

A. Azamov, B. Haydarov, E. Sariqov,
A. Qo'chqorov, U. Sag'diyev

GEOMETRIYA

7

Umumiy o'rta ta'lim maktablarining
7-sinfi uchun darslik

Tuzatilgan va to'ldirilgan ikkinchi nashr

O'zbekiston Respublikasi
Xalq ta'limi vazirligi tasdiqlagan

Majburiy
bepul nusxa

TOSHKENT
"YANGIYO'L POLIGRAF SERVIS"
2013

UO'K: 514(075)

KBK 22.151

G35

Geometriya

G35 Geometriya 7 : umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik / A.A. Azamov [va boshq.]. - Tuzatilgan va to'ldirilgan ikkinchi nashr. - Toshkent: «Yangiyo'l poligraf servis», 2013. - 160 b.

ISBN 978-9943-366-94-7

UO'K: 514(075)

KBK 22.151ya721

Taqrizchilar:

- A. Ya. Normanov**, fizika-matematika fanlari doktori, professor, O'zbekiston Milliy Universiteti geometriya va amaliy matematika kafedrasini mudiri;
- S. X. Saidaliyeva**, pedagogika fanlari nomzodi, matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrasini dotsenti;
- B. Q. Eshmamatov**, fizika-matematika fanlari nomzodi, Toshkent shahar №6 ixtisoslashgan maktab direktori;
- I. V. Chernyakova**, Toshkent shahar №2 maktab matematika o'qituvchisi.

7-sinfda geometriyaning planimetriya qismini – yassi geometrik shakllarning xossalari muntazam ravishda o'rganishga kirishiladi. Bunda siz sodda geometrik shakllar va ularning asosiy xossalari, geometrik o'lchashlar, uchburchaklar, ularning turlari va xossalari, uchburchaklarning tenglik alomatlari, parallel to'g'ri chiziqlar va ularning xossalari, uchburchakning tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatlar hamda yasashga doir masalalar bilan tanishasiz.

"Geometriya-7" darsligi mazmunan aksiomatik tizim asosiga qurilgan bo'lsa-da, nazariy materiallarni erkin tarzda, sodda va ravon tilda ifoda etishga harakat qilingan. Barcha mavzu va tushunchalar turli hayotiy misollar orqali ochib beriladi. Har bir mavzudan so'ng keltirilgan savollar, isbotlashga, hisoblashga va yasashga doir ko'plab masala va misollar sizni ijodiy fikrlashga undaydi, o'zlashtirilgan bilimlarni chuqurlashtirishga va mustahkamlab borishga yordam beradi.

Darslik o'ziga xos dizayn va dars materialining ko'rgazmali qilib taqdim etishi bilan ajralib turadi. Unda keltirilgan rasm va chizmalar dars materiallarini yaxshiroq uqib olishingizga xizmat qiladi.

"Geometriya-7" darsligi umumta'lim maktablarining 7-sinf o'quvchilariga mo'ljallangan, undan geometriyani mustaqil o'rganmoqchi va takrorlamoqchi bo'lgan kitobxonlar ham foydalanishlari mumkin.

HO 41579
49
Respublika maqsadli kitob jamg'armasi mablag'lari hisobidan ijara uchun chop etildi.

ISBN 978-9943-366-94-7

Alisher Navoiy

nomidagi

O'zbekiston MK

2013/10
8147

© "Yangiyo'l poligraf servis", 2009, 2013.

MUNDARIJA

I bob. Planimetriya. Boshlang'ich geometrik ma'lumotlar

1. Geometriya fani va predmeti. Geometriya fanining vazifalari	6
2. Eng sodda geometrik shakllar: nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik	11
3. Kesma va nur	14
4. Kesmalarni taqqoslash	16
5. Kesmaning uzunligi va uning xossalari. Kesmalarni o'lchash	20
6. Aylana va doira	24
7. Amaliy mashg'ulot	26
8. Burchak. Burchaklarni taqqoslash. Bissektrisa	28
9. Burchaklarni o'lchash. Transportir	31
10. 1-nazorat ishi	36
11. Burchakning turlari: to'g'ri, o'tkir va o'tmas burchaklar	37
12. Qo'shni va vertikal burchaklar hamda ularning xossalari	39
13. Geometriyani o'rganishda fikrlar ketma-ketligi va bog'liqligi	42
14. Perpendikular to'g'ri chiziqlar	44
15. Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli	48
16. Amaliy mashg'ulot	51
17. Bilimingizni sinab ko'ring	52
18. 2-nazorat ishi	57

II bob. Uchburchaklar

19. Siniq chiziq. Ko'pburchak	59
20. Uchburchak. Uchburchakning turlari	62
21. Uchburchakning asosiy elementlari: mediana, balandlik va bissektrisa	64
22. Uchburchaklar tengligining birinchi (TBT) alomati	67
23. Teng yonli uchburchakning xossalari	70
24. Uchburchaklar tengligining ikkinchi (BTB) alomati	73
25. Uchburchaklar tengligining uchinchi (TTT) alomati	75
26. Kesma o'rta perpendikularining xossasi	77
27. Amaliy mashg'ulot	78
28. Bilimingizni sinab ko'ring	80
29. 3-nazorat ishi	85

III bob. Parallel to'g'ri chiziqlar

30. To'g'ri chiziqlarning paralleligi	87
31. Ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan burchaklar	89
32. Ikki to'g'ri chiziqning parallelizm alomatlari	91
33. Ikki to'g'ri chiziqning parallelizm alomatlari (davomi)	93
34. Teskari teorema	95
35. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan burchaklar	97
36. Bilimingizni sinab ko'ring	100
37. 4-nazorat ishi	104

IV bob. Uchburchak tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatlar

38. Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi haqidagi teorema	106
39. Uchburchak tashqi burchagining xossasi	109
40. Masalalar yechish	111
41. To'g'ri burchakli uchburchakning xossalari	112
42. To'g'ri burchakli uchburchaklarning tenglik alomatlari	115
43. Burchak bissektrisasining xossasi	118
44. Uchburchakning tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatlar	120
45. Uchburchak tengsizligi	122
46. Bilimingizni sinab ko'ring	123
47. 5-nazorat ishi	128

V bob. Yasashga doir masalalar

48. Sirkul va chizg'ich yordamida yasashga doir masalalar	130
49. Berilgan burchakka teng burchak yasash	133
50. Burchak bissektrisasini yasash	134
51. Berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziq yasash. Kesmani teng ikkiga bo'lish	136
52. Uchburchakni berilgan uch tomoniga ko'ra yasash	139
53. Bilimingizni sinab ko'ring	141
54. 6-nazorat ishi	141

VI bob. Takrorlash

55. Geometrik masalalarni yechish bosqichlari	143
56. Hisoblashga doir masalalar	145
57. Isbotlashga doir masalalar	147
58 – 59. Takrorlashga doir masalalar	149
60 – 61. Bilimingizni sinab ko'ring	150
62 – 63. Yakuniy nazorat ishi	155
Javoblar va ko'rsatmalar	156

I BOB



*Ahmad Farg'oniy
qayta qurgan Nil
daryosi suvining
sathini o'lchash
qurilmasi (IX a.)*

PLANIMETRIYA. BOSHLANG'ICH GEOMETRIK MA'LUMOTLAR

Bu bobni o'rganib chiqqach, quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

Bilimlar:

- Geometriya tarixiga oid asosiy ma'lumotlar;
- nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, kesma, nur, burchak kabi dastlabki geometrik tushunchalar;
- dastlabki geometrik tushunchalarning asosiy xossalari;
- geometriya va planimetriya ta'riflari;
- aylana, doira va ularning elementlari ta'riflari;
- to'g'ri, o'tkir va o'tmas burchaklar;
- qo'shni va vertikal burchaklar hamda ularning xossalari;
- ta'rif, aksioma, teorema va isbot tushunchalarining mohiyati;
- teskarisini faraz qilib isbotlash usuli.

Amaliy ko'nikmalar:

- Asosiy geometrik shakllarni tekislikda tasvirlash, belgilash, taniy olish va belgilariga ko'ra o'qish;
- kesmalarni ko'chirib qo'yish, o'zaro taqqoslash va ularning uzunliklarini o'lchay olish;
- burchaklarni ko'chirib qo'yish, taqqoslash va ularning gradus o'lchovlarini topa olish;
- geometrik shakllarni yasash va o'lchash ishlarida chizg'ich, sirkul, transportir kabi o'quv qurollaridan foydalana olish.



Geometriyaga oid dastlabki tushunchalar, bundan 4-5 ming yil muqaddam qadimgi Misrdagi paydo bo'lgan. O'sha kezlarda Nil daryosining suvi har yili toshib, ekin maydonlarini yuvib turgan. Shuning uchun, ekinzorlarni qayta taqsimlash va soliq miqdorini aniqlash uchun bu maydonlarda belgilash va o'lchash ishlarini bajarishga to'g'ri kelgan (1-rasm). Qadimgi yunon olimlari yer o'lchash usullarini misrliklardan o'rganib, uni geometriya deb ataganlar. "Geometriya" yunoncha so'z bo'lib, "geo" — yer, "metrio" — o'lchash degan ma'noni anglatuvchi qismlardan tuzilgan.



Geometriyaga oid dastlabki tushunchalar Qadimgi Bobilda ham paydo bo'lgan. Xususan, tarixchilar Pifagor teoremasi Bobilda topilgan deb hisoblashadi. Mil.avv. VII–VI asrlarda Qadimgi Xorazmda ham Misrdagi kabi Amudaryoning quyi qismida yer o'lchash ishlari bajarilgan.



Qadimgi Misrdagi geometriya bahaybat piramidalar, qasrlar va turar joylarni qurishda ham zarur bo'lgan. Yunonlar geometriyadan qurilishdan tashqari, dengizda suzishda ham foydalanganlar (2-rasm). Mana shunday amaliy ehtiyojlar insonni turli shakllarni va ularning xossalarni o'rganishga undagan.

Qadimgi Yunonistonning 7 donishmandlaridan biri bo'lgan Miletlik Fales geometriyaning dastlabki teoremlarini isbotlagan.

Eramizdan avvalgi IV asrga kelib, geometriyaga oid o'rganilgan ko'plab tushunchalar va ularning xossalari yig'ilib qolgan. Yunon olimi Platon geometriyada ajoyib bir qonuniyatni payqagan: avval o'rganilgan, to'g'riligi tasdiqlangan xossalardan mantiqiy fikrlash, mushohada yuritish orqali yangi xossalarni keltirib chiqarsa bo'lar ekan. Bunday

mashg'ulot o'quvchilarning fikrlash qobiliyatini o'stirgani uchun geometriya maktablarda asosiy fanga aylangan. Hatto, Platon akademiyasining peshtoqiga "Geometriyani bilmaydiganlar uchun bu maktabga yo'l yo'q!" degan shior osib qo'yilgan ekan (3-rasm).

Qadimgi yunon olimi Yevklid o'sha paytgacha ma'lum bo'lgan barcha geometrik tushuncha va xossalarni tartibga keltirib, "*Negizlar*" deb nomlangan kitobida bayon etdi. Bu kitob ikki ming yil mobaynida maktablar uchun eng muhim darslik vazifasini o'tadi va fan taraqqiyotida ulkan ahamiyatga ega bo'ldi. Geometriyani o'qitish hozir ham ana shu kitobdagi g'oyalarga tayanadi.

O'tmishda yashab o'tgan deyarli barcha olimlar geometriya bilan shug'ullanganlar. Buyuk vatan-doshlarimiz Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy, Ahmad Farg'oniy, Abu Rayhon Beruniy, Abu Ali ibn Sino, Umar Hayyom ham Yevklid "*Negizlar*"ni puxta o'rganib, bu fan rivojiga o'z hissasini qo'shganlar. Sharq mamlakatlarida geometriya *handasa* deb atalgan va unga katta ahamiyat berilgan. Bu fikrni, muhandis (injener) so'zining o'zagi "*handasa*" ekanligi ham tasdiqlab turibdi.

Bizni o'rab turgan har bir predmet qandaydir shaklga ega. Masalan, g'ishtni olaylik. U 5-sinfdan sizga tanish to'g'ri burchakli parallelepiped shaklidir (4-rasm). Bundan tashqari uning 8 ta uchi bor — bular nuqtalar, 12 ta qirrasini bor — bular kesmalar, 6 ta yog'i bor — bular to'g'ri to'rtburchaklar.

Nuqta, to'g'ri chiziq, kesma, burchak, uch-burchak, kvadrat, aylana, kub, shar kabi qator geometrik shakllar bilan siz quyi sinflarda tanishgan-siz (5-7-rasmlar).

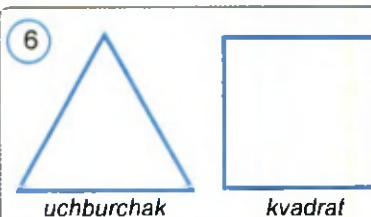
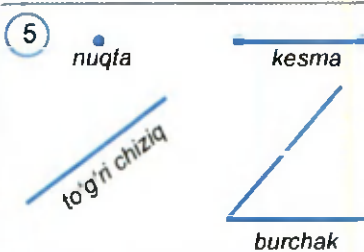


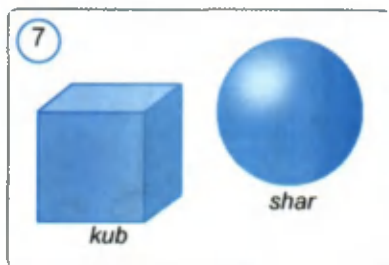
Geometriya — geometrik shakllar va ularning xossalari haqidagi fan.



Yevklid
(eramizdan avvalgi III asr)

Qadimgi yunon olimi, geometriya fani shakllanishida katta o'rin tutgan — "*Negizlar*" asari bilan mashhur.





7-rasmda tasvirlangan shakllar tabiatdagi turli jismlarning geometrik timsolidan iborat. Jismlarni geometrik nuqtai nazardan o'rgananimizda ularning faqat shaklini inobatga olamiz.

Biz nuqta, kesma, burchak, uchburchak kabi yassi shakllarni daftar varag'iga chiza olamiz. Kub, piramida, shar kabi fazoviy geometrik shakllarni esa aynan chiza olmaymiz. Ammo ularning ko'rinishini daftarda tasvirlashimiz mumkin.



Planimetriya geometriyaning bo'limi bo'lib, u tekislikdagi geometrik shakllarning xossalarini o'rganadi. Fazoviy shakllarning xossalarini esa geometriyaning *stereometriya* deb ataladigan bo'limi o'rganadi. Biz geometriyani o'rganishni planimetriyadan boshlaymiz.



Planimetriya — geometriyaning bo'limi bo'lib, u tekislikdagi geometrik shakllarning xossalarini o'rganadi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Geometriyaga oid dastlabki ma'lumotlar qayerda va qanday paydo bo'lgan?
2. Geometriya so'zining ma'nosi nima va nima uchun u shu nom bilan atalgan?
3. Geometriyaga asos solgan va uning rivojiga hissa qo'shgan qaysi olimlarni bilasiz?
4. 8-9-rasmlardagi Samarqand tarixiy yodgorliklari va hozirgi davrga oid inshootlar rasmlarida qanday geometrik shakllarni ko'rayapsiz?
5. Geometriya fani nimani o'rganadi?
6. Planimetriya geometriyaning qanday bo'limi? Stereometriya-chi?
7. Tevarak atrofingizdan geometrik shakllarni eslatuvchi predmetlarga misollar keltiring va ularni daftaringizga chizing.



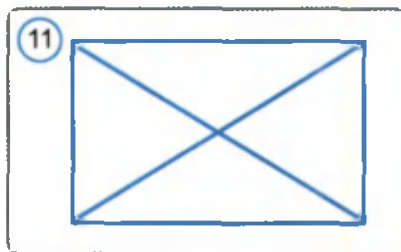
8. 5-7-rasmlarda tasvirlangan shakllarning qaysi xususiyatlariga qarab guruhlarga ajratish mumkin? Bu xususiyatlar qanday?
9. Planimetriya 5-7-rasmlarda tasvirlangan shakllardan qaysilarining xossalarini o'rganadi?
10. 10-rasmda futbol maydoni tasvirlangan. Bu tasvirda qanday geometrik shakllarni ko'rayapsiz?
11. 11-rasmda berilgan shaklda nechta uchburchak bor?
12. 12-rasmda davlatimiz gerbidagi timsol tasvirlangan. U qanday geometrik shakllardan tuzilgan?



Tarixiy lavhalar

Nilni jilovlagan farg'onalik alloma

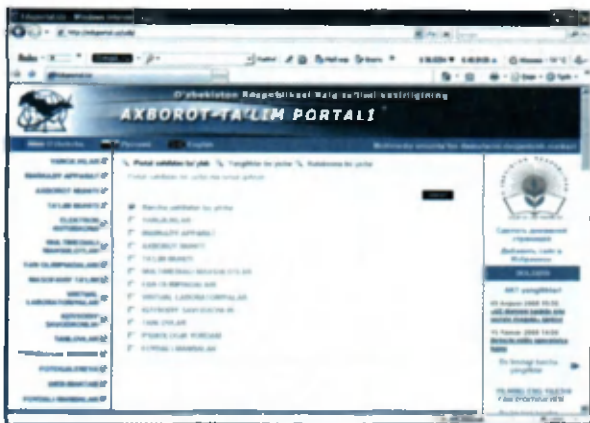
Tarixiy ma'lumotlarga ko'ra, yurtimizda yetishib chiqqan Ahmad al-Farg'oniy 861-yili Qohira shahri yaqinida Nil daryosidagi suv sathini o'lchaydigan "Nilometr" (ya'ni "Nil o'lchagich") deb nomlangan inshootni harpo etgan (13-rasm). Ilmiy-texnik va me'moriy jihatdan g'oyat mukammal hisoblangan hamda o'zida noyob geometrik yechimlarni mujassam etgan bu qurilmada olib borilgan o'lchash ishlari uzoq vaqtlar davomida dehqonchilik uchun juda zarur bo'lgan va u hozirgacha saqlanib qolgan. Ahmad al-Farg'oniy o'zining "Usturlob yasash haqida risola" asarida astronomiya uchun muhim xossa — Ptolomey teoremasining nafis isbotini bergan. O'rta asr Yevropa ilmiy adabiyotida uni Al'fraganus deb ataganlar. Ahmad al-Farg'oniy sharafiga Oyda topilgan krater nomlangan va Qohira shahrida haykal o'rnatilgan.



Ahmad al-Farg'oniy
Taxminan 797-875-yillarda
yashab ijod etgan. Buyuk
astronom, matematik va
geograf.

Matematik masalalar xazinasi

Ma'lumki, keyingi paytlarda axborot kommunikatsiya texnologiyalari juda tez rivojlanmoqda va jadal sur'atlar bilan ta'lim tizimiga ham kirib bormoqda. Shu kunga kelib, Internetning World-Wide-Web – Jahon axborot tarmog'ida shunchalik ko'p axborot manbalari joylashtirilganki, bu xazinadan foydalanish har bir yosh avlod uchun juda zarur va foydali. Mazkur web-sahifalardan siz o'zbek, rus, ingliz va boshqa tillarda matematika olamidagi eng oxirgi yangiliklar, elektron kutubxonalar omborida saqlanayotgan ko'p-



lab elektron darsliklarni topishingiz mumkin. Shuningdek, ular orqali turli-tuman nazariy materiallar, metodik tavsiyalar, son-sanoqsiz masalalar, misollar va ularning yechimlari, turli davlatlarda o'tkazilayotgan matematik ko'rik-tanlov va olimpiadalar to'g'risidagi ma'lumotlar va ularda taqdim etilgan masalalar, qiziqarli matematik masalalar va ularning yechimlari bilan tanishishingiz mumkin.

Xususan, www.uzedu.uz, www.eduportal.uz – Xalq ta'limi vazirligining axborot ta'lim portallaridan geometriyaga oid o'zingizni qiziqtirgan turli ma'lumotlarni olib ko'rishni tavsiya etamiz.



Quyida yana bir qator axborot resurs manbalarining manzillari berilmoqda:

www.edu.uz – axborot ta'lim portali (o'zbek, rus, ingliz tilida);

www.pedagog.uz – malaka oshirish muassasalari sayti (o'zbek va rus tilida);

www.ixl.com/math/geometry – AQSH matematika ta'limi portali (ingliz tilida);

www.school.edu.ru – Umumta'lim portali (rus tilida);

www.allbest.ru – Internet resurslari elektron kutubxonasi (rus tilida);

www.schulen-ans-netz.de – Germaniya "Internet-Maktab" sayti (nemis tilida);

www.studienkreis.de – Germaniya o'quv to'garaklari sayti (nemis tilida);

www.educasource.education.fr – Fransiya ta'lim sayti (fransuz tilida);

www.educmath.inrp.fr – Fransiya matematika ta'limi raqamli resurslari (fransuz tilida);

<http://mat-game.narod.ru/> – Matematik gimnastika. Matematik masalalar va boshqotirmalar (rus tilida);

<http://mathproblem.narod.ru/> – Matematik to'garaklar, maktablar va olimpiadalar (rus tilida);

<http://mathtest.narod.ru/> – Matematik testlar (rus tilida);

<http://www.sch57.msk.ru/collect/smog1.htm> – Matematika tarixiga oid materiallar (rus tilida);

<http://www.exponenta.ru> – Matematik ta'lim sayti (rus tilida);

<http://zadachi.mccme.ru> – Geometrik masalalar sayti (rus tilida);

<http://www.math-on-line.com> – Qiziqarli matematika masalalari (rus tilida).

Nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik — geometriyaning asosiy tushunchalari. Ularni ta'rifsiz qabul qilamiz.

Qalam uchini qog'ozga, bo'rni doskaga tekizganda qolgan iz yoki osmondagi yulduzlarni (1-rasm) olib qaraydigan bo'lsak, ular ko'zimizga shu qadar kichik ko'rinadiki, ularning o'lchamlarini hisobga olmasa ham bo'ladi. *Nuqta* — ana shunday, o'lchamlarini hisobga olmasa ham bo'ladigan narsalarning geometrik timsoli. Yevklid "Negizlar" deb nomlangan asarida nuqtani hech bir qismga ega bo'lmagan shakl sifatida ta'riflagan.

Cho'lda tekis yotqizilgan temir yo'l relslari (2-rasm), simyog'ochga tarang tortilgan elektr simlari, osmonga qarab yo'naltirilgan lazer nuri, tarang tortilgan dor simi kabi jismlarning geometrik timsoli — *to'g'ri chiziq* bo'ladi. Yorug'lik nuri to'g'ri chiziq bo'ylab tarqaladi. Aslida to'g'ri chiziq cheksiz shakldir. Biz uni qog'oz, sinf doskasida tasvirlaganda uning kichik bo'laginigina chizamiz. Lekin, to'g'ri chiziqni doim har ikki tomonga cheksiz davom etgan deb tasavvur qilish kerak (4-rasm).

Pol, stolning ustki qismi, devor, shift, daftar varag'i, sokin ko'ldagi suv sathi (3-rasm), kabilarning geometrik timsoli *tekislik* bo'ladi.

Nuqtalar katta lotin harflari A, B, C, D, \dots , to'g'ri chiziqlar kichik lotin harflari a, b, c, d, \dots bilan belgilanadi va " A nuqta", " a to'g'ri chiziq" tarzda o'qiladi (4-rasm).

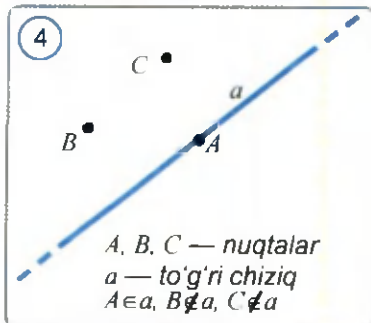
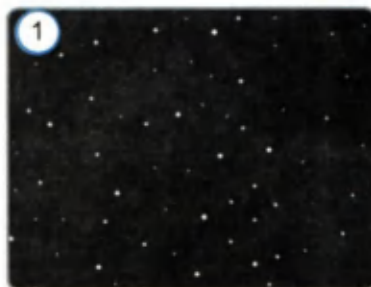
A

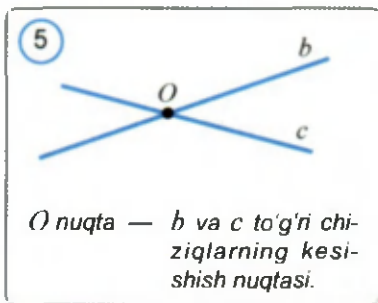
Tekislikda qanday to'g'ri chiziq olinmasin, unda bu to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan nuqtalar ham, tegishli bo'lmagan nuqtalar ham mavjud.

Masalan, 4-rasmda A nuqta a to'g'ri chiziqqa tegishli, B va C nuqtalar a to'g'ri chiziqqa tegishli emas. Buni qisqacha

$$A \in a \text{ va } B \notin a, C \notin a$$

tarzda belgilaymiz va " A tegishli a " va " B tegishli emas a " deb o'qiyamiz.

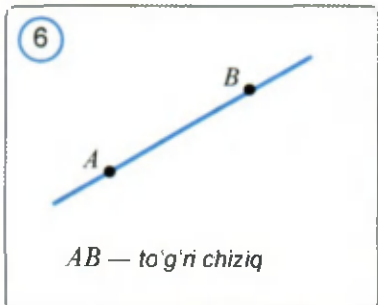




Agar *O* nuqta *h* to'g'ri chiziqqa ham, undan farqli bo'lgan *c* to'g'ri chiziqqa ham tegishli bo'lsa, *b* va *c* to'g'ri chiziqlar *O* nuqtada kesishadi (5-rasm) va *O* nuqta *b* bilan *c* to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi deyiladi.

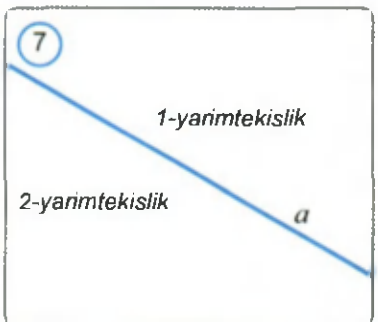
6-rasmda tasvirlangan to'g'ri chiziq *A* va *B* nuqtalardan o'tayapti.

A Har qanday ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tadi.



Bu xossaga ko'ra, to'g'ri chiziqning ikkita nuqtasi ko'rsatilsa, bu to'g'ri chiziq aniqlangan bo'ladi. Shuning uchun to'g'ri chiziqni unda yotgan ikki nuqta yordamida ham belgilash mumkin. 6-rasmda *AB* to'g'ri chiziq tasvirlangan.

A Har bir to'g'ri chiziq tekislikni ikki bo'lakka: ikkita yarimtekislikka ajratadi.



Qaralayotgan to'g'ri chiziq yarimtekisliklarning har ikkalasiga ham tegishli deb qaraladi. U o'zi ajratgan yarimtekisliklarning umumiy chegarasi bo'ladi. 7-rasmda *a* to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratishi tasvirlangan.

Eslatma: Kelgusida ikki to'g'ri chiziq (ikki nuqta, ikki yarimtekislik, ...) deyilganda har xil ikkita to'g'ri chiziq (ikkita nuqta, ikkita yarimtekislik, ...) tushuniladi.



1-masala. Ikkita *a* va *b* to'g'ri chiziq *A* nuqtada kesishadi. *a* to'g'ri chiziq *B* nuqtadan o'tadi. *b* to'g'ri chiziq ham *B* nuqtadan o'tadimi?

Yechilishi. *b* to'g'ri chiziq *B* nuqtadan o'ta olmaydi. Aks holda *a* va *b* to'g'ri chiziqlarning ikkalasi ham *A* va *B* nuqtalardan o'tgan bo'lar edi. Bu esa, ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin degan xossaga zid. Shu bois, *b* to'g'ri chiziq *B* nuqtadan o'tishi mumkin emas.

Bu masalani yechib, to'g'ri chiziqlarning quyidagi yana bir muhim xossasini bilib oldik.

Xossa. Agar ikki to'g'ri chiziq kesishsa, ular faqat bitta nuqtada kesishadi.



2 -masala. C nuqta AB to'g'ri chiziqqa tegishli. AB va AC to'g'ri chiziqlar turlicha bo'lishi mumkinmi?

Yechilishi. AB va AC to'g'ri chiziqlarning har ikkalasi ham A va C nuqtalardan o'tadi. Ma'lumki, ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'fishi mumkin. Shu sababli bu to'g'ri chiziqlar ustma-ust tushadi, ya'ni turlicha bo'la olmaydi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Nimalar asosiy geometrik shakllar sifatida qabul qilingan?
2. Daftaringizda ikkita nuqta belgilang. Ular orqali qo'lda, ya'ni chizg'ichdan foydalanmasdan to'g'ri chiziq o'tkazing. Yasashning to'g'riligini chizg'ich yordamida tekshiring. Mashqni takrorlang.

3. a, A, AB ko'rinishda qaysi geometrik shakllar belgilanadi?
4. Quyidagi ifodalarni o'qing va izohlang: a) $A \in b$; b) $C \notin b$; c) $C \in AB$. Bu ifodalarga mos chizmalar chizing.

5. 8-rasmdan imkoni boricha ko'proq nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik va yarimtekisliklar orasidagi munosabatlarni ayting va ularni kiritilgan belgilar yordamida yozing.
6. A va B nuqtalar c to'g'ri chiziqqa tegishli, C nuqta esa c to'g'ri chiziqqa tegishli emas. AB va AC to'g'ri chiziqlar haqida nima deyish mumkin?

7. AB va AK to'g'ri chiziqlar nechta umumiy nuqtaga ega bo'lishi mumkin?

8. Tekislikda b to'g'ri chiziq chizing va unda A nuqtani belgilang. b to'g'ri chiziqdan farqli AB to'g'ri chiziqni o'tkazing. B nuqta b to'g'ri chiziqda yotadimi?

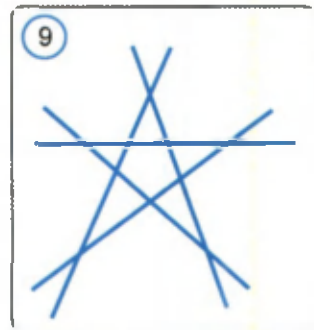
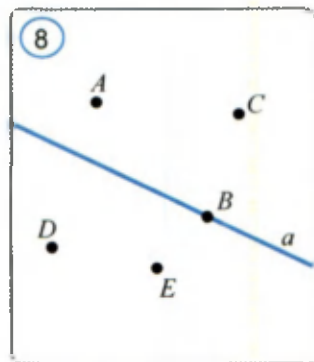
9. a) bitta; b) ikkita; c) uchta nuqtadan o'tuvchi nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin? Javobingizni asoslang.

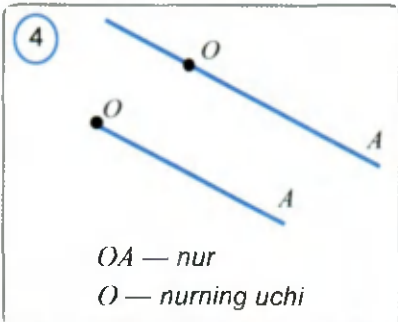
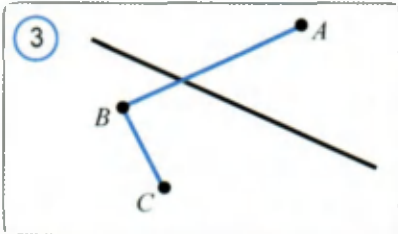
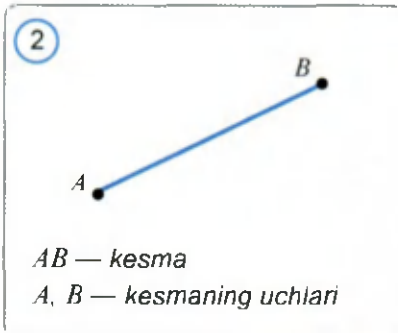
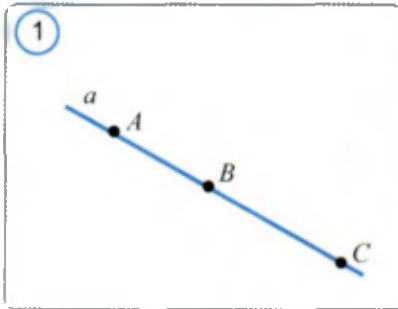
10. 9-rasmda nechta to'g'ri chiziq tasvirlangan? Ularning har ikkitasining kesishish nuqtalari nechta?

11. Ixtiyoriy uchtasi bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan a) uchta; b) to'rtta nuqta orqali shu nuqtalarni juft-juft bilan tutashtiruvchi nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?

12. To'rtta to'g'ri chiziqning har ikkitasi kesishgan nuqtalar belgilandi. Nuqtalar soni ko'pi bilan nechta bo'ladi? To'g'ri chiziqlar beshta bo'lsa-chi?

13. Tekislikda beshta nuqtani shunday joylashtiringki, ularning har ikkitasi orqali to'g'ri chiziq o'tkazganda, to'g'ri chiziqlar beshta bo'lsin.





A Bir to'g'ri chiziqda olingan istalgan uchta nuqtaning faqat bittasi qolgan ikkitasining orasida yotadi.

Agar a to'g'ri chiziqda uchta A, B, C nuqtalar olinsa (1-rasm), ularning faqat bittasi — B nuqta qolgan ikkitasi, ya'ni A va C nuqtalarning orasida yotadi. A va B nuqtalar C nuqtadan bir tomonda, B va C nuqtalar esa A nuqtadan bir tomonda yotadi.

✓ **Kesma** deb to'g'ri chiziqning ikki nuqtasi va ular orasida yotgan nuqtalaridan iborat qismiga aytiladi.

2-rasmda kesma tasvirlangan. A va B nuqtalar **kesmaning uchlari** yoki **chetki nuqtalari** deyiladi. Ular orasidagi nuqtalar esa kesmaning **ichki nuqtalari** deb yuritiladi. Kesma o'zining chetki nuqtalari yordamida " AB kesma" tarzda belgilanadi. Xuddi shu kesmani " BA kesma" tarzida yozish ham mumkin.

Agar ikkita nuqta bitta yarimtekislikka tegishli bo'lsa, uchlari shu nuqtalarda bo'lgan kesma yarimtekislik chegarasini kesmaydi, aks holda kesadi (3-rasm).

✓ **Nur** deb to'g'ri chiziqning biror nuqtasi va undan bir tomonda yotgan barcha nuqtalaridan iborat qismiga aytiladi.

a to'g'ri chiziqda yotgan O nuqta shu to'g'ri chiziqni **bir-birini to'ldiruvchi ikkita nurga** ajratadi. O nuqta bu nurlarning **uchi** yoki **boshlang'ich nuqtasi** deb ataladi. Nur uchi O va biror bir A nuqtasi orqali " OA nur" tarzda belgilanadi (4-rasm). Bunday yozuvda nurning uchi birinchi o'rinda yoziladi.

Ayrim hollarda OA nur " O nuqtadan chiquvchi nur" deb ham aytiladi.

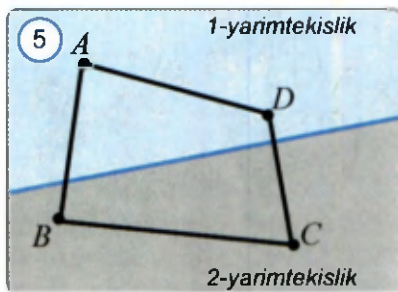
Nurni yorug'lik nurining geometrik timsoli sifatida qarash mumkin. "Nur" atamasi shundan kelib chiqqan.



Masala. Biror to'g'ri chiziq va unda yotmagan A, B, C, D nuqtalar berilgan. AB va CD kesmalar berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishadi, BC kesma esa kesishmaydi. AD kesma to'g'ri chiziqni kesib o'tadimi (5-rasm)?

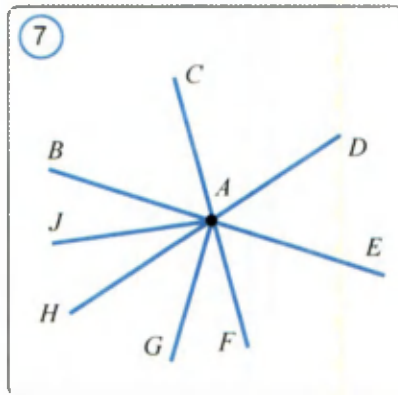
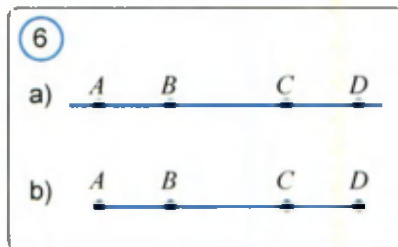
Yechilishi. Ma'lumki, to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratadi. A nuqta shu yarimtekisliklarning birinchisiga tegishli bo'lsin. AB kesma to'g'ri chiziq bilan kesishadi. Demak, B nuqta ikkinchi yarimtekislikda yotadi. BC kesma to'g'ri chiziq bilan kesishmaydi. Demak, C nuqta ham ikkinchi yarimtekislikda yotadi. CD kesma esa to'g'ri chiziqni kesib o'tadi. Shuning uchun D nuqta birinchi yarim tekislikda, ya'ni A nuqta bilan bitta yarimtekislikda yotadi.

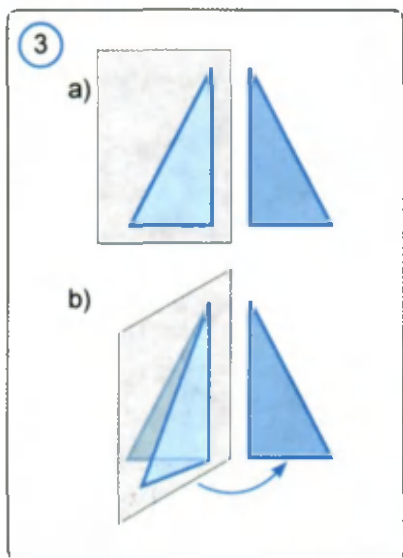
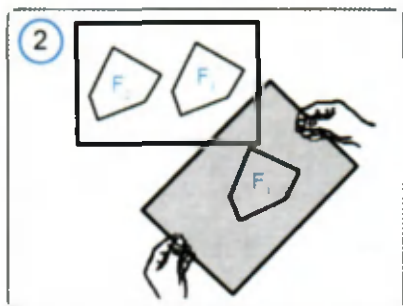
Javob: AD kesma to'g'ri chiziq bilan kesishmaydi.



Savol, masala va topshiriqlar

- 6.a-rasmda B nuqta qaysi nuqtalar orasida yotibdi? Qaysi nuqtalar C nuqtadan bir tomonda yotibdi?
- Kesma va nurga ta'rif bering. Ular qanday belgilanadi?
- To'g'ri chiziqda C va D nuqtalar berilgan. CD va DC kesmalar ustma-ust tushadimi? CD va DC nurlarchi?
- Kesma, nur va to'g'ri chiziq bir-biridan nimasi bilan farq qiladi?
- a) Bitta; b) ikkita; c) uchta; d) 10 ta; e) n ta nuqta to'g'ri chiziqni nechta bo'lakka bo'ladi?
- 6.b-rasmda nechta kesma bor?
- 7-rasmda nechta nur bor? Ularning qaysilari bir-birini to'ldiruvchi nurlar?
- Bir to'g'ri chiziqda yotgan 2 ta nuqta shu to'g'ri chiziqda yotgan nechta nurni aniqlaydi? 3 ta nuqta-chi?
- Tekislikda yotgan ikki to'g'ri chiziq shu tekislikni ko'pi bilan necha qismga ajratadi?
- To'g'ri chiziq va unda yotmaydigan A, B, C nuqtalar berilgan. AB kesma berilgan to'g'ri chiziqni kesib o'tadi, AC kesma esa kesib o'tmaydi. BC kesma bu to'g'ri chiziqni kesib o'tadimi?





Faollashtiruvchi mashq

1. Tevarak atrofingizdan shakli ham, o'lchamlari ham bir xil bo'lgan narsalarga misollar keltiring.
2. Ikkita daftar varag'ining o'lchamlari bir xil ekanligini qanday amaliy usul bilan aniqlash mumkin?
3. 1-rasmda chap va o'ng qo'l tasviri berilgan. Bu shakllarning birini ikkinchisiga aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkinmi? Qanday qilib? Buni o'z qo'llaringiz bilan bajarib ko'ring.



Teng shakllar deb birini ikkinchisining ustiga aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkin bo'lgan shakllarga aytiladi.

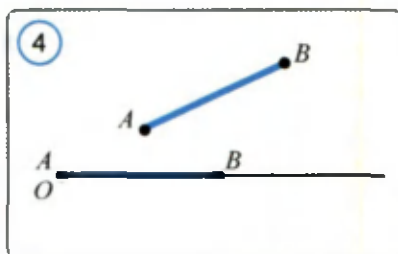
Bir geometrik shaklni ikkinchisining ustiga qo'yish tushunchasi bilan faollashtiruvchi mashqlarda tanishdik. Bu tushunchani amalda quyidagicha tasavvur etish mumkin. Bir shaklni ikkinchisining ustiga qo'yish uchun, avval shaffof plyonkaga birinchi shaklning nusxasini ko'chirib andoza olamiz. So'ng, shaffof plyonkani tekislik bo'ylab siljitib, birinchi shakl andozasini ikkinchi shakl bilan aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yishga harakat qilamiz (2-rasm). Agar shakllar aynan ustma-ust tushsa, bu shakllar teng bo'ladi.

Ba'zida bir shaklni ikkinchisiga aynan ustma-ust qo'yish uchun, avval shakl nusxasi tasvirlangan shaffof plyonkani ag'darib olishga to'g'ri keladi. 3-rasmda shunday holat tasvirlangan.

Uchi O nuqtada bo'lgan nur va ixtiyoriy AB kesma berilgan bo'lsin. Ravshanki, bir uchi shu nur uchi, ikkinchi uchi esa nurda yotadigan va AB kesmaga teng bo'lgan kesmani nurining ustiga

qo'yish mumkin (4-rasm). Bunday kesma yagona bo'lib, u berilgan kesmani berilgan nurga qo'yish deyiladi. Buni, kelgusida qisqacha "kesmani nurga qo'yish" deb yuritamiz.

A Ixtiyoriy nurga uning uchidan boshlab, berilgan kesmaga teng yagona kesmani qo'yish mumkin.



Ikkita kesmani o'zaro taqqoslash uchun har ikkala kesma bitta nurning ustiga qo'yiladi. So'ng esa, quyidagi hollardan qaysi biri bo'lishiga qarab, kesmalarning o'zaro tengligi yoki uzun-qisqaligi (ya'ni katta-kichikligi) haqida xulosa chiqariladi (5-rasm):

5)

a)
AB kesma CD kesmaga teng

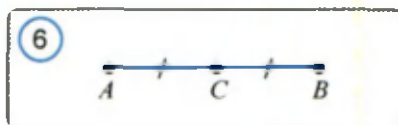
b)
AB kesma CD kesmadan uzun

c)
AB kesma CD kesmadan qisqa

d)
CD kesma — AB kesmaning yarmi

✓ *Kesmaning o'rtasi* deb uni o'zaro teng ikkita kesmaga ajratuvchi nuqtaga aytiladi.

6-rasmda AB kesmaning o'rtasi bo'lgan C nuqta tasvirlangan. Shaklda teng kesmalar bir xil sondagi chiziqchalar bilan belgilanadi.



? Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday shakllarni o'zaro teng deymiz?
2. 7-rasmdagi shakllarning qaysilari o'zaro teng?
3. Quyidagi harf belgilarining qaysilari geometrik shakl sifatida o'zaro teng?

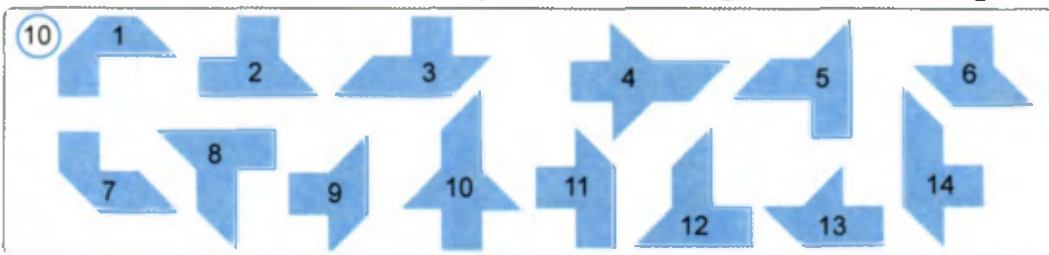
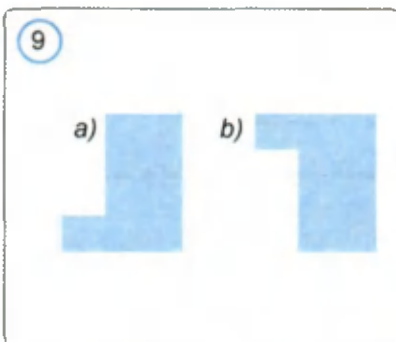
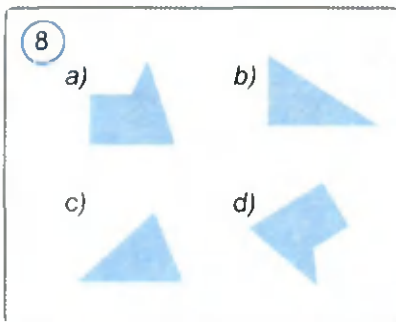
a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q

7)

a) b)

c) d)

2013/10/8
 Alisher Navoiy
 nomidagi
 O'zbekiston MK



Amaliy mashq.

11-rasmda "Katta ayiq" yulduz turkumi tasvirlangan. Agar bu yulduzlarni kesmalar bilan tutashtirsak, "cho'mich"ga o'xshash shakl hosil bo'ladi. "Cho'mich"ning oxirgi ikki yulduzi hosil qilgan AB kesmani B nuqtadan boshlab AB nur bo'yicha 5 marta qo'yib chiqilsa, Qutb yulduzining yaqiniga boriladi. Rasmdan Qutb yulduzi qayerda joylashganini aniqlang.



4. 8-rasmdagi shakllardan qaysilari o'zaro teng?
5. Quyidagi raqam belgilarining qaysilari geometrik shakl sifatida o'zaro teng?

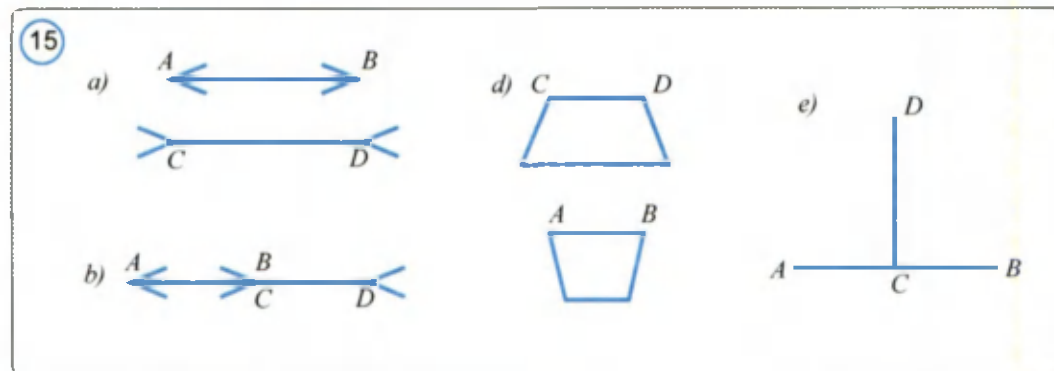
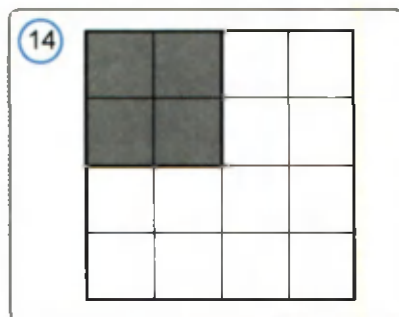
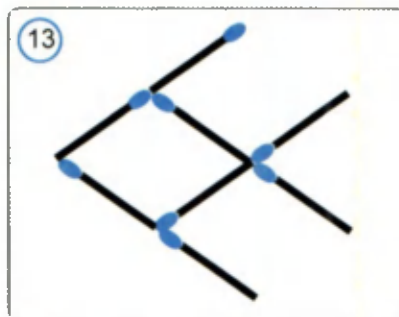
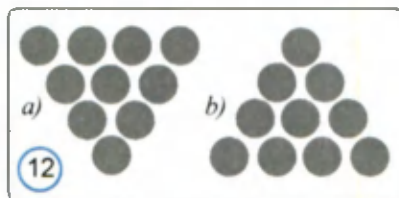
1234567890

6. 9. *a*-rasmda tasvirlangan shaklni qog'ozga o'lchamlarini o'zgartirmagan holda chizib, qirqib oling. Uni 9. *b*-rasmdagi geometrik shaklning ustiga qo'yish orqali, ularning teng yoki teng emasligini aniqlang.
7. 10-rasmdagi shakllar orasidan o'zaro tenglarini toping.
8. Qanday kesmalar o'zaro teng bo'ladi?
9. Kesmalar qanday taqqoslanadi?
10. Kesmaning o'rtasi nima?
11. To'g'ri chiziqda A , B , C , D nuqtalar berilgan. Uchlari shu nuqtalarda bo'lgan nechta kesma bor? Ularni yozing?
12. Daftaringizga biror kesma chizing va uning o'rtasini ko'z bilan chamalab toping. Natijani chizg'ich yordamida tekshiring. Mashqni takrorlang.



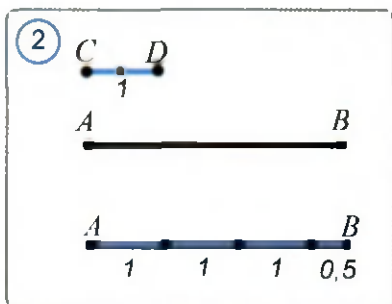
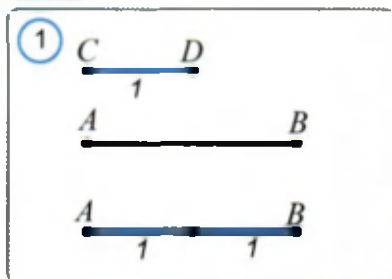
Geometrik boshqotirmalar

- 10 ta bir xil tanga 12.*a*-rasmdagidek qilib terilgan. Faqat 3 ta tanganing joyini o'zgartirib tangalarni 12.*b*-rasmdagi ko'rinishga keltiring.
- 13-rasmdagi 3 ta cho'pning joyini o'zgartirib, "baliq"ni orqaga qaytaring.
- Dehqon buvaning kvadrat shaklidagi tomorqasi bor edi. U tomorqaning chorak qismini 14-rasmda ko'rsatilgandek qilib o'zi uchun qoldirdi. Qolgan qismini esa bir xil shakldagi teng bo'laklarga bo'lib, to'rt o'g'liga taqsimlab berdi. Chol bu ishni qanday amalga oshirgan?
- 15-rasmda tasvirlangan AB va CD kesmalarni ko'z bilan chamalab o'zaro taqqoslang. So'ng bu ishni shaffof plyonka yordamida bajaring.



5

Kesmaning uzunligi va uning xossalari. Kesmalarni o'lchash



Kesmalarni nurning ustiga qo'yish orqali taqqoslash u qadar qulay emas. Kesmalarning qaysi biri uzun yoki qisqaligini (ya'ni katta yoki kichikligini), ularning uzunliklarini taqqoslash asosida aniqlash ham mumkin.

Biror kesmani birlik kesma deb olib, uning uzunligini 1 ga teng deb qabul qilamiz. Qolgan kesmalar uzunliklarini shu birlik kesma uzunligiga nisbatan aniqlaymiz. *Kesmaning uzunligi* musbat son bo'lib, u kesmaga birlik kesma va uning bo'laklarini necha marta joylash mumkinligini ko'rsatadi. Ravshanki, 1-rasmdagi CD kesmani birlik kesma deb olib, uning uzunligini 1 ga teng desak, u holda AB kesma uzunligi 2 ga teng bo'ladi. Chunki, AB kesmaga CD kesma ikki marta joylashayapti.

2-rasmdagi CD kesmani birlik kesma deb olsak, u holda AB kesma uzunligi 3,5 ga teng bo'ladi. Chunki, AB kesmaga CD kesma butunligicha uch marta va uning yarmi joylashayapti.

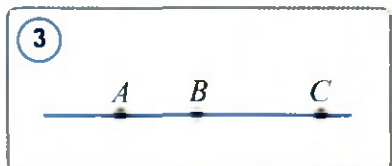
A

Har qanday kesma noldan farqli tayin uzunlikka ega bo'lib, u musbat son bilan ifodalanadi.



Faollashtiruvchi mashq.

3-rasmda tasvirlangan AB , BC va AC kesmalarning uzunligini chizg'ich yordamida o'lchang. Bu kesmalar uzunliklarini qanday formula yordamida o'zaro bog'lash mumkinligini aniqlang.



To'g'ri chiziqda A , B va C nuqtalar berilgan bo'lib, B nuqta A va C nuqtalar orasida joylashgan bo'lsa, AC kesma uzunligi AB va BC kesma uzunliklarining yig'indisidan iborat bo'ladi, ya'ni $AC = AB + BC$ tenglik o'rinli bo'ladi (3-rasm). Kesmalar uzunliklari haqidagi bu tasdiqni isbotsiz qabul qilamiz:

A Agar to'g'ri chiziqda B nuqta A va C nuqtalar orasida joylashgan bo'lsa, AC kesma uzunligi AB va BC kesmalar uzunliklarining yig'indisiga teng bo'ladi:

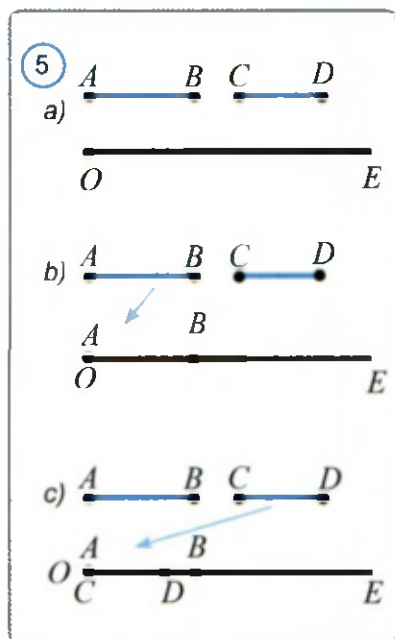
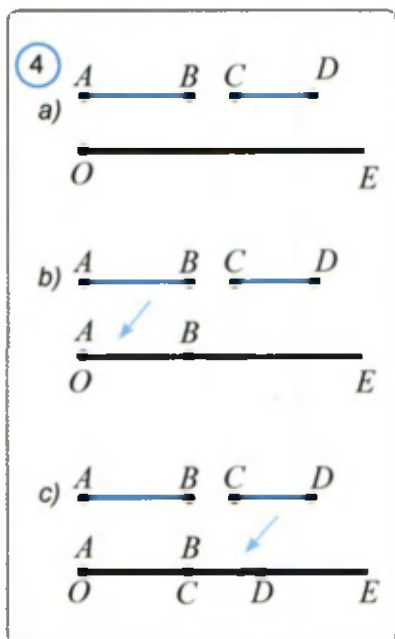
$$AC = AB + BC.$$

Yuqorida keltirilgan tasdiq kesmalar ustida qo'shish va ayirish amallarini aniqlash imkonini beradi. OE nur, AB va CD kesmalar berilgan bo'lsin (4.a-rasm). Oldin OE nurga AB kesmani qo'yamiz (4.b-rasm). So'ng BE nurga CD kesmani qo'yamiz (4.c-rasm).

Natijada hosil bo'lgan AD kesma AB va CD kesmalarning yig'indisi deb ataladi va albatta bu kesmalar uchun $AD = AB + CD$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Xuddi shuningdek, kesmalarni bir-birdan ayirish amalini ham kiritish mumkin.

