланишга, шакл деформацияси эса $\tau_{\text{окт}}$ га боғлиқ.

30- §. НУҚТАНИНГ ДЕФОРМАЦИЯЛАНГАН ҲОЛАТИ

1. Бош деформациялар. Ихтиёрий йўналишдаги чўзилиш

Текис кучланиш ҳолатидаги материал деформацияланишининг муҳим томонларини кўриб чиқамиз.

Агар томонлари dz ва dy бўлган чексиз кичик тўғри тўртбурчакли элемент ихтиёрий жойлашган бўлса, унга σ_z, σ_y нормал кучланишлар ва $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ уринма кучланишлар таъсир қилади (95- расм, *а*). Бу кучланишлар пайдо бўлишида элемент деформацияланади. Кучланиш билан деформация орасидаги миқдорий боғланишга кейинроқ тўхталамиз.



95- расм

ҳозирча улар ўртасидаги геометрик боғланишга эътибор берамиз. Юқорида айтиб ўтилган кучланишлар текислигида пайдо бўладиган элемент деформациясини кўриб чиқамиз.

Изотроп материал учун элемент томонларининг узайиши нормал кучланишларнинг таъсирига боғлиқ. Уларни Δdz ва Δdy орқали белгилаймиз (95- расм, *б*). Юқорида 5- § да айтиб ўтилганидек, нуқтанинг чизиқли деформацияси мос йўналишлардаги нисбий чўзилиш қийматлари

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}; \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy} \tag{3.34}$$

билан характерланади.

Агар фазода тетраэдрга таъсир этувчи кучлар кўпбурчагини қурсак, $p_n F_n$ вектори қирралари $\sigma_1 F_1$, $\sigma_2 F_2$ ва $\sigma_3 F_3$ га тенг бўлган параллелепипеднинг диагонали бўлади, шунинг учун

$$(p_n F_n)^2 = (\sigma_1 F_1)^2 + (\sigma_2 F_2)^2 + (\sigma_3 F_3)^2.$$

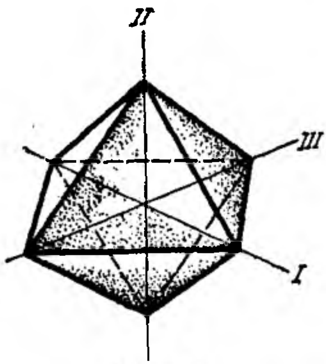
Бундан (3.26) формуласидан фойдаланган ҳолда тўла кучланиш формуласини чиқарамиз:

$$p_n = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3}. \quad (3.28)$$

Энди уринма кучланиш осонгина топилади:

$$\tau_n = \sqrt{p_n^2 - \sigma_n^2}. \quad (3.29)$$

4. Октаэдрик кучланишлар



94- расм

Учта бош кучланишларга бир хил қияланган юзачага *октаэдрик* юзача деб, унга таъсир этувчи кучланишларга эса *октаэдрик кучланишлар* дейилади. Бу юзача *I*, *II* ва *III* ўқларда бир хил кесмалар кесади ва фазода октаэдр ҳосил қилади (94- расм).

α_1, α_2, α_3 бурчакларнинг косинуслари ON нормал учун йўналтирувчи косинуслар бўлиб хизмат қилади ва улар ўзаро қуйидагича боғланган

$$\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 = 1.$$

Октаэдрик юзачалар учун $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_{окт}$ демак,

$$\cos \alpha_{окт} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Косинусларнинг бу қийматларини (3.27) ва (3.28) ифодаларга қўйиб қуйидаги формулаларни топамиз:

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad (3.30)$$

$$p_{окт} = \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}. \quad (3.31)$$

(3.29) формуладан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\tau_{окт}^2 = p_{окт}^2 - \sigma_{окт}^2 = \frac{1}{9}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2\right].$$

Бундан узил-кесил қуйидагини топамиз:

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}. \quad (3.32)$$

Бу формулани (3.24) ни ҳисобга олган ҳолда қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$\tau_{окт} = \frac{2}{3}\sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2}. \tag{3.33}$$

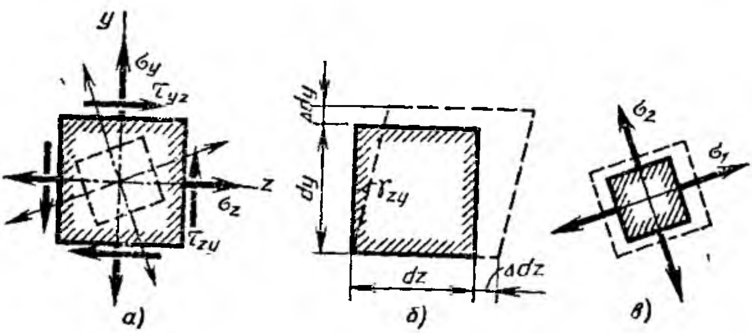
Жисмнинг мустаҳкамлиги ва пластиклиги масаласини ўрганишда нуқта атрофидаги материалнинг умумий деформацияси ҳажм ва шакл ўзгариши билан боғлиқ бўлган деформацияларга бўлинади. Октаэдрик кучланишларнинг муҳим томони шундаки, ҳажм деформацияси $\sigma_{окт}$ кучланишга, шакл деформацияси эса $\tau_{окт}$ га боғлиқ.

30- §. НУҚТАНИНГ ДЕФОРМАЦИЯЛАНГАН ҲОЛАТИ

1. Бош деформациялар. Ихтиёрий йўналишдаги чўзилиш

Текис кучланиш ҳолатидаги материал деформацияланишининг муҳим томонларини кўриб чиқамиз.

Агар томонлари dz ва dy бўлган чексиз кичик тўғри тўртбурчакли элемент ихтиёрий жойлашган бўлса, унга σ_z, σ_y нормал кучланишлар ва $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ уринма кучланишлар таъсир қилади (95- расм, *а*). Бу кучланишлар пайдо бўлишида элемент деформацияланади. Кучланиш билан деформация орасидаги миқдорий боғланишга кейинроқ тўхталамиз.



95- расм

ҳозирча улар ўртасидаги геометрик боғланишга эътибор берамиз. Юқорида айтиб ўтилган кучланишлар текислигида пайдо бўладиган элемент деформациясини кўриб чиқамиз.

Изотроп материал учун элемент томонларининг узайиши нормал кучланишларнинг таъсирига боғлиқ. Уларни Δdz ва Δdy орқали белгилаймиз (95- расм, *б*). Юқорида 5- § да айтиб ўтилганидек, нуқтанинг чизиқли деформацияси мос йўналишлардаги нисбий чўзилиш қийматлари

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}; \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy} \tag{3.34}$$

билан характерланади.

Бурчак деформацияси ёки **силжиш деформацияси** уринма кучланишлар билан боғланган. У дастлабки тўғри бурчакнинг **силжиш бурчаги** деб аталадиган γ_{zy} бурчакка ўзгаришидан иборат; бурчак деформацияси 95- расм, *б* да кўрсатилган.

Фараз қилайлик, текширилаётган нуқта орқали z ва y ўқлари йўналишида узунлиги dz ва dy бўлган ўзаро перпедикуляр иккита кесма ўтади. Деформация натижасида бу кесмалар (3.34) формулалар билан аниқланадиган нисбий деформацияларга учрайди, шунингдек, тўғри бурчак силжиш бурчаги γ_{zy} га ўзгаради.

Агар z ва y ўқларни хаёлан улар кесишган нуқта атрофида айлантирсак, z', y' ўқларнинг ҳар бир ҳолатига ўзининг $\varepsilon_{z'}$, $\varepsilon_{y'}$ нисбий чўзилишлари ва $\gamma_{z'y'}$ бурчак силжиши тўғри келади. z' ва y' ўқларнинг турли ҳолатлари учун нисбий чўзилишлар ва бурчак силжишларининг йиғиндиси нуктанинг деформацияланган ҳолатини характерлайди.

Олдин айтиб ўтилганидек, ҳар қандай текис кучланиш ҳолати ўзаро перпендикуляр иккита йўналишда σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар билан оддий чўзилиш (сиқилиш) га келтирилади (95- расм, *а* даги пунктирга қаранг). Бош юзачаларда уринма кучланишлар нолга тенг бўлганидан σ_1 ва σ_2 йўналишдаги тўғри бурчакли элемент фақат чўзилади, силжиш бурчаги эса нолга тенг бўлади (95- расм, *в*).

Бунда мазкур нуқта орқали ўтадиган ўзаро перпендикуляр иккита йўналиш танланади, кесмалар фақат ε_1 ва ε_2 га чўзилади, улар орасидаги тўғри бурчак эса ўзгармайди. Бу ε_1 ва ε_2 нисбий чўзилишлар *мазкур нуқтанинг бош деформациялари* деб аталади. Эластик ва изотроп жисмнинг нуқталаридаги бош кучланишлар ва бош деформациялар ҳамма вақт устма-уст тушади.

«Бош деформациялар» тушунчаси (бош кучланишларга ўхшаш) ε_1 ва ε_2 чўзилишлар ушбу нуқтадан чиқувчи бошқа йўналишлардаги чўзилишларга нисбатан экстремал қийматларга эга эканлигини билдиради.

ε_1 йўналишига нисбатан ихтиёрий α бурчак остида ўтадиган кесманинг ε_α нисбий чўзилишини топамиз (96- расм). ε_1 ва ε_2 бош деформациялар берилган деб ҳисоблаймиз. Узунлиги ds бўлган қия кесмани жисмдан ажратиб олинган ва бош деформациялар йўналишида томонлари ds_1 ва ds_2 узунликларга эга бўлган тўғри бурчакли элементнинг диагонали деб қараймиз. Чизмадан қия кесимнинг абсолют чўзилишини топамиз, бунда α бурчак кичик бўлганлигидан $\gamma' \approx \alpha$ деб қабул қиламиз:

$$\Delta ds = \Delta ds_1 \cos\alpha + \Delta ds_2 \sin\alpha.$$

Қидирилаётган нисбий чўзилиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta ds_1}{ds}\cos\alpha + \frac{\Delta ds_2}{ds}\sin\alpha = \frac{\Delta ds_1}{ds_1}\cos^2\alpha + \frac{\Delta ds_2}{ds_2}\sin^2\alpha.$$

$\dfrac{\Delta ds_1}{ds_1} = \varepsilon_1$, $\dfrac{\Delta ds_2}{ds_2} = \varepsilon_2$ эканлигини ҳисобга олиб, узил-кесил қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1 \cos^2\alpha + \varepsilon_2 \sin^2\alpha. \qquad (3.35)$$

(3.5) тригонометрик ифодадан фойдаланиб, (3.35) қуйидагича ёзилади:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha. \qquad (3.36)$$

Фараз қилайлик, $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. (3.36) формуладан куриниб турибдики, $\cos 2\alpha = 1$, яъни $\alpha = 0$ бўлганида ε_α энг катта қийматга эришади. Бунда

$$\varepsilon_{\alpha\,\max} = \varepsilon_1.$$

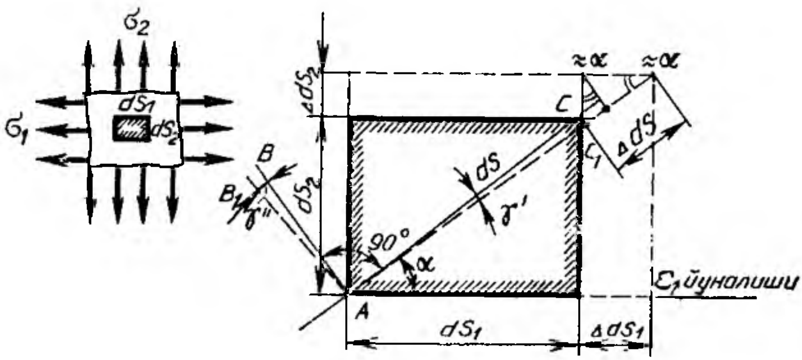
Аксинча, $2\alpha = 180°$ да $\cos 2\alpha = -1$ бўлади ва ε_α минимал қийматга эришади:

$$\varepsilon_{\alpha\,\min} = \varepsilon_2.$$

Агар нуқта бош деформацияларининг қиймати ва йўналишлари маълум бўлса, исталган йўналишдаги нисбий чўзилиш (3.35) ёки (3.36) формулалардан топилади.

2. Нуқтанинг кучланган ва деформацияланган ҳолатлари ифодаларининг ўхшашлиги

Бош деформациялар йўналишига нисбатан α бурчак остида жойлашган ўзаро перпендикуляр бўлган AC ва AB кесмалар орасидаги силжиш бурчагини топамиз (96-расм).



96- расм

AC кесма деформацияланиш натижасида γ' бурчакка бурилади, бу бурчак кичик бўлганлигидан уни CC_1 ёйнинг $AC = ds$ радиусига нисбатан топиш мумкин:

$$\gamma' = \frac{CC_1}{ds} = \frac{\Delta ds_1 \sin\alpha}{ds} - \frac{\Delta ds_2 \cos\alpha}{ds}$$

ёки

$$\gamma' = \frac{\Delta ds_1}{ds_1} \sin\alpha \cos\alpha - \frac{\Delta ds_2}{ds_2} \cos\alpha \sin\alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha.$$

AB чизиқнинг айланиш бурчаги γ'' ни топиш учун (а) формулада α бурчак ўрнига $(\alpha + 90°)$ қўйиш керак. Унда

$$\gamma'' = -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha \qquad (б)$$

ҳосил бўлади.

(а) ва (б) формулалардаги турли ишоралар AC ва AB кесмалар деформацияланмаган ҳолатдан, 96- расмда кўрсатилганидек, турли томонларга бурилишини билдиради. Агар BAC тўғри бурчак кичрайса, $\gamma_\alpha > 0$ деб қабул қиламиз. Лекин (а) ва (б) ифодалар бу бурчакнинг $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\alpha$ қийматга ортишини кўрсатади, шунинг учун γ_α ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\gamma_\alpha = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\alpha. \qquad (3.37)$$

(3.36) ва (3.37) формулаларни биргаликда қуйидагича ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha, \\ \frac{\gamma_\alpha}{2} &= -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (3.38)$$

Нуқтанинг текис кучланиш ҳолатини билдирувчи (3.14) ва (3.15) ифодаларни ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha, \\ \tau_\alpha &= -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (в)$$

(3.38) ва (в) ифодалар σ_α, τ_α кучланишлар ҳамда ε_α ва $\frac{1}{2}\gamma_\alpha$ деформацияларнинг тақсимланиш қонунларини математик жиҳатдан ўхшашлигини кўрсатади. Бу ўхшашлик тасодиф эмас ва нуқтанинг деформацияланган ҳолати деформациянинг матрицаси $T_Д$ билан тўла аниқланишига боғлиқдир. Бу матрицанинг компонентлари zy текисликдаги деформация учун

$$T_Д = \begin{bmatrix} \varepsilon_z & \frac{1}{2}\gamma_{zy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_y \end{bmatrix}$$

бўлади. Ўқлар бурилганида $T_Д$ нинг компонентлари кучланишлар матрицаси $T_к$ (3.8) компонентларига айланади.

Юқорида қайд қилинган ўхшашлик асосида исботсиз қуйидаги формулани ёзиш мумкин:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_z + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_y)^2 + 4\left(\frac{1}{2}\gamma_{zy}\right)}. \qquad (3.39)$$

Бу формула (3.13) формулага ўхшатиб ёзилган, бу ерда σ_z, σ_y ва τ_{zy} кучланишлар уларга мос келувчи ε_z, ε_y ва $\frac{1}{2}\gamma_{zy}$ деформациялар билан алмаштирилган.

(3.39) формула ε_1 ва ε_2 бош деформацияларни нуқтанинг ихтиёрий иккита ўзаро перпендикуляр йўналишлардаги ε_z, ε_y деформациялари ва уларга мос келувчи силжиш бурчаги γ_{zy} орқали топиш имконини беради.

(3.39) дан

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_z + \varepsilon_y = \mathrm{const}$$

эканлиги келиб чиқади, яъни *мазкур нуқтадаги исталган иккита ўзаро перпендикуляр йўналишларда олинган нисбий чўзилишлар йиғиндиси ўзгармасдир.* (3.9) формула ҳам кучланиш ҳолати учун шунга ўхшаш вазиятни ифодалайди.

Яна шуни қайд қиламизки, бу ўхшашлик нуқтанинг деформациясини график усулда тасвирлаш учун Мор доирасидан фойдаланиш имконини беради, лекин биз бунга тўхтаб ўтирмаймиз.

Хулоса қилиб шуни айтиш мумкинки, бу ерда иккита бош кучланишлар текислигида пайдо бўладиган деформацияларгина кўриб чиқилди. Умумий ҳолда нуқтадаги материалнинг деформацияси ҳажмий характерга эга. Бунда текис кучланиш ҳолати учун деформация ва кучланишлар тақсимланишининг математик ўхшашлиги ҳажмий масала учун ҳам кучга эга.

