

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

NIZOMIY NOMIDAGI  
TOSHKENT DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI

R.Ismatullayev, X.Xoshimova

**CHIZMA GEOMETRIYA**  
(metodik qo‘llanma)

Toshkent – 2005

## Chizma geometriya (metodik qo'llanma)

Ushbu o'quv-metodik qo'llanma oliv o'quv yurtlari ta'lim yo'nalishi 5140700 – «Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi» o'quv rejasi dasturi asosida yozilib bakalavriat talabalariga mo'ljallangan. Qo'llanma chizma geometriyaning ko'pyoqliklar, egri chiziqlar, sirtlar va ularga doir metric va pozotsion masalalarni yechish usullarini o'z ichiga oladi.

Qo'llanmadan chizma geometriya kursini o'qiydigan barcha ta'lim yo'nalishi talabalari foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar:

professor Sh.Murodov  
dotsent T.Rixsiboyev

Mas'ul muharrir:

dotsent E.Ro'ziyev

Texnik redaktor:

D.Kaypnazarov

Qo'llanma Nizomiy nomidagi TDPU Ilmiy Kengashining 200 yil  
«\_\_»\_\_\_\_\_ dagi -sonli qarori bilan nashrga tavsiya etilgan.

© Nizomiy nomidagi TDPU

## KO‘PYOQLIKLAR

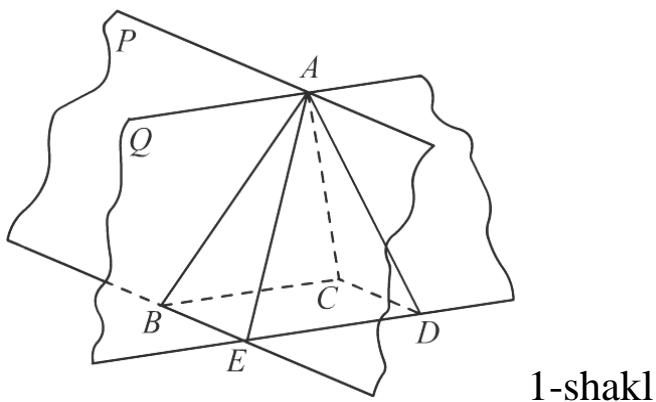
**Reja:** Ko‘pyoqliklar haqida umumiy tushunchalar, ularning ishlatalishi, chizmada berilishi, muntazam ko‘pyoqliklar.

**Adabiyotlar:** {1} 107-112 betlar, {2} 127-129 betlar

Fazoviy geometrik shaklga ega bo‘lgan jismlardan biri ko‘pyoqlik bo‘lib, u hamma tomonidan tekis ko‘pburchaklar, ya’ni yoqlar bilan chegaralanadi (1 va 2-shakl).

Uch va undan ortiq tekisliklarning o‘zaro kesishish chizig‘i ko‘pyoqlikning qirrasi deyiladi. Ko‘pyoqlikning ikki qo‘shti qirralari orasidagi tekislikning (**AED**) qismi esa ko‘pyoqlikning yonlari deyiladi.

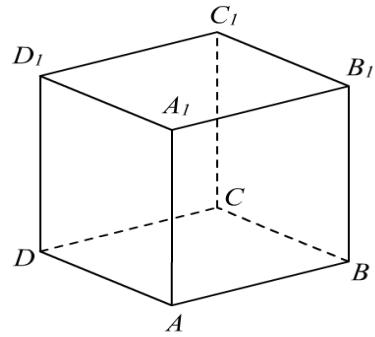
Bizga ma’lumki, uchta tekislik o‘zaro bitta nuqtada kesishadi. Bitta nuqtada kesishuvchi uchta va undan ortiq sondagi tekisliklar bilan chegaralangan ko‘pyoqlik piramida deyiladi (1-shakl), **AB**, **AC**, va **AE** lar piramidaning yon qirralari, **A** nuqta piramidaning uchi va  $\Delta BAC$ ,  $\Delta CAD$  va  $\Delta EAB$  lar piramidaning yon yoqlari deyiladi. Chizmalarni o‘qishni osonlashtirish maqsadida ko‘pyoqliklar asos deyiluvchi tekislik bilan chegaralanib tasvirlanadi.



1-shakl

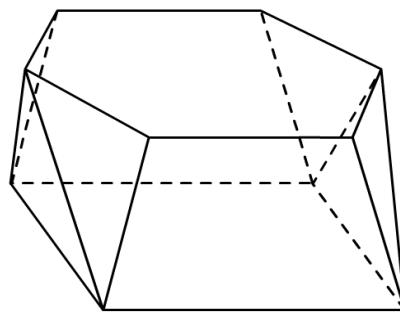
Agar ko‘pyoqliknini hosil qiluvchi tekisliklarning kesishish chiziqlari o‘zaro parallel bo‘lsa, bunday ko‘pyoqlik prizma deyiladi (2-shakl). Ko‘pyoqliklar qirralarining kesishgan nuqtalari uning uchlari deyiladi. Prizma yon qirralarining asos tekisligiga nisbatan holatiga qarab og‘ma yoki to‘g‘ri prizma deyiladi.

Ko‘pyoqlik o‘zini chegaralovchi istalgan yoqqa (tekislikka) nisbatan bir tomonda joylashsa, qavariq ko‘pyoqlik, aks holda, ya’ni tekislikdan turli tomonda joylashsa botiq ko‘pyoqlik deyiladi.



2-shakl

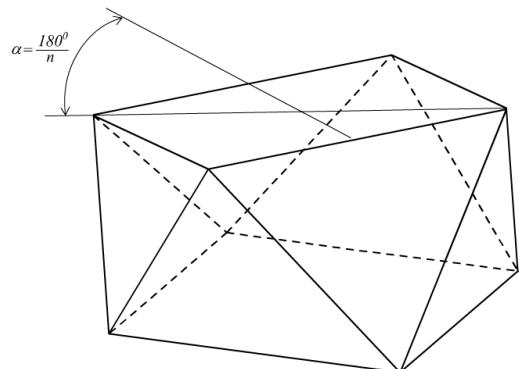
Asoslari o‘zaro parallel tekisliklarda yotgan ikkita ko‘pburchakdan va yon yoqlari esa ikkala asos uchlaridan iborat uchburchaklar va trapetsiyalardan iborat bo‘lgan ko‘pyoqlik prizmatoid deyiladi (3-shakl).



3-shakl

Agar asoslari teng muntazam qavariq ko‘pburchaklardan iborat bo‘lib, ulardan birini ikkinchisiga nisbatan umumiy normal atrofida

$\alpha = \frac{180^\circ}{n}$  burchakka ( $n$  – ko‘pburchak tomonining soni) burilsa, prizmatoid antiprizmaga aylanadi (4-shakl).

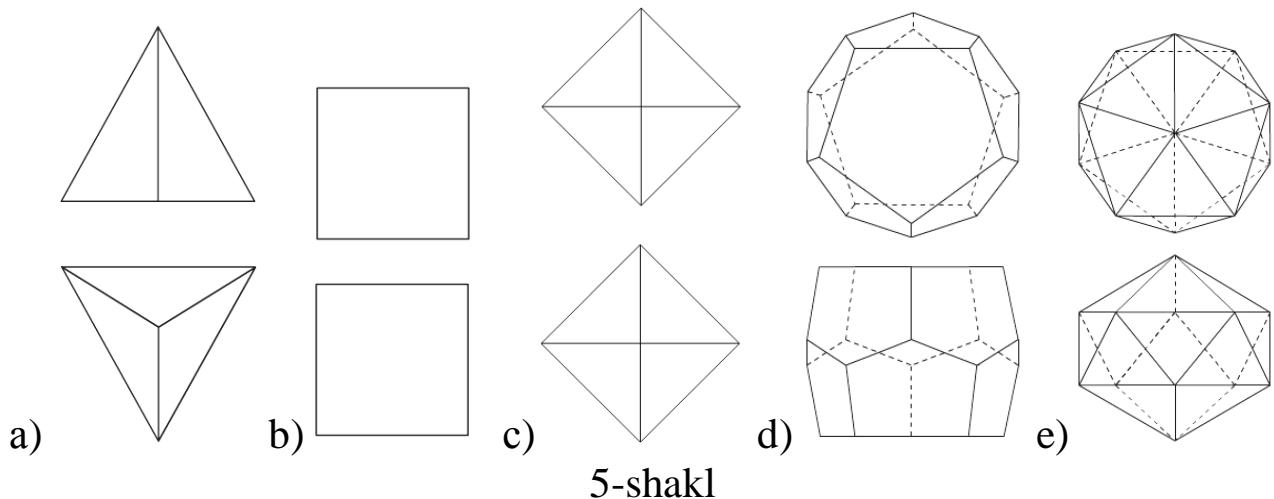


4-shakl

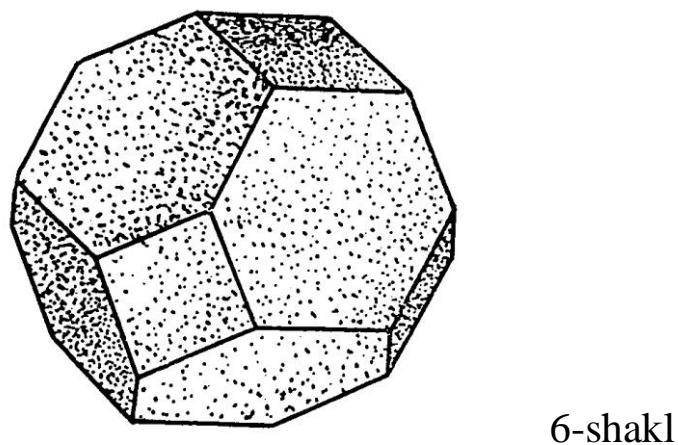
Bir jinsli qavariq ko‘pyoqliklar muntazam va yarim muntazam ko‘pyoqliklarga ajraladi. Muntazam qavariq ko‘pyoqliklar o‘zaro teng bir xil muntazam ko‘p burchaklardan iborat yoqlarga, o‘zaro teng ikki yoqli burchaklarga va o‘zaro teng qirralarga ega bo‘ladi. Bu ko‘pyoqliklar asosan besh xil bo‘lib, Platon jismlari deyiladi (5-shakl, a-tetroedr, b-

geksaedr, c-oktaedr, d-dodekaedr, e-ikosaedr). Ko‘pyoqliklarning muhim hossalaridan birini Eyler quyidagicha bayon qiladi.

**Eyler teoremasi.** Har qanday qavariq ko‘pyoqlikda yoqlar ( $m$ ) bilan uchlar ( $n$ ) sonining yig‘indisidan qirralar ( $\ell$ ) sonining ayirmasi ikkiga teng bo‘ladi, ya’ni  $m+n-\ell=2$



Yarim muntazam qavariq ko‘pyoqliklar turli shakldagi muntazam qavariq ko‘pburchakli yoqlarga ega bo‘lib, muntazam qavariq ko‘pyoqliklarning uchlarini kesish orqali hal qilinadi. Bunday ko‘pyoqliklar 18 xil bo‘lib, ular Arximed jismlari deb yuritiladi (6-shakl). Bu shaklda Arximed jismlaridan biri bo‘lgan kesik oktaedr tasvirlangan.



Ko‘pyoqliklar texnikada turlicha ko‘rinishdagi mashina detallari, ko‘pyoqlik linzalar yasashda hamda arxitektura va qurilish ishlarida keng ishlataladi. Ko‘pyoqliklardan yana «Geodezik» gumbazlar yasashda, keng oraliqli binolarni ustunsiz yopishda keng foydalaniladi.

Savollar:

1. Ko‘pyoqlik deb qanday sirtga aytildi va uni qanday elementlari bor?
2. Qanday muntazam ko‘pyoqliklar bor va ular qanday hosil qilinadi?
3. Ko‘pyoqliklar qayerlarda ishlataladi?

### Tayanch tushunchalar

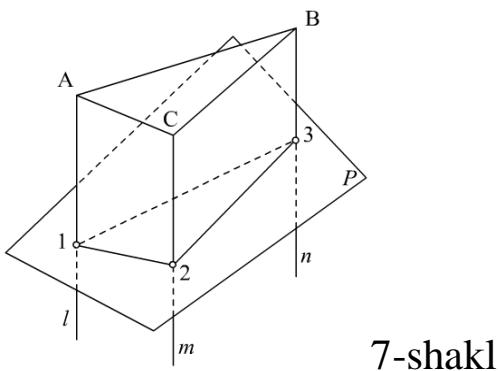
Ko‘pyoqlik;	Qavariq ko‘pyoq;	Geksaedr;
Ko‘pyoq qirrasi;	Botiq ko‘pyoq;	Oktaedr;
Ko‘pyoq uchlari;	Prizmatoid;	Dodekaedr;
Ko‘pyoqlikning yog‘i;	Muntazam ko‘pyoq;	Ikosaedr;
Piramida;	Yarim muntazam ko‘pyoq;	Arximed jismlari
Prizma;	Tetraedr;	

## KO‘PYOQLIKLARNING TEKISLIK VA TO‘G‘RI CHIZIQ BILAN KESISHISHI, KO‘PYOQLIKLARNING YOYILMASI

**Reja:** Ko‘pyoqliklarning tekislik bilan kesishuv chizig‘ini yasash, to‘g‘ri chiziqning ko‘pyoqlik sirti bilan uchrashuv nuqtalarini yasash, ko‘pyoqliklarning yoyilmasini bajarish.

**Adabiyotlar:** {1} 112-113 betlar, {2} 129-138 betlar

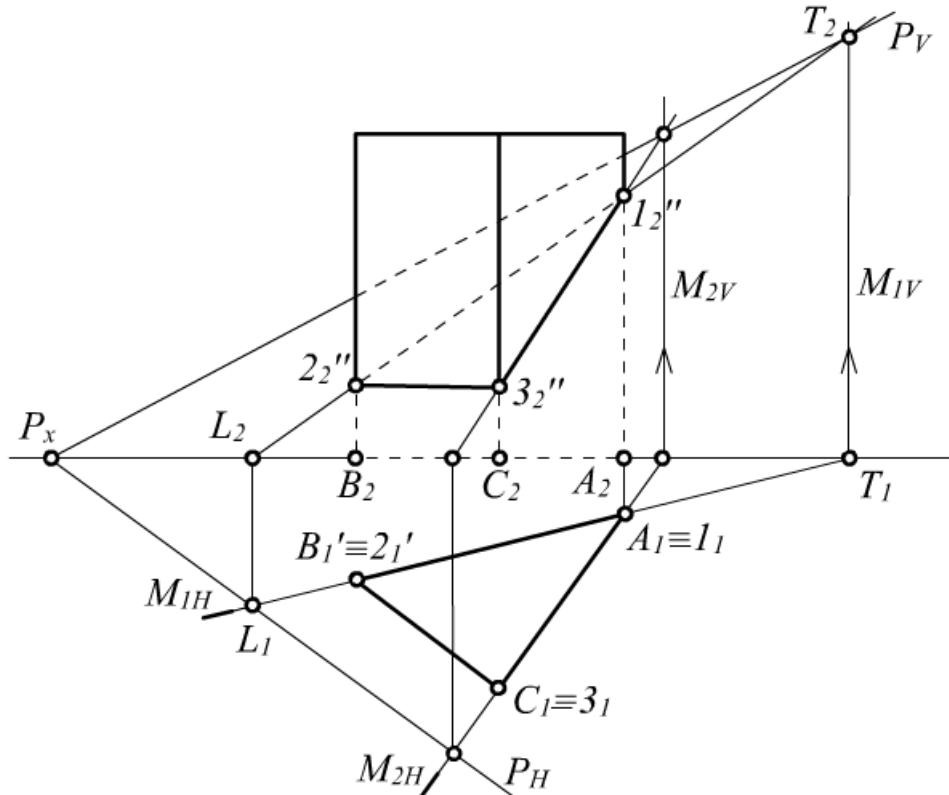
Ko‘pyoqliklarning tekislik bilan kesishishi masalasi yordamida ko‘pyoqlik shaklidagi bir xil ko‘pyoqlik trubalarini bir-biri bilan payvandlashda o‘tish chiziqlarini, arxitekturada qo‘shma bino devorlari va tomonlarining uchrashish chiziqlarini, gidrotexnika inshoatlarida esa ikki inshoatning kesishish chiziqlarini yasashda foydalaniladi



7-shakl

Ko‘pyoqlikning tekislik bilan kesishgan chizig‘ini yasash uchun ko‘pyoqliklar har bir qirrasini kesuvchi tekislik bilan kesishgan nuqtasi

topiladi (7-shakl). Bu shaklda uchburchak prizma qirralari  $\ell$ ,  $m$  va  $n$  bilan P tekislikni kesishish chizig'i ko'rsatilgan. Ya'ni  $\ell \cap P \rightarrow 1$ ,  $m \cap P \rightarrow 2$ ,  $n \cap P \rightarrow 3$ , 123 uchburchak kesim yuzasidir. 8-shaklda shu jarayon epyurda tasvirlangan. Prizmaning A va B nuqtalaridan o'tuvchi vertikal qirralari orqali  $M_1(M_{1H}, M_{1V})$  gorizontal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Berilgan  $P(P_H, P_V)$  tekislik bilan o'tkazilgan  $M_1(M_{1H}, M_{1V})$  tekisliklarning o'zaro kesishgan chizig'i topiladi.



8-shakl

$P_V \cap M_{1V} \rightarrow T(T_1, T_2)$  va  $P_H \cap M_{1H} \rightarrow L(L_1, L_2)$  tekisliklarning kesishuv chizig'inining frontal proyeksiyasi prizma qirralarining frontal proyeksiyalarini  $A_2$  va  $B_2$  ni mos ravishda  $1_2$  va  $2_2$  nuqtalarda kesadi.

Prizmaning A va C nuqtalaridan o'tuvchi vertikal qirralari orqali  $M_2(M_{2H}, M_{2V})$  tekislik o'tkazilib, yuqoridagi kabi usulda C<sub>2</sub> qirrada 3<sub>2</sub> nuqtani topamiz. Topilgan 1<sub>2</sub>, 2<sub>2</sub> va 3<sub>2</sub> nuqtalarini birlashtirib, Δ1<sub>2</sub>2<sub>2</sub>3<sub>2</sub> ni, ya'ni prizmani tekislik bilan kesishgan chizig'ini hosil qilamiz.

Agar prizma og'ma, ya'ni proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan umumiylashtirilganda bo'lsa, u holda yordamchi tekisliklar har bir qirra orqali alohida o'tkaziladi.

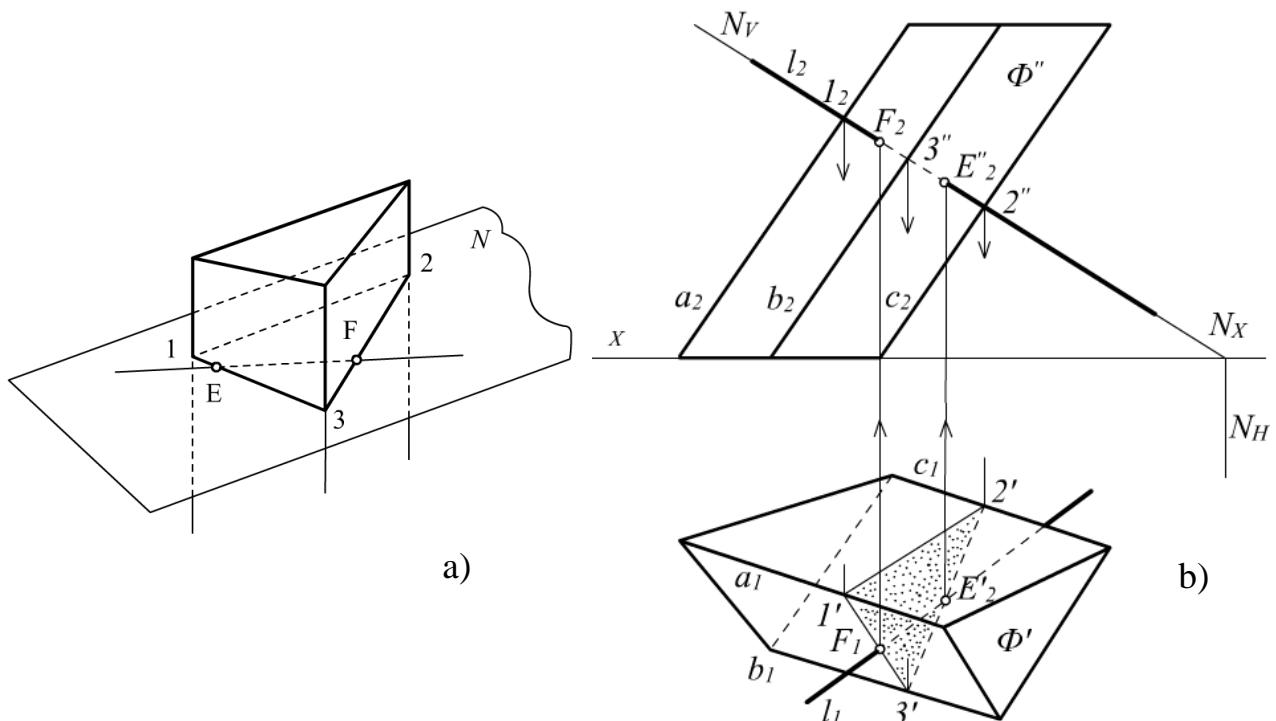
### Ko'pyoqliklarning to'g'ri chiziq bilan kesishishi

Bu masala yordamida antenna, lebedka (chigir) va shunga o'xshash qurilmalarni o'rnatishda tortiladigan simlarning tom sirtiga o'rnatiladigan o'rni aniqlanadi.

To‘g‘ri chiziqni ko‘pyoqlik bilan kesishish nuqtasini topish uchun quyidagi algoritmdan foydalilaniladi.:

1. To‘g‘ri chiziq orqali (9-shakl, a) ko‘pyoqlikni kesuvchi qilib **N** tekislik (odatda proyeksiyalovchi) o‘tkaziladi;
2. O‘tkazilgan tekislik bilan ko‘pyoqlikning kesishish chizig‘i, **123**, topiladi (bu masala yuqorida ko‘rildi);
3. Kesim chizig‘i (**123**) bilan berilgan  $\ell(\ell_1; \ell_2)$  to‘g‘ri chiziqning o‘zaro kesishgan nuqtalari **E** va **F** topiladi va bu nuqtalar izlangan nuqtalar bo‘ladi.

9-shakl, b) da og‘ma uchburchak prizma bilan  $\ell(\ell_1; \ell_2)$  to‘g‘ri chiziqni o‘zaro kesishish nuqtalarini topish ko‘rsatilgan. To‘g‘ri chiziq  $\ell$  orqali frontal proyeksiyalovchi **N** ( $N_H; N_V$ ) tekislik o‘tkazilgan. Prizma **a** qirrasining frontal proyeksiyasi **a<sub>2</sub>** tekislikning  $N_V$  izi bilan **1<sub>2</sub>** nuqtada kesishadi, bu nuqtaning gorizontal proyeksiyasi **a** qirraning gorizontal proyeksiyasi **a<sub>1</sub>** da bo‘lib, u **1<sub>1</sub>** dir. Xuddi shu usul bilan qolgan qirralarni tekislik bilan kesishgan nuqtalari **2** (**2<sub>1</sub>; 2<sub>2</sub>**) va **3** (**3<sub>1</sub>; 3<sub>2</sub>**) topiladi va o‘zaro birlashtirib (**1<sub>1</sub>2<sub>1</sub>3<sub>1</sub>**) kesim hosil qilinadi.