Aytalik, OE nur, AB va CD kesmalar berilgan hamda $AB > CD$ bo'lsin (5.a-rasm). OE nurga oldin uzun kesma AB ni qo'yamiz (5.b-rasm). So'ng yana OE nurga CD kesmani qo'yamiz (5.c-rasm). Hosil bo'lgan DB kesma AB va CD kesmalar ayirmasi deb ataladi va $DB = AB - CD$ tenglik o'rinli bo'ladi.



AB kesmaning uzunligi A va B nuqtalar orasidagi *masofa* deb ham yuritiladi. Ravshanki, bir xil uzunlikka ega kesmalar o'zaro teng bo'ladi.

Qadimdan odamlar uzunlikni o'lchashda turli uzunlik birliklardan foydalanib kelishadi. Masalan, O'rta Osiyoda bo'g'in, qarich, quloch, chaqirim kabi uzunlik birliklari qo'llangan. Turli o'lchov birliklaridan foydalanish noqulayliklar tug'dirgan. Shu bois, XVIII asrdan boshlab dunyo bo'yicha xalqaro uzunlik o'lchov birligi sifatida metr qabul qilingan.

Siz uzunlik namunasi bo'lgan metr etaloni bilan 6-sinf "Fizika" darsligida tanishgansiz. U yerda metrga nisbatan ancha katta yoki kichik uzunliklarni o'lchash uchun foydalaniladigan birliklar ham keltirilgan edi. Jumladan: $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$; $1 \text{ sm} = 0,01 \text{ m}$; $1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$.

Kesmalarning uzunligi turli xil asboblarda yordamida o'lchanadi. Ularning eng soddasi shkalali, ya'ni bo'linish nuqtalariga ega bo'lgan chizg'ichdir. Kesma uzunligining qiymati tanlangan uzunlik o'lchov birligiga bog'liq bo'ladi. Agar uzunlik birligi sifatida uzunligi 1 sm ga teng kesmani oladigan bo'lsak, 6-rasmda tasvirlangan kesmaning uzunligi 5 sm ga teng bo'ladi va $AB = 5 \text{ sm}$ deb yoziladi. Agar uzunlik o'lchov birligi sifatida uzunligi 1 millimetrga teng kesmani oladigan bo'lsak, $AB = 50 \text{ mm}$ bo'ladi.

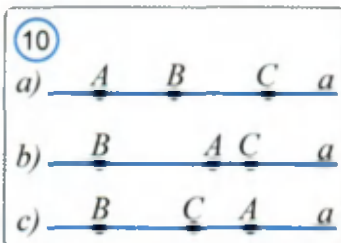
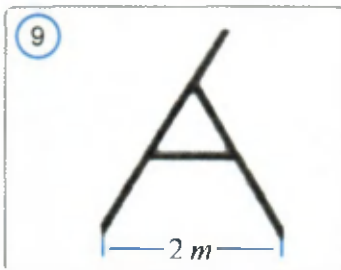
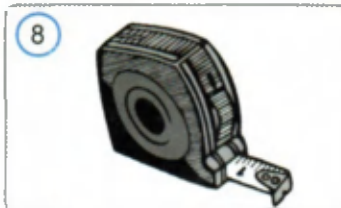
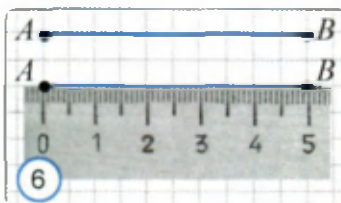
Ayrim hollarda kesma uzunligi o'lchov birligi ko'rsatilmasdan yoziladi. Masalan, $AB = 5$. Bunda AB kesma uzunligi 5 o'lchov birligiga teng deb tushuniladi.

Daftarda turli kesma uzunliklarini o'lchash uchun millimetrlil bo'lmalarga ega bo'lgan o'quv chizg'ichidan (7-rasm) foydalanib kelingiz. Duskada kesmalarni chizish uchun santimetrlil bo'lmalarga ega maktab chizg'ichidan foydalaniladi. Yer ustida turli o'lchash ishlarini amalga oshirish uchun tasmali o'lchov asbobi — ruletkadan (8-rasm), dalada esa hakka — dala sirkulidan (9-rasm) foydalaniladi.

Masala. Bir to'g'ri chiziqda yotuvchi A , B va C nuqtalar uchun $AB = 8 \text{ sm}$, $BC = 11 \text{ sm}$ bo'lsa, AC kesmaning uzunligi nimaga teng?

Yechilishi: Quyidagi hollarni qaraymiz:

1) A , B , C nuqtalar a to'g'ri chiziqda 10.a-rasmda tasvirlangan tartibda joylashgan bo'lsin. Kesmalar uzunliklarining xossasiga ko'ra $AC = AB + BC = 8 + 11 = 19$ (sm) bo'ladi.



2) A, B va C nuqtalar a to'g'ri chiziqda 10.*b*-rasmda tasvirlangan tartibda joylashgan bo'lsin. U holda kesma uzunligining xossasiga ko'ra $BA + AC = BC$ yoki $AC = BC - BA = 11 - 8 = 3$ (sm) bo'ladi.

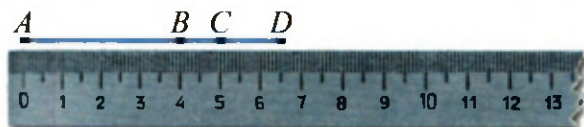
3) C nuqta 10.*c*-rasmdagidek B va A nuqtalar orasida joylasha olmaydi. Chunki $AB < BC$.

Demak, AC kesmaning uzunligi nuqtalarning o'zaro joylashuviga qarab 19 sm yoki 3 sm ga teng bo'ladi.

Javob: 19 sm yoki 3 sm.

? Savol, masala va topshiriqlar

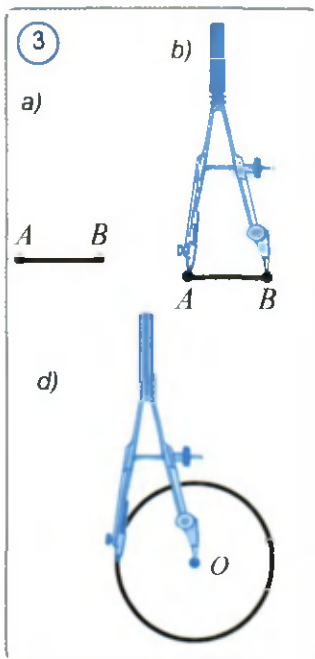
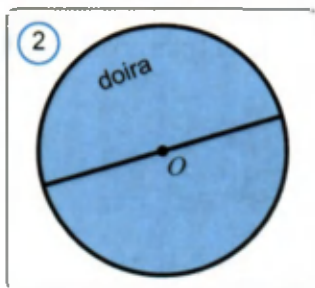
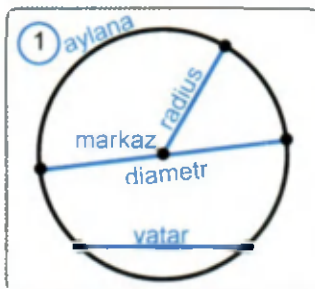
1. Kesmalar qanday o'lchanadi?
2. Kesma uzunligining asosiy xossalarini ayting.
3. Quyidagi rasmdan AB, AC, AD, BC, BD, CD kesmalarining uzunligini aniqlang.



4. $AC = ?$ 5. $AB = 3, AC = 2BC, BC = ?$ 6. $AB = 24, BC = AC + 6, AC = ?$



7. Agar $B \in AC, AB = 7,2$ sm, $AC = 2$ dm bo'lsa, BC ni toping.
8. Agar $C \in AB, D \in AB, AB = 5, AC = 2,2$ va $BD = 3,6$ bo'lsa, CD ni toping.
9. To'g'ri chiziqda ko'z bilan chamalab, a) 3 sm; b) 7 sm; c) 10 sm bo'lgan kesma ajrating. So'ngi ishni qanchalik aniq bajarganingizni chizg'ich bilan tekshiring.
10. To'g'ri chiziqdagi A, B, C nuqtalar uchun $AB = 600$ m, $BC = 200$ m bo'lsa, AC ni toping.
11. To'g'ri chiziqdagi A, B, C va D nuqtalar uchun $AB = 2, AC = CB, 2AD = 3BD$ bo'lsa, CD ni toping.
12. Nur va uzunliklari $AB = 1,2$ sm, $CD = 2,8$ sm bo'lgan kesmalar berilgan. Bu kesmalardan foydalanib shu nurga uzunligi a) 4 sm; b) 1,6 sm; c) 0,4 sm; d) 2,6 sm bo'lgan kesmalarni qo'ying.
13. Uzunligi 9 sm bo'lgan AB kesma chizing. AB nurda shunday C nuqtani belgilangki, a) $AC - BC = 1$ sm; b) $AC + BC = 11$ sm; c) $AC + BC = 10$ sm bo'lsin.
- 14*. AB kesma berilgan. Uzunligi: a) $2AB$; b) $AB : 2$; c) $AB : 4$; d) $0,75AB$ bo'lgan kesmalarni yasang.
15. To'g'ri chiziqdagi A, B, C nuqtalar uchun $AB = 5,6$ sm, $AC = 8,9$ sm va $BC = 3,3$ sm ekani ma'lum. A, B, C nuqtalarning qaysi biri qolgan ikkitasining o'rtasida yotadi?



Bir yoki bir nechta berilgan xossalarni qanoatlantiruvchi barcha nuqtalardan iborat shaklga *nuqtalarning geometrik o'rn*i deb ataladi.

Nuqtalarning geometrik o'rniga aylana va doira misol bo'la oladi.

Tayin nuqtadan teng uzoqlikda yotgan nuqtalarning geometrik o'rniga *aylana* deb ataladi. Bu tayin nuqta aylananing *markazi* deyiladi. Aylananing ixtiyoriy nuqtasidan uning markazigacha bo'lgan masofa aylananing *radiusi* deb ataladi (*1-rasm*). Shuningdek, aylananing markazini uning ixtiyoriy nuqtasi bilan tutashtiruvchi kesmani ham radius deb yuritimiz. Aylananing ixtiyoriy ikki nuqtasini tutashtiruvchi kesma aylana *vatar*i deb ataladi. Markazdan o'tuvchi vatar esa *diametr* deb ataladi.

Doira deb, tekislikda berilgan nuqtadan berilgan sonda katta bo'lmagan masofada yotgan nuqtalarning geometrik o'rniga aytiladi (*2-rasm*). Berilgan nuqta doiraning *markazi*, berilgan son esa uning *radiusi* deb ataladi.

Aylana sirkul yordamida chiziladi. Markazi berilgan O nuqtada, radiusi AB kesmadan iborat aylananing sirkul yordamida chizish 3-rasmda ko'rsatilgan.

Aylana (doira) diametri markazdan o'tgani uchun u ikkita radiusdan iborat bo'ladi (*2-rasm*). Demak, diametr uzunligi ikkita radius uzunligiga teng.

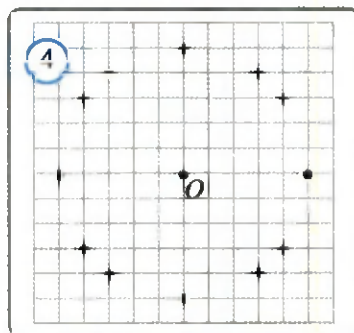
Aylananing katak daftarda sirkulsiz qo'lida chizish yo'l-yo'rig'i.

1. Katak daftarga 4-rasmda ko'rsatilgandek qilib, nuqtalarni belgilang. Unda nuqtalarning joylashgan o'rniga e'tibor bering.
2. Hosil bo'lgan 12 ta nuqtalarni ketma-ket yoysimon chiziq bilan tutashtirib chiqing.

Natijada, markazi O nuqtada bo'lgan aylananing taxminiy tasviri hosil bo'ladi. Bu usulni (nuqtalarning o'rnini) yodda saqlab qoling. U sizga sirkul qo'l ostingizda bo'lmaganda aylana chizishda asqotadi.

3. O nuqtadan ana shu 12 ta nuqtagacha bo'lgan masofalar o'zaro tengligini chizg'ich yordamida tekshirib ko'ring.

? Savol, masala va topshiriqlar



1. Aylanaga ta'rif bering va chizmada sharhlang.
2. Aylananing markazi, radiusi, vatari va diametri nima?
3. Aylananing qaysi vatari eng uzun bo'ladi?
4. Sirkul ishlatmasdan aylana chizishning qanday usullarini bilasiz?
5. Nima uchun arava, velosiped, avtomobillarning g'ildiraklari aylana shaklida?
6. Nega quduqlarning qopqog'i kvadrat shaklida emas, doira shaklida bo'ladi?
7. Atrofigizda aylanaga misol bo'ladigan 10 ta predmetning nomini yozing.
8. Aylana radiusi a) 18 mm ; b) 45 sm ; c) $2\text{ m } 11\text{ sm}$ bo'lsa, uning diametrini toping.
9. Aylana vatari diametridan uzum bo'lishi mumkinmi? Nega?
10. Doira diametri a) 10 sm ; b) 7 sm ; c) $1\text{ m } 14\text{ sm}$ bo'lsa, uning radiusini toping;
11. Markazi berilgan to'g'ri chiziqda yotuvchi radiusi a) 5 sm ga b) 7 sm ga c) $4,6\text{ sm}$ ga teng bo'lgan aylana chizing.
12. Quyidagi ifodalarning qaysi biri markazi O nuqtada, radiusi R ga teng bo'lgan a) aylana; b) doiraga tegishli A nuqtani ifodalaydi:
 $OA = R$, $OA \leq R$, $AO > R$.
13. Aylananing radiusidan 65 sm uzun bo'lgan diametrini toping.
14. Radiusi 8 m bo'lgan doiraning eng katta vatarini toping.



Faollashtiruvchi amaliy mashqlar

1. Qo'lingizdagi darslikning bo'yi, eni va qalinligini chizg'ich yordamida o'lchang.
2. Qo'lingizdagi darslikning bir varag'i qalinligini qanday o'lchash mumkin? Chizg'ich yordamida g'ishtning diagonalini o'lchay olasizmi?
3. Sinfdoshlaringiz bo'yini chamalab o'lchang va taq-qoslang. Bo'yi eng uzun sinfdoshingizni aniqlang.
4. Qarichingizni chizg'ich yordamida santimetrlarda o'lchang. So'ng bir necha predmetlarning o'lchamlarini (partaning eni, uzunligi va balandligini, derazaning balandligi va enini, doskani bo'yi va enini) qarichlab o'lchang va natijalarni santimetrlarda ifodalang.
5. Qadamingiz uzunligini o'lchang. Maktab binosining bo'yi va enini, sport maydonchasining bo'yi va enini qadamlab o'lchang va metrlarda ifodalang.
6. O'zbekiston xaritasidan berilgan masshtabga ko'ra turli shaharlar orasidagi masofalarni toping (1-rasm).

Qarichingiz va qadamingiz uzunligini o'lchab, eslab qoling. Ularni bilish sizga kundalik turmushda ko'p hollarda asqotadi!

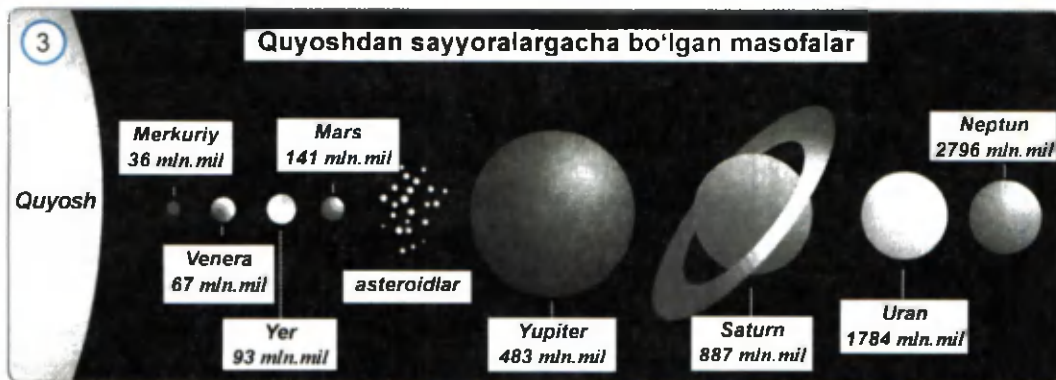




Ko'pgina davlatlarda xalqaro o'lchov birliklaridan tashqari quyidagi uzunlik o'lchov birliklari ham ishlatiladi.

$$1 \text{ dyuym} = 2,54 \text{ sm}, \quad 1 \text{ mil} = 1,609 \text{ km}.$$

7. Televizor va kompyuter monitorining diagonalini (2-rasm) dyuymlarda o'lchanadi. 15, 17 va 19 dyuymli monitor diagonalini santimetrlarda ifodalang.
8. 3-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib, Yerdan Quyoshgacha va boshqa sayyoralargacha bo'lgan masofani toping va uni kilometrlarda ifodalang.
9. Agar bir chaqirim 900 m ekani ma'lum bo'lsa, Buxoro va Samarqand shaharlari orasidagi masofani chaqirimlarda ifodalang.



Qiziqarli masala. Masofani tovush bilan o'lchash.

Dengizda suzib yurgan kema uchun dengiz chuqurligini bilish juda muhim hisoblanadi. Buning uchun dengiz tubiga ultratovush signali yuboriladi va ultratovushning dengiz tubiga urilib qancha vaqtda qaytib kelgani o'lchanadi. Bu vaqtning yarmini tovushning suvdagi tezligi — 1490 m/s ga ko'paytirib dengiz tubining chuqurligi aniqlanadi.

Agar bu vaqt a) 3; b) 10,5; c) 54 sekundni tashkil qilgan bo'lsa, dengiz tubi necha metr chuqurlikda?



Burchak deb nuqta va undan chiquvchi ikki nurdan iborat shaklga aytiladi.

Burchakni tashkil etgan nurlar *burchakning tomonlari*, ularning umumiy uchi esa *burchakning uchi deb* ataladi. 1-rasmda burchak tasvirlangan. Unda O nuqta burchakning uchi, OA va OB nurlar esa uning tomonlaridir. Bu burchak " $\angle AOB$ " yoki " $\angle BOA$ " tarzida belgilanadi va " AOB burchak" yoki " BOA burchak" deb o'qiladi. Bunday yozuvda burchakning uchi har doim o'rtada yoziladi. Shuningdek, bu burchak qisqacha " $\angle O$ " tarzida ham belgilanib, " O burchak" deb o'qiladi. Chizmada burchakni ajratib ko'rsatish uchun, ba'zida uning ikki tomoni 1-rasmda ko'rsatilgandek qilib yoysimon chiziq bilan tutashtirib qo'yiladi.



Yoyiq burchak deb tomonlari bir-birini to'ldiruvchi nurlardan iborat burchakka aytiladi.

2-rasmda yoyiq burchaklar tasvirlangan.

Yoyiq burchakdan farqli O burchak berilgan bo'lsin. Uchlari bu burchakning tomonlarida bo'lgan biror AB kesmani qaraymiz (3-rasm).

Agar burchakning uchidan chiquvchi OC nur (3-rasm) AB kesmani kesib o'tsa, bu nurni *burchak tomonlari orasidan o'tadi* deyimiz. Burchak tomonlari orasidan o'tuvchi nur burchakni ikkita burchakka ajratadi.

O burchak yoyiq bo'lganda, uning uchidan chiquvchi va tomonlaridan farqli har qanday nurni uning tomonlari orasidan o'tadi, deyimiz.

Ravshanki, 4-rasmda tasvirlangan O burchak tekislikni ikki bo'lakka ajratadi.

1



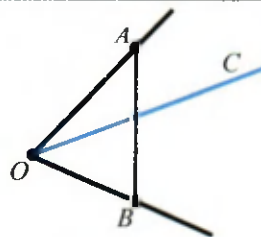
$\angle AOB$ — AOB burchak
 O — burchakning uchi
 OA , OB nurlar — burchakning tomonlari

2



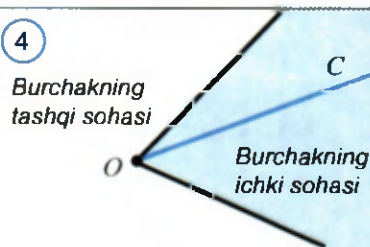
$\angle O$ — yoyiq burchak

3



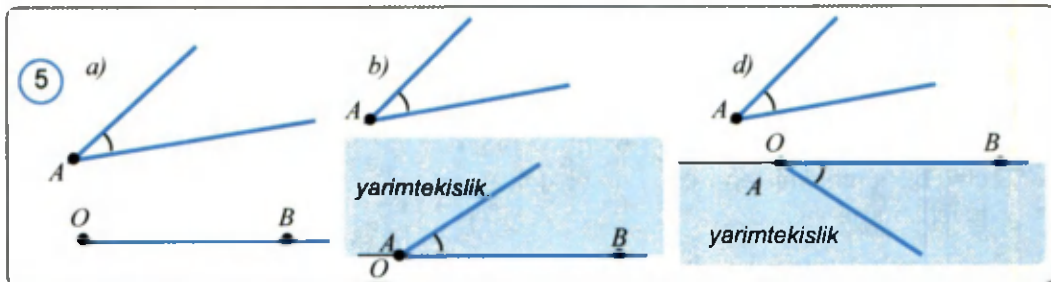
OC — burchak tomonlari orasidan o'tuvchi nur

4



Tekislikning burchak tomonlari orasidan o'tuvchi biror nur yotgan bo'lagi *burchakning ichki sohasi* deb, ikkinchisi esa *tashqi sohasi* deyiladi.

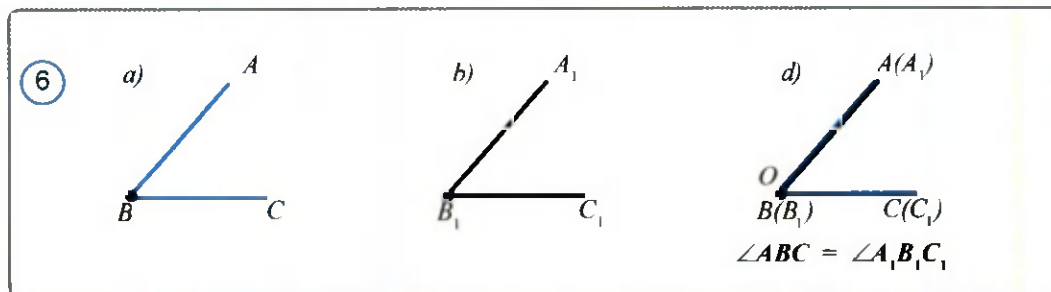
Ixtiyoriy OB nur va yoyiq bo'lmagan A burchak berilgan bo'lsin (5.a-rasm). Ma'lumki OB to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratadi. Ravshanki, A burchakka teng, bir tomoni OB nur bilan ustma-ust tushadigan, ikkinchi tomoni biror yarimtekislikda yotadigan burchakni qo'yish mumkin (5.b, 5.d-rasmlar). Bu "burchakni nurdan yarimtekislikka qo'yish" deb ham yuritiladi.



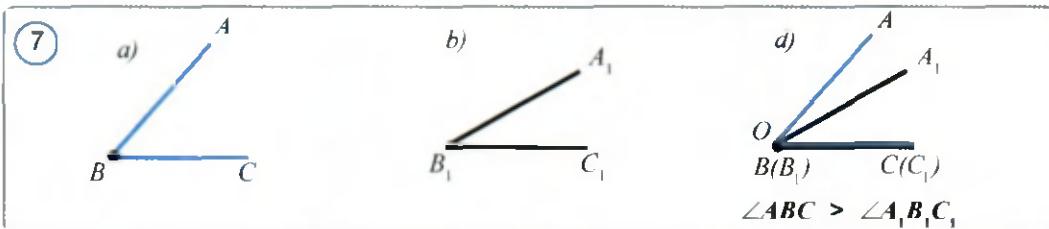
Shaklda burchaklarning tengligi bir xil sondagi yoychalar bilan belgilanadi.

A Ixtiyoriy nurdan tayin yarimtekislikka berilgan yoyiqmas burchakka teng yagona burchakni qo'yish mumkin.

Ikkita burchakni o'zaro taqqoslash uchun, bu burchaklar biror nurdan tayin yarimtekislikka qo'yiladi. So'ng esa, quyidagi hollardan qaysi biri yuz berishiga qarab, burchaklarning o'zaro tengligi yoki katta-kichikligi haqida xulosa chiqariladi:



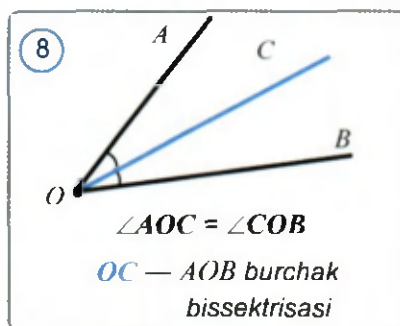
ABC va $A_1B_1C_1$ burchaklarni O nurdan tayin yarimtekislikka qo'yganimizda (6.d-rasm) BA tomon B_1A_1 tomon bilan, BC tomon esa B_1C_1 tomon bilan ustma-ust tushayapti. Bu holatda, ABC burchak $A_1B_1C_1$ burchakka *teng* deyiladi va bu tenglik $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ kabi ifodalanadi.



7.d-rasmda tasvirlangan holatda, ABC burchak $A_1B_1C_1$ burchakdan *katta* deyiladi va bu $\angle ABC > \angle A_1B_1C_1$ tarzda ifodalanadi. Shuningdek, bu holatda $A_1B_1C_1$ burchak ABC burchakdan *kichik* deyiladi va bu $\angle A_1B_1C_1 < \angle ABC$ kabi yoziladi.

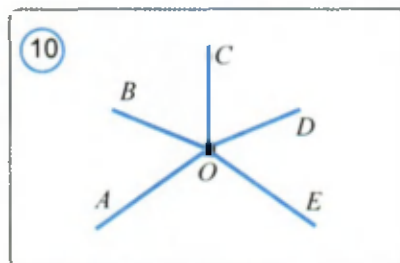
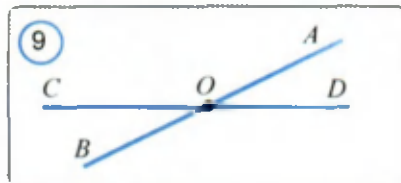
Burchak bissektisasi deb uning uchidan chiqib, burchakni teng ikki burchakka ajratuvchi nurga aytiladi.

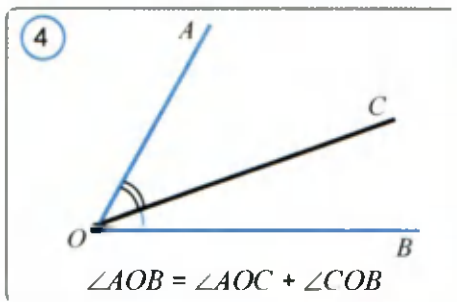
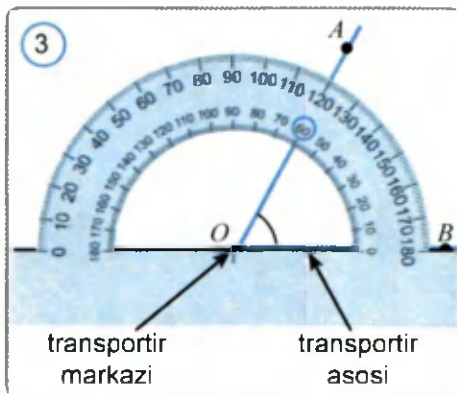
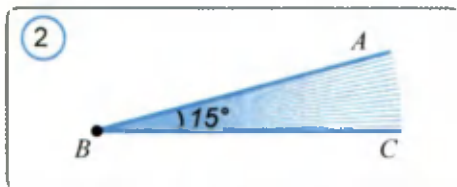
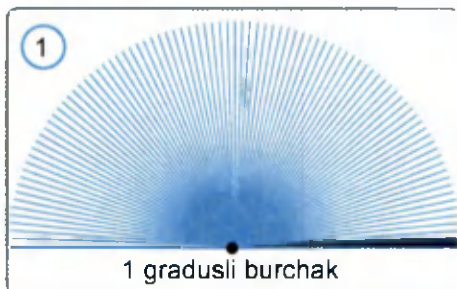
8-rasmda AOB burchakning OC bissektisasi tasvirlangan.



? Savol, masala va topshiriqlar

1. Burchak deb nimaga aytiladi va u qanday belgilanadi?
2. Yoyiq burchak nima?
3. Burchak tekislikni qanday bo'laklarga ajratadi?
4. 9-rasmda tasvirlangan burchaklarni aniqlang va ularni yozing.
5. 10-rasmda nechta burchak bor? Ularni nomlab daftaringizga yozing.
6. "Burchakni nurdan tayin yarimtekislikka qo'yish" deganda nimani tushunasiz?
7. Qachon burchaklar o'zaro teng bo'ladi?
8. Qachon bir burchak ikkinchisidan katta yoki kichik bo'ladi?
9. Burchak bissektisasiga ta'rif bering.
10. $\angle AOB$ berilgan. Quyidagi tengliklar ma'noga egami? $\angle AOB = \angle BOA$; $\angle AOB = \angle ABO$; $\angle AOB = \angle OAB$.





Yoyiq burchak o'zining tomonlari orasidan o'tuvchi nurlar bilan 180 ta teng burchakka bo'lingan bo'lsin (1-rasm). Bu burchaklardan birini o'lchov birligi — *birlik burchak* sifatida olish qabul qilingan. Uning burchak kattaligi *bir gradus* deb ataladi va 1° deb belgilanadi. Istalgan burchakning gradus o'lchovini shu birlik asosida aniqlash mumkin. *Burchakning gradus o'lchovi* burchak ichki sohasiga nechta birlik burchak va uning qismlari joylashishini ko'rsatadi.

2-rasmda tasvirlangan ABC burchak 15° ga teng. Chunki uning ichki sohasiga 15 ta birlik burchak joylashyapti.

A Har qanday burchak tayin gradus o'lchoviga ega bo'lib, uning qiymati musbat son bilan ifodalanadi. Yoyiq burchakning gradus o'lchovi 180° ga teng.

Burchaklarning gradus o'lchovi *transportir* deb ataladigan asbob yordamida o'lchanadi. Transportir bilan quyi sinflarda tanishgansiz. Uning shkalali yoysimon qismi chiziqchalar bilan 180 ta teng bo'lakka bo'lingan bo'lib, har bir bo'lak bir gradusni anglatadi. 3-rasmda transportir yordamida burchakni o'lchash jarayoni tasvirlangan. Rasmda ko'rib turganingizdek, AOB burchakning kattaligi 60° gradusga teng va bu $\angle AOB = 60^\circ$ tarzda yoziladi. Ravshanki, bir xil gradus o'lchoviga ega burchaklar o'zaro teng bo'ladi va aksincha, o'zaro teng burchaklarning gradus o'lchovlari ham teng bo'ladi. Katta burchakning gradus o'lchovi ham katta bo'ladi va aksincha.

Burchaklarni o'lchashda gradusning ulushlaridan ham foydalaniladi. 1° ning $1/60$ bo'lagi "minut", $1/3600$ bo'lagi "sekund" deb nomlanadi va mos ravishda "'' va "" kabi belgilanadi. Masalan, kattaligi 45 gradus 38 minut 59 sekundga teng burchak gradus o'lchovi $45^\circ 38' 59''$ kabi yoziladi. Ravshanki, $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

Aytaylik AOB burchak berilgan bo'lib, uning tomonlari orasidan o'tuvchi ixtiyoriy OC nur uni AOC va COB burchaklarga ajratsin (4-rasm). U holda AOB burchakning gradus o'lchovi AOC va COB burchaklar gradus o'lchovlarining yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB.$$

Bu xossani quyidagicha ifodalash mumkin:

A Burchakning gradus o'lchovi, burchak tomonlari orasidan o'tuvchi ixtiyoriy nur ajratgan burchaklar gradus o'lchovlarining yig'indisiga teng.

1-masala. Agar 5-rasmda $\angle ABC = \angle DBE$ bo'lsa, $\angle ABD = \angle CBE$ ekanligini ko'rsating.

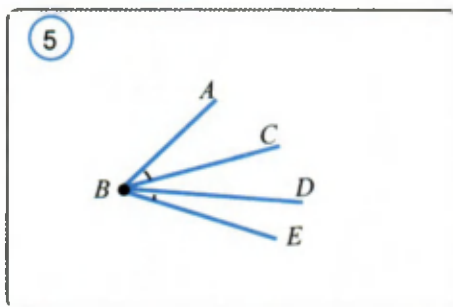
Yechilish. Berilgan $\angle ABC = \angle DBE$ tenglikning har ikkala tomoniga $\angle CBD$ ni qo'shamiz:

$$\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE$$

$$\text{Lekin, } \angle ABC + \angle CBD = \angle ABD \text{ va}$$

$$\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE.$$

$$\text{Demak, } \angle ABD = \angle CBE.$$



Berilgan nurga berilgan gradus o'lchovli burchakni qo'yishning amaliy yo'rig'i:

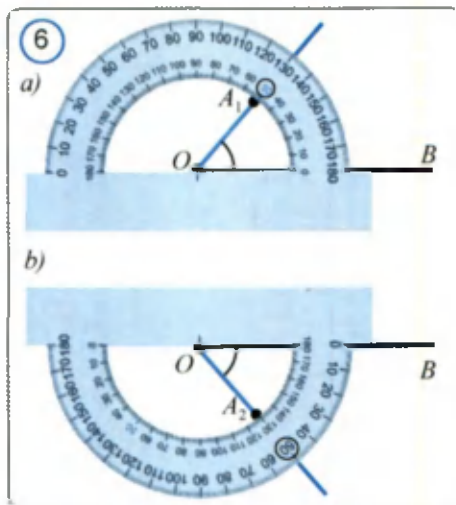
1. Ixtiyoriy OB nur chizib olinadi.
2. Transportirning asosini berilgan OB nur ustiga, markazini esa O nuqtaga 6-rasmda ko'rsatilgan holatlarning biridek qilib qo'yiladi.
3. Transportir shkalasidan burchakning berilgan gradus o'lchovini ko'rsatuvchi bo'linmasi topiladi va uning to'g'risiga $A_1(A_2)$ nuqta qo'yiladi.
4. O va $A_1(A_2)$ nuqtalar orqali nur o'tkaziladi. Natijada berilgan gradus o'lchovli A_1OB (A_2OB) burchak hosil bo'ladi.



2-masala. Berilgan OB nurga 50° li burchakni qo'ying.

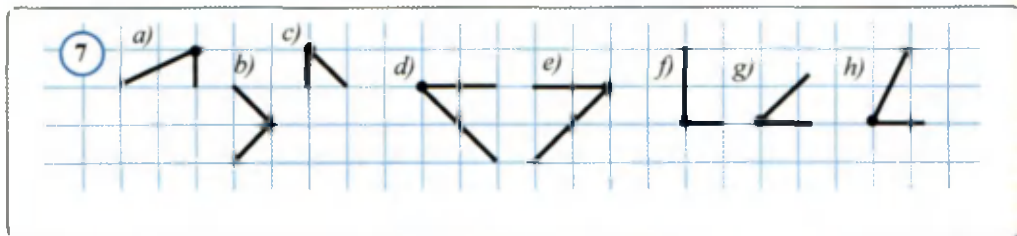
Yechilishi. OB to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratishi ma'lum. Transportirning asosini OB nur ustiga, markazini esa O nuqtaga 2 xil usulda qo'yib, uning shkalasida 50° ga mos keluvchi bo'linma topiladi va burchaklar yasaladi. Demak, berilgan nurdan har bir yarimtekislikka bitadan 50° li burchak qo'yish mumkin (6-rasm):

$$\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50^\circ.$$

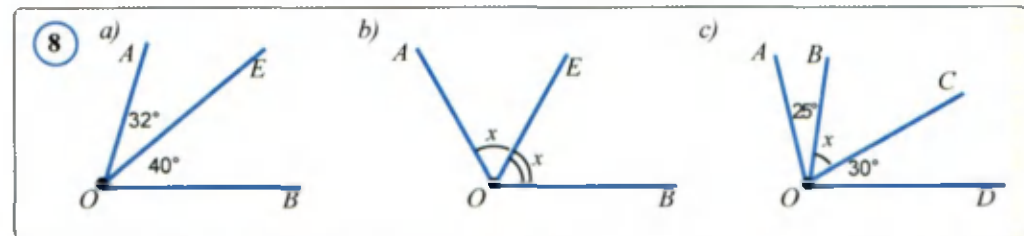


Savol, masala va topshiriqlar

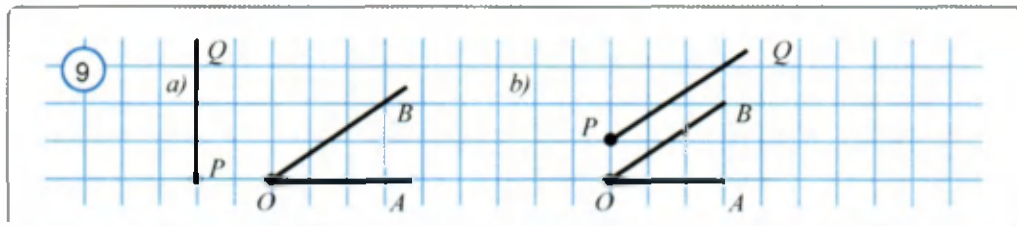
1. Burchakning gradus o'lchovi deb nimaga aytiladi?
2. Yoyiq burchak necha gradus?
3. 1° ga teng burchak deganda qanday burchakni tushunasiz?
4. Ikki burchakning gradus o'lchovlari teng bo'lsa, ular teng bo'ladimi?
5. 7-rasmda tasvirlangan burchaklar orasidan teng burchaklarni aniqlang.



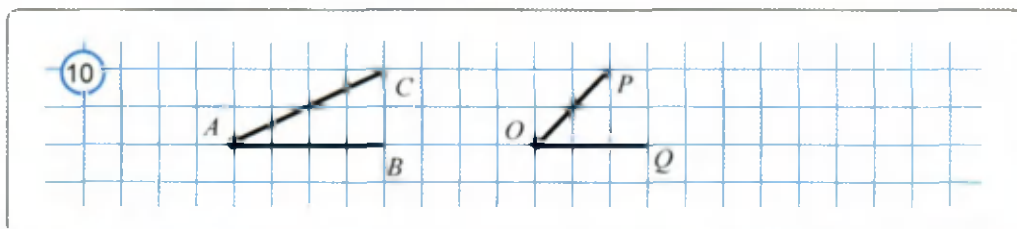
6. Transportir yordamida 10° , 30° , 70° , 100° va 160° li burchaklarni yasang.
7. a) $\angle AOB = ?$ (8.a-rasm); b) $\angle AOB = 120^\circ$, $x = ?$ (8.b-rasm);
c) $\angle AOD = 105^\circ$, $x = ?$ (8.c-rasm).



8. Berilgan AB nurga 150° li OAB burchakni qo'ying.
 9. PQ nurga AOB burchaklarni qo'ying (9-rasm).

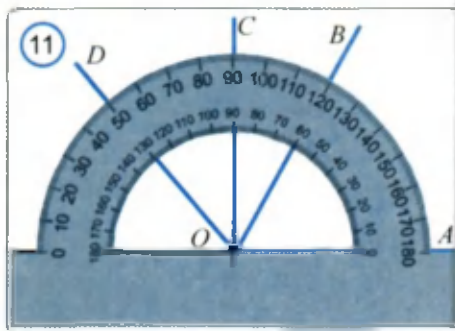


10. Umumiy tomonga ega bo'lgan 60° va 120° li burchaklarni yasang. Qanday burchak hosil bo'ldi?
 11. 10-rasmda tasvirlangan burchaklardan qaysi biri katta?

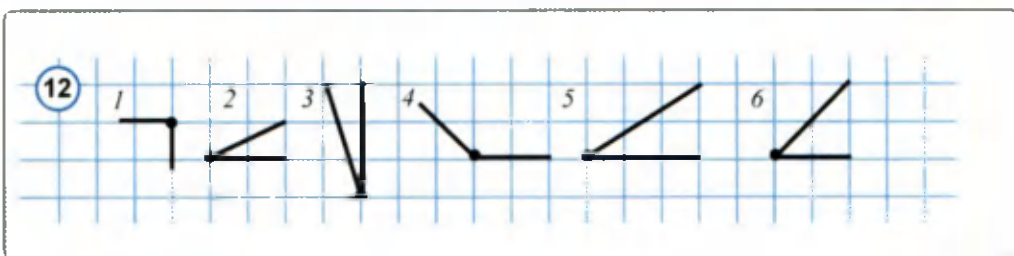


12. Agar a) $\angle AOE = 20^\circ$, $\angle EOB = 40^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$; b) $\angle AOE = 80^\circ$, $\angle EOB = 120^\circ$;
 c) $\angle AOE > \angle AOB$ bo'lsa, OE nur $\angle AOB$ tomonlari orasidan o'tadimi?

13. Daftaringizga nur chizing va unga ko'zingiz bilan chamalab oddiy chizg'ich yordamida 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , 120° va 150° li burchaklarni qo'ying. So'ngra hosil bo'lgan burchaklarni transportir yordamida o'lchang va qanchalik to'g'ri chizganingizni tekshiring. Mashqni takrorlang.

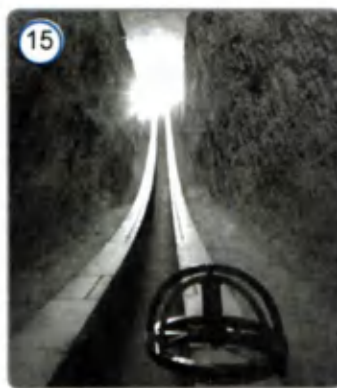


14. Strelkali soatda a) 3.00; b) 6.00 bo'lganda soat va minut millari hosil qilgan burchak necha gradusga teng bo'lishini aniqlang.
 15. 11-rasmdan foydalanib AOB , AOC , AOD , BOC , BOD va COD burchaklarning gradus o'lchovini aniqlang.
 16. 12-rasmda tasvirlangan burchaklar raqamlarini ularning gradus o'lchovlari o'sish tartibida yozing.

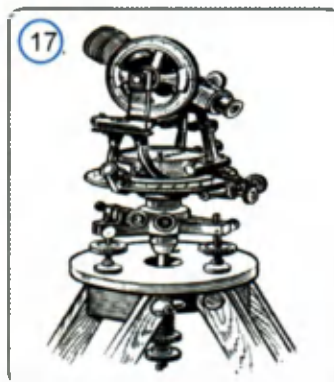


Tarixiy lavhalar

Astrolyabiya (Asturlob) – burchak o'lchaydigan asbob ho'lib, u qadimgi yunon astronomi Gipparx tomonidan eramizdan oldingi II asrda kashf qilingan (13-rasm). Ko'rinishi juda sodda bo'lgan bu asbobda o'nlab o'lchash ishlarini bajarish mumkin bo'lgan. Samarqanddagi Ulug'bek astronomik rasadxonasida ham burchak o'lchash ishlari olib borilgan. Bu ulkan silindr shaklidagi uch qavatli qilib qurilgan rasadxonada ko'plab qurilma va asboblari bo'lgan (14-rasm). Uning radiusi 42 m bo'lgan! Ulug'bek bu qurilma yordamida 1018 ta yulduzning koinotdagi o'rnini hayratomuz aniqlikda o'lchab, o'zining "Ziji jadidi Ko'ragoniy" asarida keltirgan. 15-rasmda



uning yer ostida saqlanib, shu kungacha yetib kelgan qismi tasvirlangan. 16-rasmda Yevropalik olimlar teleskop ixtiro qilinishidan avval foydalangan kvadrant tasvirlangan. U Ulug'bek kvadrantidan ancha kichik albatta. Hozirda yer o'lchash ishlarida yuqori aniqlikka ega bo'lgan teodolit (17-rasm) degan asbob qo'llaniladi.



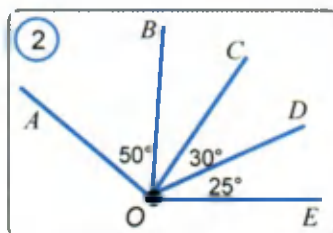
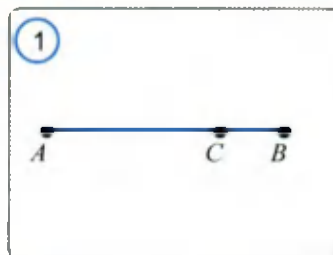
10 1-nazorat ishi

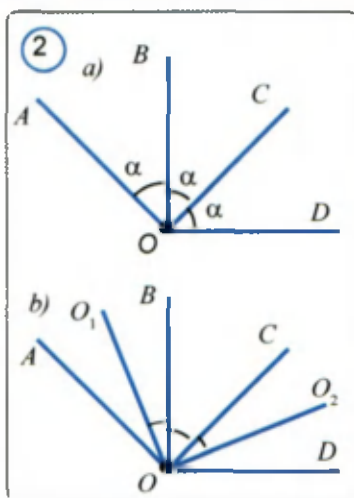
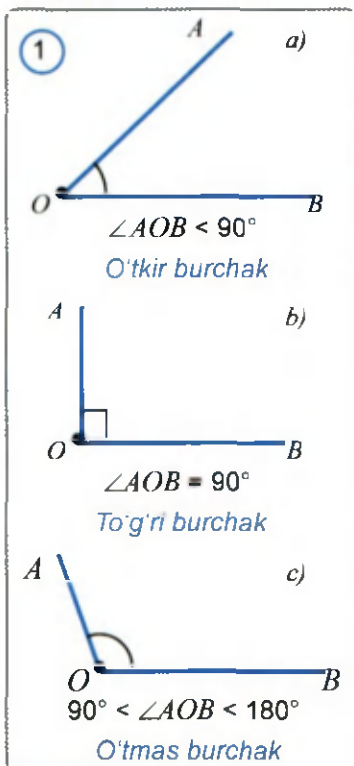
Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi:

I. Nazariy qism. Shu paytgacha o'rganilgan geometrik shakllarni sanang. Ularga ta'rif bering va ularning xossalari-rini yozing.

II. Amaliy qism. Quyidagi masalalarni yeching (4-masala "a'lo" baho olmoqchi bo'lgan o'quvchilarga mo'ljallangan):

1. Bir to'g'ri chiziqda yotuvchi A , B va C nuqtalar uchun $AB = 9 \text{ sm}$, $AC = 12 \text{ sm}$ bo'lsa, BC kesmaning uzunligi nimaga teng?
2. $AB = 48$, $AC = 3BC$, $BC = ?$ (1-rasm)
3. Agar 2-rasmda $\angle AOE = 140^\circ$ bo'lsa, BOC burchakning gradus o'lchovini toping.
- 4*. Soat 5.00 bo'lganda soat va minut millari (strelkalari) hosil qilgan burchak necha gradus bo'ladi?





Oldingi mavzularda ta'kidlaganimizdek, yoyiq burchakning gradus o'lchovi 180° ga teng. Buni qisqacha: "Yoyiq burchak 180° ga teng" deb ham aytamiz. Burchaklar kattaligiga qarab turlarga ajratiladi. Agar burchakning gradus o'lchovi:

90° dan kichik bo'lsa (1.a-rasm), *o'tkir burchak*

90° ga teng bo'lsa (1.b-rasm), *to'g'ri burchak*

90° bilan 180° orasida bo'lsa (1.c-rasm), *o'tmas burchak* deb ataladi.

Chizmada burchakning to'g'ri burchak ekanligi alohida, 1.b-rasmdagidek belgilanadi.



Masala. Agar $\angle AOD = 135^\circ$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$ bo'lsa (2.a-rasm),

a) chizmada nechta o'tkir, o'tmas va to'g'ri burchak bor?

b) AOB va COD burchaklarning bissektoralari orasidagi burchakni toping.

Yechilishi: a) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$ bo'lsin.

U holda, burchaklarni o'lchashning asosiy xossasiga ko'ra, $\angle AOD = \alpha + \alpha + \alpha = 135^\circ$. Bundan $\alpha = 45^\circ$. Demak, $\angle AOC = 2\alpha = 90^\circ$, $\angle BOD = 2\alpha = 90^\circ$. Shunday qilib, chizmada 3 ta o'tkir, 2 ta to'g'ri va 1 ta o'tmas burchak bor.

b) OO_1 va OO_2 — mos bissektoralar bo'lsin (2.b-rasm). $\angle AOB = \angle COD = 45^\circ$ bo'lgani uchun, burchak bissektoralasining ta'rifiga ko'ra,

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22,5^\circ.$$

Izlanayotgan burchakni topamiz:

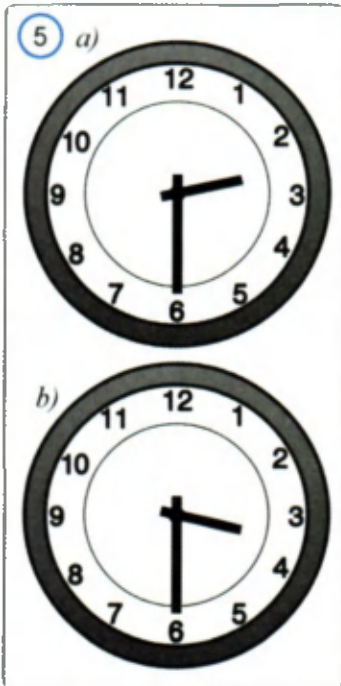
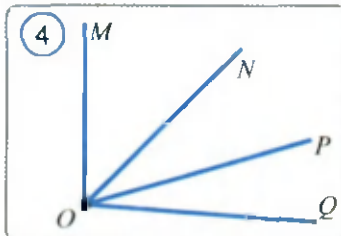
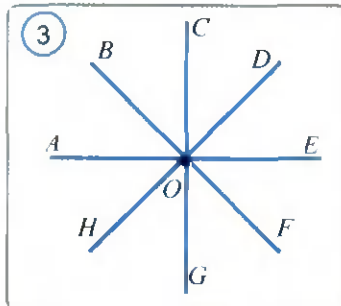
$$\begin{aligned} \angle O_1OO_2 &= \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \\ &= \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90^\circ, \end{aligned}$$

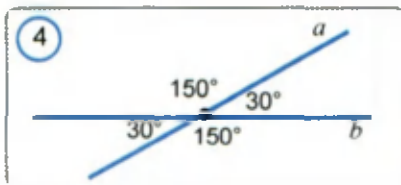
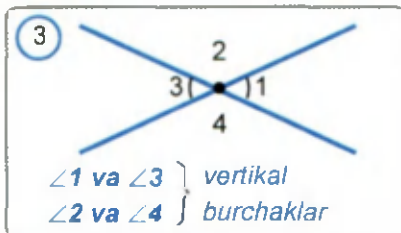
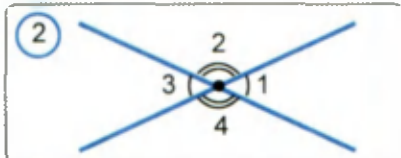
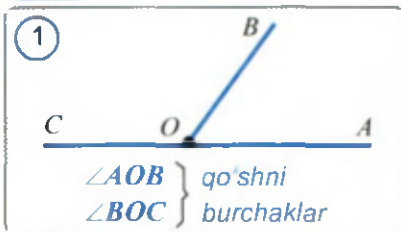
ya'ni O_1OO_2 — to'g'ri burchak.

Eslatma. Odatda burchaklarning o'lchovlari yunon alifbosining kichik α (alfa), β (beta), γ (gamma), ... harflari bilan belgilanadi.

? Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday burchak to'g'ri burchak deyiladi? Tevarak atrofdan to'g'ri burchakka misollar keltiring.
2. O'tkir va o'tmas burchaklar bir-biridan qanday farqlanadi?
3. Uchta burchak chizing. Ularni mos ravishda $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ tarzda belgilang. Transportirda ularni o'lchang va turlarini aniqlang.
4. OA nur chizing. Transportir yordamida gradus o'lchovi mos ravishda 25° , 72° va 146° bo'lgan AOB , AOC va AOD burchaklarni yasang.
5. To'g'ri burchakning bissektrisasi uning bitta tomoni bilan qanday burchak hosil qiladi?
6. 3-rasmda nechta: a) o'tkir; b) o'tmas; c) to'g'ri; d) yoyiq burchak bor?
7. 4-rasmda nechta o'tkir va nechta o'tmas burchak bor?
8. Qog'oz varag'ini buklab to'g'ri burchak hosil qila olasizmi?
9. Soatning soat va minut millari to'g'ri burchak hosil qiladigan vaqtlardan bir nechtasini ayting.
10. Soatning soat mili: a) 1 soatda; b) 6 soatda; c) 2 minutda necha gradusga buriladi?
11. Soatning minut mili: a) 1 minutda; b) 5 minutda; c) 0,5 soatda necha gradusga buriladi?
- 12*. Soat: a) 14^{30} ; b) 15^{30} bo'lganda soat va minut millari hosil qilgan burchakni aniqlang (5-rasm).
13. AOB burchak OC , OD va OE nurlar bilan to'rtta teng burchakka bo'lingan. Bu nurlar qaysi burchaklarning bissektrisalari bo'ladi?





Qo'shni burchaklar deb, bittadan tomonlari umumiy, qolgan tomonlari bir-birini to'ldiruvchi nurlardan iborat bo'lgan burchaklarga aytiladi.

1-rasmda AOB va BOC qo'shni burchaklar tasvirlangan. Ularda OB tomon umumiy, OC va OA nurlar esa bir to'g'ri chiziqda yotadi va bir-birini to'ldiradi.



Faollashtiruvchi mashq

- Qo'shni burchaklar yig'indisi yoyiq burchak bo'lishini asoslang.
- Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ular to'g'ri burchak bo'lishini asoslang.
- 2-rasmda tasvirlangan, ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ va $\angle 4$ burchaklardan qaysilari o'zaro qo'shni burchaklar juftini hosil qiladi?

Xossa. Qo'shni burchaklar yig'indisi 180° ga teng.



Vertikal burchaklar deb, ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan va o'zaro qo'shni bo'lmagan burchaklar juftiga aytiladi.

3-rasmda $\angle 1$ va $\angle 3$ vertikal burchaklardir. Shuningdek, $\angle 2$ va $\angle 4$ ham vertikal burchaklar juftini hosil qiladi.

Endi vertikal burchaklarning quyidagi xossasini isbotlaymiz.

Xossa. Vertikal burchaklar o'zaro teng.

Aytaylik, $\angle 1$ va $\angle 3$ vertikal burchaklar berilgan bo'lsin (3-rasm). $\angle 1 = \angle 3$ bo'lishini isbotlaymiz.

Isbot: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, chunki $\angle 1$ va $\angle 2$ qo'shni burchaklardir.

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, chunki $\angle 2$ va $\angle 3$ lar ham qo'shni burchaklardir.

Bu ikki tenglikdan $\angle 1 + \cancel{\angle 2} = \cancel{\angle 2} + \angle 3$, ya'ni $\angle 1 = \angle 3$ ekanligini hosil qilamiz.

Xossa isbotlandi.

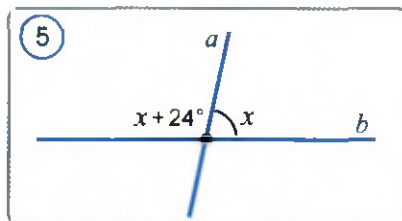
Shunday qilib, ikki to'g'ri chiziq kesishganda vertikal va qo'shni burchaklar hosil bo'ladi. Ma'lumki, qo'shni burchaklar jufti o'zaro yoyiq burchakni tashkil qiladi. Ularning biri 90°

dan katta bo'lsa, ikkinchisi 90° dan kichik bo'ladi. Qo'shni burchaklardan kichigining gradus o'lchovini *to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak* deb atash qabul qilingan. 4-rasmdagi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak 30° ni tashkil qiladi. Buni "*to'g'ri chiziqlar 30° li burchak ostida kesishadi*", deb ham aytamiz.



Masala. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri ikkinchisidan 24° katta bo'lsa, bu burchaklarni toping.

Yechilishi. Ma'lumki, ikki a va b to'g'ri chiziq kesishishidan hosil bo'lgan burchaklar qo'shni yoki vertikal burchaklar bo'ladi (5-rasm). Lekin, vertikal burchaklar o'zaro teng bo'ladi.



