

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAHSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**Zahiriddin Muhammad Bobur nomidagi Andijon
Davlat Universiteti Fizika-matematika fakulteti matematika
yo'nalishi 3-kurs M2 guruh talabasi**

Gulnoza RAHMONOVAning

“Kombinatorika elementlari” mavzusida tayyorlagan

REFERAT

Tekshirdi:

Matematika kafedrasi katta

O'qituvchisi N. Yunusov

Andijon 2014

Reja:

- 1. Kambinato'rikaning yig'indi qoidasi**
- 2. Ko'paytirish qoidasi**
- 3. O'rinlashtirish**
- 4. O'rin almashtirish**
- 5. Gruppalashlar**
- 6. Takrorlanuvchi o'rin almashtirishlar**
- 7. KOMBINATORIK MASALALAR**

Hulosa.

Foydalanilgan adabiyotlar.

Kirish.

O'zbekiston Respublikasi "Ta'lim to'g'risida"gi qonuni va "Kadrlar tayorlash milliy dasturi"da oliy o'quv yurtlarida fanlarni o'qitishda innavatsion texnologiyalarini qo'llash orqali talabalarning fanlarga bo'lgan qiziqishlarini oshirish, olingan ilmiy bilimlar asosida dunyoqarashini, yuqori ma'naviy - ahloqiy fazilatlarini, estetik didni shakillantirib, ta'limning hayot bilan mustahkam aloqalarini ta'minlashga etibor qaratilishi takitlangan.

Bu ulkan vazifalarni amalga oshirish uchun talabalarining, xususan matematika fani talabalari darsga ilmiy jixatdan mustaxkam tayorgarlik ko'rishlari bilan bir qatorda milliy g'oya va nazariyalar ustida ham masuliyat bilan izlanishlariga to'g'ri keladi.

Maskur kurs ishi oliy o'quv yurtida matematika dasturiga moslab yozilgan bo'lib bunda kombinatorika elementlarini sodda va tushunarli tilda bayon etishga harakat qilingan.

Ko'pgina amaliy masalalarni hal qilishda to'plamlarning elementlari ustida turlicha gruppalash, amallar va hokazo ishlar bajarishga tog'ri keladi. Matematikaning shu doiradagi masalalari bilan shug'ullanadigan tarmog'i kombinatorika deb ataladi.

Masalan: 3 ta yer uchastkasining biriga qovun, biriga tarvuz, biriga bodring ekish mo'ljallangan. Bu poliz ekinlarini uchastkalarga necha xil usul bilan almashlab ekish mumkin. Poliz ekinlarining turi a, b, c bo'sin, u holda u ekinlarni 3 ta uchastkaga abc, acb, bac, bca, cab, cba usullarda ekish mumkin.

1. KOMBINATORIKANING YIG'INDI QOIDASI

A va B to'plamlar berilgan bo'lsin. Bu to'plamlar birlashmasining elementlari sonini yig'indi qoidasidan foydalanib topiladi. Bu qoida quyidagicha: A to'planning elementlari n ta bo'lsin. $r(A)=n$. B to'planning elementlari soni m ta bo'lsin. $r(B)=m$.

A va B to'plamlar umumiy elementga ega bo'lmasa, u holda bu to'plamlar birlashmasining elementlari soni A to'plam elementlari soni bilan B to'plam elementlari soni yig'indisidan iborat bo'ladi. Yani:

$$a) \quad r(A \cup B) = r(A) + r(B) = n + m$$

Bu qoidani n ta to'plam uchun ham to'g'ri deb qabul qilamiz. Ya'ni $A_1, A_2 \dots A_n$ ta to'plam berilgan bo'lsin va bu to'plamlar umumiy elementga ega emas. Ya'ni o'zaro kesishmaydigan to'plamlardir. U holda. r

$$(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = r(A_1) + r(A_2) + \dots + r(A_n)$$

b) A va B to'plamlar umumiy elementga ega bo'lsin.