Шунинг учун жисмнинг ҳар бир нуқтасида учта бош деформацияларни, яъни ε_1, ε_2 ва ε_3 — учта ўзаро перпендикуляр йўналишлар бўйича олинган кичик кесмаларнинг (улар орасида силжиш бурчаги йўқ) нисбий чўзилишларини кўрсатиш мумкин.

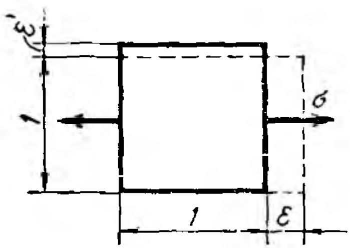
Кучланишлар тензорига ўхшаш деформациялар тензори тушунчаси ҳам киритилади. Унинг матрицаси нуқтанинг деформацияланган ҳолатини тўла характерлайди. ε_1, ε_2, ε_3 ларнинг йўналишига мос келувчи ўқлар учун деформациялар тензори қуйидаги кўринишга эга:

$$T_д = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}.$$

Эластик изотроп жисм нуқталаридаги бош деформациялар йўналиши ҳамма вақт учта σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишлар йўналишига мос келади.

31-§. Текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатларида Гук қонуни

Нуқта кучланиш ва деформацияланган ҳолатининг аввал баён этилган барча формулалари ва асосий қоидалари жисмнинг эластик хоссаларига боғлиқ эмас эди, шунинг учун улардан эластик деформацияларда ҳам, эластик-пластик деформацияларда ҳам фойдаланса бўлади. Эндиликда кучланишлар билан деформациялар орасидаги миқдорий боғ-



97- расм

ланишни аниқлашда изотроп жисмнинг фақат эластик деформацияларини назарда тутамиз.

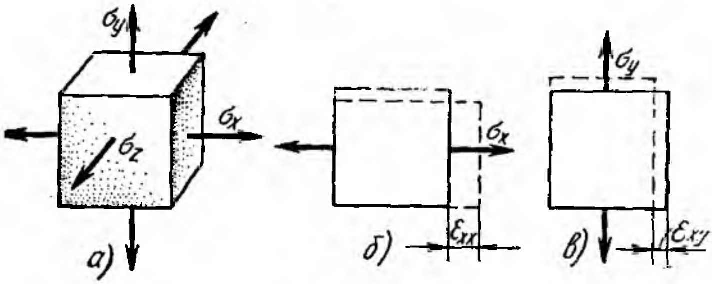
Марказий чўзилган стержендан ажратилган элементни кўз олдимизга келтирамиз (97-расм). 7-§ да бундай элемент бўйлама ва кўндаланг деформацияларга учраши ҳамда деформациялар σ кучланиш билан қуйидагича боғланганлиги айтиб ўтилган эди:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}; \tag{3.40}$$

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon = -\mu\frac{\sigma}{E}, \tag{3.41}$$

бу ерда E — чўзилиш (сиқилиш) да эластиклик модули, μ — Пуассон коэффициенти. Чўзилиш (узайиш) деформацияси мусбат, сиқилиш (қисқариш) деформацияси эса манфий ҳисобланади.

(3.40) формуласи чизиқли кучланишда Гук қонунини билдиради. Нормал кучланиш билан деформация орасидаги шунга ўхшаш нисбатни текис кучланиш ҳолати учун чиқарамиз (98-расм, *а*).



98- расм

Уринма кучланишларнинг умумий ҳолда бўлиши 98-расм, *а* да тасвирланган элемент ёқларида кўрсатилмаган (87-расмга қаранг). Чунки кичик деформацияларда уринма кучланишлар тўғри бурчакли элементни унинг томонлари узунлигини ўзгартирмасдан силжитади. Бу ерда элементнинг фақат чизиқли деформацияларини кўриб чиқамиз. Силжиш деформацияси IV бобда баён этилган.

σ_x, σ_y ва σ_z лар орқали ε_x, ε_y ва ε_z деформацияларни топамиз. Бунинг учун кучлар таъсирининг мустақиллик принципидан ҳамда (3.40) ва (3.41) нисбатлардан фойдаланамиз. σ_x кучланиш йўналишидаги нисбий чўзилишлар йиғиндиси ε_x ни учта қўшилувчи орқали ифодалаш мумкин

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{xz},$$

бу ерда ε_{xx} — фақат σ_x таъсиридан пайдо бўладиган ва (3.40) формула билан топиладиган деформация, чунки у σ_x га нисбатан бўйлама деформация ҳисобланади (98-расм, *б*);

$\varepsilon_{\tau y}$ — σ_y кучланиш ҳосил қилган чўзилиш. Бу σ_y га нисбатан кўндаланг деформация бўлиб (98-расм, *в*), (3.41) формула бўйича топилади;

$\varepsilon_{\tau z}$ — σ_z кучланиш ҳосил қилган деформация.

Демак,

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu \frac{\sigma_y}{E} - \mu \frac{\sigma_z}{E}.$$

ε_y ва ε_z ларга нисбатан ҳам худди шундай мулоҳаза юритиб, ҳажмий кучланиш ҳолатидаги Гук қонунини (умумлаштирилган Гук қонунини) оламиз:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)], \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}[\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)], \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]. \end{aligned}\right\} \tag{3.42}$$

Бу формулаларга чўзувчи кучланишлар мусбат ишора билан, сиқувчилари эса манфий ишора билан қўйилади.

(3.42) да кучланишлардан бирини нолга тенг қилиб, текис кучланиш ҳолати учун Гук қонунини оламиз. Бунда $\sigma_x = 0$ бўлганда қуйидагини топамиз:

$$\begin{aligned} \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\,\sigma_z), \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu\,\sigma_y). \end{aligned} \tag{3.43}$$

Шуни айтиб ўтиш лозимки, σ_x нинг нолга тенглиги ε_x нинг ҳам нолга тенглигини билдирмайди. Ҳақиқатда $\sigma_x = 0$ бўлганида

$$\varepsilon_x = -\frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \tag{3.44}$$

га эга бўламиз.

Масалан, пластинкани унинг текислигида чўзганимизда қалинлигининг камайишини (3.44) формуладан аниқлаш мумкин.

σ_z ва σ_y кучланишлар маълум бўлганида (3.43) формула бўйича ε_z ва ε_y деформациялар топилади. Баъзи ҳолларда тескари масалани ҳам ечишга тўғри келади. (3.43) формулалардан иккинчи қаторни μ га кўпайтириб ва биринчиси билан қўшиб

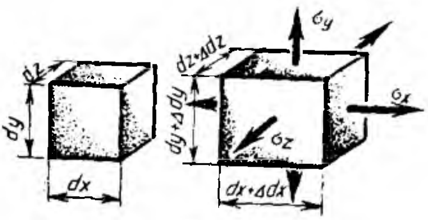
$$\varepsilon_y + \mu\,\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_y - \sigma_y\,\mu^2)$$

ни оламиз, σ_y ва σ_z кучланишларни топамиз:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\,\varepsilon_z), \\ \sigma_z &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_z + \mu\,\varepsilon_y). \end{aligned}\right\} \tag{3.45}$$

σ_z учун формула σ_y нинг формуласидаги индексларни алмаштириш йўли билан чиқарилган (3.45) ифода ε_y ва ε_z деформациялар маълум бўлганида (масалан, тажрибадан) σ_y ва σ_z нормал кучланишларни топиш имконини беради.

32-§. ДЕФОРМАЦИЯЛАНГАНДА МАТЕРИАЛ ҲАЖМИНИНГ ЎЗГАРИШИ



99- расм

Элементар параллелепипеднинг деформациягача бўлган томонларни dx, dy ва dz билан белгилаймиз (99-расм). Деформациядан кейин бу ўлчамлар $dx + \Delta dx$, $dy + \Delta dy$, $dz + \Delta dz$ га тенг бўлади.

Параллелепипеднинг бошланғич ҳажмини V_0, деформациясидан кейингисини V_1 орқали белгилаймиз.

Параллелепипед ҳажмининг абсолют ўзгаришини топамиз:

$$\Delta V = V_1 - V_0 = (dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz) - dx\,dy\,dz =$$

$$= dx\,dy\,dz\left(1 + \frac{\Delta dx}{dx}\right)\left(1 + \frac{\Delta dy}{dy}\right)\left(1 + \frac{\Delta dz}{dz}\right) - dx\,dy\,dz. \qquad \text{(a)}$$

(а) ифодада қавсларда нисбий чўзилишлар берилган:

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \varepsilon_x, \quad \frac{\Delta dy}{dy} = \varepsilon_y; \quad \frac{\Delta dz}{dz} = \varepsilon_z.$$

(а) ифоданинг қавсларини очиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$dV = V_0(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x\varepsilon_y + \varepsilon_x\varepsilon_z + \varepsilon_y\varepsilon_z + \varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z).$$

Реал қурилиш материалларида нисбий чўзилишлар қиймати одатда минг, ҳатто ўн мингнинг бир улуши қадар ўлчанади. Шунинг учун уларнинг кўпайтмаларини ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Силжиш деформацияси силжиш бурчаги γ нинг квадрати ва юқори даражаларига пропорционал бўлган ҳажм ўзгаришига олиб келиши осонгина кўриниб турибди. Шунинг учун кичик деформацияларда ҳажмнинг бу ўзгариши ҳам ҳисобга олинмайди. Демак,

$$\Delta V = V_0(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z). \qquad (3.46)$$

Ҳажмнинг нисбий ўзгариши ёки *нисбий ҳажмий деформация* қуйидаги формуладан топилиши мумкин:

$$\theta = \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \qquad (3.47)$$

Бу формула эластик деформациялар учун ҳам, эластик- пластик деформациялар учун ҳам кучга эгадир.

Материалнинг эластик соҳадаги иши учун θ ни σ_x, σ_y ва σ_z кучланишлар орқали ифодалаш мумкин. Бунинг учун (3.42) дан ε_x, ε_y, ε_z қийматларни (3.47) га қўямиз. Ўзгартиришлардан кейин қуйидагига эга бўламиз:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z). \qquad (3.48)$$

Материалнинг $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -\sigma$ бўлгандаги ҳар томонлама гидростатик сиқилиш ҳолатини кўриб чиқамиз. (3.48) дан қуйидагига эга бўламиз:

$$\theta = -3(1-2\mu)\frac{\sigma}{E}. \qquad (б)$$

(б) формуладан кўриниб турибдики, Пуассон коэффициенти μ 0,5 дан катта бўлиши мумкин эмас, акс ҳолда ҳар томонлама сиқилишда жисм кичраймайди, балки ҳажми катталашади. Тажриба натижалари бу хулосани тасдиқлайди. Табиатда Пуассон коэффициенти 0,5 дан катта бўлган материал аниқлангани йўқ.

Пуассон коэффициенти 0,5 га яқин бўлган материаллар (масалан, парафин) мавжуд. Бундай материаллар ҳар томонлама сиқилганида ҳам ҳажми ўзгармайди. Шундай қилиб, парафин ўзининг эластик хоссаларига кўра сиқилмайдиган суюқликка яқин бўлади.

Оқувчанлик ҳолатидаги пўлат учун ҳам Пуассон коэффициенти 0,5 га яқиндир, шунинг учун ҳам оқувчанлик вақтида намунанинг ҳажми ўзгармайди.

33-§. Ҳажмий кучланиш ҳолатида потенциал энергия

Солиштирма потенциал энергия u ни яъни ҳажмий кучланиш ҳолатида эластик деформациялар туфайли материалнинг ҳажм бирлигида тўпланган энергияни топамиз. Бунинг учун σ_1, σ_2 ва σ_3 бош кучланишлар таъсирида бўлган томони 1 га тенг бўлган кубни текширамиз. Оддий чўзилиш учун (13-§ га қаранг)

$$u = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon$$

формуласини чиқарган эдик. Бу формулани бир йўла учта кучланиш таъсир қиладиган ҳол учун умумлаштириб ёзамиз:

$$u = \frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\sigma_2\varepsilon_2 + \frac{1}{2}\sigma_3\varepsilon_3. \qquad (3.49)$$

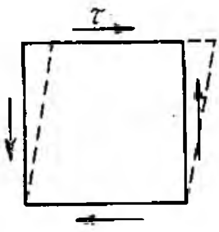
Бу формулага Гук қонуни (3.42) асосида бош кучланишлар орқали ифодаланган нисбий бош деформацияларни қўямиз (яъни (3.42) даги x, y, z индексларни мос равишда 1, 2, 3 ларга алмаштирамиз). Натижада бош кучланишлар орқали u ифодасини қуйидагича ёзамиз:

$$u = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)]. \qquad (3.50)$$

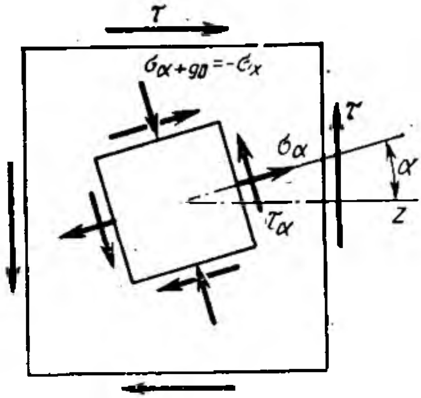
IV БОБ. СИЛЖИШ

34-§. СОФ СИЛЖИШ ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Баъзи ҳолларда конструкция элементларининг мустаҳкамлиги, шунингдек, бикирлиги материалнинг силжишга қаршилиги билан бевосита боғланган бўлади. Бундан силжиш деформациясини ва унга мос келувчи кучланиш ҳолатини ўрганиш зарурияти пайдо бўлади.



100- расм



101- расм

Нуқтанинг деформацияланган ҳолати (30- § га қаранг) тушунчасида умумий ҳолда унинг таркибига силжиш деформацияси ҳам кириши аниқдир. Деформациянинг бу турини батафсил ўрганиш учун с о ф с и л ж и ш тушунчаси киритилади.

Нуқта атрофида маълум йўналишда ажратиб олинган тўғри тўртбурчакли элемент соф силжишда фақат с и л ж и ш д е ф о р м а ц и я с и г а учрайди, унинг томонлари чўзилмайди. Ажратилган элементнинг томонларига фақат у р и н м а к у ч л а н и ш л а р г и н а таъсир қилади (100- расм). Шундай қилиб, *соф силжиш деганда маълум йўналишларда олинган ўзаро перпендикуляр иккита юзачага фақат уринма кучланишларгина таъсир этадиган текис кучланиш ва деформацияланиш ҳолати тушунилади.*

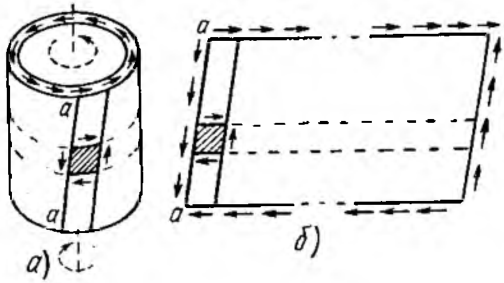
Бу юзачалар *соф силжиш юзачалари* дейилади. Уларни берилган деб ҳисоблаб ҳамда ўтган бобнинг (3.3) ва (3.4) формулаларидан $\sigma_z = \sigma_y = 0$, $\tau_{zy} = \tau$ деб қабул қилиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_\alpha = \tau \sin 2\alpha, \tag{4.1}$$

$$\tau_\alpha = \tau \cos 2\alpha. \tag{4.2}$$

(4.1) формуладан кўриниб турибдики, соф силжиш юзаларида ($\alpha = 0$ ёки $n \cdot \frac{\pi}{2}$ бўлганда) σ_α нолга айланади. Қолган барча юзаларда нормал кучланишлар нолга тенг эмас. 101-расмда соф силжиш юзасига нисбатан ихтиёрий α бурчакка бурилган элемент кўрсатилган.

Соф силжишда нормал кучланишларнинг қуйидаги хоссасини қайд қилиш қизиқарлидир: ҳар қандай ўзаро перпендикуляр юзалардаги нормал кучланишлар қиймати бир-бирига тенг, ишоралари эса қарама-қаршидир, яъни (4.1) дан кўриниб турганидек, $\sigma_{\alpha+90^\circ} = -\sigma_\alpha$; $\sin 2(\alpha + 90^\circ) = -\sin 2\alpha$, шунингдек (3.9) да $\sigma_x = 0$ ва $\sigma_z = 0$ бўлганда ҳам бу қоида исботланади. Шундай қилиб, соф силжишда шаклан уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунига ўхшаш ўзига хос «нормал кучланишлар жуфтлиги қонуни» ҳам намоён бўлади. Бундан соф силжишда бош кучланишлар $\sigma_1 = -\sigma_2$ тенгсизликни қаноатлантиради деган хусусий хулоса келиб чиқади.



