

7-SINF. BILIMLAR BELLASHUVI MASALALARI

1. Hisoblang:
$$\frac{3^{50} + 3^{49} + 3^{48}}{3^{48} + 3^{47} + 3^{46}} - \frac{2^{30} - 2^{29}}{2^{26}}$$

2. Kutubxonada o‘zbek, ingliz va nemis tilidagi kitoblar mavjud bo‘lib, o‘zbek tilidagi kitoblar barcha chet tilidagi kitoblarning 75% ini tashkil qiladi. Nemis tilidagi kitoblar ingliz tilidagi kitoblarning 80% ini tashkil qiladi. Ingliz tilidagi kitoblar jami 80 ta. Kutubxonada o‘zbek tilidagi kitoblar nechta?

3. x, y, z – ketma-ket kelgan juft sonlar bo‘lsa, $-(x - y)^3 + 3(x - z)(z - y)$ ifodaning qiymatini toping.

4. $ABCD$ qavariq to‘rtburchakda D burchagi 60° , C burchagi 150° va B burchagi to‘g‘ri. Agar $DC = 6$ va $AD = 20$ bo‘lsa, AB tomon uzunligini toping.

5. Teng yonli uchburchakning perimetri 19 sm bo‘lib, tomonlaridan biri ikkinchisidan 1 sm qisqa. Uchburchakning barcha tomonlarining uzunligini toping.

6. Tenglamani yeching: $(2x + 1)^2 - (2x - 3)^2 = 4(7x - 5)$

7. Soat 15:30 da soat va minut mili orasidagi burchak necha gradusga teng bo‘ladi?

8. $2x^3 - 7x^2 + 13x - 18$ ko‘phad $ax^2 + bx + 11,5$ ko‘phadga ko‘paytirildi. Natijada x^4 ni ham x^3 ni ham o‘z ichiga olmagan ko‘phad hosil bo‘ldi. a va b koeffitsientlarni toping.

9. Soddalashtiring:
$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac}{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}$$

10. Teng yonli uchburchakning tomonlari 7 va 15 bo‘lsa, uning asosini toping.

11. Ayniyatni isbotlang. $(1 + ab + a + b)^2 - (1 - ab + a - b)^2 = 4b(1 + a)^2$

12. To‘rtta ketma-ket toq sonlar ko‘paytmasi bilan 16 ning yig‘indisi biror natural sonning kvadrati bo‘lishini isbotlang.

13. Agar $a + b + c = 0$ bo‘lsa, $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ ekanligini isbotlang.

14. Bir ishchi bog‘ning avval $\frac{2}{7}$ qismini, keyin qolganining $\frac{2}{3}$ qismini, oxirida qolganining $\frac{1}{3}$ qismini doriladi. Dorilanmagan qism $6 m^2$ bo‘lsa, birinchi dorilangan qismni toping.

15. Hisoblang:
$$\frac{10^{50} + 10^{55} + 10^{60} + 10^{65}}{10^{60} + 10^{55} + 10^{50} + 10^{45}}$$

16. $x - 2y$, 2 , $x + 2y$ va 5 sonlari proporsiyaning ketma-ket hadlari bo‘lsa, $\frac{x^2 - y^2}{xy}$ ni

hisoblang

17. Ayalana vatariga perpendekulyar bo‘lgan diametr shu vatarni teng ikkiga bo‘lishini isbotlang.

18. Tomonlari 5 sm, 6 sm va 7 sm bo‘lgan uchburchak yasang.

19. Agar $a + \frac{1}{a} = 3$ bo‘lsa, $\frac{a^6 + 1}{a^3}$ ning qiymatini toping.

20. Hisoblang:

a)
$$(5^4 + 1)(5^8 + 1)(5^{16} + 1)(5^{32} + 1) - \frac{1}{624} \cdot 5^{64}$$

b)
$$\frac{889^3 + 3000 \cdot 889 \cdot 111 + 111^3}{889^2 + 889 \cdot 222 + 111^2}$$

21. Ifodani soddalashtiring:
$$\left(\frac{3a}{a+6} - \frac{2a}{a^2+12a+36} \right) : \frac{3a+16}{a^2-36} + \frac{6(a-6)}{a+6}$$

22. Tenglikni isbotlang:
$$n(n+1)(n+2)(n+3) + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$$

23. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari bissektrisalari hosil qilgan o‘tkir burchak 43° ga teng. Uchburchakning uchidagi burchagini toping.

