SH. A. ALIMOV, О. R. XOLMUHAMEDOV,  
M. A. MIRZAAHMEDOV

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image1.jpeg

UMUMIY 0‘RTA TA’LIM MAKTABLARINING  
9-SINFI UCHUN DARSLIK

Qayta ishlangan 4-nashri

*O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta'limi vazirligt  
tomonidan nashrga tavsiya etilgan*,0‘QITUVCHI“ NASHRIYOT-MATBAA IJODIY UYI  
TOSHKENT- 2019

**UO‘K: 512(075.3)=512.133 КВК 22.14-721 А 45**

**Taqrizchilar:**

1. S.Rahimova - *AL Xorazmiy nomidagi TATU matematika fani o‘qituvchisi;*
2. A. Fozilova - *Tashkent shahri, Yunusobod tumanidagi 274-maktabning*

*matematika fani o‘qituvchisi;*

D.Sh. Abrayev - *Toshkent shahri, Olmazor tumanidagi 326- maktabning matematika fani o'qituvchisi.*

*О*

**Darslikdagi shartli belgilar:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| -bilish muhim va eslab |  | -yechilishi majburiy |
| qolish foydali (yodlash |  | masalalami ajratib |
| shart emas) matn; |  | turuvchi belgi; |
| -masalani yechish | 38,34... | -murakkabroq masala; |
| boshlandi; | Ill | -asosiy materialm |
| -masalani yechish tugadi; | III  O'aingixni | ajratish;  —asosiy material bo'yicha |
| ko'ring! | bilimni tekshirish uchun mustaqil ish; |
| — matematik tasdiqni |  |
| asoslash yoki formulani | jsS | -amaliy-tatbiqiy va |
| keltirib chiqarish | fanlararo bog‘liq |
| boshlandi; |  | masalalar; |
| -asoslash yoki formulani | 1 | - tarixiy masalalar; |
| keltirib chiqarish tugadi; | Ш | - tarixiy ma’lumotlar. |

**A**

▲

**О**

**Respnblika maqsadli kitob jamg‘armasi mablag‘lari  
hisobidan chop etildi.**

**ISBN 978-9943-5025-9-8 © Sh.A. Alimov, O R. Xolmuhamedov,**

**M.A. Mirzaahmedov, 2019 © Original-maket „Davr nashriyoti“ MCHJ,2019**

© ,,()'q'.lirvdli" NMII ]\_ 2019.

**8- SINFDA 0‘RGANILGAN  
MAVZULARNI TAKRORLASH**

*Aziz o‘quvchi! 8-sinfda ,Algebra“dan olgan bilimlaringizni yod- ga solish maqsadida Sizga bir nechta mashqlar taklif etamiz.*

1. *y=2x + 3\* 2) *y = -3x+4; 3)y = 4x-l; 4)y = -2x-5*

funksiya grafigini chizing. Grafik qaysi choraklarda yotadi? Grafikning Ox va Oy o'qlar bilan kesishish nuqtalari koordi- natalarini ayting.

1. y=kx + b funksiya grafigiA(0; -7),B(2; 3) nuqtalardan o'tadi. к va b ni toping.
2. To'g'ri chiziq A(0; б), В (1; 2) nuqtalardan o'tadi. Shu to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.
3. Tenglamalar sistemasini yeching:
4. C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image2.jpeg[7д: + 4у = 29; [5jc + 2i/ = 19;
5. 3 ta ot va 4 ta sigirga bir kunda 27 kg yem beriladi. Bir kunda 9 ta otga berilgan yem 5 ta sigirga berilgan yemdan 30 kg ko‘p. Bitta otga va bitta sigirga 1 kunda qancha yem beriladi?
6. Kitob va daftar birgalikda 5800 so‘m turadi. Kitob narxining 10% i daftar narxining 35% idan 220 so‘m qimmat. Kitob va daftar alohi- da-aloMda necha so‘m turadi?
7. Tengsizlikni yeching:
8. S(x-4) + 5x<2x + 3i 2)|5-2\*|<3; 3) |3jc-4|>2.
9. Tengsizliklar sistemasini yeching:
10. C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image3.jpeg|2(3-2\*)>8-5\*, 10-ж>2.
11. 4 - 1 х < ^ tengsizlikning eng kichik butun yechi-

mini toping.

1. Hisoblang:
2. л/121.0,04-289; 2) ^-3^;

3) (л/32+л/8)2.

2 7

^ + 3 л/lT - 2 ’

4 1 3>/б

З-л/i 2-S 4 '

3) ^(x- 9)2 = x- 9.

1. Soddalashtiring:
2. (8л/бЗ+3^-бл/П2):2л/7;
3. *(15ylh2+-s/270-2yl30;*

3

Tenglamani yeching (12—14):

1. 1) 7 -x\ = -7; 2)x + 6| = x+10;
2. 1) x2-12x+ll = 0;
3. 6x2 + 7x-3 = 0;
4. 1) x4-10x2 + 9 = 0;
5. x2- 15x + 56 = 0;
6. 16x2 + 8x + l =0.
7. 10x4 + 7x2 + l=0.
8. 240 km masofani bir avtomobh ikkinchisiga qaraganda 1 soat tezroq bosib o‘tdi. Agar birinchi avtomobilning tezligi ikkinchisining tez- ligidan 20 km/h ortiq bo‘lsa,har bir avtomobilning tezligini toping.
9. Ikki sonning ayirmasi 2,5 ga, kvadratlarining ayirmasi esa 10 ga teng. Shu sonlami toping.
10. Yig'indisi 1,4 ga,kvadratlarining yig‘indisi 1 ga teng bo‘lgan ikkita sonni toping.
11. x2-8x + 3 = 0 tenglamaning ildizlari xr va x2 bo'lsa, l)xf + xf;
12. xf + xf; Sjxfxa + Xixf; 4)xf-x| ni toping.
13. Sonni yuzdan birgacha yaxlitlang. Yaxlitlashning nisbiy xatoli- gini toping:
14. 6,7893; 2) 5,6409; 3) 0,9871; 4) 0,8245.
15. Sonni standart shaklda yozing:
16. 437,105; | 2) 91,352; | 3) 0,000 000 85; | 4) 0,000 079.

Siz 8-sinfda y=kx+b chiziqli funksiya va uning grafigi bilan tanishgansiz.

Fan va texnikaning turli sohalarida kvadrat funksiyalar deb ataladigan funksiyalar uchraydi. Misollar keltiramiz.

1) Tomoni x bo'lgan kvadratning yuzi у = x2 formula bo'yicha hisoblanadi.

1. Agar jism yuqoriga v tezlik bilan otilgan bo‘Isa, u holda t vaqt-

*st2*

**da undan** Yer **sirtigacha bo'lgan masofa** s = -^- + vt + sn **formula bi­lan aniqlanadi,bunda So-vaqtning** f=0 **boshlang'ich paytidagi jismdan** Yer **sirtigacha bo‘lgan masofa.**

Bu misollarda y=ax2+bx+c ko'rinishdagi funksiyalar qaraldi. Birinchi misolda a—1, й—c—0, о ‘ z gar uvchilar esa x va у lar bo‘ladi.

Ikkinchi misolda a = -^, b = v, c = s0,o‘zgaruvchilar esa t va s harf-

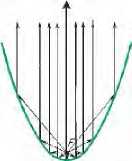
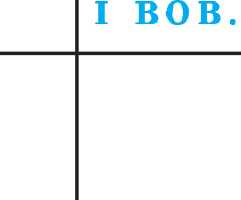
lari bilan belgilangan.

**O**

**Ta’rif. *у = a2 + bx + c funksiya kvadrat funksiya deyiladi, bunda a, b va c — berilgan haqiqiy sonlar, + a^O, x-haqiqiy o(zgaruvchi.***

Masalan, quyidagi funksiyalar kvadrat funksiyalardir:

*У = x2, у*—2л:2, *y-x2-x,*

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image4.jpeg*у = х2-Ьх + Ъ,*

**KVADRAT FUNKSIYA.  
KVADRAT TENGSIZLIKLAR**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | l-§. KVADRAT FUNKSIYANING TA’RIFI |

1. masala, x 2, x = 0, x = 3 bo‘lganda

*y(x) = x2* - *5x +* 6

funksiyaning qiymatini toping.

Д y(-2) - (-2)2 - 5 ■ (-2)+ 6 - 20;  
j/(0) = 02 - 5 0+6 = 6;  
i/(3) - 32 - 5-3 + 6 - 0. A

1. masala, x ning qanday qiymatlarida у - x2 + 4x-5 kva- drat funksiya: 1) 7 ga; 2) -9 ga; 3) -8 ga; 4) 0 ga teng qiymatni qabul qiladi?

Д 1) Shartga ko‘ra \*2 + 4x-5 = 7. Bu tenglamani yechib, quyida- gini hosil qilamiz:

x2 +4jc-12 = 0,

\*1>2 —2±V4 + 12—2±4, x1=2, x2—6.

Demak,z/(2) = 7 va у (-6) = 7.

1. Shartga ko‘ra x2 + 4x - 5 = -9,bundan

x2 + 4x + 4 = 0, (x + 2)2 = 0, x — —2.

1. Shartga ko'ra x2 +4x - 5 =-8, bundan x2 + 4x + 3 = 0. Bu tenglamani yechib, ж1 = —3, x2 = -l ekanini topamiz.
2. Shartga ko‘ra x2+4x-5 = 0, bundan xt= 1, x2 =-5. A Oxirgi holda x ning у = x2 + 4x - 5 funksiya 0 ga teng, ya’ni

z/(l) = 0 va y(—5) = 0 bo'lgan qiymatlari topildi. x ning bunday qiymatlari kvadrat funksiyaning nollari deyiladi.

1. masala, у = x2-3x funksiyaning nollarini toping.

Д x2-3x=0 tenglamani yechib,\* =0,ж =3 ekanini topamiz. A

***Mashqlar***

1. (Og'zaki.) Quyida ko'rsatilgan funksiyalardan qaysilari kva­drat funksiya bo'ladi:

1) *у = 2x2 + x +* 3; 2) *у = 3x2* - 1; 3) *у = 5x +* 1;

4) у = Xs + 7x - 1; б) у = 4\*z; 6) у = -3\*z + 2\*?

1. \* ning shunday haqiqiy qiymatlarini topingki,у = x2 -x-3

13

kvadrat funksiya: 1) -1 ga; 2) -3 ga; 3) -— ga; 4) -5 ga teng qiymat qabul qilsin.

1. x ning qanday haqiqiy qiymatlarida у Ax2 + Bx - 1 kva-

drat funksiya: 1) -2; 2) -8; 3) -0,5; 4) -1 ga teng qiymat qabul qiladi?

1. -2; 0; 1; 7з sonlaridan qaysilari quyidagi kvadrat funksiya- ning nollari bo'ladi:
2. у = x2 + 2x; 2) z/ = x2 + x; 3) у = x2 - 3;
3. у = 5x2 - 4x - 1; 5) у = x2 - x; 6) у = x2 + x - 2?
4. Kvadrat funksiyaning nollarini toping:
5. *у = x2 - x', 2) у = x2 +* 3;
6. у = 12x2 - 17x +6; 4) у = -6x2 + lx - 2;
7. у = 3x2 - 5x + 8; 6) у = 2я2 - 7л: + 9.
8. Agar y = x2+px + q kvadrat funksiyaning ж va x2 nollari ma’lum bo'lsa, p va q koeffitsiyentlarni toping:
9. ж1 = 2, x2 = 3; 2) ж1 = -4,жа = 1;
10. хг = -1, x2 = -2; 4) ж,= 5, ж2 = -3.

у — x2 funksiyani, ya’ni a = l, ft = c = 0 bo‘lgandagi у = ax2 + + bx + c kvadrat funksiyani qaraymiz. Bu funksiyaning grafigi- ni yasash uchun uning qiyraatlari jadvalini tuzamiz:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y = x\* | 16 | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 |

Jadvalda ko‘rsatilgan nuqtalarni yasab va ularni silliq egri chiziq bilan tutashtirib, у = x2 funksiyaning grafigini ho- sil qilamiz (1- rasin).

7. ж ning у=ж2 + 2ж-3 va у = 2х +1 funksiyalar teng qiymatlar qabul qiladigan qiymatlarini toping.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 2-§. у = x2 FUNKSIYA |

в

у = **ж2 funksiyaning grafigi bo‘lgan egri chiziq** pa­rabola **deyiladi.**

*у = x2 funksiyaning xossalarini* qaraymiz.

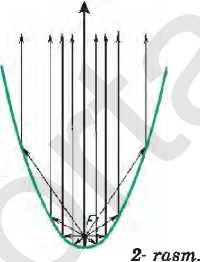
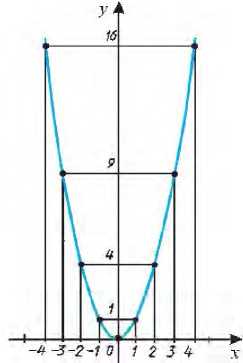
1. y—x2 funksiyaning qiymati x^O bo'lganda musbat va x = 0 bo'lganda nolga teng. Demak, у = x2 parabola koordinatalar boshi- dan o'tadi, parabolaning qolgan nuqtalari esa abssissalar o'qidan

yuqorida yotadi. у= x2 parabola abssissalar o'qiga (0; 0) nuqtada urinadi, deyiladi.

1. у = x2 funksiyaning grafigi ordinatalar o'qiga nisbatan sim- metrik, chunki (~x)2 = x2. Masalan,y(-3) = y(3) = 9 (1-rasm). Shun- day qilib, ordinatalar o£qi parabolaning simmetriya o'qi bo£ladi. Parabolaning o‘z simmetriya o'qi bilan kesishish nuqtasi parabo­laning uchi deyiladi. y = x2 parabola uchun koordinatalar boshi uning uchi bo'ladi.
2. x>0 bo'lganda x ning katta qiymatiga у ning katta qiy- mati mos keladi. Masalan,y(3) > y(2). у = x2 funksiya x >0 oraliq- da o'suvchi, deyiladi (1- rasm).

x < 0 bo‘lganda x ning katta qiymatiga у ning kichik qiy- mati mos keladi. Masalan, y(-2) < y(-4). у = x2 funksiya x ^0 oraliqda kamayuvchi deyiladi (1- rasm).

Masala, у = x2 parabola bilan у = x + 6 to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari koordinatalarini toping.

Д Kesishish nuqtalari

J/ = x2, *y = x + 6*

*1- rasm.*

sistemaning yechimlari bo‘ladi.

8

Bu sistemadan x2 = x + 6, ya’ni x2 - x - 6 = 0 ni hosil qilamiz, bundan Xi = 3,X2 = -2. x-i va x2 ning qiymatlarini sistemaning tenglamalaridan biriga qo‘yib,i/i = 9,y2 = 4 ni topamiz.

Javob: (3; 9), (-2; 4). A

Parabola texnikada keng ko'lamda foydalaniladigan ko'pgina ajoyib xossalarga ega. Masalan, parabolaning simmetriya o‘qida parabolanlng fokusi deb ataladigan F nuqta bor (2- rasm). Agar bu nuqtada yorug‘lik manbai joylashgan bo‘lsa,u holda paraboladan akslangan barcha yorug'lik nurlari parallel bo'ladi. Bu xossadan projektorlar, lokatorlar va boshqa asboblar tayyorlashda foyda- laniladi. , „

у = x2 parabolaning fokusi

**0; 11**

nuqta bo'ladi.

***M ashqlar***

1. у = x2 funksiyaning grafigini millimetrli qog'ozda yasang. Grafik bo‘yicha:
2. x = 0,8; x = 1,5; x = 1,9; x= -2,3; x = -1,5 bo'lganda у ning qiymatini taqriban toping;
3. agar у = 2; у = 3; у = 4,5; у = 6,5 bo'lsa, х ning qiy- matini taqriban toping.
4. у — x2 funksiya grafigini yasamasdan: A(2; 6), В (-1; 1), C(12; 144),D(-3; -9) nuqtalardan qaysilari parabolaga tegish- li bo‘lishini aniqlang.
5. (Og'zaki.) A(3; 9),B(-5; 25),C(4; 15),В(л/3; 3) nuqtalarga or- dinatalar o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtalarni toping. Bu nuqtalar у = x2 funksiyaning grafigiga tegishli bo'ladimi?
6. (Og'zaki.) y=x2 funksiyaning qiymatlarini
7. x = 2,5 va x = 3^; 2) x = 0,4 va x = 0,3;
8. x - -0,2 va x — -0,1; 4) x — 4,1 va x — -5,2 bo‘lganda taqqoslang.
9. у = x2 parabolaning:
10. у = 25; 2) у = 5; 3) у = -\*;
11. у = 2х; 5) у = 3 - 2х; 6) у = 2х — 1

to‘g‘ri chiziq bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping.

1. A nuqta у = х2 parabola bilan
2. у = -х - 6, А(-3; 9); 2) у = 5ж-6, А(2; 4)

to‘g‘ri chiziqning kesishish nuqtasi bo'ladimi?

1. Tasdiq to‘g‘rimi: у = x2 funksiya:
2. [1; 4] kesmada; 2) (2; 5) intervalda;
3. x > 3 intervalda; 4) [-3; 4] kesmada o‘sadi?
4. Bitta koordinata tekisligida y=x2 parabola bilan y = S to‘g‘ri chiziqni yasang. x ning qanday qiymatlarida parabolaning nuqtalari to‘g‘ri chiziqdan yuqorida bo'ladi; pastda bo'ladi?
5. x ning qanday qiymatlarida у = x2 funksiyaning qiymati:
6. 9 dan katta; 2) 25 dan katta emas; 3) 16 dan kichik emas;
7. 36 dan kichik bo'ladi?
8. §. у = ax2 FUNKSIYA

1-masala, у = 2ха funksiyaning grafigini yasang. A у = 2xt funksiyaning qiymatlar jadvalini tuzamiz:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y — 2x2 | 18 | 8 | 2 | 0 | 2 | 8 | 18 |

Topilgan nuqtalarni yasaymiz va ular orqali silliq egri chiziq o‘tkazamiz (3-rasm). A

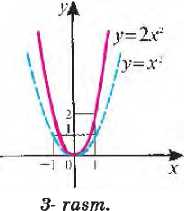
y = 2x2 va у = x2 funksiyalarning grafiklarini taqqoslaymiz (3- rasm). x ning aynan bir qiymatida y = 2x2 funksiyaning qiy­mati y = x2 funksiyaning qiymatidan 2 marta ortiq. Bu y — 2x2 funksiya grafigining har bir nuqtasini y = x2 funksiya grafigi- ning xuddi shunday abssissali nuqtasining ordinatasini 2 marta orttirish bilan hosil qilish mumkinligini bildiradi.

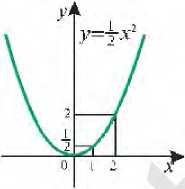
y—2x2 funksiyaning grafigi y — x2 funksiya grafigini Ox o‘qi- dan Oy o‘qi bo‘yicha 2 marta cho‘zish bilan hosil qilinadi,deyiladi.

1. masala, у = ^x2 funksiyaning grafigini yasang.

**A y = ^x2 funksiyaning qiymatlar jadvalini tuzamiz:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y=\x2 a 2 | 4,5 | 2 | 0,5 | 0 | 0,5 | 2 | 4,5 |

Topilgan nuqtalami yasab, ular orqali silliq egri chiziq оЧка- zamiz (4- rasm). A



*4- rasm..*

y = ^x2 va у = x2 funksiyalarning grafiklarini taqqoslaymiz.

г/ = |я:2 funksiya grafigining harbir nuqtasini y = x2 funksiya

grafigining xuddi shunday abssissali nuqtasining ordinatasini 2 marta kamaytirlsh bilan hosil qilish mumkin.

*y — ^x2* funksiyaning grafigi *y=x2 funksiya grafigini Ox*

o‘qiga Oy o‘qi bo‘yicha 2 marta siqish yo‘li bilan hosil qilinadi, deyiladi.

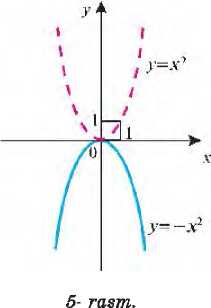
1. masala, у = -x2 funksiyaning grafigini yasang.

Д y = -x2 va y=x2 funksiyalarni taqqoslaymiz. x ning aynan bir qiymatida bu funksiyalarning qiymatlari modullari bo‘yicha teng va qarama-qarshi ishorali. Demak, y = -x3 funksiyaning grafigini у = хг funksiya grafigini Ox o'qiga nisbatan simmetrik ko‘chirish bilan hosil qilish mumkin (5- rasm). A

Shunga o'xshash, y = -^x2 funksiyaning grafigi Ox o‘qiga nisbatan y = ^x2 funksiya grafigiga simmetrikdir (6-rasm).

у = ax[[1]](#footnote-1) parabolaning fokusi ta’kidlaymiz.

**О**

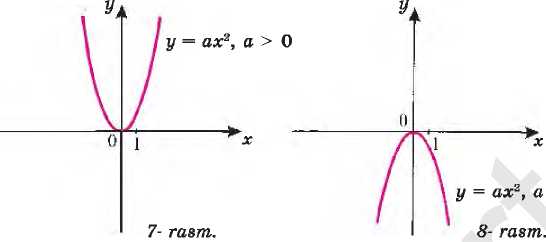
C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image12.jpeg **у = ах[[2]](#footnote-2) 2 [[3]](#footnote-3) funksiyaning grafigi, bunda a\*0 ham pa­rabola deb ataladi. a > 0 da parabolaning tarmoqlari yuqoriga, a < 0 da esa pastga yo‘nalgan.**

|  |  |
| --- | --- |
| №  1  i | i  1 у - ’ |
| \ | Г Й |
| \ | / |
| \ | / |
| \  •v. | V |
| f | V |

*6- rasm.*

nuqtada joylashganligini

*у = ax2 funksiyaning asosiy xossalarini* sanab o'tamiz, bunda *a?* 0:



Bu barcha xossalarni grafikdan bevosita ko‘rish mumkin (7- va 8-rasmlar).

***Mashqlar***

1. Millimetrli qog‘ozda у = Зя:2 funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo'yicha:
2. x - -2,8; -1,2; 1,5; 2,5 bo'lganda у ning qiymatini toping;
3. agar z/ =9; 6; 2; 8; l,3bo‘lsa,jc ning qiymatini taqriban toping.
4. (Og'zaki.) Parabola tarmoqlarining yo'nalishini aniqlang:

1) у = 3x2; 2) j/ = |jc2; 3) у = -4x2; 4)y = -±x2.

1. Quyidagi funksiyalarning grafiklarini bitta koordinata tekis- ligida yasang:

*1) у = x2* va *у = Sx2; 2) у* я2 va *у* Зя:2;

1. у = Зх2 va у = -Зх2; 4) у = |х2 va г/ = -|х2.

Grafiklardan foydalanib, bu funksiyalardan qaysilari x > 0 oraliqda o‘suvchi ekanini aniqlang.

1. Quyidagi funksiyalar grafiklari kesishish nuqtalarining koor- dinatalarini toping:

1) y = 2x2 va y = 3x + 2; 2) г/ = -^х2 va y = ix-3.

1. Funksiya x < 0 oraliqda kamayuvchi bo‘ladimi:

1) У = 4x2; 2) у—i\*3; 3) у = -5л:2; 4) у—|x2tl

1. у = -2х2 funksiya:
2. [\_4; —2] kesraada; 3) (3; 5) intervalda;
3. [-5; 0] kesmada; 4) (-3; 2) intervalda

o'suvchi yoki kamayuvchi bo'lishini aniqlang.

1. Tekis tezlanuvchan harakatda jism bosib o‘tgan yo‘l s = for­mula bilan hisoblanadi, bunda s - yo‘l, metrlarda; a - tezlanish,

|  |  |
| --- | --- |
| m/s 96 i | 2 larda; t -vaqt, sekundlarda o‘lchanadi. Agar jism 8 s da n yo‘lni bosib o‘tgan bo‘lsa,o tezlanishni toping. |
|  | 4-§. у = ax2 + bx + e FUNKSIYA |

1-masala. y=x2 - 2x + 3 funksiyaning grafigini yasang va uni у = x2 funksiya grafigi bilan taqqoslang.

A у = x2 - 2x + 3 funksiyaning qiymatlar jadvalini tuzamiz:

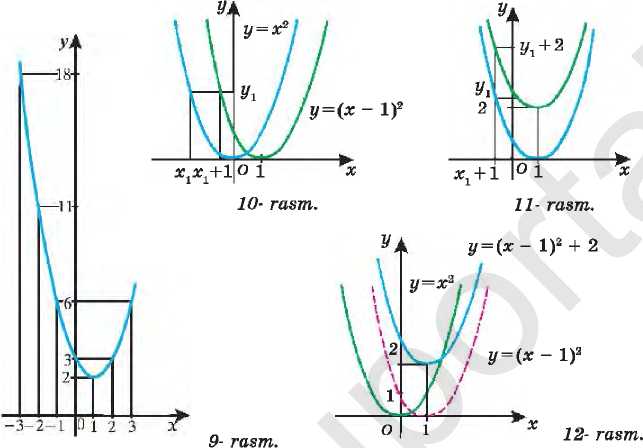
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| у = y?-2x + S | 18 | 11 | 6 | 3 | 2 | 3 | 6 |

Topilgan nuqtalarni yasaymiz va ular orqali silliq egri chiziq o‘t- kazamiz (9-rasm).

Grafiklarni taqqoslash uchun to‘la kvadratni ajratish usulidan foy- dalanib,y = x2 — 2x 4- 3 formulaning shaklini almashtiramiz: у = x2 - 2x + 1 + 2 = (л: - l)2 + 2.

Awal у = x2 va у = (x - l)2 funksiyalarning grafiklarini taq- qoslaymiz. Agar (jct; yt) nuqta y = x2 parabolaning nuqtasi, ya’ni

yt = x2 bo‘lsa, u holda (x^ + 1; yt) nuqta у = (л:—l)2 funksiyaning grafigiga tegishli,chunki ((x1 +1) — 1 )2 — x2 —yv Demak,y-(x-l)2 funksiyaning grafigi у = x2 paraboladan uni o'ngga bir birlik sil- jitish (parallel ko'chirish) natijasida hosil qilingan parabola bo‘- ladi (10- rasm).



Endi y=(x-iy va y=(x-lf+2 funksiyalaming grafiklarini taqqos- iaymiz. x ning har bir qiymatida y=(x-1)2 + 2 funksiyaning qiy- mati y—(x~l)2 funksiyaning mos qiymatidan 2 taga ortiq. Demak, y={x-l)2 + 2 funksiyaning grafigi y=(x-l)2 parabolani ikki birlik yuqoriga siljitish bilan hosil qilingan paraboladir (11-rasm).

Shunday qilib,y = x2 - 2x + 3 funksiyaning grafigi у = xa para­bolani bir birlik o'ngga va ikki birlik yuqoriga siljitish natijasida hosil qilingan parabola (12-rasm). у = x2 - 2x + 3 parabolaning simmetriya o‘qi ordinatalar o‘qiga parallel va parabolaning uchi bo‘lgan (1; 2) nuqtadan o‘tgan to‘g‘ri chiziqdan iborat. A

у = а(х - хв)2 + y0 funksiyaning grafigi у = ax2 parabolani: agar x9 > 0 bo'lsa, abssissalar o‘qi bo‘yicha o‘ngga x0 ga, agar я0 < 0 bo‘lsa,ehapga |xj ga siljitish;

agar y0> 0 bo‘Isa, ordinatalar o‘qi bo‘ylab yuqoriga y0 ga,agar i/0<Obo‘lsa, pastga \ya\ ga siljitish yo‘li bilan hosil qilinadigan pa­rabola bo'lishi shunga o'xshash isbot qilinadi.

*Istalgan y = ax2 + bx + c hvadrat funksiyani* undan to‘la kva- dratni ajratish yordamida

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image15.jpeg2

*У*

*= a*

*b2-4ac 4 a* ’

*x*0)2 + *y0 kabl ko‘rinishda yozish mumkin,*bunda

ya’ni *у = a(x*

*Уа=У(х0) =*

*-(Ьг-4ае) 4 a* "

Shunday qilib,y=ax2+bx+c funksiyanmg grafigi y=ax2 pa- rabolani koordinatalar o'qlari bo‘ylab Biljitishlar natijasida hosil bo'ladigan parabola bo'ladi. y=ax2 + bx+c tenglik parabolaning tenglamasi deyiladi. y=ax2 + bx+c parabola uchining (xQ; z/0) koordinatalarini quyidagi formula bo‘yicha topish mumkin:

\*o = Уо = У(хo) = + bxo + c.

y = ax2+bx+c parabolaning simmetriya o‘qi ordinatalar o‘qiga parallel va parabolaning uchidan o'tuvchi to‘g‘ri chiziq bo£ladi.

у =ax2 +bx +c parabolaning tarmoqlari, agar a >0 bo'lsa, yuqoriga yo‘nalgan,agar a<0 bo‘lsa,pastga yo'nalgan bo‘ladi. 2-masala. y = 2x2-x-3 parabola uchining koordinatalarini toping.

A Parabola uchining abssissasi:

b 1

xn =-——.

0 2a 4

Parabola uchining ordinatasi:

*y0=ax$+bx0+c = 2±;-^-3 = -3^.*

I; -3l

**J avob:**

4 8

3-masala. Agar parabolaning (-2; 5) nuqta orqali o‘tishi va uning uchi (-1; 2) nuqtada bo'lishi ma’lum bo'lsa, parabola­ning tenglamasini yozing.

A Parabolaning uchi (-1; 2) nuqta bo'lgani uchun parabola­ning tenglamasini quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

у = а(х + I)2 + 2.

Shartga ko‘ra (-2; 5) nuqta parabolaga tegishli va 5 = a(-2 + l)2 + 2,

bundan o = 3.

Shunday qilib, parabola

у = 3(x + l)2 + 2 yoki у = Зле2 + 6x + 5 tenglama bilan beriladi. A

***Mashqlar***

Parabola uchining koordinatalarini toping (24-26):

1. (Og‘zaki.)

1) У = (x - 3)2 - 2; 2) у = (ас + 4)2 + 3;

1. у = 5(x + 2)2 -7; 4) у = -4(х - I)2 + 5.
2. 1) у = х2 + 4х + 1; 2) у = л;2 - 6\* - 7;
3. у = 2х2 - 6л: + 11; 4) у = -Зх2 + 18х - 7.

26.1) *у = х2 +* 2; 2) *у = -х2* - 5; 3) *у = Зх2 + 2х;*

1. у = -4х2 + х\ 5) у = -Зх2 + х; 6) у = 2х2 - х.
2. Ox o'qida shunday nuqtani topingki, undan parabolaning simmetriya o‘qi o‘tsin:
3. у = x2 + 3; 2) у = (x + 2)2;
4. у = -3(x + 2)2 + 2; 4) у = (x - 2)2 + 2;
5. у = x2 + x + 1; 6) у = 2x2 - 3x + 5.
6. z/=x2-10x parabolaning simmetriya o‘qi: 1) (5; 10); 2) (3; -8);
7. (5; 0); 4) (-5; 1) nuqtadan o'tadimi?
8. Parabolaning koordinatalar o‘qlari bilan kesishish nuqta- larining koordinatalarini toping:
9. у = x2 - 3x + 2; 2) у = -2x2 + Зх - 1;

3) у = Зх2 - 7x + 12; 4) у = Зх2 - 4x.

1. Agar parabolaning (-1; 6) nuqta orqali o‘tishi va uning uchi (1; 2) nuqta ekani ma’lum bo‘lsa, parabolaning tenglamasini yozing.
2. (Og‘zaki.) (l;-6) nuqta у—Zx2 + 4r-7 parabolaga tegishli bo‘ladimi?(-l; 8) nuqta-chi?
3. Agar (-1; 2) nuqta: 1) y = kx2-\-Zx-4; 2) y=-2x2 + kx-6 para­bolaga tegishli bo'lsa, k ning qiymatini toping.
4. y = x2 parabola andazasi yordamida funksiyaning grafigini yasang:

1) У = (x + 2)2; 2) у = (x - 3f; 3) у = x2 - 2;

4) *y = -x2 + V,* 5) *y = -{x* —l)2 — 3; 6) *y = (x + 2)2+* 1.

1. у = 2x2 paraboladan uni:
2. Ox o‘qi bo‘yicha 3 birlik o‘ngga siljitish;
3. Oy o‘qi bo‘yicha 4 birlik yuqoriga siljitish;
4. Ox o‘qi bo'yicha 2 birlik chapga va keyin Oy o‘qi bo'yicha bir birlik pastga siljitish;
5. Ox o‘qi bo'yieha 1,5 birlik o‘ngga va keyin Oy o‘qi bo‘yi- cha 3,5 birlik yuqoriga siljitish natijasida hosil bo'lgan pa- rabolaning tenglamasini yozing.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 5- §. KVADRAT FUNKSIYANING GRAFIGINI YASASH |

1-masala. y = xz — 4x + 3 funksiyaning grafigini yasang.

Д 1. Parabola uchining koordinatalarini hisoblaymiz:

xo =~~2~ = ^’  
y0=22-4-2 + 3 = -l.

(2; -1) nuqtani yasaymiz.

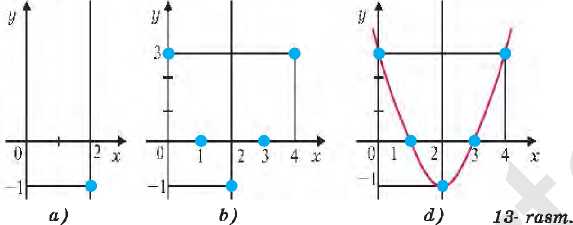
1. (2; -1) nuqta orqali ordinatalar o'qiga parallel to‘g‘ri chiziq, ya’ni parabolaning simmetriya o'qini o'tkazamiz (13-a rasm).
2. Ushbu

*x2 - 4x +* 3 = 0

tenglamani yechib, funksiyaning nollarini topamiz: а: =1,ж =3. (1; 0) va (3; 0) nuqtalarni yasaymiz (13-& rasm).

1. Ox o'qida x = 2 nuqtaga nisbatan simmetrik bo'lgan ikkita nuqtani,masalan,x = 0 va x = 4 nuqtalarni olamiz. Funksiyaning bu nuqtalardagi qiymatlarini hisoblaymiz: y(0) = g/(4) = 3.

(0; 3) va (4; 3) nuqtalarni yasaymiz (13- b rasm).



1. Yasalgan nuqtalar orqali parabolani o‘tkazamiz (13-d rasm). A Shu yo'sinda istalgan у = ax2 + bx + c kvadrat funhsiya- ning grafigini yasash mumkin:

**i**

1. xQ, y0 larni дс0 = ——, Уо =У(Хo) formulalardan foydalanib

hisoblab, parabolaning (r0; yQ) uchi yasaladi.

1. Parabolaning uchidan ordinatalar o'qiga parallel to‘g‘ri chiziq - parabolaning simmetriya o‘qi o‘tkaziladi.
2. Funksiyaning nollari (agar ular mavjud bo‘lsa) topiladi va abssissalar o‘qida parabolaning mos nuqtalari yasaladi.
3. Parabolaning uning o‘qiga nisbatan simmetrik bo‘lgan qandaydir ikkita nuqtasi yasaladi. Buning uchun Ox o‘qida xQ (xQ ф 0) nuqtaga nisbatan simmetrik bo‘lgan ikkita nuqta olish va funksiyaning mos qiymatlarini (bu qiymatlar bir xil) hisoblash kerak. Masalan, parabolaning abssissalari x = 0 va x = 2x0 bo‘lgan nuqtalarini (bu nuqtalarning ordinatalari c ga teng) yasash mumkin.
4. Yasalgan nuqtalar orqali parabola o'tkaziladi. Grafikni ya- nada aniqroq yasash uchun parabolaning yana bir nechta nuq- tasini topish foydali.

2-masala. y = -2x2 + 12ж-19 funksiyaning grafigini yasang. A 1. Parabola uchining koordinatalarini hisoblaymiz:

л:0—^ = 3, y0—2-32 +12-3-19—1.

(3; -1) nuqtani - parabolaning uchini yasaymiz (14-rasm).

Л

***IS- rasm.***

-1

***14- rasm.***

1. (3; -1) nuqta orqali parabolaning simmetriya o‘qini o‘tka- zamiz (14-rasm).
2. -2x2 + 12x -19 = 0 tenglamani yechib,haqiqiy ildizlar yo‘q- ligiga va shuning uchun parabola Ox o'qini kesmasligiga ishonch hosil qilamiz.
3. Ox o'qida x = 3 nuqtaga nisbatan simmetrik bo'lgan ikkita nuqtani,masalan,x = 2 va x = 4 nuqtalarni olamiz. Funksiyaning bu nuqtalardagi qiymatlarini hisoblaymiz:

2/(2) = y( 4) = -3

(2; -3) va (4; -3) nuqtalarni yasaymiz (14- rasm).

1. Yasalgan nuqtalar orqali parabola o'tkazamiz (15-rasm). A 3-masala, у = -x2 + x + 6 funksiyaning grafigini yasang va shu funksiya qanday xossalarga ega ekanini aniqlang.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image17.jpegД Funksiyaning grafigini yasash uchun uning nollarini topa- miz: -jc2 + a:-l-6 = 0,bundan х1 = -2,ж1=3. Parabola uchining koor- dinatalarini bunday topish mumkin:

*X° 2 2 2*

***\_ x1+x2 \_*** -**2+3** \_ **1**

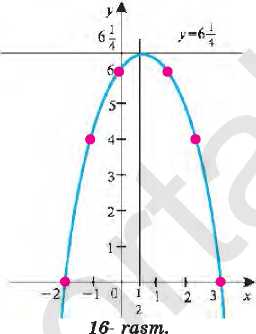
a = -l < 0 bo'lgani uchun parabolaning tarmoqlari pastga yo'nalgan.

Parabolaning yana bir nechta nuqtasini topamiz: y(-1) = 4, i/(0) = 6, y(l) = b,y{2) = 4. Parabolani yasaymiz (16-rasm).

Grafik yordamida у =-x2+ x + 6 funksiyaning quyidagi xossala- rini hosil qilamiz:

20

1. x **ning istalgan qiymatlarida funksiyaning qiymatlari 6-ga teng**

4

yoki undan kichik;

1. -2 <x < 3 da funksiyaning qiy- matlari musbat, x<-2 da va x>3 da manfiy,x = -2 va x = 3da nolga teng;
2. funksiya xoraliqda o'sadi, x > i oraliqda kamayadi;
3. ж = 1 bo‘lganda funksiya 6^ ga

teng bo‘lgan eng katta qiymatini qa- bul qiladi;

1. funksiyaning grafigi x = i to'g'ri ehiziqqa nisbatan simmetrik. A

y = ax2 + bx + c funksiya \*0=-A nuqtada eng kichik yoki

eng katta qiymatlarni qabul qiladi; bu x0 nuqta parabola uchining abssissasidir.

Funksiyaning *x0* nuqtadagi qiymatini ***yQ*** *=* ***y(x0)*** formula bo‘yicha topish mumkin. ***Agar a*** *>* 0 ***bo‘lsa,u holda funksiya eng kichik qiymatga ega bo‘ladi, agar a*** < **0** ***bo'lsa, и holda funksiya eng katta qiymatga ega bo'ladi.***

Masalan, у = x2 - 4x + 3 funksiya x = 2 bo'lganda -1 ga teng bo'lgan eng kichik qiymatini qabul qiladi (13-d rasm); у = -2x2 + 12x-9 funksiya x = 3 bo‘lganda -1 ga teng bo'lgan eng katta qiymatini qabul qiladi (15-rasm).

1. masala. Ikkita musbat sonning yig'indisi 6 ga teng. Agar ularning kvadratlari yig'indisi eng kichik bo'lsa, shu sonlarni to­ping. Shu sonlar kvadratlari yig'indisining eng kichik qiymati qan- day bo'ladi?

A Birinchi sonni x harfi bilan belgilaymiz, bu holda ikkinchi son

1. x,ular kvadratlarining yig'indisi esa x2 + (6 - x)2 bo'ladi. Bu ifoda- ning shaklini almashtiramiz:

\*2 + (6 — xf = х2 + 36 - 12\* + х2 = 2х2 - 12\* + 36.

Masala г/=2\*2-12\*+36 funksiyaning eng kichik qiymatini toplshga keltirildi. Shu parabola uchining koordinatalarini topamiz:

*x0=-± = -^ = 3,i/0 = i/(3) = 2-9-12-3 + 36 = 18.*

Demak,\* = 3 bo‘lganda funksiya 18 ga teng eng kichik qiymat- ni qabul qiladi.

Shunday qilib, birinchi son 3 ga teng, ikkinchi son ham 6-3 = 3 ga teng. Bu sonlar kvadratlari yig'indisining qiymati 18 ga teng. A

***Mashqlar***

1. Parabola uchining koordinatalarini toping:

1) у - \*2 - 4\* - 5; 2) у - x2 + 3\* + 5;

3) у — —x2 — 2\* + 5; 4) у = —x2 + 5\* - 1.

1. Parabolaning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping:

1) у = x2 - 3\* + 5; 2) у = -2\*2 - 8\* + 10;

3) у = -2x2 + 6; 4) у = lx2 + 14.

Funksiyaning grafigini yasang va grafik bo‘yicha: 1) \* ning funksiyaning qiymatlari musbat,manfiy bo‘ladigan qiymatlari- ni toping; 2) funksiyaning o'sish va kamayish oraliqlarini toping; 3) \* ning qanday qiymatlarida funksiya eng katta yoki eng kichik qiymatlar qabul qilishini aniqlang va ularni toping (37—38):

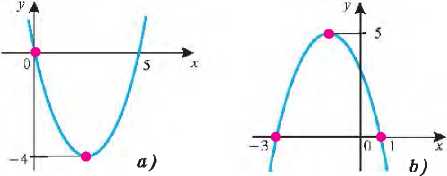
37.1) у = x2 - lx + 10; 2) у = -x2 + \* + 2;

3) у = -x2 + 6\* - 9; 4) у = x2 + 4\* + 5.

1. 1) у = 4\*2 + 4\* - 3; 2) у З\*2 - 2\* + 1;

3) у = -2\*2 + 3\* + 2; 4) у = З\*2 - 8\* + 4.

1. Kvadrat funksiyaning berilgan grafigi (17-rasm) bo'yicha uning xossalarini aniqlang.
2. 15 sonini ikkita sonning yig'indisi shaklida shunday tasvir- langki.bu sonlaming ko'paytmasi eng katta bo'lsin.



1. Ikki sonning yig‘indisi 10 ga teng. Agar shu sonlar kublari- ning yig'indisi eng kichik bo‘lsa,shu sonlarni toping.
2. Uy devorlariga yondashgan to‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi maydonni uch toraonidan 12 m li panjara bilan o‘rab olish ta- lab etiladi. Maydonning o'lchamlari qanday bo‘lganda uning yuzi eng katta bo‘ladi?
3. Uehburehakda asosi bilan shu asosga tushirilgan balandlik- ning yig‘indisi 14 sm ga teng. Shunday uchburchak 25 sm2 ga teng yuzga ega bo‘lishi mumkinmi?
4. Grafikni yasamasdan, x ning qanday qiymatida funksiya eng katta (eng kichik) qiymatga ega bo'lishini aniqlang; shu qiy- matni toping:

1) у = x2 - 6x + 13; 2) у = x2 - 2x - 4;

3) у = -x2 + 4r + 3; 4) у = 3x2 - 6jc + 1.

1. Agar:
2. parabolaning tarmoqlari yuqoriga yo'nalgan, uning uchi- ning abssissasi manfiy, ordinatasi esa rausbat bo'lsa;
3. parabolaning tarmoqlari pastga yo‘nalgan,uning uchining abssiesa va ordinatasi manfiy bo'Lsa, у = ax2 + bx + c para­bola tenglamasi koeffitsiyentlarining ishoralarini aniqlang.

46.5 m balandlikdan kamondan 50 m/s tezlik bilan yuqoriga vertikal ravishda nayza otildi. Nayzaning t sekunddan keyin

*gt*a

ko‘tarilgan balandligi metrlarda ft = ft(t) = 5 + 50t —g- formu­la bilan hisoblanadi,bunda g a 10 m/s2. Nayza necha sekund­dan keyin: 1) eng katta balandlikka erishadi va u qanday ba- landlik bo'ladi? 2) yerga tushadi?

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 6-§. KVADRAT TENGSIZLIK VA UNING YECHIMI |

1. masala. To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari 2 dm va 3 dm ga teng. Uning har bir tomoni bir xil sondagi detsimetrlarga shunday orttirildiki, natijada to‘g‘ri to‘rtburchak ning yuzi 12 dm2 dan ortiq bo‘ldi. Har bir tomon qanday o'zgargan?

A To‘g‘ri to'rtburchakning har bir tomoni x detsimetrga ort- tirilgan bo‘lsin. U holda yangi to‘g‘ri to'rtburchakning tomonlari (2 + x) va (3+r) detsimetrga, uning yuzi esa (2 + гХЗ+л:) kvadrat detsimetrga teng bo‘ladi. Masala shartiga ko‘ra (2+лг)(3 + ж)> 12, bundan x2+6x+6 > 12 yoki x2 + &x - 6 > 0.

Bu tengsizlikning chap qismini ко ‘paytuvchilarga ajratamiz: (x + 6)(л: - 1) > 0.

Masala shartiga ko‘ra,x > 0 bo‘lgani uehun x + 6 > 0.

Tengsizlikning ikkala qismini x + 6 musbat songa bo‘lib, x-1 >0, ya’ni x > 1 ni hosil qilamiz.

J a v о b: to‘g‘ri to'rtburchakning har bir tomoni 1 dm dan ko‘proqqa orttirilgan. A

x2 + 5x - 6 > 0 tengsizlikda x bilan noma’lum son belgilan- gan. Bu- kvadrat tengsizlikka misol.

***О***

***Agar tengsizlikning chap qismida kvadrat funksiya, o‘ng qismida esa not tursa, bunday tengsizlik kvadrat teng- sizlik deyiladi.***

Masai an,

*2x2 - Зх + 1 > 0, -3x2* + *4x* + 5 < 0

tengsizliklar kvadrat tengsizliklardir.

Bir noma’lumli tengsizlikning yechimi deb, nomaTumning shu tengsizlikni to‘g‘ri sonli tengsizlikka aylantiruvchi barcha qiymat- lariga aytilishini eslatib o'tamiz.

Tengsizlikni yechish — uning barcha yechimlarini topish yoki ulaming yo‘qligini ko'rsatish demakdir.

1. m a s a 1 a. Tengsizlikni yeching:

*x2 - 5x +* 6 > 0.

А r2-5r+6=0kvadrat tenglama ikkita turli x\_l=2,x2=3 ildizga ega. Demak, x?-5x + 6 kvadrat uchhadni ko‘paytuvchilarga ajratish mmnkin: jc2 - 5x + 6 = (x - 2)(r - 3).

Shuning uehun berilgan tengsizlikni bunday yozsa bo'ladi:

{x - 2){x - 3) > 0.

Agar ikkita ko'paytuvchi bir xil ishoraga ega bo‘lsa,ulaming ko‘- paytraasi musbat ekani ravshan.

1) Ikkala ko‘paytuvchi musbat,ya’ni x-2>0va лс - 3 > 0 bo‘l- gan holni qaraymiz.

Bu ikki tengsizlik quyidagi sistemani tashkil qiladi:

*\x-2>0,*

*\x-Z>0.*

{

v>2

’ ni hosil qilamiz,bundan x > 3.

*x>3*

Demak,barcha x > 3 sonlar (л - 2)(л: - 3) > 0 tengsizlikning ye- chimlari bo'ladi.

1. Endi ikkala ko'paytuvchi manfiy, ya’ui x-2<0 va x~3<0 bo'lgan holni qaraymiz.

Bu ikki tengsizlik quyidagi sistemani tashkil qiladi:

*lx-2<0,*

*[x-3<0.*

J*x<2*,

Sistemani yechib, \x<3 п\* hosil qilamiz,bundan x < 2.

Demak,barcha x<2 sonlar ham (х-2)(г-3)>0 tengsizlikning yechimlari bo‘ladi.

Shnnday qilib, (r-2)(r-3)>0 tengsizlikning, demak, berilgan зс2-5ж + 6>0 tengsizlikning ham yechimlari x<2, shuningdek, r>3 sonlar bo‘ladi.

Javob: x < 2,x > 3. A

**O**

**Umuman, agar ax2 +bx+c=0 kvadrat tenglama ikkita turli ildizga ega bo‘lsa, u holda a\*2 +b\*+c>0 va ax? +bx+c<0 kvadrat tengsizliklarni yechishni, kvadrat tengsizlikning chap qismini ko‘paytuvchilarga ajratib, birinchi darajali tengsizliklar sistemasini yechishga keltirish mumkin.**

1. m a s a 1 a. -3xz - 5x + 2 > 0 tengsizlikni yeching.

Д Hisoblashlami qulayroq olib borish uchun berilgan tengsiz­likni birinchi koeffitsiyenti musbat bo'lgan kvadrat tengsizlikiar shaklida tasvirlaymiz. Buning uchun uning ikkala qismini-1 ga ko'paytiramiz:

*3x2 + 5x* - *2 <* 0.

3xz+5x-2=0 tenglamaning ildizlarini topamiz:

„ -5±^25+24 -5±7

6 6“’

= *\> Xt=~2.*

Kvadrat uchhadni ko'paytuvchilarga ajratib, quyidagini hosil qilamiz:

fH)

- (\* + 2)<0.

Bundan ikkita sistemani olamiz:

H>0’

**[л: -I- 2 < 0;**

Birinchi sistemani bunday yozish mumkin:

*\x>b*

*\x<—2,*

bu sistema yechimlarga ega emasligi ko'rinib turibdi.

Ikkinchi sistemani yechib, quyidagini topamiz:

**{\*<!,**

bundan *-2<x <\.*

**и**

Demak, 3(x- Д(х + 2) < 0 tengsizlikning,ya’ni -3x2-5x + 2>0

**О**

tengsizlikning yechimlari j 2; intervaldagi barcha sonlar bo'ladi. Javob: -2 < x < A

**d**

***Mashqlar***

1. (Og'zaki.) Quyidagi tengsizliklardan qaysilari kvadrat tengsiz- lik ekanini ko'rsating:

1) ж2 - 4 > 0; 2) x2 - 3x - 5 < 0; 3) 3\* + 4 > 0;

4) *4x -* 5 < 0; 5) *x2 - 1 < 0;* 6) *x[[4]](#footnote-4) [[5]](#footnote-5) - 16 > 0.*

1. Tengsizlikni kvadrat tengsizlik ko'rinishiga keltiring:

1) *x2 < 3x +* 4; 2) *Зхг -* 1 > *x;*

3) Зж2 < x2 - 5x + 6; 4) 2ж(ж + 1) < x + 5.

1. (Og'zaki.) 0; -1; 2 sonlaridan qaysilari

1) ж2 + 3x + 2 > 0; 2) -x2 + 3,5x + 2 > 0;

3) xs - x - 2 < 0; 4) -x2 + x + ^ < 0

4

tengsizlikning yechimlari bo'ladi?

1. 1) (x - 2)(x + 4) > 0;
2. (\* - 3)(\* + 5) < 0;
3. 1) x2 - 4 < 0;
4. x2 + Зя < 0;
5. 1) x2 - 3x + 2 < 0;
6. x2 + x - 2 < 0;
7. x2 - 2x - 3 > 0;

2) (x - 11)(jc - 3) < 0;

1. (x + 7)(\* + 1) > 0.
2. x2 - 9 > 0;
3. *x2 - 2x>* 0.
4. x2 + 2x - 3 > 0;
5. *2x2 + 3x - 2 >* 0;
6. 3x2 + 2x - 1 > 0.

Tengsizlikni yeching (50—52):

53. Tengsizlikni yeching:

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image21.jpeg

1. **§. KVADRAT TENGSIZLIKNI KVADRAT FUNKSIYA GRAFIGI YORDAMIDA YECHISH**

Kvadrat funksiya у = ax2 + bx + c (bunda a\*0) formula bi­lan berilishini eslatib o'tamiz. Shuning uchun kvadrat tengsiz- likni yechish kvadrat funksiyaning nollarini va kvadrat funk­siya musbat yoki manfiy qiymatlar qabul qiladigan oraliqlarui izlashga keltiriladi.

1. masala. Tengsizlikni grafik yordamida yeching:

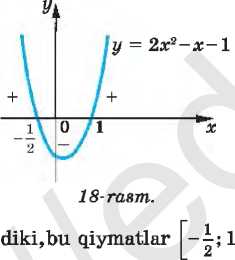
2xz - x - 1 < 0.

Д у = 2x2- ж-1 kvadrat funksiyaning grafigi — tarmoqlari yuqoriga yo'nalgan parabola.

Bu parabolaning Ox o‘qi bilan kesishish nuqtalarini topamiz. Buning uchun 2x2 - x — 1 = 0 kvadrat tenglamani yechamiz. Bu tenglamaning ildizlari:

\_ 1±-У1+8 \_ 1±3 \_ - \_ 1

•\*1,2 4 4 I Xi 1» 2'

Demak, parabola Од; o‘qini x = va

x = 1 nuqtalarda kesadi (18- rasm).

2ж2-д:-1<0 tengsizlikni x ning funk­siya nolga teng bo‘lgan yoki funksiya- ning qiymatlari manfiy bo‘lgan qiymat- lari qanoatlantiradi,ya’ni x ning shunday qiymatlariki, bu qiymatlarda parabola­ning nuqtalari Ox o‘qida yoki shu o‘qdan pastda yotadi. 18- rasmdan ko‘rinib turib- kesmadagi barcha sonlar bo‘ladi.

**Javob: -i <\*< 1. A**

*2*

Bu funksiyaning grafigidan berilgan tengsizlikdan faqat isho- rasi bilan farq qiladigan boshqa tengsizliklarni yechishda ham foydalanish mumkin. 18- rasmdan ko‘rinib turibdiki:

1) 2x2 - x - 1 < 0 tengsizlikning yechimlari < x < 1 ,ya’ni

lj intervaldagi barcha sonlar;

1. 2х2 - х - 1 > 0 tengsizlikning yechimlari х < -^ va х > 1

oraliqlardagi barcha sonlar bo‘ladi;

1. 2x2 - x — 1 >0 tengsizlikning yechimlari x<-i va x >1 oraliqlardagi barcha sonlar bo‘ladi.
2. m a s a 1 a. Tengsizlikni yeching:

4xz + 4x + 1 > 0.

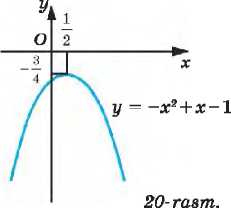
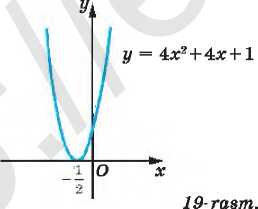
Д y = 4x2 + 4x+l funksiya grafigining eskizini chizamiz. Bu parabolaning tarmoqlari yuqoriga yo‘nalgan. 4x2+4x+l = 0 tengla-

ma bitta x = ildizga ega,shuning uchun parabola Ox o‘qiga

nuqtada urinadi. Bu funksiyaning grafigi 19-rasmda

tasvirlangan. Berilgan tengsizlikni yechish uchun x ning qan- day qiymatlarda funksiyaning qiymatlari musbat bo'lishini aniq- lash kerak. Shunday qilib, 4x2 + 4x +1 > 0 tengsizlikni x ning pa­rabolaning nuqtalari Ox o‘qidan yuqorida yotuvchi qiymatlari qanoatlantiradi. 19-rasmdan ko'rinib turibdiki, bunday qiymatlar x = -0,5 dan boshqa barcha haqiqiy sonlar bo'ladi.

Javob: x^-0,5. A 19-rasmdan ko'rinib turibdiki:

1) 4x2 -I- 4x -I- 1 > 0 tengsizlikning yechimi barcha haqiqiy sonlar bo'ladi;

1. 4х2 + 4х + 1 ^ 0 licnffsizlik brtta х — — — ycchun^s, g^b.^
2. 4x2 + 4x + 1 < 0 tengsizlik yechimlarga ega emas.

Agar 4x2 + 4x + 1 = (2x + l)2 ekani e’tiborga olinsa, bu tengsizliklarni og‘zaki yechish mumkin.

1. m a s a 1 a. -x2 + x - 1 < 0 tengsizlikni yeching.

Д y = -x2 + x - 1 funksiya grafigining eskizini chizamiz. Bu parabolaning tarmoqlari pastga yo'nalgan. -x2 + x-l = 0 tengla- maning haqiqiy ildizlari yo‘q,shuning uchun parabola Ox o'qini kesib o'tmaydi. Deraak,bu parabola Ox o'qidan pastda joylashgan (20-rasm). Bu barcha x larda kvadrat funksiyaning qiymatlari manfiy,ya’ni -x2 + x-l<0 tengsizlik x ning barcha haqiqiy qiy- matlarida bajarilishini auglatadi. A

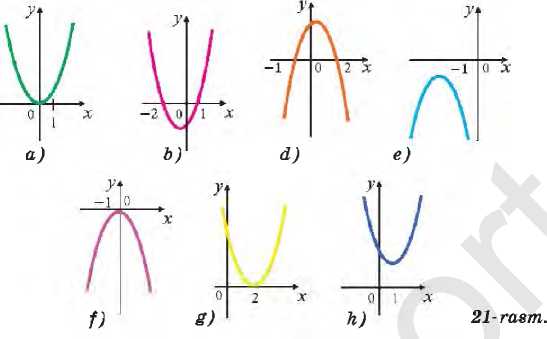
20-rasmdan yana -x2 + x - 1 < 0 tengsizlikning yechimlari x ning barcha haqiqiy qiymatlari bo'lishi, -x2+ x - 1 > 0 va -x2 +x - 1 >0 tengsizliklar esa yechimlarga ega emasligi ko‘rinib turibdi.

Shunday qilib, ***kvadrat tengsizlikni grafik yordamtda yechish uchun:***

1. kvadrat funksiya birinchi koeffitsiyentining ishorasi bo'yicha parabola tarmoqlarining yo'nalishini aniqlash;
2. tegishli kvadrat tenglamaning haqiqiy ildizlarini topish yoki ularning yo'qligini aniqlash;
3. kvadrat funksiyaning Ox o‘qi bilan kesishish nuqtalari yoki urinish nuqtasidan (agar ular bo‘lsa) foydalanib, kvadrat funksiya grafigining eskizini yasash;
4. grafik bo'yicha funksiya kerakli qiymatlarni qabul qiladigan oraliqlarni aniqlash kerak.