9-shakl

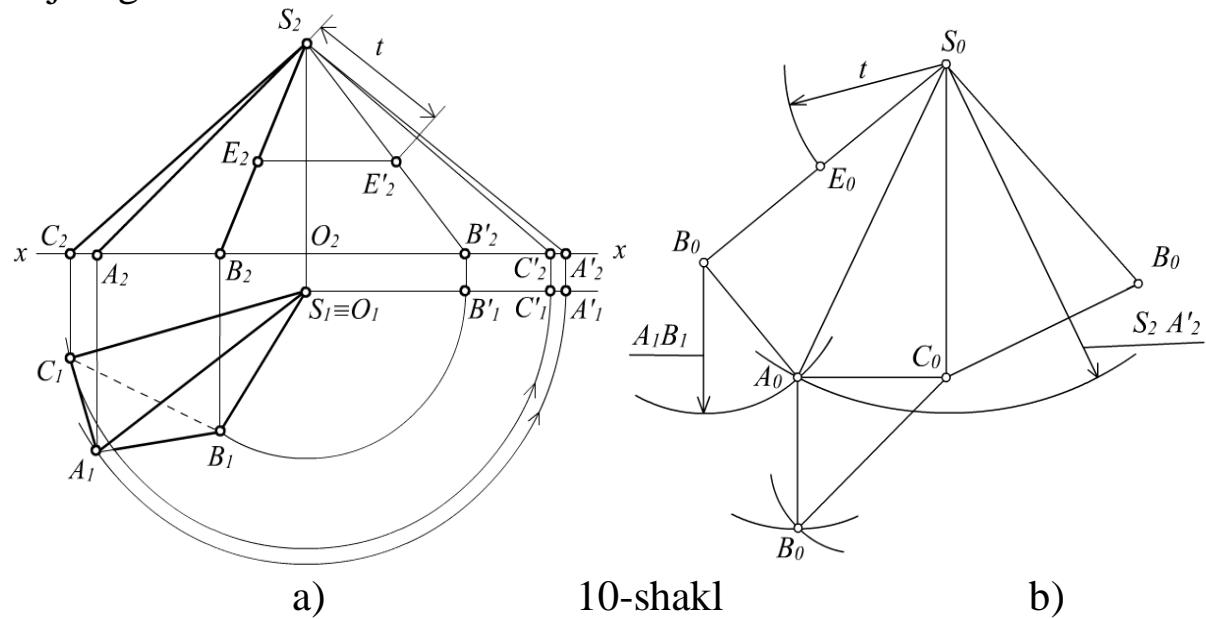
Hosil bo‘lgan kesim bilan  $\ell$  to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi  $\ell_1$  o‘zaro kesishib  $E_1$  va  $F_1$  nuqtalarni hosil qiladi. Proyeksiyalovchi bog‘lovchi chiziqlar yordamida  $E_2$  va  $F_2$  nuqtalar topiladi.

## Ko‘pyoqliklarning yoyilmalarini yasash usullari

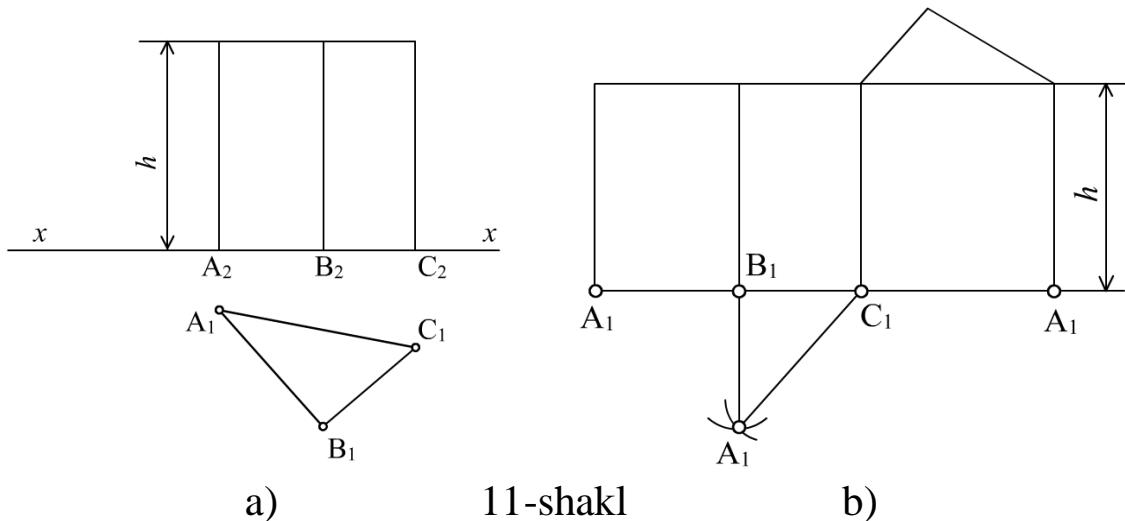
Injenerlik praktikasida ko‘pyoqlik shaklidagi havo so‘rish trubalari va patrubkalar yasashda ularning yoyilmasini yasash usullarini bilish juda katta ahamiyatga ega.

Ko‘pyoqlik sirtning yoyilmasi uning har bir yog‘ining haqiqiy kattaligini yasab, ular bir tekislikda yonma-yon joylashtirish yo‘li bilan hosil qilinadi va shu asosda andoza tayyorlanadi. Ko‘pyoqlik yoqlarning va boshqa barcha aniqlovchilarini, ya’ni qirralar orasidagi burchaklarni, qirralarning haqiqiy kattaligini topish zarur bo‘ladi. Ko‘pyoqliklar yoyilmasini yasashni ikki usuli: uchburchak usuli yoki triangulyatsiya usuli va normal kesim usuli mavjuddir.

Uchburchakli og‘ma piramida (**SABC**)ning yoyilmasini bajarish 10-shaklda keltirilgan. 10-shakl, a) da piramida qirralarining haqiqiy kattaliklarini ( $S_2A_2'$ ;  $S_2B_2'$  va  $S_2C_2'$ ) topish piramida uchidan o‘tuvchi vertikal o‘q atrofida aylantirib topilgan. Piramida qirralarining gorizontal proyeksiya ( $S_1A_1$ ;  $S_1B_1$  va  $S_1C_1$ )lari,  $S_1 \equiv O_1$ , nuqta atrofida frontal tekislikka parallel holga kelgunga qadar aylantirilgan. 10-shakl b) da topilgan haqiqiy kattaliklar asosida berilgan piramidaning yoyilmasi bajarilgan.



Uchburchakli to‘g‘ri prizmani yoyilmasini bajarish 11-shakl, a) va b) da keltirildi. Agar prizma proyeksiya tekisliklariga nisbatan og‘ma holatda joylashgan bo‘lsa, u holda qirralarning haqiqiy kattaliklari proyeksiya tekisliklarini almashtirish usulida topilib, uni normal tekislik (qirralarga perpendikulyar) bilan kesib so‘ngra yoyilmasi bajariladi. 11-shaklda **ABC** asosi qirralarga perpendikulyar bo‘lgani sababli u normal kesimdir.



Savollar:

1. Ko‘pyoqlikning tekislik bilan kesishuv chizig‘i qanday yasaladi?
2. Ko‘pyoqlikning to‘g‘ri chiziq bilan kesishuv chizig‘i qanday topiladi?
3. Ko‘pyoqlik sirtlarini yoyilmasi qanday bajariladi?

Tayanch tushunchalar:

Triangulyatsiya usuli;

Normal kesim usuli.

## KO‘PYOQLIKLARNING O‘ZARO KESISHISH CHIZIG‘INI YASASH

**Reja:** Ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash usullari, qirraning yoq bilan va yoqlarning o‘zaro kesishuvini topish usuli. Ananyev to‘ri.

**Adabiyotlar:** {1} 123-125 betlar, {2} 134-144 betlar.

Ko‘pyoqliklar fazoda bir-biriga nisbatan egallagan vaziyatlariga qarab, to‘la, qisman kesishgan yoki buntunlay kesishmagan vaziyatlarda bo‘ladi. Ko‘pyoqliklar o‘zaro kesishganda bir yoki bir necha yopiq siniq chiziq hosil bo‘ladi. Buni ko‘pyoqlikning to‘g‘ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini yasash usuli yordamida aniqlanadi. Agar birinchi ko‘pyoqlikni  $\Omega$  deb va ikkinchi ko‘pyoqlikni F deb belgilasak, ularning kesishgan chizig‘ini yasash algoritmi quyidagicha bo‘ladi.

1. F ko‘pyoqlik qirralarining  $\Omega$  ko‘pyoqlik sirti bilan kesishish nuqtalari yasaladi.
2.  $\Omega$  ko‘pyoqlik qirralarining F ko‘pyoqlik sirti bilan kesishish nuqtalari yasaladi.

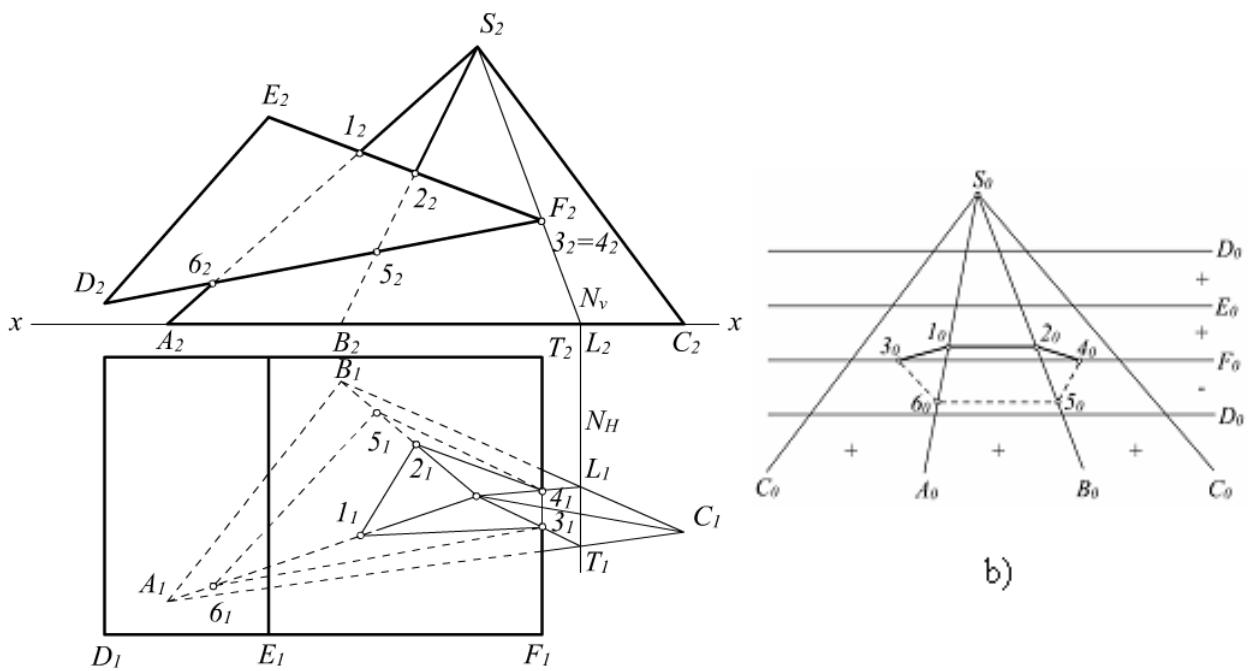
3. Hosil bo‘lgan kesishish nuqtalarini mos ravishda birlashtirilganda berilgan ko‘pyoqliklarning kesishish chizig‘i hosil bo‘ladi.

4. Kesimning ko‘rinadigan qismini tutash chiziq bilan, ko‘rinmaydigan qismini esa shtrix chiziq bilan chiziladi.

Xususiy holda joylashgan ko‘pyoqliklarning kesishish chizig‘i 12-shakl, a) da piramida va prizma sirtlarining o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash ko‘rsatilgan. Ko‘rilayotgan misolda prizma xususiy holda joylashgan bo‘lib, uning qirralari frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyardir, shuning uchun piramida qirralarining prizma sirti bilan kesishgan nuqtalari bevosita frontal proyeksiyada topiladi.

1. Piramidaning  $SA(S_1A_1;S_2A_2)$  qirrasi prizmaning  $EF(E_1F_1;E_2F_2)$  yog‘ini  $1(1_1;1_2)$  va  $DF(D_1F_1; D_2F_2)$  yog‘ini esa  $6(6_1;6_2)$  nuqtalarda kesib o‘tadi. Piramidaning  $SC(S_1C_1;S_2C_2)$  qirrasi kesishuvda ishtirok etmaydi.

2. Prizmaning  $D(D_1;D_2)$  va  $E(E_1;E_2)$  qirralari piramida sirti bilan kesishmaydi.  $F(F_1;F_2)$  qirraning piramida bilan kesishish nuqtalarini topamiz, buning uchun piramidaning uchi  $S(S_1;S_2)$  va prizmaning  $F(F_1;F_2)$  qirrasi orqali  $N(N_H;N_V)$  frontal proyeksiyalovchi tekislik o‘tkazamiz. Bu tekislik piramidaning  $STL(S_1T_1L_1;S_2T_2L_2)$  uchburchak bo‘yicha kesadi. Bu kesimning gorizontal proyeksiyasi  $S_1T_1L_1$  bilan  $F$  qirraning  $F_1$  gorizontal proyeksiyasi kesishib  $3_1$  va  $4_1$  nuqtalarni beradi, demak prizmaning  $F$  qirrasi piramida bilan 3 va 4 nuqtalarda kesishar ekan.



12-shakl

3. Topilgan  $1(1_1;1_2)$ ,  $2(2_1;2_2)$ ,  $3(3_1;3_2)$ ,  $4(4_1;4_2)$ ,  $5(5_1;5_2)$ ,  $6(6_1;6_2)$  nuqtalarni to‘g‘ri birlashtirish uchun 12-shakl, b) dagi Ananyev to‘rini tuzamiz. Buning uchun:

1) berilgan ko‘pyoqliklarning shartli yoyilmalarini 12-shakl, b-dagidek ustma-ust joylashtiriladi va natijada chekli sondagi to‘rt burchaklar hosil bo‘ladi;

2) shartli yoyilmada ko‘pyoqliklarning gorizontal proyeksiyalarida ko‘rinarli yoqlarni (+) ishora bilan, ko‘rinmaydigan yoqlarini esa (-) ishoralari bilan belgilaymiz;

3) kesishuvchi ko‘pyoq qirralari ustidagi barcha kesishish nuqtalari shartli yoyilmaga ko‘chiriladi;

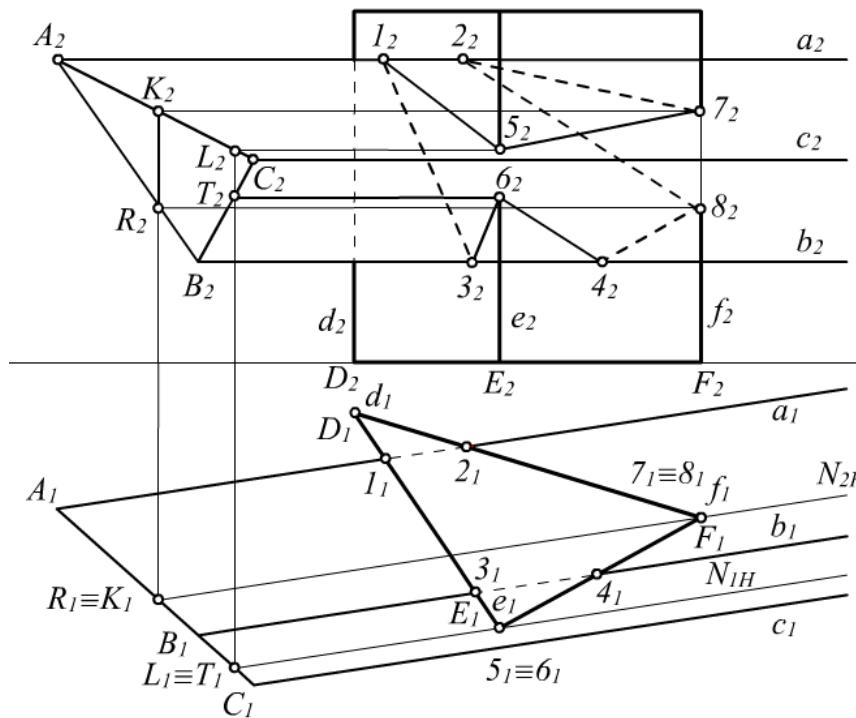
4) yoyilmadagi har bir to‘rburchak chegarasidagi ikki nuqta yoqlarning ishorasiga qarab tutashtiriladi. 12-shakl, b) da piramidaning barcha yoqlari gorizontal proyeksiyada ko‘rinarlidir, demak yoyilmada (+) ishora.

5) prizmaning **DF** va **EF** yoqlari ko‘rinarli va **FD** yoq esa ko‘rinmas, demak (-) ishora, qirralaridagi **1<sub>0</sub>** va **2<sub>0</sub>** nuqtalarini birlashtirsak **12** kesma ko‘rinarli bo‘ladi, chunki u ikkalasi (+) ishorali, ya’ni ko‘rinarli yoqlarga tegishli; **2<sub>0</sub>4<sub>0</sub>** kesma ham ko‘rinarli; **4<sub>0</sub>5<sub>0</sub>** ko‘rinmas. Shu yo‘l bilan barcha nuqtalarni tutashtirib, ko‘pyoqliklarning gorizontal proyeksiyasiga ko‘chiramiz.

13-shakl, a) da ikkita prizmaning o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash ko‘rsatilgan. **ABC(A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>;A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>)** asosli prizmaning qirralari gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel, **DEF(D<sub>1</sub>E<sub>1</sub>F<sub>1</sub>;D<sub>2</sub>E<sub>2</sub>F<sub>2</sub>)** asosli prizmaning qirralari esa gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar joylashgan. **ABC** asosli prizmaning qirralarini mos ravishda **a**, **b** va **c** bilan, **DEF** asosli prizmaning qirralarini esa **d,e** va **f** bilan belgilaylik. Proyeksiyadan ko‘rinib turibdiki, **a** qirra vertikal prizmaning **de** yog‘ini **1(1<sub>1</sub>;1<sub>2</sub>)** va **df** yog‘ini esa **2(2<sub>1</sub>;2<sub>2</sub>)** nuqtalarda kesib turibdi. Gorizontal prizmaning **b** qirrasi **de** yog‘ini **3(3<sub>1</sub>;3<sub>2</sub>)** va **df** yog‘ini esa **4(4<sub>1</sub>;4<sub>2</sub>)** nuqtalarda kesib turibdi. Chizmadan **C(C<sub>1</sub>;C<sub>2</sub>)** qirra kesishuvda ishtirot etmasligi ko‘rinib turibdi. Vertikal prizmaning qirralarini gorizontal prizma bilan kesishish nuqtalarini topamiz. Buning uchun prizmaning **e** qirrasi orqali gorizontal prizmaning qirralariga parallel **N(N<sub>1H</sub>)** gorizontal proyeksiyalovchi tekislik o‘tkazamiz. O‘tkazilgan tekislik gorizontal prizmaning asosini **L(L<sub>1</sub>;L<sub>2</sub>)** va **T(T<sub>1</sub>;T<sub>2</sub>)** nuqtalardan o‘tuvchi va qirralarga parallel to‘g‘ri chiziqlar bo‘yicha kesadi. Bu to‘g‘ri chiziqlar vertikal prizmaning **C** qirrasini mos ravishda **5(5<sub>1</sub>;5<sub>2</sub>)** va **6(6<sub>1</sub>;6<sub>2</sub>)** nuqtalarda kesadi. Endi prizmaning **f** qirrasi orqali gorizontal prizmaning qirralariga parallel **N<sub>2</sub>(N<sub>2H</sub>)** gorizontal proyeksiyalovchi tekislik o‘tkazib, yuqoridagi algoritm asosida **7(7<sub>1</sub>;7<sub>2</sub>)** va **8(8<sub>1</sub>;8<sub>2</sub>)** nuqtalar topiladi.

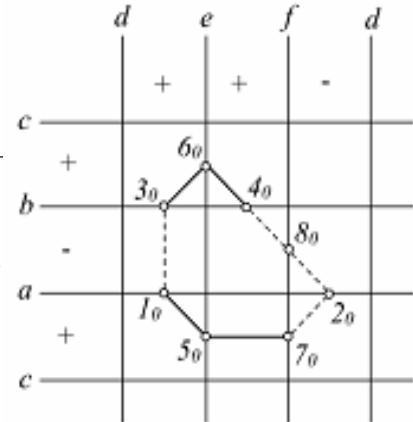
Topilgan barcha nuqtalarni 13-shakl, b) dagi Ananyev to‘ri yordamida ko‘rinar-ko‘rinmas qismlarini belgilagan holda tutashtirib ikki

ko‘pyoqlikning o‘zaro kesishish chizig‘ining proyeksiyalari topiladi.



a)

13-shakl



b)

Savollar:

1. Ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishish chizig‘i qanday yasaladi?
2. Ananyev to‘ri nimaga asoslangan?

Tayanch tushunchalar

1. Ananyev to‘ri

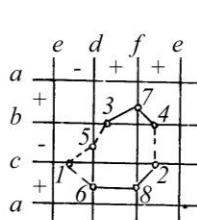
### UMUMIY HOLATDAGI KO‘PYOQLIKLARNING O‘ZARO KESISHISHI

**Reja:** O‘zaro umumiy holatda joylashgan ko‘pyoqliklarning kesishuv chizig‘inu yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklarni tanlash va o‘tkazish usullari, proyeksiyalarda ko‘rinar-ko‘rinmas qismlarni aniqlash usullari.

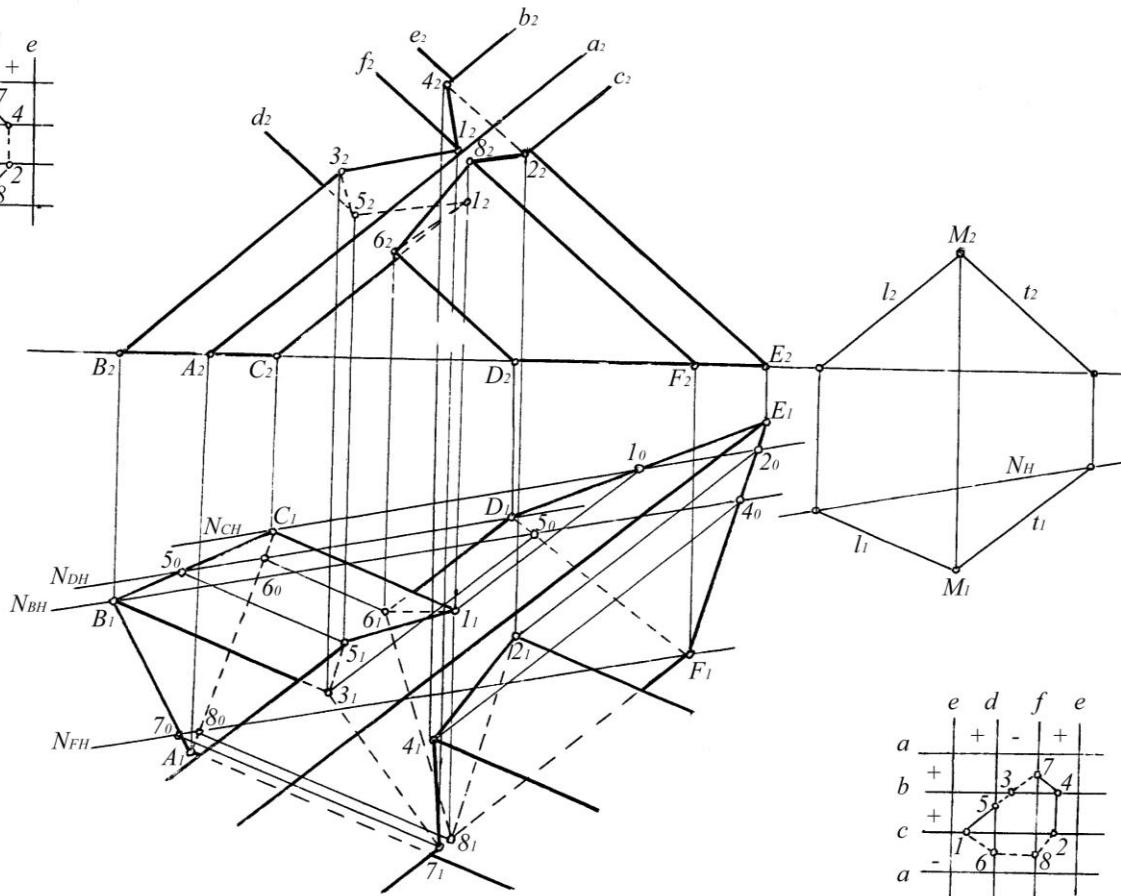
**Adabiyotlar:** {1} 123-125 betlar, {2} 139-144 betlar.