102- расм

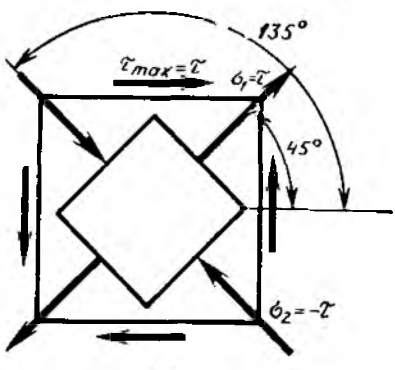
Соф силжишга 102-расм, *а* да кўрсатилган, буралишга ишлайдиган юпқа деворли труба мисол бўлади. Труба чекка кесимлари бир-бирига нисбатан бурилганида унинг ясовчиси оғади ва деворлари силжиш деформациясига учрайди. Агар трубани хаёлан *а — а* ясовчиси бўйлаб қирқиб ёйсак, бунда трубанинг соф силжишга ишлайдиган пластинага айланиб қолишини кўриш мумкин (102-расм, *б*).

Шуни айтиб ўтиш керакки, материалларни силжишга тажриба йўли билан ўрганишда кўпинча буралиш деформациясидан фойдаланилади, чунки бевосита ясси пластинка қирраларига уринма кучланишлар қўйиб, соф силжиш ҳолатини ҳосил қилиб бўлмайди.

35-§. СОФ СИЛЖИШДАГИ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИНИНГ АНАЛИЗИ

(4.1) ва (4.2) формулалар ёрдамида соф силжишдаги экстремал кучланишлар қийматини топамиз. Уларнинг биринчиси $\alpha = 45°$ $(\sin 2\alpha = 1)$ бўлганда максимал нормал кучланиш $\sigma_1 = \tau$, $\alpha = 135°$ $(\sin 2\alpha = -1)$ да эса минимал кучланиш $\sigma_2 = -\tau$ бўлишини кўрсатади. Экстремал уринма кучланишларни (4.2) формула бўйича топиш мумкин: $\alpha = 0$ бўлганда, $\tau_{max} = -\tau$.

Шундай қилиб, *соф силжишда сиқувчи ва чўзувчи бош кучланишлар ўзаро ва миқдор жиҳатдан экстремал уринма кучланишларга тенг бўлади. Бош кучланишлар соф силжиш юзасига нисбатан 45° бурчак остида жойлашган бўлади* (103- расм).

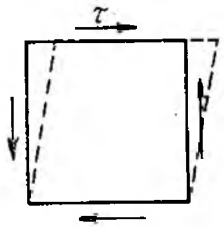


103-расм

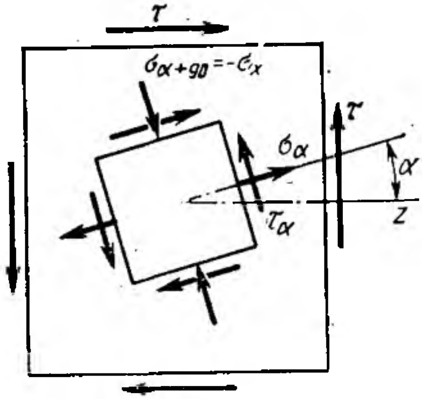
Табиийки, бу натижаларни (3.13) умумий формуладан $\sigma_z = \sigma_y = 0$, $\tau_{zy} = \tau$ деб ҳам олиш мумкин. Шунда $\sigma_{1,2} = \pm\sqrt{\tau^2}$ ҳосил бўлади, ундан $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = -\tau$.

Соф силжиш учун кучланиш доирасини қуриш 27-§ даги 2-мисолда берилган эди.

Соф силжиш материалнинг ҳажми ўзгармайдиган бирдан-бир текис кучланиш ҳолатидир, бунда ихтиё-



100 расм



101 расм

Нуқтанинг деформацияланган ҳолати (30-§ га қаранг) тушунчасида умумий ҳолда унинг таркибига силжиш деформацияси ҳам кириши аниқдир. Деформациянинг бу турини батафсил ўрганиш учун с о ф с и л ж и ш тушунчаси киритилади,

Нуқта атрофида маълум йўналишда ажратиб олинган тўғри тўртбурчакли элемент соф силжишда фақат с и л ж и ш д е ф о р м а ц и я с и г а учрайди, унинг томонлари чўзилмайди. Ажратилган элементнинг томонларига фақат у р и н м а к у ч л а н и ш л а р г и н а таъсир қилади (100-расм). Шундай қилиб, *соф силжиш деганда маълум йўналишларда олинган ўзаро перпендикуляр иккита юзачага фақат уринма кучланишларгина таъсир этадиган текис кучланиш ва деформацияланиш ҳолати тушунилади.*

Бу юзачалар *соф силжиш юзачалари* дейилади. Уларни берилган деб ҳисоблаб ҳамда ўтган бобнинг (3.3) ва (3.4) формулаларидан $\sigma_z = \sigma_y = 0$, $\tau_{zy} = \tau$ деб қабул қилиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

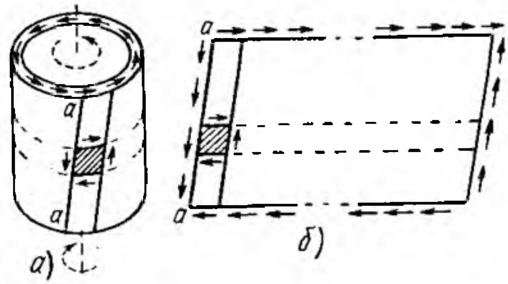
$$\sigma_\alpha = \tau \sin 2\alpha, \tag{4.1}$$

$$\tau_\alpha = \tau \cos 2\alpha. \tag{4.2}$$

(4.1) формуладан кўриниб турибдики, соф силжиш юзаларида ($\alpha = 0$ ёки $n \cdot \frac{\pi}{2}$ бўлганда) σ_α нолга айланади. Қолган барча юзаларда нормал кучланишлар нолга тенг эмас. 101-расмда соф силжиш юзасига нисбатан ихтиёрий α бурчакка бурилган элемент кўрсатилган.

Соф силжишда нормал кучланишларнинг қуйидаги хоссасини қайд қилиш қизиқарлидир: ҳар қандай ўзаро перпендикуляр юзалардаги нормал кучланишлар қиймати бир-бирига тенг, ишоралари эса қарама-қаршидир, яъни (4.1) дан кўриниб турганидек, $\sigma_{\alpha+90^\circ} = -\sigma_\alpha; \sin 2(\alpha + 90^\circ) = -\sin 2\alpha$, шунингдек (3.9) да $\sigma_x = 0$ ва $\sigma_z = 0$ бўлганда ҳам бу қоида исботланади. Шундай қилиб, соф силжишда шаклан уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунига ўхшаш ўзига хос «нормал кучланишлар жуфтлиги қонуни» ҳам намоён бўлади. Бундан соф силжишда бош кучланишлар $\sigma_1 = -\sigma_2$ тенгсизликни қаноатлантиради деган хусусий хулоса келиб чиқади.

Соф силжишга 102-расм, *а* да кўрсатилган, буралишга ишлайдиган юпқа деворли труба мисол бўлади. Труба чекка кесимлари бир-бирига нисбатан бурилганида



102- расм

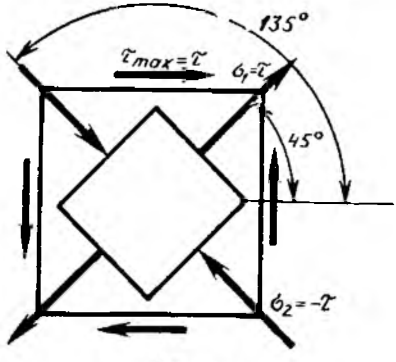
унинг ясовчиси оғади ва деворлари силжиш деформациясига учрайди. Агар трубани хаёлан *а — а* ясовчиси бўйлаб қирқиб ёйсак, бунда трубанинг соф силжишга ишлайдиган пластинага айланиб қолишини кўриш мумкин (102-расм, *б*).

Шуни айтиб ўтиш керакки, материалларни силжишга тажриба йўли билан ўрганишда кўпинча буралиш деформациясидан фойдаланилади, чунки бевосита ясси пластинка қирраларига уринма кучланишлар қўйиб, соф силжиш ҳолатини ҳосил қилиб бўлмайди.

35-§. СОФ СИЛЖИШДАГИ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИНИНГ АНАЛИЗИ

(4.1) ва (4.2) формулалар ёрдамида соф силжишдаги экстремал кучланишлар қийматини топамиз. Уларнинг биринчиси $\alpha = 45°$ ($\sin 2\alpha = 1$) бўлганда максимал нормал кучланиш $\sigma_1 = \tau$, $\alpha = 135°$ ($\sin 2\alpha = -1$) да эса минимал кучланиш $\sigma_2 = -\tau$ бўлишини кўрсатади. Экстремал уринма кучланишларни (4.2) формула бўйича топиш мумкин: $\alpha = 0$ бўлганда, $\tau_{max} = -\tau$.

Шундай қилиб, *соф силжишда сиқувчи ва чўзувчи бош кучланишлар ўзаро ва миқдор жиҳатдан экстремал уринма кучланишларга тенг бўлади. Бош кучланишлар соф силжиш юзасига нисбатан 45° бурчак остида жойлашган бўлади* (103-расм).



103-расм

Табиийки, бу натижаларни (3.13) умумий формуладан $\sigma_z = \sigma_y = 0$, $\tau_{zy} = \tau$ деб ҳам олиш мумкин. Шунда $\sigma_{1,2} = \pm\sqrt{\tau^2}$ ҳосил бўлади, ундан $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = -\tau$.

Соф силжиш учун кучланиш доирасини қуриш 27-§ даги 2-мисолда берилган эди.

Соф силжиш материалнинг ҳажми ўзгармайдиган бирдан-бир текис кучланиш ҳолатидир, бунда ихтиёбўлганлигидан

$$\Delta s = \frac{\tau}{2G} s. \qquad (a)$$

Иккинчи томондан AC толага умумлашган Гук қонуни (3.43) ни қўллаб қуйидагини ёзамиз:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta s}{s} = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E}.$$

$\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = -\tau$ қийматларни қўйиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз

$$\Delta s = \frac{(1+\mu)\tau}{E} s \qquad (б)$$

(а) ва (б) ифодаларни тенглаб топамиз:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \qquad (4.5)$$

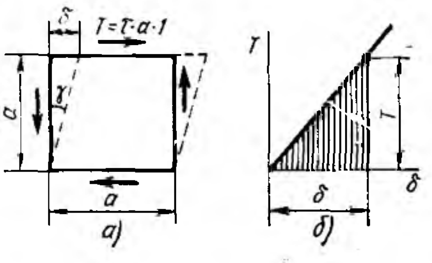
(4.5) формула изотроп материалнинг учта эластик хоссаларини характерловчи E, G ва μ ўзгармас қийматлар ўзаро боғлиқлигини кўрсатади, Улардан иккитасини тажриба йўли билан аниқлаб, учинчисини (4.5) формуладан топиш мумкин. Масалан, пўлат учун $E = 2 \cdot 10^6$ кгк/см^2, Пуассон коэффициенти $\mu = 0{,}25$ га тенг, (4.5) формуладан силжиш модулини топамиз:

$$G = \frac{2 \cdot 10^6}{2(1+0{,}25)} = 8 \cdot 10^5 \text{ кгк/см}^2.$$

Бу қиймат тажриба йўли билан топилган G нинг қийматига мос келади.

38-§. СОФ СИЛЖИШДАГИ ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ

107-расм, *а* да кўрсатилган соф силжиш юзачалари билан чегараланган элемент деформацияланганида унинг юқори томонига қўйилган T уринма куч δ кўчишда иш бажаради. Элементнинг чизма текислигига перпендикуляр бўлган томони ўлчамини 1 га тенг қилиб оламиз. Унда бу куч $T = \tau a \cdot 1$ га тенг бўлади. Гук қонуни чегарасида бўладиган силжиш δ 107-расм, *б* да кўрсатилганидек, T кучига пропорционалдир. Шунинг учун бу кучнинг иши A ва миқдор жиҳатдан унга тенг бўлган силжиш потенциал энергияси U (штрихланган майдон юзаси сифатида ҳисобланган) қуйидаги тенгликдан топилади:



107-расм

$$A = U = \frac{1}{2} \, T \, \delta$$

ёки $T = \tau a$, $\delta = \gamma a$ эканлигини ҳисобга олсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$U = \frac{1}{2} \tau \gamma a^2.$$

Элемент ҳажми $V = a^2 \cdot 1$ бўлганлигидан силжиш деформациясининг солиштирма потенциал энергияси

$$u = \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \tau \gamma \tag{4.6}$$

га тенг бўлади. Гук қонуни (4.3) ни қўллаб, узил-кесил қуйидагини топамиз:

$$u = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau^2}{G}. \tag{4.7}$$

Бу формула ёзилишига кўра оддий чўзилиш учун ёзилган

$$u = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{E}$$

формулани эслатади.

39-§. СИЛЖИШГА ИШЛАЙДИГАН БИРИКМАЛАРНИНГ АМАЛИЙ ҲИСОБИ

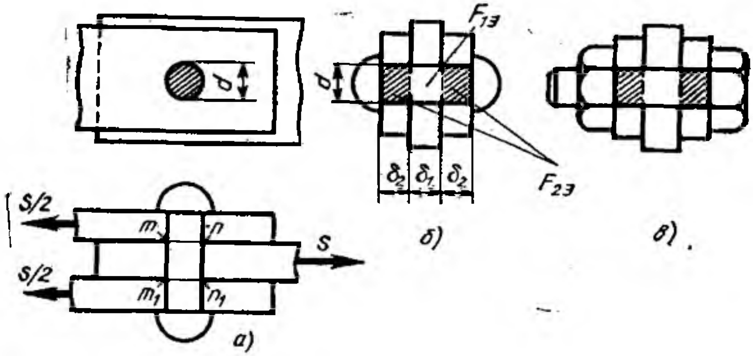
Қуйида парчин михли (ёки болтли) ва пайванд бирикмаларни ҳисоблаш ҳақида асосий тушунчалар берилади.

Бундай бирикмаларнинг ҳақиқий деформацияси бирмунча мураккаб бўлиб, улар тахминан силжиш деформациясига учрайди деб қараш мумкин. Шунинг учун бу ерда баён қилинадиган ҳисоблар қўпол чекланишларга асосланган бўлиб, кўп жиҳатдан шартли характерга эга. Лекин ҳисоблашларнинг соддалиги улардан лойиҳалаш практикасида кенг фойдаланишга олиб келди. Бундан ташқари, ҳисоблашларда қўлланиладиган баъзи қийматлар тажриба натижалари асосида олинади, бу эса ҳисоблашларга керакли тузатишлар киритади ва уларнинг ишончлилигини оширади.

1. Парчин михли ва болтли бирикмаларни ҳисоблаш

Аввалига учта листни бириктирувчи якка парчин михнинг ишини кўриб чиқамиз (108-расм, *а*). Мазкур бирикманинг емирилишларидан бири 109-расмда кўрсатилган бўлиб, парчин мих $m - n$ ва $m_1 - n_1$ кесимлари бўйлаб қирқилади. У *икки жойидан қирқиладиган* парчин мих деб аталади. 108-расм, *б* да кўрсатилган болтли бирикма ҳам шунга ўхшаш шароитда ишлайди. Қуйида парчин михли бирикмалар учун баён этилган ҳисоблашлар баъзи болтли бирикмалар (болтлар билан хомаки бириктирилган бирикмалар) учун ҳам тегишлидир.

Икки жойидан қирқиладиган битта парчин мих қирқилиш шартига чидаш бера оладиган чегаравий куч $S_к$ ни топамиз. Бунда бирикманинг ишдан чиқиш пайти сифатида листлар сезиларли даражада силжиб,



108- расм

парчин мих қирқиладиган кесимларда оқувчанлик пайдо бўладиган ҳолатни оламиз.*

Оқувчанлик пайтида қирқиладиган кесимнинг ҳар бир нуқтасидаги кучланиш ҳисобий оқувчанлик чегарасига етади деб ҳисоблаш мумкин, бу кучланишни $R_к$ орқали белгилаймиз. Демак, чегаравий ҳолатда уринма кучланишлар қирқилиш кесими бўйлаб текис тақсимланади ва $R_к$ га тенг деб тахмин қиламиз. Шунинг учун

$$S_к = F_к \cdot R_к, \qquad (4.8)$$

бу ерда $F_к$ — парчин михнинг $m - n$ ва $m_1 - n_1$ кесимлар бўйича иккита қирқилиш юзаси, у d диаметрли иккита доира юзасига тенг (d — — парчин мих диаметри)

$$F_к = 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}. \qquad (a)$$

(a) ифодани (4.8) формуласига қўйиб, икки жойдан қирқиладиган парчин мих учун

$$S_к = \frac{\pi d^2}{2} R_к \qquad (4.9)$$

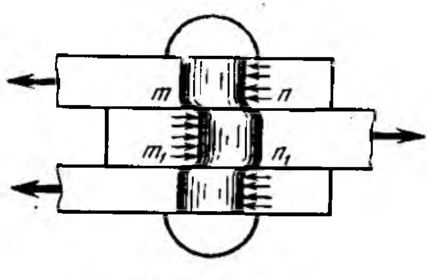
формулани оламиз.