***Mashqlar***

1. у = x2 + x - 6 funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo‘yicha x ning funksiya musbat qiymatlar; manfiy qiymatlar qabul qiladigan qiymatlarini toping.
2. (Og'zaki.) y=axz + bx + c funksiya grafigidan foydalanib (21- rasm),x ning qanday qiymatlarida bu funksiya musbat qiymatlar, manfiy qiymatlar, nolga teng qiymat qabul qilishini ko‘rsating.



|  |  |
| --- | --- |
| Kvadrat tengsizlikni yeching (58—62): | |
| 58. 1) x2 - 3x + 2 < 0; | 2) x2 - 3x - 4 > 0; |
| 3) -x2 + 3x - 2 < 0; | 4) -x2 + 3x + 4 > 0. |
| 59. 1) 2x2 + 7x - 4 < 0; | 2) 3x2 - 5x - 2 > 0; |
| 3) -2л:3 + x + 1 > 0; | 4) -4x2 + 3x + 1 < 0. |
| 60. 1) x2 - 6л; + 9 > 0; | 2) x2 - 14x + 49 < 0; |
| 3) 4л:2 - 4х + 1 > 0; | 4) 4x2 - 20x + 25 < 0. |
| 61. 1) л:2 - 4л: + 6 > 0; | 2) x2 + 6x + 10 < 0; |
| 3) л:2 + х + 2 > 0; | 4) x2 + 3x + 5 < 0; |
| 5) 2л:2 - Зл: + 7 < 0; | 6) 4x2 - 8x + 9 > 0. |
| 62. 1) 5 - л:2 > 0; | 2) -x2 + 7 < 0; |
| 3) -2,1л:2 + 10,5л: < 0; | 4) -3,6x2 - 7,2x < 0. |
| 63. (Og‘zaki.) Tengsizlikni yeching: 1) х2 + 10 > 0; | 2) x2 + 9 < 0; |
| 3) (х - l)2 + 1 > 0; | 4) (x + 5)2 + 3 < 0; |
| 5) -(х + l)2 — 2 < 0; | 6) -(x - 2)2 - 4 > 0. |
| Kvadrat tengsizlikni yeching (64—66): | |
| 64. 1) 4x2 - 9 > 0; | 2) 9x2 - 25 > 0; |
| 3) x2 - 3x + 2 > 0; | 4) x2 - 3x - 4 < 0; |
| 5) 2x2 - 4x + 9 < 0; | 6) 3x2 + 2x + 4 > 0. |

65. 1) 2х2 - 8х < -8; 2) х2 4- 12лс > -36;

3) 9х2 + 25 < ЗОж; 4) 16ж2 + 1 > 8х;

1. *2х2 - х > 0;* 6) *Зх2* + *х* < О.
2. х(х + 1) < 2(1 - 2х - х2); 2) х2 + 2 < Зх -± ж2;

3) 6л2 + l<5\*-i\*2; 4) 2я(\* - 1) < 3(л: + 1).

4

67. jc ning funksiya noldan katta bo'lmagan qiymatlarni qabul qiladigan barcha qiymatlarini toping:

1. *у = —x2 +* 6ж - 9; 2) *у = x2 - 2x +* 1;

3) *у = - — x2 - Зх - 4—;* 4) *у = --х2-4х*-12.

1. х2 - 2х + q > 0 tengsizlikning q > 1 bo'lgandagi yechira- lari x ning barcha haqiqiy qiymatlari bo£lishini ко‘rsating;
2. x2 + 2x + q <, 0 tengsizlik q > 1 bo'lganda haqiqiy yechim- larga ega emasligini ko'rsating.

69. r ning x2 - (2 + r)x + 4 > 0 tengsizlik x ning barcha haqiqiy qiymatlarida bajariladigan barcha qiymatlarini toping.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 8-§. INTERVALLAR USULI |

Tengsizliklarni yechishda ko'pincha intervallar usuli qo'llani- ladi. Bu usulni misollarda tushuntiramiz.

1. masala, jc ning qanday qiymatlarida x2 - 4x + 3 kvadrat uchhad musbat qiymatlar, qanday qiymatlarida esa manfiy qiy- matlar qabul qilishini aniqlang.

Д x2 - Ax + 3 = 0 tenglamaning ddizlarini topamiz: xl = 1, x2 = 3.

Shuning uchun x2 - 4л: + 3 = (x - l)(x - 3).

x = 1 va x = 3 nuqtalar (22- rasm) son o‘qini uchta oraliqqa bo'ladi:

*x <* 1,1 < *x < 3,x >* 3.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image26.jpeg

1. < х < 3 oraliq singari x < l,x > 3 oraliqlar ham intervallar deyiladi.

Son o‘qi bo'yicha o'ngdan chapga harakat qilib, x > 3 inter- valda x2 - 4x + 3 = (x - l)(x — 3) uchhad musbat qiymatlar qabul qilishini ko‘ramiz, chunki bu holda ikkala x - 1 va x — 3 ko'pay- tuvchi ham musbat.

Keyingi l<x< 3 intervalda shu uchhad manfiy qiymatlar qabul qiladi va, shunday qilib,x = 3 nuqta orqali o'tishda ishorasini o‘z- gartiradi. Bu hoi shuning uchun ham sodir bo£ladiki,(x-l)(x- 3) ko‘paytmada x = 3 nuqta orqali o‘tishda x - 1 ko'paytuvchi ishorasini o‘zgartirmaydi,ikkinchi x-3 ko‘paytuvchi esa ishorasi­ni o‘zgartiradi.

x = 1 nuqta orqali o'tishda uchhad yana ishorasini o'zgartiradi, chunki (x-l)(x-3) ko'paytmada birinchi x-1 ko‘paytuvchi isho- rasini o‘zgartiradi,ikkinchi x-3 ko'paytuvchi esa o‘zgartirmaydi.

Demak, son o‘qi bo‘yicha o‘ngdan chapga qarab harakat qilib bir intervaldan qo‘shni intervalga o‘ta borganda (x-l)(x-3) ko'paytma- ning ishoralari almasha boradi.

Shunday qilib, x2 - 4x + 3 kvadrat uchhadning ishorasi ha- qidagi masalani quyidagi usul bilan yechish mumkin.

x2 - 4x + 3 = 0 tenglamaning ildizlarini son o‘qida belgilay- miz: xx = 1,x2 — 3. Ular son o‘qini uchta intervalga ajratadi (22-rasm). x > 3 intervalda x2 - 4x + 3 uchhadning musbat bo'lishini aniqlab, uchhadning qolgan intervallardagi isho- ralarini almasha boradigan tartibda belgilaymiz (23- rasm). 23- rasmdan ko‘rinib turibdiki, x < 1 va x > 3 bo'lganda x2-4x + 3> 0,l<x<3 bo'lganda esa x2 - 4x + 3 <0. A

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image27.jpeg

i

-’V'

—i—

a

■>

>

*23-rasm.*

Qarab chiqilgan usul intervallar usuli deyiladi. Bu usuldan kvadrat tengsizliklarni va ba’zi tengsizliklami yechishda foydalaniladi.

Masalan, 1- masalani yechganda biz aslida x2 - 4x + 3 > 0 va x2 -4x -I- 3 < 0 tengsizliklarni intervallar usuli bilan yechdik.

1. masala, x3 - x < 0 tengsizlikni yeching.

Д x3 - x ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratamiz: ж3 - x = x(x2 - 1) = x(x - 1)(л: + 1). Demak, tengsizlikni bunday yozish mumkin:

(л: + l)x(x - 1) < 0.

Son o‘qida-1,0 va 1 nuqtalarni belgilaymiz. Bu nuqtalar son o‘qini to‘rtta intervalga ajratadi (24- rasm):

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image28.jpegx < -1,-1 < x < 0,0 < x < 1, jc > 1.

*24-rasm.*

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image29.jpegx > 1 bo‘lganda (x + l)x(x - 1) ko'paytmaning hamma ko‘pay- tuvchilari musbat,shuning uchun x> 1 intervalda (x+ 1)x(jc- 1)> 0 bo‘ladi. Qo'shni intervalga o'tishda ko'paytma ishorasining al- mashishini e’tiborga olib, har bir interval uchun (x + l)x(x -1) ko'paytmaning ishorasini topamiz (25- rasm).

*25-rasm.*

Shunday qilib, tengsizlikning yechimlari x ning x<-l va 0<r<l intervallardagi barcha qiymatlari bo‘ladi.

Javob:x<-l,0<a:< 1. A

1. m a s a 1 a. (x2 - 9)(ж + 3)(jc - 2) > 0 tengsizlikni yeching. Д Beriigan tengsizlikni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

(x + 3)2(x - 2)(x - 3) > 0. (1)

Barcha x Ф -3 da (ж + 3)2 > 0 bo‘lgani uchun x Ф -3 da (1) tengsizlikning yechimlari to'plami

(x - 2){x - 3) > 0 (2)

tengsizlik yechimlari to'plami bilan ustma-ust tushadi.

x = —3 qiymat (1) tengsizlikning yechimi bo‘lmaydi, chunki x = -3 bo'lganda tengsizlikning chap qismi 0 ga teng.

(2) tengsizlikni intervallar usuli bilan yechib, x <2, x > 3 ni hosil qilamiz (26-rasm).

**34**

x = -3 berilgan tengsizlikning yechimi bo'lmasligini e’tiborga olib,oxirida j avobni bunday yozamiz:

x < -3, -3 < x < 2, x > 3. A

1. m a s a 1 a. Ushbu tengsizlikni yeching:

\*!+2\*-3>o.

*x?-3x-4 ~*

Д Kasrning surat va maxrajini ко ‘paytuvchilarga ajratib quyi- dagini hosil qilamiz:

(£+3fcl) >0

(ж+1)(ж—4) — ' (3)

Son o‘qida kasrning surat yoki maxraji nolga aylanadigan -3; —1; 1; 4 nuqtalarni belgilaymiz. Bu nuqtalar son to‘g‘ri chizig'ini beshta intervalga ajratadi (27-rasm). x > 4 bo'lganda kasrning surat va maxrajidagi barcha ko'paytuvchilar musbat va shuning uchun kasr musbat.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image30.jpeg

*27-rasm.*

Bir intervaldan keyingisiga o'tishda kasr ishorasini o'zgartiradi, shuning uchun kasrning ishoralarini 27- rasmdagidek qilib qo‘yish mumkin. x = -3 va x = 1 qiymatlar (3) tengsizlikni qanoatlantira- di,a;--l va x — 4 bo'lganda esa kasr ma’noga ega emas. Shunday qilib,berilgan tengsizlik quyidagi yechimlarga ega: x <, -3, -1 < ж ^ 1, x > 4. A

***M ashqlar***

70. (Og'zaki.) x = 5 qiymat tengsizlikning yechimi bo'lishini ko‘r- sating:

1. C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image31.jpeg(x - 1)(jc - 3) > 0; 2) (x + 2)(x + 5) > 0;

2) (x + 2)(x + 5) > 0; 4) (x + 1)(ж - 4) > 0.

*26- rasm.*

3) (x - 7)(\* - 10) > 0; 4) (x + 1)(ж - 4) > 0.

2) x[[6]](#footnote-6)- 9x > 0;

5) x2 + x - 12 < 0;

1. x2 + 5x > 0;

4) *x2 + 3x <* 0;

1. x[[7]](#footnote-7) - 16x < 0;
2. [x2 - l)(x + 3) < 0;

74. 1) (x - 5)2(x2 - 25) > 0; 3) (x - 3)(x2 - 9) < 0;

3) *2X2 - x < 0;*

1. x2 - 2x - 3 > 0.

2) 4x3 - x > 0;

1. (x2 - 4)(x - 5) > 0.
2. (л: + 7)2(x2 - 49) < 0;
3. (л: - 4)(x2 - 16) > 0.

*(x+4f*

*2x2-3x+l*

Tengsizlikni intervallar usuli bilan yeching (71-77): 71. 1) (x + 2)(x - 7) > 0; 2) (x + 5)(x - 8) < 0;

3) (*x-2)*

4) (я + 5)

***x-3-***

*2*

>0.

75Л)^|>0;

**2>Й«\***

4)

3,5+x

<0;

(2ж+1)(д?+2) ^ ^

\*-3

1,5-\*

*S+X*

gj (ж-3)(2ж+4)

3)^-±>°;

\*+l

7(1 1 \ \* ^ q.

**76Л>**

2)

>□;

**3>fe>0i**

>0.

*,2\_*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 78. 1) | x2-x-12 | >0; | 2) | \* -4\*-12<0; | 3) |
| X-1 |  | x-2 |
| 4) | x2-3x-4  x2+x-6 | IV  p | 5) | x2+5x+6 ^ x+3 - ’ | 6) |

Tengsizlikni yeching (78-80):

ж2+Зд:-10

*x2+x-2*

*x2Sx+7*

*x-1*

*2-x* \_ *S-x*

*+*

O) ^+7x+10 0.

4) з?-4 U’

<0;

***<0.***

79. 1) \_\*\_+£ > JL;

*x-2 x x-2*

Q4 *5x2-3x-2* - n1 „2

80.1) x2~7x~8 < 0;

*1-X'*

’ \*2-64

| 9- §. FUNKSIYANING ANIQLANISH SOHASI

Siz 7- sinfda funksiya tushunchasi bilan tanishgansiz. Shu tushun- chani eslatib o‘tamiz.

**О**

**Agar sonlarning biror to‘plamidan olingan x ning har bir qiymatiga у son mos keltirilgan bo‘lsa, shu to‘plamda y(x) funksiya berilgan deyiladi. Bunda x erkU o'zgaruvchi yoki argument, у esa erksiz o'zgaruvchi yoki funksiya deyiladi.**

Siz y—kx+b chiziqli funksiya va y—ax^+bx+c kvadrat funksiya bilan tanishsiz.

Bu funksiyalar uchun argumentning qiymati istalgan haqiqiy son bo'lishi mumkin.

Endi har bir nomanfiy x songa 4x sonni mos qo'yadigan funk- siyani, ya’ni y = 4x funksiyani qaraymiz. Bu funksiya uchun argu­ment faqat nomanfiy qiymatlarni qabul qilishi mumkin: x>0. Bu holda funksiya barcha nomanfiy sonlar to’plamida aniqlangan deyila-

di va bu to'plam у = 4x funksiyaning aniqlanish sohasi deb ataladi.

I

Umuman, funksiyaning aniqlanish sohasi deb uning argu­

ment qabul qilinishi mumkin bo‘lgan barcha qiymatlar to‘p- lamiga aytiladi.

Masalan, у = 1 formula bilan berilgan funksiya x \* 0 da aniq­langan, ya’ni bu funksiyaning aniqlanish sohasi - noldan farqli barcha haqiqiy sonlar to'plami.

Agar funksiya formula bilan berilgan bo'lsa, u holda funk­siya argumentning berilgan formula ma’noga ega bo‘ladigan (ya’ni formulaning o‘ng qismida turgan ifodada ko’rsatilgan hamma amallar bajariladigan) barcha qiymatlarida aniqlangan, deb hisoblash qabul qilingan.

Formula bilan berilgan funksiyaning aniqlanish sohasini topish - argumentning formula ma’noga ega bo'ladigan barcha qiymatla- rini topish demakdir.

1. - masala. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping:
2. *y(x) = 2x2+3x + 5x;* 2) *у(х) = л1х-*1;

3) 4) *УМ = ^[Щ-*

A 1) 2x2 + 3x + 5 ifoda x ning istalgan qiymatida ma’noga ega bo'lgani uchun,funksiya bareha x larda aniqlangan.

Javob: x - istalgan son.

1. -n/jc-I ifoda ж-1>0 bo‘lganda ma’noga ega,ya’ni funksiya x> 1 bo’lganda aniqlangan.

Javob: ж>1.

l

1. ifoda x + 2/0 bo'lganda ma’noga ega,ya’ni funksiya

xj-—2 bo’Lganda aniqlangan.

Javob: хф-2.

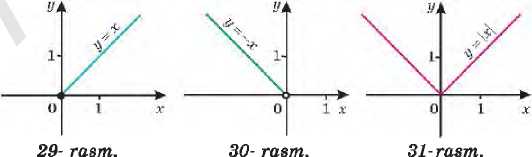
1 4) ifoda \*±g>0 bo‘lganda

28- rasm. ma’noga ega. Bu tengsizlikni yechib,ho-

sB qilamiz (28-rasm): x<-2 va л: >2,ya’ni funksiya x<-2 va x > 2 bo'lganda aniqlangan.

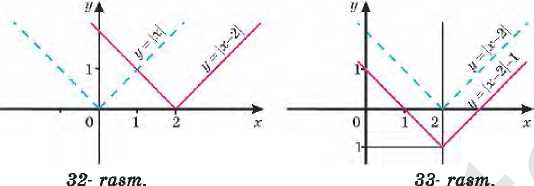
Javob: i< - 2, x > 2. A

Funksiyaning grafigi deb koordinatalar tekisligining abssissalari shu funksiyaning aniqlanish sohasidan olingan erkli o'zgaruvchining qiymatlariga,ordinatalari esa funksiya­ning mos qiymatlariga teng bo’lgan nuqtalar to’plamiga ay- tilishini eslatib o'tamiz.



2-masala, г/ = |лт| funksiyaning aniqlanish sohasmi toping va uning grafigini yasang.

A Eslatib o‘tamiz:

x, agar x > 0 bo'lsa, -x, agar x < 0 bo'lsa.

ж

Shunday qilib, |ж| ifoda istalgan haqiqiy x da ma’noga ega,ya’ni у = |jc| funksiyaning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plami- dan iborat.

Agar x > 0 bo'lsa, u holda |ж| =x bo‘ladi va, shuning uchun, x >0 bo‘lganda у = |jc| funksiyaning grafigi birinchi koordinata burchagining bissektrisasi bo‘ladi (29- rasm).

Agar x < 0 bo'lsa, u holda |x| — -x bo‘ladi,demak,manfiy x lar uchun у = \x\ funksiyaning grafigi ikkinchi koordinata burchagining bissektrisasi bo'ladi (30- rasm).

у = |ж| funksiyaning grafigi 31- rasmda tasvirlangan. A

Istalgan x uchun |-ж| = |ж|. Shuning uchun у = |ж| funksiyaning grafigi ordinatalar o‘qiga nisbatan simmetrik joylashgan.

3-masala. у = |ж-2|-1 funksiyaning grafigini yasang.

A у = \x—2\ funksiyaning grafigi у = |z| funksiya grafigidan uni Ox o‘q bo'yicha 2 birlik o‘ngga surish bilan hosil qilinadi (32- rasm).

у = \x-2\-l funksiyaning grafigini hosil qilish uchun у = \x-2\ funksiyaning grafigini bir birlik pastga surish yetarli (33- rasm). A

***M a shqlar***

1. Funksiya у{х) = хг- 4х + 5 formula bilan berilgan:
2. у(-3), у(-1), 1/(0), у(2) ni toping;
3. agar у(х) - 1, у(х) - 5, у(х) - 10, у(х) - 17 bo‘lsa, х ning qiymatini toping.
4. Funksiya y(x) = formula bilan berilgan:
5. y(-2), i/(0), y(|), y(3) ni toping;
6. agar y(x) = 3, y(x) = 2, y(x) = 13, y[x) = 19 bo'lsa, x ning qiymatini toping.

Funksiyaning aniqlanish sohasini toping (83—84):

83. (Og‘zaki).

1) y = 4ж2-5:г + 1;

4) *y = -*

*6- x'*

2 ’

2) *y=2-x-3x\*;* 3) =

*5)у = Уб^с; в)У = ^-*

84.1) z/ = —^ ; 2) *y = $x2 - 7x + lQ ;*

**ж - 2a: - 3**

1. y = bx2-2\* + 5; 4)1/ = ^^; 5)y = ^^.
2. Funksiya г/(ж) = |2 — лг| — 2 formula bilan berilgan:
3. 2/(-3), J/(—1), 1/(1), i/(3) ni toping;
4. agar г/(я) — 2, г/(я) = 0, г/(ж) = 2, jr(ar) = 4 Ьо‘1за,ж ning qiy­matini toping.
5. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping:

|  |  |
| --- | --- |
| 14 u= Iх 2 ■  y V x+3 ’ |  |
| 3) г/ = ^(\*-1)(х-2)(ж-3); |  |
| 5) y = ^J(x + l)(x-l)(a:-4); | 6) |

1. (-2; 1) nuqta funksiya grafigiga tegishli bo‘ladimi:
2. y = 2x2 + 2x + 29; 2) у = |4 — 3ac| — 9;
3. = 4) У = |л/2--1с — б| — 2?
4. Funksiya grafigini yasang:

1) у = |jc + 3| + 2; 2)y=-|x|; 3) y=2\x\ + V,

1. z/= l-|l-x|; 5) у = |x| + |x-2|; 6) у =|x+l|-|x|.
2. у = в.х2 + bx + c funksiya A (0; 1), В (1; 2), С (^; 1) nuqtalar- dan o'tadi. 1) a,b,c ni toping; 2) x ning qanday qiymatla- rida у = 0 bo'ladi? 3) funksiya grafigini chizing.

10- §. FUNKSIYANING 0‘SISHI VA KAMAYISHI

Siz у = x va у = x2 funksiyalar bilan tanishsiz. Bu funksiyalar darajali funksiyaning, ya’ni

*У=хг* (1)

(bunda r - berilgan son) funksiyaning xususiy hollaridir.

r - natural son bo‘lsin,r= n = 1, 2, 3,... deylik. Bu holda na­tural ko'rsatkichli darajali funksiya у = xn ni hosil qilamiz.

Bu funksiya barcha haqiqiy sonlar to'plamida, ya’ni son o‘qining hamma yerida aniqlangan. Odatda, barcha haqiqiy son­lar to‘plami R harfi bilan belgilanadi. Shunday qilib, natural ko'rsatkichli darajali funksiya у = xn, xeR uchun aniqlangan. Agar (1) da r = -2k,k^N bo‘lsa, u holda y = x~2k=~^ funksiya hosil bo'ladi. Bu funksiya x ning noldan farqli barcha qiymat- larida aniqlangan. Uning grafigi Oy o'qqa nisbatan simmetrik.

r — — (2k - l),keN bo‘lsa, u holda y = x funksiyani ola-

miz. Uning xossalari sizga tanish u- — funksiyaning xossalari

*X*

kabi bo‘ladi. p va q - natural sonlar va r = ^ - qisqarmas kasr bo'lsin. у = %fx? funksiyaning aniqlanish sohasi p va q ning juft-

toqligiga qarab turlicha bo'ladi. Masalan, y = 4^,y = Wx funk-

siyalar ixtiyoriy xeR da aniqlangan. у = ifx? funksiya esa x ning nomanfiy, ya’ni x > 0 qiymatlarida aniqlangan.

1. sinf „Algebra" kursidan ma’lumki, har bir irratsional son- ni chekli o'nli kasr bilan, ya’ni ratsional son bilan yaqinlashtirish mumkin. Amaliyotda irratsional sonlar ustida amallar ularning ratsional yaqinlashishlari yordamida bajariladi. Bu amallar shun- day kiritiladiki, amallaming, tenglik va tengsizliklaming ratsional sonlar uchim xossalari irratsional sonlar uchun ham to‘la saqlanadi.

rL,r2,rk,... ratsional sonlar r irratsional sonning ratsional ya­qinlashishlari bo'lsin. U holda x musbat son bo'lganda, x ning ratsional darajalari, ya’ni xr^, xr%... , х’"-,... sonlar xT darajaning yaqinlashishlari bo'ladi. Bunday aniqlangan daraja irratsio­nal ko‘rsatkichli daraja deyiladi. Demak, x > 0 uchun daraja ko‘rsatkichi ixtiyoriy r bo‘lgan у - xT funksiyani aniqlash mumkin.

Darajali funksiya x ning (1) formula ma’noga ega bo'ladigan qiymatlari uchun aniqlangan. Masalan, у = x va у = x2 (r = 1 va r = 2) funksiyalarning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plami bo'ladi; y = i (r= 1) funksiyaning aniqlanish sohasi nol- ga teng bo'lmagan barcha haqiqiy sonlar to'plami bo‘ladi; y = 4x ( r = i) funksiyaning aniqlanish sohasi barcha nomanfiy sonlar to'plamidan iborat.

**e**

**Shuni eslatamizki, agar argumentning biror oraliqdan olingan katta qiymatiga funksiyaning katta qiymati mos kelsa, ya’ni shu oraliqqa tegishli istalgan ж , x2 uchun х.г>х1 tengsizlikdan y(x2) > у(хг) tengsizlik kelib chiqsa, y(x) funksiya shu oraliqda o'suvchi funksiya deyiladi.**

**О**

**Agar biror oraliqqa tegishli istalgan xv x2 uchun \*2>Ж1 tengsizlikdan y(x2) < y(xx) kelib chiqsa, y(x) funk­siya shu oraliqda kamayuvchi funksiya deyiladi.**

Masalan, у = x funksiya sonlar o'qida o‘sadi. у = x2 funksiya x > 0 oraliqda o'sadi, x < 0 oraliqda kamayadi.

**42**

*у = xT darajali funksiyaning o'sishl yoki kamayishi daraja ko‘rsatkichining ishorasiga bog‘liq.*

**©Agar** r>0 **bo‘lsa, u holda y** = **xr darajali funksiya x>0 oraliqda o‘sadi.**

Ox2> x:>0 bo'lsin. x2>xl tengsizlikni musbat r darajaga ko‘- tarib, xr2 > x[ ni.ya’ni y(x2) > y(xt) ni hosil qilamiz. Ф

Masalan, y = vx va y = x2 funksiyalar x > 0 oraliqda o'sadi. Bu funksiyalaming grafiklari 34- rasmda tasvirlangan. Shu rasmdan y = yfx funksiyaning grafigi 0<x<l oraliqda y = x funksiyaning grafigidan yuqorida, x > 1 oraliqda esa у = x funksiyaning graf i- gidan pastda yotishi ko‘rinib turibdi.

Agar 0<r<l bo'lsa, у = funksiyaning grafigi xuddi shun-

day xossaga ega bo'ladi.

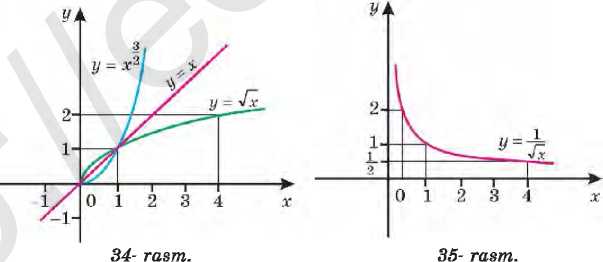
з

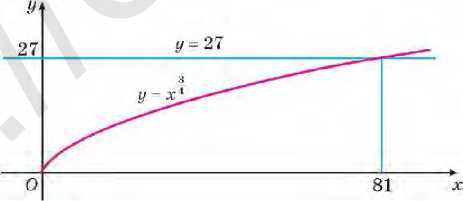
y = x2 funksiyaning grafigi 0 < x < 1 oraliqda y — x funksiya grafigidan pastda, x > 1 oraliqda esa у = x funksiya grafigidan yuqorida yotadi.

r> 1 bo‘lsa,i/-xr funksiyaning grafigi xuddi shunday xossaga ega bo‘ladi.

Endi r> 1 bo'lgan holni qaraymiz.

**©**

**Agar r < 0 bo‘lsa, u holda y= xT darajali funksiya x > 0 oraliqda kamayadi.**

о х2 > ж1 > О bo‘lsin. х2 > хг tengsizlikni manfiy г darajaga ko‘tarib,chap va o‘ng qismlari musbat bo'lgan tengsizliklarning xossasiga ko‘ra x2 > xi ni,ya’ni y(x2) < г/(х:) ni hosil qilamiz. Ф

. -i

Masalan, y = ^=,ya’ni y = x 2 funksiya x>0 oraliqda kamaya-

V\*

di. Bu funksiyaning grafigi 35- rasmda tasvirlangan.

з

1-masala. x4=27 tenglamani yeching. л a

z/ = x4 funksiya x>0 da aniqlangan. Shuning uchun beril- gan tenglama faqat nomanfiy ildizlarga ega bo‘lishi raumkin.

Bunday ildizlardan bin: x = 27^ = =34=81. Tenglamaning

з

boshqa ildizlari yo‘q, chunki y = x4 funksiya x>0 bo'lganda

з

o‘sadi va shuning uchun, agar x>81 bo‘lsa, u holda x4 >27,agar з

x<81 bo‘lsa,u holda x4 <27 bo'ladi (36-rasm). A

xr=b (bunda r±0, b>0) tenglamaning har doim musbat

x = br ildizga egaligi, shu bilan birga, bu ildizning yagonaligi shunga o'xshash isbotlanadi. Demak, y=xr (bunda r>0) funk­siya x>Obo‘lganda barcha musbat qtymatlamt qabul qlladi.

з

Bu esa,masalan, y = x4 (36-rasm) funksiyaning sekinlik bilan o‘sishiga qaramasdan.uning grafigi Ox o‘qdan istalgancha uzoqla- [[8]](#footnote-8)

shishini va у - b to‘g‘ri chiziqni, b ning qanday musbat son bo'lishi- ga qaramasdan,kesishini bildiradi.

2-masala. ^ funksiyaning x> 1 oraliqda o‘sishini

isbotlang.

Д a:s>x1>l bo‘lsin. y(x2) > y(x^) ekanligini ko'rsatamiz. y(x2) - у{хл) ayirmani qaraymiz:

*y(x2)*-*1/(х\) = xz+-±—(x +±-) = (x2 1 ш*

*%2 xl xix2*

xt > z1, x1 > 1, x2 > 1 bo'lgani uchun x2 - xt > 0, x1x1 > 1, x^x2 > 0. Shuning uchun y(x2) - y(xt) > 0, ya’ni y(x2) > y(x^). A

***M ashqlar***

1. Funksiyaning grafigini yasang hamda o‘sish va kamayish oraliq- larini toping:

*\)y = 2x + &,* 2)i/=1-3jc; 3) *y = x2 + 2\*

1. z/=3-jc2; 5) y=[l-xf\ 6) y=(2 + jc)2.
2. (Og'zaki). Funksiya x > 0 oraliqda o‘sadimi yoki kamayadimi:
3. )!/ = \*\*; 2*)y = x~^i* 3*)V = x-\*;* 4*) у = х\*Ч*
4. x > 0 bo'lganda funksiya grafigi eskizini chizing:

3 2 3

\_2

4) y = x 3.

1) *y = X2 ;* 2) *y = X3;* 3) *y = X 2;*

1. Tenglamaning musbat ildizini toping:

1) x2=3; 2)xi=2; 3)af2=3; 4)x4=2;

- \_4 \_1 4

1. л:8 = 32; 6) ж 6=81; 7) ж з=8; 8) \*5=16. [[9]](#footnote-9)
2. Funksiyalar grafiklari kesishish nuqtalarining koordinatala- rini toping:

i fi

1) y = x3 va y= 625; 2) y = x5 va y= 64;

з

3) y = x2 va y = 216;

1

1. y = xs va z/=128.
2. y = x + i funksiyaning 0<x< 1 oraliqda kamayishini isbotlang;
3. y = —£— funksiyaning x >0 oraliqda kamayishini va x<0

лг+l

oraliqda o‘sishini isbotlang;

1. y = xs-3x funksiyaning x>-l va x>l oraliqlarda o'sishini va -1<x<1 kesmada kamayishini isbotlang;
2. y = x-2-Jx funksiyaning x>l oraliqda o‘sishini va 0 < Jt < 1 kesmada kamayishini isbotlang.
3. Funksiya grafigini yasang hamda o‘sish va kamayish oraliq- larini toping:

x + 2, agar x<-l bo'lsa, x2,agar x> —1 bo'lsa;

1 *)У =*

jx2, agar x < 1 bo'lsa, }2-x2, agar x > 1 bo‘Isa;

{

-x -1, agar x < -1 bo'lsa, -x2 +1, agar x >-1 bo‘lsa;

{

x8, agar x <1 bo‘lsa,

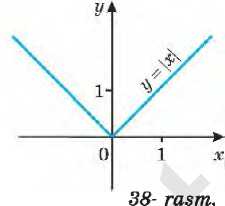
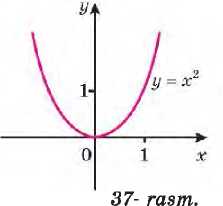
-x2 + 2x, agar x > 1 bo‘Isa.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 11-§. FUNKSIYANING JUFTLIGI VA TOQLIGI |

Siz у = x2 va у = |x| funksiyalarning grafiklari ordinatalar o'qiga nisbatan simmetrik (37 va 38- rasmlar) ekanligini bilasiz. Bunday funksiyalar juft funksiyalar deyiladi.

**46**

**e**

 **Agar** у(х) **funksiyaning aniqlanish sohasidan olin- gan istalgan** x **uchun** y(-x)=y(x) **bo‘lsa, bu funksiya** juft funksiya **deyiladi.**

Masalan, у = x4 va y = \ funksiyalar juft funksiyalar, chunki istalgan x uchun (-x)4 — x4 va istalgan x/0 uchun 1 g =-^ ■

1-masala, у = x3 funksiyaning grafigi koordinatalar boshi- ga nisbatan simmetrik ekanligini isbotlang va grafigini yasang.

Д 1) у = x3 funksiyaning aniqlanish sohasi - barcha haqiqiy sonlar to'plami.

1. у = Xs funksiyaning qiymatlari x> 0 bo'lganda musbat,x<0 bo‘lganda manfiy,x = 0 bo‘lganda nolga teng.

О Aytaylik, (xQ; y0) nuqta у - x3 funksiyaning grafigiga te- gishli, ya’ni y0 = x$ bo‘lsin. (x0; y0) nuqtaga koordinatalar boshi- ga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqta (-x0; -yQ) koordinatalarga ega bo'ladi. Bu nuqta ham у = x3 funksiyaning grafigiga tegishli bo'ladi, chunki y0 = xjj to‘g‘ri tenglikning ikkala qismini -1 ga ko‘paytirib,hosil qilamiz: ~Уо ~~xo yoki -y0=(-x0)3. ф

Bu xossa y-x3 funksiyaning grafigini yasashga imkon beradi: awal grafik x > 0 uchun yasaladi, so'ngra esa uni koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik akslantiriladi.

1. y-x3 funksiya aniqlanish sohasining hamma yerida o'sadi. Bu musbat ko‘rsatkichli darajali funksiyaning x > 0 bo‘lgandao‘sish xossasidan va grafikning koordinatalar boshiga nisbatan simmetrikligidan kelib chiqadi.
2. x>0 ning ba’zi qiymatlari (masalan, x - 0,1,2,3) uchun y~xs funksiyaning qiymatlari jadvalini tuzamiz, x>0 bo'lganda gra­fikning bir qismini yasaymiz va so'ngra simmetriya yordami- da grafikning л: ning manfiy qiymatlariga mos keluvchi qismini yasaymiz (39- rasm). A

Grafiklari koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan funk- siyalar toq funksiyalar deyiladi. Shunday qilib, z/=x3- toq funksiya.

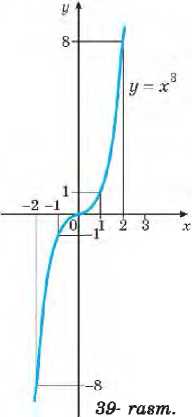
**О Agar y(x) funksiyaning aniqlanish sohasidan olin- gan istalgan x uchun**

***y(-x)* = *-y(x)***

**bo'lsa, bu funksiya toq funksiya deyiladi.**

Masalan, y=x6, y = \ funksiyalar toq funksiyalardir, chunki istalgan x uchun (-x)s Xs va istalgan x т 0 uchun 1 „ = -4r.

(*-х)л XT*

Juft va toq funksiyalarning *aniqlanish sohasi koordina­talar boshiga nisbatan simmetrik* ekanligini ta’kidlab o'tamiz.

Juftlik yoki toqlik xossalariga ega bo'lma- gan funksiyalar mavjud. Masalan, у = 2x + 1 funksiyaning juft ham, toq ham emasligi- ni ko'rsatamiz. Agar bu funksiya juft bo‘l- ganida edi,u holda barcha x uchun 2(-x) +

+ 1 = 2x + 1 tenglik bajarilgan bo'lar edi; le- kin, masalan, x = 1 bo‘lganda bu tenglik no- to‘g‘ri: -1Ф 3. Agar bu funksiya toq bo‘lganida edi,u holda barcha x uchun 2(-x) +1 = ~(2x -1) tenglik bajarilgan bo‘lar edi; lekin masalan, x=2 bo‘lganda bu tenglik noto‘g‘ri: -3 \* -6.

2-masala. у = Щх funksiyaning grafi- gini yasang.

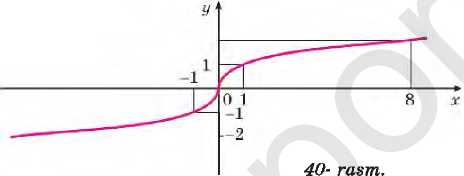
Д 1) Aniqlanish sohasi - barcha haqiqiy sonlar;

**48**

1. f unksiya - toq, chunki istalgan x uchun У-х = -yfx;
2. jc > 0 bo'lganda funksiya musbat ko'rsatkichii darajali funk-

1

siyaning xossasiga ko‘ra o‘sadi,chunki x > 0 bo‘lganda Щх = х3\

1. x > 0 bo'lganda funksiyaning qiymati musbat; y(0) = 0;
2. grafikka tegishli bir nechta, masalan, (0; 0), (1; 1), (8; 2) nuqtalarni topib, ning qiymatlari uchun grafikning bir qis- mini yasaymiz va so‘ngra simmetriya yordamida x < 0 uchun grafikning ikkinchi qismini yasaymiz (40- rasm). ▲

у = \fx funksiya barcha x lar uchun, y = x3 funksiya esa faqat x > 0 uchun aniqianganligini ta’kidlab o‘tamiz.

***Mashqlar***

Funksiya toq yoki juft bo‘lishini aniqlang (98—99):

1. 1) *y = 2x\*; 2)y = 3xs;* 3) *y = x2* +3; *4)y = x3-2.*
2. 1) *y-x~\*;* 2) *y — xrB;* 3*)y-x\*-srxi\* 4*)y—x3+xs.*
3. Funksiya grafigining eskizini chizing:

1*) y=xi; 2) y=x°; 3)y = -x2+3*; 4*)y = $fx.*

101. Funksiya juft ham, toq ham emasligini ko‘rsating:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2) У %++V; |  |
| 102. Funksiyaning juft yoki toq bo‘lishini aniqlang: | | |
| 1) y = x\* + 2x2+3; | 2) y=x3 -2x + l\ | 3) У = ^ + Ш;  X |
| 4) y = x\* + \x\; | б) У=\х +X3; | 6) y = '%x-l ■ |

1. Simmetriyadan foydalanib, juft funksiyaning grafigini yasang:

1) *y = x2* -2|ж|+1; 2) *y = x2 — 2x.*

1. Simmetriyadan foydalanib,toq funksiyaning grafigini yasang:

1) *y = x\x\-2x;* 2) *y = x\x\ + 2x.*

1. Funksiyaning xossalarini aniqlang va uning grafigini yasang:

1) *y = -Jx-*5; 2) *y = 4x + Z-, 3)y = x\*+2; 4)y=l~x\*.*

106. Funksiyaning grafigini yasang:

x3, agar x > 0 bo‘lsa, x2, agar x < 0 bo‘lsa;

1) У-

x2, agar x >0 bo'lsa, x3, agar x < 0 bo'lsa;

2) *y = <*

x4,, agar x < 1 bo'lsa,

-x, agar x < 0 bo‘lsa, -x2, agar x>0 bo‘lsa;

3) *y =*

-jc2 + 2x, agar x > 1 bo‘lsa.

Argumentning qanday qiymatlarida funksiyaning qiymatlari musbat bo'lishini aniqlang. 0‘sish va kamayish oraliqlarini ko‘r- sating.

1. у funksiya berilgan:
2. *y = x;* 2*)у=хг;* 3*)у = х2+х\ 4)у=хг-х.*

x>0 bo'lganda у funksiyaning grafigini yasang. x < 0 uchun shu funksiyalardan har birining grafigini shunday yasangki, yasalgan grafik: a) juft funksiyaning; b) toq funksiyaning gra- figi bo'lsin. Hosil qilingan har bir funksiyani bitta formula biian bering.

1. Funksiya grafigi simmetriya o'qining tenglamasini yozing:

l)y=(\* + l)“; 2) y = x6 +1; 3) y = (x-l)\*.

1. Funksiya grafigi simmetriya markazining koordinatalarini ko‘r- sating:
2. у=лс'+1; 2)y = {x+\Y\ 3) г/ = \*6-1.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 12-§. DARAJA QATNASHGAN TENGSIZLIK VA TENGLAMALAR |

Darajali funksiyaning xossalaridan har xil tenglama va teng- sizliklarni yechishda foydalaniladi.

1. masala. xs > 32 tengsizlikni yeching.

A y=x& funksiya x ning barcha haqiqiy qiymatlarida aniqlangan va o'sadi. y(2)=32 boTgani uchun x> 2 boTganda y(x)> 32 va x>2 boTganda y(x)> 32.

Javob: x> 2. A

1. masala. л^<81 tengsizlikni yeching.

A y=x\* funksiya x <0 boTganda kamayadi va x>0 bo‘lganda o‘sadi. x4 = 81 tenglama ikkita haqiqiy ildizga ega: x^-3, x, = 3. Shuning uchun x4<81 tengsizlik x<0 bo‘lganda -3<x<0 yechim- iarga va x>0 boTganda 0<x<3 yechimlarga ega (41-rasm).

Javob: -3<x<3. A

3 - m a s a 1 a. Funksiyalaming grafiklari yordamida -|=xz + l tenglamani yeching.

Bitta koordinatalar tekisligida va у = x2 + l funksiya-

iaming grafiklarini yasaymiz (42- rasm).

A x<0 boTganda H = x2 + 1 tenglama ildizlarga ega emas,

*X*

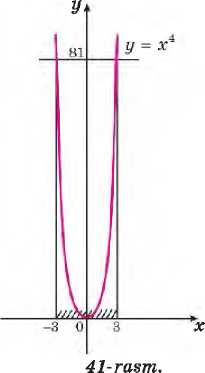
chunki ^<0,lekin x2+l>0. x>0 bo‘lganda bu tenglama shu

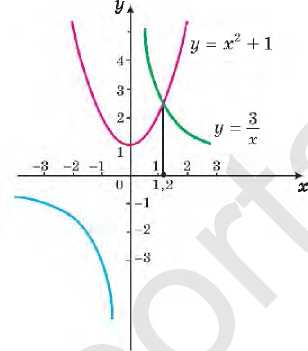
funksiyalar kesishish nuqtasining abssissasiga teng bo‘lgan bitta ildizga ega. 42-rasmdan ko'rinib turibdiki,x1=:l,2. Tenglama hosh-

qa musbat ildizlarga ega emas,chunki x>x, boTganda u = — funk-

1 *3 x*

siya kamayadi, y=x2+1 funksiya esa o'sadi va demak, funksiya-

laming grafiklari x> хг bo'lganda kesishmaydi. Xuddi shu sababga ko‘ra ular 0 < x < x bo'lganda ham kesishmaydi.



*42- rasm.*

Javob: .^-1,2. A

1. - m a s a 1 a. Tenglamani yeching:

***- x****2* ***= x .*** (1)

Д Aytaylik, x - berilgan tenglamaning ildizi bo‘lsin, ya’ni x - shunday sonki,u (1) tenglamani to‘g‘ri tenglikka aylantiradi. Teng­lamaning ikkala qismini kvadratga ko‘tarib,hosil qilamiz:

1. ***x2=x2.* (2)**

Bundan *x2 = l, x12=±l.*

Demak, (1) tenglama ildizlarga ega, deb faraz qilib, biz bu il- dizlar faqat 1 va -1 sonlari bo'lishi mumkinligini bilib oldik,endi bu sonlar (1) tenglamaning ildizlari bo‘lish yoki bo'lmasligini tekshiramiz. x = 1 bo‘lganda (1) tenglama to‘g‘ri tenglikka ayla-

nadi: л/2-l2 =1. Shuning uchun x = l (1) tenglamaning ildizi.

52

x=-l boTganda (1) tenglamaning chap qismi ^2 — (—1)2 =Jl= 1 ga teng,o‘ng qiemi esa -1 ga teng,ya’ni x=-l (1) tenglamaning ildizi bo‘la olmaydi.

Javob: x=l. A

Qaralgan masalada (1) tenglama uning ikkala qismini kvadrat- ga ko'tarish yo‘Li bilan yechiladi. Bunda (2) tenglama hosil bo‘ldi.

(1) tenglama faqat bitta ildizga ega: x=l,(2) tenglama esa ikkita ildizga ega: jeia=±l,ya’ni (1) tenglamadan (2) tenglamaga o'tishda chet ildizlar deb ataluvchi ildizlar paydo boTdi. Bu shu- ning uchun ham sodir bo‘ldiki,x = -l bo‘lganda (1) tenglama 1 =-l dam iborat noto‘g‘ri tenglikka aylandi,bu noto‘g‘ri tenglikning ik­kala qismini kvadratga ko‘tarishda esa l2 = (-1)2 dan iborat to‘g‘ri tenglik hosil boTdi.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image42.jpegTenglamaning ikkala qismini kvadratga ko‘tarishda chet ildizlar paydo boTishi mumkin.

Tenglamani nning ikkala qismini kvadratga ko‘- tarish bilan yechishda tekshirish o'tkazish zarur.

1. tenglama - *irratsional tenglamaga* misol.

Yana irratsional tenglamalarga misollar keltiramiz:

*s/3-2x =* 1 -*x\ 4x*"+! = 2-*4x*-3 .

Bir nechta irratsional tenglamalarni yechaylik.

5- m a s a 1 a. Tenglamani yeehing: V6-2x = 1 - x.

Д Tenglamaning ikkala qismini kvadratga ko'taramiz:

1. 2x=x2-2x + l

yoki x2=4,bundan x1 = 2,x3 = -2. Topilgan ildizlarni tekshiramiz: x — 2 boTganda berilgan tenglamaning chap qismi V5-2'2 = 1 ga teng, o‘ng qismi 1 - 2 = -1 ga teng. 1^-1 boTganligi uchun x=2 berilgan tenglamaning ildizi boTa olmaydi.

x = -2 boTganda tenglamaning chap qismi ^/5-2• (-2) = 3 ga teng, o‘ng qismi 1 -(-2) = 3 ga teng. Demak,x = -2 berilgan teng­lamaning ildizi.

Javob: *x = -2. A*

1. masala. Tenglamani yeching: -Jx-2 + 3 = 0 .

Д Bu tenglamani -Jx-2 = -3 ko'rinishda yozib olaylik.

Arifmetik ildiz manfiy bo‘lishi mumkin emas, binobarin, bu tenglama ildizlarga ega emas.

J a v о b: Ildizlari yo‘q. A

1. masala. Tenglamani yeching: Vx-1 + -Jll-x = 4.

Д Tenglamaning ikkala qismini kvadratga ko‘tarib,hosil qilamiz:

x-1 + 2Vx-l ■ Vll-x +11 -x = 16 .

0‘xshash hadlarni ixchamlab, tenglamani bunday ko‘rinishda yozamiz:

2Vx-l-Vll-x = 6 yoki Vx-l-Vll-x = 3.

Oxirgi tenglamaning ikkala qismini kvadratga ko'taraylik: (x-l)(ll-x) = 9 yoki x2-12x+20=0, bundan xx=2, x2= 10. Tekshirish 2 va 10 sonlaridan har biri beril- gan tenglamaning ildizi boTishini ko‘rsatadi.

Javob: xx = 2, x2=10. A

1. m a s a 1 a. Tengsizlikni yeching: 4&-x <7 + x.

Д Tengsizlik x ning -7 <x<5 qiymatlarida ma’noga ega. Agar tengsizlik yechimga ega bo'lsa, yechim shu [-7; 5] kesmaga tegish- li boTadi. Tengsizlikning har ikkala qismini kvadratga oshiramiz va ixchamlashdan so'ng x2 + 15x+44>0 tengsizlikka kelamiz. Uning yechimi x<-ll,x>-4 ekani ravshan. Bu oraliqlaming [-7;5] kes- ma bilan umumiy qismi -4<x<5,ya’ni [-4;5]kesma bo'ladi:

Javob: -4<x<5. A

***Mashqlar***

1. Tengsizlikni yeching:
2. x7> 1; 2) xa<27;

3) y3>64; 7) xs<243;

4) г/3<125; 8) x6>64.

1. x4<16; 6) x4>625;
2. 1) Agar kvadratning yuzi 361 cm2 dan katta ekanligi ma’lum bo'lsa, uning tomoni qanday bo’lishi mumkin?
3. Agar kubning hajmi 343 dm[[10]](#footnote-10) dan katta ekanligi ma’lum bo'lsa, uning qirrasi qanday bo'lishi mumkin?
4. (Og’zaki.) 7 soni tengiamaning ildizi bo‘lishini ko’raating:
5. *4x^ = 2-,* 2) *six[[11]](#footnote-11)-13-42x^5=3;* 3) V2x + ll = 5.
6. (Og‘zaki.) Tenglamani yeching:
7. л/ж=3; 2)4x = 7; 3) V2^T = 0; 4)V3x + 2=0.

Tenglamani yeching (114—117):

114. 1) 4x + l =2; 2) 4^1 = 3;

3) *4lz2x=4.* 6) *4^x=4.*

1. ^1=3; 5) л/ЗзёП = 10;
2. *4x + l= 42x^3;*
3. *4x[[12]](#footnote-12)+24=4llx;*

116. 1) *-Jx + 2 = x;*

1. \*Jo,4-x2 = 3ж;
2. л/я2*-x-8 = x-2;*
3. *\Jx-2 — s]3x*-6 .

4) *\lx[[13]](#footnote-13)* i *4x = 4l4-x* .

2) *43x + 4* = jc ; 3) V2*0-x2 = 2x.*

5) л/4-я—1; 6) у/26-х2 =5x.

1) *\[x=-8;*

4) 4lx-x2 - 63 = 5;

2) *^x2 + x-6 = x-1 .*

1. *six2-4x + 9=2x-5;*
2. *2x = l + slx2* +5;
3. *sfx + 12=2 + sfx;*

2) six2 + 3x + 6 = 3x + 8; 4) х + л/13-4ж =4.

2) >/4 + х +sfx = 4 .

122.1) sj2x +1 + s/3x + 4 = 3; 2) V4a: - 3 + V5x + 4 = 4;

1. V\*^7-V\*TTr—4; 4)
2. x ning qanday qiymatlarida funksiyalar bir xil qiymatlami qa- bul qiladi:

1) *y = sl4 + sfx,y = sll9-2sfx;* 2) *y = sl7 + sfx, у = sjW-sfx 4*

1. Tengsizlikni yeching:
2. л/ж-2 >3; 2) -Jx — 2 < 1; 3) s/2^>x;

4) *sl2-x<x; 5) s/5x + U>x + 3-, Q)sfx + 3<x + l.*

1. ***bobga doir mashqlar***
2. a: ning у = 2x2 - 5x + 3 kvadrat funksiya: 1) 0 ga; 2) 1 ga;
3. 10 ga; 4) -1 ga teng qiymatlar qabul qiladigan qiymatini toping.
4. Tengsizlikni yeching:

1) x2 < 5; 2) x2 > 36; 3) x2 > 9; 4) x2 < 8. [[14]](#footnote-14) [[15]](#footnote-15) [[16]](#footnote-16) [[17]](#footnote-17)

1. To‘g‘ri to'rtburchakning perimetri 600 m. To‘g‘ri to'rtburchak- ning yuzi eng katta bo'lishi uchun uning asosi bilan balandligi qanday bo'lishi kerak?
2. Agar у = x2 + px + q kvadrat funksiya:
3. x = 0 bo'lganda 2 ga teng qiymatni, x = 1 bo'lganda esa 3 ga teng qiymatni qabul qilsa, p va q koeffitsiyentlarni toping;
4. x — 0 bo'lganda 0 ga teng qiymatni, x — 2 bo'Lganda esa 6 ga teng qiymatni qabul qilsa,p va q koeffitsiyentlarni toping.
5. x ning qanday qiymatlarida funksiyalar teng qiymatlar qa­bul qiladi:
6. у = x2 + 3x + 2 va у = |7 - x\;
7. у = Зж2 - 6ж + 3 va у = |3ж - 3| ?

Tengsizlikni yeching (133-137):

1. (л: - 2)(л: - 4) > 0;

133.1) (л: - 5,7)(л: - 7,2) > 0;

3) (л: - 2,5)(3 - х) < 0; 134. 1) х2 > х; 2) х2 > 36;

1) *у* = *х2 - 5х +* 6;

1. у х2 - бж - 8;
2. у = х2 + Юл: + 30;
3. *у = 2х2 - 5х + 2.*
4. (л: - 3)(4 - л:) < 0.
5. 4 > 4) А >

135.1) -2л:2 + 4л: + 30 < 0;

1. 4л:2 + Зх - 1 < 0;
2. -2л:2 + 9л: - 4 > 0; 4) 2х2+ Зх - 2 < 0.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image43.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image44.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image46.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image47.jpeg136.1) л:2 - Зл: + 8 > 0; 3) 2л:2 - Зл: + 5 > 0; 5) -л:2 + 2л: + 4 ^ 0; [[18]](#footnote-18)

2) х2 - 5х + 10 < 0; 4) Зл:2 - 4л: + 5 < 0; 6) -4л:2 + 7л: - 5 ;>0.

2) (л:2 - 1)(л: - 4) < О;

3) (Х+3)(:Г 5)<0 ;

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image45.jpeg

140. Kater 4 soatdan ko‘p bo‘lmagan vaqt davomida daryo oqimi bo'yicha 22,5 km yurishi va orqasiga qaytishi kerak. Agar daryo oqimining tezligi 3 km/h bo‘Isa, kater suvga nisbatan qanday tezlik bilan yurishi kerak?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 138.1) |x |x2 >l-x; |  | 2) |x(x + l) <(x + l)2; |
| 3) x(l-x)> 1,5-x; |  | 4) |ж-|>х(х-1). |
| 139.1) 3xl~5x~8>0-, ’ 2^-Ъх-З | 2) | 4x?+x-3 n n\ 2+7х-4я? , „ 5я?-9х-2 < °’ Ю 3\*\*+2x-l-°; |
| 2+Эх-бх2 . л ’ Зх?-2х-1 “ | 5) | x?-5x+6 ^ х^+Зх+7 . n x2+5x+6 ’ я?+х-2 ~ |

141.Funksiyalarning grafiklarini bitta koordinata sistemasida yasang va x ning qanday qiymatlarida bir funksiyaning qiymati ikkinchisinikidan katta (kichik) bo'lishini aniqlang, natijani,tegishli tengsizlikni yechib,tekshiring:

1. *y = 2x2,*

*y= 2 -* 3x; y=l - *2x; y=7 - 3x; y=5x +* 3.

1. z/ = x2-2,
2. y = x2-5x+4,
3. y = 3x2-2x + 5,

Funksiyalar grafiklari kesishish nuqtalarining koordinatala- rini toping (142—143):

1. *y = 3x,y = ^.*

142.1) *y = x2,y=x3‘, 2)y = ±,y = 2x\*

1. 1) *у = у/х,у = \х\; 2) y = $fc,y = ±;* 3*)У = '1х-У = х.*
2. Tengsizlikni yeching:

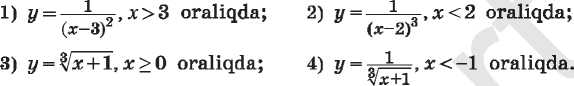
1) x4<81; 2) x5> 32; 3) xs> 64; 4)xs<-32.

Tenglamani yeching (145—146):

1. л/З^х = 2; 2)л/Зх + 1=7;

146. 1) -У2х-1 = х-2; 2) л/бх-1 + Зх2 =3x;

58

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image48.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image49.jpeg

1) у = \1хя +x-2 ; | 2) jc = 4x2 + 2x-15 ; | 3) x = 4b-x-x2 ;

*x2+6x+S . x+7* ’

148. Funksiyaning ko'rsatilgan oraliqda o‘sishi yoki kamayishini aniqlang:

***0‘ZINGIZN1 TEKSHIRIB KO‘RING!***

1. у = -x2 + 2x + 3 funksiya grafigi yordamida x ning qan- day qiymatida funksiyaning qiymati 3 ga teng bo'lishini toping.
2. y = 1-x2 funksiyaning grafigi bo'yicha x ning funksiya musbat; manfiy qiymatlar qabul qiiadigan qiymatlarini toping.
3. 1) у = 2jc2; 2) у = -3jc2 funksiya qanday oraliqlarda o'sadi? Kamayadi? Shu funksiyaning grafigini yasang.
4. Tengsizlikni intervallar usuli bilan yeching:

1) jc(\*-1)(\*+2)>0; 2) (a:+l)(2-Jc)(jc-3)<0.

1. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping:

1)У = ^; 2) *y = >k)-x2;*

3) *у = yj4-2x ■*

6. Tenglamani yeching:

1) *4x^3 = 6;* 2) *4s~x-x2 =*

*-x-x2=x\*

3) *у = 4*32-ж2 *= x.*

1. Funksiyaning juft yoki toqligini aniqlang:
2. *у = Xй-3x\* + x2-2; 2)y = x5-xa + x;*
3. y = ——^+1; 4) y—x7 +x\*+l.

*’ (x-2 f ' \**

1. Tengsizlikni yeching:
2. (Зж + 1)4>625; 2) (3j:2 + 5jc)5<32; 3) (x2-5a:)s>216.
3. Tenglamani yeching:
4. *J2x2+5x-3 = x + l;* 2) *^1зх^-4х + 2 = x +* 4;
5. *^fx + ll = l + 4x;* 4) *yjx + 19=l + jx .*
6. Tengsizlikni yeching:
7. *jx2-8x* >3 . 2) *^Jx2 - 3x <2.* 3) *yl3x-2 >x-2;*
8. \12х +1 <x-1; 5) V3-JC >1-ж; 6) yl4x-x2 >4-x .

***I bobga doir sinov (test) mashqlari***

*Sinov mashqlarining har biriga 4 tadan „javob“ bertlgan. 4 ta „javob“ning faqat bittasi to‘g‘ri,qolganlari esa noto‘g‘rL 0‘quvchilar- dan sinov mashqlarini bajarib yoki boshqa mulohazalar yordamida ana shu to'g'ri javobni topish (uni belgilash) talab qilinadi.*

1. a ning shunday qiymatini topingki, у = ax2 parabola bilan y = 5ж + 1 to‘g‘ri chiziqning kesishish nuqtalaridan birining abssissasi x = 1 bo'lsin.
2. a = 6; B) a = -6; C) a = 4; D) a = -4.