Umumiy holatdagi ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash uchun har ikkala ko‘pyoqlikni qulay chizig‘i bo‘yicha kesadigan qilib kesuvchi tekislik tanlanadi. 14-shakl, a) da umumiy holda joylashgan

ikkita uchburchakli prizmalar (qirralari  $(a_1 b_1 c_1; a_2 b_2 c_2)$  va  $(d_1 e_1 f_1; d_2 e_2 f_2)$ ) ni o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash keltirilgan. Kesuvchi tekislik har ikkala prizmani qirralariga parallel holda kesadigan qilib tanlanishi kerak. Buning uchun ixtiyoriy  $M(M_1; M_2)$  nuqta orqali  $\ell \parallel (a, b, c)$  va  $t \parallel (d, e, f)$  o‘zaro kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar bilan aniqlanuvchi tekislik o‘tkaziladi. Proyeksiyalarida  $\ell_1 \parallel a_1$ ,  $t_1 \parallel d_1$ ,  $\ell_2 \parallel a_2$ ,  $t_2 \parallel d_2$ . Bu umumiyl vaziyatdagi tekislikning gorizontal, ya’ni ko‘pyoqliklarning asos tekisligidagi izi  $N_H$  topiladi. Bu tekislik kesuvchi tekisliklarning yo‘nalishini aniqlaydi. Prizmaning  $C(C_1)$  qirrasi orqali  $N_{CH} \parallel N_H$  o‘tkazamiz va ikkinchi prizma asosida  $1_0$  va  $2_0$  nuqtalarni belgilab,  $d_1$  qirraga parallel chiziq chizamiz. Bu chiziqlar  $C$  qirraning gorizontal proyeksiyasi  $C_1$  ni mos ravishda  $1_1$  va  $2_1$  nuqtalarda kesadi. Demak,  $C$  qirra ikkinchi prizma bilan  $1$  va  $2$  nuqtalarda kesishar ekan. Prizma  $b$  qirrasining gorizontal proyeksiyasi  $b_1$  orqali  $N_{BH} \parallel N_H$  o‘tkazib (oldingi algoritmdan foydalanib) mos ravishda  $3_1$  va  $4_1$  nuqtalar topiladi. Prizmaning  $a(a_1; a_2)$  qirrasi kesishuvda ishtirok etmasligi chizmadan ko‘rinib turibdi. Endi ikkinchi prizma qirralarini (ya’ni *def* qirralari) birinchi prizma bilan kesishish nuqtalarini topamiz. Buning uchun  $d(d_1; d_2)$  qirra orqali  $N_{DH} \parallel N_H$  o‘tkazib birinchi prizma asosida  $5_0$  va

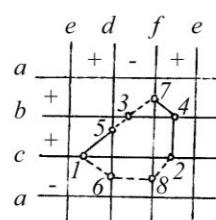


b)



a)

14-shakl



c)

**6<sub>0</sub>** nuqtalar belgilanadi va **d<sub>1</sub>** qirrada **5<sub>1</sub>** va **6<sub>1</sub>** nuqtalar topiladi. Kesishuvda ishtirok etuvchi  $f$  qirra orqali  $N_{FH}|N_H$  o'tkazib yuqoridago algoritmdan foydalanib **7<sub>1</sub>** va **8<sub>1</sub>** nuqtalar topiladi va barcha nuqtalarning frontal proyeksiyalari bog'lovchi chiziqlar orqali topiladi. Topilgan nuqtalarni har ikki proyeksiyada to'g'ri behato birlashtirish uchun 14-shakl, b), c) larda keltirilgan Ananyev to'ridan foydalaniladi. Bu misolda Ananyev to'ri har bir proyeksiya (gorizontal va frontal) uchun alohida tuziladi. 14-shakl, b) da gorizontal proyeksiya uchun, 14-shakl, c) da esa frontal proyeksiya uchun to'r tuzilgan. Umumiy holatdagi ko'pyoqliklarning o'zaro kesishgan chizig'ini topish usullaridan yana biri, har ikkala ko'pyoqliknii II va IV chorak bissektor tekisligiga birorta ko'pyoqlikning qirralariga parallel yo'nalishda proyeksiyalash usulidir. Quyidagi misolda shu usuldandan foydalanamiz.

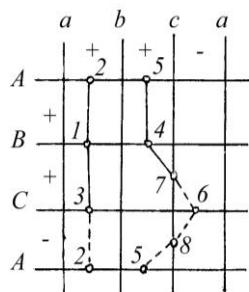
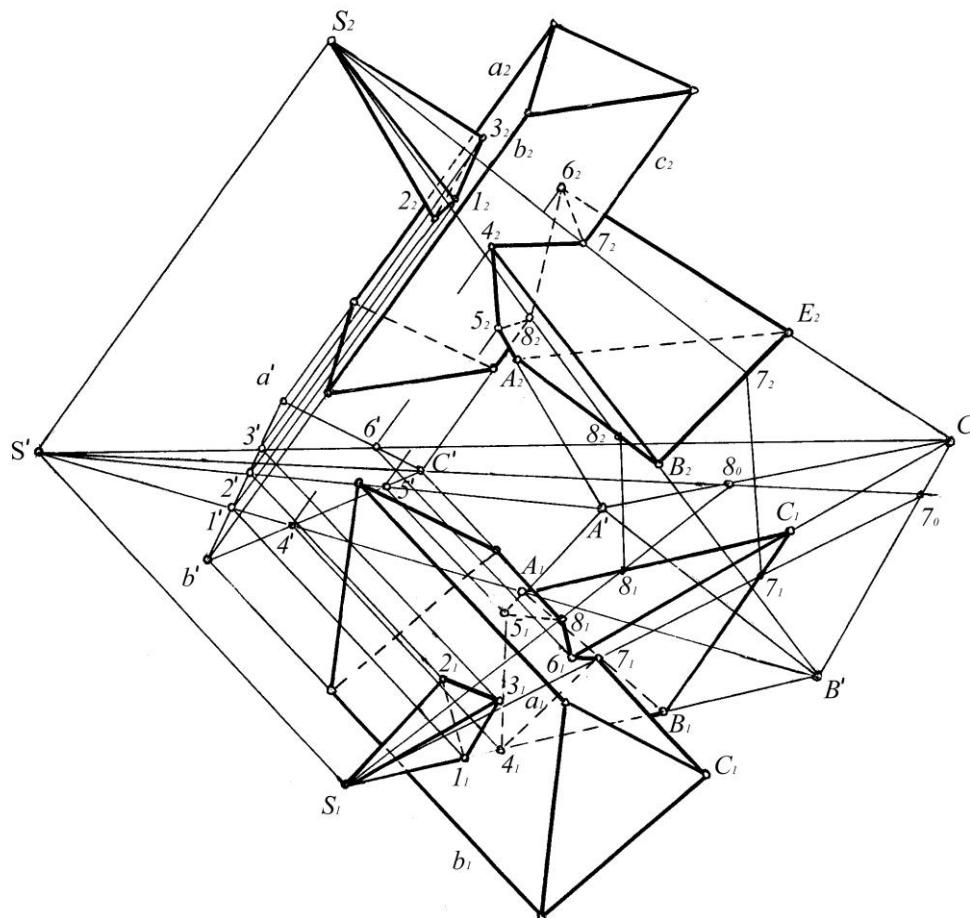
Umumiy holatdagi prizma (qirralari **a**, **b** va **c**) ning **SA**, **SB** va **SC** qirralari umumiy holatdagi piramida bilan o'zaro kesishish chizig'ini yasash talab qilinadi (15-shakl,a).

Har ikki ko'pyoqliknii prizma qirralari yo'nalishida II va IV chorakning bissektor tekisligigacha proyeksiyalab, piramidaning **S'A'**, **S'B'** va **S'C'** ikkilamchi proyeksiyani va prizmaning **a'b'** va **c'** ikkilamchi proyeksiyasini hosil qilamiz.

Piramidaning **S'B'** qirrasi prizmaning **a'** va **b'** yon yog'ini **1'** nuqtada, **b',c'** yon yog'ini **4'** nuqtada kesib o'tadi. Bu nuqtalarni teskari yo'nalishda proyeksiyalab piramidaning birlamchi, ya'ni gorizontal va frontal proyeksiyalariga mos ravishda **1<sub>1</sub>**, **4<sub>1</sub>** hamda **1<sub>2</sub>**, **4<sub>2</sub>** nuqtalarni **S<sub>1</sub>B<sub>1</sub>** va **S<sub>2</sub>B<sub>2</sub>** da topamiz. Shu usul bilan piramidaning qolgan SA va SC qirralaridagi **2'**, **5'**, **3'**, **6'** nuqtalar topiladi va birlamchi proyeksiyalarga ko'chiriladi.

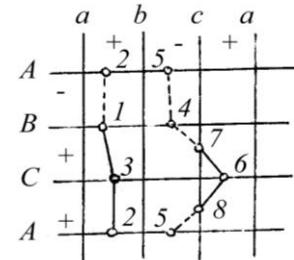
Shakldan ko'rinish turibdiki prizmaning **c** va **b** qirralari kesishuvda ishtirok etmaydi. C qirrani piramida bilan kesishgan nuqtalarini topish uchun piramidaning uchi S' va C' qirra orqali N tekislikning bissektor tekisligidagi  $N_0$  izini o'tkazib piramidaning asosi A'B'C' da L' va T' nuqtalarni belgilaymiz. Topilgan nuqtalarni piramida uchining birlamchi proyeksiyalari **S<sub>1</sub>** va **S<sub>2</sub>** bilan birlashtirib, C<sub>1</sub> va C<sub>2</sub> qirra proyeksiyalarida mos ravishda **7<sub>1</sub>**, **8<sub>1</sub>** va **7<sub>2</sub>** **8<sub>2</sub>** nuqtalar topiladi. Topilgan nuqtalarning birlashtirishda (15-shakl, b) frontal proyeksiya uchun, c) da esa gorizontal proyeksiya uchun) Ananyev to'ridan foydalaniladi.

Demak, kesishuvchi ko'pyoqliklarning turiga qarab kesuvshi tekisliklar dastasi ham turlicha tanlanadi. Agar ikki piramidaning o'zaro kesishishi topish zarur bo'lsa, u holda kesuvchi tekisliklar dastasi piramidalar uchidan o'tuvchi qilib tanlanadi.



b)

a)



c)

15-shakl

**Savollar:**

1. Ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishuv chizig‘ini yasash uchun yordamchi kesuvchi tekisliklar usulini tushuntiring.
2. Ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishuv chizig‘ini yasashda yordamchi proyeksiyalash usulini tushuntirib bering.

**Tayanch tushunchalar.****Bissektor tekisligi;****Tekislikning bissektor tekisligidagi izi.****Ikkilamchi proyeksiyalar tekisligi;**

## EGRI CHIZIQLAR

**Reja:** Egri chiziqlar haqida umumiylar tushunchalar, ularni tadbiq doirasi, qonuniy va qonunsiz, tekis va fazoviy egri chiziqlar, tekis egri chiziqlarga urinma va normal o'tkazish.

**Adabiyotlar:** {1} 125-128 betlar, {2} 145-147 betlar.

Chiziq haqida dastlabki tushunchalar qadim zamonlarda paydo bo'lgan bo'lsada ,u matematikada eng qiyin tushunchalardan biri bo'lib qolmoqda. Uning ta'rifini birinchi bo'lib 1923 yilda rus matematigi P.S Urison berishga muvoffaq bo'ldi. Hozirda chiziq tushunchasi matematik fan topologiyada o'rganiladi.

Egri chiziqlar fan va texnikaning turli sohalarida foydalaniladi. Ular modellash amaliyotida, belgilash ishlarida, teng qiymatli ko'p komponentli tizim va boshqalarda keng qo'llanadi.

Chizma geometriyada egri chiziqlar yasovchi sifatida ahamiyatlidir.

Egri chiziqlar bilan sirtning karkasi tashkil qilinadi, shuningdek, sirt ustida to'r hosil qilinadi. Chizma geometriyada egri chiziqlar kinematik nuqtai nazardan qaralib harakatlanayotgan nuqtaning izi, traektoriyasi sifatida qabul qilinadi. Shuningdek, egri chiziqni sirtning chegarasi (konturi) yoki ikki sirtning o'zaro kesishuvi natijasi sifatida ham qarash mumkin.

Egri chiziqni hosil qilish turlari turlicha. Ba'zi chiziqlar ma'lum qonun bo'yicha hosil qilinadi va bunday chiziqlar qonuniy chiziqlar deb ataladi. Boshqa bir chiziqlarning hosil bo'lishi empirik harakterga ega bo'lib ular qonunsiz egri chiziqlar deyiladi.

Qonuniy egri chiziqlar algebraik va transcendent egri chiziqlarga ajraladi. Dekart koordinata tizimida algebraik tenglamalar bilan ifodalangan egri chiziqlar algebraik va transcendent funksiyalar bilan ifodalangan egri chiziqlar transcendent egri chiziqlar deb ataladi.

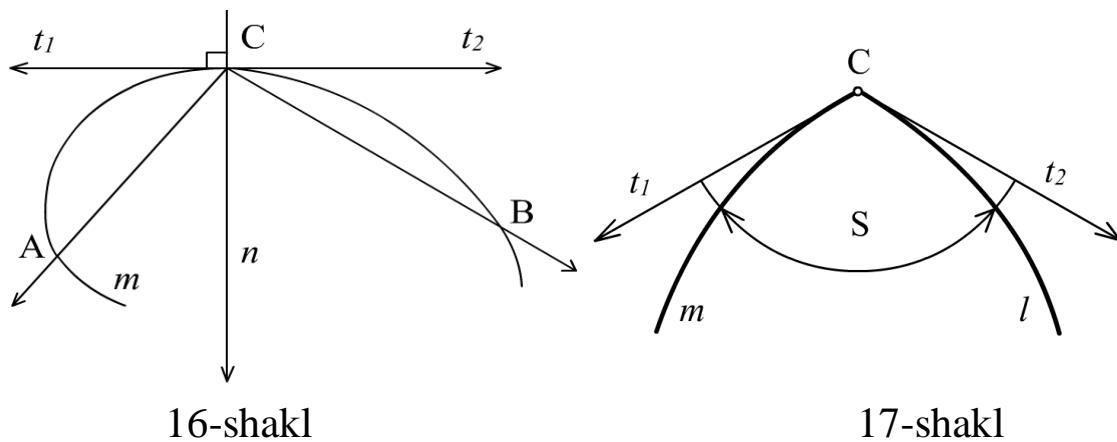
Algebraik egri chiziqlar tartibi va klassi tushunchalari bilan xarakterlanadi. Egri chiziqni ifodalovchi tenglamaning darajasi uning tartibini bildiradi. Geometrik tarzda tekis algebraik egri chiziqning tartibi uning to'g'ri chiziq bilan kesishuvidan hosil bo'lgan nuqtalarning maksimal soniga teng bo'ladi. Fazoviy algebraik egri chiziqning tartibi uning tekislik bilan kesishuvidan hosil bo'lgan nuqtalarning maksimal soniga teng bo'ladi. Algebraik tekis egri chiziqning klassi undan tashqarida olingan nuqtadan unga o'tkazilgan urinmalarining maksimal

soniga teng bo‘ladi. Fazoviy egri chiziqning klassi ihtiyoriy to‘g‘ri chiziq orqali o‘tib unga urinuvchi tekisliklar soni bilan belgilanadi.

Hamma nuqtalari bir tekislikda yotuvchi egri chiziq tekis chiziq deyiladi.

Tekislikda ***m*** egri chiziq berilgan bo‘lsin (16-shakl). Unda ihtiyoriy ***C*** nuqtani tanlab, undan egri chiziq ***m*** ni ***A*** va ***B*** nuqtalarda kesuvchi ikkita to‘g‘ri chiziq o‘tkazaylik. Agar ***A*** nuqtani ***C*** nuqtaga cheksiz yaqinlashtirsak, ***CA*** kesuvchi  $t_1$  holatni egallab, to‘g‘ri chiziqqa uning ***C*** nuqtasidan urinuvchi to‘g‘ri chiziqqa aylanadi. Binu biz yarim urinma deb ataymiz. Endi ***B*** nuqtani ***C*** nuqtaga cheksiz yaqinlantirish orqali  $t_2$  yarim urinmaga ega bo‘lamiz. Bu qarama-qarshi yo‘nalgan yarim urinmalar  $t_1$  va  $t_2$  ustma-ust tushsa, *urinmani* hosil qiladi. Agar egri chiziq barcha nuqtalarida mana shunday urinmaga ega bo‘lsa, u *ravon egri chiziq* deb ataladi.

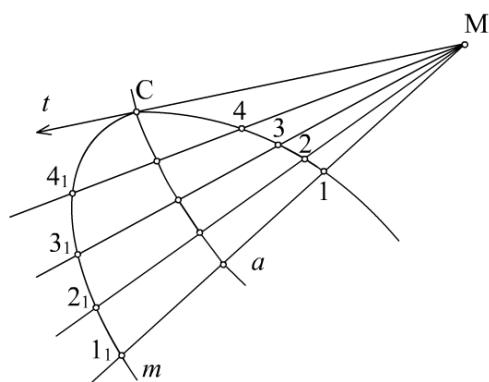
***C*** nuqtadan  $t_2$  ga o‘tkazilgan perpendikulyar *normal* deyiladi. Agar egri chiziqni ***C*** nuqtasida yarim urinmalar o‘zaro burchak hosil qilsa, ***C* – sinish nuqtasi** deyiladi (17-shakl).



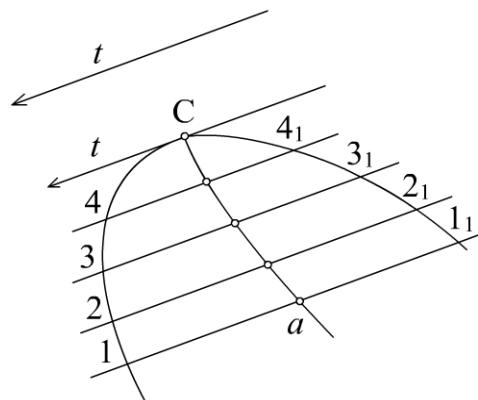
Egri chiziqqa undan tashqarida olingan nuqtadan urinma quyidagicha o‘tkaziladi (18-shakl). ***M*** nuqtada berilgan ***m*** egri chiziqni kesuvchi bir nechta to‘g‘ri chiziqlar o‘tkaszhiladi. So‘ngra har bir to‘g‘ri chiziqning egri chiziq bilan cheklangan kesmalarining ( $11_1, 22_1, 33_1, \dots$ ) o‘rta nuqtalari belgilanib ular orqali ***a*** egri chizig‘i o‘tkaziladi. Bu chiziq xatoliklar egri chizig‘i deyilib, egri chiziq ***a*** ni ***C*** nuqtada kesib o‘tadi. ***M*** bilan ***C*** ni birlashtirsak. ***M*** dan o‘tgan urinmaga ega bo‘lamiz.

Egri chiziqqa berilgan yo‘nalishga parallel urinma quyidagicha bajariladi (19-shakl). ***m*** egri chiziqni berilgan yo‘nalishga parallel to‘g‘ri chiziqlar bilan kesamiz va ularning egri chiziq bilan chegaralangan kesmalarining o‘rta nuqtalarini belgilab ularni birlashtiramiz. Bu xatoliklar

$a$  egri chizig‘i  $m$  ni  $C$  nuqta kesadi.  $C$  nuqta orqali yo‘nalishga parallel urinma o‘tkazamiz.



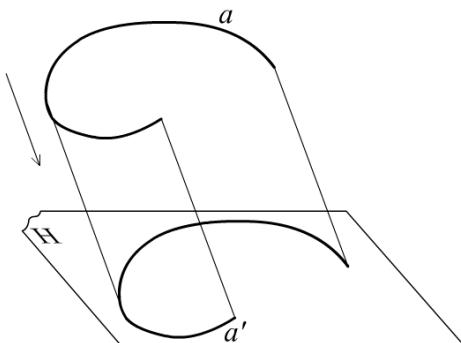
18-shakl



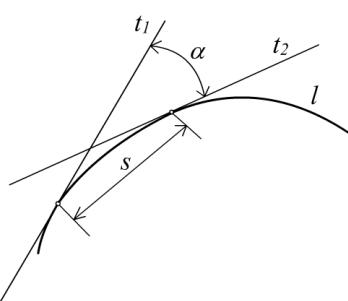
19-shakl

Egri chiziqning proyeksiyasi ham egri chiziq bo‘ladi. Chunki uning nuqtalaridan o‘tgan nurlar yig‘indisi proyeksiyalovchi silindr sirtini hosil qiladi, silindr esa tekislik bilan egri chiziq bo‘yicha kesishadi (20-shakl).

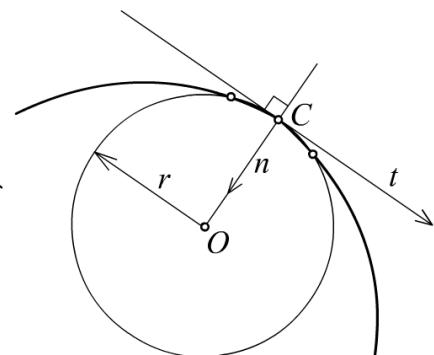
Ikki cheksiz yaqin nuqtalardan o‘tgan qo‘shni urinmalar orasidagi burchakning (21-shakl) yoy uzunlik birligiga nisbati egri chiziqning *egrilik* darajasini aniqlaydi.



20-shakl



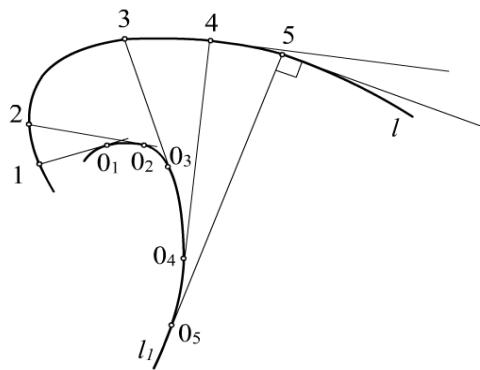
21-shakl



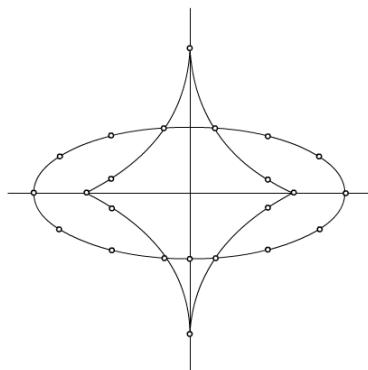
22-shakl

Shunday qilib egrilik – bu qo‘shni urinmalar orasidagi burchakning unga mos yoy uzunligiga nisbatining chekidir. Agar egrilikni  $k$  bilan belgilasak,  $k = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta S}$ ,  $\Delta S \rightarrow 0$  ga intilganda egri chiziqning har bir nuqtasidagi egrilik shu nuqta va unga cheksiz yaqin yana ikki nuqtadan o‘tuvchi yopishma aylana bilan aniqlanadi (22-shakl). Aylananing markazi normalda yotadi va *egrilik markazi* O, uning radiusi esa *egrilik radiusi* deb ataladi.

Egrilik markazining to‘plami – evolyuta, egri chiziqning o‘zi esa evolventa deyiladi (23-shakl). 24-shaklda ellipsning evolyutasi ko‘rsatilgan.



23-shakl



24-shakl

Savollar:

1. Qonuniy va qonunsiz chiziqlar deb nimaga aytildi?
2. Algebraik chiziqlar nimalar bilan xarakterlanadi?
3. Egri chiziqlarga urinma va normal qanday o'tkaziladi?
4. Egri chiziqlarning evolyutasi va evolventasi deb nimalarga aytildi?

Tayanch tushunchalar:

Chiziq;	Algebraik egri chiziq tartibi;	Xatoliklar egri chizig'i;
Qonuniy egri chiziq;	Algebraik egri chiziq klassi;	Evolventa.
Qonunsiz egri chiziq;	Tekis egri chiziq;	Egrilik markazi;
Algebraik egri chiziq;	Transcendent egri chiziq;	Egrilik radiusi;
Urinma;	Egrilik yopishma aylana;	Evolvuta;
Normal;		

### TARKIBIY EGRI CHIZIQLAR VA EGRI CHIZIQ HOSIL QILISH USULLARI.

**Reja:** Monoton va tarkibiy egri chiziqlar, egri chiziqdagi mahsus nuqtalar, egri chiziqlarning o'zaro urinishi, egri chiziq hosil qilishning proaktiv moslik usuli.