Demak, masala shartida berilgan burchaklar qo'shni burchaklar ekan. Ularning birini (kichigini) x bilan belgilasak, ikkinchisi $x + 24^\circ$ ga teng bo'ladi. Qo'shni burchaklar xossasiga ko'ra, $x + x + 24^\circ = 180^\circ$. Bundan $x = 78^\circ$ va $x + 24^\circ = 102^\circ$ ekanligini aniqlaymiz.

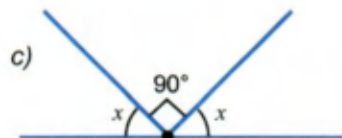
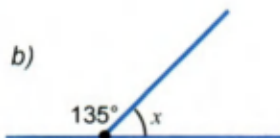
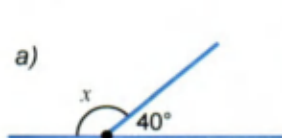
Demak, a va b to'g'ri chiziqlar kesishganda 78° , 102° , 78° va 102° li burchaklar hosil bo'ladi.

Javob: 78° , 102° , 78° va 102° .



Savol va masalalar

1. Qanday burchaklar qo'shni burchaklar deyiladi?
2. Qo'shni burchaklarning yig'indisi nimaga teng? Javobingizni asoslang.
3. Qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lishi mumkinmi?
4. Qanday burchaklar vertikal burchaklar deb ataladi?
5. Vertikal burchaklarning asosiy xossasini izohlang.
6. a) 20° ; b) 30° ; c) 45° ; d) 90° li burchakka qo'shni bo'lgan burchak necha gradusli bo'ladi?
7. Agar qo'shni burchaklarning biri ikkinchisidan uch marta katta bo'lsa, ularni toping.
8. Qo'shni burchaklarning ikkalasi ham: a) o'tkir; b) to'g'ri; c) o'tmas burchaklar bo'la oladimi?
9. Agar ikki burchak teng bo'lsa, ularga qo'shni bo'lgan burchaklar ham teng bo'ladimi?
10. Noma'lum x burchakni toping.

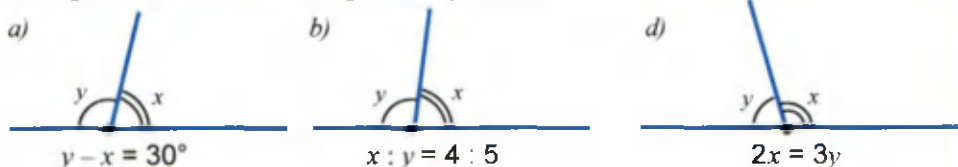


11. Noma'lum x burchakni toping.



12. Agar qo'shni burchaklar gradus o'lchovlari nisbati a) 2:7; b) 11:25; c) 1:9 bo'lsa, ularni toping.

13. Shaklga qarab masala tuzing va uni yeching.

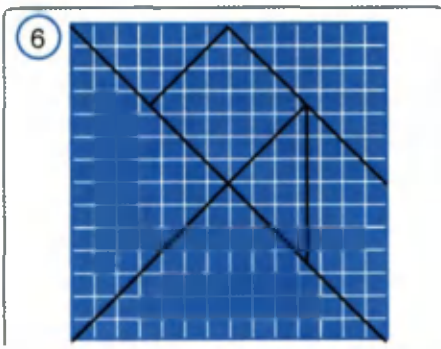


14. Agar ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri 40° bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.

15. "Agar burchaklar teng bo'lsa, ular vertikal burchaklar bo'ladi", — degan tasdiq har doim to'g'rimi?

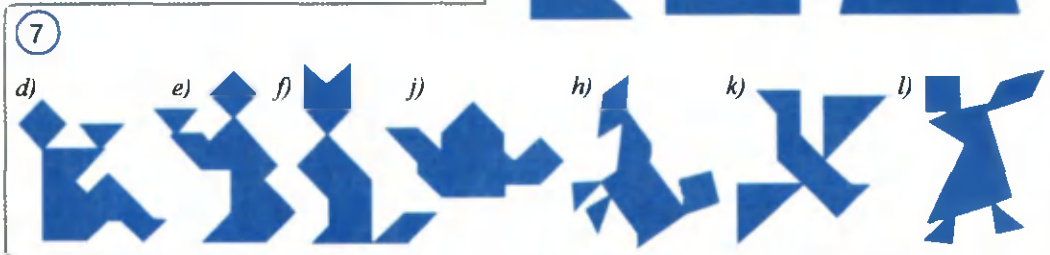


Geometrik boshqotirma



"Tangram" nomli xitoy o'yinchog'ini yasang. Buning uchun kvadratni qalin qog'ozga chizing va 6-rasmda ko'rsatilgandek, uni yetti bo'lakka bo'lib, qirqib oling.

So'ng "Tangram" bo'lakchalarining hammasidan foydalanib, 7-rasmda tasvirlangan shakllarni hosil qiling.



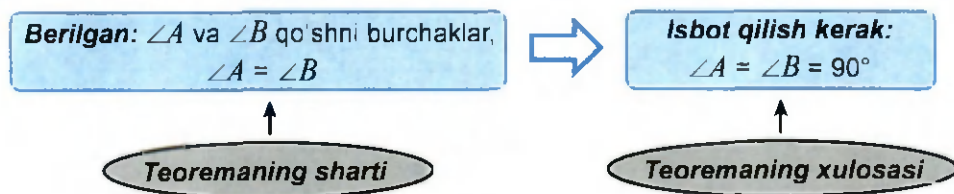
Shu paytgacha qator geometrik shakllar va ularning xossalari bilan tanishib chiqdik. Masalan, o'tgan mavzuda vertikal burchaklar bilan tanishdik va ularning o'zaro teng bo'lishini ko'rsatdik. Eslasangiz, bu xossa bilan shunchaki tanishmasdan, uni isbotladik. "Vertikal burchaklar teng" degan tasdiqning to'g'riligini mulohaza yuritish orqali asosladi. Bu "isbot" tushunchasi bilan ilk tanishishimiz bo'ldi. Geometriyaga birinchi bo'lib "isbot" tushunchasini olib kirgan matematik — eramizdan avvalgi 625–527 yillarda yashagan Miletlik yunon olimi Fales hisoblanadi.

Biror tasdiqning to'g'riligini mantiqiy mulohazalar yordamida keltirib chiqarish *isbot* deb ataladi. To'g'riligi isbotlash yo'li bilan asoslanadigan tasdiq esa *teorema* deb ataladi. Teorema odatda shart va xulosa qismlardan iborat bo'ladi. Teoremaning birinchi – shart qismida nimalar berilgani bayon qilinadi. Ikkinchi – xulosa qismida esa nimani isbotlash lozimligi ifodalanadi. Masalan, quyidagi teoremani olib qaraylik:

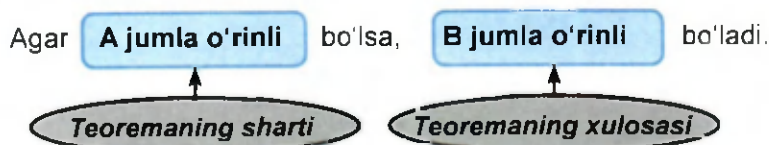



Teorema. Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ularning har ikkisi ham to'g'ri burchak bo'ladi.

Bu teoremaning *shart qismi* – "o'zaro qo'shni burchaklarning teng"ligi bo'lsa, *xulosa qismi* – "ularning har ikkalasi ham to'g'ri burchak" bo'lishidan iborat. *Teoremani isbotlash* – uning shartidan foydalanib, bungacha ma'lum bo'lgan ma'lumotlarga tayanib, mulohaza yuritib, xulosa qismida ifodalangan tasdiqning to'g'riligini keltirib chiqarishdir. Teoremaning shart va xulosa qismlarini aniqlashtirib olish – teoremani aydinlashtiradi, uni tushunish va isbotlash jarayonini yengillashtiradi. Shu bois teoremani isbotlashdan oldin uni shart va xulosa qismlarga ajratib, qayta yozib olish maqsadga muvofiq bo'ladi. Masalan, yuqorida keltirilgan teoremani quyidagi ko'rinishda qayta yozib olish mumkin:



Umuman olganda, teoremani shart va xulosa qismlarga ajratib, quyidagi sxema ko'rinishida tasvirlash mumkin:



Boshlang'ich tushuncha va aksiomalar. Nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik kabi tushunchalar geometriyaning boshlang'ich tushunchalari hisoblanadi. Ularga ta'rif bermadik. *Geometriyaning boshlang'ich tushunchalari* ta'rifsiz to'g'ridan-to'g'ri kiritiladigan tushunchalardir. Geometriyani bir bino deb olsak, bu tushunchalar uning poydevoridir. Boshlang'ich tushunchalar asosida boshqa yangi shakl va tushunchalar haqida tushuntirish beriladi, ya'ni ular *ta'riflanadi*. Darslikda ta'riflar  belgisi bilan alohida ajratilgan, chunki ular geometriyani o'rganishda muhim o'rin tutadi.

Shuningdek, shu paytgacha nuqta, to'g'ri chiziq va tekislikning o'z-o'zidan ravshan bo'lgan qator xossalari ham isbotsiz, to'g'ridan-to'g'ri qabul qildik. Bunday xossalar *aksiomalar* deb ataladi. Agar e'tibor bergan bo'lsangiz, darslikda barcha aksiomalarni asosiy matndan alohida ajratilib, **A** belgisi ostida berib keldik. Shu paytgacha tanishib chiqqan aksiomalarga misollar keltiramiz (qolganlarini darslik sahifalaridan topib, yozib chiqing):

1. *Tekislikda qanday to'g'ri chiziq olinmasin, unda bu to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan nuqtalar ham, tegishli bo'lmagan nuqtalar ham mavjud.*
2. *Har qanday ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.*
3. *To'g'ri chiziqda olingan istalgan uchta nuqtadan faqat bittasi qolgan ikkitasining orasida yotadi.*

Geometriyada tushunchalar ma'lum uzviy izchillik va mantiqiy ketma-ketlikda kiritiladi. Eng avval geometriyaning poydevori – boshlang'ich tushunchalar ta'rifsiz va qator aksiomalar isbotsiz, to'g'ridan-to'g'ri qabul qilinadi. So'ngra, bu poydevor asosida yangi tushunchalar ta'riflanadi. Ularning ba'zi xossalari isbotsiz, aksioma sifatida qabul qilinadi. Qolgan xossalar esa teoremlar ko'rinishida ifodalanadi va aksiomalarga hamda bu paytgacha to'g'riligi isbotlangan xossalarga asoslanib, mantiqiy mulohazalar vositasida isbotlanadi. Mulohaza yuritish jarayonida isbotlanmagan xossalardan (garchi ularning to'g'riligi ochiq-oydin ko'rinib turgan bo'lsa ham) foydalanish taqiqlanadi. Chunki isbotlanmagan xossalardan foydalanish geometriyaning mantiqiy qurilishiga zid bo'ladi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Ta'rif nima? Qaysi tushunchalar ta'rifsiz qabul qilinadi?
2. Teorema nima? U qanday qismlardan iborat?
3. Teoremlar qanday isbotlanadi? Isbot deganda nimani tushunasiz?
4. Aksioma nima?
5. Agar shaklning xossasi chizmada ochiq-oydin ko'rinib turgan bo'lsa, bu xossani isbotlamasdan qabul qilsa bo'ladimi?
6. Quyida keltirilgan tasdiqlarning qaysilari isbotsiz qabul qilingan:
 - 1) har qanday ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin;

- 2) yoyiq burchak to'g'ri burchakdan ikki marta katta;
 - 3) qo'shni burchaklar yig'indisi 180° ga teng;
 - 4) har bir burchak bissektrisaga ega;
 - 5) har bir kesmaning faqat bitta o'rtasi bor;
 - 6) har bir musbat son uchun uzunligi shu songa teng bo'lgan kesma mavjud?
7. Ushbu tasdiqni isbotsiz qabul qilsa bo'ladimi: "Bir to'g'ri chiziqda yotuvchi A, B, C, D nuqtalar uchun $AB = CD$ bo'lsa, AD va BC kesmalarning o'rtalari ustma-ust tushadi"?
8. Darslikdan oldingi mavzularda isbotlangan xossalarni toping.

14

Perpendikular to'g'ri chiziqlar

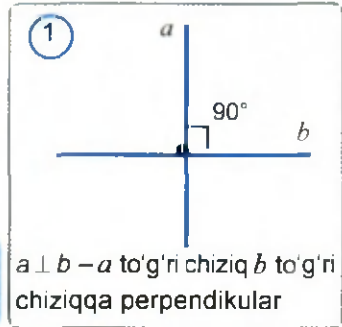


Faollashtiruvchi mashq

Ikki to'g'ri chiziq kesishganda hosil bo'lgan burchaklarning bittasi to'g'ri burchak bo'lsa (1-rasm), qolgan burchaklar haqida nima deyish mumkin?



To'g'ri (90° li) burchak ostida kesishuvchi to'g'ri chiziqlar perpendikular to'g'ri chiziqlar deb ataladi.



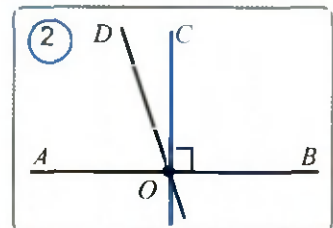
1-rasmda bir-biriga perpendikular a va b to'g'ri chiziqlar tasvirlangan. Bu to'g'ri chiziqlarning perpendikularligi maxsus belgi yordamida $a \perp b$ tarzda yoziladi va " a to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqqa perpendikular" deb o'qiladi. Perpendikular to'g'ri chiziqlar kesishishidan to'rtta to'g'ri burchak hosil bo'ladi.

Perpendikular to'g'ri chiziqalarda yotgan kesma, nur, to'g'ri chiziqlar ham bir-biriga perpendikular deb yuritiladi.



Teorema. To'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasidan unga yagona perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Isbot. Aytaylik, AB to'g'ri chiziq va undagi O nuqta berilgan bo'lsin (2-rasm). Ma'lumki, OB nurga uchi O nuqtada bo'lgan, 90° li COB burchak qo'yish mumkin. Unda CO to'g'ri chiziq AB to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziq bo'ladi.

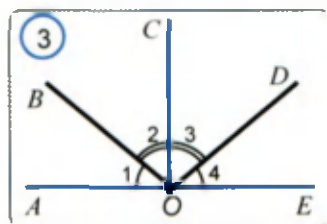


Endi bu to'g'ri chiziqning yagona ekanligini isbotlaylik. Teskarisini faraz qilamiz, ya'ni O nuqtadan o'tuvchi, berilgan AB to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan yana bitta DO to'g'ri chiziq mavjud bo'lsin. U holda, DOB va COB burchaklarning har biri 90° li bo'lib, OB nurga qo'yilgan burchaklar bo'lib qoladi. Lekin, OB nurga muayyan gradus o'lchovga ega yagona burchak qo'yish mumkinligi haqidagi aksiomaga ko'ra bunday bo'lishi mumkin emas.

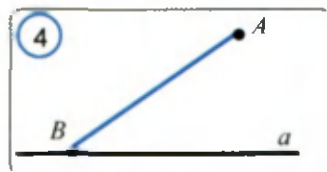
Demak, AB to'g'ri chiziqqa uning O nuqtasidan faqat bitta perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin ekan. **Teorema isbotlandi.**



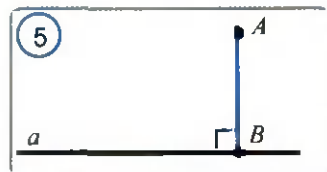
Masala. Agar 3-rasmda $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$ bo'lsa, $CO \perp AE$ bo'lishini ko'rsating.



Yechilishi: Aytaylik $\angle 1 = \angle 4 = \alpha$, $\angle 2 = \angle 3 = \beta$ bo'lsin. Burchaklarni o'lchashning xossasiga ko'ra $\angle AOE = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \alpha + \beta + \alpha + \beta = 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$, ya'ni $\alpha + \beta = 90^\circ$ bo'ladi. Unda, $\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = \alpha + \beta = 90^\circ$ bo'lgani uchun, $CO \perp AE$ bo'ladi.



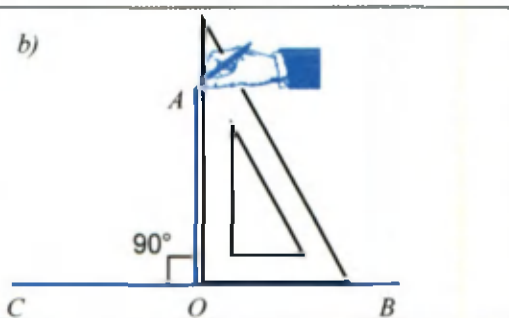
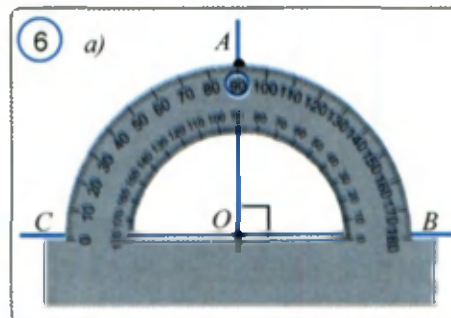
a to'g'ri chiziq va unda yotmagan A nuqta berilgan bo'lsin. A nuqtani a to'g'ri chiziqning biror B nuqtasi bilan tutashtiramiz (4-rasm). Agar AB kesma a to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lmasa, AB kesma *og'ma* deb ataladi.



Agar AB kesma a to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, u holda AB kesma A nuqtadan a to'g'ri chiziqqa tushirilgan *perpendikular* deyiladi. 5-rasmda A nuqtadan a to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular tasvirlangan. B nuqta og'maning (perpendikularning) *asosi* deb nomlanadi. **To'g'ri chiziqqa perpendikular o'tkazishning amaliy yo'riqlari:**

1-usul. Transportir yordamida (6.a-rasm).

2-usul. To'g'ri burchakli chizg'ich (go'niya) yordamida (6.b-rasm).



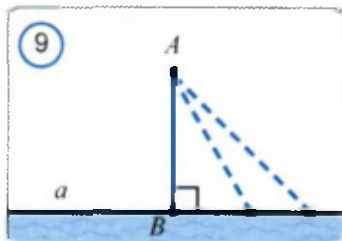
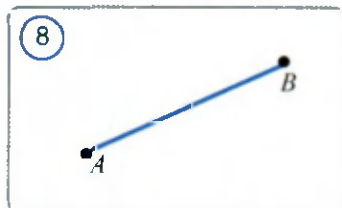
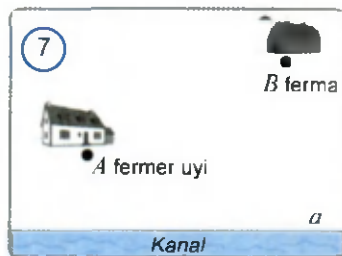


Geometrik tadqiqot

Biror to'g'ri chiziq chizing. Unda yotmaydigan biror nuqtadan to'g'ri chiziqqa perpendikular va bir nechta og'malar o'tkazing. Perpendikular va og'malarning uzunliklarini o'lchang va o'zaro taqqoslang. Qaysi kesmaning uzunligi eng kichik bo'ladi? Javobingizni faraz (gipoteza) ko'rinishida ifodalang. Bu farazning to'g'riligini isbotsiz qabul qilsa bo'ladimi yoki uni albatta isbotlash kerakmi?

Mashq. Dehqon-fermer xojaligining xaritasi 7-rasmda berilgan.

1. Fermer uyidan fermaga olib boruvchi yo'l qurmoqchi. Unga yo'lni qaysi chiziq bo'yicha qurishni maslahat berasiz? Nega? Chizmada bu yo'lni chizib ko'rsating.
2. Fermer fermasidan kanalga olib boruvchi yo'l qurmoqchi. Unga yo'lni qaysi chiziq bo'yicha qurishni maslahat berasiz? Nega? Chizmada bu yo'lni chizib ko'rsating.



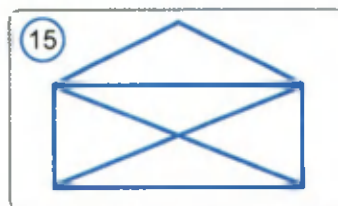
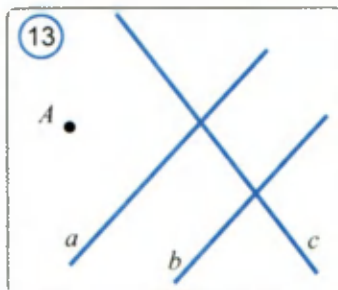
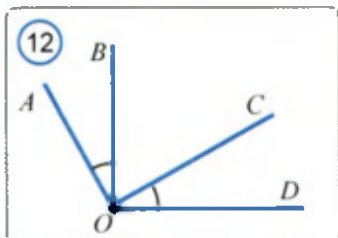
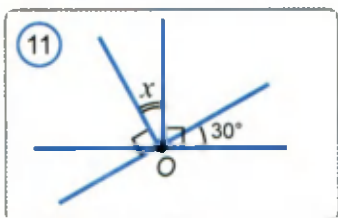
Ma'lumki, 8-rasmda tasvirlangan A va B nuqtalarni tutashiruvchi eng qisqa "yo'l", bu AB kesmadir. Shu bois quyi sinflarda AB kesma uzunligini A va B nuqtalar orasidagi masofa deb qabul qilgan edik. Shunga o'xshash, A nuqtadan a to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa deb, A nuqtadan a to'g'ri chiziqqa tushirilgan AB perpendikularning uzunligini qabul qilamiz. Ravshanki, bu masofa A nuqtadan a to'g'ri chiziqqa tushirilgan barcha og'malar uzunligidan kichik bo'ladi (9-rasm). Bu tasdiqning isbotiga keyin to'xtalamiz.

Qurilishda devorlar va ustunlarning tikligi (polga nisbatan perpendikularligi) shoqul degan asbob yordamida tekshiriladi (10-rasm).



Savol, masala va topshiriqlar

1. Qachon to'g'ri chiziqlar perpendikular deyiladi? Javobingizni chizmada sharhlang.
2. Berilgan to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtadan unga nechta perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin? Javobingizni izohlang.



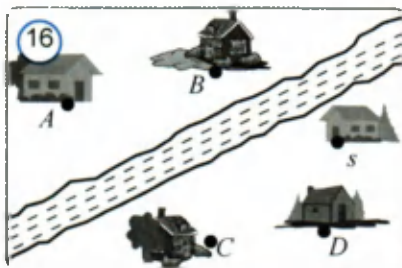
3. Berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular deb nima aytiladi?
4. Berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan og'ma nima?
5. Berilgan A nuqtadan to'g'ri chiziqqa nechta og'ma tushirish mumkin?
6. Chizg'ich va go'niya yordamida berilgan to'g'ri chiziqqa unda yotuvchi nuqtadan o'tuvchi perpendikular to'g'ri chiziq yasang.
7. a to'g'ri chiziqda A, B, C nuqtalarni belgilang va transportir yordamida bu nuqtalarning har biri orqali a to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqni o'tkazing.
8. To'g'ri burchakka vertikal bo'lgan burchak necha gradus?
9. a to'g'ri chiziq A burchakning tomonlarini B va C nuqtalarda kesib o'tadi. AB va AC to'g'ri chiziq a to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'la oladimi?
10. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishi natijasida 4 ta teng burchak hosil bo'ldi. Bu to'g'ri chiziq perpendikular bo'ladimi?
11. 11-rasmdagi noma'lum burchak x ni toping.
12. 12-rasmda agar $OB \perp OD$ va $OA \perp OC$ bo'lsa, $\angle AOB = \angle COD$ bo'lishini ko'rsating.
13. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa nima?
14. Go'niya yordamida A nuqtadan a, b va c to'g'ri chiziqqachacha bo'lgan masofalarni toping (13-rasm).
15. Transportir va oddiy chizg'ich yordamida 14-rasmda tasvirlangan oromgohdan temiryo'lgacha bo'lgan eng qisqa masofani aniqlang. Masshtab (Miqyos): 1 : 10000.



Geometrik boshqotirmalar

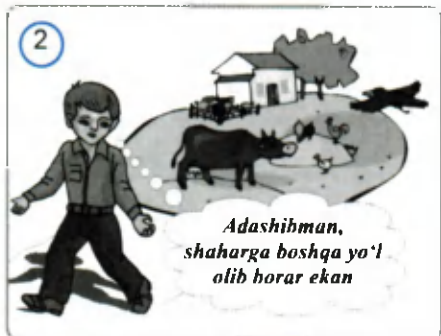
1. a) 10 ta; b) 11 ta bir xil cho'pdan 3 ta teng kvadrat tuzing.
2. 12 ta bir xil cho'pdan, ularni sindirmasdan, a) 4 ta; b) 6 ta teng kvadrat yasay olasizmi?

3. 15-rasmda ko'rsatilgan shaklni qalamni qog'ozdan uzmasdan va bir kesma ustidan ikki marta yurgizmasdan chizib ko'ring.
4. Daryo bo'yida beshta qishloq bo'lib, ulardan uchtasi daryoning bir tomonida, qolgan ikkitasi esa daryoning ikkinchi tomonida joylashgan (16-rasm). Agar har bir qishloq qolgan qishloqlar bilan bevosita yo'llar bilan bog'langan bo'lsa, bu yo'llarning nechtasi daryoni kesib o'tadi?



15

Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli



13-darsda keltirilgan teoremadagi to'g'ri chiziqning yagonaligini isbotlashda qo'llanilgan usul "Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli" deb nom olgan. Bu usul quyidagi sodda mantiqiy masalaga asoslangan. Aytaylik, yo'l da ketayotib, yo'lning ikkiga ajralgan qismiga duch keldingiz (1-rasm). Bu yo'llarning faqat bittasi manzilingizga, shaharga olib borishini bilasiz. Yo'l ko'rsatuvchi taxtachada birinchi yo'l manzilingizga olib borishi ko'rsatilgan. Siz bu yozuvga ishonmadingiz va ikkinchi yo'l bo'yicha yo'lingizda davom etdingiz. Yurib-yurib boshqa joyga, notanish qishloqqa borib qoldingiz. Bu holatda birinchi bo'lib xayolingizga qanday fikr keladi? Albatta, "Taxtachadagi yozuv to'g'ri ekan!", — degan fikr keladi (2-rasm).

Teskarisini faraz qilib isbotlash usulida ham shunga o'xshash yo'l tutiladi. Teorema shartini tashkil qilgan tasdiq o'rinli deb olinadi. U holda bir-birini inkor etuvchi ikki xil tasdiqdan ("yo'l" dan) faqat bittasi o'rinli bo'lishi mumkin:

1-holat. Teoremaning xulosasida keltirilgan tasdiq to'g'ri.

2-holat. Teoremaning xulosasida keltirilgan tasdiq to'g'ri emas.

Teorema xulosasiga teskari bo'lgan tasdiq – ikkinchi “yo'l” tanlanadi. Agar bu “yo'l”dagi mantiqiy mulohazalar to'g'riligi oldin aniqlangan (yoki qabul qilingan) biror xossaga zid xulosaga olib kelsa, bu tanlangan “yo'l”ning noto'g'riligini bildiradi. Bu esa, o'z navbatida, birinchi “yo'l” to'g'ri ekanligini, ya'ni teorema shartida keltirilgan tasdiq o'rinli bo'lganda uning xulosasida keltirilgan tasdiq ham o'rinli bo'lishini ko'rsatadi. Shu tariqa, teorema isbotlangan bo'lib chiqadi.

Teskarisini faraz qilib isbotlash usulini qo'llab teoremalarni isbotlashda quyidagilarga e'tibor berish kerak: a) isbotlanishi talab qilingan tasdiqqa teskari bo'lgan jumlani to'g'ri tuzish; b) faraz qilingan tasdiq va boshqa ma'lum xossalalar asosida to'g'ri xulosalar chiqarish; d) mulohaza yuritish davomida oldin ma'lum bo'lgan xossalarga zid bo'lgan natijani aniqlash.



Faollashtiruvchi mashq

Quyida berilgan tasdiqqa teskari bo'lgan tasdiqni tuzing:

- CD kesma a to'g'ri chiziqni kesib o'tadi;
- A va B nuqtalar a to'g'ri chiziqning bir tomonida yotadi;
- CD kesmaning uzunligi 15 ga teng;
- AOB burchak to'g'ri burchak emas;
- $\angle ABC > \angle MNL$;
- AB og'ma AC perpendikulardan uzun.

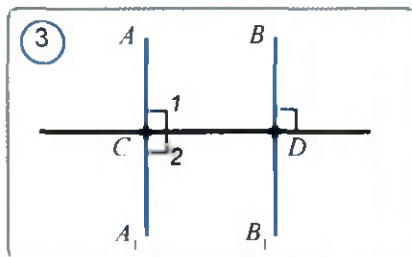


Teorema. Bitta to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishmaydi.

AA_1 , BB_1 va CD to'g'ri chiziqlar,
 $AA_1 \perp CD$ va $BB_1 \perp CD$ (3-rasm)

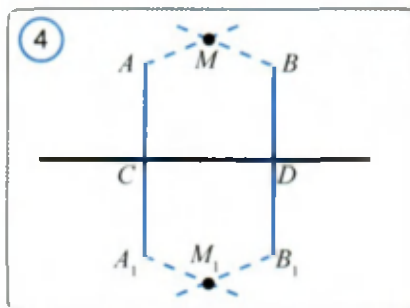


AA_1 va BB_1 to'g'ri chiziqlar
o'zaro kesishmaydi



Isbot. Xayolan 3-rasmni CD to'g'ri chiziq bo'ylab buklab, yuqori yarimtekislikni pastki yarimtekislikka ustma-ust qo'yamiz. 1- va 2-burchaklar teng bo'lgani uchun CA nur CA_1 nur bilan ustma-ust tushadi. Shunga o'xshash DB nur DB_1 nur bilan ustma-ust tushadi.

Berilgan teoremani isbotlash uchun "teskarisini faraz qilib isbotlash" usulini qo'llaymiz. Faraz qilamiz: teoremaning sharti bajarilgan bo'lsa-da, uning xulosasi o'rinli bo'lmasin, ya'ni AA_1 va BB_1 to'g'ri chiziqlar qandaydir M nuqtada kesishsin (4-rasm). U holda, yuqori yarimtekislikni pastki yarimtekislikka ustma-ust qo'yishda M nuqta AA_1 va BB_1 to'g'ri chiziqlarda yotuvchi, pastki yarimtekislikdagi M_1 nuqta bilan ustma-ust tushadi.



Natijada, M va M_1 nuqtalardan ikkita AA_1 va BB_1 to'g'ri chiziq o'tib qoladi. Lekin, bu "har qanday ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tadi", degan aksiomaga zid.

Demak, bizning farazimiz noto'g'ri: AA_1 va BB_1 to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishishi mumkin emas. **Teorema isbotlandi.**

Teorema. To'g'ri chiziqda yotmagan nuqtadan shu to'g'ri chiziqqa perpendikular qilib bittadan ortiq to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin emas.

Bu xossani teskarisini faraz qilish usuli yordamida mustaqil isbotlang.

Savol, masala va topshiriqlar

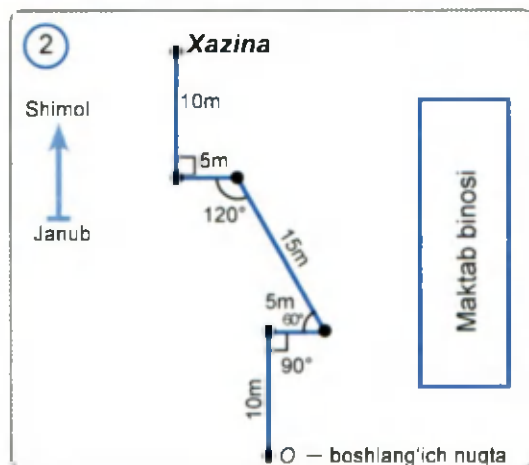
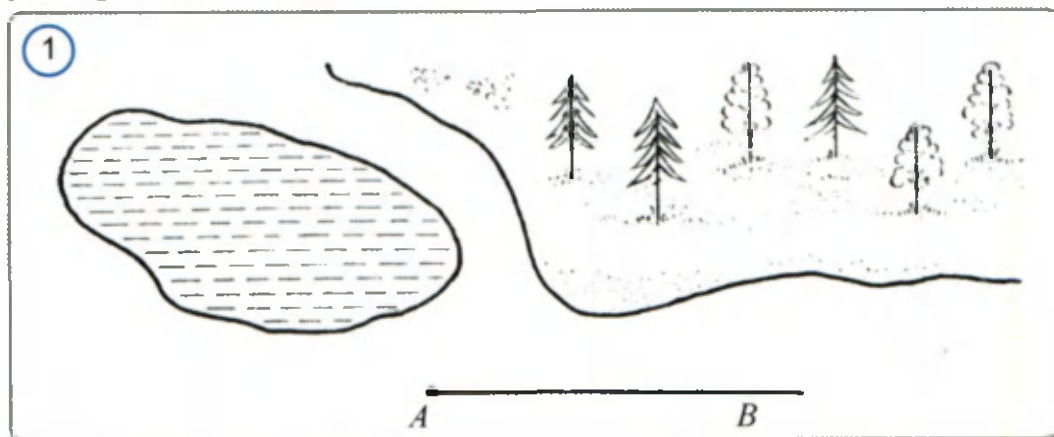
1. Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli qanday qoidaga asoslangan?
2. A, B, C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotsa va: a) $AB = 3,6$; $BC = 5,4$; $AC = 9$; b) $AB = 2,4$; $BC = 4,2$; $AC = 1,8$ bo'lsa, C nuqtaning A va B nuqtalar orasida yotmasligini isbotlang. Bu nuqtalardan qaysi biri qolgan ikkitasi orasida yotadi?
3. Qo'shni burchaklar bissektrisalari orasidagi burchakni toping.
4. Vertikal burchaklar tengligini teskari faraz qilish usuli bilan isbotlang.
5. Agar $\angle AOB = 58^\circ$, $\angle BOC = 17^\circ$ va $\angle AOC = 41^\circ$ bo'lsa, OA , OB va OC nurlardan qaysi biri qolgan ikkitasining orasida yotadi.
6. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining yig'indisi 120° . Bu burchaklarni toping.
7. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining ayirmasi 20° . Bu burchaklarni toping.
8. Vertikal burchaklarning bissektrisalari bir to'g'ri chiziqda yotishini isbotlang.
9. Tekislikda uchta A, B, C nuqta berilgan: $AB = 2,6$, $AC = 8,3$, $BC = 6,7$. Bu nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotmasligini isbotlang.
10. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining yig'indisi 180° ga teng emas. Bu burchaklarning vertikal burchaklar ekanligini isbotlang.



1. Xazinani toping.

1-rasmda xarita va AB nur tasvirlangan. Bu nurga ko'l joylashgan yarimtekislikda yotuvchi 60° li burchak qo'ying. Yasalgan burchakning AB dan farqli tomoni bo'ylab 60 m yuring. C nuqtaga kelasiz. CA nurga yana o'sha ko'l joylashgan yarimtekislikda yotuvchi 120° li burchak qo'ying. Bu burchakning CA nurdan farqli tomoni bo'ylab 120 m yuring. Shu yerda, baland qarag'ay ostida xazina ko'milgan.

Xarita masshtabi (miqyosi): $1:2000$. Xaritani daftaringizga chizib oling. Xazina yashirilgan nuqtani toping.



2. Ochiq havoda geometrik musobaqa.

Musobaqada ikki yoki undan ortiq guruhlar qatnashishi mumkin. Har bir guruhga ruletka va katta transportirdan foydalanishga ruxsat beriladi.

Sinf guruhlarga bo'linib, maktab maydonining turli burchaklarida ish olib borishadi. "Xazina" (masalan, pufakcha, konvertda xat, ...) oldindan maydonning biror joyiga ko'mib qo'yiladi. Xazinaga olib boruvchi xaritalar ham o'qituvchi

tomondan oldindan tuziladi va guruhlarga tarqatiladi (Xarita namunasi 2-rasmda ko'rsatilgan). Guruhlar o'z xaritalari asosida xazinani topishga kirishadi. Qaysi guruh birinchi bo'lib xaritada ko'rsatilgan siniq chiziq bo'ylab hamma nuqtalarni aniqlab, xazinani topsa, o'sha guruh g'olib deb topiladi.



Topshiriq. Uyingizdan maktabga keladigan yo'lning 2-rasmdagi kabi xaritasini tuzing. Chamalab bu yo'lning uzunligini aniqlang.

17

Bilimingizni sinab ko'ring

1. Jummalarni mohiyatidan kelib chiqib to'ldiring:

1. Nuqta va uchlari shu nuqtada bo'lgan iborat shakl burchak deb ataladi.
2. Tekislikda ikki nuqta orqali to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
3. Yoyiq burchakning gradus o'lchovi teng.
4. Ikkita to'g'ri chiziq faqat kesishadi.
5. Burchakning uchidan chiqib, uni burchak bissektrisasi deb ataladi.
6. To'g'ri chiziqning biror nuqtasi va undan bir tomonda yotgan nuqtalardan iborat qismi deb ataladi.
7. Umumiy tomonga ega bo'lib, qolgan ikkita tomoni to'g'ri chiziq hosil qiluvchi burchaklar deb ataladi.
8. To'g'ri chiziq tekislikni ajratadi.
9. Vertikal burchaklarning bissektrisalari hosil qiladi.
10. Kesmani teng shu kesmaning o'rtasi deb ataladi.
11. Agar qo'shni burchaklar ular to'g'ri burchaklar bo'ladi.
12. Teng kesmalarning ham teng bo'ladi.

2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating:

1. Yig'indisi 180° ga teng bo'lgan burchaklar qo'shni burchaklar bo'ladi.
2. Tekislikdagi ixtiyoriy ikki to'g'ri chiziq faqat bitta umumiy nuqtaga ega bo'ladi.
3. Burchakning uchidan o'tib, uni teng ikkiga bo'luvchi to'g'ri chiziq burchakning bissektrisasi deb ataladi.
4. Ixtiyoriy nuqta orqali faqat ikkita to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
5. Ikkala tomoni ham nurlarda yotuvchi burchak yoyiq burchak deb ataladi.
6. Tekislikdagi ikki to'g'ri chiziq uni ikkita yarimtekislikka ajratadi.
7. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklarga vertikal burchaklar deb ataladi.
8. Kesmani ikkiga bo'luvchi nuqta kesmaning o'rtasi deb ataladi.

9. Berilgan nurdan yarimtekislikka faqat bitta to'g'ri burchak qo'yish mumkin.
10. Tekislikdagi ixtiyoriy A, B, C nuqtalar uchun $AB + BC = AC$ tenglik o'rinli.
11. Vertikal burchaklarning yig'indisi 180° ga teng.

3. Berilgan xossaga ega bo'lgan geometrik shaklni o'ng ustundagi mos qatorga yozing:

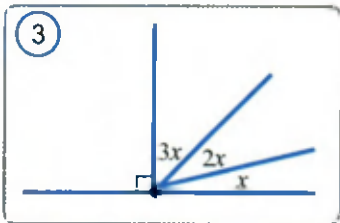
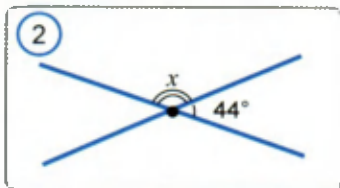
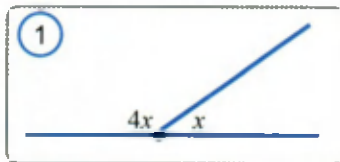
1.	Yig'indisi 180° ga teng	
2.	Tomonlari nurlardan iborat	
3.	Kattaligi 180° ga teng	
4.	Tayin uzunlikka ega	
5.	Kesmani teng ikkiga bo'ladi	
6.	Isbotsiz to'g'ri deb qabul qilingan jumla	
7.	Burchakni teng ikkiga bo'ladi	
8.	To'g'ri chiziqlar kesishganda hosil bo'ladi	
9.	To'g'riligini isbotlash zarur	
10.	O'lchovga ega emas	

4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinlarni topib mos qo'ying:

<i>Geometrik tushuncha</i>	<i>Talqini yoki xossasi</i>
1. Nuqta	A. "Geometriya" so'zining ma'nosi
2. To'g'ri chiziq	B. Yig'indisi 180° ga teng
3. Yer o'lchash	C. O'zaro teng burchaklar
4. Kesma	D. To'g'ri chiziqdagi nuqta va undan bir tomonda yotgan nuqtalar
5. Nur	E. 180°
6. Kesma uzunligi	F. Umumiy uchga ega bo'lgan ikki nur
7. Teng shakllar	G. Uzunligini o'lchab bo'lmaydi
8. Yarimtekislik	H. To'g'ri burchakning $1/90$ qismi
9. Planimetriya	I. Isbotsiz qabul qilinadigan tasdiq
10. Burchak	J. Isbotlanishi lozim bo'lgan tasdiq
11. 1 gradus	K. To'g'ri chiziqning ikki nuqtasi va ular orasidagi nuqtalar
12. Yoyiq burchak gradus o'lchovi	L. Tekislikdagi geometrik shakllarning xossalarni o'rganadi
13. Vertikal burchaklar	M. Burchakni teng ikkiga bo'ladi
14. Qo'shni burchaklar	N. Tekislikning to'g'ri chiziq ajratgan qismlaridan biri
15. Teorema	O. Qismlarga ega emas
16. Aksioma	P. Musbat son
17. Bissektrisa	Q. Aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkin

5. Testlar (berilgan javoblar ichidan eng to'g'ri bo'lgan bittasini aniqlang):

- Ta'rifsiz qabul qilingan asosiy geometrik tushunchalarni ko'rsating: a) tekislik; b) nuqta; c) kesma; d) nur; e) to'g'ri chiziq; f) yarimtekislik.
A) a; b; c B) b; c; e D) a; b; c; e E) a; b; e.
- Ikki qo'shni burchakning ayirmasi 24° ga teng bo'lsa, ulardan kichigini toping:
A) 72° ; B) 76° ; D) 78° ; E) 82° .
- Geometriya fan sifatida qaysi mamlakatda shakllangan?
A) Qadimgi Misr; B) Bobil; D) Yunoniston; E) Xitoy.
- Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan uchtasining yig'indisi 200° ga teng. Burchaklardan kichigini toping:
A) 20° ; B) 40° ; D) 60° ; E) 80° .
- Hech qanday uchtasi bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan 4 ta nuqta berilgan. Shu nuqtalarning har bir jufti orqali to'g'ri chiziqlar o'tkazildi. Ularning sonini toping.
A) 1; B) 4; D) 5; E) 6.
- Burchak bissektrisasi uning tomoni bilan 60° li burchak hosil qiladi. Berilgan burchakka qo'shni bo'lgan burchakni toping:
A) 30° ; B) 60° ; D) 90° ; E) 120° .
- AB kesmani 2 ta to'g'ri chiziq kesib o'tsa, ko'pi bilan nechta AB kesmada yotgan kesma hosil bo'ladi?
A) 3; B) 4; D) 5; E) 6.
- Soat 4 bo'lganda, soat va minut millari orasidagi burchak necha gradus bo'ladi?
A) 60° ; B) 75° ; D) 105° ; E) 120° .
- $AB = 6$, $C \in AB$, $AC = 3BC$, $BC = ?$
A) 1; B) 1,5; D) 2; E) 3.
- Soatning soat mili 30 minutda necha gradusga buriladi?
A) 180° ; B) 15° ; D) 60° ; E) 30° .
- $AB = 18$, $C \in AB$, $AC - BC = 4$, $BC = ?$
A) 7; B) 8; D) 10; E) 11.
- Vertikal burchaklarning yig'indisi 180° ga teng. Bu burchaklarni toping:
A) 60° va 120° ; B) 45° va 135° ;
D) 90° va 90° ; E) 45° va 45° .
- Uchta to'g'ri chiziq tekislikni eng ko'pi bilan nechta qismga ajratishi mumkin?
A) 4; B) 5; D) 6; E) 7.
- 1-rasmdagi x ni toping.
A) 30° ; B) 36° ; D) 45° ; E) 60° .
- 2-rasmdagi x ni toping.
A) 136° ; B) 72° ; D) 56° ; E) 96° .
- 3-rasmdagi x ni toping.
A) 15° ; B) 30° ; D) 45° ; E) 60° .



17. Quyidagi mulohazalardan to'g'risini toping:
- A) Tekislikda berilgan nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
 - B) To'g'ri chiziqning biror nuqtasi va undan bir tomonida yotgan nuqtalaridan iborat qismiga nur deb ataladi.
 - D) To'g'ri chiziqning, ikki nuqtasi orasida yotgan nuqtalaridan iborat qismi kesma deb ataladi.
 - E) Har qanday nurdan tayin yarim tekislikka faqat bitta burchak qo'yish mumkin.
18. Quyidagi mulohazalardan to'g'risini toping.
- A) Qo'shni burchaklar yoyiq burchak bo'ladi.
 - B) Agar $AB = 5 \text{ sm}$, $BC = 6 \text{ sm}$ bo'lsa, $AC = 11 \text{ sm}$ bo'ladi.
 - D) Agar burchaklar teng bo'lsa, ular vertikal burchaklar bo'ladi.
 - E) Agar ikkita burchak teng bo'lsa, ularga qo'shni bo'lgan burchaklar ham teng bo'ladi.

6. Masalalar

1. Transportir yordamida bir tomoni umumiy bo'lgan 10° , 20° , 40° , 60° , 90° , 130° , 170° li burchaklarni yasang.
2. Yoyiq burchakning bissektrisasi uning tomonlari bilan qanday burchak hosil qiladi?
3. Burchakning bissektrisasi uning tomoni bilan 30° li burchak hosil qilgan bo'lsa, burchakning o'zi necha gradus?
4. Burchakning bissektrisasi uning tomonlari bilan o'tmas burchak tashkil qilishi mumkinmi?
5. $\angle AOB = 50^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ bo'lsa, AOB va BOC burchaklarning bissektrisalari orasidagi burchakni toping. Masala nechta yechimga ega?
6. 15° li burchakka 10 marta kattalashtiruvchi lupa (ko'zgu) orqali qaralganda, necha gradusli burchak ko'rinadi?
7. a) 90° ; b) 60° ; c) 50° ; d) 20° li burchakning bissektrisasini transportir yordamida yasang.
8. $\angle AOB = 120^\circ$ bo'lgan burchakning OK bissektrisasini transportir yordamida yasang. So'ngra hosil bo'lgan AOK va KOB burchaklarning bissektrisalarini yasang va bu bissektrisalar orasidagi burchakni toping.
9. Agar $AB = 1,8 \text{ m}$, $AC = 1,3 \text{ m}$ va $BC = 3 \text{ m}$ bo'lsa, A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadimi?
10. A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar $AB = 2,7 \text{ m}$, $AC = 3,2 \text{ m}$ bo'lsa, BC kesmani uzunligini toping. Masala nechta yechimga ega?
11. Uzunligi 15 m bo'lgan AB kesmada C nuqta belgilangan. Agar:
 - a) AC kesma BC kesmadan 3 m uzun,
 - b) C nuqta AB kesmaning o'rtasi bo'lsa,

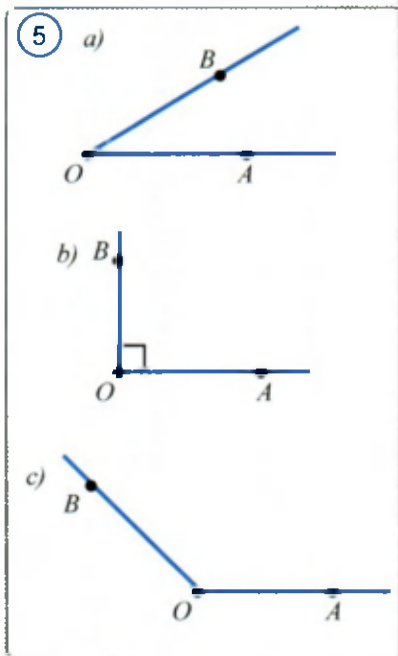
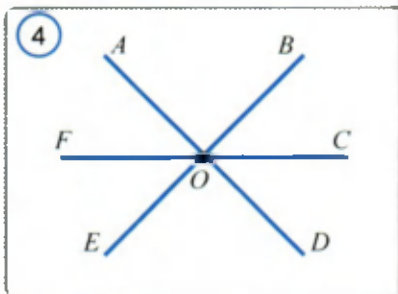
c) AC va BC kesmalarning uzunliklari 2:3 nisbatda bo'lsa, AC va BC kesmalar uzunliklarini toping.

12. A, B, C, D nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar B nuqta AC kesmaning, C nuqta esa BD kesmaning o'rtasi bo'lsa, $AB = BC = CD$ ekanligini ko'rsating.
13. Hech bir uchtasi bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan: a) 6; b) 7; c) 10 ta nuqtaning har ikkitasi orqali to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Jami nechta to'g'ri chiziq o'tkazilgan?
14. OA va OB nurlar qachon ustma-ust tushadi?
15. AB nurda C nuqta, BA nurda D nuqta shunday olinganki, $AC = 0,7$ va $BD = 2,1$. Agar $AB = 1,5$ bo'lsa, CD ni toping.
16. 4-rasmda nechta vertikal burchaklar juftligi tasvirlangan?
- 17*. Agar soatning soat va minut millari orasidagi burchak 45° bo'lib, minut mili 6 da turgan bo'lsa, soat qaysi vaqtni ko'rsatayotgan bo'ladi?

18. To'g'ri chiziqqa unda yotmagan O nuqtadan OA og'ma va OB perpendikular o'tkazilgan. Ularning uzunliklari yig'indisi 13, ayirmasi esa 1 ga teng bo'lsa, O nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani toping.
19. AOB va BOC qo'shni burchaklar ekanligi ma'lum.

Agar:

- a) AOB burchak BOC burchakdan 40° katta;
 - b) AOB burchak BOC burchakdan 4 marta kichik;
 - c) $\angle AOB = \angle BOC + 44^\circ$;
 - d) $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ bo'lsa, bu burchaklarni toping.
20. Ikki to'g'ri chiziq kesishishidan to'rtta burchak hosil bo'ldi. Ulardan ikkitasining gradus o'lchovlari yig'indisi 100° ga teng bo'lsa, bu to'rtta burchakning gradus o'lchovlarini toping.
 21. A, B va C nuqtalar tekislikda shunday joylashgan-ki, a) $AC + CB = AB$; b) $AB + AC = BC$. Qaysi nuqta qolgan ikkitasining orasida yotadi?
 22. 5-rasmdagi burchaklarning tomonlariga ularning A va B nuqtalari orqali perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazing. Bu to'g'ri chiziq o'tkazilgan nuqtasida qanday burchaklar hosil qiladi?



Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'lib, birinchi qismga 54-55-betlarda keltirilgan testlardan beshtasi kiritiladi. Ikkinchi qismda esa quyida keltirilgan masalalarga o'xshash 3 ta masala beriladi (4-masala "a'lo" baho olmoqchi bo'lgan o'quvchilar uchun qo'shimcha):

1. MN va KL to'g'ri chiziqlarning kesishishidan hosil bo'lgan MOL va KON vertikal burchaklarning yig'indisi 148° ga teng. MOK burchakni toping.
2. Qo'shni burchaklarning ayirmasi 60° ga teng. Bu burchaklarning kichigini toping.
3. Burchak bissektrisasi shu burchakning tomoni bilan 66° li burchak hosil qiladi. Bu burchakka qo'shni bo'lgan burchakni toping.
- 4*. Qo'shni burchaklar bissektrisalari to'g'ri burchak ostida kesishishini isbotlang.

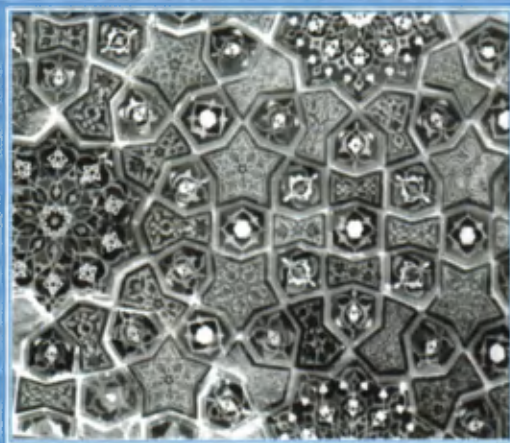


Qiziquvchi o'quvchilar uchun.

1. "Geometriya-7" elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib o'z bilimingizni sinab ko'ring.

2. Shuningdek, 10-betda keltirilgan internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

II BOB



UCHBURCHAKLAR

Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

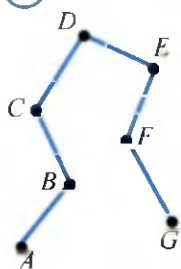
Bilimlar:

- Siniq chiziq va uning turlari;
- ko'pburchak ta'rifi;
- uchburchak va uning asosiy elementlari, bu elementlar bo'yicha uchburchakni turlarga ajratish;
- uchburchak medianasi, bissektrisasi va balandligining ta'riflari;
- uchburchaklar tengligining TBT alomati;
- teng yonli uchburchakning xossalari;
- uchburchaklar tengligining BTB alomati;
- uchburchaklar tengligining TTT alomati;
- teng tomonli uchburchak xossalari;
- kesma o'rta perpendikularining xossasi.

Ko'nikmalar:

- Uchburchaklar tengligining alomatlariga ko'ra teng uchburchaklarni aniqlay olish;
- o'zlashtirilgan bilimlarni masalalar yechishda va amaliy ishlarni bajarishda qo'llay olish;
- geometriyaning go'zalligi va jozibasini his etish.

1



$ABCDEFG$ — **siniq chiziq**;
 A, B, C, D, E, F, G — **siniq chiziqning uchlari**;
 AB, BC, CD, DE, EF, FG — **siniq chiziqning bo'g'inlari (tomonlari)**.



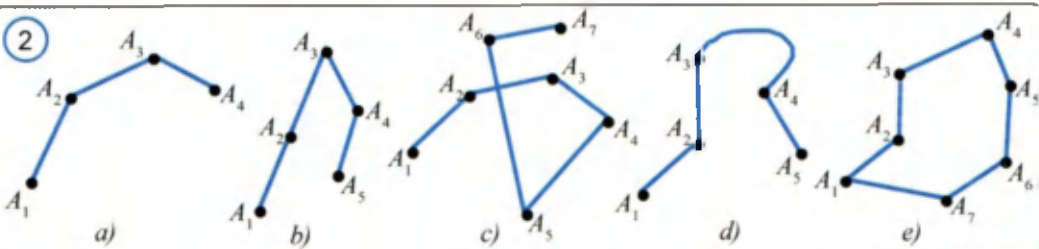
Ketma-ket kelgan har ikkitasi bir to'g'ri chiziqda yotmagan $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesmalardan tashkil topgan shaklga siniq chiziq deyiladi.

A_1, A_2, \dots, A_n nuqtalar **siniq chiziqning uchlari**, $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesmalar esa **siniq chiziqning bo'g'inlari** yoki **tomonlari** deb ataladi. 1-rasmda $ABCDEFG$ — siniq chiziq tasvirlangan.

Boshlang'ich va oxirgi uchlari ustma-ust tushadigan siniq chiziqni — **yopiq siniq chiziq** deb ataymiz.

Mashq. 2-rasmda tasvirlangan chiziqlarning siniq chiziq bo'lishi yoki bo'lmasligini aniqlang va izohlang.

2



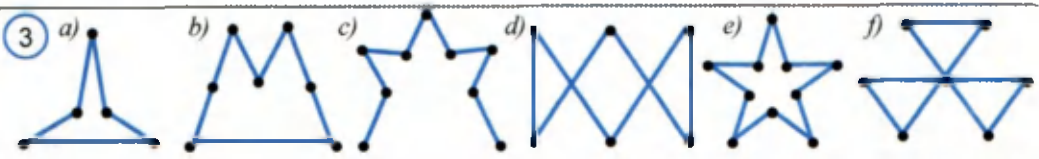
O'z-o'zini kesmaydigan yopiq siniq chiziq **ko'pburchak** deb ataladi.



