МАТЕМАТИКА

1. Если число $a+1$ делится без остатка на 3, то на какое из приведенных чисел делится без остатка число $4+7a$ $(a \in N)$?

A) **3** B) *7* C) *5* D) *11*

Решение. Если число $a+1$ делится без остатка на 3, то его можно записать в виде: $a+1=3n$ $(n \in N)$. Тогда
$4+7a=(4+4a)+3a=4(1+a)+3a=$
$=4(3n)+3a=3(4n+a)$, $(n \in N)$. Значит число $4+7a$ тоже делится на 3 без остатка.

Правильный ответ: A

Источник: Математика 6 класс М.Мирзаахмедов и др. "O‘qituvchi" 2017

2. Сравните числа: $a=\dfrac{7}{105}$, $b=\dfrac{7}{103}$, $c=\dfrac{7}{104}$.

A) $a<c<b$ B) $c<a<b$ C) $a<b<c$
D) $b<c<a$

Решение. Среди дробей с одинаковыми числителями больше (меньше) будет та, у которой знаменатель меньше (больше). Значит верным будет $a<c<b$.

Правильный ответ: A

Источник: Математика 6 класс М.Мирзаахмедов и др. "O‘qituvchi" 2017

3. Найдите тринадцатую цифру после запятой в записи числа $\dfrac{2}{33}$ в виде бесконечной периодической десятичной дроби.

A) **0** B) *6* C) *2* D) *3*

Решение. Обыкновенную дробь $\dfrac{2}{33}$ можно привести к дроби со знаменателем 99, умножив и числитель, и знаменатель на 3, а дробь со знаменателем 99 легко представить в виде бесконечной периодической десятичной дроби.
$\dfrac{2}{33}=\dfrac{2\cdot 3}{33\cdot 3}=\dfrac{6}{99}=0,(06)=0,06060606\ldots$
В дроби $\dfrac{2}{33}=0,06060606\ldots$ на всех чётный местах после запятой стоит цифра 6, а на всех нечётных местах после запятой стоит цифра 0. Так как 13 нечётное число, значит тринадцатая цифра после запятой будет 0.

Правильный ответ: A

Источник: Математика 6 класс М.Мирзаахмедов и др. "O‘qituvchi" 2017

4. На автомобиле нужно проехать 1090 km. В первый день проехали 60 % пути. Сколько километров нужно ещё проехать?

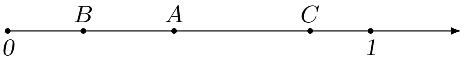
A) **436** B) *437* C) *438* D) *439*

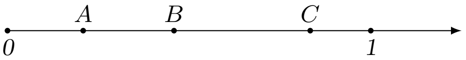
Решение. После того как на автомобиле проехали 60 % от 1090 km остаётся проехать ещё 40 % пути. Найдём 40 % от 1090 km: $1090 \times 40/100 = 436$. Значит автомобилю нужно проехать ещё 436 km.

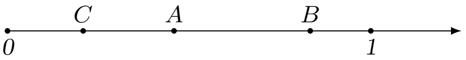
Правильный ответ: A

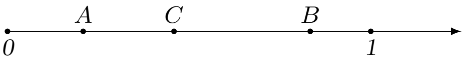
Источник: Математика 6 класс М.Мирзаахмедов и др. "O‘qituvchi" 2017

5. Три точки заданы координатами $A(x)$, $B(x^2)$, $C(\sqrt{x})$, где $0 < x < 1$. Какой из данных рисунков соответствует этим точкам?

A) 

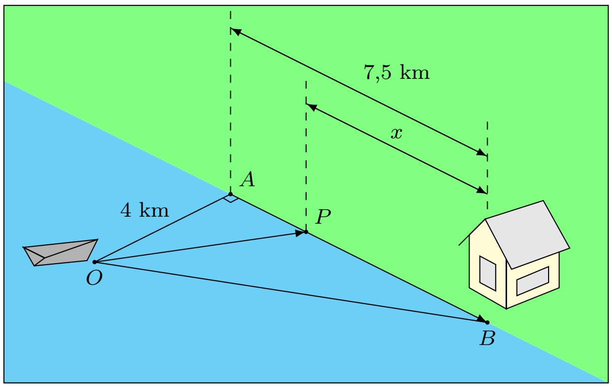
B) 