**Adabiyotlar:** {1} 128-181 betlar, {2} 147-148 betlar.

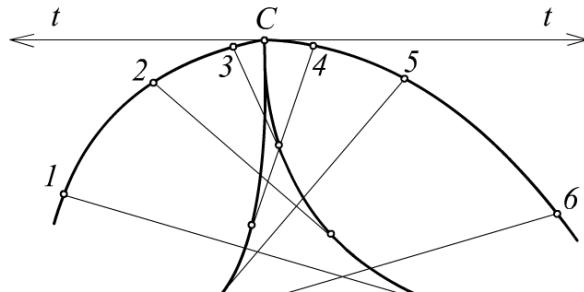
Tekis egri chiziqlar monoton va ulama (tizma) chiziqlarga bo'linadi. Monoton egri chiziqning qator nuqtalarida egrilik radiusi o'sib yoki kamayib boradi.

Monoton chiziq yoqlaridan tarkib topgan chiziq *tarkibiy* yoki *tizma* chiziq deb ataladi. Uni tashkil qiluvchi yoqlar *tomonlari*, ularning ulanish nuqtalari esa *uchlari* deyiladi.

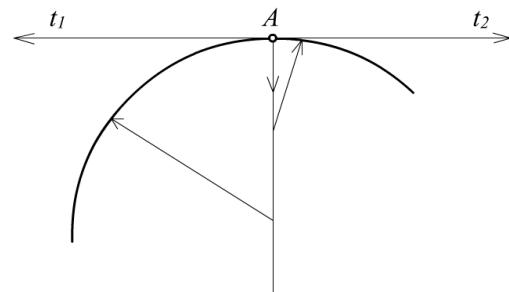
Agar egri chiziqning ulanish nuqtasida yarim urinmalar qarama-qarshi tomonga yo'nalgan va umumiyl egrilik markaziga ega bo'lsa,

bunday uch *regulyar* uch deyiladi. Regulyar uchlardan hosil bo‘gan egri chiziq *regulyar egri chiziq* deyiladi.

25-shaklda ana shunday chiziq tasvirlangan. Regulyar uchlardan bo‘lak uchlari *irregulyar uchlari* deb ataladi.



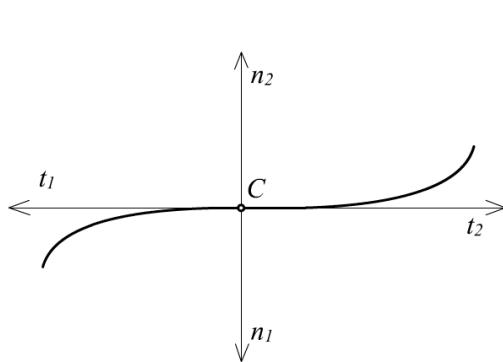
25-shakl



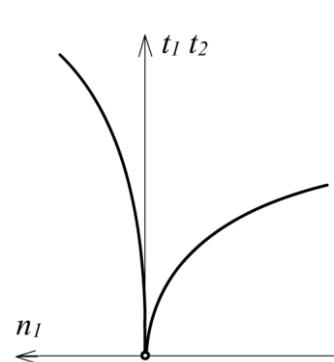
26-shakl

Agar tizma egri chiziqning ulanish nuqtasida yarim urinmalar qarama-qarshi yo‘nalishga, lekin normalari bitta yo‘nalishga ega bo‘lib, egrilik markazlari ustma-ust tushmasa bunday nuqta *qo‘s sh nuqta* deyiladi (26-shakl). Ulanish nuqtasida yarim urinmalar ustma-ust tushgan va qarama-qarshi yo‘nalishga, hamda normallar ham qarama-qarshi yo‘nalishda bo‘lsa, bunday nuqta *o‘tish nuqtasi* (27-shakl) deyiladi.

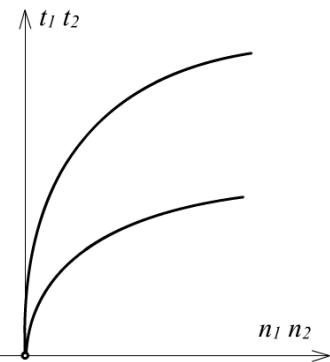
Ulanish nuqtasida yarim urinmalar bir yo‘nalishda, ammo normallar qarama-qarshi yo‘nalishda bo‘lsa, bunday nuqta *qush tumshug‘i uchi* yoki *birinchi turdag‘i qaytish nuqtasi* deyiladi (28-shakl).



27-shakl

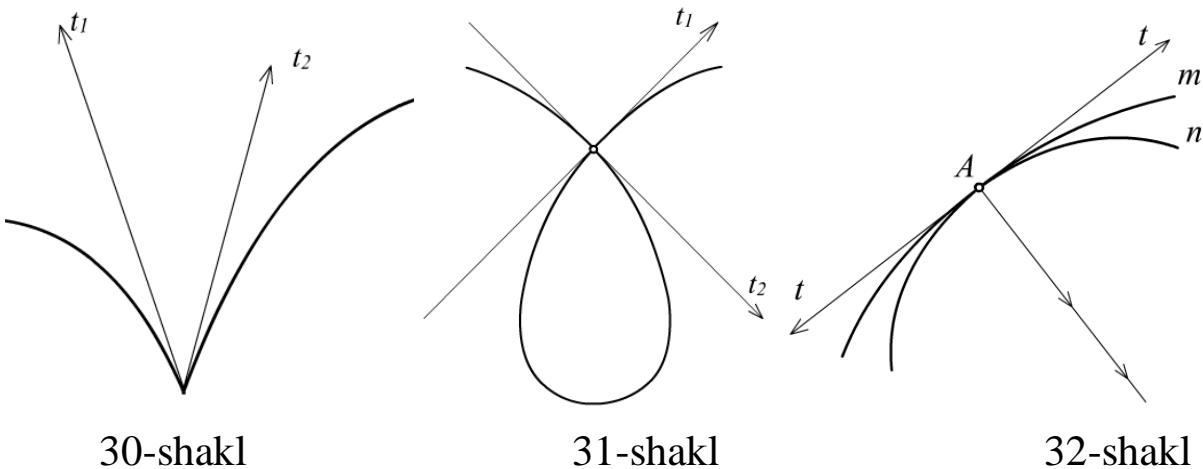


28-shakl



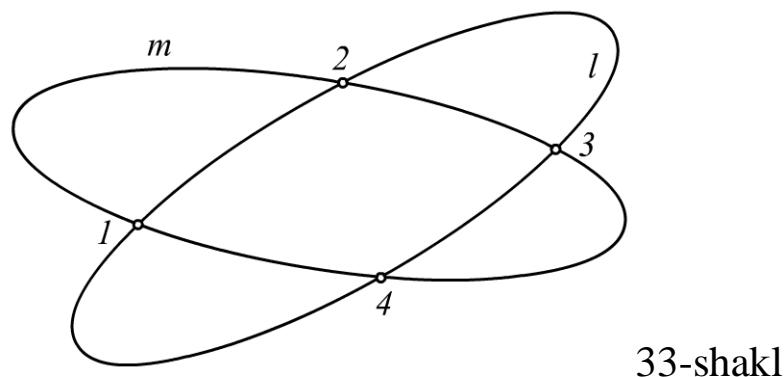
29-shakl

Agar ulanish nuqtasida yarim urinmalar bir tomonga va normallar ham bir tomonga yo‘nalgan bo‘lsa, bunday nuqta *ikkinchi turdag‘i qaytish nuqtasi* deb ataladi (29-shakl). 30-shaklda ko‘rsatilgan A nuqtasi sinish nuqtasi deb ataladi, chunki bu nuqtada o‘tkazilgan yarim urinmalar turli yo‘nalishda bo‘ladi. Agar urinmaga egri chiziq qayta-qayta urinib o‘taversa ikki karra, uch karra ustma-ust tushgan nuqta deyiladi (31-shakl).



**Egri chiziqlarni tutashtirish.** Agar ikki egri chiziqning bir-biriga urinish nuqtasida urinmalar ustma-ust tushsa va normallar bir to‘g‘ri chiziqda yotsa, ular o‘zaro urinuvchi hisoblanadi (32-shakl).

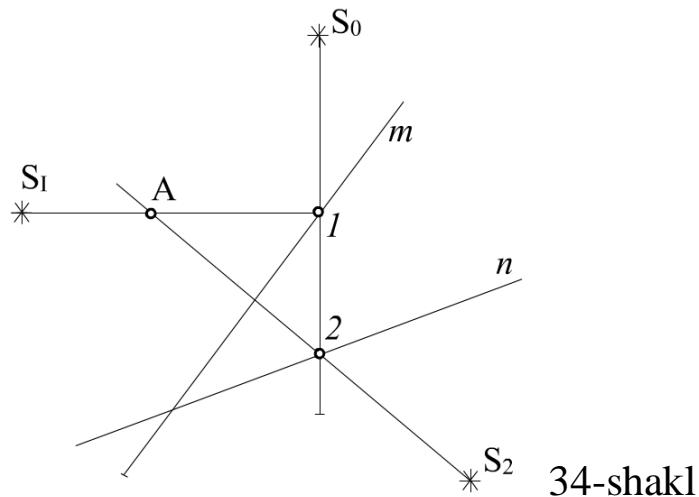
**m** va **n** tartibli ikki algebraik chiziq **mn** nuqtada kesishadi. Ikki kesishuvchi chiziqning ikki kesishuv nuqtasi ustma-ust tushsa, ikkinchi tartibli va h.k. tutashuvlar sodir bo‘ladi. Xullas, o‘zaro kesishayotgan **m** va **n** tartibli algebraik egri chiziqlar maksimal (**mn** – 1) tartibda tutashuvi mumkin, chunki **mn** nuqtalar ustma-ust tushsa, chiziqlarning o‘zi ham ustma-ust tushadi. Bunga misol tariqasida 33-shaklda ikkita ellipsning kesishuv nuqtalari ko‘rsatilgan. Agar ulardan 1, 2 ustma-ust tushsa, 1-tartibli, 1, 2, 3 nuqtalar ustma-ust tushsa 2-tartibli va 1, 2, 3, 4 nuqtalar ustma-ust tushsa, 3-tartibli tutashuv sodir bo‘ladi. Agar 5 nuqta ustma-ust tushsa, bu chiziqlar ustma-ust tushgan bo‘lar edi.



**Egri chiziqlarni hosil qilishning proyektiv moslik usuli.** Ikki to‘plamlar orasida ko‘p qiymatli mosliklar o‘rnatish orqali egri chiziqlar hosil qilish fransuz geomtri Shal tomonidan aytilgan bo‘lib, ularni to‘g‘ri chiziqlar to‘plamiga nisbatan tekshirgan rus matematigi K.A.Andreyev bo‘ldi. So‘ngra bu usuldan qator geometrlar chiziqlar hosil qilish va ularni avvaldan berilgan shartlar asosida sirt loyihalashda keng qo‘llana boshladi.

Agar to‘g‘ri chiziqlar to‘plami  $S_1$  ning bir to‘g‘ri chizig‘iga  $S_2$  to‘plamda bir to‘g‘ri chiziq mos kelsa va aksincha  $S_2$  to‘plamning bir to‘g‘ri chizig‘iga  $S_1$  ning bir to‘g‘ri chizig‘i mos kelsa, bu to‘plamlar orasida 1-1 qiymatli moslik o‘rnataladi deyiladi va u *projektiv moslik* deb ataladi.

Shalning formulasi bo‘yicha ( $m+n$ ) – tartibli, ya’ni bu misolimizda  $1+1=2$  tartibli chiziq hosil bo‘ladi.



Misol:  $S_0$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  to‘g‘ri chiziq dastalari (to‘plamlari) va ikki  $m$  va  $n$  to‘g‘ri chiziqlari (nuqtalar qatori) berilgan bo‘lsin (34-shakl).  $S_0$  dan ixtiyoriy to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz. U  $m$  ni **1** va  $n$  ni **2** nuqtada kesib o‘tadi. **1** nuqtani  $S_1$  bilan, **2** nuqtani esa  $S_2$  bilan birlashtiramiz.  $S_11$  va  $S_22$  o‘zaro  $A$  nuqtada kesishadi. Bunday nuqtalar to‘plami ikkinchi tartibli egri chiziqni hosil qiladi. Bu misolda  $S_1$  va  $S_2$  to‘g‘ri chiziq dastalari (to‘g‘ri chiziqlari) orasidagi bir qiymat  $\ell_1$  moslik  $S_0$  dasta va  $m$ ,  $n$  nuqtalar qatori vositasida o‘rnatildi.

Bu usul bilan har xil mosliklar o‘rnatish orqali xohlagan egri chiziqni hosil qilish mumkin.

Savollar:

1. Tarkibiy egri chiziqlar deb qanday chiziqlarga aytiladi?
2. Tekis egri chiziqlar qanday maxsus nuqtalarga ega?
3. Egri chiziqlarning o‘zaro urinish turlarini tushuntirib bering.
4. Projektiv moslik beb nimaga aytiladi?
5. Projektiv moslik o‘rnatish yordamida egri chiziq hosil qilish usulini tushuntirib bering.

## Tayanch tushunchalar:

Monoton egri chiziq;  
Tarkibiy egri chiziq;  
Regulyar uch;  
Regulyar egri chiziq;  
Qo'sh nuqta;  
O'tish nuqtasi;

Birinchi turdag'i qaytish nuqtasi;  
Ikkinci turdag'i qaytish nuqtasi;  
Sinish nuqtasi;  
Tutashuv tartibi;  
Proyektiv moslik;  
Ko'p qiymatli moslik.

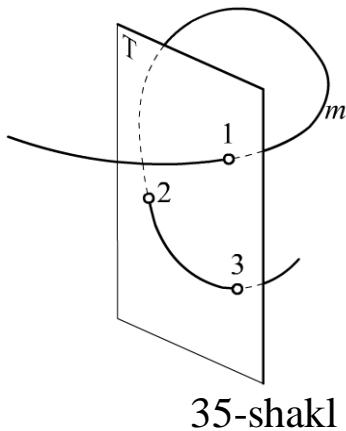
## FAZOVİY EGRI CHİZİQLAR

**Reja:** Fazoviy egri chiziqlar, fazoviy egri chiziqning egriligi, Frene uch yoqligi, fazoviy egri chiziqni tekshirish, vint chizig'i.

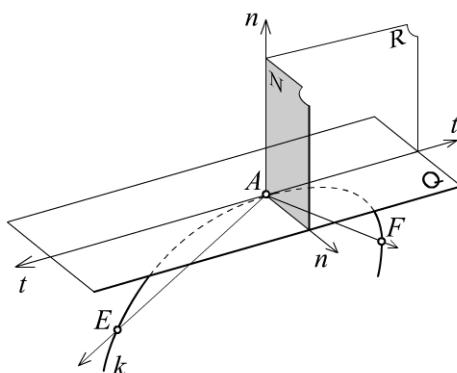
**Adabiyotlar:** {1} 128-181 betlar, {2} 147-148 betlar.

Agar egri chiziqning nuqtalari bir tekislikda yotmasa, u *fazoviy egri chiziq* deyiladi (35-shakl).

Fazoviy egri chiziqni tekis egri chiziqdan farqli o'laroq nuqtaning fazodagi harakatidan hosil bo'lgan trayektoriyasi deb qarash mumkin. Uning ihtiiyoriy har bir uch nuqtasidan o'tuvchi tekisliklar umuman olganda har xil yo'nalishda bo'ladi.



35-shakl



36-shakl

36-shaklda fazoviy egri chiziq  $k$  ning modeli ko'rsatilgan.  $k$  egri chiziqda  $A$  nuqtani tanlab, u orqali ikki kesuvchi to'g'ri chiziq o'tkazaylik va ular  $K$  ni  $E$  va  $F$  nuqtalarda kesib o'tsin.  $AE$  va  $AF$  kesuvchilar  $E$  va  $F$  ni  $A$  nuqtaga cheksiz yaqinlashtirganimizda  $t$  holatni egallab ustma-ust tushgan yarim urinmalarni hosil qiladi. Bu urinma orqali cheksiz ko'p tekisliklar o'tkazish mumkin. Ularning hammasi ham urinma tekislik bo'ladi. Agar urinma bilan kesuvchilar  $AE$  va  $AF$  hosil qilgan yarim

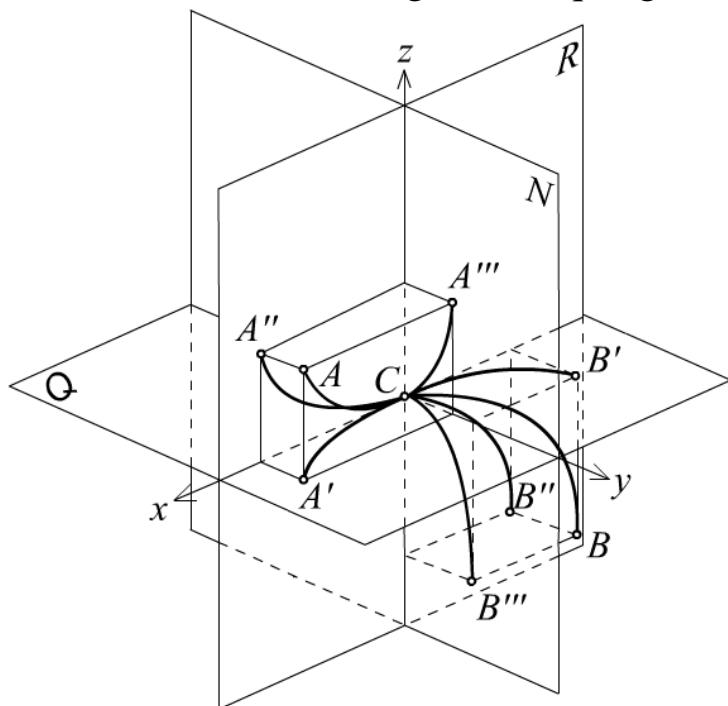
urinma tekisliklarni urinma atrofida aylantirib chek holatiga olib kelsak, egri chiziqning u cheksiz yaqin uch nuqtasidan o'tadi. Bu tekislik *yopishma tekislik* deb ataladi. Agar yarim urinma tekisliklar ustma-ust tushsa, egri chiziq shu nuqtada ravon deyiladi. Yopishma tekislik bu nuqtada egri chiziq bilan boshqa hollardan ko'proq ustma-ust tushadi, ya'ni egri chiziqning shu qismi ko'proq ravishda shu tekislikka oid bo'ladi. Shuning uchun ham fazoviy egri chiziqning yopishma tekislikka oid qismini tekis deb qarash mumkin. Yopishma tekislik urinma bo'yicha sirpanib ayni vaqtida uning atrofida aylanib harakat qiladi, ya'ni u vint harakatini bajaradi. Nuqtaning harakati jarayonida tekislik o'z holatini o'zgartirib boradi va bunda urinma vint o'q chizig'i vazivasini o'taydi.

Fazoviy egri chiziqning berilgan nuqtasida cheksiz ko'p normallar o'tkazish mumkin. Ularning to'plami tekislikni hosil qiladi va u *normal tekislik* deb ataladi. Normallarning yopishma tekislikda yotgan *bosh normal*, yopishma tekislikka perpendikulyar joylashgan ikkinchi biri *binormal* deb ataladi. Urinma va binormal orqali o'tgan tekislik shu nuqtada egri chiziqni *rostlovchi tekislik* deyiladi.

Bunday tekislik egri chiziqning berilgan nuqta atrofidagi cheksiz kichik qismini yaqin deb, qarashga imkon yaratadi.

36-shaklda **Q** yopishma, **N** normal va **R** rostlovchi tekisliklardir. O'zaro perpendikulyar bo'lган bu uch tekislik uchyoqni hosil qiladi. Uni 1874 yili birinchi bo'lib taklif qilgan Frene nomi bilan *Frene uchyoqligi* yoki hamroh triedr, ba'zida asosiy uchyoqlik deyiladi.

Fazoviy egri chiziqni tekshirganda uni har bir nuqtasida unga hamroh uchyoqlik yuklanadi (37-shakl). Egri chiziqning shu nuqta atrofidagi

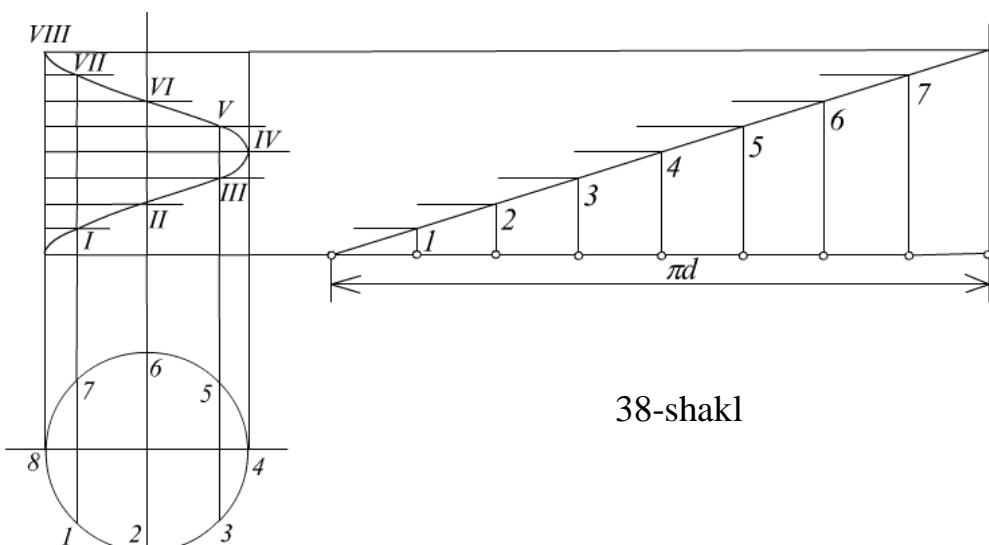


37-shakl

qismini uchyoqlik tomonlariga proyeksiyalanadi. Buning uchun yopishma tekislikni gorizontal, rostlovchi tekislikni frontal va normal tekislikni profil tekislik sifatida qabul qilib,  $C$  nuqta gorizontal proyeksiya  $A_1B_1$  uchun oddiy nuqta, frontal proyeksiya  $A_2B_2$  uchun o'tish nuqtasi, profil proyeksiya  $A_3B_3$  uchun birinchi turdag'i qaytish nuqtasi vazifasini o'taydi.

Fazoviy egri chiziqning yopishma tekislikda yotgan tekis qismining egriligi – *birinchi egrilik* deyiladi. Uning markazi bosh normalda bo'ladi. Fazoviy egri chiziqning berilgan nuqtasidagi tekislikdan uzoqlashish tezligini bildiradi.

Vint chizig'i fazoviy egri chiziqlar etaloni hisoblanadi, chunki unda birinchi va ikkinchi egriliklar doimiydir. Nuqta silindr sirtida bir tekis aylanma va ilgarilanma harakat qilib vint harakatini sodir qiladi. Silindr



ustida uning biron yasovchisiga oid bo'limgan ikki nuqta orasidagi eng yaqin masofa vint chizig'i orqali o'lchanadi. Buni silindr yoyilmasida ham ko'rsa bo'ladi. Vint chizig'i u yotgan silindr sirtini yoyganda to'g'ri chiziq ko'rinishida bo'ladi (38-shakl).

Savollar:

1. Fazoviy egri chiziqlar deb qanday egri chiziqlarga aytildi?
2. Fazoviy egri chiziqning qanday egriliklari bor?
3. Frene uchyoqligi nima uchun kerak?
4. Fazoviy egri chiziqqa urinma, normal va binormal qanday o'tkaziladi?

Tayanch tushunchalar:

Bosh normal;  
Binormal;

Urinma;  
Yopishma tekislik;

Birinchi egrilik;  
Ikkinci egrilik yoki burilish egriligi.  
Fazoviyl egrili chiziq;  
Frene uchyoqligi;

Ravon egrili chiziq;  
Normal tekislik;  
Rostlovchi tekislik;

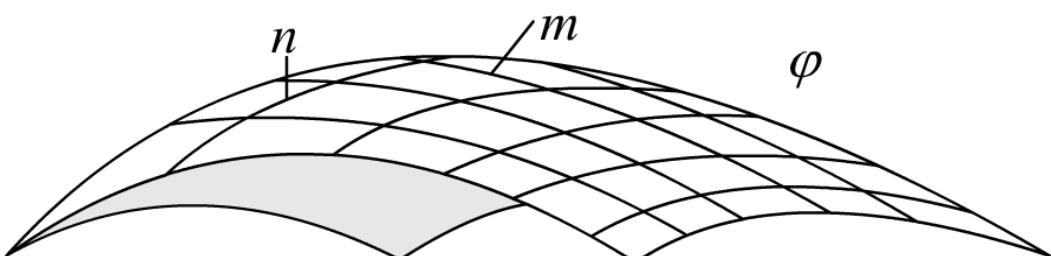
## SIRTLAR

**Reja:** Sirtlar haqida umumiyl tushunchalar, sirtning hosil bo‘lishi va chizmada berilishi, chiziqli yoyilmaydigan va yoyiluvchi sirtlar.