$$r(A \cup B) = r(A) + r(B) - r(A \cap B)$$

$A_1 A_2 \dots A_n$ to'plam uchun bu holni umumlashtiramiz. Ya'ni bu berilgan n ta to'plam umumiy elementga ega bo'lsa, u holda bu to'plamlar birlashmasining elementlari soni quyidagicha bo'ladi:

$$r(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = r(A_1) + r(A_2) + \dots + r(A_n) - r(A_1 \cap A_2) - r(A_2 \cap A_3) \dots - r(A_{n-1} \cap A_n) + r(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + \dots + (-1)^{n-1} r(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n).$$

Ya'ni n ta to'plam birlashmasining elementlari soni shu to'plamlar elementlari soniga juft sondan olingan to'plamlar kesishmalarining soni manfiy ishora bilan toq sondagi to'plamlar kesishmalarining elementlari soni musbat ishora bilan qo'shilishiga teng bo'ladi. Bu yig'indi $A_1 A_2 \dots A_n$ to'plamlar birlashmasining elementlari sonini bildiradi.

2. KO'PAYTIRISH QOIDASI

X va Y chekli to'plamlar dekart ko'paytmasining elementlari soni X to'plam bilan Y to'plamdagi elementlari sonlarining ko'paytmasiga teng. X va Y to'plamlar dekart ko'paytmasi (x,y) ko'rinishidagi juftliklardan iborat bo'lib, bu juftliklar soni nechta degan savolga ko'paytirish qoidasi javob beradi. Bu juftliklarni tuzaylik.

$$X = \{x_1, x_2 \dots x_n\} \text{ va } Y = \{y_1, y_2, \dots y_m\}$$

$$X \times Y$$

$$(x_1; y_1) (x_1; y_2) \dots (x_1; y_m)$$

$$(x_2 ;y_1) (x_2 ;y_2) \dots (x_2; y_m)$$

.....

$$(x_n; y_1) (x_n; y_2) \dots (x_n; y_m)$$

Bu yerda har bir satrda m ta juftlik bor bo'lib, har bir ustunda n ta juftlik bor bo'lib, hammasi bo'lib bu yerdagi juftliklar soni $m \cdot n$ juftlik bor.

$$r(X \times Y) = r(X) \cdot r(Y)$$

Bu qoida n ta to'plam uchun ham to'g'ri.

$$r(X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n) = r(X_1) \cdot r(X_2) \dots \cdot r(X_n)$$

3. O'RINLASHTIRISH

Ta'rif: n ta elementni k tadan o'rinlashtirish deb k tadan bitta elementi yoki elementlarining tartibi bilan farq qiluvchi gruppalariga (kombinasiyalarga) aytiladi.

Teorema: n elementni k tadan o'rinlashtirishlar soni

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots n-(k-1) \text{ ga teng.}$$

Isbot. a, b, c, d, \dots, f n ta elementni 2 tadan o'rinlash tuzaylik.

$$n \text{ qator} \left\{ \begin{array}{l} ab, ac, ad, \dots, af \\ ba, bc, bd, \dots, bf \\ ca, cb, cd, \dots, cf \\ da, db, dc, \dots, df \\ \dots\dots\dots \\ fa, fb, fc, \dots, fd \end{array} \right.$$

n-1 grupp

Demak, $A_n^1 = n, A_n^2 = n(n-1)$

n elementni 2 tadan o'rinlashtirish soni. Shu n ta elementni 3 tadan o'rinlashtiraylik.

$$n \cdot (n-1) \left\{ \begin{array}{l} (n-1) \text{ qator} \left\{ \begin{array}{l} abc, abd, \dots, abf \\ acb, acd, \dots, asf \\ adb, adc, \dots, adf \\ \dots\dots\dots \\ afb, afc, \dots, afd \end{array} \right. \\ (n-1) \text{ qator} \left\{ \begin{array}{l} bac, bad, \dots, baf \\ bca, bcd, \dots, bcf \\ bda, bdc, \dots, bdf \\ \dots\dots\dots \\ bfa, bfc, \dots, bfd \end{array} \right. \\ (n-1) \text{ qator} \left\{ \begin{array}{l} cab, cad, \dots, caf \\ cba, cbd, \dots, cbf \end{array} \right. \end{array} \right. \quad n \text{ ta}$$

cda, cdb, ... cdf

.....