24. Hisoblang:
$$2015 \cdot \frac{2015}{2016} + 2016 \cdot \frac{2016}{2017} - \frac{4033}{2016 \cdot 2017}$$

Bahodir Kamolov, Ne‘matjon Kamalov

Matematikadan bilimlar bellashuvi va olimpiada masalalari

25. Hisoblang:
$$\frac{(4 \cdot 3^{22} + 7 \cdot 3^{21}) \cdot 57}{(19 \cdot 27^4)^2}$$

26. Yuk tashuvchi tashkilotdan 67 tonna yukni bir qatnovda tashib berish iltimos qilindi. Bu tashkilot yukni tashish uchun yuk ko‘tarish quvvati ikki xil 2,5 tonnali va 6,5 tonnali mashinalardan ajratdi. Bu tashkilot har bir tur mashinadan nechtadan ajratgan?

27. Ko‘paytuvchilarga ajrating:

a) $(y - z)^3 - (y - x)^3 + (z - x)^3$

b) $a^3 + 10a^2 + 26a + 17$

28. Dastlabki 50 ta juft natural 2, 4, 6, ..., 100 sonlardan eng kamida nechta sonni o‘chirsak, o‘chirilmay qolgan sonlar yig‘indisi 2016 ga teng bo‘ladi?

29. Natural sonlar “chiroyli” deyiladi, agar uning o‘nli yozuvida faqat toq sonlar ishtirok etsa. To‘rt xonali “chiroyli” sonlar nechta?

30. Hisoblang:
$$\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 17}$$

31. Ikki musbat sondan biri ikkinchisidan 60% ga kam. Shu sonlarning ko‘paytmasi 1000 ga teng bo‘lsa, ularning yig‘indisini toping.

32. Ko‘paytuvchiga ajrating: $a^5 + a^4 - 2a^3 - 2a^2 + a + 1$

33. Tenglamani yeching:
$$\frac{0,(3) + 0,1(6)}{0,(319) + 1,(680)} \cdot x = 8^{0,(6)}$$

34. $7x + 9y = 71$ tenglamani natural sonlarda yeching.

35. Tenglamani yeching:
$$\frac{2x + 3}{2} + \frac{2 - 3x}{3} = 2,1(6)$$

36. Uchburchak medianasi uchburchakning yarim perimetridan kichik ekanligini isbotlang.

37. Hisoblang:
$$\frac{\frac{5}{11} \cdot 0,006 \cdot 2 \frac{1}{5} + 1 \frac{1}{8} \cdot 0,004 \cdot \frac{8}{9}}{0,5 \cdot 0,0009 + 0,0001 \cdot 0,5}$$

Bahodir Kamolov, Ne‘matjon Kamalov

Matematikadan bilimlar bellashuvi va olimpiada masalalari

38. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda BH va B_1H_1 balandliklar o'tkazilgan. Agar $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ va $BH = B_1H_1$ bo'lsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bo'lishini isbotlang.

39. Soddashtiring: $\left(\frac{3a}{a-4} + \frac{10a}{a^2-8a+16} \right) : \frac{3a-2}{a^2-16} - \frac{4(a+4)}{a-4}$

40. Soddashtiring: $a^2b^2 \left(\frac{1}{(a+b)^2} \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) + \frac{2}{(a+b)^3} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right)$

41. To'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir burchagi 60° ga, gipotenuzasiga tushirilgan balandligi 21 ga teng. Berilgan uchburchakning katta katetini toping.

42. Kasrni qisqartiring: $\frac{x^{47} + x^{46} + \dots + x + 1}{x^{15} + x^{14} + \dots + x + 1}$

43. Hisoblang: $(1 + 2 + 2^2)(1 + 2^3 + 2^6)(1 + 2^9 + 2^{18})(1 + 2^{27} + 2^{54})$

44. Amallarni bajaring: $\frac{1}{a^2 - 7a + 12} + \frac{2a - 1}{a^2 - 4a + 3} - \frac{2a - 5}{(a^2 - 5a + 4)(a - 3)}$

45. Ko'paytuvchilarga ajrating: $(a + b)(a + b + 2) - (a - b)(a - b - 2)$

46. a va b musbat sonlari uchun $a^2 + b^2 = 6ab$ tenglik o'rinli bo'lsa, $\left(\frac{a-b}{a+b} \right)^2 - \frac{1}{2}$ ifodaning qiymatini toping.