**Adabiyotlar:** {1} 134-161- betlar, {2} 153-165- betlar.

Chizma geometriyada sirt ma’lum shartlarni qanoatlantiruvchi chiziqlar to‘plami sifatida qaraladi, chunki bunday usul sirtlarni tasvirlash uchun ancha qulaydir.

Fazoda bir-birini kesuvchi  $m$  va  $n$  egrili chiziqlar berilgan bo‘lsin (39-shakl).  $m$  ni yo‘naltiruvchi,  $n$  ni esa yasovchi deb qabul qilaylik. Agar egrili chiziq  $n$  ni  $m$  egrili chizigi bo‘ylab harakatlantsak uning qator harakatlari ma’lum sirtni hosil qiladi.  $n$  ning  $m$  bo‘ylab harakati natijasida uning har bir nuqtasining traektoriyasi chiziq ko‘rinishda bo‘ladi. Bu chiziq shu nuqtaning yo‘li deb aytildi. Agar  $m$  bilan  $n$  ning vazifalarini almashtirib  $m$  ni yasovchi,  $n$  ni yo‘naltiruvchi qilsak,  $m$  ning nuqtalari ham o‘z yo‘llarini hosil qiladi. Sirt ustida hosil bo‘lgan ikki yo‘nalishdagi chiziqlar o‘zaro kesishib sirt ustida to‘r hosil qiladi. Bu to‘r sirtning karkasi deb ataladi.



39-shakl

Sirtning karkasi uzlusiz yoiki diskret (uzuq-uzuq) bo‘lishi mumkin. Yasovchining harakati ma’lum qonunga bo‘ysundirilgan bo‘lsa, u uzlusiz karkasni hosil qiladi. Bunday sirt ustida tanlangan xohlagan nuqta orqali o‘tgan yasovchining holatini aniqlash mumkin bo‘ladi. Agar to‘rning chiziqlari ma’lum qoidalarda berish orqali aniqlangan bo‘lsa diskret karkas

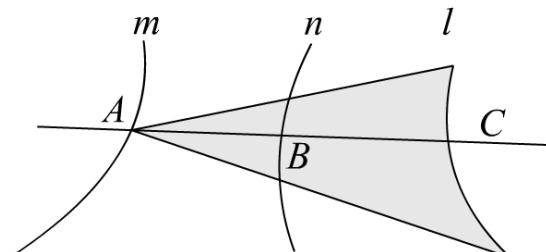
hosil bo‘ladi. Bunda ikki chiziqning orasida yana bir chiziq o‘tkazish zarur bo‘lsa uning holati taqribibiy aniqlanadi.

Sirtni hosil qilluvchi yasovchi chiziqning shakliga qarab sirtlarni to‘g‘ri chiziqli va egri chiziqli sirtlarga ajratish mumkin.

Yasovchi chiziq to‘g‘ri chiziq bo‘lsa, hosil bo‘lgan sirt qisqacha chiziqli sirt deb ataladi. Agar yasovchi chiziq sifatida egri chiziq tanlangan bo‘lsa hosil bo‘lgan sirt egri sirt deb ataladi.

**Chiziqli sirtlar.** To‘g‘ri chiziqning uch fazoviy egri chiziqli yo‘naltiruvchilarni bir vaqtida kesib harakatlanishi natijasida hosil bo‘lgan sirt *chiziqli sirt* deb ataladi.

Fazoda uchta  $m$ ,  $n$  va  $\ell$  fazoviy egri chiziqlar berilgan bo‘lsin (40-shakl).  $m$  yo‘naltiruvchida yotgan A nuqta orqali o‘tuvchi yasovchining holati quyidagicha aniqlanadi.  $A$  bilan  $\ell$  ning hamma nuqtalarini birlashtirib konus sirtini hosil qilamiz. Bu konus sirti bilan yo‘naltiruvchi

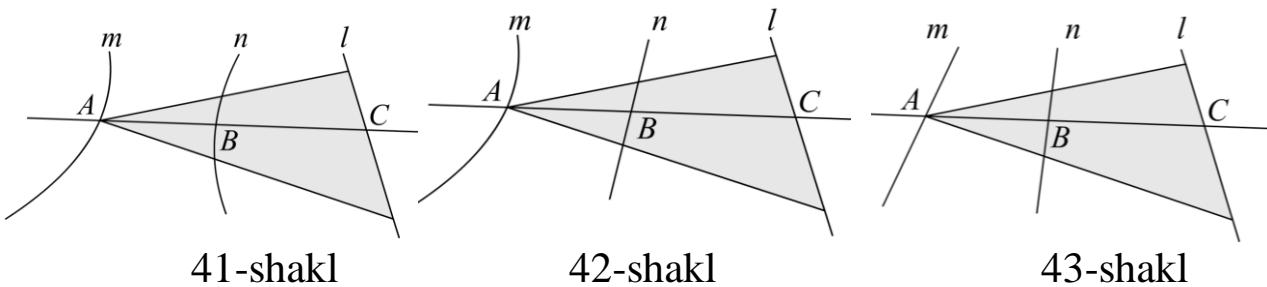


40-shakl

$n$  ning kesishuv nuqtasi B ni topamiz.  $A$  va  $B$  nuqtalardan o‘tgan to‘g‘ri chiziq, yo‘naltiruvchi  $\ell$  ni  $C$  nuqtada kesib o‘tadi. Chiziqli sirtni hosil qiluvchi hamma yasovchilar ana shu usulda aniqlanadi.

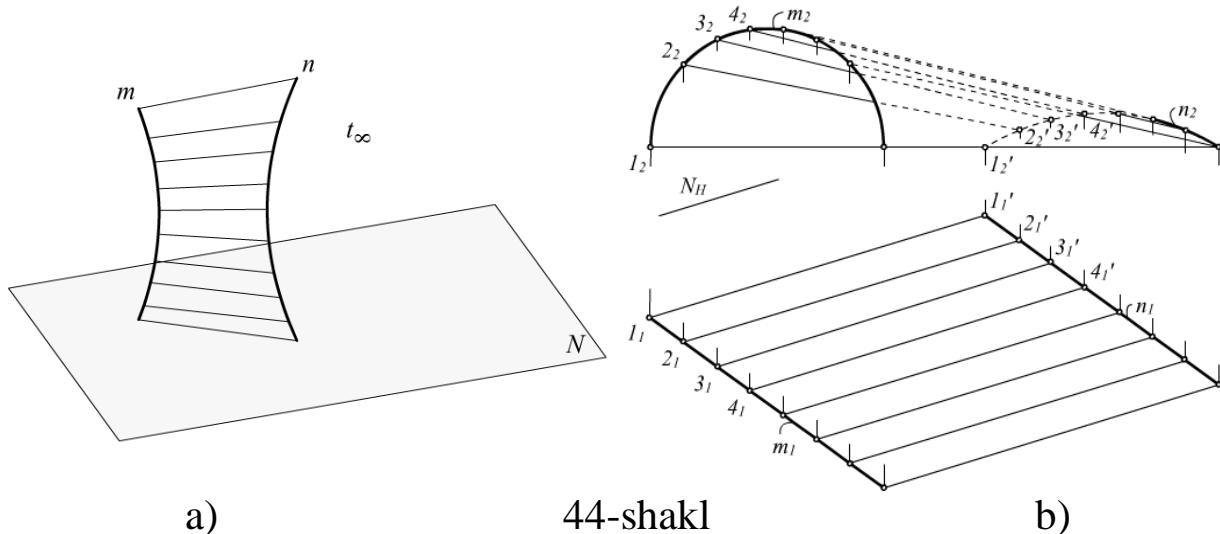
Sirtlarni yasash amaliyotda bu umumiy berilishning xususiy hollaridan ko‘proq foydalaniladi.

Uchta yo‘naltiruvchi chiziqlardan bittasi to‘g‘ri chiziq bo‘lsa, hosil bo‘lgan chiziqli sirt *ikki karra qiyshiq silindroid* (41-shakl), ikkita yo‘naltiruvchisi to‘g‘ri chiziq bo‘lsa, *ikki karra qiyshiq konoid* (42-shakl), nihoyat uchta yolarnaltiruvchi ham to‘g‘ri chiziq bo‘lsa, bir pallali *giperboloid* (43-shakl) deb ataladi.

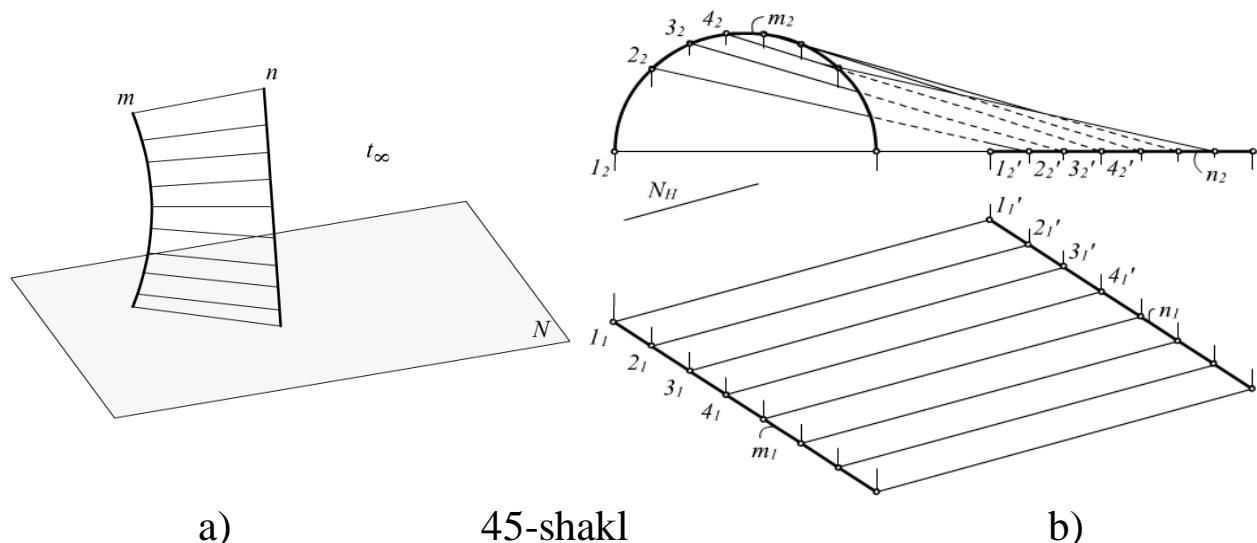


Keyingi soddalashtirishlarda bitta to‘g‘ri chiziqli yo‘naltiruvchi cheksiz uzoqlikda joylashgan deb olinadi. Uning holati tekislik orqali beriladi. Xos yo‘naltiruvchilarni kesib o‘tuvchi, yasovchi to‘g‘ri chiziqlar berilgan tekislikka parallel qilib olinadi. Xosmas to‘g‘ri chiziqli yo‘naltiruvchining holatini aniqlovchi bu tekislik *parallelism tekisligi* deb yuritiladi.

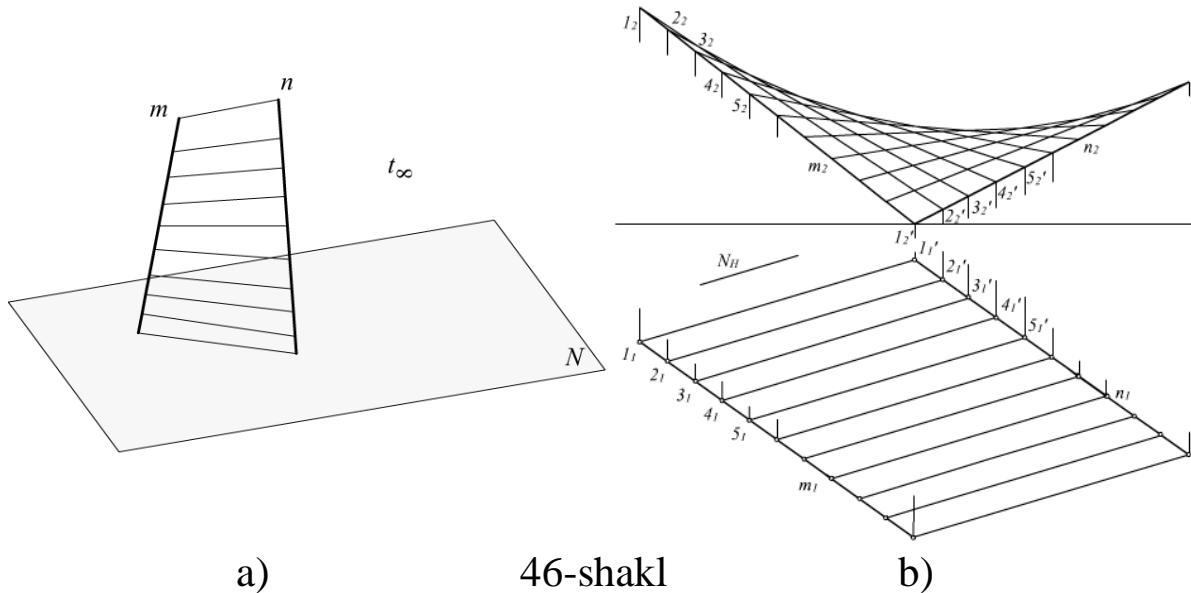
**To‘g‘ri silindroid.** Ikki karra qiyshiq silindroidni aniqlovchi yo‘naltiruvchilardan  $\ell$  ni cheksiz masofaga uzoqlashtirsak hosil bo‘lgan sirt *to‘g‘ri silindroid* deb ataladi. Bunday sirt ikki egri chiziqli yo‘naltiruvchi  $m$  va  $n$  hamda parallelism tekisligi  $N$  bilan beriladi (44-shakl, a), 44-shakl, b) da bu sirt ortogonal proyeksiyalarda berilgan.



**To‘g‘ri konoid.** Ikki karra qiyshiq konoid aniqlovchilardan  $\ell$  yo‘naltiruvchini xosmas deb olsak, hosil bo‘lgan chiziqli sirt *to‘g‘ri konoid* deb ataladi. 45-shakl, a) da uning fazoviy sxematik berilishi, 45-shakl, b) da esa proyeksiyalarda berilishiga misol ko‘rsatilgan.



**Giperbolik paraboloid (gipar).** Bir pallali giperboloid aniqlovchilardan  $\ell$  ni cheksiz uzoqlashtirsak hosil bo‘lgan sirt *giperbolik paraboloid* deb ataladi. Bu sirt egar sirtiga o‘xshash bo‘lib, bir yo‘nalishdagi kesimda giperbola, ikkinchi yo‘nalishdagi kesimda parabola hosil bo‘ladi. Bu hol uning qo‘shaloq nom bilan, ya’ni giperbolik-paraboloid sirti deb atalishiga sabab bo‘lgan. 46-shakl, a) va b) larda sirtning fazoviy sxematik ko‘rinishi va ortogonal proyeksiyadagi tasviri berilgan.

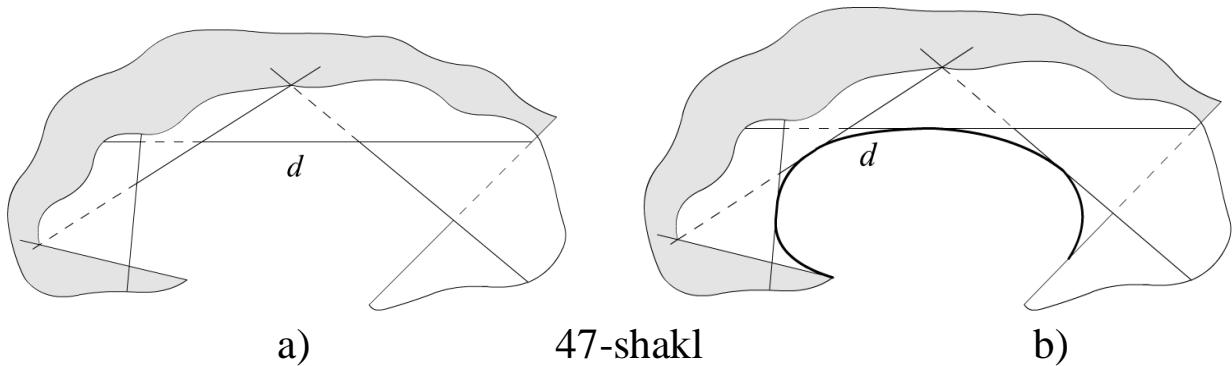


a)

46-shakl

b)

Yuqorida ko‘rib o‘tilgan sirtlar yoyilmaydigan sirtlardir, chunki uning cheksiz yaqin ikki qo‘shti yasovchilar o‘zaro chalmashuvchi holatda bo‘ladi. Chiziqli yoyiluvchi sirt (tors) 47-shakl, a) da fazoviy siniq chiziq  $d$  berilgan. Siniq chiziqning tashkil qilgan tomonlari bir yo‘nalishda (chizmadagi ko‘rsatkich bo‘yicha) davom ettirsak, bir-biriga ulangan tekisliklar zanjiriga ega bo‘lamiz. Bu tekisliklarni birin-ketin tekislikka yoyib chiqish mumkin bo‘ladi. Agar tomonlarni oldingi yo‘nalishga



qarama-qarshi yo‘nalishda) davom ettirsak, ikkinchi pallaga ega bo‘lamiz. Shunday qilib ikki pallali sirtni hosil qilgan bo‘lamiz.  $d$  fazoviy siniq chiziq tomonlarini cheksiz ikkilantirsak, u fazoviy egri chiziqqa aylanadi

(47-shakl, b). Fazoviy egri chiziq **d** ga o‘tkazilgan urinmalar qarama-qarshi tomonga yo‘naltirilsa, ikki pallali yoyiluvchi sirt hosil bo‘ladi, chunki cheksiz yaqin qo‘shni yasovchilar tekis elementni tashkil qiladi. Konus, silindr, piramida va prizma sirtlari ana shu sirtning xususiy hollaridir.

Savollar:

1. Sirt deb nimaga aytildi va u qanday hosil qilinadi?
2. Sirtning uzluksiz va diskret karkasi deb nimaga aytildi?
3. Chiziqli sirt deb nimaga aytildi va u qanday hosil qilinadi?
4. Chiziqli sirtlarning qanday turlarini bilasiz?

Tayanch tushunchalar:

Sirtlar;	Diskret karkas;	To‘g‘ri silindroid;
Yo‘naltiruvchi;	Chiziqli sirt;	To‘g‘ri konoid;
Yasovchi;	Ikki karra qiyshiq silindroid;	Tors;
Karkas;	Bir pallali giperboloid;	Yoyilmaydigan sirtlar;
Uzluksiz karkas;	Giperbolik paraboloid;	

## EGRI SIRTLAR, VINT SIRTI

**Reja:** Kanal, siklik, truba va vint sirtlari, gelikoidlar.

**Adabiyotlar:** {1} 134-161 betlar, {2} 165-172 betlar

Egri sirtlarning texnikada ko‘proq foydalilanadigan turlarini ko‘rib chiqamiz.

**Kanal sirti.** Tekis yopiq kesim chiziqlari tashkil qilgan va fazoda ma’lum nishon bilan harakatlanadigan uzluksiz karkas hosil qilgan sirt kanal sirti deb ataladi.

Harakat jarayonida kesim yuzasining maydoni barqaror qolishi yoki o‘zgarib borishi mumkin. Injenerlik tajribalarida uning quyidagi ikki turidan ko‘proq foydalaniadi.

1) Yasovchi tekisligi hamma vaqt biron tekislikka parallel, ya’ni quyidagi parallelism tekisligiga ega kanal sirti.

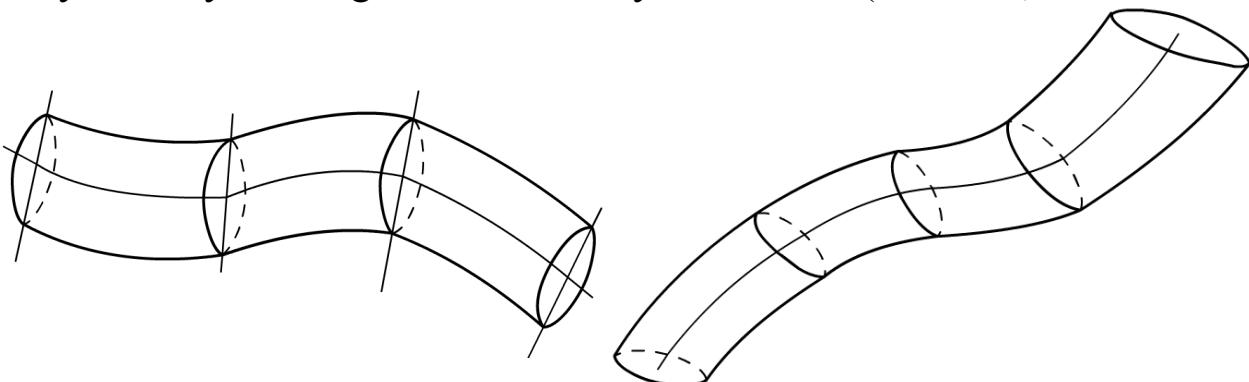
2) To‘g‘ri kanal sirti-yasovchi tekisligi hamma vaqt yo‘naltiruvchi chiziqqa perpendikulyar bo‘ladi.

Kanal sirti asosan truboprovodlarni ulaydigan qismi, ya’ni o‘tish sirtlarini loyihalashda ishlataladi. O‘tish sirti quyidagicha bo‘lishi mumkin.

1. Normal kesimi har xil shaklga ega bo‘lsada, bir xil yuzaga ega;
2. Normal kesimining shakli bir xil, lekin har xil yuzaga ega;
3. ko‘ndalang kesimi turli kesim va shaklga ega.

48-shaklda kanal sirti turlaridan biri tasvirlangan.

**Siklik sirti.** Bu sirt kanal sirtining xususiy holi bo‘lib, unda yasovchi aylananing markazi yo‘naltiruvchi chiziq bo‘yicha harakatlanadi, harakat jarayonida aylananing radiusi bir me’yorda boradi (49-shakl).



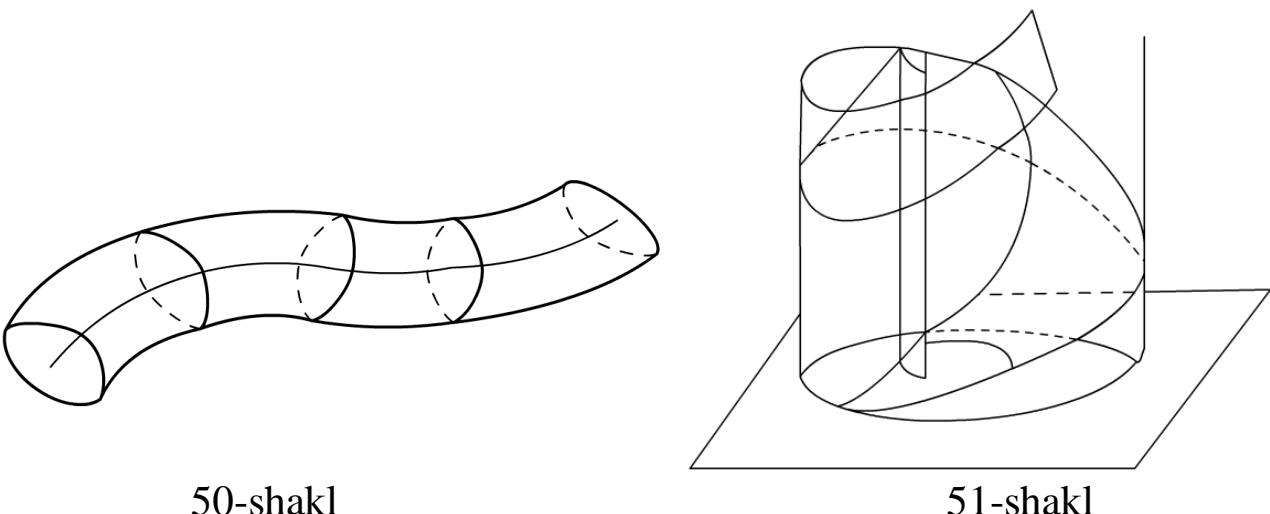
48-shakl

49-shakl

**Truba sirti.** Bu sirt kanal va siklik sirtning xususiy holi bo‘lib, unda radiusi barqaror aylananing markazi yo‘naltiruvchi chiziq bo‘yicha harakat qiladi, lekin yasovchi aylana tekisligi hamma vaqt yo‘naltiruvchi chiziqliga perpendikulyar bo‘lib qoladi (50-shakl).