cfa, cfb, ... cfd

$(n - 1)$ qator { dab, dac, ... daf
dba, dbc, ... dbf
dca, dcb, ... dcf

.....

dfa, dfb, ... dfc...

n-2 grupp

Demak, n ta elementni 3 tadan o'rinlashtirishlar soni

$$A_n^3 = n(n-1)(n-2) \text{ bo'ladi.}$$

Xuddi shu tartibda n elementni 4 tadan o'rinlashtirishlar soni

$A_n^4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$ ekanligini topish mumkin. Bu xulosalarimizni umumlashtirsak

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-(k-1))$$

Demak, n elementni k tadan o'rinlashtirishlar soni haqiqatdan

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-(k-1)) \text{ bo'lar ekan.}$$

4. O'RIN ALMASHTIRISH

Ta'rif: n elementni n tadan o'rinlashtirishlar o'rin almashtirishlar deyiladi.

O'rin almashtirishlar P_n bilan belgilanadi. O'rin almashtirishlar sonini o'rinlashtirishdagi k ning o'rniga n ni qo'yib keltirib chiqarish mumkin.

$$A_n^k = n(n-1)\dots(n-(k-1)) \quad (1) \quad k = n$$

$$A_n^n = n(n-1)\dots(n-(n-1)) = n(n-1)(n-2)\dots 1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots (n-2)(n-1)n = n!$$

$$P_n = A_n^n = n!$$

Demak, n elementni o'rinlashtirishlar soni n faktorialga teng. Birdan n gacha bo'lgan sonlar ko'paytmasi factorial deyiladi.

$$P_n = n!$$

5. GRUPPALASHLAR

Ta'rif: n ta elementni k tadan gruppalashlar deb kamida 1 tadan elementi bilan farq qiluvchi o'rinlashtirishlarga aytiladi.

Teorema: n elementni k tadan gruppalashlar soni

$$C_n^k = A_n^k / P_k \text{ ga teng}$$

Isbot: Dastlab 4 ta elementdan 3 tadan a,b,c,d o'rinlashtirishlar tuzaylik.

abc, abd, acd, bcd

acb, adb, adc, bdc

bac, bad, bca, bda

cab, cad, cbd, cba

cda, cdb, dab, dbc

dac, dca, dba, dcb

4 ta

$$A_4^3 = 24 = 6 \cdot 4$$

$$P_3 = 6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$C_n^k = A_n^k / P_k = 4 \cdot 3 \cdot 2 / 1 \cdot 2 \cdot 3 = 24 / 6 = 4$$

$$C_n^k = 4$$

Demak, bu to'g'ri bo'ladi.

$$C_n^k = A_n^k / P_k$$

$$C_n^k = n(n-1)(n-(k-1)) / k!$$

6. TAKRORLANUVCHI O'RIN ALMASHTIRISHLAR

Ta'rif: bir necha elementi bir xil bo'lgan n ta elementni o'rin almashtirish takrorlanuvchi o'rin almashtirish deyiladi.

k ta elementi bir xil bo'lgan n ta elementni o'rin almashtirishlar soni $P_{n(k)}$ bilan yoziladi.