Агар парчин мих билан учтадан ортиқ листлар бириктириладиган бўлса, парчин мих иккитадан ортиқ жойидан қирқилади, k та жойидан қирқиладиган парчин мих учун $S_к$ қуйидаги формуладан топилади

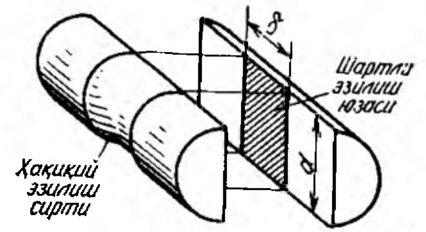
$$S_к = k \frac{\pi d^2}{4} R_к. \qquad (4.10)$$

Нисбатан юпқа листлар ўзаро бириктирилганида қирқилишдан ташқари листлар ёки парчин михларнинг контактда бўлган жойлари эзилиши туфайли ҳам бирикма бузилиши мумкин. Кучланишларнинг пар-

* Амалда парчин михли бирикма оқувчанликни келтириб чиқарувчи нагрузкадан 1,5 — 2 марта катта нагрузкаларда емирилиши мумкин.



109- расм



110- расм

чин мих ва листнинг контакт сирти бўйлаб ҳақиқий тақсимланиши жуда мураккабдир. Эзилиш хавфи контакт кучланишнинг ҳақиқий қиймати билан эмас, балки уларнинг ў р т а ч а қиймати билан тахминан аниқланиши мумкин; ўртача кучланиш сифатида к о н т а к т с и р т н и н г д и а м е т р а л т е к и с л и к к а б ў л г а н п р о е к ц и я с и ю з и $F_э = d\delta$ г а к е л т и р и л г а н к у ч л а н и ш о л и н а д и. Бу проекция юзаси *шартли эзилиш юзаси* деб аталади (110- расм). 108-расмда ўрта лист $F_{1э} = \delta_1 d$ ва чекка листлар $F_{2э} = 2\delta_2 d$ тагидаги шартли эзилиш юзаси кўрсатилган. Иккала эзилиш юзасига битта S кучи тўғри келади, шунинг учун ҳисоб юзаси сифатида бу юзалардан энг кичиги $F_э^{min}$ ни олиш лозим.

Умумий ҳолда

$$F_э^{min} = d\Sigma\delta, \tag{4.11}$$

бу ерда $\Sigma\delta$ — бир йўналишда эзиладиган листлар қалинлигининг энг кичик йиғиндиси.

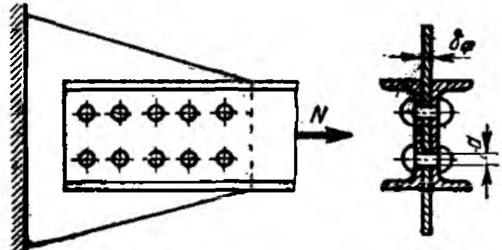
Эзувчи шартли кучланишларнинг ҳисобий қиймати $R_э$ тажриба йўли билан белгиланади. Битта парчин михга тўғри келадиган эзувчи чегаравий ҳисобий куч

$$S_э = F_э^{min} R_э \tag{4.12}$$

га тенг бўлади.

Парчин мих учун қирқилиш ва эзилиш бўйича топилган иккита кучдан кичиги ҳисобий бўлади.

Энди бирикма N куч таъсир қилганида зарур парчин михлар сонини топишга ўтамиз (111-расм). Бунда куч парчин михлар орасида текис тақсимланади деб, тахмин қиламиз.



111- расм

Шуни қайд қилиш лозимки, бирикмадаги парчин михлар эластиклик босқичида нотекис ишлайди: бирикманинг учларидаги парчин михлар кўпроқ, ўртасидагилари камроқ юкланган. Лекин пластик босқичда оқувчанлик туфайли парчин михлардаги зўриқиш кучлари текисланади, бу эса бирикмадаги барча парчин михлар текис юкланганлиги ҳақидаги тахминдан фойдаланиш имконини беради.

Зарур парчин михлар сонини қуйидаги формуладан топамиз:

$$n = \frac{N}{S_{min}}, \qquad (4.13)$$

бу ерда S_{min} — қирқилиш бўйича (4.10) га мувофиқ ва эзилиш бўйича (4.12) дан топиладиган битта парчин мих чидаш бера оладиган энг кичик ҳисобий чегаравий куч.

Кесим юзасини танлаш ва бириктириладиган элементларнинг мустаҳкамлигини текшириш парчин михлар учун очилган тешиклар билан кучсизланганлигини ҳисобга олиб, яъни $F_{нетто}$ юза бўйича бажарилади.

2. Пайванд бирикмаларни қирқилишга ҳисоблаш

Иккита листни бурчак чоклар билан бирлаштириш мисолида пайванд бирикмани ҳисоблаш принципи билан танишиб чиқамиз (112- расм, *а*). Пайванд бирикмалар бошқа бирикмаларга қараганда элементларни кучсизлантирмайди, кам меҳнат сарф бўлади, шунинг учун ҳам иқтисодий жиҳатдан самарали. Улар пўлат конструкцияларда кенг тарқалган.

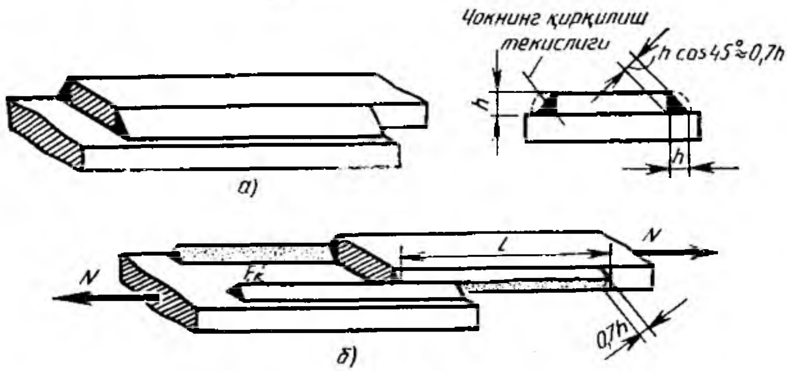
Текширилаётган бирикмада чок, 112-расм, *б* да кўрсатилгандек, тўғри бурчакнинг биссектриса текислигида жойлашган юза бўйлаб қирқилишдан емирилади. Бунда чокнинг ҳисобий кўндаланг кесим юзаси учбурчак кўринишида олинади.

Чок баландлигини h орқали белгилаб, иккита чокнинг қирқилиш юзасини топамиз:

$$F_к = 2lh\cos 45° \approx 1{,}4lh.$$

Мустаҳкамлик шартини тузишда чокнинг қирқилиш юзаси бўйлаб уринма кучланишлар текис тақсимланган, деб тахмин қиламиз. Бунда мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$\frac{N}{F_к} = \frac{N}{1{,}4lh} \leqslant R_б^п. \qquad (4.14)$$



112- расм

бу ерда $R_{бп}$ — бурчак пайванд чок материалининг қирқилишга кўрсатадиган ҳисобий қаршилиги;

l — битта чокнинг ҳисоб узунлиги, чокнинг охирларида пайванд сифати ёмонлашиши мумкин, шунинг учун у ҳақиқий узунликдан 10 мм кам олинади.

Чок материали, одатда, аниқ оқувчанлик майдончасига эга эмас. Шунинг учун чегаравий ҳолатда парчин михли бирикмалардан фарқли равишда пайванд чокда уринма кучланишлар тўла текисланмайди. Мазкур мулоҳазаларга биноан чокнинг узунлиги чекланади. $l \leqslant 60h$. Бунда уринма кучланишларнинг текис тақсимланиши ҳақида қабул қилинган чекланишдан четга чиқиш унча катта бўлмайди. Иккинчи томондан $l > 40$ мм ва $l > 4h$ бўлиши керак.

Чок баландлиги h маълум бўлса, (4.14) формуладан чокнинг керакли узунлигини топиш мумкин.

V БОБ

ДЕФОРМАЦИЯ ВА КУЧЛАНИШЛАРНИ ТОПИШНИНГ ЭКСПЕРИМЕНТАЛ УСУЛЛАРИ

40-§. УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР

Материалларнинг ҳисоблашларда фойдаланиладиган мустаҳкамлиги эластиклиги ва пластиклиги ҳақидаги барча маълумотлар тажриба йўли билан олинган. Битта мана шу мисолнинг ўзи деформация ва кучланишларни тажриба йўли билан аниқлаш инженерлик ишларида қанчалик муҳим роль ўйнашини кўрсатиб турибди. Шуни айтиб ўтиш лозимки, эластиклик модули, Пуассон коэффициенти, пропорционаллик чегараси каби характеристикаларни аниқлаш йўли, одатда, жуда содда бўлиб, стандарт методика бўйича бажарилади. Улар ҳақида II бобда гапириб ўтилган эди.

Машина деталлари ва иншоот элементларида деформация ва кучланишлар тақсимланишини тажриба йўли билан аниқлаш анча мураккаб бўлиб, тажриба ўтказувчидан катта маҳорат талаб қилади. Бундай масалалар турли сабаблар туфайли пайдо бўлади. Улардан бири турли чекланиш ва гипотезалар асосида келтириб чиқарилган ҳисоб формулаларини текширишдан иборат.

Бундан ташқари, деталнинг шакли мураккаблиги туфайли масалани назарий йўл билан ечиб бўлмайди. Бундай ҳолларда иншоот ва унинг элементининг моделини тажриба йўли билан ўрганиш катта роль ўйнайди. Баъзан моделни эмас, натурал ўлчамда объектнинг ўзини тайёрлаш ва уни лаборатория ёки эксплуатация шароитида текшириш ҳамда унинг ўзини тутишини узоқ муддат кузатиш керак бўлади. Масалан, худди шундай мақсадларда кўприкларнинг тажриба пролетлари қурилади.

Бундай ҳолларда кучланишларни топиш учун, кўпинча, **т е н з о м е т р и я** у с у л и д а н фойдаланилади, яъни иншоотнинг айрим нуқталаридаги кичик деформациялар ўлчанади ва кейинчалик Гук қонунидан фойдаланиб, улардаги кучланишлар топилади.

Машина деталларини ҳисоблаш бўйича справочникларга киритилган баъзи маълумотлар тажриба йўли билан олинган. Хусусан бундай маълумотлар кучланишлар концентрациясини, яъни деталлардаги тешиклар, ўйиқ ва йўнилган ерлар атрофида кучланишлар кескин ортиб кетишини ўрганиш учун олинади. Бунда кучланишларни текширишнинг **оптик усули** катта роль ўйнади, ҳозирги вақтда маълум ҳисоб усуллари билан ечиш мумкин бўлмаган кўпгина масалалар шу усул билан ечилган. Бундай масалаларни ечишда бошқа тажриба усули бўлмиш **мўрт қопламалар билан қоплаш** усулидан ҳам фойдаланилади.

Қуйида айтиб ўтилган тажриба усуллари баён қилинади.

Бундан ташқари, сўнгги йилларда деформация ва кучланишларни тажриба йўли билан текширишда кўп қўлланаётган муар полосалари усули ҳақида тушунча берилади.

41-§. ТЕНЗОМЕТРИЯ УСУЛИ

Тензометрия усулида кучланишларни топиш учун аввал тажриба йўли билан у ёки бу нуқтадаги деформациялар топилади, сўнгра умумлашган Гук қонуни асосида кучланишлар аниқланади.

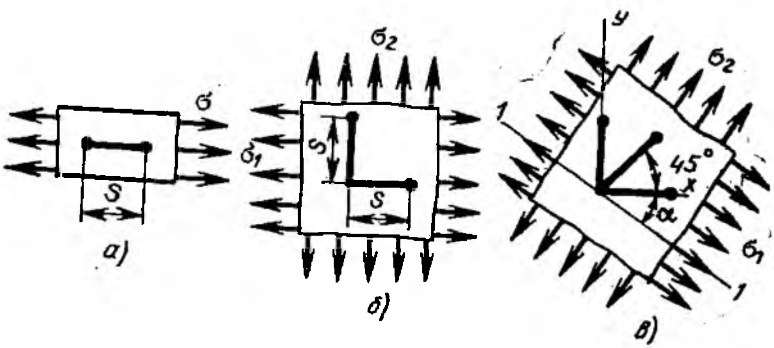
Текис кучланиш ҳолатининг умумий ҳолида xOy текислигида иккита чизиқли ε_x, ε_y ва битта бурчак γ_{xy} деформациясини билиш керак.

Бевосита бурчак деформацияларини аниқлаш қийин бўлганлигидан фақат чизиқли деформацияларгина топилади. Агар у ёки бу нуқтада бош юзачаларнинг ҳолатлари маълум бўлса, бош деформациялар ε_1, ε_2 ни топиб, улардан бош кучланиш σ_1 ва σ_2 ларга ўтиш мумкин; бош кучланишлар нуқтанинг кучланиш ҳолатини тўла характерлайди.

Кўпгина ҳолларда бош юзаларнинг ҳолати номаълум бўлади. Бу масалани мураккаблаштиради. Фақат чизиқли деформацияларнигина ўлчаб, кучланиш ҳолатини белгилашга имкон берадиган махсус усуллардан фойдаланишга тўғри келади. Қуйида учраб турадиган характерли ҳолларни кўриб ўтамиз.

Нисбий чўзилишни ўлчаш учун жисм сиртида кесма оламиз. Бу кесманинг узунлиги s деформацияга қадар **база** деб аталади. Тензометр деб аталадиган махсус приборлар билан (усулнинг номи ҳам шу сўздан олинган) кесманинг абсолют чўзилиши Δs ўлчанади, бу эса база узунлигига тўғри келадиган ўртача нисбий чизиқли деформация $\varepsilon = \Delta s/s$ ни аниқлаш имконини беради. Агар база узунлигида жисм нуқтасининг кучланиш ҳолати бир жинсли бўлса ёки унга яқин бўлса (кескин ўзгармаса), ε нинг топилган ўртача қийматини текширилаётган нуқта учун ҳақиқий деб ҳисоблаш мумкин. Акс ҳолда ε нинг топилган қийматини тахминий, ўртача деб қараш керак. У Δs ўлчанадиган база s қанча кичик бўлса, ҳақиқий деформацияга шунча яқинлашади.

Жисмнинг сиртидаги бевосита куч қўйилмаган нуқталарида ҳамма вақт текис (ёки чизиқли) кучланиш ҳолати мавжуд бўлади. Ҳақиқатан ҳам жисм сиртидан элементар кубикни унинг бир томони жисм сирти билан устма-уст ётадиган қилиб ажратиб олсак, унинг бу томонида ва унга параллел бўлган томонида кучланишлар бўлмайди. Демак, жисмнинг сиртига перпендикуляр бўлган кубикнинг икки томонига таъсир этувчи бош кучланишлар нолга тенг бўлмайди. Мана шу кучланишларни деформацияларни ўлчаш орқали аниқлаш мумкин.



113- расм

Бунда учта ҳол учраши мумкин (113-расм).

1. Берилган нуқтада маълум йўналишда оддий чўзилиш ёки сиқилиш мавжудлиги олдиндан маълум. σ ни топиш учун базасини шу кучланиш бўйича йўналтириб битта тензометр ўрнатиш кифоя (113-расм, *а*). Тажрибадан ε ни топиб, Гук қонунидан

$$\sigma = \varepsilon E$$

кучланишни топамиз. Масалан, намуналарни чўзилиш ёки сиқилишга синашда худди шундай йўл тутилади (II бобга қаранг).

2. Берилган нуқтада фақат бош кучланишлар σ_1 ва σ_2 нинг йўналиши маълум. Бу кучланишларнинг қийматларини топиш учун базаларини σ_1 ва σ_2 йўналишлар бўйича жойлаштириб, иккита тензометр ўрнатиш керак (113-расм, *б*). Улар ёрдамида бош деформациялар ε_1 ва ε_2 ни тажрибадан топиб, сўнгра (3.45) формулалардан қуйидаги кучланишларни аниқлаймиз: (z ва y индексларни бош кучланиш ва деформацияларга тегишли 1 ва 2 лар билан алмаштириб):

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{1-\mu^2}\left(\varepsilon_1 + \mu\,\varepsilon_2\right), \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\mu^2}\left(\varepsilon_2 + \mu\,\varepsilon_1\right). \end{aligned}\right\} \qquad \text{(a)}$$

3. Берилган нуқтада учта қийматни, яъни σ_1 ва σ_2 бош кучланишларни ва α бурчакни аниқлаш керак; α ихтиёрий олинган x ўқ билан σ_1 кучланиш орасидаги бурчакдир (113-расм, *в*).