C) 

D) 

Решение. Квадрат числа, принадлежащего промежутку $0 < x < 1$, меньше самого числа, а квадратный корень из этого числа больше самого числа:
$0 < x < 1 \Rightarrow 0 < x^2 < x < 1$,
$0 < x < 1 \Rightarrow 0 < x < \sqrt{x} < 1$.
Значит верным будет
$0 < x^2 < x < \sqrt{x} < 1$.
Правильный ответ: A
Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O'qituvchi" 2019

6. Анвар плывёт на лодке в стоячей воде с постоянной скоростью 3 km/h. По суше Анвар двигается с постоянной скоростью 5 km/h. По данным рисунка определите за какое самое короткое время (минут) Анвар доберётся от его текущего положения до дома.



A) **154** B) *170* C) *152* D) *156*

Решение. По условию задачи скорость лодки $v_q = 3$ km/h, скорость движения Анвара по суше $v_a = 5$ km/h, а скорость течения $v_0 = 0$ km/h. Пусть самое короткое время займёт путь по траектории вдоль отрезков OP и PB. Обозначим $PB = x$ km (здесь $0 \le x \le 7,5$), тогда $AP = 7,5 - x$ km. Получаем:

$$OP = \sqrt{OA^2 + AP^2} = \sqrt{4^2 + (7,5 - x)^2}$$

Значит время – это функция, зависящая от x:

$$t = \frac{\sqrt{4^2 + (7,5 - x)^2}}{3} + \frac{x}{5}$$

Наименьшее значение этой функции найдём с помощью производной:

$$t' = \frac{\left(\sqrt{4^2 + (7,5 - x)^2}\right)'}{3} + \left(\frac{x}{5}\right)' =$$

$$= \frac{x - 7,5}{3\sqrt{4^2 + (7,5 - x)^2}} + \frac{1}{5} = 0$$

Решив полученное уравнение, получаем $x = 4,5$.
Значит наименьшее время, за которое Анвар доберётся до дома, равно

$$t = \frac{\sqrt{4^2 + 3^2}}{3} + \frac{4,5}{5} = \frac{5}{3} + \frac{9}{10} = \frac{77}{30} \text{ часа}$$

или 154 минуты.
Правильный ответ: A
Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

7. Вычислите:
$\sqrt{6-4\sqrt{2}}+\sqrt{7+2\sqrt{10}}+2-\sqrt[4]{(-5)^2}$

A) 4 B) 0 C) -3 D) 5

Решение. Выражение
$\sqrt{6-4\sqrt{2}}+\sqrt{7+2\sqrt{10}}+2-\sqrt[4]{(-5)^2}$
разделим для удобства на 3 части
$\sqrt{6-4\sqrt{2}}$; $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$; $\sqrt[4]{(-5)^2}$ и
упростим каждую из них:
1) $\sqrt{6-4\sqrt{2}}=\sqrt{4-2\cdot 2\cdot\sqrt{2}+2}=$
$=\sqrt{2^2-2\cdot 2\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2}=$
$=\sqrt{\left(2-\sqrt{2}\right)^2}=\left|2-\sqrt{2}\right|$, так как
$2>\sqrt{2}>0$ получаем
$\sqrt{6-4\sqrt{2}}=2-\sqrt{2}$.
2) $\sqrt{7+2\sqrt{10}}=\sqrt{5+2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}+2}=$
$=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2+2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2}=$
$=\sqrt{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$
Получаем, что $\sqrt{7+2\sqrt{10}}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$.
3) $\sqrt[4]{(-5)^2}=\sqrt[4]{5^2}=\sqrt{5}$
Получаем, что $\sqrt[4]{(-5)^2}=\sqrt{5}$.
Подставляем полученные данные в исходное выражение
$\sqrt{6-4\sqrt{2}}+\sqrt{7+2\sqrt{10}}+2-\sqrt[4]{(-5)^2}$ и
упрощаем его:
$\sqrt{6-4\sqrt{2}}+\sqrt{7+2\sqrt{10}}+2-\sqrt[4]{(-5)^2}=$
$=2-\underline{\sqrt{2}}+\underline{\underline{\sqrt{5}}}+\underline{\sqrt{2}}+2-\underline{\underline{\sqrt{5}}}=2+2=4$
Правильный ответ: A
Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

8. Какое из ниже перечисленных чисел не является членом арифметической прогрессии $4;7;10;13;\ldots$?