Faollashtiruvchi mashq.

Ko'pburchakning ta'rifidan kelib chiqadigan xususiyatlarini sanang va 3-rasmdagi shakllarning ko'pburchak bo'lish yoki bo'lmasligini aniqlang va izohlang.

3

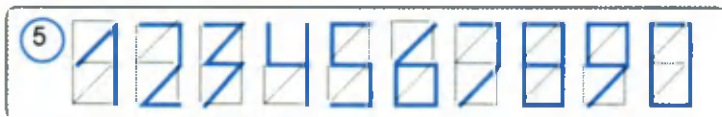
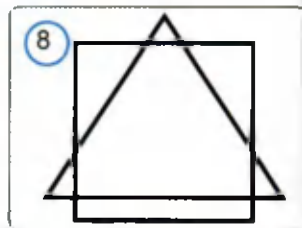
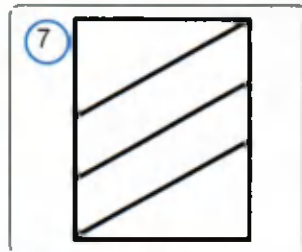
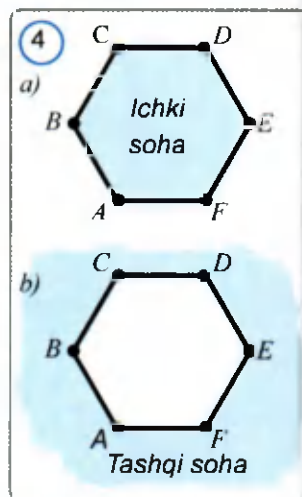


Tomonlarining soniga qarab, ko'pburchaklar uchburchak, to'rtburchak, beshburchak, oltiburchak, umumiy holda *n*-burchak deb nomlanadi. Siz ba'zi ko'pburchaklar bilan quyidagi sinflarda tanishgansiz.

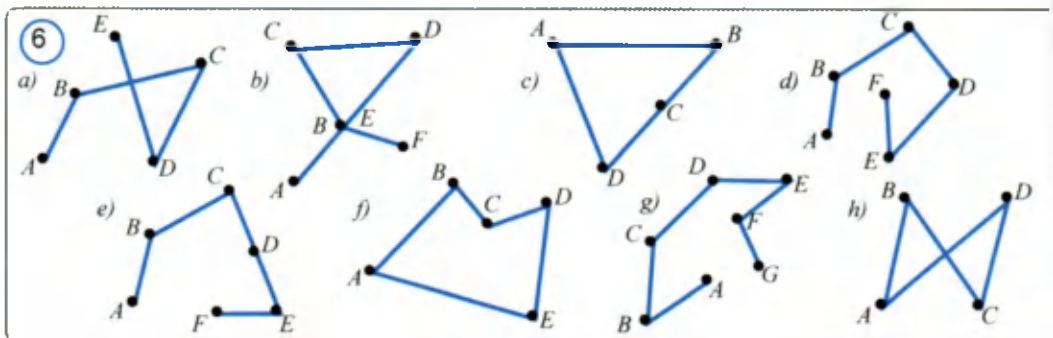
Har qanday ko'pburchak tekislikni ikki sohaga ajratadi. Ko'pburchak bilan chegaralangan chekli soha — ko'pburchakning *ichki sohasi* deb, ikkinchi — cheksiz soha esa ko'pburchakning *tashqi sohasi* deb ataladi. 4-rasmda *ABCDEF* oltiburchakning ichki (*a-rasm*) va tashqi (*b-rasm*) sohalari bo'yab ko'rsatilgan.

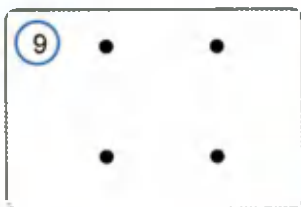
? Savol, masala va topshiriqlar

1. Siniq chiziq nima?
2. Siniq chiziq chizing, uning uchlarini belgilang va bo'g'inlarini chizmada ko'rsating.
3. Yopiq siniq chiziq'larga misollar keltiring.
4. Sinf xonasida, maktabda, uyda siniq chiziqni eslatuvchi narsalarga misollar toping.
5. Ko'pburchak nima? Misollar keltiring.
6. 5-rasmda tasvirlangan raqamlar qanday siniq chiziq'larni ifodalaydi?



7. 6-rasmda tasvirlangan shakllarning qaysilari: a) siniq chiziq; b) yopiq siniq chiziq; c) ko'pburchak bo'lishini aniqlang.



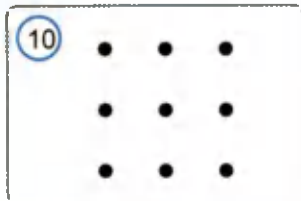


8. Har ikki qo'shni bo'g'ini bir-biriga perpendikular bo'lgan besh bo'g'inli siniq chiziq chizing. Bunday siniq chiziq yopiq bo'lishi mumkinmi?



Geometrik boshqotirmalar

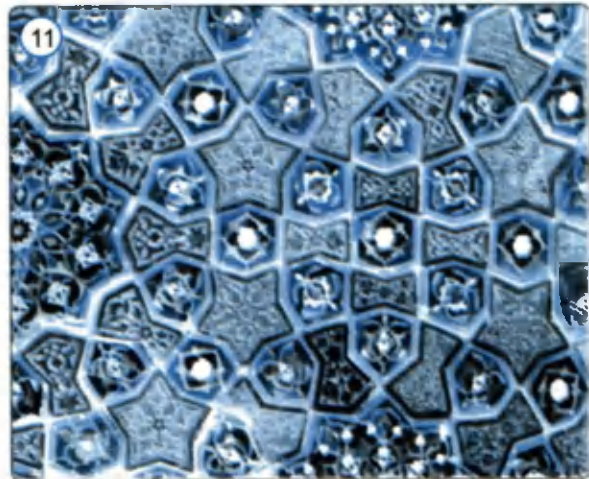
1. 7-rasmda nechta to'rtburchak bor?
2. 8-rasmda ko'rsatilgan shaklni qalamni qog'ozdan uzmasdan va bir chiziq ustidan qayta yuritmasdan chizing.
3. Tomonlari 9-rasmda berilgan to'rtta nuqtadan o'tuvchi uchburchak chizing.
4. 10-rasmda tasvirlangan 9 ta nuqtaning hammasidan o'tuvchi, bo'g'inlari soni 4 ta bo'lgan siniq chiziq chiza olasizmi?



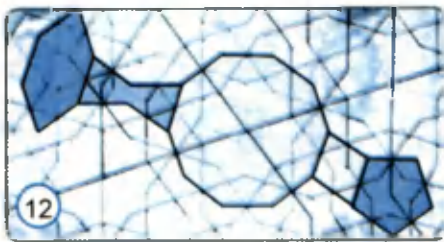
Tarixiy lavhalar

Handasa ilmida o'z davridan besh asr o'zib ketgan me'mor ustalarimiz.

2007-yil fevral oyida Amerikada bosilgan o'rta asr me'morchiligi haqidagi maqola ilmiy shov-shuvga sabab bo'ldi. Gap shundaki, 2005-yilda Samarqanddagi Abdullaxon madrasasi gumbazidagi koshin naqshlarni ko'zdan kechirgan Garvard universitetining aspiranti Piter Lu hayratdan yoqasini ushlab qoldi. Uning ko'z o'ngida 1970-yillarda kashf qilingan deb hisoblangan, Penrouz naqshlari deb nomlangan murakkab geometrik shakllar turar edi. Bundan chiqdi, bizning me'mor ajdodlarimiz aql-u zakovatda o'z davridan besh asr ilgari ketib, fanga yaqindagina kiritilgan murakkab geometrik shakllarni bilibgina qolmasdan, ulardan o'z ishlarida ijodiy foydalanishgan ekan-da! Ha, darhaqiqat shunday bo'lib chiqdi.



11-rasmda me'morchilik obidasidagi naqsh tasvirlangan. 12-rasm o'rta asr qo'lyozmalaridan olingan bo'lib, unda mazkur naqsh asosini tashkil qiluvchi ko'pburchaklar tasvirlangan.

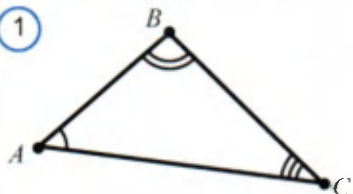


Bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtani belgilaymiz. Ularni o'zaro kesmalar bilan tutashtirib chiqsak, *uchburchak* hosil bo'ladi (1-rasm). Belgilangan uchta nuqta uchburchakning *uchlari*, ularni tutashtiruvchi kesmalar esa uchburchakning *tomonlari* deyiladi. Odatda, "uchburchak" so'zi o'rniga Δ belgisi ishlatiladi. " ΔABC " yozuvi "uchburchak ABC " yoki " ABC uchburchak" deb o'qiladi. $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ — uchburchakning *burchaklari* deb yuritiladi. Ularni ba'zida aniqlik uchun *ichki burchaklar* deb ham atashadi (1-rasm).

Uchburchak burchaklarini $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ tarzda ham belgilash mumkin. Uchburchakning tomonlari va burchaklari uning *asosiy elementlari* deb ataladi. Uchburchakning uchala tomoni uzunliklari yig'indisiga, uning *perimetri* deyiladi. U P harfi bilan belgilanadi. Shuningdek,

BAC burchak uchburchakning AB va AC tomonlari orasida yotuvchi burchagi, AB va AC tomonlar BAC burchakka yopishgan, BC tomon BAC burchak qarshisida yotibdi kabi iboralar qo'llaniladi.

1



ΔABC — ABC uchburchak

A, B, C nuqtalar — uchburchakning uchlari

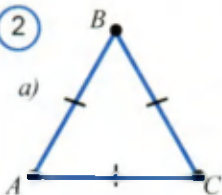
AB, BC, AC kesmalar — uchburchakning tomonlari

$\angle A, \angle B, \angle C$ — uchburchakning burchaklari

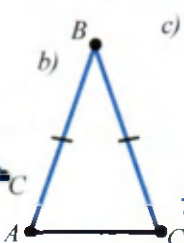
$P = AB + BC + AC$ — uchburchakning perimetri

Tomonlari va burchaklariga ko'ra uchburchaklar quyidagi turlarga ajratiladi: uchala tomoni o'zaro teng bo'lsa, *teng tomonli uchburchak* (2.a-rasm); tomonlaridan ikkitasi o'zaro teng bo'lsa, *teng yonli uchburchak* (2.b-rasm); bitta burchagi to'g'ri bo'lsa, *to'g'ri burchakli uchburchak* (2.c-rasm); hamma burchaklari o'tkir bo'lsa, *o'tkir burchakli uchburchak* (2.d-rasm); bitta burchagi o'tmas bo'lsa, *o'tmas burchakli uchburchak* (2.e-rasm).

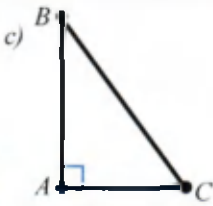
2



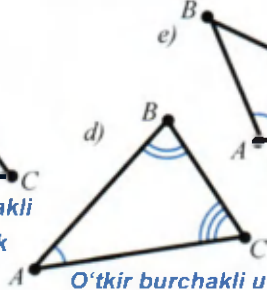
Teng tomonli uchburchak



Teng yonli uchburchak



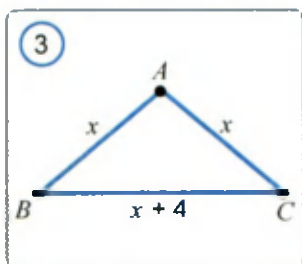
To'g'ri burchakli uchburchak



O'tkir burchakli uchburchak



O'tmas burchakli uchburchak



Masala. Perimetri 28 sm ga teng bo'lgan teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 4 sm uzun. Shu uchburchakning tomonlarini toping.

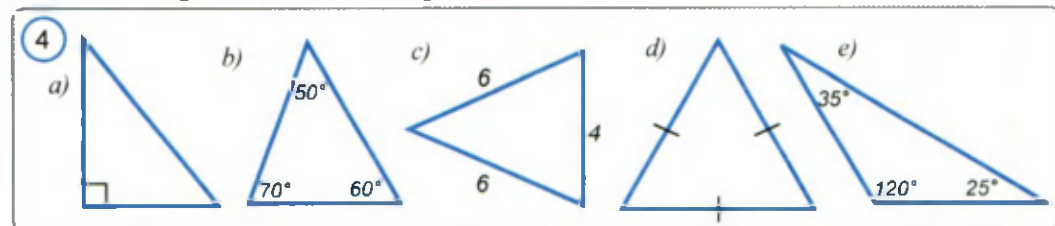
Yechilishi: ABC uchburchakning yon tomonini x deb belgilasak, asosi shartga ko'ra $x + 4$ bo'ladi (3-rasm). Unda, masala shartiga ko'ra, $P = x + x + x + 4 = 3x + 4 = 28$ (sm), $x = 8$ sm. Demak, $AB = AC = 8$ sm; $BC = 12$ sm.

Javob: 8 sm; 8 sm; 12 sm.

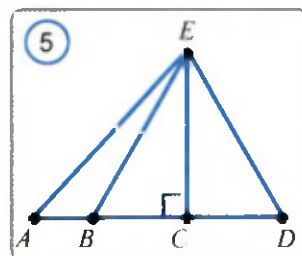


Savol, masala va topshiriqlar

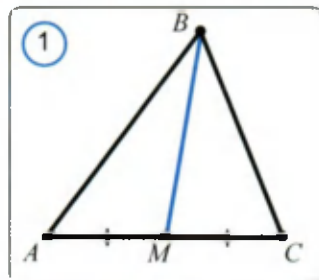
1. Qanday shakl uchburchak deb ataladi?
 2. PQR uchburchakda:
 - a) $\angle P$ qarshisida qaysi tomon yotadi?
 - b) PQ tomonga qaysi burchaklar yopishgan?
 - c) PQ va QR tomonlar orasida qaysi burchak joylashgan?
 - d) PR tomon qaysi burchak qarshisida yotadi?
- Bu savollarga shaklga qaramay javob berishga harakat qiling.
3. Uchburchakning qanday turlari bor? Har bir uchburchak turidan bitta uchburchak chizing. Ularni belgilang. Uchburchak turlarining ta'rifidan kelib chiqib, ularning xususiyatlarini ifodalang.
 4. 4-rasmdagi uchburchaklarning turlarini aniqlang.



5. Ko'z bilan chamalab, uchala tomoni teng bo'lgan uchburchak yasang. So'ngra uning tomonlarini chizg'ich bilan o'lchab, natijalarni taqqoslang.
6. Teng tomonli uchburchak chizib, burchaklarini o'lchang va xulosa chiqaring.
7. 5-rasmda bir uchi: a) A nuqtada; b) B nuqtada; c) C nuqtada bo'lgan nechta uchburchak bor? Ularni yozing.
8. 5-rasmda uchburchakning qanday turlarini ko'rayapsiz? Ularni turlari bo'yicha daftaringizga yozing.
9. Birorta uchburchak chizing va uning uchlarini harflar bilan belgilang. Chizg'ich yordamida tomonlarini o'lchang va uchburchak perimetrini toping.

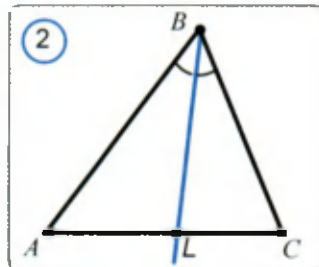


ABC uchburchakning B uchini uning qarshisida yotuvchi AC tomonning o'rtasi M nuqta bilan tutashtiramiz (1-rasm). Hosil bo'lgan BM kesma ABC uchburchakning medianasi deb ataladi. Bu mediana B uchdan chiqqan yoki AC tomonga tushgan deyiladi.



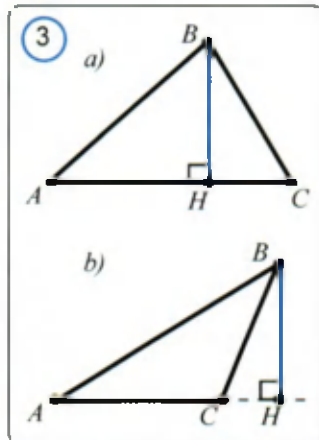
✓ Uchburchak uchini shu uch qarshisidagi tomonning o'rtasi bilan tutashtiruvchi kesma uchburchakning medianasi deb ataladi.

ABC uchburchak B burchagining bissektrisasini o'tkazamiz (2-rasm). Uning AC tomon bilan kesishgan nuqtasini L bilan belgilaymiz. Hosil bo'lgan BL kesma ABC uchburchakning bissektrisasi deb ataladi.



✓ Uchburchak burchagi bissektrisasining uchburchak ichki sohasida yotgan qismi (kesmasi) uchburchak bissektrisasi deyiladi.

ABC uchburchakning B uchidan AC tomon yotgan to'g'ri chiziqqa perpendikular tushiramiz (3-rasm). Perpendikular asosini H bilan belgilaymiz. Hosil bo'lgan BH kesma ABC uchburchakning balandligi deb ataladi.



✓ Uchburchak uchidan shu uch qarshisidagi tomon yotgan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular, uchburchakning balandligi deb ataladi.

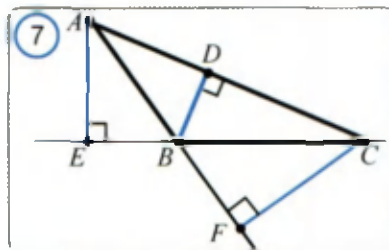
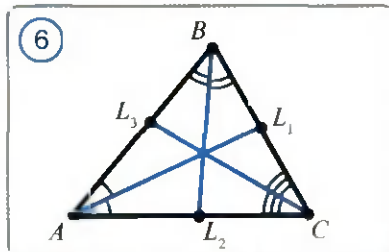
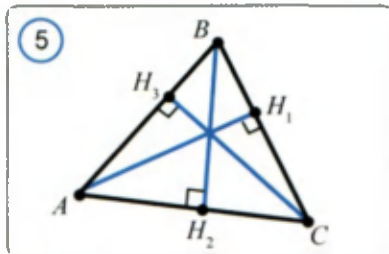
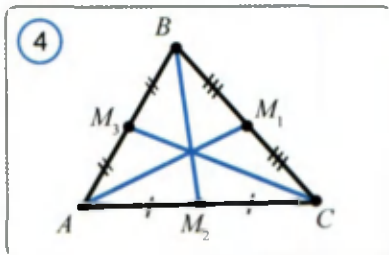
Uchburchakning uchta uchi bo'lgani sababli, har bir uchburchak uchtdan mediana, balandlik va bissektrisa ega.

4-rasmdagi AM_1 , BM_2 va CM_3 kesmalar — ABC uchburchak medianalari.

5-rasmdagi AL_1 , BL_2 va CL_3 kesmalar — ABC uchburchak bissektrisalari.

6-rasmdagi AH_1 , BH_2 va CH_3 kesmalar — ABC uchburchak balandliklari.

Bu muhim tushunchalarning xossalari bilan keyingi darslarda tanishamiz.



Geometrik tadqiqotlar

1. Ixtiyoriy uchburchak chizing. Uning hamma medianalarini o'tkazing (4-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.
2. Ixtiyoriy uchburchak chizing. Uning hamma balandliklarini o'tkazing (5-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.
3. Ixtiyoriy uchburchak chizing. Uning hamma bissektrisalarini o'tkazing (6-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.

O'tkazilgan tajribalar asosida aniqlangan xossalarni teorema deb hisoblasak bo'ladimi? Nega?

Mashq. O'tmas burchakli uchburchakning balandliklarini o'tkazing.

Bajarish: Uchburchakning, xususan, o'tmas burchakli uchburchakning ham uchta balandligi bor. O'tmas burchakli ABC uchburchakni qaraymiz (7-rasm). O'tmas burchagi uchidan tushirilgan BD balandlik uchburchakning ichki sohasida yotadi. O'tkir burchagi A uchidan balandlik tushirish uchun, shu burchak qarshisidagi BC tomonni davom ettiramiz va

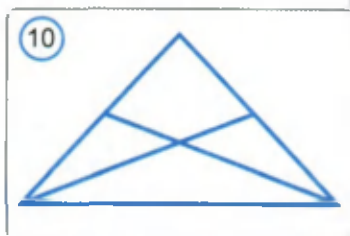
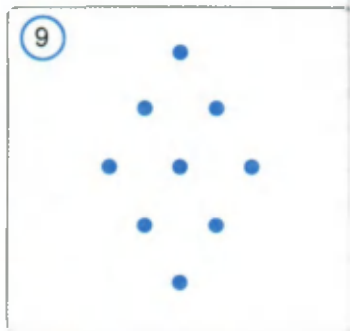
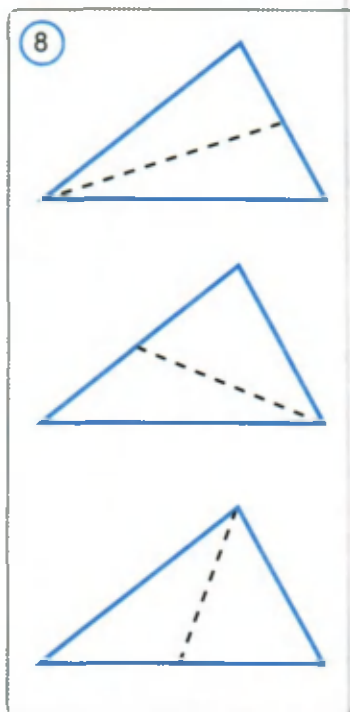
BC tomon davomiga A nuqtadan AE perpendikular tushiramiz. Hosil bo'lgan AE kesma ABC uchburchakning A uchidan tushirilgan balandligi bo'ladi. Xuddi shunday, AB tomon davomiga CF balandlikni tushirish mumkin.



Savol, masala va topshiriqlar

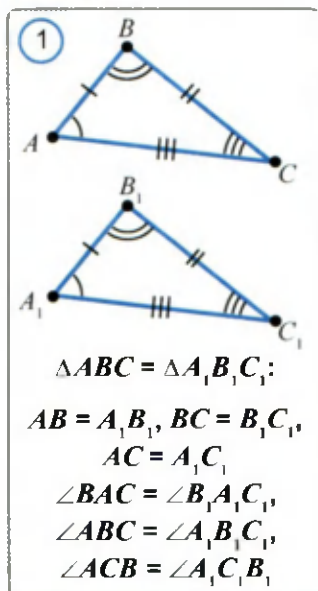
1. Uchburchakning medianasi nima? Uchburchakning nechta medianasi bor? Chizmada chizib ko'rsating.

2. Uchburchakning balandligi nima? Uchburchakning nechta balandligi bor? Chizmada chizib ko'rsating.
3. Uchburchakning bissektrisasi nima? Uchburchakning nechta bissektrisasi bor? Chizmada chizib ko'rsating.
4. Burchak bissektrisasi bilan uchburchakning bissektrisasi o'rtasidagi umumiylik, o'xshashlik va farqlarni ayting?
5. (*Amaliy mashq*). Uchta bir xil uchburchakni turli medianalari bo'ylab qirqing (8-rasm). Hosil bo'lgan 6 ta uchburchakdan bitta uchburchak yasang.
6. Uchburchakning qaysi elementlari har doim uchburchakning ichki sohasida yotadi?
- 7*. Qanday uchburchakning uchta balandligi ham uchburchakning bir uchida kesishadi?
- 8*. Uchburchakning balandligi uning uchala tomonidan ham kichik bo'lishi mumkinmi?
9. Perimetri 36 ga teng bo'lgan uchburchakning balandligi uni perimetrlari 18 va 24 ga teng bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Berilgan uchburchakning balandligini toping.
10. Perimetri 36 ga teng bo'lgan uchburchakning bissektrisasi uni perimetrlari 24 va 30 ga teng bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Berilgan uchburchakning shu bissektrisasini toping.
11. ABC uchburchakda $AB = BC$ va BD medianasi 4 sm . Agar ABD uchburchak perimetri 12 sm bo'lsa, ABC uchburchak perimetrini toping.



Geometrik boshqotirmalar

1. Beshta bir xil cho'pdan 2 ta uchburchak yasang.
2. To'qqizta bir xil cho'pdan 5 ta uchburchak yasang.
3. Uchlari 9-rasmدا ko'rsatilgan nuqtalarda yotadigan nechta teng tomonli uchburchak chizish mumkin?
4. 10-rasmدا nechta uchburchak bor?



Geometrik shakllarning tengligi ta'rifiga ko'ra, agar ikkita uchburchakdan birini ikkinchisiga aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkin bo'lsa, ular *teng* bo'ladi. 1-rasmda ABC va $A_1B_1C_1$ — teng uchburchaklar tasvirlangan. Ulardan ixtiyoriy bittasini ikkinchisiga ustma-ust qo'yish mumkin. Bunda, bir uchburchakning uchta uchi va uchta tomoni mos ravishda ikkinchi uchburchakning uchta uchi va uchta tomoni bilan ustma-ust tushadi. Ravshanki, bunda uchburchaklarning burchaklari ham mos ravishda ustma-ust tushadi.

ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarning tengligi

$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

tarzda ifodalanadi. Chizmada teng burchaklar bir xil yoychalar bilan, teng tomonlar esa bir xil chiziqchalar bilan 1-rasmda tasvirlanganidek ajratib ko'rsatiladi.



Faollashtiruvchi savol.

Uchburchak shaklidagi ikkita katta yer maydonining o'zaro tengligini amalda qanday tekshirish mumkin? Axir ulardan birini ikkinchisining ustiga qo'yib bo'lmaydi-ku?

Ikki uchburchakning o'zaro teng yoki teng emasligini aniqlash uchun har doim ham ularni ustma-ust qo'yish shartmi? Bunga hojat yo'q ekan. Bu masalani uchburchaklarning ba'zi elementlarini solishtirib hal etish mumkin ekan. "Uchburchaklarning tenglik alomatlari" deb nom olgan teoremlar — shu haqda.

Bu teoremlarning "alomat" deb yuritilishiga sabab, ular yordamida uchburchaklarning teng yoki teng emasligi haqida xulosa chiqarish mumkin.

Umuman olganda, geometriyada "alomat" — shaklning biror xususiyatini aniqlashga yordam beruvchi shartlar haqidagi teoremdan iborat bo'ladi.

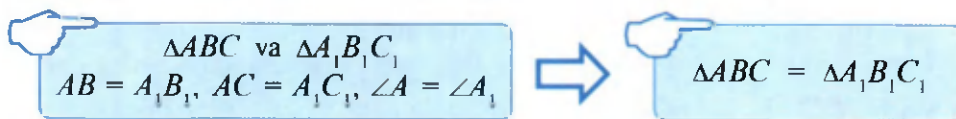
ABC uchburchak berilgan bo'lsin. Unga teng bo'lgan boshqa uchburchakni quyidagi usul bilan yasaymiz. A burchakni o'lchaymiz va tekislikning boshqa bir joyiga unga teng bo'lgan A_1 burchak yasaymiz. A_1 burchakning tomonlariga, mos ravishda $A_1B_1 = AB$ va $A_1C_1 = AC$ kesmalarni qo'yamiz. B_1 va C_1 nuqtalarni tutashtiramiz. Natijada, ABC uchburchak bilan ikki tomoni va ular orasidagi bitta burchagi teng bo'lgan $A_1B_1C_1$

uchburchakni hosil qilamiz. Ma'lum bo'lishicha, $A_1B_1C_1$ uchburchak ABC uchburchakka teng bo'ladi.

Quyidagi teorema shuni tasdiqlaydi. U "Uchburchaklarning ikki tomoni va ular orasidagi burchagi bo'yicha tengligi haqidagi teorema" deb ataladi. Biz uni qisqacha "Uchburchaklar tengligining TBT alomati" deb yuritamiz. (TBT yozuvi — "tomon", "burchak", "tomon" so'zlarining bosh harflaridan tuzilgan).



Teorema. (Uchburchaklar tengligining TBT alomati). Agar bir uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagi ikkinchi uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagiga mos ravishda teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (2-rasm).



Isbot. $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ bo'lgani uchun, ABC uchburchakni $A_1B_1C_1$ uchburchakka shunday qo'yish mumkin, unda A uch A_1 uchga, AB va AC tomonlar esa mos ravishda, A_1B_1 va A_1C_1 nurlar ustiga tushadi. $AB = A_1B_1$ va $AC = A_1C_1$ bo'lgani uchun, AB tomon A_1B_1 tomon bilan, AC tomon esa A_1C_1 tomon bilan ustma-ust tushadi. Xususan, B nuqta B_1 nuqta bilan, C nuqta esa C_1 nuqta bilan ustma-ust tushadi. Unda, B_1C_1 va BC tomonlar ham ustma-ust tushadi. Natijada, ABC uchburchakning uchta uchi, $A_1B_1C_1$ uchburchakning uchta uchi bilan, mos ravishda ustma-ust tushadi.

Demak, ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar o'zaro teng.

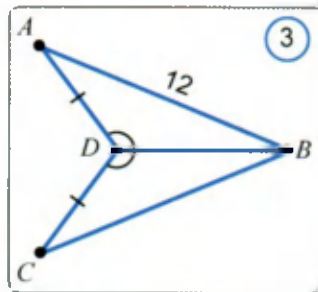
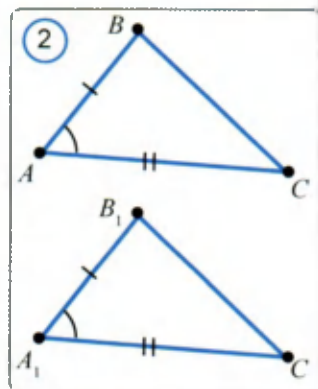
Teorema isbotlandi.

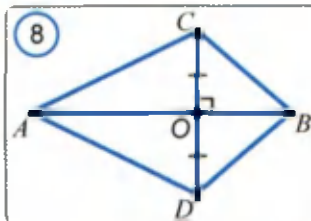
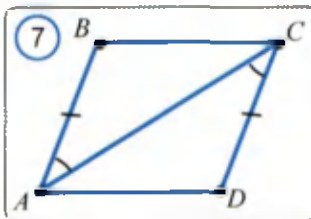
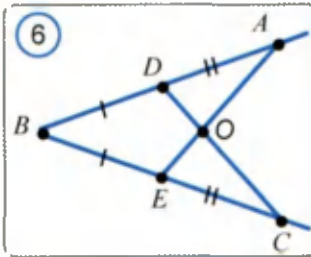
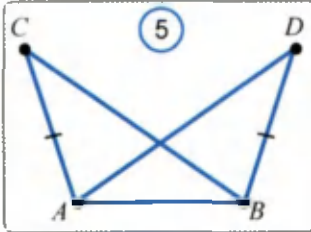
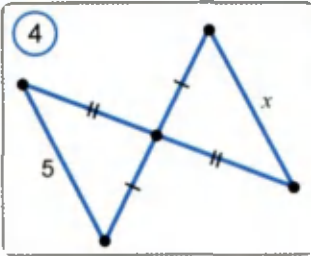


Masala. 3-rasmda berilgan ma'lumotlar bo'yicha BC kesmani toping.

Yechilishi: ADB va CDB uchburchaklarni qaraymiz. $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$, BD — bu uchburchaklar uchun umumiy tomon. Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra, $\triangle ADB = \triangle CDB$. Xususan, $CB = AB = 12$ ekanligi ma'lum bo'ladi.

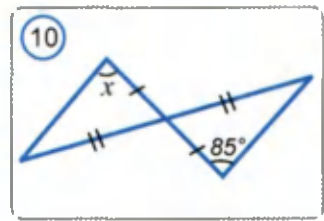
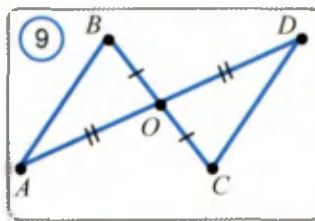
Javob: 12.





? Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday uchburchaklar teng deyiladi?
2. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ tenglik uchburchaklarning qaysi elementlarining tengligini bildiradi?
3. TBT alomatga ko'ra uchburchaklar tengligi qanday elementlar bo'yicha aniqlanadi?
4. Uchburchaklar tengligining TBT alomatini izohlang.
5. 4-rasmdan noma'lum kesma x ni toping.
6. Agar 5-rasmda $\angle CAB = \angle ABD$ bo'lsa, $AD = BC$ ekanligini ko'rsating.
7. 6-rasmda $\angle BAO = \angle BCO$ ekanligini ko'rsating.
8. 7-rasmda $\triangle ABC = \triangle CDA$ ekanligini isbotlang.
9. 8-rasmda $\triangle ABC = \triangle ABD$ bo'lishini isbotlang.
10. AD va BC kesmalar O nuqtada kesishadi va bu nuqtada teng ikkiga bo'linadi (9-rasm).
 - a) $\triangle AOB = \triangle DOC$;
 - b) $BD = AC$;
 - d) $\triangle ABD = \triangle DCA$ ekanligini isbotlang.
 - e) Agar AOB uchburchakda $\angle A = 35^\circ$ va $\angle B = 62^\circ$ bo'lsa, DOC uchburchakning D va C burchaklarini toping.
11. 10-rasmdagi noma'lum burchak x ni toping.
12. Bir uchburchak perimetri ikkinchi uchburchak perimetridan katta. Bu uchburchaklar teng bo'lishi mumkinmi?
13. ABC uchburchakning AB tomonida D nuqta, $A_1B_1C_1$ uchburchakning A_1B_1 tomonida D_1 nuqta olingan. $\triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ va $BD = B_1D_1$ tengliklar ma'lum. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar tengligini isbotlang.



Ikkita tomoni teng bo'lgan uchburchakni *teng yonli uchburchak* deb atagan edik. Teng yonli uchburchakning teng tomonlari uning *yon tomonlari*, uchinchi tomoni esa *asosi*, asosi qarshisida yotgan uchi esa teng yonli uchburchakning *uchi* deb ataladi.



Faollashtiruvchi mashq

2-rasmdagi uchburchaklarning qaysilari teng yonli? Ularning asosi va yon tomonlarini ayting.



Geometrik tadqiqot

Ixtiyoriy teng yonli uchburchak yasang. Uning asosiga yopishgan burchaklarini o'lchang va ularni solishtiring. Tajribani yana 2–3 boshqa teng yonli uchburchaklar uchun qaytaring va o'z taxminingizni tasdiq ko'rishda ifodalang. Tajriba natijasida topilgan bu xossa barcha teng yonli uchburchaklar uchun ham o'rinli deb aytilish mumkinmi?



Teorema. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari teng.

$$\triangle ABC, AB = AC$$



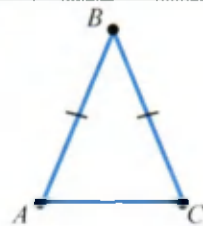
$$\angle B = \angle C$$

Isbot. Aytaylik, AL — ABC uchburchakning bissektrisasi bo'lsin (3-rasm). ABL va ACL uchburchaklarni qaraymiz. Birinchidan, AL tomon umumiy, ikkinchidan, teorema shartiga ko'ra $AB = AC$ ($\triangle ABC$ — teng yonli). Uchinchidan, $\angle 1 = \angle 2$, chunki AL — bissektisa.

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra, $\triangle ABL = \triangle ACL$ bo'ladi.

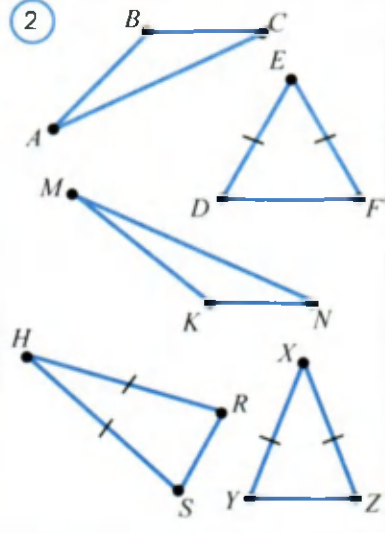
U holda, $\angle B = \angle C$. **Teorema isbotlandi.**

1

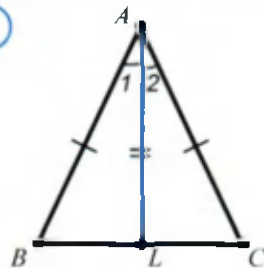


ABC — *teng yonli uchburchak*
 AB, BC — *yon tomonlari*
 AC — *asosi*, B — *uchi*

2



3



Geometrik tadqiqot

Teng yonli uchburchak chizing. Uning uchidan chiqqan bissektisasini o'tkazing. Bu bissektisa uchburchak asosini ikki bo'lakka bo'ladi. Shu bo'laklar uzunligini o'lchab taqqoslang. Bundan qanday xulosa chiqadi? So'ng bissektisa bilan asos hosil qilgan burchaklarni transportirda o'lchang va taqqoslang. Bundan qanday xulosa chiqadi? Bu xulosalarni tasdiq ko'rinishida ifodalang. Tajriba natijasida topilgan bu xossalar barcha teng yonli uchburchaklar uchun o'rinli deb aytilish mumkinmi?

 **Teorema.** Teng yonli uchburchak asosiga tushirilgan bissektisa uning ham medianasi, ham balandligi bo'ladi (4-rasm).

$\triangle ABC$, $AB = AC$, AL – bissektisa.

AL – mediana va balandlik

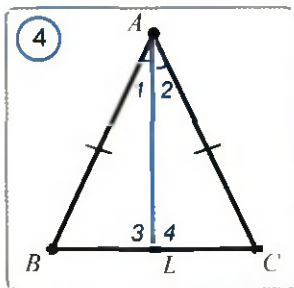
Isbot. AL kesma ABC uchburchakning bissektisasi bo'lsa, yuqorida isbotlangan teoreмага ko'ra $\triangle ABL = \triangle ACL$ bo'ladi. Uchburchaklar tengligidan $BL = LC$ va $\angle 3 = \angle 4$ ekanligini topamiz.

Demak, L nuqta BC tomonning o'rtasi, AL esa ABC uchburchakning medianasi ekan.

$\angle 3$ va $\angle 4$ o'zaro teng va qo'shni burchaklar bo'lgani uchun, ular to'g'ri burchaklardir.

Demak, AL kesma ABC uchburchakning balandligi ham bo'lar ekan.


Teorema isbotlandi.



Xulosa. Teng yonli uchburchakning uchidan chiqarilgan bissektisasi, medianasi va balandligi ustma-ust tushadi.

Mashq.

1. Teng tomonli uchburchakning bissektisalari, medianalari va balandliklari haqida nima deyish mumkin?

 **Masala.** Teng yonli ABC uchburchakning yon tomonlariga AD va CF medianalar tushirilgan. $\triangle ADC = \triangle CFA$ va $\triangle ADB = \triangle CFB$ ekanligini isbotlang (5-rasm).

$\triangle ABC$, $AB = BC$,
 AD va CF — medianalar

$\triangle ADC = \triangle CFA$, $\triangle ADB = \triangle CFB$

Isbot. $AB = BC$ bo'lgani uchun, bu tomonlardan AD va CF medianalar ajratgan kesmalar o'zaro teng bo'ladi:

$$AF = FB = BD = CD. \quad (1)$$

a) $\triangle ADC$ va $\triangle CFA$ uchburchaklarda:

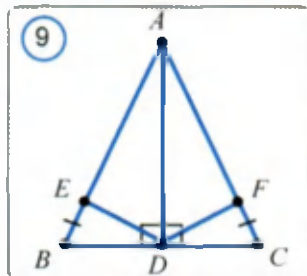
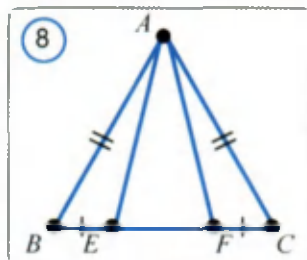
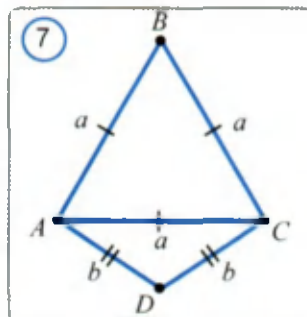
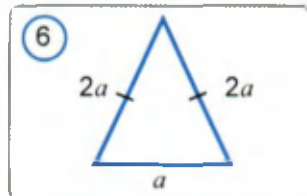
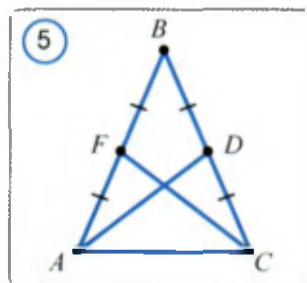
1. $\angle ACD = \angle FAC$, chunki $\triangle ABC$ — teng yonli;
2. AC tomon umumiy;
3. $AF = CD$ — (1) tenglikka ko'ra.

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra $\triangle ADC = \triangle CFA$.

b) $\triangle ADB = \triangle CFB$ ekanligini mustaqil isbotlang.

? Savol, masala va topshiriqlar

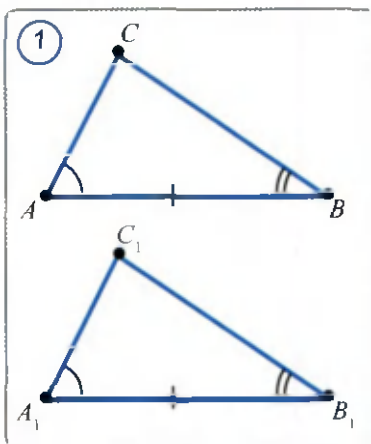
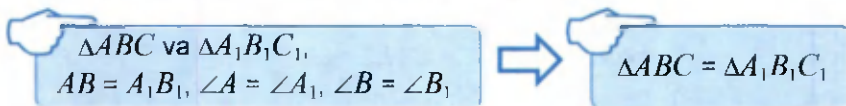
1. Qanday uchburchaklar teng yonli deyiladi?
2. Teng yonli uchburchakning qaysi burchaklari teng bo'ladi?
3. 6-rasmda $P = 50 \text{ sm}$ bo'lsa, $a = ?$
4. 7-rasmda $P_{ABC} = 36$ va $P_{ADC} = 28$ bo'lsa, $a = ?$, $b = ?$
5. Teng yonli uchburchakning yon tomonlariga tushirilgan medianalari teng bo'lishini isbotlang.
6. 8-rasmda $AB = AC$, $BE = FC$. a) $\triangle ABE = \triangle ACF$; b) $AE = AF$; c) $\triangle ABF = \triangle ACE$ ekanligini isbotlang.
7. 9-rasmda $AB = AC$, $BE = CF$. a) $\triangle AED = \triangle AFD$; b) $\triangle BED = \triangle CFD$ tengliklarni isbotlang.
8. Teng tomonli uchburchakning barcha burchaklari teng ekanligini isbotlang.
9. Ikkita teng yonli uchburchaklarning asoslari va shu asosga tushirilgan balandliklari mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'lishini isbotlang.
10. Teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 3 sm katta, lekin yon tomonlarining yig'indisidan 5 sm kichik. Uchburchakning tomonlarini toping.
11. Teng yonli uchburchak tomonlarining o'rtalari tutashtirilsa, teng yonli uchburchak hosil bo'lishini isbotlang.



Endi uchburchaklarning bir tomoni va unga yopishgan burchaklari bo'yicha tenglik alomatini ko'ramiz. Kelgusida uni "uchburchaklar tengligining BTB alomati" deb yuritamiz.



Teorema. (Uchburchaklar tengligining BTB alomati). Agar bir uchburchakning bir tomoni va unga yopishgan ikki burchagi ikkinchi uchburchakning bir tomoni va unga yopishgan ikki burchagiga mos ravishda teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi.



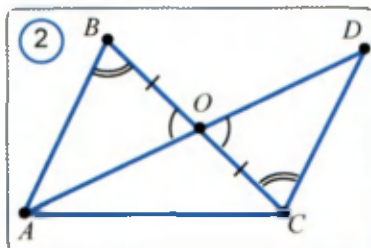
Isbot. ABC uchburchakni $A_1B_1C_1$ uchburchak ustiga shunday qo'yamizki, A uch A_1 uch bilan AB tomon A_1B_1 tomon bilan ustma-ust tushsin va C va C_1 uchlari A_1B_1 to'g'ri chiziqning bir tomonida yotsin.

U holda, $\angle A = \angle A_1$ bo'lgani uchun, AC tomon A_1C_1 nurda yotadi, $\angle B = \angle B_1$ bo'lgani uchun, BC tomon B_1C_1 nurda yotadi. Shuning uchun C nuqta AC va BC nurlarning umumiy nuqtasi sifatida A_1C_1 va B_1C_1 nurlarning har ikkalasida ham yotadi. U holda, C nuqta A_1C_1 va B_1C_1 nurlarning umumiy nuqtasi — C_1 bilan ustma-ust tushadi. Natijada, AC va A_1C_1 , BC va B_1C_1 tomonlar ham o'zaro ustma-ust tushadi. Demak, ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar aynan ustma-ust tushadi. Bu esa ular teng deganidir.

Teorema isbotlandi.



Masala. 2-rasmda berilganlardan foydalanib, $\Delta AOB = \Delta DOC$ ekanligini isbotlang.



Yechilishi: $\angle AOB$ va $\angle DOC$ — vertikal burchaklar bo'lgani uchun o'zaro teng bo'ladi.

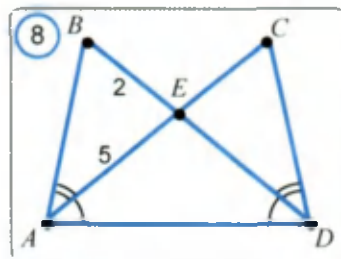
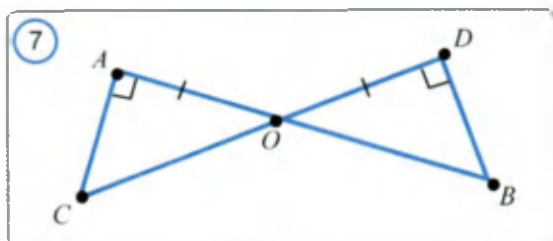
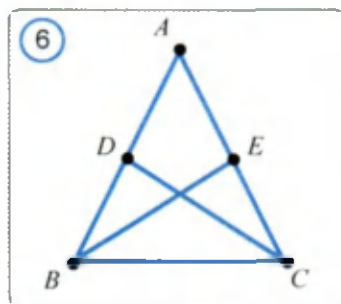
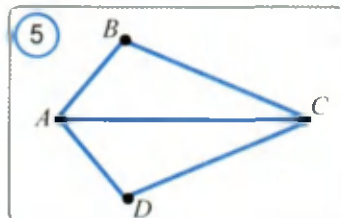
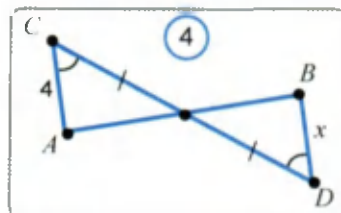
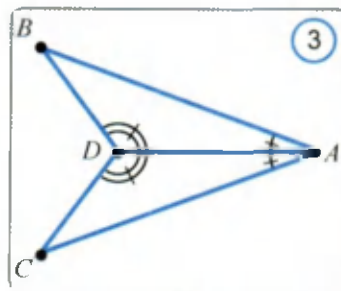
Demak,

$$BO = OC, \angle ABO = \angle DCO, \angle AOB = \angle DOC$$

va uchburchaklar tengligining BTB alomatiga ko'ra, $\Delta AOB = \Delta DOC$.

? Savol, masala va topshiriqlar

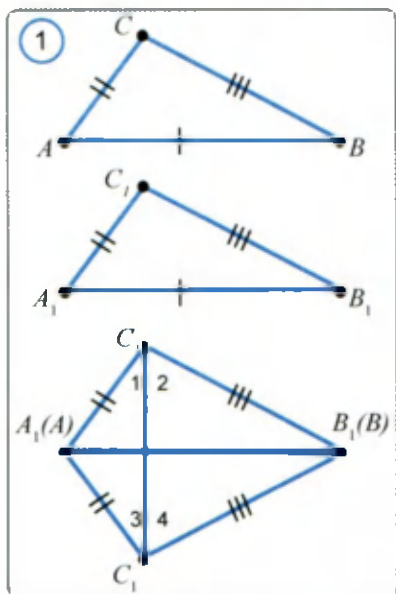
1. Uchburchaklarning tengligi BTB alomat bo'yicha qaysi elementlarni solishtirish orqali aniqlanadi?
2. Uchburchaklar tengligining BTB alomatini izohlang.
3. 3-rasmda $\triangle ABD = \triangle ACD$ ekanligini isbotlang.
4. 4-rasmdagi noma'lum x ni toping.
5. 5-rasmda AC kesma BAC va BCD burchaklarning bissektisasi bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle ADC$ ekanligini isbotlang.
6. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ va $\angle B = \angle B_1$ ekanligi ma'lum. AB va A_1B_1 tomonlarda mos ravishda D va D_1 nuqtalar $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ bo'ladigan qilib olingan. Unda $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$ ekanligini isbotlang.
7. AB va CD kesmalar O nuqtada kesishadi. Agar $BO = CO$ va $\angle ACO = \angle DBO$ bo'lsa, ACO va DBO uchburchaklar teng ekanligini isbotlang.
8. Agar ABC uchburchakda $AB = AC$, BE va CD — bissektisa bo'lsa, $BE = CD$ ekanligini isbotlang (6-rasm).
9. $\triangle OAC = \triangle ODB$ bo'lishini isbotlang (7-rasm).
10. ABC va ADC uchburchaklar teng. B va D nuqtalar AC to'g'ri chiziqning turli tomonida yotadi. ABD va BCD uchburchaklarni teng yonli ekanligini isbotlang.
11. 8-rasmdagi ma'lumotlar asosida AC va BD kesmalarni toping.



Endi uchburchaklarning uchta tomoni bo'yicha tenglik alomati bilan tanishamiz. Kelgusida uni "uchburchaklar tengligining TTT alomati" deb yuritamiz.



Teorema. (Uchburchaklar tengligining TTT alomati). Agar bir uchburchakning uchta tomoni ikkinchi uchburchakning uchta tomoniga mos ravishda teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi.



Berilgan: $\triangle ABC$ va $\triangle A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$,
 $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.



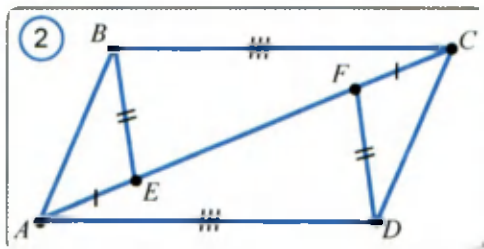
$\triangle ABC =$
 $= \triangle A_1B_1C_1$

Isbot. Aytaylik, ABC uchburchakning eng katta tomoni AB bo'lsin. ABC uchburchakni shunday qo'yamizki, AB tomon A_1B_1 tomon bilan ustma-ust tushsin hamda C va C_1 uchlari A_1B_1 to'g'ri chiziqning turli tomonlarida yotsin (1-rasm). U holda, $AC = A_1C_1$ va $BC = B_1C_1$ bo'lgani uchun A_1C_1C va B_1C_1C uchburchaklar teng yonli bo'ladi. Teng yonli uchburchak xossasiga ko'ra, $\angle 1 = \angle 3$ va $\angle 2 = \angle 4$ bo'ladi. Shuning uchun, $\angle ACB = \angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$ bo'ladi.

Demak, ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda: $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ va $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$. Uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Teorema isbotlandi.

Xulosa. Agar ikki uchburchakning har uchala tomonlari mos ravishda teng bo'lsa, ularning mos burchaklari ham o'zaro teng bo'ladi.



Masala. 2-rasmda berilganlardan foydalanib, a) $\triangle AFD = \triangle CEB$;
b) $\triangle AEB = \triangle CFD$ ekanligini isbotlang.

Isbot: 2-rasmda berilganlarga ko'ra $AE = FC$, $BE = FD$ va $AD = BC$.

a) $AF = AE + EF$ bo'lgani uchun $EC = EF + FC = EF + AE = AF$.

Demak, $\triangle AFD$ va $\triangle CEB$ ning mos tomonlari o'zaro teng va uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra $\triangle AFD = \triangle CEB$.

b) $\triangle AFD = \triangle CEB$ bo'lgani uchun $\angle BEF = \angle EFD$. U holda, BEF va AEB , EFD va CFD burchaklar qo'shni burchaklar bo'lgani uchun $\angle AEB = \angle CFD$ bo'ladi.

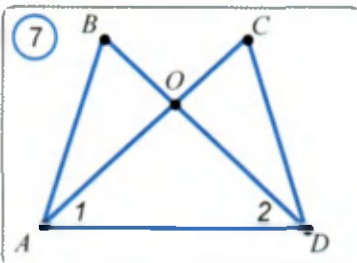
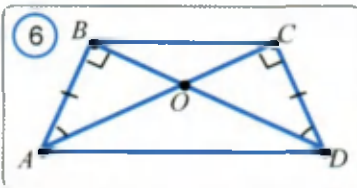
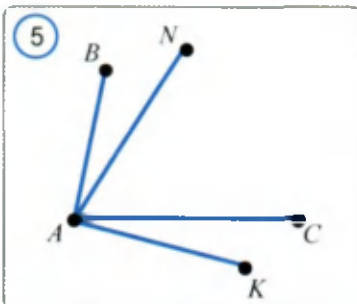
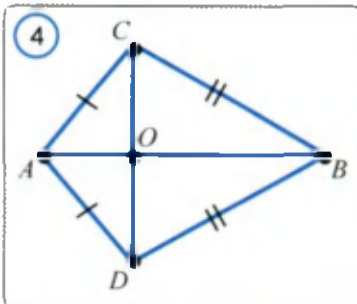
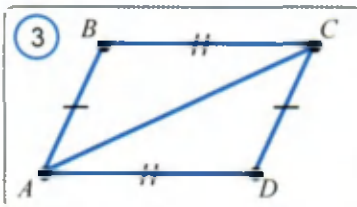
AEB va CFD uchburchaklarda:

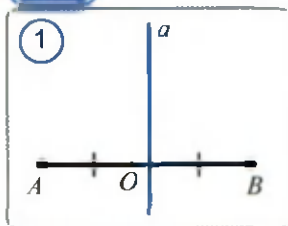
1. $AE = FC$;
2. $BE = FD$;
3. $\angle AEB = \angle CFD$.

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra, $\triangle AEB = \triangle CFD$ bo'ladi.

Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchaklar tengligining TTT alomatida uchburchaklar tengligi qanday elementlar bo'yicha taqqoslanib aniqlanadi?
2. Uchburchaklar tengligining TTT alomatini izohlang.
3. 3-rasmda berilganlarga ko'ra $\triangle ABC = \triangle CDA$ ekanligini isbotlang.
4. 4-rasmda: a) $\triangle ABC = \triangle ABD$; b) $\triangle BOC = \triangle BOD$; c) $\triangle AOC = \triangle AOD$; d) $AB \perp CD$ ekanligini isbotlang.
5. ABC va ABD — asoslari AB bo'lgan teng yonli uchburchaklar bo'lsa, $\triangle ACD = \triangle BCD$ ekanligini isbotlang.
6. Agar 5-rasmda $BA = AK$, $AC = AN$, $\angle BAC = \angle NAK$ bo'lsa, uchlari A , B , C , K va N nuqtalarda bo'lgan barcha teng uchburchaklar juftligini aniqlang.
7. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda $AB = A_1B_1$ va $BC = B_1C_1$ bo'lib, ularning perimetrlari teng bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini ko'rsating.
- 8*. AB va CD kesmalar kesishish nuqtasida teng ikkiga bo'linadi. $\triangle ACD = \triangle BDC$ ekanligini isbotlang.
9. 6-rasmda nechta o'zaro teng uchburchaklar juft borligini aniqlang.
- 10*. Agar 7-rasmda: a) $\angle 1 = \angle 2$, $AC = BD$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $BO = OC$, $AB = CD$ bo'lsa, $\triangle ABD = \triangle DCA$ ekanligini ko'rsating.