Учта σ_1, σ_2 ва α номаълумларни топиш учун тажрибадан учта деформацияни аниқлаш керак.

Одатда, мазкур нуқтада x, y ўқлари йўналишидаги ε_x ва ε_y чўзилишлар ҳамда уларга 45° бурчак остида йўналган $\varepsilon_{45°}$ чўзилиш ўлчанади. Бунинг учун учта тензометр 113-расм, *в* да кўрсатилгандек ўрнатилади. Тензометрларни бундай ўрнатиш *тўғри бурчакли розетка* деб аталади. *Тенг бурчакли розетка* туридан ҳам фойдаланилади, бунда учта тензометр базалари орасидаги бурчаклар бир хил бўлиб, 120° га тенгдир.

Тўғри бурчакли розеткалар учун ҳисоб формулаларини чиқарамиз. ε_1 ва ε_x йўналишлар орасидаги бурчакни α билан, ε_1 ва $\varepsilon_{45°}$ ҳамда ε_1 ва ε_y йўналишлар орасидаги бурчакларни мос равишда $\alpha + 45°$ ва $\alpha + 90°$ лар орқали белгилаймиз. Буларни ҳисобга олган ҳолда (3.36) формула асосида қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\cos 2\alpha, \\ \varepsilon_{45°} &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\cos 2(\alpha + 45°), \\ \varepsilon_y &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\cos 2(\alpha + 90°). \end{aligned}\right\} \quad (5.1)$$

ε_x, $\varepsilon_{45°}$, ε_y лар тажрибадан топилган деб, бу тенгламаларни ε_1, ε_2 ва α га нисбатан ечамиз. $\cos 2(\alpha + 90°) = -\cos 2\alpha$ тенгликни ҳисобга олган ҳолда биринчи ва учинчи тенгламаларни бир-бирига қўшиб ва бир-биридан айириб қуйидаги тенгламаларни ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2,$$

$$\varepsilon_x - \varepsilon_y = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\cos 2\alpha.$$

$\cos 2\alpha$ ни чап томонга ўтказиб, олинган янги тенгламаларни ўзаро қўшиб ва айириб қуйидаги ифодаларни топамиз:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2\cos 2\alpha}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2\cos 2\alpha}. \end{aligned}\right\} \quad (5.2)$$

Энди α бурчакни топиш қолди. (5.1) системанинг иккинчи тенгламасида $\cos 2(\alpha + 45°) = -\sin 2\alpha$ тригонометрик ўзгартириш киритиб, бу тенгламадан $\sin 2\alpha$ ни, мазкур системанинг биринчи тенгламасидан $\cos 2\alpha$ ни топиб, уларнинг ўзаро нисбатини

$$\mathrm{tg}\, 2\alpha = -\frac{2\varepsilon_{45°} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2\varepsilon_x - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$

кўринишда ёзамиз. $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ ни $\varepsilon_x + \varepsilon_y$ билан алмаштириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\mathrm{tg}\, 2\alpha = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_{45°}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}. \quad (5.3)$$

(5.2) ва (5.3) формулалар ўлчанган ε_x, $\varepsilon_{45°}$, ε_y лар орқали нуқтадаги бош деформацияларнинг йўналиши ва қийматларини топиш имконини беради. ε_1 ва ε_2 лар маълум бўлса, σ_1 ва σ_2 кучланишларни топиш осон, бунинг учун (а) формуладан фойдаланиш керак.

Формулани чиқаришда 113-расмдан фойдаланилган эди, бунда бурчак x ўқидан бошлаб соат стрелкаси ҳаракати йўналишида қўйилган. Шунинг учун (5.3) ифодадан топилган мусбат ишорали α бурчак ҳам соат стрелкаси ҳаракати йўналишида қўйилиши керак.

Тригонометриядаги

$$\cos 2\alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}}$$

тенгликдан фойдаланиб, (5.2) формуласидаги $\cos 2\alpha$ ни йўқотамиз, бунда $\operatorname{tg} 2\alpha$ ни (5.3) ифодаси билан алмаштирамиз ва қуйидаги формулани оламиз:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_{45^\circ})^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_{45^\circ})^2}, \qquad (5.4)$$

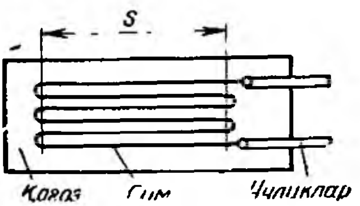
(5.2) формула ўрнига кўпинча (5.4) формуладан фойдаланамиз.

Энди деформацияни ўлчаш техникаси масаласига мурожаат қиламиз. Ҳозирги вақтда механик, оптик, гидравлик, пневматик каби кўпгина тензометр турлари мавжуд. Лекин сўнгги йилларда электрик тензометрлардан, хусусан электр қаршиликли сим датчиклардан кенг фойдаланилмоқда. Улар бошқа тензометр турларини сиқиб чиқармоқда.

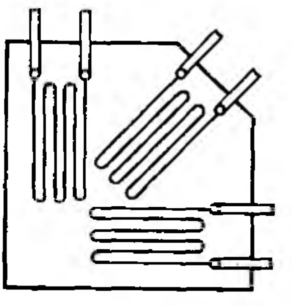
Датчик деформацияни қабул қилиб, уни қандайдир электр параметрига айлантириб берадиган элементдир. Сим датчик деформацияни симнинг электр қаршилиги ўзгаришига айлантириб беради. Датчик қоғоз полосасига елимланган ингичка симнинг (0,025 — 0,030 мм диаметрли) бир неча сиртмоғи кўринишига эга (114-расм). Датчик текшириладиган деталнинг сиртига махсус елим билан ёпиштирилади. Деталнинг деформацияси симга узатилади. Тажриба шуни кўрсатадики, деформация натижасида симнинг қаршилиги ўзгаради. Симнинг чўзилиши унинг қаршилигини оширади, сиқилиши эса қаршилигини камайтиради. Датчик қаршилигининг бу ўзгариши махсус аппаратура билан регистрация қилинади.

Тажриба шуни кўрсатадики, кичик деформациялар чегарасида датчик қаршилигининг нисбий ўзгариши билан симнинг нисбий деформацияси орасида

$$\frac{\Delta R}{R} = \beta \frac{\Delta s}{s} = \beta\varepsilon \qquad (5.5)$$



114- расм



115- расм

формула билан ифодаланадиган чизиқли боғланиш мавжуддир. Бу ерда R ва ΔR — датчикнинг бошланғич қаршилиги ва унинг абсолют орттирмаси;

s ва Δs — сим сиртмоғининг узунлигига тенг бўлган датчик базаси ва унинг абсолют деформацияси:

β — датчикнинг тензосезгирлик коэффициенти.

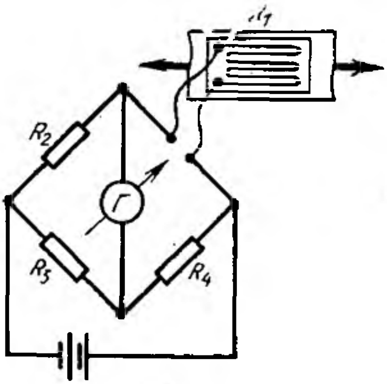
Кўп ишлатиладиган, константандан ясалган (60 % Cu ва 40% Ni) сим учун $\beta = 2 - 2{,}1$ га тенг. Тензосезгирлиги $\beta = 2 - 3{,}5$ бўлган бошқа қотишмалар ҳам ишлатилади.

Одатда, датчикларнинг базаси 20 ва 10 мм га тенг бўлади. Базаси ундан кичик бўлган (2 мм гача) датчиклар ҳам ишлатилади. База қанча кичик бўлса, унинг узунлигида ўлчанадиган ўртача нисбий чўзилиши текширилаётган нуқтанинг ҳақиқий деформациясига яқин бўлади. Лекин база қисқариши билан ўлчаш аниқлиги ҳам камаяди. Бундан ташқари, кичик базали (2 — 5 мм) датчиклар сиртмоқлар букилган ерларда симлар деформацияси туфайли кўндаланг йўналишдаги деформацияларга сезгир бўлиб қолади. Бундай датчикларни махсус тарировка қилиш талаб қилинади.

Якка датчиклар билан бирга умумий қоғоз асосга эга бўлган датчиклар розеткаси ҳам ишлатилади (115- расм). Розетка бевосита деталь сиртига датчикларни елимлаб ҳам ҳосил қилиниши мумкин.

Симлар ўрнига тахминан 0,01 мм қалинликдаги константан фольгадан ясалган қаршилик датчикларидан ҳам фойдаланилади. Кислотабардош модда билан датчик расми фольгага туширилади, сўнгра дориланади. Босма датчиклар уларни тайёрлаш процессини осонгина механизациялаш имконини беради ҳамда сим датчикларга нисбатан қатор бошқа афзалликларга ҳам эга.

Сўнгги йилларда ярим ўтказгич материаллар (германий, кремний ва бошқалар) монокристалларидан тайёрланган тензодатчиклар пайдо бўлди. Ярим ўтказгичли тензодатчикларнинг ўзига хос томонларидан бири шундан иборатки, уларни тайёрлаш технологиясини ўзгартириб, хоссаларини кенг чегарада ростлаш мумкин. Масалан, тензосезгирлиги — 100 дан + 200 гача бўлган бундай датчикларни олиш мумкин. Ярим ўтказгичли датчиклар тензосезгирлигининг юқорилиги (сим датчикларникига нисбатан икки поғона юқори) улардан чиқадиган сигналнинг юқорилигини таъминлайди. Бу эса ўлчаш аппаратурасини анча соддалаштиради.



116 расм

Деформацияни ўлчашда сим датчикларнинг электр қаршилиги ўзгариши жуда кичик бўлганлигидан сезгир ўлчаш аппаратурасидан фойдаланиш талаб этилади. Кўпинча датчик принципиал схемаси 116- расмда кўрсатилгандек, Уитстон кўпригининг битта қаршилиги R_1 сифатида уланади. Кўприкнинг диагоналига сезгир гальванометр $Г$ уланади.

Кўприк баланси деганда R_1, R_2,

R_3 ва R_4 қаршиликларни шундай танлаш тушуниладики, кўприк диагоналида ток бўлмайди, гальванометр нолни кўрсатади.

Баланс учун қуйидаги тенглик бўлиши керак:

$$R_1R_3 = R_2R_4. \tag{5.6}$$

Синов бошланишидан олдин R_3 ва R_4 қаршиликлар ростланиб, кўприк балансирланади (мувозанатлаштирилади). Синов вақтида иш датчиги олган деформация R_1 нинг ўзгаришига олиб келади, натижада баланс бузилади ва гальванометр стрелкаси нолдан оғади.

Ўлчашда икки хил ҳисоб усулидан, яъни бевосита ҳисоблаш ва нолдан бошлаб ҳисоблаш усулидан фойдаланилади.

Бевосита ҳисоблаш усулига кўра деформация ε гальванометр кўрсаткичига пропорционал қиймат сифатида аниқланади. Бу усулдан динамик процессларни ёзиб олишда фойдаланилади.

Ноль усулига кўра деформацияни ўлчаш натижасида оғган гальванометр стрелкаси R_3 ёки R_4 қаршиликларни қўшимча ўзгартириш билан яна нолга келтирилади. Бунда ε деформация қаршиликнинг бу қўшимча ўзгаришига пропорционал қиймат сифатида аниқланади. Ноль усулидан статик синовларда фойдаланилади. Бу усулнинг афзалликларидан бири шуки, гальванометр орқали ток ўтмайди, шунинг учун таъминловчи тармоқдаги кучланишлар ўзгариши натижасида хатоликлар бўлмайди.

Температуранинг ўзгариши датчиклар қаршилигига сезиларли таъсир кўрсатади. Ўлчов натижаларига температура ўзгаришининг таъсирини бартараф қилиш учун иш датчиги R_1 билан бир хил қаршилик R_2 га эга бўлган датчикдан фойдаланилади (уни температура таъсирини компенсация қилувчи датчик дейилади). Синалаётган деталь материалидан ясаладиган деформацияланмайдиган брусга ёпиштирилган бу датчик иш датчиги R_1 билан бир хил температура режимида бўлади. R_1 ва R_2 қаршиликларнинг температура туфайли бир вақтда ва бир хил ўзгариши кўприк баланси шарти (5.6) ни бузмайди ва аппаратурани температура ўзгаришига носезгир қилиб қўяди.

Сим датчикларнинг бошқа тензометрларга нисбатан асосий афзаллиги уларнинг соддалиги, габаритининг кичиклиги ва аниқлик даражасининг юқорилигидадир. Датчикларни қийин жойларга, ҳатто айланадиган деталларга ҳам ўрнатиш мумкин; уларни кўп миқдорда елимлаб, қайта улагич ёрдамида навбати билан ўлчаш аппаратурасига улаш мумкин. Бу йирик иншоотларни тўла текшириш имкониятини беради.

Механик тензометрларнинг инерционлиги улардан тез юкланишларда (масалан, зарбий нагрузкада) деформацияларни ўлчашда фойдаланишни қийинлаштиради. Ўз массасига эга бўлган прибор қисмларининг инерция туфайли ҳаракатланиши ўлчашларда хатоликларга олиб келади.

Механик тензометрлардан фарқли равишда сим датчикларнинг инерционлиги йўқ, шу сабабли тез содир бўладиган процесслар кўрсаткичларини ёзиб олиш мумкин бўлади. Датчикларнинг бу хоссалари улардан динамик нагрузкаларда кенг фойдаланиш имконини беради.

Лок қопламалари усулидан, одатда, деформация ва кучланишлар тақсимланишини умуман аниқлаш учун, шунингдек деталь сиртидаги кўп юкланган зоналарини аниқлаш учун фойдаланилади.

Синовдан олдин деталнинг текшириладиган сирти ёки унинг модели юпқа махсус мўрт лок билан (0,07 — 0,15 мм), масалан, канифоль-целлулоид локи (целлулоид қўшилган канифолнинг спиртдаги ёки бошқа эриткичдаги эритмаси) билан қопланади. Лок деталь сиртига ясси чўтка билан суртилади ёки пульверизатор билан пуркалади, ёки деталь лок солинган идишга ботириб олинади. Қуритилгач (баъзи лок сортлари маълум температура режимида қиздирилиши керак) деталь синовдан ўтказилади.

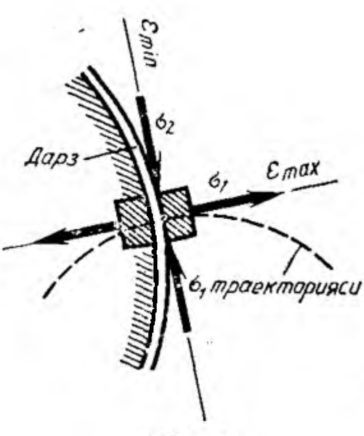
Деталь билан биргаликда деформацияланадиган лок қатламида пайдо бўлган дарзлар синовнинг асосий натижаси ҳисобланади. Нагрузка ортиши билан уларнинг кетма-кет пайдо бўлиши ҳам муҳим. Энг биринчи дарзлар деталнинг энг кўп юкланган зоналарида пайдо бўлади.

Дарзлар ҳосил қилишнинг иккита усулидан, яъни детални юклантириш ва юксизлантириш усулидан фойдаланилади.

Биринчи усулда лок деталь сиртига у юклангунга қадар суртилади. Табиийки, деталь юкланганида пайдо бўладиган дарзлар, сиртнинг ҳар бир нуқтасида энг катта чўзилиш йўналишига перпендикуляр йўналишда, яъни бош чўзилиш ε_1 ёки бош кучланиш σ_1 йўналишига перпендикуляр жойлашади (117-расм).

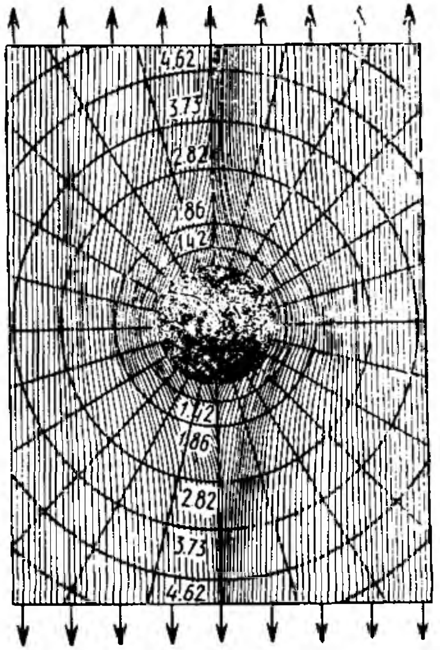
Шундай қилиб, юкланганда пайдо бўладиган дарз ҳар бир нуқтада σ_2 йўналишига мос тушади ва бу кучланиш траекторияси ҳисобланади. 118-расмда ушбу усул билан диаметри бўйлаб сиқилган алюминий ҳалқанинг қопламасидаги дарзлар расми кўрсатилган. 203-расмда эгиладиган балканинг шундай тасвири кўрсатилган (189-бет).