A) **32** B) 31 C) 37 D) 49

Решение. Члены арифметической прогрессии 4; 7; 10; 13; ... запишем в виде:
$3+1;\ 6+1;\ 9+1;\ 12+1;\ \ldots$
Значит общий член этой прогрессии
$a_n=3n+1$ (где $n\in N$)
Исходя из записи можно сделать вывод что все члены данной арифметической прогрессии состоят из натуральных чисел, которые при делении на 3 дают в остатке 1.
По этому признаку из приведенных чисел не подходит только число 32, так как оно при делении на 3 даёт в остатке 2.
Правильный ответ: A
Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019.

9. Упростите выражение $\dfrac{x^2-4}{4x^2}\cdot\dfrac{2x}{x+2}$ и найдите его значение при $x=4$.

A) **0,25** B) *0,05* C) *0,02* D) *0,01*

Решение. Прежде чем подставлять значение x упростим выражение:
$$\frac{x^2-4}{4x^2}\cdot\frac{2x}{x+2}=\frac{(x-2)\cancel{(x+2)}}{{}_{2}\cancel{4}\cancel{x^2}}\cdot\frac{\cancel{2}\cancel{x}}{\cancel{x+2}}=$$
$$=\frac{x-2}{2x}$$
В упрощенное выражение $\dfrac{x-2}{2x}$
подставим значение $x=4$ и получим:
$$\frac{x-2}{2x}=\frac{4-2}{2\cdot 4}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=0,25$$
Правильный ответ: A
Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

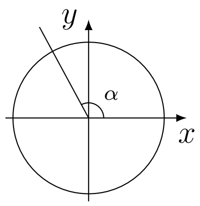
10. Сократить дробь $\dfrac{15x^2 - x - 28}{3x + 4}$

A) $5x - 7$ B) $5x + 7$ C) $x + 7$
D) $x - 7$

Решение. Разложим числитель дроби $\dfrac{15x^2 - x - 28}{3x + 4}$ на множители и сократим получившуюся дробь:
$\dfrac{(5x - 7)\cancel{(3x + 4)}}{\cancel{3x + 4}} = 5x - 7$

Правильный ответ: A
Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O'qituvchi" 2019

11. Какое из приведённых неравенств верно для угла α, изображённого на рисунке?



A) $\sin\alpha \cdot \cos\alpha < 0$ B) $\operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha > 0$
C) $\operatorname{ctg}\alpha \cdot \cos\alpha < 0$ D) $\operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin\alpha > 0$

Решение. На рисунке видно, что луч, построенный под углом α относительно положительного направления оси x, лежит во II четверти. Тогда верны неравенства $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, $tg\alpha < 0$ и $ctg\alpha < 0$. По этому, среди приведённых неравенств, верным является только $\sin\alpha \cdot \cos\alpha < 0$.

Правильный ответ: A
Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O'qituvchi" 2019

12. Решите уравнение: $\dfrac{5}{\sin^2 x} + \dfrac{7}{\sin x} - 6 = 0$

A) $(-1)^{k+1}\dfrac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$

B) $(-1)^{k}\dfrac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$

C) $(-1)^{k}\dfrac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$

D) $\dfrac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$

Решение. Данное уравнение преобразуем к виду:
$6\sin^2 x - 7\sin x - 5 = 0$ $(\sin x \neq 0)$.
Сделаем замену $\sin x = t$, и получим квадратное уравнение
$6t^2 - 7t - 5 = 0$.
Корни этого уравнения $t_1 = \dfrac{5}{3}$ и $t_2 = -\dfrac{1}{2}$.
Отсюда получаем уравнения $\sin x = \dfrac{5}{3}$ и $\sin x = -\dfrac{1}{2}$
Уравнение $\sin x = \dfrac{5}{3}$ решений не имеет.
Уравнение $\sin x = -\dfrac{1}{2}$ имеет корни
$x = (-1)^{k+1}\dfrac{\pi}{6} + \pi k,\ \ k \in Z.$
Значит решением уравнения будет
$x = (-1)^{k+1}\dfrac{\pi}{6} + \pi k,\ \ k \in Z.$

Правильный ответ: A
Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O'qituvchi" 2019

13. В уравнении $5 + 5^{2x+y} - 5^{x+1} - 5^{x+y} = 0$, выразить x через y, если $x \neq 0$.