Parabolaning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalari- ning koordinatalarini toping (2-3):

1. *у = x2 - 2x +* 4.

A) (-1; 3); В) (3; 1); C) (1; 3); D) (0; 4).

1. *у = 6x2 - 5x +* 1.

А)ф°)’ф°М°; !); B)(-i;0),(-I; 0),(1; 0);

**C) (0; |),(0; |),(0; 1); D) (|; 0),(ф 0),(0; -1).**

Parabola uchining koordinatalarini toping (4-5):

1. *у = x2 — 4x*.

A) (0; 4); B) (4; 2); C) (2; -4); D) (-4; 2).

1. у = x2 + 6x + 5.

A) (-3; -4); B) (-5;-1); C) (-1; -5); D) (3; 4).

1. Absaissalar o‘qini x = 1 va x = 2 nuqtalarda,ordinatalar o‘qini esa y = nuqtada kesib o'tuvchi parabolaning tenglamasini yozing.

A) = -4X + 2;

12 0 .1 B> У=4Х “4X + 2;

С) у = x2 - 3x + 2; D) to‘g‘ri javob berilmagan.

Parabola qaysi ehoraklarda joylashgan (7—8)?

1. у = Зх2 + 5x - 2.

**A) I, II, III; В) II, III, IV; С) I, III, IV; D) I, II, III, IV;**

1. *y — ~x2 -* 6x - 11.

A) III, IV; В) I, II, III; С) II, III, IV; D) I, II.

1. Ikki musbat sonning yig‘indisi 160 ga teng. Agar shu sonlar kublarining yig‘indisi eng kichik bo‘Isa, shu sonlarni toping. A) 95; 65; B) 155; 5; C) 75; 85; D) 80; 80.
2. у = x2 — 4x + 3 funksiyaning eng kichik qiymatini toping.

A) -1; В) 1; C) 7; D) -8.

Tengsizlikni yeching (11-15):

1. 2x2-8<0.

A) -2<x<2; В) -2<x; C) x>2; D) 0<x<4.

1. 3x2-9>0.

A) x < V3; B) x > a/3; C) x < -V3, x > л/З; D) x > 3.

1. 6x2 + 5x-6> 0. 2

3 2

D) - - < x < -. 2 3

*х2 7х + 10* 14' *х? -Зх-10*

А) -2<х<2; В) -2< х <5; С) х^-2,х^5; D) -2<х<0.

< о.

1. **—— > о.**

*-х?+вх-8*

А) -2<х<3; В) х<-2; -1<х<1, х> 3;

С) -1 <jc<3; D) хф—2, хфЗ.

1. х2 + 6х+5<0 tengsizlikning barcha butun yechimlari yig'indisini toping.

A) 10; B) 9; C) -9; D) -10.

1. a ning qanday qiymatlarida ax2 + 4x + 9a<0 tengsizlik x ning barcha qiymatlarida o‘rinli bo‘ladi?

A) a <~; B) a > % C)o<-l; D)a>l.

О о

1. a ning qanday qiymatida ax2 - 8x - 2 < 0 tengsizlik x ning barcha qiymatlarida o‘rinli bo‘ladi?

A) -8<a<8; B) a>8; C) a<8; D) a<-8.

1. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping: у

= V-x2 + 3x - 2.

А) 1<х<2; В) 1<х<2; C) x>2,x<l; D) -2<x<-l.

1. Funksiyalarning qaysilari juft funksiya?

1 )«/ = \* + -; 2) y-x2+ |x|; 3)p = -3 + 4i 4) у = x2-J.

*X X* x

A) 1,2; B) 3,4; C) 2,3; D) 1,4.

1. Funksiyalarning qaysilari toq funksiya?
2. у = 6x; 2)у = Чх\ 3)z/ = 4x+7; 4)z/ = 2x3-10.

A) 1,2; B) 2,3; C) 3,4; D) 1,4.

**MS Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog‘liq masalalar**

1-masala. Yengil avtomobil o‘zgarmas v tezlik bilan hara- katlanmoqda. Stop chizig‘igacha 50 metr qolganda svetofor- ning yashil chirog‘i o‘chib-yona boshladi. Shundan yarim se- kund o‘tgandan keyin haydovchi tormozlanishni boshladi va stop chizig'iga yetmasdan to'xtadi. Yo‘l harakati qoidalaridan ma’lumki, vB = 50 km/h tezlik bilan harakat qilgan avtomobil- ning tormozlanish yo‘li S0 = 23,5 m, bunda tormozlanish yo‘li deb tormozlanish boshlanishidan tugagunicha avtomobil bosib o'tgan yo‘lga aytiladi. Avtomobilning svetofor o‘chib-yonishni boshla- gandagi v tezligini baholang.

A Svetofor o‘chib-yona boshlaganidan tormozlanish boshlan- guncha avtomobil 0,5 v metr masofani, keyin esa fizika kursidan ma’lum bo‘lgan kv2 tormozlanish yo'lini bosib o'tadi, bunda

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image51.jpeg**«**0**,**12**.**

23,5 13,882

Demak, umumiy bosib o'tilgan masofa, 50km/h tezlikning metr sekundlarda 13,88 m/s ekanligini hisobga olsak,50 metr dan oshmasligi kerakligidan

1. 5 У + 0,12u2< 50,

ya’ni

0,12u2 + 0,5u —50< 0. (1)

ABu tengsizlikni yechish uchun avval 0,12y2 4- 0,5y -50 uch- hadning ildizlarini topamiz:

0,12u2 + 0,5n - 50 = 0,

bundan

12u2+50y-5000 = 0.

Tenglamani yechamiz:

\_ -50±^502 -4-12{—5000) \_ -25(1±л/97)

’ 2 12

, , -25(l + \/97) 25(n/97 1)

bundan u = 1 va u, =—

1 12 2 12

U holda, (1) tengsizlikning yechimi ут < и < у2 oraliqdagi son- lardan iborat. Lekin masalaning mohiyatiga ko‘ra, u>0, demak, baholanayotgan v tezlik 0 <y<y2 oraliqdan tashqariga chiqib ket-

raasligi kerak, ya’ni v< 1^и18,43 m/s yoki 66,35 km/h

dan oshmasligi kerak.

Javob: tezlik 66,35 km/h dan oshmasligi kerak. A

2- masala. Bozorda ma’lum bir turdagi tovarlardan n donasi bor va ular donasi p pul birligida sotilmoqda, deylik. Monitoring shuni ko‘rsatdiki, ushbu tovarga bo‘lgan talab oshganda uning narxi oshadi va keltiriladigan shunday tovarlar soni n = 40p for- mulaga ko‘ra o‘sadi. Ikkinchi tomondan, bozorga kirib kelib, xari- dorlarga taklif etiladigan tovarlar soni n o‘sa boshlashi bilan uning narxi teskari proporsional ravishda tushib borishi ma’lum:

**\_ 150**P n-**40'**

Bozorga kirib kelayotgan tovarlar soniga qo‘yiladigan shartni aniqlang.

A Masalada so'ralayotgan shartni aniqlash uchun taklif qilina-

yotgan narx 150 talab bilan bog'liq narx -^r dan kam bo'lmaslik n- 40 4U

shartidan foydalanamiz:

**150** n  
**n - 40 — 40 "**

Bundan

n2 — 40/i - 6000 < 0

tengsizlikni hosil qilamiz. Uning yechimlari -60 <n< 100. Ma­salaning mohiyatiga ko‘ra,bozorga kirib keladigan tovarlar soni n natural son va u 100 dan oshmasligi kerak.

Javob: n < 100. A

1. masala. Siz 7 metrga 18 metrli bog'ingizning ikki tomoni- — da toshdan yo‘lka qilmoqchisiz (43-rasm). Lekin Siz buning uchun 54 kvadrat metrdan ortiq bo'lmaydigan joyni qoplay olishga yetadigan mab- lag‘ ajrata olaslz. Bunday yo‘lka- ning eni ko‘pi bilan qanday bo'lishi kerak?

A Ravshanki, masalaning yechimini topish uchun umumiy yuz (,x + 18) ■ (x + 7) kv.m dan bog‘ning yuzi 18 ■ 7 =126 kv.m ni ayi- rib, natija yo‘lkaning yuzi 54 kv.m dan oshmasligini inobatga olishimiz kerak:

*43- rasm*

{x + 18) • (x + 7) - 18 • 7 < 54. (1)

Bundan

x2+25x- 54 < 0 (2)

kvadrat tengaizlikni hosil qilamiz. x2+25x- 54 kvadrat uchhad- ning ildizlari xx = -27 va x2 = 2 bo'lgani uchun (2) tengsizlikning yechimlari -27 < x < 2 oraliqdagi sonlardan iborat bo'ladi. Lekin masalaning mohiyatiga ko‘ra, yo'Lkaning eni x manfiy son yoki nol bo‘la olmaydi. Shu sababli yo‘lkaning eni 0 < x < 2 tengsiz- likni qanoatlantiruvchi son bo‘la oladi. Demak, yo‘lkaning eni 2 metrdan oshmasligi kerak.

Javob: yo'lkaning eni ко‘pi bilan 2 metr. A

***Masalalar***

1. Yuk mashinasi v o‘zgarmas tezlik bilan harakatlanmoqda. Stop chizig'igacha 50 metr qolganda svetoforning yashil chirog'i o‘chib-yona boshladi Shundan yarim sekund o'tgandan keyin haydovchi tormozlanishni boshladi va stop chizig'iga yetmasdan to'xtadi. Yo‘l harakati qoidalaridan ma’lumki, u0=50 km/h tezlik bilan harakat qilgan yuk mashinasining tormozlanish

yo‘li S0 = 28,9 m. Yuk mashinasining svetofor o‘chib-yonishni boshlagandagi v tezligini 0,01 aniqlikda baholang.

1. Bozorda ma’lum bir turdagi tovarlardan n donasi bor va ular donasi p pul birligida sotilmoqda, deylik. Monitoring shuni ko'rsatdiki, ushbu tovarga bo'lgan talab oshganda uning narxi oshadi va keltiriladigan shunday tovarlar soni n = 60p formula- ga ko‘ra o'sadi. Ikkinchi tomondan, bozorga kirib kelib, xaridor- larga taklif etiladigan tovarlar soni n o‘sa boshlashi bilan uning narxi teskari proporsional ravishda tushib borishi ma’lum:

\_ 60 P re —40’

Bozorga kirib kelayotgan tovar soniga qo‘yiladigan shartni aniq- lang.

1. Kompaniya reklamaga umumiy x (100 minglarda) so‘m sarflasin va uning natijasida P foyda ko‘rsin deylik, bunda P(x) = 20 + 40z - x2. Reklamaga qancha pul sarflansa, natijada foyda eng ko‘p bo‘ladi?
2. Mahsulot ishlab chiqaruvchi kichik korxonaning oylik foydasi P = 250n - n2 (ming so‘mlarda) model bilan ifodalanadi deylik, bu yerda n - ishlab chiqarilgan va sotilgan mahsulotlar soni. Eng katta foyda olish uchun kichik korxona oyiga nechta mah­sulot ishlab chiqarishi va sotishi kerak?
3. Janubiy Amerikaning yomg'irli o'rmonlarining birida noyob turdagi hasharot topildi va atrof-muhitni o'rganuvchi mu- taxassis hasharotlarni himoyalangan hududga o‘tkazdi. 0‘tkazilgandan keyin hasharotlar soni t oyda

P(t) - 45(1 + 0,6t)(3 + 0,02t) qonuniyat bilan oshib borgan bo‘lsa:

1. t = 0 da hasharotlar soni qancha bo'lgan?
2. 10 yiidan keyin ular soni qancha bo‘ladi?
3. Qachon ular soni 549 ta bo'ladi?

,,Funksiya“ so‘zi lotincha „func­tion so‘zidan olingan bo‘lib, u ,,so- dir bo‘lish“, „bajarish" degan ma’- noni bildiradi. Funksiyaning dast- labki ta’riflari G.Leybnis (1646­1716), I.Bernulli (1667-1748), N.I.Lobachevskiy (1792-1856) asarlarida berilgan.

Funksiyaning hozirgi ta’rifini bilishmasa-da, qadimgi olimlar o‘z- garuvchi miqdorlar orasida funk- sional bog‘lanish bo‘lishi lozimli- gini tushunishgan.



**Abu Rayhon Beruniy (973-1048)**

To‘rt ming yildan awalroq Bobil olimlari radiusi r bo'lgan doira yuzi uchun - xatoligi sezilarli bo‘lsa-da - S = 3r2 formulani chiqarishgan.

Sonning darajasi haqidagi ilk ma’lumotlar qadimgi bobilliklardan bizgacha yetib kelgan bitiklarda mav- jud. Xususan, ularda natural sonlarning kvadratlari, kublari jadvallari berilgan.

Sonlarning kvadratlari, kublari jadvali, logarifmlar jadvali, trigonometrik jadvallar, kvadrat ildizlar jad­vali miqdorlar orasidagi bog‘lanishning jadval usulida berilishi, xolos.

Buyuk qomusiy olim Abu Rayhon Beruniy ham o‘z asarlarida funksiya tushunchasidan, uning xossalaridan foydalangan. Abu Rayhon Beruniy mashhur „Qonuni Ma’sudiy“ asarining 6-maqolasida argument va funk­siyaning o'zgarish oraliqlari, funksiyaning ishoralari va eng katta, eng kichik qiymatlarini ta’riflaydi.

**II BOB. TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLAR SISTEMALARI**

1. 3 x

з

**13-§. IKKINCHI DARAJALI TENGLAMA QATNASHGAN  
ENG SODDA SISTEMALARNI YECHISH**

1. masala. To‘g‘ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi

-713 cm ga teng, uning yuzi esa 3 cm2. Uchburchakning katetla- rini toping.

Д Uchburchakning katetlari xva у santimetrga teng bo'lsin. Pifagor teoremasi va to‘g‘ri burchakli uchburchakning yuzi for- mulasidan foydalanib, masala shartini bunday yozamiz:

x2 +y2 = 13,

Sistemaning birinchi tenglamasiga 4 ga ko‘paytirilgan ikkin- chi tenglamasini qo‘shib,quyidagini hosil qilamiz:

x2 + *y2 + 2 xy =* 25,

bundan (x + y)2 = 25 yoki x + у = ±5. x va у lar musbat sonlar bo'lgani uchun x + у = 5 bo'ladi. Bu tenglamada у ni x orqali ifo- dalaymiz va (1) sistema tenglamalaridan biriga,masalan,ikkinchi tenglamaga qo'yamiz:

у = 5 - X, i x(5 - x) = 3.

Hosil qilingan tenglamani yechamiz:

5х - х2 = 6, х2 5х + 6 = О, хъ=2, х% — 3.

Bu qiymatlarni у — 5-х formulaga qo‘yib, yY = 3, у2 = 2 ni topamiz. Ikkala holda ham katetlardan biri 2 cm, ikkinchisi esa 3 cm.

Javob: 2 cm,3 cm. A

1. masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

*\x + y = 3,*

[xy = —10.

A Viyet teoremasiga teskari teoremaga ko‘ra, x va у sonlar

z2 -3z-10 = 0

kvadrat tenglamaning ildizlari bo'ladi. Bu tenglamani yechib,quyi- dagini hosil qilamiz: zt = 5,z2=-2. Demak,sistemaning yechimlari quyidagi sonlar juftliklari bo'ladi: x{ = 5, yl = -2 va x2 =-2, y2 = 5. Javob: (5; -2),(-2; 5). A

1. masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

*jx2* + 4*xy - 2y2 -* -29,

[Зх *— у - 6 =* 0.

Д Bu sistemani o'rniga qo'yish usuli bilan yechamiz:

*у = 3x -* 6,

x2 + 4x(3x - 6) - 2(3x - 6)2 = -29.

Bu tenglamani soddalashtirib, quyidagini hosil qilamiz: 5x2- -48x + 43 —0, bundan Xj-1, x2-8,6. x ning qiymatini y = 3x-6 formulaga qo‘yib, i/1 = -3, z/2 = 19,8 ekanini topamiz.

Javob: (1; -3), (8,6; 19,8). A

1. masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

*x2-y2=* 16, *x-y =* 2.

Д Sistemaning birinchi tenglamasini bunday yozamiz: (x-y)(x+y) = 16.

Bunga x-y = 2 ni qo'yib, x + y = 8 ni hosil qilamiz. Shunday qilib,

*(x + y = 8,*

*\x-y = 2.*

Bu sistemani qo‘shish usuli bilan yechib, x = 5, y = 3 ekanini topamiz.

Javob: (5; 3). A

***Mashqlar***

153. Ikki noma’lumli birinchi darajali tenglamalar sistemasini yeching:

1)

\2x-y = 3, [2y + x = 14;

*x + by =* 9,

3 y-2x = -5;

ГЗж + у + 4 = 0, [4 у 4- 8x - 4 = 0;

2x - 3y + 8 = 0, 4.x - 2y + 4 = 0.

Tenglamalar sistemasini yeching (154-158):

154. 1)

**4)**

155. 1)

*У = x + 6, x2 -4у =* -3;

*\y - 3x = 2,* [x2 - *2y =* 3;

2)

**5)**

*x = 2-y, y2* + *x* = 32;

*x = 4-y, x2* + *у* = 4;

**3)**

6)

x + 2y = 1, x + y2 =4;

*y-4x =* 5, *y2 + 2x =* -1.

*x2 +xy = 2, y-3x = 7;*

2)

*x2 -xy-y2* =19, *x-y = 7\*

*\x2 + y2=17,* 1\* - *у* = 3;

5)

У = 2,

*x2-f=* 0;

**3)**

6)

*x + y =* 1,

*x2 +y2 =5;*

*\x + y =* 0,

[ж2 *+y2 =8.*

156. 1) \x+yf' [xy = 6;

*\x + y = -7,*

4)

xy = 10;

2)

5)

157. 1)

*\x-y = 7,*

[x2 -y2 -14;

J\*y = 7,

[лг + г/ = 8;

|\*У = 2,

[x + у = 3;

**I:**

+ *у —* з,

2) 1 ~2 - у2 = 15;

4)

*x2-y2=8, x-y =* 2;

158.1) |\*, + ^=1T- [xy = 4;

*xy = 5, x2 + y2 =* 26;

4) I \*.2 ..2

*х + у -* -3,

5) 1\*2-у2=-3;

лгу = 10,

2+У2

2 + у2 =25,

Где -н у = 12,

**W = 11;**

**{**х + у = -11, \*\* = 18.

I\*’-\*\* =24, [ж + у = 4;

*х2 - у2 =7, х + у = 7.*

ху = 3, х2 + у2 =10;

л:2 +у2 =50, ху = 7.

3)

6)

3)

6)

3)

6)

**£**

**{\***

2) 1 ~2 + у2 = 29;

5)

лу = 12;

1. Ikki sonning yig'indisi 18 ga,ularning ko'paytmasi esa 65ga teng. Shu sonlarni toping.
2. Ikki sonning o‘rta arifmetigi 20 ga.ulaming o‘rta geometri- gi esa 12 ga teng. Shu sonlarni toping.
3. Tenglaraalar sistemasini yeehing (161-163):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | x + 2y = -3, f-2x = 3; | 2, | X + у = 6, xy = -7; | 8» | x2-y  X + y- |
| 162. 1) | x-y = 2, xy = 3; | 2) | x — у = 3, xy = 4; | 3) | 2x2-  xy = 1 |
| 163. 1) - | \x-yf= 4, x + y = 6; | 2) | x2 - y2 = 0, 4 + xy = 0; | 8) | x — y -  1 1 - + -  X у |

164. To‘g‘ri to'rtburchak shaklidagi maydonni 1 km uzunlikdagi devor bilan o‘rab olish kerak. Agar maydonning yuzi 6 ha bo‘lsa,uning bolyi va eni qanday bo'lishi kerak?

14-§. TENGLAMALAR SISTEMAS1NI YECHISHNING TURLI USULLARI

1. masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

*x + y + 2xy* = 10,  
*x + y — 2xy = -2.*

A Sistema tenglamalarini hadma-had qo'shib, hosil qilamiz: 2x +2y=8, bundan y = 4-x. Bu ifodani sistemaning ixtiyoriy, ma- salan,ikkinchi tenglamasiga qo‘yamiz:

*x + 4 - x - 2x(4-x) = -2,*

1. 8я: + 2д:2—2, 2я2 - 8я + 6 = 0,  
   x2 - 4x + 3 = 0, x]=l,x2=3.

y=4-x ekanligidan y= 3, jr2=l.

Javob. (1; 3),(3; 1). ▲

1. masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

*\x-y2=* 3,

*\xyz -* 28.

A Sistemaning birinchi tenglamasidan y2=x- 3. Bu ifodani sistemaning ikkinchi tenglamasiga qo‘yamiz:

\*(z-3) = 28, \*2-3\*-28 = 0.

Bundan x^ — 7, x2 — 4.

y2=x- 3 ekanligidan у ning qiymatini topamiz: l)Agarda x=l bo'lsa, u holda y2= 7 - 3, g/2=4,bundan y = 2 yoki y = -2;

**72**

1. Agarda x—4 bo‘lsa,u holda у2—4-3<0, demak, haqiqiy ildizlar mavjud emas.

Javob: (7; 2),(7; -2). A

Shuni aytib o'tish joizki, agarda birinchi tenglamada x ni у orqali ifodalab, ikkinchi tenglamaga qo ‘yilsa, bikvadrat tenglama- ni yechishga olib kelar edi.

1. masala. TengLamalar sistemasinl yeching:

x + y = 12,

■14Л.

*x у 8*

A Agarda (x; y) - sistemaning yechimi bo'lsa, u holda хфО va уф0.

*x + у \_* 3

Sistemaning ikkinchi tenglamasini quyidagicha yozamiz: ■

xy О 12 3

Hosil bo'lgan tenglamaga x +y = 12 qiymatni qo'yamiz: — =

xy 8

bundan xy = 32.

Berilgan sistemani yechish quyidagi sistemani yechishga keltirildi:

| *x + y =* 12,

*[xy ~*32.

Viyet teoremasiga teskari teoremaga asosan hosil qilamiz: \*i = 4, yx = 8; x=8, y2= 4.

**Javob: (4; 8),(8; 4). A**

1. masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

*\x3-y\*=* 7,

*\x\*y-xy\*=* 2.

A Sistemaning ikkinchi tenglamasini xy(x -y) = 2 ko'rinishda yozib olamiz. Ravshanki, хфО, уф Ova х-уфО, u holda sistema­ning birinchi tenglamasini ikkinchi tenglamaga bo‘lib, hosil qilamiz:

xa - ya 7

2 о o’

*x y-xy* 2

(ж - *у)(х2 +ху +у2) \_* 7\_ *ху(х -у)* 2 ’

*2(х* - *у)(х2 + ху + у2) = 7 ху,*

*2х2 -5ху + 2у2 =* 0.

Hosil bo'lgan tenglamani х ga nisbatan kvadrat tenglama si- fatida qarab, ildizlarini topamiz:

„ *\_5y± ^25у2 - 16y2*

*Xl,2 ~* 4 ’

**„ \_** by **± 31/**

i,z 4

Bundan x1 = 2у yoki x2=—.

2

Sistemaning ikkinchi tenglamasiga x ning у orqali topilgan ifodalarini qo‘yib, hosil qilamiz:

1. agarda x=2y bo‘lsa,u holda 4уй— 2ys= 2, bundan y3= 1 va x = 2;

3 2

1. agarda X = ^ bo‘lsa, u holda = 2 , bundan y3 = —8,

у = -2 vа я = -1.

Javob: (2; 1),(-1; -2).

1. masala. Tenglamalar sistemasini yeching:

lx2 - *2xy + Ay2 - 7,*

[я3 + 8 y3 = 35.

Kublar yig'indisi formulasini qo‘llab, sistemaning ikkinchi tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

(jc + 2*y)(x2 - 2xy + Ay2)* = 35.

Bu tenglamani sistemaning birinchi tenglamasiga bo'lib, to­pamiz: x + 2y = 5.

Bu tenglamadan 2yni x orqali ifodalaymiz: 2y=b-x va siste- maning ikkinchi tenglamasiga qo‘yamiz:

л:3+ (5 - л:)3 = 35,  
xs + 125 - 75x+15x2-x3 = 35,

15ж2-75х + 90=0, x2 -5x + 6 = 0, xx= 3, x2= 2.

Mos ravishda, у ning qiymatlarini toparaiz:

з

1) 2y=5-S, bundan y= 1, 2) 2y=b 2, bundan y2 = -. Javob: (3; 1), (2; ^).

1. masala. Tenglamalar sistemasinl yeching:

x - у = 5,

' *jx\_\_ fy\_* \_ 6

\y Ъ «'

J—= t deb belgilasak, t>0 bo'ladi. U holda sistema-

VJ/ *\x t*

**1 5**

ning ikkinchi tenglamasi \* — = - ko‘rinishga keladi. Bu tengla-

t 6

maning ikkala tomonini t ga ko‘paytiramiz:

6

Bundan *tl,2=—±J— + l = — ± — , t* =^, *t*

**12 \ 144 12 12 i 2 2 3**

У О 3

*(x = 3* 2

t> 0 bo‘lgani uchun

yoki — - bundan x = -y. x uchun bu У 4 4

ifodani sistemaning birinchi tenglamasiga qo‘yib, hosil qilamiz:

***у-у = ь,*** 7***y = s***

**9 5**

-y-y = 5, - у = 5, y=4, shu sababli я=9.

**4 4**

*4*

Javob: (9; 4).

**Tenglamalar sistemasini yeching (165—175):**

**•** 4

- **X>[**

**xy-x + y = 7, xy+x-y-13;**

2)

**167.**

*4*

**(x-l)(y-l) = 2,**

***x + y =* 5;**

**[2x + 3y = 3, 4x2-9y2 =27;**

2)

**Jxy-2(x + y) = 7, |xy + x + у = 29.**

**(x - 2)(y +1) = 1, x-y = 3.**

**Jx2+y2= 34,**

**168.1)1 1K**

**'[xy = 15;**

**f2x-3y = 1,**

**169' *Щ2Х2 - xy -3y2* =3;**

**Гх - у = 5,**

21 |х2 + У2 ~ 2^>

^[\*y = 12.

**3)**

**170. 1)**

**J2x2-2xy2 h [2y -3x = 1;**

**+ x = -9,**

2)

**4)**

**x3 + y3 =133; x + y = 7;**

**x2 + 6 xy + 8yx2 = 91, x + 3y-10 = 0.**

**x2+y2 =10, xy = 3;**

**Jx2 + 4xy + y2 = 94,** ^{хг/ = 15;

**fx2 -xy + y2 =19,**

**[x2 - 6xy + y2 = 8, 4>W = 7.**

**171. 1)**

1 1 1

— + 1,

*X у*

***x + у =* 4; *x-y =* 3,**

**I-I = -0,3;**

X у

2)

*x + y \_* 3 *x — у 2’ xy* = 80;

***x + y =* 9,**

**4)1**1 **.** 1

**- + ± = 0,5.**

**I\* у**

172. 1)

3)

*х2-у = 7, х2у =* 18;

*\х2 - у2* =12, *\х2+у2=* 20;

*\2х2 + у =* 3,

**2)U-i%**

4,1\*’-^=21'

J[x2+i/2 = 29.

173. 1)

xs +ys — 28, ху2 + x2i/ = 12;

\ху2 + хуа =10, [ж + ху = 10.

174. 1)

175. 1)

ж8+27 у9 =54, х2 - 3ху + 9у2 = 9;

х + у = 41,

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image53.jpeg

*\х2 —ху + у2 =* 19, *^[х2 + ху + у2 =* 49.

*2Jx + y =* 10,

[ч/ж + Vy = 4.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 15-§. IKKINCHI DARAJALI BIR NOMA’LUMLI TENGSIZLIKLAR SISTEMALARI |

1. masala. Tengsizliklar sistemasini yeching:

x2 - 5x + 6 > 0,

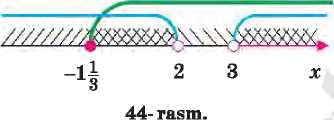
Зх + 4 > 0.

A Bu tengsizliklardan birinchisi kvadrat tengsizlik, ikkinchisi esa chiziqli tengsizlik. Birinchi tengsizlikning yechimlari 6-para- grafdagi 2-masalada ko‘rsatilganidek x<2 va x> 3 oraliqlardagi barcha sonlardan iborat. Ikkinchi tengsizlikning yechimlari esa

x>-li oraliqdagi sonlardir. Bitta sonlar o‘qida ham birinchi,

О

ham ikkinchi tengsizlikarning yechimlari to‘plamini tasvirlaylik. Ravshanki, sistemaning ikkala tengsizligini bir vaqtning o‘zida

qanoatlantiruvchi sonlar —l^<x<2 va x<3 oraliqlardan iborat (44- rasm).

Javob: *-l±<x<2,x>3.* A

2- masala. Tengsizlikni yeching:

**|ж2-ж-1|<1.**

Д |л:2—дс—1|<1 tengsizlik ikki tomonlama tengsizlikka teng- kuchli ekanini bilamiz:

-1<л:2-л:-1<1.

Bu esa ikkita tengsizlikdan iborat sistemaga tengkuchli:

*\x2*

|лг2 - x -1 > -1

yoki

*\x2 -x-2<0, \x2-x>0.*

Awal birinchi tengsizlikni yechamiz: D=(-l)2-4(-2)=9>0, de-

mak, Xi

1-3

= -1, x2

1 + 3  
2

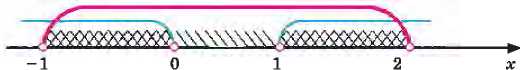
**=** 2**.**

Bundan birinchi tengsizlikni qa­

noatlantiruvchi sonlar -l<t<2 oraliq ekanligi kelib chiqadi.

Ikkinchi tengsizlikni yechamiz: x2-x=x(x-l)>0. Demak, bu tengsizlikning yechimi x<0 va x>l oraliqlardagi barcha sonlardir.

Ikkala tengsizlikning yechimlarini bitta sonlar o‘qida tasvir- laymiz (45-rasm).



*45- rasm.*

Bundan sistemaning yechimi -l<x<0 va l<x<2 oraliqlarda yotgan barcha sonlardan iborat ekanligi kelib chiqadi.

**Javob: -l<r<0, l<:r<2. A**

3-masala. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping: у = \/Зх2 -x-\4 + ^/^x.

Д Kvadrat ildiz ostida turgan sonlar manfiy bo‘lmasligi shart bo'lgani uchun berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi quyidagi tengsizliklar sistemasining yechimidan iborat:

3x2 - x -14 > 0,

*-x >* 0.

Avvaliga birinchi tengsizlikni yechamiz. Зхг-х-14 kva­drat uchhadning diskriminanti D=(-l)2-4-3(-14)=169, demak,

Xi = 1 13 = -2, x2 = 1 + 13 = ^. Shuning uchun va kvadrat uchhad-

ning tarmoqiari yuqoriga yo‘nalgani sababli birinchi tengsiz-

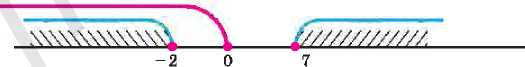
**7**

likning yechimlari x < -2 va x>- oraliqlardan iborat.

**О**

Ravshanki, ikkinchi tengsizlikni -1 ga ko‘paytirib,uning yechimlari jc<0 oraliqdan olingan barcha sonlardan iboratligini ko‘rish mumkin.

Birinchi va ikkinchi tengsizliklarning yechimlarini bitta son­lar o‘qida ifodalaymiz (46- rasm).



**3**

*46- rasm.*

Bundan sistemaning yechimi x < -2 ekanligi kelib chiqadi. Javob. x <-2. A

176. Tengsizliklar sistemasini yeching:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1) | [3x2+5x-2<0, | 2) | 3x2 + 5x - 2 < 0 |
|  | [4x + 9 > 0; | 2x + 7 < 0. |
| 177. | Tengsizlikni yeching:  1) |x2- 6z| <27; | | 2) | |x2+ 6x <27; |
|  | 3) | x2+ 4x|<12; | 4) | x2- 4x <12. |
|  | Tengsizliklar sistemalarini yeching (178—181): | | | |
| 178. | 1) | x2 + x-6 < 0, -x2 + 2x + 3 < 0; | 2) | x2 + x - 6 > 0, x2 + x + 6 > 0. |
| 179. 1) | | x2 -3x + 2 > 0, x2 -7x + 12 > 0; | 2) | x2 + x - 6 < 0, x2 + x - 2 > 0. |
| 180. | 4 | 7x — x2 > 0, 36-x2 >0; | 2) | 8x + x2 < 0, 49-x2 >0. |
| 181. 1) | | -x2 + x + 20 < 0, x2 - x-2 > 0; | 2> | x2 + 4x < 0, -x2 + x + 2>0. |

182. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping:

1) *y=4-x2 -6x-8 + ^x+2,* 2) *y = \*Jx-x2* -V-x2+12x-35.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 16- §. SODDA TENGSIZLIKLARNI ISBOTLASH |

Tengsizliklami isbotlashning turli usullari mavjud. Ulardan ba’zi- larining qo'llanilishini ko‘rib chiqaraiz.

1- masala. Ikkita musbat a va b sonning o‘rta arifmetigi shu sonlarning o‘rta geometrigidan kichik emasligini isbotlang:

***>4ab.* (1)**

Д Tengsizlikni bevosita ta’rifga asosan isbotlayraiz, bunda - 'Jab > 0 ekanini isbotlash talab etiladi.

*(L* + *Ъ*

2

Bu tengsizlik chap qismining shaklini almashtirib, quyidagini hosil qilamiz:

**a + b Jofo \_ ° + ® - 2-Jab (-Ja — Jb)2 ^ ^**

**2 "" 2 *~ 2 ~ '***

(1) munosabatda tenglik belgisi faqat a=b bo'lgandagina to‘g‘ri bo'lishini ta’kidlaymiz. A

1. **masala. Ikkita musbat a va b sonning o‘rta geometrigi shu sonlarning o‘rta garmonigidan kichlk emasligini isbotlang:**

*2*

***-Jab >***

l l‘

(2)

*a b*

Д Bu tengsizlikni avval isbotlangan (1) tengsizlikdan foydalartib hamda surati o‘zgarmay, maxraji kichkinalashganda musbat kasr kattalashishidan foydalanib isbotlaymlz:

**2 \_ 2ай \_** ab **<** ab \_

11 a + i> *a + b Job a b 2*

1. masala. Har qanday musbat a son uchun tengsizlikni is­botlang:

а н— > 2. (3)

*a*

Д Bu tengsizlikni teskarisini faraz qilish usuli bilan isbot- laymiz. Bunda (3) tengsizlik aning biror-bir musbat qiymatida bajarilmasin deb faraz qilamiz, ya’ni

1 n

o + - < 2  
a

tengsizlik o‘rinli bo‘lsin. Tengsizlikning ikkala qismini a ga ko‘- paytirib, hosil qilamiz:

a2 + 1 < 2a,

ya’ni a2+l-2a<0 yoki (a-l)2<0,bu esa noto‘g‘ri tengsizlik, chunki har qanday haqiqiy sonning kvadrati (jumladan, (a- l)2 ham) manfiy emas. Hosil bo'lgan qarama-qarshilikdan (3) teng­sizlik har qanday musbat a da to‘g‘ri tengsizlik ekanligi kelib cbiqadi. A

*t*

4- masala. Sotuvchi olmalarni shayinli tarozida tortmoqda. Xaridor 1 kg olma oldi, so‘ngra esa sotuvchi- dan tortishda olmalar bilan toshlarning o'rinlarini almashtirib tortishni iltimos qilib.yana 1 kg olma oldi. Agar tarozi rostlanmagan bo‘lsa,kim zarar ko‘radi?

Д Aytaylik,tarozinmg yelkalari a va b ga teng bo'lsin (47-rasm). Rasmdan ko'rinib turibdiki, a fb. Birinchi marta tortishda xaridor x kilogramm olma oldi. Fizika

kursidan ma’lumki,r'6 = l-a, bundan x = -. Ikkinchi marta tor-

*b*

tishda xaridor у kilogramm olma oldi. Muvozanatlik shartidan

**I kg (У kg)**

**x kg**

**(1 kg)**

*47-rasm.*

ya= l-b, bun dan y — ~. Shunday qdib olingan.

*a b ’b + a*

kilogramm olma sotib

7 va - sonlarning o'rta arifmetigi va o'rta geometrigi uchun b a

tengsizlikdan foydaianib,quyidagini hosil qilamiz:

bundan - + - > 2;.

*Ь a*

Javob: sotuvchi zarar ko'radi. A

***Mashqlar***

183. Ixtiyoriy haqiqiy a, b, x larda tengsizliklaming o'rinli ekanligini isbotlang:

o2 + 1

**i>2 +16**

*2x*

3) 77

x +

*2x*

■< -.

2 ’ *'4* ' *' X\* +1 ' 4x2* +9 6

184. Agarda db > 0 bo‘Isa, tengsizlikni isbotlang:

)>4.

1)

> a;

2)

*>b;*

1) - + ->2;  
b a

185. Agarda o>-l, o^O bo‘lsa, tengsizlikni isbotlang:

*4a + a* +1

***M***

*> yja + l.*

1. a>0, b>0va афЪ bo‘lsa, u holda (4a + 4bf va 2^2(a + b)4ab laming qaysi biri katta?
2. Tengsizlikni isbotlang:

(a + 1) (a + 2) (a + 3) (a + 6)>96a2, bunda a >0.

1. Agarda a > 0 bo‘lsa, tengsizlikni isbotlang:

a **+ 4** a **+ 9** 2 2

> 5*4a.*

1. Agarda a,b,c,cL lar musbat sonlar bo‘Isa, u holda

*a + e . b + d . n* *гг.* t:

— + — *>yl(a + b)(c + d)*

tengsizlikni isbotlang.

1. Agarda a>0, &>0 va c>0 bo‘lsa, u holda -—— > 2-Jab

*c*

bo'lishini isbotlang.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image57.jpeg

lik o‘rinli bo'lishini isbotlang.

192. Agarda o>0,i>0va c>0 bo‘lsa, u holda

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image58.jpeg

*be ac ab*

;\ /ч /

tengsizlik o'rinli bo'lishini isbotlang.

1. ***bobga doir mashqlar***
2. Berilgan ifodani bir o‘zgaruvchi bo‘yicha kvadrat uchhad ko‘rinishida yozing:
3. 2y2- xy + 3, agarda у = 3x + 1;
4. 2xy + 3x2 - 7, agarda x = 2y + 1.
5. C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image59.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image60.jpegTenglamalar sistemasini o'rniga qo‘yish usuli bilan ye- ching:

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image61.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image62.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image63.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image64.jpeg

196.

1)

***x2-y2 =* 18, *X* + *у =* 9;**

2)

(196-198):

**Гж + у = 4,**

***[x2 -y2 =* 32;**

***\x = l + y,***

**[ж2 = 56 + у2;**

**Гу = ж-5,**

**[ж2 = 10 + у2.**

197.

2)

**4)**

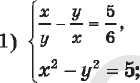
**Гу2 +жу = 4,**

**^ {ж2 + жу = -3;  
\x-y = 7,**

**3\* [ж2 + y2 = 9-2жу;**

***jxy + x2 =* 10,**

**[жу + у2 = 15; ж + у = 8, ж2 + у2 = 16 + 2жу.**



198.

1)

**х3-у3 = 9, ж - у = 3;**

2)

**Tenglamalar sistemasini yeching Г(ж + 2)(у-3) = 1,**

199.

1) \х + 2 \_1. У 3 ’

2)

**|ж8 + у3 = 26, [ж + у = 2.**

(199-204):

**(у-3)(ж + 1)**

^11 = 1.

U-3

**4,**

**200**.

2)

3)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 1 |
| — | + — | = — — |
| X | У | 6 |
| X | -у | = 5; |

**4)**

£ У = 3

**у л: 2 \***

***х2-у2=Ъ‘,***

**11 \_\_5 ж у 4 ’ Ж + у = 3.**

**2>,+1=\***

j\*-y2=6;

**{жу2 = 7**

**|ж2 +у2 = 58, {ж2-у2 =40;**

**’ [жу2 =12;**

**[ж2 - у2 — 32,**

4,W = 40.

**202.1)**

3)

|х3 + г/3 = 26, [х + у = 2;

р + \*/3 = 2,

*}ху(х + у) =* 2;

2)

Г\* = 3 + j/f jx3-z/3 = 9;

Где3 + 8г/3 = 16, \2ху{х + 2z/) = 16.

f2x4-3x2z/ = 36, W2 - 2х2г/ = -9;

|3х4 -2х2у = 24, |2г/2 - Зх2у = -6.

204. 1)

*(х + у =* 10,

*[4х ~4у = 2;*

*\х + у = Ъ* [л/х *-Jy=* 1

1. Ikki xonali son o‘zining raqamlari yig'indisidan uch maro- taba katta. Raqamlari yig‘indisining kvadrati esa berilgan sondan uch marotaba katta. Shu sonni toping.
2. Ikki xonali son o‘zining raqamlari yig'indisidan 4 ma­rotaba katta. Raqamlari yig'indisining kvadrati esa beril-

g

gan sonning - qismini tashkil etadi. Shu sonni toping. [[19]](#footnote-19) [[20]](#footnote-20)

J-3x2 -5x + 2 > 0, j-x2 - 3x - 2 > 0;

|-2x2 - 2x + 4 < 0, [Зх2 -3x - 6 < 0.

1. Agarda xy = 9 va x > 0 ekani ma’lum bo‘lsa, x + у ning eng kichik qiymatini toping.
2. Agarda ab = 8 va b > 0 bo'lsa, u holda 2a+b ning eng kichik qiymatini toping.
3. Ifodaning eng kichik qiymatini toping:

**, „ . 81 .** (x **+ 3)(x +12)** n

1. 4x + —, (x> 0); 2) - л: > 0;

*2ox x*

3)

V-7y + 25  
У

**, (у > о);**

4)

И + »/2 +1

^2 + i '

1. Agarda x+y=10va x>0, y>0bo‘lsa, u holda xy ning eng katta qiymatini toping.
2. Agarda 2x+y=6 va x>0, y>0bo‘lsa, u holda xy ning eng katta qiymatini toping.
3. Tengsizlikni isbotlang:

*a2* + *b2* + *c2> ab + ac + be.*

1. ***bobga doir sinov (test) masthqlari***

f *x + у =* 5,

1. Tenglamalar sistemasini yeching: \

*[xy =* 4.

A) x = -4, у =-l; B)x = l,y =—4;

C) r = 4,у =-l; D) (1; 4) va (4; 1).

Гх + у = 4,

1. Tenglamalar sistemasini yeching: i 2 2

*~У — o\**

A) x = 3,y = 1; B) x = 5,у—1;

C) x =4,у = 0; D) x = l,y =3.

1. Ikki sonning ayirmasi 3 ga.ularning ko‘paytmasi 28 ga teng. Shu sonlarni toping.

A) 7 va 4; B) 5 va 2; C) 14 va 2; D) 11 va 8.

A) (6; 4) va (4; 3); B) (-3; 6) va (6; -3);

1. To‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri 30 m ga, yuzi esa 56m2ga teng. Uning bo‘yi enidan necha metr uzun?

A) 1,2m; B) lm; C) 2m; D) 2,5m.

1. 60 m masofani bir velosipedchi ikkinchisiga qaraganda lsoat kechroq bosib o‘tdi. Agar birinchi velosipedchining tezligi ik- kinchiaining tezligidan 5 km/h kam bollsa,har bir velosipedchi­ning tezligini toping.

A) 20 km/h, 25 km/h; B) 10 km/h, 15 km/h;

C) 15 km/h, 20 km/h; D) 12 km/h, 17 km/h.

jx + 20у + \0xy = 40,

*\x + 20y-10xy* —8.

A) (0,6; 4) va (12; 0,2); B) (0,4; 6) va (0,12; 2);

C) (4; 0,6) va (12; 0,2); D) (4; 0,2) va (12; 0,6).

Г У2=~ 3,

6. Tenglamalar sistemasini yeching:

7. Tenglamalar sistemasini yeching: •

*x -*

xy2 =54.

C) (6; 3) va (3; -6); D) (6; 3) va (6; -3).

1. Tenglamalar sistemasini yeching:

*x —5y —* -20,

i+\*=2.

***X у***

A) (-10; 5) va (2; 5); В) (-10; 2) va (5; 5);

C) (5; -10) va (-10; 2); D) (5; 5) va (-2; 10).

1. Tenglamalar sistemasini yeching:

[jc3 -64y3 = 56,

*\x?y* - 4 *xy2 = 4.*

A) (4; -) va (-2; -1); C) (4; 1) va (-4; -2);

1. (-2; - ) va (4; -1); D) (-2; -1) va (2; 1).

lx-2 jy **+ 5 \_ 5**

• \ у + **5 V**x **-2 б’** x-y = 12.

A) (—1;12); B) (12;-1); C) (-1;11); D) (11;-1).

1. Tengsizliklar sistemasini yeching:

\3x2 + 10\*-8 <0,

[2x + 9 >0.

A) -4 < \* < -; B) -4,5 <x<—; C)\*>-4,5; D) x<~.

' **3 3 3**

1. Tengsizlikni yeching: |\*z + x — 1| < 1.

A) *-2<x<l, 2 <x<3‘,* B) -2<\*<-l, *0<x<l;*

С) -1 < x < 0, 1 < x < 2; D) x < -2, x > 1.

**Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog‘liq masalalar**

Masala. Ikkita yuk mashinasi birgalikda ishlab,yukni 6 soat- da tashishlari kerak edi. Ikkinchi mashina ish boshlanishiga kech qolgani sababli, u kelgunicha birinchi mashina butun yukning

**3**

- qismini tashib bo'ldi. Yukning qolgan qismini faqat ikkinchi

5

mashina tashidi va shu sababli yukni tashishga 12 soat vaqt ketdi. Yukni har bir mashinaning yolg‘iz o‘zi qancha vaqtda tashigan bo'lar edi?

A Yuk mashinalari tashishlari kerak ba'lgan yukni bir deb qabul qilaylik. Butun yukni alohida o‘zi tashishi uchun birinchi mashina sarflaydigan vaqtni x soat, ikkinchi mashina sarflaydigan vaqtni esa у soat orqali belgilaylik. U holda bir soatda birinchi mashina l l

yukning — qismini, ikkinchisi esa ~ qismini tashigan bo'lar edi.

Birgalikda ishlab,ular bir soatda butun yukning I — + —

. *x у*

qis-

mini tashishgan bo‘lar edi va masalaning shartiga ko‘ra yukni

6 soatda tashishgan bo'lar edi. Shu sababli,

- + -|-6 = 1. к\* у

Lekin aslida birinchi mashina, yukning - qismini tashishga

6

3

o‘z vaqtining - qismini sarfladi,yukning qolgan qismini esa ikkin- 5

chi mashina tashidi va unga o‘z vaqtining - qismini sarfladi.

**5**

Bu holda butun yukni tashishga 12 soat ketganligini hisobga olsak.ikkinchi tenglamani hosil qilamiz:

з 2 „

*-x + -u = 12.*

**5 5**a

Masala quyidagi tenglamalar sistemasini yechishga keltirildi:

**6=1,**

*-x+-y=* 12.

5 5

Awaliga sistemani soddalashtirib, keyin uni o'rniga qo‘yish usuli bilan yechamiz:

Гбж + б y = xy,

[3jc + 2 у = 60,

*3x =* 60 - *2y,* 120 *-4y + 6y =* (20 - - *y)y,*

О

60 + у = *\0y-j-y2,*

О

bundan y2- 27у + 180 =0,

**27 , 729 27 3 10**

Vi-\*=~2±\~4 180 = T±2’ ^=16, V\*=12’

х = -20- - у formuladan foydalanib,hosil qilamiz

xt = 10, xt = 12.

Javob: 10 soat va 15 soat - agarda mashinalarning yuk

ko'tarish imkoniyatlari turlicha bo‘lsa;

12 soat va 12 soat - agarda mashinalarning yuk ko'tarish imkoniyatlari bir xil bo‘Isa. A

***Masai alar***

1. 1) Birmchi tomosha zalida 420 ta,ikkinchi zalda esa 480 ta o'rindiq bor. Ikkinchi zalda birinchiga qaraganda 5 ta qator kam, lekin har bir qatorda birmchi zaldagi har bir qatordan 10 ta o‘rindiq ko'proq. Birinchi zaldagi har bir qatorda nechta o‘rindiq bor?

2.1) Ikkita nasos birgalikda ishlab 80 m[[21]](#footnote-21) hajmli basseynni bi-

1. Qizil zalda 320 ta, ko‘k zalda 360 ta o‘rindiq bor. Qizil zalda ko‘k zaldagiga qaraganda 2 ta qator ko‘p, lekin har bir qatorida ko‘k zalning har bir qatoridagiga qaraganda 4 tadan o'rindiq kam. Qizil zalda nechta qator bor?

ror vaqtda to'ldirishadi. Agarda unumdorligini

ll

marotaba

oshirgan birinchi nasosning faqat o‘zi ishlaganida basseyn­ni to'ldirishga 2 soat ko‘proq vaqt kerak bo‘lar edi. Agarda faqatgina ikkinchi nasos o‘z unumdorligini soatiga 1 ms ga kamaytirib ishlaganida basseynni to‘ldirishga ketadigan vaqt

1. kun vaqt ketdi. Shundan keyin birgalikda 6 кип ishlab, 240 ta detal tayyorlashdi. Har bir brigadada nechtadan ishchi bor?

3. l)Mahsulotning yarmi 10% foyda bilan, ikkinchi yarmining yarmi 20% foyda bilan sotildi. Agarda hamma mahsulotni sotishdan tushgan umumiy foyda 12% ni taskii etgan bo‘lsa, mahsulotning qolgan choragi necha foiz foydaga sotilgan?

2) Savdo firmasi do'konlarga tovarni qo'shimcha n£Lrx bilan

з

yetkazib beradi: tovarlarning - qismiga 5% ustama haq qo‘yib,

**5**

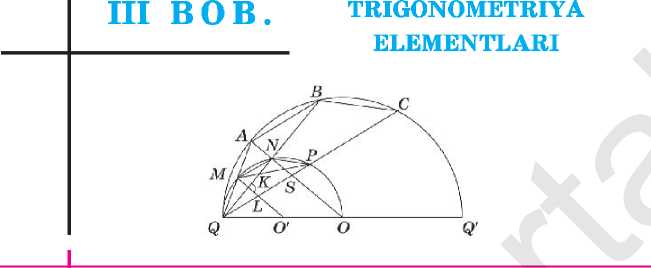
qolgan tovarlarning yarmiga 4% ustama haq qo‘yib sotildi. Agarda hamma tovarlarga qo'yilgan ustama haq 7% ni tashkil qilgan bo‘lsa, qolgan tovarlarning ikkinchi yarmiga foiz hiso- bida qanday ustama haq qo‘yilgan?

1. 1) Ikkita moddaning aralashmasi bor. Agarda bu aralashmaga ikkinchi moddadan 3 kg qo‘shilsa,u holda uning aralashmadagi miqdori foizlarda ikki baravar ko‘payadi, agarda boshlang'ich aralashmaga birinchi moddadan 3 kg qo‘shilsa,u holda ikkinchi moddaning miqdori foiz hisobida ikki baravar kamayadi. Har bir moddaning boshlang'ich aralashmadagi massasini toping.

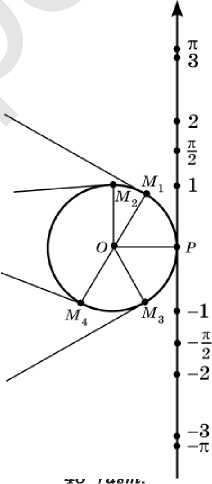
2) Ikkita suyuqlikning aralashmasi mavjud. Agarda bu aralash­maga birinchi suyuqlikdan 8 litr quyilsa, и holda uning aralash­madagi konsentratsiyasi ikki baravarga oshadi,agarda boshlang‘ich aralashmaga ikkinchi suyuqlikdan 8 litr quyilsa, и holda birinchi suyuqlikning konsentratsiyasi bir yarim baravarga kamayadi. Har bir suyuqlikning aralashmadagi hajmini toping.

1. Samolyot A dan В gacha shamol yo'nalishida va В dan A ga shamolga qarshi uchib o‘tdi, bunda shamolning tezligi o‘zgarmadi. Boshqa safar samolyot shu marshrut bo'yicha reysni shamolsiz ob-havoda amalga oshirdi. Ikkala holda ham samolyot motorlari bir xil quvvatda ishladi. Qaysi holda umu­miy parvozga kamroq vaqt ketdi?
2. Ikkita traktorchi yer maydonini p kunda hayday olishadi. Agarda birinchi traktorchi maydonning yarmini haydasa, ke­yin ikkinchi traktorchi qolgan qismini haydasa, и holda q kun kerak bo'lar edi. q>2p ekanligini isbotlang.

Aytaylik, vertikal to‘g‘ri chiziq markazi О nuqtada va radiusi 1 ga teng bo‘lgan aylanaga P nuqtada urinsin (48-rasm). Bu to‘g‘ri chiziqni boshi P nuqtada bo‘lgan son o‘qi deb, yuqoriga yo'nalishni esa to‘g‘ri chiziqdagi musbat yo‘nalish deb hisoblaymiz. Son o‘qida uzunlik birligi sifatida aylananing radiusini olamiz. To‘g‘ri chiziqda bir nechta nuqtani belgilaylik:



17-§. BURCHAKNING RADIAN 0‘LCHOVI

7Г

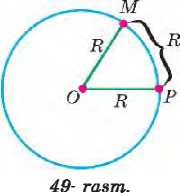
±1, ± 2 , ±3, ±3t (зг - taqriban 3,14 ga

teng bo‘lgan irratsional son ekanligini eslatib o'tamiz). Bu to‘g‘ri chiziqni ayla- nadagi P nuqtaga mahkamlangan cho‘- zilmaydigan ip sifatida tasavvur qilib, uni fikran aylanaga o‘ray boshlaymiz. Bunda son (o'qining) to‘g‘ri chizig'ining, masalan,

1, j, -1, -2 koordinatali nuqtalari aylana­ning, mos ravishda, shunday M,, M2,

M3, M4 nuqtalariga o'tadiki, PM, yoyning uzunligi 1 ga teng, PM2 yoyning uzunligi ^ ga teng va hokazo bo'ladi.

Shunday qilib,f o‘g'rl *chiziqning har bir nuq- tasiga aylananing biror nuqtasi mos keltirttadi.*

To‘g‘ri chiziqning koordinatasi 1 ga teng bo'lgan nuqtasiga Ml nuqta mos keltirilgani uchun, РОМг burchakni birlik burchak deb hisoblash va bu burchakning o‘lchovi bilan boshqa burchaklarni o'lchash tabiiydir. Ma-

salan,POM2 burchakni \ ga teng,POMs bur-

chakni -1 ga teng, POM4 burchakni -2 ga teng deb hisoblash lozim. Burchaklarni o'lchashning bunday usuli matematika va fizikada keng qo'llaniladi. Bu holda burchaklar radian o‘lchov- larda o‘lchanyapti deyiladi, РОМл esa 1 radian {1 rad) ga teng burchak deyiladi. Aylana PM± yoyining uzunligi radiusga teng ekanligini ta’kidlab o'tamiz (48- rasm).

Endi ixtiyoriy R radiusli aylanani qaraymiz va unda uzunligi R ga teng bo'lgan PM yoyni va POM burchakni belgilaymiz (49- rasm).

**Uzunligi aylana radiusiga teng bo‘lgan yoyga tiral- gan markaziy burchak 1 radian burchak deyiladi.**

**О**

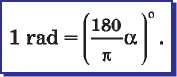
Bu holda 1 radian burchak uzunligi R ga teng yoyni tortib turadi,deymiz.

1 rad burchakning gradus o‘lchovini topaylik. 180° li marka­ziy burchak uzunligi xR (yarimaylana) bo‘lgan yoyni tortib tur- gani uchun uzunligi R bo'lgan yoyni n marta kichik burchak tortib turadi.ya’ni

1 rad =

ISO

is: 3,14 bo'lgani uchun 1 rad a 57,3° bo‘ladi.

Agar burchak cc radiandan iborat bo‘lsa,u holda uning gradus o‘lchovi quyidagiga teng bo‘ladi:

1° li burchakning radian o‘lchovini topaylik. 180° li burchak л rad ga teng bo‘lgani uchun

1- masala. 1) % rad; 2) ^ rad; 3) — grad us o‘lehovini toping.

Д (1) formula bo'yicha topamiz:

l):rrad=180o; 2) | rad = 90 ; 3) .

rad ga teng burchakning

Sir i — rad =

180 s\*j°

% 4 J

= 135

**.A**

1 ”iiorad

bo'ladi.

Agar burchak a gradusdan iborat bo‘lsa,u holda uning radian o'lchovi

a° = lid a rad

(2)

ga teng bo'ladi.

1. masala. 1) 45° ga teng burchakning; 2) 15° ga teng burchakning radian o‘lchovini toping.

Д (2) formula bo'yicha topamiz:

1) 45° =т^г-45 rad = rad; 2) 15° = -A--15 rad = ^- rad . A

180 4 JLoO 12

Ko‘proq uchrab turadigan burchaklarning gradus o'lchovlarini

va ularga mos radian o'lchovlarini keltiramiz:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Gradus | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 | 180 |
| Radian | 0 | 7Г  6 | К  4 | Jt  3 | ■к  2 | 71 |

Odatda, burchakning o'lchovi radianlarda berilsa, ,,rad“ nomi tushirib qoldiriladi.

Burchakning radian o‘lchovi aylana yoylarining uzunliklarini hisoblash uchun qulay. 1 radian burchak uzunligi R radiusga teng yoyni tortib turgani uchun a radian burchak

l=aR (3)

uzunlikdagi yoyni tortib turadi.

1. mas ala. Shahar kurantlari minut milining uchi radiusi R ~ 0,8 m bo‘lgan aylana bo'ylab harakat qiladi. Bu milning uchi 15 min davomida qancha yo‘lni bosib o‘tadi?

A Soat mili 15 min davomida ^ radianga teng burchakka

buriladi. (3) formula bo‘yicha a = ^ bo‘lganda topamiz:

a

n 1 A

l = -Ли—0,8msdl,3 m.

2 2

Javob: 1,3 m. A

(3) formula aylana radiusi R=1 bo'lganda ayniqsa sodda ko'rinishga ega bo'ladi. Bu holda yoy uzunligi shu yoyni tortib turgan markaziy burchak kattaligiga teng, ya’ni l = a bo'ladi. Radian o'lchovning matematika, fizika, mexanika va boshqa fanlarda qo'llanilishining qulayligi shu bilan izohlanadi.