47. Uchta ketma-ket kelgan natural son berilgan. Bu sonlardan ikkita kattasining ko'paymasidan kichik sonning kvadratini ayrilsa, 188 hosil bo'ladi. Shu sonlarni toping.

48. Tenglamani yeching: $(5x - 3)(2 + 3x) = 0$

49. ΔABC da $\angle A = 40^\circ$, B uchidagi tashqi burchak $\alpha - \beta$, C uchidagi tashqi burchak esa $\alpha + \beta$ ga teng. α ning qiymatini toping.

50. Amallarni bajaring: $\left(\frac{a^2 - ab}{a^2b + b^3} - \frac{2a^2}{b^3 - ab^2 + a^2b - a^3} \right) \cdot \left(1 - \frac{b-1}{a} - \frac{b}{a^2} \right)$

Bahodir Kamolov, Ne'matjon Kamalov

Matematikadan bilimlar bellashuvi va olimpiada masalalari

51. Tenglamani yeching: $(2x + 3)^2 - 4(x - 1)(x + 1) = 49$

52. Kasrlarni ko'paytiring: $\frac{a^2 - 49}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \frac{a + b}{a - 7}$.

53. Teng yonli uchburchakning uchburchakning yon tomoniga tushirilgan balandligi bilan ikkinchi yon tomoni orasidagi burchak 20° ga teng. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchakni toping.

54. Ko'paytuvchilarga ajrating: $25a^2 - 4b^2 + 10a + 4b$

55. Amallarni bajaring: $\frac{2}{2a + 3} + \frac{3}{3 - 2a} + \frac{2a + 15}{4a^2 - 9}$

56. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari bissektrisalari hosil qilgan o'tkir burchagi 43° . Uchburchakning uchidagi burchagini toping.

57. Hisoblang: $27048 \cdot 27044 - 27047 \cdot 27043$.

58. ABC uchburchakning perimetri 70 dm ga teng. Balandligi uni perimetrlari 46 dm va 38 dm ga teng bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. ABC uchburchakning balandligini toping.

59. Teng yonli ADC va CBD uchburchaklar umumiy DC asosga ega. AB to'g'ri chiziq CD kesmani O nuqtada kesib o'tadi. Quyidagilarni isbotlang:

a) $\angle ADB = \angle ACB$

b) $DO = OC$

60. Uchhadni ko'paytuvchilarga ajrating: $x^5 + x^4 + 1$

61. Hisoblang: $\frac{2^{20} \cdot 27^4 + 10 \cdot 4^9 \cdot 9^6}{2^{20} \cdot 3^{12} + 12^{10} \cdot 2 \cdot 3^3} + \frac{6^6 \cdot 2^3 - 3^6}{6^6 + 6^3 \cdot 3^3 + 3^6}$

62. Quyidagi ifodada qavslar ichiga tushirib qoldirilgan hadlarni shunday joylashtiringki, ifodaning qiymati x ning barcha qiymatlarida bir xil son bo'lsin:

$$(17x - 2)^2 - (15x - 6)^2 - (\dots + \dots)^2$$

63. To'rtta ketma-ket kelgan natural son berilgan. Bu sonlardan ikkita kattasining ko'paytmasi bilan ikkita kichigi ko'paytmasining ayirmasi 74 ga teng. Shu sonlarni toping.

Bahodir Kamolov, Ne'matjon Kamalov

Matematikadan bilimlar bellashuvi va olimpiada masalalari

64. $\triangle MNK$ uchburchakda $\angle MNK = 50^\circ$, M uchidagi tashqi burchak $\alpha + \beta$, K uchidagi tashqi burchak esa $\beta - \alpha$ ga teng. β ning qiymatini toping.