Endi uchburchaklar tenglik alomatlarining teoremlarini isbotlashda qo'llanilishini ko'rib chiqamiz.

AB kesma berilgan bo'lsin. Uning o'rtasi bo'lgan O nuqtadan AB kesmaga perpendikular a to'g'ri chiziqni o'tkazamiz (1-rasm). Bu to'g'ri chiziq AB kesmaning *o'рта perpendikulari* deb ataladi.

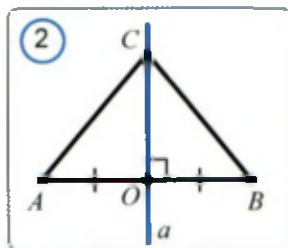


Teorema. Kesma o'рта perpendikularining ixtiyoriy nuqtasi kesma uchlaridan teng uzoqlikda joylashgan bo'ladi.

AB kesma, C — AB kesma o'рта perpendikularining ixtiyoriy nuqtasi (2-rasm).



$$AC = BC$$



Isbot. ACO va BCO uchburchaklarda (2-rasm):

1. OC — umumiy tomon;
2. $AO = BO$ — shartga ko'ra;
3. $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ — shartga ko'ra.

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra

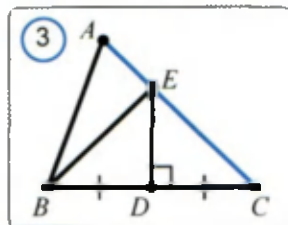
$$\triangle AOC = \triangle BOC.$$

Xususan, $AC = BC$.

Teorema isbotlandi.



Masala. ABC uchburchakning BC tomoniga o'tkazilgan o'рта perpendikular AC tomonni E nuqtada kesib o'tadi. Agar $BE = 6$ sm, $AC = 8,4$ sm bo'lsa, AE va CE kesmani toping.



Yechilishi: ABC uchburchak BC tomonining o'рта perpendikulari DE bo'lsin (3-rasm). Kesma o'рта perpendikularining xossasiga ko'ra, $CE = BE = 6$ sm.

$AE + EC = AC$ bo'lgani uchun,

$$AE = AC - EC = 8,4 - 6 = 2,4 \text{ (sm)}.$$

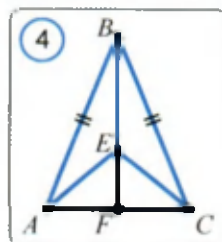
Javob: $AE = 2,4$ sm, $CE = 6$ sm.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Kesmaning o'рта perpendikulari nima?
2. Kesma o'рта perpendikularining xossasini izohlang.

3. Biror uchburchak chizing va uning har bir tomoniga o'rtga perpendikular o'tkazing. Nimani payqadingiz? Chizmangizni sinfdoshingiz chizmasi bilan solishtiring va aniqlangan xossani faraz sifatida ifodalang.
4. Qanday uchburchakda uchburchak tomoniga tushirilgan o'rtga perpendikular shu tomonga tushirilgan balandlik bilan ustma-ust tushadi?
5. ABC uchburchakning BC tomoniga o'tkazilgan o'rtga perpendikular AC tomonni D nuqtada kesib o'tadi. Agar $BD = 7,2 \text{ sm}$, $AD = 3,2 \text{ sm}$ bo'lsa, AC nimaga teng?
6. ABC va ABD teng yonli uchburchaklar umumiy AB asosga ega. CD to'g'ri chiziq AB kesmaning o'rtga perpendikulari bo'lishini isbotlang.
- 7*. ABC teng yonli uchburchakning AB yon tomoniga o'tkazilgan o'rtga perpendikular BC tomonni D nuqtada kesib o'tadi. Agar ADC uchburchakning perimetri 24 sm ga teng va $AB = 16 \text{ sm}$ bo'lsa, AC asosni toping.
- 8*. Uchburchakning tomonlariga tushirilgan o'rtga perpendikularlar bir nuqtada kesishishini isbotlang.
9. Teng yonli ABC uchburchakning asosiga tushirilgan BF bissektrisasida E nuqta olingan (4-rasm). $\triangle ABE = \triangle CBE$ tenglikni TTT alomatidan: a) foydalanib; b) foydalanmasdan isbotlang.



27

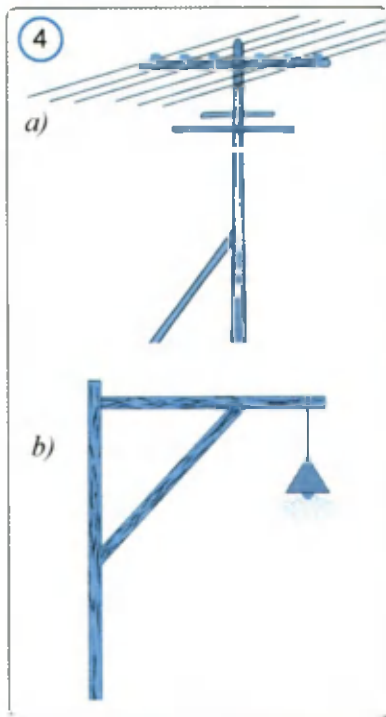
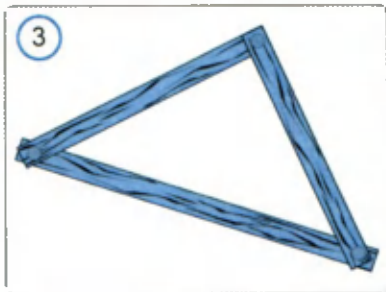
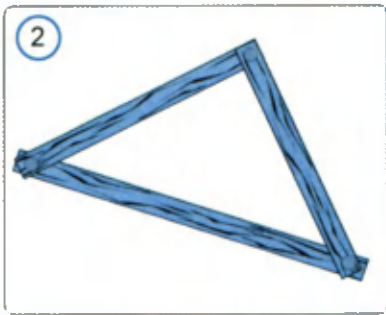
Amaliy mashg'ulot

Ko'lining kengligini o'lchash.

Aytaylik, A va B nuqtalar ko'lining chetki nuqtalari bo'lsin (1-rasm). Bu holda ravshanki, AB kesmani bevosita o'lchab bo'lmaydi. Quruqlikda qanday yasash ishlarini bajarib bu masofani o'lchash mumkin?

Yechilishi: Quruqlikda shunday C nuqtani tanlaymiz-ki, CA va CB kesmalar bo'ylab quruqlikdan A va B nuqtalarga borib bo'lsin. ABC uchburchak yasaymiz. AC va BC tomonlarni davom ettirib, $A_1C = AC$ va $B_1C = BC$ kesmalarni qo'yamiz. A_1 va B_1 nuqtalarni tutashtiramiz. Natijada, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C$ bo'ladi. Xususan, $AB = A_1B_1$ ekani kelib chiqadi.

Demak, yasalgan A_1B_1 kesmaning uzunligini o'lchab, AB kesmaning ham uzunligini topgan bo'lamiz.



Uchburchaklar tengligining TTT-alomatiga asoslanib uchburchakning “mahkam” shakl ekanligini asoslash.

Ikki yog'och taxtachacha (reyka)larning uchlarini bir-biriga 2-rasmda ko'rsatilgandek qilib, mix bilan birlashtiramiz. Hosil bo'lgan shakl mahkam bo'lmaydi, chunki uning erkin uchlarini turli tomonga burib, tomonlari orasidagi burchakni istalgancha o'zgartirish mumkin.

Endi bu reykalarning erkin uchlariga uchinchi reykani 3-rasmda ko'rsatilgandek qilib, mix qoqib birlashtiramiz. Hosil bo'lgan uchburchak mahkam shakl bo'ladi. Chunki har qancha urinmang uning tomonlarini burib, burchaklarini o'zgartira olmaysiz.

1. Bu tasdiqning to'g'riligi qaysi teoremadan kelib chiqadi?

2. Uchburchakning “mahkam” shakl ekanligidan turmushda qayerlarda foydalanishini 4-rasm orqali sharhlang.

? Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak – “mahkam” shakl, deganda nimani tushunasiz?
2. Uchburchakning mahkamligi qaysi teorema yordamida izohlandi?
3. Uchburchakning mahkamligi qayerlarda qo'llaniladi? (4-rasm)
4. $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$ ekanligi ma'lum. ABC va $A_1C_1B_1$ uchburchaklarda $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ va $\angle C_1 = 90^\circ$. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar qolgan burchaklarini toping.
5. ABC va DEF teng yonli uchburchaklar o'zaro teng. ABC uchburchakda $AC = BC$ va $AB = 2 \text{ sm}$. Agar $DE = 4 \text{ sm}$ bo'lsa, har bir uchburchak perimetrini toping.

1. Bo'sh qoldirilgan joylarni mantiqan to'g'ri so'zlar bilan to'ldiring.

1. Agar uchburchakning ikkita tomoni teng bo'lsa, u bo'ladi.
2. Teng yonli uchburchakning uning ham medianasi, ham balandligi bo'ladi.
3. O'z-o'zini kesmaydigan yopiq sinq chiziqdan iborat shakl deyiladi.
4. Hamma tomonlari o'zaro teng bo'lgan uchburchakning teng bo'ladi.
5. uchburchakning medianalari, bissektisalari va balandliklari o'zaro teng.
6. asosiga yopishgan burchaklari teng.
7. Teng tomonli uchburchak uchburchak ham bo'ladi.

2. Quyida keltirilgan jumalardagi xatoni toping va tuzating.

1. Teng yonli uchburchakning burchaklari teng.
2. Agar ikki uchburchakning burchaklari mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
3. Teng yonli uchburchakning medianasi, uning ham bissektisasi, ham balandligi bo'ladi.
4. Uchburchakning burchagidan chiqib, shu burchakni teng ikkiga bo'luvchi nurga uchburchak bissektisasi deyiladi.
5. Mediana — uchburchak tomonini teng ikkiga bo'luvchi chiziq.
6. Agar ikki uchburchakning bir tomoni va ikkita burchagi mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
7. Bir uchburchakning ikki tomoni va bir burchagi, ikkinchi uchburchakning ikki tomoni va bir burchagiga mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.

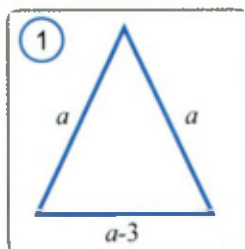
3. Berilgan xossaga ega bo'lgan geometrik shakl nomini o'ng ustundagi mos qatorga yozing.

1.	Hamma medianalari teng.	
2.	Uchburchakning bir uchi va shu uchining qarshisidagi tomon o'rtasini tutashtiruvchi kesma.	
3.	Uchburchakning bir uchidan shu uchining qarshisidagi tomonga tushirilgan perpendikular.	
4.	Uchburchak tomonlarining yig'indisi.	
5.	O'z-o'zini kesmaydigan yopiq sinq chiziq.	

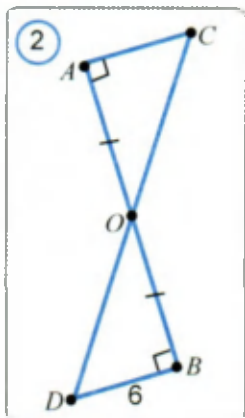
4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishi xossa yoki talqinni topib mos qo'ying.

	Geometrik tushuncha	Talqini yoki xossasi
1.	Siniq chiziq	A. Bitta burchagi to'g'ri burchak
2.	Ko'pburchak	B. Uchburchak uchini shu uch qarshisidagi tomon o'rtasi bilan tutashtiradi
3.	Uchburchak perimetri	C. Ikki tomoni teng
4.	O'tkir burchakli uchburchak	D. O'z-o'zini kesmaydigan yopiq siniq chiziq
5.	Teng yonli uchburchak	E. Ketma-ket kelgan ikkitasi bir to'g'ri chiziqda yotmagan $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesmalardan tashkil topgan
6.	To'g'ri burchakli uchburchak	F. Uchala tomoni yig'indisi
7.	Uchburchak medianasi	G. Hamma burchaklari o'tkir
8.	Uchburchak bissektrisasi	H. Uchburchak burchagi bissektrisasining uchburchak uchki sohasida yotgan qismi
9.	Uchburchak balandligi	I. Uchburchak uchidan shu uch qarshisidagi tomon yotgan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular
10.	Kesmaning o'ra perpendikulari	J. Kesma o'rtasiga tushirilgan perpendikular

5. Testlar.



- Teng yonli uchburchakning ikki tomoni 8 va 3 ga teng. Uning uchinchi tomonini toping.
A) 5; B) 8; D) 11; E) 9.
- $P = 36, a = ?$ (1-rasm)
A) 11; B) 12; D) 13; E) 18.
- Teng yonli uchburchakning perimetri 48, yon tomoni 18 ga teng. Uning asosini toping.
A) 18; B) 12; D) 16; E) 18.



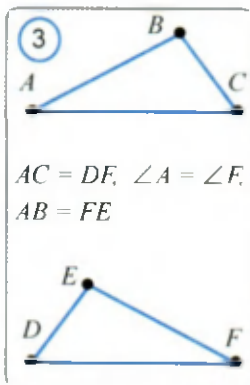
4. Teng yonli uchburchakning perimetri 48 ga teng. Uning tomonlaridan biri 12 ga teng bo'lsa, qolgan tomonlarini toping.
A) 12; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.
5. Teng yonli uchburchakning perimetri 36 ga, tomonlaridan biri esa 16 ga teng. Uchburchakning qolgan ikki tomonining uzunliklarini toping.
A) 16 va 4; B) 10 va 10; D) 10 va 10 yoki 16 va 4;
E) Bunday uchburchak mavjud emas.

6. $AC = ?$ (2-rasm)
A) 6; B) 8; D) 12; E) 10,5.
7. Uchburchakning nechta medianasi bor?
A) Bitta; B) Ikki; D) Uchta; E) Oltita.

8. Uchburchak bissektrisasi qanday shakl?
A) Kesma; B) Nur; D) To'g'ri chiziq; E) Nuqta.

9. Uchburchakning qaysi elementi uning tashqi sohasida yotishi mumkin?

- A) Medianasi; B) Balandligi;
D) Bissektrisasi; E) Diagonali.

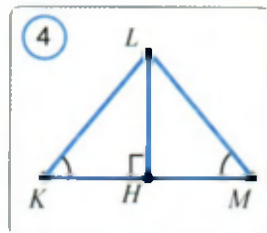


10. "Agar uchburchakning ikki burchagi teng bo'lsa, bu uchburchak teng yonli uchburchak bo'ladi", degan tasdiqni qanday atash mumkin?

- A) Ta'rif; B) Xossa;
D) Alomat; E) Aksioma.

11. 3-rasmda keltirilgan ABC va DEF uchburchaklar teng bo'ladimi?

- A) Ha; B) Yo'q.

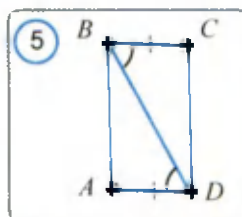


12. 4-rasmdagi qaysi uchburchaklar o'zaro teng?

- A) $\triangle KLM = \triangle LMH$; B) $\triangle KLM = \triangle MLH$;
D) $\triangle KLM = \triangle KLH$; E) Hech qaysi.

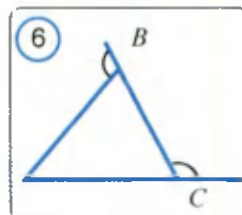
13. 5-rasmdagi ABD va CDB uchburchaklar qaysi alomatga asosan teng bo'ladi?

- A) Uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra;
 B) Uchburchaklar tengligining BTB alomatiga ko'ra;
 D) Uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra;
 E) Bu uchburchaklar teng emas.



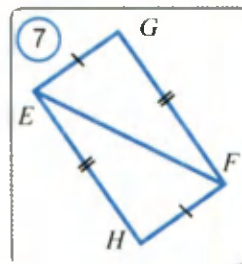
14. 6-rasmga qarab uchburchak turini aniqlang.

- A) Teng tomonli; B) Teng yonli;
 D) O'tmas burchakli; E) Hech narsa aytib bo'lmaydi.



15. 7-rasmdagi ma'lumotlarga ko'ra quyidagi tengliklardan noto'g'risini toping.

- A) $\angle GEF = \angle HFE$; B) $\angle EGF = \angle FHE$;
 D) $\angle EHF = \angle FEG$; E) $\angle EFH = \angle GEF$.

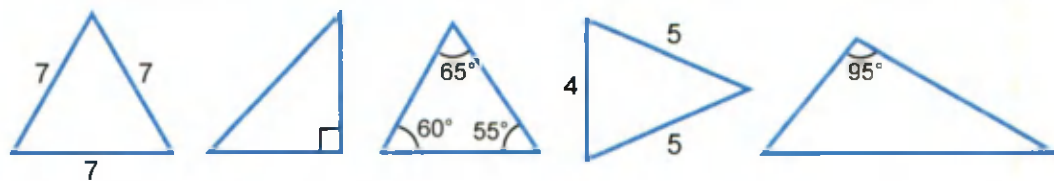


16. Perimetri 12 sm bo'lgan uchburchakning balandligi uni perimetrlari 7 sm va 9 sm bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Balandlik uzunligini toping.

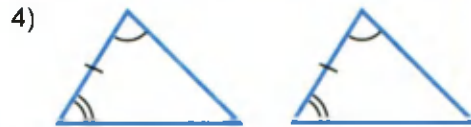
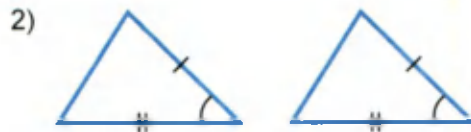
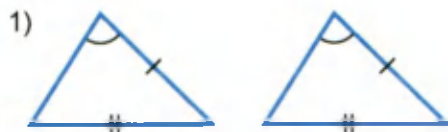
- A) 2 sm; B) 3 sm; D) 1 sm; E) 4 sm.

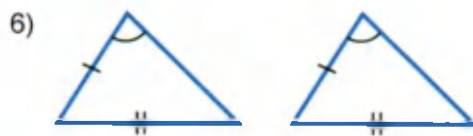
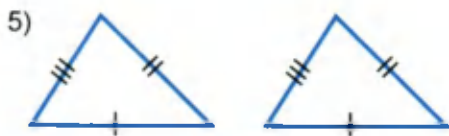
6. Masalalar.

1. Rasmda berilgan ma'lumotlar asosida uchburchaklarning turlarini aniqlang.

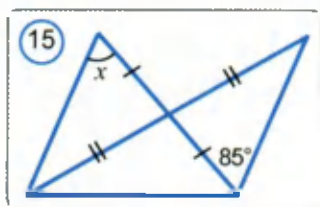
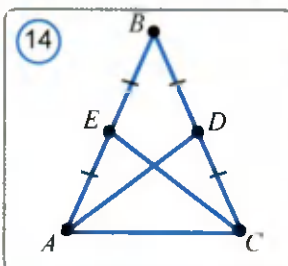
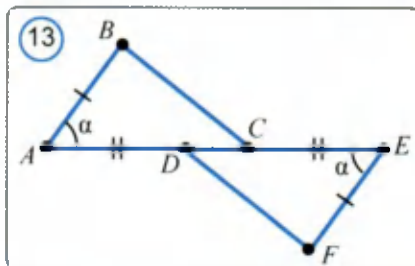
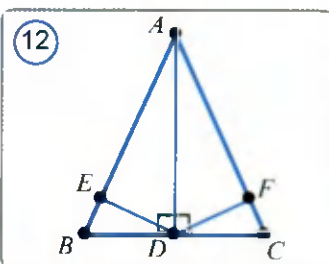
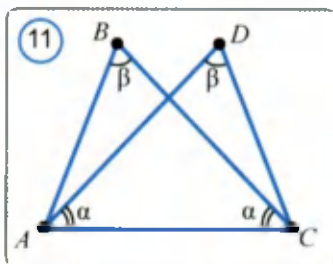
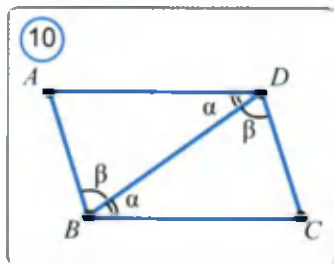
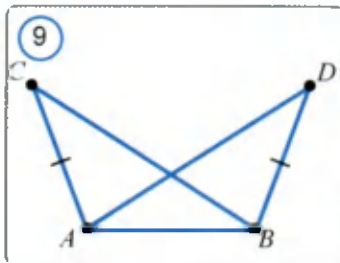
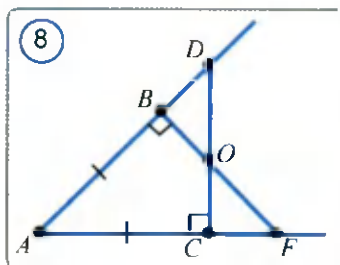


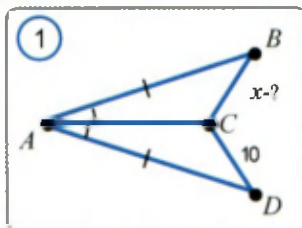
2. Quyida keltirilgan uchburchaklar juftlaridan qaysilari o'zaro teng bo'ladi? Qaysi alomatga ko'ra?





3. 8-rasmda $\triangle ACD = \triangle ABF$ ekanligini isbotlang.
4. Agar 9-rasmda $\angle CAB = \angle ABD$ bo'lsa, $AD = BC$ ekanligini ko'rsating.
5. 10-rasmda $\triangle ABD = \triangle BCD$ bo'lishini isbotlang.
6. 11-rasmda $\triangle ABC = \triangle ADC$ bo'lishini isbotlang.
7. Agar $\triangle ABC$ va $\triangle PQR$ da $AB = PQ$, $AC = PR$ va $BC = QR$ bo'lsa, $\triangle ABC$ va $\triangle PQR$ teng bo'ladimi?
8. Agar 12-rasmda $AB = AC$, $BE = CF$ bo'lsa,
 - a) $\triangle AED = \triangle AFD$; b) $\triangle BED = \triangle CFD$ ekanligini isbotlang.
9. 13-rasmda $\triangle ABC = \triangle EFD$ bo'lishini isbotlang.
10. 14-rasmda $AD = CE$ ekanligini isbotlang.
11. 15-rasmdagi ma'lumotlarga ko'ra x ni toping.
12. AE va BD kesmalar C nuqtada kesishadi. Agar $DC = DE$, $AB = BC$ va $\angle BAC = 48^\circ$ bo'lsa, $\angle CED$ ni toping.
13. ABC uchburchak ichida D nuqta olingan. Agar $AC = AB$, $CD = BD$ va $\angle BDA = 120^\circ$ bo'lsa, $\angle ADC$ ni toping.





Nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi:

I. 81-83-betlardagi test savollariga o'xshash 5 ta test;

II. Quyidagi masalalarga o'xshash 3 ta masala (4-masala "a'lo" baho olmoqchi bo'lgan o'quvchilar uchun qo'shimcha).

1. 1-rasmda berilgan ma'lumotlar bo'yicha noma'lum kesmani toping.
2. AB va CD kesmalar O nuqtada kesishadi. Agar $\angle CAB = \angle ABD$ va $AO = BO$ bo'lsa, $\angle ACO = \angle BDO$ ekanligini isbotlang.
3. Teng yonli uchburchakning perimetri $18,4 m$ ga teng, asosi esa yon tomonidan $3,6 m$ ga qisqa. Bu uchburchakning tomonlarini toping.
- 4*. Uchburchaklar tengligini ikki tomonlari va shu tomonlarining biriga tushirilgan medianalari tengligiga ko'ra isbotlang.



Qiziqvchi o'quvchilar uchun.

1. "Geometriya-7" elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib o'z bilimingizni sinab ko'ring.

2. Shuningdek, 10-betda keltirilgan internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

III BOB



PARALLEL TO'G'RI CHIZIQLAR

Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

Bilimlar:

- Parallel to'g'ri chiziqlarning ta'rifi va xossalari;
- ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'ladigan burchaklarning turlari va ularni chizmada farqlay olish;
- ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari;
- berilgan teorema teskari bo'lgan teoremani ifodalay olish.

Ko'nikmalar:

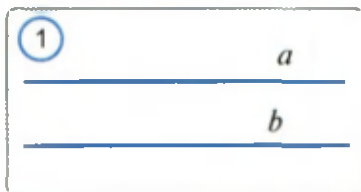
- Uchburchakli va oddiy chizg'ich yordamida parallel to'g'ri chiziqlarni yasay olish;
- ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'ladigan burchaklarni chizmada ko'rsatib bera olish.

**Faollashtiruvchi mashq.**

Agar ikki to'g'ri chiziq bitta to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, ular o'zaro kesishishi mumkinmi? Javobingizni asoslang.



Bir tekislikda yotgan va o'zaro kesishmaydigan to'g'ri chiziqlar *parallel to'g'ri chiziqlar* deb ataladi.



1-rasmda parallel to'g'ri chiziqlar tasvirlangan. a va b to'g'ri chiziqlarning parallelligi $a \parallel b$ tarzda yoziladi va qisqacha " *a to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqqa parallel*" deb o'qiladi.

Parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan kesmalar (nurlar) parallel kesmalar (nurlar) deb yuritiladi. Parallel kesmalarni hayotda ko'p uchratgansiz. Misol uchun, temir yo'l relslari, to'g'ri to'rtburchak shaklidagi stolning qarama-qarshi qirralari, katakli daftar varag'idagi gorizontal yoki vertikal chiziqlar va hokazo.

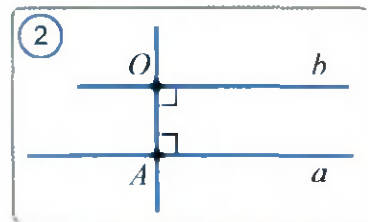
Shunday qilib, ta'rifga ko'ra to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi uchun:

- ular bir tekislikda yotishi;
- umumiy nuqtaga ega bo'lmasligi, ya'ni kesishmasligi lozim.

15-mavzuda isbotlangan teoremani endi quyidagicha ifodalash mumkin:



Teorema. Bitta to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.



Mashq. a to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan O nuqtadan unga parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkinligini ko'rsating.

Yechilishi: O nuqtadan a to'g'ri chiziqqa perpendikular OA to'g'ri chiziq o'tkazamiz (2-rasm). So'ng O nuqtadan OA to'g'ri chiziqqa perpendikular b

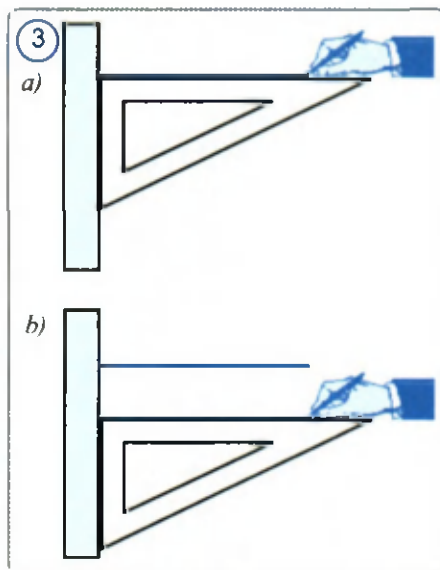
to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Natijada, $a \perp OA$ va $OA \perp b$, ya'ni OA to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikkita a va b to'g'ri chiziq'larga ega bo'lamiz. Unda yuqoridagi teoremaga ko'ra, a va b to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi, ya'ni, b izlangan to'g'ri chiziqdir.

Parallel to'g'ri chiziqlarni amaliyotda oddiy va uchburchakli chizg'ichlar yordamida 3-rasmda tasvirlangan tartibda chizish mumkin. Bu usul to'g'riligini asoslang.

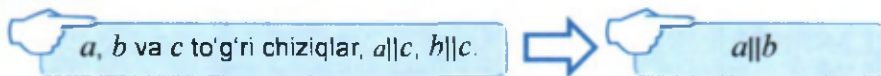
To'g'ri chiziqqa unda yotmagan nuqtadan nechta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin? *Parallellik aksiomasi* deb nomlangan quyidagi tasdiq bu savolga javob beradi.

A *Tekislikdagi to'g'ri chiziqqa, unda yotmagan nuqtadan faqat bitta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.*

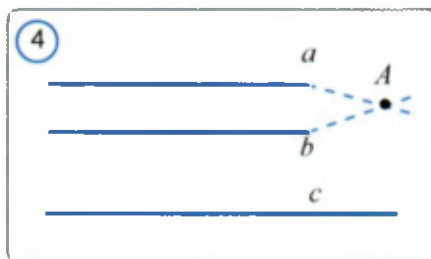
Bu tasdiqni aksioma sifatida isbotsiz qabul qilamiz.



Teorema. Bir to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.



Isbot. Faraz qilaylik, $a||c$ va $b||c$ bo'lsa-da, a va b to'g'ri chiziqlar parallel bo'lmasin. U holda, ular biror A nuqtada kesishadi (4-rasm) va A nuqtadan c to'g'ri chiziqqa ikkita a va b parallel to'g'ri chiziq o'tkazilgan bo'lib qoladi. Bu esa parallellik aksiomasiga zid. Demak, farazimiz noto'g'ri — a va b to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel ekan. **Teorema isbotlandi.**



Geometrik tadqiqot

45° ga teng bo'lgan ABC burchak chizing. Burchak uchidan boshlab uning BA tomonida to'rtta bir-biriga teng kesmalarni ketma-ket qo'ying va bu kesmalarning uchlari orqali burchakning BC tomonini kesib o'tuvchi parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazing. So'ngra BC tomonda hosil bo'lgan kesmalarning uzunliklarini o'zaro taqqoslang. Bu kesmalar haqida qanday xulosaga keldingiz? Natijani boshqa kattalikdagi burchaklar uchun tekshirib ko'ring.

? Savol, masala va topshiriqlar

1. Qachon to'g'ri chiziqlar parallel deyiladi?
2. Berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali shu to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
3. Ikkita kesma qachon parallel bo'ladi?
4. Sinf xonasiga nazar soling va parallel kesmalarni aniqlang.
5. Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikkita to'g'ri chiziqning o'zaro parallel bo'lishini ko'rsating.
6. To'g'ri chiziq chizib unda A , B va C nuqtalarni belgilang. Chizg'ich va uchburchakli chizg'ich yordamida A nuqtadan, B nuqtadan va C nuqtadan o'tuvchi va bir-biriga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlarni o'tkazing.
7. Kesishmaydigan ikki kesmani parallel kesmalar desa bo'ladimi? Kesishmaydigan ikkita nurni-chi?
8. Qachon kesma bilan nur parallel bo'ladi?
9. To'g'ri to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlari o'zaro parallel ekanligini ko'rsating.
10. Agar to'g'ri chiziq parallel to'g'ri chiziqlarning birini kesib o'tsa, ikkinchisini ham kesib o'tadimi? Javobingizni asoslang.
11. Varaqqa ikkita to'g'ri chiziq chizildi. Agar varaq bu chiziqlar bo'ylab qirgilsa, nechta bo'lak hosil bo'ladi.

31

Ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan burchaklar

Tekislikda berilgan ikkita a va b to'g'ri chiziq uchinchi c to'g'ri chiziq bilan kesilganda, 8 ta burchak hosil bo'ladi. Ularni 1-rasmda ko'rsatilgandek raqamlar bilan belgilaylik. Bu burchaklarning quyidagi juftlarini alohida nomlar bilan ataymiz:

	$\angle 3$ va $\angle 5$ $\angle 4$ va $\angle 6$	almashinuvchi burchaklar
	$\angle 4$ va $\angle 5$ $\angle 3$ va $\angle 6$	bir tomonli burchaklar
	$\angle 1$ va $\angle 5$ $\angle 2$ va $\angle 6$ $\angle 3$ va $\angle 7$ $\angle 4$ va $\angle 8$	mos burchaklar

Bu burchaklarning quyidagi xossalari keltiramiz:



1-xossa. Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir juft almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ikkinchi juft almashinuvchi burchaklar ham o'zaro teng bo'ladi.



a, b to'g'ri chiziqlar va c kesuvchi:
 $\angle 1 = \angle 2$ (2-rasm)



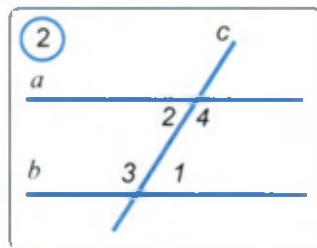
$$\angle 3 = \angle 4$$

Isbot. $\angle 2$ va $\angle 4$ qo'shni burchaklar bo'lgani uchun:
 $\angle 2 + \angle 4 = 180$. Bundan $\angle 4 = 180 - \angle 2$.

$\angle 1$ va $\angle 3$ ham qo'shni burchaklar bo'lgani uchun:
 $\angle 1 + \angle 3 = 180$. Bundan $\angle 3 = 180 - \angle 1$.

Shartga ko'ra $\angle 1 = \angle 2$ ekanligini hisobga olsak:
 $\angle 3 = 180 - \angle 1 = 180 - \angle 2 = \angle 4$.

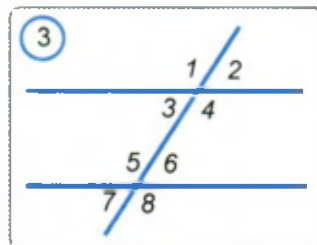
Demak, $\angle 3 = \angle 4$. **Xossa isbotlandi.**



2-xossa. Agar mos burchaklar teng bo'lsa, bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'ladi.

Isbot. Mos burchaklardan biror jufti, masalan $\angle 2 = \angle 6$ bo'lsin (3-rasm). $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ ekanligini isbotlaymiz. $\angle 2$ va $\angle 4$ qo'shni burchaklar bo'lgani uchun $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ bo'ladi. U holda, $\angle 2 = \angle 6$ bo'lgani uchun $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ ekani kelib chiqadi.

Boshqa bir tomonli burchaklar yig'indisi ham 180° ga tengligi shu tariqa isbotlanadi. **Xossa isbotlandi.**



3-xossa. Agar almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'lsa, u holda mos burchaklar ham o'zaro teng bo'ladi.

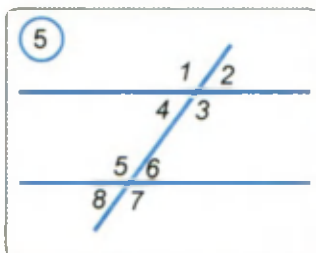
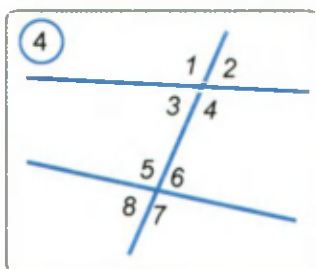
Isbot. $\angle 3$ va $\angle 6$ – almashinuvchi burchaklar bo'lib, $\angle 3 = \angle 6$ bo'lsin (3-rasm). U holda, $\angle 3$ va $\angle 2$ vertikal burchaklar bo'lgani uchun $\angle 3 = \angle 2$ bo'ladi.

Demak, mos burchaklar $\angle 6$ va $\angle 2$ teng ekan. Boshqa mos burchaklar juftlari tengligi ham shunga o'xshash isbotlanadi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Ixtiyoriy ikkita to'g'ri chiziq chizing. Ularni kesib o'tuvchi uchinchi to'g'ri chiziqni chizing. Bir tomonli, almashinuvchi va mos burchaklar juftini chizmadan ko'rsating.
2. 4-rasmdagi burchaklardan qaysilari vertikal va qaysilari qo'shni burchak bo'ladi?
3. Agar 5-rasmda $\angle 2 = \angle 6 = 63^\circ$ bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.



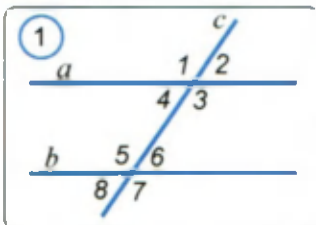
4. Agar ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 82° va yana biri 110° bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
5. 5-rasmda $\angle 3 = \angle 5$ bo'lsa, $\angle 4 = \angle 6$ bo'ladimi? Agar $\angle 1 = \angle 7$ bo'lsa, $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 6$ tengliklar bajariladimi? Javobingizni asoslang.
6. Bir tomonli burchaklar o'zaro teng bo'lishi mumkinmi?
- 7.* Almashinuvchi burchaklar teng bo'lsa, bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° ga tengligini ko'rsating. Teskari tasdiq ham to'g'rimi? Ya'ni bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'lsa, almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'ladimi?
- 8.* Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir juft mos burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ikkinchi juft mos burchaklar ham teng bo'lishini isbotlang.

32

Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari



Faollashtiruvchi mashq.



1-rasmda a va b parallel to'g'ri chiziqlar va c kesuvchi tasvirlangan. Quyidagi topshiriqlarni bajaring va savollarga javob bering.

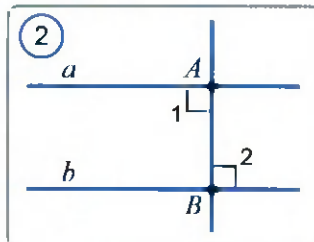
1. Barcha almashinuvchi burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft almashinuvchi burchaklarning gradus o'lchovlari haqida nima deya olasiz?
2. Barcha bir tomonli burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft bir tomonli burchaklar gradus o'lchovlarining yig'indisi haqida nima deya olasiz?
3. Barcha mos burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft mos burchaklarning gradus o'lchovlari haqida nima deya olasiz?
4. Yuqorida aniqlangan xususiyatlar hamma vaqt ham o'rinli bo'ladimi?

Ikki to'g'ri chiziqning paralleligini qanday aniqlash mumkin? Quyidagi, ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari deb nomlangan teoremlar bu savolga javob beradi.



Teorema. Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan almashinuvchi burchaklar teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi.

Isbot. 1) Oldin $\angle 1$ va $\angle 2$ to'g'ri burchak bo'lgan holni qaraymiz (2-rasm): Bu holda AB to'g'ri chiziq a va b to'g'ri chiziq'larga perpendikular bo'ladi. Unda a va b to'g'ri chiziq'larga bir to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikki to'g'ri chiziq haqidagi teorema asosan o'zaro parallel bo'ladi (87-betdagi teorema qarang).



2) Endi $\angle 1$ va $\angle 2$ to'g'ri burchak bo'lmagan holni ko'ramiz: AB kesmani o'rtasi ($AO=BO$) O nuqtadan a to'g'ri chiziqqa OC perpendikular tushiramiz (3-rasm). b to'g'ri chiziqqa B nuqtadan uzunligi AC ga teng BD kesma qo'yamiz. AOC va BOD uchburchaklarni qaraymiz:

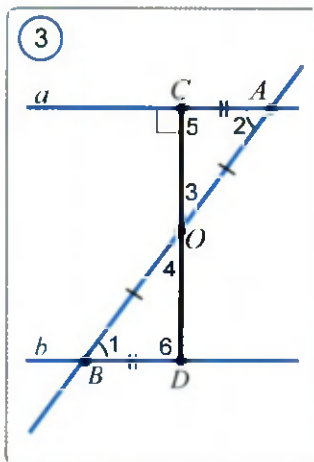
Ularda

1. yasashga ko'ra: $AC=BD$;
2. yasashga ko'ra: $AO=BO$;
3. shartga ko'ra: $\angle 1 = \angle 2$.

Unda uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra $\triangle AOC = \triangle BOD$ bo'ladi. Xususan, $\angle 3 = \angle 4$ va $\angle 5 = \angle 6$ bo'ladi.

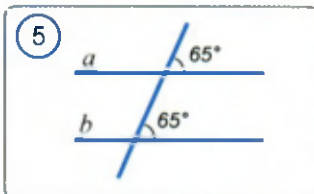
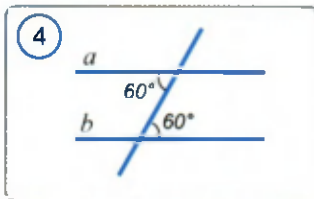
$\angle 3 = \angle 4$ ekanligidan D nuqta CO nurning davomida yotishi, ya'ni C, O va D nuqtalar bitta to'g'ri chiziqda yotishi kelib chiqadi.

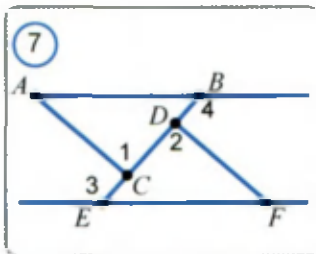
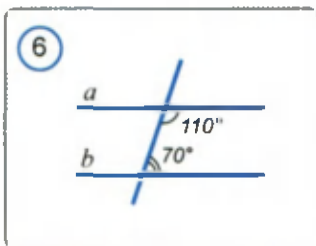
$\angle 5 = \angle 6$ ekanligidan, $\angle 6$ ham $\angle 5$ kabi to'g'ri burchak ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib, a va b to'g'ri chiziq'larga bitta CD to'g'ri chiziqqa perpendikular ekan. Demak, ular o'zaro parallel bo'ladi. **Teorema isbotlandi.**



Masala. Agar 1-rasmda $\angle 2=55^\circ$ va $\angle 5=125^\circ$ bo'lsa, a va b to'g'ri chiziq'larga o'zaro parallel bo'ladimi?

Yechilishi: $\angle 2$ va $\angle 4$ vertikal burchaklar bo'lgani uchun $\angle 4 = \angle 2 = 55^\circ$. $\angle 5$ va $\angle 6$ qo'shni bo'lgani uchun $\angle 6 = 180^\circ - \angle 5 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$. Natijada, almashinuvchi burchaklar o'zaro teng ekanligini aniqlaymiz: $\angle 4 = \angle 6$. Demak, yuqorida isbotlangan ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatiga ko'ra a va b to'g'ri chiziq'larga parallel bo'ladi. **Javob:** Ha.



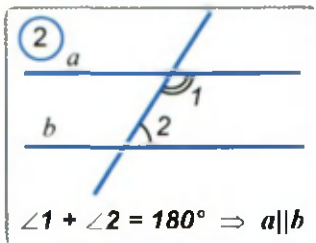
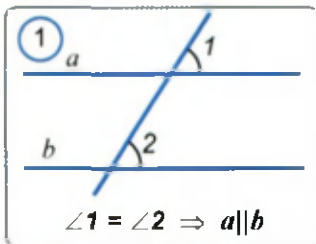


? Savol, masala va topshiriqlar

- Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatini izohlang.
- 4-rasmda $a \parallel b$ bo'lishini ko'rsating.
- 5-rasmda $a \parallel b$ bo'lishini ko'rsating.
- 6-rasmda $a \parallel b$ bo'lishini ko'rsating.
- Agar 1-rasmda: a) $\angle 1 = 132^\circ$, $\angle 8 = 48^\circ$ b) $\angle 2 = 36^\circ$, $\angle 5 = 144^\circ$ c) $\angle 3 = 113^\circ$, $\angle 6 = 77^\circ$ d) $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$ bo'lsa, $a \parallel b$ bo'ladimi?
- Agar: 7-rasmda: a) $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$, $AB = EF$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$; c) $AB = EF$, $BD = EC$, $AC = FD$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle EFD$ ekanligini ko'rsating.
- a to'g'ri chiziq va unda yotmagan K nuqta berilgan. K nuqta orqali to'rtta to'g'ri chiziq o'tkazildi. Bu to'g'ri chiziqlardan nechtasi a to'g'ri chiziq bilan kesishadi.

33

Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari (davomi)



Teoremadan to'g'ridan-to'g'ri kelib chiqadigan xossaga **natija** deb aytiladi. Oldingi mavzuda isbotlangan teoremadan va 31-mavzuda isbotlangan 2-3-xossalardan quyidagi natijalar kelib chiqadi.

1-natija. Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan mos burchaklar teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi (1-rasm).

2-natija. Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi (2-rasm).



Masala. 3-rasmdagi to'g'ri chiziqning qaysilari parallel?

Yechilishi: Vertikal burchaklar tengligidan, $\angle 1 = 105^\circ$, $\angle 2 = 125^\circ$, $\angle 3 = 115^\circ$. a va b to'g'ri chiziq parallel emas, chunki $\angle 1 + 65^\circ = 105^\circ + 65^\circ \neq 180^\circ$.

$a \parallel d$ bo'ladi, chunki, $\angle 1 + 75^\circ = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ (2-natijaga qarang).

Xuddi shunday $b \parallel e$ bo'ladi, chunki $65^\circ + \angle 3 = 65^\circ + 115^\circ = 180^\circ$.

a , c va e to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel emas, chunki ularning mos burchaklari teng emas (1-natijaga qarang).

Xuddi shunday b va d to'g'ri chiziqlar ham parallel emas, chunki mos burchaklar teng emas: $65^\circ \neq 75^\circ$.

Javob: $a \parallel d$, $b \parallel e$.



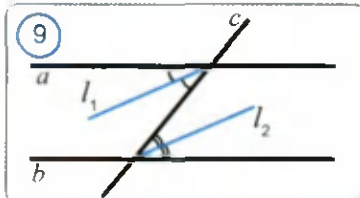
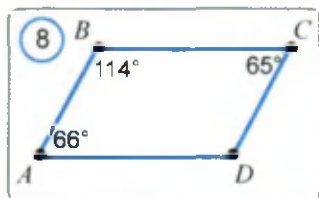
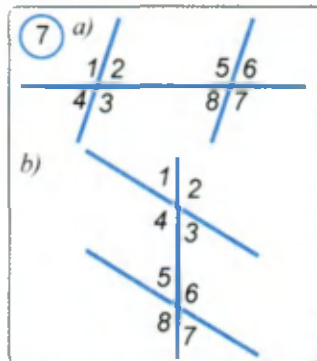
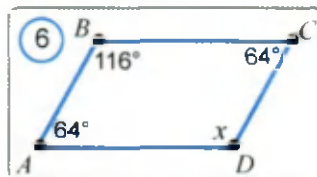
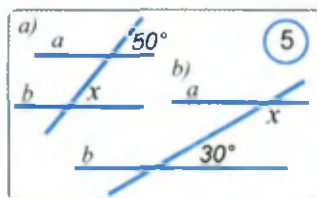
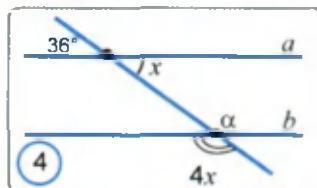
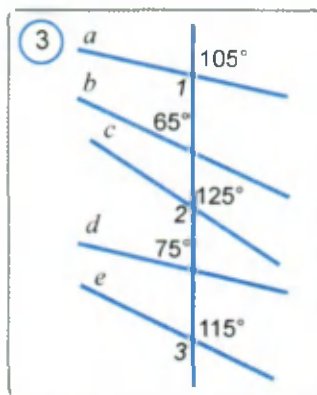
Masala. 4-rasmda $a \parallel b$ bo'ladimi?

Yechilishi: Vertikal burchaklarning xossasiga ko'ra $x = 36^\circ$. Unda $\alpha = 4x = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$ bo'ladi. Bir tomonli burchaklar yig'indisi $x + \alpha = 36^\circ + 144^\circ = 180^\circ$. Demak, 2-natijaga ko'ra $a \parallel b$ bo'ladi.



Savol, masala va topshiriqlar

- Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlarini ayting.
- 5-rasmda a va b to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi uchun noma'lum burchak necha gradus bo'lishi kerak?
- 6-rasmdagi noma'lum burchakni toping.
- Agar 7-rasmda a) $\angle 1 = \angle 5 = 105^\circ$; b) $\angle 3 = 60^\circ$, $\angle 8 = 120^\circ$ bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
- 8-rasmdagi to'rtburchakning qaysi tomonlari parallel bo'ladi?
- Ikki to'g'ri chiziqning kesuvchi bilan kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri 32° , unga mos bo'lgan burchak esa 33° ga teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladimi?
- a va b parallel to'g'ri chiziqlarni c to'g'ri chiziq bilan kesishdan hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklarning bissektrisalari parallel ekanligini ko'rsating (9-rasm).



Agar teoremaning sharti va xulosalarining o'rnini almashtirilsa, yangi tasdiq hosil bo'ladi. Agar bu tasdiq ham to'g'ri bo'lsa (ya'ni uni isbotlab bo'lsa), u berilgan teoremaga *teskari teorema* deb ataladi.

To'g'ri teorema: Agar



Qisqacha: $A \Rightarrow B$

Teskari teorema: Agar



Qisqacha: $B \Rightarrow A$

Misol. "Agar uchburchak teng yonli bo'lsa, uning asosidagi burchaklari teng bo'ladi" — degan teoremaga teskari teorema quyidagidan iborat: "**Agar uchburchakning ikkita burchagi teng bo'lsa, u teng yonli uchburchak bo'ladi**".

1-mashq. Yuqorida keltirilgan teskari teorema "Uchburchakning teng yonli bo'lish alomati", deb yuritiladi. Uning to'g'riligini mustaqil isbotlang.

Shuni aytib o'tish lozimki, har doim ham berilgan to'g'ri teoremaga teskari bo'lgan tasdiq o'rinli bo'lmaydi.

Masalan, "Agar burchaklar vertikal bo'lsa, ular teng bo'ladi", degan teoremaga teskari "Agar burchaklar teng bo'lsa, ular vertikal bo'ladi" degan tasdiq to'g'ri emas.

2-mashq.

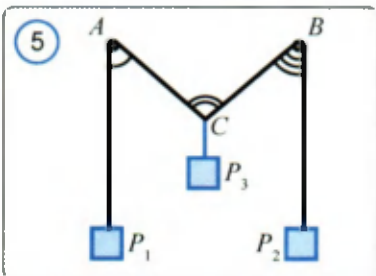
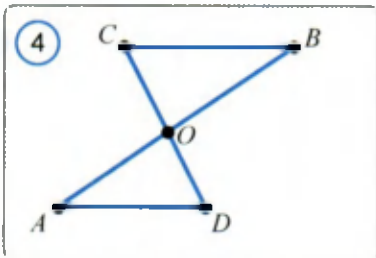
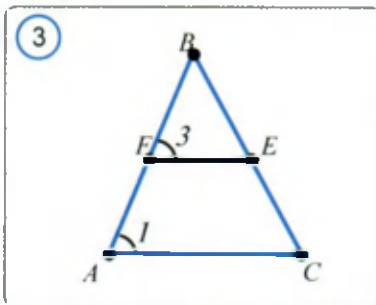
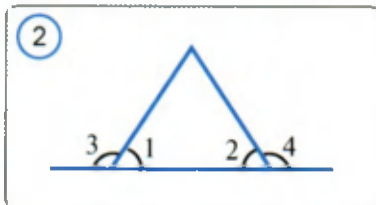
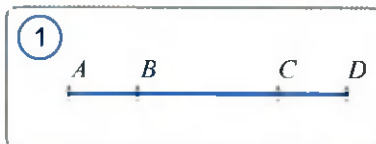
- "Agar yomg'ir yog'sa, osmonda bulut bo'ladi", degan tasdiqqa teskari tasdiqni tuzing. Hosil bolgan teskari tasdiqning har doim ham to'g'ri bo'lish-bo'lmasligini izohlang.
- Quyidagi to'g'ri teoremalarga teskari teoremalarni yozib chiqing. Har bir teskari teoremada ifodalangan tasdiqlarning to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshiring.
 - Bir to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishmaydi.
 - Agar ikki uchburchak teng bo'lsa, ularning mos tomonlari teng bo'ladi.
 - Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ular to'g'ri burchak bo'ladi.
 - Bir to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikki to'g'ri chiziq paralleldir.



Savol, masala va topshiriqlar

- Teskari teorema bilan to'g'ri teoremaning qanday farqi bor?

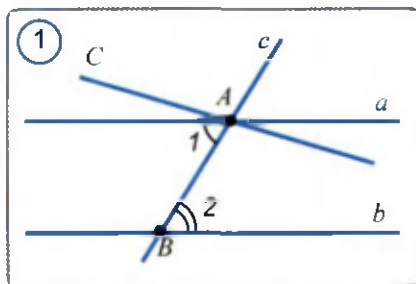
2. To'g'ri teoreмага teskari bo'lgan teorema har doim ham o'rinni bo'ladimi?
3. To'g'ri teoremani isbotlab, unga teskari teoremani isbotsiz qabul qilsa bo'ladimi?
4. Teskari teoreмага teskari bo'lgan teorema qanday nomlanadi?
5. Quyidagi teoremlarning sharti va xulosasini yozing. Bu teoremlarga teskari teoremlarni yozing va ularning to'g'riligini tekshiring:
 - 1) Agar 1-rasmda $AC = BD$ bo'lsa, $AB = CD$ bo'ladi.
 - 2) Agar 2-rasmda $\angle 1 = \angle 2$ bo'lsa, $\angle 3 = \angle 4$ bo'ladi.
 - 3) Agar 3-rasmda $EF \parallel AC$ bo'lsa, $\angle 1 = \angle 3$ bo'ladi.
 - 4) Agar 4-rasmda $AO = OB$ va $CO = OD$ bo'lsa, $\triangle AOD = \triangle BOC$ bo'ladi.
6. A va B nuqtalarda mahkamlangan bloklar orqali o'tgan ipda P_1 va P_2 jismlar osilgan (5-rasm). P_3 jism esa shu ipning C nuqtasida osilgan bo'lib, P_1 va P_2 jismlarni muvozanatda saqlab turibdi. $AP_1 \parallel BP_2 \parallel CP_3$ ekanligi ma'lum bo'lsa, $\angle ACB = \angle A + \angle B$ bo'lishini isbotlang.
7. Quyidagi teoremlarga teskari teoremlarni ifodalang va ularning to'g'riligini tekshiring:
 - 1) Ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesishishidan hosil bo'lgan mos burchaklar teng bo'lsa, u holda bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
 - 2) Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi.
 - 3) Teng tomonli uchburchakning barcha burchaklari o'zaro teng bo'ladi.
8. Uchburchaklarning tenglik alomatlariga teskari teoremlarni ayting. Bu teskari teoremlar to'g'rimi?



Quyida ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlariga teskari bo'lgan teoremlar ustida to'xtalamiz.



1-teorema. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'ladi.



$a \parallel b, c$ – kesuvchi (1-rasm)

$\angle 1 = \angle 2$

Isbot. Teskarisini faraz qilamiz: $\angle 1 \neq \angle 2$ bo'lsin. AB nurga $\angle 2$ ga teng bo'lgan CAB burchak qo'yamiz ($\angle CAB = \angle 2$). U holda, CA va b to'g'ri chiziqlarni AB kesuvchi bilan kesganda, bir biriga teng (yasashga ko'ra) almashinuvchi $\angle CAB$ va $\angle 2$ burchaklarga ega bo'lamiz.

Demak, CA va b to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel. Shunday qilib, A nuqtadan b to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikkita (CA va a) to'g'ri chiziqqa egamiz.

Bu esa parallellik aksiomasiga zid. Demak, farazimiz noto'g'ri, $\angle 1 = \angle 2$ ekan.

Teorema isbotlandi.

Natija. Agar to'g'ri chiziq parallel to'g'ri chiziqlardan biriga perpendikular bo'lsa, ikkinchisiga ham perpendikular bo'ladi.

Natija tariqasida keltirilgan tasdiqning to'g'riligini mustaqil tekshirib ko'ring.



2-teorema. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan mos burchaklar o'zaro teng bo'ladi.

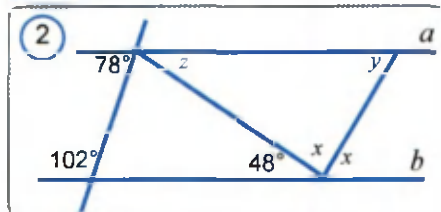


3-teorema. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'ladi.

Teoremlarni mustaqil isbotlashga urinib ko'ring.



Masala. 2-rasmdagi noma'lum burchaklarni toping.



Yechilishi: Bir tomonli burchaklar yig'indisi $78^\circ + 102^\circ = 180^\circ$ bo'lgani uchun $a \parallel b$ bo'ladi. Demak, 1-teoremaga ko'ra $z = 48^\circ$ va $x = y$ bo'ladi. $x + x + 48^\circ = 180^\circ$ bo'lgani uchun (yoyiq burchaklar kattaligi), $x = 66^\circ$. Demak, $y = 66^\circ$.

Javob: $x = 66^\circ$; $y = 66^\circ$; $z = 48^\circ$.