Bu n ta element turli xil bo'lganda $P_n = n!$ edi. Uning k ta elementi bir xil bo'gani uchun bu elementlar o'rin almashtirilib hosil qilingan gruppalarning hammasi bir xil. O'shancha gruppaning bittasinigina hisobga olinib $n!$ ta gruppaga $k!$ marta kamayadi. Demak, $a, b, c, c, c, c, \dots, c, d, \dots, f(n)$ O'rin almashtirishlar soni

$$P_{n(k)} = n!/k! \text{ bo'lar ekan.}$$

n ta elementning k tasi bir xil bo'lishi bilan yana m tasi bir xil bo'lsin.

$$a, b, b, b, \dots$$

$$b, c, c, c, \dots, c, d, \dots, f(n)$$

Bu holda o'rin almashtirishlar soni yana m marta kamayadi.

$$P_{n(m,k)} = n!/k!m! \quad (7)$$

7. KOMBINATORIK MASALALAR.

1. Yig'ndi va ko'paytma qoidasi.

a) Agar A va B o'zaro kesishmaydigan to'plamlar bo'lib, A da m element, B da n element bo'lsa $A \cup B$ birlashmada $m+n$ element bo'ladi. Agar A va B to'plamlar o'zaro kesishsa $A \cup B$ birlashmaning elementlari soni $m+n$ dan A va B lar uchun umumiy bo'lgan elementlar sonini ayrib tashlab topiladi.

b) Agar A va B to'plamlar chekli va A da n element B da m element bo'lsa, bu elementlardan tuzilgan k uzunlikdagi kortijlar soni $m \cdot n$ gat eng.

Endi bu qoidalarga xos misollar keltiramiz.

Yig'ndi qoidasi $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ (1) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (2)

Formulalar orqali ifodalanishini bilamiz.

(1) formula bilan yechiladigan kombinatorika masalasi umumiy holda quydagicha ifodalanadi: Agar X elementi m usul, Y elementi n usul bilan tanlash mumkin bo'lsa, "X yoki Y" elementini $m+n$ usul bilan tanlash mumkin.

1-misol. Savatda 10 dona olma va 20 dona shoftoli bor, bo'lsa 1 dona mevani necha xil usul bilan tanlash mumkin.

Yechish. 1 dona mevani $10+20=30$ usul bilan tanlash mumkin

2-misol. $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{a, b, c, d, e\}$ to'plamlar berilgan $n(X \cup Y) = ?$

Yechish. $n(X) = 4$. $n(Y) = 5$ bo'lgan uchun $n(X \times Y) = 4 + 5 = 9$.

3-misol. $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $Y = \{2, 5, 7, 9\}$ to'plamlar berilgan. $n(X \times Y) = ?$ Yechish $n(X) = 4$, $n(Y) = 4$

Lekin 2 sonni xar ikkala to'plamda ham qatnashadi, demak $n(X \cap Y) = 1$ (2) formulaga ko'ra $n(X \cup Y) = 4 + 4 - 1 = 7$.

4 – misol. 30 ta talabadan 25 tasi matematikadan yakuniy nazoratdan, 23 tasi iqtisod yakuniy nazariydan o'ta oldi. 3 ta talaba ikkala fan bo'yicha yakuniy nazariydan o'ta olmadi. Nechta qarzdor talaba bor.

Yechish. A bilan matematika yakuniy nazariydan o'tmagan talabalar to'plamini, B bilan iqtisod fanidan yakuniy nazariydan o'tmagan talabalar

to'plamini belgilaymiz. U holda $n(A) = 30 - 25 = 5$, $n(B) = 30 - 23 = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = 5 + 7 - 3 = 9$. Demak, 9 ta qarzdor talaba bor.

Bizga ma'lumki ko'paytma qoidasi $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$ (3) ko'rinishda yoziladi. Ko'paytma qoidasiga oid kombinatorika masalasi quyidagicha ko'rinishda bo'ladi.

“Agar X elementini m usul, Y elementini n usul bilan tanlash mumkin bo'lsa, (x;y) tartiblangan juftlikni $m \cdot n$ usul bilan tanlash mumkin”

5-misol. A qishloqdan B qishloqqa 5 ta yo'l olib boradi, B qishloqdan C qishloqqa esa 2 ta yo'l olib boradi. A qishloqdan C qishloqqa B qishloq orqali necha xil usul bilan borsa bo'ladi.