65. Kvadratning tomoni to'g'ri to'rtburchakning bir tomonidan 3 sm qisqa va ikkinchi tomonidan 2 sm uzun. Agar kvadratning yuzi to'g'ri to'rtburchakning yuzidan 30 sm² kam ekani ma'lum bo'lsa, kvadratning tomonini toping.

66. Ifodaning qiymatini toping: $5027 - \frac{2014^3 + 3 \cdot 2014 \cdot 2013 \cdot 4027 + 2013^3}{2014^2 + 2 \cdot 2014 \cdot 2013 + 2013^2}$

67. Tenglamani yeching: $(5x - 1)(25x^2 + 5x + 1) - 25x(5x^2 - 4) = 99$

68. Soddalashtiring:

$$0,91 \cdot (0,3^2 + 1)(0,3^4 + 1)(0,3^8 + 1)(0,3^{16} + 1)(0,3^{32} + 1)(0,3^{64} + 1)$$

69. ABC uchburchak ichida D nuqta olingan. Agar $AC = AB$, $CD = BD$, $\angle BDA = 120^\circ$ bo'lsa, $\angle ADC$ ni toping.

70. Bir-biriga qarab suzib kelayotgan ikkita delfin orasidagi masofa 33 km. Agar delfinlardan birining tezligi ikkinchisidan 10 km/soatga ortiq va tezliklari nisbati 5:6 kabi bo'lsa, ular qancha vaqtdan keyin uchrashadi?

71. Tenglamani yeching: $300 - x - \frac{x}{3} + 100 - \frac{x}{3} - x - \frac{x}{3} = 4(x + \frac{x}{3})$

72. $11^{11} + 12^{12} + 13^{13}$ sonining 10 ga bo'linishini isbotlang.

73. 2^{100} sonining barcha raqamlari qo'shib chiqildi. Hosil bo'lgan sonning raqamlari yana qo'shildi, bu harakatlar natijada bir xonali son qolguncha davom ettirildi. Qanday bir xonali son hosil bo'ldi?

74. Bir nechta musbat sonlarning yig'indisi 5 dan katta bo'lib, kvadratlarining yig'indisi 1 dan kichik bo'lishi mumkinmi?

75. Hovuzga 4 ta quvur o'tkazilgan bo'lib, birinchi quvur hovuzni bir kunda, ikkinchi quvur ikki kunda, uchinchi quvur uch kunda, to'rtinchi quvur to'rt kunda to'ldiradi. Hamma quvur birdaniga ochib qo'yilsa, hovuz qancha vaqtda to'ladi?

76. Qo'shni burchaklar bissektrisalari orasidagi burchak 90° ekanini isbotlang.

Bahodir Kamolov, Ne'matjon Kamalov

Matematikadan bilimlar bellashuvi va olimpiada masalalari

77. MN va KL to'g'ri chiziqlarning kesishishidan hosil bo'lgan MOL va KON vertikal burchaklarning yig'indisi 148° ga teng. MOK burchakni toping.

78. Hisoblang: $\frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$

79. 56 sonini shunday ikkita qo'shiluvchiga ajratingki, birinchi qo'shiluvchining $\frac{1}{3}$ qismi, ikkinchi qo'shiluvchining $\frac{1}{4}$ qismiga teng bo'lsin.

80. Harflarning har qanday qiymatida tenglik to'g'ri ekanini ko'rsating:

$$(x - y)(x + y) - (a - x + y)(a - x - y) - a(2x - a) = 0$$

81. ABC uchburchakda $AB \neq BC$ ekanligi ma'lum. BB_1 mediana davom ettirilib, unda M nuqta olingan, bunda $MB_1 = B_1B$. BH balandlik davom ettirilib, unda K nuqta olingan, bunda $KH = HB$ tengliklar o'rinli. Agar $\angle A = 30^{\circ}$ va $\angle C = 70^{\circ}$ bo'lsa, MAK burchakni toping.

82. Uchburchakning medianasi o'zi tushgan tomonning yarmiga teng bo'lsa, bu uchburchakning to'g'ri burchakli ekanini isbotlang.

83. To'rtta ketma-ket toq natural sonlar berilgan. Chetki sonlar yig'indisining uchlanganidan o'rtadagi sonlar musbat ayirmasi ikkilanganining ayirmasi 44 ga teng bo'lsa, shu sonlarni toping.