1. masala. Radiusi R bo’lgan doiraviy sektor a rad bur­chakka ega. Shu sektorning yuzi

*S = ^~ a*

ga teng ekanligini isbotlang, bunda 0 < a < я. g

**а яД**

Д я rad li doiraviy sektor (yarimdoira)ning yuzi ~~~ ga teng.

*£*

Shuning uchun 1 rad li sektorning yuzi я marta kichik, ya’ni

\_jj2 B2 .

—2—:jc. Demak,a radii sektorning yuzi ~a ga teng. A

*Mashqlar*

1. Graduslarda ifodalangan burchakning radian o'lchovini toping:

1) 40°; 2) 120°; 3) 105°; 4) 150°;

1. 75°; 6) 32°; 7) 100°; 8) 140°.
2. Radianlarda ifodalangan burchakning gradus o‘lchovini toping:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2)f; | 3) §\*; | 4) I«; | 5) 2; |
| 6) 4; | 7) 1,5; | 8) 0,36; |  | 10) 4,5 |

1. Sonni 0,01 gacha aniqlikda yozing:

1) f; 2)|я; В) 2к; 4)|jc; 5) y.

1. Sonlarni taqqoslang:

1) ^ va 2; 2) 27tva 6,7; 3) к va 3^;

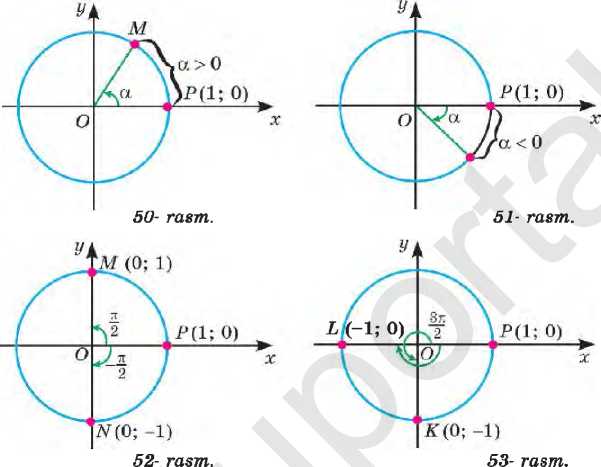
1. |ттуа4,8; 5)-^va-|; 6) - va - %/l0 .
2. (Og'zaki.) a) Teng tomonli uchburchak; b) teng yonli to‘g‘ri burchakli uchburchak; d) kvadrat; e) rauntazam oltiburchak burchaklarining gradus va radian o'lchovlarini aniqlang.
3. Agar aylananing 0,36 m uzunlikdagi yoyini 0,9 radii mar- kaziy burchak tortib tursa,aylana radiusini hisoblang.
4. Agar aylananing radiusi 1,5 cm ga teng bo‘lsa, aylananing uzunligi 3 cm bo'lgan yoyini tortib turgan burchakning ra­dian o'lchovini toping.
5. Doiraviy sektor yoyini radii burchak tortib turadi. Agar doi- raning radiusi 1 cm ga teng bo‘Isa, sektoming yuzini toping.
6. Doiraning radiusi 2,5 cm ga teng, doiraviy sektoming yuzi esa 6,25 cm[[22]](#footnote-22) ga teng. Shu doiraviy sektor yoyini tortib turgan bur- chakni toping.

**18-§. NUQTANI KOORDINATALAR BOSHI**

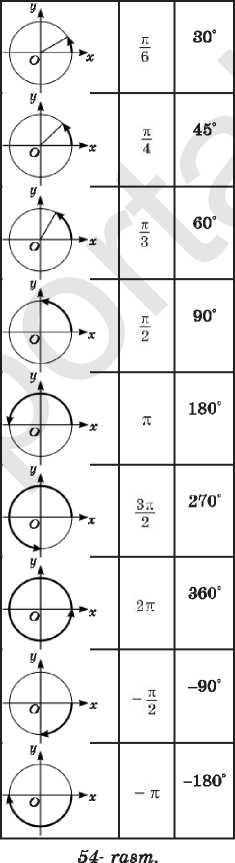
**ATROFIDA BIJRISII**

Avvalgi paragrafda son to‘g‘ri chizig'ining nuqtalari bilan aylana nuqtalari o‘rtasida moslik o‘rnatishning ko'rgazmali usulidan foydalanildi. Endi qanday qilib haqiqiy sonlar bilan aylananing nuqtalari o‘rtasida aylana nuqtasini burish yordamida moslik o‘rnatish mumkinligini ko'rsatamiz.

Koordinata tekisligida radiusi 1 ga teng va markazi koordinata boshida bo'lgan aylanani qaraymiz. U birlih aylana deyiladi. Birlik aylananing nuqtasini koordinata boshi atrofida a radian burchakka burish tushunchasini kiritamiz (bu yerda a- istalgan haqiqiy son).



1. P(l; 0) nuqtani rad burchak-

ka burishda K(0; -1) nuqta hosil qili- nadi (53- rasm).

1. P(l; 0) nuqtani -я rad burchak- ka burishda L(-1; 0) nuqta hosil qili- nadi (53- rasm).

Geometriya kursida 0° dan 180° gacha bo‘lgan burchaklar qaralgan. Birlik aylananing nuqtalarini koordi- natalar boshi atrofida burishdan foy- dalanib, 180° dan katta burchaklarni, shuningdek, manfiy burchaklarni ham qarash mumkin. Burish burchagini graduslarda ham, radianlarda ham berish mumkin. Masalan,P (1; 0) nuq-

Зтг

tani ~2~ burchakka burish uni 270°

7C

ga burishni bildiradi; ~2 burchakka

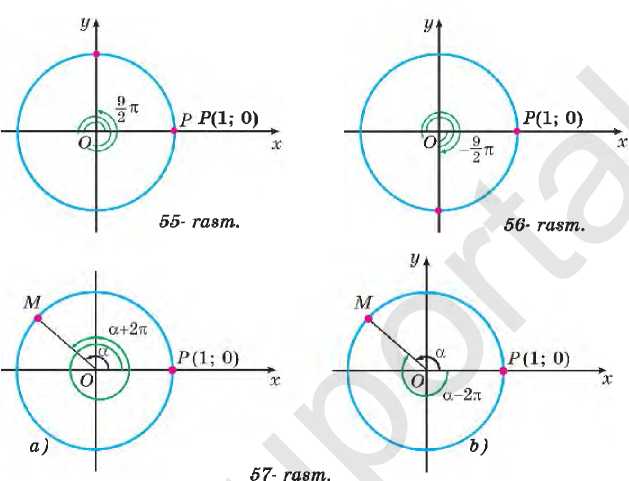
burish -90° ga burishdir.

Ba’zi burchaklarni burishning ra­dian va gradus o'lchovlari jadvalini keltiramiz (54- rasm).

P(l; 0) nuqtani 2я ga, ya’ni 360° ga burishda nuqta dastlabki holatiga qaytishini ta’kidlab o'tamiz (jadvalga qarang). Shu nuqtani -2я ga, ya’ni

-360° ga burishda u yana dastlabki holatiga qaytadi.

Nuqtani 2я dan katta burchakka va -2я dan kichik burchakka bu- rishga oid misollar qaraymiz. Masa- lan,^=2-2я + ^ burchakka burishda



nuqta soat mili harakatiga qarama-qarshi ikkita to‘la aylanishni va yana f yo‘lni bosib o'tadi (55-rasm).

9я \_ O Л\_ я

~~2—2 burchakka burishda nuqta soat mili harakati yo‘nalishida ikkita to‘la aylanadi va yana shu yo'nalishda ^ yo‘lni bosadi (56- rasm).

P(l; 0) nuqtani ^ burchakka burishda § burchakka burish- dagi nuqtaning ayni o‘zi hosil bo'lishini ta’kidlaymiz (65- rasm).

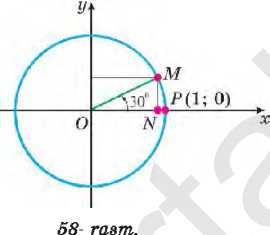
9][

—~2~ burchakka burishda — ^ burchakka burishdagi nuqtaning ayni o‘zi hosil bo'ladi (56- rasm).

Umuman,agar a=a0 + 2nk (bunda k - butun son) bo‘lsa,u hol- da a burchakka burishda aQ burchakka burishdagi nuqtaning ayni o‘zi hosil bo'ladi.

100

Shunday qilib, har bir haqiqiy a songa birlik aylananing (1; 0) nuq- taaini a rad burchakka burish bilan hosil qilinadigan birgina nuqtasi mos keladi.

Biroq, birlik aylananing ayni bir M nuqtasiga (P(l; 0) nuqtani bu- rishda M nuqta hosil bo'ladigan) cheksiz ko‘p a+ 2nk haqiqiy sonlar mos keladi, A: - butun son (57- rasm).

1. masala. P (1; 0) nuqtani:

1) In', 2) ~2 burchakka burishdan hosil bo‘lgan nuqtaning koordi-

natalarini toping.

Д 1) 7я=я+2я-3 bo'lgani uchun 7я ga burishda я ga burishdagi nuqtaning o‘zi,ya’ni (-1; 0) koordinatali nuqta hosil bo'ladi.

2) —^ — 2% bo'lgani uchun —^ ga burishda —5 ga bu-

***A A A A***

rishdagi nuqtaning o‘zi,ya’ni (0; -1) koordinatali nuqta hosil bo‘- ladi. A

2- m a s a 1 a.

'Vs.il 2 ’ 2

nuqtani hosil qilish uchun (1; 0) nuqtani

burish kerak bo'lgan barcha burchaklarni yozing.

Д NOM to‘g‘ri burchakli uchburchakdan (58- rasm) NOM

***TZ***

burchak g ga tengligi kelib chiqadi,ya’ni mumkin bo‘lgan burish

burchaklaridan biri g ga teng. Shuning uchun

**\/з \_** 1 2 ’ 2

nuqtani

hosil qilish uchun (1; 0) nuqtani burish kerak bo‘lgan barcha bur- chaklar bunday ifodalanadi: ^ + 2%k ,bu yerda k - istalgan butun son,ya’ni k = 0; ±1; ±2; ... A

***M aahqlar***

1. Birlik aylananing P(l; 0) nuqtasini:

1) 90°; 2) -я; 3) 180°; 4) \; 5) 270°; 6) 2л

burchakka burlsh natijasida hosil bo'lgan nuqtalarining koor- dinatalarini toping.

1. Birlik aylanada P(l; 0) nuqtani:
2. 2,1л; 2) 2f 7t; 3) -^JC; 4)-^Я; 5) 727°; 6)460°

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | 71 .  4 ’ | 2) -f; | 3) -J\*; | 4) §тс; |
| 5) | i+2^; | 6) -7i-2jt; | 7) ^-4я; | 8) -- + 6Я ’ s |

burchakka burish natijasida hosil bo‘lgan nuqtani belgilang.

1. P(l; 0) nuqtani:

burchakka burish natijasida hosil bo'Lgan nuqta joylashgan koordinatalar choragini aniqlang.

1. P(l; 0) nuqtani:
2. Зя; 2) 3) 4) 5л’
3. 540°; 6)810°; 7) ——тс; 8) 450°

*2*

burchakka burish natijasida hosil bo‘lgan nuqtaning koordi- natalarini toping.

1. 1) (-1; 0); 2) (1; 0); 3) (0; 1); 4) (0; -1) nuqtalami hosil qilish uchun P (1; 0) nuqtani burish kerak bo'lgan barcha burchaklami yozing.
2. P (1; 0) nuqtani berilgan:
3. 1; 2) 2,75; 3) 3,16; 4) 4,95; 5) 1,8

burchakka burish natijasida hosil bo‘lgan nuqta joylashgan koordinatalar choragini toping.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 228. Agar:  1) a = 6,7я; | 2) a | = 9,8rc; | 3) а — 4^к |
| 4) a = 7-%; | 5) a | li  = —%; | 17  6) a = —% |
| 3 | 2 | 3 |

bo'lsa, a = x + 2nk tenglik bajariladigan x sonni (bu yerda 0<x<2%) va k natural sonni toping.

1. Birlik aylanada P(l; 0) nuqtani:
2. 7±2я; 2) -|±2я; 3) у±6тс; 4) ^±8л;
3. 4,5п; 6) 5,5я; 7) -6я; 8) -7я

burchakka burishdan hosil bo'lgan nuqtani yasang.

1. P(l; 0) nuqtani:

1) ^*+ 2%k*; 2) *Y + 2nk’* 3) *Y + 2nk’* 4> *~Y + 2%k*

burchakka (bu yerda k - butun son) burishdan hosil bo'lgan nuqtaning koordinatalarini toping.

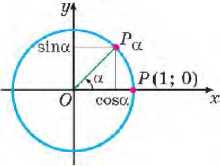
1. (1; 0) nuqtani:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 7з |  | 7з. l |  | 72 72 |  | 72. 72' |
| 1) | 2’ ~2~ | ; 2) | ~2~’ 2 | ; 3) | 2 ’ 2 | ; 4) | 2 ’ 2 |

koordinatali nuqta hosil qilish uchun burish kerak bo'lgan barcha burchaklarni yozing.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 19-§. BURCHAKNING SINUSI, KOSINUSI, TANGENSI VA KOTANGENSI TA’RIFLARI |

Geometriya kursida graduslarda ifodalangan burchakning si­nusi, kosinusi va tangensi kiritilgan edi. Bu burchak 0° dan 180° gacha bo'lgan oraliqda qaralgan. Ixtiyoriy burchakning sinusi va kosinusi quyidagicha ta'riflanadi:

1. C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image74.jpeg**ta’rif. a *burchakning sinusi deb (1; 0) nuqtani koordinatalar boshi atrofida a burchakka burish nati- jasida hosil bo‘lgan nuqtaning ordinatasiga aytiladi*** (sina kabi belgilanadi).
2. ta’rif. *a burchakning kosinusi deb (1;0) nuq­tani koordinatalar boshi atrofida* a *burchakka burish natijasida hosil bo‘lgan nuqtaning abssissasiga ayti- ladi* (cosa kabi belgilanadi).

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image76.jpegBu ta’riflarda a burchak graduslarda, shuningdek,radianlarda ham ifodalanishi mumkin.

*П*

Masalan, (1; 0) nuqtani ~ burchakka, ya’ni 90° ga burishda (0; 1) nuqta hosil qiliiiadi. (0; 1) nuqtaning ordiuatasi 1 ga teng,shuning uchun

sin- = sin90° = 1;

2

bu nuqtaning abssissasi 0 ga teng, shuning uchun

cos ^ = cos90° = 0 .

Burchak 0° dan 180° gacha oraliqda bo‘lgan holda sinus va ko- sinuslaming ta’riflari geometriya kursidan ma’lum bo'lgan sinus va kosinus ta’riflari bilan mos tushishini ta’kidlaymiz.

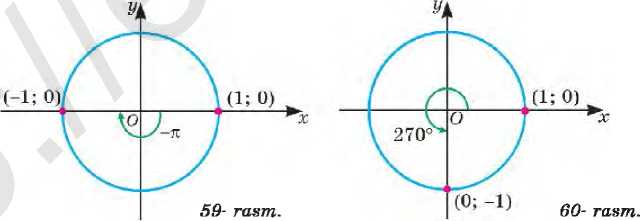
Masalan,

sin ^ = sin30° = 1, cosn = cosl80° = -1.

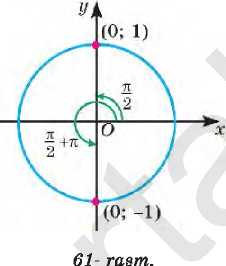
1. **masala. sin(-7r) va cos(-n) ni toping.**

A (1; 0) nuqtani -я burchakka burganda u (-1; 0) nuqtaga o‘tadi (59- rasm). Shuning uchun sin (-я)= 0,cos (-л) = -1. A

1. masala, sin 270° va cos 270° ni toping.

A (1; 0) nuqtani 270° ga burganda u (0; -1) nuqtaga o‘tadi (60-rasm). Shuning uchun cos 270° =0,sin 270°= -1. A

1. masala. sin\*=0 tenglamani yeching.

Д sin\* = 0 tenglamani yechish - bu si-

nusi nolga teng bo'lgan barcha burchak- larni topish demakdir.

Birlik aylanada ordinatasi nolga teng bo'lgan ikkita nuqta bor: (1; 0) va (-1; 0) (59- rasm). Bu nuqtalar (1; 0) nuqtani 0, я, 2я, Зя va hokazo, shuningdek, -я,—2я,-3я va hoka- zo burchaklarga burish bilan hosil qilinadi.

Demak, t = hn bo'lganda (bunda ft - istalgan butun son) sin\* = 0 bo'ladi. A

Butun sonlar to'plami Z harfi bilan belgilanadi. ft son Z ga tegishli ekanligini belgilash uchun keZ yozuvdan foydalaniladi („ft son Z ga tegishli" deb o'qiladi). Shu- ning uchun 3- masala javobini bunday yozish mumkin:

\* = *nk,k eZ.*

1. m a s a 1 a. cos\* = 0 tenglamani yeching.

Д Birlik aylanada abssissasi nolga teng bo‘lgan ikkita nuqta bor: (0,1) va (0; -1) (61-rasm).

Bu nuqtalar (1; 0) nuqtani -|+я, ^ + 2л va hokazo, shu­ningdek, ^-я, 2k va hokazo burchaklarga, ya’ni ^ + ftjc (bun­da ftEZ) burchaklarga burish bilan hosil qilinadi.

Javob**: \* = ^ + rcft**, keZ. **A**

1. masala. Tenglamani yeching: 1) sin\* = 1; 2) cos\* = 1.

Д 1) Birlik aylananing (0; 1) nuqtasi birga teng ordinataga ega. Bu nuqta (1; 0) nuqtani ^ + 2rcft,&eZ burchakka burish bilan hosil qilinadi.

2) (1; 0) nuqtani 2k,fteZ burchakka burish bilan hosil qilin- gan nuqtaning abssissasi birga teng bo‘ladi.

Я

Javob: \* = - + 2rcft bo'lganda sin\* = 1,

2

t = 2nk bo‘lganda cos\* = l,fteZ. A

1. ta’rif. *a burchakning tangensi deb a burchak sinusi- ning uning kosinusiga nisbatiga aytUadi* (tga kabi belgilanadi).

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image79.jpegShunday qilib, tg a = .

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image80.jpegcos a

Masalan, tgO°

**sinO**

cosO

. n Sin —

1

71

**COS —**

Ba’zan a burchakning kotangensidan foydalaniladi (ctga kabi belgilanadi). U ctga = formula bilan aniqlanadi.

**cos270° 0** n **, я 1 1** л

Masalan, ctg270° =

= — = 0, ctg- = = 1.

**sin270° -1 4 tff— 1**

K 4

sina va cosa lar ixtiyoriy burchak uchun ta’riflanganligini, ular- ning qiymatlari esa -1 dan 1 gacha oraliqda ekanligini ta’kidlab

o‘tamiz; tga — faqat cosa/0 bo4gan burchaklar uchun, ya’ni

**cosa**

a = ^ + nk, ksZ dan boshqa ixtiyoriy burchaklar uchun aniqlangan.

Sinus, kosinus, tangens va kotangenslaming ko'proq uchrab tu- radigan qiymatlari jadvalini keltiramiz.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 0  (0°) | n  6  (30°) | Я  4  (45°) | n  3  (60°) | n  2  (90°) | 71  (180°) | 3  —it  2  (270°) | 2л  (360°) |
| sina | 0 | 1  2 | Д  2 | S  2 | 1 | 0 | -1 | 0 |
| cosa | 1 | л/3  2 | x/2  2 | 1  2 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| tga | 0 | 1  л/3 | 1 |  | Mavjud  emas | 0 | Mavjud  emas | 0 |
| ctga | Mavjud  emas | л/3 | 1 | 1 | 0 | Mavjud  emas | 0 | Mavjud  emas |

1. ш a s а 1 а. Hisoblang:

4sin§ + -\/3cos§ — tg^.

**6 6 4**

Д Jadvaldan foydalanib,hosil qilamiz:

**4sin| + ^os|-tg| = 4-i+>/3-^-l =** 2,5. **A**

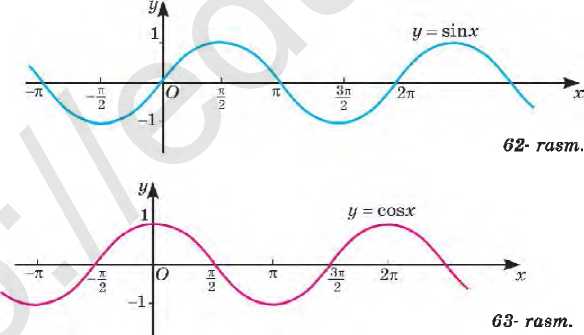
Sinus, kosinus, tangens va kotangenslarning bu jadvalga kirmagan burchaklar uchun qiymatlarini V.M.Bradisning to‘rt xonali matematik jadvallaridan,shuningdek,mikrokalkulator yor- damida topish mumkin.

Agar har bir haqiqiy x songa sinx son mos keltirilsa, u holda haqiqiy sonlar to‘plamida у — sinx funksiya beril- gan bo'ladi. у = cosx, y = tgx va y=ctgx funksiyalar shunga o'xshash aniqlanadi. у = cosx funksiya barcha xeR da aniq-

langan, у = tgx funksiya x^^ + %k, k£Z ,y = ctgx esa хфлк,

A e Z bo'lganda aniqlangan. у = sinx va у = cosx funksiya- larning grafiklari 62- va 63- rasmlarda tasvirlangan.

у = sinx, у = cosx, у = tgx, у = ctgx funksiyalar trigo- nometrih funksiyalar deyiladi.



1. Hisoblang:

1) sin—;

4

5) cos(-180°);

1. Agar:

1) since = i ;

4) cosa = -i;

2

2) cos^;

3) tg^;

7) cos(-135°);

4) sin(-90°);

8) sinl- —

04 • >/2

2) sina = ——;

2

o\ 4/3

**3) cosa = — ;** ’ 2

**6) cosa = i**

5) sina = -0,6;

bo‘lsa,birlik aylanada a burchakka mos keiuvchi nuqtani tasvirlang. Hisoblang (234-236):

1. 1) sm|+sin^; 4) sin0-cos2rc;
2. **1) tgrc + cosjt;**

4) созя—tg2Tr;

2) sin^-^j + cos^; 5) sinjt + sml,5w; 2) tg0°-tgl80°;

5) sin^-cos^;

**4 4**

236. 1) 3sin£ + 2cos£-tg£;

D Do

3) зттс-созя;

6) cosO-cos^tc. 3) tgii + simi;

6) tgj + ctgj. 2) 5sin| + 3tg£-cos£-10tg£;

1. ^tgj-tg^coaj; 4) sin|cos|-tgJ.
2. Tenglamani yeching:

l)2sina: = 0; | 2) lcos.r = 0; | 3)cosx -1 =0; | 4)l-sinjc = 0.

*a*

1. (Og‘zaki.) sina yoki cosa:
2. 0,49; 2)-0,875; 3) S; 4)2-л/2; 5) >/5-1

ga teng bo‘lishi mumkinrai? [[23]](#footnote-23)

20-§. SINUS, KOSINUS VA TANGENSNING

1. Tenglamani yeching:

1) sinx = -1; 2) cosx = -1;

4) cos0,5x = 0; 5) cos2x -1 = 0;

1. Tenglamani yeching:

**1) sin(x+7c)=-l;**

4) cos2(x +1)-1 = 0;

2) sin^L(x-1) - 0; 2

5) sin3(jc-2) = 0;

3) sin3x = 0;

6) l-cos3x = 0.

3) cos(x+rc) = —1; 6) 1 - cos3(x — 1) = 0.

ISHORALARI

1. Sinus va kosinusning ishoralari

Aytaylik,(l; 0) nuqta birlik aylana bo'yicha soat mili haraka- tiga qarama-qarshi harakat qhmoqda. Bu holda birinchi chorak (kvadrant)da joylashgan nuqtalarning ordinatalari va abssissalari

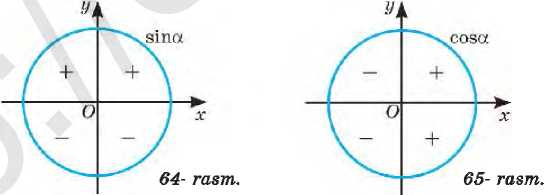
musbat. Shuning uchun, agar 0<a<^ bo‘lsa,sina> 0 va cosa>0 bo'ladi (64,65- rasmlar).

Ikkinchi chorakda joylashgan nuqtalar uchun ordinatalar mus­bat, abssissalar esa manfiy. Shuning uchun, agar — <a<ic boTsa,

2

sina>0, cosa < 0 bo'ladi (64, 65-rasmlar). Shunga o'xshash, uchinchi chorakda sina < 0,cosa < 0, to‘rtinchi chorakda esa since < 0,cosa > 0(64,65- rasmlar). Nuqtaning aylana bo'yicha bundan keyingi harakatida sinus va kosinuslarning ishoralari nuqta qaysi chorakda turganligi bilan aniqlanadi.

Sinusning ishoralari 64- rasmda, kosinusning ishoralari esa 65- rasmda ko‘rsatilgan.



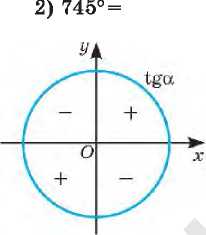
8 - Algebra, 9-smf uchun

**109**

Agar (1; 0) nuqta soat mili yo‘nalishida harakat qhsa, и hol- da ham sinus va kosinusning ishoralari nuqta qaysi chorakda joylashganiga qarab aniqlanadi; buni 64, 65- rasralardan bilish ham mumkin.

1-masala. Burchak sinus va kosinuslarining ishoralarini aniqlang: 1)^; 2) 745°; 3)-^.

Д 1) ^ burchakka birlik aylauaning ikkinchi choragida joy­lashgan nuqta mos keladi. Shuning uchun sin^p>0, cos^p<0.

2-360°+25 bo‘lgani uchun (1; 0) nuqtani 745° ga bu- rishga birinchi chorakda joylashgan nuq­ta mos keladi. Shuning uchun sin745°> 0, cos745°> 0.

*66- rasm.*

1. -ж—y-<—jbo‘lganiuchun(l;0) nuq­taniburchakka burganda uchinchi cho­rakda joylashgan nuqta hosil qilinadi. Shu­ning uchun sin^-—j<0, cos^-— j<0. A
2. Tangensning ishoralari

Ta’rifga ko‘ra tga. = . Shuning uchun,agar sina va cosa

bir xil ishoraga ega bo‘lsa, tga > 0, sina va cosa qarama-qarshi ishoralarga ega bo‘lsa, tga<0 bo'ladi. Tangensning ishoralari 66- rasmda tasvirlangan.

ctga ning ishoralari tga ning ishoralari bilan bir xildir.

2- m a s a 1 a. Burchak tangensining ishoralarini aniqlang:

1. 260°; 2) 3.

A 1) 180° < 260° < 270° bo'lgani uchun tg260° > 0.

1. !<3<Tt bo‘lgani uchun tg3<0. A

242. Agar:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| i)sin(f-“); | 2) cos(f+a); | 3) tg(|ji-a) |
| 5) cos(a-jr); | 6) tg(a-n); | 7) cos(a-f' |

4) a = -210°;

l)a = |; 2) a = ^; 3) cc=210°;

6) a = 736°; 6) a = 848°; 7) <x = ^;

bo‘lsa, (1; 0) nuqtani a burchakka burishda nuqta qaysi chorakda yotishini aniqlang.

1. Agar:

1) a = ^; 2) a = ^; 3) а = -|л;

6) a= 740°; 6)cc = 510°; 7) a = -^;

bo‘lsa,sina sonning ishorasini aniqlang.

1. Agar:

1) а = |я; 2) a = ^7t; 3) a = -^;

5) a = 290°; 6) a = -150°; 7)a = ^;

bo‘lsa,cosa sonning ishorasini aniqlang.

1. Agar:

8) a = ^

hosil bo'lgan

1. a = -|n; 8) a = 361°
2. “ = -fn;

8) a = -100°

1. Sinus va kosinuslarning ishoralari bir xil (har xil) bo‘ladigan a sonning 0 dan 2n gacha oraliqda joylashgan barcha qiy- matlarini toping.
2. Sonning ishorasini aniqlang:

sin^

l)sin^sin^; 2)cos^cos^; 3)—^ \ 4)tg^ + sin|.

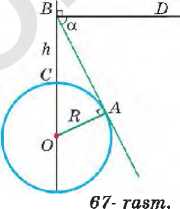
**cos ^**

1. Ifodalarning qiymatlarini taqqoslang:

1) sin0,7 va sin4; 2)cos 1,3va cos2,3.

1. Tenglamani yeching:

1) sin(57c+x) = l; 2) cos(x-Зя) = 0;

3) cos|^ji + :kJ =-1; 4) sin^-jc + ^j = -1.

1. Agar:

1) sina + eosa = -l,4; 2) sina-cosa = 1,4;

1. sina + cosa = 1,4; 4) cosa-sina=l,2 bo‘lsa, a songa nios keluvchi nuqta qaysi chorakda joylashgan?
2. (Beruniy masalasi.) Tog‘ning baland- ligi h— BC va a—lABD burchak ma’lum bo‘lsa,Yer radiusi R ni toping (67-rasm).

21- §. AYNI BIR BURCHAKNING SINUSI, KOSINUSI VA TANGENSI ORASIDAGI MUNOSABATLAR

Sinus bilan kosinus orasidagi munosdbatni aniqlaymiz. Aytaylik, birlik aylananing M(x; y) nuqtasi (1; 0) nuqtani burchakka burish natijasida hosil qilingan bo‘lsin (68- rasm). holda sinus va kosinusning ta’rifiga ko‘ra,

а Еэ

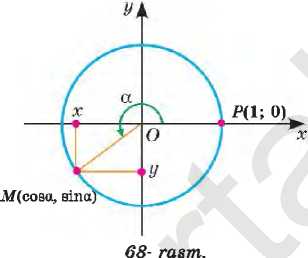
x = cosa, у = sina

bo'ladi.

M nuqta birlik aylanaga tegishli, shuning uchun uning (ж; у) koordinatalari x2 + у2 = 1 tenglamani qanoatlantiradi.

112

Demak,

sin2g + cos2a = l.~| (1)

(1) tenglik a ning istalgan qiymatida bajariladi va asosiy trigonometrik ayniyat deyiladi.

(1) tenglikdan sing ni cosg orqali va, aksincha, cosg ni sing orqali ifodalash mumkin:

(2) (3)

sing = ±vl - cos2g , cosg = ±Vl-sin2g -

Bu formulalarda ildiz oldidagi ishora formulaning chap qis- raida turgan ifodaning ishorasi bilan aniqlanadi.

1. masala. Agarcosa = -^ va n<a < n<a<^ bo'lsa, sina

ni hisoblang.

Д (2) formuladan foydalanamiz. n<a<^ bo'lgani uchun sing<0 bo‘ladi, shuning uchun (2) formulada ildiz oldiga ishora- sini qo‘yish kerak:

sina = -Vl-cos2g = -Jl = -^. A

1. masala .Agar sina = 4 va -£<g<0 bo‘lsa, cosg ni hisoblang.

*o 2*

Д < a < 0 bo‘lgani uchun cosg> 0 bo'ladi va shuning uchun (3)

formulada ildiz oldiga „+“ ishorasini qo‘yish kerak:

cosg - Vl-sin2a - ^1-i = . A

8 - Algebra, 9-ainf uchun

**113**

Endi *tangens bilan kotangens orasidagi bog‘lanishni* aniqlay- miz.

Tangens va kotangensning ta’rifiga ko‘ra:

ctga = -

***tga-***

Bu tengliklarni ko'paytirib,

tgq ctgq = l |

(4)

tenglikni hosil qilamiz. (4) tenglikdan tgq ni ctga orqali,va aksin- cha,ctgq ni tgq orqali ifodalash mumkin:

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image87.jpeg(5)

tga =

l

**ctga ’**

(6)

(4)-(6) tengliklar a\*^k, keZ bo‘lganda o'rinlidir.

1. masala. Agar tgq = 13 bo‘lsa,ctgq ni hisoblang.

Д (6) formula bo'yicha topamiz: ctga = x^ = -L A

tgOC lo

1. masala. Agar sinq = 0,8 va ^<a<7i bo‘lsa,tgq ni hisob­lang.

Д (3) formula bo‘yicha cosq ni topamiz. |<a<n bo'lgani uchun cosq < 0 boTadi. Shuning uchun

cosa = -Vl-sin2a = -^1-0,64 = -0,6 .

**Demai,tga = ^ = -g = -|. A**

Asosiy trigonometrik ayniyatdan va tangensning ta’rifidan foy- dalanib, tangens bilan kosinus orasidagi munosabatni topamiz.

Д cosq \* 0 deb faraz qilib, sin2q + cos2q = 1 tenglikning ik-

kala qismini cos2q ga bo‘lamiz: cos^a+siiAt \_—1 ^undan

**cos-fa cos-fa**

Agar cosa 0 bo‘lsa,ya’ni + keZ bo‘lsa,(7) formula to‘g‘ri bo‘ladi.

1 + tgra

2^\_1

' 2 '  
cos a

**(7)**

(7) formuladan tangensni kosinus va kosinusni tangens orqali ifodalash mumkin.

1. m a s a 1 a. Agar cosa = -§ va Щ< a < я bo‘lsa, tga ni hisob-

D ^

lang.

A (7) formuladan hosil qilamiz:

**tg2a= Л, 1 1**

**cos2 a**

-!)

\_ i=i6.

2 9

Tangens ikkinchi chorakda manfiy, shuning uchun tga = -1 A

О

6- m a s а 1 а. Agar tga=3 va л < a < ^ bo‘lsa, cosa ni hisob- lang.

A (7) formuladan topamiz:

cos2a = —Ц- =

**l+tg2a 10**

я < a < 4^ bo'lganiuchun cosa<0 va shuning uchun cosa = ->/0,1 .A

*M ashqlar*

1. Agar:
2. cosa = ljj va Щ^<а<2п bo‘lsa,sina va tga ni;
3. sina = 0,8va |<а<я bo‘lsa,cosa va tga ni;
4. cosa = -| va £<а<я bo‘lsa,sina,tga va ctga ni;

*o z*

1. sina = -^ va^<a<y bo‘lsa,cosa,tga va ctga ni;
2. tga = l^ уажас^у bo‘lsa,sina va cosa ni;
3. ctga = -3va ^р<а<2я bo‘lsa,sina va cosa ni hisoblang.
4. Asosiy trigonometrik ayniyat yordamida tengliklar bir vaqt- da bajarilishi yoki bajarilmasligini aniqlang:

1) sina = l va cosa=l; 2) sina = 0va cosa = -l ;

1. sina = -4 va cosa = ; 4) sina = 1 va cosa = -i.
2. Tengliklar bir vaqtda bajarilishi mumkinmi:
3. sina = ^ va tga = -щ ; 2) ctga = ^ va cosa = | ?
4. Aytaylik, to‘g‘ri burchakli uchburchakning burchaklaridan biri bo£lsin. Agar sina = bo‘lsa,cosa va tga ni toping.
5. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagining tangensi

2л/2 ga teng. Shu burchakning kosinusini toping.

1. Agar cos4a-sin4a = | bo‘lsa,cosa ni toping.
2. sina = bo‘lsa,cosa ni toping;
3. cosa = -— bo‘Isa, sina ni toping.

*•JE*

1. tga = 2 ekaaligi ma’Lum. Ifodaning qiymatini toping: [[24]](#footnote-24) [[25]](#footnote-25)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | ctga+tga ctga-tga \* | sina-cosa . sina+cosa ’ | 3) | 2sinot+3cosa i 3sina-5cosa > |
| 4) | si и 2 a-2 cos2 a . sin2a-cos2a ’ | 3sina-2cosa . ' 4sina+cosa ’ | 6) | 3sin2a+cos2a 2sin2a-coa2a " |

l + ctg2a =

tenglikning o‘rinli ekanligini isbotlang.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | 22-§. TRIGONOMETRIK AYNIYATLAR |

1-masа 1 а. аф-nk, keZ bo‘lganda

l

**sin2ot**

(1)

Д Kotangensning ta’rifiga ko4ra ctgo, = va shuning uchun

1 + ctg2a = 1 +

**cos2a \_ sin2a+cos2a \_ sin2a sin2a**

1

**ain2ra ‘**

**(**2**)**

Bu shakl almashtirishlar to‘g4ri,chunki а Ф nk,keZ bo'lganda sina^O. A

(1) tenglik a ning mumkin bo'lgan barcha (joiz) qiymatlari uchun o'rinli, ya’ni uning chap va o‘ng qismlari ma’noga ega bo‘ladigan barcha qiymatlari uchun to‘g‘ri bo‘ladi. Bu kabi tenglik- iar ayniyatlar deyiladi.bunday tengliklami isbotlashga doir masala- lar ayniyatlarni isbotlashga doir masalalar deyiladi.

Kelgusida ayniyatlarni isbotlashda, agar masalaning shartida talab qilinmagan bo‘lsa, burchaklaming joiz qiymatlarini izlab o'tirmaymiz.

1. masala. Ayniyatni isbotlang: cos2a = (1 — sina)(l + sina).

Д (1 - sina)(l + sina) = 1 - sin2a = cos2a. A

1. m a s а 1 а. Ayniyatni isbotlang: eosa = .

**J** J **& 1-sina cosa**

Д Bu ayniyatni isbotlash uchun uning chap va o‘ng qismla- rining ayirmasi nolga teng ekanligini ko‘rsatamiz:

**cosa 1+sina \_ cos2a-(l-sin2a) \_ cos2a-cos2a \_ q A 1-sina cosa cosa(l-sina) cosa(l-sina) '**

1-3- masaialarni yechishda ayniyatlarni isbotlashning quyidagi usullaridan foydalanildi: o‘ng qismida shakl almashtirih,uni chap qismiga tengligini ko'rsatish; o‘ng va chap qismlarining ayir-masi nolga tengligini ko'rsatish. Ba’zan ayniyatlarni isbotlashda uning o‘ng va chap qismlarining shaklini almashtirib bir xil ifo- daga keltirish qulay.

**l-tg2a** 4 **• 4**

4- m a s a 1 a. Ayniyatni isbotlang:

—= cos a-sin a. l+tgJa

**cos2a-sin2a**

**cos2a+sin2a**

**a.**

**^ sin2a** Д **l~tg2q \_ co^a l+tg2a i Bin2a cos2a**

= cos2a-sin2

cos4a - sin4a = (cos2a—sin2a)(cos2a 4- sin2a) = cos2a - sin2a.

Ayniyat isbotlandi, chunki uning chap va o‘ng qismlari cos2a-sin2a ga teng. A

1. m a s a 1 a. Ifodani soddalashtiring: tga+ctga •

**A**

i \_ i

**tga+ctga sina.cosa COSa+aina**

**stnacosa**

**sin2a+cos2a**

= sinacosa.

**A**

Trigonometrik ifodalami soddalashtirishga doir masalalar yechish- da, agar masalaning shartida talab qilinmagan bo‘lsa, burchaklar- ning qabul qilishi mumkin bo‘lgan joiz qiymatlarini topmaymiz.

*M ashqlar*

1. Ayniyatni isbotlang:
2. (l-cosa)(l+cosa) = sin2a;

2) 2 - sin2a - cos2a = 1; 4) -\*\*£§- =ctg2a;

**l-cos^a**

1. -^f- = tg2a;

**l-sinza**

5)

**l+tg2a**

+sin2a = l;

6)

**1+Ctg2!**

-+co8 a = 1.

**1+cosa sina**1 + 1  
**l+tgza l+ctg2a**

8) tg2a - sin2a = tg2asin2a.

1. Ifodani soddalashtiring va uning son qiymatini toping:

5)

**7)**

**1+cosa 2**

**sina** = 1 •

6)

**sina \_ 1+cosa . 1-cosa sina ’**

1) sitl2(X. 1, bunda a = ^» 2) —^—-1, bunda a = ^;

**l-cos2a ® cos2a ®**

1. cos2a + ctg2a + sin2a, bunda a = ^;
2. cos2a + tg2a + sin2a, bunda a = ^.
3. Ayniyatni isbotlang:

1) (1 +tg2a)cos2a;

*r*

1 + tg2a + 1

sin2acos2a;

270. Ayniyatni isbotlang:

1) (1-cos2aXl + cos2a) = sin22a; 3) cos[[26]](#footnote-26) [[27]](#footnote-27)a - sin4a = cos2a - sin2a;

2) sin2a(l+ctg2a); 4) i±^l-tg2a.

' **l+ctg2a**

**sina 1 \_ 1**

**1—sina** 9

1) (1 -sin2a)(l + tg2a) = 1; 2) sin2a(l + ctg2a) - cos2a = sin2a.

**3)**

-

**■** ^ . **sin a** J

2)

1. Ifodani soddalashtiring va uning son qiymatini toping:
2. <а1Д£5Г)г - (1 + ctg2a), bunda a = f;
3. (i+tg2a)-(si7;Xs")2> bunda°=g-
4. Agar sina-cosa = 0,6 bo‘lsa,sinacosa ning qiymatini toping.
5. Agar cosa-sina-0,2 bo‘lsa,cos3a-sin3a ning qiymatini toping.
6. Tenglamani yeching:
7. 3cos2ac - 2sinar = 3 - 3sin2jc;
8. cos2jc - sin2x — 2sinjc - 1 - 2sin2je.

23- §. a VA -а BURCHAKLARNING SINUSI, KOSINUSI, TANGENSI VA KOTANGENSI

Aytaylik.birlik aylananing M1 va M2 nuqtalari P( 1; 0) nuqtani, mos ravishda, a va -a burchaklarga burish natijasida hosil qi- lingan bo‘lsin (69- rasm). U holda Ox o‘q МгОМ2 burchakni teng ikkiga bo'ladi va shuning uchun va M2 nuqtalar Ox o‘qqa nisbatan simmetrik joylashgan. Bu nuqtalarning abssissalari bir xil bo‘ladi, ordinatalari esa faqat ishoralari bilan farq qiladi. Ml nuqta (соза; sina) koordinatalarga, M2 nuqta (cos(-a); sin(-a)) koordinatalarga ega. Shuning uchun

sin(-a) — -sina, cos(-cx) — cosa.| (1)

Tangensning ta’rifidan foydalanib, hosil qilamiz: tg(-a) = ^=4 = = -tga I

**cos(-a) cos a** ° \

Demak,

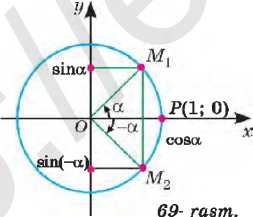
tg(-q) tgq. | (2)

Shunga o'xshash,

ctg(-a) ctga. (3)

(1) formula a ning istalgan qiymatida o'rinli bo‘ladi,(2) for­mula esa аФ^ + nk, ke bo'lganda o‘rinlidir.

Agar а Ф nk, k^Z bo‘lsa, u holda ctg(-a) = -ctga bo‘lishini ko'rsatish mumkin.

(1)—(2) formulalar manfiy burchak- lar uchun sinus, kosinus va tangens­ning qiymatlarini topishga imkon be- radi.

Masai an:

sin(-p = -sin| = -I, cos(-^) = cos| = ^, tg(-f)=-tgf=S-

***Mashqlar***

1. Hisoblang:

**l+tg2(-30°)**

1. cos(-|)sin(-|)+tg(--|); 2) 1+ctg2( зо°);
2. 2ain(-1 )cos(-1)+tg(-1)+sin2 (- f );
3. cos( 7i)+ctg(-1) - sin(-1 n) + ctg(-^).
4. Ifodani soddalashtiring:
5. tg(-a)cosa + sina; 2) cosa - ctga(-sina);

**3)**

**cos(-a)+sin(-a) cos2a-sin2a** ’

4) tg(-a)ctg(-a) + cos2(-a) + sin2a.

1. Ayniyatni isbotlang: cos2a-sin2a + tg(-a)cos(-a) = cosa ■

**cosa+sin(-a)**

1. Hisoblang:

**34n\*(-f]W(-|)**

2cos^j ’

1. 2sin^--J-3ctg^-^j + 7,5tg(-7c)+icos^-^Ti:J.
2. Soddalashtiring:

**sin3(-a>4-cos3(-a) l-(sina+eos(-a))2**

**l-sin(-a)cos(-a) ’ ■“) -sin(-a)**

24- §. QO SHISH FORMULALARI

Qa'shish formulalari deb cos(a ± P) va sin(a ± P) larni a va P burchaklaming sinus va kosinuslari orqali ifodalovchi formu- lalarga aytiladi.

Teorema. Ixtiyoriy а ш p *uchun quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:*

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image89.jpeg**cos(a + P) = cosacosp - sinasinp. (1)**

О M0 (1; 0) nuqtani koordinatalar boshi atrofida a, -p, a + p radian burchaklarga burish natijasida, mos ravishda, Ma, M\_p va M . nuqtalar hosil bo‘ladi, deylik (70- rasm).

Sinus va kosinusning ta’rifiga ko‘ra, bu nuqtalar quyidagi koordinatalarga ega:

(cosa; sina), M\_p (cos(-p); sin(-p)),

**Ma+P (cos(a + P); sin(a + P))-**

ZM„OM =^M .OM bo'lgani uchun MJDM va M ,OM

0 (i-t-p -p a e 0 a+p -p a

teng yonli uchburchaklar teng va,demak,ularning MQMa+^va M Ma asoslari ham teng. Shuning uchun

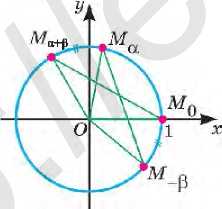
Geometriya kursidan ma’lum bo'lgan ikki nuqta orasidagi ma- sofa formulasidan foydalanib, hosil qilamiz:

(1 - cos(a + P))2+(sin(a + P))2= (cos( - p) - cosa)2+(sin( - p) - sina)2. 23-§ dagi (1) formuladan foydalanib, bu tenglikning shaklini ai- mashtiramiz:

1 - 2cos(a + p) + cos2(a + p) + sin2(a + p) =

= cos2P — 2cosPcosa + cos2a + sin2P -I- 2sinPsina + sin2a. Asosiy trigonometrik ayniyatdan foydalanib,hosil qilamiz:

1. - 2cos(a + P) = 2 - 2cosacosP + 2sinasinP,



*70- rasm.*

bundan cos(a + p) = cosacosp —sinasinp. ф

1- m a s а 1 а. cos 75° ni hisoblang.

Д (1) formula bo'yicha topamiz:

cos75° = cos(45° + 30°) =

= cos45°cos30° - sin45osin30° =

= 42\_ ^/3\_л/2 1 \_ Уб-л/2 A 2 2 2 '2 4 ‘ ш

**(1) formulada (3 ni -p ga almashtirib,hosil qilamiz: cos(a - P) = cosacos(-p) - sinasin(-P),**

**bundan**

**^ cos(a — p) = eosacosp + sinasinp.**

1. **m a s а 1 а. cosl5° ni hisoblang.**

**Д (2) forraulaga ko‘ra,hosil qilamiz:**

**cos 15° = cos(45° - 30°) = cos45°cos30° + sin45°sin30°**

*= Ж A+M.* i \_ *A+yl2 A*

**2 2 2 2 4 '**

1. **m a s a 1 a. Ushbu formulalarni isbotlang:**

cos

**It .** . f **It ^**

**— a I = sma, sin I—al =**

**cosa.**

(3)

**Д a = | bo‘lganda (2) formulaga asosan:**

**ya’m**

cos| —pJ = cos^cosp + sin^sinp = sinp,

**cos^—-pj = sinp Bu formulada** P **ni** a **ga almashtirib,hosil qilamiz:**

(4)

**c°s(i-a] =**

sma.

**(4) formulada p = |-a deb faraz qilsak:**

‘(H-1

**(1)—(4) formulalardan foydalanib,**sinus uchun qo'ahish formulasini **keltirib chiqaramiz:**

**sin (a + P)=cos^- - (a + p) j = cos - a j - p**

sin

**= cosa.**

= cos| —a |cos

.2

p + sin^— - ajsinp = sinacosp + cosasinP

**О**

sin(a + p) = sinacosp + cosasinp.

(5)

(5) formulada p ni -p ga almashtirib,hosil qilamiz:

sin(a - P) = sinacos(-p) 4- cosasin(-p),

bundan

**sin(a — p) sinacosp — cosasinp. (6)**

**О**

1. m a s а 1 а. sin210° ni hisoblang.

Д sin210° = sin(180° + 30°) =

= sinl80°cos30° + cosl80°sin30° =0.^+(-l).I = -I. A

1. m a s a 1 a. Hisoblang:

sin ^ cos § - sin § cos %

1. **7 7 7.**

Д

. air K , я 8я , |8i i| . a

sm^cos—sin—cos— = sml = smn=0. A

**7 7 7 7 V 7** 7J

Tenglikni isbotlang:

**6- masala.**

tg(a + P) =

**tga+tgp 1-tgatgp ‘**

(7)

**д + о . \_ sin(a+p) \_ sinacosp i cosasinp**

**®' cos(a+P) cosacosp-sinasinp ‘**

Bu kasrning surat va maxrajini cosacosP ga bo‘lib, (7) formu- lani hosil qilamiz. A

(7) formula hisoblashlarda foydali bo‘lishi mumkin. Masalan,shu formula bo‘yicha topamiz:

tg225“ = tg(180°+45°) =

**tgl80°+tg45°**

**l-tgl80°tg45°**

**= 1.**

*Mashqlar*

Qo‘shish formulalari yordamida hisoblang (280—281):

1. cosl35°; 2) cosl20°; 3) cosl50°; 4) cos240°. 124
2. cos57°30'cos27°30' + sin57°30,sin27°30';
3. cosl9°30'cos25°30' - sinl9°30'sin25°30';
4. co3^cosl|^-sm^sinli2L;

4) cos ^ cos j + sin ^ siny.

282. 1) cos^-+aj, bunda sina = -jL va 0< a<

1. cosf a—— I, bunda cosa = —— va— <a<n.

I 4J 3 2

Ifodani soddalashtiring (288—284):

283. 1) cos3acosa - sinasin3a; 2) cos5pcos2p + sin5psin2p;

оч Гя "1 f бя f я ^ . Г 5те

1. cosl—halcosl al-sinl- + alsml a I;

**..** (l% **'i** (2n **") .** ( 7k . f2я **'**

1. cos^— + aJcos^— + aj + sin^— + ajsin —+ a ‘

. 1) cos(a + P)+cos^-ajcos^-pj;

1. sin^--ajsin^--pj-cos(a-p).

Qo‘shish formulalari yordamida hisoblang (285—286): 285. 1) sin73°cosl7° + cos73°sinl7°;

1. sin73°cosl3° - cos73°sinl3°;
2. sin cossincos ; 4) sin cossincos .

*La La La La La La La la*

bunda cosa = -f vait<a<%

286.1) sin^oc+— j,

2) sin^-aj,

О £

bunda sina = ^va f < a < я.

o £

1. Ifodani soddalashtiring:
2. sin(a+p)+sin(-a)cos(-p); 2) cos(-a)sin(-p)-sin(a-p);

p -sin(a~P);

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| COS | f\* 1 | sinl | --p' |
|  | U J |  | ,2 ) |

V2

1. sin (a + p)+sin — - a sin (-p).
2. Agar sina = -|, |ji<a<2n va sinp = ^, 0<p<^ bo‘lsa, cos(a + P) va cos(a - P) ni hisoblang.
3. Agar cosa=-0,8, §<а<к va sinp = -l§, л<р<^ bo'lsa,

*A 1 о A*

sin(a — P) ni hisoblang.

1. Ifodani soddalashtiring:

**1) cos^7i-aj + cos^a + ^j. 2) sin^oH-|jtj-sin^j-a .**

3)

**2cosasinp+ein(a-{!) , 2cosacosp-cos(a-p)** ’

4)

**cosacosp-coe(a+p) cos(a-p)-sinasinp '**

292.Ifodani soddalashtiring:!)

2)

**tg29°+tg31° l-tg29°tg31D »**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 25-§. | IKKILANGAN BURCHAKNING SINUSI VA KOSINUSI |
| Qo‘shish formulalaridan foydalanib, ikkilangan burchakning | | |

*sinusi va kosinusi formulalarini* keltirib chiqaramiz.

**„ л/2соаа-2со9| ?-a ] \_**

**3) *U J = \_^tga ;***

**2sin|^+a ]--</3sina**

C09a-2eoa[ r-

4) 1 = -V3tga •

**2Bin^a~J->/3sina**

sin2a = 2sinacosa.

1. masala. Agar sina = -0,6 va bo'lsa, sin2a ni

(1)

hisoblang.

A (1) formula bo‘yicha topamiz:

sin2a = 2sinacosa = 2 • (—0,6) ■ cosa = -l,2cosa. я < a < bo'lgani uchun cosa < 0 bo‘ladi va shuning uchun:

A

cosa = -Vl-sin2a = -^1-0,36 = -0,8.

Demak,sin2a = -1,2 ■ (-0,8) = 0,96. A

1. cos2a = cos(a + a) = cosacosa - sinasina = cos2a — sin2a. Shunday qilib,

cos2a = cos2a - sin2a.

**(2)**

1. mas ala. Agar cosa = 0,3 bo‘lsa,cos2a ni hisoblang.

A (2) formuladan va asosiy trigonometrik ayniyatdan foy- dalanib, quyidagini hosil qilamiz:

cos 2a = cos2a - sin2a = cos2a - (1 - cos2a) =

= 2cos2a -1 = 2- (0,3)2 - 1 = -0,82. A

1. m a s а 1 а. Ifodani soddalashtiring: •

**A**

**sinaeosa \_ 2sinacosa**

**1—2sin2a 2 (sin2a+cos2a-2sin2a)**

**sin2a**

**2(cos2a-ein2a)**

**A**

**\_ sin2a 2cos2a**

= Itg2a.

1. m a s а 1 а. Agar tga = i bo'lsa, tg2a ni hisoblang.

**A**

tg(a + 0) =

**tgot+tgfS**

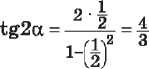
**1-tgatgP**

formulada (3 = a deb faraz qilib (24-§ ga qarang), hosil qilamiz:

**О (3)**

bo‘lsa,u holda (3) formula bo‘yicha topamiz:

Agar tga = }

.A

*M ashqlar*

Hisoblang (293-294):

1. 1) 2sinl5°cosl5°;
2. (cos75° - sin750)2;
3. 1) 2sin|cos|;
4. sin^cos^ + i;
5. Agar:

1) sina = va ^< a < я; bo‘lsa,sin2a nl hisoblang.

1. Agar:

1) cosa = |; 2) sina = -|

2) cos215° - sin215°;

1. (cosl5° + sinl50)2.

2) cos21-sin21;

1. ^-(cos| + sin|) •

2) cosa = — ^ va я < a < ^

bo'lsa, cos2a ni hisoblang.

Ifodani soddalashtiring (297—298):

1. C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image92.jpegsinacosa;

2) cosacos

1. sin2a + (sina - cosa)2

3) cos4a + sin22a;

298. 1)^;

sin2a  
1 cos2a >

3) (sina+cosa)2-l >

**l+cos2a 4) l-coe2a ■**

1. Ayniyatni isbotlang:

1) sin2a = (sina + cosa)2 -1; 2) (sina - cosa)2 = 1 - sin2a;

1. cos4a - sin4a = cos2a; 4) 2cos2a - cos2a = 1.
2. Agar:

1) sina + cosa = i; 2) sina-cosa = -i; 3) sina-cosa = i

bo‘lsa,sin2a ni hisoblang.

1. Ayniyatni isbotlang:

1) 1 + cos2a = 2cos2a; 2) 1 - cos2a = 2sin2a.

1. Hisoblang:

1) 2cos215° - 1; 2) 1 - 2sin222,6°;

1. 2cos2|-l; 4) l-2sin2
2. Ifodani soddalashtiring:

1) 1 - 2sin25a; 2) 2cos23a - 1; 3) 1,~^J82aa ;

**7 ’ ' 9 7 am|cos| 9**

1. 2cosJ 1; 5) 1 + cos4a; 6) 1 - 2cos25a.

sin.2a *’ ' ’ '*

1. Ayniyatni isbotlang:

**1) cos2a -ctga-1; 2) sin2a-2cosa =-2ctga i**

**sinacosa+sin^a sina-sin2 a**

1. tga(l + cos2a) = sin2a; 4) - ctga = 1.
2. Agar tga = 0,6 bo‘lsa,tg2a ni hisoblang.

**2tg|**

1. Hisoblang: 1) l ig\*n ;

**„ 6tgl5° . „ 4tg75°**

**l-tg215° ’ l-tg275° •**

| 26- §. KELTIRISH FORMULALARI

Sinus, kosinus,tangens va kotangens qiymatlarining jadvallari

0° dan 90° gacha (yoki 0 dan ^ gacha) burchaklar uchun tuziladi.

Bu hoi ularning boshqa burchaklar uchun qiymatlari o‘tkir bur­chaklar uchun qiymatlariga keltirilishi bilan izohlanadi.

1. masala. sin870° va cos870° ni hisoblang.

Д 870° = 2'360° + 150°. Shuning uchun P(l; 0) nuqtani koor- dinatalar boshi atrofida 870° ga burganda nuqta ikkita to‘la ayla- nishni bajaradi va yana 150° burchakka buriladi, ya’ni 150° ga burishdagi M nuqtaning xuddi o‘zi hosil bo'ladi (71-rasm). Shuning uchun sin870°— sinl50° cos870° - cosl50°.

M nuqtaga Oy o‘qqa nisbatan simmetrik bo'lgan Mi nuqtani yaeaymiz (72- rasm). M va ML nuqtalarning ordinatalari bir xil, abssissalari esa faqat ishoralari bilan farq qiladi. Shuning uchun

sin 150° = sin30° = \; cosl50° = -cos30° = .

Javob: sin870° = 1, cos870° = . ▲

1-masalani yechishda

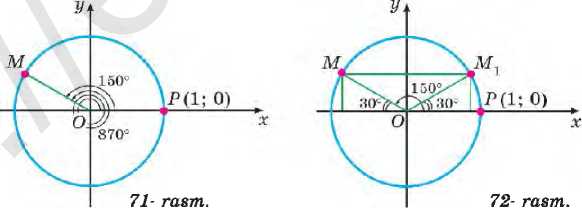
sin(2 • 360° +150°) = sin 150°, cos(2 • 360° +160°) = cos 150°, (1) sin(180° - 30°) = sin30°, cos(180°-30°) — cos30° (2)

tengliklardan foydalanildi.