Masala. 3-rasmda $a \parallel b$, $c \parallel d$. Quyidagi tengliklardan qaysilari to'g'ri?

- 1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$;
 5) $\angle 1 = \angle 12$; 6) $\angle 7 = \angle 10$; 7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$;
 9) $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$; 10) $\angle 6 + \angle 14 = 180^\circ$; 11) $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$; 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180^\circ$

Yechilishi: 3) $\angle 4 = \angle 2$ (vertikal burchaklar xossasiga ko'ra), $\angle 2$ va $\angle 16$ – mos burchaklar bo'lgani uchun $\angle 2 = \angle 16$. Demak, $\angle 4 = \angle 16$ tenglik to'g'ri.

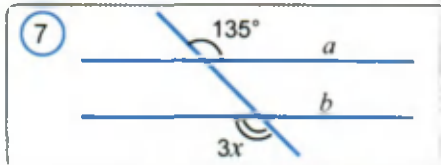
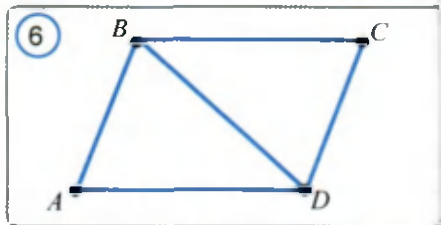
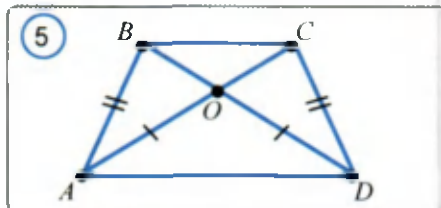
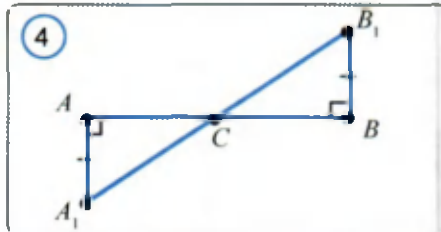
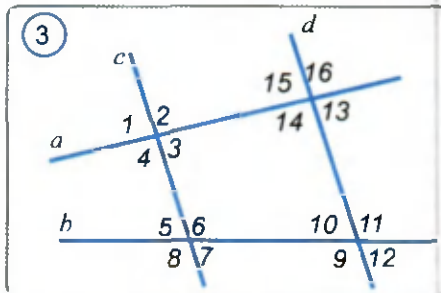
5) $\angle 12 = \angle 7$ (mos burchaklar xossasiga ko'ra) va $\angle 7 = \angle 5$ (vertikal burchaklar). $\angle 5$ va $\angle 1$ mos burchaklar. $a \parallel b$, shuning uchun $\angle 1 = \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, ya'ni $\angle 1 = \angle 12$ tenglik noto'g'ri.

9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ (vertikal burchaklar), $c \parallel d$, $\angle 2$ va $\angle 15$ – bir tomonli burchaklar bo'lgani uchun, $\angle 2 + \angle 15 = 180^\circ$. Demak, $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$ tenglik to'g'ri.

11) $c \parallel d$ bo'lgani uchun $\angle 7 = \angle 10$ (almashinuvchi burchaklar xossasiga ko'ra) va $\angle 10 = \angle 12$ (vertikal burchaklar). Demak, $\angle 7 = \angle 12$.

Shuning uchun $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$ tenglik faqat $\angle 7 = \angle 12 = 90^\circ$ bo'lganda o'rinli bo'ladi.

Qolgan tengliklarni shu tariqa o'zingiz mustaqil ravishda tekshirib chiqing.



Savol, masala va topshiriqlar

- 4-rasmda $AC = CB$ ekanligini ko'rsating.
- Berilgan kesmaning o'rtasini topishda 1-masaladan qanday foydalanish mumkin?
- 5-rasmda $BC \parallel AD$, $AO = OD$ ekanligi ma'lum.
 a) $BO = OC$; b) $AC = BD$; c) $\angle AOB = \angle COD$;
 d) $\triangle ABD = \triangle ACD$ tengliklarni isbotlang.
- 6-rasmda $BC \parallel AD$ va $AB \parallel CD$ bo'lsa, $\triangle ABD = \triangle CDB$ ekanligini isbotlang.
- 7-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.

6. ABC va $A_1B_1C_1$ o'tkir burchaklar berilgan. Agar $AB \parallel A_1B_1$ va $BC \parallel B_1C_1$ bo'lsa, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ bo'lishini isbotlang.
- 7*. Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqalarda yotgan burchaklardan biri o'tkir, ikkinchisi esa o'tmas. Bu burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'lishini isbotlang.

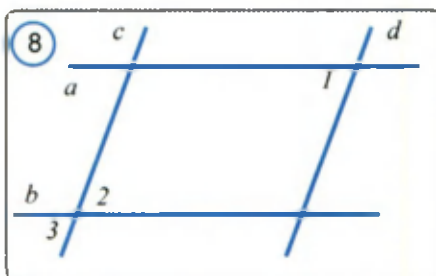
Eslatma. 6-7-masalalarda keltirilgan teoremlar – mos tomonlari parallel bo'lgan burchaklarning xossalari deb yuritiladi.

8. Agar 8-rasmda $a \parallel b$, $c \parallel d$ va $\angle 1 = 55^\circ$ bo'lsa, $\angle 2$ va $\angle 3$ ni toping.

9. Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqalarda yotgan burchaklar ayirmasi 40° ga teng. Bu burchaklarni toping.

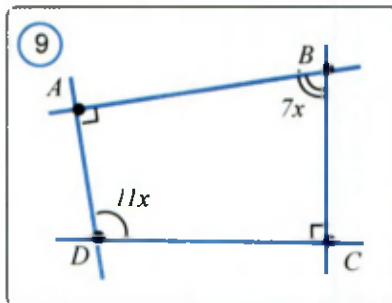
- 10*. ABC va $A_1B_1C_1$ o'tkir burchaklar berilgan. Agar $AB \perp A_1B_1$ va $BC \perp B_1C_1$ bo'lsa, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ bo'lishini isbotlang.

- 11*. Mos tomonlari perpendikular to'g'ri chiziqalarda yotgan burchaklardan biri o'tkir, ikkinchisi esa o'tmas. Bu burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'lishini isbotlang.



Eslatma. 10-11-masalalarda keltirilgan teoremlar – mos tomonlari o'zaro perpendikular bo'lgan burchaklarning xossalari deb yuritiladi.

12. 9-chizmadagi ABC va ADC burchaklarning mos tomonlari perpendikular. Homa'lum burchaklarni toping.



1. Bo'sh qoldirilgan joylarni mantiqan to'g'ri so'zlar bilan to'ldiring.

- To'g'ri chiziqda yotuvchi nuqta orqali unga perpendikular bo'lgan o'tkazish mumkin.
- Agar ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
- Tekislikdagi ikki to'g'ri chiziq, ular parallel to'g'ri chiziqlar deyiladi.
- Ikki parallel to'g'ri chiziqdan birini kesib o'tgan to'g'ri chiziq
- To'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali unga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
- To'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasi orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
- To'g'ri burchak ostida kesishuvchi to'g'ri chiziqlar deb ataladi.
- Bitta to'g'ri chiziqqa ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.
- Agar ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan bir tomonli burchaklar bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
- Parallel to'g'ri chiziqlarni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan mos bo'ladi.

2. Quyida keltirilgan jumalardagi xatoni toping va uni tuzating.

- To'g'ri chiziqning faqat bitta nuqtasidan unga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
- Berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan faqat bitta nuqtadan shu to'g'ri chiziqqa perpendikular tushirish mumkin.
- AB va AK parallel to'g'ri chiziqlarning biriga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq ikkinchisiga ham perpendikular bo'ladi.
- Ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklari teng bo'ladi.
- Agar ikki kesma kesishmasa ular parallel kesmalar deb ataladi.
- Mos tomonlari parallel bo'lgan burchaklar teng bo'ladi.
- Agar $a \perp b$, $b \perp c$ bo'lsa, $a \perp c$ bo'ladi.
- Mos tomonlari perpendikular bo'lgan burchaklarning yig'indisi 180° ga teng.
- Agar ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan bir tomonli burchaklar teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
- Perpendikular to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi.
- Agar $a \parallel b$, $b \parallel c$ bo'lsa, $a \perp c$ bo'ladi.

3. Jadvalda keltirilgan xossalar va talqinlarga mos keluvchi geometrik tushunchalarni yozing.

1.	Umumiy nuqtaga ega bo'lmagan to'g'ri chiziqlar	
2.	To'g'ri burchak ostida kesishadi	
3.	Nuqtadan to'g'ri chiziqqa faqat bitta tushirish mumkin	
4.	Nuqtadan to'g'ri chiziqqa istagancha tushirish mumkin	
5.	Shart va xulosa qismi almashgan	
6.	Ikkita to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'ladigan burchaklar	

4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinni mos qo'ying.

Geometrik tushuncha	Xossalar, talqinlar
1. Parallel to'g'ri chiziqlar	A. Har doim ham to'g'ri emas.
2. Perpendikular to'g'ri chiziqlar	B. Kesishmaydi.
3. Kesuvchi ikki to'g'ri chiziqni kesganda	C. Kesishganda to'g'ri burchaklar hosil bo'ladi.
4. Almashinuvchi burchaklar	D. Almashinuvchi, mos va bir tomonli burchaklar hosil bo'ladi.
5. Teskari teorema	E. Bitta yarimtekislikda yotadi.
6. Bir tomonli burchaklar	F. Teng bo'lsa, to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.

5. Testlar.

1. Berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali shu to'g'ri chiziqqa nechta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?

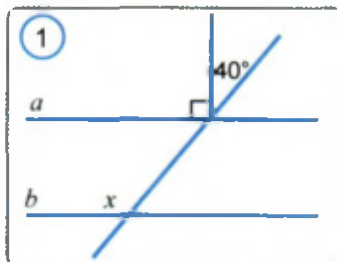
A) 1; B) 2; D) 4; E) istalgancha.

2. Agar $a \parallel b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bo'lsa, quyidagi javoblarning qaysi biri to'g'ri?

A) $a \perp d$, $b \perp d$; B) $a \perp c$, $b \parallel d$;
 D) $a \parallel c$, $a \perp d$; E) $a \perp c$, $a \perp d$, $b \perp d$.

3. Tekislikda berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali shu to'g'ri chiziqqa nechta perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?

A) 1; B) 2; D) 4; E) istalgancha.

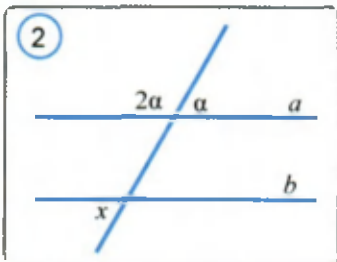


4. 1-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping

A) 100° ; B) 110° ; D) 130° ; E) 140° .

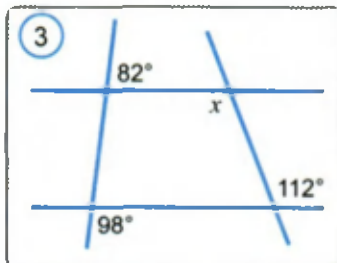
5. 2-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping

A) 30° ; B) 45° ; D) 60° ; E) 36° .



6. x ni toping (3-rasm)

A) 96° ; B) 108° ; D) 112° ; E) 78° .



7. 4-rasmda $a \parallel b$ va $\alpha - \beta = 70^\circ$ bo'lsa, α ni toping

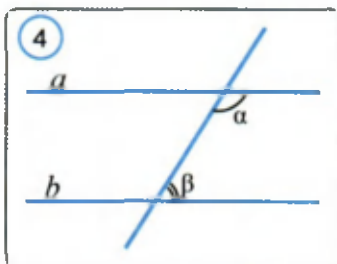
A) 30° ; B) 125° ; D) 75° ; E) 36° .

8. Ikki to'g'ri chiziq uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesilganda nechta teng o'tmas burchak hosil bo'lishi mumkin?

A) 3 ta; B) 8 ta; D) 6 ta; E) 4 ta.

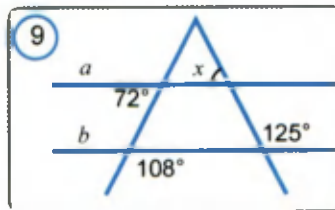
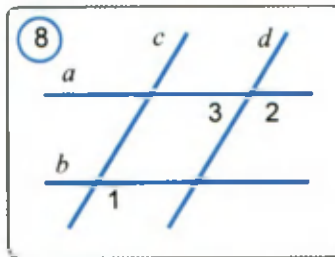
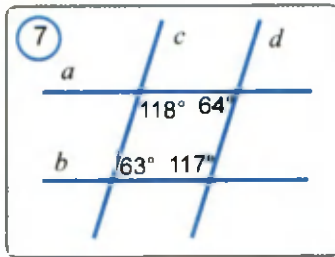
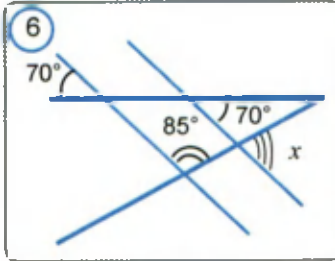
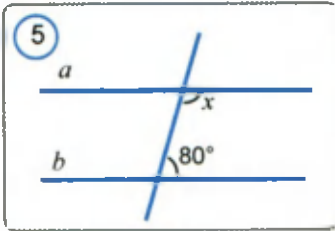
9. Ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 97° ga teng. Hosil bo'lgan burchaklardan eng kichigini toping.

A) 97° ; B) 83° ; D) 77° ; E) 7° .



10. Ikki to'g'ri chiziq uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesilganda ko'pi bilan nechta teng o'tkir burchak hosil bo'ladi?

A) 3 ta; B) 4 ta; D) 6 ta; E) 5 ta.



11. Ikki to'g'ri chiziq uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesilganda ko'pi bilan nechta to'g'ri burchak hosil bo'ladi?

A) 2 ta; B) 6 ta; D) 8 ta; E) 5 ta.

12. Ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesganda hosil bo'lgan uchta ichki burchak yig'indisi 290° ga teng. To'rtinchi burchakni toping.

A) 145°; B) 110°; D) 36°; E) 70°.

13. 5-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.

A) 100°; B) 80°; D) 110°; E) 90°.

14. 6-rasmdagi x burchakni toping.

A) 105°; B) 95°; D) 85°; E) 75°.

15. 7-rasmda qaysi to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi?

A) $a \parallel b$; B) $a \parallel c$; D) $c \parallel b$; E) $c \parallel d$.

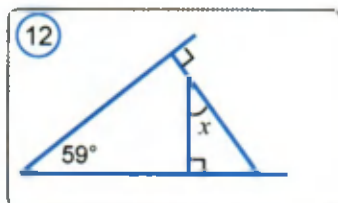
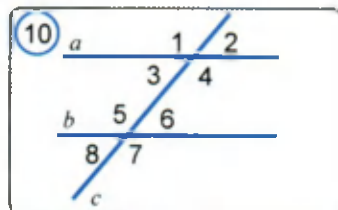
16. 8-rasmda $a \parallel b$, $c \parallel d$ va $\angle 1 = 122^\circ$ bo'lsa, $\angle 2$ va $\angle 3$ ni toping.

A) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$; B) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$;
D) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 68^\circ$; E) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 50^\circ$.

6. Masalalar.

- 9-rasmdagi x burchakni toping.
- 10-rasmda $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ bo'lsa, $a \parallel b$ bo'ladimi?
- 10-rasmda $\angle 2 = \angle 6$ bo'lsa, $a \parallel b$ bo'ladimi?
- 10-rasmda $\angle 1 = \angle 5 = 118^\circ$ bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
- 10-rasmda $\angle 2 = 71^\circ$ va $\angle 7 = 119^\circ$ bo'lsa, $a \parallel b$ bo'ladimi?
- 11-rasmdagi noma'lum burchaklarni toping.

7. Ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 47° ga teng. Unga mos burchak necha gradus bo'lganda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi?
8. Ikki parallel to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklar yig'indisi 84° . Qolgan burchaklarni toping.
9. Ikki parallel to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri ikkinchisidan 8 marta katta. Hosil bo'lgan barcha burchaklarni toping.
10. Ikki parallel to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan bir tomonli burchaklar ayirmasi 30° . Bu burchaklarni toping.
11. 12-rasmdagi noma'lum burchakni toping.
12. Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan burchaklar ayirmasi 36° ga teng. Bu burchaklarni toping.



37

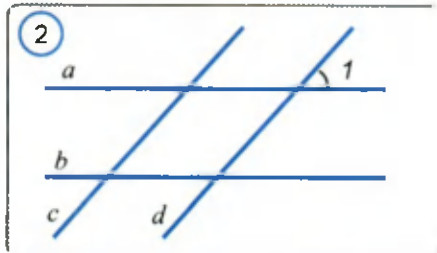
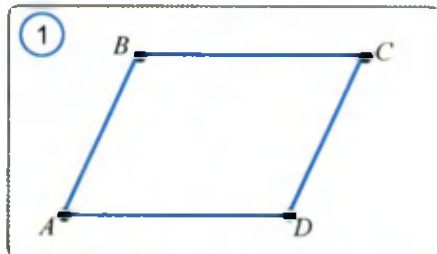
4-nazorat ishi

Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat:

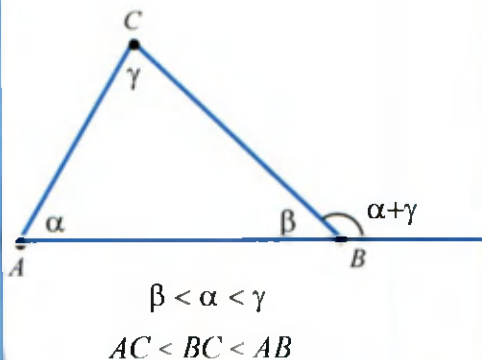
I. 101-103-betdagi testlarga o'xshash 5 ta test;

II. Quyidagi masalalarga o'xshash 3 ta masala (4-masala "a'lo" baho olmoqchi bo'lgan o'quvchilar uchun qo'shimcha).

1. Ikki parallel to'g'ri chiziq kesuvchi bilan kesilganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 34° ga teng. Qolgan burchaklarni toping.
2. Agar 1-rasmda $BC \parallel AD$ va $AB \parallel CD$ bo'lsa, $AB = CD$ ekanligini isbotlang.
3. Agar 2-rasmda $a \parallel b$, $c \parallel d$ va $\angle 1 = 48^\circ$ bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
4. ABC uchburchakning A uchidan o'tkazilgan bissektrisa BC tomonni D nuqtada kesib o'tadi. D nuqtadan o'tkazilgan to'g'ri chiziq AC tomonni E nuqtada kesib o'tadi. Agar $AE = DE$ bo'lsa, $DE \parallel AB$ ekanligini isbotlang.



IV BOB



UCHBURCHAK TOMONLARI VA BURCHAKLARI ORASIDAGI MUNOSABATLAR

Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

Bilimlar:

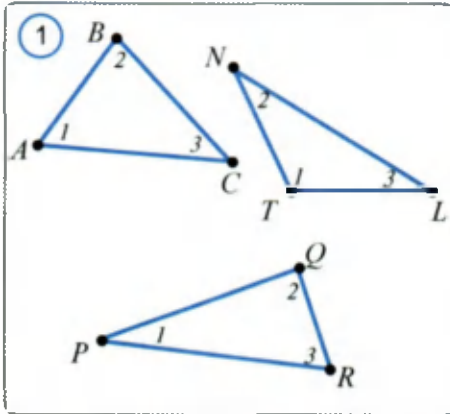
- Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi haqidagi teorema va uni isbotlash;
- uchburchak tashqi burchagi va uning xossasi;
- to'g'ri burchakli uchburchakning xossalari;
- to'g'ri burchakli uchburchaklarning tenglik alomatlarini;
- burchak bissektrisasining xossasi;
- uchburchak burchaklari va tomonlari orasidagi munosabatni ifodalovchi teoremlar;
- uchburchak tengsizligi.

Ko'nikmalar:

- Uchburchak ichki burchaklari yig'indisini amaliy usul bilan topa olish;
- o'zlashtirilgan nazariy bilimlarni, xossalarni masalalar yechishda va amaliy ishlarni bajarishda qo'llay olish.

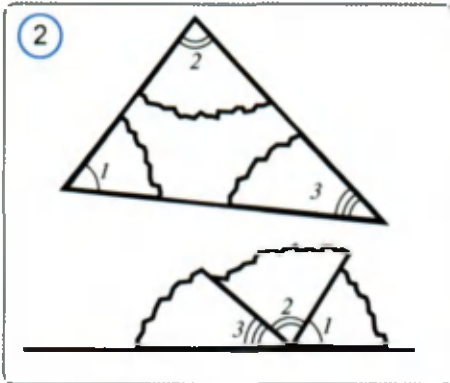


Faollashtiruvchi mashq.



1. Quyidagi rasmda tasvirlangan ABC uchburchakning uchala burchaklarini transportir yordamida o'lchang va ularning yig'indisini hisoblang. Xuddi shu ishni MNL va PQR uchburchaklar uchun ham bajaring. Natijalar asosida jadvalni to'ldiring. Qanday xossani aniqladingiz? Uni bitta jumla bilan ifodalang.

Uchburchaklar	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$
$\triangle ABC$				
$\triangle MNK$				
$\triangle PQR$				



2. Bir varaq qog'ozga ixtiyoriy ABC uchburchakni chizing va burchaklarini 1, 2 va 3 raqamlar bilan belgilang. Uning burchaklarini 2-rasmda ko'rsatilgandek qilib yirtib oling va yonma-yon qo'ying. Bundan qanday xulosa chiqarish mumkin?

Endi geometriyaning eng muhim teoremlaridan biri – uchburchak ichki burchaklari yig'indisi haqidagi teoremani isbot qilamiz.



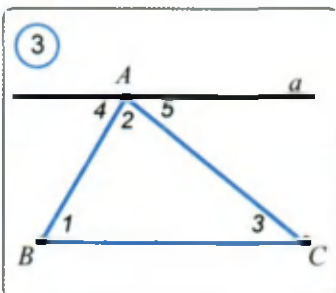
Teorema. Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi 180° ga teng.



$\triangle ABC$



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$



Isbot. A uchdan BC tomonga parallel a to'g'ri chiziq o'tkazamiz (3-rasm).

$\angle 1 = \angle 4$, chunki bu burchaklar, a va BC parallel to'g'ri chiziqlarni AB kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklardir.

$\angle 3 = \angle 5$, chunki bu burchaklar, a va BC parallel to'g'ri chiziqlarni AC kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan almashinuvchi burchaklardir.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$, chunki bu burchaklar umumiy uchga ega va yoyiq burchakni tashkil qiladi. Hosil bo'lgan bu uchta tenglikdan,

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \text{ ya'ni } \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

ekanligini hosil qilamiz. **Teorema isbotlandi.**

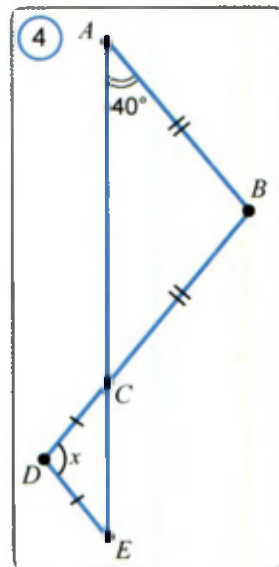


1-masala. 4-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib noma'lum burchak x ni toping.

Yechilishi: $\triangle ABC$ — teng yonli uchburchak bo'lgani uchun, $\angle ACB = \angle A = 40^\circ$. Vertikal burchaklar xossasiga ko'ra, $\angle DCE = \angle ACB = 40^\circ$. Shartga ko'ra $\triangle CED$ ham teng yonli. Shu bois, $\angle DCE = \angle DEC = 40^\circ$.

Demak, uchburchak burchaklarining yig'indisi haqidagi teorema ko'ra, $\triangle CDE$ da: $40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$ yoki $x = 100^\circ$.

Javob: 100° .



2-masala. Uchburchak ichki burchaklari 2:3:7 kabi nisbatda bo'lsa, ularning gradus o'lchovini toping.

Yechilishi: Shartga ko'ra, uchburchak ichki burchaklarini $2x$, $3x$ va $7x$ deb belgilaymiz. U holda uchburchak ichki burchaklari yig'indisi haqidagi teorema ko'ra $2x + 3x + 7x = 180^\circ$ tenglikka ega bo'lamiz. Undan $x = 15^\circ$ ekanligini topamiz.

Demak, uchburchak burchaklarining gradus o'lchovi 30° , 45° va 105° ga teng ekan.

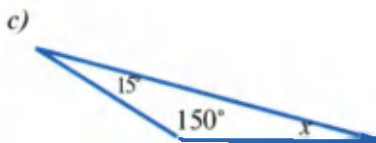
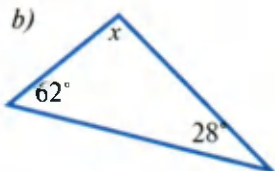
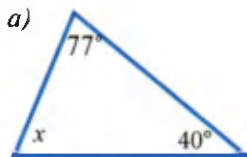
Javob: 30° , 45° , 105° .



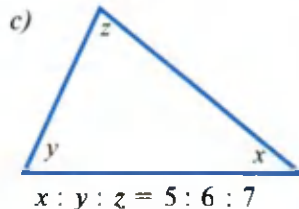
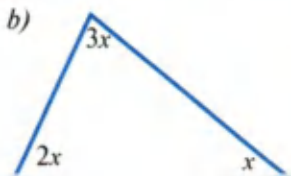
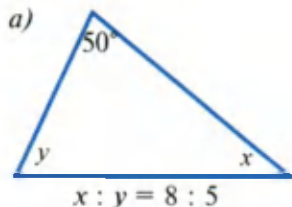
Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi haqidagi teoremani keltiring va rasmda izohlang.
2. Uchburchakning nechta burchagi to'g'ri bo'lishi mumkin?
3. Uchburchakning nechta burchagi o'tmas bo'lishi mumkin?
4. Burchaklari: a) 5° , 55° , 120° ; b) 46° , 150° , 4° ; c) 100° , 20° , 50° bo'lgan uchburchak mavjudmi?
5. Agar uchburchakning ikkita burchagi: a) 60° va 40° ; b) 70° va 85° ; c) 90° va 45° ; d) 105° va 30° bo'lsa, uning uchinchi burchagini toping.

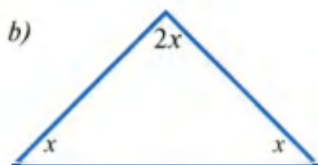
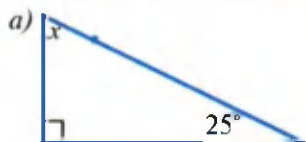
6. Noma'lum burchakni toping.



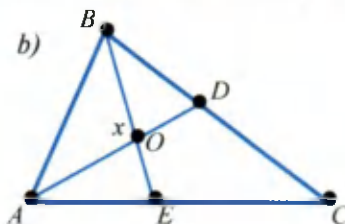
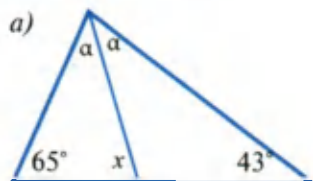
7. Noma'lum burchaklarni toping.



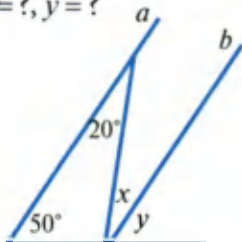
8. Noma'lum burchaklarni toping.



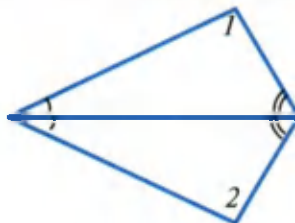
9. a) $x=?$; b) AD va BE – bissektrisalar, $\angle BAC=64^\circ$, $\angle ABC=96^\circ$, $x=?$



10. $a \parallel b$, $x=?$, $y=?$



11. $\angle 1 = \angle 2$ ekanligini isbotlang.



12*. Uchburchak burchaklari α , β , γ uchun $\alpha = (\beta + \gamma) / 2$ bo'lsa, α ni toping.

13. Teng tomonli uchburchak burchaklarini toping.

14. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak burchaklarini toping.

15. Agar teng yonli uchburchak burchaklaridan biri a) 50° ; b) 60° ; c) 105° bo'lsa, uning burchaklarini toping.



Uchburchakning ichki burchagiga qo'shni bo'lgan burchak uchburchakning *tashqi burchagi* deb ataladi.

1-rasmda ABC uchburchakning B burchagiga tashqi bo'lgan CBD va ABE burchaklar tasvirlangan. Ravshanki bu burchaklar vertikal bo'lgani uchun o'zaro teng bo'ladi. Qolgan A va C burchaklarini tashqi burchaklarni chizib ko'rsating.

Uchburchak burchaklarini, uning tashqi burchaklaridan farqlash uchun ichki burchaklar deb ham ataymiz.

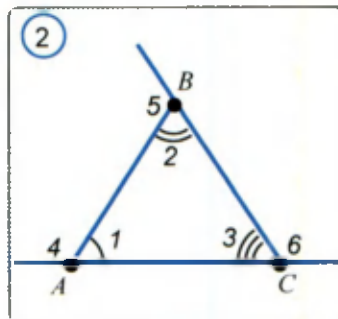
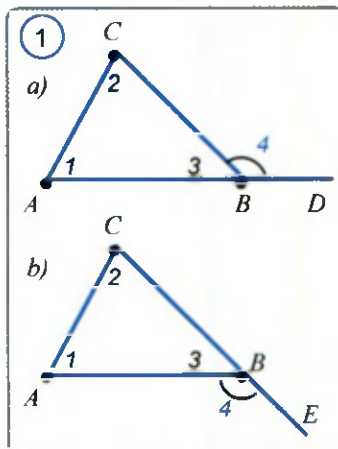


Geometrik tadqiqot.

2-rasmdagi ABC uchburchakning hamma ichki va tashqi burchaklarini transportirda o'lchang va quyidagi burchaklar (har bir tashqi burchak va unga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklar yig'indisining) kattaliklarini o'zaro solishtiring:

- $\angle 4$ va $\angle 2 + \angle 3$
- $\angle 5$ va $\angle 1 + \angle 3$
- $\angle 6$ va $\angle 1 + \angle 2$

Solishtirish natijasida qanday xulosaga keldingiz. Uni taxminiy tasdiq ko'rinishida ifodalang.



Teorema. Uchburchak tashqi burchagi uchburchakning unga qo'shni bo'lmagan ikki ichki burchaklari yig'indisiga teng.

$\triangle ABC$, $\angle 4$ – tashqi burchak (1-rasm)



$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$$

Isbot. 1-rasmga murojaat qilamiz. Unda,

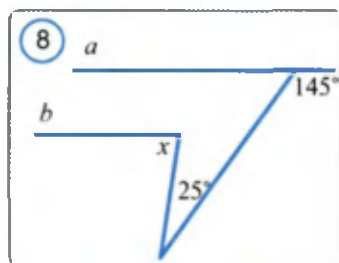
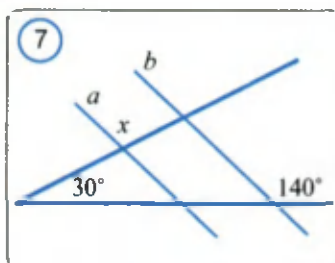
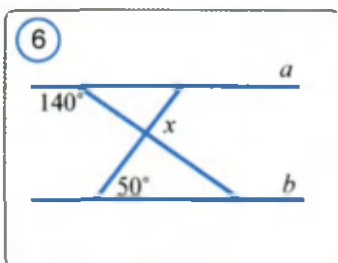
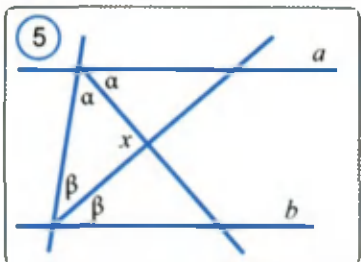
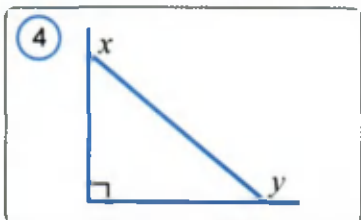
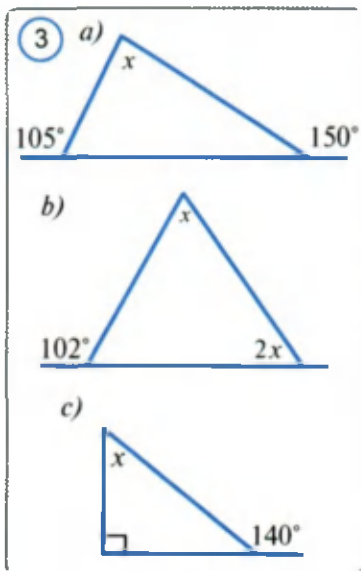
qo'shni burchaklar xossasiga ko'ra $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$.

Uchburchak burchaklari yig'indisi haqidagi teorema ko'ra $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

Bu ikki tenglikdan,

$\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$, ya'ni $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ tenglikni hosil qilamiz.

Teorema isbotlandi.



Bu teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi.

Natija. Uchburchakning tashqi burchagi, unga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklarning har biridan katta.

Uning to'g'riligini mustaqil ravishda tekshiring.

? Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning tashqi burchagi nima?
2. Uchburchakning tashqi burchagi haqidagi teoremani izohlang.
3. Uchburchakning ikki tashqi burchagi 120° va 135° bo'lsa, ichki burchaklarini toping.
4. Uchburchakning ichki burchaklaridan biri 30° ga, tashqi burchaklaridan biri 60° ga teng. Uchburchakning qolgan ichki burchaklarini toping.
5. 3-rasmdagi noma'lum burchakni toping.
6. 4-rasmdagi $x + y$ ni toping.
7. Agar 5-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
8. Agar 6-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
9. Agar 7-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
10. Agar 8-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
11. Uchburchakning tashqi burchagi o'tkir bo'lishi mumkinmi? Agar mumkin bo'lsa, nechitasi?
- 12.* Uchburchak tashqi burchaklarining yig'indisini hisoblang.



Masala. To'rtburchakning burchaklari yig'indisi 360° ga teng ekanligini isbotlang.

Yechilishi: Ixtiyoriy $ABCD$ to'rtburchak chizamiz. A va C nuqtalarni tutashtirib, uni ikkita uchburchakka ajratamiz. ABC va ADC uchburchaklar ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng (1-rasm):

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \quad \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ.$$

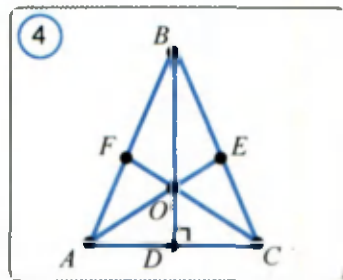
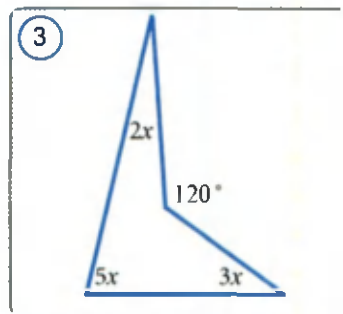
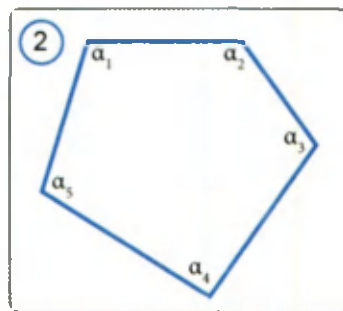
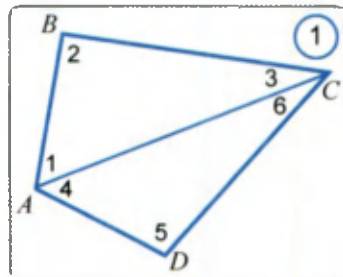
$$\angle A = \angle 1 + \angle 4 \text{ va } \angle C = \angle 3 + \angle 6 \text{ bo'lgani uchun}$$

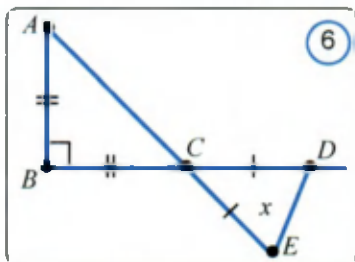
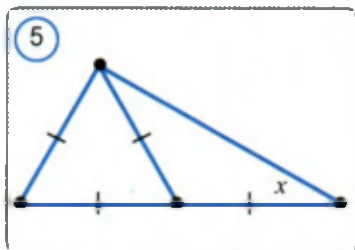
$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C + \angle D &= (\angle 1 + \angle 4) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 5 = \\ &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ. \end{aligned}$$



Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak ikkita ichki burchagining o'lchovlari nisbati 5:9 kabi, uchinchi ichki burchagi shu burchaklarning kichigidan 10° ga kichik. Uchburchakning ichki burchaklarini toping.
2. Uchburchakning 108° li tashqi burchagiga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklarining nisbati 5:4 kabi. Shu ichki burchaklarini toping.
3. Uchburchakning ikkita tomoni uchinchi tomonga perpendikular bo'lishi mumkinmi?
4. Uchburchakning o'tmas tashqi burchaklari: a) 1 ta; b) 2 ta; c) 3 ta bo'lishi mumkinmi?
5. Uchburchakning bir uchidagi ichki va tashqi burchaklari teng bo'lishi mumkinmi?
6. 2-rasmda tasvirlangan beshburchak burchaklari yig'indisini toping.
7. 3-rasmdagi noma'lum burchaklarni toping.
8. Ikkita burchagi teng bo'lgan uchburchakni teng yonli ekanligini ko'rsating.
9. Teng yonli uchburchakning bir burchagi: a) 120° ; b) 70° ga teng bo'lsa, uning qolgan burchaklarini toping.
10. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklaridan biri





- a) 15° ; b) 75° bo'lsa, qolgan burchaklari nimaga teng?
11. Ikki uchburchakning barcha mos tomonlari o'zaro parallel bo'lsa, ularning mos burchaklari teng bo'lishini isbotlang.
 12. Agar 4-rasmda $AB=BC$, $\angle ABC=50^\circ$, AE va FC — bissektisalar bo'lsa, AOB va EOC burchaklarni toping.
 13. 5-rasmdagi noma'lum x burchakni toping.
 14. 6-rasmdagi noma'lum x burchakni toping.
 15. Ikkita uchburchakning barcha mos tomonlari o'zaro perpendikular bo'lsa, ularning mos burchaklari teng bo'ladimi? Javobingizni asoslang.
 16. Biror uchburchakni faqat bitta to'g'ri chiziq bo'ylab qirqib ikkita o'tkir burchakli uchburchak hosil qilish mumkinmi? Javobingizni asoslang.

41

To'g'ri burchakli uchburchakning xossalari

Eslatib o'tamiz, to'g'ri burchakli uchburchakning bitta burchagi to'g'ri (90°) bo'lib, qolgan ikki burchagi esa o'tkir burchaklardan iborat. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagi qarshisidagi tomoni *gipotenuza*, qolgan ikki tomoni esa *katet* deb ataladi. To'g'ri burchakli uchburchakning ba'zi bir xossalari ko'rib chiqaylik.



1-xossa. To'g'ri burchakli uchburchakning ikkita o'tkir burchaklari yig'indisi 90° ga teng.

Haqiqatan, uchburchak ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng. To'g'ri burchakli uchburchakning bitta burchagi esa 90° ga teng. Shuning uchun, uning qolgan ikki burchagi yig'indisi $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ga teng bo'ladi.



1-masala. To'g'ri burchakli uchburchakning 30° li burchagi qarshisidagi kateti gipotenuzasining yarmiga teng.

Aytaylik, 1-rasmda tasvirlangan ABC to'g'ri burchakli uchburchak berilgan bo'lib, unda $\angle ACB = 90^\circ$ va $\angle ABC = 30^\circ$ ga teng bo'lsin. U holda $\angle BAC = 60^\circ$ bo'ladi.

$AC = \frac{AB}{2}$ ekanligini ko'rsatamiz.

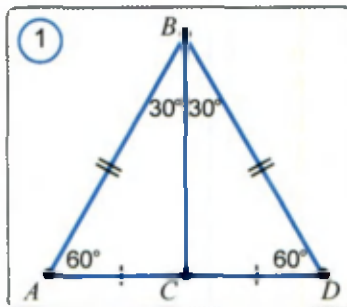
Berilgan uchburchakka teng BCD uchburchakni 1-rasmda ko'rsatilgandek qilib yasaymiz. Natijada, hamma burchaklari 60° ga teng bo'lgan ABD uchburchakka ega bo'lamiz.

Demak, ABD uchburchak teng tomonli. Xususan, $AB = AD$ bo'ladi. Lekin,

$$AD = AC + CD = 2AC.$$

Shunday qilib, $AB = 2AC$, ya'ni $AC = \frac{AB}{2}$.

Xossa isbotlandi.



2-xossa. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlaridan biri gipotenuzaning yarmiga teng bo'lsa, u katet 30° li burchak qarshisida yotadi.

Bu xossa 2-xossaga teskari tasdiq bo'lib, uni mustaqil isbotlang.

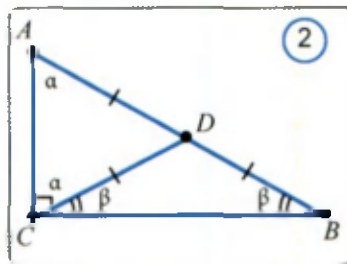
2-masala. ABC to'g'ri burchakli uchburchakda C to'g'ri burchak va $AB=12$ va $CD=DB$ bo'lsa, CD ni toping (2-rasm).

Yechilishi: CDB — teng yonli uchburchak, chunki $CD=DB$ (2-rasm).

Demak, $\angle B = \beta$ desak, $\angle A + \angle B = 90^\circ$ bo'lgani uchun $\angle A + \beta = 90^\circ$. Lekin, $\alpha + \beta = 90^\circ$ bo'lgani uchun, $\angle A = \alpha$.

Demak, ADC — teng yonli uchburchak. Shuning uchun $AD = CD = DB$, ya'ni D nuqta AB kesmaning o'rtasi.

Demak, $CD = \frac{AB}{2} = 6$. **Javob:** $CD = 6$



Bu masalani yechish davomida $AD = DB$ va $AD = CD$ tengliklarni ham hosil qildik. Ular to'g'ri burchakli uchburchakning quyidagi xossasini anglatadi.

3-xossa. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzaga tushirilgan medianasi gipotenuzaning yarmiga teng.

Bu muhim xossaga 8-sinfda yana qaytamiz.

Savol, masala va topshiriqlar

1. To'g'ri burchakli uchburchakning tomonlari qanday nomlanadi?
2. To'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir burchaklari yig'indisi nimaga teng?
3. To'g'ri burchakli uchburchakning burchaklaridan birortasi o'tmas bo'lishi mumkinmi?
4. To'g'ri burchakli uchburchakning nechta balandligi bor?
5. 30° li burchak qarshisidagi katet bilan gipotenuza orasida qanday bog'lanish bor?

Mashq. ABC va $A_1B_1C_1$ to'g'ri burchakli uchburchaklar berilgan bo'lsin. Bu uchburchaklarning bittadan burchagi to'g'ri bo'lgani uchun, bu burchaklar doim o'zaro teng. Shu bois, to'g'ri burchakli uchburchaklar uchun uchburchaklarning tenglik alomatlari ancha soddalashadi.

To'g'ri burchakli uchburchaklar uchun ikki katet bo'yicha (KK alomat), katet va o'tkir burchak bo'yicha (KB alomat), gipotenuza va o'tkir burchak bo'yicha (GB alomat) va gipotenuza va katet bo'yicha (GK alomat) kabi tenglik alomatlarini keltiramiz:

Teorema. KK alomat. Bir to'g'ri burchakli uchburchakning katetlari ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning katetlariga mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (1-rasm).

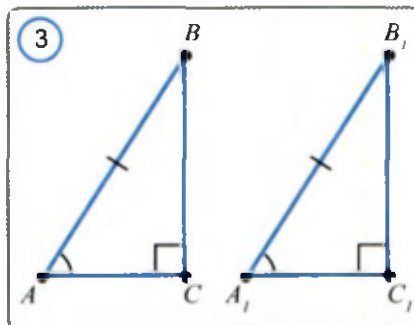
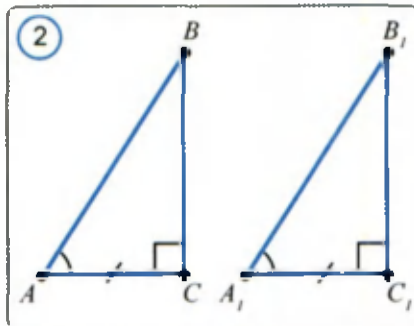
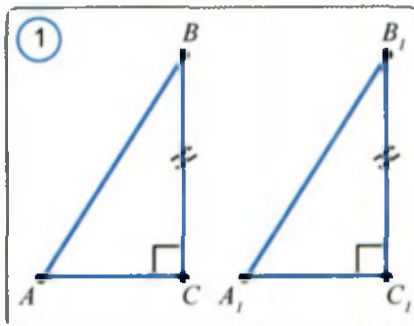
Bu alomat uchburchaklar tengligining TBT-alomatidan bevosita kelib chiqadi.

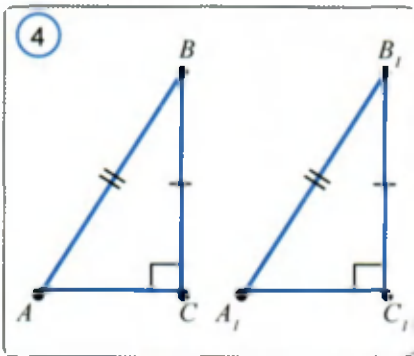
Teorema. KB alomat. Bir to'g'ri burchakli uchburchakning kateti va unga yopishgan o'tkir burchagi, ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning kateti va unga yopishgan o'tkir burchagiga teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (2-rasm).

Bu alomat uchburchaklar tengligining BTB-alomatidan bevosita kelib chiqadi.

Teorema. GB alomat. Bir to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta o'tkir burchagi, ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta o'tkir burchagiga teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (3-rasm).

Bu alomat uchburchaklar tengligining BTB-alomatidan bevosita kelib chiqadi.



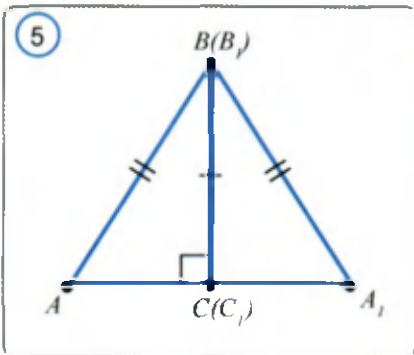


Teorema. GK alomat. Bir to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta kateti ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta katetiga teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (4-rasm).

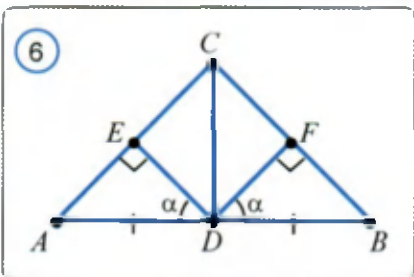
Bu alomat isbotlanishi kerak. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar berilgan (4-rasm) va ularda $\angle C = 90^\circ$, $\angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ bo'lsin. U holda $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini ko'rsatamiz.

Isbot. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarning ikkitadan tomonlari o'zaro teng: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. Agar ABC va $A_1B_1C_1$ burchaklarining tengligini ko'rsatsak, TBT alomatga ko'ra uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi.

Buning uchun, $A_1B_1C_1$ uchburchakni ABC uchburchak bilan, BC va B_1C_1 katetlar ustma-ust tushadigan qilib yonma-yon qo'yamiz (5-rasm). U holda, $\angle C$ va $\angle C_1$ to'g'ri burchak bo'lganligi uchun CA va C_1A_1 nurlar yoyiq burchakni tashkil qiladi, ya'ni A, C, C_1 va A_1 nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Natijada, ABA_1 teng yonli uchburchak bo'ladi. Lekin, teng yonli uchburchakda asosga tushirilgan balandlik bissektrisa ham bo'ladi (71-betdagi teorema xulosasiga ko'ra). Demak, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. **GK alomat isbotlandi.**



Masala. 6-rasmda berilgan ma'lumotlarga asosanib ABC — teng yonli uchburchak ekanligini isbotlang.



Yechilishi: $\triangle AED = \triangle BFD$, chunki ularning gipotenuzalari va bittadan o'tkir burchaklari teng. CED va CFD — to'g'ri burchakli uchburchaklar, $ED = FD$ hamda CD gipotenuza umumiy bo'lgani uchun, to'g'ri burchakli uchburchaklar tengligining GK alomatiga ko'ra $\triangle CED = \triangle CFD$.

Demak, $\triangle ADC = \triangle BDC$, ya'ni $AC = BC$ va ABC — teng yonli uchburchak.



Savol, masala va topshiriqlar

- To'g'ri burchakli uchburchaklar tengligining alomatlarini ayting va izohlang.
- To'g'ri burchakli uchburchaklarning bir kateti va bir burchagi mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladimi?

3. Agar 7-rasmda:

- $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$;
- $BC = DE$, $AB = CE$;
- $AC = CD$, $BC = CE$;
- $AB = DE$

bo'lsa, ACB va DCE uchburchaklar teng bo'ladimi?

- Agar 8-rasmda: a) $OC = OB$; b) $AC = BD$; d) $AO = OD$; e) $AC = OD$; f) $\angle OCA = \angle OBD$ bo'lsa, OAC va ODB uchburchaklar teng bo'ladimi?

- To'g'ri burchakli ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda A va A_1 to'g'ri burchaklar, BD va B_1D_1 lar bissektrisalar va $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ bo'lsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekanligini isbotlang.

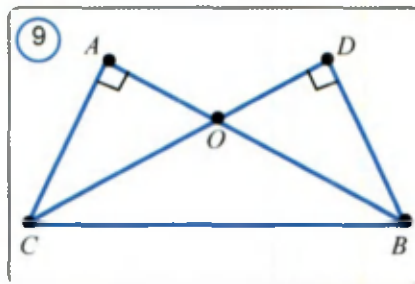
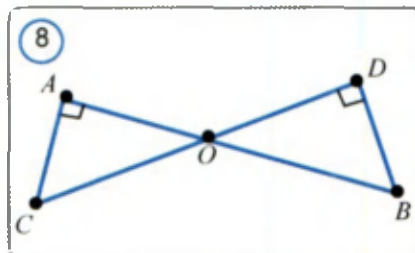
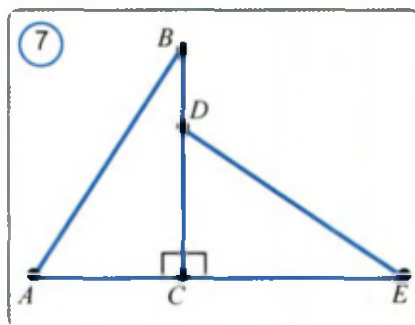
6. Agar 9-rasmda:

- $AC = BD$;
- $OA = OD$;
- $\angle OCB = \angle OBC$;
- $BC = OD$;
- $\angle ACB = \angle DBC$ bo'lsa,

BAC va CDB uchburchaklar teng bo'ladimi?

- ABC uchburchakda BD balandlik o'tkazilgan. Agar $AD = DC$ bo'lsa, ABC uchburchakning teng yonli ekanligini isbotlang.

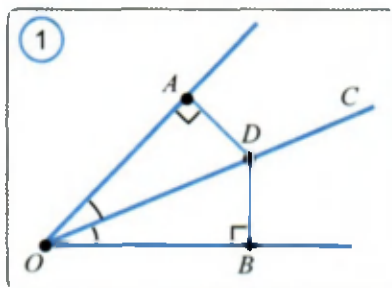
- O'tkir burchakli ABC uchburchakda AA_1 va CC_1 balandliklar teng. $\angle BAC = \angle BCA$ tenglikni isbotlang.



Yodingizda bo'lsa, nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa deb, nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikular uzunligiga aytilgan edi.



Teorema. Burchak bissektrisasining ixtiyoriy nuqtasidan burchak tomonlarigacha bo'lgan masofalar o'zaro teng.



Isbot. Aytaylik, O burchak va uning bissektrisasi OC berilgan bo'lsin (1-rasm). OC bissektrisada ixtiyoriy D nuqta olamiz va berilgan burchak tomonlariga DA va DB perpendikularlar tushiramiz.

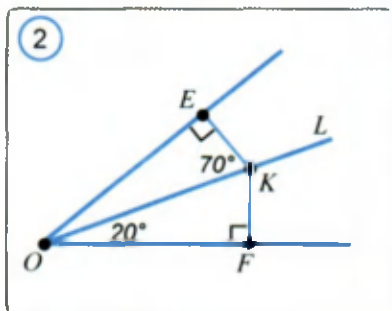
OAD va OBD to'g'ri burchakli uchburchaklarda:

1. $\angle AOD = \angle BOD$ — shartga ko'ra;

2. OD — umumiy gipotenuza.

To'g'ri burchakli uchburchaklar tengligining GB — alomatiga ko'ra, $\triangle OAD = \triangle OBD$. Xususan, $DA = DB$.

Teorema isbotlandi.



Masala. EOF burchakning OL bissektrisasida K nuqta olingan (2-rasm). Agar $EK \perp OE$, $KF \perp OF$ va $\angle KOF = 20^\circ$ bo'lsa, a) EOK va OKF burchaklarni; b) EOF va EKF burchaklarni toping.

Yechilishi: a) Yuqorida ko'rilganidek $\triangle EOK = \triangle FOK$. Shuning uchun $\angle EOK = \angle FOK = 20^\circ$ va $\angle OKF = \angle OKE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.

b) $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40^\circ$,

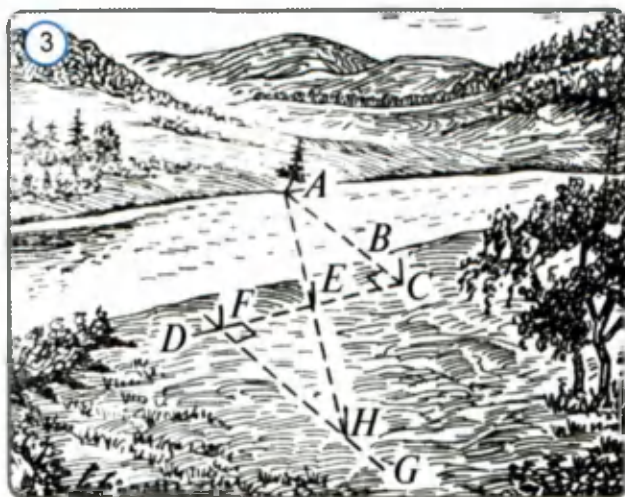
$\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$.

Javob: a) 20° va 70° ; b) 40° va 140° .



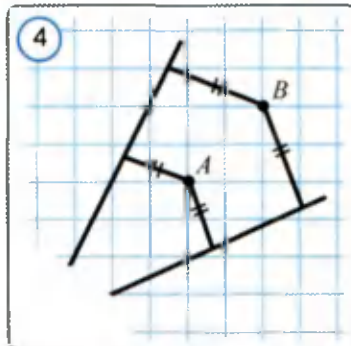
Amaliy topshiriq

To'g'ri burchakli uchburchaklar tengligi alomatidan foydalanib, 3-rasmda tasvirlangan daryoning kengligini aniqlash uchun bajarilgan yasash ishlarini sharhlang va daryoning kengligini topish usulini bayon qiling.