84. O'ziga qo'shni bo'lgan burchak kattaligining 44% iga teng bo'lgan burchak kattaligini toping.

85. AD va BC to'g'ri chiziqlar O nuqtada kesishadi. AOB burchak ichida M nuqta, COD burchak ichida esa K nuqta berilgan. Agar $\angle AOB = 80^{\circ}$, $\angle MOB = 30^{\circ}$, $\angle KOD = 40^{\circ}$ bo'lsa, quyidagilarni toping:

a) AOM va COK burchaklarni;

b) MOB va COK burchaklar vertikal bo'la oladimi? Tushuntirib bering.

86. Teng tomonli uchburchakning ixtiyoriy ikkita medianasi 60° li burchak ostida kesishishini isbotlang.

87. Agar uch xonali sondan undagi raqamlarni teskari tartibda yozishdan hosil bo'lgan uch xonali son ayrilsa, hosil bo'lgan son ayirmasining moduli 9 ga va 11 ga bo'linishini isbotlang.
88. O'tkir burchakli teng yonli ABC uchburchakning AB va AC yon tomonlariga tushirilgan balandliklari M nuqtada kesishadi. Agar $\angle BMC = 140^\circ$ bo'lsa, ABC uchburchakning burchaklarini toping.
89. Amallarni bajaring: $\left(\frac{a}{b^2 + ab} + \frac{2}{a + b} + \frac{b}{a^2 + ab}\right) : \left(\frac{b}{a} + 2 + \frac{a}{b}\right)$
90. Agar $(x^2 + 2x + 3)(y^2 - 4y + 8) = 8$ bo'lsa, $\frac{x - y}{x + y}$ ni toping.
91. $(6n - 5)^2 - (5n - 6)^2$ ifodaning qiymati istalgan butun n soni uchun 11 ga bo'linishini isbotlang.
92. ABC uchburchakning A va C uchlaridan o'tkazilgan balandliklari M nuqtada kesishadi. Agar $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ bo'lsa, $\angle AMC$ ni toping.
93. Teng yonli uchburchakning asosiga tushirilgan medianasi 8 ga teng. Hosil bo'lgan uchburchaklardan birining perimetri 30 ga teng bo'lsa, berilgan uchburchakning perimetrini toping.
94. $p^2 - 1$ soni 24 ga karrali ekanligini isbotlang, bunda p soni 3 dan katta tub son.
95. Endigina qazib olingan toshko'mirda 2 % suv bo'ladi. Ikki hafta ochiq havoda turgandan keyin unda 12 % suv bo'ladi. Qazib olingan 1 tonna ko'mir ochiq havoda ikki hafta turgandan keyin uning og'irligi necha kg ortadi?
96. $2x^4 + x^3 - 41x^2 + 83x - 45 = (ax^2 + bx + c)(x^2 + 4x - 9)$ tenglik ayniyat ekanini bilgan holda $ax^2 + bx + c$ ko'phadning a, b, c koeffitsientlarini toping.
97. Uchburchak burchaklari α, β, γ uchun $\alpha = \frac{\beta + \gamma}{2}$ tenglik o'rinli bo'lsa, α burchakning kattaligini toping.
98. Agar a, b, c –biror uchburchakning tomonlari va $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$ bo'lsa, bu uchburchakning teng tomonli ekanini isbotlang.

Bahodir Kamolov, Ne'matjon Kamalov

Matematikadan bilimlar bellashuvi va olimpiada masalalari

99. Qaysi biri kata: $\frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1}$ mi yoki $\frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1}$ mi?

100. Fermer 10 tonna tarvuz yig'ishtirib olib, yuk mashinalarida shaharga jo'natdi. Ma'lumki, tarvuz tarkibi deyarli suvdan iborat bo'ladi. Jo'natish paytida tarvuzdagi suv miqdori 99 % ga teng edi. Tashish paytida tarvuzlar birmuncha quruqlashib, suv tarkibi 1 % ga kamaydi, ya'ni 98 % ga teng bo'lib qoldi. Shaharga olib kelingan tarvuzlarning vazni qanchaga teng?