**Vint sirti.** Vint sirti yasovchining vint, ya’ni bir vaqtida ilgarilama va aylanma harakati natijasida hosil bo‘ladi (51-shakl).

Vint sirti yasovchining shakliga qarab egri chiziqli va to‘g‘ri chiziqli bo‘lishi mumkin.



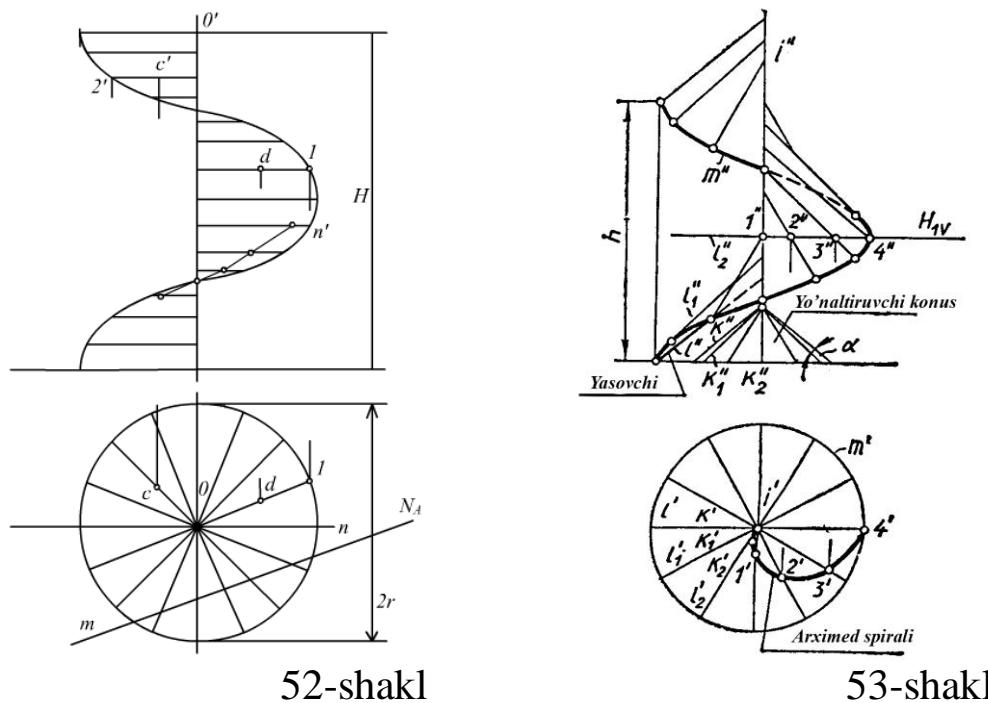
50-shakl

51-shakl

Nuqtaning silindr sirtida vint harakati bo‘yicha bir aylanib chiqishi, ya’ni o‘zi qo‘zg‘algan silindr yasovchisi bilan qayitib uchrashish balandlik bo‘yicha hisoblanganda uning *qadami* deyiladi (52-shakl).

Silindr sirtida o‘zgarmas qadamga ega vint chizig‘i *gelisa* deb ataladi. Yo‘naltiruvchi chizig‘i gelisa bo‘lgan to‘g‘ri chiziqli vint sirtlari *gelikoidlar* deb ataladi. Vint harakati natijasida yasovchining har bir nuqtasi vint chizig‘ini hosil qiladi. Bi chiziqlar *parallelilar* deyilib, ular bir hil qadamga ega bo‘ladi.

Yasovchi to‘g‘ri chiziq, o‘q chizig‘i bilan hosil qilgan burchagiga qarab, agar u  $90^\circ$  bo‘lsa *to‘g‘ri gelikoid* (52-shakl), o‘tkir burchak hosil qilsa *qiyshiq gelikoid* deyiladi (53-shakl).



To‘g‘ri va qiyshiq gelikoidlar ochiq va yopiq bo‘lishi mumkin. Yasovchi to‘g‘ri chiziq o‘q bilan kesishsa, hosil bo‘lgan vint sirti *yopiq gelikoid*, aksincha, kesishmasdan chalmashuvchi bo‘lsa *ochiq gelikoid* deb ataladi.

Vint sirtlari texnikada juda ko‘p qo‘llaniladi. Vintlar, shneklar, burg‘ular, prujinalar, turbinalar va ventilyatorlar parraklari, kemani harakatga keltiruvchi ishchi organlar, vint apparel konstruksiyalari, vint zinapoyalar va shunga o‘xshash ko‘p narsalarni yasashda aynan shu sirtlardan foydalaniladi. Vint sirti konus sirtida ham hosil qilinadi.

Savollar:

1. Kanal sirti deb qanday sirtlarga aytildi va u qanday hosil qilinadi?
2. Siklik sirt deb qanday sirtlarga aytildi va u qanday hosil qilinadi?
3. Truba sirti va uning qanday hosil bo‘lishini tushuntirib bering.
4. Vint sirti nima va u qanday hosil qilinadi?

## Tayanch tushunchalar:

Kanal sirti;  
Siklik sirti;

Truba sirti;  
Vint sirti.

## TEKIS KO‘CHIRISH VA AYLANISH SIRTLARI

**Reja:** Tekis ko‘chirish sirlari, aylanish sirti va uning elementlari, ikkinchi va to‘rtinchi tartibli aylanish sirlari.

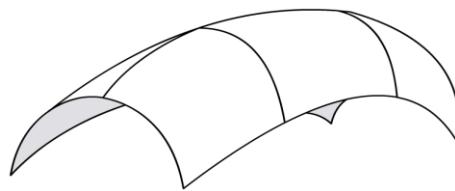
**Adabiyotlar:** {1} 134-161 betlar, {2} 154-163 betlar

Chizma geometriyada asosan yasovchining fazoda uzluksiz harakatidan hosil bo‘lgan kinematik sirlar qaraladi. Harakatning 3 xil turi mavjudligi bizga fizikadan ma’lum;

- ilgarilanma;
- aylanma;
- ilgarilanma-aylanma (vint harakat).

Sirtning turi yasovchining harakat turning qaysi biri yordamida harakatlanishiga qarab *ko‘chirish sirti*, *aylanish sirti* va *vint sirti* deb nomlanadi.

Agar yasovchi ilgarilanma harakat qilib, ammo hamma vaqt ular yotgan tekisliklar o‘zaro parallelligi saqlansa, hosil bo‘lgan sirt *ko‘chirish sirti* deb ataladi (54-shakl).

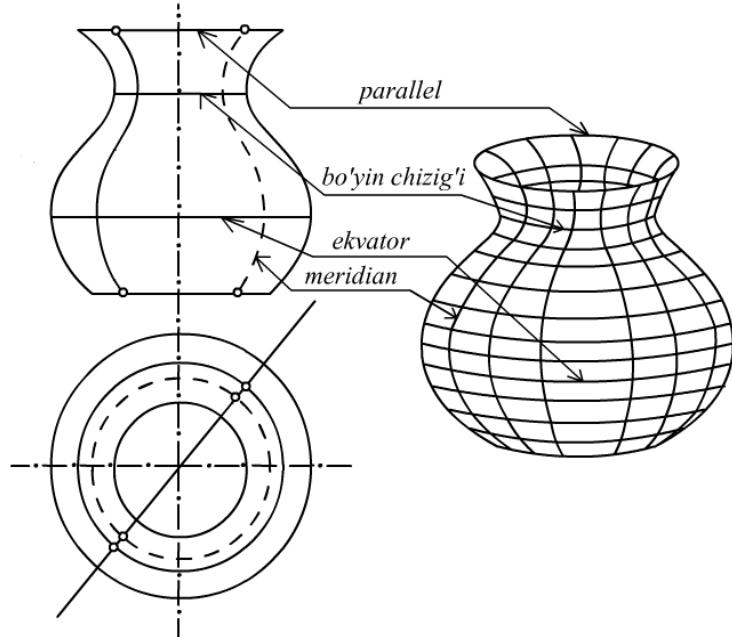


54-shakl

**Aylanish sirti.** Biron tekis egri chiziqning uning tekisligida yotgan o‘q atrofida aylanishdan hosil bo‘lgan sirt *aylanish sirti* deb ataladi.

Aylanish jarayonida yasovchi chiziqning har bir nuqtasi aylanish o‘qiga perpendikulyar tekislikda aylana bo‘yicha harakat qiladi va bu aylanalar *parallellar* deb ataladi (55-shakl). Ulardan eng kattasi *ekvator*, eng kichigi *bo‘yin chizig‘i* deyiladi. Aylanish o‘qi orqali o‘tgan tekisliklar *meridian tekisliklari* va ularning sirt bilan kesishgan chiziqlari *meridianlar* deyiladi. Frontal meridian tekisligi – *bosh meridian tekisligi* va uning sirti bilan kesishgan chizig‘i *bosh meridian* deyiladi. Bo‘yin chizig‘i va

ekvatorning bosh meridian bilan urinish nuqtasida bosh meridianga o‘tkazilgan urinmalar aylanish o‘qiga parallel bo‘ladi. Agar bu urinma aylanish o‘qi bilan kesishadigan bo‘lsa, u chiziq bo‘yin chizig‘i yoki ekvator deyilmay oddiy parallelarning biri hisoblanadi. 55-shaklda aylanish sirtiga mansub bo‘lgan xarakterli chiziqlar ko‘rsatilgan.

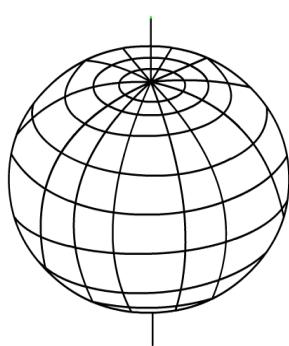


55-shakl

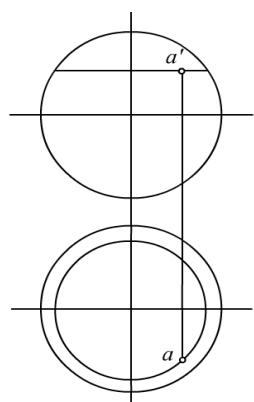
Aylanish sirtiga oid chiziqlardan unda nuqta tanlash, tekislik bilan kesishuv chizig‘ini yasash singari pozitsion masalalarni yechishda foydalaniladi.

**Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari.** Ihtiyoriy tekislik bilan kesganda ikkinchi tartibli egri chiziq hosil bo‘lgan sirt *ikkinchi tartibli sirt* deyiladi.

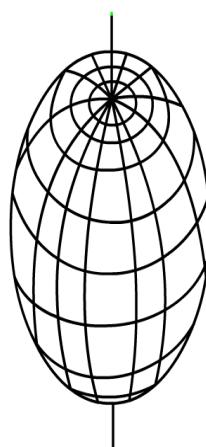
**Sfera.** Aylananing o‘z diametri atrofida aylanishidan hosil bo‘lgan sirt *sfera* deyiladi (56-shakl, a). 56-shakl, b) da sferaning proyeksiyalari berilib, unda A nuqtaning holati ko‘rsatilgan.



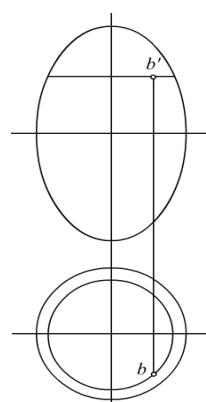
a)



56-shakl



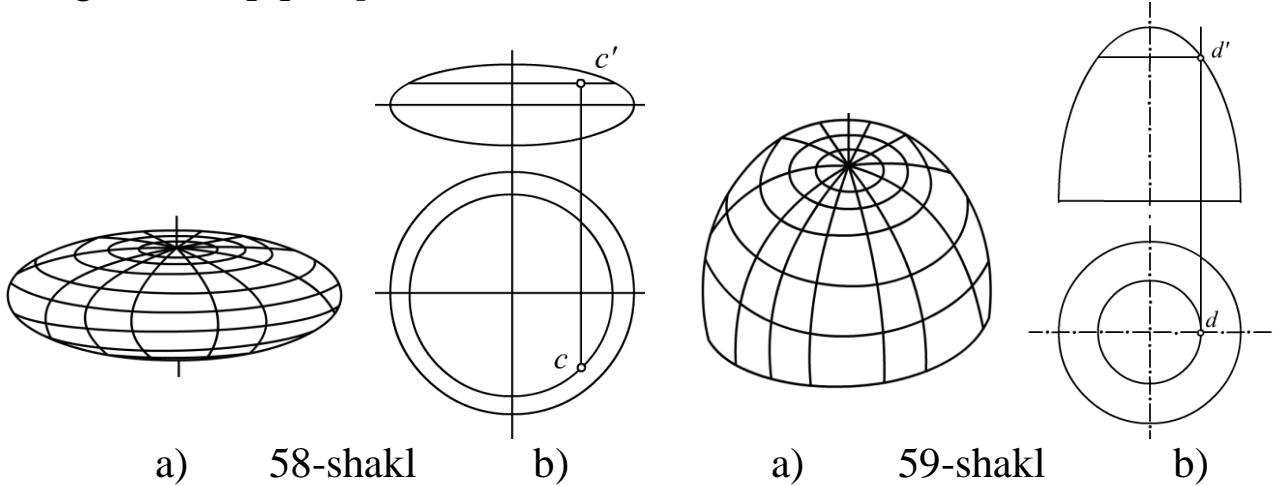
a) 57-shakl



b)

**Cho'ziq ellipsoid.** Ellipsning o'z katta o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt *cho'ziq ellipsoid* deb ataladi (57-shakl, a, b).

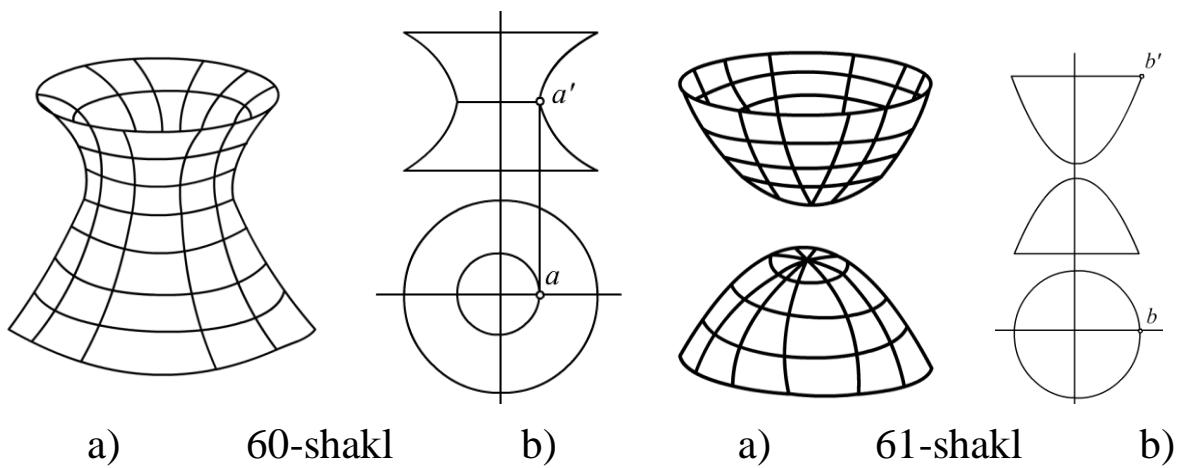
**Siqiq ellipsoid.** Ellipsning o'z kichik o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt *siqiq ellipsoid* deb ataladi (58-shakl, a, b).



**Aylanish paraboloidi.** Parabolaning o'z haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt *aylanish paraboloidi* deb ataladi (59-shakl, a, b).

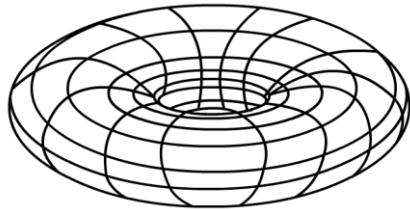
**Bir pallali aylanish giperboloidi.** Giperbolaning o'z mavhum o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt *bir pallali aylanish giperboloidi* deb ataladi (60-shakl, a, b).

**Ikki pallali aylanish giperboloidi.** Giperbolani o'z haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt *ikki pallali aylanish giperboloidi* deb ataladi (61-shakl, a, b).

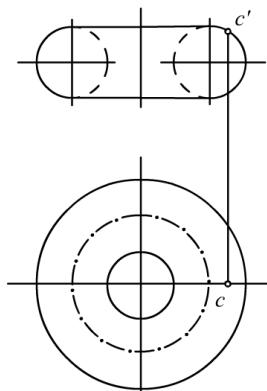


**Tor (halqa sirti).** Aylananing o'z diametri bilan ustma-ust tushmaydigan to'g'ri chiziq atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt *halqa sirti* deb ataladi (62-shakl). U to'rtinchi tartibli sirtdir, chunki tekislik bilan to'rtinchi tartibli egri chiziq bo'yicha kesishadi.

Agar aylanish o‘qi aylanani kesib o‘tsa yopiq, uni kesmasa ochiq tor sirt hosil bo‘ladi. 62-shakl, a, b) da ochiq tor sirt tasvirlangan.



a)



62-shakl

b)

Savollar:

1. Tekis ko‘chirish sirti qanday hosil qilinadi?
2. Aylanish sirti deb qanday sirtga aytildi?
3. Aylanish sirtida qanday xaraktelii chiziqlar bor?
4. Qanday aylanish sirtlarini bilasiz?

Tayanch tushunchalar:

Aylanish sirti;	Bo‘yin chizig‘i;	Bosh meridional tekislik;
Parallel;	Meridian;	Bosh meridian;
Ekvator;	Meridional tekislik;	Sirtning tartibi.

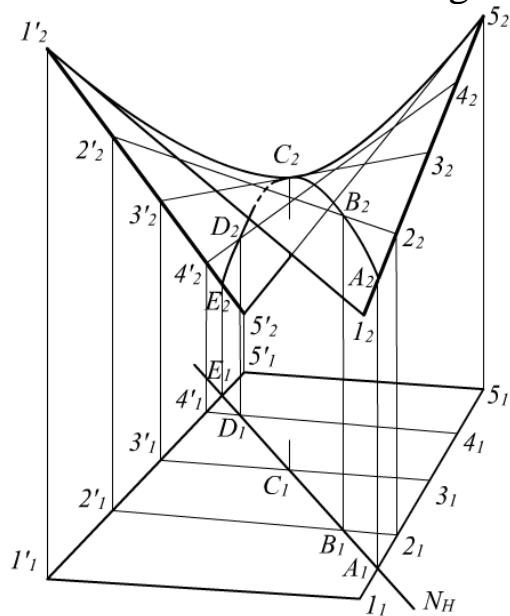
### SIRTNING TEKISLIK VA TO‘G‘RI CHIZIQ BILAN KESISHUVI

**Reja:** Sirtning xususiy va umumiyligi holatdagi tekisliklar bilan kesishuv chizig‘ini yasash, to‘g‘ri chiziqning sirt bilan kesishuv nuqtalarini topish.

**Adabiyotlar:** {1} 163-184 betlar, {2} 180-193 betlar

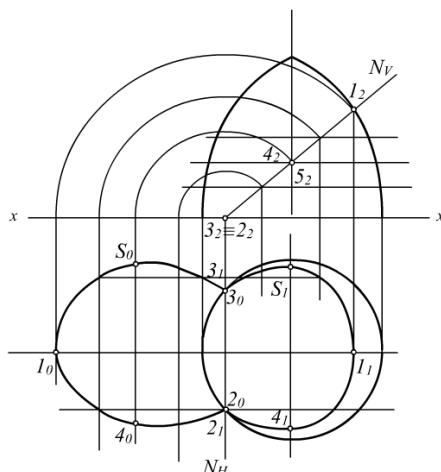
Sirt tekislik bilan tekis egri chiziq bo‘yicha kesishadi. Uni yasash uchun tekislik bilan sirt yasovchilari yoki yasovchi nuqtalarning yo‘llari bilan kesishuv nuqtalari topilib ular tartib bilan tutashtiriladi. 63-shaklda gorizonttal proyeksiyalovchi tekislik bilan giperbolik paraboloidning kesishuv chizig‘ini yasash ko‘rsatilgan. Buning uchun sirt ustida bir nechta **11'**, **22'** yasovchilar tanlanib, ularning kesishuv nuqtalari **B**, **C**, **D** hamda

**15** va **1'5'** yo‘naltiruvchi va to‘g‘ri chiziqlar bilan kesishuvchi **A** va **E** nuqtalari topilib, ular tartib bilan birlashtirilgan.



63-shakl

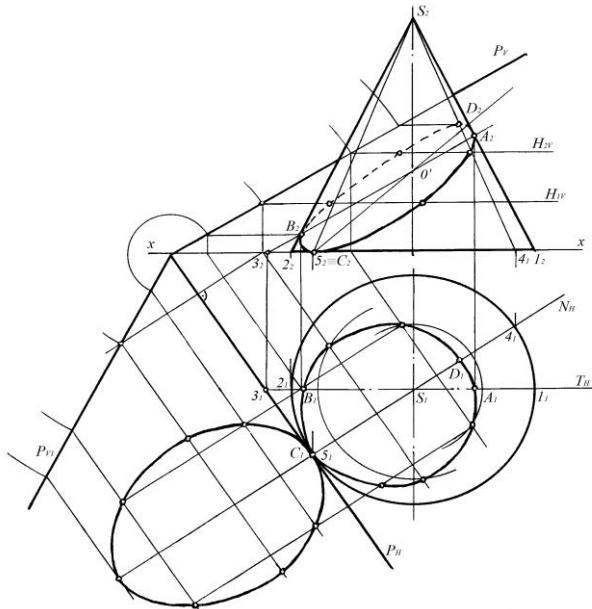
64-shaklda tor sirti bilan frontal proyeksiyalovchi tekislikning kesishuv chizig‘ini yasash ko‘rsatilgan. Buning uchun N tekislik bilan sirt ustida tanlangan qator parallelarning kesishuv nuqtalari topilgan ular tartib bilan birlashtirilgan. So‘ngra kesim yuzasining haqiqiy kattaligi N tekisligini, uning  $N_H$  izi atrofida aylantirib H bilan ustma-ust qo‘yish orqali yasalgan.



64-shakl

65-shaklda doiraviy konus bilan umumiy vazayatdagi P tekislik kesishuv chizig‘ini yasash ko‘rsatilgan. P tekislik konus o‘qiga og‘ma holatda, uning hamma yasovchilarini kesib o‘tayotgani uchun u bilan ellips egri chizig‘i bo‘yicha kesishadi. Lekin ellips gorizontal tekislikka og‘ma holatda bo‘lganligi va yarmi konus sirtini oldingi, yarmi esa orqa qismida joylashganligi uchun ko‘rinarli va ko‘rinmas qismlarini ajratib turgan chegara nuqtalari, va eng yuqori hamda eng quyi nuqtalarini aniqlash zarur

bo‘ladi. Bu nuqtalar tayanch nuqtalar deyilib, ellipsning holatini aniq yasashda nishon nuqtalari bo‘ladi, shuning uchun ham ular birinchi navbatda aniqlanadi. So‘ngra oraliq nuqtalari topiladi.