A) $x = 1 - y$ B) $x = -1 - y$
C) $x = y - 1$ D) $x = y + 1$

Решение. Разложим левую часть уравнения $5 + 5^{2x+y} - 5^{x+1} - 5^{x+y} = 0$ (где $x \neq 0$) на множители:
$\underline{5} + \underline{\underline{5^{2x} \cdot 5^y}} - \underline{5 \cdot 5^x} - \underline{\underline{5^x \cdot 5^y}} = 0$
$5\left(1 - 5^x\right) - 5^x \cdot 5^y\left(1 - 5^x\right) = 0$
$\left(5 - 5^x \cdot 5^y\right) \cdot \left(1 - 5^x\right) = 0$
Чтобы произведение было равно нулю, один из множителей должен быть равен нулю. Рассмотрим оба варианта:
$1 - 5^x = 0$ или $5 - 5^x \cdot 5^y = 0$
1) решив уравнение $1 - 5^x = 0$ получаем $5^x = 1 \Rightarrow 5^x = 5^0 \Rightarrow x = 0$, что противоречит условию задачи $x \neq 0$.
2) решив уравнение $5 - 5^x \cdot 5^y = 0$ получаем
$5^{x+y} = 5 \Rightarrow 5^{x+y} = 5^1 \Rightarrow x + y = 1 \Rightarrow x = 1 - y$
Ответ $x = 1 - y$ не противоречит условию, значит является верным.
Правильный ответ: A
Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

14. Решите уравнение: $x^{\frac{\log_5 \log_5 x}{\log_5 x}} = \log_5 14$

A) **14** B) *5* C) *25* D) *7*

Решение. Сначала найдём область определения:
$$\begin{cases} \log_5 x > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x > 1$$
Для решения уравнения $x^{\frac{\log_5 \log_5 x}{\log_5 x}} = \log_5 14$ (где $x > 0$, $x \neq 1$) применим к левой части уравнения формулы $\dfrac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$ и $a^{\log_a b} = b$:
$x^{\frac{\log_5 \log_5 x}{\log_5 x}} = \log_5 14$
$x^{\log_x \log_5 x} = \log_5 14$
$\log_5 x = \log_5 14$
Уравнение $\log_5 x = \log_5 14$ решается с помощью свойства логарифма:
$\log_a b = \log_a c \Rightarrow b = c$
По данному свойству получаем, что $x = 14$.
Правильный ответ: A
Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

15. Найти значение x_0+2, где x_0 является натуральным корнем уравнения $(x^2+x)+(x^2+2x)+...+(x^2+19x)=1425$

A) **7** B) *10* C) *8* D) *6*

Решение. В выражении
$(x^2+x)+(x^2+2x)+\ldots+(x^2+19x)=1425$
раскроем скобки и приведем к виду:
$x^2+x+x^2+2x+\ldots+x^2+19x=1425$
Упростим полученное выражение, приведя подобные члены:
$\underline{x^2}+\underline{\underline{x}}+\underline{x^2}+\underline{\underline{2x}}+\ldots+\underline{x^2}+\underline{\underline{19x}}=1425$
$19x^2+\underline{x+2x+\ldots+19x}-1425=0$
$19x^2+(1+2+\ldots+19)\,x-1425=0$
Сумму $1+2+\ldots+19$ вычислим с помощью формулы:

$$1+2+\ldots+N=\frac{N\cdot(N+1)}{2}$$

$$1+2+\ldots+19=\frac{19\cdot(19+1)}{2}=$$

$$=\frac{19\cdot 20}{2}=190$$

Получаем квадратное уравнение $19x^2+190x-1425=0$, все коэффициенты которого для удобства делим на 19 и получим уравнение:
$x^2+10x-75=0$
По теореме Виета уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, $(a\neq 0)$ решается с помощью системы:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$$ где x_1 и x_2 корни уравнения.