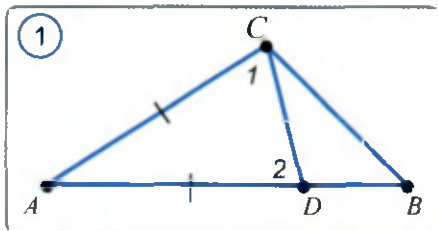
Savol, masala va topshiriqlar

- Burchak bissektrisasining ixtiyoriy nuqtasi uning tomonlaridan teng uzoqlikda joylashganini isbotlang.
- Burchak AOB bissektrisasida olingan nuqtadan OA nurgacha bo'lgan masofa 7 sm bo'lsa, shu nuqtadan OB nurgacha bo'lgan masofani toping.
- O burchak va uning bissektrisasida C nuqta berilgan. Agar $\angle O = 60^\circ$ va $OC = 14\text{ sm}$ bo'lsa, C nuqtadan burchak tomonlarigacha bo'lgan masofani toping.
- AOB burchak ichida N nuqta olingan. Agar $AN = BN$, $OA \perp AN$ va $OB \perp BN$ bo'lsa, N nuqta AOB burchak bissektrisasida yotishini isbotlang.
- 4-rasmda katakli qog'ozga chizilgan burchakning bir qismi tasvirlangan. Qog'ozning burchak uchi joylashgan qismi yirtilib ketgan. A va B nuqtalar burchak tomonlaridan teng uzoqlashgani ma'lum. Burchak bissektrisasini qanday yasash mumkin?
- Uchburchakning ikkita bissektrisasi kesishgan nuqta uchburchak uchala tomonidan teng uzoqlikda bo'lishini isbotlang.
- Teng yonli ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarning AC va A_1C_1 asoslari va asoslarga tushirilgan BD va B_1D_1 balandliklari teng. $ABC = A_1B_1C_1$ tenglikni isbotlang.





Teorema. Uchburchakning katta tomoni qarshisida katta burchak yotadi.



Isbot. AB nurda AC tomonga teng AD kesmani qo'yamiz. $AB > AD$ bo'lgani uchun, D nuqta AB kesmaga tegishli bo'ladi. Demak, CD nur C burchakning ichki sohasida yotadi va C burchakni ikki burchakka ajratadi. Shunga ko'ra, $\angle C > \angle 1$.

ACD uchburchakni teng yonli qilib qurganimiz

uchun, $\angle 1 = \angle 2$. $\angle 2$ — CDB uchburchakning tashqi burchagi bo'lgani uchun, $\angle 2 > \angle B$.

Bu ajratib ko'rsatilgan uchta munosabatdan,

$\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$, ya'ni $\angle C > \angle B$ ekanligini hosil qilamiz.

Teorema isbotlandi.

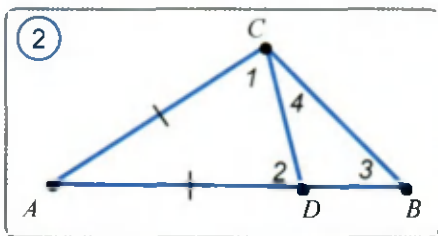
Shuningdek, bu teoremaga teskari teorema ham o'rinni.



Teskari teorema. Uchburchakning katta burchagi qarshisida katta tomon yotadi.

Bu teoremaning isbotini mustaqil bajaring.

Natija. Teng yonli uchburchakda teng tomonlar qarshisida teng burchaklar yotadi.



Uning to'g'riligini oldin isbotlagan edik.

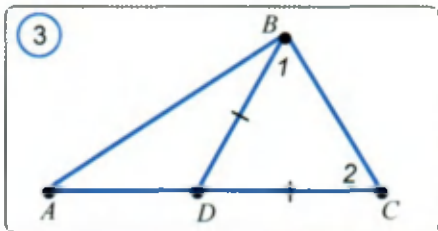


1-masala. 2-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib, $\angle 1 > \angle 3$ ekanligini isbotlang.

Yechilishi: $\angle 2 > \angle 3$ ekanligi ravshan, chunki $\angle 2$ — BDC uchburchakning tashqi burchagi bo'lib, tashqi burchak xossasiga ko'ra, $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ va $\angle 4 > 0$. ACD — teng yonli uchburchak bo'lgani uchun $\angle 1 = \angle 2$. Demak, $\angle 1 > \angle 3$ bo'ladi.



2-masala. 3-rasmda berilganlardan foydalanib, $AB < AC$ ekanligini ko'rsating.

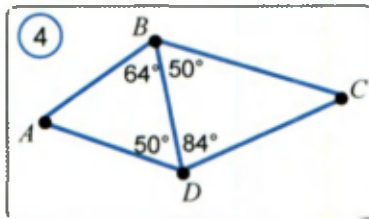


Yechilishi: BDC — teng yonli uchburchak (chunki $BD=DC$), demak, $\angle 1=\angle 2$ bo'ladi. $\angle 1 < \angle ABC$ bo'lgani uchun $\angle 2 < \angle ABC$. Katta burchak qarshisida katta tomon yotgani uchun $AB < AC$ bo'ladi.



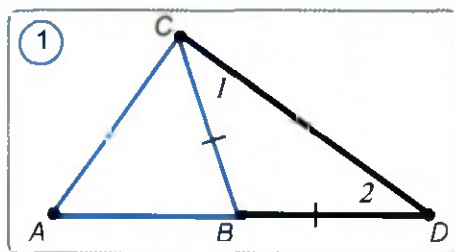
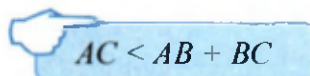
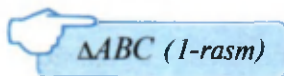
Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning katta tomoni qarshisida katta burchak va aksincha, katta burchak qarshisida katta tomon yotishini isbotlang.
2. ABC uchburchakda $AB = 12 \text{ sm}$, $BC = 10 \text{ sm}$, $CA = 7 \text{ sm}$ bo'lsa, uchburchakning eng katta va eng kichik burchaklarini toping.
3. ABC uchburchakda a) $AB < BC < AC$; b) $AB = AC < BC$ bo'lsa, uchburchak burchaklarini taqqoslang. A burchak o'tmas bo'lishi mumkinmi?
4. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 62° bo'lsa, uning qaysi tomoni katta bo'ladi? 58° bo'lsa-chi?
5. Uchburchakning o'tmas burchagi qarshisida kichik tomon yotishi mumkinmi?
6. ABC uchburchakda a) $\angle A > \angle B > \angle C$; b) $\angle A = \angle B < \angle C$ bo'lsa, uchburchak tomonlarini taqqoslang.
7. Uchburchakning katta burchagi 60° dan kichik bo'lishi mumkinmi? Uchburchakning kichik burchagi 60° dan katta bo'lishi mumkinmi?
8. Teng tomonli uchburchakning ikkita bissektrisasi kesishganda hosil bo'ladigan burchaklarni toping.
- 9*. ABC uchburchakda $AB > BC$ va $\angle A = 60^\circ$ bo'lsa, B burchak qanday qiymatlar qabul qilishi mumkin?
- 10* Uchburchakning α , β va γ burchaklari uchun $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ munosabatlar o'rini bo'lsa, bu qanday uchburchak bo'ladi?
- 11* 4-rasmdan eng katta va eng kichik kesmalarni ko'rsating. Javobingizni izohlang.
12. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi uzunmi yoki kateti?





Uchburchakning istalgan bir tomoni qolgan ikki tomoni yig'indisidan kichik.



Isbot. AB to'g'ri chiziqda BC kesmaga teng BD kesmani qo'yamiz va C va D nuqtalarni tutashtiramiz (1-rasm). Natijada, BCD teng yonli uchburchak hosil bo'ladi. Unda, $\angle 1 = \angle 2$, chunki $BC = BD$. Shakldan ravshanki,

$$\angle ACD > \angle 1.$$

U holda, $\angle ACD > \angle 2$ chunki $\angle 1 = \angle 2$,

Bu burchaklar ACD uchburchakka tegishli.

Endi katta burchak qarshisida katta tomon yotishini hisobga olsak, $AC < AD$ tengsizlikka ega bo'lamiz.

U holda, $AC < AB + BD$ chunki, $AD = AB + BD$. Undan $BD = BC$ ekanligini hisobga olsak, $AC < AB + BC$ ni hosil qilamiz.

Teorema isbotlandi.

Bu teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi.

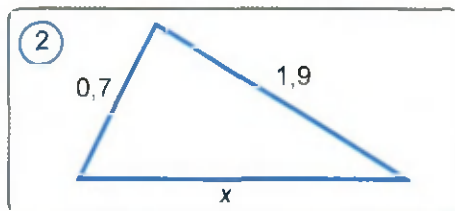
Natija. Bir to'g'ri chiziqda yotmagan ixtiyoriy uchta A , B va C nuqta uchun $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$ va $BC < AB + AC$ tengsizliklar o'rinli.

Bu tengsizliklarning har biri *uchburchak tengsizligi* deb ataladi.



Masala. Uchburchakning ikki tomoni 0,7 va 1,9. Agar uchinchi tomoni butun son ekanligi ma'lum bo'lsa, uni toping (2-rasm).

Yechilishi: Berilgan uchburchakning ikkita tomoni ma'lum: 0,7 va 1,9. Uchinchi tomonini uchburchak tengsizligidan foydalanib topamiz:



$$x + 0,7 > 1,9 \text{ yoki } x > 1,2$$

$$1,9 + 0,7 > x \text{ yoki } x < 2,6.$$

Bu ikki tengsizlikdan $1,2 < x < 2,6$ ni hosil qilamiz.

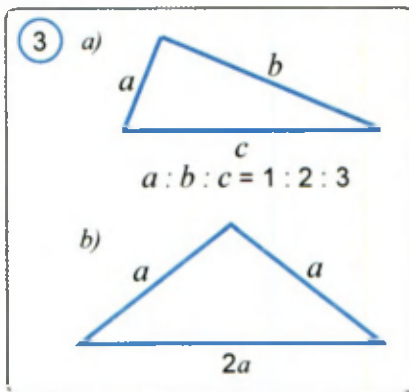
x – butun son, faqat $x=2$ qiymat bu qo'sh-tengsizlikni qanoatlantiradi. Demak, uchburchakning noma'lum tomoni 2 ga teng.

Javob: 2.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak tengsizligining mazmuni nimadan iborat?
2. Uchburchak tengsizligi qanday masalalarni yechishda qo'llaniladi?
3. Uzunliklari 1 m , 2 m va 3 m bo'lgan kesmalardan uchburchak yasash mumkinmi?
4. Tomonlari: a) 2; 3; 4; b) 2; 2; 4; c) 3,6; 1,8; 5; d) 56; 38; 19 bo'lgan uchburchak mavjudmi?
5. Teng yonli uchburchak tomonlari: a) 7 va 3 b) 10 va 5; c) 8 va 5 bo'lsa, uchinchi tomonini toping.
6. Masalaning berilishi to'g'rimi (3-rasm)?
7. Uchburchakning istagan tomoni uning qolgan ikkita tomoni ayirmasidan katta bo'lishini isbotlang.
8. Teng yonli uchburchakning perimetri 25 sm , bir tomoni ikkinchi tomonidan 4 sm ortiq va tashqi burchaklaridan biri o'tkir bo'lsa, uchburchakning tomonlarini toping.
- 9.* Uzunliklari 2; 3; 4; 5 va 6 ga teng kesmalardan nechta turli uchburchak yasash mumkin?
10. Tekislikdagi uchta A, B, C nuqtalar uchun $AB+BC \geq AC$ tengsizlik bajarilsa, AB, BC va AC kesmalar qanday geometrik shaklni ifodalaydi?
- 11.* Uchburchak medianasi uchburchakning yarim perimetridan (perimetrining yarmidan) kichik ekanligini isbotlang.
12. Aylananing eng katta vatari uning diametri bo'lishini isbotlang.



46

Bilimingizni sinab ko'ring

1. Jumlada bo'sh qoldirilgan joylarni mantiqan to'g'ri so'zlar bilan to'ldiring.

1. Uchburchakning ichki burchagiga uchburchakning tashqi burchagi deb ataladi.
2. Uchburchak 180° ga teng.
3. Ikkita burchagining yig'indisi 90° ga teng bo'lgan uchburchak bo'ladi.
4. Uchburchakning tashqi burchagi unga qo'shni bo'lmagan ga teng.
5. Agar uchburchakning bir burchagi o'tmas bo'lsa, qolgan ikkita
6. To'g'ri burchakli uchburchakning burchaklari bo'la olmaydi.
7. Uchburchakning har bir tomoni qolgan tomonlar yig'indisidan

8. Ikkita to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
9. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlari teng bo'lsa, u bo'ladi.
10. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasiga tushirilgan shu gipotenuzaning yarmiga teng.
11. To'g'ri burchakli uchburchakning kateti bo'lsa, u 30° li burchak qarshisida yotadi.
12. Burchak tomonlaridan teng masofada uzoqlashgan nuqta shu burchakning yotadi.

2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating.

1. To'g'ri burchakli uchburchaklarning gipotenuzasi va bittadan burchagi teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
2. Uchburchakning ichki va tashqi burchaklari yig'indisi 180° ga teng.
3. Uchburchakning tashqi burchagi, ikkita ichki burchaklari yig'indisiga teng.
4. Uchburchakning katta tomoni qarshisida kichik burchak, katta burchagi qarshisida kichik tomon yotadi.
5. Uchburchakning har bir tomoni qolgan tomonlari ayirmasidan kichik.
6. To'g'ri burchakli uchburchakning faqat bitta balandligi bor.
7. To'g'ri burchakli uchburchakning kateti gipotenuzaning yarmiga teng.
8. To'g'ri burchakli uchburchakning balandligi gipotenuzaning yarmiga teng.
9. To'g'ri burchakli uchburchaklarning gipotenuzalari teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
10. Uchburchakning ichki burchagi uning qolgan ikkita ichki burchagining yig'indisidan har doim kichik bo'ladi.
11. Uchburchakning tashqi burchaklari har doim o'tmas bo'ladi.

3. Jadvalda keltirilgan xossalar va talqinlarga mos keluvchi geometrik tushunchalarni yozing.

1.	Ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng	
2.	O'tkir burchaklari yig'indisi 90° ga teng	
3.	Tomonlari kesmalardan iborat	
4.	Uchburchak tomonlari orasidagi munosabat	
5.	Gipotenuzaning yarmiga teng	
6.	Uchta balandligi ham bir uchda kesishadi	
7.	Katetdan har doim katta	
8.	Nuqtalari burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan	

4. Testlar.

- Agar uchburchak burchaklari 2:3:4 kabi nisbatda bo'lsa, uning burchaklarini toping.
A) 20° , 30° , 40° ; B) 40° , 60° , 80° ; C) 36° , 54° , 90° ; D) 18° , 27° , 36° .
- Agar uchburchak burchaklari 3:2:1 kabi nisbatda bo'lsa, uning turini aniqlang.
A) O'tkir burchakli; B) O'tmas burchakli;
C) To'g'ri burchakli; D) Aniqlab bo'lmaydi.
- Agar uchburchakning bitta tashqi burchagi o'tkir bo'lsa, uning turini aniqlang.
A) O'tkir burchakli; B) O'tmas burchakli;
C) To'g'ri burchakli; D) Aniqlab bo'lmaydi.
- Agar uchburchakning bir burchagi uning qolgan ikki burchaklari yig'indisidan katta bo'lsa, uning turini aniqlang.
A) O'tkir burchakli; B) O'tmas burchakli;
C) To'g'ri burchakli; D) Aniqlab bo'lmaydi.
- Qaysi uchburchakning balandliklari uning bir uchida kesishadi?
A) Teng yonli uchburchak;
B) Teng tomonli uchburchak;
D) To'g'ri burchakli uchburchak;
E) Bunday uchburchak mavjud emas.
- ABC uchburchakda A uchdagi tashqi burchak 120° ga, C uchidagi ichki burchak esa 80° ga teng. B uchidagi tashqi burchakni toping.
A) 120° ; B) 140° ; D) 160° ; E) 40° .
- Uchburchakning tashqi burchaklaridan biri 120° ga, shu burchakka qo'shni bo'lmagan ichki burchaklarining ayirmasi 30° ga teng. Uchburchakning ichki burchaklaridan kattasini toping.
A) 70° ; B) 75° ; D) 85° ; E) 90° .
- Uchburchakning ikkita burchagi qiymatlarining nisbati 1:2 kabi. Uchinchi burchagi shu burchaklarning kichigidan 40° ga katta. Uchburchakning katta burchagini toping.
A) 105° ; B) 75° ; D) 80° ; E) 90° .
- Teng yonli uchburchakning perimetri 48 ga teng. Uning tomonlaridan biri 12 ga teng bo'lsa, qolgan tomonlarini toping.
A) 18; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.
- To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan bissektrisa va balandlik

chiqarilgan bo'lib, ular orasidagi burchak 24° ga teng. Uchburchakning kichik burchagini toping.

- A) 21° ; B) 24° ; D) 36° ; E) 16° .

11. 1-rasmdagi $\angle A$ ni toping.

- A) 10° ; B) 20° ; D) 60° ; E) 100° .

12. Uzunliklari 3, 5, 7 va 11 ga teng kesmalardan nechta turli tomonli uchburchak yasash mumkin?

- A) 2 B) 3 D) 5 E) 6.

13. 2-rasmdagi $x + y$ ni toping.

- A) 90° ; B) 180° ; D) 270° ; E) aniqlab bo'lmaydi.

14. 3-rasmdagi $\angle BCA$ ni toping.

- A) 90° ; B) 96° ; D) 144° ; E) 84° .

15. 4-rasmdagi $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.

- A) 35° ; B) 45° ; D) 25° ; E) 20° .

16. 5-rasmdagi x ni toping.

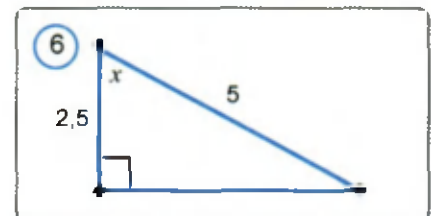
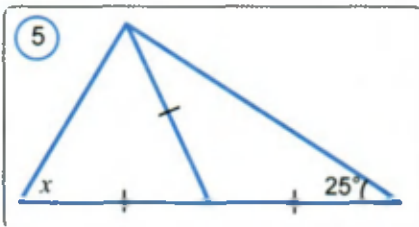
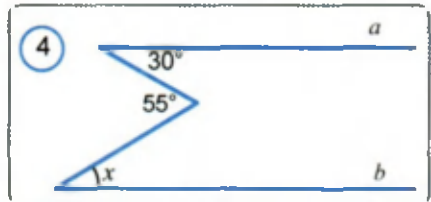
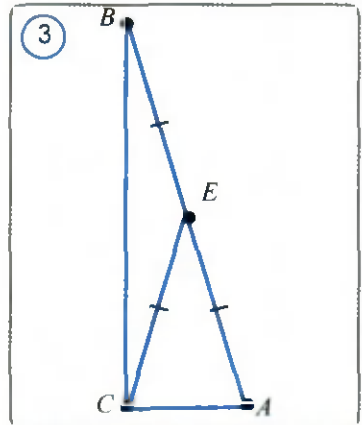
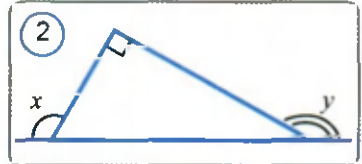
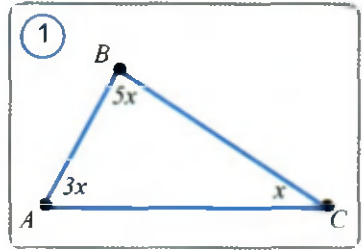
- A) 60° ; B) 55° ; D) 65° ; E) 70° .

17. 6-rasmdagi x ni toping.

- A) 30° ; B) 45° ; D) 15° ; E) 75° .

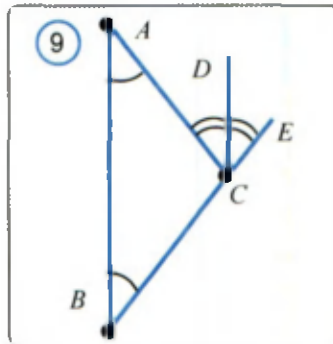
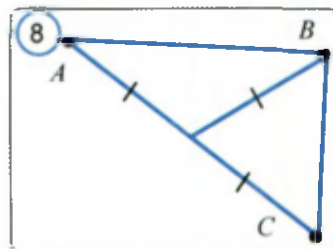
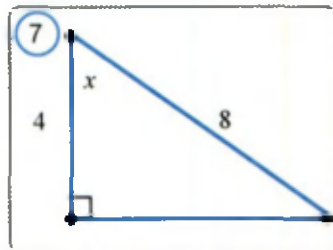
18. Uzunligi 2 sm, 3 sm, 4 sm va 5 sm bo'lgan kesmalardan nechta uchburchak yasash mumkin?

- A) 1 ta; B) 2 ta; D) 3 ta; E) 4 ta.

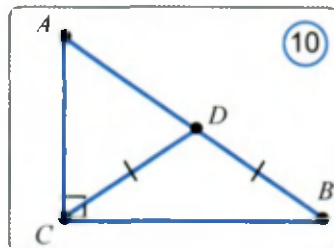


5. Masalalar

- Bo'g'inlarining uzunligi 1 m , 2 m , 4 m , 8 m va 16 m bo'lgan yopiq siniq chiziq yasash mumkinmi?
- Agar uchburchakning tomonlari butun sonlar bo'lib, perimetri 15 ga teng bo'lsa, uning tomonlarini aniqlang.
- Uchburchakning balandligi uning tomonlaridan har doim kichik bo'ladimi?
- Katta tomoni 36 ga teng bo'lgan uchburchakning burchaklari $1:2:3$ kabi nisbatda bo'lsa, shu uchburchakning kichik tomonini toping.
- Uchburchakning asosiga tushirilgan balandlik uning yon tomonlari bilan 27° va 36° li burchaklar tashkil qiladi. Uchburchakning burchaklarini toping.
- To'g'ri burchakli ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda A va A_1 to'g'ri burchaklar, BD va B_1D_1 bissektisalar va $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini isbotlang.
- 7-rasmdagi x ni toping.
- 8-rasmdagi $\angle ABC$ ni toping.
- 9-rasmda $AB \parallel CD$ ekanligini isbotlang.
- Teng yonli uchburchakning bir burchagi 100° ga teng. Uchburchakning qolgan tomonlarini toping.
- Agar teng yonli uchburchakning burchaklaridan biri 60° ga teng bo'lsa bu uchburchak teng tomonli bo'ladimi?
- Asosi AC va B burchagi 36° ga teng bo'lgan teng yonli ABC uchburchakning AD bissektisasi o'tkazilgan. CDA va ADB uchburchaklarning teng yonli ekanligini isbotlang.

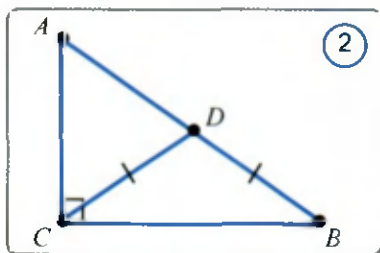
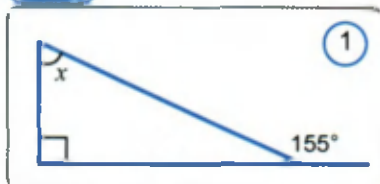


13. Bir uchburchak 60° va 38° li burchaklarga, ikkinchi uchburchak esa 38° va 82° li burchaklarga ega. Bu uchburchaklar teng bo'lishi mumkinmi?
14. Uchburchak perimetri tomonlaridan 14 sm , 16 sm va 24 sm katta bo'lsa, uchburchakning eng katta tomonini toping.
15. To'g'ri burchakli ABC uchburchakning to'g'ri burchagi uchidan CD balandlik tushirilgan. Agar 1) $A = 24^\circ$; 2) $A = 70^\circ$ bo'lsa, CDB burchakni toping.
16. Teng yonli uchburchakning bir tashqi burchagi 70° ga teng. Uning ichki burchaklarini toping.
17. ABC uchburchakning A va C uchlaridan tushirilgan balandliklar N nuqtada kesishadi. Agar $\angle A = 50^\circ$ va $\angle C = 84^\circ$ bo'lsa, ANC burchakni toping.
18. ABC uchburchakda BD mediana AC tomonning yarmiga teng. Uchburchakning B burchagini toping.
19. 10-rasmda $BD = CD = 10$ bo'lsa, AB ni toping.



47

5-nazorat ishi



Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat:

- I. 125-betdagi testlarga o'xshash 5 ta test;
- II. Quyidagi masalalarga o'xshash 3 ta masala (4-masala "a'lo" baho olmoqchi bo'lgan o'quvchilar uchun qo'shimcha).

1. Noma'lum burchakni toping (1-rasm).
2. Uchburchakning tashqi burchagi 120° bo'lib, unga qo'shni bo'lmagan ichki burchagi 1:2 nisbatda bo'lsa, uchburchakning burchaklarini toping.
3. Agar 2-rasmda $\angle ACB = 90^\circ$, $CD = BD$ va $AB = 24\text{ sm}$ bo'lsa, CD kesmani toping.
4. ABC uchburchak BD bissektrisasi AC tomonni 100° burchak ostida kesadi. Agar $BD = BC$ bo'lsa, uchburchak burchaklarini toping.



Qiziquvchi o'quvchilar uchun.

"Geometriya-7" elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib, o'z bilimingizni sinab ko'ring.

VBOB



YASASHGA DOIR MASALALAR

Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

Bilimlar:

- Sirkul va oddiy chizg'ich yordamida yasashga oid masalalarni yechishda rioya qilinadigan maxsus qoidalar;
- yasashga doir masalalarni yechish bosqichlari.

Ko'nikmalar:

- Chizg'ich va sirkul yordamida yasash ishlarini amalga oshirish;
- berilgan burchakka teng burchakni yasay olish;
- burchak bissektrisasini yasay olish;
- perpendikular to'g'ri chiziqlarni yasay olish;
- kesmani teng ikkiga bo'lish;
- berilgan elementlariga ko'ra uchburchaklarni yasay olish.



Yasashga oid masalalarni faqat oddiy chizg'ich va sirkul vositasida yechish – mantiqiy mushohada qilish qobiliyatini o'stirib, u Qadimgi Yunonistonda san'at darajasiga yetgan.

Shu paytgacha turli xil asboblarning yordamida har xil geometrik shakllarni yasab keldik. Masalan, chizg'ich yordamida to'g'ri chiziq, nur, kesma, uchburchak va boshqa shakllarni chizdik. Chizg'ich va transportir yordamida turli xil burchaklarni chizdik. Sirkul yordamida esa aylana va yoylarni tasvirladik (1-rasm).

Ma'lum bo'lishicha, ko'plab geometrik shakllarni faqat masshtabli bo'linmalarga ega bo'lmagan, bir tomoni tekis bo'lgan chizg'ich va sirkul (2-rasm) yordamida yasash mumkin ekan. (Bunday chizg'ichni oddiy chizg'ich deb ataymiz.)

Shu sababdan, geometriyada shu ikki asbob yordamida yasashga doir masalalar maxsus ajratib qaraladi.

Bu ikki asbobdan foydalanishning maxsus qoidalari bor — ular vositasida faqat quyidagi ishlarni bajarishga ruxsat beriladi:

Oddiy chizg'ich yordamida faqat:

1. Ixtiyoriy to'g'ri chiziq chizish;
2. Tayin nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq chizish;
3. Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqni chizish.

Sirkul yordamida faqat:

1. Ixtiyoriy aylana chizish;
2. Markazi berilgan nuqtada bo'lgan ixtiyoriy radiusli aylana chizish;
3. Tayin radiusli, markazi esa ixtiyoriy nuqtada bo'lgan aylana chizish;
4. Markazi berilgan nuqtada, radiusi berilgan kesmadan iborat aylana chizish;
5. Berilgan kesmaga teng kesmani, to'g'ri chiziqqa uning belgilangan nuqtasidan boshlab har ikki yo'nalishda qo'yish.

Boshqa har qanday yasash mana shu amallarga keltirilishi lozim. Hatto chizg'ichda millimetrli bo'lmalar bo'lsa-da kesmalarning uzunliklarini o'lchash va ma'lum uzunlikdagi kesmani biror to'g'ri chiziqqa qo'yishga ruxsat berilmaydi.

Yasashga doir masalalarda nafaqat biror geometrik shaklni yasash yo'lini, usulini topish talab qilinadi, balki hosil bo'lgan geometrik shaklni haqiqatan berilgan shartlarni qanoatlantirishini asoslash, ya'ni isbotlash ham lozim bo'ladi.

Shu bois, yasashga doir masalalar shakl yasash usulini, yo'l-yo'rig'ini topishni, ham uni asoslashni talab qiladi.



1-masala. AB va CD kesmalar va OE nur berilgan (2.a-rasm). Oddiy chizg'ich va sirkul yordamida OE nurga uzunligi $AB + CD$ ga teng kesmani qo'ying.

Yasash:

1-qadam. Sirkul yordamida AB kesmaga teng A_1B_1 kesmani OE nurga qo'yamiz (2.b-rasm).

2-qadam. Sirkul yordamida CD kesmaga teng C_1D_1 kesmani B_1E nurga qo'yamiz (2.c-rasm).

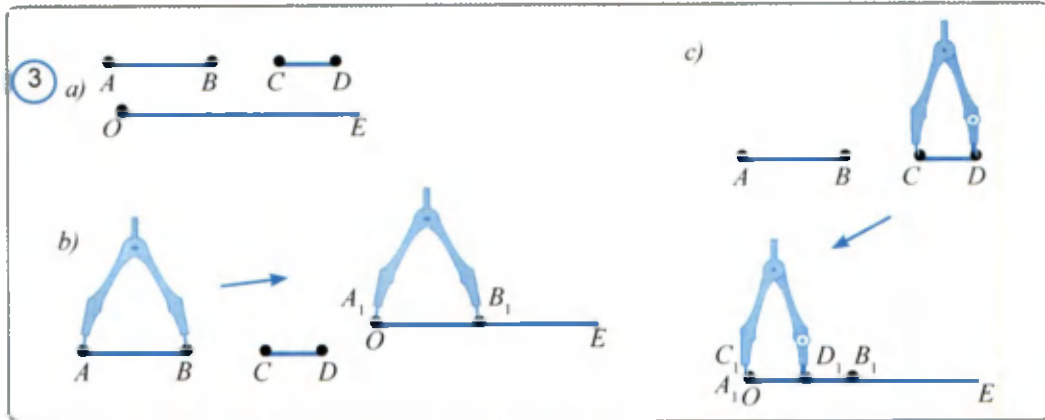
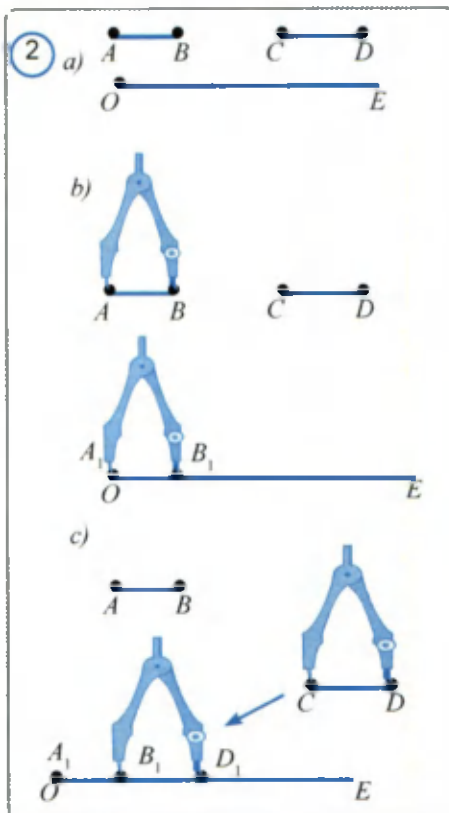
Hosil bo'lgan A_1D_1 kesma – uzunligi $AB + CD$ ga teng bo'lgan kesmadan iborat bo'ladi.



2-masala. AB va CD kesmalar va OE nur berilgan (3.a-rasm). Agar $AB > CD$ ekanligi ma'lum bo'lsa, oddiy chizg'ich va sirkul yordamida OE nurga uzunligi $AB - CD$ ga teng kesmani qo'ying.

Yasash:

OE nurga oldin AB kesmaga teng A_1B_1 kesmani (3.b-rasm), so'ng CD kesmaga teng C_1D_1 kesmani qo'yamiz (3.c-rasm). Hosil bo'lgan D_1B_1 kesma – uzunligi $AB - CD$ ga teng bo'lgan kesmadan iborat bo'ladi.





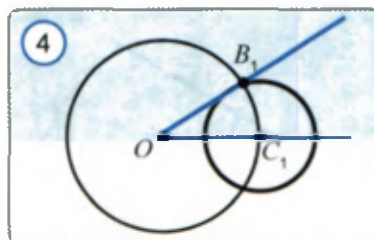
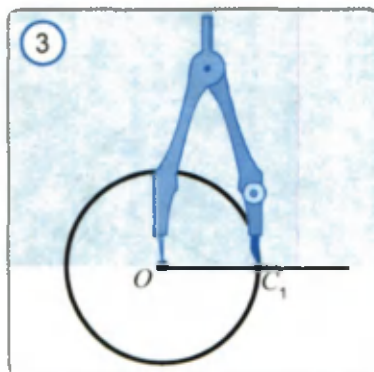
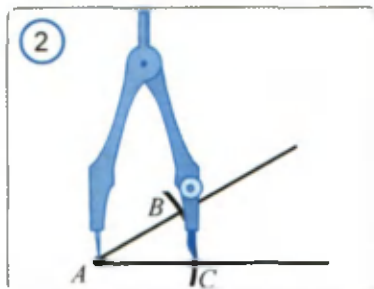
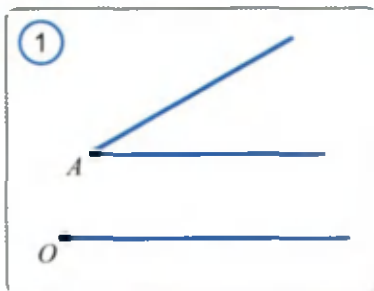
Savol, masala va topshiriqlar

1. Oddiy chizg'ich yordamida qanday shakllarni chizish mumkin?
2. Sirkul yordamida yasashga doir qanday ishlarni amalga oshirish mumkin?
3. To'g'ri chiziqda A va B nuqtalar berilgan. BA nurda B nuqtadan boshlab BC kesmani shunday qo'yingki, $BC = 2AB$ bo'lsin.
4. Agar aylanadan tashqaridagi nuqtadan aylananing eng yaqin va uzoq nuqtalari-gacha bo'lgan masofalar mos ravishda 2 sm va 10 sm bo'lsa, aylana radiusini toping.
5. A va B nuqtalar berilgan. Faqat sirkuldan foydalanib shunday C nuqta yasangki, $AC = 3AB$ bo'lsin.
6. a va b uzunlikdagi kesmalar berilgan ($a > b$). a) $a + b$; b) $a - b$; c) $2a + 3b$; d) $2a - b$ uzunlikdagi kesmalarni yasang.
7. Uzunligi 12 sm va 5 sm bo'lgan kesmalar berilgan. Uzunligi a) 17 sm ; b) 7 sm ; c) 12 sm ; d) 22 sm ; e) 29 sm bo'lgan kesmalarni yasang.



Geometrik boshqotirma

Sardor aylana chizib bo'lgach, uning markazini qalam bilan belgilashni unutganini payqab qoldi. O'chakishganday, izi ham qolmabdi. Lekin aylananing radiusi 12 sm ekanligi uning esida edi. Bu ma'lumotdan foydalanib, faqat sirkul yordamida chizilgan aylananing markazini topib bo'ladimi?



1-masala. A burchak berilgan. O nurga (1-rasm) A burchakka teng burchak qo'ying.

Yasash:

1-qadam. Markazi A nuqtada bo'lgan ixtiyoriy aylana chizamiz (2-rasm). Bu aylana berilgan A burchak tomonlarini B va C nuqtalarda kesib o'tsin.

2-qadam. Radiusi chizilgan aylana radiusiga teng va markazi O nuqtada bo'lgan aylana chizamiz (3-rasm). Bu aylanani O nur bilan kesishish nuqtasi C_1 bilan belgilaymiz.

3-qadam. Markazi C_1 nuqtada, radiusi esa BC ga teng bo'lgan uchinchi aylana chizamiz (4-rasm). Uning ikkinchi aylana bilan kesishish nuqtalaridan birini, aytaylik yuqori yarimtekislikda yotganini B_1 bilan belgilaymiz.

4-qadam. OB_1 nurni o'tkazamiz (4-rasm). Hosil bo'lgan B_1OC_1 burchak O nurga qo'yilgan, berilgan A burchakka teng burchak bo'ladi.

Asoslash: 2- va 4-rasmda tasvirlangan ABC va OB_1C_1 uchburchaklarda yasashga ko'ra: $AB = OB_1$, $AC = OC_1$ va $BC = B_1C_1$.

Demak, uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra $\triangle ABC = \triangle OB_1C_1$. Xususan, $\angle B_1OC_1 = \angle A$.

Eslatma: Bu masala ikkita yechimga ega bo'lib, yechimlar 3-qadamda O nur yotgan to'g'ri chiziq ajratgan qaysi yarimtekislik olinishiga bog'liq bo'ladi.



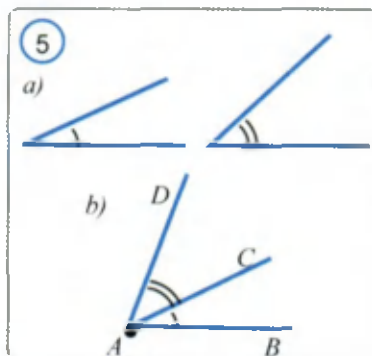
2-masala. Berilgan ikkita burchak yig'indisiga teng bo'lgan burchak yasang (5.a-rasm).

Yasash: 1-qadam. Avval birinchi burchakka teng bo'lgan BAC burchakni yasaymiz (5.b-rasm).

2-qadam. AC nurga ikkinchi burchakka teng bo'lgan CAD burchakni qo'yamiz. Hosil bo'lgan BAD burchak berilgan burchaklar yig'indisiga teng burchak bo'ladi.

? Savol, masala va topshiriqlar

1. a) 30° ; b) 60° ; c) 15° ; d) 120° ; e) 45° li burchaklar berilgan. Oddiy chizg'ich va sirkuldan foydalanib, ularga teng burchaklarni yasang.
2. $\angle A = \alpha$ va $\angle B = \beta$ burchaklar berilgan ($\alpha > \beta$). O'lchovi: a) 2α ; b) $\alpha - \beta$; c) $2\alpha + \beta$ bo'lgan burchaklarni yasang.
3. 45° va 30° burchaklar berilgan. O'lchovi a) 15° ; b) 75° ; c) 105° ; d) 120° bo'lgan burchaklarni yasang.



50

Burchak bissektrisasini yasash

1-rasmda tasvirlangan A burchak berilgan bo'lsin. Bu burchakni teng ikkiga bo'lish uchun quyidagicha yo'l tutiladi:

Yasash:

1-qadam. Markazi A nuqtada bo'lgan ixtiyoriy radiusli aylana chiziladi va uning burchak tomonlari bilan kesishish nuqtalari B va C belgilanadi.

2-qadam. Radiusni o'zgartirmasdan, markazlari B va C nuqtalarda bo'lgan ikkita aylana chiziladi (2-rasm). Bu ikki aylana kesishuvidan hosil bo'lgan D nuqta belgilanadi (3-rasm).

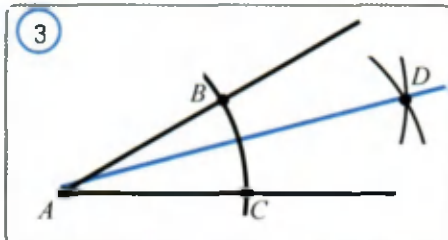
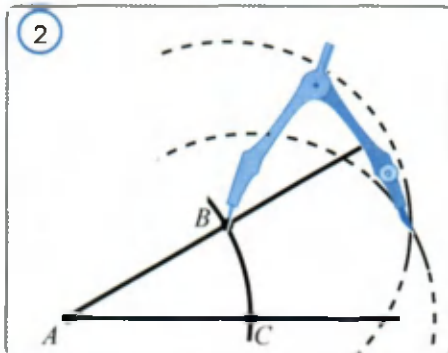
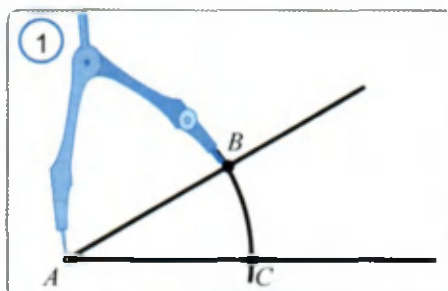
3-qadam. A va D nuqtadan o'tuvchi AD nur o'tkaziladi (4-rasm).

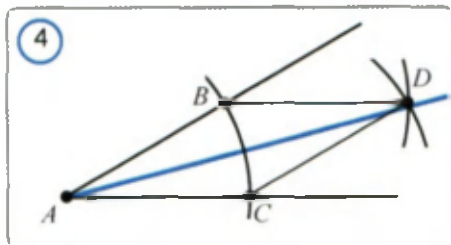
AD nur — berilgan burchak bissektrisasi bo'ladi.

Asoslash. ABD va ACD uchburchaklarda

- 1) yasashga ko'ra $AB = AC$;
- 2) yasashga ko'ra $BD = CD$;
- 3) AD — umumiy tomon.

Uchburchaklar tengligining TTT aloomatiga ko'ra, $\triangle ABD = \triangle ACD$. Xususan, $\angle BAD = \angle CAD$.

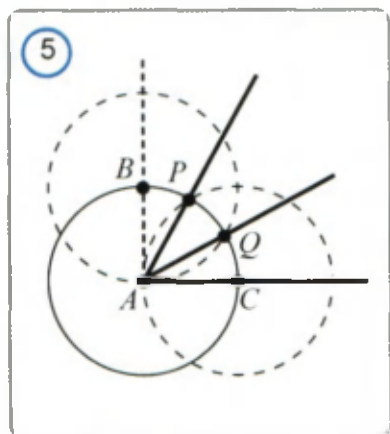




Masala. Berilgan to'g'ri burchakni teng uchga bo'ling.

Yechilishi: $\angle A$ to'g'ri burchak berilgan bo'lsin. Uning uchini markaz qilib, ixtiyoriy radiusli aylana chizamiz. Aylana to'g'ri burchak tomonlarini B va C nuqtalarda kesib o'tsin. Radiusni o'zgartirmasdan markazi B va C nuqtalarda bo'lgan yana ikkita aylana chizamiz.

Bu aylanalar birinchi aylana bilan kesishgan nuqtalardan to'g'ri burchak ichida yotganlarini P va Q bilan belgilaymiz. AP va AQ nurlarini chizamiz. Bu nurlar berilgan to'g'ri burchakni uchta teng burchakka ajratadi. Bu tasdiqning to'g'riligini mustaqil asoslang.



Eslatma. Berilgan ixtiyoriy burchakni uchga bo'lish masalasi juda qadimgi va mashhur masala bo'lib, bu haqda ko'p olimlar bosh qotirishgan. Faqat XIX asrga kelib, ayrim burchaklar istisno bo'lib, odatda burchakni teng uchga bo'lib bo'lmasligi isbotlangan. Masalan, 60° li burchakni teng uchga bo'lib bo'lmaydi. Gap, albatta, oddiy chizg'ich va sirkul bilan aniq yasash haqida bormoqda. Bu asboblardan juda katta aniqlikda taqribiy yasash yoki boshqa asboblardan foydalanib aniq yasash bajarilishi mumkin.

? Savol, masala va topshiriqlar

1. Oddiy chizg'ich va sirkul yordamida: a) 90° ; b) 60° ; c) 30° li burchaklarni teng ikkiga bo'ling.
2. Burchak chizing va uni to'rtta teng burchakka ajrating.
3. 45° li burchakni uchta teng burchakka bo'ling.
4. Berilgan katta tomoni va o'tkir burchagi bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
5. 36° li burchak berilgan. Sirkul va oddiy chizg'ich yordamida 99° li burchak yasang.
- 6*. 54° li burchak berilgan. Sirkul va oddiy chizg'ich yordamida bu burchakni teng uchga bo'ling.



1-masala. Berilgan a to'g'ri chiziqqa uning O nuqtasidan o'tuvchi perpendikular to'g'ri chiziqni yasang.

Yasash:

1-qadam. O nuqtani markaz qilib ixtiyoriy aylana chizamiz. U berilgan to'g'ri chiziqni A va B nuqtalarda kesib o'tsin (1-rasm).

2-qadam. A va B nuqtalarni markaz qilib, radiusi AB ga teng aylanalar chizamiz (2-rasm). Bu aylanalarning kesishish nuqtalaridan birini C deb belgilaymiz.

3-qadam. C va O nuqtalardan o'tuvchi OC to'g'ri chiziqni yasaymiz (3-rasm).

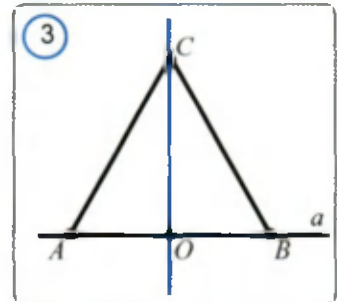
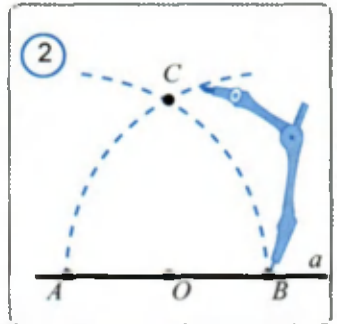
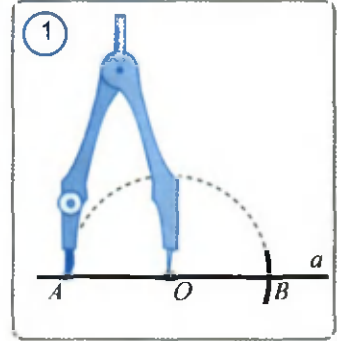
OC to'g'ri chiziq berilgan a to'g'ri chiziqqa uning O nuqtasidan o'tuvchi perpendikular bo'ladi.

Asoslash. AOC va BOC uchburchaklarni qaraymiz. Ularda, yasashga ko'ra:

1. $AO = BO$;
2. $AC = BC$;
3. CO esa umumiy tomon.

Demak, uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra, $\triangle AOC = \triangle BOC$. U holda, $\angle AOC = \angle BOC$. Lekin $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$. Bundan $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ ekanligi kelib chiqadi.

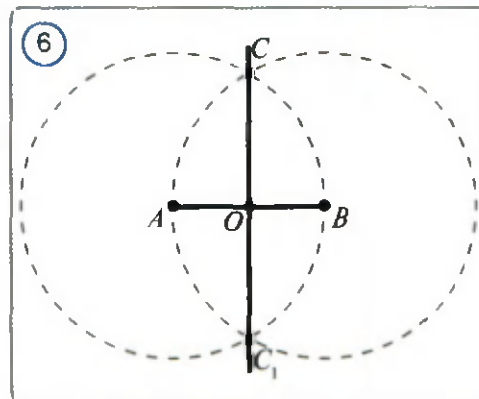
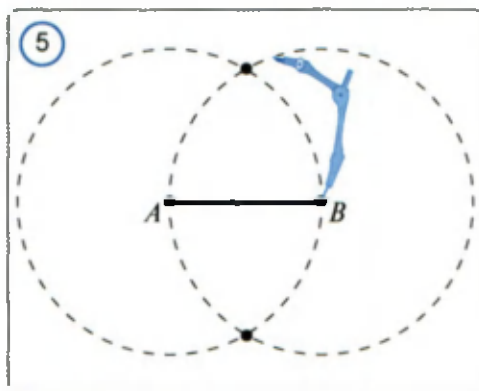
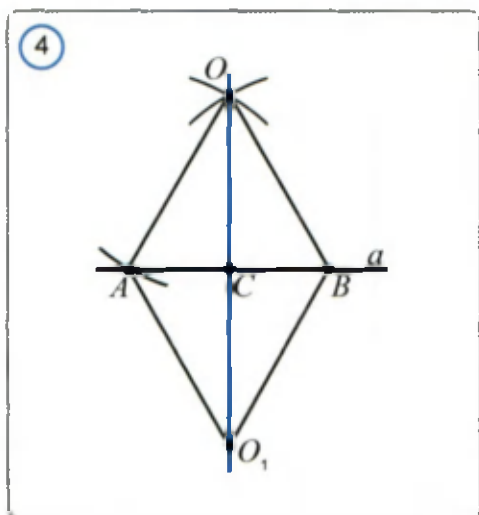
Demak, haqiqatdan ham $OC \perp a$.



2-masala. Berilgan a to'g'ri chiziqqa unda yotmaydigan O nuqtadan o'tuvchi perpendikular to'g'ri chiziqni yasang.

Yasash:

1-qadam. Markazi O nuqtada bo'lgan, a to'g'ri chiziqni kesib o'tuvchi ixtiyoriy aylana chizamiz. U berilgan to'g'ri chiziqni A va B nuqtalarda kesib o'tsin (4-rasm).



2-qadam. Markazlari A va B nuqtada bo'lgan, radiusi birinchi chizilgan aylana radiusiga teng aylanalarni chizamiz. Bu aylanalarning kesishish nuqtalaridan biri O nuqta bo'ladi. Ikkinchisini O_1 bilan belgilaymiz (4-rasm).

3-qadam. O va O_1 nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq chizamiz. OO_1 — berilgan a to'g'ri chiziqqa perpendikular va unda yotmagan O nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ladi.

Asoslashni mustaqil bajaring.

Bu masalani yechib, a to'g'ri chiziqdan tashqaridagi nuqta orqali a to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin degan xulosaga kelamiz. Bundan va 14-darsda keltirilgan teorema natijasidan quyidagi teoremaning o'rinli ekanligi kelib chiqadi.



Teorema. To'g'ri chiziqda yotmagan nuqta orqali bu to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan yagona to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.



3-masala. Berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling.

Yasash:

Aytaylik, AB kesma berilgan bo'lsin. Bu kesmani teng ikkiga bo'luvchi nuqtani topish uchun quyidagicha yo'l tutiladi:

1-qadam. Radiusi berilgan AB kesmaga teng bo'lgan, markazlari esa A va B nuqtalarda bo'lgan ikkita aylana chiziladi (5-rasm);

2-qadam. Aylanalarni kesishgan C va C_1 nuqtalari tutashtiriladi (6-rasm). CC_1

to'g'ri chiziq va AB kesmaning kesishish nuqtasi berilgan kesmaning o'rtasi bo'ladi.

Mashq. Kesishish nuqtasi O haqiqatdan ham AB kesmaning o'rtasi bo'lishini asoslang.

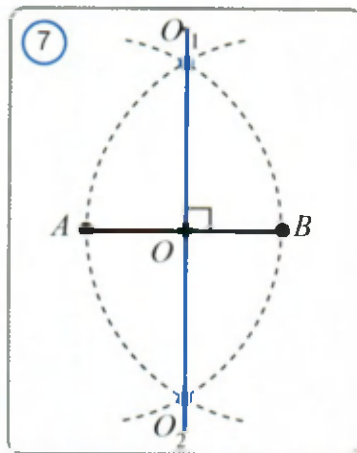


4-masala. Berilgan kesmaning o'rtasidan o'tuvchi perpendikular yasang.

Yechilishi: AB kesma berilgan bo'lsin. Markazlari A va B nuqtalarda bo'lgan AB radiusli aylanalar chizamiz (7-rasm). Bu aylanalar O_1 va O_2 nuqtalarda kesishadi:

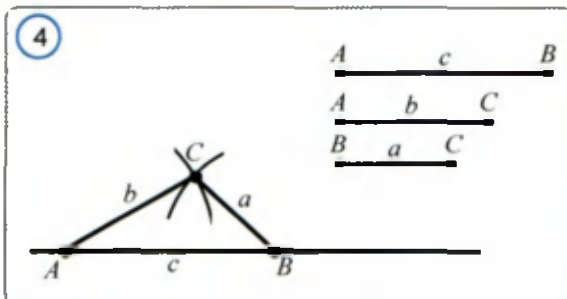
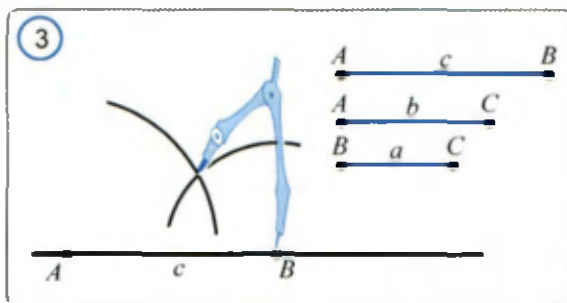
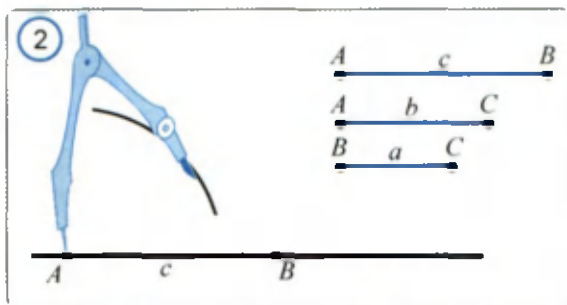
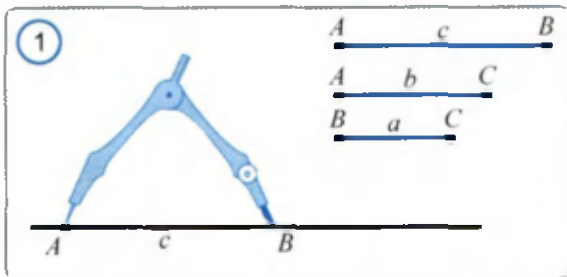
$$AO_1 = AO_2 = BO_1 = BO_2.$$

O_1O_2 to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq AB kesmaning o'rta perpendikularidir. Chunki O_1 va O_2 nuqtalar AB kesmaning uchlaridan teng uzoqlashgani uchun shu kesmaning o'rtasidan o'tuvchi perpendikularida yotadi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Kesmani teng ikkiga bo'lishning qanday usulini bilasiz? Kesma chizing va uni teng ikkiga bo'ling.
2. To'g'ri burchakni qanday yasash mumkin?
3. Faqat bir yarimtekislikda yasash ishlarini bajarib berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling.
4. Faqat uchburchakli chizg'ichdan foydalanib berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling.
5. Berilgan gipotenuza bo'yicha teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
6. Asosi va unga tushirilgan balandligi bo'yicha teng yonli uchburchak yasang.
7. AB kesmaning o'rtasini to'g'ridan to'g'ri aniqlashning iloji bo'lmasa, uning o'rtasidan o'tuvchi perpendikularni yasash mumkinmi?
8. Berilgan kesmani to'rta teng bo'lakka bo'ling.
9. Uchburchak chizing. Uning balandliklarini yasang.
10. Berilgan uchburchakning medianalarini yasang.
- 11*. A va B nuqtalardan bir xil uzoqlashgan hamda a to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtani toping.
12. Faqat chizg'ich yordamida a to'g'ri chiziqda yotmaydigan M nuqta orqali a to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan b to'g'ri chiziqni o'tkazing.



Aytaylik, 1-rasmda tasvirlangan-dek, uzunliklari mos ravishda a , b va c ga teng kesmalar berilgan bo'lib, c ulardan eng kattasi bo'lsin. Tomonlari mos ravishda $AB = c$, $BC = a$ va $AC = b$ bo'lgan ABC uchburchak yasash uchun quyidagicha yo'l tutiladi:

1-qadam. Ixtiyoriy to'g'ri chiziq chiziladi. To'g'ri chiziqda uzunligi c ga teng bo'lgan AB kesma sirkul yordamida ajratiladi.

2-qadam. $AC = b$ bo'lishi kerak. Shuning uchun, markazi A nuqtada radiusi b ga teng aylana chiziladi;

3-qadam. $BC = a$ bo'lishi kerak. Shuning uchun, markazi B nuqtada radiusi a ga teng aylana chiziladi;

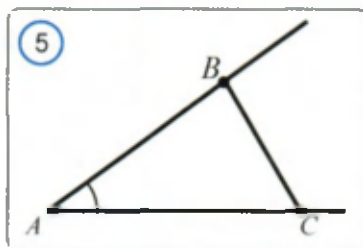
4-qadam. Aylanalar kesishish nuqtasi — C nuqta A va B nuqtalar bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan ABC uchburchakning tomonlari a , b va c ga teng bo'ladi.

