

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 225**

**Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

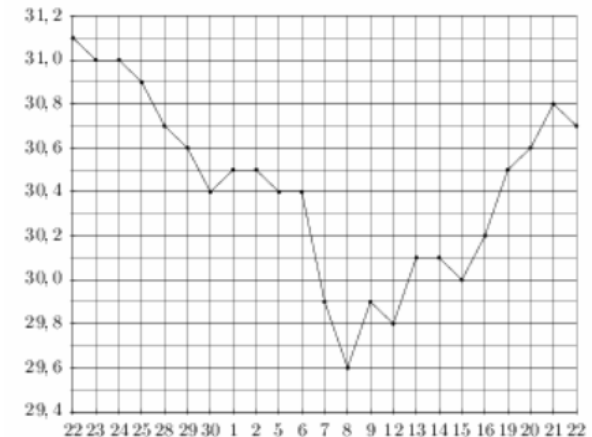
Желаем успеха!

Часть 1

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2000 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1500 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1200 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

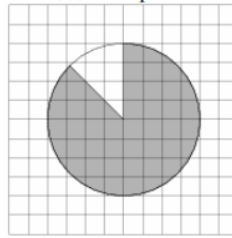
Ответ: _____.

2. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода курс доллара превышал курс 30 рублей за один рубль.



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 56?



Ответ: _____.

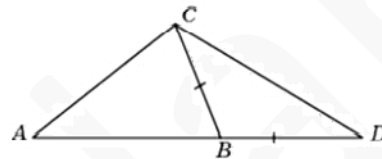
4. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию $A = \{\text{сумма очков равна } 8\}$?

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $10^{2x+1,7} = \sqrt{0,1}$

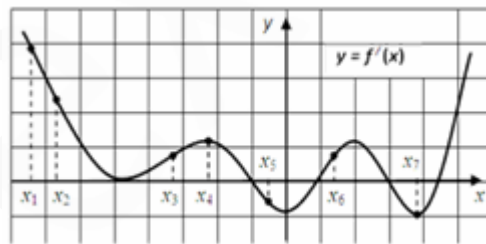
Ответ: _____.

6. В треугольнике ABC угол A равен 38° , угол C равен 26° . На продолжении стороны AB за точку B отложен отрезок BD , равный стороне BC . Найдите угол D треугольника BCD . Ответ дайте в градусах.



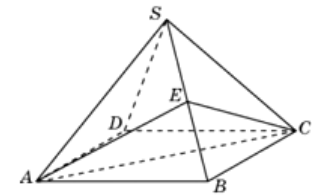
Ответ: _____.

7. Дан график производной функции $y = f'(x)$ и отмечены семь точек: x_1, \dots, x_7 . В скольких из этих точек функция $y = f(x)$ возрастает?



Ответ: _____.

8. Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 60. Точка E – середина ребра SB . Найдите объем треугольной пирамиды $EABC$.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Вычислите: $\log_2 13 \cdot \log_{13} 32 - 100^{\lg 5} - \log_8 5 + \log_8 320$

Ответ: _____.

10. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t – время в минутах, $\omega = 45^\circ/\text{мин}$ – начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 6^\circ/\text{мин}^2$ – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 3000° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

11. Бригада маляров красит забор длиной 300 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за второй и предпоследний день в сумме бригада покрасила 50 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 4^x - 8 \cdot 2^x + 1$ на отрезке $[1; 3]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. Дано уравнение $\sin 7x - \cos 6x - \sin 5x = 2 \sin x + 5$

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-7\pi; -5\pi]$

14. В правильной шестиугольной пирамиде $PABCDEF$ боковое ребро наклонено к основанию под углом $\alpha = \arctg \frac{\sqrt{3}}{2}$.

А) Докажите, что плоскости APB и DPE перпендикулярны.

Б) Найдите отношение радиуса сферы, касающейся всех граней пирамиды, к радиусу сферы, проходящей через все вершины пирамиды.

15. Решите неравенство $\frac{\log_x 32}{\log_2 x - \log_x 4 + 1} \leq \log_{\frac{x}{2}} 8 - \log_{4x} x$.

16. Треугольник ABC ($AB < AC$) вписан в окружность. На стороне AC отмечена точка E так, что $AE=AB$. Серединный перпендикуляр к отрезку CE пересекает дугу BC , не содержащую точки A , в точке K .

А) Докажите, что AK является биссектрисой угла BAC .

Б) Найдите площадь четырехугольника $ABKE$, если известно, что $AB=5$, $AC=11$, $BC=10$.

17. 1 июля гражданка взяла в кредит S млн. рублей. Условия его возврата таковы:

- 15 числа каждого месяца сумма долга увеличивается на 10% по сравнению с началом текущего месяца;
- с 16 по 28 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 1 числа каждого месяца долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

| Месяц | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 01 | ... | |
|------------------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----|---|
| Долг (млн. руб.) | S | $S-0,5$ | $S-0,9$ | $S-1,2$ | $S-1,4$ | $S-1,5$ | $S-1,6$ | ... | 0 |

(начиная с декабря, долг равномерно уменьшался на 100 тыс. руб.)

Определите: а) размер кредита; б) через сколько месяцев он был полностью погашен, если известно, что за все время кредитования было выплачено 4,16 млн. рублей.

18. Найдите все a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x + y + 9(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - 3\sqrt{xy} = 86 - a^2, \\ \sqrt{xy} - 7(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = a^2 + a - 45 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

19. А) Может ли произведение двух различных натуральных чисел оказаться в 5 раз больше, чем разность этих чисел?

Б) Может ли произведение двух различных натуральных чисел оказаться в 5 раз больше, чем разность квадратов этих чисел?

В) Найдите все трехзначные натуральные числа, каждое из которых в 5 раз больше, чем сумма попарных произведений его цифр.