Применив теорему Виета к уравнению $x^2+10x-75=0$, получаем корни уравнения $x_1=-15$ и $x_2=5$.
Число -15 не является натуральным, значит единственным натуральным корнем уравнения
$(x^2+x)+(x^2+2x)+\ldots+(x^2+19x)=1425$
будет $x_0=5$.
Тогда $x_0+2=7$

Правильный ответ: A

Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

16. Если пара чисел $(x;\,y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} x^2+xy+y^2=56 \\ x+\sqrt{xy}+y=8 \end{cases}$, то найти значение $x-\sqrt{xy}+y$.

A) *5* B) *6* C) **7** D) *8*

Решение. Для нахождения значения выражения $x-\sqrt{xy}+y$ разложим первое уравнение системы на множители

$$\begin{cases} x^2+xy+y^2=56 \\ x+\sqrt{xy}+y=8 \end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x^2+2xy+y^2-xy=56 \\ x+\sqrt{xy}+y=8 \end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} (x+y)^2-xy=56 \\ x+\sqrt{xy}+y=8 \end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} (x+y)^2-\left(\sqrt{xy}\right)^2=56 \\ x+\sqrt{xy}+y=8 \end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} \left(x+\sqrt{xy}+y\right)\cdot\left(x-\sqrt{xy}+y\right)=56 \\ x+\sqrt{xy}+y=8 \end{cases}$$

Подставим вместо первого множителя его значение из второго уравнения и упростим:

$$\begin{cases} 8\cdot\left(x-\sqrt{xy}+y\right)=56 \\ x+\sqrt{xy}+y=8 \end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x-\sqrt{xy}+y=7 \\ x+\sqrt{xy}+y=8 \end{cases}$$

Получаем $x-\sqrt{xy}+y=7$

Правильный ответ: C

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

17. Решить неравенство $\left|\dfrac{5}{2x-6}\right| > \dfrac{7}{9}$

A) $(-\infty; -\frac{3}{14}) \cup (6\frac{3}{14}; +\infty)$

B) $(-\frac{3}{14}; 6\frac{3}{14})$

C) $(-\frac{3}{14}; 3) \cup (3; 6\frac{3}{14})$

D) $(-\frac{3}{14}; 0) \cup (0; 6\frac{3}{14})$

Решение.

$$\left|\frac{5}{2x-6}\right| > \frac{7}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \left|\dfrac{2x-6}{5}\right| < \dfrac{9}{7} \\ 2x-6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{9}{7} < \dfrac{2x-6}{5} < \dfrac{9}{7} \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{45}{7} < 2x-6 < \dfrac{45}{7} \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{3}{7} < 2x < \dfrac{87}{7} \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{3}{14} < x < \dfrac{87}{14} \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(-\frac{3}{14}; 3\right) \cup \left(3; 6\frac{3}{14}\right)$$

Правильный ответ: C

Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

18. Если $f(x) = (x-2)\cdot g(x)$, а $g(x) = 2x^2$, то найдите функцию $f(x)$.

A) $f(x) = 2x^3 - 4x^2$ B) $f(x) = x^3 - x^2$

C) $f(x) = 2x^3 + 4x^2$

D) $f(x) = -2x^3 - 4x^2$

Решение. В функцию $f(x) = (x-2)g(x)$ подставим значение функции $g(x)$=$2x^2$ и упростим:

$f(x) = (x-2)g(x) = (x-2)\cdot 2x^2 = 2x^3 - 4x^2$.

Значит $f(x) = 2x^3 - 4x^2$.

Правильный ответ: A

Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

19. Чему равно b, если число $\sqrt{5}$ является нулем функции $y = -2x^2 + bx - 15$?

A) $\mathbf{5}\sqrt{5}$ B) *1* C) $5\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$

Решение. По условию $\sqrt{5}$ является нулем функции, значит $y\left(\sqrt{5}\right) = 0$. Подставим значение в функцию и найдём значение b:

$0 = -2\left(\sqrt{5}\right)^2 + b\cdot\sqrt{5} - 15$, отсюда $b = 5\sqrt{5}$.