Дарзлар олишнинг иккинчи усулида локни юкланган деталнинг сиртига суртилади. Лок қуригач, деталь аста-секин юксизлантирилади, бунда юксизлантириш жараёнида деталь сиқилган йўналишда чўзилиш юзага келади, ва аксинча. Юксизлантириш натижасида σ_1 траекторияси би-



117- расм

лан устма-уст тушувчи дарзлар пайдо бўлади, юклантириш процессида эса σ_2 траекторияси йўналишида дарзлар пайдо бўлган эди. Тешикли чўзилган полосани юксизлантиришда олинган дарзларнинг сурати 119-расмда кўрсатилган.



119- расм

Шундай қилиб, лок қатламидаги дарзлар бош кучланишлардан биронтасининг траекториялари тўпламини беради. Бошқа бош кучланиш траекториялари тўпламини дарзларга ортогонал эгри чизиқлар ўтказиб олиш мумкин. Шундай қилиб, деталь сиртидаги нуқталарда бош кучланишлар йўналиши аниқланади.

Лок қопламалари ёрдамида бош кучланишлар йўналиши топилгач, кучланишлар қийматини топишнинг энг ишончли усулларидан бири деформацияларни тензометрлар ёрдамида ўлчашдир. Бунинг учун керакли нуқталарга σ_1 ва σ_2 йўналишларда иккитадан тензометр (ёки датчик) қўйилади, улар ёрдамида ε_1 ва ε_2 деформациялар ўлчаниб, (3.45) формулалар бўйича бош кучланишлар ҳисоблаб топилади (41-§ нинг 2-пунктига қаранг).

Тензометрсиз деформация қийматини, баъзи ҳолларда кучланишни аниқлашга имкон берадиган лок қопламалари усули ҳам мавжуд, лекин бунда маълум чегаравий нисбий чўзилиш ε_g да дарзлар пайдо бўладиган юқори сифатли локлардан фойдаланиш керак бўлади. Одатда $\varepsilon_g = 3{,}5 \cdot 10^{-4}$ қийматли локлардан фойдаланилади. Бу қиймат пўлатдаги $\varepsilon_g E = 3{,}5 \cdot 10^{-4} \times 2 \cdot 10^6 = 700$ кгк/см² кучланишга тўғри келади.

Шуни айтиш керакки, лок қопламасида дарзларнинг пайдо бўлишига кўпгина омиллар сезиларли таъсир қилади (лок қуриганида пайдо бўладиган чўкиш кучланишлари, деталь ва қоплама материалларининг эластик хоссалари турлича бўлиши, синов вақтидаги ҳаво температураси ва бошқ.). Бу омиллардан баъзилари ҳисоб йўли билан, шунингдек, тарировка қилинувчи намуналар билан ҳисобга олиниши мумкин; намуналарда ε_g лар синов шароитлари билан бир хил шароитларда топилади. Лок қопламалари усулида кучланишлар миқдорини топиш аниқлиги нисбатан унча катта эмас ($\pm 15\%$).

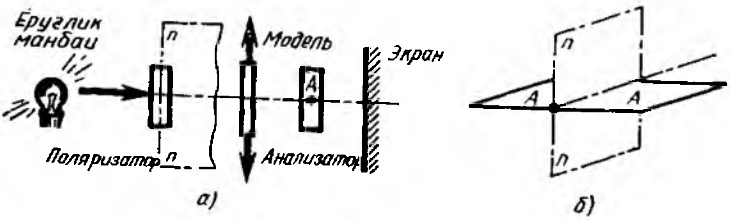
Бу усулдан деталларда, айниқса мураккаб шаклли деталларда кучланишлар тақсимланишининг сифатини тез аниқлашда фойдаланиш мақсадга мувофиқдир. Лок қопламалари усулидан ҳаракатланаётган деталларда ва зарбий нагрузка таъсир этганида фойдаланса ҳам бўлади.

43- §. ҚУЧЛАНИШЛАРНИ ПОЛЯРИЗАЦИОН-ОПТИК УСУЛДА АНИҚЛАШ

1. Усулнинг физик асослари

Оптик усул баъзи шаффоф (тиниқ) материаллар деформацияланганда оптик жиҳатдан анизотроп бўлиб қолиш хоссасига; деформацияланган ҳолатда улар (шиша, целлулоид, желатин, бакелит ва б.) нурни иккига ажратиб синдириш хоссасига асосланади. Бундай материалларга *оптик актив* материаллар дейилади. Оптик усулда деталнинг ўзи эмас, балки оптик актив материалдан ясалган модели текширилади. Модель оптик қурилмага, яъни *полярископга* жойлаштирилади, у ерда қутбланган нур оқими билан ёритилади. Модель юклантирилганида экранда полосалар билан қопланган тасвири пайдо бўлади, полосаларни анализ қилиб, моделда кучланишлар тақсимланишини ўрганиш мумкин.

Маълумки, табиий ёруғлик нурида унга перпендикуляр бўлган барча йўналишларда ёруғлик тебраниши мавжуд бўлиб, ёритиладиган жисм яқинида ёруғлик тебранишларининг манбаи бетартиб жойлашади. Қутбланган нурда тебранишлар тартибли бўлади. Агар тебранишлар битта текисликда содир бўлса, *текис қутбланиш* дейилади; текисликни *қутбланиш текислиги* дейилади. Қутбланган нур олиш учун табиий нурни қутблагич (поляризатор) орқали ўтказилади. Исланд шпати кристалларидан елимлаб тайёрланадиган Никол призмаси қутблагич бўлиб хизмат қилиши мумкин. Қутблагич тебранишларни аниқ бир текисликда ўтказиб, унга перпендикуляр бўлган ташкил этувчиларни сўндиради.

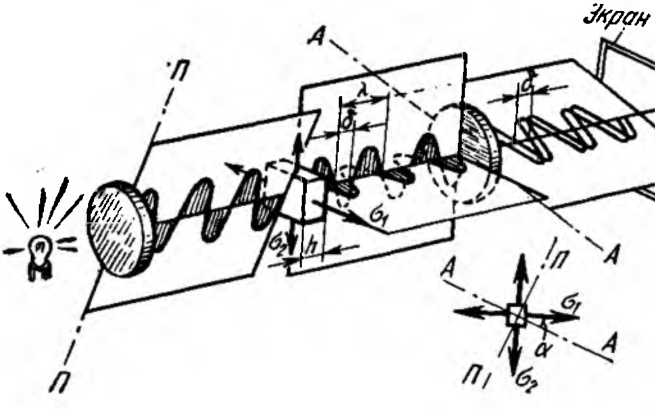


120- расм

120- расм, *а* да ёруғликни текис қутбловчи полярископ асосий қисмларининг жойланиши схематик тарзда кўрсатилган. Қутблагич ва анализатор полярископнинг асосий қисмлари ҳисобланади. Анализатор ҳам поляризатор каби призмадан иборат, лекин иш ҳолатида шундай бурилганки, 120- расм, *б* да кўрсатилган *А - А* ва *П - П* лар билан кўрсатилган қутблаш текисликлари ўзаро перпендикуляр жойлашган. Бундай ҳолда модель бўлмаса ёки у юкланмаган бўлса, поляризатордан ўтган ёруғлик нури анализатор билан сўндирилади*. Бунда экран қоронғилаштирилган бўлади.

Фараз қилайлик, текис модель унинг текислигида ётувчи кучлар билан юкланган. Бундай моделни монохроматик нур оқими билан ёрит-

* Поляризатор ва анализаторнинг бундай ҳолати қоронғиликка ўрнатиш деб аталади.



121- расм

ганда полярископда содир бўладиган ҳодисани кўриб чиқамиз. Монохроматик нур, бу маълум тўлқин узунлиги λ га эга бўлган ҳамда ўз рангига мос келувчи нур эканлигини эслатиб ўтамиз.

П - П текисликда қутбланган ёруғлик нури (121- расм) моделдан ўтишида ҳар бир нуқтада тебраниш текисликлари ўзаро перпендикуляр бўлган ва σ_1, σ_2 бош кучланишлар йўналишига мос келувчи иккита нурга ажралади. Бош кучланишлар қиймати ҳар хил бўлганлигидан модель материалининг мазкур текисликлардаги оптик хоссалари ҳам турлича бўлади. Шунинг учун бу нурларнинг модель ичидаги тезликлари v_1 ва v_2 ҳам турлича бўлади, натижада уларга моделнинг h қалинлигини ўтиш учун турлича вақт керак бўлади.

Агар биринчи нурга h/v_1 вақт керак бўлса, иккинчисига h/v_2 вақт керак бўлади.

Вақтлар орасидаги фарқ

$$\Delta t = \frac{h}{v_2} - \frac{h}{v_1} = \frac{h(v_1 - v_2)}{v_1 \cdot v_2} \tag{а}$$

га тенг. Вақтлар орасидаги фарқ Δt туфайли биринчи нурнинг тўлқинлари моделдан чиқишда иккинчи нурнинг тўлқинларидан δ қийматга олдин кетади; бунга нурлар йўли орасидаги фарқ дейилади ва у

$$\delta = \Delta t\, v \tag{б}$$

га тенг, бу ерда v — нурнинг ҳаводаги тезлиги.

Нурлар йўли орасидаги фарқ 121-расмда график тарзда тебранишларни тасвирловчи синусоидаларнинг силжиганлиги билан тасвирланган.

Тажрибалар билан шу нарса аниқланганки, тезликлар орасидаги фарқ $v_1 - v_2$ бош кучланишлар орасидаги фарқга тўғри пропорционал бўлади яъни

$$v_1 - v_2 = c(\sigma_1 - \sigma_2), \tag{в}$$

бу ерда c — модель материалининг оптик активлигига боғлиқ бўлган ўзгармас қиймат.

(а), (б) ва (в) ларни ўзаро таққослаб, фотоэластик қонунни миқдор жиҳатдан ифодаловчи қуйидаги формулани ёзиш мумкин:

$$\delta = c_\lambda h(\sigma_1 - \sigma_2). \qquad (5.7)$$

Бу ерда c_λ — модель материалининг хоссаларига ва ёруғлик тўлқини узунлигига боғлиқ бўлган ўзгармас коэффициент; v_1, v_2 ва v тезликлар ёруғлик тўлқини узунлигига боғлиқ.

Юқорида эслаб ўтилган иккита нур моделдан йўллари орасидаги δ фарқ билан чиққанида интерферирлана олмайди (яъни, уларга мос келувчи тебранишлар қўшила олмайди), чунки уларнинг тебраниш текисликлари ўзаро ортогоналдир. Анализатор уларни битта A - A текисликка йиғади, шундан кейингина нурларни интерференциялаш мумкин бўлади. Интерференцияланган нур экранда кўринадиган оптик эффект сабаби ҳисобланади.

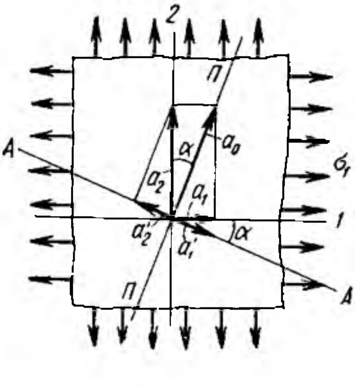
Бу масалани миқдор жиҳатдан батафсил ўрганиб чиқамиз. Фикр юритиш осон бўлсин учун ёруғлик тебранишларини гармоник қонун бўйича содир бўладиган кўндаланг механик тебранишлар кўринишида тасаввур қиламиз. Унда моделга тушувчи нурга мос келувчи тебранишлар тенгламаси қуйидаги кўринишда ёзилади *:

$$S_0\ (t) = a_0 \sin \frac{v\,t}{\lambda} 2\pi,$$

бу ерда a_0 — тебранишлар амплитудаси; λ — тўлқин узунлиги; v — бу тебранишларнинг тарқалиш тезлиги.

Иккинчи нурнинг Δt вақтга орқада қолишини ҳисобга олиб, моделдан a_1 ва a_2 амплитудалар билан чиқувчи $S_1(t)$ ва $S_2(t)$ нурлар учун тебранишлар тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} S_1\ (t) &= a_1 \sin \frac{vt}{\lambda} 2\pi, \\ S_2\ (t) &= a_2 \sin \frac{v(t - \Delta t)}{\lambda} 2\pi = a_2 \sin \frac{vt - \delta}{\lambda} 2\,\pi. \end{aligned}\right\} \qquad (г)$$



122- расм

122- расмда a_0 амплитуданинг σ_1 ва σ_2 текисликларида ётувчи a_1 ва a_2 ташкил этувчиларга ажралиши кўрсатилган. Бу ташкил этувчилар

$$a_1 = a_0 \sin\ \alpha,$$
$$a_2 = a_0 \cos\ \alpha \qquad (д)$$

ларга тенг бўлади.

Анализатор орқали $S_1(t)$ ва $S_2(t)$ нурларнинг $S_1'(t)$ ва $S'(t)$ ташкил этувчиларигина ўтади. Агар (г) тенгламада a_1 ва a_2 амплитудаларни уларнинг A - A текисликдаги a_1' ва a_2' проекциялари билан алмаштирсак, $S_1'(t)$ ва

*S_0 (t) ва унга ўхшаш тенгламалар тебранишлар тарқалиш процессини ифодаламайди, балки фазонинг белгиланган нуқталарида улар содир бўладиган қонунни билдиради.

$S'_2(t)$ тенгламаларни оламиз. 122- расмдан бу проекциялар қиймат жиҳатдан бир хил бўлишини топамиз:

$$a'_1 = a_1 \cos\alpha = \frac{a_0}{2}\sin 2\alpha,$$

$$a'_2 = a_2 \sin\alpha = \frac{a_0}{2}\sin 2\alpha.$$

Натижада анализатор орқали

$$S(t) = S'_1(t) - S'_2(t) = \frac{a_0}{2}\sin 2\alpha \left(\sin\frac{vt}{\lambda}2\pi - \sin\frac{vt-\delta}{\lambda}2\pi\right)$$

нур ўтади. Синуслар айирмасини тригонометриядаги аргументлар айирмасининг ярми синусининг аргументлар йиғиндиси ярмининг косинусига кўпайтмаси формуласи билан алмаштирсак, қуйидаги формула ҳосил бўлади:

$$S(t) = a_0 \sin 2\alpha \sin\frac{\pi\delta}{\lambda}\cos\left(\frac{vt}{\lambda} - \frac{\delta}{2\lambda}\right)2\pi.$$

Бу ерда t вақтга боғлиқ бўлмаган кўпайтирувчилар экранга тушувчи нур тебранишларининг амплитудасини ифодалайди:

$$a = a_0 \sin 2\alpha \cdot \sin\frac{\pi\delta}{\lambda}.$$

Оптикада нурнинг интенсивлиги амплитуда квадратига пропорционал эканлиги исботланади. Агар моделга тушувчи нур учун $I_0 = \kappa a_0^2$ бўлса, экранга тушувчи нур интенсивлиги

$$I = \kappa a^2 = I_0 \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2\frac{\pi\delta}{\lambda} \tag{5.8}$$

га тенг бўлади. (5.8) формула юкланган модель I_0 интенсивлик билан ёритилганида унинг экрандаги тасвири умумий ҳолда нотекис ёритилади. Ҳар бир нуқтада у (5.8) формула билан аниқланади; $I = 0$ бўлган нуқталар экранда қора полосаларни, $I \neq 0$ бўлган нуқталар эса улар орасидаги ўтиш зоналарини билдиради. Бунда икки хил келиб чиқишга эга бўлган қора полосаларни кўриш мумкин, улардан бири (5. 8) формуладаги битта синуснинг, иккинчиси бошқа синуснинг нолга тенглиги билан боғлиқ қора полосалардир. Бу полосаларнинг хоссаларини батафсил ўрганиб чиқамиз.

2. Изохромлар ва изоклинлар

Агар (5.7) формулада кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2$ бўлса, $\delta = \lambda, 2\lambda, \ldots, m\lambda$ бўлганлигидан (5.8) формулада $\sin\pi\delta/\lambda = 0$ ва $I = 0$. Бундай нуқталар ёруғлик манбаи монохроматик бўлганида экранда қора полосалар ҳосил қилади. Ҳар бир полосага бутун сондан иборат ўз рақами m тўғри келади, бу сонга *полосанинг тартиби* дейилади.

Оқ ёруғликдан фойдаланилганда полосалар бўялади, чунки оқ ёруғликнинг барча ташкил этувчилари учун нурнинг сўниш шарти $\delta = m\lambda$ бажарилиши мумкин эмас. $\sigma_1 - \sigma_2$ нинг ҳар бир қийматига оқ ёруғликнинг сўнмаган ўз ранглари, демак, ўз бўёғи тўғри келади.