(1) tenglik to‘g‘ri tenglik, chunki P(l; 0) nuqtani a +2irk, ktZ burchakka burganda uni a burchakka burgandagi nuqtaning ayni o‘zi hosil bo‘ladi.

Shuning uchun ushbu formulalar to‘g‘ri bo'ladi:

**sin(a + 2rcfc) = sina, cos(a + 2nk) = cosa, keZ. (3)**



Xususan,\* = 1 bo‘lganda:

sin(a + 2jt) = sina,cos(a + 2я) = cosa tengliklar o'rinlidir.

1. tenglik

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image94.jpeg**sin(a - a) = sina, cos(n - a) = - cosa (4) j**

formulalarning xususiy holi sanaladi.

sin(7t - a) = sina formulani isbot qilamiz.

О Sinus uchun qo‘shish formulasini qo‘llab,hosil qilamiz:

sin(n - a) — sinrccosa - cosTtsina —

= 0\*cosa - (- l)\*sina = sina. Ф

(4) formulalarning ikkinchisi ham shunga o‘xshash isbot qilinadi. (4) formulalar heltirish formulalari deyiladi. (3) va (4) formulalar yordamida istalgan burehakning sinus va kosi- nusini hisoblashni ularning o‘tkir burchak uchun qiymatlarini hisoblashga keltirish mumkin.

1. masala. sin930° ni hisoblang.

Д (3) formuladan foydalanib,hosil qilamiz:

sin930° - sin(3 ■ 360° - 150°) - sin(-150°).

sin(-a) = -sina formula bo‘yicha sin(-150°) = -sinl50° ni ho- sil qilamiz.

(4) formula bo‘yieha topamiz:

- sinl50° = - sin(180° - 30°) = - sin30° =-

Javob: sin930°=-i. A

1. m a s a 1 a. cosni hisoblang.

Д COsi|^ = cos(4rc -^) = COS(-p = cos^ = ^. A

Endi istalgan burchakning tangensini hisoblashni o‘tkir bur- chakning tangensini hisoblashga qanday keltirish mumkinligini ko‘rsatamiz.

1. formuladan va tangensning ta’rifidan tg(a + 2%k) = tga ,kcZ

tenglik kelib chiqadi.

Bu tenglik va (4) formuladan foydalanib,hosil qilamiz: tg(a + 71) = tg(oc + it - 2it) = tg(a - я) = -tg(rc - a) =

**\_ \_ sin(ii-a) \_ \_ sing \_ cos(™-a) -cosa °**

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image95.jpegShuning uchun ushbu formula o'rinli bo‘ladi:

**tg(a + nk) = tga, kaZ.**

**(5)**

1. masala. Hisoblang: 1) tgii^; 2) tgif^-

**o 4**

Д 1) tgii^ = tg(4n-|) = tg(-|) = -tg| = ->/3 .

2) tg!|\*=tg(3n + f) = 1\*f = i. A 24- § da (3- masala)

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image96.jpegsin(^ - a) = cosa, cos(^ - a) = sina

formulalar isbotlangan edi,ular ham keltirish formulalari deb atala- di. Bu formulalardan foydalanib,masalan, sin£ = cos^, cos^ = sinj

boob

**ni hosil qilamiz.**

x **ning istalgan qiymati uchun sin(x+27r)=sinx,** cos(x+2jt)=cosx **tengliklar to‘g‘riligi ma’lum.**

Bu tengliklardan ko'rinadiki, argument 2n ga o‘zgarganda si­nus va kosinusning qiymatlari davriy takrorlanadi. Bunday funk- siyalar davri 2n bo‘lgan davriy funksiyalar deyiladi.

**Agar shunday T Ф 0 son mavjud bo'lsaki, у = f(x) funksiyaning aniqlanish sohasidagi istalgan x uchun f(x — T) = f(x) = f(x + T) tenglik bajarilsa, fix) davriy funksiya deb ataladi.**

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image97.jpeg**T son fix) funksiyaning davri deyiladi.**

Bu ta’rifdan ko‘rinadiki, agar x son f(x) funksiyaning aniqla­nish sohasiga tegishli bo‘lsa,u holda x + T,x - T sonlar va,umu- тап,зс + Tn,neZ sonlar ham shu davriy funksiyaning aniqlanish sohasiga tegishli va f(x + Tn) = fix),neZ bo'ladi.

™

2% soni у — cosx funksiyaning eng kichik musbat davri ekanini ko‘rsatamiz.

О T > 0 kosinusning davri bo‘lsin, ya’ni istalgan x uchun cos(x + T)= cosx tenglik bajariladi. x = 0 deb, cosT = 1 ni hosH qilamiz. Bundan esa T = 2nk,ksZ. T > 0 bo'lganidan T quyida- gi 2n, 4%, Qn,... qiymatlarni qabul qila oladi va shuning uchun T ning qiymati 2% dan kichik bo'lishi mumkin emas. ф

*™*

*y* = sinx *funksiyaning eng kichik musbat davri ham 2x* ga *teng* ekanini isbotlash mumkin.

*M ashqlar*

Hisoblang (307-310):

1. sin^jt; 2) sinl7ji;

**3) cos7ji;**

7) sinl2,5Tt; 3) sin3630°; 7) tg585°;

**3) cosl20°;**

4) cos^n; 8) cos2025°. 4) ctg960°; 8) ctgi|^.

4) sin315°.

1. sin 720°; 6) cos540°;

308. 1) cos420°; 2) tg570°;

1. sin±|^; 6) tg^7t;
2. cosl50°; 2) sinl35°;

311.Ifodaning son qiymatini toping:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 310. 1) tg^; | 2) sin^; | 3) cos^p; |
| i) | 5) cos^-yj; | 6) tgf--  ^ 3 ) |

1. cos630° - sinl470° — ctgll25°;
2. tgl800° - sin495° + cos945°;
3. sin(-7rc)-2cos4|^-tg^;
4. cos(-93t)+28in^-^^j-ctg^-^^j.
5. Ifodani soddalashtiring:
6. **соз2(я - a) + sin2(a - я);**
7. **сов(я - a)cos(3rc - a) - sin(a - x)sin(a - Зя).**
8. Hisoblang:
9. cos7230° + sin900°;

2) sin300° + tgl50°;

4) л/2соз4,25я-^со8^^; ' V3 о

**cos(-540“)+aLn480°**

**6) tg405'>-ctg330o \***

1. 2дш6,5я-л/38ш1|^;

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image98.jpeg**sin(-6,5n)+tg(-7it)  
coa(-7n)+ctg(-16 ,25tc) >**

314. Ifodani soddalashtiring:

**sin^—-** a **j+sinfre-a)**

**^ cos(n-a)+sin(2ji-o!) ’**

**соа(я-а)+еоа**

sintpc-nj tg(7i-a)

**3) tg(a+rc)**

2)

**4)**

**siri(7t-a)-siii^2~-0t j ’**

ain2 (jc-a)+ain2 j

sin(n-a)

■ tg(я - a).

315. Uchburchakning ikkita ichki burchagi yig‘indisining sinusi uchinchi burchagining sinusiga tengligini isbotlang.

1) sin

H=

***. (з )***

3ml-тс-al = -1

2) cos I -+a I = -sina ;

3) cos =-sina; 4) sin

317. Tenglamani yeching:

1) cos^--xj = l; 2) sin(n-x) = l;

5) cos(jr-2x)= 1;

cosa;

4) sin| x— | = 1;

3) cos(x - я) = 0; 6) sin^-+xj = 0.

1. §. SINUSLAR YIG‘INDISI VA AYIRMASI. KOSINUSLAR YIGTNDISI VA AYIRMASI

1 - m a s а 1 а. Ifodani soddal ash tiring:

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image99.jpeg

Д Qo‘shish formulasi va ikkilangan burchak sinusi formulasi- dan foydalanib,quyidagiga ega bo'lamiz:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ( 71' | 1 - ( n } | ) - 71 |
| 1 a+— | + sin a | sin— |
| l 12, | 1 К 12 J | J 12 |

71 % 7C 7C 1 7C

sinacos — + cosasin — + sinacos cosasin — sin — =

**12 12 12 12J 12**

= 2sinacos ^ ■ sin ^ = sinasin 5 = 4 sina. A 1A 1Z b A

Agar ***sinuslar yig’indisi formulasi***

sina+ sinp = 2sin^i& cos | (1)

dan foydalanilsa, bu masalani soddaroq yechish mumkin. Shu for­mula yordamida quyidagini hosil qilamiz:

• ( 711 • ( ял

эт^ан—J + эт^а—J

я

31П— = 12

= 2sinacos ■ sin ^ = i sina.

Endi (1) formulaning o‘rinli ekanini isbotlayraiz.

О ~y~ = x, —Y~ = y **belgilash kiritamiz. Uholda** x+y=a, x—y = $ **va shuning uchun sina** + **sinp** = **sin(x** + y) + **sin(x** -y) = **sinxcosy** + **+ eosxsiny + sinxcosy - cosxsiny = 2sinxcosy = 2sin^pCOs^p. ф**

(1) formula bilan bir qatorda quyidagi *sinuslar ayirmasi formulasi, kosinuslar yig'indisi* va *ayirmasi formulalaridan* ham foydalaniladi:

sina - sinp = 2sin cos ,

cosa + cosp = 2cos cos ,

cosa - cosp = -2 sin sin .

(2)

**(3)**

**(4)**

(3) va (4) formulalar ham (1) formulaning isbotlanishiga o‘x- shash isbotlanadi; (2) formula p ni -p ga almashtirish bilan (1) for- muladan hosil qilinadi (buni mustaqil isbotlang).

1. masala. sin75° + cos76° ni hisoblang.

A sin75° + cos75° = sin75° + sinl5° =

= 2sin 75°+15° cos 75°215° = 2sm45acos30° = 2^--^- = ^-. A

1. m a s a 1 a. 2sina + V3 ni ko'paytmaga almashtiring.

д 2sina + V3 = 2

. . (а я'! (a %']

= 4sm —i— cos .

**V 2 б)** **V 2 6 J**

sina-

= 2| sina + sin— | =

3,

4- m a s a 1 a. since + cosa ifodaning eng kichik qiymati -72 ga, eng katta qiymati esa v"2 ga teng ekanini isbotlang.

Д Berilgan ifodani ko‘paytmaga almashtiramiz:

sina+cosa = sina + sin --a =2sin-cos a-- = -72 cos a-- \2 ) 4 { 4j l 4

Kosinusning eng kichik qiymati -1 ga,eng katta qiymati esa 1 ga teng bo'lgani uchun berilgan ifodaning eng kichik qiymati ■72 •(-!) = —72 ga,eng katta qiymati esa 72 • 1 = v2 ga teng. A

***Mas***

1. Ifodani soddalashtiring:
2. sin(i + a) + sm(^-a);

3) sin2 (£ + a) - sin2 (£ - a);

1. Hisoblang:
2. cosl05° + cos75°;
3. cos^^ + cos||;

5) sinfl-cos^;

1. Ko'paytmaga almashtiring:
2. 1 + 2sina; 2) 1 -
3. 1 + sina; 5) 1
4. Ayniyatni isbotlang:

**i) 9ina+ain3a =tg2a; ;**

**cosa+cos3a**

*lar*

1. cos(|-p)-cos(^+P);
2. cos2(a-|)-cos2(a + ^) ■
3. sinl05°-sin75°;
4. cosi^-cos||;
5. sinl05° + sinl65° .

2sina; 3) 1 + 2cosa;

cosa; 6) 1 + cosa;

**ain2a+9in4a \_ c-j;ga cos2cx-cos4a**

1. Ifodani soddalashtiring:

1)

**2(cosa+cos3a) \_ 2sin2a+sin4a ’**

2)

**l+Bina-coB2a-Bin3a  
2sin^a+sina 1**

■ 1) cos4a-sin4a + sin2a = V2cos^2a-— j.

04 *(2% Л (2n } n*

2) cosa + cosl— + al + cosl al = 0.

**ain.2a+Bi.n5a-Bin3a \_ 2sina . cosa+l-2ain2 2a**

324. 1)

**24 aina+ain3a+ain5a+ain7a \_ c^. cosa cos3a+cos5a cos7a ’**

1. Ko'paytma ko'rinishida yozing:
2. **cos22°+ cos24°+ cos26° + cos28°; 2) cos^ + cos^ + cos^.**
3. tga + tgp = ayniyatni isbotlang va hisoblang:

1) tg267° + tg93°; 2) tgf| + tgg; 3) tg99° + tg81°.

1. Ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) 1 - cosa + sina; 2) 1 - 2cosa + cos2a;

1. 1 + sina - cosa - tga; 4) 1 + sina + cosa + tga.

*Ill* *bobga doir mashqlar*

1. 0 < a < ^ bo'lsin. P(l; 0) nuqtani:

l)|-a; | 2) a - т; | 3)^-a; | 4)| + a; | 5)a-|; | 6) л-a

burchakka burish natijasida hosd bo'lgan nuqta qaysi cho- rakda yotishini aniqlang.

1. Burchak sinusi va kosinusining qiymatini toping:

1) Зя; 2) 4я; 3) 3,5я; 4) |я;

1. nh, keZ; 6) (2k + 1)я, keZ; 7) 2kn, AeZ; 8) 6,5jc.
2. Hisoblang:

**1) sm3n-cos^; 2) cos0-cos3rc+cos3,5;**

1. sin^fe + cos2ftn, bunda k - butun son;
2. **cos** {2kf]n **- sin (4ft+1)jI,bunda** к - **butun son.**
3. Toping:
4. **agar since = ^ va £<а<я bo‘lsa,cosa ni;**

o A

1. **agar cosa = -^ va жа<4р bo‘lsa,tga ni;**
2. **agar tga = 2\/2 va 0<a<^ bo‘lsa,sina ni;**
3. **agar ctga** = s[2 **va л<а<^ bo‘lsa,sina ni.**
4. Ayniyatni isbotlang:
5. 5sin2a + tgacosa + 5cos2a = 5 + sina;
6. ctgasina - 2cos2a - 2sin2a = cosa - 2;

**3)**

3

3cos a;

**l+tg2a**

333. Ifodani soddalashtiring:

4) —§-=- = 6sm2a.

1+ctg^a

1. 2sin(-a)cas^--aj-2cos(-a)sm^--aj;
2. 3sin(7t - a)cos - a j + 3sin2 - a j ;
3. (l-tg(-a))(l-tg(Ti+a))cos2a;
4. (l + tg2(-a))f .

**Vl + ctgJ(-a)y**

334. Ifodani soddalashtiring va uning son qiymatini toping:

i\ • Г3 1 ■ (3 ^

bunda cosa = i;

1. **sinl-jc-al + sml-л + а1**
2. cos^- + aj + cos^-JE-aj,bunda

sina = i.

О

335. Hisoblang:

1) 2sin75°cos75°; 2) sinl5°;

4) sin75°; 5) cos75°;

3) cos275° - sin275°; 6) sin!35°.

*0‘ZINGIZNI TEKSHIRIB KO‘RING!*

1. Agar: 1) sina = 4 va §<a<7t bo'lsa, cosa,tga,sin2ct ni,

2) cosa = -0,6 va жок^р bo‘lsa, sina, ctga,cos2ani hisoblang.

1. Ifodaning qiymatini toping:

1) 4cos[-|] tg%2sin( |

- -cosh;;

1. cosl50°; 3) sin^; 4) tg^; 5) cos2£-sm2£ .

о о о о

1. (G'iyosiddin Jamshid al-Koshiy masalasi.) sin3a = 3sina - 4sin3a ekanini isbotlang.
2. Ayniyatni isbotlang:

1) 3 - cos2a - sin2a = 2; 2) 1 - sinacosactga = sin2a.

1. Ifodani soddalashtiring:

1) sin(a-P)-sin^-ajsin(-P). 2) sin2a + cos2a;

1. tg(ji - oc)cos(ji - a) + sin(4?r + a).

336. Ifodani soddalashtiring:

1) cos2 (я-a)-cos2 ^-aj;

2) 2sin|j^-ajcos^-aj;

**2sin(n-ot)sin| —-oc**

**2cos(a+27t)cos —**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| f 7C ^ | 1 -21 | ( n\ |
| — a | sin | a— |
| U i | 1 1 | t 2) |

Hisoblang (337-338):

337. 1) sin^; 2) tg^; 3) ctg^; 4) cos^.

338. 1) cos^-sini^;

2) sin^p-tgi^;

4) соэ(-945°) + tgl035°.

4 4

3) 3cos3660° + sin(-1560°);

1. Sonlami taqqoslang.

1) sin3 va cos4; 2) cosO va sin5;

1. Sonning ishorasini aniqlang:

1) sin3,5tg3,5; 2) cos5,01sin0,73;

4) sinlcos2tg3; 5) sin2cos2;

1. Hisoblang:

1) sin^cos^+sin^cos^ ; 2) sinl65 ;

3) sinl va cosl.

3)

**tg!3 . cosl 5 ’**

6) tglcosl.

3) sinl05°;

1. sin^; 5) l-2sin2195°; 6) 2cos2^-l.

1 A о

1. Ifodani soddalashtiring:

**i) 2,**

1. Berilgan: sina = ^ va |<<х<л. cosa,tga,ctga, sin2a, cos2a

laming qiymatlarini hisoblang.

|  |  |
| --- | --- |
| cos3asina - sin8acosa; | 2) |
| sin2a—sin2aeos2a . 4cosa | 2) |
| cos2a+sin2acos2a . 2sLn2a-l | 4) |
| COS2JC \_81П(я\_д;) ; l-siru v | 2) |
|  | 4) |

Ifodani soddalashtiring (344—346):

sLnct i sin2a 1+со8а+сов2а '

2cos22a . sin4racos4a l sin4a ’

(cosa-sina)2 ain.2acoa2a-coa2a '

^ + cos(l,5. + \*);

**e\*11 x + cos(3tt - x) .**

**1 —nncr 4** '

1. 1) Agar tga = -| va tg|3 = 2,4 bo‘lsa,tg(a + J3) ni;
2. agar ctga = 4 va ctgP = -1 bo‘lsa,ctg(a + (3) ni hisoblang.
3. Ifodani soddalashtiring:

1) 2sin^ + 2ajsin^-2aj 5 2) 2co3^ + 2ajcos^-2aj •

1. ***bobga doir sinov (test) mashqlari***
2. 153° ning radian o'lchovini toping.

A) ¥' B> ?! C> 17^ T-

1. 0,65ji ning gradus o‘lchovini toping.

A) 11,7°; B) 117°; C) 116°; D) 118°.

1. Ko'paytmalarning qaysi biri manfiy?

A) cos314°sinl47°; B) tg200°ctg201°;

1. cosl63°cos295°; D) sinl70°ctg250°.
2. Ko'paytmaning qaysi biri musbat?

A) sin2cos2sinlsinl°; B) tg8 ctg8ctgl0° ctgVIO ;

C) sin9°sin9cos90cos9; D) coslO°coslOcosll°cosVIT.

1. ij nuqtaga tushish uchun (1; 0) nuqtani burish kerak bo‘l- gan barcha burchaklami toping?

A) *% + 2nk ,keZ;* B) *-% + nk ,k<=Z;*

О О

C) ^ *+ nk,ksZ;* D) 2я + *nk,keZ.*

1. (1; 0) nuqtani Щ- + 2nk, k<Z burchakka burishdan hosil bo'la- digan nuqtaning koordinatalarini toping.

A) (0; 1); В) (0; -1); C) (1; 0);

**142**

1. Sonlarni o‘sish tartibida yozing:

a = sinl,57; b = cosl,58; c = sin3.

A) *a < с < Ъ\* В*) b < с < a;* С) *c < a* < ft; D) *b < a < c.*

1. Sonlarni kamayish tartibida yozing:

a — cos2; b — cos2°; c = sin2; d — sin2°.

A*) a > c > d > b;* B) *d > c > b > a;*

C *)b > c > d > a\* D *)c>d>b> a.*

**TT. , , sinl36°-cos46°-sin46°-cos224°**

9.

Hisoblang: яЬ11о..оов40»-иП20-.С0.50« ‘

B) 0,5; C) sin44°;

A) cos40°;  
10. Hisoblang:

D) 2.

**sinlO° •Binl30°-sinl00° ■ sin220° sin27° ■ cos23° sinl57°■ cosl53° \***

A) 1; В) -1; C)4: D) -#•

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image100.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image101.jpeg11. Hisoblang: cos(-225°) + sin675° + tg(-1035°). A) 1; В) —1; C) \f2 ; D)

12. sina = 0,6 bo‘lsa,tg2a ni toping

0<a<2

**)•**

A) 3,42; B) 3|;

1. tga = sl& bo'lsa, sin2a ni toping.

**A) B) -f; C| ; D)** Л.

1. tga = >/7 bo'lsa, cos2a ni toping.

**A) |; B)-f; C) f; D) -|.**

1. Soddalashtiring:

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image102.jpeg

**вш(я + а) '**

A) -1; В) 1;

С) 0,5;

D)

1

2 ‘

**эш2а+8ш(7г-а) - сова**

16. Soddalashtiring:

A) 3sina;

В) -sina;

С) -sina;

D)

1

-cosa.

и

17. tga = л/7 bo‘Isa,

1. **sin4a**

**5sinza+15cos2a**

ni hisoblang.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image103.jpeg

A) 0,59; B) 0,49; C) -0,49; D) 0,2.

18. cosa + sina = i bo‘lsa,sin4a + cos4a ni toping.

**О**

**A> *S’’***

B> Лю ’

D) -l||.

19. Hisoblang: sin 100° cos 440° + sin800° cos460°.

В) 1; C) -1; D) 0.

**a»#;**

1. Soddalashtiring: ^^ + cos3a

**sin a cos a**

A) 4cos2a; B) -2sin4a; C) sin4a; D) 2cos2a.

1. Bx2-6x +1 = 0 tenglaraaning ildizlarisina va sinabo‘lib,a,P lar I chorakda bo‘lsa,sin(a + p) ni toping.

**A4** Ja(l + J5) **. ^ л/2(1 + л/5). 4-V5). ^ V3(4 V5)**

**8 ’ 8 ' 4 16 ’ 16 •**

1. 6jc2 - 5x + 1 = 0 tenglamaning ildizlari cosa va cosp bo‘lib, a, plar I chorakda bo‘lsa,cos(a + p) ni toping.

A)

2n/6-1

B)

1-2n/6 .

C)

2>/б-1

D)

1-2л/б

1. x ni toping: 2(x + ~J2) = cos - 2a) + 2 sin + a) sin (я - a).

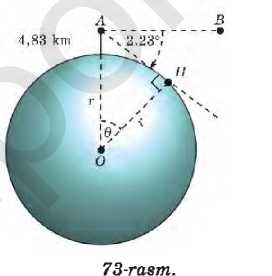
А) ; B) -v/2 ; С) -Д ; D) 2л/2 .

1. ж2 -7x + 12 = 0 tenglamaning ildizlari tga va tgp bo‘lsa,

tg(a + P)ni toping:

A) 1; B) I-; C) V3 ; D)

**Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog‘liq masalalar**

Masala. (Beruniy masalasi.) Kuzatuv- chi dengiz sathidan 4,83 km balandlikda- gi tog'ning cho‘qqisida turib.okean go- rizontiga og'ish burchagi 2,23° ekanini o‘lchadi. Yerning radiusini toping.

0‘rta asrlarning buyuk qomusiy olimi Abu Rayhon Muhammad ibn Ah­mad Beruniy (973-1048-y.) Yer shari- ning radiusini katta aniqlikda o‘lchagan bo‘lib, masalaning quyida keltirilgan yechish usuli unga tegishli.

A Yerni shar deb faraz qilamiz. r orqali Yerning radiusini, A orqali tog‘ning cho‘qqisini va H orqali A nuqtadan chiqqan to‘g‘ri chiziqda yotuvchi gorizont nuqtasini 73-rasmda ko‘rsatilgandek belgilaylik. О nuqta Yerning markazi va В nuqta A nuqtadan chiquvchi va OA ga perpendikular bo‘lgan gorizontal chiziqning nuqtasi bo'lsin. Burchak zAOH ni 0 orqali belgilaylik.

A nuqta dengiz sathidan 4,83 km balandlikda ho'lgani uchun OA = r + 4,83. Bundan tashqari, OH = r. AB chiziq OA ga per­pendikular bo'lgani uchun zDAB=90° va shu sababli z.OAH—900- ~2,23°-87,77b. Yer sathini rasmdagi kabi aylana sifatida qarasak, AH bu aylanaga urinma va, demak, AH va OH o‘zaro perpendi­kular bo‘ladi, natijada AOHA=90°. zDAH burchaklari yig'indisi 180°

ekanligidan 0 = 180°-90°-87,77° =2,23°. Demak,cos0— “ r+4 §з

bundan —-— = cos 2,23° r+ 4,83 ‘

Bu tenglamani r ga nisbatan yechamiz:

r = (r+4,83)cos2,23°+> r - rcos2,23°=4,83 cos2,23 °=>

4,83cos2.23°

=> r = 6372,91

*Фг =*

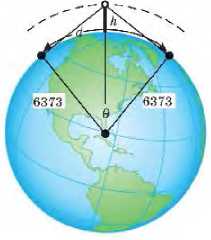
**l-cos2,23°"**

Shuni aytish joizki, hosil qilingan natija Yerning asl o‘rtacha radiusi 6371 km ga juda yaqin.

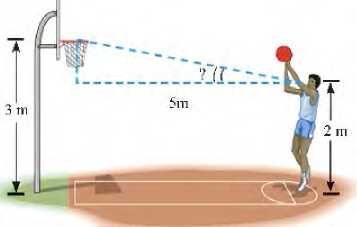
Javob: r= 6372,91 km. A

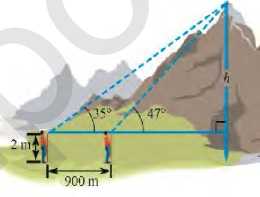
*Maaalalar*

1. Kuzatuvchi Yer yo‘ldoshi Yer yuzasidan Л(кт) masofada aylana bo'ylab hara- kat qilsin. Faraz qilaylik, d yo‘ldoshdan Yer sathining kuzatish mumkin bo'lgan oralig‘ining uzunligi bo‘lsin (74- rasm).



*74- rasm.*

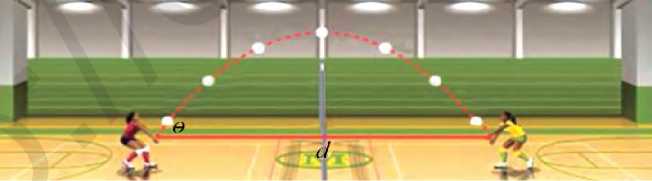
1. Markaziy burcbak 0 (radianlarda) va h balandlikni bog'lovchi tenglamani toping;
2. kuzatilishi mumkin bo‘lgan oraliqning d uzunligi bilan 0 ni bog'lovchi tenglamani toping;
3. d va ft ni bog‘lovchi tenglamani toping;
4. agarda d = 4000 km bo‘lsa,Yer yo‘ldoshi qanday balandlikda bo'lishi kerak?
5. agarda Yer yo'ldoshi 100 km balandlikda bo‘lsa, d qanday bo‘ladi?
6. Basketbol savatidan 5 metr masofada turgan basketbolchining ko‘zlari poldan 2 metr balandlik darajasida, bunda savatcha gardishi poldan 3 metr balandlikda (75-rasm). Uning ko‘zlaridan savatcha gardishining markaziga qarash burchagi qanday?
7. Marksheyder (konlarni rejaga oluvchi va ulardan to‘g‘ri foydala- nish bo‘yicha mutaxassis) tog‘ning balandligini o‘lchash maqsadida oralaridagi masofa 900 metr bo'lgan ikkita nuqtadan ko‘tarilish burehaklarini o'lchadi (76- rasm). Nati- jada birinchi burchak 47° va ikkinchisi 35° ekanligi aniqlandi. Agarda teodo- lit (burehakni o‘lchovchi asbob)ning balandligi 2 metr bo‘lsa, tog'ning balandligini toping.
8. Voleybol o'yinida ko'tarilish burchagi



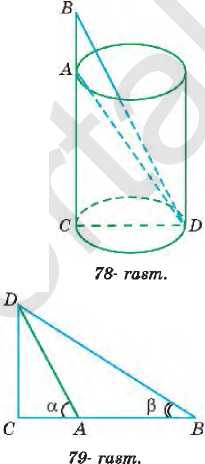
*76- rasm.*

0 va boshlang‘ich tezligi v m/s bilan

otilgan to‘p d = —— sin2(0) formulaga  
9,75

asosan d gorizontal masofaga uchib boradi. Agarda 0 = 60° va tezlik 12 m/s bo'lsa, d ni toping (77- rasm).

*Abu Rayhon Beruniy masalalari*

1. Quduq silindr shaklida bo'lib, uning tubi quduq labidagi A nuqtadan a burchak ostida, quduq devori davomidagi В nuqtadan p bur­chak ostida ko‘rinadi (78- rasm). Agar AB = a bo‘lsa, quduqning chuqurligini toping:

Berilgan:

z. CAD = a, z ABD = p, AB = a.

Topish kerak: AC = ?

1. Minora yerdagi A nuqtadan a burchak ostida, В nuqtadan esa p burchak ostida ko'rinadi (79- rasm). AB = a bo‘lsa, minoraning balandligini toping.

Berilgan:

z CAD = a, z ABD = p, AB = a.

Topish kerak: CD — ?

*G'iyosiddin Jamshid al-Koshiy masalasi*

1. Ixtiyoriy a burchak uchun

sin

45° -

**1 + srna**

bo'lishini isbotlang.

*Mashhur matematik Abulvafo Muhammad al-Busjonty (940­998) masalasi* 4, Ixtiyoriy a va p uchun

sin(a -P) = ^/sin2a-sin2asin2p - ^/sin2p -sin2asin2p bo'lishini isbotlang.

Matematikaning, xususan, trigo- nometriyaning rivojiga buyuk alloma- lar Muhammad al-Xorazmiy, Ahmad Farg‘oniy, Abu Rayhon Beruniy, Mirzo Ulug'bek, Ali Qushchi, G‘iyosiddin Jam- shid al-Koshiy katta hissa qo‘shganlar.

Yulduzlaming osmon sferasidagi koor- dinatalarini aniqlash, sayyoralarning ha- rakatlarini kuzatish, Oy va Quyosh tuti- lishini oldindan aytib berish va boshqa ilmiy,amaliy ahamiyatga molik masalalar aniq hisoblarni, bu hisoblarga asoslangan jadvallar tuzishni taqozo etar edi. Ana shunday astronomik (trigonometrik) jad­vallar Sharqda ,,Zij“lar deb atalgan.



**Mirzo UlugUiek (1394-1449)**

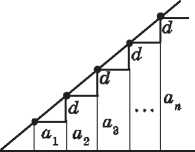
Muhammad al-Xorazmiy, Abu Rayhon Beruniy, Mirzo Ulug'bek kabi olimlarimizning matematik asarlari bilan birga „Zij“lari ham mashhur bo‘lgan, ular lotin va boshqa Шlarga tarjima qilingan, Yevropada matematikaning, astronomiya- ning taraqqiyotiga salmoqli ta’sir o'tkazgan.

Beruniyning „Qonuni Ma’sudiy“asarida sinuslar jadvali 15 minut oraliq bilan, tangenslar jadvali 1 oraliq bilan 10-8 ga- cha aniqlikda berilgan. Nihoyatda aniq ,,Zij“lardan biri Mirzo Ulug‘bekning ,,Zij“i - „Ziji Ko‘ragoniy“dir. Bunda sinuslar jadvali 1 minut oraliq bilan, tangenslar jadvali 0° dan 45° gacha 1 minut oraliq bilan,46° dan 90° gacha esa 5 minut oraliq bi­lan KT10 gacha aniqlikda berilgan.

G‘iyosiddin Jamshid al-Koshiy „Vatar va sinus haqida ri- sola“sida sinl° ni veiguldan so‘ng 17 xona aniqligida hisoblaydi: sinl° = 0,017452406437283512...

Aylana uzunligi unga ichki va tashqi chizilgan muntazam 3\*2Л - ko‘pburchaklar perimetrlarining o‘rta arifmetigiga teng deb, n - 28 bo Uganda Jamshid al-Koshiy „Aylana haqida risola" asarida 2k uchun quyidagi natijani oldi:

1. л = 6,2831853071795865...
2. **BOB. SONLI KETMA-KETLIKLAR. PROGRES SIYALAR**



1. §. SONLI KETMA-KETLIKLAR

Kundalik amaliyotda turli buyumlarning joylashish tartibini ko‘r- satish uchun ularni nomerlashdan foydalaniladi. Masalan, har bir ko‘chada joylashgan uylar nomerlanadi. Kutubxonada kitob o'quv- chdarning abonementlari nomerlanadi va ularni berilgan nomerlar tartibida maxsus kartotekalarga joylashtiriladi.

Bankda omonatchining hisob raqami nomeri bo'yieha undagi mablag\* miqdorini ko'rishi mumkin. Deylik, №1 hisob raqamida al so‘m,№2 hisob raqamida a2 so‘m va hokazo bo'lsin. Natijada sonli ketma-ketlikni hosil qilamiz, bu yerda TV-bare ha hisob raqam- larining soni. Bunda 1 dan TV gacha bo'lgan har bir natural n soniga an soni mos qo‘yilgan.

Matematikada cheksiz sonli ketma-ketliklar o‘rganiladi: fl1 - soni ketma-ketlikning birinchi hadi, a2 - ketma-ketlikning ik- kinchi hadi,a3 - ketma-ketlikning uchinchi hadi deyiladi va hokazo. a - soni ketma-ketlikning n- (eninchi) hadi deb, natural n soni esa uning nomeri deb ataladi. Masalan, natural sonlar kvadratlaridan iborat 1,4, 9,16, 25,..., ra2,(n + l)2,... sonli ketma-ketlik uchun a1 =1 ketma-ketlikning birinchi hadi; an = nz ketma-ketlikning n- hadi; an+=(n + Yf ketma-ketlikning (n+1)- hadi.

Sonli ketma-ketliklar ko'pincha umumiy n- hadining formu-

lasi yordamida beriladi. Masalan, a„ = ~ (n = 1,2,3,...) formula yordamida 1, 4,4, 4,.., —,... sonli ketma-ketlik berilgan.

*Z A* 4 *Tl*

1. masala. Sonli ketma-ketlik an=n(n-2) formula yordami­da berilgan. Uning yuzinchi badini hisoblang.

A o10(J= 100 (100-2) = 9800. A

1. masala. Sonli ketma-ketlik an=2n + 3 formula yordamida berilgan. 1) Ketma-ketlikning 43 ga teng bo‘lgan hadining no- merini aniqlang; 2) 50 soni ketma-ketlikning hadi bo‘lishi yoki bo‘lmasligini aniqlang.

Al) Shartga ko‘ra 2n + 3=43, bundan n=20.

2) Agarda 50 soni ketma-ketlikning n- nomerli hadi bo'lsa, u holda 2n +3=50, bundan n=23,5. Hosil bo'lgan n ning qiyma- ti natural son bo'lmagani uchun, u ketma-ketlik hadining nomeri bo‘la olmaydi. Shu sababli, 50 soni ketma-ketlikning hadi emas. A

Ba’zida ketma-ketlik shunday formula orqali beriladiki, bunda uning biror nomerdan boshlab istalgan hadini undan oldingi bitta yoki bir nechta hadlari yordamida hisoblash mumkin bo'ladi. Ket­ma-ketlikning bunday berilish usuli rekurrent (lotincha recuro- qaytish) usuli deyiladi.

1. masala. Sonli ketma-ketlik bn+s= bn+1+bt rekurrent for­mula va 61 = 1, b2 = 3 shartlar yordamida berilgan. Bu ketma- ketlikning beshinchi hadini hisoblang.

A b3=b2+ ^=3 + 1 = 4. b=b3+b2 =4 + 3 = 7. b=b-\- b =7+4=11.

о 4 6

Javob: b =11. A

О

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image112.jpeg*Mashqlar*

1. Natural sonlar kvadratlaridan iborat 1,4,9,16,25,...>/г[[28]](#footnote-28) [[29]](#footnote-29),(ге+1)2, ... soldi ketma-ketlik berilgan.
2. Ketma-ketlikning uchinchi, oltinchi, n-hadlarini ayting.
3. Ketma-ketlikning 4, 25,n2,(n+l)z ga teng bo'lgan hadla- rining nomerlarini ko'rsatmg.
4. n- hadining formulasi bilan berilgan ketma-ketlikning bi- rinchi uchta hadini hisoblang:
5. an= 2n + 3; 2)an=2 + 3ra; 3) an= 100- 10n2;
6. an=i; 6)<гл=-п[[30]](#footnote-30).
7. (Og‘zaki.) Sonli ketma-ketlik xn = n2 formula bilan berilgan. Ketma-ketlikning 100; 144; 225 ga teng bo‘lgan hadlari- ning nomeri qanday? 48, 49, 169 sonlari shu ketma-ket­likning hadlari bo'ladimi?
8. Ketma-ketlik an = n2 - 2n - 6 formula bilan berilgan.

1) -3; 2) 2; 3) 3; 4) 9

sonlari ketma-ketlikning hadlari bo‘ladimi?

1. 1) a - 3a + 1; 2) a , = 5 - 2a

' n+1 Л ' ' n+1 n

rekurrent formula va = 2 shart bilan berilgan ketma-ketlik- ning dastlabki to‘rtta hadini toping.

1. Sonli ketma-ketlik n- hadining formulasi an = (n- 1) (n 4- 4) bilan berilgan. Agarda

1) an= 150; 2) an= 104 bo‘lsa,n ni toping.

1. a .= Jal rekurrent formula va a, = 256 shart bilan beril-

Л+1 *\ fl 1*

gan ketma-ketlikning birinchi to‘rtta hadini hisoblang.

1. a, = 1 shart va
2. Sonli ketma-ketlik a — al -a ,, rekurrent formula va a — 2,

П+2 Л B+l 1 9

a2= 3, shart bilan berilgan. Ketma-ketlikning beshinchi hadi- ni bisoblang.

1. n- hadining formulasi bilan berilgan sonli ketma-ketlikning, (n + l)-,(ra + 2)- va (n + 5)- hadlarini yozing:
2. an=-5n+4; 2) an=2(n-10); 3) ол=2'3‘+1; 4) an = 4-

■ **yl+2**

i ’

1. §. ARIFMETIK PROGRESSIYA

Quyidagi masalani ko‘raylik.

Masala. 0‘quvchi sinovdan o‘tish uchun tayyorgarlik ko‘rib, har kuni 5 tadan sinov masalalarini yechishni rejalashtirdi. Har bir kun yechilishi rejalashtirilgan sinov masalalarining soni qanday o'zgarib boradi?

Rejalashtirilgan masalalar soni har bir kunga kelib quyidagicha o‘zgarib boradi:

1. kun 2-kun 3-kun 4-kun...
2. ta lOta 15 ta 20 ta ...

Natijada quyidagi ketma-ketlikni hosil qilamiz:

1. 10, 15, 20, 25

an orqali n- kunga kelib yechilishi lozim bo‘lgan barcha masala­lar sonini belgilaylik. Masalan:

flj = 5, a2 = 10, ag = 15, ... .

Hosil qilingan

sonlar *sonli ketma-ketlik* deyiladi.

Bu ketma-ketlikda ikkinchisidan boshlab uning har bir hadi oldingi hadga ayni bir xil 5 sonini qo‘shish natijasiga teng. Bun- day ketma-ketlik arifmetik progressiya deyiladi.

**О**

**Т а ’ r if. *Agar av a# ...*, *an,... sonli ketma-ketlikda bar- cha natural n lar uchun***

*%+l = (ln + d*

***(bunda d - biror son) tenglik bajarilsa, bunday ketma-ket- lik anfmetik progressiya deyiladi.***

Bu formuladan ann - an = d ekanligi kelib chiqadi. d son arif- metik progresstyanlng ayirmasl deyiladi. Masalan,

1. Sonlaming 1,2,3,4 ...,n,... natural qatori arifmetik prog- ressiyani tashkil qiladi. Bu progressiyaning ayirmasi d = 1.
2. Butun manfiy sonlaming -1,-2,-S, ... ketma-ketligi

ayirmasi d = — 1 bo'lgan arifmetik progressiyadir.

1. 3,3,3,...,3,... ketma-ketlik ayirmasi d = 0 bo‘lgan arifmetik progressiyadan iborat.
2. masala. an = 1,5 + 3n formula bilan berilgan ketma-ketlik arifmetik progressiya bo‘lishini isbotlang.

Д anH-an ayirma barcha n uchun ayni bir xil (n ga bog‘liq emas) ekanligini ko‘rsatish talab qilinadi.

Berilgan ketma-ketlikning (n + 1)- hadini yozamiz: an+1 = 1,6 + 3(» + 1).

Shuning uchun

an+1 -an = 1,5 + 3(n + 1) - (1,5 + 3n) = 3.

Demak,an+1 - an ayirma n ga bog‘liq emas. A Arifmetik progressiyaning ta’rifiga ko'ra an^=an+d, =an~d, bundan

*an=BMH,n>* 1.

**O**

**Shunday qilib, arifmetik progressiyaning ikkinchi ha- didan boshlab har bir hadi nnga qo‘shni bo‘lgan ikkita hadning o‘rta arifmetigiga teng. „Arifmetik" progressiya degan nom shu bilan izohlanadi.**

Agar ax va d berilgan bo‘lsa,u holda arifmetik progressiyaning qolgan hadlarini ai+i — aa + d formula bo'yicha hisoblash mumkin- ligini ta’kidlaymiz. Bunday usul bilan progressiyaning bir necha 164 dastlabki hadini hisoblash qiyinchilik tug‘dirmaydi; biroq, masa- lan,a10C uchun talaygina hisoblashlar talab qilinadi. Odatda,buning uchun n- had formulasidan foydalaniladi.

Arifmetik progressiyaning ta’rifiga ko‘ra a2 = + d,

*as = a2 + d = a1 + 2d,* a4 = *a3 + d =* fflj + 3d va h.k.

Umuman,

**Q «, *= аг + (n -* 1 *)d,* (1)**

chunki arifmetik progressiyaning n- hadi uning birinehi hadiga d sonini (n - 1) marta qo‘shish natijasida hosil qilinadi.

(1) formula *arifmetik progressiyaning n-hadi fornudasi* deyiladi.

1. masala. Agar a± = - 6 va d = 4 bo‘lsa,arifmetik progres­siyaning yuzinchi hadini toping.

Д (1) formula bo‘yicha: a100 = -6 -I- (100 - 1)• 4 = 390. A

1. masala. 99 soni 3,5,7,9,... arifmetik progressiyaning hadi. Shu hadning nomerini toping.

Д Aytaylik, n - izlangan nomer bo'lsin. a1 = 3 va d = 2 bo‘lgani uchun ал = a1 + (n - l)d formulaga ko‘ra: 99 = 3 + (n - 1) 2. Shu- ning uchun 99= 3 + 2n - 2; 98 = 2n, n = 49.

Javob: n — 49. A

4 - mas a 1 a. Arifmetik progressiyada a&= 130 va al2 = 166. n-hadi- ning formulasini toping.

Д (1) formuladan foydalanib, topamiz:

a8 = Oj + Id, a12 = Oj + 11 d.

as va a12 laming berilgan qiymatlarini qo'yib, аг va d ga nis- batan tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

(o, + 7d = 130,

[a,+lld = 166.

Ikkinchi tenglamadan birinehi tenglamani ayirib, hosil qilamiz: 4d = 36, d = 9.

Demak, а1 = 130 - 7d = 130 - 63 = 67.

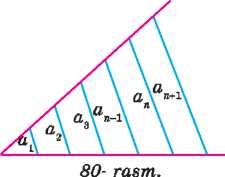
Progressiya n-hadi formulasini yozamiz:

an = 67 4- 9(n — 1) = 67 + Qn - 9 = 58 4- 9n.

J a v ob: a = Qn + 58. A

*n*

1. masala. Burchakning bir tomonida uning uchidan boshlab teng kesmalar ajratiladi. Ulaming oxirlaridan parallel to‘g‘ri chiziq- lar o'tkaziladi (80- rasm). Shu to‘g‘ri chiziqlarning burchak tomonlari orasidagi a,, a2, a3,... kesmalarining uzunliklari arifmetik progres­siya tashkil qilishini isbotlang.

A Asoslari ап\_г va an+1 bo'lgan tra- petsiyada uning o‘rta chizig'i ап ga teng. Shuning uchun

**„ \_ aM-l+°n+l**

an 5

Bundan 2a =a ,-l- a . yoki

*n n—1 n*—1

Ketma-ketlikning har bir hadi bilau undan oldingi hadi ayirmasi ayni bir xil son bo'lgani uchun bu ketma- ketlik arifmetik progressiya bo'ladi. A

*M ashqlar*

1. (Og'zaki.) Arifmetik progressiyaning birinchi hadini va ayirma- sini ayting:
2. 6, 8, 10, ...; 2) 7, 9, 11,...;
3. 25, 21, 17,...; 4) -12,-9,-6,....
4. Agar:
5. a^=2 va d=5; 2) ^=-3 va d=2; 3)a = 4 va d=— 1 bo‘lsa, arif­metik progressiyaning dastlabki beshta hadini yozing.
6. n- hadining formulasi biian berilgan quyidagi ketma-ketlik arif­metik progressiya bo'lishini isbotlang:
7. ал = 3 - 4n; 2) an = -5 + 2n; 3) an = 3(n + 1);
8. aa = 2(3 - n); 5) an = 3 - 5n; 6) an = -7 + 3n.
9. Arifmetik progressiyada:
10. agar a = 2, d = 3 bo'lsa, aJS ni toping;
11. agar a7 = 3, d = 4 bo'lsa, aia ni toping;
12. agar ax = -3, d = -2 bo‘Isa, aJR ni toping;
13. agar = -2, d = -4 bo‘lsa, au ni toping.
14. Arifmetik progressiyaning n- hadi formulasini yozing:

1) 1, 6, 11, 16, ...; 2) 25, 21, 17,13,...;

1. -4, -6,-8, -10,...; 4) 1, -4, -9,-14,... .
2. —22 soni 44,38,32,... arifmetik progressiyaning hadi. Shu son- ning nomerini toping.
3. 12 soni -18,-15,-12,... arifmetik progressiyaning hadi bo‘ladimi?
4. -59 soni 1,-5 ... arifmetik progressiyaning hadi. Uning nomeri­ni toping. -46 soni shu progressiyaning hadi bo‘ladimi?
5. Agar arifmetik progressiyada:

1) flj = 7,a16 = 67; 2) = -4,a9 = 0; 3) a2 = 8, aw= 64

bo‘Isa, uning ayirmasini toping.

1. Arifmetik progressiyaning ayirmasi 1,5 ga teng. Agar:

1) ag = 12; 2) a7 = -4; 3) aie = 32,5 bo‘lsa,a1 ni toping.

1. Agar arifmetik progressiyada:

1) d = -3, au - 20; 2) an - -10, a22 - -5,5;

3) ag = —1, ag = 17 bo‘lsa, uning birinchi hadini toping.

1. Agar arifmetik progressiyada:

1) as = 13, a6 = 22; 2) a2 = -7, a7 = 18;

3) a7 = 11, a13 = 29 bo‘Isa, uning n- hadi formulasini toping.

1. n ning qanday qiymatlarida 15,13,11,... arifmetik progressiya­ning hadlari manfiy bo'ladi?
2. Arifmetik progressiyada a1 = -10,d = 0,5 bo‘lsa,ra ning qanday qiymatlarida an < 2 tengsizlik bajariladi?
3. Agar arifmetik progressiyada:

1) o8 - 126, o10 - 146; 2) a8 - -64, o10 - -50;

3) a8 = -7, a10 = 3; 4) a8 = 0,5, a10 = -2,5

bo‘Isa, uning to'qqizinchi hadini va ayirmasini toping.

1. **§. ARIFMETIK PROGRESSIYA DASTLABKI n ТА HADINING YIGTNDISI**
2. masala. 1 dan lOOgacha bo‘lgan barcha natural sonlar yig‘in- disini toping.

Д Bu yig‘indini ikki usul bilan yozamiz:

S = l + 2 + 3 + ... +99 + 100,

S = 100 + 99 + 98 + ... + 2 + 1.

Bu tengliklami hadlab qo'shamiz:

2S = 101 +101 +101 +... +101 +101

**100 ta qo'shiluvchi**

Shuning uchun 2S = 101 • 100, bundan S = 101 50 = 5050. A Endi ixtiyoriy

**arifmetik progressiyani qaraymiz.** Sn **- shu progressiya dastlabki** n **ta hadining yig'indisi bo'lsin:**

S = a, + n„ + ... + a + a.

n 1 2 n-1 n

**О**

**Т eorema. Arifmetik progressiya dastlabki n ta hadining yigindisi quyidagiga teng:**

*Sn =*

*al + an*

**(1)**

ni ikki usul bilan yozib olamiz:

S = a, + a„ + ... + a , + a ,

*n* 1 *2 n-1 h7*

S = a + a ,+... + al + a,.

*n n n-1 2* 1

Arifmetik progressiyaning ta’rifiga ko£ra,bu tengliklami quyida- gicha yozish mumkin:

Sn = a± + (a2 + d) + (Bj + 2d) + ... + (ox + (n - l)d), (2)

*Sn = an* + *(an - d)* + *(an - 2d)* + ... + (*ал - (n -* 1 )d). (3)

(2) va (3) tengliklami hadlab qo'shamiz:

*2Sn =(al + aj + (al +an) + ... + (a1 + an) n* ta qoshiluvchi

Demak, 2Sn = (aL + ajn, bundan Sn = °1+^lri n. ф

1. mas ala. Dastlabki n ta natural son yig‘indisiai toping.

Д Natural sonlarning

1, 2, 3, 4, 5, 6, n, ...

ketma-ketligi ayirraasi d = 1 bo'lgan arifmettk progressiyadir. ax = 1 va ав = n bo'lgani uchun (1) formula bo'yidia topamiz:

Sn =l + 2 + 3 + ... + n = lia-ra.

Shunday qilib,

i+2+3+...+«=^ti). A

1. masala. Agar 38 + 35 + 32 + ... + (-7) yig'indining qo'shi- luvchilari arifmetik progressiyaning ketma-ket hadlari bo‘lsa, shu yig'indini toping.

Д Shartga ko‘ra, ^=38, d=-3, an=-7. Endi a^^+fn-iyd for- mulani qo'llab, -7 =38+(n—1)(-3) ni hosil qilamiz,bundan n= 16.

~n formula bo'yicha topamiz:

5i6=^2ll 16 = 248. ▲

1. masala. Yig‘indi 153 ga teng bo'lishi uchun 1 dan boshlab nechta ketma-ket natural sonlarni qo‘shish kerak?

Д Sonlarning natural qatori - ayirmasi d = 1 bo‘lgan arifme­tik progressiya. Shartga ко‘га a, = 1,5л = 153. Dastlabki n ta had yig'indisi formulasini quyidagicha o‘zgartiramiz:

\_ „ \_ ***ai-al+(n-l)d*** „ \_ ***2a1+(n-l)d***

an 2 n 2 2

Berilganlardan foydalanib,noma’lum n ga nisbatan tenglama hosil qilamiz:

168-iH^i. n,

bundan

306 = 2п + (п - 1)п, п2 + п - 306 = 0.

Bu tenglaraani yechib,topamiz:

**„ \_ -l±Vl+1224 \_ -1±35**

«1,2 2 ~~2~’

nt = -18 ,п2 = 17.

Qo'shiluvchilar soni manfiy bo'lishi mumkin emas,shuning uchun n= 17. A

*M ashqlar*

1. Agar arifmetik progressiyada:
2. ^ = 1, ад = 20, ra = 50; 3) £^=-1, an = -40, n = 20;
3. a, = 1, ал = 200, ti = 100; 4) a± = 2t an=100, n=50 bo‘lsa, unlng dastlabki n ta hadining yig'indisini toping.
4. 2 dan 98 gacha bo'lgan barcha natural sonlar yig‘indisini to­ping (98 ham yig‘indiga kiradi).
5. 1 dan 133 gacha bo‘lgan barcha toq sonlarning yig'indisini toping (133 ham yig'indiga kiradi).
6. Agar arifmetik progressiyada:
7. flj—5, d=0,5; 2) d—3; 3) £^ = 36, d—2,5

bo‘lsa, lining dastlabki o‘n ikkita hadi yig‘indisini toping.

1. 1) agar n = 11 bo‘lsa,9; 13; 17; ...;
2. agar n = 12 bo‘lsa,-16; —10; -4; ...

arifmetik progressiyaning dastlabki n ta hadi yig‘indisini toping.

1. Agar:

1) 3 + 6 + 9 + ... + 273; 2) 90 + 80 + 70 + ... + (-60)

yig‘indinmg qo'shiluvchilari arifmetik progressiyaning ketma- ket hadlari bo4sa,shu yig‘indini toping.

1. Barcha ikki xonali, barcha uch xonali sonlar yig‘indisini to­ping.
2. Arifmetik progressiya n- hadining formulasi bilan berilgan. Agar:

1) an = 3n + 5; 2) an = 7 + 2n bo'lsa, Sso ni toping.

1. Yig‘indi 75 ga teng bo‘lishi uchun 3 dan boshlab nechta ketma- ket natural sonni qo'shish kerak?
2. Agar arifmetik progressiyada:

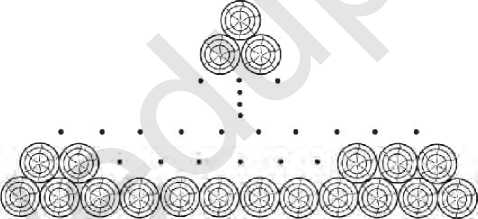
1 )Oj = 10,ra = 14,S1/t = 1050; 2)a1 = 2|ln = 10,5'iO = 90|

Ьо‘1за,ал va d ni toping.

1. Agar arifmetik progressiyada:

1) 0,-21, S, = 205; | 2) ou-92, Su-22; | 3) a20=65, S20=350 bo‘lsa, Oj va d ni toping.

1. Binobop to‘sinlarni saqlashda uiami 81- rasmda ko‘rsatilgan- dek taxlaydilar. Agar taxlamning asosida 12 ta to‘sin turgan bo‘lsa,bir taxlamda nechta to‘sin bo‘ladi?



*81- rasm.*

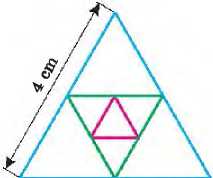
1. Arifmetik progressiyada a3 + a9 = 8. Sn ni toping.
2. Agar arifmetik progressiyada S6=65 va SJ0 = 230bo‘lsa, uning birinchi hadini va ayirmasini toping.
3. Arifmetik progressiya uchun Sl2 = 3(S8 - SJ tenglik bajari- lishini isbotlang.

Tomoni 4 cm bo'lgan teng tomonli muntazam uchburchakni qaraymiz. Uchlari berilgan uchburchak tomonlarining o‘rta!aridan iborat bo'lgan uchburchak yasaymiz (82-rasm). Uchburchak o'rta chizig'ining xos- sasiga ko‘ra ikkinchi uchburchakning tomoni 2 cm ga teng. Shunga

o'xshash yasashlarni davom ettirib, tomonlari 1, i, 4 cm va hokazo

A 4

bo'lgan uchburchaklarni hosil qilamiz. Shu uchburchaklar tomonlarining uzunliklari ketma-ketligim yozamiz:



*82- rasm.*

**4 2 1 1 1 1**

**4, i, -,** -

Bu ketma-ketlikda, ikkinchisidan boshlab, uning har bir hadi avvalgi hadni ayni bir

xil j songa к о ‘ pay t ir il g an iga teng. Bun-

day ketma-ketliklar geometrik progressiyalar deyiladi.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image116.jpeg**Ta’rif. Agar**

^3# ■■■) ...

***sonli ketma-ketlikda barcha natural n uchun***

**b„+i= 6 л**

***tenglik bajarilsa, bunday ketma-ketlik geometrik progres- siya deyiladi, bunda bn? 0, q - nolga teng bo‘lmagan biror son.***

Bu formuladan = q ekanligi kelib chiqadi. q son geometrik progressiyaning maxraji deyiladi.

**Misol lar.**

1. 2,8,32,128,... - maxraji q= 4 bo'lgan geometrik progressiya;

***ОЛЯ о***

1. 1, ^, 24 - maxraji q = ^ bo‘lgan geometrik progressiya;
2. - JL ,1,-12,144,... - maxraji q= -12 bo'lgan geometrik prog­ressiya;
3. 7, 7, 7, 7, ... - maxraji q = 1 bo'lgan geometrik progressiya. 1- masala. bn = 72" formula bilan berilgan ketma-ketlik

geometrik progressiya bo‘lishini isbotlang.

A Barcha n larda b = 72n ■#- 0 ekanligini ta’kidlab o'tamiz.

n К

bo'linma barcha n lar uchun n ga bog'liq bo'lmagan ayni bir хД songa tengligini isbotlash talab qilinadi. Haqiqatan ham,

Vl = *72(a+1) = 72n+2 =* 49

^ *y2n* i*f2n*

ya’ni bo'linma n ga bog‘liq emas. A Geometrik progressiya ta’rifiga ko‘ra

*K+^=bnq,* Vi = *\*>

bundan

*K+i = K-iK+i,n>1-*

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image117.jpeg**Agar progressiyaning barcha hadlari musbat bo‘lsa, u**

**holda bn = sjbn \bn** 11 **bo‘ladi, ya’ni geometrik progressiya­ning ikkinchisidan boshlab har bir hadi unga qo‘shni bo‘lgan ikkita hadning o‘rta geometrigiga teng. „Geomet­rik" progressiya degan nom shu bilan izohlanadi.**

Agar bl va q berilgan bo‘lsa,u holda geometrik progressiyaning qolgan hadlarini ba+1 = bnq rekurrent formula bo'yicha hisoblash mumkinligini ta’kidlaymiz. Biroq, n katta bo'lganda bu ko‘p meh- nat talab qiladi. Odatda, n-hadning formulasidan foydalaniladi.

Geometrik progressiyaning ta’rifiga ko‘ra

*\ = Къ К ~ ЪА = btq\*

b4 = bgq = (f va h.k.

Umuman,

О **К = (1)**

chunki geometrik progressiyaning п- hadi uning birinchi hadini q songa (n-1) marta ko'paytirish bilan hosil qilinadi.

(1) formula geometrik progressiya n-hadi formulasi deyiladi.

1. masala. Agar b± = 81 va g = l bo‘lsa, geometrik progres- siyaning yettinchi hadini toping.