65-shakl

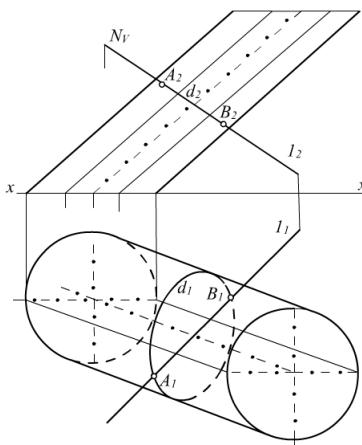
Chegara nuqtalarini topish uchun bosh meridional tekislik T ni o‘tkazamiz, u konusni S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> yasovchilari, yani bosh meridian bo‘yicha, P tekislikni esa 3 frontal bo‘yicha kesadi. Ular o‘z navbatida kesishib A va B nuqtalarni aniqlaydi. Eng yuqori va quyi nuqtalar kesuvchi tekislikning eng katta og‘ish chizig‘ida yotadi. Shuning uchun konusning o‘qi orqali P ga perpendikulyar qilib N tekislikni o‘tkazamiz. N tekislik konus sirtini S<sub>4</sub> va S<sub>5</sub> yasovchilari bo‘yicha, P tekislikni esa 50° to‘g‘ri chizig‘i bo‘yicha kesadi. S<sub>4</sub>, S<sub>5</sub> yasovchilar 50° bilan kesishib eng quyi nuqta C≡5 va eng yuqori D nuqtaning holatini aniqlaydi. Oraliq nuqtalar yordamchi gorizontal tekisliklar H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub> ... larni o‘tkazish orqali aniqlangan. Bu yordamchi tekisliklar konus sirtini aylanalar, P tekislikni gorizontallar bo‘yicha kesadi, ular o‘z navbatida o‘zaro kesishib oraliq nuqtalarini hosil qiladi. So‘ngra nuqtalar tartib bilan birlashtiriladi. Kesim yuzasini haqiqiy kattaligi P tekislikning P<sub>H</sub> izi atrofida aylantirib H bilan ustma-ust qo‘yish orqali yasalgan.

**Sirtning to‘g‘ri chiziq bilan kesishuvi.** Bu quyidagi bosqichlarda bajariladi:

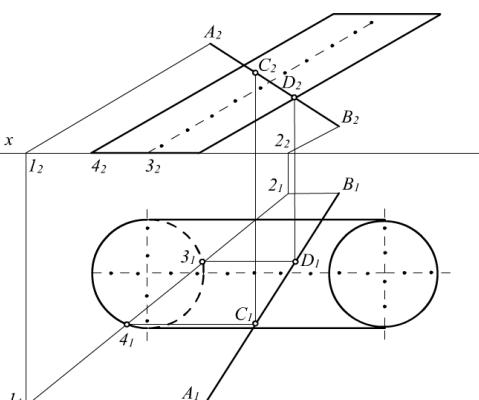
- to‘g‘ri chiziq orqali yordamchi kesuvchi tekislik o‘tkaziladi;
- bu tekislik bilan berilgan sirtning kesishuv chizig‘i yasaladi;
- bu kesishuv chizig‘i bilan berilgan to‘g‘ri chiziqni kesishuv nuqtalari aniqlanadi.

Bu nuqtalarning biri kirish, ikkinchisi chiqish nuqtasi deb ataladi.

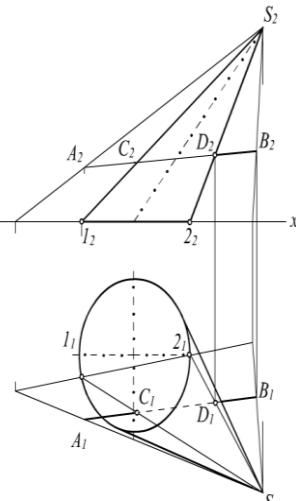
66-shaklda og‘ma silindr bilan  $\ell$  to‘g‘ri chizig‘ini uchrashuv nuqtalarini topish ko‘rsatilgan. Buning uchun  $\ell$  orqali  $N$  tekisligini o‘tkazamiz, u silindrni  $d$  egri chizig‘i bo‘yicha kesadi.  $d$  egri chiziq bilan  $\ell$  to‘g‘ri chiziq  $A$  va  $B$  nuqtalarda kesishib, izlangan nuqtalarning holatini aniqlaydi.



66-shak



67-shakl



68-shakl

Masala yechilish jarayonini sodda yoki murakkab bo‘lishi to‘g‘ri chiziq orqali o‘tkaziladigan yordamchi tekislikning holatini tankashga bog‘liq bo‘ladi. Masalan, 66-shaklda to‘g‘ri chiziq orqali o‘tkazilgan tekislikning holatini boshqacha tanlaylik (67-shakl). AB to‘g‘ri chiziq orqali silindr yasovchilariga parallel qilib tekislik o‘tkazamis va uning silindr asosida yotgan H bilan kesishuv chizig‘i 1-2 ni aniqlaymiz. U silindr asosini 3, 4 nuqtalarda, ya’ni silindr sirtini 3, 4 nuqtalardan o‘tuvchi yasovchilar orqali kesadi, ular o‘z navbatida  $AB$  ni  $C$  va  $D$  nuqtalarda kesib, uning silindr sirtiga kirish va chiqish nuqtalarini aniqlaydi.

68-shaklda  $AB$  to‘g‘ri chizig‘ini konus sirti bilan kesishuv chizig‘ini yasash ko‘rsatilgan.  $AB$  va  $S$  orqali yordamchi kesuvchi tekislik o‘tkazilgan, natijada u konusni  $S1, S2$  yasovchilari bo‘yicha kesgan.

To‘g‘ri chiziq ular bilan kesishib  $C$  va  $D$ , ya’ni sirt bilan uchrashuv nuqtalarining holatini aniqlaydi.

Savollar:

1. Sirtning tekislik bilan kesishuv chizig‘i qanday yasaladi?
2. Sirtning to‘g‘ri chiziq bilan uchrashuv nuqtalari qanday yasaladi?
3. To‘g‘ri chiziq orqali yorqamchi tekisliklar o‘tkazilganda uning holati qanday tanlanadi?

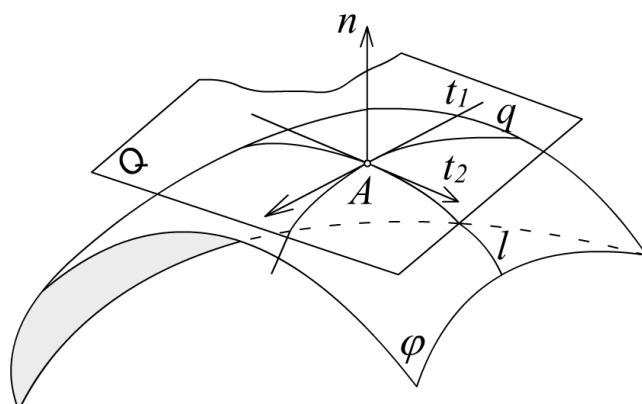
## SIRTLARGA URINMA TEKISLIK O'TKAZISH

**Reja:** Asosiy tushunchalar, urinish turlari, parabolik, elliptik va giperbolik nuqtalarga ega bo'lgan sirtlarga urinma tekisliklar o'tkazish, sirtlarga urinma tekisliklar o'tkazishning positsion masalalarga tadbig'i.

**Adabiyotlar:** {1} 184-195 betlar, {2} 175-179 betlar

Sirtlarga ularning ma'lum nuqtasida urinma tekislik o'tkazish, sirt shaklini shu nuqta atrofida tekshirishda nihoyatda muhim rol o'ynaydi. Lekin sirtning hamma nuqtasida urinma tekislik o'tkazish imkoniyati bo'lavermaydi. Masalan, sirtning ba'zi nuqtalarida urinmaning holati yoki noaniq, yoki u yagona emas. Bunday nuqtalar kinematik sirtning maxsus nuqtalari deb ataladi. Masalan, tors sirtning qaytish qirrasi nuqtalari, konus sirtning uchi yoki aylanish sirtida o'q bilan meridian to'g'ri burchak ostida kesishgan holatidagi nuqta shular jumlasiga kiradi. Bulardan tashqari sirtlarga urinma tekislik o'tkazish ularning ocherklarini yasashda, ortogonal, aksonometrik va perspektiv proyeksiyalarida soyalar yasashda keng qo'llaniladi.

Tekislik sirtga uning biron nuqtasida, biron to'g'ri chiziq yoki tekis egri chiziq bo'yicha urinishi mumkin. Ba'zan tekislikning sirtga urinish chizig'i ayni vaqtida u bilan kesishish chizig'i ham bo'lishi mumkin. 69-shaklda sirtning ma'lum qismi kesib olingan bo'lib, uning A nuqtasida o'tkazilgan Q urinma tekisligi ko'rsatilgan. Buning uchun A nuqtadan  $\ell$  yasovchiga va yasovchining shu nuqtasi hosil qilgan yo'li  $q$  egri chiziqlarga  $t_1$  va  $t_2$  urinmalar o'tkazilgan. A nuqtadan o'tuvchi  $t_1$  va  $t_2$  urinmalar urinma tekislikning holatini aniqlaydi. A nuqtada urinma tekislik Q ga o'tkazilgan perpendikulyar shu nuqtada sirtga o'tkazilgan *normal* deyiladi.



69-shakl

Urinma tekislik sirt bilan bitta umumiy nuqtaga ega bo‘lishi mumkin. Bunday holatda sirtning ustidagi shu nuqtada kesishuvchi chiziqlari tekislikning bir tomonida qoladi. Sirtning bunday hususiyatga ega nuqtalari *elliptik nuqtalar* deyiladi. Hamma nuqtalari elliptik bo‘lgan sirtlar qavariq bo‘ladi. Bunday sirtlarga sfera, ellipsoid aylanish sirti, paraboloid aylanish sirti va boshqalar kiradi.

Chiziqli yoyiluvchi sirtlarga (torslarga) tekislik yasovchi to‘g‘ri chiziq bo‘yicha urinadi. Bunday nuqtalar *parabolik nuqtalar* deyiladi. Bularga silindr, konus va qaytish qirrasiga ega sirtlar kiradi.

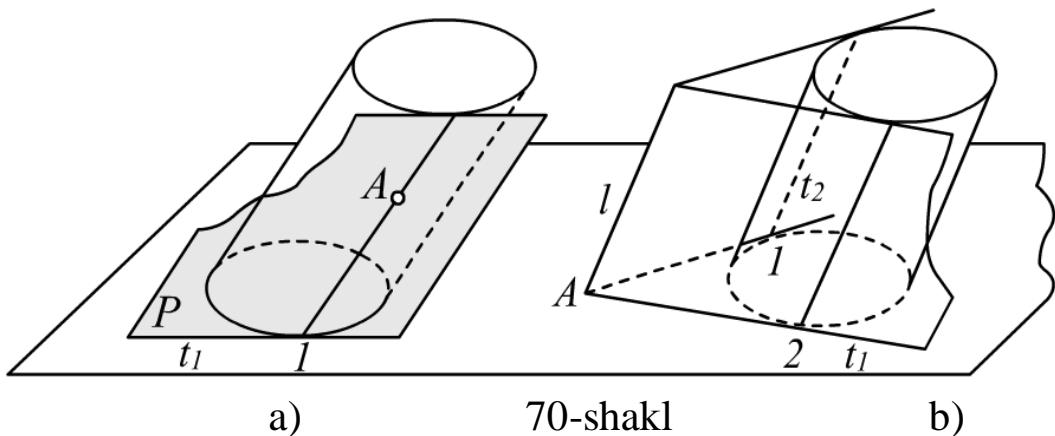
Agar sirtning biron nuqtasida unga o‘tkazilgan urinma tekislik sirtini kesib o‘tsa, sirtning bunday nuqtalari *giperbolik nuqtalar* deb ataladi.

Chiziqli yoyilmaydigan sirtlar – gelikoidlarga o‘tkazilgan urinma uni to‘g‘ri chiziq va egri chiziq bo‘yicha kesib o‘tadi. Ikki yasovchiga ega bo‘lgan bir pallali giperbolidga uning nuqtasida o‘tkazilgan urinma tekislik uni ikki to‘g‘ri chiziq bo‘yicha kesadi.

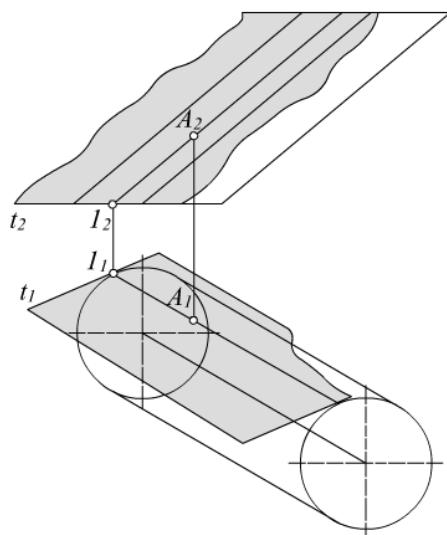
Ba’zi sirtlarda bunday nuqtalarning hamma turini uchratish mumkin. Masalan, halqa (tor) sirtini, uning aylanish o‘qi bilan ustma-ust tushgan diametric yasovchi aylana markazi diametriga teng silindr bilan kesadigan bo‘lsak, u torni ikki aylana bo‘yicha kesib o‘tadi. Bu aylanalar orqali ikki urinma tekislik o‘tadi. Demak tekisliklar torga shu aylanalar bo‘yicha urinib o‘tadi va bu aylanalarga oid nuqtalar – parabolik nuqtaladir.

Tor sirtning qavariq qismiga tegishli nuqtalar elliptik, botiq (globoid) qismiga tegishli nuqtalari esa giperbolik nuqtalar bo‘ladi.

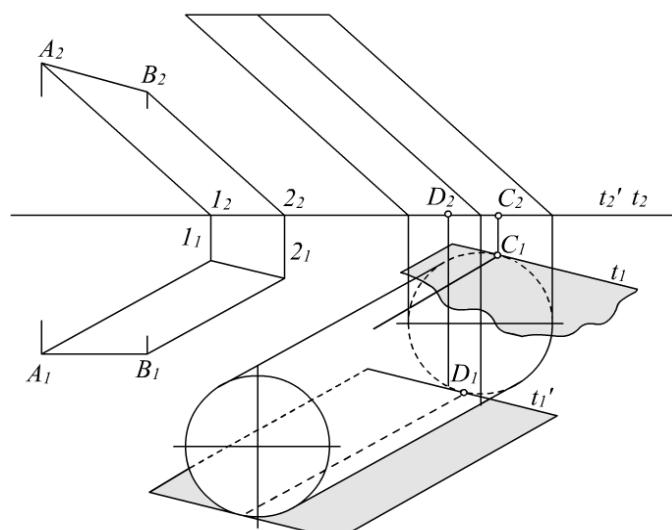
Sirtga, unda yotgan nuqta, tashqarida olingan nuqta yoki to‘g‘ri chiziq orqali shuningdek berilgan to‘g‘ri chiziqqa parallel qilib urinma tekislik oo‘tkazish mumkin. 70-shakl, a) da silindr sirtiga unda yotgan A nuqta orqali urinma tekislik o‘tkazish ko‘rsatilgan. Urinma tekislik A dan o‘tgan yasovchi va silindr asosiga o‘tkazilgan urinma bilan aniqlangan. 70-shakl, b) da silindr yasovchilariga parallel  $\ell$  to‘g‘ri chiziq orqali



o‘tgan. Silindrning pastki asos tekisligi bilan  $\ell$  chiziqning o‘zaro kesishish nuqtasi  $A$  topilib, undan silindr asosiga  $t_1$  va  $t_2$  urinmalar o‘tkazilgan.  $t_1$  va  $t_2$  urinmalar silindr asosiga **1** va **2** nuqtalarda urinib, undagi urinish yasovchilarining holatini aniqlagan. 71-shaklda 70-shakl, *a*) dagi holati ortogonal proyeksiyalarda ko‘rsatilgan. Urinma tekislikning holati A yasovchi bilan, 1 nuqtadan o‘tuvchi  $t$  urinma orqali aniqlangan. Silindr sirtiga berilgan AB to‘g‘ri chiziqqa parallel urinma tekisliklarni o‘tkazish 72-shaklda ko‘rsatilgan. AB orqali silindr yasovchilariga parallel tekislik o‘tkazamiz va uning silindr asosi yotgan gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan 1, 2 to‘g‘ri chiziqnini topamiz hamda unga parallel qilib silindr asosiga  $t$  va  $t'$  urinmalarni o‘tkazamiz. Bu urinmalar va urinish nuqtalari C va D nuqtalar orqali o‘tgan yasovchilar urinma tekisliklarning holatini aniqlaydi.



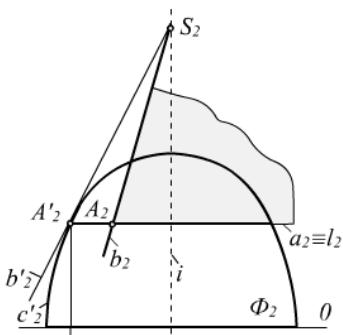
71-shakl



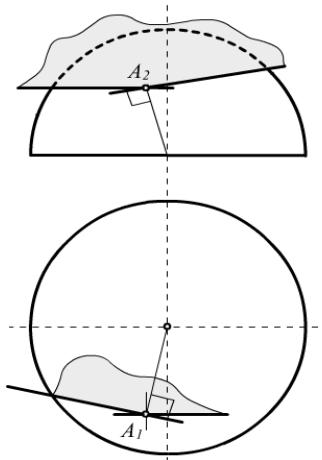
72-shakl

73-shaklda paraboloid sirtida yotgan  $A(A_1;A_2)$  nuqta orqali unga urinma tekislik o‘tkazish ko‘rsatilgan. Urinma tekislik A nuqtasi orqali o‘tgan parallel va meridianga o‘tkazilgan urinmalar bilan aniqlangan. Parallelga o‘tkazilgan urinmaning holati gorizontal proyeksiya orqali, meridianga o‘tkazilgan urinmaning holati bosh meridianga urinma o‘tkazib uning aylanish o‘qi  $i$  bilan kesishuv nuqtasi  $S$  ni topish orqali aniqlangan.  $t$  va **SA** urinma tekislikning holatini belgilaydi.

74-shaklda sferaga uning  $A$  nuqtasida urinma tekislik o‘tkazish ko‘rsatilgan. Urinma tekislikning holati  $A$  nuqta orqali o‘tgan gorizontal, frontal aylanalarga o‘tkazilgan  $t$  va  $t'$  yasovchilar orqali aniqlangan.



73-shakl



74-shakl

Savollar:

1. Sirtlarga urinma tekisliklar o'tkazish nimaga kerak?
2. Sirt ustidagi nuqtalarni turlarga ajratilganda nimalarga asoslaniladi?
3. Sirtga urinma tekislik qanday o'tkaziladi?

Tayanch tushunchalar:

Sirtning urinma tekisligi;  
Sirt normali;  
Elliptik nuqtalar;

Palabolik nuqtalar;  
Giperbolik nuqtalar.

## SIRTNING O'ZARO KESISHUV CHIZIG'INI YASASH

**Reja:** Sirtlarni o'zaro kesishuv chizig'ini yasashning umumiylari xususiy usullari, yordamchi kesuvchi tekisliklar, yordamchi kesuvchi sharlar usuli.

**Adabiyotlar:** {1} 208-239 betlar, {2} 204-223 betlar

Ikki sirtning kesishuv chizig'ini, ya'ni ularga umumiylari bo'lgan nuqtalar to'plamini yasash uchun ularni uchhinchi yordamchi sirt bilan kesiladi va uning har bir sirt bilan kesishuv chizig'i alohida-alohida yasaladi. Bu kesishuv chiziqlari o'zaro kesishib berilgan ikki sirtning

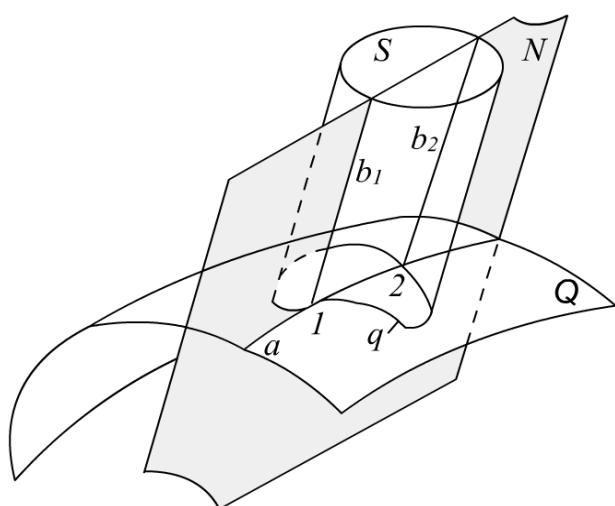
kesishuv chizig‘iga oid nuqtalarni beradi. Bu jarayon bir necha marta qaytarilib, kesishuv chizig‘ini hosil qilish uchun zarur miqdordagi nuqtalar to‘planadi va ularni tartib bilan birlashtirilib kesishuv chizig‘iga ega bo‘lamiz.

75-shaklda  $\Phi$  va  $S$  sirtlarning kesishuv chizig‘ini topishga doir masalani umumiy yechish sxemasi ko‘rsatilgan.

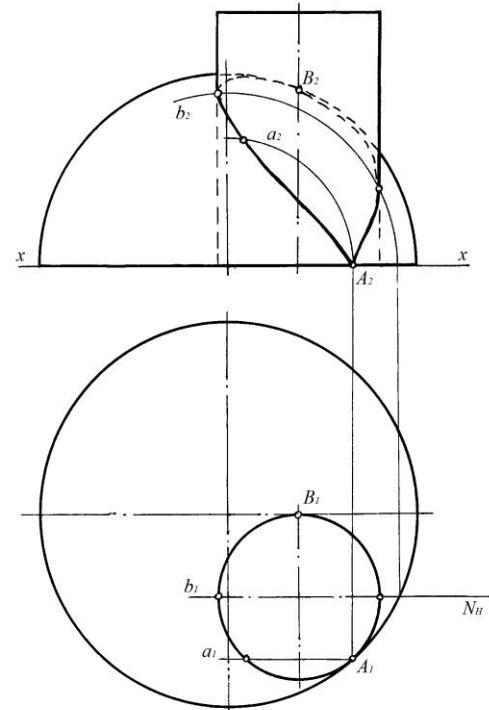
- yordamchi kesishuvchi  $N$  tekislik o‘tkaziladi;
- $N$  tekislikning  $\Phi$  va  $S$  sirtlar bilan kesishuv chiziqlari  $a$  va  $b_1, b_2$  lar topilgan;
- $a$  va  $b_1, b_2$  larning o‘zaro kesishuv nuqtalari 1, 2 nuqtalar topilgan;
- topilgan nuqtalar tartib bilan birlashtirilib,  $q$  chizig‘iga ega bo‘lingan.

Bu jarayonni ramziy ravishda ham yozish mumkin.

$$a \cap N; \quad b) \quad N \cap \Phi \rightarrow a, \quad N \cap S \rightarrow b_1, b_2; \quad c) \quad a \cap b_1, b_2 \rightarrow 1, 2$$



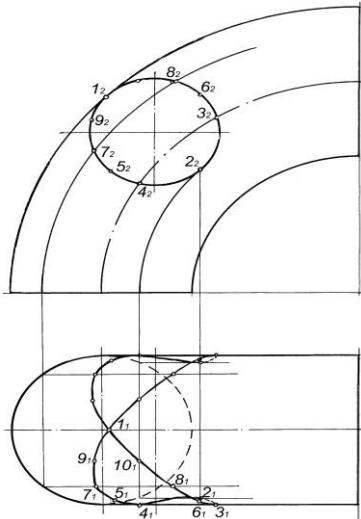
75-shakl



76-shakl

76-shaklda silindr va sferaning kesishuv chizig‘ini yasash ko‘rsatilgan. Silindr ekvatorga urinma bo‘lganligi uchun ularga urinish nuqtasi A bevosita topilgan. Kesishuv chizig‘iga oid boshqa nuqtalarni topish uchun yordamchi frontal kesuvchi tekisliklarni o‘tkazamiz. Kesuvchi frontal tekislik sferani aylana bo‘yicha, silindrni yasovchilar bo‘yicha kesadi. Ular o‘z navbatida kesishib kesishuv chizig‘iga oid nuqtalarni hosil qiladi. Chizmada ulardan faqat  $N$  tekisligi u bilan bog‘liq

jarayon ko'rsatilgan. 77-shaklda halqa sirti bilan silindr sirtining kesishuv chizig'ini yasash ko'rsatilgan. Bu misoilda yordamchi kesuvchi tekisliklar sifatida frontal tekisliklar tanlangan, chunki ikki sirtni aylanalar bo'yicha kesadi. Aylanalar o'z navbatida o'zaro kesishib sirtlarning kesishuv

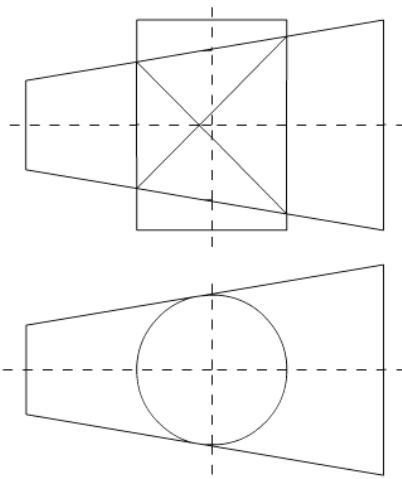


77-shakl

chizig'iga oid nuqtalarni hosil qiladi. Ba'zi xarakterli tayanch nuqtalarni topilishini ko'rib chiqaylik. Silindr halqa bosh meridianiga  $A$  nuqtada urinadi shuning uchun ham uni to'g'ridan-to'g'ri belgilaymiz. Gorizontal proyeksiyada kesishuv chizig'ining ko'rinarli qismi silindrning chap chetki yasovchi va torning ichki hamda tashqi qismini ajratib turgan 2 aylana bilan cheklanadi. Silindrning chap chetki yasovchisi orqali halqa markazidan birinchi aylanani o'tkazamiz. Torga tegishli bu aylana silindrni  $B$  nuqtada kesadi. Halqaga tegishli aylana 2 silindrni  $S$  nuqtada kesadi. Tor bilan silindr to'rtinchи tartibli fazoviy chiziq bo'yicha kesishadi. Uning  $CAB$  qismi ko'rinarli,  $CDB$  qismi ko'rinasmas bo'ladi. Yasashlar chizmadan tushunarlidir.