$\sigma_1 - \sigma_2$ нинг ўзгармас қийматига мос келувчи бир хил бўёқлар *изохромлар* деб аталади. Изохромлар монохроматик ёруғликда олинадиган қора (бўялмаган) полосаларга ҳам тегишлидир.

Мазкур қора полосалар расмига қараб, модель нуқталаридаги $\sigma_1 - \sigma_2$ бош кучланишлар фарқини аниқлаш мумкин.

Нурлар йўлида тўлқин узунлигига тенг фарқни келтириб чиқарувчи бош кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_0$ нинг қиймати *модель полосасининг қиймати* деб аталади. $\delta = \lambda$ бўлганда (5.7) формуладан қуйидаги ифодага эга бўламиз:

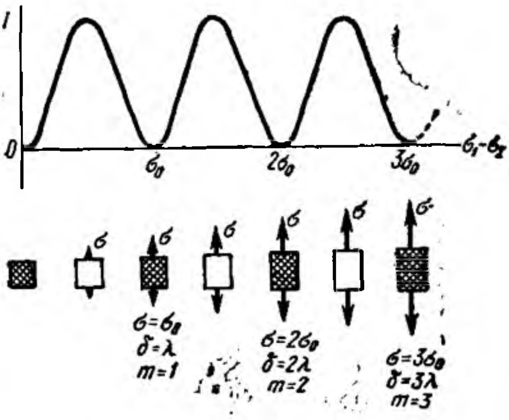
$$\sigma_0 = \frac{\lambda}{c_\lambda h}. \tag{5.9}$$

Фараз қилайлик, моделга тушадиган нагрузка ортиб боради ва қандайдир нуқтадаги $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқ кетма-кет σ_0, $2\sigma_0$, ... , $m\sigma_0$ қийматларга эришади. Нуқтадаги уларга мос келувчи йўл фарқи $\delta = \lambda$, 2λ, ... , $m\lambda$ ларга тенг бўлади, улар экранда *биринчи, иккинчи, ... , m — тартибли қора полосалар* деб аталади. Улар ёритилган нуқталар билан алмашинади. Бу 123-расмда нур интенсивлиги I нинг кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2$ га боғлиқлиги график кўринишда тасвирланган. Қуйида бу боғланиш оддий чўзилишга ишлайдиган элемент ёритилишининг алмашиниш картинаси билан намойиш қилинган.

Айтилганлардан кўриниб турибдики, агар синалаётган моделда m тартибли полоса кузатилса, бу полосанинг нуқталаридаги бош кучланишлар фарқининг қиймати

$$\sigma_1 - \sigma_2 = m\sigma_0 \tag{5.10}$$

га тенг бўлади. Полосанинг тартиби нагрузка ошиши жараёнида полосанинг исталган нуқтасидаги қора полосалар сонини бевосита санаш йўли билан аниқланади. Одатда, полосанинг тартиби унинг ноль по-

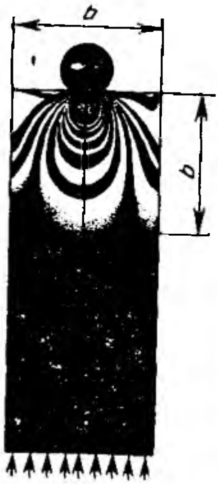


123- расм

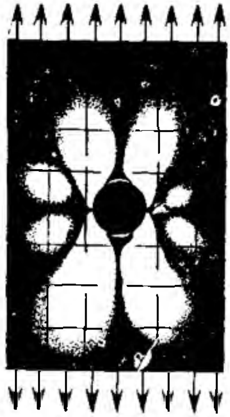
124- расм

лосага нисбатан тартиб номерига ($\sigma_1 - \sigma_2 = 0$ нуқталарда ташқи нагрузканинг исталган қийматида) мос бўлади, бу полосанинг тартибини топишни осонлаштиради.

Полосанинг қиймати σ_0 моделда тажриба йўли билан қиймати аниқ кучланишлар ҳосил қилиш ва ҳосил бўлган полосалар картинасини кузатиш йўли билан топилади. Масалан, чўзилишда экранда биринчи тартибли қора полоса ҳосил қилувчи P кучини топиб, $\sigma_0 = P/F$ ни аниқлаш мумкин. Материалнинг оптик аниқлиги қанча катта бўлса,



125- расм



126- расм

полоса қиймати шунча кичик бўлади. Желатин энг сезгир ҳисобланади, унда $h = 1$ см бўлганида $\sigma_0 = 0{,}02$ кгк/см^2. Ишлатиладиган оддий материаллар (бакелит ва ҳ. к.) учун бу миқдор 12 кгк/см^2 га, целлулоид учун 30 — 60 кгк/см^{2}га, шиша учун 160 — 500 кгк/см^2 га тенг бўлади.

124 - расмда тешикли полосаларни чўзишда олинган изохром фотографияси, 125 - расмда эса тўпланган куч билан сиқилган брусдаги изохромлар фотографияси кўрсатилган. Сўнгги фотография Сен - Венан принципини яққол намойиш қилади (8 - § га қаранг). Куч қўйилган нуқта яқинидаги кучланишларнинг мураккаб тақсимланиши ундан узоқлашиш билан тез сўнади, полосанинг эни b га тенг ва ундан ортиқ масофада кучланиш ҳолати бир хил бўлади, буни полосанинг бу бўлагида текис қоронғиланиш пайдо бўлишидан кўриш мумкин. Агар бруснинг пастки қисмида $\sigma = P/F$ формула кучга эга бўлса, узунлиги b га тенг бўлган юқори бўлагида кучга эга эмас, куч қўйилган нуқтага яқинлашган сари формула шунча кўп ўз кучини йўқотади.

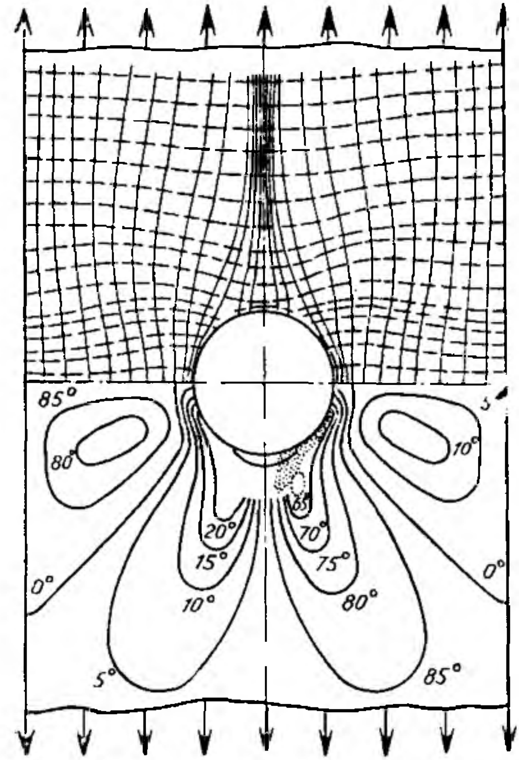
Энди *изоклиналар* деб аталадиган қора полосаларни кўриб чиқамиз.

Изоклина деб, бош йўналишларининг оғиши бир хил бўлган нуқталарнинг геометрик ўрнига айтилади.

Агар мазкур изоклина бош кучланишларининг оғиш бурчаги (изоклинанинг *параметри* деб аталадиган) поляризациялаш текисликлари *П - П* ва *А - А* (121 - расм) ларнинг оғиш бурчакларига мос келса, (5.8) формулада ушбу изоклина нуқталари учун $\alpha = 0$, $\sin 2\alpha = 0$ ва $I = 0$. Бундай изоклина экранда қоронғи полоса кўринишида ёки ҳамма нуқталарида $\alpha \approx 0$ бўлган қоронғи область кўринишида кўриниб турибди.

Поляризатор ва анализаторни берилган интервалини сақлаган ҳолда (масалан, 5 ёки 10^0) бир вақтда буриб, экранда ушбу моделнинг изоклиналар оиласини олиш ва уни расмга тушириш мумкин.

Чўзилишга ишлаётган тешикли полосанинг изоклиналар фотографияси 126 - расмда келтирилган. Изоклина параметри 0^0 (ёки 90^0), яъни

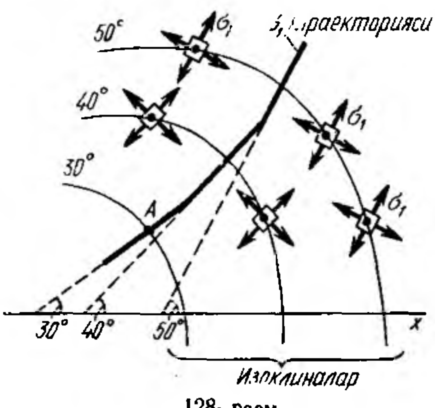


127- расм

фотографиянинг барча қора нуқталарида бош кучланишларнинг йўналиши вертикал ёки горизонтал билан устма-уст ётади. 127-расмнинг пастки қисмида чўзилган тешикли полоса учун юқорида ёритилган усул билан олинган изоклиналар оиласи кўрсатилган.

Изоклиналар картинаси бош кучланишлар траекториясини қуриш имконини беради (28-§ га қаранг). 128-расмда шундай қуриш усулларидан бири кўрсатилган. Ихтиёрий *А* нуқтадан бошлаб изоклиналар ўртасида ётган нуқта орқали изоклин параметрига мос келувчи оғиш бурчаги билан кетма-кет синиқ кесмалар ўтказилади. Сўнгра синиқ чизиқ ичига эгри чизиқ чизиб, *А* нуқтадан ўтувчи бош кучланишлар траекторияси олинади. 127-расмда кўрсатилган изоклинлар бўйича мазкур расмнинг юқори қурилган траекториялар қисмида тасвирланган (яхлит чизиқлар билан σ_1 траекторияси, пунктир билан σ_2 траекторияси чизилган).

Ўқувчига 127-расмда кўрсатилган σ_1 траекторияларини мазкур ҳол учун лок қопламалари усули билан олинган, 119-расмда кўрсатилган дарзлар билан солиштиришни тавсия қиламиз. Таққослаш уларнинг бир-бирига мос келишини кўрсатади.



128- расм

Модель текис қутбланган монохроматик ёруғлик билан ёритилганида экранда бир йўла изоклиналар ҳам, изохромалар ҳам қоронғи жойлар ҳосил қилади. Агар ёруғликнинг қутбланиш текислигини озгина бурсак (полярископда бу бир вақтнинг ўзида поляризаторни ҳам, анализаторни ҳам буриб эришилади), изоклиналарнинг нуқталари экранда бироз сурилади, изохромаларнинг нуқталари эса ўз жойида қолади, чунки улар қутбланиш текислиги йўналиши билан боғланмаган. Қутблаш текислиги тез айлантирилганда изоклиналар «ёйилиб кетади» ва экранда кўринмай қолади. Изохромаларни изоклиналардан ажратишда бундан фойдаланилади. Қутблаш текислигини айлантиришга текис қутбланган ёруғлик ўрнига доиравий қутбланган ёруғликдан фойдаланиш билан эришилади*. Бунда экранда фақат изохромалар қолади.

Изоклиналарни кузатиш учун текис қутбланган оқ ёруғликдан фойдаланилади, олдин айтиб ўтилганидек, унда изохромалар бўялган бўлади. Бунда изоклина қоралигича қолади, чунки унинг нуқталаридаги қоронғилашиш йўл фарқи δ билан боғлиқ эмас. Бу изохромаларнинг бўялган фонида қора изоклиналарни кўриш ва суратга олиш мумкинлигини кўрсатади.

Шундай қилиб, оптик усулда бевосита тажрибадан бош кучланишларнинг фақат йўналиши ва уларнинг қийматлари фарқи $\sigma_1 - \sigma_2$ топилади. Бу моделнинг ҳар бир нуқтасида текис кучланиш ҳолатининг (3.15) формуласини қўллаб исталган қия юзачадаги уринма кучланишларни аниқлаш имконини беради:

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha. \tag{5.11}$$

Хусусан ҳар бир нуқтадаги τ_{max} аниқланади, чунки (3.16) бўйича

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_{max}.$$

Нуқта чизиқли кучланиш ҳолатида бўлганида ($\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 0$), $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқ σ кучланишнинг ўзига тенг бўлади. Тажриба натижасидан топилган қиймат модель нуқтасининг кучланиш ҳолатини тўла ифодалайди. Масалан, модель контурининг юкланмаган нуқтасида шундай ҳолатни кўрамиз.

Умумий ҳолда кучланиш ҳолати ҳақида тўла тасаввур ҳосил қилиш учун $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқдан ташқари, ҳар бир бош кучланишнинг қийматини ҳам билиш керак ёки бошқача айтганда бу кучланишларни бир-биридан ажратиш керак бўлади.

3. Бош кучланишларни ажратиш. Моделдан деталга ўтиш

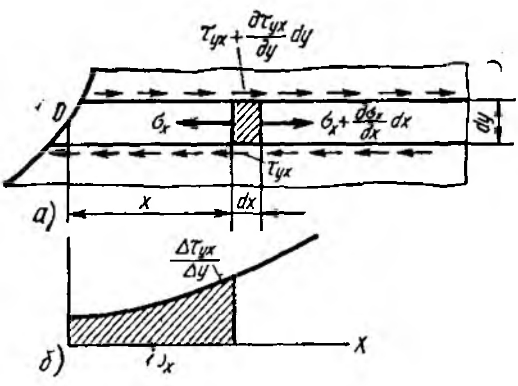
Кучланишларни ажратиш учун бир неча усуллар таклиф қилинган, улардан бири қўшимча тажриба ўтказишни талаб қилса, бошқаси ҳисоблаш усулига асосланган.

Тажриба усулларидан бири қуйидагидан иборат. Қалинлиги h бўлган текис моделнинг ҳар бир нуқтасидаги бош кучланишлар σ_1 ва σ_2 таъсиридан унинг қалинлиги Δh қийматга ўзгаради. Бу ўзгариш умумлашган Гук қонуни асосида кучланишлар билан

$$\varepsilon_3 = \frac{\Delta h}{h} = -\frac{\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

---

* Бунинг учун текис қутбланган ёруғлик йўлига модель олдига ва ундан кейинга «чорак тўлқинли» пластинкалар деб аталадиган слюда пластинкалари қўйилади.



129- расм

ифодада боғланган [бу ифодада (3.44) формуладаги $\varepsilon_x, \sigma_y, \sigma_z$ лар ўрнига $\varepsilon_3, \sigma_1, \sigma_2$ қийматларни қўйиб чиқарилган]. Ундан

$$\sigma_1 + \sigma_2 = -\frac{\Delta h E}{h\mu}. \quad (5.12)$$

Усул шундан иборатки, махсус асбоб билан керакли нуқталарда Δh лчанади. Сўнгра (5.12) га мувофиқ кучланишлар йиғиндиси топилади ҳамда уларнинг айирмаси $\sigma_1 - \sigma_2$ маълум бўлса, ҳар бир кучланишни алоҳида топиш унча қийин эмас.

Бош кучланишларни ажратишнинг ҳисоблаш усулларидан бирини кўриб чиқамиз. Бу усул координата ўқларига параллел ўтказилган тўғри чизиқлар бўйлаб тақрибий интеграллашдан иборатдир. Штрихланган элементга таъсир этувчи кучларни x ўқига проекциялаб (129-расм, a) қуйидаги формулани оламиз:

$$\left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}dx\right)dy + \left(\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}dy\right)dx = 0$$

ёки

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} = -\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}.$$

бу тенгликни x ўқи бўйлаб интеграллаб топамиз:

$$\sigma_x = \sigma_{x,0} - \int_0^x \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}dx. \quad (5.13)$$

x ўқига параллел бўлиб, бир-биридан Δy масофада жойлашган иккита чизиқ бўйлаб (5.11) формула бўйича τ_{yx} кучланиш топилади ва бу кучланишлар фарқи $\Delta\tau_{yx}$ нинг Δy га бўлинган қиймати графиги қурилади (129-расм, $б$). $\Delta\tau_{yx}/\Delta y$ қийматлар тахминан (5.13) интеграл остидаги $\partial\tau_{yx}/\partial y$ ҳосила билан алмаштирилади.

σ_x кучланишни тахминан

$$\sigma_x = \sigma_{x,0} - \omega_x$$

формула бўйича топамиз. Бу ерда $\sigma_{x,0}$ — интеграллаш бошланадиган нуқтадаги кучланиш (одатда контурдаги нуқта); ω_x — $\Delta\tau_{zx}/\Delta y$ графигининг юзи.

Худди шунга ўхшаш y ўқига параллел чизиқ бўйлаб интеграллаб σ_y кучланиш топилади.

Бош кучланишларни ажратишнинг бошқа усуллари ҳақида тўхталиб ўтирмаймиз.