Правильный ответ: A

Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

20. Найдите производную функции $f(x) = 7x^3 + \sin(5x)$

A) $21x^2 + 5\cos(5x)$

B) $21x^2 - 5\cos(5x)$

C) $7x^2 - 5\cos(5x)$

D) $\dfrac{7x^2}{3} + \dfrac{\cos(5x)}{5}$

Решение. Для нахождения производной функции $f(x) = 7x^3 + \sin(5x)$ нам понадобятся: правило нахождения производной от суммы функций, формула нахождения производной от степенной функции $(ax^n)' = nax^{n-1}$ и формула нахождения производной от тригонометрической функции $(\sin kx)' = k\cos kx$. Применим правила и найдём производную:

$f'(x) = (7x^3 + \sin(5x))' =$

$= 3\cdot 7x^2 + 5\cdot\cos(5x) = 21x^2 + 5\cos(5x)$

Правильный ответ: A

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

21. Найдите наименьшее значение функции $y = x + \dfrac{25}{x-5}$ на промежутке $(5;\infty)$.

A) **15** B) *14* C) *16* D) *13*

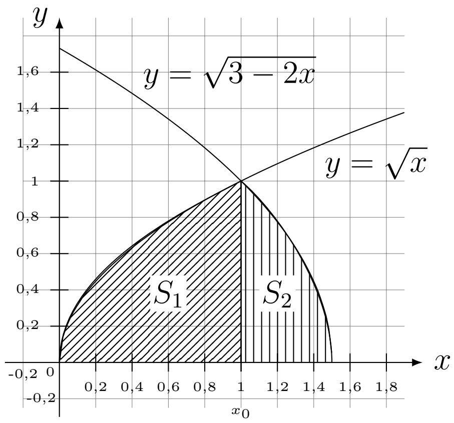
Решение. Пусть функция $f(x)$ определена и имеет производную на промежутке $(5;+\infty)$.
Найдём производную функции
$f'(x) = \left(x + \dfrac{25}{x-5}\right)' = 1 - \dfrac{25}{(x-5)^2}$.
Приравняем к нулю производную и найдём стационарные точки:
$f'(x) = 1 - \dfrac{25}{(x-5)^2} = 0$
$(x-5)^2 = 25$
Отсюда $x_1 = 0$ и $x_2 = 10$. Точка $x_1 = 0$ не принадлежит рассматриваемому промежутку $(5;+\infty)$. Точка $x_0 = 10$ является локальным минимумом, так как на промежутке $(5;10]$ функция убывает, а на промежутке $[10;+\infty)$ возрастает.
Найдём значение функции в точке $x_0 = 10$:
$f(10) = 10 + \dfrac{25}{10-5} = 15.$

Правильный ответ: A
Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

22. Вычислите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{3-2x}$, $y = 0$

A) 1 B) 0 C) 1,5 D) 2,5

Решение. Необходимо найти площадь криволинейной трапеции. Сначала найдём точки пересечения функций. Для этого приравняем функции и решим получившееся уравнение $\sqrt{x} = \sqrt{3-2x}$. Получаем что функции пересекаются в точке $x_0 = 1$.

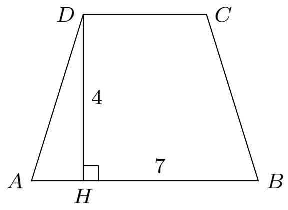


Разделим фигуру на 2 части, с площадями S_1 и S_2, как показано на рисунке. Площадь всей фигуры найдём путём сложения площадей её составляющих $S = S_1 + S_2$. Площадь первой части $S_1 = \int\limits_0^{x_0} \sqrt{x}dx$ и площадь второй части $S_2 = \int\limits_{x_0}^{\frac{3}{2}} \sqrt{3-2x}dx$

$$S = \int\limits_0^1 \sqrt{x}dx + \int\limits_1^{\frac{3}{2}} \sqrt{3-2x}dx =$$
$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\Big|_0^1 - \frac{1}{3}\sqrt{(3-2x)^3}\Big|_1^{\frac{3}{2}} =$$
$$= \frac{2}{3}\left(\sqrt{1^3} - \sqrt{0^3}\right) -$$
$$-\frac{1}{3}\left(\sqrt{\left(3 - 2\cdot\frac{3}{2}\right)^3} - \sqrt{(3-2\cdot 1)^3}\right) = 1$$

Правильный ответ: A
Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

23. По данным рисунка вычислите площадь равнобокой трапеции $ABCD$.