Д (1) formulaga ko‘ra:

Ьь - 81 • fil7 1 - SI -1. A

01 V 3s 9

1. masala. 486 soni 2,6,18,... geometrik progressiyaning hadi. Shu hadning nomerini toping.

Д Aytaylik,n - izlangan nomer bo'lsin. ftj = 2,q = 3 bo‘lgani uchun bn = bj?"-1 formulaga ko‘ra:

486 = 2 • 3-1, 243 = 3"-\ 3е = З""1,

bundan n l = 5, n=6. A

1. masala. Geometrik progressiyada be = 96 va bg = 384. n- hadining formulasini toping.

Д bn = bj?'1-1 formulaga ko‘ra: Ьв = Ь^, bs = blq7. b5 va b& ning berilgan qiymatlarini qo‘yib,hosil qilamiz: 96 = b1gB,384 = b1g7. Bu tengliklardan ikkinchisini birinchisiga bo'lamiz:

384 \_ hq7 96 bq5'

bundan 4=q2 yoki <?2 = 4. Oxirgi tenglikdan q=2 yoki q —2 ekanini topamiz.

Progressiyaning birinchi hadini topish uchun 96 = Ълць tenglik­dan foydalanamiz:

1) q = 2 bo‘lsin. U holda 96 = 26, 96= 32, \ = 3.

Demak, b1 = 3 va q = 2 bo'lganda n- hadning formulasi

6=3- 2""1

*it*

bo‘ladi.

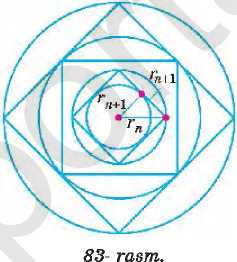
164

1. q—2 bo'lsin. U holda 96=ft,(-2)6, 96 = &,(-32), b = -3. Demak, ft, = -3 va q = -2 bo‘lganda,rt-hadning formulasi

K- -3 • (-2)"-1

bo'ladi.

Javob: 6B=3-2“-[[31]](#footnote-31)yoki &b = -3-(-2)“-1. ▲

1. masala. Aylanaga kvadrat ichki chizilgan,miga esa ikkinchi ay- lana ichki chizilgan. Ikkinchi aylanaga ikkinchi kvadrat ichki chizilgan, unga esa uchinchi aylana ichki chizil­gan va hokazo (83-rasm). Aylanalarning radiuslari geometrik progressiya tashkil qilishini isbotlang.

Д n- aylananing radiusi rn bo‘lsin. U holda Pifagor teoremasiga ko‘ra

—2 , «2 \_ „2 're+1 T 'rc+1 — 'n »

-lr2

rn+1 =irn >ya ni = -^r„.

bundan,

Demak, aylanalar radiuslarining ketma-ketligi maxraji bo‘lgan geomet­rik progressiya tashkil qiladi. A

***Mashqlar***

1. (Og‘zaki.) Ushbu geometrik progressiyaning hirinchi hadi va maxraji nimaga teng:
2. 8,16,32,...; 2)-10,20,-40,... ;
3. 4, 2,1,... ; 4)-50,10,-2,...?
4. Agar geometrik progressiyada:

1) ft, = 12, q = 2; 2) ft, = -3, q = -4; 3) ft, = 16, q = -2

bo‘Isa, uning dastlabki beshta hadini yozing.

1. n-hadining formulasi bilan berilgan quyidagi ketma-ketlik geo­metrik progressiya bo‘lishini isbotlang:
2. Geometrik progressiyada:
3. b1 = 3 va q= lObo'lsa, b4 ni;
4. b1 = 4 va g = | bo‘lsa, b7 ni;
5. й1 = 1 va q = -2 bo'lsa, bs ni;
6. b1 = -3 va </ = -i bo‘lsa, bg ni hisoblang.
7. Geometrik progressiya и-hadining formulasini yozing:

1) 4, 12, 36,...; 4) 3,-4,^,... ;

2)3, 1, I,...; 5)16,8,4,2,... ;

3) 4,-1, I,...; 6)-9,3,-l, 1,—

1. Geometrik progressiyada tagiga chizilgan hadning nomerini to­ping:
2. 6,12,24,... ,192,...; 2) 4,12,36,... ,324,...;

3) 625,125,25,... , ^ ; 4) -1,2,-4,... ,123,... .

1. Agar geometrik progressiyada:
2. bx = 2, bs = 162; 3) = -128, b7 = -2;
3. \ = 3, b4 = 81; 4) = 250, b4 = -2

bo‘lsa,uning maxrajini toping.

1. 2,6,18,... geometrik progressiya berilgan.
2. shu progressiyaning sakkizinchi hadini hisoblang;
3. ketma-ketlikning 162 ga teng hadining nomerini toping.
4. Agar musbat hadli geometrik progressiyada:

1) \*k = i\* &«=81; 2)&e = 9, ft8 = 3; 3)&„=3, {\* = !

bo‘lsa,uning yettinchi hadini va maxrajini toping.

1. Agar geometrik progressiyada:

1) b4 = 9, Z>9 = 20; | 2) &4 = 9, \ = 4; | 3)b4 = 320, \ = 204,8 bo‘lsa, uning beshinchi va birinchi hadlarini toping.

1. Omonatchi jamg'arma bankiga 2009-yilning 4-yanvar kuni 300000 so‘m pul qo'ydi. Agar jamg'arma banki yiliga jam-g'armaning 30% i miqdorida daromad bersa.omonatchming puli 2012- yilning 4- yanvariga borib qancha bo‘ladi?
2. Tomoni 4 cm bo'lgan kvadrat berilgan. Uning tomonlarining o'rtachalari ikkinchi kvadratning uchlari bo'ladi. Ikkinehi kvadrat tomonlarining o'rtalari uchinchi kvadratning uclilari bo‘ladi va hokazo. Shu kvadratlar yuzlarining ketma-ketligi geometrik progressiya tashkil qilishini isbotlang. Yettinchi kvadratning yuzini toping.
3. §. GEOMETRIK PROGRESSIYA DASTLABKI n ТА HADINING YIG'INDISI
4. masala. Ushbu yig‘indini toping:

**S = 1 + 3 + 32 + 33 + 34 + 35. (1)**

A Tenglikning ikkala qismini 3 ga ko'paytiramiz:

3S = 3 + 32 + 38 + 34 + 3s + 38. (2)

(1) va (2) tengliklarni bunday yozib chiqamiz:

S = 1 + (3 + 32 + 33 + 34 + 36);

3S = (3 + 32 + 3s + 34 + 3B) + 3®.

Qavslarning ichida turgan ifodalar bir xil. Shuning uchun past- dagi tenglikdan yuqoridagi tenglikni ayirib, hosil qilamiz:

3S - S = 3е - 1, 2S = 3е - 1,

**^=3^1 = 12^ = 364. A**

Endi maxraji q^l bo‘lgan ixtiyoriy b , b q,...,b q\*, ... geometrik progressiyani qaraymiz. Sn - shu progressiyaning dastlabki n ta hadining yig'indisi bo'lsin:

*Sn = bl+b1q+b1q\*+ ...+ \q^.* (3)

O

Teorema. *Maxraji q ф* 1 *bo4gan geometrik progres­siyaning dastlabki n ta hadining yig'indisi quyidagiga teng:*

*Sn*—*J=r-*

(4)

О (3) tenglikning ikkala qismini q ga ko'paytiramiz:

qSa **= + fti92 +** btQ3 **+ - + \*\9\*- (5)**

**(3) va (5) tengliklami,ulardagi bir xil qo‘shiluvchilarni ajratib,yozib chiqamiz:**

Sn = bl+ **(bi9 +** + - **+ M""1)’**

***4sa = (b±q + \q2* + b, *q3 +* ... + *\q^)* + *\q\***

Qavslarning ichida turgan ifodalar teng. Shuning uchun yuqori- dagi tenglikdan pastdagisini ayirib,hosil qilamiz:

*S ~qS = b- b qn.*

n 2 n 1 1^

Bundan

S„(l - *q) = bt( 1 - q% Sn =* . •

Agar q=l bo‘Isa, u holda

Sn = &! + &! +... + = t^n» ya’ni SB = bjt.

n ta qo'shllllvchl

1. **mas a la. 6, 2, ^ ,... geometrik progressiya dastlabki beshta**

**3**

**hadining yig'indisini toping.**

**Д Bu progressiyada Ьг = 6,5 = |. (4) formula bo'yicha topamiz:**

& = -

6.Ц--

**61**

**243**

**1-i**

**6 242 3 \_ 242 2243 27 '**

1. masala. Maxraji Q = ~ bo‘lgan geometrik progressiyada dast­labki oltita hadning yig'indisi 252 ga teng. Shu progressiyaning birinchi hadini toping.

Д (4) formuladan foydalanib, hosil qilamiz:

1-1

Bundan 252 = 25, fl - —Y 252 = ^|^, b=128. ▲

V, 64у

1. masala. Geometrik progressiya dastlabki n ta hadining yig‘indisi -93 ga teng. Bu progressiyaning birinchi hadi -3 ga, maxraji esa 2 ga teng. n ni toping.

A (4) formuladan foydalanib,hosil qilamiz:

Bundan -31 = 1 - 2", 2" = 32,2s = 2\n = 5. ▲

1. mas ala. 5, 15, 45, ..., 1215, ... - geometrik progressiya. 5 + 15 + 45 + ... + 1215 yig'indini toping.

A Bu progressiyada bx=5, q=3, 5n=1215. Dastlabki n ta had yi- g‘indisi formulasini bunday almashtiramiz:

**о \_ *hn-q11)* \_ ь, \_ *К-ЪпЧ \_ Kq-h***

1=5 1=5 1=5 5=i~ ■

Masalaning shartidan foydalanib,topamiz:

=

**1215 • 3-5 \_ 3645-5 \_ 18qq ^**

**3-1**

*Mashqlar*

1. Agar geometrik progressiyada:

|  |  |
| --- | --- |
| 1) by =i,g = 2, n = 6; | 2) ft, = -2, q = \,n- 5; |
| 3) Ьг = l,q = -|,n = 4; | 4) ^ = -5, g—|,n-5 |

bo‘lsa,uning dastlabki n ta hadining yig'indisini toping.

1. Geometrik progressiya dastlabki yettita hadining yig'indisini toping:

1)5,10,20,...; 2)2,6,18,...; 3)±,|

**,1,2,... .**

1. Agar geometrik progressiyada:
2. q = 2, S7 = 635 bo‘lsa, Ьг va Ъч ni toping;
3. q = -2, Sg = 85 bo‘lsa, Ьл va bg ni toping.
4. Agar geometrik progressiyada:
5. Sn = 189, Ьг = 3, q = 2;
6. s" = 635, \ = 5, q = 2;
7. Sn = 170, bj = 256, g = -i;
8. S„ = -99,b1 - -9, q = -2

bo'lsa, uning hadlari soni n ni toping.

1. Agar geometrik progressiyada:
2. b1 = 7, q = 3, Sn = 847 bo'lsa, n va bn ni;
3. = 8, q = 2, Sn = 4088 bo‘lsa, n va bn ni;
4. = 2, bn = 1458, Sa = 2186 bo‘lsa, n va <7 ni;
5. = 1, bn = 2401, Sa = 2801 bo'lsa, n va q ni

toping.

1. Agar sonlar yig'indisining qo‘shiluvchilari geometrik progres- siyaning ketma-ket hadlari bo‘lsa,shu yig‘indini toping:

1) 1 + 2 + 4 + ... + 128; 2) 1 + 3 + 9 + ... + 243;

1. -1 + 2 - 4 + ... + 128; 4) 5 - 15 + 45 - ... + 405. [[32]](#footnote-32) [[33]](#footnote-33)
2. Geometrik progressiyada:
3. = 1 va bg + b6 = 90 bo‘lsa, q ni;
4. b2 = 3 va bi + b6 = 60 bo‘lsa, q ni;
5. bx - b3 = 16 va b2 - bi = 30bo‘lsa, S10 ni;
6. bg - ftj = 24 va b# - &j = 624 bo'lsa, Ss ni toping. [[34]](#footnote-34) [[35]](#footnote-35)

? ■ - фт (2)

84- rasmdan ko‘rinib turibdiki, kvadratlaming tomonlari va lear­ning yuzlari n nomeming ortishi bilan borgan sari kamayib, nolga yaqinlasha boradi. Shuning uchun (1) va 12) progressiyalar cheksiz kamayuvchi progressiyalar deyiladi. Bu progressiyalaming maxrajlari birdan ki- chik ekanligini ta’kidlab o'tamiz.

Endi quyidagi geometrik progres­siyani qaraymiz:

1 1 i

L’ -3- a?-

*W*

**(1У**

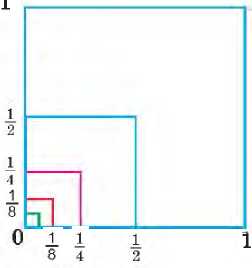
*n—l*

*3n-*

**(3)**

Buprogressiyaning maxraji ?=-|, hadlari esa Ъг - 1, &2=-|, =

b\* = ~27 va hokazo.



*84- rasm.*

n nomerning ortishi bilan bu progressiyaning hadlari nolga yaqinlashadi. (3) progressiya ham cheksiz kamayuvchi progressiya deyiladi. Uning maxrajining moduli birdan kichik ekanligini ta’kid- lab o'tamiz: |g| < 1.

**e**

**Maxrajining moduli birdan kichik bo‘lgan geometrik prog­**

**ressiya cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya deyiladi.**

1. masala, n-hadining Ъп=\ formulasi bilan berilgan geo-

metrik progressiya cheksiz kamayuvchi bo‘lishini isbotlang.

AShartgako‘ra ftj = |,ft2 = = -Jg,bundan g = ^- = ^. bo‘lgani

uchun berilgan geometrik progressiya cheksiz kamayuvchi bo‘ladi.A 85-rasmda tomoni 1 bo'lgan kvadrat tasvirlangan. Uning yar- mini shtrixlaymiz. So'ngra qolgan qismining yarmini shtrixlaymiz va hokazo. Shtrixlangan to‘g‘ri to‘rtburchaklarning yuzlari quyi- dagi cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyani tashkil qiladi:

1 1 1 \_l \_L

**2’ 4’ 8’ 16’ 32’**

Agar shunday yo‘l bilan hosd qilingan barcha to‘g‘ri to'rtbur- chaklami shtrixlab chiqsak,u holda butun kvadrat shtrix bilan qop- lanadi. Hamma shtrixlangan to‘g‘ri to'rtburchaklar yuzlarining yig’indisini 1 ga teng deb hisoblash tabiiydir,ya’ni:

1. + 1+ 1 + X+J^+ = i
2. + 4 + 8 + 16 + 32+ ■" L-

Bu tenglikning chap qismida chek­siz sondagi qo‘shiluvchilar yig'indisi turibdi. Dastlabki n ta qo'shiluvchi- ning yig’indisini qaraymiz:

l 2n

Geometrik progressiya dastlabki n ta hadi yig‘indisi formulasiga ko‘ra:

*2я*

*85- rasm.*

Agar n cheksiz o‘sib borsa, u holda nolga istagancha yaqin- lasha boradi (nolga intiladi). Bun day hoi quyidagieha yoziladi:

n -> да da -h- —> 0

*2n*

(o‘qilishi: n cheksizlikka intilganda ^тг nolga intiladi) yoki

lim

= 0

7l—>oo 2"

Umuman, biror a ketma-ketlik uchun n—\*°о da a - a —» 0 bo'lsa.u holda an ketma-ketlik a songa intiladi (an ketma-ketlikning n—\*x> dagi limiti a ga teng) deyiladi va bu lim an = a kabi yoziladi.

(o‘qilishi: n cheksizlikka intilganda i ketma-ketlikning limiti nolga teng).

n-

\*oo da фг -> 0 bo'lgani uchun n-

da

*H)*

—> 1 ,ya’ni n—\*oc

da Sn—>1. Shuning uchun | + i + i + i + \_i\_ + ... cheksiz yig'indi 1 ga teng deb hisoblanadi.

Endi ixtiyoriy cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyani qaraymiz:

*b1,b1q,b1q\...,b1qn-1,...,*

bunda У < 1.

*I*

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image120.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image121.jpeg *Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning yig‘indisi deb n* —> oo *da uning dastlabki n ta hadi yig‘indisi intiladigan songa aytiladi.*

*S„*

frj(l-gn)  
i-q

formuladan foydalanamiz. Uni bunday yozamiz:

**(4)**

Agar n cheksiz o‘ssa,|g|<l bo‘lgani uchun qn—\*0. Shuning uchun • qn ham n—da nolga intiladi. (4) formulada birinchi qo'shiluvchi

n ga bog‘liq emas. Demak,n-^oo da S yig‘indi songa intiladi.

*n l-q*

**Shunday qilib, cheksiz kamayuvchi geometrik progres- siyaning** S **yig‘indisi quyidagiga teng:**

S = — i-q

(5)

**Xususiy holda, bt** = **1 bo'lganda,** S **= -Д ni olamiz. Bu**

1-9

tenglik, odatda, ushbu ko‘rinishda yoziladi:

1 + q + q2 +... + gn\_1 + ... = .

1 *-q*

Bu tenglik va (5) tenglik faqat |q| < 1 bo'lganda o'rinli bo'lishini ta’kidlab o'tamiz.

1. masala, i, -4, A-, - -FT,... cheksiz kamayuvchi geometrik

A 6 18 54

progressiya yig'indisini toping.

Д Ьл =i, b2 = -i bo'lgani uchun q = ^ = -I, £ = formula bo‘-

yicha:

i

**\_ 3**

8 -

1. m a s a 1 a. Agar b& = -1, q = i bo‘Isa,cheksiz kamayuvchi geomet­rik progressiya yig'indisini toping. 3^

Д n = 3 bo'lganda bn = formulaniqo'llasak, -1 = й, •[ - I , -1 = ^-^ hosil bo‘ladi,bimdan b1 = -49.

(5) formula bo'yicha /S yig'indini topamiz:

£ = =4£ = -57l A

1 7

1. masala. (5) formuladan foydalanib, a = 0,(15)= 0,151515... cheksiz o‘nli davriy kasrni oddiy kasr shaklida yozing.

Д Berilgan cheksiz kasr taqribiy qiymatlarining quyidagi ket- ma-ketligini tuzamiz:

“1=0>15 = Ш’

**15**

1002

**15**

1002

**15**

1003 '

<ц =0,1515 = -!^.+ ^ 100

= 0,151515= “U

100

Taqribiy qiymatlarni bunday yozish berilgan davriy kasrni chek- siz k£Lmayuvchi geometrik progressiya yig‘indisi shaklida tasvir- iash mumkmligini ko‘rsatadi:

▲

(5) formulaga ko'ra:

**15**

„ **\_ 100 \_ 15 \_ 5** \_L\_ **99 33 ‘**

100

*Mashqlar*

1. Ushbu geometrik progressiya cheksiz kamayuvchi bo'lishini isbot- lang:

1

**4’**

1>1’ T 4)—16, -8, -4,;

orii i

**3’ 9’ 27’**

5) з 413. Agar geometrik progressiyada:

3) -81,-27,

6) 8, 6, f, f, ....

1. \*\ = 40, b2=-20; 2)bT = 12, 6^=1;
2. b7 = -30, ba = 15; 4) \ = -9, % =

bo‘lsa,u cheksiz kamayuvchi bo‘ladimi?Shuni aniqlang.

1. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya yig'indisini toping:
2. 1, J, 2) 6,1, i, 3)-25,-5,-l,...;
3. -7, -1, -I 5)128, 64, 2, 6)-81,-27,-9,....
4. Agar cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyada:

1)? = J.\*4l=J; 2)ff = -I,b=fl;

3>« = i’\*b=ST; 4 )g=-±,ft4=-§

bo‘lsa,uning yig'indisini toping.

1. n- hadining formulasi bilan berilgan quyidagi ketma-ketlik cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya bo‘la oladimi?
2. bn = 3 • (-2)"; 2)i, = - 3-4»; 3) ^ =-2 • [-ij\* ;
3. K = 5 НГ 1; 5) Ъ\* = "2 ‘ t"3)"’ 6> b\* = 8{-1 ■
4. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya yig‘indismi toping:

1) 12, 4, 5 2) 100,-10,1 ... ; 3) 98, 28, 8

1. Agar cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyada:
2. *q = ±,t>b=§; 2)q = &,b4=l; 3)q = f,b=4*

bo‘lsa,iming yig‘indisini toping.

1. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning yig‘indisi 150 ga teng. Agar:

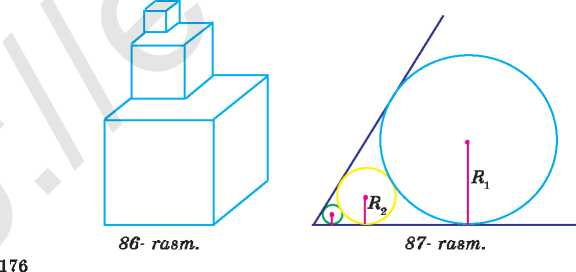
1) g=l bo‘lsa, \ ni; 2) Ъг = 75; 3) \ = 15

bo‘lsa, q ni toping.

1. Qirrasi a bo‘lgan kubning ustiga qirrasi ^ bo'lgan kub qo‘yish-

di,uning ustiga qirrasi ^ bo‘lgan kub qo'yishdi, so‘ngra uning

ustiga qirrasi ^ bo'lgan kub qo'yishdi va hokazo (86- rasm). Hosil bo'Lgan shaklning balandligini toping.



1. 60° li burchakka bir-biriga urinuvchi aylanalar ketma-ket ichki

chizilgan (87-rasm). Birin chi aylananing radiusi R1 ga teng. Qolgan aylanalarning R2, R;j, ... radiuslarini toping va

ular cheksiz kamayuvchi geornetrik progressiya tashkil qilishini ko'rsating. Rl + 2(R2 + R3 + ... + Rn + ...) yig'indi birinchi aylananing raarkazidan burchakning uchigacha boigan maso- faga tengligini isbotlang.

1. Cheksiz davriy o‘nli kasmi oddiy kasr shaklida yozing:

1) 0,(5); 2) 0,(9); 3) 0,(12); 4) 0,2(3); 5)0,25(18).

1. *bobga doir mashqlar*
2. Arifmetik progressiyaning ayirmasini toping, uning to'rtinchi va beshinchi hadlarini yozing:

1) 4, 4l, 4|, 2)31,3,21,...;

3) 1, 1 + Я, 1 + 2&, ...; 4) -Я, л/2-3, л/2-6, ....

1. n-hadi ал = -2(1-д) formula bilan berilgan ketma-ketlik arif- metik progressiya bo'lishini isbotlang.
2. Agar arifmetik progressiyada:

1) - 6, d = j bo‘lsa, as ni; 2) <^=-3^,^ = -! bo'lsa,

a7 ni; 3) ^=4,8, d= 1,2 bo‘lsa, anni hisoblang.

1. Agar arifmetik progressiyada:

1) at —1, a2 = 1; 2) at = 3, a2 —3; 3) a3 —2, a5 = 6 bo‘lsa, uning dastlabki yigirmata hadining yig'indisini toping.

1. Agar arifmetik progressiyada:

1) at = -2, an=-60, n=10; 2) щ = I, an= 25^, n = 11

bo‘lsa,uning dastlabki n ta hadining yig'indisini toping.

1. Agar:
2. -38 + (-33) + (-28) + ... + 12;
3. -17 + (-14) + (-11) + ... + 13

yig'indining qo‘shiluvchilari arifmetik progressiyaning ketma-ket hadlari bo'lsa, shu yig'indini toping.

1. Geometrik progressiyaning maxrajini toping hamda uning to'rtinchi va beshinchi hadiarini yozing:

1) 3, 1, J, ...; 2) 3)3, VS, 1,

1. 5, -5^2, 10, ... ; 5) 16,4,1,...; 6) 8,-4,2,... .
2. Geometrik progressiyaning n-hadi formulasini yozing:

1) -2, 4, -8, ...; 2) 1, -2, ...; 3) -27, -9, -3... .

1. Agar geometrik progressiyada:

1) b1 = 2, q = 2, n = 6; 2) l\ = |, q = 6, n = 4;

1. = -8, q = n = 5 bo‘lsa, bn ni toping.
2. Agar geometrik progressiyada:

1) ^=1, q = -4, n = 5; 2) = 2, q = -\, n = 10;

3) Ъг = 10, q = 1, n = 6; 4) Ъл = 5, q = -1, n = 9

bo‘lsa, uning dastlabki n ta hadining yig'indisini toping.

1. Geometrik progressiyaning dastlabki n ta hadining yig'indisini toping:

1) 128, 64, 31, ..., n = 6; 2) 162, 54, 18, .... n = 5;

o\ 2 13 \_ к.

3’ 2’8 n

4) ... n = 4

^ 4 2 3 ’

434. Berilgan geometrik progressiya cheksiz kamayuvchi ekanligini isbotlang va uning yig'indisini toping:

1)

1 \_1 \_1 **2’ 4’ 8’**

21-1 1 \_\_I\_ •

’ ’4’ 16’ '

3) 7, 1,

1

**7**

1. Agar arifmetik progressiyada a1=2|va a8 = 231 bo‘lsa, uning ayirmasini toping.
2. Agar arif metik progressiyada:

1) ax = 5, a3 = 15; 2) a3 = 8, as = 2; 3) a2 = 18, a4 = 14

bo‘lsa, uning dastlabki beshta hadini yozing.

1. -10 va 5 sonlari orasiga bitta sonni shunday qo‘yingki, natijada arif metik progressiyaning ketma-ket uchta hadi hosil bo'lsin.
2. Agar arif metik progressiyada:

1) a13 = 28, a20 = 38; 2) al3 = -6, a20 = 6; 3) ae = 10, au = 0 bo‘lsa, uning o‘n to‘qqizinchi va birinchi hadini toping.

*O'ZINGIZNI TEKSHIRIB KO'RING!*

1. Arifmetik progressiyada: 1) ax = 2, d = -3; 2) a1 = -7, d = 2

bo‘lsa, o10 ni va dastlabki o'nta hadning yig‘indisini toping.

1. Geometrik progressiyada: 1)^ = 4,<7 = ^; 2)61=i,g=3 bo'lsa,

be ni va dastlabki oltita hadning yig‘indisini toping.

1. 1) 1, i i, 2) 128, 32, 8..., ketma-ketlik cheksiz ka-

о У

mayuvchi geometrik progressiya ekanligini isbotlang va uning barcha hadlari yig'indisini toping.

1. \* ning qanday qiymatlarida:

1) Зх, 2x - 1; 2) 3\*2, 2, 11\*; 3) x2, 10\*, 25

sonlar arifmetik progressiyaning ketma-ket hadlari bo'ladi?

1. Quyidagi sonlar arifmetik progressiyaning ketma-ket uchta hadi bo'lishini ko'rsating:
2. sin(a + P), sinacosp, sin(a - P);
3. cos(a + P), cosacosP, cos(a - P);
4. cos2a, cos2a, 1; 4) sin5a, sin3acos2a, sina.
5. Yig‘indi 252 ga teng bo‘lishi uchun 5 dan boshlab nechta ketma- ket toq natural sonni qo'shish kerak?
6. Agar arifmetik progressiyada:

1) ^ = 40, n = 20, S20 = -40; 2) ^ - §, n = 16, S„= -10§;

1. д =-4,n=ll, iS11 = 231 bo'lsa, an va d ni toping.
2. Geometrik progressiyada:
3. agar bj = 4 va q = -1 bo'lsa, be ni hisoblang;
4. agar bj = 1 va q = %/3 bo‘lsa, b7 ni hisoblang.
5. Agar geometrik progressiyada:

K- 18; 2)- -3, i>„ - -81;

8)Ь,-4,»4-1;

bo‘lsa,uning beshinchi hadini toping.

1. 4 va 9 sonlari orasiga bitta musbat sonni shunday qo‘yingki, natjjada geometrik progressiyaning ketma-ket uchta hadi hosil bo'lsin.
2. Agar ketma-ketlik n- hadining:

**l)bB = 5»«; 2)&„ = (-4Г2; 3)fe„=H; 4)^=-J£L**

formulasi bilan berilgan bo‘lsa,u cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya bo‘la oladimi?

1. Agar geometrik progressiyada:

1) \ = -81, S2 = 162; 2) b2 = 33, S2 = 67;

3) *Ъг+ b3=* 130, *bt-b3=* 120; 4) *b2+ b4 =* 68, *b2~ b4 =* 60

bo‘lsa,u cheksiz kamayuvchi ekanligini ko‘rsating.

1. Dam oluvchi shifokor tavsiyasiga amal qilib.birinchi kuni Quyosh nurida 5 minut toblandi,keyingi har bir kunda esa toblanishni 5 minutdan oshirib bordi. Agar u toblanishni chorshanba kunidan bosblagan bo‘lsa,haftaning qaysi kuni uning Quyoshda toblani- shi 40 minutga teng bo'ladi?
2. Agar arifmetik progressiyada a1 + o2 + a8 = 15 va a1o2 ag=80 bo'lsa,uning birinchi hadi va ayirmasini toping.
3. Agar arifmetik progressiyada a2 + a2 + a3 - 0 va af + + af = 50

bo‘lsa,uning birinchi hadi va ayirmasini toping.

1. Soat 1 da soat 1 marta,2 da 2 marta,...,12 da 12 marta bong uradi. Soat mili navbatdagi har soatning yarmini ko'rsatganda esa bir marta bong uradi. Bu soat bir sutkada necha marta bong uradi?

***IV bobga doir sinov (test) mashqlari***

1. Arifmetik progressiyada a2 = 3, d = -2. S101 ni toping.

A) -9797; B) -9798; C) -7979; D) -2009.

1. Arifmetik progressiyada d = 4, S5O=5000 bo‘lsa, Oj ni toping.

A) -2; B) 2; C) 100; D) 1250.

1. Arifmetik progressiyada al = 1, alol=301 bo‘lsa, d ni toping.

A) 4; B) 2; C) 3; D) 3,5.

180

1. Arifmetik progressiyada a2 + a9 = 20 bo‘Isa, <S10 ni toping.

A) 90; B) 110; C) 200; D) 100.

1. 8 ga bo'lganda 7 qoldiq beradigan ketma-ketlikning 5- hadini bel- gilang.

A) 47; B) 55; C) 39; D) 63.

1. 701 soni 1, 8, 15, 22,... progressiyaning nechanchi nomerli hadi?

A) 101; B) 100; C) 102; D) 99.

1. 1002, 999, 996, ... progressiyaning nechanchi nomerli hadidan boshlab, uning hadlari manfiy sonlar bo'ladi?

A) 335; B) 336; C) 337; D) 334.

1. Arifmetik progressiyada a2 + ae = 44, a& - = 20 bo‘lsa, aloe ni

toping.

A) 507; B) 495; C) 502; D) 595.

1. Arifmetik progressiyada a =7, d=5, S =25450 bo‘lsa, n ni toping.

A) 99; B) 101; C) 10; D) 100.

1. Arifmetik progressiya a12+alg = 20 bo‘lsa, SM ni toping.

A) 260; B) 270; C) 520; D) 130.

11.1 va 11 sonlari orasida 99 ta shunday sonni joylashtiringki,ular bu sonlar bilan birgalikda arifmetik progressiya tashkil qilsin. Shu progressiya uchun Sao ni toping.

A) 1721; B) 495; C) 300; D) 178.

1. Arifmetik progressiyada a1 =-20,7, d=l,8 bo‘lsa, qaysi nomerli

haddan boshlab progressiyaning barcha hadlari. musbat bo'ladi? A) 18; B) 13; C) 12; D) 15.

1. 7 ga karrali dastlabki nechta natural sonni qo‘shganda 385 hosil bo'ladi?

A) 12; B) 11; C) 10; D) 55.

1. Geometrik progressiyada b± = 2,q = 3 bo‘Isa, Se ni toping.

A) 1458; B) 729; C) 364; D) 728.

1. Geometrik progressiyada 4-\, S = 364 bo‘lsa, b1 ni toping.

A) 2421; B) 81; C) 121^; D) 240.

1. Geometrik progressiyada S4 = 10|,S5=42|, ^=1 bo'lsa, q ni toping:

A) 4; B) 2; C) 8; D)I.

1. Geometrik progressiyada 6 ta had bor. Dastlabki 3 ta hadining yig'indisi 26 ga, keyingi 3 ta hadining yig'indisi esa 702 ga teng. Progressiya maxrajini toping.

A) 4; В) 3; C) §; D) 2л/з.

1. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyada bj=l, S = 16 bo'lsa,^ ni toping.

A>§; B)§; c>f5 °) \*•

1. Geometrik progressiyada q = ^-,b1= 2-^3 bo‘lsa,S ni toping.

А) 2 + л/з; В) 3; C) D) 2.

**Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog‘liq masalalar**

1-masala. Erkin tushayotgan jism birinchi sekundda 4,9 m,har bir keyingi sekundda esa oldingisiga qaraganda 9,8 m ga ko‘proq tu- shib boradi. Jism 4410 metr balandlikdan qancha vaqtda yerga tushadi.

Д Masalaning shartiga ko'ra jism birinchi sekundda ^—4,9, ikkin- chi sekundda o2=4,9 + 9,8,uchinchi sekundda a3=a2+9,8=a1+2-9,8 va hokazo n- sekundda an-an l+9,8—^+(^-1)9,8 metr pastga tushadi, ya’ni har sekundda tushayotgan masofaiar arifmetik progressiyani tashkil qbadi. Demak, jism n sekundda yerga tushadi desak,arif- metik progressiyaning n ta hadining yig‘indisi formulasiga asosan

***лллп*** , , , , ***2al+{n-l)d***

4410 = flj + л g + flg +... + лп = n =

*2*

**2-4,9 + (n-l)-9,8**

= *\*71.*

2

Bundan 4,9ra2=4410, n2=900, n=30 ni hosil qilamiz.

Javob: Jism 30 sekundda yerga tushadi. A

2- masala. Omonatchi b so‘m mablag'ini bankka yiliga p% dan qo‘ydi va n yil o'tgandan keyin hamma pulni qaytarib oldi. Agarda b = 4000000, p=8 bo'lsa, omonatchi ikki yildan keyin qan- cha pul olgan?

Д Boshlang‘ich qo‘yilgan mablag‘i b ao‘m bo'lsa, bir yildan ke-

yin omonatchining mablag'i so‘m bo'ladi. Keyingi

yillar uchun quyidagi variantlardan bin bo‘lishi mumkin:

1) keyingi har yili protsent boshlang'ich mablag\* b somdan hisob-

lanadi. Bunda ikkinchi yildan keyin b2=b +1 + — + — = b-\1 + —-

100 100 l 100

so‘m va hokazo n-yildan keyin b„ =b-\ 1 + —so‘m bo‘ladi. Prot-

" 100)

sentni hiaoblashning bu usuli sodda protsent deyiladi. Bunda, agar b = 4000000, p = 8, n = 2 bo'lsa, u holda b2=4000000-l,16 = = 4640000;

1. Keyingi har yili protsent oldingi yil yig'ilgan mablag'dan

hisoblanadi. Ikki yildan keyin

*b2*

= V

so‘m

va hokazo n yildan keyin b„ =b„ \ 1 + -Д =b- 1 + ^- bo'ladi.

s iooj 1, 100 J

Protsentni hisoblashning bu usuli murakkab protsent deyiladi. Bunda

agar b =4000000, =8, n=2 bo‘lsa, u holda b2=4 000 000 1,082= =4 665 600 so‘m.

Javob: sodda protsent holida b„ =b- \ 1 + ——

so‘m; 4 640 000,

1 100

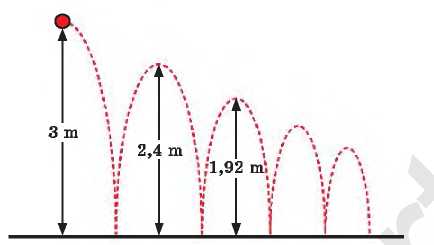
murakkab protsent holida b„ =b-\ 1 +

so‘m; 4665600so‘m. A

л 1 100

**Masalalar**

1. Erkin tushuvchi jism birinchi sekundda 4,9 m yo‘l bosadi,ke- yingi har bir sekundda esa oldingisidan 9,8 m ortiq yo‘l bosadi. Tushayotgan jism beshinchi sekundda qancha masofani bosib o‘tadi?
2. Sirkning sektorlaridan birida har bir keying! qatorda oldingi- siga qaraganda bittadan o'rindiq ko'proq. Agarda
3. birinchi qatorda 8 ta o'rindiq, qatorlar esa 22 ta;
4. birinchi qatorda 10 ta o‘rindiq, qatorlar esa 21 ta bo‘lsa,shu sektorda nechta joy bor?
5. Sayyohlar daryo bo‘ylab 140 km yurishni rejalashtirishdi. Birin­chi kun 5 km, har bir keyingi kun bo'lsa, undan oldingi kunga nisbatan 2 km ko‘proq yurishadigan bo‘lsa,ular sayohatda necha kun bo'lishadi?
6. Xamirturush hujayralari har bir hujayra ikkiga bo'linishi orqali ko‘payadi. Agar boshlang‘ich holatda 6 ta hujayra bo‘lsa, 10 marta bo'linishdan keyin hujayralar soni nechta bo'ladi?
7. Kalendar yili davomida zavod xodimining oylik ish haqi har oy bir xil miqdorga oshirib boriidi. Iyun,iyul,avgustda olgan oylik ish haqlarining umumiy miqdori 9 900 000 so‘m, sentabr,oktabr, noyabr uchun olingan ish haqlarining yig‘indisi esa 10 350 000 so‘m bo‘ldi. Xodimning yil davomida olgan umumiy ish haqini toping.
8. Havo vannasini olish yo‘li bilan davolanishda birinchi kuni davolanish 15 min davom etadi, keyingi har bir kunda uni 10 minutdan oshirib boriladi. Vanna olish ко‘pi bilan 1 soat-u 45 minut davom etishi uchun ko‘rsatilgan tartibda havo vannasini olish necha kun davom etadi?
9. Tashlangan elastik koptok yerga urilib yana tepaga chiqqanida har safar oldingi balandligining 80% iga ko‘tarilsa,u holda 3 metrdan tashlangan koptokning pastga va tepaga bosib o'tgan umumiy vertikal masofalari yig'indisini toping (88-rasm).



*88- rasm.*

*Tarixiy masalalar*

l.Beruniy masalasi. Agar hadlari musbat geomet- rik progressiyaning: hadlari soni toq bo‘lsa, u holda \+i = ^1' ^2k+i; hadlari soni juft bo'lsa, bA,&A+1 = &1' b2H bo'lishini isbotlang.

2. Axmes paptrustdan olingan masala (eramizdan oldlngi 2000- yillar). 10 o‘lchov g‘allani 10 kishi orasida shun- day taqsimlaginki.bu kishilarning biri bilau undan ke- yingisi (yoki oldingisi) olgan g‘allaning farqi ^ o‘l- chovga teng bo‘lsin.

|  |  |
| --- | --- |
| Ш | Tarixiy ma’lumotlar |
|  | „Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar" asarida Abu Rayhon Beruniy shaxmatning kashf etilishi haqidagi rivoyat bilan bog'liq birinchi hadi = 1 va maxraji q = 2 bo‘lgan geometrik progressiyaning birinchi 64 ta hadining yig'indi- sini hisoblaydi; shaxmat taxtasidagi h- katakka mos sondan 1 soni ayirilsa,ayirma k- katakdan oldingi barcha kataklarga mos sonlar yig'indisiga teng bo‘lishini ko‘rsatadi,ya’ni qk - \ \ q -\- q[[36]](#footnote-36) -\- ... + qk~l ekanini isbotlaydi. |

**У BOB. EHTIMOLLIKLAR NAZARIYASI**

**VA MATEMATIK STATISTIKA ELEMENTLARI [[37]](#footnote-37) [[38]](#footnote-38) 2**

hodisalar tasodifiy hodisalarga misol bo‘la oladi: 1) 1 dan 50 gacha natural sonlar orasidan tasodifan tanlangan son 7 ga bo'linadi; 2) tashlangan tanga gerb tomoni bilan tushdi.

1. **Birgalikda bo‘lishi mumkin va birgalikda bo‘lmagan hodisalar.**

Berilgan shartlarda bir vaqtda ro‘y berishi mumkin bo‘lgan ikki hodisa birgalikda bo'lishi mumkin deyiladi, bir vaqtning o'zida ro‘y bera olmaydigan hodisalar esa birgalikda bo'lmagan hodisalar deyiladi. Masalan, „quyosh chiqdi“ va „kun sovuq" birgalikda bo‘lishi mumkin hodisalar, „kun botdi“ va „quyosh chiqdi“ hodisalari esa birgalikda bo‘lmagan hodisalardir. 0‘yin kubigi bilan bog‘liq quyidagi hodisalami qaraylik: 1) 3 ochko tushdi; 2) 4 ochko tushdi; 3) 3 ochkodan ko'proq tushdi; 4) uchga karrali ochko tushdi. Bu hodisalar ichida quyidagi uch juftlik birgalikda bo'lishi mumkin hodisalardir: 1- va 4- (3 soni uch­ga karrali bo‘lgani uchun); 2- va 3- (4 ochko 3 ochkodan katta bo‘lgani uchun); 3- va 4- (masalan, 6 ochko). Quyidagilar esa birgalikda bo'lmagan hodisalardir: 1- va 2- (bir vaqtning o‘zida ikkita turli son tushihishi mumkin emas); 1- va 3- (3 ochkodan yuqori, ya’ni 4,5,6 ochkolari 3 ochko bilan bir vaqtda tusha ol- maydi); 2- va 4- (4 soni 3 ga karrali emas).

1. Teng imkoniyatli hodisalar.

Quyidagicha hodisalar guruhlariga misollarni qaraylik:



*Gerb tomoni Raqamli tomoni*

*89-rasm.*

1. tangani bir marta tashlaganda „raqamli tomonining tushi- shi“ va „gerbli tomonininig tushishi" (89-rasm);
2. o‘yin kubigi bir marta tashlaganda „1 ochkoning tushishi“ „2 ochkoning tushishi",..., „6 ochkoning tushishi";

1. bir tomoni ko‘k,qolgan tomonlari qizilga bo'yalgan kubik tashlanganda ,,ko‘k tomoni yuqorida bo'lib tushishi“ va „qizil tomoni yuqorida bo'lib tushishi“;
2. ichida 10 ta oq va bitta qora shar bo'lgan qutidan bitta shar olinganida uning ,,oq shar chiqishi" va „qora shar chiqishi".
3. va 2- misollarda hodisalardan birortasining ro‘y berishi uchun hodisalardan birida boshqasiga nisbatan biror-bir ustunlik bor deb bo‘lmaydi (tanga va kubiklar to‘g‘ri bo‘Isa albatta). Bun- day hodisalar teng imkonyatli hodisalar deb ataladi.

3- va 4- misollarda teng imkoniyatli bo‘lmagan hodisalarga misollar ko'rsatilgan. Haqiqatan ham, bo'yalgan kubikning 5 ta tomoni qizil, bitta tomoni esa qora va, demak, qizil tomoni tushishi uchun imkoniyatlar qora tomoni tushishiga qaraganda ko'proq. Shu kabi, oq sharlar chiqishi imkoniyatlari qora shar chiqishi imkoniyatidan ko'proq.

*M ashqlar*

Mashqlarda shartlar va bu shartlarda ro‘y berayotgan hodisalar tasvirlangan. Har bir hodisa uchun (og‘zaki) uning mumkin bo'lmagan yoki muqarrar, yoki tasodifiy ekanligini aniq- lang (452—456):

1. Maktabdagi o‘quvchilardan: 1) ikkitasining ismi bir xil;
2. hammasining bo‘yi bir xil.
3. Algebra darsligi tasodifiy ochilib, o‘ng betidagi uchinchi so‘z topddi. Bu so‘z: 1) ,,ehtimollik“ so‘zi; 2) belgisidan boshlanadi.
4. IX sinf (unda qizlar ham o‘g‘il bolalar ham bor) jumalida- gi ro'yxatdan tasodifiy bir o'quvchi tanlab olindi: 1) u qiz bola; 2) tanlangan o'quvchining yoshi 16 da; 3) tanlangan o'quvchi 15 oylik; 4) bu o‘quvchining yoshi 3 dan ortiq.
5. Bugun Samarqandda barometr normal atmosfera bosimini ko‘rsatmoqda. Bunda: 1) Samarqandda yashovchi ayolning qozonidagi suv t = 70°C da qaynadi; 2) havo harorati -5°C ga tushganda, ko'lmakdagi suv yaxladi.
6. Ikkita o‘yi.n kubigi tashlanmoqda: 1) birinchi kubikda 4 ochko, ikkinchisida esa 6 ochko tushdi; 2) ikkala kubikda tushgan ochkolar yig‘indisi 1 ga teng; 3) ikkala kubikda tushgan ochkolar yig‘indisi 14 ga teng; 4) ikkala kubikning bar birida 5 ochkodan tushdi; 5) ikkala kubikda tushgan ochkolar yig'indisi 12 dan katta emas.

Berilgan hodisalar juftliklarining qaysilari birgalikda bo‘- lishini, qaysilari esa birgalikda boMmasligini ko'rsa- ting(457-459):

1. Saodat va Shuhrat o'ynagan shashka o'yinida: 1) Saodat yut- di; Shuhrat yutqazdi; 2) Saodat yutqazdi; Shuhrat yutqazdi.
2. 0‘yin kubigi tashlandi. Uning yuqori tomoni: 1) 5 ochkoni; 3 ochkoui; 2) 1 ochkoni; toq ochkoni ko'rsatdi.
3. Domino to‘plamidan bir domino donasi olindi,unda: 1) son- laridan biri 4 dan katta, ikkinchisi 6 ga teng; 2) bitta son 5 dan kichik emas,ikkinchisi 5 dan katta emas; 3) sonlardan biri 5, ikkala son yig‘indisi 12 ga teng; 4) ikkala son 4 dan katta, sonlarning yig‘indisi 9 dan katta emas.
4. Quyidagi: 1) ,,qor yog‘yapti“; 2) „osmonda birorta ham bu- lut yo‘q“; 3) „havo harorati +37°C“ hodisalaridan mumkin bo‘lgan barcha juftliklarni tuzib, ular orasida birgalikda bo'lishi mumkin va birgalikda bo'lishi mumkin bo'lmagan hodisalar juftliklarini aniqlang.
5. Quyidagi hodisalar: 1) „bahor keldi"; 2) „dars jadvaliga ko'ra bugun 6 ta dars bo‘ladi“; 3) „bugun l-yanvar“;
6. „Toshkentdagi havo harorati +40°C“ dan mumkin bo'lgan barcha juftliklarni tuzib, ular orasida birgalikda bo‘lishi mumkin va birgalikda bo'lishi mumkin bo‘lmagan hodisalar juftliklarini aniqlang.
7. TVrtta gugurt qutichasidan birining ichi bo‘sh, qolganlari- da gugurt donachalari bor. Tasodifiy ravishda tanlangan qutichalardan biri ochildi. „Gugurt qutichasining ichi bo'sh chiqdi“ va „gugurt qutichasining ichi bo‘sh emas“ hodisalari teng imkoniyatli bo‘ladimi?
8. 0‘yin kubigining: 1) 1 ta tomoni; 2) 2 ta tomoni yashilga, qolgan tomonlarilari esa qizilga bo‘yaldi. „Yashil tomoni tushdi" va „qizil tomoni tushdi" hodisalari teng imkoniyatli bo'ladimi?
9. Birdan oltigacha nomerlangan 6 ta oq, 6 ta qizil, 6 ta ko‘k, 6 ta sariq sharlar bir xaltaga solindi va aralashtirildi. Xal- tadan tavakkaliga bitta shar olindi. Quyidagi hodisalar teng imkoniyatli bo'ladimi: 1) „tanlangan shar oq“ va ,,tan- langan shar ko'k"; 2) „tanlangan shar nomeri 5“ va „tanlan­gan shar nomeri 4“; 3) „tanlangan shar qizil va nomeri 2“ va „tanlangan shar sariq va nomeri 6“; 4) „tanlangan shar qizil" va „tanlangan shar qizil ernas"; 5) „tanlangan shar nomeri 2 dan katta ernas" va „tanlangan shar nomeri 2 dan katta"?
10. § HODISANING EHTIMOLLIGI

Hayotda turli hodisalar bilan to'qnashganda, ko‘p hollarda bu hodisalar ro'y berishining ishonchlilik darajasiga baho be- ramiz. Bunda ba’zi hodisalar haqida „bunday bo'lishi mumkin emas" deb aytsak, boshqa bir hodisalar haqida „bu albatta ro‘y beradi" yoki „bu hodisa ro'y berishiga ishonch katta" yoki ,,bu hodisa ro'y berishiga ishonch kam" deb aytamiz. Hodisalar ro'y berishining ishonchlilik darajasini baholash ehtimollik tushun- chasi bilan bog'liq.

XVII asr fransuz olimlari Blez Paskal (1623-1662 ) va Pyer Ferma (1601-1665) orasida bir qator matematik masalalar bo'yicha yozishgan xatlarida birinchi bor ehtimollik bilan bog'liq masalalarni yechishning ilk bor umumiy yondashuvlari shakllan- di. Blez Paskal 1654-yil 28-oktabrda Pyer Fermaga yozgan xa- tida,jumladan,quyidagicha mulohazalarni yuritadi:

„O'yinchi kubikni tashlaganda qanday son tushishini bilmaydi. Lekin u 1,2,3,4,5 va 6 sonlari teng imkoniyatli ravishda tushi­shini biladi. Bundan tashqari, o'yinchi tajriba (kubik tashlash) natijasida ko'rsatilgan sonlardan birortasining tushishi bu mu- qarrar hodisa ekanligini ham biladi. Agarda biz muqarrar hodisa- ning ro'y berish imkoniyatini 1 deb qabul qilsak, u holda shu sonlardan birining, masalan, 6 (xuddi shunday boshqa sonlarning

ham) ning chiqishi 6 barobar kichik,ya’ni i ga teng bo'ladi".

6

U yoki bu hodisaning muvaffaqiyatli ro‘y berlsh imkoniyatini matematiklar hodisaning ehtimolligi deb nomlashdi va lotincha probabilitas - ehtimollik so‘zining birinchi harfiga raos ravishda P orqali belgilashdi.

Agarda A orqali o'yin kubigi bir marta tashlanganda „5 och- ko tushdi“ hodisasi belgilansa, u holda A hodisaning ehtimolligi

P(A) orqali belgilanadi, P(A) = ^ ko‘rinishda yoziladi va hodisa­ning ehtimolligi ! deb o‘qiladi.

6

1. masala. Bir xil kartochkalarga 1 dan 20 gacha sonlar yozildi (har bir kartochkaga bittadan son yozildi). Kartochkalar stolga teskarisi bilan qo'yildi va aralashtirildi. Tasodifan olingan kartochkadagi sonning 7 bo‘lishlik ehtimolligini toping.

Д Kartochkalar soni 20 ta va har bir kartochkaga 1 dan 20 gacha sonlar bir martadan yozilgani uchun tanlash natijasida 20 ta teng imkoniyatli hodisalar ro‘y berishi mumkin (tajriba nati- jalari): 1) 1 soni chiqdi; 2) 2 soni chiqdi; 20) 20 soni chiqdi.

Bunda „biror son chiqdi" hodisasi esa muqarrar hodisa. Bu muqarrar hodisaning ehtimolligi 1 ga teng va A - „7 soni chiq­di" hodisasining ehtimolligi esa 20 marta kichik,ya’ni P(A) = —.

20

**Javob:** 4- **A.**

20

Yuqorida qaralgan elementar hodisalardan tashqari murak- kabroq hodisalarni ham o‘rganish mumkin. Masalan, 1- masaladagi tanlangan kartochkadagi sonning tub son bo‘lishligining ehti­molligini topish kerak bo'lsin. A - „20 dan katta bo'lmagan tub sonning chiqishi" hodisasini qaraylik. Bu hodisa 8 ta holda (natijada) ro‘y beradi - ya’ni 2,3,5,7,11,13,17,19 tub sonlar- ning birortasi chiqqanda. Ushbu natijalar A hodisa uchun qulay- llk tug‘dtruvchi imkontyatlar deb ataladi. Mumkin bo‘lgan barcha natijalar (ular 20 ta) ichida 8 tasi qulaylik tug'diruvchi imkoni- yatlardir, shu sababli A hodisaning ehtimolligi

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image125.jpeg

**OAgarda biror tajribada** n **ta teng imkoniyatli, o'zaro juftma-juft birgalikda bo‘lmagan natija mavjud bo‘lib, ulardan** m **tasi** A **hodisa uchun qnlaylik tug‘diruvchi**

**imkoniyatlar bo'lsa, u holda ® nisbat** A hodisa ro‘y beri- shining ehtimolligi **deyiladi va quyidagicha yoziladi:**

*P(A) = -*

**(1)**

***n***

1. masala. 0‘yin kubigini bir marta tashlanganda toq sonli ochko chiqishining ehtimolllgini toping.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image126.jpegA A- „toq sonli ochko chiqishi“ hodisasiga qulaylik tug‘di- ruvchi 3 ta natija (1 ning chiqishi,3 ning chiqishi va 5 ochko- ning chiqishi) mavjud, ya’ni m = 3. Teng imkoniyatli barcha natijalar soni esa n = 6, shu sababli

**Javob: A**

1. masala. Qutida 6 ta qizil va 4 ta ko‘k shar bor. Ulardan biri tasodifan tanlanib, qutidan olindi. Olingan shaming qizil bo‘lishlik ehtimolligini toping.

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image127.jpegA Tajribaning 10 ta teng imkoniyatli natijalari mavjud: 1- shar olindi, 2- shar olindi, ..., 10- shar olindi, ya’ni n = 10. Qulaylik tug‘diruvchi natijalar soni esa m = 6 ta. Shu sababli

**\_S\_ \_ 3 10 " 5**

**Javob: ^**

Muqarrar, mumkin bo'lmagan va tasodifiy hodisalarning ehti- molliklari haqida (1) formulaga asosan quyidagilarni aytish mumkin: Agarda A hodisa muqarrar ro‘y beradigan hodisa bo'lsa, u holda barcha natijalar unga qulaylik tug'diruvchi bo‘ladi, ya’ni

m = n. U holda P{A) = — = 1.

*n*

Agarda A hodisa ro‘y berishi mumkin bo‘lmagan hodisa bo‘lsa, u holda unga qulaylik tug‘diruvchi natijalar mavjud emas, ya’ni

m = 0. Demak.bu holda P(A) = — = 0.

*П*

Agarda A hodisa tasodifiy hodisa bo‘lsa,u holda unga qulay­lik tug‘diruvchi natijalar uchun 0 < m < n shart bajariladi. Shu

sababli,hunday hollarda 0 < P(A) = < 1.

***M ashqlar***

1. Quyida keltirilgan hollarda ro‘y berishi mumkin bo‘lgan barcha elementar teng imkoniyatli hodisalarni sanab o‘ting:
2. tanga tashlash; 2) о‘yin kubigini tashlash; 3) yoqlarining rangi oq, qizil, sariq va ko‘k bo‘lgan tetraedrni tashlash;
3. sathi А, В, C, D, E va I1 orqali belgilangan 6 ta sek- torga bo'lingan ruletkaning strelkasini aylantirish.
4. Domino o‘yinining to‘liq komplektidan bitta donasi tasodi- fan olindi. Bu donaning:
5. 6 va 5 sonlari; 2) 0 va 1 sonlari; 3) bir xil sonlar; 4) har xil sonlar chiqishlik ehtimolligini toping.
6. Qutida 4 ta qizil va 5 ta ko‘k shar bor. Tasodifan bir shar olindi. Olingan shaming:
7. qizil; 2) ko‘k; 3) yashil; 4) qizil yoki ko‘k bo‘lishlik eh- timolligi qanday?
8. Qutida 3 ta ko‘k, 4 ta sariq, 5 ta qizil shar bor. Tasodifan bir shar olindi. Olingan shaming:
9. ko‘k; 2) sariq; 3) qizil; 4) ko‘k emas; 5) sariq emas; 6) qi­zil emaslik ehtimolligi qanday?
10. Bir xil kartochkalarga 1 dan 12 gacha sonlar yozildi (har bir kartochkaga bittadan son yozildi). Kartochkalar stolga teskarisi bilan qo‘yildi va aralashtirildi. Tasodifan olingan kartochkaning:
11. 5; 2) juft; 3) 3 ga karrali; 4) 4 ga karrali; 5) 5 ga boTinuvchi; 6) tub son boTish ehtimolligi qanday?
12. Nigora dugonasining telefon nomerining oxirgi ikkita raqa- mini yoddan chiqarib qo'ydi va uni tasodifan terdi. Nigora o‘z dugonasining telefoniga tushish ehtimolligi qanday?
13. Lotereyada 1000 ta chipta bo‘lib, undan 30 tasi yutuqli. Bitta chipta xarid qilindi. Xarid qilingan chipta:
14. yutuqli; 2) yutuqsiz bo'lishlik ehtimoliigi qanday?
15. Talaba imtihonga tayyorlanish jarayonida unda beriladigan 30 ta biletning bittasiga tayyorlanishga ulgurmadi. Imti- honda talabaga bdgan bileti tushishining ehtimoliigi qanday?
16. Tanga 6 marotaba ketma-ket tashlanganda har safer gerb tomoni bilan tushdi. Tanga yana bir marotaba tashlansa, gerb tomoni bilan tushish ehtimoliigi qanday?
17. 52 talik qartalar dastasidan bir qarta tasodifiy ravishda olindi. Ushbu qartaning
18. olti g‘ishtin; 2) sakkiz; 3) qizil tusdagi valet; 4) sonli chillik tusli; 5) toq sonli g'ishtin tusli bo'lishining ehtimoliigi qanday?

**|36-§ TASODIFIY HODISANING NISBIY CHASTOTASI**

Ehtimollikning oldingi paragrafda berilgan ta’rifi ehtimollikning klassik ta’rifi deyiladi. Klassik ta’rif sinov yoki tajribaning albatta o‘tkazilishini talab qilmaydi: hodisaning barcha teng imkoniyatli va qulaylik tug'diruvchi natijalari nazariy jihatdan aniqlanadi.