Энди моделдан деталга ўтиш ҳақидаги масалага тўхталиб ўтамиз. Эластиклик назариясида текис масала шароитида бўлган жисмда кучланишларнинг тақсимланиши материалнинг эластиклик доимийларига (эластиклик модули E га, Пуассон коэффициенти μ га) боғлиқмаслиги исботланади. Демак, турли материаллардан ясалган деталь ва унинг моделида улар геометрик ўхшаш ва уларга таъсир қиладиган нагрузкалар ўхшаш бўлса, деформация ва кучланишларнинг тақсимланиш қонуни бир хил бўлади. Бу моделдаги кучланиш $\sigma_{мод}$ дан деталдаги уларга мос келувчи кучланиш σ га

$$\sigma = \frac{h_м}{h}\cdot\frac{s_м}{s}\cdot\frac{P}{P_м}\cdot\sigma_{мод} \qquad (5.14)$$

формула бўйича ўтиш имконини беради. Бу ерда $h_м/h$ — модель ва деталь қалинликларининг нисбати; $s_м/s$ — модель ва деталь контурининг бир-бирига мос келувчи чизиқли ўлчамларининг нисбати; $P/P_м$ — деталь ва моделга тушадиган нагрузкаларнинг нисбати.

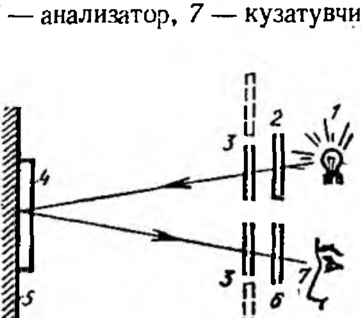
(5.14) формуласидан фойдаланиш мумкин бўлмайдиган ҳоллар (моделнинг кўп боғланишли контури, яъни тешиклари бўлган пластинканинг контури) ҳам бор, бундай ҳолларда юқоридаги формуладан тахминий формула (лекин бирмунча аниқроқ) сифатида фойдаланилади.

4. Фотоэластик қопламаларни қўллаш

Юқорида қайд қилиб ўтилганидек, оптик усулда деталнинг ўзи эмас, унинг шаффоф модели синалади. Лекин сўнгги ўн йил ичида эпоксид смолалар асосида тайёрланадиган фотоэластик қопламалардан фойдаланиш туфайли бу усулни қўллаш анча кенгайди. Оптик активликка эга бўлган бундай қоплама синаладиган объектнинг тиниқ бўлмаган сиртига (металл, бетон, тоғ жинслари ва бошқ.) юпқа қилиб япиштирилади. Қоплама объектининг сиртқи қатлами деформацияланиши билан қоплама ҳам деформацияланади. Қоплама қутбланган ёруғлик билан нурлантирилади, нур деталь сиртидан қайтиб, шаффоф моделлар учун юқорида ёзилганидек, полосалар картинасини олиш имконини беради. 130-расмда, қопламани V шаклида нурлантириш деб аталадиган усул схемаси кўрсатилган (бу расмда 1 — ёруғлик манбаи, 2 — поляризатор, 3 — чорак тўлқинга тенг пластинка, 4 — фотоэластик қоплама, 5 — синаладиган объект, 6 — анализатор, 7 — кузатувчи).

Фотоэластик қопламалардан фойдаланиш машина деталлари, қурилиш конструкциялари каби объектлардаги кучланишларни ҳам лаборатория, ҳам табиий шароитларда текшириш имконини беради.

Металл, бетон ва бошқа донадор структурали материалларда айрим дон профида деформацияларнинг тақсимланишини олиш имконини беради. Фотоэластик қопламалар усулининг ўзига хос томонларидан бири шўндан



130- расм

Бурчак деформацияси ёки силжиш деформацияси урынма кучланишлар билан боғланган. У дастлабки тўғри бурчакнинг силжиш бурчаги деб аталадиган γ_{zy} бурчакка ўзгаришидан иборат; бурчак деформацияси 95- расм, *б* да кўрсатилган.

Фараз қилайлик, текширилаётган нуқта орқали z ва y ўқлари йўналишида узунлиги dz ва dy бўлган ўзаро перпедикуляр иккита кесма ўтади. Деформация натижасида бу кесмалар (3.34) формулалар билан аниқланадиган нисбий деформацияларга учрайди, шунингдек, тўғри бурчак силжиш бурчаги γ_{zy} га ўзгаради.

Агар z ва y ўқларни хаёлан улар кесишган нуқта атрофида айлантирсак, z', y' ўқларнинг ҳар бир ҳолатига ўзининг $\varepsilon_{z'}$, $\varepsilon_{y'}$ нисбий чўзилишлари ва $\gamma_{z'y'}$ бурчак силжиши тўғри келади. z' ва y' ўқларнинг турли ҳолатлари учун нисбий чўзилишлар ва бурчак силжишларининг йиғиндиси нуктанинг деформацияланган ҳолатини характерлайди.

Олдин айтиб ўтилганидек, ҳар қандай текис кучланиш ҳолати ўзаро перпендикуляр иккита йўналишда σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар билан оддий чўзилиш (сиқилиш) га келтирилади (95- расм, *а* даги пунктирга қаранг). Бош юзачаларда урынма кучланишлар нолга тенг бўлганидан σ_1 ва σ_2 йўналишидаги тўғри бурчакли элемент фақат чўзилади, силжиш бурчаги эса нолга тенг бўлади (95- расм, *в*).

Бунда мазкур нуқта орқали ўтадиган ўзаро перпендикуляр иккита йўналиш танланади, кесмалар фақат ε_1 ва ε_2 га чўзилади, улар орасидаги тўғри бурчак эса ўзгармайди. Бу ε_1 ва ε_2 нисбий чўзилишлар *мазкур нуқтанинг бош деформациялари* деб аталади. Эластик ва изотроп жисмнинг нуқталаридаги бош кучланишлар ва бош деформациялар ҳамма вақт устма-уст тушади.

«Бош деформациялар» тушунчаси (бош кучланишларга ўхшаш) ε_1 ва ε_2 чўзилишлар ушбу нуқтадан чиқувчи бошқа йўналишлардаги чўзилишларга нисбатан экстремал қийматларга эга эканлигини билдиради.

ε_1 йўналишига нисбатан ихтиёрий α бурчак остида ўтадиган кесманинг ε_α нисбий чўзилишини топамиз (96- расм). ε_1 ва ε_2 бош деформациялар берилган деб ҳисоблаймиз. Узунлиги ds бўлган қия кесмани жисмдан ажратиб олинган ва бош деформациялар йўналишида томонлари ds_1 ва ds_2 узунликларга эга бўлган тўғри бурчакли элементнинг диагонали деб қараймиз. Чизмадан қия кесимнинг абсолют чўзилишини топамиз, бунда α бурчак кичик бўлганлигидан $\gamma' \approx \alpha$ деб қабул қиламиз:

$$\Delta ds = \Delta ds_1 \cos\alpha + \Delta ds_2 \sin\alpha.$$

Қидирилаётган нисбий чўзилиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta ds_1}{ds}\cos\alpha + \frac{\Delta ds_2}{ds}\sin\alpha = \frac{\Delta ds_1}{ds_1}\cos^2\alpha + \frac{\Delta ds_2}{ds_2}\sin^2\alpha.$$

$\frac{\Delta ds_1}{ds_1} = \varepsilon_1$, $\frac{\Delta ds_2}{ds_2} = \varepsilon_2$ эканлигини ҳисобга олиб, узил-кесил қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1 \cos^2\alpha + \varepsilon_2 \sin^2\alpha. \qquad (3.35)$$

(3.5) тригонометрик ифодадан фойдаланиб, (3.35) қуйидагича ёзилади:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\cos 2\alpha. \qquad (3.36)$$

Фараз қилайлик, $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. (3.36) формуладан куриниб турибдики, $\cos 2\alpha = 1$, яъни $\alpha = 0$ бўлганида ε_α энг катта қийматга эришади. Бунда

$$\varepsilon_{\alpha\,max} = \varepsilon_1.$$

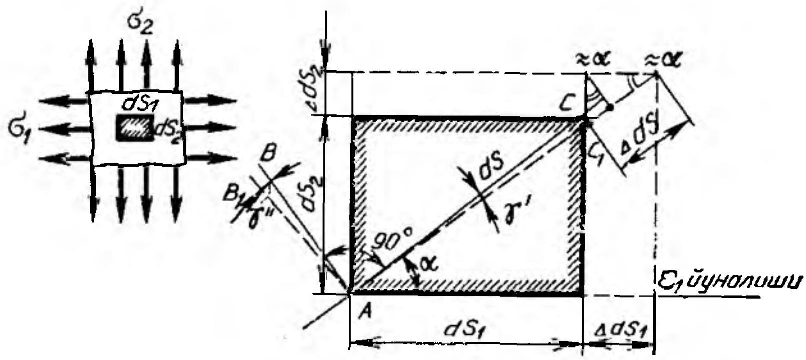
Аксинча, $2\alpha = 180°$ да $\cos 2\alpha = -1$ бўлади ва ε_α минимал қийматга эришади:

$$\varepsilon_{\alpha\,min} = \varepsilon_2.$$

Агар нуқта бош деформацияларининг қиймати ва йўналишлари маълум бўлса, исталган йўналишдаги нисбий чўзилиш (3.35) ёки (3.36) формулалардан топилади.

2. Нуқтанинг кучланган ва деформацияланган ҳолатлари ифодаларининг ўхшашлиги

Бош деформациялар йўналишига нисбатан α бурчак остида жойлашган ўзаро перпендикуляр бўлган AC ва AB кесмалар орасидаги силжиш бурчагини топамиз (96-расм).



96- расм

AC кесма деформацияланиш натижасида γ' бурчакка бурилади, бу бурчак кичик бўлганлигидан уни CC_1 ёйнинг $AC = ds$ радиусига нисбатан топиш мумкин:

$$\gamma' = \frac{CC_1}{ds} = \frac{\Delta ds_1 \sin\alpha}{ds} - \frac{\Delta ds_2 \cos\alpha}{ds}$$

ёки

$$\gamma' = \frac{\Delta ds_1}{ds_1}\sin\alpha\cos\alpha - \frac{\Delta ds_2}{ds_2}\cos\alpha\sin\alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\sin 2\alpha.$$

Бурчак деформацияси ёки силжиш деформацияси уринма кучланишлар билан боғланган. У дастлабки тўғри бурчакнинг силжиш бурчаги деб аталадиган γ_{zy} бурчакка ўзгаришидан иборат; бурчак деформацияси 95- расм, *б* да кўрсатилган.

Фараз қилайлик, текширилаётган нуқта орқали z ва y ўқлари йўналишида узунлиги dz ва dy бўлган ўзаро перпедикуляр иккита кесма ўтади. Деформация натижасида бу кесмалар (3.34) формулалар билан аниқланадиган нисбий деформацияларга учрайди, шунингдек, тўғри бурчак силжиш бурчаги γ_{zy} га ўзгаради.

Агар z ва y ўқларни хаёлан улар кесишган нуқта атрофида айлантирсак, z', y' ўқларнинг ҳар бир ҳолатига ўзининг $\varepsilon_{z'}$, $\varepsilon_{y'}$ нисбий чўзилишлари ва $\gamma_{z'y'}$ бурчак силжиши тўғри келади. z' ва y' ўқларнинг турли ҳолатлари учун нисбий чўзилишлар ва бурчак силжишларининг йиғиндиси нуқтанинг деформацияланган ҳолатини характерлайди.

Олдин айтиб ўтилганидек, ҳар қандай текис кучланиш ҳолати ўзаро перпендикуляр иккита йўналишда σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар билан оддий чўзилиш (сиқилиш) га келтирилади (95- расм, *а* даги пунктирга қаранг). Бош юзачаларда уринма кучланишлар нолга тенг бўлганидан σ_1 ва σ_2 йўналишдаги тўғри бурчакли элемент фақат чўзилади, силжиш бурчаги эса нолга тенг бўлади (95- расм, *в*).

Бунда мазкур нуқта орқали ўтадиган ўзаро перпендикуляр иккита йўналиш танланади, кесмалар фақат ε_1 ва ε_2 га чўзилади, улар орасидаги тўғри бурчак эса ўзгармайди. Бу ε_1 ва ε_2 нисбий чўзилишлар *мазкур нуқтанинг бош деформациялари* деб аталади. Эластик ва изотроп жисмнинг нуқталаридаги бош кучланишлар ва бош деформациялар ҳамма вақт устма-уст тушади.

«Бош деформациялар» тушунчаси (бош кучланишларга ўхшаш) ε_1 ва ε_2 чўзилишлар ушбу нуқтадан чиқувчи бошқа йўналишлардаги чўзилишларга нисбатан экстремал қийматларга эга эканлигини билдиради.

ε_1 йўналишига нисбатан ихтиёрий α бурчак остида ўтадиган кесманинг ε_α нисбий чўзилишини топамиз (96- расм). ε_1 ва ε_2 бош деформациялар берилган деб ҳисоблаймиз. Узунлиги ds бўлган қия кесмани жисмдан ажратиб олинган ва бош деформациялар йўналишида томонлари ds_1 ва ds_2 узунликларга эга бўлган тўғри бурчакли элементнинг диагонали деб қараймиз. Чизмадан қия кесимнинг абсолют чўзилишини топамиз, бунда α бурчак кичик бўлганлигидан $\gamma' \approx \alpha$ деб қабул қиламиз:

$$\Delta ds = \Delta ds_1 \cos\alpha + \Delta ds_2 \sin\alpha.$$

Қидирилаётган нисбий чўзилиш қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta ds_1}{ds}\cos\alpha + \frac{\Delta ds_2}{ds}\sin\alpha = \frac{\Delta ds_1}{ds_1}\cos^2\alpha + \frac{\Delta ds_2}{ds_2}\sin^2\alpha.$$

$\frac{\Delta ds_1}{ds_1} = \varepsilon_1$, $\frac{\Delta ds_2}{ds_2} = \varepsilon_2$ эканлигини ҳисобга олиб, узил-кесил қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1 \cos^2\alpha + \varepsilon_2 \sin^2\alpha. \tag{3.35}$$

(3.5) тригонометрик ифодадан фойдаланиб, (3.35) қуйидагича ёзилади:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha. \qquad (3.36)$$

Фараз қилайлик, $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. (3.36) формуладан кўриниб турибдики, $\cos 2\alpha = 1$, яъни $\alpha = 0$ бўлганида ε_α энг катта қийматга эришади. Бунда

$$\varepsilon_{\alpha\,\max} = \varepsilon_1.$$

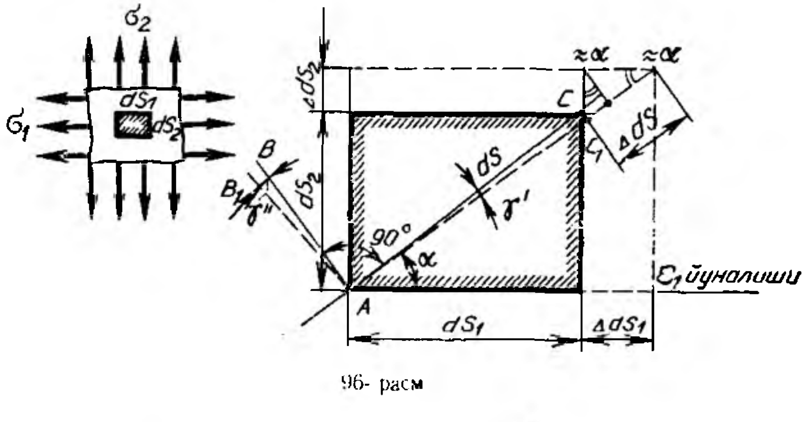
Аксинча, $2\alpha = 180°$ да $\cos 2\alpha = -1$ бўлади ва ε_α минимал қийматга эришади:

$$\varepsilon_{\alpha\,\min} = \varepsilon_2.$$

Агар нуқта бош деформацияларининг қиймати ва йўналишлари маълум бўлса, исталган йўналишдаги нисбий чўзилиш (3.35) ёки (3.36) формулалардан топилади.

2. Нуқтанинг кучланган ва деформацияланган ҳолатлари ифодаларининг ўхшашлиги

Бош деформациялар йўналишига нисбатан α бурчак остида жойлашган ўзаро перпендикуляр бўлган AC ва AB кесмалар орасидаги силжиш бурчагини топамиз (96- расм).



96- расм

AC кесма деформацияланиш натижасида γ' бурчакка бурилади, бу бурчак кичик бўлганлигидан уни CC_1 ёйнинг $AC = ds$ радиусига нисбатан топиш мумкин:

$$\gamma' = \frac{CC_1}{ds} = \frac{\Delta ds_1 \sin\alpha}{ds} - \frac{\Delta ds_2 \cos\alpha}{ds}$$

ёки

$$\gamma' = \frac{\Delta ds_1}{ds_1} \sin\alpha \cos\alpha - \frac{\Delta ds_2}{ds_2} \cos\alpha \sin\alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \sin 2\alpha.$$