A) **28** B) *11* C) *24* D) *21*

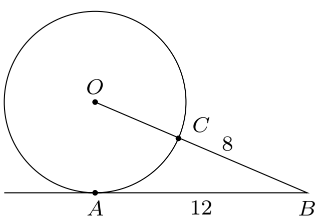
Решение. Площадь равнобокой трапеции $ABCD$, изображённой на рисунке равна $S = \dfrac{AB+DC}{2} \cdot DH$. Так как трапеция равнобокая, то верно равенство $\dfrac{AB+DC}{2} = HB$. Значит $\dfrac{AB+DC}{2} = 7$ и $DH = 4$.

Тогда $S = \dfrac{AB+DC}{2} \cdot DH = 7 \cdot 4 = 28$.

Правильный ответ: A

Источник: Геометрия 8 класс А.Рахимкариев "Yangiyo‘l poligraf servis" 2019

24. По данным рисунка определите длину окружности.



A) 10π B) 12π C) 9π D) $11,2\pi$

Решение. Так как AB является касательной к окружности, то $OA \perp AB$. Значит треугольник OAB прямоугольный ($\angle OAB = 90°$).

$OA = OC = r$, по теореме Пифагора $r^2 + 12^2 = (r+8)^2$.

Отсюда $r = 5$, а длина окружности $L = 2\pi r = 10\pi$.

Значит длина окружности $L = 10\pi$.

Правильный ответ: A

Источник: Геометрия 8 класс А.Рахимкариев "Yangiyo‘l poligraf servis" 2019

25. $ABCD$ - ромб, если $AC > BD$ и $\dfrac{AC}{BD} - \dfrac{BD}{AC} = 2$. Найти $\angle A$.

A) $45°$ B) $30°$ C) $arctg2$ D) $2arctg2$

Решение. Обозначим диагонали ромба d_1 и d_2 ($d_1 = AC$, $d_2 = BD$), стороны ромба a и углы ромба $\angle A = \alpha$, $\angle B = 180° - \alpha$.

Упростим данные из условия:

$$\frac{AC}{BD} - \frac{BD}{AC} = 2 \Leftrightarrow \frac{AC^2 - BD^2}{AC \cdot BD} = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{{d_1}^2 - {d_2}^2}{d_1 \cdot d_2} = 2 \Leftrightarrow {d_1}^2 - {d_2}^2 = 2d_1 \cdot d_2$$

Применим формулу площади ромба $S = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2} = a^2 \sin\alpha$ и получим уравнение $d_1 \cdot d_2 = 2a^2 \sin\alpha$. Так как $\cos(180 - \alpha) = -\cos\alpha$, то по теореме косинусов найдём значение диагоналей ромба и получим систему уравнений:

$$\begin{cases} {d_1}^2 = 2a^2 + 2a^2\cos\alpha \\ {d_2}^2 = 2a^2 - 2a^2\cos\alpha \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения системы второе и получим:

${d_1}^2 - {d_2}^2 = 4a^2\cos\alpha$.

Обобщив ранее полученные результаты, получаем:

$$\begin{cases} {d_1}^2 - {d_2}^2 = 4a^2\cos\alpha \\ {d_1}^2 - {d_2}^2 = 2d_1 \cdot d_2 = 4a^2\sin\alpha \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4a^2\cos\alpha = 4a^2\sin\alpha$$

$$\cos\alpha = \sin\alpha$$

$$tg\alpha = 1$$

Так как $AC > BD$, то α – острый угол, значит:

$\alpha = 45°$

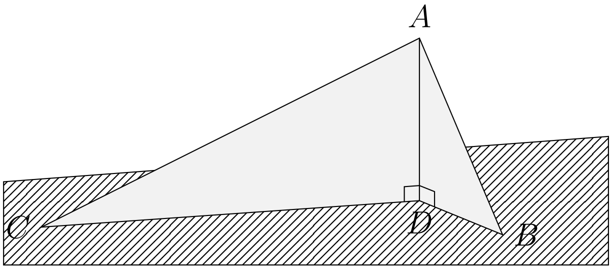
Правильный ответ: A

Источник: Геометрия 8 класс А.Рахимкариев "Yangiyo‘l poligraf servis" 2019

26. Из точки вне плоскости опущены две наклонные с длинами соответственно 12; $6\sqrt{2}$ и перпендикуляр. Найти длину перпендикуляра, если наименьший из углов при основаниях наклонных равен $30°$.

A) **6** B) *5* C) *4* D) *3*

Решение.