Bunday ta’rifga ko‘ra tajribaning elementar teng imkoni­yatli natijalari soni chekli va muayyan son bilan ifodalanadi. Lekin amaliyotda, ya’ni tabiatshunoslikda, iqtisodda, tibbiyotda, ishlab chiqarishda va boshqa sohalardagi tasodifiy jarayonlar o'rganilayotganda tez-tez shunday sinovlar yoki tajribalar uchrab turadiki, ulardagi mumkin bo'lgan natijalar soni qamrab olish- ning imkoni boTmagan darajada ko‘p. Boshqa bir qator holat- larda tajribalarni amalda o‘tkazmaguncha natijalarning teng imkoniyatli boTishini aniqlash qiyin yoki mumkin emas. Masa- lan, firma ishlab chiqargan ko‘plab lampochkalarni tekshirib ko‘rmaguncha ,,yaroqli“ yoki ,,yaroqsiz“ ligi teng imkoniyatli bo‘lish yoki bo'lmasligini tasawur qilish qiyin. Shu sababli, klas­sik ta’rif bilan bir qatorda, amaliyotda ehtimollikning statistik ta’rifidan ham foydalanishadi. Bu ta’rif bilan tanishish uchun nisbiy chastota tushunchasini kiritishimiz kerak bo‘ladi.

**194**

**OBerilgan tajribalar qatorida A hodisaning nisbiy chas- totasi deb, ushbu hodisa ro‘y bergan tajribalar soni M ning o‘tkazilgaii barcha tajribalar soni N ga nisbatiga ay- tiladi. Bunda M soni A hodisaning chastotasi deb ataladi.**

A hodisaning nisbiy chastotasi W(A) orqali belgilanadi. U hol- da ta’rifga ko‘ra

W(A) = f- (1)

1-masala. Sinfda 30 ta o‘quvchi bor. 0‘tkazilgan nazorat ishidan 6 ta o‘quvchi 5 baho oldi. Sinfda o‘tkazilgan nazorat ishi- dan olingan a’lo baholarning nisbiy chastotasini toping.

A A - „5 baho olindi“ hodisasi bo‘lsa,bu hodisa 6 marta ro‘y berdi,ya’ni M = 6. Umumiy tajribalar soni N = 30, shu sababli

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image128.jpeg*ww = -k*

i

5"

**J avob:**

Fransuz tadqiqotchisi Byuffon (1707-1788) tangani 4040 marta tashlab ko‘rgan, shundan 2048 holatda tanga gerb tomoni bilan tushgan. Demak,bu holda ushbu tajribalar qatorida gerb tushi-

shining nisbiy chastotasi W(A) = = 0,5069 ga teng. Ingliz

matematigi Karl Pirson esa tangani 24 000 marta tashlaganida gerb tomoni 12 012 marta tushgan. Demak, tanga tashlashning bu tajribalarida gerb tomoni tushishining nisbiy chastotasi

ЩА) = М55§ = 0’5005 £a tenS-

Bu ikkita holdagi natijani solishtirsak, nisbiy chastotalar- ning qiymati,umuman olganda,muayyan tajribalarga va ulaming soniga qarab o‘zgarishi mumkinligini ko‘rishimiz mumkin.

Lekin tasodifiy hodisa nisbiy chastotasining asosiy xususiyati shundan iborat ekanki, tajribalar soni oshib borgani sari nisbiy chastota tobora barqarorlashib, biror son atrofida tebranib turar ekan. Shu son tasodifiy hodisaning statistih ehtimolligi sifatida qabul qilinadi. Masalan,tanga tashlashda bu son 0,5, ya’ni Byuf-

fon tajribasidagi ham.Pirson tajribasidagi ham hosil bo'lgan nis- biy chastotalar 0,5 ga juda yaqin sonlardir. Demak, tanga tash- langanda uning statistik ehtimolligi 0,5 ga teng.

Tanga tashlashga o‘xshash turli xil jarayonlarni o‘rganish bo‘yicha katta sondagi tajribalar turli tadqiqotchilar tomonidan o‘tkazilgan va ularning natijalari asosida shveysariyalik matema- tik olim Yakob Bemulli (1654-1705 ) katta sonlar qonuntai asos- lab berdi:

*Tajribalar soni katta bo'lganda hodisaning nisbiy chastotasi W(A) bu hodisaning ehtimolligi P(A) dan amaliy jihatdan farq qilmasligini, ya’ni katta sonli tajribalarda P(A) = W(A) ekanligi haqidagi dalilni muqarrar deb hisoblash mumkin.*

1. masala. Bir mamlakatda xorijdan kelgan sayyohlar va shu mamlakatning ichida sayohat qilgan mamlakat fuqarolari (ichki sayyohlar) haqida quyidagi ma’lumotlar berilgan bo'lsin:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Yillar | Sayyohlarning umumiy soni | |
| Xorijiy sayyohlar soni | Ichki sayyohlar |
| 2014 | 610 623 | 403 989 |
| 2015 | 746 224 | 348 953 |
| 2016 | 822 558 | 316 897 |
| 2017 | 774 262 | 346 103 |
| 2018 | 811 314 | 351 028 |

Qaralayotgan yillarda mamlakat ichida sayohat qilgan mam­lakat fuqarolari sonining nisbiy chastotasini toping.

Mamlakat ichida sayohat qilgan fuqarolar soni:

M= 403989 + 348953 + 316897 +346103 + 351028 = 1766970, xorijlik sayyohlar soni esa: 610623 + 746224 + 822558 + 774262+ + 811314 = 3764981.

Umumiy sayyohlar soni: N = 1766970+3764981=5531951.

U holda,

w \_ M \_ 1766970 N 5531961

0,3194.

Javob: W~0,3194.

*Mashqlar*

1. Jadvalning oxirgi ustunini to'ldiring:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tartib  гадали | Taj riba | Tajribalar soni (N) | A hodisa | A hodisa- ning chas- totasi | A hodisaning nisbiy chasto- tasi  H-f) |
| i | Tanga tashlash | 150 | Raqamli to- mon tushishi | 78 |  |
| 2 | Sportchi kamon- dan nishonga otyapti | 200 | Nishonga  tegishi | 182 |  |
| 3 | 0‘yin kubigi tashlanyapti | 400 | 4 tushishi | 67 |  |

1. Bir shaharda 920 ta odamdan ishga qanday yetib borishlarini so'rashganda ularning: 350 tasi mashinada, 420 tasi jamoat transportida, 80 tasi velosipedda, 70 tasi piyoda borishlari ma’lum bo‘lgan bo'lsa, 1) mashinada; 2) jamoat transportida;
2. velosipedda; 4) piyoda boruvchilar sonining nisbiy chas- totasini toping.
3. Tayyorlangan 5000 ta qattiq diskdan 70 tasi yaroqsiz chiq- di. Yaroqsiz qattiq disk chiqishining nisbiy chastotasini topib,uni foizlarda ifodalang.
4. Yosh basketbolchilar guruhi to'pni savatga tushirish mashqlarini o'tkazishdi. Natijalar quyidagi jadvalda beril- gan:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Savatga otilgan to'plar soni (A') | 10 | 50 | 100 | 250 | 500 |
| Savatga tushgan to‘plar chastotasi (M) | 6 | 32 | 68 | 155 | 320 |
| Savatga tushgan to£plar nisbiy chasto­tasi (W) |  |  |  |  |  |

Jadvalning oxirgi satrini to‘ldiring. To‘plarning savatga tushishlik ehtimolligi P ning qiymati haqida nima deyish mumkin (o'ndan birgacha aniqlikda)?

**| 37-§ TASODIFIY MIQDORLAK**

Statistika turli tasodifiy miqdorlar haqidagi ma’lumotlarni yig'ish, guruhlash, ma’lumotlami jadvallar, diagrammalar, grafik- lar va boshqa ko‘rinishlarda ko‘rgazmali tasvirlash hamda bu ma’lumotlarning tahlili bilan shug‘ullanadigan fandir.

**О**

**Tasodifiy miqdor deb, kuzatuvlar yoki tajribalarni o'tkazish davomida turli qiymatlarni tasodifiy ravishda qabul qilishi mumkin bo‘lgan kattalikka aytiladi. Bun- day miqdorlar haqida ularning qiymatlari tasodifga bog‘liq deb aytishimiz mumkin.**

Masalan,koinotdan maktab hovlisiga tushayotgan kosmik zar- rachalar soni,telefon stansiyasiga kelib tushayotgan qo‘ng‘iroqlar soni,piyoladagi choy molekulalarining tezligi,o‘yin kubigini tash- laganda qanday raqam chiqishi va boshqalar tasodifiy miqdor- larga misol bo‘la oladi.

1-masala. Ikkita o‘yin kubigi tashlandi. Ikkita kubikdan tusha- digan qanday ochkolar yig'indisi eng katta ehtimollik bilan bo‘lishini aniqlash mumkinmi?

Har bir yig‘indining paydo bo'lishlik ehtimolligini topamiz. Umumiy natijalar soni bu ikkita kubik tushishidan hosil boiadigan barcha yigmdilar soni 6 ■ 6 = 36 ga teng. Yig‘indi ochkolar jadvalini tuzamiz:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1- kubik | 2- kubik | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Jadval yordamida har bir muayyan yig'indi uchun qulaylik tug‘diruvchi natijalar soni m ni aniqlaymiz:

m2 = *тг=* 1, ma = *mu = 2, m4 = m10 = 3,  
m6 = mg =* 4, *m6 = ms =* 5, *m„* = 6.

Ikkita kubikni tashlaganda u yoki bu yig‘mdining hosil bo'lishlik ehtimolligini quyidagi jadval ko‘rinishida ifodalash mumkin:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ochkolar  yig^ndisi | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Ehtimollik | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| (p = -) | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 |
| ^ n' |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Jadvaldan ochkolar yig‘indisi 7 bo'lishligi eng katta ehtimol- 6 1

lik -gg = g ga ega bo‘lishi ko'rinib turibdi.

Javob: eng katta ehtimollikka ega bo‘lgan ochkolar yig‘in- disi 7. ▲

1- masalada ikkita kubikni tashlagandagi ochkolar yig‘indisi - tasodifiy miqdor. Uni X orqali belgilaylik. U holda XL = 2, X2 = 3, ..., X10 = 11, Xu = 12 sonlari X tasodifiy miqdorning qiymatlari- dir. X ning har bir qiymatiga mos keluvchi Plf P2,..., P10,PU ehtimolliklar qiymati quyidagi jadvalda ko'rsatilgan:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| P | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 |

Bu jadval yordamida,masalan, X miqdor bir xil ehtimollik bi­lan qanday qiymatlami qabul qilishini; X miqdorning qanday qiy­mati ko'proq ehtimollik bilan paydo bo'ladi va hokazo savollarga javobni osonlik bilan aniqlash mumkin. Bu jadval ikkita kubikni tashlagandagi ochkolar yig‘indisidan iborat bo'lgan tasodifiy miq­dor X ning ehtimolliklar bo'yicha taqsimot jadvali deyiladi.

**©**

**Tasodifiy miqdor X ning qiymatlarini va har bir qiy- matni qabul qilish ehtimolligini ifodalovchi jadval taso- difiy miqdorning ehtimolliklar bo'yicha taqsimot jadvali deyiladi.**

Ehtimolliklar bo'yicha taqsimot jadvallari, ehtimolliklarni nazariy jihatdan hisoblash natijalari asosida tuziladi.

Amaliyotda, real tajribalar o'tkazilgandan keyin, tasodifiy miqdorlar qiymatlarining chastotalar yoki nisbiy chastotalar bo'yicha taqsimot jadvallari tuziladi. Undan keyin, yaqqolroq bo'lishi uchun, taqsimotlar jadvallari diagramma yoki chastota­lar poligoni ko'rinishida tasvirlanadi. Ma’lumotlarni diagramma va chastotalar poligoni orqali tasvirlash bilan Siz 8-sinf Algebra kursida tanishgansiz.

2-masala. Kompaniyalarda ishlovchi xodimlar sonini o'rga- nish maqsadida 36 ta kompaniyadan ularda ishlaydiganlar soni bo'yicha ma’lumot olindi va ular quyidagi jadvalga kiritildi:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 23 | 30 | 24 | 25 | 30 | 24 |
| 32 | 33 | 31 | 31 | 25 | 33 |
| 23 | 30 | 29 | 24 | S3 | 30 |
| 26 | 29 | 27 | 29 | 26 | 28 |
| 29 | 30 | 27 | 30 | 28 | 32 |
| 31 | 27 | 30 | 27 | 33 | 28 |

Bu ma’lumotlarni 1) chastotalar (M) va nisbiy chastotalar (W-) bo'yicha taqsimotlar jadvali; 2) chastotalar poligoni yordamida tasvirlang.

A 1) Jadvaldan ko'rinib turibdiki,xodimlar sonini X orqali bel- gilasak, u tasodifiy miqdor bo'ladi. Bevosita jadvalni o‘rganib,bu tasodifiy miqdorning qiymatlari 23 dan 33 gacha qiymatlarni qa­bul qilishini ko'ramiz va shu sonlarni jadvalda necha marta qat- nashishini sanab, chastotalar bo'yicha taqsimot jadvalni tuzamiz:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| M | 2 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 | 4 | 7 | 3 | 2 | 4 |

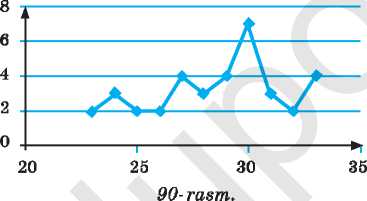
Chastotalarning har birini kompaniyalar soni N = 36 ga bo'lib, nisbiy chastotalar bo‘yicha taqsimot jadvalini hosil qUamiz:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| W = — N | 0,06 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,11 | 0,08 | 0,11 | 0,19 | 0,08 | 0,06 | 0,11 |

Bunda barcha chastotalar yig'indisi N = 36 va barcha nisbiy chastotalar yig'indisi esa 1 ga teng ekanligini eslatib o'tamiz.

2) Kompaniyalar xodimlari sonining chastotalar poligonini 90-rasmdan ko'rish mumkin:

M Chastotalar poligoni



Biror miqdorning barcha qiymatlari yig‘indisini topmoqchi bo'lsak, L.Eyler tomonidan kiritilgan £ belgisidan foydalanamiz. Masalan,agarda M chastota Ml,M2,...,Mk qiymatlarni qabul qilsa, u holda quyidagicha belgilashdan foydalanamiz:

*1M.*

barcha chastotalarining yig'indisi

*Ml + M2+...+Mk*

Tasodifiy miqdorning tajribalar soni N ga teng:

2 *M = N.*

Har qanday tasodifiy miqdor uchun uning nisbiy chastotalari­ning yig‘indisi 1 ga teng.

у W = У f **—1 = ^** + **^2** + + =

£-i\ .. I jf N "’ N

,2V M.^ "t

***N***

***. + Mh \_YM \_N \_1* " *N ~ N ~ '***

Ushbu paragrafda ko'rilgan tasodifiy miqdorlar bir-biridan ajralgan qiymatlarni qabul qiladi. Bunday miqdorlar dtskret (lo- tin tilidagi diskretus - ajratilgan, uzilishli so‘zidan) miqdorlar deb ataladi.

Agarda tasodifiy miqdor biror oraliqdagi barcha qiymatlarni qabul qilishi mumkin bollsa,u holda bunday miqdor uzluksiz taso­difiy miqdor deb ataladi. Uzluksiz tasodifiy miqdorlarga misol sifa- tida havo haroratining o‘zgarishi, uydan maktabgacha borishga ketadigan vaqt, o‘sayotgan terak daraxtining bo‘yi,bekatda kuti- layotgan avtobusning kelish vaqti va hokazoni keltirish mumkin.

Uzluksiz tasodifiy miqdorlar cheksiz ko‘p qiymatlar qabul qil- sa-da,ularning taqsimotini berish mumkin. Buning uchun,uzluk- siz miqdor qiymatlarining o‘zgarish oralig‘i qismlarga ajratiladi va tasodifiy kattalikning har bir qismga tushishining chastota- lari (yoki ehtimolliklari) hisoblanadi.

Masalan, o‘quvchi 100 kun sport zalida bo‘lgani va har sa- far mashqlarga 1 soat-u 15 minutdan ortiq bo'lmagan vaqt sarf- laganini yozib borgan bo'lsin. U holda sarflangan vaqtlarning minutlarda [0;75] oralig'ida bo'lishini e’tiborga olib,bu oraliqni, masalan, 5 ta teng vaqt oraliqlariga bo'lib, mashqlarga sarflan­gan vaqtlarning chastotalar jadvaliga kiritish mumkin:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| T (minut) | [0; 15) | [15; 30) | [30; 45) | [45; 60) | [60; 75] |
| M | 1 | 4 | 12 | 20 | 63 |

Bevosita chastotalar yig‘indisini hisoblab,£M = N = 100 ekan- ligini ko'rish mumkin.

Ushbu jadvaldagi ma’lumotlarni chastotalar gistogrammasi - zinasimon shakl ko‘rinishida tasvirlash mumkin (91-rasm). Bun- da har bir zina asosi h uzunlikka ega bo‘lsa,u holda ustunning

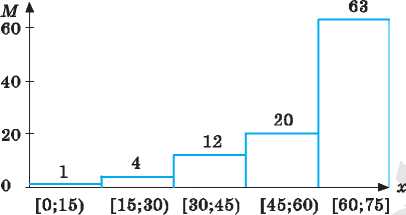
balandligini —, bu yerda Mbu X tasodifiy kattalikning mos

n

oraliqdagi chastotasi. U holda bunday ustunning yuzi h = M ga,

*a*

gistogramma ostidagi shaklning yuzi esa 2 M — N ga teng bo‘ladi.



*91- raam.*

Agarda chastotalar yordamida nisbiy chastotalar aniqlansa:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| T (minut) | [0;15) | [15;S0) | [80;45) | [45;60) | [60;75] |
| II  fes | a: | 0,01 | 0,04 | 0,12 | 0,2 | 0,63 |

u holda ular yordamida chizilgan zinasimon shakl (92-rasm) tasodi- fiy kattalikning nisbiy chastotalar bo‘yicha gistogrammasi deyiladi.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| t |  |  | 0,63 |
| — |  | 0,2 |  |
|  | 0,12 |  |  |
| W 0,04  ТУг0,01 2 ’ | w  гт я |  | W' |
| [0,15) [15,30) | [30,45) | [45,60) | [60,75) л: |

92- rasm.

Nisbiy chastotalar gistogrammasining har bir ustun ostidagi yuzi W ning mos qiymatiga teng bo‘ladi. U holda gistogramma ostidagi shaklning yuzi birga teng bo'ladi (£W= 1).

***M aahqlar***

1. 1) Oddiy o‘yin kubigi; 2) ikkita tomonida 1 ochko, ikkita tomonida 2 ochko,ikkita tomonida 3 ochko belgilangan ku­bik; 3) uchta tomonida 1 ochko, ikkita tomonida 2 ochko, bir tomonida 3 ochko belgilangan kubik; 4) ikki tomonida 1 ochko,uchta tomonida 2 ochko,bitta tomonida 3 ochko bel­gilangan kubik tashlanganda tushadigan „ochkolar soni“ - X tasodifiy miqdor qiymatlarining P ehtimolliklar bo‘yicha taqsimot jadvalini tuzing.
2. Stolga ikkita tanga tashlanyapti. Natija „gerb tomon“ tushsa shartli ravishda 0 sonli qiymat, natija „raqamli to- mon“ tushsa 1 soni qiymatni beramiz. Tangalar tushganda berilgan sonli qiymatlar yig‘indisi - X tasodifiy miqdor- ning P ehtimolliklar bo'yicha taqsimot jadvalini tuzing.
3. Yoqlari 1,2,3,4 sonlari bilan belgilangan ikkita tetraedr bir vaqtda stolga tashlanmoqda, bunda tetraedr laming stolga tegib turgan yog‘idagi ochko hisobga olinadi. Ikkita tet- raedrdan tushadigan qanday ochkolar: 1) yig‘indisining;
4. ko‘paytmasining eng katta ehtimollik bilan bo'lishini aniq- lash mumkinmi?
5. Ikkita o‘yin kubigi tashlandi. Ikkita kubikdan tushadigan och­kolar ko‘paytmasining ehtimolliklar bo'yicha taqsimot jad- valini tuzing.
6. Kafening egasi tushlik vaqtida ovqatlanuvchilarga o‘z vaqtida xizmat qilish, shu vaqtda xizmat qiluvchilarning sonini to‘g‘ri belgilash va tayyorlanadigan taomlarga sarfla- nadigan xarajatlarni to‘g‘ri rejalashtirish maqsadida uning kafesida tushlik qiluvchilarning sonini 50 kun davomida jadvalga yozib bordi:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 20 | 27 | 23 | 27 | 26 | 18 | 22 | 25 | 26 | 23 |
| 23 | 25 | 28 | 26 | 23 | 22 | 21 | 19 | 21 | 29 |
| 30 | 27 | 26 | 30 | 29 | 22 | 18 | 29 | 22 | 26 |
| 28 | 27 | 29 | 27 | 22 | 29 | 26 | 27 | 21 | 19 |
| 25 | 29 | 29 | 21 | 18 | 26 | 20 | 24 | 19 | 27 |

Bu jadval yordamida kafeda tushlik qiluvchilar soni - X taso- difiy miqdoming; 1) chastotalar (M) va nisbiy chastotalar (ТУ) bo‘yicha taqsimot jadvalini; 2) chastotalar poligonini tuzing.

1. Yopiq suv havzasiga suzishga kelgan o‘g‘il va qiz bolalarning soni besh oy davomida qayd qilinib, quyidagi jadval tuzildi:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Oy | Suv havzasi | ga kelgan bolalar |
| Qiz bolalar | 0‘g‘il bolalar |
| Aprel | 311 | 357 |
| May | 284 | 404 |
| Iyun | 278 | 417 |
| Iyul | 340 | 412 |
| Avgust | 322 | 406 |

Suv havzasiga kelgan o'g'il bolalar soni - X tasodifiy miq- doming chastotasi, nisbiy chastotasini toping va chastota- Lar gistogrammasini tuzing.

1. Qiymatlari quyidagi telefon nomerlarida qatnashgan raqam- lar bo‘lgan X tasodifiy miqdorning chastotalar bo'yicha taqsimot jadvalini tuzing:
2. 916549695, 939749596, 949039391, 913229296;
3. 945539391, 931179396, 913749193, 919149494.
4. Taqsimoti quyidagi jadvalda berilgan X tasodifiy miqdoming chastotalar poligoni va nisbiy chastotalar poligonini tuzing:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |
| M | 2 | 4 | 6 | 3 | 1 |
| X | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 |
| и | 5 | 4 | 7 | 3 | 6 |

1)

2)

1. Jadvalda 16 ta 9-sinf o'g'il bolalarining oyoq kiyimlari o‘lchamlari yozilgan:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 38 | 38 | 39 | 39 | 39 | 40 | 40 | 41 |
| 41 | 41 | 41 | 41 | 42 | 42 | 42 | 43 |

1. sinf o'g'il bolalarining oyoq kiyimi o'lchami - X tasodi­fiy miqdorning chastotalar bo'yicha va nisbiy chastotalar bo'yicha taqsimot jadvallarini tuzing.

38- §. TASODIFIY MIQDORLARNING SONLI  
XARAKTERIS TIK AL ARI

Siz 8-sinf „Algebra" kursining ma’lumotlar tahliliga bag‘ish- langan IV bobida bosh to‘plam, tanlanma, o‘rta qiymat, moda, mediana kabi tushunchalar bilan tanishgansiz. Xuddi shunday tushunchalarni tasodifiy miqdorlar uchun ham kiritish mumkin.

Statistikada ma’lumotlar to‘plami sifatida tasodifiy miqdor- larning sonli qiymatlari, ularning chastotalarini e’tiborga olgan holda qaraladi. Bunda tasodifiy miqdorlarning barcha qiymatlari bosh to‘plam deb ataladi, ularning tanlab olingan biror qismi esa tanlanma deb ataladi. Tanlanma reprezentativ tanlanma deyiladi, agarda tanlanmada tasodifiy miqdorning bosh to‘plamdagi va faqat undagi qiymatlari qatnashsa va undagi qiymatlar chastota- larining nisbati bosh to'plamdagi kabi bo‘lsa.

Misol. X tasodifiy miqdorning M chas to talar bo‘yicha taqsi- moti quyidagicha berilgan bo'lsin:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | - 3 | 5 | 9 | 11 |
| M | 5000 | 2000 | 7000 | 3000 |

va bu tasodifiy miqdorning barcha qiymatlari (e’tibor bering, ularning soni 17000 ta) bosh to'plam deb qabul qilingan bo'lsin. Quyidagicha uchta tanlanmani qaraylik:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | 5 | 9 | 11 |
| M | 5 | 2 | 7 | 3 |

1-jadval 2-jadval 3-jadval

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | 9 | 11 |
| M | 5 | 7 | 3 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | 5 | 9 | 11 |
| M | 5 | 6 | 7 | 3 |

Taqsimoti 1-jadvalda berilgan tanlanma reprezentativ tanlan­ma, chunki unda ham -3,5,9,11 qiymatlar va faqat shu qiymat­lar qatnashyapti hamda bosh top'lamda ham bu tanlanmada ham chastotalar nisbati bir xii: 5 000 : 2 000 : 7 000 : 3 000 - 5 :2:7:3.

Taqsimoti 2-jadvalda berilgan tanlanma reprezentativ tanlan­ma emas, chunki unda X tasodifiy miqdorning 5 ga teng qiymati qatnashmayapti.

**206**

Taqsimoti 3-jadvalda berilgan tanlanma ham reprezentativ tanlanma emas, chunki unda chastotalar nisbati saqlanmagan: 5 000:2 000:7 000:3 000/5:6:7:3.

Berilgan ma’lumotlami, jumladan, tasodifiy miqdorlarning qiymatlarini ba’zan bitta son bilan tavsiflash yoki baholash mum- kin. Bu son berilgan ma’lumotlar tarkibidagi sonlar yoki tasodi­fiy miqdorlar qiymatlari markaziy tendensiyasining o‘lchovi ham deyiladi. Markaziy tendensiya o‘lchovlariga misol sifatida mode, mediana va o‘rta. qiymat kabilarni keltirish mumkin.

Tasodifiy miqdorning qaralayotgan tanlamadagi chastotasi eng katta bo‘lgan qiymati moda deb ataladi va M0 deb belgi- lanadi.

Masalan, tanlanma 8, 0, 2,4,8, 6, 3 dan iborat boTsa, u holda uning modasi 8 ga teng. 5,6,11,3,3, 5 tanlanmaning modasi esa ikkita - Мй= 3, M2= 5. Agarda 1, 3, 7, 20,6,11 tanlanmani qarasak, uning modasi yo‘q.

Agarda tanlanma qiymatlarini о‘sib borishi tartibida yozib olsak,u holda tanlanmani berilganlaming soni jihatidan teng ik- kiga bo‘luvchi son mediana deb ataladi va Me kabi belgilanadi. Agarda tartiblangan tanlanmada berilganlar soni toq bo‘lsa, u holda mediana ularning o‘rtasida turgan songa teng. Agarda tartiblangan tanlanmada berilganlar soni juft bo‘Isa, u holda mediana o‘rtada turgan ikkita sonning o‘rta arifmetigiga teng.

1-m a s a 1 a. Tasodifiy miqdor qiymatlari tanlanmasining me- dianasini toping:

1. 8, 2, 0, 5, -5, 4, 8; 2) 8, 5, 3, 4, 7, 2.

A 1) Tanlanma elementlarini o'sib borish tartibida joylashti- ramiz: - 5, 0, 2, 5, 4, 8, 8. Berilganlar soni toq. 5 sonidan chapda va o'ngda uchtadan son bor, ya’ni 5 tanlanmaning o‘rta soni, shu sababli M= 5.

1. Berilgan 8, 5, 3, 4, 7, 2 tanlanma elementlarini o'sib borish tartibida yozamiz: 2, 3, 4, 5, 7, 8. Berilganlar soni juft. Tanlanma-

4+5

ning o'rtasida turgan sonlar: 4 va 5, shu sababli Me = —^- = 4,5.

Javob: 1) 5; 2) 4,5. A

Tanlanmalarni o‘rganishda ahamiyatli bo'lgan yana bir tu- shuncha - tanlanmaning kengligi tushunchasi bilan Siz 8- sinfda tanishgansiz. Tanlanmaning kengligi deb tasodifiy miqdorning eng katta qiymati bilan eng kichik qiymatining ayirmasiga ay- tiladi va u R orqali belgilanadi.

Tanlamaning kengligi tasodifiy miqdor qiymatlarining qan- chalik tarqoq ekanligini bildiradi.

Misol. 21, 27, 22, 8, 9, 15, 19, 21 va 190, 187, 198, 189, 195, 190 tanlanmalarning kengligini solishtiring.

1. tanlanmaning eng katta qiymati 27, eng kichik qiymati esa 8. Demak, 1-tanlanmaning kengligi 7^=27-8=19.

2- tanlanmaning eng katta qiymati 198, eng kichik qiymati esa 186. Natijada, 2-tanlanmaning kengligi 7^=198-186=12.

Demak, birinchi tanlanmaning qiymatlari ikkinchi tanlan- madagiga qaraganda tarqoq joylashgan.

Tasodifiy miqdor qiymatlarining o'rtacha qiymati (yoki o‘rta arifmetigi) deb tanlanmadagi barcha sonlar yig'indisining ular- ning soniga nisbatiga aytilishini eslatib\_o‘taylik. X tasodifiy miqdor barcha qiymatlarining o'rtachasi X orqali belgilanadi.

1. masala. Chastotalari bo‘yicha taqsimoti quyidagi jadvalda berilgan tasodifiy miqdor tanlanmasining o‘rtachasini toping:

*4-jadval*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 3 | 4 | 5 | 7 | 10 |
| M | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 |

**Y\_3-3+4-l + 5-2 + 71 + 3-10\_ 9 + 4 + 10 + 7 + 30 3+1+2+1+3 10**

Javob: 6.

Ehtimolliklari bo'yicha taqsimoti ma’lum bo‘lgan tasodifiy miqdor tanlanmasini tavsiflovchi tushunchalardan yana biri bu matematik kutilma tushunchasidir.

Agarda X tasodifiy miqdorning Xlf X2,...,Xn qiymatiarni qa- bul qilish ehtimolliklari,mos ravishda, Pv P1,...Pn bo‘lsa,u holda

E = ХЛР, + X„P„ +...+XP (1)

soni X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi deb ataladi. 208

Tasodifiy miqdorning qiymati bilan tanlanmaning o'rtachasi orasidagi ayirma o'rtachadan chetlanlsh deb ataladi.

Masalan, X tasodifiy miqdoming ehtimolliklar bo‘yicha taqsi- moti quyidagicha berilgan bo'lsin:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 6 | 4 | 3 | 7 | 5 |
| p | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
|  | 10 | 5 | 5 | 5 | 10 |

U holda bu tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi:

Masalan, tasodifiy miqdorning qiymati X1 = 35, o'rtachaning qiymati esa X = 32 bo'lsa, u holda X2 ning o‘rtachadan chetlani- shiX1-X = 35-32 = 3.

Tanlanmaning barcha qiymatlarining o'rtachadan chetlanish- lari yig'indisi nolga teng boTishini ko‘rsatish oson:

(Xj- X) + (X2~X) + ...+(XB-X) = (X1 + Xa+...+Xn)-n X =

*=(Хл+Х2+...+Хв)-п-*

*X1+X2+...+XJl* \_ Q

Shu sababli, tasodifiy miqdor qiymatlarini tavsiflash uchun o'rtacha chetlanishlar yig'indisi o‘miga o'rtacha chetlanishlar kvadratlarining o‘rta arifmetigidan foydalaniladi. Bunday kat- talik dispersiya (lotinchadan dispersion - sochilish,yoyilish) deb ataladi.

Agarda X tasodifiy miqdor N ta turli qiymatlarni qabul qilsa va uning o'rtachasi X bo‘lsa,u holda uning dispersiyasi quyi- dagi formula yordamida topdadi:

**\_ (Xt-xf + (X2 -X)2 +• ■ • + (X№-xf**

*N '* ^

Demak, dispersiya - tasodifiy miqdor qiymatlarining о‘rtacha- dan chetlanishlar kvadratlarining o‘rta arifmetigiga teng.

Agarda X tasodifiy miqdorning Xlt X2 Xk qiymatlari mos

ravishda, Mj, M2,..., chastotalar bilan takrorlansa, u holda uning dispersiyasini

*D* \_ pq - *X)2Mj +(X2-X)2M2+- + (Xh* - *X)2Mk* (g)

*M1 + M2* + - *-Mk*

formula yordamida hisoblash mumkin,bunda

Y \_ XiM, + X2M2 + • • • + XkMk MJ + M2 + ■ ■ Mk

Masalan, 4-jadvaldagi tasodifiy miqdorning o‘rtachasi X = 6 ekanligini aniqlagan edik. Endi shu miqdorning dispersiyasiui hisoblaylik:

*D\_(x*i -*x)2m{* + *(X2* -*xfM2* + ■ ■ ■ + *(Xk*-*Х)гМк M1 + M2 +* h *Mk*

\_(3-6)2-3 + (4-6)2l + (5-6)22 + (7-6)2l + {10-6)2-3\_ [[39]](#footnote-39) [[40]](#footnote-40)

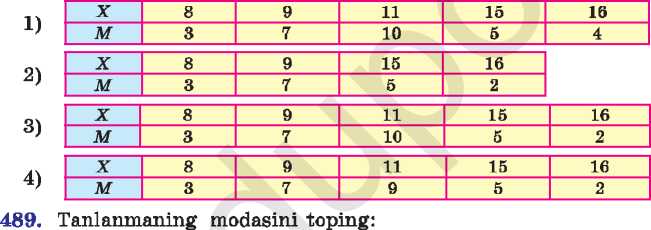
Dispersiya va o‘rtacha kvadrat chetlanishni statistikada ta- sodifiy miqdor qiymatlarining o‘rta qiymat atrofidagi yoyilishi- ning o'lchamlari ham deb aytishadi.

*Mashqlar*

1. Tasodifiy miqdor X qiymatlarining bosh to'plamdagi taqsimoti quyidagi jadvalda keltirilgan:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 8 | 9 | 11 | 15 | 16 |
| M | 21 | 49 | 70 | 35 | 14 |

Berilgan bosh to‘plam uchun quyidagilardan qaysilari repre- zentativ tanlanma bo'ladi:



1) 6, 17, 8, 9, 5, 8, 10; 2) 20, 11, 7, 5, 9, 11, 3;

1. 4, 6, 8, 4, 7, 6, 5; 4) 5, 7, 4, 3, 7, 2, 6.
2. Tanlanmaning medianasini toping:

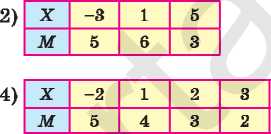
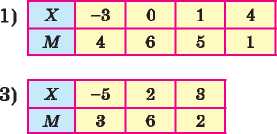
1) 18, 13, 35, 19, 7; 2) 25, 16, 14, 21, 22;

1. 5, 2, 9, 14, 11; 4) 16, 7, 13, 9, 15.
2. Tanlanmaning kengligini toping:
3. 18, -4, 16, -3, 11, 5, 4, -5, 1, 3;
4. 26, 17, 4, 12, 2, 25, 19, 5, 6, 7.
5. Tanlanmaning o'rtachasini toping:

1) 34, -10, 23, -18; 2) -3, 6, -19, -12, 1;

1. 0,5, 0,7, 0,4,0,7,0,6,0,4; 4) 2,2, 2,3, 2,2, 1,8, 1,8, 2,3.
2. Tanlanmaning modasi, medianasi va o‘rtachasini toping:

1) 4, -3, 2, 0, 3, -2; 2) 6, 5, -2, 4, -5, 0.

1. Chastotalari bo'yicha taqsimoti quyidagi jadvalda berilgan X tasodifiy miqdor qiymatlari tanlanmasining o‘rta arif- metigini toping:
2. Ehtimolliklari bo'yicha taqsimoti quyidagi jadvalda beril­gan X tasodifiy miqdor qiymatlarining matematik kutil masini toping:

1) "

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -4 | -2 | 0 | 1 | 3 |
| p | 3  11 | 1  11 | 5  11 | 1  11 | 1  11 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | -2 | 0 | 1 | 2 | 4 |
| p | 1  10 | 2  10 | 3  10 | 2  10 | 1  10 | 1  10 |

2)

1. Tanlanmaning dispersiyasini toping

1) 9 cm, 11 cm,8 cm, 10 cm; 2) 18 kg, 16 kg, 15 kg, 19 kg;

1. 8 s,ll s, 8 s, 9 s, 9 s; 4) 1 m, 9 m, 4 m, 8 m, 8 m.

Chastotalari bo‘yicha taqsimoti quyidagi jadvalda berilgan X tasodifiy miqdor qiymatlari to'plamining dispersiyasini toping.

497.

1)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 5 |
| M | 2 | 3 | 3 | 2 |

2)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| M | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 |

1. Tanlanma element!arining o‘rta qiymatdan o‘rta kvadrat chetlanishini hisoblang:
2. 4 g, 5 g, 8 g, 3 g, 5 g;
3. 9 cm, 12 cm, 7 cm, 10 cm, 12 cm.
4. Chastotalari bo'yicha taqsimoti berilgan X tasodifiy miq- dorning o‘rta kvadrat chetlanishini toping:

1) I X I -11 2 I 3 I 5 I 2)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -1 | 2 | 3 | 5 |
| M | 3 | 2 | 2 | 1 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -4 | -2 | 1 | 4 |
| AT | 1 | 4 | 3 | 2 |

* *bobga doir mashqlar*

1. (0g‘zaki.) Quyidagi tajribada ro‘y berishi mumkin bo‘lgan barcha elementar hodisalarni ayting: 1) tasodifiy ravishda yildagi oylar nomi aytiladi; 2) ikkita tanga tashlanib, tu- shayotgan tomonlari kuzatiladi; 3) birorta 50 dan kichik tub son aytiladi; 4) tasodifiy ravishda ikki xonali 3 ga kar- rali son aytiladi.
2. Qutida 4 ta qora, 5 ta qizil, 6 ta ko‘k shar bor. Tasodifiy ravishda qutidan bitta shar olindi. Olingan shar: 1) qora;
3. qizil; 3) ko‘k; 4) qora emas; 5) qizil emas; 6) ko‘k emas;
4. yashil; 8) yoki qora,yoki qizil,yoki ko‘k bo'lishlik ehti- molligini toping.
5. Tavakkaliga 1 dan 50 gacha bo‘lgan natural son aytildi. Bu sonning: 1) 7; 2) 7 emas; 3) 7 ga karrali; 4) 10 ga karrali;
6. tub son emas; 6) 30 dan katta emas ekanligining ehti- molligini aniqlang.
7. Stolga о‘yin kubigi bilan tanga tashlanyapti. Bunda 1) ku- bikda 5,tanga raqamli tomoni bilan; 2) kubikda chiqqan son tub, tanga gerb tomoni bilan tushishi ehtimolligini toping.

Tanlanmaning kengligi,modasi,medianasi va o‘rtachasini to­ping (504-507):

1. 1) 2, 6, 6, 9, 11;
2. 4, 10, 13, 13, 19.
3. 1) -7, -7, -4, -4, 1, 3;
4. -3, -3, 1, 3, 10, 10 .
5. 1) 0,13,-5, -6, 14, -1, 11, -1, -8;
6. 5, -9, 14, 9, -5, -2, 0, 14, -5.
7. 1) -4, -14, 13, -6, 9, 14, 0, -6;
8. 15, -3, -9, 9, 13, -7, -3, 10.
9. Tanlanmaning dispersiyasi va o‘rta kvadrat chetlanishini aniqlang:

1) 6, 11, 8, 9; 2) 9, 12, 8, 14;

1. 6, 3, 5, 4, 4; 4) 4, 3, 2, 2, 6;
2. 1, -2, 2, -3, 4; 6) -3, 3, -4, -2, 5.
3. Chastotalar bo'yicha taqsimoti bilan berilgan Z tasodifiy miqdorning dispersiyasi va o‘rta kvadrat chetlanishini to­ping:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| z | -1 | 0 | 2 | 4 |
| M | 2 | 1 | 3 | 1 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Z | -2 | 1 | 4 | 5 |
| M | 1 | 2 | 3 | 1 |

Tanlanmalar dispersiyalarini solishtiring:

510.

1) 4, 5, 7, 5, 9 va 6, 9, 7, 8; 2) -2, 2, 3 va -3, -1, 1, 3, 4.

511. Ehtimolliklar bo'yicha taqsimot

2)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -2 | -1 | 2 | 3 |
| P | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,1 |

**jadvali:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | -2 | 0 | 1 | 3 |
| p | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,1 |

**bilan berilgan** X **tasodifiy miqdorning matematik kutilma- sini toping.**

*V bobga doir einov (test) mashqlari*

1. Bir xil kartochkalarga 1 dan 15 gacha sonlar yozildi (har bir kartochkaga bittadan son yozildi). Kartochkalar stolga teska- risi bilan qo'yildi va aralashtirildi. Tasodifan olingan kartoch- kadagi sonning tub son bo'lishlik ehtimolligini toping.

**A>|; B>b c'b D>f-**

1. Qutida 3 ta oq va 7 ta qora shar bor. Ulardan biri tasodifan tanlanib qutidan olindi. Olingan sharning oq bo‘lishlik ehti­molligini toping.

A) 0,5; B) 0,7; C) 0,3 D) 0,1.

1. Sinfdagi 27 ta o'quvchidan 15 tasi o‘g‘il bola. Sinfga bir o‘g‘il bola va ikki qiz bola kelib qo‘shildi. Bunda o‘g‘il bolalar soni- X tasodifiy miqdorning nisbiy chastotasi qanchaga o‘zgardi?

|  |  |
| --- | --- |
| ga oshdi; | B) ^ ga kamaydi; |
| ga oshdi;  45 | o  D) — ga kamaydi.  45 |

1. Tasodifiy miqdor qiymatlari tanlanmasining modasi bilan me- dianasining yig'indisini toping: 10,4,2,7,-3,6,10;

A) 14; B) 17; C) 16; D) 13.

1. Tasodifiy miqdor qiymatlari tanlanmasining modasi bilan me- dianasining ko‘paytmasini toping: 2, 0, 1, 4, -1, 2.

A) 2; В) 3; C) 0; D) 4.

1. Chastotalari bo'yicha taqsimoti quyidagi jadvalda berilgan X tasodifiy miqdor tanlanmasining X o'rtachasini toping:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -1 | 0 | 1 | 3 | 5 |
| M | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 |

A) if; B) if; C) l|; D) 1.

A)

25 . 9 ’

D)

30 9 ‘

7. X tasodifiy miqdorning ehtimolliklar bo'yicha taqsimotiga ko‘ra matematik kutilmasini toping:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -1 | 2 | 3 | 5 | 7 |
| M | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

26. 9 ’

29 . 9 ’

1. X tasodifiy miqdorning chastotalar bo'yicha taqsimotiga ko'ra o'rta kvadrat chetlanishini toping:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| M | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 |

A) 1; B) 1,5; C) 2; D) 2,5.

1. X tasodifiy miqdorning ehtimolliklar bo'yicha taqsimotiga ko'ra dispersiyasini toping:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 2 | 3 | 5 | 7 |
| P | 0,1 | 0,5 | 0,3 | 0,1 |

A) 2,9; B) 2,09; C) 2,99; D) 0,29.

1-masala. 5000 p.b. (pul birligi)da avtomobil, har biri 250 p.b. dan 4 ta televizor, har biri 200 p.b. dan 5 ta qo‘l telefoni yutuqli lotereya o'ynalyapti. Hammasi bo‘lib, 7 p.b. dan 1000 ta chipta sotilmoqda. Bitta chipta sotib olgan lotereya qatnashchi- sining toza yutug'ining taqsimot jadvalini tuzing va matematik kutilmasini hisoblang.

Дх-bitta chiptaga tushgan toza yutuq bo‘lsa,u holda uning qiymati:

bitta ham yutuq chiqmasa, 0-7 —-7;

qo‘l telefoni yutilgan bo'lsa, 200- 7 — 193;

televizor yutilgan bo'lsa, 250 - 7 = 243;

avtomobil yutilgan bo'lsa, 5000- 7 —4993 pul birligida bo'ladi. 1000 ta chiptadan 990 tasiga yutuq chiq- masligini va yutuqlar soni 5 + 4 + 1-10 ekanligini hisobga olib, ehtimollikning klassik ta’rifiga ko‘ra hosil qilamiz:

X- tasodifiy miqdor

990

- 7 qiymatni qabul qilish ehtimolligi ^^-0,990;

193 qiymatni qabul qilish ehtimolligi esa = 0,005;

4

243 qiymatni qabul qilish ehtimolligi 0,004;

4 993 qiymatni qabul qilish ehtimolligi ^^ = 0,001.

Demak, X - tasodifiy miqdorning ehtimolliklar bo'yicha taqsimot jadvali quyidagicha bo'ladi:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -7 | 193 | 243 | 4 993 |
| p | 0,990 | 0,005 | 0,004 | 0,001 |

Taqsimot jadvali asosida matematik kutilmani hisoblash murnkin: E = (-7) • 0,990 + 193 ■ 0,005 + 243 • 0,004 + 4 993 ■ 0,001 = 0, ya’ni o'rtacha yutuq nolga teng. Hosil bo‘lgan natija,lotereya bilet- larini sotishdan tushgan hamma pul yutuqlarga ketishini anglatadi. J avо b: taqsimot jadvali:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -7 | 198 | 248 | 4993 |
| p | 0,990 | 0,005 | 0,004 | 0,001 |

va matematik kutilma E = 0.A

2-masala. Bir firmaga tarjimonlik ishiga ikkita nomzod harakat qilmoqda. Ularga bir xil sinov muddati belgilandi va 125 betlik bir xil matn tarjimaga berildi. Ularning har kuni necha bet matn tarjima qilganliklari quyidagi jadvalda berilgan:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Haftaning kunlari | Kunlik tarjima qilingan betlar soni | |
| 1- nomzod (X) | 2- nomzod (У) |
| Dushanba | 24 | 25 |
| Seshanba | 26 | 31 |
| Chorshanba. | 25 | 27 |
| Payshanba | 23 | 22 |
| Juma | 27 | 20 |

Ish beruvehi jadvaldagi ma’lumotlarni tahlil qilgan holda, nomzodlarning qaysi birini ishga olishni afzal ko'radi?

A Nomzodlarning har biri 5 kunda 125 betdan tarjima qi- lishdi, demak, ikkala nomzodning ham o'rtacha mehnat unum- dorligi bir xil:

x = Y = ^ = 25 (bet/kun).

Ikkala tasodifiy miqdor X va Y ning ham modasi yo'q, medianalari esa bir xil (25 va 25). Nomzodlardan qaysi biri­ni ishga olish maqsadga muvofiq ekan? Bu holda nomzodlar mehnat unumdorliklarining barqarorligini solishtirish orqali amalga oshirish mumkin. Buni esa chetlanishlar kvadratlari- ning yig'indilarini yoki dispersiyalarni solishtirish orqali amal­ga oshirsa bo'ladi:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Haflaning  kunlari | Tasodifiy miqdoming qiymatL | | 0‘rtachadan chetlamsli X = Y =25 | | Chetlanishlar  kvadratlari | |
| X | 7 | X-X | 7-7 | (X-x)2 | (7-7)2 |
| Dushanba | 24 | 25 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| Scshanba | 26 | 31 | 1 | 6 | 1 | 36 |
| Chorshanba | 25 | 27 | 0 | 2 | 0 | 4 |
| Payshanba | 23 | 22 | -2 | -3 | 4 | 9 |
| Juma | 27 | 20 | 2 | -5 | 4 | 25 |
| Jami | 125 | L25 | 0 | 0 | 10 | 74 |

Ko'rinib turibdiki, chetlanishlar kvadratlarining yig'indisi X

uchun 10, Y uchun esa 74,yoki dispersiyalarni hisoblasak:

*(X1-X)\* + (X2-X)\*+---+(X5-Xp* 10 „

ЩХ)- 5 “ 5 " Z-

*D(Y)=*

*(Y1-Yf + (Y%-Yf+ ■■■ + (¥,*

Y)1 74 „

—■-y =14,8.

Demak, X tasodifiy miqdoming dispersiyasi Y tasodifiy miq- doming dispersiyasidan kichik. Amaliy jihatdan bu natija ikkinchi nomzodning mehnat unumdorligi barqaror emasligini ko'rsatadi: ba’zi kunlari u imkoniyatlaridan to‘laligicha foydalarmiasdan ish- ladi.boshqa kunlari esa imkoniyal; darajasidan ko‘proq ishlashga harakat qildi, bu esa, albatta,bajarilayotgan ishning sifatiga sal- biy ta’sir qilishi mumkin. Ko'rinib turibdiki, natijada ish beruvchi birinchi nomzodni ishga olishni afzal ko‘radi.

Javob: ish beruvchi birinchi nomzodni ishga olishni afzal ko‘radi. A

1. m a s a 1 a. Ikkita kamonchi nishonga kamon o'qidan ot- ganda oladigan ochkolari — X va Y tasodifiy miqdorlarning eh- timolliklar bo'yicha taqsimot jadvali ma’lum:

1-kamonchi uchun

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| P | 0,15 | 0,11 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,10 | 0,10 | 0,04 | 0,05 | 0,12 | 0,20 |

va 2- kamonchi uchun

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Y | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| P | 0,01 | 0,03 | 0,05 | 0,09 | 0,11 | 0,24 | 0,21 | 0,10 | 0,10 | 0,04 | 0,02 |

Kamonchilardan qaysi biri kamondan nishonga yaxshiroq otadi?

A Ravshanki, kamonchilardan qaysi birining nishonga tega- digan o’rtacha ochkosi ko'proq bo‘lsa,shunisini yaxshi nishonga oluvchi deyish mumkin. Shu sababli, X va Y tasodifiy miqdorlar- ning matematik kutilmasini hisoblaymiz:

E(X) = 0- 0,15 + 1 ■ 0,10+2 ■ 0,04+■■+9 • 0,12 + 10 ■ 0,20= 5,36,

£(Y) = 0 0,01 +1 0,03 + 2 0,05 +■■■+ 9 • 0,04 + 10 ■ 0,02 = 5,36,

ya’ni, ikkala kamonchining ham nishonga tegadigan ochkolari o'rtacha bir xil.

Endi X va Y laming dispersiya va o‘rta kvadrat chetlanish- larini hisoblab ko'raylik:

D(X) = (0- 5,36)2 ■ 0,15 + (1 - 5,36)2 0,11 +-+

+ (10- 5,36)2 -0,20= 13,6,  
tr(X) = yjD(X)= 3,69;

D(Y) = (0 - 5,36)2 • 0,01 + (1 - 5,36)2 \* 0,03 +•■■+

+ (10 -5,36)2- 0,02 = 4,17,  
a(Y)-jD(Y)- 2,04.

Shunday qilib,nishonga tegadigan ochkolarning o’rta qiymat- lari teng E(X) = E(Y) bo‘lsa-da, ikkinehi kamonchi uchun dis­persiya birinchi kamonchiga qaraganda kichikroq: Z)(Y) < D(X), ya’ni ikkinehi kamonchining nishonga tegadigan ochkolarining ,,markaz“ (E(Y) =5,36) atrofida joylashish tarqoqligi birinchi ka­monchiga nisbatan kichikroq. Boshqacha aytganda, uning nati- jalari birinchi kamonchining natijalariga qaraganda 5,36 dan uzoqroqqa ketib qoimagan. Demak,u birinchi kamonchiga qara­ganda yuqoriroq natijalarga erishishi uchun nishonga yaxshiroq poylab,£(Y) ni o’ngroqqa (yuqoriroqqa) siljitishga harakat qilishi kerak.

J a v о b: kamonchilardan birinchisi nishonga yaxshiroq otadi. A

1. masala. Musobaqalar davrida futbol jamoasi o’yinchilari tomonidan raqib darvozasiga kiritgan to‘plari soni X ning chas- totalar bo'yicha taqsimoti berilgan:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Y | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 |

Barcha kiritilgan to‘plar sonining o‘rtacha qiymatdan o‘rta kvadrat chetlanishini hisoblang.

Д Avval o'rtachani hisoblaymiz:

*g\_X1M1+XiMj+- + X6M6 \_*

-|- М2 H 1­0 3 + 1\*3 + 2 2 + 3\*1 + 4 1 0 + 3 + 4 + 3 + 4 14 . ,

= = =—=1,4.

3+3+2+1+1 10 10

Keyingi hisoblash natijalari quyidagi jadvalda keltirilgan:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| M | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 |
| X-X | -1,4 | -0,4 | 0,6 | 1,6 | 2,6 |
| (X-Xf | 1,96 | 0,16 | 0,36 | 2,56 | 6,76 |
| (x-xy-M | 5,88 | 0,48 | 0,72 | 2,56 | 6,76 |

U holda, dispersiya va o‘rta kvadrat chetlanish quyidagicha hisoblanadi:

D \_ № -X)2M11 I (X2 -X)2M2 I I (X5 -XfM, Mi +Af2 H I-M5

\_ 5,88 + 0,48 + 0,72 + 2,56 + 6,76 \_ 16,4 \_1 A/|

10 10~\_ ’ ’

a = 4D **=^1,64ю1,28.**

Javob: a » 128. A

*M ashqlar*

1. Ko‘p yillik statistik ma’lumotlar asosida 4 ta farzandli oila- lardagi o‘g‘il bolalar soni - X tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni quyidagi jadvalda berilgan bo‘lsa, uning matematik kutilmasi va dispersiyasini hisoblang.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P | 0,055 | 0,235 | 0,375 | 0,265 | 0,070 |

1. Ikki gimnastchining sport musobaqasidagi chiqishiga 9 ta hakam 10 balli tizimda qo'ygan ballari quyidagi jadvalda berilgan:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Gimnastchi- ning nomeri | Hakamning | | | nomeri va qo‘ygan ballari | | | | | |
| i | 2 | 8 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| i | 8,7 | 8,8 | 8,9 | 8,9 | 8,7 | 9,2 | 8,9 | 9,6 | 8,8 |
| 2 | 9,0 | 9Д | 9,0 | 8,8 | 8,5 | 8,9 | 9,0 | 9,0 | 9,1 |

Har bir gimnastchi olgan ballarini, mos ravishda, X va Y ta- sodifiy miqdorlar deb qaralsa, ularning matematik kutilmasini va dispersiya hamda o'rta kvadrat chetlanishlarini hisoblang va solishtiring.

1. Xaridorlaming oyoq kiyimlarga bo‘lgan talabini o'rganayotgan talaba ikkita do‘konda har kuni sotilgan oyoq kiyimlar sonini 25 kun davomida yozib bordi. Agarda X1 birinchi do‘konda, X2 ikkinchi do‘konda sotilgan oyoq kiyimlar soni bo£lsa, u hol- da quyidagi jadvallarda keltirilgan ma’lumotlarga asosan X, va Xs tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmasi va o‘rta kvadrat chetlanishini hisoblang. Olingan natijalarni taqqoslab, do'konlardagi oyoq kiyim sotilishini solishtiring.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | l | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| У | 2 | 7 | 4 | 7 | 2 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| У | 3 | 5 | 4 | 7 | 5 | 1 |

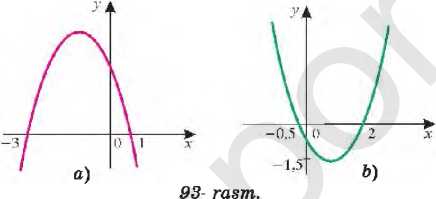
1. Silindr ko'rinishidagi po‘latdan yasalgan g‘o‘lachalar partiya- sidan olingan yigirmata g'o'laeha asoslarining d diametrlari ikkita turli o'lchov asboblari yordamida o'lchandi. Birinchi o'lchov asbobi yordamida (1 mm gacha aniqlikda) olingan nati- jalar chapdagi, ikkinchisida olingan natijalar esa o‘ngdagi jad­valda keltirilgan:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 |
| Ml | 2 | 4 | 8 | 4 | 2 |

d1 va d2 tasodifiy miqdorlarning dispersiyalarini taqqoslang.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 59 | 60 | 61 | 62 |
| Ms | 4 | 10 | 4 | 2 |

IX SINF „ALGEBRA" KURSINI TAKRORLASH  
UCHUN MASHQLAR

1. Funksiyaning grafigini yasang:
2. *y = x2+6x-9;* 2 )y = \*2-|; *3) у = x2-12x+4;*
3. *y = x2+3x-\\* 5*)y = x2+x\* 6*)y = x2—x.*
4. (Og‘zaki.) у = ax2 + bx + c funksiya grafigidan foydalanib (93- rasm), uning xossalarini aniqlang.
5. Funksiyaning grafigini yasang va xossalarini aniqlang:

1) у — 2x2-8x-8; 2) y-3x2+ 12x + 16;

1. *y = 2x2-\2x+19\ 4) y= 3 + 2X-X2.*
2. Funksiyaning grafigini bitta koordinata tekisligida yasang:
3. *y = \x? v&y = -\x2\ 2)y=3x2v& y = 3x2-2.*

и О

Tengsizlikni yeching (516—519):

1. (\*-5)(jc + 3)>0; 2) (z + 15)(\* + 4)<0.

2) x2 x-Jb < 0; 3) x2 — 16 < 0;

517. 1) x2 + 3x> 0; 4) x2 — 3>0;

5) \*2 - 4x < 0; 6) ж2 — 7 > 0.

518. 1) x2-8x + 4 >0;

2) x2 + 3x - 54 < 0; 4) 5ж2 + 9,5ж-1<0.

1. i\*2 +0,5x —1>0;

519. 1) jc2-блг + 9> 0; 2) ж2-24\* +144<0;

1. **iх2 -4я + 8 < 0; 4)** \х2 + **4\* + 12 >0.**

2 о

Tengsizlikni intervallar usuli bilan yeching (520-522):

1. C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image135.jpeg1) (r + 3)(:r-4)>0;

(я+ 0,7) < 0;

2)

4) (x + 2)(r-l)<0.

2) (x + 2)(je-l)2^0; 4) (2-я:)(х + Ззс)2>0.

1. (я-2,3)(г + 3,7)<0;
2. 1) (r + 2)(r-l)^0;
3. (:c + 2)(x-l)2>0;

**522. 1) fg > 0;**

2)

l,5+\* <

-2

3)

1. Trapetsiyaning yuzi 19,22 cm2 dan ortiq. Uning o‘rta chizi- g‘i balandligidan ikki marta katta. Trapetsiyaning o‘rta chizig'ini va balandligini toping.
2. ParalLelogrammning tomoni shu tomonga tushirilgan balandlikdan 2 cm ortiq. Agar parallelogrammning yuzi 15 cm2 dan ortiq bo‘lsa,shu tomonning uzunligini toping.
3. Tengsizlikni intervallar usuli bilan yeching:

1) (x + 2)(x + 5)(x-!)(\* + 4)>0; 2) g-l + |\_|>2.