**Monj teoremasi.** Agar ikki sirtga bir vaqtda urinma qilib uchinchi sirt o'tkazilsa fazoviy kesishuv chiziq past tartibdagi tekis chiziqlarga ajrab ketadi. 78-shaklda ana shunday hol ko'rsatilgan. O'zaro kesishayotgan silindr va konus sirtlarga ichki urinuvchi sfera o'tkazilganligi tufayli ularning to'rtinchи tartibli kesishuv chizig'i ikkita ikkinchi tartibli chiziq – ellipslarga ajrab ketgan.

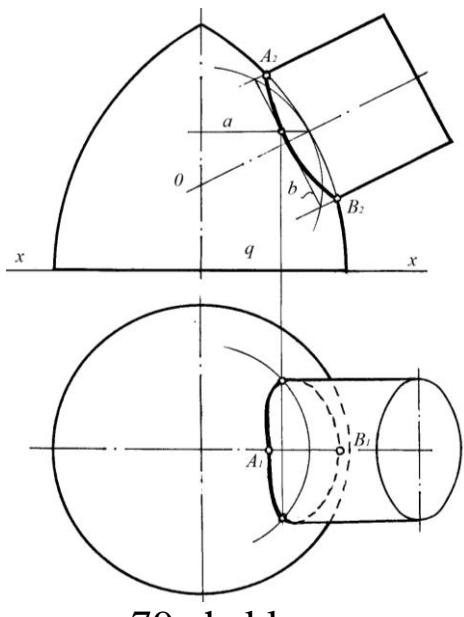
**Yordamchi kesuvchi sharlar usuli.** Agar sferaning markazi aylanish sirtlarining o'qida joylashgan bo'lsa, ular aylanalar bo'yicha kesishadi. Aylanish sirtlarining o'zaro kesishuv chizig'ini yasashda bu xususiyatdan foydalanish uchun aylanish sirtlarining aylanish o'qlari o'zaro kesishuvi va o'qlar proyeksiyalar tekisligiga parallel joylashgan bo'lishi shart.



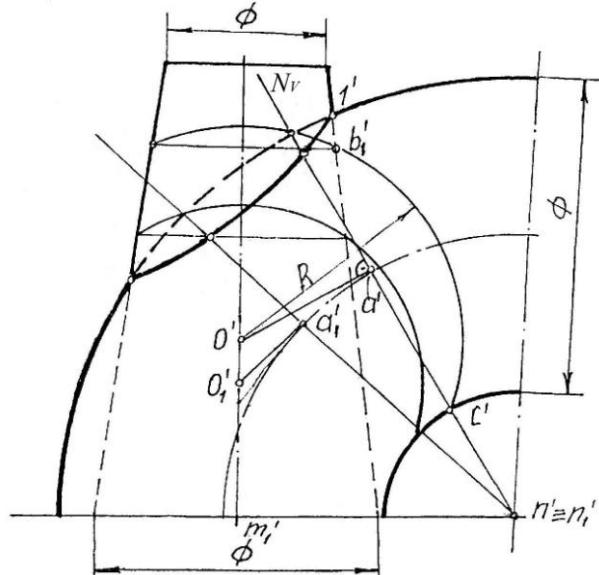
78-shakl

79-shaklda halqa sirti bilan silindr sirtining kesishuv chizig‘ini kesuvchi sferalar usulida yasash ko‘rsatrilgan. Shuni aytish joizki, bu vaziyatda kesuvchi tekisliklar ish bermaydi, chunki gorizontal tekislik torni aulana bo‘yicha kesib, silindrni ellips bo‘yicha kesadi, frontal tekislik esa silindrni yasovchi bo‘yicha kesib, torni to‘rtinchi tarribli egri chiziq bo‘yicha kesadi.

Berilgan aylanish sirtlarining o‘qlari O nuqtada kesishadi va ular yotgan tekislik V ga paralleldir. O markazdan o‘tkazilgan sfera ham halqani, ham silindrni V ga perpendikulyar tekisliklarda yotgan aylanalar bo‘yicha kesadi. Ularning frontal proyeksiyalari to‘g‘ri chiziq kesmalari ko‘rinishida bo‘ladi.



79-shakl



80-shakl

79-shaklda kesishuv chizig‘iga oid **A** va **B** nuqtalari bosh meridianlarning kesishuv nuqtalari sifatida bevosita aniqlangan. Chizmada

kesishuvchi  $q$  sferaning holati ko'rsatilgan. O markazdan o'tkazilgan  $q$  sfera silindrni  $b$  aylana bo'yicha kesib, torga  $a$  aylana bo'yicha uringan. Ular o'zaro  $B$  va  $C$  nuqtalarda kesishadi. Bu nuqtalarning gorizontal proyeksiyasi  $a$  parallelning gorizontal proyeksiyasi orqali topiladi.

80-shaklda vertikal konus bilan halqa sirtining kesishuv chizig'ini kesishuvchi sferalar yordamida yasash ko'rsatilgan. Chizmada faqat frontal proyeksiya tasvirlangan. Halqaning markazidan frontal proyeksiyalovchi  $N$  tekisligini o'tkazamiz, u halqani  $a$  aylana bo'yicha kesadi.  $N$  ning halqa o'q chizig'i bilan kesishgan  $N$  ga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazamiz, u konusning o'qini  $O'$  nuqtada kesadi.  $O'$  – kesivchi sfera markazi hisoblanadi. Endi silindr bilan konusni kesuvchi  $q$  sferani o'tkazamiz, u halqani  $a$  aylana, konusni  $b$  aylana bo'yicha kesadi. Ular o'zaro kesishib  $CD$  nuqtalarni beradi. Kesishuv chizig'iga oid boshqa nuqtalar ham shu yo'sinda topiladi.

Savollar:

1. Sirtlarning o'zaro kesishuv chizig'i deb qanday chiziqqa aytildi?
2. Sirtlarning o'zaro kesishuv chizig'ini yasashda yordamchi kesuvhchi tekisliklardan qanday foydalaniladi?
3. Yordamchi kesuvchi sharlar usulining mohiyati nimadan iborat va undan qanday holatlarda foydalanish mumkin?

Tayanch tushunchalar:

Yordamchi kesuvchi tekisliklar usuli;  
Yordamchi kesuvchi sferalar usuli.

## **Adabiyotlar:**

1. Sh.Murodov, L.Hakimov, P.Odilov, A.Shomurodov, M.Jumayev.  
«Chizma geometriya kursi». Toshkent, «O‘qituvchi», 1988 y.

2. R.Xorunov. «Chizma geometriya kursi». Toshkent, «O‘qituvchi»,  
1974 y.

### **CHIZMA GEOMETRIYA ATAMALARI VA TUSHUNCHALAR BO‘YICHA Y I G‘ M A L U G‘ A T**

#### **A**

Arximed jismlari

- muntazam ko‘pyoqliklarning uchlari kesilsa 18 xil yarim muntazam qavariq ko‘pyoqliklar hosil bo‘ladi. Ular Arximed jismlari deb yuritiladi.

Algebraik egri chiziq

- to‘g‘ri burchakli koordinata tizimida tenglamasi algebraik funksiya bilan ifodalangan egri chiziq.

Algebraik egri chiziqning tartibi

- egri chiziqni ifodalovchi tenglanaming darjasи yoki egri chiziqning to‘g‘ri chiziq bilan kesishuv nuqtalarining maksimal soni.

Algebraik egri chiziqning klassi

- egri chiziqdan tashqarida olingan nuqtadan unga o‘tkazilgan urinmalarning maksimal soni.

Aylanish sirti

- biror chiziqning to‘g‘ri chiziqli o‘q atrofida aylanishidan hosil bo‘lgan sirt.

Ananyev to‘ri

- ikki qirrali sirtning kesishuv chizig‘ini yasash va ularning proyeksiyalarda ko‘rinarko‘rinmas qismini aniqlashga yordam beruvchi ikki sirtning shartli yoyilmalaridan hosil bo‘lgan to‘r.

#### **B**

Botiq ko‘pyoqlik

- ko‘pyoqlikning biror yog‘iga nisbatan bir tomonida joylashmagan ko‘pyoqlik.

Birinchi turdagи qaytish nuqta

- bu nuqtada egri chiziqning yarim urinmalari ustma-ust tushadi va bir yo‘nalishda bo‘ladi, normallar qarama-qarshi yo‘nalishda bo‘lib, bir chiziqda yotadi.

Bosh normal

- fazoviy chiziqning ma’lum nuqtasida, unga

	o‘tkazilgan yopishma tekislikda yotuvchi va urinmaga perpendikulyar to‘g‘ri chiziq.
Binormal	<ul style="list-style-type: none"> <li>- fazoviy egri chiziqning ma’lum nuqtasida u orqali o‘tuvchi yopishma tekislik va urinmaga perpendikulyar to‘g‘ri chiziq.</li> <li>- fazoviy egri chiziqning berilgan nuqtasidagi <math>K = \frac{1}{2} = \frac{\Delta a}{\Delta \delta}</math> kattalik.</li> </ul>
Birinchi egrilik	<ul style="list-style-type: none"> <li>- aylanish sirtidagi eng kichkina parallel bo‘lib, uning bosh meridian bilan kesishgan nuqtasida bosh meridianga o‘tkazilgan urinma aylanish o‘qiga parallel bo‘ladi.</li> <li>- aylanish o‘qi orqali o‘tgan frontal kesuvchi tekislik</li> <li>- aylanish sirtining bosh meridian tekisligi bilan kesishgan chizig‘i.</li> <li>- uchta yo‘naltiruvchisi xos to‘g‘ri chiziq bo‘lgan chiziqli sirt.</li> </ul>
Bo‘yin chizig‘i	<b>D</b>
Bosh meridian tekisligi	<ul style="list-style-type: none"> <li>- muntazam o‘nikkiyoqlik.</li> <li>- uzuq-uzuq karkas.</li> </ul>
Bosh meridian	<b>E</b>
Bir pallali giperboloid	<ul style="list-style-type: none"> <li>- egri chiziqqa o‘tkazilgan qo‘sni yarim urinmalar orasidagi burchakning, ular orasidagi yoy uzunligiga nisbatining limiti egri chiziqning egriligi deyiladi.</li> <li>- egri chiziqning cheksiz yaqin uch nuqtasidan o‘tgan aylana, uning radiusi egrilik radiusi, markazi esa egrilik markazi deyiladi.</li> <li>- egri chiziqning hamma nuqtalari uchun yasalgan egrilik markazlari to‘plami.</li> <li>- evolyutani hosil qilgan egri chiziq unga nisbatan evolventa deb ataladi. Evolyuta urinmalarida cheksiz ko‘p evolventalar bo‘lishi mumkin.</li> <li>- aylanish sirtidagi eng katta parallel bo‘lib, uning bosh meridian bilan kesishuv nuqtasida bosh meridianga o‘tkazilgan urinma aylanish o‘qiga parallel bo‘ladi.</li> </ul>
Dodekaedr	
Diskret karkas	
Egri chiziqning egriligi	
Egrilikning yopishma aylanasi	
Evolvuta	
Evolventa	
Ekvator	

## F

Fazoviy egri chiziq

- hamma nuqtalari bir tekislikda yotmagan egri chiziq

Frene uchyoqligi

- o‘zaro perpendikulyar yopishma, normal va rostlovchi tekisliklardan iborat uchyoqlik, uni hamroh tetraedr ham deyishadi. Egri chiziqning biror nuqtasi atrofini tekshirishda u shu uchta tekislikka proyeksiyalanadi.

## G

Geksoedr

- muntazam oltiyoqlik
- sirtning bunday nuqtasida, unga o‘tkazilgan urinma tekislik sirtni kesib o‘tadi.

Giperbolik nuqtalar

## I

Ikosaedr

- muntazam yigirmayoqlik
- egri chiziqning bunday nuqtasida urinmalar va normallr ustma-ust tushib, bir tomonga yo‘nalgan bo‘ladi.

Ikkinchi turdag'i qaytish nuqtasi

- fazoviy egri chiziq o‘z o‘qi (urinma) atrofida burilib harakatlanishidan ikkinchi egrilik yoki buralish burchagi hosil bo‘ladi.

Ikkinchi egrilik

- ikki yo‘naltiruvchisi xos egri chiziq va uchinchi yo‘naltiruvchisi xos to‘g‘ri chiziq bo‘lgan chiziqli sirt.

Ikki karra qiyshiq silindroid

- ikki yo‘naltiruvchisi xos to‘g‘ri chiziq va uchinchi yo‘naltiruvchisi xos egri chiziq bo‘lgan chiziqli sirt.

Ko‘pyoqlik

- hamma tomoni tekis shakllar bilan chegaralangan jism.

Ko‘pyoq qirrasi

- ko‘pyoqlik yoqlarining kesishuv chiziqlari.

Ko‘pyoqlik uchi

- ko‘pyoqlik qirralarining kesishuv nuqtalari.

Karkas

- sirtni aniqlaydigan nuqtalar yoki chiziqlar to‘plami.

Kanal sirti

- tekis qismlardan iborat uzluksiz karkasdan tashkil bo‘lgan sirt. Tekis kesim fazoda ma’lum yo‘nalishga ega bo‘lib, harakat jarayonida o‘z shaklini bir me’yorda o‘zgartirishi mumkin.

Ko‘p qiymatli moslik

- biror to‘plamdag‘i bir nuqtaga (yoki chiziqqa)

ikkinchı to‘plamda **n** nuqta (yoki chiziq) va ikkinchi to‘plamdagı bir nuqtaga (yoki chiziqqa) birinchi to‘plamdagı **n** nuqta (yoki chiziq) mos kelsa, **mn** qiymatlı, yoki ko‘p qiymatlı moslik deyiladi. Agar **m=n=1** bo‘lsa, bir-bir qiymatlı yoki proyektiv moslik hosil bo‘ladi.

## M

Muntazam ko‘pyoqlik

- o‘zaro teng bir xil muntazam ko‘pburchaklardan iborat yoqlarga, o‘zaro teng qirralarga ega ko‘pyoqlik.
- egriligi bir me’yordan oshib yoki kamayib boruvchi egri chiziq.
- aylanish o‘qi orqali o‘tgan tekislikning aylanish sirti bilan kesishgan chizig‘i.
- aylanish o‘qi orqali o‘tgan tekislik.

## N

Normal

- egri chiziqning biror nuqtasida, unga o‘tkazilgan urinmaga perpendikulyar to‘g‘ri chiziq. Sirtning normali, uning biror nuqtasidan unga o‘tkazilgan urinma tekislikka perpendikulyar to‘g‘ri chiziq.
- silindr va prizmani, ularning yasovchilariga perpendikulyar tekislik bilan kesganda hosil bo‘lgan kesim.
- fazoviylar egri chiziqning biror nuqtasida unga o‘tkazilgan urinmaga perpendikulyar bo‘lgan normallar to‘plami.

## O

Oktaedr

- muntazam sakkizyoqli ko‘pyoqlik

## P

Piramida

- yoqlarining biri tekis ko‘pburchak, qolgan yoqlari umumiy uchga ega bo‘lgan uchburchaklardan tuzilgan ko‘pyoqlik.

Prizma

- ikki qarama-qarshi yoqlarning, ya’ni asoslarining mos tomonlari o‘zaro parallel bo‘lgan teng tekis ko‘pburchaklar, qolgan yoqlari to‘rburchaklar bo‘lgan ko‘pyoqlik.

Prizmatoid

- asoslari o‘zaro parallel tekisliklarda yotgan

	ikkita ko‘pburchakdan va yon yoqlari esa ikkala asos uchlaridan iborat uchburchaklar va trapetsiyalardan iborat ko‘pyoqlik.
Proyektiv moslik Parallel (sirtda)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- bir-bir qiymatli moslik.</li> <li>- biror chiziqning aylanish o‘qi atrofida aylanish jarayonida uning nuqtalari chizgan aylanalar.</li> <li>- urinma tekislik sirti to‘g‘ri chiziq bo‘yicha urinsa, bi urunish chizig‘ining nuqtalari parabolik nuqtalar deyiladi.</li> </ul>
Parabolik nuqtalar	<b>Q</b>
Qavariq ko‘pyoqlik Qonuniy egri chiziq	<ul style="list-style-type: none"> <li>- yoqning bir tomoniga joylashgan ko‘pyoqlik.</li> <li>- egri chiziqni tashkil qiluvchi nuqtalar to‘plami muayyan qonunga bo‘ysunuvchi egri chiziq.</li> <li>- egri chiziqni tashkil qiluvchi nuqtalar to‘plami hech qanday qonunga bo‘ysunmay tajriba xarakteriga ega egri chiziq.</li> <li>- egri chiziqning bu nuqtasida yarim urinmalar bir to‘g‘ri chiziqni tashkil qilib, qarama-qarshi yo‘nalishga ega, normallar esa ustma-ust tushgan va bir yo‘nalishga ega bo‘ladi.</li> </ul>
Qonunsiz egri chiziq	<b>R</b>
Qo‘sh nuqta	
Regulyar uch	<ul style="list-style-type: none"> <li>- egri chiziqning ulanish nuqtasi bo‘lib, unda yarim urinmalar qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan va umumiy egrilik markaziga ega bo‘ladi.</li> <li>- regulyar uchlardan tashkil bo‘lgan egri chiziq.</li> <li>- hamma nuqtalaridan qarama-qarshi yo‘nalgan yarim urinmalar bir to‘g‘ri chiziqdan yotuvchi egri chiziq.</li> <li>- fazoviy egri chiziqning biror nuqtasida urinma va binormal orqali o‘tuvchi tekislik.</li> </ul>
Ravon egri chiziq	<b>S</b>
Rostlovchi tekislik	
Sirt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ikki parametrali nuqtalar to‘plami.</li> </ul>
Sinish nuqtasi	<ul style="list-style-type: none"> <li>- egri chiziqning bu nuqtasida yarim urinmalar o‘zaro burchak hosil qiladi.</li> </ul>
Sirtga urinma tekislik	<ul style="list-style-type: none"> <li>- sirtning biror nuqtasidan o‘tgan ikki kesim</li> </ul>

- chizig‘iga o‘tkazilgan urinmalardan tashkil topgan tekislik.
- sirtning biror nuqtasida unga o‘tkazilgan urinma tekislikka perpendikulyar to‘g‘ri chiziq.
  - algebraik sirtni tekislik bilan kesganda hosil bo‘lgan egri chiziqning tartibiga teng.
  - markazi egri chiziqli yo‘naltiruvchida bo‘lgan aylananing harakatidan hosil bo‘lgan sirt.
- T**
- muntazam to‘rtyoqlik
  - sirkul yordamida uch burchakdan foydalanib yasash usuli
  - to‘g‘ri burchakli koordinata tizimida transsendent tenglama bilan ifodalangan egri chiziq.
  - hamma nuqtalari bir tekislikda yotgan egri chiziq.
  - monoton egri chiziq yoylaridan tashkil topgan egri chiziq.
  - ikki yo‘naltiruvchisi xos egri chiziq, uchinchisi esa xosmas to‘g‘ri chiziq bo‘lgan chiziqli sirt.
  - bitta yo‘naltiruvchisi xos egri chiziq, ikkinchi yo‘naltiruvchisi xos to‘g‘ri chiziq, uchinchisi esa xosmas to‘g‘ri chiziq bo‘lgan chiziqli sirt.
  - fazoviy egri chiziqqa urinuvchi to‘g‘ri chiziqlar hosil qilgan yoyiluvchi chiziqli sirt.
  - egri chiziqli yo‘naltiruvchi bo‘yicha, unga perpendikulyar harakatlanuvchi tekislikda yotgan doimiy radiusga ega aylana hosil qilgan sirt.
- U**
- ikki o‘zaro kesishuvchi chiziqning ikki kesishuv nuqtasi ustma-ust tushsa, birinchi tartibli urinish, uch kesishuv nuqtasi ustma-ust tushsa ikkinchi va h.k. tartibli urinish sodir bo‘ladi. Ikkita egri chiziqning o‘zaro urinishlarini maksimal tartibi, ularning tartib

- Uzluksiz karkas
- sonlarining ko‘paytmasidan bitta kam bo‘ladi.
  - u nuqtaviy va chiziqli uzluksiz karkaslarga bo‘linib unda nuqta yoki chiziqlarning joylashish qonuniyati berilgan bo‘ladi, ya’ni sirt ustidagi istalgan nuqta yoki chiziqni yasash mumkin bo‘ladi.
- V**
- Vint chizig‘i
- silindr yoki konus sirtida bir me’yorda aylanma va ilgarillanma harakat qiluvchi nuqtaning traektoriyasi
  - biror chiziq yoki sirtning vintaviy harakati natijasida hosil bo‘lgan sirt.
- X**
- Xatoliklar egri chizig‘i
- egri chiziqni kesuvchi vatarlarning o‘rta nuqtalaridan o‘tgan egri chiziq bo‘lib, u egri chiziqqa urinma o‘tkazishda foydalaniladigan usullardan biridir.
- Ch**
- Chiziq
- chiziq chizma geometriyada kinematika nuqtai nazatidan qaralib, nuqtaning tekislik yoli fazoda harakatlanishi jarayonida qoldirgan traektoriyasi sifatida qaraladi.
  - uch fazoviy egri chiziqni bir vaqtida kesib harakatlanuvchi to‘g‘ri chiziq hosil qilgan sirt.
- O‘**
- O‘tish nuqtasi
- bu nuqtada yarim urinmalar bilan normallar ustma-ust tushadi va qarama-qarshi yo‘nalishda bo‘ladi.
- Yo**
- Yopishma tekislik
- fazoviy egri chiziq ustida yotgan nuqta va unga cheksiz yaqin bo‘lgan ikki nuqtadan o‘tgan tekislik.
  - cheksiz yaqin qo‘shni ikki yasovchisi o‘zaro ayqash bo‘lgan chiziqli sirt.

## M U N D A R I J A

Ko‘pyoqliklar.....	3
Ko‘pyoqliklarning tekislik va to‘g‘ri chiziq bilan kesishishi.	
Ko‘pyoqliklarning yoyilmasi.....	6
Ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash.....	10
Umumiy holatdagi ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishishi .....	13
Egri chiziqlar.....	17
Tarkibiy egri chiziqlar va egri chiziq hosil qilish usullari.....	20
Fazoviy egri chiziqlar.....	24
Sirtlar.....	27
Egri sirtlar, vint sirti.....	31
Tekis ko‘chirish va aylanish sirtlari.....	34
Sirtning tekislik va to‘g‘ri chiziq bilan kesishuvi.....	37
Sirtlarga urinma tekislik o‘tkazish.....	41
Sirtning o‘zaro kesishuv chizig‘ini yasash.....	44
Adabiyotlar .....	49
Chizma geometriya atamalari va tushunchalar bo‘yicha yig‘ma lug‘at .....	49