Yechish. A dan C ga (1,a),(1,b), (2,a),(2,b),(3,a),(3,b),(4,a),(4,b),(5,a),(5,b) juftliklar orqali berilgan yo'nalishlarda borish mumkin. Bunda yo'lning birinchi qismi 5 xil usul bilan, 2 – qismi 2 hil usul bilan bosib o'tiladi.

$X = \{1,2,3,4,5\}$, $Y = \{a,b\}$. deb olsak,

$X \times Y = \{(1,a),(2,a),(3,a),(4,a),(5,a), (1;b),(2;b),(3;b),(4;b),(5;b)\}$ -dekart ko'paytma hosil bo'ladi. Bunda $n(X \times Y) = n(X)n(Y) = 5 \cdot 2 = 10$ bo'lgani uchun A dan C ga 10 usul bilan boorish mumkinligi kelib chiqadi.

6 - misol. Nechta turli raqamlar bilan yozilgan ikki xonali sonlar bor?

Yechish. Birinchi raqamni 9 usul bilan ikkinchi raqamni ham 9 usul bilan tanlash mumkin. Qoidaga ko'ra hammasi bo'lib $9 \cdot 9 = 81$ ta ikki xonali son bor. Bunda 0 dan boshlab o'liklar raqamidan boshqa raqamlar nazarda tutiladi.

3. Takrorlanadigan o'rinashtirishlar $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ to'plam berilgan bo'lsin. Bu to'plam elementlaridan uzunligi k gat eng bo'lgan m^k kortejlar tuzish mumkin:

$$\bar{A}_m^k = m^k$$

Buni m elementdan k tadan takrorlanadigan o'rinashtirishlar diyiladi.

7 - misol. 3 elementli $x = \{1,2,3\}$ to'plam elementlaridan uzunligi ikkiga teng bo'lgan nechta kortish tuzish mumkin.

Yechish. $\bar{A}_3^2 = 3^2 = 9$ ta kortij tuzish mumkin. Mana ular.

(1;1) (1;2), (1;3)

(2;1) (2;2), (2;3)

(3;1) (3;2);(3;3)

8 - misol. 6 raqamli barcha telefon nomerlar sonini toping.

Yechish. Telefon nomerlar 0 dan 9 gacha bo'lgan o'nta raqamdan tuzilgani uchun 10 elementdan tuzilgan barcha tartiblangan uzunligi 6 ga teng bo'gan kortijlar sonini topamiz: $\bar{A}_{10}^6 = 10^6 = 1000000$

4. Takrorlanmaydigan o'rin almashtirishlar. Malumki m elementli X to'plam elementlarini to'rtli usullar bilan tartiblashlarning umumiy soni

$P_m = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m = m!$ ga teng

9 - misol. 5 ta talabani 5 stulga necha xil usul bilan o'tqazish mumkin?

Yechish. Masala 5 elementdan 5 tadan takrorlanmaydigan o'rin almashtirishlar sonini topishga keltiradi. $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

Demak, ularni 120 xil usul bilan o'tirg'zish mumkin

5. Takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar. m elementli X to'plamdan tuziladigan barcha tartiblangan n elementli to'plamlar soni

$A_m^n = m(m-1) \cdot \dots \cdot (m-n+1) = \frac{m!}{(m-n)!}$ ga teng.

10 - misol. Guruhdagi 25 talabadan tanlovga qatnashish uchun 2 talabani necha xil usul bilan tanlash mumkin.

Yechish. $A_{25}^2 = \frac{25!}{23!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 23} = 24 \cdot 25 = 600$ usul bilan tanlash mumkin.

11 - misol. 8 kishidan sardor, oshpaz, choyxonachi va navbachilardan iborat. 4 kishini tanlash kerak. Buni necha xil usulda amalga oshirish mumkin?

Yechish. Bu masala 8 keshidan 4 tadan takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar sonini topishga keltiriladi. Demak, $A_8^4 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$ usul bilan 4 kishini tanlash mumkin.

6. Takrorlanmaydigan guruhlashlar. M elementli X to'planning k elementli qism to'plamlari soni

$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_m} = \frac{m!}{(m-n)!n!}$

formula bo'yicha topiladi.