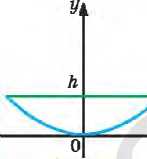
1. Agar x2+px+q kvadrat uchhad jc = 0 bo‘lganda-14 ga teng qiymatni,r=-2 bo'lganda esa -20 ga teng qiymatni qabul qil- sa,shu kvadrat uchhadning p va q koeffitsiyentlarini toping.
2. Agar у = x2 + px + q parabola:

1 2

1. abssissalar o‘qini x— -vax — - nuqtalarda kessa;
2. abssissalar o‘qi bilan x = -7 nuqtada urinsa;
3. abssissalar o‘qini x-2 va ordinatalar o‘qini y = ~ 1 nuqta­da kesib o‘tsa, p-q ni toping.
4. Agar parabola abssissalar o‘qini 5 nuqtada kessa va uning uchi

|2^; 10 nuqta bo‘Isa, shu parabolaning tenglamasini yozing.

1. Teleskopning (reflektorning) qayta- ruvchi ko'zgusi o‘q kesimi bo‘yicha parabola shakliga ega (94-rasm). Shu parabolaning tenglamasini yozing.
2. C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image137.jpegAgar y = ax2+bx + c kvadrat funksiya- ning grafigi:



*94- rasm.*

1. A(-1; 0), B(3; 0) va C(0; -6) nuqta- lardan o‘tsa;
2. K(-2\Q), L(1;0), M(0; 2) nuqtalardan o‘tsa,uning koeffitsiyentlarini toping.
3. Istalgan nomanfiy a va & sonlar uchim

1) *a2 + b2<(a + bf; 2) a3 + b3<(a + b)3*

tengsizlikning to‘g‘ri bo‘lishini isbotlang.

1. Funksiyaning grafigini yasang:

1) *y = 4^\* 2) *y = \x-l\\*

3) у = jx? — 6x + 9; 4) у = +4x + 4.

1. Tenglamaning haqiqiy ildizlarini toping:

1) x2-|x|-2 = 0; 2) x2-4|x| + 3 = 0;

3) *\x2-x\ = 2\*

6) |x2-26| = 10.

1. |x2 + x| = 1; 5) |x2-2| = 2;
2. Ildiz chiqaring:

1) я7—; ' У 32

2) J5

0’

**3)**

*8b°*

343*a9’*

*a^O;*

**4)**

16ar

81/

У> 0.

1. Soddalashtiring:

**1**) **{^>/20** + **7715**-**75**): /**5**; **2**) <№+

1. 2^| + л/б-3^; 4) 7^|->/7 + 0,5л/343.
2. Ifodalarning qiymatlarini taqqoslang:

Ш"1/3 Г7бГ1/2

2) (2<Щ>)0’3 va (276^)0’37.

i)

**13**

1. Ifodani soddalashtiring:

1)

2)

3) (16a-4)

4) (27b-af.

1. Ildiz belgisi ostidan ko‘paytuvchini chiqaring:

1) \l9a2b, bunda a < 0, b> 0; 2) V25a2b3, bunda a > 0, b > 0;

1. Ko'paytuvchini ildiz belgisi ostiga kiriting:

1) W5, bunda x > 0; 2) х^З, bunda x < 0;

1. —a>/3, bunda a > 0; 4) —W5, bunda a < 0.

25

1. У-~~ funksiyaning grafigiga:

1) Ab/5; 5%/5); 2) В( 5л/2; 5n/2) ; 3) C(0,1; 250)

nuqta tegishli bo'lish yoki bo'lmasligini aniqlang.

1. y = yjl-2x funksiya grafigiga: 1) C

4 ’ 2

E (-4; 3) nuqta tegishli bo'lish yoki bo‘lmasligini aniqlang.

1. Funksiyaning grafigini yasang:

1) *y = x2 + 6x+*10; 2) *y = -x2 — 7x-6.*

1. P(l; 0) nuqtani: 1) A(0; 1); 2) B) (0; -1); 3) C(-l; 0); 4) D(l; 0) nuqtaga o'tkazadigan bir necha burish burchaklarini ko‘rsating.

544. Hisoblang: 1)

**2)**

• 7C % I JC

8т-+с°а--\*е- \_

, Я . К к3 ctg- - sin- - cos- 6 6 4

Я . n

COS- - 8Ш-

1. **6**

,71 *TC . TZ*

**ct**g- - **cos— -sin- 4 3 4**

1. Sonning musbat yoki manfiy ekanligini aniqlang:

.я\_;„4тг—я. sinacos(jr + a)tga, 0<a<|.

н ч - 71 - 4ТС Я

**1) sm-sm—cos-;** 5 5 6

1. Berilgan: since = 0,6, sinp = —0,28, 0 < a < < P < ^.

Hisoblang: 1) cos(a-p); 2) sin(a + P); 3) cos(a + p).

1. Ko'paytuvchilarga ajrating:

1) sin2a - 2sina; 2) since +sin^;

3) cosa - sin2a; 4) 1 - sin2a - cos2a.

**a 8 . о**t ^ n **o\-o 5 a ,** п

1. Agar 1) cos- = — va sin- < 0; 2) sm- = — va cos- < 0

bo'lsa sina, cosa, tga ni hisoblang.

1. Agar

1) a1 = 10,d = 6,Tt = 23; 2) (h = 42, d = i, n = 12;

3) a1 = 0,d = -2,n = 7; 4) «I = d = |, n = 18

bo‘lsa,arifmetik progressiyaning n- hadini va dastlabki n ta hadining yig'indisini hisoblang.

1. Agar a1 = 2,an = 120,n= 20 bo'lsa, arifmetik progressiya­ning dastlabki n ta hadi yig'indisini toping.

1 On

1. n- hadi = —-— formula bdan berilgan ketma-ketlik arifme-

*О*

tik progressiya bo'lishini isbotlang.

1. Agar geometrik progressiya uchun
2. = 5 va q = -10 bo‘lsa, ni toping;
3. b4 = -5000 va q = -10 bo‘lsa,b1 ni toping.
4. Agar:

1) = 3,q=2, n = 5; 2) \ = 1, q = 5, ti = 4

bo‘Lsa, geometrik progressiyaning ti- hadini va dastlabki n ta hadi yig‘indisini hisoblang.

1. Agar: 1) bl = ^,q = 2,n = 6; 2) = j^,q = -5, n = 5 bo'Lsa,

geometrik progressiya dastlabki n ta hadining yig‘indisini toping.

1. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya yig'indisini toping.

1)6, 4, f,...; 2) 5,-1, 3)1,-^,^

1. Ildiz belgisi ostidan ko‘paytuvchini chiqaring:

1) V20a4b, bundaa<0, fe>0; 2) \j(a — l)2, bunda a <1;

1. Ifodani soddalashtiring:

1) ^ , bunda a > b\

V(a-ft)2

*a-b*

bunda b> a.

*a-b*

1. Maxrajdagi irratsionallikni yo‘qoting:

**2> ТГЖ1 3> 4) V^/T**

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image138.jpegIfodani soddalashtiring:

1)

559. Ifodani soddalashtiring:

*a2+ 4*

*2)*

1. Tenglamani yeching:

1) Jx 2 = 4; 2) -Jx I 3 = 8;

1. Ifodani soddalashtiring:

tg2 a . l±ctgV

^ l+ctg2a ’ ‘ ctg2a ’

*•Ja*

*b + ^fab*

*•Ja ' b* — *-Jab*

*b — a*

*2-Jab* \*

3) -y/2x + 1 = Vx 1.

**оч tga-tgp . ' ctga I ctgfT**

4) (tga + ctga)2 - (tga - ctga)2; 5) (sina - cosa)2 + 2sinacosa.

562. Tenglamani yeching: 1) l-cosx-2siny=0;

563. Ayniyatni isbotlang:

**I» tg(q-p)+tgp \_ cos(a+p).** ' **tg(a+P)-tgp cos(a-p)’**

2)1 + cos2x + 2cosx = 0.

**„4 3in(a+p)+sin(a-P) \_ .**

\* **cos(a+P)+cos(a-P) B**

564. Ayniyatni isbotlang:

**1) 1 + sina = 2COS2**

**it a**

4 2

2)1 sina = 2sin2

**it**

4

a 2 '

5 65

1. Arifmetik progressiyada % + «6 — g! Оз«4 = Progressiya- ning dastlabki o‘n yettita hadining yig'indisini toping.
2. Geometrik progressiyada q— 3, Se = 1820 boTsa, Ьг va b5 ni toping.

Q

1. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning yig‘indisi ^ ga teng, ikkinchi hadi ga teng. Uchinchi hadini toping.
2. 1) V5 + V21; 2) V4 + V7; 3) V5 + 2V6; 4) V8 2vl5.
3. Agar: 1) tg| = —2,4; 2) sin^ = ^ boTsa,sina va cosa ni hi-

a л 13

soblang.

**JAVOBLAR**

**2. 2)** — **0, хй—1; 4)** x **ning berilgan funksiyaning qiymati —5 ga teng**

**bo'ladigan haqiqiy qiymatlari yo‘q. 3. 2)** x1-l^. x:j=-l; **4) x^O,** x2 - j .

**4. 2) 0; 4) 1. 5. 2) nollari yo‘q; 4) x,** = ^,x2 = **i ; 6) nollari yo‘q. 6.2)p = 3,q=-4;**

**4)P “ -2,** q = **\_15.** 7. x12 = ±2. **9.** В **va C. 12. 2) (V5; 5),(-V5; 5); 4) (0; 0), (2; 4); 6) (1; 1). 13. 2) Йа. 14. 2) Ha; 4) yo‘q; 16. 1)** x **< -3,x > 3; 2) -5 < ^S5;3)ii -4,\* ^ 4; 4) -6 < ж < 6. 20. 2) (-3; -4,5),(2; -2). 21. 2) Ha; 4) yo‘q. 22. 1) 0‘suvohi; 2) kamayuvehi; 3) o'euvohi; 4) o'euvchi ham,kamayuvehi**

**ham bo'lmaydi. 23. 3 m/a2. 26. 2) (0; -5); 4) 27. 2)** x **= -2; 4) x = 2;**

**6) ж = \**. **28. 2) Yo‘q; 4) yo‘q. 29. 2) (1; 0), (0,5; 0), (0; -1); 4) (0; 0), (J o) .**

**30.** у = **ж2 -** 2x + **3. 32.** 2)k = **-10. 34. 1)** у = **2(x - 3f; 2)** у = 2x? **+ 4; 3)** y = **2(x** +

**+ 2)2- 1; 4)** y = 2(x **-l,5)2+3,5. 35. 2) 36‘ 2> Os0).**

**(-5; 0),(0; 10); 4) (0; 14). 40. 7,5+7,5. 41. 5 va 5. 42. Devorga parallel tomon 6 m; qolgan tomonlari 3 m dan. 43. Yo‘q. 44. 2)** x **= 1 da -5 eng kichik qiymat;4)x=lda**y=-2 **eng kichik qiymat.45.1)** a>0,b **>0,c >0; 2) a<0,5>0,**

**c< 0. 46. 1) 5 s dan keyin eng katta balandlik 130 m ga teng; 2) (5 + 726)s . 48. 2) 3x2** — x — 1 > **0; 4) 2x2 +** x **- 5 < 0. 50. 2) 3 < x < 11; 4) x< -7,x>-l.**

51.2)x<-3,x>3;4)x<0,X>2.&2.2)-2<x<l;4)x<--3,;i[>l;6)x<-l,x> ^.53. 2)x=^; 4) x < —4 ,x > 2. 56. Musbat qiymatlar x < —3,x > 2 oraliqlarda, manfiy qiymatlar -3<

<x<2**intervalda. 58. 2) x <** -Ijc> **4; 4) -l<x<4.59. 2)**x< **- j,** x**>2; 4)x < -0,26;** x > **1. 60. 2)** x = **7; 4) yechimlari yo‘q. 61. 2) Yechimlari yo‘q; 4) yechimlari yo‘q;**

6) x — istalgan haqiqiy son. 62. 2) x< -Л, x> V7 ; 4)x<—2; x> 0. 64. 2)

1. **5**

**x< ^** x> **g ; 4) —1 < x < 4; 6) x — istalgan haqiqiy son. 65. 2) x — istalgan haqiqiy son; 4) x+ 6) < x < 0. 66. 2) Yechimlari yo‘q; 4) -0,5 < x < 3. 67. 2)**

x **= 1; 4)** x - **istalgan haqiqiy son. 69. -6 <** r < 2. **71. 2) -5 < x < 8; 4) x<-5,**

x> **3j. 72. 2) x < 0,x > 9; 4) —3 < x < 0; 6) x < -l,x > 3. 73. 2) —i <x< 228**

* 0, х > ^ ; 4) -2 < х < 2,х > 5. 74. 2) -7 < х < 7; 4) -4 < х < 4, х> 4. 75. -3 < х < 4; 4) -3,5 <. х < 7; 6) -2 ^ х < -1,\* 2: 3. 76. 2) л; < 0,5, \* > 1; 4) х< <-|,0<x<i,x> |. 77. 2) —4 < л: < —2,х > 3; 4) —3 < х < —1,4 < х < 5. 78. 2) а: < -2,2 < х < 6; 4) х < -3,-1 :£ х < 2,х £ 4. 79. 2) —s/зГб < х < -3,0< х<
* Vl5.80. 1) -8 < х < -1; 2) х < -5, х> 2; 3) -1 < х < . 81. 2) х = 2 da

**I/ = 1;** X = **0 va JC = 4da** у = 5‘, х = — **1 va х = 5 da z/ = 10;# = —2 va x = 6 da**

y = 17.82. 1) y(-2) = -l,i/(0) = -5, y(|| 11, y(3) = 4; 2)x =-| da у = -3;

**a: 1 da** у **2; x = ^ da г/ — 13;** x **= ^ da i/ - 19. 84. 2) a: ^ 2,a; ^ 5; 4) -2 ^**

* x < 3. 85. 1) y(-3) = 3,j/(-l) = l,y(l) = -l,y(3) = 1; 2) x = 2 da у = -2; x = 0

va x = 4 da у = 0; x = -2 va x = 6 da у = 2; x = -4 va x = 8 da у = 4. 86. 2) x \* -1; 5) -1 ^ x ^ l,x ^ 4; 6) -5 ^ x ^ l,x > 2. 87. 2) Ha; 4 ha. 93. 2) x = 16;

1. x = i; 6) x = - 95. 2) x = 32; 4) x = 8. 98. 2) toq; 4) juft ham, toq ham

bo'lmaydi. 99. 2) toq; 4) toq. 108. 2) x = 0. 109. 2) (-1; 0). 110. 2) x< 3; 4) y<

* 5; 6) x < -5,x > 5. 111. 2) Kubning qirrasi 7 dm dan ortiq. 114. 2) x — 10;

1. x = 5. 115. 2) x = 2; 4) x = 2; x = -7. 116. 2) x = 4; 4) x = 0,2. 117. x = |.

118. 2) x > -3; 4) x < 2; 6) x < l,x > 7. 120. 2) x = -2; 4) xL = 1; x= 3. 121. 2) x = 2,25. 122. 2) x = 1; 4) x = 5. 123. 2) x = 4. 124. 2) 2 < x < 3; 4) 1 < x <

* 2; 6) x > 1. 125. 2) x1 = 2,xa = 0,5; 4) x ning bunday qiymati yo‘q. 126. 2)

x < -6, x > 6. 127. 2) (5; 0),(-2; 0) ,(0; 10); 4) (1; 0), ( y;o) ,(0; -11). 128. 2) (-1; 4); 4) (-±;l). 130. 150mva 150 m. 131. 2)p = 1,? = 0. 132.1) x1 = 1, xa = =-5; 2) x1 = 0,x2 = l,x3 = 2. 133. 2) x < 2,x > 4; 4) x < 3,x> 4. 134. 2) x < -6,

з 3 1 1

x>6; 4) -4 < x < -j . 135. 2) x < ^ ,x > 4; 4) —2 < x < ■ 136. 2) Yechimlari

yo‘q; 4) yechimlari yo‘q; 6) yechimlari yo‘q. 137. 2) x < -1,1 < x < 4; 4) x < ,

C:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image139.jpegC:\Users\A4DD~1\AppData\Local\Temp\FineReader12.00\media\image140.jpeg4< x < 7; 6) x > 2,- i < x < 1. 138. 2) x < -1, x > -1; 4) x = § . 139. 2) -1 <\*< < x < 2; 4)-i <x < < x < 2. 140. 12 km/h dan kam emae.

**142.2)**

**143. 2) (-1; -1); (1; 1). 144. 2) x> 2; 4)**

х < -2. 145. 2) x = 16. 146.2) x1 = I, х2 = |. 147. 2) ж - istalgan son; 4) 2 < <, x <, 11; 6) x < -7, -3 <, x < -l,x ^ 3. 148. 2) kamayadi; 4) kamayadi- 149. 2) toq;4) juft ham,toq ham bo'lmaydi. 150. 2) — 2< x <i . 151. 2) x, = -l,x2 = f-

4) x = 81. 152.1) x < -l,x > 9; 2) -1< x < 0,3 < x < 4; 3) |<x<6; 4) x >4.

153. 2) (4; 1); 4) (0,5; 3). 154. 2) (7; -5), (-4; 6); 4) (-1; -1), (7; 23). 155. 2) (4; -3); (17; 10); 4) (4; 1), (-1; -4). 156. 2) (1; 7), (7; 1); 4) (-2; -6), (-5; -2). 157. 2) (4; -1); 4) (3; 1). 158. 2) (2; 5), (5; 2), (-2; -5),(-5; -2); 4) (1; 5), (5; 1), (-1; -5), (-5; -1). 159. 5 va 13. 160. 4 va 36. 161. 2) (7; -1), (-1;7). 163. 1) (4; 1) (-1; -4); 2) (2; 4), (4; 2); 3) (2; 2). 164. 300 m, 200 m. 165. 2) (4; 5) va (5; 4). 166. 2) (1; -2) va (3; 0). 167. 2) (9; 4). 168. 2) (3; 4),(4; 3),(-3; -4), (-4; -3). 169. 2) (2; 5) va (5; 2); 4) (1; 3) va (19; -3). 170. 2) (3; 5), (5; 3), (-3; -5), (-6; -3); 4) (1; 7), (7; 1), (-1; -7), (-7; -1). 171. 2) (20; 4) va (-20; -4);

4) (3; 6) va (6; 3). 172. 2) (-1; 1) (1; 1) 2) (^2); 4) (-5; -2), (-5; 2),

(5; -2). 173. 2) (5; 1). 174. 2) (-5; -1), (-3; -5),(3; 5),(5; 3), 175. (1; 9) va (9;

1. . 176. 2) si stem a yechimga ega emas. 177. 2) -9<x<3; 4)-6 <x<2. 178. 2. -00<x< —3 va 2 <x< + 00. 179. -3 <x<- 2 va 1< x < 2. 180. -7 <x<0. 181. -1 <x<0. 182. 2) Ш. 194. (-1; -4) va (4; 4); 2) (2; -2) va (9; 5). 195. 2) (-5; 6) va (6; -5); 4) (-1; 10) va (10; -1). 196. 2) (6; -2); 4) (3,5; -1,5). 197. 2) (-2; -3) va (2; 3); 4) (2; 6) va (6; 2). 198. 2) (-1; 3) va (3; -1). 199. 2) (-3; 1)

va (1; 5). 200. 2) (-2; l)va (2; 1); 4) (—1;4) va (24; 0,6). 201. 2) (4; S) va (4; VS); 4) (-6; -2), (-6; 2), (6; -2), (6; 2). 202. 2) (1; -2) va (2; -1); 4)

(2; 1). 203. 2) va (-2 ■ 204. 2) (4; 1); 4) (100; 4). 205. 2)

24. 206. 2) Bo‘yi 1,2 cm va eni 0,8 cm. 207. 2) -5< x < -3; 4) 1 < x < 2. 208.

1. 8. 209. 2) 27; 4) 1. 213. 2) ^ ; 4) ^ ; 6) ||; 8) ^ . 214. 2) 20”; 4) 135°;

. 215. 2) 4,71; 4) 2,09. 216. 2) 2® < 6,7; 4) ^<4,8 ; 6) -^!<-VlO. 218. 0,4 m. 219. 2 rad. 220. cm3. 221. 2 rad. 222. 2) (-1;

**720**

6) —

8**)**

2 о

0); 4) (0; -1); 6) (1; 0). 224. 2) ikkinchi chorak; 4) to'rtmchi chorak; 6) ikkinchi chorak. 225. 2) (0; 1); 4) (-1; 0); 6) (0; 1). 226. 2) 2nk,k= 0,±1,±2,...; 4)

— + 2nk, k — 0, \_L 1, ±2, .... 227. 2) ikkinchi chorak; 4) to‘rtinchi chorak. 228.

2 [[41]](#footnote-41)

2) х = l,&n,k = 4; 4) x = , k = 3; 6) \* = к = 2. 230. 2) (0; 1); 4) (0; -1).

**О U**

231. 2) —+ 2jcfe,A = 0,±1,±2,...; 4) ^ + 2я\* ,ft - 0,±1,±2 232. 2)

1. **4 2**

4) -1; 6) -1; 8) ^ . 234. 2) -1; 4) -1; 6) 1. 235. 2) 0; 4) -1. 236. 2) ^ 9 ;

4) -i. 237. 2) x = -| + jck, A = 0,±1,±2,...; 4) ж = | + 2л\* ,k = 0,±1,±2,....

239. 2) -i; 4) 240. 2) + 2nfc,fc =0, ±1,±2,...; 4)\* = 7i + 2nft,ft = 0,

±1, ±2,...; 6) \* = ■?/№,\* = 0,±1,±2,.... 241. 2) ж = 2жк - l,k = 0, + l,±2,...;

**3**

4) x = kn - l,k = 0,±1,±2,...; 6) x = ^ + l,k = 0,±1,±2 242. 2) ikkinchi

chorak; 4) ikkinchi chorak; 6) ikkinchi chorak. 243. 2) musbat; 4) musbat; 6) nmsbat. 244. 2) manfiy; 4) manfiy; 6) musbat. 245. 2) musbat,musbat; 4) manfiy, manfiy; 6) manfiy, manfiy; 8) musbat, musbat. 246. 2) sina < 0, cosa > 0, tga<0, ctga < 0; 4) sina> 0,cosa > 0,tga> 0,ctga> 0. 247. 2) sin3> 0,cos3 <0, tg3 < 0; 4) sin(-l,3) < 0,cos(-l,3) > 0,tg(-l,3) < 0. 248. 2) manfiy; 4) musbat;

6) musbat; 8) manfiy. 249. AgarO < Ot < ^ yoki It < a < — bo‘lsa, sina va cosa

2 2

sonlarining ishoralari mos tushadi; agar — < a < 7t yoki — < a < 2jt bo‘Isa, sina

*2 2*

va cosa sonlari qarama-qarshi ishoralarga ega. 250. 2) manfiy; 4) musbat. 251. 2) cosl,3 > cos2,3. 252. 2) x = ^ + feu , k - 0,±1,±2,...; 4) x - n + 2Ы, k - 0,±1,

C09Ct = —r- tga = 7iT’

bajariladi; 4) bajarilmaydi. 257. 2) bajarilmaydi. 258. cosot = jy, tga — 2л^ . 259. ^ . 260. cosa = ±|. 261. sina = ±-JL. 262. 2) ^; 4) 2. 263. 1) -f ; 2) |i.264. l)x = nk, k = 0, ±1, ±2,...; 2) x = ~^ + 2nk, k = 0,±1,±2,...; 3)

x = 2nk, k = 0,±1,±2,...; 4) | + nk ,k = 0,±l,±2 266. 1) 0; 4) 1 + sina. 267.

ж = | + 2л;А, й = 0,±1,±2, 273. 2) 4) 3. 276. 2) 2eosa; 4) 2. 278. 2)2.

279. 2) -2cosa, 280. 2) ; 4) . 281. 2) 4) -1. 282. 2) .

283. 2) cos3P; 4) -1. 284. -sina- ship. 283. 2) ^ ; 4) 1. 286. 2) - 2' ^ . 287. 2) -sina - cosP; 4) sina- cosp. 288. cos(a + P) = Ц ; cos(a-|}) = ||. 289. 2) -||. 290. 2) 0; 4) tga- tgp. 293. 2) ^ ; 4) § . 294. 2) ; 4) -1. 295. 2)

||. 296. 2) ^ . 297.2) |sin2a; 4) 1. 298. 2) 2etga; 4) ctg^. 300. 2) f. 302.

2) li ; 4) -y- - 30S- 2) c°86a; 4) - 305. у. 306. 2) Vs . 307. 2) 0; 4) 0;

1. -1. 308. 2)^;4) 6) ~fz . 309. 2) ^ ; 4) . 310. 2) -f ; 4)|;
2. %/з . 311. 2) -V2 ; 4) -1. 312. 2) cos2a. 313. 2) 4) |; 6) .

6^4

314. 2) 1; 4) — . 317. 2) a: = ^ + 2rcft,fc = 0,±1,±2,...; 4) ж = n + 2nk,

COSOC 2

/fi /ft

ft = 0,±1,±2,.... 318. 2) >/2sinP; 4) sin2a. 319. 2) 0; 4) ; 6) . 320.

2) 4sinf—— —)cos(—+ —1 ; 4) 2sin(—+ —)cos(—— —1. 322. 2) 2sina. 325. 2)

(l2 2) [12 2) U 2) U 2J

2>/3sin—sin- . 326. 2) 0. 327. 2) 2cosa(cosa-l); 4) (sina + cosa)-[l + —!—]. 24 8 i eostx J

328. 2) uchinchi chorak; 4) ikkinchi chorak; 6) ikkinchi chorak. 329. 2) 0; 1;

1. 1

4) 1; 0; 6) 0; -1. 330. 2) 2; 4) -1. 331. 2) ^ ; 4) . 33& 2)3; 4)tg^a.

334 2) -i. 335. 2) ; 4) ^^+1> . 336. 2) sin2a; 4) tg2a. 337. 2) 1; 4)

1. 2 4

fiy. 341. 2) «zil; 4) ^ : ^ i - 342- 2> 343‘ c°s“= f ;

1. 4

■v5 v5 4J5 -1

tga = -V; tga = -^-; sin2a = —; cos2a = -^. 344. 2) tga. 345. 2)

^ ; 4) \_ cos2a ' 346‘ 2) 1; 4) 347\* 2> “7- 348\* 2) COs4a’ 35°- 2> [[42]](#footnote-42) [[43]](#footnote-43)'8>11;

1 1

4) --,0, - 6) -1,-8,-27. 352. 2) Bo'ladi; 4)bo‘ladL. 354. 2) n = 9. 360. 2)-3, -1,1,3,5. 362. 2) 79; 4) -42. 363. 2) a, = 29 - 4л; 4) an = 6 - 5л. 364. 12. 365. На,л = 11. 366. n = ll,yo‘q. 367. 2) 0,5. 368. 2) -13. 369. 2) -100. 370. 2) a = = 5n- 17. 371. л > 9. 372. л < 25. 373. 2) ofl = -57,d = 7; 4) ав = -1 ,d = -15. 374. 30. 375. 60. 376. 2) 10050; 4) 2550. 377. 4850. 378. 4480. 379. 2) -192. 380. 2) 204. 381. 2) 240. 382. 4905; 494550. 383. 2) 2900. 384. 10. 385. 2)

**Цц - 1S|** d **= |. 386. 2) = -88**,d **= 18. 387. 78 ta to‘sin. 388. 44. 389. <^=5,**

d = 4. 392. 2) -3,12,-48,192,-768. 394. 2) 4) 395. 2) b„ =3-[^|j ;

4) bn = 3|-l|\* ’. 396. 2) 5; 4) 8. 397. 2) 3; 4) . 398. b8 = 2374,л = 5. 399.

67=3%/3, ff = ^-.400.&5 = 6, 5t=30| yokib^-6,6! =-30|.. 401.659100

so‘m. 402. 0,25 cm2. 403. 2) —g ! 4) 6) -400. 404. 2) 2186. 405.

2) b = -1 ,bs = 128. 406. 2) л = 7; 4) л = 5. 407. 2) n = = 2048; 4) n = 5,

g=7. 408. 2) 364; 4) 305. 409. 2) i>5 = 4802,S4 = 800. 410. 2) -1 J|.. 412. 2) ?= 5,5, = 300 yoki q = -6,5, = 432. 413. 2) q = 2 yoki q = -2; 4) Sa = 781 yoki S = 521. 415. 2) ha; 4) ha. 416. 2) 7,2; 4) -8^.. 417. 2) 4. 418. 2) yo‘q;

a 6 4^3

о5 =V2-12.427. -б|. 428. 2)-1080. 429.143. 430. 2)-22. 431. 2) g = -|,

b4 =-^, &5 4) (? = -%/2, ft4- Hbft ft3=20. 432. 2) ft.=-0,5- (-2)-'.

433. 2) bn = 434. 2) S10 = 1^; 4) S„=5. 435. 2) 242; 4) ||. 436. 2) .

437. 24||. 438. 2) 14,11,8,5,2. 439. -|. 440. 2) alt = O.e, = -108. 441. 2)

jCi =i; 4) x2 = -4. 443. 14. 444. 2) o16 = -l^, d = —445. 2) 27. 446. 2) 3 3 16

27; 4) ±^j. 447. 6. 448. 2) Yo‘q; 4) ha. 450. Chorshanba kuni. 451. a =8 d =

= -8 yoki al = 2,d = 3. 452. aL = 5,d = -5 yoki a± = -5,d = 5. 453. 180 marta.

453. 2) Mumkin bo‘lmagan. 454. 2) Tasodifiy; 4) muqarrar. 457. 2) Birgalikda

n c

bo'lmagan. 462. Teng imkoniyatli emaa. 466. 2) —; 4) \_■ 467. 2) \_\* 4) 1.

28 4 9

468. 2) 1; 4) £; 6) —. 469. 2) 4) 1; 6) —. 470. 0,01. 471. 2) 0,97.

**3 4 12 2 4 12**

472. —. 473. I; 474. 2)—; 2) —. 476. 2) —; 4) —. 477. 1,4%. 482. 2)

**30** 2 **18 52 46 92**

Mumkin,4 ochko. 488. 8 tanlanma. 489. 2) 11; 4) 5 va 7. 490. 2) 21; 4) IS. 491. 2) 24. 492. 2) -5,4; 4) 2,1. 494. 2) 1; 4)1. 495. 2) 0,1. 496. 2) 2,5 kg\*,4) 6m\*.

1. **7**

502. 2) 0,98; 4) 0Д; 6) 0,6. 503. 2) 0,25. 505. 2) 13,-3 va 10,2 3. 511. 2) -0,5. 516. 2) -15 < x < 2; 4) ж < 12,x > 12. 517. 2) 0 < x < \/б;; 4) x < — n/З; ж >

> -M. 518. 2) -9 < x < 6; 4) -2 < \* < 0,1; 6) я: < i, ж > 2. 519. 2) х = -12; 4)

8

х - istalgan haqiqiy son; 6) yechimlari yo\*q. 520. 2) -0,7 <x< 2) -2йх<,1.

2

521. 2)хй -2,x = 1; 4) x S -i, 0 S x <. 2. 522. 2) -0,5 S ж < 2. 523. Baland- lik 3,1 cm dan ortiq, o‘rta chiziq 6,2 cm dan ortiq. 524. 5 om ortiq. 525. 2)

я: < -7,-1 < х < 2; 4) -1 < л: < ±. ,ж > i. 526. р = 5,g = -14. 527. 2) р = 14, 5 = 49. 528. у = -2ж2 + 11л: - 5. 529. V = ^-ж2- 530. 2) а = -1,Ь = -1,с = 2.

531. Ko'rsatma. 1) £ = А3, | = В3 , £ = С8 kabi belgilab va ABC - 1 tenglikni

hisobga olib, berilgan Lengsizlikni A3 + B3 + C3 > 3ABC ko'rinishda yozing, uni (A +B + C)(A2 + В2 + C2 - AB - AC - ВС) > 0 ko'rinishda almashtiring. (A2 + B2+C2> AB+AC+BC tengaizlik uahbu A2 + B2 > 2AB, A2 + C2 > 2AC, В2 + С2 2: 2BC tengsizliklarni qo'shish bilan hosil qilinadi; 2) o'rta arifmetik

va o‘rta geometrik miqdorlarga doir tengsizliklarni qo‘shing: ^ ^ > 2c ,

^ ^ > 2a , ^ ^ > 2b; 3) tengsizlikning chap qismidan o‘ng qismini ayiring

va hosil bo'lgan. kasrning suratini biinday ko'rinishda yozing: (a I b)(a-b)a + (b+

+c)(6 - ef + (a + c)(a - ef; 1) xu = ±2; 2) = ±1; 3) \*M = ±3; 3) x=-l,xs = 2;

4) \*u. = ^; 5) 0,\*23 = ±2; 6) \*,\_2 = ±4,\*J>4 = ±6. 534. 2) 2i; 4) .

535. 2) 3 - ^/2 ; 4) 6%/7 • 536. 2) (2^0^5)' < <2^Дк5)' . 537. 2) Vx ; 4) 9ir\*. 538. 2) 5оЬл/Ь . 539. 2) ; 4) . 540. 2) Yo‘q. 541. 2) Yo‘q. 544. -1. 545. 2)

Manfiy. 548. 2) -0,8. 547. 2) 2sin ^ cos ^ ; 4) sina(sina - 2cosa). 548. sin a = ,

cosot = , tga = -2“ . 549. 2) oI2 = 47,5, S12 = 537; 4) ols

Hf Sls=108.

550. 1220. 552. 2) b, = 5. 553. 2) b4 = 125,S4 = 156; 4) b4 = 81,Ss = 61. 554.

SIS/- i *(a+ylb)(yfa+1fb*

15 555, 2) 4±; 4)1; 6) -£(1 + V5).. 557. 2) -1; 4) -£-558. 2) ^ ;

559. 2) 4) -Ja+Jb. 560. 2) ж = 61. 561. 2)

4) 0,1(5 - л/5)5 + n/5.

562. 2) ж = j + it n, x = я + 2n, ns Z.

565. 391. 566. bj = 5,b6 = 405. 567. i.

561.8,13,18 yoki 20ДЗ,6. 568.

1)

*i+Л*

569. sina = -

120

**169**

cosa = -

**119**

**169**

**„0‘zingizni tekshirib ko'ring" topshiriqlariga javoblar**

I bob. 1. x2 = 0,ж2 = 2. 2. -1 < x < 1 bo'lganda у > 0; x < -1 bo'lganda y< 0; x > 1. 3. 1) x > 0 bo'lganda funksiya o‘sadi; x < 0 bo'lganda funksiya kamayadi. 4. 1) x > 1; -2 < x < 0. 5.1) x \* 1; 2) 3 < x < 3. 6. 1) x = 28; 2) x = 1.

1. bob. 1.1) cos±= tga= i,sin2a = —2. 1) 1; 2)

j 3 25 2 2

4) —7з ; 5) ^. 5. 1) sinacosp; 2) cos2a; 3) 2sina.

1. **bob. 1.** 1) a10=**-25,** SJ0=**-115. 2.** 1) \= **I**, S, = l1-. 3. **1)** q = **|** ,S **=1,5. Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog‘liq masalalarga javoblar**
2. bob. 1. Tezlik 60,01 km/h dan oshmasligi kerak. 2. nk30. 3. 2 min. 10 m. 4. 125 ta. 5. 1) 135 ta; 2) 17739 ta; 3)\* 4,9 oyda.
3. bob. 1. 2) 20 ta qator. 2. Birinchi brigadada 8 ta, ikkinchisida 12 ta ishchi. 3. 2) 16%. 4. 2) 4 l va 12 l. 5. Shamolsiz ob-havoda.
4. bob. 1. 4) \*835,42 km; 5) \*2243,3 km. 2. \*11,8°. 3. 1818 m. 4. \*12,8 m.
5. bob. 1. 420. 2. 10 km. 3. 3072. 4. 39300000 ao‘m. 5. 27 metr.
6. bob. 1. E(X) = 26, D{X) = 0,9964. 2. E(X) \* 8,94, £(Y) » 8,93, D(X)» 0,07,

D(Y) \* 0,03, G(X) \* 0,071, o(Y) \* 0,76. 3. o(Xt) \* 1,47,

o(X3) \* 1,41. 4. E(dL) - 60,D(d,)-1,2, E(da)-60,02, D(d3)-0,76.

1. sinfda o'rganilgan mavzularni takrorlash 3

I bob. KVADRAT FUNKSIYA. KVADRAT TENGSIZLIKLAR

1. §. Kvadrat funksiyaning ta’rifi 5
2. [§. у = ж2 funksiya 7](#bookmark3)
3. §. у = ax2 funksiya 10
4. §. у = ax2 + bx + c funksiya 14
5. §. Kvadrat funksiyaning grafigini yasash 18
6. §. Kvadrat tengsizlik va uning yechimi 24
7. §. Kvadrat tengsizlikni kvadrat funksiya grafigi

yordamida yechish 28

1. §. Intervallar usuli 32
2. §. Funksiyaning aniqlanish sohasi 37
3. [§. Funksiyaning o'sishi va kamayishi 41](#bookmark17)
4. §. Funksiyaning juftligi va toqligi 46
5. §. Daraja qatnashgan tengsizlik va tenglamalar 51

*I bobga doir maehqlar* 56

1. *bobga doir sinov (test) mashqlan* 60

*Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog'liq masalalar* 63

*Tarixiy ma’lumotlar* 67

II bob. TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLAR SISTEMALARI

1. §. Ekkinchi. darajali tetiglama qatnashgan eng sodda

sistemalarni yechish 68

1. §. Tenglamalar sistemasini yechishning

turli usullari 72

1. §. Ikkinchi darajali bir noma’lumli tengsizliklar

sistemalari 77

1. §. Sodda tengsizliklar ill isbotlash 80
2. *bobga doir maehqlar* 84

*II bobga doir sinov (test) mashqlari* 87

*Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog'liq masalalar* 89

Ш bob. TRIGONOMETRIYA ELEMENTLARI

1. §. Burchakning radian o'lchovi 93
2. §. Nuqtani koordinatalar boshi atrofida burish 97
3. §. Burchakning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi

ta’riflari 103

1. [§. Sinus, kosinus va tangensning ishoralari 109](#bookmark77)
2. §. Ayni Mr burchakning sinusi, kosinusi va tangensi

oragidagi munosabatlar 112

1. §. Trigonometrik ayniyatlar 117
2. §. a va —a burchaklaming sinusi, kosinusi, tangensi va

kotangensi 120

1. §. Qo'shish formulalari 121
2. §. Ikkilangan burchakning sinusi va kosinusi 126
3. §. Keltirigh formulalari 129
4. §. Sinuslar yig‘indisi va ayirmasi. Kosinuslar yig‘indisi

va ayirmagi 135

*HI bobga doir mashqlar*

....138

*HI bobga doir sinov (test) mashqlart* 142

*Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog‘liq masalalar* 145

*Tarixiy masalalar* 148

*Tarixiy ma’lumotlar* 149

1. bob. SONLI KETMA-KETLIKLAR. PROGRESSIYALAR
2. §. Sonli ketma-ketliklar 150
3. §. Arifmetik progreggiya 153
4. §. Arifmetik progressiya dastlabki n ta hadining yig‘indisi 158
5. §. Geometrik progreggiya 162
6. §. Geometrik progressiya dastlabki n ta hadining yig'indisi 167
7. §. Chekgiz kamayuvchi geometrik progressiya 171

*IV bobga doir mashqlar* 177

1. *bobga doir sinov (test) mashqlari* 180

*Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog‘liq masalalar* 182

*Tarixiy masalalar* 185

*Tarixiy ma’lumotlar* 185

1. bob. EHHMOLLIKLAR NAZARIYASI VA MATEMATIE

STATISTIKA ELEMENTLARI

1. §. Hodisalar 186
2. [§. Hodisaning ehtimolligi 190](#bookmark143)
3. [§. Tasodifiy hodisaning nisbiy chastotasi 194](#bookmark146)
4. [§. Tasodifiy miqdorlar 198](#bookmark147)
5. §. Tasodifiy miqdorlarning sonli xarakteristikalari 206
6. *bobga doir mashqlar* 213

*V bobga doir sinov (test) mashqlari* 214

*Amaliy-tatbiqiy va fanlararo bog’liq masalalar* 216

[IX sinf ,Algebra" kursini takrorlash uchun mashqlar 222](#bookmark157)

**Alimov Sh.A.**

A 45 Algebra: Unrumiy o‘rta ta\*lim niaktabl mining 9- sinfi uchun darslik/

Sh.A.Alimov, A.R.Xalmuxamedov, M.A.Mirzaxmedov. - 4- nashri. - Toshkent: „0‘qituvchi“ NMIU, 2019. - 240 b.

I. 1,2 Muallifdoah ISBN 978-9943-6026-9-8

UO‘K; 512(075.3)=512.133 KBK 22.14-721

**Shavkat Arifdjanovich Alimov,**

**Alimdjan Raximovich Xalmuxamedov,**

Mirfazil Abdilxakovich Mirzaxmedov

**ALGEBRA**

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining  
9-sinfi uchun darslik  
Qayta ishlangan 4-nashri

„О *‘qiluvchi" nashriyot-matbaa ijodiy uyi  
Toshkent 2019*

Original-makct “Davr nashriyoti” MCHJ da tayyoriandi

Muharrir N. G’oipov  
Bezakehi dizayncrW. Zaporov  
Musahhih E Xamidova  
Kompyuterda sahifalovchi H. Safaraliyev  
Matn teruvchi S. Niyazova  
Nashriyot litsenziyasi AI№ 012. 20.07.2018.

Original-maketdan bosishga ruxsat etildi 31 05.2019. Bichimi 70x90'/16.

Times gamiturasi. Ofsetbosmausulidabosildi. Shaitlib.t. 17.55. Hisob-nashriyot t. 16,6.

Adadi 567 284 ausxa. Buyurlma №

**O^beKstanRespublikasiPrezidentiAdministratsiyasihnzuridagiAxbarot va ommaviy  
konummikntsiyalar agentliginiiig ,,0‘qituvchi“ nashriyot-matbaa ijodiy uyi.  
Toshkent - 206, Yunusobod tumani, Yangiahahar ko‘chasi,l-uy.**

Shartnoma №247-19.

**Original-maketdan „O‘zbeklston“ nashriyot-matbaa ijodiy uyi bosmaxonasida  
chop etildi. Toshkent shahii, Navoiy ko'chasi, 30-uy.**

**Ijaraga beriladigan darslik holatini ko‘rsatuvchi jadval**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| T/r | 0‘quvchin.mg isnii va familiyaai | 0‘quv  yili | Darslik- ning olmgan- dagi holati | Sinf  rahbarining  imzogi | Darslikning  topshi-  rilgandagi  holati | Sinf  rahbari-  ning  imzosi |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**Darslik ijaraga berilib, o‘quv yili yakanida qaytarib olinganda ynqoridagi jadval sinf rahbari tomonidan quyidagi baholash mezon- lariga asosan to‘ldiriladi:**

|  |  |
| --- | --- |
| Yangi | Darslikning birinchi marotaba foydalanishga berilgandagi holati. |
| Yaxshi | Muqova butun, darslikning asosiy qismidan ajralmagan. Barcha varaqlari mavjud,yirtilmagan,ko‘chmagan,betlarida yozuv va chiziqlar yo‘q. |
| Qoniqarli | Muqova ezilgau, birmuncha chizilib.ehetlari yedirilgan, darslikning asosiy qismidan ajralish holati bor, foydalanuvchi tomonidan qoniqarli ta’mirlangan. Ko'chgan varaqlari qayta ta’mirlangan,ayrim betlariga ehizilgan. |
| Qoniqarsiz | Muqovaga ehizilgan, yirtilgan,asosiy qismidan ajralgan yoki butunlay yo‘q,qoniqarsiz ta’mirlangan. Betlari yirtilgan, varaqlari yetishmaydi, chizib, bo‘yab tashlangan. Darslikni tiklab bo‘lmaydi. |

195. Viyet teoremasiga teskari teoremani qo'llab, tenglamalar sistemaeini yeching:

1. Aytaylik,a>Obo‘lsin. Nuqta birlik aylana bo'ylab P nuqtadan soat mill yo‘nalishiga qarama-qarshi harakat qilib, a uzunlikdagi yo'lni bosib o‘tdi,deylik (50-rasm). Yo‘lning oxirgi nuqtasini M bilan belgilaymiz.

Bu holda M nuqta P nuqtani koordinata boshi atrofida a ra­dian burchakka burish bilan hosil qilinadi,deb aytamiz.

1) a = fn; 2) a = ^n; 3) а = -|я; 4) a = -|n;

1. a= 190°; 6)a = 283°; 7) cx = 172°; 8)<x = 200°

bo1 \* \* 4 \* \* \* 8lsa,tga va ctga sonlarning ishoralarini aniqlang.

1. Agar:

1) n<<x<^; 2) ^<a<^p; 3) |жа<2я;

4) 2я<а<2,5я; 5) ^<а<я; 6) 1,бя<а<1,8я

bo‘lsa, sina, cosa, tga, ctga sonlarning ishoralarini aniqlang.

1. Agar:

1)а = 1; 2)a = 3; 3)a — 3,4; 4)a—1,3; 5)a = 3,14

bo‘lsa,sina,cosa,tga sonlarning ishoralarini aniqlang.

1. 0<a<^ bo'lsin. Sonning ishorasini aniqlang:

4)sin(jr-a);

8) ^tg(a-f).

**ill**

266. Ifodani soddalashtiring:

1) coscctga-2sina; 2) cosa sina ■ ctga;

**g\ sin2a . cos2a • tj\ tga ■ cosa**

**1+cosa ’ 1-sina** ' **sin2a \***

291. Ayniyatni isbotlang:

1. sm(a-p)sin(a + P) = sm2a-sin2P;
2. cos(a-p)cos(a + P)=cos2a-sin2p;

1. у = ax2 parabola ordinatalar o‘qiga nisbatan sim- metrik bo'ladi; [↑](#footnote-ref-1)
2. agar a > 0 bo'lsa, u holda у = ax1 funksiya x Ф 0 bo'Lganda musbat qiymatlar qabul qiladi;

   agar a < 0 bo‘lsa, u holda у = ax2 funksiya x \* 0 bo'lganda manfiy qiymatlar qabul qiladi;

   у = ax2 funksiyaning qiymati faqat x = 0 bo'lgandagina 0 ga teng bo'ladi; [↑](#footnote-ref-2)
3. agar a > 0 bo'lsa, u holda у = ax2 funksiya x > 0 bo'lganda o'sadi va x < 0 bo'lganda kamayadi;

   agar a < 0 bo'lsa, u holda у = ax2 funksiya x ^ 0 bo'lganda kamayadi va x < 0 bo'lganda o'sadi. [↑](#footnote-ref-3)
4. 3x2 — 3 < x2 — x; 4) (x - 1)(ж + 3) > 5.

   1. Funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo‘yicha x ning funk- siya musbat qiymatlar; manfiy qiymatlar; nolga teng qiymat qabul qiladigan barcha qiymatlarini toping:
   2. У = 2x2; 2) у = -(ж + 1,5)2;

   [↑](#footnote-ref-4)
5. 3) *у = 2x2 - x* + 2; 4) *у = -Зх2 - x — 2.*

   1. x va x2 sonlar (bunda ж <ж ) у=ах1+Ъх+с funksiyaning noilari eka- ni maTum. Agar xQ son Xj va x2 orasida yotsa,ya’ni ж <ж <ж boTsa, u holda a(axg + bx0 + c) < 0 tengsizlik bajarilishini isbotlang.

   [↑](#footnote-ref-5)
6. 77. 1) (x2 - 5x + 6)(x2 - 1) > 0; 2) (x + 2)(x2 + x - 12) > 0; [↑](#footnote-ref-6)
7. (x2-7x + 12)(x2-x + 2)<0; 4) (x2-3x-4)(x2-2x-15)<0. [↑](#footnote-ref-7)
8. *rasm.* [↑](#footnote-ref-8)
9. MiLlimetrli qog‘ozga y = sfx funksiyaning grafigini chizing. Grafik bo‘yicha:

   1. у = 0,5; 1; 4; 2,5 bo'lganda x ning qiymatlarini toping;
   2. \/l,5; \/2; ^2,5; ^3 qiymatlarni taqriban toping.

   [↑](#footnote-ref-9)
10. 1. (x-l)3>l; 2) (ж + 5)3> 8; 3) (2\*-3)7>l;

    [↑](#footnote-ref-10)
11. (Ззс-5)7<1; 5) (3-х)4>256; 6) (4-xf > 81.

    1. Beriigan tenglama nima uchun ildizlarga ega emasligini tushun- tiring:

    *2) 4x+4xZ*4 = -3; 3) *sl~2-x2 =12;* [↑](#footnote-ref-11)
12. 1. Tengsizlikni yeching:

    [↑](#footnote-ref-12)
13. *ylx2 +* 7 = 2; 6) *4х^2=х.* [↑](#footnote-ref-13)
14. ParaboLaning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalari koordi- natalarini toping:

    1) *у* = x2 + *x -* 12; *2) у = -x2 + Зх +* 10;

    3) *у = -8х2 - 2х +* 1; 4) *у = 7х2 +* 4х *-* 11. [↑](#footnote-ref-14)
15. Parabola uchining koordinatalarini toping: [↑](#footnote-ref-15)
16. *1) у = x2 - 4x - 5; 2) у* *x2 - 2x* + 3; [↑](#footnote-ref-16)
17. б [↑](#footnote-ref-17)
18. 1) (л: - 2)(х2 - 9) > 0; [↑](#footnote-ref-18)
19. 1) Ikkita kvadrat tomonlarining nisbati 5:4 kabi. Agarda har bir kvadratning tomonlari 2 cm ga kamaytirilsa, u hol- da hosil bo'lgan kvadratlar yuzlarining ayirmasi 2,8 cm2 ga teng bo'ladi. Berilgan kvadratlarning tomonlarini toping.

    1. To'g'ri to'rtburchak bo'yining eniga nisbati 3:2 kabi. Agarda ularni 1 cm dan kattalashtirsak, yangi hosil bo'lgan to‘g‘ri to'rtburchakning yuzi birinchi to'g'ri to'rtburchak- ning yuzidan 3 cm2 ga katta bo'ladi. Birinchi to‘g‘ri to'rt- burchakning bo'yi va enini toping.

    [↑](#footnote-ref-19)
20. Tengsizliklar sistemasini yeching:

    Jx2 + x-6<0, Jx2+x-6>0,

    ^ |-2x2 + 3x + 2 >0; ^ |x2+4x-5<0; [↑](#footnote-ref-20)
21. — marotaba ko'proq bo‘lar edi (ikkala nasos birgalikda ishla-

    3

    gandagi vaqtga nisbatan). Har bir nasosning unumdorligi qanday?

    2) Malakalari bir xil turli sondagi ishchilardan tashkil topgan ik­kita brigada detallar tayyorlashadi, bunda har bir ishchi ish kuni davomida 2 ta detal tayyorlaydi. Awaliga faqat birinchi brigada ishlab 32 ta detal tayyorladi. Keyin ikkinchi brigadaning o‘zi ishlab, yana 48 ta detal tayyorladi. Bu ishlarning hammasiga [↑](#footnote-ref-21)
22. Aytaylik, a < 0 bo \* 1 sin . Bu holda a radian burchak­ka burish harakat soat mili yo'nalishida sodir bo'lganligini va nuqta |a| uzunlikdagi yo‘lni bosib o'tganligini bildiradi (51- rasm).

    0 rad ga burish nuqta o‘z o‘rnida qolganligini anglatadi.

    **Misollar:**

    *К*

    1. P(l; 0) nuqtani rad burchakka burishda (0; 1) koordina- tali M nuqta hosil qilinadi (52- rasm).
    2. P(l; 0) nuqtani -j rad burchakka burishda 1V(0; -1) nuq­ta hosil qilinadi (52- rasm).

    **98** [↑](#footnote-ref-22)
23. a ning berilgan qiymatida ifodaning qiymatini toping:

    1. 2sina + >/2cosa, bunda a = —;

    4

    1. 0,5cosa- Vasina, bunda a = 60°;
    2. sin3a - cos2a, bunda a = — ;
    3. cos —+ sin^, bunda a = — ■

    ' **2 3 ’ 2** [↑](#footnote-ref-23)
24. sina + cosa = i ekanligi ma’lum. 1) sina cosa; 2) sin8a+cos3a

    ifodalarning qiyraatlarini toping. [↑](#footnote-ref-24)
25. Tenglamani yeching:

    1) 2sinx + sin2x + cos2x = 1; 2) sin2x-2 = sinx-cos2x;

    1. 2cos2x-1 =cosx-2sin2x; 4) 3 - cosx = 3cos2x + 3sin2x.

    [↑](#footnote-ref-25)
26. a ning barcha joiz qiymatlarida quyidagi ifoda ayni bir xil qiy- matni qabul qilishini,ya’ni a ga bog‘liq emasligini isbotlang: [↑](#footnote-ref-26)
27. (sin2a - cos2a)2 + 2cos2asin2a=sin2a+cos2a; [↑](#footnote-ref-27)
28. a„+1- 2) <z„+1 = [↑](#footnote-ref-28)
29. rekurrent formula bilan berilgan ketma-ketlikning dastlab­ [↑](#footnote-ref-29)
30. ki oltita hadini yozing. [↑](#footnote-ref-30)
31. к = 3 ■ 2-; 2) ъп = 5^; 3) ft„ = (±Г2; 4) ft„ = ^. [↑](#footnote-ref-31)
32. 1. Agar geometrik progressiyada:

    1) b2 = 15, &3 = 25; 2) b2 = 14, &4 = 686, 3) &2 = 15, b4=375,

    q > 0 bo‘Isa, bB va S4 ni toping.

    1. Geometrik progressiya n-hadining formulasi bilan berilgan:

    [↑](#footnote-ref-32)
33. Ьл — 3-2"-1 bo‘lsa, S6 ni toping;

    1. bn = -2 -p-j bo'lsa, S„ ni toping.
    2. Ayniyatni isbotlang:

    (x — 1)(л:л\_1 + xa~2 + ... 4- 1) = xn - 1,

    bunda n daraja ko'rsatkichi va u 1 dan katta natural son.

    1. Geometrik progressiyada:
    2. b3 — 135,S3 - 195 bo‘lsa, bx va q ni toping;
    3. bx = 12, S3 = 372 bo‘lsa, q va bg ni toping.

    [↑](#footnote-ref-33)
34. 1. §. CHEKSIZ KAMAYUYCHI

    GEOMETRIK PROGRESSIYA

    84- rasmda tasvirlangan kvadratlami qaraymiz. Birinchi kvadrat- ning tomoni 1 ga teng, ikkinchisiniki | ga, uchinchisiniki esa ^2 ga teng va hokazo. Shunday qilib, kvadratning tomonlari maxraji I

    bo‘lgan quyidagi geometrik progressiyani tashkil qiladi: [↑](#footnote-ref-34)
35. 1 1 1 1 m

    ' 2’ 2®1’ ^/PT’ “•

    Bu kvadratlaming yuzlari esa maxraji ^ bo'lgan ushbu geomet­rik progressiyani tashkil qiladi: [↑](#footnote-ref-35)
36. tomonlari 1 dan 6 gacha raqamlar bilan belgilangan о‘yin kubigi tashlanganda 8 raqamining paydo bo‘lishi.

    Muqarrar hodisa deb, berilgan sharoitlarda albatta ro‘y beri­shi aniq bo‘lgan hodisaga aytiladi. Masalan:l) qishdan keyin ba­ilor keldi; 2) о‘yin kubigini tashlaganda oltidan katta bo'lmagan (0 dan farqli) raqam tushdi.

    Tasodifiy hodisa deb, berilgan sharoitlarda ro‘y berishi ham, ro‘y bermasligi ham mumkin bo'lgan hodisaga aytiladi. Quyidagi 186 [↑](#footnote-ref-36)
37. 1. **§ HODISALAR**

    Ehtimolliklar nazariyasi va matematik statistika tasodifiy ho- disalar orasidagi bog'lanishlarni, qonuniyatlarni o'rganish va ulardan kelib chiqadigan xulosalarni amaliyot masalalarini yech- ishga qo'llashga bag'ishlangan fandir.

    1. **Mumkin bo‘lmagan, muqarrar va tasodifiy hodisalar.**

    Hayotda hodisa deb ro‘y beradigan yoki ro‘y bermaydigan ixtiyoriy jarayonga aytiladi. Undan tashqari, insonlar tomoni- dan amalga oshiriladigan tajribalar yoki sinovlar, kuzatuvlar va o'lchash ishlarining natijalari ham hodisalardir. Barcha hodisalarni mumkin bo‘lmagan, muqarrar va tasodifiy hodisalar- ga bo‘lish mumkin.

    Mumkin bo‘lmagan hodisa deb, berilgan sharoitlarda ro‘y berishi mumkin bo'lmagan hodisaga aytiladi. Mumkin bo'lmagan hodisalarga misollar keltiraylik: [↑](#footnote-ref-37)
38. ko‘lning suvi +30°C da muzlaydi; [↑](#footnote-ref-38)
39. 3+1+2+1+3 [↑](#footnote-ref-39)
40. + 4 + 2 + 1 + 48 82 Q\_

    **10** **10**

    Agarda tasodifiy miqdor biror o'lcham (masalan, santimetr) ga ega bo‘lsa, u holda uning o'rtachasi X va o'rtachadan chet- lanishi X - X ham X miqdor bilan bir xil o'lcham (santimetr) ga ega. Chetlanishning kvadrati va dispersiya esa X miqdor o‘lchamining kvadrati (kvadrat santimetr) o'lchamiga ega. 0‘rtachadan chetlanishni baholash uchun X tasodifiy miqdor bi­lan bir xil o'lchamga ega bo'lgan kattalikdan foydalanish qulay.

    Shu sababli, dispersiyadan olingan kvadrat ildiz, ya’ni 4T) ning qiymatlaridan foydalaniladi.

    Dispersiyadan olingan kvadrat ildiz o'rtacha kvadrat chetla-

    nish deyiladi va о orqali belgilanadi, ya’ni о = 4d .

    Masalan, 4-jadvaldagi tasodifiy miqdorning dispersiyasi D = 8,2 ekanligini hisoblagan edik. Endi dispersiyaning shu qiy- matidan kalkulator yordamida kvadrat ildiz olsak,o‘rtacha kvad­rat chetlanishni hosil qilamiz:

    a= VD = и 2,86. [↑](#footnote-ref-40)
41. [↑](#footnote-ref-41)
42. ha. 419. 2) 90i&. 42o. 2) 6 + 4л/з. 421. 2) I. 422. 2a. 423. Д„ = [↑](#footnote-ref-42)
43. 2 з [↑](#footnote-ref-43)