На рисунке показаны точка A, не лежащая на плоскости, две наклонные AC и AB, перпендикуляр AD. По условию $AC > AB$, значит угол C равен $30°$, как меньший при основании наклонных. Рассмотрим $\triangle ACD$, в нём $AC = 12$, $\angle C = 30°$ и $\angle ADC$ прямой, так как AD перпендикуляр. По определению синуса и зная, что $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$, получаем, что:

$$\sin \angle C = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{AD}{12} \Leftrightarrow AD = 6$$

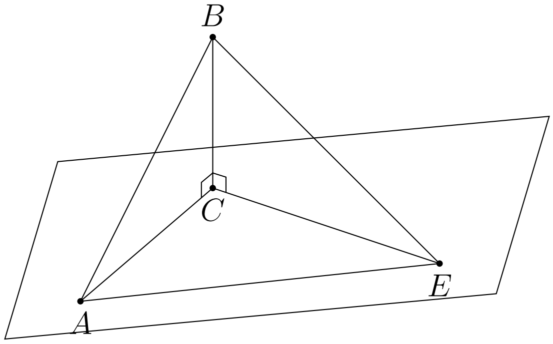
Правильный ответ: A

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

27. Из точки, находящейся на расстоянии 2 от плоскости, проведены две наклонные к плоскости под углом $30°$. Угол между проекциями этих наклонных $120°$. Найти расстояние между основаниями наклонных.

A) **6** B) *4* C) *2* D) *8*

Решение.



На рисунке изображена точка B, не лежащая на плоскости, две наклонные BA и BE и перпендикуляр к плоскости BC. Прямоугольные треугольники ABC и BCE равны. В них $\angle A = \angle E = 30°$, значит используя определение тангенса, можем найти стороны $AC = EC$:

$$\operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{AC} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow AC = EC = 2\sqrt{3}$$

В $\triangle ACE$ $\angle C = 120°$. Применим для него теорему косинусов и найдём расстояние между основаниями наклонных AE:

$$AE^2 = AC^2 + EC^2 - 2AC \cdot EC \cdot \cos 120°$$

$$AE^2 = 12 + 12 - 2 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$AE = 6$$

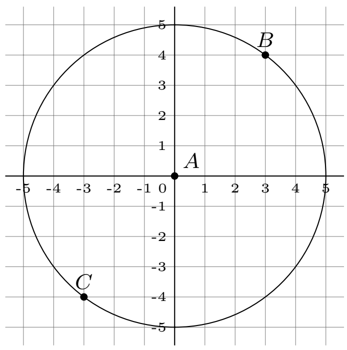
Правильный ответ: A

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

28. Найдите координаты точки, полученной при повороте на 180° точки $(3; 4)$ вокруг начала координат.

A) **(−3; −4)** B) *(−3; 4)* C) *(3; −4)* D) *(−4; 3)*

Решение.



Точка с координатами $(3; 4)$, изображённая на рисунке, перемещаясь по окружности вокруг начала координат на угол 180°, переходит в точку симметричную ей относительно точки $(0; 0)$. При этой симметрии её координаты переходят в $(-3; -4)$.

Правильный ответ: A

Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

29. Если в множестве A содержится 3 элемента, в множестве B содержится 4 элемента, то каково минимально возможное количество подмножеств множества $A \cup B$?

A) **16** B) *32* C) *8* D) *128*

Решение. Если в множестве A содержится 3 элемента, а в множестве B 4 элемента, то наименьшее возможное количество элементов в множестве $A \cup B$ (где $A \subset B$) n=4.
Значит наименьшее возможное количество подмножеств множества $A \cup B$:
$2^n = 2^4 = 16$.

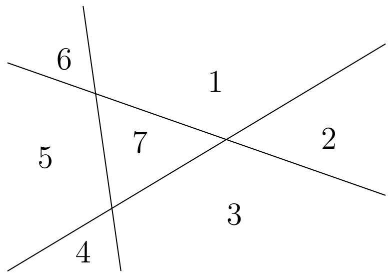
Правильный ответ: A

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

30. На плоскости проведены 3 прямые. На какое наибольшее число частей делят эти прямые данную плоскость?

A) **7** B) *6* C) *3* D) *4*

Решение.



Как показано на рисунке, 3 прямые могут разделить плоскость максимум на 7 частей.

Правильный ответ: A

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018