12 - misol. Kursdagi 20 talabadan ko'pirida ishtirok etish uchun 5 talabani necha xil usulda tanlash mumkin.

Yechish. Ko'rik ishtirikchilarning tartibga ahamiyatga ega bo'lmagani uchun 20 elementli to'planning 5 elementli qism to'plamlari soni nechtaligini topamiz:

$$C_{20}^5 = \frac{20!}{5!15!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 20}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 15 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 2 \cdot 17 \cdot 6 \cdot 19 \cdot 4 = 10704$$

Demak, 5 talabani 10704 usul bilan tanlash mumkin ekan.

13 - misol. 6 ta har xil rangli qalamdan 4 xil rangli qalamni necha xil usul bilan tanlash mumkin.

Yechish. $C_6^4 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 3 = 15$ xil usul bilan tanlash mumkin.

Endi chikli X to'plam qism to'plamlari sonini topish haqidagi masalani qaraymiz.

Uni hal qilish uchun istalgan tarzda x to'plamni tartiblaymiz. Sung har bir qism

to'plamni m uzunligidagi kortej sifatida shifirlaymiz: qisim to'plamga kirgan

element o'rniga 1, kirmagan element o'rniga 0 yozamiz. Masalan, agar

$X = \{x_1; x_2; x_3; x_4; x_5\}$ bolsa, u holda $(0; 1; 1; 0; 1)$ kortej $\{x_2, x_3, x_5\}$ qism to'plamini

shiflaydi, $(0; 0; 0; 0; 0)$ kortej esa bo'sh tuplam, $(1; 1; 1; 1; 1)$ kortej esa X tuplamning

o'zini shifirlaydi. Shunda qisim tupamlar soni ikkita $\{0; 1\}$ elementdan to'zilgan

barcha m uzunlikdagi kortejlar soniga teng bo'ladi: $\bar{A}_2^m = 2^m$.

14-misol. $X = \{a; b; c\}$ to'plamning barcha qism to'plamlarini yozing, ular nechta bo'ladi.

Yechish. $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a; b\}, \{a; c\}, \{b; c\}, \{a; b; c\}$ lar X to'plamning barcha qisim to'plamlari bo'lib ularning soni $2^3 = 8$ ga teng.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. L.P.Stoylova, A.M.Pishkalo "Boshlang'ich matematika kursi asoslari", Darslik, Toshkent, "O'qituvchi"-1991 yil.
2. A. Xudoyberganov "Matematika", Darslik, Toshkent, "O'qituvchi"-1980 yil.
3. N.Ya.Vilenkin va boshqalar "Matematika", Moskva, "Prosvesheniya"-1977 y.
4. N.Ya.Vilenkin va boshqalar "Zadachnik praktikum po matematike", Uchebnik, Moskva, "Prosvesheniya"-1977 y.
5. P.Ibragimov "Matematikadan masalalar to'plami", O'quv qo'llanma, Toshkent, "O'qituvchi"-1995 yil.
6. P.Azimov, H.Sherboyev, Sh.Mirhamidov, A.Karimova "Matematika", O'quv qo'llanma, Toshkent, "O'qituvchi"-1992 yil.
7. J. Ikromov "Maktab matematika tili", Toshkent, "O'qituvchi"-1992 yil.
8. P.P.Stoylova, N.Ya.Vilenin "Seliye neotritsatelniye chisla", Moskva, "Prosvesheniya"-1986 y
9. A.M.Pishkalo, P.P.Stoylova "Sbornik sadach po matematike", Moskva, "Prosvesheniya"-1979 y.
10. T.Yoqubov, S.Kallibekov "Matematik mantiq elementlari", Toshkent, "O'qituvchi"-1996 yil.
11. T.Yoqubov "Matematik mantiq elementlari", Toshkent, "O'qituvchi"-1983 y.
12. С. И. Новоселов "Специальный Курс Элементарной Алгебры" 1958-йил.
13. www.ziyounet.uz