Tahlil. Yasashdan ko'rinib turibdiki, agar 2- va 3-qadamda yasalgan aylanalar kesishishiga yechim mavjud. Buning uchun $a + b > c$ bo'lishi lozim.

Hosil bo'lgan ABC uchburchakning haqiqatan ham tomonlari a , b va c ga teng bo'lishini mustaqil asoslang.



1-masala. Berilgan burchakka teng bo'lgan burchakni yasang (5-rasm).

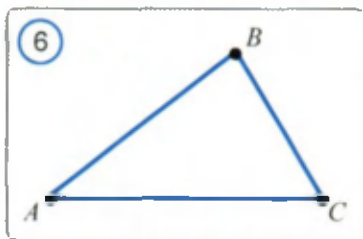


Yechilishi: Bu masalani berilgan uchburchakka teng bo'lgan uchburchakni yasash orqali hal qilsa bo'ladi. Buning uchun berilgan burchakning uchini A bilan belgilaymiz, burchak tomonlarida ham ixtiyoriy B va C nuqtalarni belgilaymiz. So'ngra ABC uchburchakka teng bo'lgan uchburchak yasasak, A burchakka teng bo'lgan burchakni ham yasagan bo'lamiz.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Ixtiyoriy uzunlikdagi kesmalardan uchburchak yasab bo'ladimi?
2. Tomonlari $a = 3 \text{ sm}$, $b = 8 \text{ sm}$ va $c = 9 \text{ sm}$ bo'lgan uchburchak yasang.
3. a) Tomonlari $a = 3 \text{ sm}$, $b = 4 \text{ sm}$ va $c = 7 \text{ sm}$ bo'lgan uchburchak yasash mumkinmi?
b) Uchburchak yasash uchun, uning a , b va c tomonlari qanday shartni qanoatlantirishi lozim?
4. Ikkita kateti bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
5. Gipotenuza va kateti bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
6. a to'g'ri chiziq berilgan. Bir tomoni a da yotadigan, 6-rasmda ko'rsatilgan ABC uchburchakka teng bo'lgan uchburchak yasang.
- 7*. Uzunligi $a+b$, $b+c$ va $a+c$ kesmalar berilgan. Tomonlari a , b , c bo'lgan uchburchak yasang.
8. Ikki tomoni va ular orasidagi burchak bo'yicha uchburchak yasang.
9. Berilgan tomon bo'yicha kvadrat yasang.
10. Bir tomoni va unga yopishgan burchaklar bo'yicha uchburchak yasang.



Qiziquvchi o'quvchilar uchun.

1. "Geometriya-7" elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib o'z bilimingizni sinab ko'ring.
2. Shuningdek, 10-betda keltirilgan internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

1. Testlar.

- Kesmalarning uzunliklari a , b va c larning qaysi qiymatlarida bu kesmalardan uchburchak yasash mumkin emas?
A) $a=1, b=2, c=3$; B) $a=2, b=3, c=4$; D) $a=3, b=4, c=5$; E) $a=6, b=4, c=3$.
- Geometrik yasashlarni bajarish uchun qaysi o'quv qurollaridan foydalanishga ruxsat beriladi?
A) Transportir; B) Transportir, chig'ich; D) Sirkul, chizg'ich; E) Sirkul, transportir.
- Geometrik yasashlarni bajarishda chizg'ichdan qanday vazifalarni bajarishga ruxsat beriladi.
A) Kesmani o'lchashga; B) Kesma, to'g'ri chiziq chizishga;
D) Nuqtadan o'tuvchi va berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziqni chamalab chizishga;
E) Kesmani o'lchab, uni o'rtasini topishga.

2. Masalalar.

- Biror burchak yasang. Shu burchakka teng boshqa burchak yasang.
- Biror burchak yasang. Uning bissektrisasini yasang.
- To'g'ri chiziq chizing va unda yotmagan nuqta belgilang. Shu nuqtadan o'tuvchi va shu to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziq yasang.
- To'g'ri chiziq chizing va unda yotmagan nuqta belgilang. Shu nuqtadan o'tuvchi va shu to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq yasang.
- Biror kesma chizing va uni teng ikkiga bo'ling.
- Uchta kesma yasang. Tomonlari shu kesmalarga teng bo'lgan uchburchak yasang.
- Biror uchburchak yasang. Uning bitta a) medianasini; b) bissektrisasini, c) balandligini yasang.

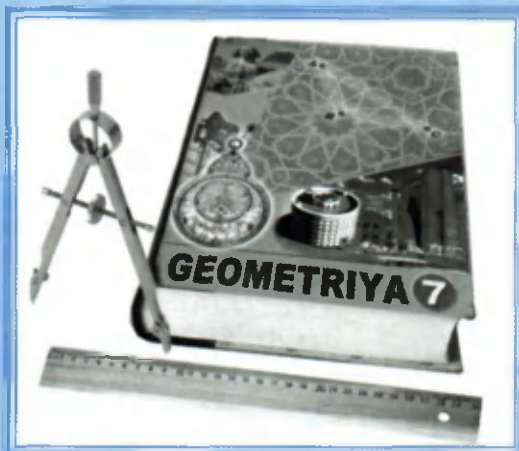
Namunaviy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi:

I. Nazariy 5 ta test.

II. Quyidagi masalalarga o'xshash 3 ta masala (4-masala "a'lo" baho olmoqchi bo'lgan o'quvchilar uchun qo'shimcha).

- 120° li burchak berilgan sirkul va chizg'ich yordamida unga teng burchak yasang.
- Tomonlari $a = 5 \text{ sm}$, $b = 6 \text{ sm}$ va $c = 7 \text{ sm}$ bo'lgan uchburchak yasang.
- 2-masalada qurilgan uchburchakning a tomoniga mediana o'tkazing.
- Uchburchakni uning asosi, bir tomoni va asosga tushirilgan balandligiga ko'ra yasang.

VI BOB



TAKRORLASH

Bu bobni o'rganib chiqqach quyidagi bilim va amaliy ko'nikmalarga ega bo'lasiz:

Bilimlar:

- Geometrik masalalarni yechish bosqichlari;
- geometrik masalalar turlari;
- masalalar yechishda uchraydigan ba'zi xatoliklar.

Ko'nikmalar:

- Geometrik masalalarni turlarga ajratish va yechish bosqichlariga ko'ra faoliyatni tashkil qilish;
- masalalar yechishda uchraydigan xatolarning oldini olish;
- planimetriya bo'yicha yillik yakuniy nazorat ishiga tayyor bo'lish.

Geometrik masalalarni yechishda quyidagilarga e'tibor berish kerak:

1. Geometriyaning asosiy tushunchalari, ularning xossalari yaxshi bilish va yodda tutish;
2. Turli geometrik shakllarning xossalari haqidagi teoremlarni isbotlash usullarini egallash;
3. Berilgan geometrik masalaning mohiyatini tushunib yetish;

Odatda geometrik masalalarni yechish jarayoni quyidagi bosqichlardan iborat bo'ladi:

1-bosqich. Masalani tushunish. Bu bosqichda masalaning sharti va xulosasi alohida ajratib olinadi. Nimalar berilgan, nimani topish, isbotlash yoki yasash lozimligi aniqlanadi. Masalaga oid chizma chiziladi. Chizmaning katta va aniq bo'lishi maqsadga muvofiq. Berilgan barcha ma'lumotlar chizmada belgilanadi.

2-bosqich. Rejalashtirish. Bu bosqichda masalani yechish usuli tanlanadi. Uni qo'llash uchun qanday qo'shimcha ma'lumotlar zarurligi aniqlanadi. Yordamchi shakllar chiziladi.

3-bosqich. Yechish. Bu bosqichda masala bevosita, berilgan reja asosida yechiladi.

4-bosqich. Tekshirish. Bu bosqichda masalaning topilgan yechimi bevosita tekshiriladi. Yechish jarayoniga tanqidiy nazar tashlanadi. Agar xato aniqlansa, u tuzatiladi. Tuzatishning imkoni bo'lmasa, masalani yechishning boshlang'ich bosqichiga qaytiladi va hamma ish qaytadan boshlanadi.

Masala yechishni o'rganish uchun ko'proq masala yechish kerak!

Masalaga oid chizmani to'g'ri chizish – masalaning yarmini yechish demakdir.

Geometrik masalalar qo'yilishi va mohiyatiga qarab uch xil turda bo'lishi mumkin:

1. Hisoblashga doir masalalar;
2. Isbotlashga doir masalalar;
3. Yasashga doir masalalar.

Geometrik masalalar yechish faqat qandaydir geometrik shaklning xossasini o'rganishdan iborat faoliyat emas, albatta. U to'g'ri fikrlash, mantiqiy mulohaza yuritish va ular asosida to'g'ri va oqilona qarorlar qabul qilish, xulosa chiqarish ko'nikma va

malakalarini ham shakllantiradi. Bunday ko'nikma va malakalar nafaqat matematikada, balki kundalik turmushda uchraydigan muammolarni hal qilishda ham qo'l keladi.

Albatta masalani yechish — bu faqat to'g'ri javobni topish degani emas. Masalalar yechish davomida ma'lum xossalarni, teoremlarni va ularning natijalarini qo'llay olish, turli usullardan foydalana olishni bilish zarur bo'ladi.

Quyidagi masalaning yechilish jarayonini kuzataylik.



Masala. Uchlari teng tomonli uchburchak tomonlarining o'rtalari bo'lgan uchburchakning teng tomonli ekanligini isbotlang.

1. Masalani tushunish bosqichi.

$\triangle ABC$ — teng tomonli, K — AB tomon o'rtasi, N — BC tomon o'rtasi, L — AC tomon o'rtasi



$\triangle KNL$ — teng tomonli

Masala shartlari asosida chizma chizib olamiz (1-rasm).

2. Rejalashtirish bosqichi. Teng tomonli uchburchakning xossasidan va uchburchakning TBT alomatidan foydalanamiz.

3. Yechish bosqichi. Shartga ko'ra,

$LA = AK = KB = BN = NC = CL$ va $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$. Unda $\triangle LAK$ ning AL , AK tomonlari va A burchagi $\triangle KBN$ ning BK , BN tomonlari va B burchagiga hamda $\triangle NCL$ ning CN , CL tomonlari va C burchagiga mos ravishda teng.

Demak, $\triangle LAK = \triangle KBN = \triangle NCL$. U holda bu uchburchaklarning uchinchi tomonlari ham o'zaro teng bo'ladi: $KL = KN = NL$.

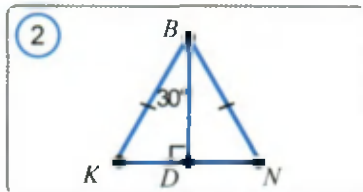
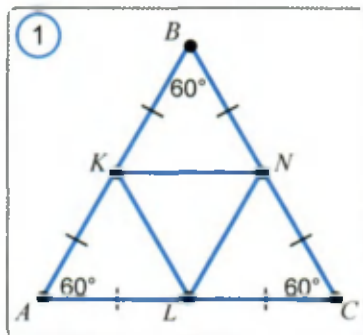
Demak, $\triangle KNL$ — teng tomonli.

4. Tekshirish bosqichi.

Masalaning yechilish jarayonini yana bir bor ko'zdan kechirib, unda har bir mulohaza mantiqan to'g'ri olib borilganini tekshiramiz.

Bu masalani boshqa usulda ham yechish mumkin. Bunda uchidagi burchagi 60° bo'lgan teng yonli uchburchakning xossasidan foydalanamiz. $\triangle KBN$ teng yonli uchburchakning BD balandligini tushiramiz (2-rasm). BD bissektrisa ham bo'lgani uchun $\angle KBD = 60^\circ : 2 = 30^\circ$ va $\angle BKD = \angle BND = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ bo'ladi.

Demak, $\triangle KBN$ teng tomonli uchburchak ekan. Shu tariqa $\triangle KAL$ va $\triangle NCL$ lar ham teng tomonli uchburchaklar ekanligi aniqlanadi va $BK = KN = NL = LK$ ekanligi



ma'lum bo'ladi. Bundan esa $\triangle KNI$ ning nafaqat teng tomonli uchburchak, balki, $\triangle KNL = \triangle KBN = \triangle NCL = \triangle KAL$ ekanligi ham ma'lum bo'ladi.

56

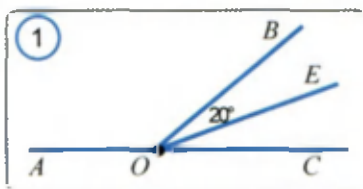
Hisoblashga doir masalalar

Hisoblashga doir masalalar arifmetik va algebraik masalalarga o'xshab ketadi. Turli geometrik formulalar yordamida, berilgan sonli kattaliklar asosida ketma-ket hisob-kitob ishlari bajariladi va izlanayotgan kattalik topiladi.

Bu masalalarda ko'pincha chizmani to'g'ri chizib olish va kerakli belgilashlarni kiritish ishini ancha osonlashtiradi.



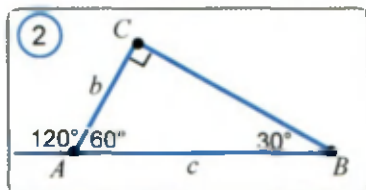
1-masala. Qo'shni burchaklardan birining bissektrisasi ikkinchi burchakning tomonlaridan biri bilan 20° li burchak hosil qiladi. Shu burchaklarni toping.



Yechilishi. Masala shartini chizmada tasvirlaymiz (1-rasm). Bundan OE bissektrisa o'tkir burchakning bissektrisasi ekanligi ma'lum bo'ladi. Demak, $\angle BOC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$, $\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ bo'ladi.



2-masala. ABC to'g'ri burchakli uchburchakda $\angle C$ – to'g'ri burchak, A uchidagi tashqi burchak 120° ga teng. Agar $AC + AB = 18$ sm bo'lsa, uchburchakning gipotenuzasini toping.



Yechilishi. Masala shartiga binoan chizmani tasvirlaymiz (2-rasm). Uchburchak tashqi burchagining ta'rifidan, $\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$ ekanligini aniqlaymiz. $AC = b$, $AB = c$ bo'lsin. U holda $b + c = 18$. O'tkir burchagi 30° ga teng bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchakning xossasiga ko'ra, $c = 2b$ bo'ladi. Bundan $b + c = b + 2b = 18$, ya'ni $b = 6$. Unda $c = 12$ ekanligi ma'lum bo'ladi.

Javob: 12.

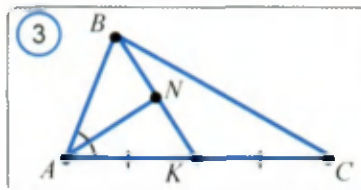


3-masala. ABC uchburchakda $AB=1$, A burchakning bissektrisasi B uchdan tushirilgan medianaga perpendikular. Agar BC tomonning uzunligi butun son bilan ifodalansa, uchburchakning perimetrini toping.

Yechilishi. Masala shartini chizmada tasvirlaymiz (3-rasm): $AK = KC$, $AN \perp BK$. $\triangle ANB = \triangle ANK$ ekanligini aniqlaymiz, chunki AN katet umumiy va bittadan burchaklari teng (katet va unga yopishgan o'tkir burchak bo'yicha). Bundan esa $AB = AK = KC = 1$, ya'ni $AC = 1 + 1 = 2$ ekanligi ma'lum bo'ladi.

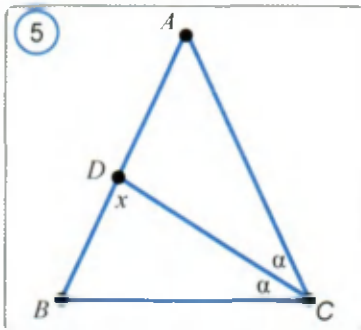
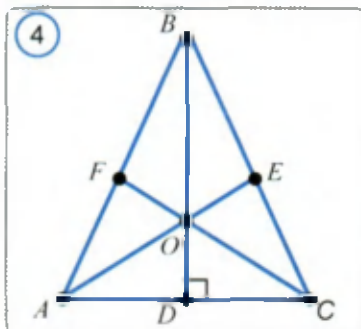
$BC = x$ – butun son, uchburchak tengsizligiga ko'ra $2 + 1 > x$ va $x + 1 > 2$, yoki $x < 3$ va $x > 1$, ya'ni $1 < x < 3$ bo'lishi kerak. 1 bilan 3 ning orasida bitta butun son bor: 2. Demak, $BC = 2$ va $P_{\triangle ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$.

Javob: 5

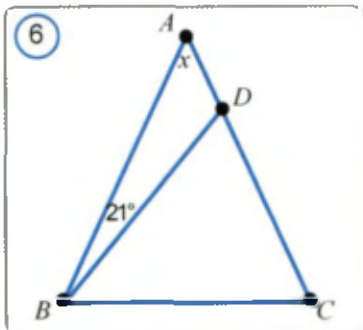


? Savol, masala va topshiriqlar.

- AB kesma uzunliklari 1 : 2 : 3 : 4 kabi nisbatdagi kesmalarga (shu ketma-ketlikda) ajratilgan. Agar chetki kesmalarning o'rtalari orasidagi masofa 15 sm ga teng bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping.
- $\angle ABC = 160^\circ$ bo'lgan burchakning uchidan shu burchak tomonlari orasida yotuvchi BO va BE nurlar chiqarilgan. Agar BO nur berilgan burchakni teng ikkiga, BE nur esa 3 : 5 kabi nisbatda bo'lsa, OBE burchakni toping.
- AOB burchak OC nur orqali biri ikkinchisidan 30° ga katta bo'lgan ikkita burchakka ajratilgan. Berilgan burchak bissektrisasi bilan OC nur orasidagi burchakni toping.
- Teng yonli uchburchakning asosidagi burchagi 30° ga teng. Shu uchburchakning yon tomoni va ikkinchi yon tomoniga tushirilgan balandligi orasidagi burchakni toping.
- Uchburchakning bir tashqi burchagi 100° , unga qo'shni bo'lmagan burchaklar nisbati 2:3 kabi. Uchburchakning burchaklarini toping.
- A, B, C, D nuqtalar ko'rsatilgan tartibda bir to'g'ri chiziqda yotadi va $AB = BC = 1$, $CD = 2$. K nuqta BC kesmada shunday joylashganki, u BC va AD kesmalarni bir xil nisbatdagi bo'laklarga bo'ladi: $BK : KC = AK : KD$. Bu nisbatlarni toping.



7. Uchburchak ikkita burchagining bissektrisalari kesishgandan hosil bo'lgan burchak 128° ga teng. Uchburchakning uchinchi burchagini toping.
8. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 96° ga teng. Asosidagi burchaklarning bissektrisalari kesishishidan hosil bo'lgan o'tkir burchakni toping.
9. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan bissektrisa va balandlik



chiqarilgan bo'lib, ular orasidagi burchak 24° ga teng. Uchburchakning qolgan burchaklarini toping.

10. Agar 4-rasmda $AB = BC$, $\angle ABC = 50^\circ$, AE va FC — bissektrisal bo'lsa, AOB , EOC burchaklarini toping.

11. Agar 5-rasmda $AB = AC$, $AD = DC$ bo'lsa, x ni toping.

12. Agar 6-rasmda $AB = AC$, $BD = BC$ bo'lsa, x ni toping.

57

Isbotlashga doir masalalar

Isbotlashga doir masalalar o'ziga xos kichkina teoremlardir. Ularni yechish masalada keltirilgan tasdiqni isbotlashdan iborat bo'ladi. Misol tariqasida quyidagi masalalarni qaraylik.

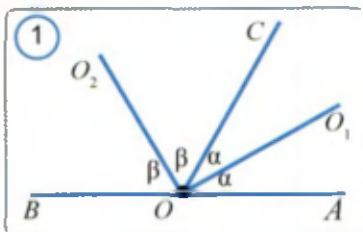


1-masala. Qo'shni burchaklarning bissektrisalari o'zaro perpendikular ekanligini isbotlang.

$\angle AOC$ va $\angle BOC$ — qo'shni burchaklar,
 OO_1 va OO_2 — bissektrisalalar (1-rasm).



$OO_1 \perp OO_2$.



Isboti. OO_1 va OO_2 bissektrisalalar ajratgan burchaklarni mos ravishda (1-rasmda tasvirlangandek) α va β deb belgilaymiz. U holda, $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, yoki $\alpha + \beta = 90^\circ$, ya'ni $\angle O_1OO_2 = \alpha + \beta = 90^\circ$. Demak, $OO_1 \perp OO_2$. Shuni isbotlash talab qilingan edi.



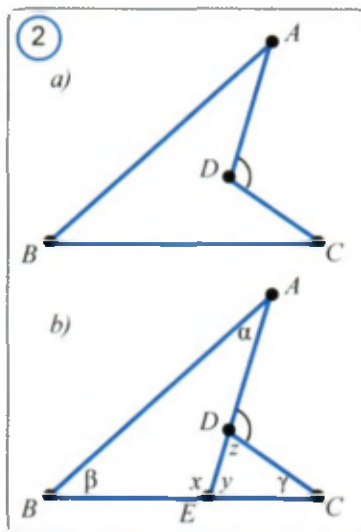
2-masala. 2.a-rasmda tasvirlangan $ABCD$ to'rtburchakda $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$ ekanligini isbotlang.

Isboti. AD to'g'ri chiziqning BC tomon bilan kesishgan nuqtasini E bilan belgilaymiz (AD tomonni davom ettiramiz) va burchaklar uchun zarur belgilashlarni kiritamiz (2.b-rasm). Ma'lumki $\alpha + \beta + x = 180^\circ$ va $y + z + \gamma = 180^\circ$. Bu tengliklarni qo'shib, $\alpha + \beta + \gamma + x + y + z = 360^\circ$ tenglikka ega bo'lamiz. Qo'shni burchakning xossasiga ko'ra, $x + y = 180^\circ$ bo'lgani uchun $\alpha + \beta + \gamma + 180^\circ + z = 360^\circ$, yoki $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ - z = \angle D$, ya'ni

$$\angle D = \alpha + \beta + \gamma = \angle A + \angle B + \angle C \text{ bo'ladi.}$$

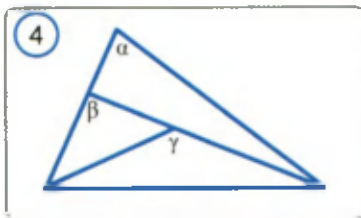
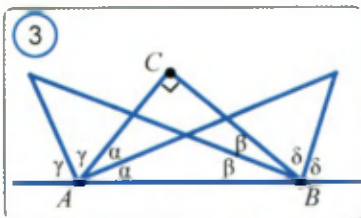
Tenglik isbotlandi.

Yuqoridagi ikki masalani tayyor chizmaga tayanib ishladik, 2-masalada qo'shimcha yasash va zarur belgilashlarni amalga oshirdik, bu esa masalani oson yechishimizga yordam berdi.



? Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning bir burchagi o'ziga qo'shni bo'lmagan tashqi burchaklarning ayirmasiga teng. Bu uchburchakning to'g'ri burchakli uchburchak ekanligini isbotlang.
2. Bir burchagi 150° bo'lgan teng yonli uchburchakning asosidagi uchlaridan tushirilgan balandliklari teng bo'lishini isbotlang.
3. Teng tomonli uchburchakning medianalari kesishish nuqtasida 2 : 1 nisbatda bo'linishini isbotlang.
4. Teng yonli uchburchakning uchidagi tashqi burchagi bissektrisasi uchburchak asosiga parallel bo'lishini isbotlang.
5. 4-masalaga teskari teoremani ifodalang va uni isbotlang.
6. Teng tomonli uchburchakning ixtiyoriy ikkita medianasi 60° li burchak ostida kesishishini isbotlang.
7. Uchburchaklarning tengligini ularning ikki tomoni va uchinchi tomonga tushirilgan medianasi bo'yicha isbotlang.
8. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda BM va B_1M_1 medianalar o'tkazilgan. Agar $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ va $BM = B_1M_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini isbotlang.
9. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda AD , A_1D_1 – bissektrisalar. Agar $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$ va $AD = A_1D_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini ko'rsating.



10. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda BH va B_1H_1 balandliklar o'tkazilgan. Agar $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ va $BH = B_1H_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bo'lishini isbotlang.

11. Uchburchakning ikkita balandligi teng bo'lsa, uning teng yonli uchburchak ekanligini isbotlang.

12. 3-rasmda $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90^\circ$ ekanligini isbotlang.

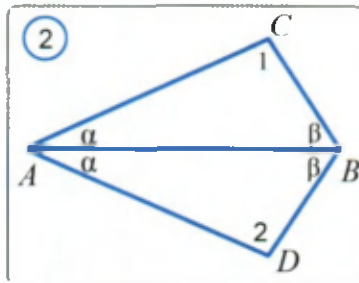
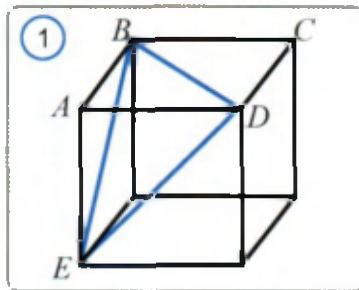
13. 4-rasmda $\alpha < \beta < \gamma$ ekanligini isbotlang.

58-59

Takrorlashga doir masalalar

- Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan almashinuvchi burchaklarning bissektisralari parallel bo'lishini isbotlang.
- Uchburchakning istalgan bir tomoni uning qolgan ikki tomoni ayirmasidan katta bo'lishini isbotlang.
- Uchburchakning α , β va γ burchaklari uchun $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ munosabatlar o'rinli bo'lsa, bu qanday uchburchak bo'ladi?
- Berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi aylana yasang. Masala nechta yechimga ega?
- ABC uchburchakning AA_1 va BB_1 bissektisralari O nuqtada kesishadi. Agar a) $\angle AOB = 136^\circ$; b) $\angle AOB = 111^\circ$ bo'lsa, ACB burchakni toping.
- 1-rasmda tasvirlangan kubda $BD = 6$ bo'lsa, $BE = ?$, $DE = ?$, $AC = ?$, $\angle BED = ?$
- Perimetri 42 sm bo'lgan ABC uchburchakning medianasi uni perimetri 33 sm va 35 sm bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. Mediananing uzunligini toping.
- To'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchaklarining bissektisralari qanday burchak ostida kesishadi?
- 2-rasmda $\angle 1 = \angle 2$ ekanligini isbotlang.
- MN va NM nurlarining umumiy qismi qanday shakl bo'ladi?
- A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar $AB = 2$ sm, $BC = 3$ sm va $AC = 5$ sm bo'lsa, B nuqta AC kesmaga tegishli bo'ladimi? Javobingizni asoslang.
- A nuqta BC to'g'ri chiziqning B va C nuqtalari orasida yotadi. Agar $BC = 15$ sm, AC kesma esa AB kesmadan 3 sm ga qisqa bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping.
- 60° va 30° li burchaklar yasang.

14. Aylananing o'zaro perpendikular diametrlarini yasang.
15. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan 4 marta kichik bo'lsa, shu burchaklardan kattasini toping.
16. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklarning nisbati $7:3$ ga teng. Shu burchaklardan kichigini toping.
17. A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. BC kesmaning uzunligi AC kesmaning uzunligidan 3 marta katta, AB kesmaning uzunligi esa BC uzunligidan $3,6$ sm ga qisqa. AC kesmaning uzunligini toping.
18. Ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda tashqi bir tomonli burchaklarning yig'indisi 180° ga teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning o'zaro parallel ekanligini isbotlang.
19. Ikki parallel to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 55° ga teng. Qolgan burchaklarini toping.



60-61

Bilimingizni sinab ko'ring

1. Geometrik diktant. Jummalarni mohiyatidan kelib chiqib to'ldiring:

1. Tekislikda orqali bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. Burchakning burchakni ikkita o'zaro teng burchakka ajratadi.
3. Kesmani o'rtasi uni ikkita ajratadi.
4. Tekislikda to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan ham, tegishli bo'lmagan ham mavjud.
5. Agar uchburchak teng yonli bo'lsa, burchaklari teng bo'ladi.
6. Ikkita teng uchburchaklarning mos va mos teng bo'ladi.
7. Teng tomonli uchburchakning har bir gradusga teng.
8. To'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir 90° ga teng.
9. Yoyiq burchak bissektrisasi uni ikkita burchakka ajratadi.
10. Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikkita to'g'ri chiziq bo'ladi.

11. Bir to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan ikkita to'g'ri chiziq bo'ladi.
12. Parallel to'g'ri chiziqlarni kesuvchi bilan kesganda, hosil bo'lgan ichki bir tomonli burchaklar bo'ladi.
13. Kesma uchlaridan teng kesmaning o'rta perpendikularida yotadi.
14. Aylanadagi nuqtalar aylana markazidan teng

2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating:

1. Tekislikda ikkita nuqta orqali ikkita to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. To'g'ri burchak 180° ga teng bo'ladi.
3. Qo'shni burchaklar teng bo'ladi.
4. Vertikal burchaklar yig'indisi 180° ga teng.
5. Uchburchakning uchi bilan shu uchi qarshisidagi tomonining o'rtasini tutashtiruvchi kesma, uchburchakning bissektrisasi deyiladi.
6. Uchburchakning perimetri deb, uning burchaklari yig'indisiga aytiladi.
7. Uchburchak tomonlarining yig'indisi 180° ga teng.
8. 90° ga teng burchak ostida kesishgan to'g'ri chiziqlar parallel deyiladi.
9. Parallel to'g'ri chiziqlar bitta nuqtada kesishadi.
10. Aylananing diametri radiusiga teng.
11. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlari teng bo'lsa, uning kichik burchagi 30° ga teng bo'ladi.
12. Teng yonli uchburchakning har bir burchagi 60° ga teng.
13. Burchak bissektrisasida yotgan nuqtalar burchak uchlaridan teng uzoqlikda yotadi.

3. Berilgan xossaga ega bo'lgan geometrik shaklni o'ng ustundagi mos qatorga yozing:

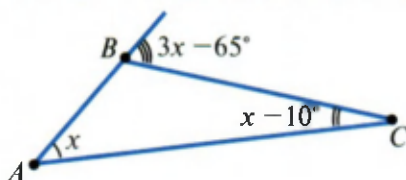
1.	Uzunligi 5 sm.	
2.	Nuqta va uchlari shu nuqtalarda bo'lgan ikkita nurdan iborat.	
3.	Kesishmaydigan to'g'ri chiziqlar.	
4.	Uchidan chiqqan balandligi ham medianasi ham bissektrisasi bo'ladi.	
5.	Hamma tomonlari teng uchburchak.	
6.	Ikkita tomoni teng uchburchak.	
7.	Burchakni ikkita teng burchakka ajratadi.	
8.	Ikkita kateti bor.	
9.	Ikki burchagining yig'indisi 90° dan katta bo'lgan uchburchak.	

4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishi
xossa yoki talqinlarni mos qo'ying:

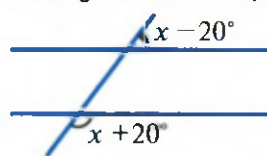
Geometrik tushuncha	Talqin, xossa
1. Perpendikular to'g'ri chiziqlar	A. Tayin uzunlikka ega
2. Teng tomonli uchburchak	B. Ikkita burchagi teng
3. Aylana	C. Gipotenuzaning yarmiga teng
4. Burchak bissektrisasidagi nuqta	D. Uchi bilan qarshisidagi tomon o'rtasini tutashtiradi
5. Uchburchak balandligi	E. Bitta ichki burchagiga qo'shni va qolgan ikkita burchagi yig'indisiga teng
6. 30° li burchak qarshisidagi katet	F. Kesishmaydi
7. Mediana	G. 90° li burchak ostida kesishadi
8. Uchburchak tashqi burchagi	H. Tomonlari teng
9. Teng yonli uchburchak	I. Nuqtalari markazidan teng uzoqlashgan
10. Kesma	J. Uning tomonlaridan teng uzoqlikda yotadi
11. Parallel to'g'ri chiziqlar	K. Bir uchidan o'tadi va bir tomoniga perpendikular

5. Testlar

- Berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqa parallel qilib nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
A) 1 B) 2 D) 3 E) 4
- Yoyiq burchak necha gradusga teng?
A) 90° ; B) 90° dan katta; D) 90° dan kichik; E) 180° .
- Shaklga ko'ra $\angle BCA$ burchakni toping. 4. Shaklga ko'ra x ni toping.



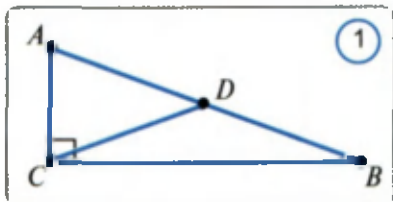
- A) 25° B) 35°
D) 45° E) 55°



- A) 80° B) 90°
D) 100° E) 70°

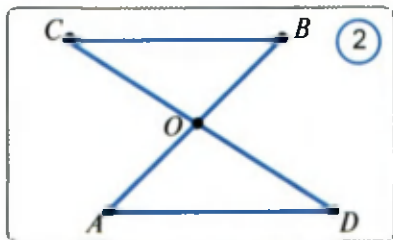
- Agar ABC uchburchakda $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ va $AC = 10 \text{ sm}$ bo'lsa, AB gipotenuzasini toping.
A) 10 sm B) 12 sm D) 15 sm E) 20 sm

6. ABC uchburchakda $AB = BC$, $AB = AC + 7$ (sm). Agar ABC uchburchak perimetri 23 sm bo'lsa, uchburchakning kichik tomonini toping.
A) 3 sm B) 5 sm D) 7 sm E) 9 sm
7. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan uch marta katta. Bu burchaklar ayirmasini toping.
A) 45° B) 60° D) 75° E) 90°
8. Aylananing radiusi 3,2 sm. Uning diametrini toping.
A) 3,2 B) 5,2 D) 6,4 E) 1,6



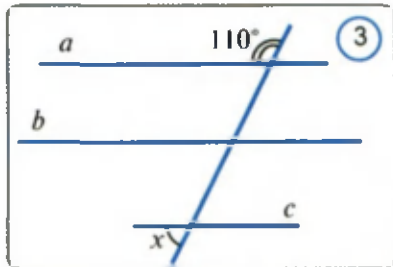
9. ABC — to'g'ri burchakli uchburchak (1-rasm), $\angle C = 90^\circ$, CD — mediana. $\angle BDC = 130^\circ$ bo'lsa, $\angle A$ ni toping.

A) 45° B) 65° D) 75° E) 85°



10. ABC — teng yonli uchburchakning uchidagi B burchagi 80° ga teng. Uning A uchidagi tashqi burchagini toping.

A) 130° B) 120° D) 110° E) 100°



11. Agar $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bo'lsa, quyidagi javoblardan qaysi biri to'g'ri.

A) $a \parallel c$ B) $b \perp d$ D) $a \parallel d$ E) $b \parallel c$

12. Agar 2-rasmda $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5$ sm va $AO + OC = 7$ sm bo'lsa, AOD uchburchak perimetrini toping.

A) 5 sm B) 7 sm
D) 12 sm E) 17 sm

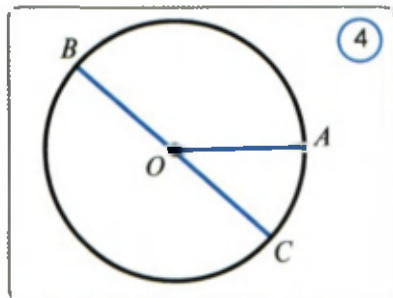
13. Agar 3-rasmda $a \parallel b$ va $b \parallel c$ bo'lsa, $x = ?$

A) 60° B) 70° D) 80° E) 90°

14. ABC uchburchakda $\angle A = 50^\circ$ va $\angle B = 70^\circ$ bo'lsa, uning katta tomonini aniqlang.

A) AB B) BC D) AC

E) aniqlab bo'lmaydi.



15. Agar 4-rasmda O — aylana markazi, $AO = 4$ sm bo'lsa, BC kesma uzunligini toping.

A) 4 sm B) 5 sm
D) 2 sm E) 8 sm

16. 5-rasmda tasvirlangan uchburchakning kichik burchagini toping.

A) 30° B) 45°
D) 60° E) 90°

17. Uchburchakning bir balandligi uni perimetrlari 25 sm va 29 sm bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Agar berilgan uchburchak perimetri 40 sm bo'lsa, uning balandligini toping.

A) 10 sm B) 7 sm D) 5 sm E) 9 sm

18. 120° ga teng burchakka qo'shni burchaklar yig'indisini toping.

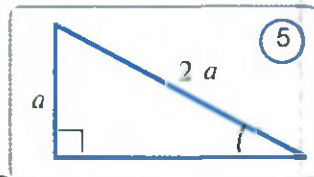
A) 30° B) 45° D) 180° E) 120°

19. ABC uchburchakning C burchagi 70° ga teng bo'lsa, A va B burchaklari bissektrisalari orasidagi burchakni toping.

A) 55° B) 60° D) 65° E) 75°

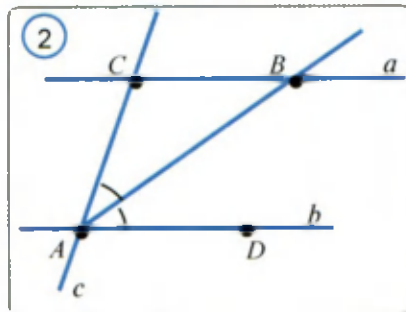
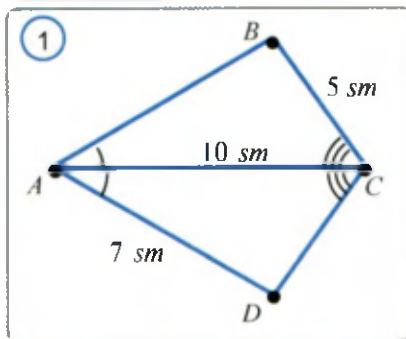
20. $ABCD$ to'g'ri to'rtburchakning A va D uchlaridan chiqarilgan bissektrisalar BC tomonni 3 ta teng qismga ajratadi. Agar to'g'ri to'rtburchakning tomonlari butun sonlardan iborat bo'lib, $AB = 5$ bo'lsa, uning perimetrini toping.

A) 20 B) 30 D) 40 E) 80



6. Masalalar

- Teng yonli ABC uchburchakning uchidan AB asosiga o'tkazilgan bissektrisasi uni ikkita uchburchakka ajratadi. Bu uchburchaklarning tengligini isbotlang.
- Perimetri 30 sm bo'lgan uchburchakning bir tomoni ikkinchi tomonidan 2 sm katta, uchinchi tomonidan esa 2 sm kichik. Uchburchakning katta tomonini toping.
- Uchburchakning asosiga tushirilgan medianasi uni perimetri 18 sm va 24 sm ga teng ikki uchburchakka ajratadi. Berilgan uchburchakning kichik yon tomoni 6 sm ga teng. Uchburchakning katta yon tomonini toping.
- Uchburchakning 5 ga teng bo'lgan balandligi uni perimetri 18 va 26 bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. Berilgan uchburchakning perimetrini toping.
- Teng yonli uchburchakning perimetri $7,6\text{ sm}$ ga, asosi esa 2 sm ga teng. Yon tomonini toping.
- AB va CD to'g'ri chiziqlar O nuqtada kesishadi. BOC va AOD burchaklarning yig'indisi 194° ga teng. AOC burchakni toping.
- ABC uchburchakda A burchak C burchakka teng, AD balandlik esa BC tomonni teng ikkiga bo'ladi. Agar $BD = 7,8\text{ sm}$ bo'lsa, AC ni toping.
- Teng yonli uchburchakning yon tomoniga tushirilgan balandligi bilan ikkinchi yon tomoni orasidagi burchak 20° ga teng. Uchburchakning asosidagi burchagini toping.
- B burchakning bissektrisasida yotgan D nuqtadan burchakning tomonlariga DA va DC perpendikularlar o'tkazilgan. $DA = DC$ ekanini isbotlang.
- Agar A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotib, $AC = 7\text{ m}$ va $BC = 9\text{ m}$ bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping.



Yakuniy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi. Birinchi qismda 58-61-darslarda ko'rilgan geometrik diktant va test savollariga o'xshash 5 ta diktant savollari va 10 ta testni yechish taklif qilinadi. Nazorat ishining ikkinchi qismida quyidagi variantda berilgan masalalarga o'xshash 5 ta masala berilishi mumkin.

Yakuniy yozma nazorat ishi namunasi.

1. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan 18° kichik. Shu burchaklarni toping.
2. 1-rasmda berilgan ma'lumotlar asosida
 - a) $\triangle ABC = \triangle ADC$ ekanligini isbotlang;
 - b) $\triangle ACD$ uchburchak perimetrini toping.
3. 2-rasmda $a \parallel b$ va AB — $\angle CAD$ burchak bissektisasi, $AC = 7$ sm. BC kesma uzunligini toping.
4. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan tushirilgan balandligi uning bissektisasi ham bo'ladi. Bu uchburchak burchaklarini yasang.
5. Berilgan burchakka teng burchak va uning bissektisasi yasang.

Javoblar va ko'rsatmalar

2. 7. 1 ta. 9. a) istalganicha; b) 1 ta; c) 1 ta yoki umuman o'tkazib bo'lmaydi. 10. 5 ta; 10 ta. 11. a) 3 ta; b) 6 ta. 12. 6 ta; 10 ta.
3. 1. A va C; A va D; A va B. 3. Ha; yo'q. 5. a) 2 ta; b) 3 ta; d) 11 ta; e) $(n + 1)$ ta. 6. 6 ta. 8. 4 ta, 6 ta. 9. 4 ta. 10. Ha.
4. 4. a va d. 5. 2 bilan 5; 6 bilan 9. 7. 3 va 14; 4 va 10; 6 va 9; 5 va 12. 11. 6 ta: AB , BC , CD ; AC ; AD ; BD .
5. 3. 4 sm ; 5 sm ; 6,5 sm ; 1 sm ; 2,5 sm ; 1,5 sm . 4. 6,6. 5. 1. 6. 9. 7. 12,8 sm . 8. 0,8. 10. 2 ta hol bo'lishi mumkin. B nuqta AC kesmada bo'lsa, $AC = 800 m$. C nuqta AB kesmada bo'lsa, $AC = 400 m$. 11. 5. 15. B nuqta A va C nuqtalar orasida yotadi.
6. 8. a) 36 mm ; b) 90 sm ; c) 4 m 22 sm . 10. a) 5 sm ; b) 3,5 sm ; c) 57 sm . 13. 130 sm ; 14. 16 m
8. 4. $\angle AOD$, $\angle COB$, $\angle DOB$, $\angle AOC$. 5. 10 ta, bular: $\angle AOE$, $\angle EOD$, $\angle DOC$, $\angle COB$, $\angle BOA$, $\angle EOB$, $\angle EOC$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOD$. 10. Ha; yo'q, yo'q.
9. 4. Ha. 7. a) 72° ; b) 60° ; c) 50° . 12. a) Ha; b) Yo'q; c) Yo'q. 14. a) 90° ; b) 180° . 15. $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle AOC = 90^\circ$, $\angle AOD = 130^\circ$, $\angle BOC = 30^\circ$, $\angle BOD = 70^\circ$; $\angle COD = 40^\circ$.
10. 1-nazorat ishi: 1. $BC = 3 sm$. 2. $BC = 12 sm$. 3. $\angle BOC = 35^\circ$. 4. 150° .
11. 5. 45° . 6. a) 8 ta; b) 8 ta; c) 8 ta; d) 8 ta. 7. 5 ta o'tkir; 1 ta o'tmas. 10. a) 30° ; b) 180° ; c) 1° . 11. a) $0,5^\circ$; b) $2,5^\circ$; c) 15° . 12. a) 105° ; b) 75° . 13. OC nur $\angle AOD$ ning; OD nur $\angle COE$ ning; OE nur $\angle DOB$ ning; OD nur $\angle AOB$ ning bissektrisasi bo'ladi.
12. 2. 180° . 6. a) 160° ; b) 150° ; c) 135° ; d) 90° . 7. 45° ; 135° . 8. a) Yo'q; b) Ha; c) Yo'q. 9. Ha. 10. a) 140° ; b) 45° ; c) 45° . 11. a) 45° ; b) 60° ; c) 30° . 12. a) 40° ; 140° ; b) 55° ; 125° ; c) 18° ; 162° . 14. 140° , 40° , 140° . 15. Yo'q.
13. 6. 1), 2), 3), 6). 7. Yo'q, kesmalar o'rtasi ustma-ust tushmay qolishi mumkin.
14. 2. 1 ta. 5. Istalganicha. 8. 90° . 9. Yo'q. 10. Ha.
15. 3. 90° . 5. OC . 6. 60° ; 60° .
17. 5-testlar: 1. E; 2. D; 3. D; 4. A; 5. E; 6. B; 7. E; 8. E; 9. B; 10. B; 11. A; 12. D; 13. E; 14. B; 15. A; 16. A; 17. B; 18. E. 6-masalalar: 2. 90° . 3. 60° . 4. Yo'q. 5. Masala 2 ta yechimga ega: 1) 15° ; 2) 65° . 6. 15° . 9. Yo'q. 10. Masala ikkita yechimga ega: 1) $0,5 m$; 2) $5,9 m$. 11. a) $AC = 9 m$, $BC = 6 m$; b) $AC = 7,5 m$, $BC = 7,5 m$; c) $AC = 6 m$, $BC = 9 m$. 13. a) 15 ta; b) 21 ta; c) 45 ta. 15. 1,3. 16. 6 ta. 17. 4.30 yoki 7.30. 18.

6. 19. $\angle AOB = 110^\circ$, $\angle BOC = 70^\circ$; b) $\angle AOB = 36^\circ$, $\angle BOC = 144^\circ$; c) $\angle AOB = 112^\circ$, $\angle BOC = 68^\circ$; d) $\angle AOB = 150^\circ$, $\angle BOC = 30^\circ$. 20. 50° , 130° , 50° , 130° . 21. a) $C \in AB$; b) $A \in BC$.
18. 2-nazorat ishi: 1. 106° . 2. 60° . 3. 48° .
19. 7. a) a, b, d, e, g; b) c, f, h; c) c, f.
20. 2. a) \overline{QR} ; b) $\angle RPQ$ va $\angle RQP$; c) $\angle Q$ yoki $\angle PQR$; d) $\angle PQR$. 4. a) to'g'ri; b) o'tkir; c) teng yonli; d) teng tomonli; e) o'tmas burchakli. 7. a) 3 ta; b) 3 ta; c) 3 ta.
21. 7. To'g'ri burchakli uchburchakda. 8. Ha. 9. 3. 10. 9. 11. 16.
22. 10. e) $\angle D = 35^\circ$, $\angle C = 62^\circ$. 11. 85° . 12. Yo'q.
23. 2. Asosidagi. 3. 10. 4. $a = 12$, $b = 8$. 10. 8,8; 11.
24. 4. 4. 11. $AC = BD = 7$.
25. 6. $\triangle BAC = \triangle KAN$, $\triangle BAN = \triangle KAC$. 9. 3 ta.
26. 4. Teng tomonli uchburchakda. 5. 10,4 sm. 7. 8 sm.
27. 4. $\angle C_1 = 90^\circ$, $\angle A_1 = 30^\circ$, $\angle B_1 = 60^\circ$. 5. 10 sm, 10 sm.
28. 5-testlar: 1. B; 2. D; 3. B; 4. E; 5. D. 6. A. 7. D; 8. A; 9. B; 10. D; 11. B; 12. B; 13. A; 14. B; 15. D; 16. A. 6-masalalar: 7. Ha. 11. 85° . 12. 48° . 13. 120° .
29. 3-nazorat ishi: 1. 10. 3. $3\frac{11}{15}$, $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$.
30. 7. Yo'q, yo'q. 10. Ha.
31. 3. $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7 = 117^\circ$, $\angle 4 = \angle 8 = 63^\circ$. 4. 98° , 82° , 98° ; 70° , 110° , 70° .
32. 5. a) Ha; b) Ha; c) Ha; d) Yo'q. 7. 1 tasi kesmasligi mumkin yoki hammasi kesib o'tadi.
33. 4. $\angle 3 = \angle 7 = 105^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 75^\circ$. 6. Yo'q.
34. 7. 1) to'g'ri; 2) to'g'ri; 3) to'g'ri.
35. 5. 45° . 8. $\angle 2 = \angle 3 = 53^\circ$. 9. 70° , 110° . 12. 70° , 110° .
36. 5-testlar: 1. A; 2. B; 3. A; 4. E; 5. D; 6. D; 7. D; 8. E; 9. B; 10. B; 11. D; 12. E; 13. A; 14. B; 15. E; 16. A. 6-masalalar: 1. 55° . 2. Ha. 3. Ha. 4. $\angle 3 = \angle 7 = 118^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 62^\circ$. 6. 128° . 11. 59° .
37. 4-nazorat ishi: 1. 34° , 146° , 146° . 3. 48° , 132° .
38. 2. 1 ta. 3. 1 ta. 4. a) mavjud; b) mavjud emas; c) mavjud emas. 5. a) 80° ; b) 25° ; c) 45° ; d) 45° . 6. a) 63° ; b) 90° ; c) 15° . 7. a) 80° , 50° ; b) 30° ; 60° ; 90° ; c) 50° , 60° , 70° . 8. a) 65° ; b) 45° ; 90° ; 45° . 9. a) 79° ; b) 100° . 10. $x = 20^\circ$, $y = 50^\circ$. 12. 60° . 13. 60° , 60° , 60° . 14. 45° , 90° , 45° . 15. a) 50° , 80° yoki 65° , 65° ; b) 60° va 60° ; c) $37,5^\circ$; $37,5^\circ$.

- 39.** 3. $60^\circ, 45^\circ, 75^\circ$. 4. $30^\circ, 120^\circ$. 5. 75° . 6. 270° . 7. 90° . 8. 90° . 9. 110° . 10. 60° . 11. mumkin bittasi. 12. 360° .
- 40.** 1. $50^\circ, 90^\circ, 40^\circ$. 2. $60^\circ, 48^\circ$. 5. mumkin. 6. 540° . 7. $24^\circ, 36^\circ, 60^\circ$. 9. a) $30^\circ, 30^\circ$; b) $70^\circ, 40^\circ$ yoki $55^\circ, 55^\circ$. 10. a) $15^\circ, 150^\circ$; b) $75^\circ, 30^\circ$. 12. $15^\circ, 65^\circ$. 13. 30° . 14. $67,5^\circ$.
- 41.** 5. Gipotenuza 30° qarshisidagi katetdan 2 marta katta bo'ladi. 7. a) 4; b) 6; c) 60° . 8. a) 5; b) 13,5; c) 9. 10. 8 va 16.
- 42.** 3. a) Yo'q; b) yo'q; d) bo'ladi; e) yo'q. 4. a) bo'ladi; b) bo'ladi; d) bo'ladi; e) yo'q; f) yo'q. 6. a) bo'ladi; b) bo'ladi; d) bo'ladi; e) yo'q; f) bo'ladi.
- 43.** 2. 7 sm. 3. 7 sm, 7 sm.
- 44.** 2. eng kattasi $\angle ACB$, eng kichigi $\angle ABC$. 3. a) $\angle ABC > \angle BAC > \angle ACB$ mumkin emas; b) $\angle ACB = \angle ABC < \angle BAC$ mumkin. 4. Asosi, yon tomoni. 5. Yo'q. 6. a) $BC > AC > AB$; b) $BC < AC < AB$. 7. Yo'q, yo'q. 8. $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$. 9. $0 < \angle B < 60^\circ$. 10. O'tkir burchakli. 12. Gipotenuzasi.
- 45.** 3. Yo'q. 4. a) mavjud; b) yo'q; c) mavjud; d) mavjud. 5. a) 7; b) 10; c) 8 yoki 5. 8. 7; 7; 11. 9. 6 ta. 10. Uchburchak yoki kesma.
- 46.** 4-testlar: 1. B; 2. D; 3. B; 4. B; 5. D; 6. B; 7. B; 8. B; 9. E; 10. A; 11. D; 12. A; 13. D; 14. A; 15. D; 16. D; 17. D; 18. D.
- 47.** 5-nazorat ishi: 1. 65° . 2. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$. 3. 12 sm. 4. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$.
- 53.** 1-Testlar: 1. A; 2. D; 3. B.
- 56.** 1. 20 sm. 2. 20° . 3. 15° . 4. 30° . 5. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$. 6. 1; 2. 7. 76° . 8. 42° . 9. $21^\circ, 69^\circ$. 10. $\angle AOB = 122,5^\circ$. 11. 72° . 12. 46° .
- 58-59.** 3. O'tkir burchakli. 5. a) 92° ; b) 42° . 6. 6; 6; 6; 60° . 8. 45° . 10. Kesma. 11. Ha. 12. 9 sm. 15. 144° . 16. 54° . 17. 3,6 sm. 19. 4 ta 55° li va 4 ta 125° .
- 60-61.** 5-Testlar: 1. A; 2. E; 3. D; 4. B; 5. E; 6. A; 7. E; 8. D. 9. B. 10. A. 11. A; 12. D; 13. B; 14. D; 15. E; 16. A; 17. B; 18. E; 19. A; 20. D. 6-Masalalar: 2. 12 sm. 3. 12 sm. 4. 34. 5. 2,8 sm. 6. 83° . 7. 15,6 sm. 8. 55° . 10. 2 m yoki 16 m.
- 60-61.** Yakuni nazorat ishi: 1. $81^\circ, 99^\circ$. 2. b) 22 sm. 3. 7 sm.

**ABDULLA AZAMOV, BAHODIR HAYDAROV, ERGASHVOY SARIQOV
ATAMURAT QO'CHQOROV, ULUG'BEK SAG'DIYEV**

“GEOMETRIYA”

Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik

Toshkent — “Yangiyo'l poligraf servis” — 2013
Nashriyot litsenziyasi AI №185, 10.05.2011 y.

Muharrir — S. Jumaniyazova
Texnik muharrir — M. Riksiyev
Musahhah — G. Yo'lchiyeva
Sahifalovchi — K. Kostetskiy

Original-maketdan bosishga ruxsat etildi 12.07.2013. Bichimi 70x90¹/₁₆. «Arial» garniturası.
Ofset bosma usulda bosildi. Shartli bosma tabog'i 11,7. Bosma tabog'i 10,0.
Nusxasi 366 597. Buyurtma № 28.

Shartnoma № 29.

“Yangiyo'l poligraf servis” MCHJ bosmaxonasida bosildi.
112001, Toshkent viloyati, Yangiyo'l tumani, Samarqand ko'chasi, 44.

Ijaraga berilgan darslik holatini ko'rsatuvchi jadval

T/r	O'quvchining ismi va familiyasi	O'quv yili	Darslikning olingandagi holati	Sinf rahbarining imzosi	Darslikning topshirilgandagi holati	Sinf rahbarining imzosi
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Darslik ijaraga berilib, o'quv yili yakunida qaytarib olinganda yuqoridagi jadval sinf rahbari tomonidan quyidagi baholash mezonlariga asosan to'ldiriladi:

Yangi	Darslikning birinchi marotaba foydalanishga berilgandagi holati.
Yaxshi	Muqova butun, darslikning asosiy qismidan ajralmagan. Barcha varaqlari mavjud, yirtilmagan, ko'chmagan, betlarida yozuv va chiziqlar yo'q.
Qoniqarli	Muqova ezilgan, birmuncha chizilib, chetlari yedirilgan, darslikning asosiy qismidan ajralish holati bor, foydalanuvchi tomonidan qoniqarli ta'mirlangan. Ko'chgan varaqlari qayta ta'mirlangan, ayrim betlariga chizilgan.
Qoniqarsiz	Muqovaga chizilgan, yirtilgan, asosiy qismdan ajralgan yoki butunlay yo'q, qoniqarsiz ta'mirlangan. Betlari yirtilgan, varaqlari yetishmaydi, chizib, bo'yab tashlangan. Darslikni tiklab bo'lmaydi.